

Modelo de localización y ruteo multiobjetivo - multiperiodo aplicado a la gestión de residuos peligrosos para diferentes tipos de productos

Paula Andrea Cabrales Navarro

Trabajo de investigación para optar al título de Magíster en Ingeniería Industrial

Director:

Néstor Raúl Ortiz Pimiento

Doctor en Ingeniería

Grupo de Investigación:

Optimización y Organización de Sistemas Productivos, Administrativos y Logísticos (OPALO)

Universidad Industrial de Santander

Escuela de Estudios Industriales y Empresariales

Maestría en Ingeniería Industrial

Bucaramanga

2026

Dedicatoria

A mi hijo Juan Esteban, mi vida.

A mis padres y hermanos.

Agradecimientos

Al profesor Javier Arias, por haber sido mi primer guía en este camino, por su apoyo y orientación, que fueron claves en este proceso.

Al profesor Néstor Ortiz, por brindarme la oportunidad y acompañamiento necesario para culminar esta etapa.

A mi compañera Magda, por no rendirse conmigo y seguir siempre adelante.

Al grupo OPALO, a la Escuela de Estudios Industriales y Empresariales y a la Universidad Industrial de Santander, por ser parte fundamental de mi formación profesional.

Tabla de contenido

Introducción	12
1. Objetivos	14
1.1 Objetivo general.....	14
1.2 Objetivos específicos	14
2. Planteamiento y justificación del problema.....	14
3. Proposición	16
4. Metodología	16
4.1 Definición del problema y recolección de datos.....	16
4.2 Formulación de un modelo matemático.....	18
4.3 Obtención de Soluciones a partir del modelo	18
4.4 Prueba del modelo.....	18
5. Revisión de la literatura	19
5.1 Problema de localización y ruteo (LRP).....	19
5.2 Problema de localización y ruteo multiobjetivo (MOLRP).....	20
5.2.1 Recolección de residuos.....	22
5.2.2 Distribución de ayuda humanitaria	23
5.2.3 Logística verde.....	25
5.2.4 Productos perecederos	26

5.2.5 Cadena de frío 27

5.2.6 Otras aplicaciones 27

5.2.7 Investigaciones generales..... 28

5.3 Problema de localización y ruteo multiobjetivo aplicado a residuos peligrosos 29

5.3.1 Formulaciones multiobjetivo del LRP aplicado a residuos peligrosos 30

5.3.2 Métodos de solución 34

5.4 Discusión de la revisión 37

6. Análisis y caracterización del sistema 40

6.1 Compatibilidad vehículo-residuo 43

7. Formulación de un modelo matemático..... 46

7.1 Supuestos del modelo 47

7.2 Descripción del modelo matemático..... 48

7.2.1 Conjuntos 48

7.2.2 Parámetros de entrada 49

7.2.3 Variables de decisión 50

7.2.4 Funciones objetivo 52

7.2.5 Restricciones del modelo 53

7.2.6 Linealización del modelo matemático 58

8. Obtención de soluciones a partir del modelo 59

8.1 Generación de instancias de prueba 59

8.2 Método de las restricciones.....	62
8.3 Validación de modelo	64
8.3.1 Resultados instancia 3.....	64
8.3.2 Resultados instancia 4.....	68
9. Experimentación y análisis de resultados	70
9.1 Construcción de la frontera de Pareto.....	73
9.2 Análisis de los resultados.....	76
10. Conclusiones.....	77
Referencias bibliográficas.....	80

Lista de tablas

Tabla 1. Porcentaje de artículos científicos por aplicación.....	22
Tabla 2. Resumen de la literatura del LRP multiobjetivo aplicado a residuos peligrosos.....	39
Tabla 3. Clasificación de los residuos peligrosos	44
Tabla 4. Grupos de residuos objeto de estudio	45
Tabla 5. Versión del software y características del equipo.....	59
Tabla 6. Instancias de prueba.....	60
Tabla 7. Esquema de generación de parámetros para las instancias del problema.....	61
Tabla 8. Resultados generales costo, riesgo e instalaciones	64
Tabla 9. Instancia 3: Rutas óptimas para la recolección de residuos.....	65
Tabla 10. Instancia 3: Cantidad de residuos depositados en las instalaciones.....	67
Tabla 11. Instancia 3: Transporte de residuos entre instalaciones.....	67
Tabla 12. Instancia 4: Rutas óptimas para la recolección de residuos.....	69
Tabla 13. Instancia 4: Cantidad de residuos depositados en las instalaciones.....	70
Tabla 14. Instancia 4: Transporte de residuos entre instalaciones.....	70
Tabla 15. Resultados computacionales	72
Tabla 16. Identificación de soluciones dominadas	74

Lista de figuras

Figura 1. Etapas de un estudio de investigación de operaciones	17
Figura 2. Etapas de la revisión de literatura.....	17
Figura 3. Etapas de la red de recolección de residuos peligrosos	41
Figura 4. Red de recolección de residuos peligrosos	42
Figura 5. Ruteo de vehículos instancia 3 periodo 1	69
Figura 6. Ruteo de vehículos instancia 4 periodo 1	68
Figura 7. Frontera de Pareto instancia 1	75
Figura 8. Frontera de Pareto instancia 2	75
Figura 9. Frontera de Pareto instancia 3	75
Figura 10. Frontera de Pareto instancia 4	75
Figura 11. Frontera de Pareto instancia 5	75

Lista de apéndices

Los apéndices están adjuntos y pueden ser visualizados en la base de datos de la biblioteca UIS.

Apéndice A. Instancias de prueba

Apéndice B. Pruebas GAMS

Resumen

Título del proyecto: Modelo de localización y ruteo multiobjetivo - multiperiodo aplicado a la gestión de residuos peligrosos para diferentes tipos de productos *

Autora: Paula Andrea Cabrales Navarro **

Palabras claves: Localización y Ruteo, Optimización Multiobjetivo, Gestión de Residuos Peligrosos, Método de las Restricciones.

Descripción:

La gestión de residuos peligrosos representa un desafío a nivel mundial debido a los riesgos ambientales y de salud asociados a su manipulación, transporte y disposición. En este contexto, la planificación integrada de la ubicación de instalaciones y la operación de las rutas de recolección se convierte en un componente clave para garantizar sistemas seguros, eficientes y sostenibles en el tiempo. Este trabajo desarrolla un modelo matemático de localización y ruteo multiobjetivo y multiperiodo que integra la minimización de costos totales y del riesgo de transporte, considerando múltiples criterios de decisión. El modelo combina decisiones estratégicas, tácticas y operativas mediante la selección de instalaciones, la planificación de rutas por periodo y el transporte entre instalaciones, considerando compatibilidades entre residuos, capacidades limitadas y una flota de vehículos heterogénea.

Para dar solución al problema se emplea el método de las restricciones con instancias de tamaño reducido implementadas en el software GAMS, obteniendo fronteras de Pareto que reflejan el conflicto existente entre costo y riesgo y permiten verificar la funcionalidad y consistencia del modelo propuesto. Los resultados evidencian estabilidad en las decisiones de localización y variabilidad en el ruteo, confirmando la coherencia operativa del modelo y su utilidad como herramienta de apoyo para la toma de decisiones en contextos reales de gestión de residuos peligrosos.

* Tesis de Maestría

** Facultad de Ingenierías Fisicomecánicas. Escuela de Estudios Industriales y Empresariales.

Director: Doctor Néstor Raúl Ortiz Pimiento

Abstract

Title: Multi-objective, multi-period location - routing optimization model applied to hazardous waste management for different types of products*

Author: Paula Andrea Cabrales Navarro**

Keywords: Location and Routing, Multi-Objective Optimization, Hazardous Waste Management, Constraints Method.

Description:

Hazardous waste management represents a global challenge due to the environmental and health risks associated with its handling, transport, and disposal. In this context, the integrated planning of facility locations and collection route operations becomes a key component to ensure safe, efficient, and sustainable systems over time. This work develops a multi-objective, multi-period mathematical model for location and routing that integrates the minimization of total costs and transport risk, considering multiple decision criteria. The model combines strategic, tactical, and operational decisions through facility selection, route planning by period, and transport between facilities, considering compatibilities between waste types, limited capacities, and a heterogeneous fleet of vehicles.

To solve the problem, the constraint method is applied using small-scale instances implemented in the GAMS software, obtaining Pareto frontiers that reflect the conflict between cost and risk and allow verification of the functionality and consistency of the proposed model. The results show stability in location decisions and variability in routing, confirming the operational consistency of the model and its usefulness as a decision-support tool in real contexts of hazardous waste management systems.

* Master thesis

**Faculty of Physico-Mechanical Engineering. School of Industrial and Business Studies

Advisor: Doctor Néstor Raúl Ortiz Pimiento

Introducción

En la actualidad, la gestión de residuos constituye una actividad compleja y retadora que requiere una planificación óptima por parte de los entes reguladores de cada país. El crecimiento poblacional, las tendencias hacia la urbanización y el desarrollo económico han ocasionado un incremento drástico en la generación de residuos a nivel mundial (H. Yu & Solvang, 2016). Lo anterior se refleja en altos niveles de contaminación que impactan negativamente la salud pública y la preservación de los recursos naturales del planeta. Uno de los tipos de residuos que requieren especial atención son los residuos peligrosos, los cuales, por sus características, representan un peligro potencial si no son gestionados adecuadamente. Por ello, resulta indispensable garantizar el control apropiado de los procesos de recolección, distribución, tratamiento, reutilización/reciclaje y eliminación de este tipo de desechos.

En este sentido, la implementación de sistemas de gestión de residuos peligrosos (*Hazardous Waste Management Systems, HWMS*) representa una alternativa conveniente para enfrentar dicha problemática. Con el propósito de garantizar la viabilidad técnica y económica, así como la seguridad para las personas y el medioambiente, la planificación de estos sistemas debe contemplar una selección cuidadosa de las instalaciones para el procesamiento o disposición final de estos desechos y del mismo modo, la determinación óptima de las rutas de transporte que minimicen el riesgo (Yilmaz et al., 2017). Para lograr lo anterior, diversos autores han implementado modelos de optimización basados en técnicas de investigación de operaciones, los cuales ayudan a los responsables de la toma de decisiones a resolver dichos cuestionamientos, logrando no solo ahorros en términos económicos, sino también beneficios para la sociedad (Ghiani et al., 2014).

De este modo, con el fin de implementar estrategias que contribuyan a la adecuada gestión de los residuos peligrosos y a partir de un enfoque basado en la metodología propuesta por Hillier y Lieberman (2010) para un estudio de investigación de operaciones, el presente trabajo plantea el desarrollo de un modelo de localización y ruteo multiobjetivo- multiperiodo aplicado a este tipo de desechos. El modelo permite determinar conjuntamente las decisiones estratégicas relacionadas con la localización de instalaciones, tales como centros de acopio o centros de tratamiento, incineración y reciclaje y, por otra parte, desde el punto de vista táctico y operativo, evalúa las decisiones sobre el diseño de las rutas y la asignación a las mismas de una flota de vehículos heterogénea según el tipo de residuo peligroso transportado. Lo anterior, considerando dos objetivos de estudio: la minimización de los costos y del riesgo.

Teniendo en cuenta que el problema se formula como un diseño multiobjetivo, se emplea el método de las restricciones para validar la funcionalidad del modelo matemático, utilizando instancias adaptadas de la literatura. El resultado es un frente de Pareto que facilita al tomador de decisiones la identificación de la solución más adecuada según los requerimientos y necesidades del sistema (Toro et al., 2017).

Este documento está estructurado de la siguiente manera: en la sección 1 se presentan los objetivos del trabajo de investigación; la sección 2 detalla el planteamiento y justificación del problema; en la sección 3 se muestra la proposición de la investigación; la sección 4 describe la metodología implementada; en la sección 5 se presenta la revisión de literatura asociada al problema de localización y ruteo multiobjetivo; las secciones 6 y 7 detallan el diseño del sistema, y el modelo matemático; y las secciones 8 y 9 describen la experimentación y el análisis de resultados. Finalmente, la sección 10 presenta las conclusiones y consideraciones para futuras investigaciones.

1. Objetivos

1.1 Objetivo general

Diseñar un modelo de optimización de localización y ruteo multiobjetivo - multiperiodo aplicado a la gestión de residuos peligrosos para diferentes tipos de productos.

1.2 Objetivos específicos

- Identificar formulaciones matemáticas asociadas al problema de localización y ruteo multiobjetivo, a partir de una revisión de literatura, con el propósito de caracterizar los diferentes objetivos y métodos de solución implementados.
- Formular un modelo de localización y ruteo multiobjetivo - multiperiodo ajustado a las condiciones asociadas a la gestión de residuos peligrosos para diferentes tipos de productos.
- Implementar un enfoque exacto para dar solución al problema.
- Validar el modelo programado a partir de la experimentación con instancias adaptadas de la literatura.

2. Planteamiento y justificación del problema

El progresivo desarrollo industrial y tecnológico de los últimos años ha incrementado la generación de residuos en el planeta, así como las problemáticas derivadas de su inadecuada gestión. La producción de desechos está directamente relacionada con la urbanización y el crecimiento económico; por lo tanto, a medida que aumentan los ingresos y mejora la calidad de vida de las personas, también lo hace el consumo de bienes y servicios, ocasionando un volumen creciente de residuos (Hoornweg & Bhada-Tata, 2012). La gestión inapropiada de estos desechos

produce efectos adversos sobre la salud pública y el medio ambiente, reflejados en la contaminación del agua, el suelo y la atmósfera.

De acuerdo con la normatividad colombiana, se considera residuo peligroso aquel tipo de desecho que, por sus características corrosivas, reactivas, explosivas, tóxicas, inflamables, infecciosas o radiactivas, puede causar riesgos, daños o efectos no deseados, directos e indirectos, sobre la salud humana y el ambiente (Ley 1252 de 2008). Según el Informe Nacional de Residuos o Desechos Peligrosos 2023 del IDEAM, Colombia generó 719.978 toneladas de residuos peligrosos, un 10 % más que en 2022, mientras que, a nivel mundial, la cifra alcanzó 375.649 millones de toneladas (IDEAM, 2024). Este panorama evidencia la urgencia de fortalecer los Sistemas de Gestión de Residuos Peligrosos (*Hazardous Waste Management Systems, HWMS*) los cuales mediante marcos regulatorios y estrategias operativas buscan garantizar la recolección, el tratamiento y la disposición adecuada de los desechos (H. Yu & Solvang, 2016).

La gestión eficiente de estos residuos implica decisiones estratégicas, tácticas y operativas, como la localización de instalaciones y el diseño de rutas de recolección. Estos aspectos pueden modelarse como problemas de optimización de localización y ruteo. Diversos autores han abordado estos modelos desde un enfoque multiobjetivo, integrando criterios económicos, sociales y ambientales con el fin de minimizar costos, riesgos e impactos ecológicos, y así favorecer la sostenibilidad en la cadena de suministro.

En este contexto, la presente investigación busca diseñar una red logística para la recolección y transporte de residuos peligrosos, abordando el problema mediante la formulación de un modelo de localización y ruteo multiobjetivo. Este enfoque permite integrar de manera conjunta las decisiones de ubicación de instalaciones y el diseño de rutas de vehículos, considerando simultáneamente el costo total del sistema y el riesgo asociado al transporte.

La propuesta incorpora múltiples periodos con demanda conocida y variable, diferentes tipos de residuos y una flota heterogénea definida según la compatibilidad entre ellos, lo que permite una representación más cercana a condiciones reales. Asimismo, se plantea la aplicación de un método exacto multiobjetivo para la resolución y análisis del problema, con el fin de evaluar el desempeño del modelo y generar evidencia teórica sobre su comportamiento.

3. Proposición

La presente investigación considera la siguiente proposición: A partir del modelo matemático propuesto es posible integrar la optimización del costo y riesgo en las decisiones de localización y ruteo con múltiples periodos aplicado a la gestión de residuos peligrosos para un problema multiproducto con flota heterogénea.

4. Metodología

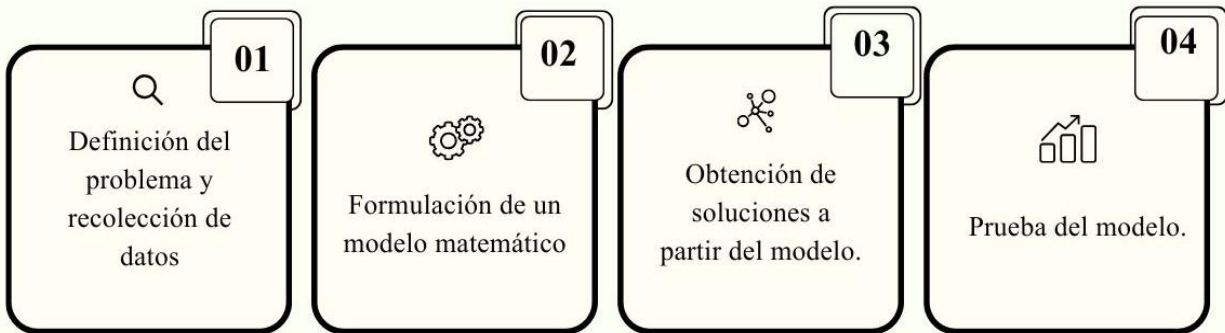
Siguiendo la metodología planteada por Hillier y Lieberman (2010), que sintetiza las principales fases de un estudio de Investigación de Operaciones, se describen las etapas metodológicas desarrolladas en la presente investigación (Figura 1).

4.1 Definición del problema y recolección de datos

Esta primera fase tiene como propósito analizar la evolución del problema de localización y ruteo multiobjetivo en el tiempo, identificando las principales aplicaciones en diferentes tipos de cadenas de suministro, con énfasis en los estudios enfocados en la gestión de residuos peligrosos.

Figura 1

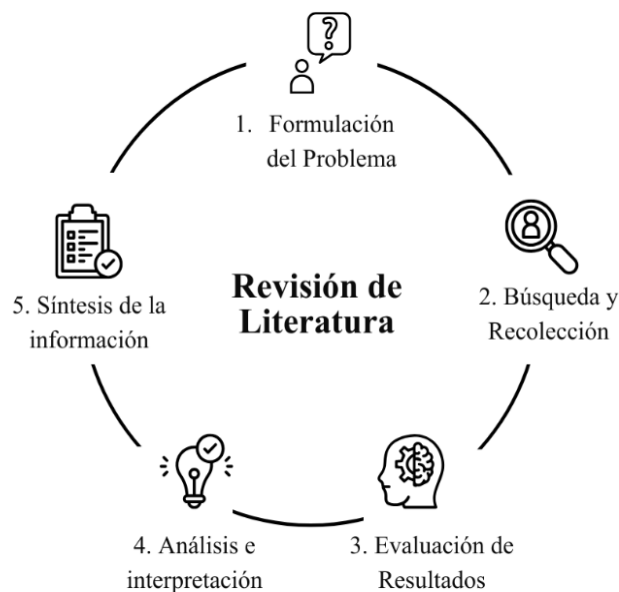
Etapas de un estudio de investigación de operaciones



La revisión se desarrolla siguiendo las fases metodológicas propuestas por Randolph (2009), presentadas en la Figura 2. A partir del análisis de la literatura, se definen las características y supuestos del modelo propuesto, así como los objetivos considerados en su formulación multiobjetivo. Igualmente, se identifican y comparan los métodos de solución empleados en investigaciones anteriores. Este proceso constituye la base conceptual para el desarrollo del modelo y la selección del enfoque de optimización adoptado en la investigación.

Figura 2

Etapas de la revisión de literatura



4.2 Formulación de un modelo matemático

De acuerdo con la definición del problema, en esta segunda fase se construye el modelo de optimización basado en el problema de localización y ruteo de vehículos con múltiples objetivos aplicado a la gestión de residuos peligrosos. Para ello, se determinan los siguientes elementos:

- Índices y parámetros de entrada asociados al modelo.
- Variables de decisión relacionadas con la localización de instalaciones, el ruteo de vehículos y el transporte entre instalaciones, que incluyen variables enteras positivas y binarias.
- Funciones objetivo para la minimización de costos totales y minimización del riesgo de transporte.
- Conjunto de restricciones que integran el modelo.

A partir de lo anterior, se formula y construye el modelo matemático de acuerdo con las características planteadas.

4.3 Obtención de soluciones a partir del modelo

Con el objetivo de dar solución al modelo formulado en la etapa anterior, se aplica el método exacto multiobjetivo, conocido como método de las restricciones (*epsilon-constraint method*), mediante la programación en el software GAMS. Para ello, esta fase contempla la definición de cinco instancias adaptadas de la literatura, incluyendo supuestos propios ajustados al diseño del sistema y la aplicación del método de solución propuesto con seis valores de ϵ para cada instancia diseñada.

4.4 Prueba del modelo

En esta etapa se ejecuta el programa con el propósito de verificar la validez de los resultados y corroborar que el modelo cumple con las características definidas, asegurando la

coherencia de los datos obtenidos. De igual manera, se evalúa el comportamiento de las fronteras de Pareto generadas para cada instancia, así como el desempeño de las funciones objetivo planteadas en el modelo.

5. Revisión de la literatura

El problema de localización y ruteo (*Location Routing Problem, LRP*) como su nombre lo indica, integra simultáneamente las decisiones sobre la ubicación de instalaciones y el diseño de las rutas de recolección asignadas a una determinada flota de vehículos. Tradicionalmente, uno de los aspectos más comunes asociados a este problema es que los costos constituyen el único objetivo a optimizar (D. Liu et al., 2021). No obstante, con el creciente interés en el desarrollo de cadenas de suministro sostenibles, en la actualidad se han incorporado componentes económicos, sociales y ambientales en la formulación y resolución de este tipo de problemas (Ebrahimi, 2018).

5.1 Problema de localización y ruteo (LRP)

El problema de localización y ruteo constituye una de las principales temáticas dentro del campo de la logística y la investigación de operaciones (Rabbani et al., 2020). En este problema, las decisiones sobre la ubicación de distintos tipos de instalaciones se toman de manera simultánea con las decisiones de enrutamiento de vehículos (Drexl & Schneider, 2015). En consecuencia, el LRP combina las características del problema de localización de instalaciones (*Facility Location Problem, FLP*) y el problema de ruteo de vehículos (*Vehicle Routing Problem, VRP*), integrando decisiones estratégicas con decisiones tácticas y operativas asociadas a cada uno de estos problemas (Beiki et al., 2021).

Si bien una de las primeras publicaciones relacionadas con el LRP fue presentada por (Maranzana, 1964), los estudios formales sobre el tema se atribuyen a (Balakrishnan et al., 1987), quienes señalan que la combinación de decisiones a corto y mediano plazo, como el enrutamiento de vehículos, con decisiones a largo plazo, como la localización de instalaciones, permite obtener resultados más eficientes, pese a incrementar la complejidad del modelo. En este sentido, resolver ambos problemas de forma independiente no garantiza los mejores resultados (Salhi & Rand, 1989), dado que las decisiones de localización pueden influir en las decisiones de ruteo, al ser ambas partes esenciales del diseño global de la cadena de suministro.

La literatura reporta múltiples variantes del LRP, entre las que se incluyen el LRP capacitado, LRP con recogida y entrega simultánea, LRP con ventanas de tiempo, LRP con flota heterogénea, entre otros (Qiu et al., 2020b). Entre las revisiones más destacadas sobre este problema se encuentran los trabajos de Nagy y Salhi (2006) y Prodhon y Prins (2014), que evidencia la evolución y diversificación del problema a lo largo de los años.

Desde la perspectiva de los objetivos que aborda, la mayoría de los estudios sobre el LRP se centran en la minimización de los costos, incluyendo tanto los costos de apertura de instalaciones como los asociados al ruteo. Sin embargo, en los sistemas logísticos actuales y en la gestión de la cadena de suministro y procesos de distribución, las decisiones suelen involucrar múltiples objetivos en conflicto, lo que ha impulsado el desarrollo de modelos de optimización multiobjetivo (Safari et al., 2021a).

5.2 Problema de localización y ruteo multiobjetivo (MOLRP)

Los problemas de optimización multiobjetivo implican un proceso computacional complejo, en el que no es posible obtener una solución que optimice simultáneamente todos los objetivos, los cuales, por lo general, presentan conflictos entre sí (Cabrales-Navarro et al., 2023).

La mayoría de las investigaciones incluyen la minimización de costos como uno de los objetivos, sin embargo, los estudios recientes han incorporado también la minimización de riesgos, impactos ambientales, balance de carga de trabajo, entre otros, dando lugar al problema de localización y ruteo multiobjetivo (X. Yu et al., 2020a).

Debido a la diversidad de objetivos y contextos que caracteriza al LRP multiobjetivo, el enfoque de esta revisión se centra en la categorización de los documentos seleccionados según sus distintos escenarios de aplicación y las formulaciones propuestas para cada una de las categorías. A partir de esta clasificación, se realiza un análisis más detallado de los estudios asociados con la gestión de residuos peligrosos, incluyendo sus objetivos de estudio y los principales métodos de solución implementados.

Respecto a sus aplicaciones, en la literatura este problema se aborda en distintos tipos de cadena de suministro, tales como recolección de residuos (*Waste Collection*), distribución de ayuda humanitaria (*Relief Distribution*), el problema de localización y ruteo verde (*GLRP, Green Location Routing Problem*), productos perecederos (*Perishable Products*) y cadena de frío (*Cold Chain*). En menor medida, se han desarrollado estudios vinculados con la distribución de bebidas (*Beverage Distribution*), la distribución de neumáticos (*Tire Supply Chain*) y las ventas en línea (*Online Shopping*). Asimismo, se encuentran otras formulaciones aplicadas a casos específicos que no se enmarcan dentro de una cadena de suministro particular.

La Tabla 1 presenta el porcentaje de artículos científicos por cada tipo de aplicación, evidenciando una alta concentración de estudios relacionados con la recolección de residuos, de los cuales el 72% de ellos se enfocan específicamente en la gestión de residuos peligrosos (*Hazardous Waste*).

Tabla 1*Porcentaje de artículos científicos por aplicación*

Aplicación	Número de Publicaciones	Porcentaje
Recolección de Residuos	52	40,3%
Investigaciones Generales	25	19,4%
Distribución de Ayuda Humanitaria	22	17,1%
Logística Verde	13	10,1%
Productos Perecederos	6	4,7%
Cadena de Frío	5	3,9%
Distribución de Bebidas	3	2,3%
Ventas en línea	2	1,6%
Distribución de Neumáticos	1	0,8%
Total	129	100%

A continuación, se presentan los estudios representativos para el problema de localización y ruteo multiobjetivo, abordados desde diferentes contextos y tipos de cadena de suministro.

5.2.1 Recolección de residuos

La recolección de residuos es una de las aplicaciones más relevantes asociadas al LRP. Este proceso inicia con la etapa de recolección, en la cual los residuos son retirados de los puntos de almacenamiento para ser posteriormente transportados a su destino final. No obstante, además de definir las rutas de recolección, es fundamental determinar la ubicación de las instalaciones, depósitos y puntos de eliminación o tratamiento. En este contexto, Rabbani et al. (2017) y Farrokhi-Asl et al. (2017), abordan problemas asociados a la gestión de residuos, formulando modelos que consideran vehículos con múltiples compartimentos, para optimizar dos objetivos principales: minimizar los costos totales de apertura de depósitos y puntos de disposición, así como los costos fijos y variables de las rutas de recolección y, por otro lado, desde una perspectiva social, maximizar la distancia entre los clientes y los puntos de disposición, considerando los riesgos derivados de la exposición a estos sitios.

Entre otros tipos de residuos, Yang et al. (2022) analizan la logística de recolección y disposición de electrodomésticos desechados, enfocándose en la minimización de costos y riesgos; mientras que M. Zhao y Chen (2025) estudian la recolección de baterías usadas mediante un modelo de localización y ruteo con ventanas de tiempo, orientado a los mismos objetivos. La mayoría de las investigaciones multiobjetivo en este ámbito se centran en la gestión de residuos peligrosos, temática que se describe con mayor detalle en la Sección 5.3.1 de este documento. Este enfoque ha cobrado especial relevancia debido a los riesgos ambientales y de salud pública asociados al manejo inadecuado de estos materiales.

5.2.2 Distribución de ayuda humanitaria

La logística de emergencia se entiende como el proceso de planificación, gestión y control eficiente del flujo de recursos desde los centros de ayuda en una situación de emergencia hasta las zonas afectadas (Sheu, 2007). Para lograrlo, diversos estudios han formulado modelos de localización y ruteo multiobjetivo que optimizan criterios económicos, sociales, humanitarios, entre otros. En este contexto, uno de los principales objetivos implementados es maximizar la demanda atendida y garantizar la entrega oportuna de alimentos, medicinas y otros suministros básicos (Rath & Gutjahr, 2014). Algunos autores interpretan la satisfacción de la demanda como la optimización del tiempo de entrega, por lo cual formulan modelos matemáticos orientados a minimizar el tiempo de viaje (H. Wang et al., 2014; Vahdani et al., 2018; Beiki et al., 2021).

La naturaleza impredecible de los desastres hace que la optimización estocástica sea fundamental en la planificación de redes logísticas humanitarias. Estos modelos permiten manejar la incertidumbre en parámetros como la demanda, tiempos de viaje o costos de transporte, fortaleciendo la adaptabilidad de las redes logísticas de emergencia ante escenarios inciertos. Bozorgi-Amiri y Khorsi (2016) incorporan estos elementos en un modelo multiperiodo que

considera variaciones en los niveles de demanda y los costos operativos. Posteriormente, B. Zhang et al. (2018) y Shen et al. (2019) amplían este enfoque incluyendo la minimización de emisiones de CO₂ bajo incertidumbre, integrando así la sostenibilidad ambiental como un nuevo criterio de optimización. Algunos autores han introducido objetivos complementarios, como el balance de carga de trabajo entre el personal de socorro (Mohammadi et al., 2020) o la equidad en la atención a los beneficiarios (Long et al., 2021). En esta misma línea, Khorsi et al. (2021) y Khorsi et al. (2021) desarrollan modelos multiperiodo que consideran la incertidumbre en la demanda.

Otros estudios se enfocan en objetivos puramente humanitarios, buscando reducir el tiempo de espera y maximizar la atención a los afectados (Nedjati et al., 2017). Desde una perspectiva social y económica, Khanchezarrin et al. (2022) introducen un nuevo modelo que considera las donaciones públicas dentro de su formulación, para lograr la maximización de la eficiencia de los bienes suministrados, mientras que Kian et al. (2022) desarrollan una red logística para la distribución de transferencias monetarias dirigidas a refugiados, buscando maximizar el número de beneficiarios y minimizar riesgos de seguridad.

En años recientes, la planificación previa y la respuesta temprana también han ganado relevancia. De Veluz et al. (2023) plantean un modelo multiobjetivo que busca reducir costos, tiempos de viaje y número de vehículos requeridos durante evacuaciones. De forma similar, Baygan et al. (2024) integran la evacuación y la distribución de suministros vitales para optimizar el tiempo de respuesta post-desastre. Por su parte, Ren et al. (2024) añaden factores psicológicos y de pánico social, proponiendo minimizar costos totales y maximizar la eficiencia en el uso de materiales. Finalmente, Bombang et al. (2025) aplican un modelo para equilibrar costos y tiempos de servicio en una catástrofe real en Indonesia, reforzando la aplicabilidad práctica de estos enfoques.

5.2.3 Logística verde

La logística verde busca reducir los impactos del transporte, especialmente las emisiones de carbono y el consumo de combustible, mediante modelos de localización y ruteo multiobjetivo que integran criterios económicos, ambientales y sociales. Una primera línea de investigación incluye modelos bi-objetivo orientados a minimizar costos y emisiones de CO₂. Toro et al. (2016, 2017) proponen formulaciones para problemas de ruteo abierto y capacitado, incorporando emisiones de gases de efecto invernadero y consumo de combustible. De manera similar, estos objetivos fueron implementados por Heidari et al. (2023) en un modelo multi-escalón, y por H. X. Zhang y Zhang (2022), quienes integran la minimización de los tiempos de entrega.

Otra tendencia reciente se centra en modelos multiobjetivo estocásticos, que incorporan incertidumbre en la demanda. Alamatsaz et al. (2022) desarrollan un modelo capacitado que combina características realistas como la satisfacción de los conductores, ventanas de tiempo, demanda incierta y congestión vial. Roosta et al. (2023) extienden esta idea con un enfoque robusto que considera incertidumbre en la demanda y posibles fallos en depósitos y rutas, orientado a operaciones en condiciones de crisis.

Por último, se observa un crecimiento de modelos sostenibles que incluyen criterios sociales, tecnológicos y de política ambiental. Galindres et al. (2023) integran dimensiones sociales buscando mejorar el balance de carga laboral entre conductores, mientras que Amiri et al. (2023) incorporan flotas mixtas de camiones eléctricos y convencionales con el objetivo de optimizar costos y emisiones. De forma complementaria, los modelos más recientes destacan diferentes aspectos de la logística verde: B. Chen et al. (2024) desarrollan un modelo multiobjetivo y multiperiodo para optimizar costos, tiempos de entrega, emisiones y satisfacción del cliente; Niu et al. (2024) aplican un enfoque similar para la gestión de residuos municipales; y Su y Sukhotu

(2025) estudian el impacto de impuestos al carbono en la operación logística mediante un modelo que minimiza costos y emisiones. Estos estudios evidencian la evolución hacia una logística verde más integral, capaz de considerar simultáneamente criterios económicos, ambientales y sociales.

5.2.4 Productos perecederos

En el ámbito de los productos perecederos, la eficiencia logística depende de garantizar la calidad del producto durante la distribución, lo que exige realizar las entregas dentro de las ventanas de tiempo establecidas por el cliente (H.-K. Chen et al., 2009). En este sentido, los modelos de localización y ruteo se han enfocado principalmente en optimizar el costo y el tiempo de entrega, variables estrechamente ligadas a la pérdida de frescura y a la satisfacción del cliente.

Una línea importante de investigación busca equilibrar la eficiencia operativa y la sostenibilidad ambiental. Govindan et al. (2014) incorporan el impacto de las emisiones de CO₂ en un modelo de dos escalones con ventanas de tiempo, mientras que Khalili-Damghani et al. (2015) añaden el balance de carga laboral en conflicto con la minimización de los costos. En la misma dirección, Mahmoodirad et al. (2021) amplían este enfoque formulando un modelo que integra los tres pilares de la sostenibilidad: económico, ambiental y social, proponiendo soluciones que reducen costos y emisiones, pero también fomentan la generación de empleo.

Otros estudios se centran en la complejidad operativa de las redes de suministro de productos perecederos. Li et al. (2019) consideran múltiples productos, diferentes tipos de vehículos y varios puntos de distribución. Por otro lado, Navazi et al. (2019) incorporan entrega y recogida simultánea y flotas de doble compartimiento, mejorando la flexibilidad del transporte. Finalmente, Meidute-Kavaliauskiene et al. (2022) introducen la incertidumbre en los parámetros de tiempo, costo y demanda, integrando la satisfacción del cliente como un componente del proceso de optimización.

5.2.5 Cadena de frío

La cadena de frío comprende el transporte de productos que requieren mantener una temperatura controlada para conservar su calidad, lo que implica un mayor consumo energético y emisiones de carbono. Por tanto, los modelos de localización y ruteo en este ámbito buscan equilibrar la eficiencia económica, el impacto ambiental y la satisfacción del cliente. Con este fin, Z. Wang et al. (2020) desarrollan un modelo bi-objetivo que considera la minimización de costos, incluyendo el consumo de combustible, y la reducción del tiempo de distribución como indicador de satisfacción del cliente. Posteriormente, Leng, Zhang, Zhang, et al. (2020a, 2020b) amplían este enfoque incorporando criterios económicos, ambientales y sociales, destacando la minimización del daño a la carga como componente social clave.

De forma complementaria, Leng, Zhang, Zhao, et al. (2020) formulan un modelo centrado en maximizar la satisfacción del cliente y minimizar los tiempos de espera tanto de los vehículos como de los destinatarios, reforzando la eficiencia de la red logística. Finalmente, Qiu et al. (2020) proponen una extensión de los modelos anteriores que minimiza los costos del sistema, las emisiones totales (CO_2 , CH_4 y N_2O), los tiempos medios de espera y el daño asociado a las cargas.

5.2.6 Otras aplicaciones

La literatura reporta un número reducido de estudios que aplican el modelo de localización y ruteo multiobjetivo a casos menos comunes, tales como:

Distribución de bebidas: Las redes de distribución de bebidas suelen involucrar varias plantas de producción, centros de distribución intermedios y clientes finales, configurando un problema de transporte, localización y ruteo (*Transporting Location Routing Problem, TLRP*), el cual es considerado una extensión del LRP de dos escalones. Martínez-Salazar et al. (2014) presentan por primera vez este problema con múltiples objetivos, incluyendo la minimización de

costos de distribución y el balance de la carga de trabajo de los conductores. Estudios posteriores amplían el problema incorporando múltiples productos, ventanas de tiempo y reducción de emisiones de CO₂ (Rabbani, Navazi, et al., 2018), así como condiciones de incertidumbre en la demanda para optimizar costos y satisfacción del cliente (Y. Wang et al., 2018).

Ventas en línea: En el ámbito de las ventas en línea, Du et al. (2023) diseñan un problema de dos escalones que busca reducir costos y emisiones de carbono, maximizando la satisfacción del cliente como estrategia competitiva. De igual manera, Su et al. (2025) desarrollan un modelo sostenible multiobjetivo aplicado a la logística urbana de comercio electrónico, incorporando costos, emisiones y cumplimiento de ventanas de tiempo.

Distribución de Neumáticos: En la industria de neumáticos, Ebrahimi (2018) propone un modelo estocástico que incorpora criterios de sostenibilidad y busca minimizar costos y emisiones de CO₂, al mismo tiempo que maximiza la capacidad de respuesta de la red integrada.

5.2.7 Investigaciones generales

Diversos estudios han desarrollado modelos matemáticos de localización y ruteo sin centrarse en aplicaciones específicas, abordando objetivos económicos, ambientales y de servicio. Los modelos bi-objetivo incluyen diferentes combinaciones como la minimización de costos y balance de carga de trabajo (J. Liu & Kachitvichyanukul, 2015; Tavakkoli-Moghaddam et al., 2010) o la maximización de la demanda atendida (Tri et al., 2019). Algunos trabajos incorporan incertidumbre en sus modelos. Por ejemplo, Ghaffari-Nasab et al. (2013) y Ghasemi et al. (2023) proponen tiempos de viaje probabilísticos bajo un enfoque estocástico, considerando la minimización del tiempo de entrega. Hajghani et al. (2023), Mahdavi y Ramezani (2025) y Khalili-Fard et al. (2024) desarrollan modelos bajo incertidumbre que integran objetivos para la minimización de costos, emisiones de CO₂ y sostenibilidad.

Se han explorado también modelos multiobjetivo que incluyen: tiempo de espera del cliente y tiempo de servicio (Leng et al., 2019); confiabilidad de rutas y balance del sistema (Safari et al., 2021); equilibrio de la distancia recorrida por los vehículos (Golmohammadi et al., 2016); minimización de costos asociados a la contratación de vehículos (Rodríguez-Escoto et al., 2025); y optimización del número de vehículos utilizados (Tan et al., 2025).

Respecto a la formulación matemática, se han abordado problemas con recogida y entrega simultánea y ventanas de tiempo por H. Wang et al. (2014), ampliado posteriormente por Mamaghani y Davari (2020) en su versión periódica. Por su parte, Y. Wang et al. (2023) proponen un modelo de dos escalones, multi-depósito y multiperiodo, que también considera recogida y entrega simultánea. Estos estudios muestran cómo los problemas de localización y ruteo multiobjetivo se han abordado desde diferentes perspectivas, considerando escenarios de operación más realistas.

5.3 Problema de localización y ruteo multiobjetivo aplicado a residuos peligrosos

Se entiende por residuos peligrosos (*Hazardous Waste*) aquellos que presentan propiedades como toxicidad, corrosividad, inflamabilidad y reactividad química, constituyendo un riesgo potencial tanto para los seres humanos como para el medio ambiente (Rabbani et al., 2019). Debido a los peligros asociados, es necesario implementar un control riguroso para su recolección, transporte, tratamiento, reciclaje y disposición final. Para ello, se han desarrollado los sistemas de gestión de residuos peligrosos (*Hazardous Waste Management, HWM*), que buscan garantizar su manejo adecuado (Samanlioglu, 2013). Estos sistemas permiten determinar la ubicación óptima de instalaciones, como sitios de tratamiento o disposición, así como planificar las rutas de recolección, considerando factores como costos de apertura y transporte, riesgos, impactos medioambientales e incluso restricciones regulatorias gubernamentales (Asgari et al., 2017).

Teniendo en cuenta lo anterior, la siguiente sección tiene como finalidad describir las principales funciones objetivo empleadas para la optimización de problemas de localización y ruteo multiobjetivo aplicados a residuos peligrosos, presentando un resumen cronológico de las investigaciones en esta área. Posteriormente, se plantean los métodos de solución más utilizados para abordar este problema, así como las principales conclusiones y oportunidades de investigación asociadas a esta temática.

5.3.1 Formulaciones multiobjetivo del LRP aplicado a residuos peligrosos

Los modelos matemáticos del LRP aplicados a la gestión de residuos peligrosos se han desarrollado principalmente como problemas multiobjetivo orientados a minimizar costos y riesgos (Asgari et al., 2017). El componente económico suele ser el más relevante e incluye los costos de transporte, así como los costos fijos de apertura de instalaciones de tratamiento, reciclaje o disposición final. Paralelamente, se han incorporado objetivos complementarios relacionados con la reducción del riesgo, la equidad en su distribución, los impactos ambientales, el balance de la carga de trabajo y la satisfacción del cliente.

Entre los primeros aportes se destaca el trabajo de Zografos y Samara (1989), quienes diseñan una red de distribución que considera tres objetivos de minimización: el riesgo de localización, el riesgo de transporte y el tiempo de viaje, con el fin de determinar la ubicación de los sitios de disposición y las rutas de recolección de residuos. Posteriormente, ReVelle y Cohon (1991) formulan un modelo orientado a la reducción de costos y riesgos de transporte, siendo este último, medido en función de la población expuesta a los residuos peligrosos. Current y Ratick (1995) y Giannikos (1998) amplían estos enfoques al incorporar la equidad en la distribución del riesgo, medida que se calcula como el riesgo máximo por unidad de población en cada zona.

Con el tiempo, las investigaciones evolucionaron hacia modelos más realistas que incluyen múltiples tipos de residuos. List y Mirchandani (1991) fueron pioneros al integrar diferentes clases de residuos en un modelo que considera el riesgo total (compuesto por el riesgo de transporte y el riesgo de localización), los costos de transporte y la maximización de la equidad del riesgo. Sin embargo, este último objetivo dejó de implementarse debido a que la búsqueda de una distribución equitativa del riesgo implicaba incrementar el número de instalaciones, reduciendo así su nivel de utilización.

Años después, Alumur y Kara (2007) proponen un estudio innovador al incorporar por primera vez condiciones de compatibilidad entre los tipos de residuos y los procesos de tratamiento. A partir de este avance, la literatura comenzó a incorporar nuevos criterios y restricciones, ampliando el alcance de los modelos. Caballero et al. (2007), por ejemplo, abordan la localización de plantas de incineración y el diseño de rutas en un problema enfocado en la gestión de residuos sólidos de origen animal. Más adelante, J. Zhao y Zhao (2010) introducen la gestión de residuos secundarios generados en los centros de tratamiento, los cuales se trasladan a los sitios de disposición final. Por otra parte, Y. Zhang y Zhao (2011) presentan una de las primeras contribuciones bajo condiciones de incertidumbre, modelando la generación de residuos mediante variables difusas.

Siguiendo la línea de investigación planteada por Alumur y Kara (2007), Samanlioglu (2013) desarrolla un modelo integral para la red de gestión de residuos peligrosos que incluye generación, tratamiento, reciclaje, disposición final y las rutas de transporte entre nodos. Lo anterior, con el objetivo de minimizar los costos totales del sistema, los riesgos de transporte y los riesgos de exposición, constituyendo uno de los diseños más completos en la literatura (Farrokhi-Asl et al., 2020).

Con el propósito de ampliar este planteamiento, J. Zhao y Huang (2015) y J. Zhao et al. (2016) incorporan restricciones de capacidad y medidas de tolerancia al riesgo entre las rutas, mientras que J. Zhao y Verter (2015) aplican por primera vez el modelo a la gestión de aceites usados, introduciendo un sistema de rutas cerradas. Por su parte, Yilmaz et al. (2017) aportan una clasificación sistemática de los residuos peligrosos, estructurada en siete categorías según sus características y métodos de tratamiento asociados.

Desde el punto de vista operativo, Rabbani, Heidari, et al. (2018) incorporan un nuevo modelo que incluye flota de vehículos heterogénea y restricciones de compatibilidad entre residuos. Hu et al. (2019) introducen la maximización de la satisfacción del cliente como objetivo adicional, incorporando ventanas de tiempo suaves para su cumplimiento. En cuanto al ámbito temporal, J. Zhao y Huang (2019) abordan por primera vez un horizonte de planeación con múltiples periodos y Rabbani et al. (2019) avanzan proponiendo un modelo estocástico multiperiodo que considera incertidumbre en la generación de residuos y la exposición poblacional al riesgo. Posteriormente, Rabbani et al. (2020) amplían su enfoque a la industria automotriz, manteniendo la heterogeneidad vehicular, aunque sin considerar múltiples periodos ni incertidumbre.

La investigación en esta temática también ha evolucionado hacia enfoques orientados a la sostenibilidad ambiental. Farrokhi-Asl et al. (2020) incluyen las emisiones de CO₂ y el consumo de combustible como componentes del costo total, mientras que Delfani et al. (2020) proponen formalmente el problema de localización y ruteo verde (GLRP) para residuos peligrosos integrando costo, riesgo y emisiones en los objetivos. De forma complementaria, Nikzamir y Baradaran (2020) aplican un modelo similar a residuos sanitarios, centrado únicamente en la reducción de emisiones y Saeidi et al. (2021) plantean un enfoque sostenible que combina la

maximización del beneficio con la minimización de contaminación visual y emisiones de CO₂. Zabihian-Bisheh et al. (2024) extienden el trabajo presentado por Rabbani, Heidari, et al. (2018) al incorporar simultáneamente la minimización de costos totales, riesgos de transporte e instalaciones, y emisiones de CO₂.

Además de la sostenibilidad, el tratamiento de la incertidumbre ha cobrado relevancia en la literatura. Ziaei & Jabbarzadeh (2021) incorporan probabilidades de accidente, factores de emisión y costos de instalación bajo condiciones inciertas en la industria petrolera, mientras que Delfani et al. (2021), H. Yu et al. (2020) y Ke y Bookbinder (2023) abordan la minimización de costos y riesgos en redes complejas de gestión de residuos peligrosos considerando la variabilidad en los parámetros del sistema. Por otra parte, Rabbani et al. (2021) incorporan en su modelo una función objetivo orientada al balance de carga de trabajo, resaltando la importancia de mejorar la productividad del personal a partir de una distribución equitativa de las tareas.

Durante los últimos años, la atención se ha dirigido hacia la gestión de residuos médicos y hospitalarios, debido a su impacto sanitario y ambiental. Los primeros modelos surgen en respuesta a la pandemia de COVID-19, abordando simultáneamente riesgo, costos y eficiencia operativa (Govindan et al., 2021; Tirkolaee et al., 2021; J. Zhao et al., 2021; Raeisi & Jafarzadeh Ghouschi, 2022). A partir de estos trabajos iniciales, la investigación se ha expandido hacia formulaciones más sostenibles. Por ejemplo, Govindan et al. (2022) desarrollan un modelo bi-objetivo multi-ítem y multiperiodo bajo un enfoque de economía circular, considerando la incertidumbre en la generación de residuos, mientras que Kordí et al. (2023) proponen un modelo multiobjetivo para la gestión de residuos dentales que incorpora costos, contaminación ambiental, riesgo poblacional y desviaciones temporales en un entorno multiperiodo e incierto.

Más recientemente, Govindan et al. (2024) integran herramientas de la Industria 4.0 para mejorar la eficiencia operativa y reducir el riesgo poblacional en la gestión de residuos sanitarios. De manera similar, Frikha y Daami (2024) y Feyzli et al. (2025) desarrollan modelos sostenibles multiobjetivo para la gestión de residuos médicos durante pandemias, equilibrando aspectos sociales, económicos y ambientales.

Otros estudios han explorado la incorporación de incertidumbre dinámica y predicción de residuos. Zhu et al. (2024) proponen un modelo de logística inversa que emplea el esquema epidemiológico SEIR para estimar la generación de residuos bajo escenarios rutinarios o de emergencia. J. Zhao et al. (2025) integran redes neuronales y restricciones difusas en un modelo bi-objetivo urbano que optimiza ubicación de instalaciones, adquisición de vehículos y rutas bajo incertidumbre. Finalmente, Palomino-Perez et al. (2024) presentan un caso aplicado al contexto colombiano, diseñando una red logística inversa para residuos médicos que considera depósitos, rutas, ventanas de tiempo y tipos de residuos.

5.3.2 Métodos de solución

La presencia de múltiples objetivos en el problema de localización y ruteo incrementa la dificultad de los modelos; por ello, se han empleado tanto métodos exactos como heurísticos y metaheurísticos para resolverlos de manera eficiente (H. Yu et al., 2020). Dado que el LRP es un problema NP-hard y los objetivos suelen ser contradictorios; los algoritmos evolutivos multiobjetivo (*Multi-objective Evolutionary Algorithms, MOEAs*) han adquirido una amplia aceptación para abordar instancias de gran escala en tiempos razonables, mientras que los métodos exactos continúan siendo utilizados en problemas de menor tamaño (Rabbani et al., 2019).

Los primeros enfoques de solución se centraron en técnicas clásicas de programación multiobjetivo. Entre ellas se encuentran el método de las sumas ponderadas (*Weighted sum*

method) (List & Mirchandani, 1991; Current & Ratick, 1995) y la programación por metas (*Goal programming method*) (Giannikos, 1998; J. Zhao & Zhao, 2010; J. Zhao & Verter, 2015). Una contribución destacada en esta línea fue la de Samanlioglu (2013), quien utiliza una formulación de Tchebycheff ponderada lexicográfica (*Lexicographic weighted Tchebycheff*), obteniendo soluciones eficientes en la frontera de Pareto. Más adelante, J. Zhao y Huang (2015) introducen el método de las restricciones aumentado (*Augmented ϵ -constraint method*), una técnica ampliamente adoptada en trabajos posteriores (H. Yu & Solvang, 2016; J. Zhao et al., 2016; J. Zhao & Huang, 2019; Rabbani et al., 2020).

Debido a la complejidad asociada a este tipo de problemas, numerosos estudios han empleado algoritmos evolutivos como alternativa de solución. Caballero et al. (2007) proponen por primera vez una metaheurística multiobjetivo con procedimiento de memoria adaptativa (*Multiobjective Metaheuristic with Adaptive Memory Procedure, MOAMP*) para resolver el modelo planteado. Años más tarde, Rabbani, Heidari, et al. (2018) retoman este enfoque al presentar dos procedimientos evolutivos: Algoritmo genético no-dominado II (*Nondominated Sorting Genetic Algorithm II, NSGA-II*) y Optimización por enjambres de partículas multiobjetivo (*Multi-Objective Particle Swarm Optimization, MOPSO*). En un estudio estocástico, Rabbani et al. (2019) integran el NSGA-II con simulación Monte Carlo, evidenciando su capacidad para manejar incertidumbre en parámetros de riesgo y generación de residuos.

De forma complementaria, Jamali (2019) utiliza el NSGA-II junto con el método de las restricciones para la validación en instancias pequeñas, reforzando la práctica de comparar soluciones metaheurísticas con métodos exactos. Hu et al. (2019) aplican el método de la programación por compromiso (*Weighted compromise method*) y diseñan un algoritmo genético de peso adaptativo (*Adaptive Weight Genetic Algorithm, AWGA*) para resolver su modelo.

Otros autores emplean distintas variantes de algoritmos evolutivos para abordar el problema desde nuevas perspectivas. Mahmoudsoltani et al. (2018) comparan el desempeño del NSGA-II, el algoritmo evolutivo de fuerza de Pareto (*Strength Pareto Evolutionary Algorithm II, SPEA-II*) y el algoritmo evolutivo multiobjetivo basado en descomposición (*Multi-Objective Evolutionary Algorithm Based on Decomposition, MOEA/D*), demostrando mayor efectividad en términos de métricas en el NSGA-II. Por su parte, X. Yu et al. (2020) introducen un algoritmo genético de clasificación no dominado mejorado con búsqueda local (*Non-dominated Sorting Genetic Algorithm with Directed Local Search, INSGA-dLS*). Farrokhi-Asl et al. (2020) abordan el algoritmo genético y cultural híbrido multiobjetivo (*Multi Objective Hybrid Cultural and Genetic Algorithm, MOHCGA*) y el recocido simulado multiobjetivo (*Multi-Objective Simulated Annealing, MOSA*). Mientras que Nikzamir y Baradaran (2020) desarrollan el algoritmo de flujo de agua multiobjetivo (*Multi-Objective Water-Flow like Algorithm, MOWFA*).

Posteriormente, Rabbani et al. (2021) comparan el NSGA-II y SPEA-II con el algoritmo de selección por envolvente de Pareto II (*Pareto Envelope-based Selection Algorithm II, PESA-II*), encontrando que si bien SPEA-II y PESA-II obtienen mejor desempeño en métricas de diversidad, el NSGA-II logra fronteras de Pareto más amplias. Por otro lado, Saeidi et al. (2021) implementan el algoritmo genético no-dominado III (*Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm III, NSGA-III*), demostrando su eficacia para abordar formulaciones complejas.

En los últimos años, los estudios han demostrado nuevamente interés por la implementación de métodos exactos. Govindan et al. (2021) emplean la programación por metas difusas (*Fuzzy goal programming*). Por su parte, J. Zhao et al. (2021), Govindan et al. (2022), Zabihiyan-Bisheh et al. (2024) y J. Zhao et al. (2025) abordan el método de las restricciones aumentado como técnica de optimización multiobjetivo. Asimismo, Frikha y Daami (2024) y

Govindan et al. (2024) resuelven sus formulaciones mediante estrategias lexicográficas y jerárquicas, mientras que Palomino-Perez et al. (2024) y Feyzli et al. (2025) aplican el método de las restricciones. Por otro lado, Kordi et al. (2023) combinan la programación por metas de elección múltiple revisada (*Revised multi-choice goal programming*) con programación difusa bajo restricciones de oportunidad (*Fuzzy chance-constrained programming*) para abordar escenarios con incertidumbre.

Finalmente, diversos estudios recientes han optado por metaheurísticas y enfoques híbridos para resolver instancias de mayor tamaño. Ma et al. (2021) desarrollan un algoritmo híbrido mejorado NSGA-II combinado con técnicas de clustering y heurísticas clásicas. Raeisi y Jafarzadeh Ghouschi (2022) comparan seis algoritmos evolutivos, destacando el MOIWO (*Multi-Objective Invasive Weed Optimization*) como el más eficiente.

5.4 Discusión de la revisión

A partir de la revisión realizada, se evidencia una amplia producción científica relacionada con los problemas de localización y ruteo multiobjetivo. Estos modelos han sido adaptados a distintos tipos de cadenas de suministro según las características de los productos y las necesidades del diseño de la red de distribución, destacándose aplicaciones como la recolección de residuos, la distribución de ayuda humanitaria, la logística verde, el transporte de productos perecederos y las cadenas de frío. No obstante, la mayor parte de las investigaciones se concentran en la gestión de residuos peligrosos, debido al alto riesgo que estos desechos representan tanto para la salud humana como para el medio ambiente. Además, en los últimos años, la pandemia impulsó una línea de trabajo especialmente activa sobre residuos médicos, donde se han desarrollado modelos multiperiodo, de emergencia y con estrictos requerimientos de bioseguridad.

Del análisis de las funciones objetivo empleadas en los modelos de localización y ruteo multiobjetivo aplicados a residuos peligrosos, se concluye que, junto con la minimización del costo total, la reducción del riesgo de transporte y de localización constituye el segundo objetivo más estudiado. Sin embargo, durante la última década se han incorporado con fuerza criterios ambientales, orientados principalmente a la reducción de emisiones, como parte de las estrategias de sostenibilidad y responsabilidad ambiental.

En relación con las características de la red de recolección, muchos estudios están enfocados en el diseño planteado por Samanlioglu (2013), que contempla puntos de generación de residuos, centros de tratamiento, centros de reciclaje y sitios de disposición final, los cuales han sido adaptados a diferentes tipos de estructura. Lo anterior se complementa con el aporte de Rabbani, Heidari, et al. (2018), quienes introducen la incompatibilidad entre los diferentes residuos imponiendo la necesidad de utilizar una flota de vehículos heterogénea, garantizando la seguridad en los procesos de transporte.

En cuanto a los métodos de solución, la literatura refleja dos tendencias claras y complementarias. Por una parte, las metaheurísticas dominan la resolución de instancias grandes y complejas gracias a su capacidad para encontrar soluciones eficientes en tiempos razonables; entre ellas, el algoritmo NGS-II es uno de los más empleados. Por otro lado, los métodos exactos siguen siendo fundamentales para validar modelos y proporcionar soluciones óptimas en instancias de menor escala, destacándose el uso del método de las restricciones y sus variantes. Finalmente, se observa una tendencia reciente hacia la adopción de enfoques estocásticos y difusos, que permiten representar de manera más realista la incertidumbre asociada a los sistemas reales. La Tabla 2 presenta un resumen de la literatura del LRP multiobjetivo para la gestión de residuos peligrosos según objetivos de optimización, tipo de estudio y método de solución.

Tabla 2

Resumen de la literatura del LRP multiobjetivo aplicado a residuos peligrosos

Autor	Año	Objetivo						Tipo de Estudio		Método Solución	
		C	R	A	B	S	T	AC	CE	E	A
Zhao et al.	2025	✓	✓					✓		✓	✓
Feyzli et al.	2025		✓	✓		✓	✓	✓		✓	✓
Frikha & Daami	2024	✓	✓						✓	✓	
Govindan et al.	2024	✓	✓						✓	✓	
Palomino et al.	2024	✓	✓					✓	✓	✓	✓
Zhu et al.	2024	✓	✓						✓		✓
Zabihian-Bisheh et al.	2024	✓	✓	✓					✓	✓	
Ke & Bookbinder	2023	✓	✓						✓	✓	
Kordi et al.	2023	✓	✓	✓		✓		✓	✓	✓	
Govindan et al.	2022	✓	✓						✓	✓	
Raeisi y Jafarzadeh Ghouschi	2022	✓	✓	✓				✓		✓	✓
Yang et al.	2022	✓	✓					✓		✓	
Govindan et al.	2021	✓	✓						✓	✓	
Ma et al.	2021	✓						✓			✓
Nikzamir et al.	2021	✓	✓					✓	✓	✓	✓
Zhao et al.	2021	✓	✓					✓	✓	✓	
Saedi et al.	2021			✓					✓	✓	✓
Ziaei y Jabbarzadeh	2021	✓	✓	✓					✓		✓
Rabbani et al.	2021	✓	✓		✓			✓		✓	✓
Delfani et al.	2021	✓	✓					✓			✓
Tirkolaee et al.	2021		✓			✓	✓		✓	✓	
Yu et al	2020	✓	✓						✓	✓	
Delfani et al.	2020	✓	✓	✓				✓		✓	
Nikzamir y Baradaran	2020	✓		✓				✓			✓
Yu et al	2020	✓	✓					✓			✓
Farrokhi-Asl et al.	2020	✓	✓					✓			✓
Rabbani et al.	2020	✓	✓						✓	✓	
Zhao y Huang	2019	✓	✓						✓	✓	
Jamali	2019	✓	✓					✓		✓	✓
Hu et al.	2019	✓	✓			✓			✓	✓	
Rabbani et al.	2018	✓	✓					✓			✓
Rabbani et al.	2018	✓		✓				✓			✓
Yilmaz et al.	2017	✓	✓						✓	✓	
Farrokhi-Asl et al.	2017	✓						✓			✓
Rabbani et al.	2017	✓						✓		✓	✓
Eskandari et al.	2017	✓				✓		✓		✓	✓
Yu y Solvang	2016	✓	✓					✓		✓	

Tabla 2. Continuación

Autor	Año	Objetivo						Tipo de Estudio		Método Solución	
		C	R	A	B	S	T	AC	CE	E	A
Ghezavati y Beigi	2016	✓					✓	✓		✓	✓
Zhao et al.	2016	✓	✓						✓	✓	
Zhao y Verter	2015	✓	✓						✓	✓	
Zhao y Huang	2015	✓	✓					✓	✓	✓	
Samanlioglu	2013	✓	✓						✓	✓	
Zhang y Zhao	2011	✓	✓					✓		✓	
Zhao y Zhao	2010	✓	✓					✓		✓	
Caballero et al.	2007	✓	✓						✓		✓
Alumur y Kara	2007	✓	✓						✓	✓	
Zhang et al.	2005	✓	✓						✓		✓
Giannikos	1998	✓	✓					✓		✓	
Current y Ratick	1995	✓	✓					✓		✓	
List y Mirchandani	1991	✓	✓						✓	✓	
ReVelle et al.	1991	✓	✓					✓		✓	
Zografos y Samara	1989		✓				✓	✓		✓	

Nota. La tabla presenta las siguientes abreviaciones: Costo (C), Riesgo (R), Ambiental (A), Balance de carga de trabajo (B), Satisfacción del cliente (S), Tiempo (T), AC (Académico), CE (Caso de estudio), Exactos (E), Aproximados (A).

6. Análisis y caracterización del sistema

La gestión integral de los residuos peligrosos se entiende como un conjunto de decisiones que articulan acciones regulatorias, operativas, financieras, administrativas y de planificación, orientadas a garantizar un manejo adecuado de los residuos desde su generación hasta la disposición final. En este proceso, intervienen diferentes actores, entre ellos los generadores, productores, transportadores y las instalaciones gestoras o receptoras (Ministerio de Ambiente y Desarrollo Sostenible, 2022). Actualmente, las políticas de gestión de residuos adoptan un enfoque sostenible que no se limita únicamente a la eliminación, sino que establece una jerarquía en la que

se prioriza la prevención, el aprovechamiento y el tratamiento antes de recurrir a la disposición final (Secretaría del Convenio de Basilea, 2002).

Bajo este contexto, la presente investigación propone una nueva formulación del modelo de localización y ruteo multiobjetivo aplicado a un sistema de gestión de residuos peligrosos, considerando dicho enfoque sostenible, ampliamente adoptado en los estudios sobre esta temática. En este sentido, la red del sistema contempla las siguientes etapas: recolección desde los puntos de generación, transporte hacia un centro de acopio para su clasificación, envío a procesos de tratamiento, incineración o disposición final según el tipo de residuo y finalmente, reciclaje para aquellos materiales que, por sus características, pueden ser recuperados (Figura 3).

Figura 3

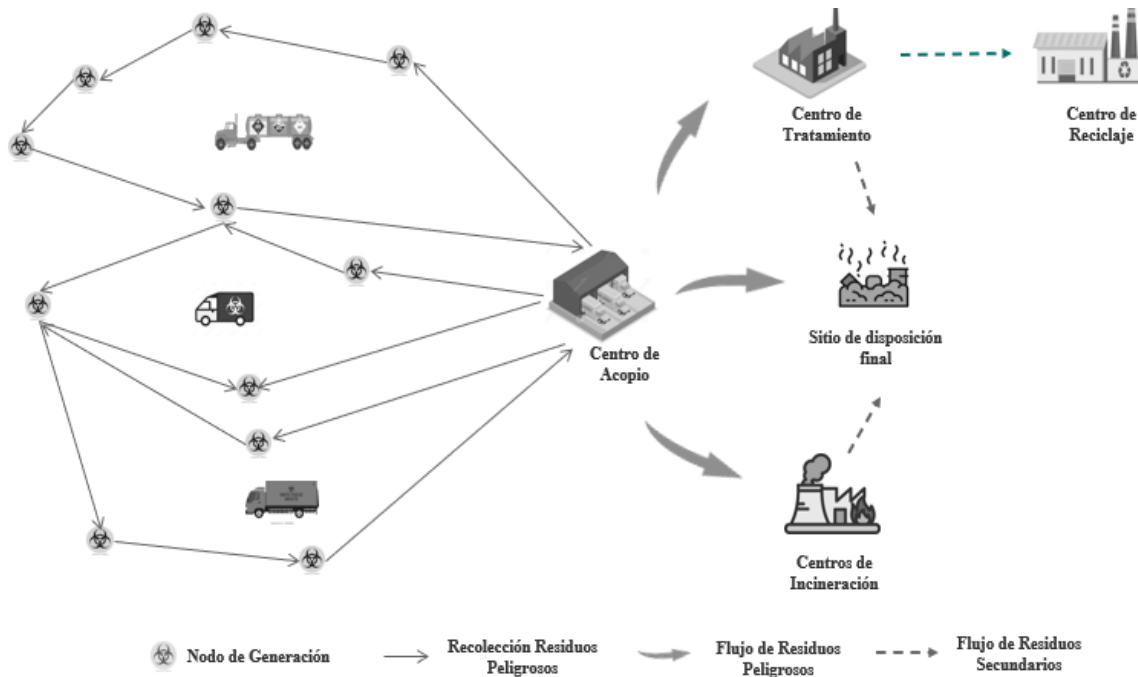
Etapas de la red de recolección de residuos peligrosos



A diferencia de la mayoría de estudios previos, en los cuales el flujo de residuos se modela desde los puntos de generación directamente hacia las instalaciones de tratamiento, incineración o disposición final, en este trabajo se incorpora el centro de acopio como un nodo intermedio del sistema. Lo anterior permite representar la dinámica operativa de la gestión de residuos peligrosos, en la que los desechos suelen ser descargados, clasificados y enviados a otros centros según sus características y el tratamiento que requieren. La representación gráfica de este proceso se observa en la Figura 4, bajo un esquema multiproducto y multiperiodo, considerando compatibilidad entre residuos para los procesos de recolección y transporte.

Figura 4

Red de recolección de residuos peligrosos



El primer componente del sistema corresponde a la recolección de residuos peligrosos. Al inicio de cada período de planificación, una flota heterogénea de vehículos con diferente capacidad, parten desde un centro de acopio central hacia los nodos de generación, donde se producen diversos tipos de residuos peligrosos. Debido a la naturaleza y los riesgos asociados a este tipo de residuos, existen restricciones que impiden su manipulación conjunta (Rabbani, Heidari, et al, 2018). Por esta razón, cada vehículo es diseñado para transportar únicamente los residuos con los que es compatible, garantizando el cumplimiento de las condiciones técnicas y de seguridad establecidas por la normatividad. Una vez completada la recolección en los nodos generadores, los vehículos regresan al centro de acopio para descargar los materiales recolectados y finalizar su recorrido. Este procedimiento se repite en cada período, constituyendo así la fase de ruteo de vehículos del sistema.

En la segunda etapa del proceso, los residuos depositados en el centro de acopio se transportan hacia tres tipos de instalaciones posibles: centros de tratamiento, incineradoras o sitios de disposición final, según la compatibilidad del residuo con el tipo de tratamiento requerido. Tanto los centros de tratamiento como las incineradoras generan residuos secundarios como resultado de sus operaciones, los cuales se clasifican en reciclables y no reciclables. Los residuos reciclables se envían desde los centros de tratamiento hacia los centros de reciclaje, mientras que los no reciclables se transportan desde los centros de tratamiento e incineradoras hacia los sitios de disposición final.

En este modelo, el centro de acopio, los centros de tratamiento, las incineradoras y los centros de reciclaje se consideran instalaciones candidatas, cuya selección se determina mediante un enfoque de localización de instalaciones. Para cada instalación existe un conjunto de ubicaciones posibles, y el modelo decide cuáles de ellas serán activadas. En el caso del centro de acopio, solo puede seleccionarse una ubicación. Por su parte, los sitios de disposición final se consideran instalaciones fijas, ya que su localización está determinada por normativas ambientales estrictas y su disponibilidad es limitada. En consecuencia, no son objeto de decisión dentro del modelo. De acuerdo con lo anterior, el problema se formula como un modelo de localización y ruteo de vehículos multiobjetivo-multiperiodo, en el que las decisiones de localización se definen una sola vez al inicio del horizonte de planificación y permanecen fijas durante todos los períodos.

6.1 Compatibilidad vehículo-residuo

La clasificación de los residuos peligrosos adoptada en Colombia se fundamenta en lo descrito en las *Recomendaciones Relativas al Transporte de Mercancías Peligrosas (Libro Naranja)* de la Organización de las Naciones Unidas (2025), donde se establecen nueve clases de residuos según el tipo de riesgo que representan. Las clases y divisiones correspondientes se

presentan en la Tabla 3, las cuales constituyen la base internacional para la identificación, manejo y transporte seguro de materiales y desechos peligrosos.

Tabla 3

Clasificación de los residuos peligrosos

Clase	Descripción	Divisiones
Clase 1. Explosivos	Sustancias y artículos con riesgo de explosión.	1.1 Riesgo de explosión en masa. 1.2 Riesgo de proyección, sin explosión en masa. 1.3 Riesgo de incendio y leve riesgo de explosión o proyección. 1.4 Sin riesgo significativo. 1.5 Muy insensibles, pero con riesgo de explosión en masa. 1.6 Extremadamente insensibles, sin riesgo de explosión en masa.
Clase 2. Gases	Sustancias gaseosas comprimidas, licuadas o disueltas.	2.1 Gases inflamables. 2.2 Gases no inflamables y no tóxicos. 2.3 Gases tóxicos.
Clase 3. Líquidos inflamables	Líquidos que emiten vapores inflamables.	No tiene subdivisiones.
Clase 4: Sólidos inflamables	Sólidos fácilmente combustibles o que reaccionan peligrosamente.	4.1 Sólidos inflamables, sustancias autorreactivas y explosivos desensibilizados. 4.2 Sustancias susceptibles de combustión espontánea. 4.3 Sustancias que, al contacto con el agua, emiten gases inflamables.
Clase 5: Sustancias comburentes y peróxidos orgánicos	Sustancias que liberan oxígeno o reaccionan violentamente.	5.1 Sustancias comburentes. 5.2 Peróxidos orgánicos.
Clase 6: Sustancias tóxicas e infecciosas	Sustancias peligrosas para la salud humana o animal.	6.1 Sustancias tóxicas. 6.2 Sustancias infecciosas.
Clase 7: Material radiactivo	Sustancias que emiten radiación ionizante.	No tiene subdivisiones.
Clase 8: Sustancias corrosivas	Sustancias que causan destrucción de tejidos o materiales.	No tiene subdivisiones.
Clase 9: Sustancias y artículos peligrosos varios	Sustancias con peligros no incluidos en otras clases (ej. contaminantes ambientales).	No tiene subdivisiones.

Teniendo en cuenta lo anterior, en este estudio se adopta una clasificación basada en la propuesta del *Libro Naranja* y complementada con criterios de compatibilidad, mediante la cual los residuos peligrosos se agrupan en cinco categorías, cada una asociada a un tipo de tratamiento específico. Asimismo, según la *Guía matriz de compatibilidad almacenamiento y transporte de sustancias químicas* (IDEAM, 2025), se determinan las combinaciones de residuos que pueden transportarse conjuntamente sin generar riesgos, es decir, aquellos que son compatibles entre sí.

De acuerdo con esto, la Tabla 4 resume los grupos definidos, el tratamiento principal y las compatibilidades permitidas, como referencia para la asignación de vehículos y el diseño de las rutas en el modelo matemático, asegurando la coherencia entre la formulación teórica y las condiciones operativas reales del sistema.

Tabla 4

Grupos de residuos objeto de estudio

Grupo	Descripción resumida	Tratamiento principal	Vehículo compatible	Compatibilidad
Grupo 1 (Clases 3 y 4.1)	Líquidos inflamables y sólidos inflamables no reactivos entre sí	Incineración	Vehículo tipo A	Compatible con Grupo 5
Grupo 2 (Clase 6.1)	Residuos tóxicos líquidos	Tratamiento químico	Vehículo tipo B	Compatible con Grupo 4
Grupo 3 (Clase 6.2)	Residuos infecciosos	Incineración a alta temperatura	Vehículo tipo C	No compatible con otros grupos
Grupo 4 (Clase 8)	Corrosivos líquidos (ácidos o bases fuertes)	Tratamiento químico (neutralización)	Vehículo tipo B	Compatible Grupo 2
Grupo 5 (Clase 9)	Residuos misceláneos no reactivos	Disposición final (relleno de seguridad)	Vehículo tipo A	Compatible con Grupo 1

Con base en esta información, el sistema propuesto considera tres tipos de vehículos con diferentes capacidades, costos y niveles de compatibilidad, descritos a continuación:

- **Vehículo tipo A:** Camión cisterna diseñado para líquidos y sólidos inflamables no reactivos. Compatible con residuos del Grupo 1 y Grupo 5 (con embalaje separado).
- **Vehículo tipo B:** Camión especializado con recubrimiento anticorrosivo y sistema de contención, usado para residuos tóxicos y corrosivos. Compatible con residuos del Grupo 2 y Grupo 4 (con embalaje separado).
- **Vehículo tipo C:** Unidad cerrada con aislamiento y sistema de bioseguridad, destinada al transporte de residuos infecciosos. Sin compatibilidad con otros grupos.

7. Formulación de un modelo matemático

El modelo matemático propuesto en la presente investigación aborda un problema de localización y ruteo multiobjetivo y multiperiodo, aplicado a la gestión integral de residuos peligrosos. Los objetivos del sistema buscan minimizar de manera simultánea los costos totales y los riesgos asociados al transporte. El problema se formula como un modelo de programación no lineal entera mixta, orientado a resolver los siguientes aspectos:

- Determinar las rutas de recolección por periodo para los distintos tipos de residuos peligrosos generados en los nodos, considerando su compatibilidad.
- Establecer la ubicación óptima de las instalaciones del sistema, incluyendo un centro de acopio, centros de tratamiento, centros de reciclaje e incineradoras, teniendo en cuenta la demanda y las capacidades disponibles.

- Definir el flujo de transporte de residuos desde el centro de acopio hacia las instalaciones de tratamiento, incineración o disposición final, según corresponda.
- Cuantificar los residuos secundarios generados en los centros de tratamiento e incineración que deben ser enviados a centros de reciclaje o disposición final.

7.1 Supuestos del modelo

Para el desarrollo de la formulación matemática del modelo de localización y ruteo, se consideran los siguientes supuestos:

- Se adopta un horizonte de planificación multiperiodo, en el cual las decisiones de ruteo y transporte varían en el tiempo, pero las de localización se determinan al inicio y permanecen constantes.
- Todos los parámetros considerados en el modelo son deterministas.
- Todas las instalaciones que conforman la red tienen capacidad limitada.
- Se permite la selección de un único centro de acopio dentro del conjunto de ubicaciones potenciales.
- Cada residuo es compatible únicamente con un tipo de instalación: tratamiento químico, incineración o disposición final, según su naturaleza.
- Se consideran cinco tipos de residuos peligrosos, según la clasificación presentada en la sección 6.1.
- Cada nodo de generación puede producir diferentes clases de residuos.
- La generación de residuos es conocida y variable por periodo.
- Todos los residuos generados en cada periodo deben ser recolectados.

- El sistema cuenta con una flota de vehículos heterogénea conformada por tres tipos de vehículos diferentes en capacidad, costo y compatibilidad con residuos, de acuerdo con lo indicado en la sección 6.1.
- Todos los vehículos inician y finalizan su recorrido en el centro de acopio, donde descargan los residuos recolectados.
- Cada vehículo puede ser utilizado una sola vez por periodo.
- Un nodo puede ser visitado por diferentes tipos de vehículos dentro de un mismo periodo para recolectar distintos residuos.

7.2 Descripción del modelo matemático

7.2.1 Conjuntos

- G = Nodos de generación de residuos peligrosos $G = \{1, \dots, g\}$
- D = Centros de acopio potenciales $D = \{1, \dots, d\}$
- T = Centros de tratamiento potenciales $T = \{1, \dots, t\}$
- H = Centros de incineración potenciales $H = \{1, \dots, h\}$
- R = Centros de reciclaje potenciales $R = \{1, \dots, r\}$
- F = Sitios de disposición final existentes $F = \{1, \dots, f\}$
- W = Tipos de residuos peligrosos $W = \{1, \dots, w\}$
- V = Flota de vehículos de recolección $V = \{1, \dots, v\}$
- P = Periodos de tiempo $P = \{1, \dots, p\}$
- $N = (G \cup D)$ Nodos involucrados en la recolección
- $N^* = (G \cup D \cup R \cup T \cup F)$ Conjunto de todos los nodos del sistema

7.2.2 Parámetros de entrada

Costos de transporte, localización y procesamiento.

- C_{ij} = Costo de transporte desde el nodo $i \in N^*$ al nodo $j \in N^*$
- CD_d = Costo de establecer el centro de acopio en el nodo $d \in D$
- CT_t = Costo de establecer un centro de tratamiento en el nodo $t \in T$
- CH_h = Costo de establecer un centro de incineración en el nodo $h \in H$
- CR_r = Costo de establecer un centro de reciclaje en el nodo $r \in R$
- CFV_v = Costo fijo por el uso del vehículo $v \in V$

Capacidad de las Instalaciones

- $capD_d$ = Capacidad del centro de acopio en el nodo $d \in D$
- $capT_t$ = Capacidad del centro de tratamiento en el nodo $t \in T$
- $capH_h$ = Capacidad del centro de incineración en el nodo $h \in H$
- $capR_r$ = Capacidad del centro de reciclaje en el nodo $r \in R$
- $capF_f$ = Capacidad del sitio de disposición final en el nodo $f \in F$

Capacidad de los Vehículos

- q_v = Capacidad del vehículo $v \in V$

Producción Residuos

- dem_{wg}^p = Cantidad de residuo de tipo $w \in W$ producido en el nodo de generación $g \in G$ en el periodo $p \in P$

Riesgo

- pop_{ij} = Número estimado de personas expuestas en el trayecto $(i-j) \in N^*$

Compatibilidad

- $comp_{vw}$ = Parámetro binario - Compatibilidad entre el vehículo $v \in V$ y residuo $w \in W$
- $compT_{wt}$ = Parámetro binario - Compatibilidad entre el residuo $w \in W$ y centro de tratamiento $t \in T$
- $compH_{wh}$ = Parámetro binario - Compatibilidad entre el residuo $w \in W$ y centro de incineración $h \in H$
- $compF_{wf}$ = Parámetro binario - Compatibilidad entre el residuo $w \in W$ y sitio de disposición final $f \in F$

Porcentajes

- α_w = Proporción de residuo $w \in W$ que puede reciclarse después de tratamiento
- β_w = Proporción asociada a la reducción de masa del residuo $w \in W$ después de tratamiento/incineración

7.2.3 Variables de Decisión**Localización**

- dep_d = Variable binaria (1 si el centro de acopio es establecido en el nodo $d \in D$; 0 de lo contrario)
- $trat_t$ = Variable binaria (1 si un centro de tratamiento es establecido en el nodo $t \in T$; 0 de lo contrario)
- inc_h = Variable binaria (1 si un centro de incineración es establecido en el nodo $h \in H$; 0 de lo contrario)
- rec_r = Variable binaria (1 si un centro de reciclaje es establecido en el nodo $r \in R$; 0 de lo contrario)

Ruteo

- X_{ijv}^p = Variable binaria (1 si el vehículo $v \in V$ se mueve del nodo $i \in N$ al nodo $j \in N$ en el período $p \in P$; 0 de lo contrario)
- Z_{gvw}^p = Variable binaria (1 si el vehículo $v \in V$ recoge el residuo $w \in W$ en el nodo $g \in G$ en el periodo $p \in P$; 0 de lo contrario)
- L_{ivw}^p = Cantidad de residuo de tipo $w \in W$ que transporta el vehículo $v \in V$ al salir del nodo $i \in N$ en el periodo $p \in P$

Transporte

- QD_{dw}^p = Cantidad de residuo tipo $w \in W$ que se descarga en el centro de acopio seleccionado $d \in D$ en el periodo $p \in P$
- QT_{dtw}^p = Cantidad de residuo tipo $w \in W$ enviado desde el centro de acopio $d \in D$ al centro de tratamiento $t \in T$ en el periodo $p \in P$
- QH_{dhw}^p = Cantidad de residuo tipo $w \in W$ enviado desde el centro de acopio $d \in D$ a la incineradora $h \in H$ en el periodo $p \in P$
- QF_{dfw}^p = Cantidad de residuo tipo $w \in W$ enviado desde el centro de acopio $d \in D$ al sitio de disposición final $f \in F$ en el periodo $p \in P$
- QR_r^p = Cantidad total procesada en el centro de reciclaje $r \in R$ en el periodo $p \in P$
- QTR_{trw}^p = Cantidad de residuo reciclable que se genera del procesamiento del residuo $w \in W$ en el centro de tratamiento $t \in T$ enviado al centro de reciclaje $r \in R$ en el periodo $p \in P$
- QTF_{tfw}^p = Cantidad de residuo no reciclable que se genera del procesamiento del residuo tipo $w \in W$ en el centro de tratamiento $t \in T$ enviado al sitio de disposición final $f \in F$ en el periodo $p \in P$

- QTF_{hfw}^p = Cantidad de residuo no reciclable que se genera del procesamiento del residuo tipo $w \in W$ en la incineradora $h \in H$ enviado al sitio de disposición final $f \in F$ en periodo $p \in P$
- Y_{ij}^p = Variable binaria (1 si se envía residuos entre instalaciones; 0 de lo contrario)

7.2.4 Funciones objetivo

Minimizar costos: La primera función objetivo, de carácter económico, busca minimizar los costos totales del sistema, que comprenden los costos de apertura de instalaciones, los costos operativos asociados a la recolección de residuos peligrosos mediante el ruteo de vehículos y los costos de transporte entre instalaciones.

$Min Z1 = Costos Localización + Costos Ruteo + Costos Transporte$

$$Localización = \sum_{d \in D} CD_d * dep_d + \sum_{t \in T} CT_t * trat_t + \sum_{h \in H} CH_h * inc_h + \sum_{r \in R} CR_r * rec_r \quad (1a)$$

$$Ruteo = \sum_{p \in P} \sum_{v \in V} \sum_{i \in D} \sum_{j \in G} CFV_v * X_{ijv}^p + \sum_{p \in P} \sum_{v \in V} \sum_{i \in N} \sum_{j \in N (i \neq j)} C_{ij} * X_{ijv}^p \quad (1b)$$

$$Transporte = \sum_{p \in P} \sum_{i \in D} \sum_{j \in T \cup H \cup F} C_{ij} * Y_{ij}^p + \sum_{p \in P} \sum_{i \in T} \sum_{j \in R \cup F} C_{ij} * Y_{ij}^p + \sum_{p \in P} \sum_{i \in H} \sum_{j \in F} C_{ij} * Y_{ij}^p \quad (1c)$$

Minimizar riesgos: En los estudios relacionados con la gestión de residuos peligrosos encontrados en la literatura, se identifican dos tipos de riesgo principales: el riesgo de transporte y el riesgo en sitio. El primero se refiere al peligro asociado al traslado de residuos peligrosos entre los diferentes nodos del sistema, y se cuantifica según el concepto de *riesgo de exposición poblacional*, definido como el producto entre la cantidad de residuos transportados y el número de personas potencialmente expuestas a lo largo del recorrido. El segundo corresponde al riesgo de

las instalaciones, el cual es calculado en función de la cantidad de residuos almacenados en el sitio y la población que se encuentra en los alrededores (Rabbani, Heidari et al., 2018). En este modelo propuesto, se considera la minimización del riesgo de transporte como objetivo de optimización.

Min Z2 = Riesgos Ruteo + Riesgos Transporte entre Instalaciones

$$Ruteo = \sum_{p \in P} \sum_{v \in V} \sum_{w \in W} \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} pop_{ij} * X_{ijv}^p * L_{ivw}^p \quad (2a)$$

$$\begin{aligned} Transporte = & \sum_{p \in P} \sum_{w \in W} \sum_{i \in D} \sum_{j \in T} pop_{ij} * QT_{ijw}^p + \sum_{p \in P} \sum_{w \in W} \sum_{i \in D} \sum_{j \in H} pop_{ij} * QH_{ijw}^p \\ & + \sum_{p \in P} \sum_{w \in W} \sum_{i \in D} \sum_{j \in F} pop_{ij} * QF_{ijw}^p \end{aligned} \quad (2b)$$

7.2.5 Restricciones del modelo

$$\sum_{j \in G} X_{djk}^p \leq dep_d \quad \forall d \in D, v \in V, p \in P \quad (3)$$

$$\sum_{i \in DUG} X_{ijv}^p - \sum_{i' \in DUG} X_{ji'v}^p = 0 \quad \forall j \in G, v \in V, p \in P \quad (4)$$

$$\sum_{j \in G} X_{djk}^p = \sum_{i \in G} X_{idk}^p \quad \forall d \in D, v \in V, p \in P \quad (5)$$

$$\sum_{j \in N} X_{jiv}^p \leq 1 \quad \forall i \in G, v \in V, p \in P \quad (6)$$

$$L_{ivw}^p \leq comp_{vw} * q_v \quad \forall i \in G, w \in W, v \in V, p \in P \quad (7)$$

$$\sum_{w \in W} L_{ivw}^p \leq q_v * \sum_{j \in N} X_{ijv}^p \quad \forall i \in G, v \in V, p \in P \quad (8)$$

$$\sum_{v \in V} Z_{gvw}^p = 1 \quad \forall g \in G, w \in W, p \in P \quad (9)$$

$\in P$ tales que $dem_{wg}^p \geq 0$

$$Z_{gvw}^p \leq comp_{vw} \quad \forall g \in G, v \in V, w \in W, p \in P \quad (10)$$

$$Z_{gvw}^p \leq \sum_{i \in N} X_{ijv}^p \quad \forall g \in G, v \in V, w \in W, p \in P \quad (11)$$

$$\sum_{w \in W} dem_{wg}^p * Z_{gvw}^p \leq \sum_{i \in N} X_{ijv}^p \quad \forall g \in G, v \in V, p \in P \quad (12)$$

$$L_{jvw}^p \geq L_{ivw}^p + dem_{wj}^p * Z_{gvw}^p - q_v * (1 - X_{ijv}^p); \quad \forall i \in N, j \in G, i \neq j, v \in V, w \in W, p \in P \text{ tales que } comp_{vw} = 1 \quad (13a)$$

$$L_{jvw}^p \leq L_{ivw}^p + dem_{wj}^p * Z_{gvw}^p - q_v * (1 - X_{ijv}^p) \quad \forall i \in N, j \in G, i \neq j, v \in V, w \in W, p \in P \text{ tales que } comp_{vw} = 1 \quad (13b)$$

$$L_{ivw}^p = 0 \quad \forall i \in D, v \in V, w \in W, p \in P \quad (14)$$

$$X_{iiv}^p = 0 \quad \forall i \in N, v \in V, p \in P \quad (15)$$

$$\sum_{d \in D} dep_d = 1 \quad (16)$$

$$QD_{dw}^p = \sum_{i \in G} \sum_{v \in V} X_{ijv}^p * L_{ivw}^p \quad \forall j \in D, w \in W, p \in P \quad (17)$$

$$QD_{dw}^p \leq \sum_{g \in G} dem_{wg}^p * dep_d \quad \forall d \in D, w \in W, p \in P \quad (18)$$

$$\sum_{t \in T} QT_{dtw}^p + \sum_{h \in H} QH_{dhw}^p + \sum_{f \in F} QF_{dfw}^p = QD_{dw}^p \quad \forall d \in D, w \in W, p \in P \quad (19)$$

$$QT_{dtw}^p \leq comp_{Twt} * trat_t * cap_{Tt} \quad \forall d \in D, t \in T, w \in W, p \in P \quad (20)$$

$$QH_{dhw}^p \leq comp_{Hwh} * inc_h * cap_{Hh} \quad \forall d \in D, h \in H, w \in W, p \in P \quad (21)$$

$$QF_{dfw}^p \leq comp_{Fwf} * cap_{Ff} \quad \forall d \in D, f \in F, w \in W, p \in P \quad (22)$$

$$\sum_{w \in W} QD_{dw}^p \leq cap_{Dd} * dep_d \quad \forall d \in D, p \in P \quad (23)$$

$$\sum_{d \in D} \sum_{w \in W} QT_{dtw}^p \leq cap_{Tt} * trat_t \quad \forall t \in T, p \in P \quad (24)$$

$$\sum_{d \in D} \sum_{w \in W} QH_{dhw}^p \leq cap_{Hh} * inc_h \quad \forall h \in H, p \in P \quad (25)$$

$$\sum_{w \in W} \left(\sum_{d \in D} QF_{dfw}^p + \sum_{t \in T} QTF_{tfw}^p + \sum_{h \in H} QHF_{hfw}^p \right) \leq capF_f \quad \forall f \in F, p \in P \quad (26)$$

$$QR_r^p \leq capR_r * rec_r \quad \forall r \in R, p \in P \quad (27)$$

$$\sum_{t \in T} \sum_{w \in W} QTR_{trw}^p = QR_r^p \quad \forall r \in R, p \in P \quad (28)$$

$$\sum_{r \in R} QTR_{trw}^p = (1 - \beta_w) * \alpha_w * \sum_{d \in D} QT_{dtw}^p \quad \forall t \in T, w \in W, p \in P \quad (29)$$

$$\sum_{f \in F} QTF_{tfw}^p = (1 - \beta_w) * (1 - \alpha_w) * \sum_{d \in D} QT_{dtw}^p \quad \forall t \in T, w \in W, p \in P \quad (30)$$

$$\sum_{f \in F} QHF_{hfw}^p = (1 - \beta_w) * \sum_{d \in D} QH_{dhw}^p \quad \forall h \in H, w \in W, p \in P \quad (31)$$

$$\sum_{w \in W} QT_{dtw}^p \leq capT_t * Y_{dt}^p \quad \forall d \in D, t \in T, p \in P \quad (32)$$

$$\sum_{w \in W} QH_{dhw}^p \leq capH_h * Y_{dh}^p \quad \forall d \in D, h \in H, p \in P \quad (33)$$

$$\sum_{w \in W} QF_{dfw}^p \leq capF_f * Y_{df}^p \quad \forall d \in D, f \in F, p \in P \quad (34)$$

$$\sum_{w \in W} QTR_{trw}^p \leq capR_r * Y_{tr}^p \quad \forall t \in T, r \in R, p \in P \quad (35)$$

$$\sum_{w \in W} QTF_{tfw}^p \leq capF_f * Y_{tf}^p \quad \forall t \in T, f \in F, p \in P \quad (36)$$

$$\sum_{w \in W} QHF_{hfw}^p \leq capF_f * Y_{hf}^p \quad \forall h \in H, f \in F, p \in P \quad (37)$$

$$\begin{aligned} dep_d &\in \{0,1\} & \forall d \in D \\ trat_t &\in \{0,1\} & \forall t \in T \\ inc_h &\in \{0,1\} & \forall h \in H \end{aligned} \quad (38)$$

$$\begin{aligned} rec_r &\in \{0,1\} & \forall r \in R \\ X_{ijv}^p &\in \{0,1\} & \forall i, j \in N, i \neq j, v \in V, p \in P \end{aligned} \quad (39)$$

$$\begin{aligned}
 Z_{gvw}^p &\in \{0,1\} && \forall g \in G, w \in W, v \in V, p \in P \\
 Y_{ij}^p &\in \{0,1\} && \forall i \in D \cup T \cup H, j \in T \cup H \cup F \cup R, \\
 &&& i \neq j, p \in P \\
 L_{ivw}^p &\geq 0 && \forall i \in G, w \in W, v \in V, p \in P \\
 QD_{dw}^p &&& \forall d \in D, w \in W, p \in P \\
 QT_{dtw}^p &\geq 0 && \forall d \in D, t \in T, w \in W, p \in P \\
 QH_{dhw}^p &\geq 0 && \forall d \in D, h \in H, w \in W, p \in P \\
 QF_{dfw}^p &\geq 0 && \forall d \in D, f \in F, w \in W, p \in P \\
 QR_r^p &\geq 0 && \forall r \in R, p \in P \\
 QTR_{trw}^p &\geq 0 && \forall t \in T, r \in R, w \in W, p \in P \\
 QTF_{tfw}^p &\geq 0 && \forall t \in T, f \in F, w \in W, p \in P \\
 QTH_{hfw}^p &\geq 0 && \forall h \in H, f \in F, w \in W, p \in P
 \end{aligned} \tag{40}$$

Las ecuaciones (1a), (1b) y (1c) conforman la función objetivo de minimización de los costos totales del sistema. El costo fijo asociado a la localización de instalaciones se modela mediante la ecuación (1a). La ecuación (1b) describe el costo asociado a la recolección de residuos peligrosos, conformado por dos términos: el primero relacionado con los costos fijos por la utilización de un vehículo que sale del centro de acopio, y el segundo calcula el costo correspondiente al ruteo entre los nodos de generación. La ecuación (1c) determina el costo de transporte desde el centro de acopio hacia los centros de tratamiento, incineración y disposición final, así como el transporte de los residuos secundarios generados. Por otra parte, las ecuaciones (2a) y (2b) incorporan el objetivo de minimización del riesgo de transporte, asociado tanto al ruteo de vehículos como al transporte entre las instalaciones seleccionadas.

El conjunto de restricciones (3) a (15) corresponde a la formulación que asegura el funcionamiento del problema de ruteo de vehículos. La ecuación (3) establece que cada vehículo debe iniciar su ruta en el centro de acopio seleccionado, asegurando que como máximo pueda salir una vez. La restricción (4) mantiene la continuidad de la ruta, garantizando que todo vehículo que

entra a un nodo de generación también debe salir de él. La ecuación (5) impone el retorno obligatorio al centro de acopio al finalizar el recorrido, donde se descargan los residuos. La restricción (6) indica que todo nodo de generación debe ser atendido como máximo una vez por un vehículo de un mismo tipo. La ecuación (7) asegura la compatibilidad entre vehículo y tipo de residuo, de manera que los vehículos únicamente recojan residuos compatibles con sus características técnicas, evitando mezclas peligrosas en el transporte. La restricción (8) controla la capacidad máxima del vehículo por periodo. Las ecuaciones (9) a (12) limitan la asignación de vehículos únicamente a nodos con demanda disponible, evitando visitas innecesarias.

Para garantizar la eliminación de subtours, se imponen las restricciones (13a) y (13b) mediante el uso de la variable de carga, asegurando la propagación correcta de los residuos por tipo a lo largo de la ruta. La restricción (14) define que la carga inicial en el centro de acopio es cero y la (15) prohíbe la asignación de autoarcos en el sistema.

El conjunto de restricciones (16) a (37) se relacionan con la formulación del problema de localización de instalaciones y el transporte entre ellas. La ecuación (16) determina que solo uno de los centros de acopio puede ser activado. La ecuación (17) garantiza el balance entre la cantidad de residuos recolectados y los que llegan al centro de acopio, mientras que la (18) impone la descarga de residuos únicamente en el centro seleccionado. La restricción (19) asegura el balance de residuos, de modo que todos los desechos recolectados sean enviados a las instalaciones de tratamiento, incineración o disposición. Las ecuaciones (20) a (22) controlan la compatibilidad entre los residuos y su procesamiento (tratamiento químico, incineración o disposición final). Las ecuaciones (23) a (27) limitan la capacidad de las instalaciones. Las restricciones (28) y (29) determinan la proporción de residuos reciclables generados después de tratamiento, y las ecuaciones (30) y (31) definen la generación de residuos no reciclables enviados a disposición.

Las ecuaciones (32) a (37) establecen las condiciones de acoplamiento por el transporte de residuos entre centros seleccionados. Finalmente, las ecuaciones (38), (39) y (40) definen respectivamente las variables binarias de localización, las binarias de ruteo y el conjunto de variables continuas no negativas.

7.2.6 Linealización del modelo matemático

Dado que la restricción (17) y la función objetivo de minimización de riesgo (2a) incluyen el producto entre una variable binaria X_{ijv}^p y una variable continua L_{ivw}^p , la expresión resultante convierte el modelo en no lineal. Para mantener su estructura como un problema de programación lineal entera mixta (MILP), se aplica la técnica utilizada por Rabbani et al. (2018) con el fin de evitar la no linealidad, se introduce una nueva variable continua que sustituye el producto en las ecuaciones (17) y (2a), junto con tres restricciones adicionales que permiten conservar el mismo comportamiento del modelo original.

$$QD_{dw}^p = \sum_{i \in G} \sum_{v \in V} XL_{ijvw}^p \quad (17)$$

$$Min Z2 = \sum_{p \in P} \sum_{v \in V} \sum_{w \in W} \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} pop_{ij} * XL_{ijvw}^p \quad (2a)$$

Donde:

- $XL_{ijvw}^p = X_{ijv}^p * L_{ivw}^p$
- $XL_{ijvw}^p =$ Cantidad de residuo tipo w que transporta el vehículo v desde i hasta j en el periodo p , si la ruta está activa.

Sujeto a las siguientes restricciones:

$$XL_{ijvw}^p \leq q_v * X_{ijv}^p \quad \forall i, j \in N, v \in V, w \in W, p \in P \quad (41)$$

$$XL_{ijvw}^p \leq L_{ivw}^p \quad \forall i, j \in N, v \in V, w \in W, p \in P \quad (42)$$

$$XL_{ijvw}^p \geq L_{ivw}^p - q_v * (1 - X_{ijv}^p) \quad \forall i, j \in N, v \in V, w \in W, p \in P \quad (43)$$

$$XL_{ijvw}^p \geq 0 \quad \forall i, j \in N, v \in V, w \in W, p \in P \quad (44)$$

8. Obtención de soluciones a partir del modelo

Una vez formulado el modelo matemático, la siguiente fase metodológica consiste en obtener soluciones al problema mediante la aplicación del método de las restricciones (*epsilon-constraint method*). Con ello, se busca validar la funcionalidad del modelo y comprobar que representa adecuadamente la dinámica del sistema de gestión de residuos peligrosos propuesto y los supuestos definidos. El modelo fue implementado en el lenguaje de programación GAMS (*General Algebraic Modeling System*), utilizando el solver CPLEX para resolver el problema. A continuación, se detallan características técnicas del equipo de cómputo y del software utilizado

Tabla 5

Versión del software y características del equipo

Versión	GAMS 50.4.0 solver CPLEX 22.1.0
	16 GB memoria RAM
Características del equipo	Procesador 11th Gen Intel(R) Core (TM) i7-1165G7 C @ 2.80GHz
	Sistema operativo de 64 bits

8.1 Generación de instancias de prueba

Para la verificación del modelo propuesto, se definieron cinco instancias de prueba. Los valores de los parámetros se establecieron tomando como referencia las distribuciones y rangos reportados por Rabbani et al. (2019) en su estudio, para los casos en que los datos resultaban comparables con el modelo desarrollado. Aquellos parámetros que no coincidían directamente, se

ajustaron de acuerdo con las condiciones específicas del sistema planteado. Las instancias utilizadas en esta investigación se clasifican como problemas de tamaño pequeño, debido a las limitaciones derivadas de la complejidad combinatoria que implica su resolución mediante un enfoque exacto. La Tabla 6 presenta el tamaño de los conjuntos correspondientes a cada instancia.

Tabla 6

Instancias de prueba

Instancia	Conjuntos	1	2	3	4	5
Nodos de Generación	G	4	4	4	4	5
Centros de Acopio Potenciales	D	2	2	2	3	2
Centros de Tratamiento Potenciales	T	2	2	2	3	2
Incineradoras Potenciales	H	2	2	2	2	2
Centros de Reciclaje Potenciales	R	2	2	2	2	2
Sitio de Disposición final	F	1	1	1	1	1
Tipos de Residuos	W	5	5	5	5	5
Cantidad de Vehículos	V	3	4	5	4	3
Número de Periodos	P	3	3	2	2	2

En las diferentes instancias se realizaron variaciones en el tamaño de los conjuntos con el propósito de analizar el comportamiento del sistema. Sin embargo, al intentar escalar el modelo a instancias de mayor tamaño, se presentaron limitaciones asociadas al número de variables, lo que incrementó de manera exponencial el tiempo de resolución, estabilizando el GAP de optimalidad en un nivel alto. Por esta razón, la experimentación se centró en instancias pequeñas, que permiten validar la formulación del modelo y analizar la relación entre costo y riesgo. Los valores de los parámetros se definieron siguiendo un mismo esquema de generación para todas las instancias, como se muestra en la Tabla 7, que presenta los rangos de la instancia uno. En algunos casos se realizaron ajustes en dichos rangos, de acuerdo con el tamaño del problema. La descripción completa de las instancias, junto con los valores de cada parámetro se incluye en el *Apéndice A*.

Tabla 7

Esquema de generación de parámetros para las instancias del problema

Parámetro	Unidad	Valor o Rango	Fuente
$C(i,j)$	USD	$U [1,5,10] \times 10^2$	Supuesto propio según diseño del sistema
$CD(d)$	USD	$U [3,6] \times 10^5$	Supuesto propio según diseño del sistema
$CT(t)$	USD	$U [5,15] \times 10^5$	Rabbani et al. (2019)
$CH(h)$	USD	$U [5,15] \times 10^5$	Rabbani et al. (2019)
$CR(r)$	USD	$U [5,10] \times 10^5$	Rabbani et al. (2019)
$CFV(v)$	USD	Valor fijo para cada tipo de vehículo	Supuesto propio según diseño del sistema
$capD(d)$	100 kg	$U [8,10] \times 10^2$	Supuesto propio según diseño del sistema
$capT(t)$	100 kg	$U [4,6] \times 10^2$	Rabbani et al. (2019)
$capH(h)$	100 kg	$U [4,6] \times 10^2$	Rabbani et al. (2019)
$capR(r)$	100 kg	$U [4,6] \times 10^2$	Rabbani et al. (2019)
$capF(f)$	100 kg	$U [4,6] \times 10^2$	Rabbani et al. (2019)
$q(v)$	100 kg	Valor fijo para cada tipo de vehículo	Supuesto propio según diseño del sistema
$dem(g,w,p)$	100 kg	$U [a, b]: W1[30,60], W2[10,25], W3[15,30], W4[10,25], W5[40,70]$	Supuesto propio según diseño del sistema
$pop(i,j)$	personas	$U [30,75] \times 10^2$	Adaptado de Rabbani et al. (2019)
$comp(v,w)$	binario (0/1)	No aplica	Libro Naranja ONU
$compT(w,t)$	binario (0/1)	No aplica	Libro Naranja ONU
$compH(w,h)$	binario (0/1)	No aplica	Libro Naranja ONU
$compF(w,f)$	binario (0/1)	No aplica	Libro Naranja ONU
$\alpha(w)$	adimensional (proporción)	Variable según tipo de residuo	Literatura técnica
$\beta(w)$	adimensional (proporción)	Variable según tipo de residuo	Literatura técnica

Nota. Las cantidades de residuos y capacidades se expresan en múltiplos de 100 kg (1 unidad = 100 kg). Aunque $C(i,j)$ y $pop(i,j)$ se definen como un rango general, se diferencian subrangos según el tipo de trayecto entre los diferentes nodos del sistema. Además, se introdujo un 10% de probabilidad de generación nula para reflejar nodos sin producción de ciertos residuos.

En este estudio, el costo de transporte se modela como un costo asociado a la activación de la ruta entre dos nodos, es decir, como un costo por viaje. En investigaciones previas, como las de Zabihian-Bisheh et al. (2024), Rabbani et al. (2019) y Rabbani, Heidari, et al. (2018) el costo de transporte se representa en función del volumen o carga de los residuos movilizados. No obstante, en este trabajo se toma como referencia la propuesta de Kordi et al. (2023), quien modela dicho costo con base en las variables binarias de activación de las rutas. Esta elección resulta acorde a las características propias del transporte de residuos, donde los costos operativos dependen en su mayoría de la distancia recorrida, los costos fijos y variables asociados al vehículo, los requerimientos normativos y las condiciones de seguridad.

8.2 Método de las restricciones

La optimización multiobjetivo se entiende como un proceso computacional que busca resolver problemas en los que se optimizan simultáneamente dos o más objetivos que suelen estar en conflicto entre sí. En este tipo de enfoques, no es posible obtener una solución única que optimice todos los objetivos; por el contrario, se genera un conjunto de soluciones en las cuales la mejora de uno implica afectar al menos otro. Estas soluciones se denominan óptimas de Pareto (Toro et al., 2017). Para abordar este tipo de problemas, se han propuesto distintos métodos, entre los cuales se destacan el método de las restricciones, las sumas ponderadas, la programación por metas u objetivos y los métodos lexicográficos (Zabihian-Bisheh et al. (2024).

En este estudio, se emplea el método de las restricciones como técnica de solución. Este método, ampliamente reconocido en la resolución de problemas de optimización multiobjetivo, consiste en seleccionar un objetivo principal a optimizar, mientras que los demás se incorporan al modelo como restricciones. De este modo, se pueden obtener diferentes soluciones que conforman el frente de Pareto al variar los límites asignados a las restricciones (Khodabandeh et al., 2021).

En esta investigación, se selecciona $Z_1(x)$: *minimización de costos*, como función principal y $Z_2(x)$: *minimización de riesgos*, como función secundaria, la cual se incorpora como restricción mediante el parámetro ε .

$$\begin{aligned}
 & \text{Min } Z_1(x) \\
 & \text{s.a. } Z_2(x) \leq \varepsilon \\
 & \text{Restricciones (3) – (44)} \\
 & x \in X
 \end{aligned}
 \tag{45}$$

Para trazar la frontera de Pareto, el modelo se resuelve varias veces con un valor diferente de ε . En primer lugar, se optimiza cada función objetivo individualmente, considerando las restricciones originales del modelo y omitiendo el segundo objetivo con el fin de obtener los valores extremos de cada función. A partir de estos valores, se definen los puntos intermedios de ε dentro de dicho rango. Siguiendo la propuesta de Toro et al. (2017), los valores de ε se determinan mediante la siguiente ecuación:

$$\varepsilon_i = Z_2^{min} + \frac{Z_2^{max} - Z_2^{min}}{N - 1} * i, \quad i = 0,1,2,..
 \tag{46}$$

Se observa que valores de ε cercanos al riesgo mínimo no generan soluciones factibles, lo cual sugiere la existencia de una región de infactibilidad, situación que se atribuye a la exigencia computacional del modelo. Por esta razón, se define un rango intermedio comprendido entre el 30% y el 70% de los valores extremos generados como límites de Z_2^{min} y Z_2^{max} , con el propósito de garantizar la obtención de soluciones factibles y representativas del problema. Bajo este criterio, el método de las restricciones se implementa utilizando seis valores de ε para cada instancia, permitiendo así explorar adecuadamente la frontera de Pareto.

8.3 Validación de modelo

Para validar el comportamiento del modelo propuesto, se presentan como ejemplo los resultados de la Instancia 3 (ϵ_2) y la Instancia 4 (ϵ_1), obtenidos a partir de las pruebas descritas en la sección 9. Estos dos casos permiten ilustrar cómo el modelo integra las decisiones de localización con las decisiones operativas de recolección y transporte entre instalaciones. La Tabla 8 resume la estructura seleccionada, junto con los costos y riesgos asociados.

En términos generales, la Instancia 4 presenta un costo total más elevado debido a que el modelo selecciona dos instalaciones de tratamiento, ya que la demanda de residuos tratables supera la capacidad de un único sitio. Esta decisión aumenta tanto los costos de localización como los costos de transporte, al requerir más desplazamientos para distribuir los flujos entre instalaciones. Por el contrario, la Instancia 3 opera con una configuración más reducida, lo que disminuye los costos y el riesgo total asociado al transporte.

Tabla 8

Resultados generales costo, riesgo e instalaciones

Instancia	Costo Localización (USD)	Costo Ruteo (USD)	Costo Transporte (USD)	Costo Total (USD)	Riesgo (personas*100 kg)	Instalaciones seleccionadas
3	3.208.047	18.682	10.092	3.236.821	15.532.036	D2, T1, H1, R2
4	4.020.804	17.017	15.738	4.053.559	17.271.477	D3, T2, T3, H2, R1

8.3.1 Resultados instancia 3

La Instancia 3 está conformada por 4 nodos de generación, 2 centros de acopio, 2 instalaciones de tratamiento, 2 incineradoras, 2 centros de reciclaje todos considerados como instalaciones potenciales, además de un único sitio de disposición final. El sistema opera con 5 vehículos: 2 compatibles con residuos W1 y W5, 1 compatible con W2 y W4 y 2 compatibles con

W3. El horizonte de planeación corresponde a 2 periodos. Esta instancia permite analizar el comportamiento de los vehículos y verificar la funcionalidad de las restricciones de compatibilidad, ya que un mismo vehículo puede recolectar más de un tipo de residuo en un nodo cuando las condiciones lo permiten.

La Tabla 9 presenta las rutas óptimas obtenidas para ambos periodos. Estas rutas muestran cómo el modelo asigna cada vehículo de acuerdo con los tipos de residuos que pueden transportar y cómo se distribuyen las cargas dentro de cada recorrido. Es posible observar que la utilización de la flota es eficiente, puesto que algunos vehículos operan en ambos periodos, mientras que otros permanecen inactivos cuando no son requeridos. Esto confirma que el modelo no fuerza su uso innecesario y evita costos operativos adicionales. Además, se evidencia que todos los recorridos cumplen con la capacidad máxima de los vehículos y finalizan en el centro de acopio D2, garantizando el cumplimiento de las restricciones del sistema.

Tabla 9

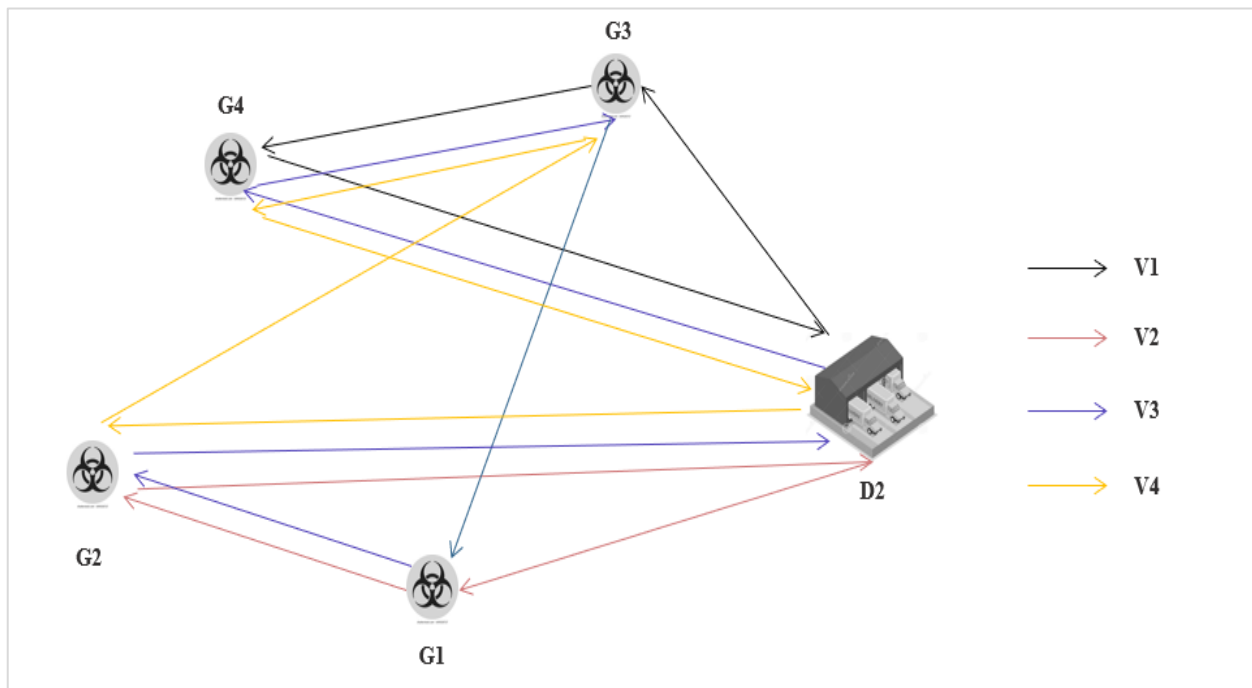
Instancia 3: Rutas óptimas para la recolección de residuos

Periodo	Vehículo	Ruta Óptima	Carga Acumulada (100 kg)
P1	V1	D2 → G3 (W1; W5) → G4 (W1; W5) → D2	201
	V2	D2 → G1 (W1; W5) → G2 (W1; W5) → D2	197
	V3	D2 → G4 (W2; W4) → G3 (W2; W4) → G1 (W2; W4) → G2 (W2; W4) → D2	132
	V4	D2 → G2 (W3) → G3 (W3) → G4 (W3) → D2	71
	V5	No realiza recorrido	0
P2	V1	D2 → G1 (W1; W5) → G2 (W1; W5) → D2	207
	V2	D2 → G3 (W1; W5) → G4 (W1; W5) → D2	231
	V3	D2 → G4 (W2; W4) → G3 (W2) → G1 (W4) → G2 (W2; W4) → D2	98
	V4	D2 → G1 (W3) → G2 (W3) → D2	55
	V5	D2 → G3 (W3) → G4 (W3) → D2	57

Las Figura 5 ilustra como ejemplo las rutas de recolección asociadas al proceso de ruteo para la Instancia 3 en el periodo 1.

Figura 5

Ruteo de vehículos instancia 3 periodo 1



Por otra parte, la Tabla 10 resume las cantidades de residuos depositados en cada instalación. El centro de acopio seleccionado recibe todos los desechos descargados por los vehículos y luego los distribuye según su tipo: T1 recibe residuos tratables (W2 y W4), H1 procesa los incinerables (W1 y W3) y F1 los destinados a disposición final (W5). En ambos periodos, todas las instalaciones operan dentro de su capacidad, lo que confirma que la estructura seleccionada es suficiente para cubrir la demanda sin necesidad de habilitar instalaciones adicionales.

Finalmente, la Tabla 11 presenta los flujos entre instalaciones y muestra que todos los residuos generados son enviados a los destinos compatibles. De igual manera, se realiza correctamente el transporte de residuos secundarios: T1 envía el material recuperable hacia R2 y

dirige los residuos no aprovechables hacia F1, mientras que H1 remite a F1 los remanentes resultantes del proceso de incineración. En conjunto, estos movimientos verifican que la red opera de manera coherente con la naturaleza de cada residuo y que se mantiene dentro de las capacidades disponibles en todos los puntos de la cadena.

Tabla 10

Instancia 3: Cantidad de residuos depositados en las instalaciones

Periodo	Instalación	Capacidad (100 kg)	W1	W2	W3	W4	W5	Total (100 kg)
P1	D2	803	188	70	71	62	210	601
	T1	475	0	70	0	62	0	132
	H1	552	188	0	71	0	0	259
	F1	500	0	0	0	0	210	210
P2	D2	803	196	45	112	53	242	648
	T1	475	0	45	0	53	0	98
	H1	552	196	0	112	0	0	308
	F1	500	0	0	0	0	242	242

Tabla 11

Instancia 3: Transporte de residuos entre instalaciones

Periodo	Instalación	Cantidad de Residuos Enviados (100 kg)	Periodo	Instalación	Cantidad de Residuos Enviados (100 kg)
P1	D2 → T1	132	P2	D2 → T1	98
	D2 → H1	259		D2 → H1	308
	D2 → F1	210		D2 → F1	242
	T1 → R2	24,55		T1 → R2	17,43
	T1 → F1	48,45		T1 → F1	36,08
	H1 → F1	55,56		H1 → F1	65,52

8.3.2 Resultados instancia 4

La Instancia 4 representa un escenario con mayor disponibilidad de infraestructura potencial. En este caso se presentan 4 nodos de generación, 3 centros de acopio, 3 centros de tratamiento, 2 incineradoras, 2 centros de reciclaje y un sitio de disposición final fijo. La operación se realiza con 4 vehículos: 2 compatibles con residuos W1 y W5, 1 compatible con W2 y W4 y 1 compatible con W3. Esta estructura es más compleja en términos de selección de instalaciones, debido a que la cantidad de residuos tratables supera la capacidad de un solo centro.

La Tabla 12 presenta las rutas para los dos periodos de la Instancia 4. En este caso, teniendo en cuenta que existe un número menor de vehículos, los recorridos son más extensos, sin embargo, en ningún caso se exceden las capacidades establecidas. Las rutas evidencian una asignación coherente con las compatibilidades de cada vehículo y muestran un funcionamiento estable entre ambos periodos. Las Figura 6 representa las rutas obtenidas para la Instancia 4 en el periodo 1.

Figura 6

Ruteo de vehículos instancia 4 periodo 1

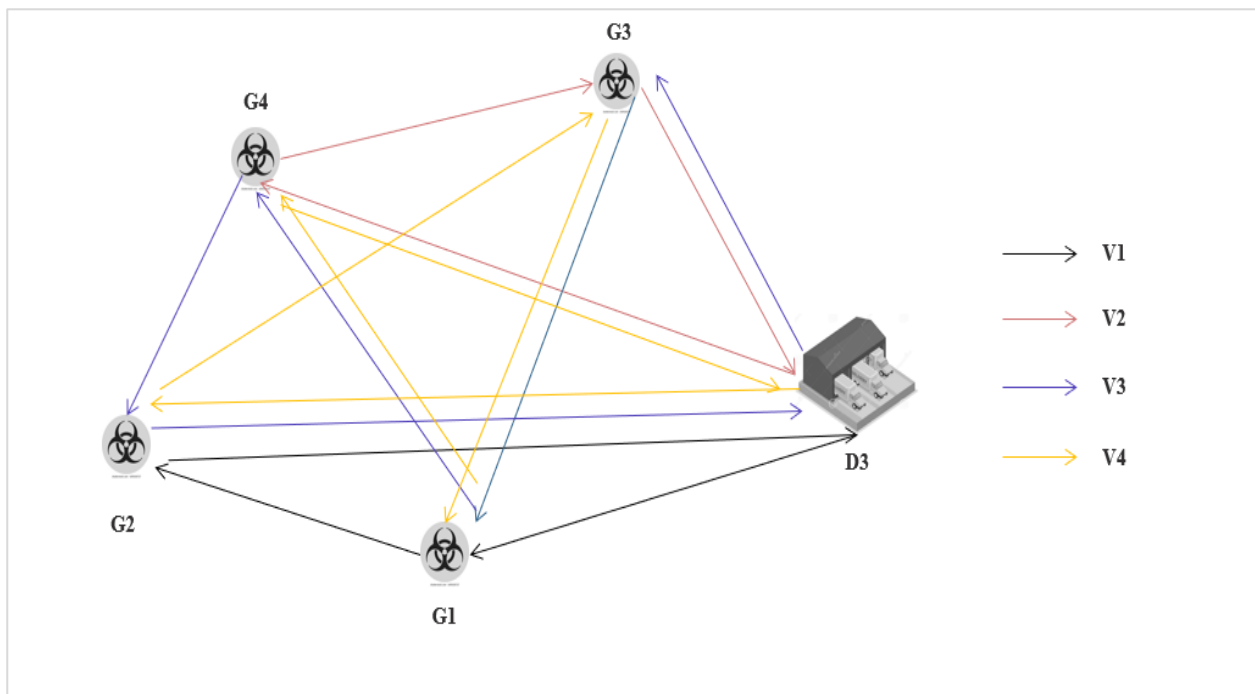


Tabla 12

Instancia 4: Rutas óptimas para la recolección de residuos

Periodo	Vehículo	Ruta Óptima	Carga Acumulada (100 kg)
P1	V1	D3 → G1 (W1; W5) → G2 (W1; W5) → D3	213
	V2	D3 → G4 (W1; W5) → G3 (W1; W5) → D3	192
	V3	D3 → G3 (W2; W4) → G1 (W2; W4) → G4 (W2; W4) → G2 (W2; W4) → D3	145
	V4	D3 → G2 (W3) → G3 (W3) → G1 (W3) → G4 (W3) → D3	105
P2	V1	D3 → G1 (W1; W5) → G3 (W1; W5) → D3	208
	V2	D3 → G4 (W1; W5) → G2 (W1; W5) → D3	170
	V3	D3 → G2 (W2; W4) → G4 (W2; W4) → G1 (W2; W4) → G3 (W2; W4) → D3	144
	V4	D3 → G2 (W3) → G4 (W3) → G1 (W3) → G3 (W3) → D3	91

En esta instancia se activan dos centros de tratamiento (T2 y T3), tal como se observa en la Tabla 13. Lo anterior, debido a que un único centro no es suficiente para cubrir la demanda total de residuos tratables. Las cantidades asignadas a cada instalación se mantienen dentro de los límites de capacidad, lo que confirma que esta combinación es suficiente ante el nivel de demanda considerado en la instancia.

Por último, la Tabla 14 describe los movimientos de residuos entre instalaciones. Al igual que en la instancia previa, se evidencia el transporte de residuos secundarios generados durante el tratamiento: T2 y T3 remiten materiales recuperables hacia R1 y envían los residuos no aprovechables hacia F1. Por su parte, H2 también transfiere sus remanentes a F1 tras el proceso de incineración. Estos flujos evidencian que la red funciona adecuadamente, gestionando tanto la recolección desde los nodos de generación como los movimientos derivados del procesamiento.

Tabla 13

Instancia 4: Cantidad de residuos depositados en las instalaciones

Periodo	Instalación	Capacidad (100 kg)	W1	W2	W3	W4	W5	Total (100 kg)
P1	D3	977	174	54	105	91	231	655
	T2	125	0	34	0	91	0	125
	T3	120	0	20	0	0	0	20
	H2	523	174	0	105	0	0	279
	F1	423	0	0	0	0	231	231
P2	D3	977	182	69	91	75	196	613
	T2	125	0	50	0	75	0	125
	T3	120	0	19	0	0	0	19
	H2	523	182	0	91	0	0	273
	F1	423	0	0	0	0	196	196

Tabla 14

Instancia 4: Transporte de residuos entre instalaciones

Periodo	Instalación	Cantidad de Residuos Enviados (100 kg)	Periodo	Instalación	Cantidad de Residuos Enviados (100 kg)
P1	D3 → T2	125	P2	D3 → T2	125
	D3 → T3	20		D3 → T3	19
	D3 → H2	279		D3 → H2	273
	D3 → F1	231		D3 → F1	196
	T2 → R1	19,54		T2 → R1	21,38
	T3 → R1	4,80		T3 → R1	4,56
	T2 → F1	46,37		T2 → F1	46,13
	T3 → F1	7,20		T3 → F1	6,84
	H2 → F1	59,28		H2 → F1	58,24

9. Experimentación y análisis de resultados

Una vez validado el modelo matemático y verificado su funcionamiento, en esta sección se presentan y analizan los resultados obtenidos a partir de la experimentación realizada mediante

la aplicación del método de las restricciones, para las distintas instancias descritas en el Capítulo 8. En cada caso, el modelo se ejecuta utilizando los seis valores definidos para el parámetro ε , con el objetivo de generar las respectivas fronteras de Pareto. Este conjunto de pruebas permite obtener soluciones que reflejan diferentes combinaciones entre costo y riesgo, lo que hace posible analizar el comportamiento del modelo frente a ambos objetivos. Los resultados presentados incluyen:

- El costo total del sistema.
- El riesgo asociado a las rutas.
- El conjunto de instalaciones abiertas.
- El tiempo computacional y el GAP reportado por el solver.

Cabe señalar que, en el método de las restricciones aplicado a problemas bi-objetivo, como en la presente investigación, la construcción del frente de Pareto es independiente de cual función objetivo se seleccione como principal. No obstante, al avanzar en la experimentación se evidencia que el modelo presenta tiempos de convergencia considerablemente menores cuando se prioriza la minimización del costo. Por el contrario, cuando el riesgo se establece como objetivo principal, el proceso se vuelve más lento y exigente computacionalmente. Con base en esto, se define Z_1 (*costo total*) como objetivo a minimizar y Z_2 (*riesgo transporte*) como restricción. La Tabla 15 presenta los resultados consolidados para cada instancia.

En términos generales, el tamaño reducido de las instancias evaluadas permite alcanzar soluciones con niveles muy cercanos al óptimo, alcanzando en la mayoría de los casos un GAP inferior al 1% dentro de un tiempo máximo de ejecución de 3600 segundos. Sin embargo, se identifica que algunos puntos incrementan la dificultad del problema, lo cual se refleja en mayores tiempos de resolución o en la obtención de GAP superiores, debido a la naturaleza más restrictiva de estos valores.

Tabla 15

Resultados computacionales

Instancia	ϵ	Z1: Costo total (USD)	Z2: Riesgo (personas*100 kg)	GAP (%)	Tiempo (s)	
1	ϵ_1	27.538.339	2.752.438	27.503.830	0,25%	3612,39
	ϵ_2	27.765.682	2.752.438	27.674.485	0,10%	389,50
	ϵ_3	27.993.024	2.752.211	27.970.154	0,23%	3605,02
	ϵ_4	28.220.367	2.752.095	28.184.300	0,10%	2074,14
	ϵ_5	28.447.709	2.751.988	28.396.396	0,10%	1201,47
	ϵ_6	28.675.051	2.751.988	28.606.970	0,10%	67,829
2	ϵ_1	25.002.101	3.638.830	24.967.820	0,42%	3767,51
	ϵ_2	25.521.383	3.638.365	25.499.498	0,35%	3611,56
	ϵ_3	26.040.665	3.638.280	25.920.873	0,31%	3723,39
	ϵ_4	26.559.946	3.637.193	26.529.977	0,41%	3607,48
	ϵ_5	27.079.228	3.637.023	27.007.511	0,34%	3622,31
	ϵ_6	27.598.510	3.636.879	27.589.345	0,36%	3759,25
3	ϵ_1	15.450.780	3.236.903	15.442.042	0,33%	3616,20
	ϵ_2	15.574.631	3.236.821	15.532.036	0,37%	3605,59
	ϵ_3	15.749.482	3.236.760	15.740.634	0,36%	3623,44
	ϵ_4	15.924.334	3.236.760	15.740.634	0,33%	3606,59
	ϵ_5	16.099.186	3.236.760	15.850.046	0,33%	3608,17
	ϵ_6	16.274.037	3.236.760	16.268.855	0,33%	3609,05
4	ϵ_1	17.289.184	4.053.559	17.271.477	5,31%	7227,91
	ϵ_2	17.466.070	4.128.353	16.962.540	2,30%	7239,67
	ϵ_3	17.642.956	4.052.991	17.598.888	2,01%	6126,39
	ϵ_4	17.819.841	4.135.077	17.642.608	25,50%	7290,16
	ϵ_5	17.996.727	4.052.778	17.943.872	0,54%	3627,08
	ϵ_6	18.173.613	4.052.778	17.943.872	0,43%	3617,33
5	ϵ_1	26.633.040	2.858.936	26.462.065	2,12%	3662,61
	ϵ_2	26.948.758	2.858.936	26.661.820	2,15%	3606,64
	ϵ_3	27.264.476	2.806.539	27.258.148	46,92%	12724,96
	ϵ_4	27.580.193	2.806.390	27.426.789	0,29%	3641,64
	ϵ_5	27.895.911	2.806.240	27.836.576	0,25%	3831,67
	ϵ_6	28.211.629	2.806.169	28.199.545	25,83%	7045,69

9.1 Construcción de la frontera de Pareto

De acuerdo a los resultados obtenidos, se obtiene la frontera costo-riesgo de cada instancia siguiendo los pasos descritos a continuación:

- *Ordenamiento inicial:* Las soluciones obtenidas para los distintos valores de ε se ordenan de forma ascendente según el valor de Z_1 (*costo total*).
- *Identificación de soluciones dominadas:* Una vez ordenado el conjunto, se evalúan los resultados para descartar soluciones dominadas. En este punto, se conservan únicamente las soluciones no dominadas (o eficientes), considerando que una solución ε_1 es dominada por ε_2 si $Z_1(\varepsilon_2) \leq Z_1(\varepsilon_1)$ y $Z_2(\varepsilon_2) \leq Z_2(\varepsilon_1)$, con al menos una de las desigualdades estricta. En los casos en que dos soluciones presentan valores iguales en (Z_1, Z_2) , se mantiene una sola de ellas para evitar duplicidad. La Tabla 16 describe la dominancia asociada a cada prueba.
- *Obtención de la frontera de Pareto:* Finalmente, el conjunto de soluciones no dominadas permite construir la frontera de Pareto de cada instancia, las cuales se observan en las Figuras 7 a 11.

En cada instancia, la frontera de Pareto permite visualizar la relación existente entre Z_1 (*costo total*) y Z_2 (*riesgo transporte*). Tal como muestran las gráficas, una disminución en el riesgo implica un incremento en los costos y viceversa, lo que da lugar al conjunto de soluciones no dominadas. Las pendientes negativas de las curvas reflejan que no es posible mejorar ambos objetivos de manera simultánea. Además, la forma y la dispersión de cada frontera revelan diferencias notables entre instancias. En algunos casos, como en las instancias 1 y 3, las soluciones se encuentran muy próximas entre sí, mientras que, en otros, como la instancia 4 y 5, aparecen puntos más separados, lo que indica compromisos más pronunciados entre costo y riesgo.

Tabla 16

Identificación de soluciones dominadas

Instancia	ϵ	Z1: Costo total (USD)	Z2: Riesgo (personas*100 kg)	Dominancia	
1	ϵ_5	28.447.709	2.751.988	28.396.396	No dominada
	ϵ_6	28.675.051	2.751.988	28.606.970	Dominada
	ϵ_4	28.220.367	2.752.095	28.184.300	No dominada
	ϵ_3	27.993.024	2.752.211	27.970.154	No dominada
	ϵ_1	27.538.339	2.752.438	27.503.830	No dominada
	ϵ_2	27.765.682	2.752.438	27.674.485	Dominada
2	ϵ_6	27.598.510	3.636.879	27.589.345	No dominada
	ϵ_5	27.079.228	3.637.023	27.007.511	No dominada
	ϵ_4	26.559.946	3.637.193	26.529.977	No dominada
	ϵ_3	26.040.665	3.638.280	25.920.873	No dominada
	ϵ_2	25.521.383	3.638.365	25.499.498	No dominada
	ϵ_1	25.002.101	3.638.830	24.967.820	No dominada
3	ϵ_3	15.749.482	3.236.760	15.740.634	No dominada
	ϵ_4	15.924.334	3.236.760	15.740.634	Duplicidad
	ϵ_5	16.099.186	3.236.760	15.850.046	Dominada
	ϵ_6	16.274.037	3.236.760	16.268.855	Dominada
	ϵ_2	15.574.631	3.236.821	15.532.036	No dominada
	ϵ_1	15.450.780	3.236.903	15.442.042	No dominada
4	ϵ_5	17.996.727	4.052.778	17.943.872	No dominada
	ϵ_6	18.173.613	4.052.778	17.943.872	Duplicidad
	ϵ_3	17.642.956	4.052.991	17.598.888	No dominada
	ϵ_1	17.289.184	4.053.559	17.271.477	No dominada
	ϵ_2	17.466.070	4.128.353	16.962.540	No dominada
	ϵ_4	17.819.841	4.135.077	17.642.608	Dominada
5	ϵ_6	28.211.629	2.806.169	28.199.545	No dominada
	ϵ_5	27.895.911	2.806.240	27.836.576	No dominada
	ϵ_4	27.580.193	2.806.390	27.426.789	No dominada
	ϵ_3	27.264.476	2.806.539	27.258.148	No dominada
	ϵ_1	26.633.040	2.858.936	26.462.065	No dominada
	ϵ_2	26.948.758	2.858.936	26.661.820	Dominada

Figura 7
Frontera de Pareto instancia 1

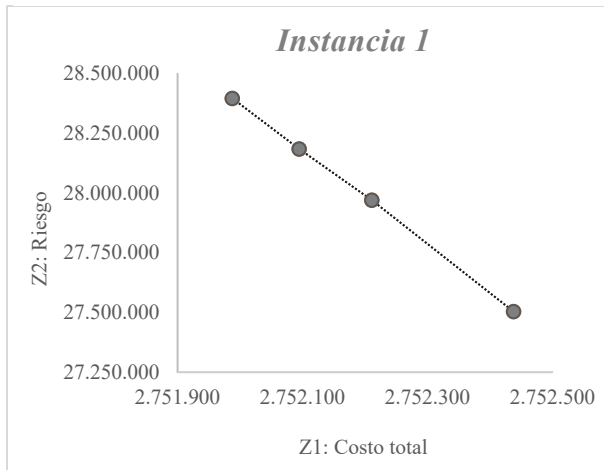


Figura 8
Frontera de Pareto instancia 2

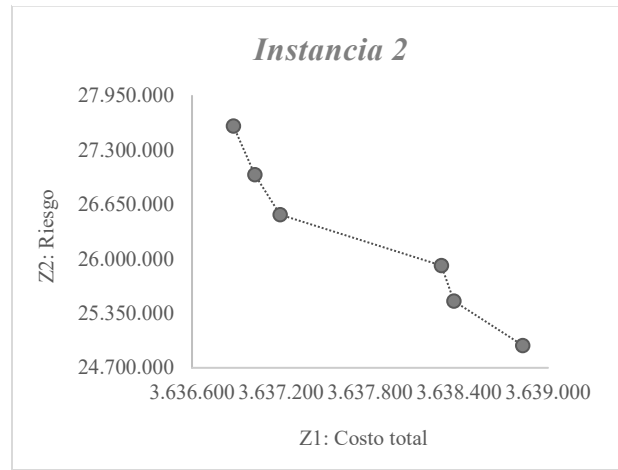


Figura 9
Frontera de Pareto instancia 3

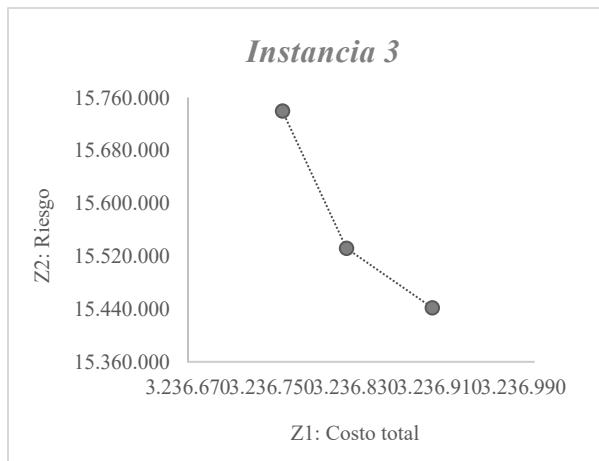


Figura 10
Frontera de Pareto instancia 4

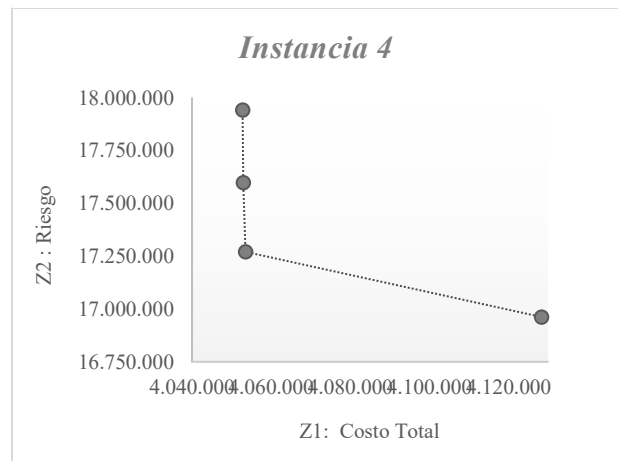
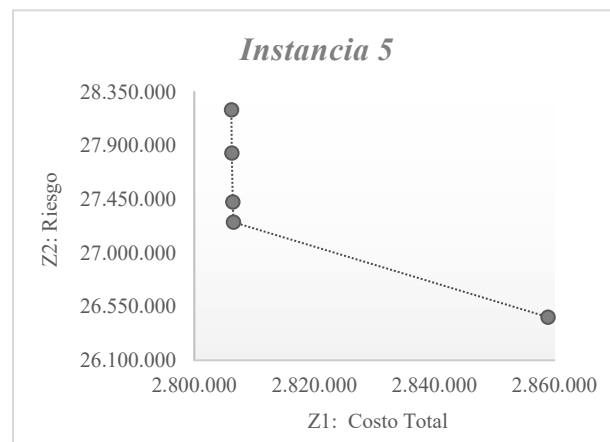


Figura 11
Frontera de Pareto instancia 5



9.2 Análisis de los resultados

Los resultados obtenidos en las cinco instancias muestran que el modelo funciona de manera consistente bajo el método de las restricciones, generando fronteras de Pareto claras y coherentes. Las soluciones no dominadas evidencian el conflicto entre los dos objetivos: reducir el riesgo implica aumentar el costo, y disminuir el costo produce un mayor nivel de riesgo. Además, en todas las instancias se evidencia que la selección de instalaciones permanece igual frente a los diferentes valores de ϵ , lo que indica que las decisiones de localización son estables y no se ven afectadas por las variaciones en este parámetro.

Aunque las instancias comparten una misma estructura general, cada una presenta particularidades que explican las diferencias observadas en sus fronteras de Pareto. En las instancias 1 y 3, las curvas resultan más suaves debido a que la distribución de los nodos y los costos de transporte generan alternativas muy similares, lo que reduce el impacto del parámetro ϵ en la configuración de las rutas. Por el contrario, las instancias 4 y 5 presentan una frontera con algunas variaciones pronunciadas entre soluciones consecutivas, lo que sugiere rutas claramente diferentes. La instancia 2 muestra un comportamiento intermedio, con puntos que están algo más separados, aunque sin alcanzar la variabilidad observada en las instancias 4 y 5.

En general, al tratarse de instancias de tamaño pequeño, las fronteras tienden a ser discretas y con menor variabilidad, debido a que el espacio de soluciones posibles es más limitado. Al trabajar con pocos nodos, la selección de instalaciones óptima se determina casi desde el inicio, y los costos fijos, los cuales son bastante altos frente a los operativos, impiden que surjan muchas alternativas diferentes. Por esta razón, las diferencias entre soluciones aparecen únicamente en el ruteo, mientras que la parte estratégica del modelo permanece estable. Esto confirma que el

parámetro ε influye en la asignación y organización de las rutas, pero no modifica la decisión sobre qué instalaciones deben abrirse.

En instancias de mayor escala, donde existe un número más amplio de combinaciones entre instalaciones y rutas, se esperaría observar fronteras más diversas y sensibles a cambios en ε . Este comportamiento es común en los problemas de localización y ruteo, en los cuales las decisiones estratégicas suelen ser más robustas, mientras que los componentes tácticos y operativos, como las rutas y los costos de transporte, son los que realmente reflejan los efectos del equilibrio entre los objetivos.

10. Conclusiones

En el presente trabajo de investigación se desarrolla un modelo de optimización de localización y ruteo multiobjetivo y multiperiodo para la gestión de residuos peligrosos, integrando simultáneamente la minimización de costos totales del sistema y la minimización de riesgos de transporte como objetivos de estudio. A partir de la revisión de literatura realizada, se identifican las diferentes formulaciones matemáticas utilizadas para abordar el problema, destacando que la mayoría de los estudios involucra decisiones estratégicas de localización de instalaciones con decisiones tácticas y operativas de ruteo de vehículos. Asimismo, se contempla el transporte directo de residuos entre las instalaciones seleccionadas, completando la estructura general de un sistema de gestión de residuos peligrosos.

De acuerdo a esto, el modelo propuesto incorpora estos elementos de manera conjunta, incluyendo las decisiones de localización, las rutas de recolección y los flujos entre instalaciones, con el propósito de reflejar de forma coherente el funcionamiento del sistema. Respecto a la

formulación matemática, el modelo considera una flota de vehículos heterogénea y la compatibilidad vehículo-residuo, lo que permite representar de manera realista las restricciones propias de este tipo de residuos, dado que un vehículo puede recolectar distintos tipos de residuos peligrosos siempre que sean compatibles entre sí.

Para la validación y obtención de soluciones se emplean instancias de pruebas pequeñas, debido a la complejidad computacional. La aplicación del método de las restricciones genera fronteras de Pareto claras, que reflejan el conflicto existente entre la minimización de costos y de riesgos, proporcionando un conjunto de soluciones eficientes que facilitan la selección según las prioridades del tomador de decisiones. Los resultados muestran que las decisiones de localización se mantienen estables frente a los cambios en el parámetro de restricción, mientras que las rutas se ajustan para equilibrar ambos objetivos, garantizando el cumplimiento de la capacidad de los vehículos y las restricciones de compatibilidad. Además, el modelo valida la utilización eficiente de la flota y la coherencia operativa de la red de recolección y transporte, asegurando que todos los residuos son procesados en las instalaciones correspondientes.

En conjunto, el modelo muestra estabilidad en las decisiones estratégicas, genera fronteras de Pareto claras y ofrece soluciones eficientes. La combinación de estabilidad en la localización y ajustes moderados en el ruteo respalda la validez del enfoque y su utilidad como herramienta de apoyo para la planificación de sistemas de recolección y transporte de residuos peligrosos, donde se requiere un balance entre seguridad y costos.

Finalmente, se observa que a medida que aumenta el número de nodos y vehículos, los tiempos de resolución del modelo crecen exponencialmente, alcanzando valores GAP elevados tras largos tiempos de ejecución. Esto confirma que el problema de localización y ruteo es altamente complejo (NP-hard) y que los métodos exactos presentan limitaciones para tamaños de

instancia medianos o grandes. Sin embargo, el modelo constituye una base sólida para representar la relación entre decisiones de localización y ruteo, y sirve como punto de partida para el desarrollo de enfoques híbridos o metaheurísticos que mejoren el rendimiento computacional en trabajos futuros. Adicionalmente, se podrían incorporar criterios ambientales adicionales o la representación de incertidumbre en la generación de residuos y los costos asociados para ampliar el alcance del modelo y fortalecer su aplicabilidad en contextos reales.

Referencias bibliográficas

- Alamatsaz, K., Ahmadi, A., Seyed, &, Javad, M., & Al-E-Hashem, M. (2022). A multiobjective model for the green capacitated location-routing problem considering drivers' satisfaction and time window with uncertain demand. *Environmental Science and Pollution Research*, 29. 5052–5071. <https://doi.org/10.1007/s11356-021-15907-x/>
- Alumur, S., & Kara, B. Y. (2007). A new model for the hazardous waste location-routing problem. *Computers and Operations Research*, 34(5), 1406–1423. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2005.06.012>
- Amiri, A., Amin, S. H., & Zolfagharinia, H. (2023). A bi-objective green vehicle routing problem with a mixed fleet of conventional and electric trucks: Considering charging power and density of stations. *Expert Systems with Applications*, 213. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2022.119228>
- Asgari, N., Rajabi, M., Jamshidi, M., Khatami, M., & Farahani, R. Z. (2017). A memetic algorithm for a multi-objective obnoxious waste location-routing problem: a case study. *Annals of Operations Research*, 250(2), 279–308. <https://doi.org/10.1007/s10479-016-2248-7>
- Balakrishnan, A., Ward, J. E., & Wong, R. T. (1987). Integrated Facility Location and Vehicle Routing Models: Recent Work and Future Prospects. *American Journal of Mathematical and Management Sciences*, 7(1–2), 35–61. <https://doi.org/10.1080/01966324.1987.10737207>
- Baygan, B., Mehrabian, A., Yousefi Nejad Attari, M., & Doostideilami, M. J. (2024). A Bi-Objective Stochastic Model of Locating-Allocating-Routing Relief and Rescue in Disaster Response Conditions: An Accelerated Benders Decomposition. *Complexity*, 2024. <https://doi.org/10.1155/2024/8838354>

- Beiki, H., Seyedhosseini, S. M., Mihardjo, L. W. W., & Seyedaliakbar, S. M. (2021). Multiobjective location-routing problem of relief commodities with reliability. *Environmental Science and Pollution Research*. <https://doi.org/10.1007/s11356-020-11891-w>
- Bombang, S., Prasetya Ichiarto, B., & Hardi Purba, H. (2025). Optimization location routing problem (LRP) of humanitarian aid distribution in Sigi district using NSGA II methods. *International Journal of Production Management and Engineering*, 13(2), 159–173. <https://doi.org/10.4995/ijpme.2025.23002>
- Bozorgi-Amiri, A., & Khorsi, M. (2016). A dynamic multi-objective location–routing model for relief logistic planning under uncertainty on demand, travel time, and cost parameters. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 85(5–8), 1633–1648. <https://doi.org/10.1007/s00170-015-7923-3>
- Caballero, R., González, M., Guerrero, F. M., Molina, J., & Paralera, C. (2007). Solving a multiobjective location routing problem with a metaheuristic based on tabu search. Application to a real case in Andalusia. *European Journal of Operational Research*, 177(3), 1751–1763. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2005.10.017>
- Cabrales-Navarro, P. A., Arias-Osorio, J. E., & Camacho-Pinto, J. C. (2023). Multi-objective Location and Routing Problem: A Review. *Ingenieria (Colombia)*, 28(2). <https://doi.org/10.14483/23448393.18734>
- Charles ReVelle, Jared Cohon, D. S. (1991). *Simultaneous Siting and Routing in the Disposal of Hazardous Wastes* (pp. 138–145). *Transportation Science*, 25(2).

- Chen, B., Zhang, R., Long, S., & Sakdanuphab, R. (2024). A Multi-Objective Multi-Period Low-Carbon Location-Routing Problem: Improved NSGA-II Approach. *IEEE Access*, *12*, 51590–51605. <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2024.3386584>
- Chen, H.-K., Hsueh, C.-F., & Chang, M.-S. (2009). Production scheduling and vehicle routing with time windows for perishable food products. *Computers & Operations Research*, *36*(7), 2311–2319. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.cor.2008.09.010>
- Current, J., & Ratick, S. (1995). A model to assess risk, equity and efficiency in facility location and transportation of hazardous materials. *Location Science*, *3*(3), 187–201. [https://doi.org/https://doi.org/10.1016/0966-8349\(95\)00013-5](https://doi.org/https://doi.org/10.1016/0966-8349(95)00013-5)
- De Veluz, M. R. D., Redi, A. A. N. P., Maaliw, R. R., Persada, S. F., Prasetyo, Y. T., & Young, M. N. (2023). Scenario-Based Multi-Objective Location-Routing Model for Pre-Disaster Planning: A Philippine Case Study. *Sustainability (Switzerland)*, *15*(6). <https://doi.org/10.3390/su15064882>
- Delfani, F., Kazemi, A., Seyedhosseini, S. M., & Niaki, S. T. A. (2020). A Green Hazardous Waste Location-routing Problem Considering the Risks Associated with Transportation and Population. *International Journal of Engineering, Transactions B: Applications*, *33*(11). <https://doi.org/10.5829/ije.2020.33.11b.18>
- Delfani, F., Kazemi, A., SeyedHosseini, S. M., & Niaki, S. T. A. (2021). A novel robust possibilistic programming approach for the hazardous waste location-routing problem considering the risks of transportation and population. *International Journal of Systems Science: Operations and Logistics*, *8*(4), 383–395. <https://doi.org/10.1080/23302674.2020.1781954>

- Drexl, M., & Schneider, M. (2015). A survey of variants and extensions of the location-routing problem. In *European Journal of Operational Research* (Vol. 241, Issue 2, pp. 283–308). Elsevier B.V. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2014.08.030>
- Du, J., Wang, X., Wu, X., Zhou, F., & Zhou, L. (2023). Multi-objective optimization for two-echelon joint delivery location routing problem considering carbon emission under online shopping. *Transportation Letters*, 15(8), 907–925. <https://doi.org/10.1080/19427867.2022.2112857>
- Ebrahimi, S. B. (2018). A stochastic multi-objective location-allocation-routing problem for tire supply chain considering sustainability aspects and quantity discounts. *Journal of Cleaner Production*, 198, 704–720. <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2018.07.059>
- Farrokhi-Asl, H., Makui, A., Jabbarzadeh, A., & Barzinpour, F. (2020). Solving a multi-objective sustainable waste collection problem considering a new collection network. *Operational Research*, 20(4), 1977–2015. <https://doi.org/10.1007/s12351-018-0415-0>
- Farrokhi-Asl, H., Tavakkoli-Moghaddam, R., Asgarian, B., & Sangari, E. (2017). Metaheuristics for a bi-objective location-routing-problem in waste collection management. *Journal of Industrial and Production Engineering*, 34(4), 239–252. <https://doi.org/10.1080/21681015.2016.1253619>
- Feyzli, M., Kia, H., & Khalilzadeh, M. (2025). A sustainable multi-objective location-routing problem considering routing risk for medical waste management during pandemics. *Sustainable Futures*, 10. <https://doi.org/10.1016/j.sftr.2025.101272>
- Frikha, H., & Daami, F. (2024). A multi-objective mathematical programming model for location-routing of COVID-19 healthcare waste in Tunisia. *Annals of Operations Research*. <https://doi.org/10.1007/s10479-024-06308-7>

- Galindres, L. F., Guimarães, F. G., & Gallego-Rendón, R. A. (2023). Multi-objective sustainable capacitated location routing problem formulation in sustainable supply-chain management. *Engineering Optimization*, 55(3), 526–541. <https://doi.org/10.1080/0305215X.2021.2014476>
- Ghaffari-Nasab, N., Jabalameli, M. S., Aryanezhad, M. B., & Makui, A. (2013). Modeling and solving the bi-objective capacitated location-routing problem with probabilistic travel times. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 67(9–12), 2007–2019. <https://doi.org/10.1007/s00170-012-4627-9>
- Ghasemi, P., Hemmaty, H., Pourghader Chobar, A., Heidar, M. R., & Keramati, M. (2023). A Multi-Objective and Multi-Level Model for Location-Routing Problem in the Supply Chain Based on the Customer's Time Window. *Journal of Applied Research on Industrial Engineering*, 10(3), 412–426. <https://doi.org/10.22105/jarie.2022.321454.1414>
- Ghiani, G., Laganà, D., Manni, E., Musmanno, R., & Vigo, D. (2014). Operations research in solid waste management: A survey of strategic and tactical issues. In *Computers and Operations Research* (Vol. 44, pp. 22–32). <https://doi.org/10.1016/j.cor.2013.10.006>
- Giannikos, I. (1998). A multiobjective programming model for locating treatment sites and routing hazardous wastes. *European Journal of Operational Research*, 104(2), 333–342. [https://doi.org/10.1016/S0377-2217\(97\)00188-4](https://doi.org/10.1016/S0377-2217(97)00188-4)
- Golmohammadi, A. M., Bonab, S. A., & Parishani, A. (2016). A multi-objective location routing problem using imperialist competitive algorithm. *International Journal of Industrial Engineering Computations*, 7(3), 481–488. <https://doi.org/10.5267/j.ijiec.2015.12.002>
- Govindan, K., Jafarian, A., Khodaverdi, R., & Devika, K. (2014). Two-echelon multiple-vehicle location-routing problem with time windows for optimization of sustainable supply chain

network of perishable food. *International Journal of Production Economics*, 152, 9–28.
<https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2013.12.028>

Govindan, K., Naieni Fard, F. S., Asgari, F., Sorooshian, S., & Mina, H. (2024). A Bi-objective location-routing model for the healthcare waste management in the era of logistics 4.0 under uncertainty. *International Journal of Production Economics*, 276.
<https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2024.109342>

Govindan, K., Nasr, A. K., Mostafazadeh, P., & Mina, H. (2021). Medical waste management during coronavirus disease 2019 (COVID-19) outbreak: A mathematical programming model. *Computers and Industrial Engineering*, 162.
<https://doi.org/10.1016/j.cie.2021.107668>

Govindan, K., Nosrati-Abarghooee, S., Nasiri, M. M., & Jolai, F. (2022). Green reverse logistics network design for medical waste management: A circular economy transition through case approach. *Journal of Environmental Management*, 322.
<https://doi.org/10.1016/j.jenvman.2022.115888>

Hajghani, M., Forghani, M. A., Heidari, A., Khalilzadeh, M., & Kebriyaii, O. (2023). A two-echelon location routing problem considering sustainability and hybrid open and closed routes under uncertainty. *Heliyon*, 9(3). <https://doi.org/10.1016/j.heliyon.2023.e14258>

Heidari, A., Imani, D. M., Khalilzadeh, M., & Sarbazvatan, M. (2023). Green two-echelon closed and open location-routing problem: application of NSGA-II and MOGWO metaheuristic approaches. *Environment, Development and Sustainability*, 25(9), 9163–9199.
<https://doi.org/10.1007/s10668-022-02429-w>

Hillier, F. S., & Lieberman, G. J. (2010). *Introduction to operations research* (9th ed.). McGraw-Hill.

- Hoornweg, D., & Bhada-Tata, P. (2012). *What a waste: A global review of solid waste management* (Urban Development Series Knowledge Papers No. 15). World Bank.
- Hu, H., Li, X., Zhang, Y., Shang, C., & Zhang, S. (2019). Multi-objective location-routing model for hazardous material logistics with traffic restriction constraint in inter-city roads. *Computers and Industrial Engineering*, 128, 861–876. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2018.10.044>
- IDEAM. (2025). *Guía matriz de compatibilidad almacenamiento y transporte de sustancias químicas (Código SGI-G004, versión 02)*. IDEAM.
- IDEAM. (2024). *Informe nacional de residuos o desechos peligrosos 2023*. IDEAM.
- Jamali, M. (2019). Presenting a location-routing problem for multi-vehicle hazardous materials transport, considering the cost dependent to the amount of materials loaded. *International Journal of Supply Chain Management*, 8(3), 1079–1100.
- Ke, G. Y., & Bookbinder, J. H. (2023). Emergency Logistics Management for Hazardous Materials with Demand Uncertainty and Link Unavailability. *Journal of Systems Science and Systems Engineering*, 32(2), 175–205. <https://doi.org/10.1007/s11518-023-5554-z>
- Khalili-Damghani, K., Abtahi, A. R., & Ghasemi, A. (2015). A New Bi-objective Location-routing Problem for Distribution of Perishable Products: Evolutionary Computation Approach. *Journal of Mathematical Modelling and Algorithms in Operations Research*, 14(3), 287–312. <https://doi.org/10.1007/s10852-015-9274-3>
- Khalili-Fard, A., Parsaee, S., Bakhshi, A., Yazdani, M., Aghsami, A., & Rabbani, M. (2024). Multi-objective optimization of closed-loop supply chains to achieve sustainable development goals in uncertain environments. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 133. <https://doi.org/10.1016/j.engappai.2024.108052>

- Khanchehzarrin, S., Ghaebi Panah, M., Mahdavi-Amiri, N., & Shiripour, S. (2022). A bi-level multi-objective location-routing optimization model for disaster relief operations considering public donations. *Socio-Economic Planning Sciences*, 80. <https://doi.org/10.1016/j.seps.2021.101165>
- Khorsi, M., Chaharsooghi, S. K., Kashan, A. H., & Bozorgi-Amiri, A. (2021). Pareto-based grouping meta-heuristic algorithm for humanitarian relief logistics with multistate network reliability. *OR Spectrum*, 43(2), 327–365. <https://doi.org/10.1007/s00291-021-00630-3>
- Khodabandeh, P., Kayvanfar, V., Rafiee, M., & Werner, F. (2021). A Bi-objective home health care routing and scheduling model with considering nurse downgrading costs, *International Journal of Environmental Research*. 18 (3) 900, doi: 10.3390/ijerph18030900
- Kian, R., Erdoğan, G., de Leeuw, S., Sibel Salman, F., Sabet, E., Kara, B. Y., & Demir, M. H. (2022). Logistics planning of cash transfer to Syrian refugees in Turkey. *European Journal of Operational Research*, 296(3), 1007–1024. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2021.04.054>
- Kordi, G., Hasanzadeh-Moghim, P., Paydar, M. M., & Asadi-Gangraj, E. (2023). A multi-objective location-routing model for dental waste considering environmental factors. *Annals of Operations Research*, 328(1), 755–792. <https://doi.org/10.1007/s10479-022-04794-1>
- Leng, L., Zhang, C., Zhao, Y., Wang, W., Zhang, J., & Li, G. (2020). Biobjective low-carbon location-routing problem for cold chain logistics: Formulation and heuristic approaches. *Journal of Cleaner Production*, 273. <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2020.122801>
- Leng, L., Zhang, J., Zhang, C., Zhao, Y., Wang, W., & Li, G. (2020a). A novel bi-objective model of cold chain logistics considering location-routing decision and environmental effects. *PLoS ONE*, 15(4). <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0230867>

- Leng, L., Zhang, J., Zhang, C., Zhao, Y., Wang, W., & Li, G. (2020b). Decomposition-based hyperheuristic approaches for the bi-objective cold chain considering environmental effects. *Computers and Operations Research*, *123*. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2020.105043>
- Leng, L., Zhao, Y., Zhang, J., & Zhang, C. (2019). An effective approach for the multiobjective regional low-carbon location-routing problem. *International Journal of Environmental Research and Public Health*, *16*(11). <https://doi.org/10.3390/ijerph16112064>
- Ley 1252 de 2008. (2008). Por la cual se dictan normas prohibitivas en materia ambiental referentes a los residuos y desechos peligrosos. Diario Oficial No. 47.149.
- Li, P., Lan, H., & Saldanha-Da-Gama, F. (2019). A Bi-objective capacitated location-routing problem for multiple perishable commodities. *IEEE Access*, *7*, 136729–136742. <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2019.2941363>
- List, G., & Mirchandani, P. (1991). Integrated network/planar multiobjective model for routing and siting for hazardous materials and wastes. In *Transportation Science* (Vol. 25, Issue 2, pp. 146–156). <https://doi.org/10.1287/trsc.25.2.146>
- Liu, D., Deng, Z., Zhang, W., Wang, Y., & Kaisar, E. I. (2021). Design of sustainable urban electronic grocery distribution network. *Alexandria Engineering Journal*, *60*(1), 145–157. <https://doi.org/10.1016/j.aej.2020.06.051>
- Liu, J., & Kachitvichyanukul, V. (2015). *A pareto-based particle swarm optimization algorithm for multi-objective location routing problem*. <https://www.researchgate.net/publication/303759338>
- Long, S., Zhang, D., Liang, Y., Li, S., & Chen, W. (2021). Robust Optimization of the Multi-Objective Multi-Period Location-Routing Problem for Epidemic Logistics System with

Uncertain Demand. *IEEE Access*, 9, 151912–151930.
<https://doi.org/10.1109/ACCESS.2021.3125746>

Mahdavi, M. H., & Ramezani, R. (2025). An integrated sustainable model of mobile facility location-routing scheduling under uncertainty considering environmental parameters. *International Journal of Management Science and Engineering Management*.
<https://doi.org/10.1080/17509653.2025.2571969>

Mahmoodirad, A., Fishani, B. A., Niroomand, S., & Fallah, M. (2021). *Multi-Objective Location-Allocation-Routing Problem of Perishable Multi-Product Supply Chain With Direct Shipment and Open Routing Possibilities Under Sustainability*. <https://doi.org/10.21203/rs.3.rs-392432/v1>

Mahmoudsoltani, F., Shahbandarzadeh, H., & Moghdani, R. (2018). Using Pareto-based multi-objective Evolution algorithms in decision structure to transfer the hazardous materials to safety storage centre. *Journal of Cleaner Production*, 184, 893–911.
<https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2018.02.235>

Mamaghani, E. J., & Davari, S. (2020). The bi-objective periodic closed loop network design problem. *Expert Systems with Applications*, 144. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2019.113068>

Maranzana, F. E. (1964). On the Location of Supply Points to Minimize Transport Costs. *OR*, 15(3), 261–270. <https://doi.org/10.2307/3007214>

Martínez-Salazar, I. A., Molina, J., Ángel-Bello, F., Gómez, T., & Caballero, R. (2014). Solving a bi-objective transportation location routing problem by metaheuristic algorithms. *European Journal of Operational Research*, 234(1), 25–36. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2013.09.008>

- Meidute-Kavaliauskiene, I., Yıldırım, F., Ghorbani, S., & Činčikaitė, R. (2022). The Design of a Multi-Period and Multi-Echelon Perishable Goods Supply Network under Uncertainty. *Sustainability (Switzerland)*, *14*(4). <https://doi.org/10.3390/su14042472>
- Mohammadi, S., Avakh Darestani, S., Vahdani, B., & Alinezhad, A. (2020). A robust neutrosophic fuzzy-based approach to integrate reliable facility location and routing decisions for disaster relief under fairness and aftershocks concerns. *Computers and Industrial Engineering*, *148*. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2020.106734>
- Nagy, G., & Salhi, S. (2006). Location-routing: Issues, models and methods. *European Journal of Operational Research*, *177*(2), 649–672. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2006.04.004>
- Navazi, F., Sedaghat, A., & Tavakkoli-Moghaddam, R. (2019). A new sustainable location-routing problem with simultaneous pickup and delivery by two-compartment vehicles for a perishable product considering circular economy. *IFAC-PapersOnLine*, *52*(13), 790–795. <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2019.11.212>
- Nedjati, A., Izbirak, G., & Arkat, J. (2017). Bi-objective covering tour location routing problem with replenishment at intermediate depots: Formulation and meta-heuristics. *Computers and Industrial Engineering*, *110*, 191–206. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2017.06.004>
- Nikzamir, M., & Baradaran, V. (2020). A healthcare logistic network considering stochastic emission of contamination: Bi-objective model and solution algorithm. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, *142*. <https://doi.org/10.1016/j.tre.2020.102060>
- Niu, Y., Xu, C., Liao, S., Zhang, S., & Xiao, J. (2024). Multi-objective location-routing optimization based on machine learning for green municipal waste management. *Waste Management*, *181*, 157–167. <https://doi.org/10.1016/j.wasman.2024.04.001>

- Organización de las Naciones Unidas. (2025). *Recommendations on the transport of dangerous goods: Model regulations* [Recomendaciones relativas al transporte de mercancías peligrosas: Reglamentación modelo] (24.^a ed. revisada). Naciones Unidas. <https://unece.org/transport/dangerous-goods/un-model-regulations-rev-24>
- Palomino-Perez, Y., Rojas, M., & Amaya-Mier, R. (2024). Design of a reverse logistics network for medical waste considering location and routing decisions. *Journal of Cleaner Production*, 474. <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2024.143592>
- Prodhon, C., & Prins, C. (2014). A survey of recent research on location-routing problems. *European Journal of Operational Research*, 238(1), 1–17. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2014.01.005>
- Qiu, F., Zhang, G., Chen, P. K., Wang, C., Pan, Y., Sheng, X., & Kong, D. (2020). A novel multi-objective model for the cold chain logistics considering multiple effects. *Sustainability (Switzerland)*, 12(19), 1–28. <https://doi.org/10.3390/su12198068>
- Rabbani, M., Amirhossein Sadati, S., & Farrokhi-Asl, H. (2020). Incorporating location routing model and decision making techniques in industrial waste management: Application in the automotive industry. *Computers and Industrial Engineering*, 148(January), 106692. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2020.106692>
- Rabbani, M., Farrokhi-Asl, H., & Asgarian, B. (2017). Solving a bi-objective location routing problem by a NSGA-II combined with clustering approach: application in waste collection problem. *Journal of Industrial Engineering International*, 13(1), 13–27. <https://doi.org/10.1007/s40092-016-0172-8>
- Rabbani, M., Heidari, R., Farrokhi-Asl, H., & Rahimi, N. (2018). Using metaheuristic algorithms to solve a multi-objective industrial hazardous waste location-routing problem considering

- incompatible waste types. *Journal of Cleaner Production*, 170, 227–241.
<https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2017.09.029>
- Rabbani, M., Heidari, R., & Yazdanparast, R. (2019). A stochastic multi-period industrial hazardous waste location-routing problem: Integrating NSGA-II and Monte Carlo simulation. *European Journal of Operational Research*, 272(3), 945–961.
<https://doi.org/10.1016/j.ejor.2018.07.024>
- Rabbani, M., Navazi, F., Farrokhi-Asl, H., & Balali, M. H. (2018). A sustainable transportation-location-routing problem with soft time windows for distribution systems. *Uncertain Supply Chain Management*, 6(3), 229–254. <https://doi.org/10.5267/j.uscm.2017.12.002>
- Rabbani, M., Nikoubin, A., & Farrokhi-Asl, H. (2021). Using modified metaheuristic algorithms to solve a hazardous waste collection problem considering workload balancing and service time windows. *Soft Computing*, 25(3), 1885–1912. <https://doi.org/10.1007/s00500-020-05261-4>
- Raeisi, D., & Jafarzadeh Ghouschi, S. (2022). A robust fuzzy multi-objective location-routing problem for hazardous waste under uncertain conditions. *Applied Intelligence*, 52(12), 13435–13455. <https://doi.org/10.1007/s10489-022-03334-5>
- Randolph, J. (2009). A Guide to Writing the Dissertation Literature Review. *Practical Assessment, Research & Evaluation*, 14(13). <http://pareonline.net/getvn.asp?v=14&n=13>.
- Rath, S., & Gutjahr, W. J. (2014). A math-heuristic for the warehouse location-routing problem in disaster relief. *Computers and Operations Research*, 42, 25–39.
<https://doi.org/10.1016/j.cor.2011.07.016>
- Ren, X., Meng, L., Liu, Z., & Zhang, X. (2024). Research on location-routing optimization of distribution center for emergency supplies based on IMOCS-LNS hybrid algorithm.

- International Journal of Industrial Engineering Computations*, 15(1), 69–88.
<https://doi.org/10.5267/j.ijiec.2023.11.003>
- Rodríguez-Escoto, J. N., Nucamendi-Guillén, S., & Olivares-Benitez, E. (2025). Trade-off optimization of a location-routing problem involving open routes and flexible fleet: a case study in Guadalajara, Mexico. *TOP*. <https://doi.org/10.1007/s11750-024-00690-y>
- Roosta, S., Mirnajafizadeh, S. M., & Harandi, H. B. (2023). Development of a robust multi-objective model for green capacitated location-routing under crisis conditions. *Journal of Project Management (Canada)*, 8(1), 1–24. <https://doi.org/10.5267/j.jpm.2022.10.001>
- Saeidi, A., Aghamohamadi-Bosjin, S., & Rabbani, M. (2020). An integrated model for management of hazardous waste in a smart city with a sustainable approach. *Environment, Development and Sustainability*, 0123456789. <https://doi.org/10.1007/s10668-020-01048-7>
- Safari, F. M., Etebari, F., & Chobar, A. P. (2021a). Modeling and Optimization of a Tri-objective Transportation-Location-Routing Problem considering route reliability: using MOGWO, MOPSO, MOWCA, and NSGA-II. *Journal of Optimization in Industrial Engineering*, 14(2), 99–114. <https://doi.org/10.22094/JOIE.2020.1893849.1730>
- Salhi, S., & Rand, G. K. (1989). The effect of ignoring routes when locating depots. *European Journal of Operational Research*, 39(2), 150–156.
- Samanlioglu, F. (2013). A multi-objective mathematical model for the industrial hazardous waste location-routing problem. *European Journal of Operational Research*, 226(2), 332–340. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2012.11.019>
- Shen, L., Tao, F., Shi, Y., & Qin, R. (2019). Optimization of location-routing problem in emergency logistics considering carbon emissions. *International Journal of Environmental Research and Public Health*, 16(16). <https://doi.org/10.3390/ijerph16162982>

- Sheu, J.-B. (2007). Challenges of emergency logistics management. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 43, 655–659.
<https://doi.org/10.1016/j.tre.2007.01.001>
- Su, D., Li, H., & Guo, J. (2025). Sustainable multi-objective location-routing problem with time windows: a case study in China. *International Journal of Systems Science: Operations and Logistics*, 12(1). <https://doi.org/10.1080/23302674.2025.2451767>
- Su, D., & Sukhotu, V. (2025). A Bi-Objective Green Location-Routing Problem Under Carbon Tax Policies. *IEEE Access*, 13, 84451–84463.
<https://doi.org/10.1109/ACCESS.2025.3568873>
- Tan, D., Liu, X., Zhou, R., Fu, X., & Li, Z. (2025). A novel multi-objective artificial bee colony algorithm for solving the two-echelon load-dependent location-routing problem with pick-up and delivery. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 139.
<https://doi.org/10.1016/j.engappai.2024.109636>
- Tavakkoli-Moghaddam, R., Makui, A., & Mazloomi, Z. (2010). A new integrated mathematical model for a bi-objective multi-depot location-routing problem solved by a multi-objective scatter search algorithm. *Journal of Manufacturing Systems*, 29(2–3), 111–119.
<https://doi.org/10.1016/j.jmsy.2010.11.005>
- Tirkolaee, E. B., Abbasian, P., & Weber, G. W. (2021). Sustainable fuzzy multi-trip location-routing problem for medical waste management during the COVID-19 outbreak. *Science of the Total Environment*, 756. <https://doi.org/10.1016/j.scitotenv.2020.143607>
- Toro, E. M., Franco, J. F., Echeverri, M. G., & Guimarães, F. G. (2017). A multi-objective model for the green capacitated location-routing problem considering environmental impact.

- Computers and Industrial Engineering*, 110, 114–125.
<https://doi.org/10.1016/j.cie.2017.05.013>
- Toro, E. M., Franco, J. F., Echeverri, M. G., Guimarães, F. G., & Gallego Rendón, R. A. (2016). Green open location-routing problem considering economic and environmental costs. *International Journal of Industrial Engineering Computations*, 8(2), 203–216.
<https://doi.org/10.5267/j.ijiec.2016.10.001>
- Tri, S., Mara, W., Asih, A. M. S., & Kuo, R. J. (2019). Solving a Multi-Objective Location-Routing Problem with Minimum Cost and Total Time Balance. *International Journal of Information and Management Sciences*, 30, 249–269. <https://doi.org/10.6186/IJIMS.201909>
- Wang, H., Du, L., & Ma, S. (2014). Multi-objective open location-routing model with split delivery for optimized relief distribution in post-earthquake. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 69, 160–179.
<https://doi.org/10.1016/j.tre.2014.06.006>
- Wang, Y., Assogba, K., Liu, Y., Ma, X., Xu, M., & Wang, Y. (2018). Two-echelon location-routing optimization with time windows based on customer clustering. *Expert Systems with Applications*, 104, 244–260. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2018.03.018>
- Wang, Y., Wang, X., Wei, Y., Sun, Y., Fan, J., & Wang, H. (2023). Two-echelon multi-depot multi-period location-routing problem with pickup and delivery. *Computers and Industrial Engineering*, 182. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2023.109385>
- Wang, Z., Leng, L., Wang, S., Li, G., & Zhao, Y. (2020). A Hyperheuristic Approach for Location-Routing Problem of Cold Chain Logistics considering Fuel Consumption. *Computational Intelligence and Neuroscience*, 2020. <https://doi.org/10.1155/2020/8395754>

- Yang, L., Guo, J., Zhang, C., Wan, P., & Li, H. (2022). Optimization of Location-Routing for the Waste Household Appliances Recycling Logistics under the Uncertain Condition. *Tehnicki Vjesnik*, 29(1), 127–138. <https://doi.org/10.17559/TV-20210623085943>
- Yilmaz, O., Kara, B. Y., & Yetis, U. (2017). Hazardous waste management system design under population and environmental impact considerations. *Journal of Environmental Management*, 203, 720–731. <https://doi.org/10.1016/j.jenvman.2016.06.015>
- Yu, H., & Solvang, W. D. (2016a). An improved multi-objective programming with augmented ϵ -constraint method for hazardous waste location-routing problems. *International Journal of Environmental Research and Public Health*, 13(6). <https://doi.org/10.3390/ijerph13060548>
- Yu, H., Sun, X., Solvang, W. D., Laporte, G., & Lee, C. K. M. (2020). A stochastic network design problem for hazardous waste management. *Journal of Cleaner Production*, 277. <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2020.123566>
- Yu, X., Zhou, Y., & Liu, X. F. (2020a). The two-echelon multi-objective location routing problem inspired by realistic waste collection applications: The composable model and a metaheuristic algorithm. *Applied Soft Computing Journal*, 94. <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2020.106477>
- Zabihian-Bisheh, A., Vandchali, H. R., Kayvanfar, V., & Werner, F. (2024). A sustainable multi-objective model for the hazardous waste location-routing problem: A real case study. *Sustainable Operations and Computers*, 5, 1–14. <https://doi.org/10.1016/j.susoc.2023.11.001>
- Zhang, H. X., & Zhang, C. M. (2022). Multiobjective Green Time-Dependent Location-Routing Problem and Algorithms. *Advances in Operations Research*, 2022. <https://doi.org/10.1155/2022/1811689>
- Zhang, Y., & Zhao, J. (2011). The modeling and solution of the hazardous waste location-routing problem under uncertain conditions. *ICTE 2011 - Proceedings of the 3rd International*

- Conference on Transportation Engineering*, 2922–2927.
[https://doi.org/10.1061/41184\(419\)483](https://doi.org/10.1061/41184(419)483)
- Zhao, J., Chen, J., Ke, G. Y., & Chen, Z. (2025). A bi-objective data-driven chance-constrained optimization for sustainable urban medical waste management. *Expert Systems with Applications*, 267. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2024.126213>
- Zhao, J., & Huang, L. (2015). An Augmented ϵ -Constraint Algorithm to the Hazardous Waste Location Routing Problem. *ICTE 2015 - Proceedings of the 5th International Conference on Transportation Engineering*, 2847–2857. <https://doi.org/10.1061/9780784479384.362>
- Zhao, J., & Huang, L. (2019). Multi-period network design problem in regional hazardous waste management systems. *International Journal of Environmental Research and Public Health*, 16(11). <https://doi.org/10.3390/ijerph16112042>
- Zhao, J., Huang, L., Lee, D. H., & Peng, Q. (2016). Improved approaches to the network design problem in regional hazardous waste management systems. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 88, 52–75. <https://doi.org/10.1016/j.tre.2016.02.002>
- Zhao, J., & Verter, V. (2015). A bi-objective model for the used oil location-routing problem. *Computers and Operations Research*, 62, 157–168. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2014.10.016>
- Zhao, J., Wu, B., & Ke, G. Y. (2021). A bi-objective robust optimization approach for the management of infectious wastes with demand uncertainty during a pandemic. *Journal of Cleaner Production*, 314. <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2021.127922>
- Zhao, J., & Zhao, J. (2010). Model and algorithm for hazardous waste location-routing problem. *ICLEM 2010: Logistics for Sustained Economic Development - Infrastructure, Information, Integration - Proceedings of the 2010 International Conference of Logistics Engineering and Management*, 387, 2846–2852. [https://doi.org/10.1061/41139\(387\)398](https://doi.org/10.1061/41139(387)398)

- Zhao, M., & Chen, S. (2025). Bi-level location-routing problem with time windows for mixed-load recycling of heterogeneous batteries: A transformer-based improved deep reinforcement learning algorithm. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 162. <https://doi.org/10.1016/j.engappai.2025.112340>
- Zhu, L., Ding, T., & Liu, Z. (2024). Reverse Logistics Network Design for Medical Waste Disposal under the Scenario of Uncertain Proposal Demand. *Sustainability (Switzerland)* , 16(7). <https://doi.org/10.3390/su16072996>
- Ziaei, Z., & Jabbarzadeh, A. (2021). A multi-objective robust optimization approach for green location-routing planning of multi-modal transportation systems under uncertainty. *Journal of Cleaner Production*, 291. <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2020.125293>
- Zografos, K., & Samara, S. (1989). A Combined Location-Routing Model for Hazardous Waste Transportation and Disposal. *Transportation Research Record*, 1245, 52–59.