

**ACOPLAMIENTO DE UN MODELO DE FLUJO DE FLUIDOS Y GEOMECÁNICA
CON EL ANÁLISIS DE ESTABILIDAD MECÁNICA DE POZOS EN YACIMIENTOS
NATURALMENTE FRACTURADOS. APLICACIÓN A UN CASO COLOMBIANO**

CLAUDIA PATRICIA TERÁN JULIO

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO-QUÍMICAS
ESCUELA DE INGENIERÍA DE PETRÓLEOS
BUCARAMANGA**

2006

**ACOPLAMIENTO DE UN MODELO DE FLUJO DE FLUIDOS Y GEOMECÁNICA
CON EL ANÁLISIS DE ESTABILIDAD MECÁNICA DE POZOS EN YACIMIENTOS
NATURALMENTE FRACTURADOS. APLICACIÓN A UN CASO COLOMBIANO**

CLAUDIA PATRICIA TERÁN JULIO

Trabajo de Grado para optar por el título de Ing. de Petróleos

DIRECTORES

M.Sc. Olga P. Ortiz C.

Docente UIS

M.Sc. Néstor F. Saavedra T.

Director Investigaciones ICP

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO-QUÍMICAS
ESCUELA DE INGENIERÍA DE PETRÓLEOS
BUCARAMANGA**

2006

Bucaramanga, Mayo de 2006

DEDICATORIA

A todas aquellas personas para las cuales el estudio es su más grande motivación en la vida.

Claudia Terán Julio

AGRADECIMIENTOS

Mis más sinceros agradecimientos a Néstor Fernando Saavedra y Zully Calderón Carrillo por la confianza brindada

Gildardo Osorio Gallego y Olga Patricia Ortiz Cancino por toda la ayuda prestada durante el transcurso de este proyecto.

Al Instituto Colombiano del Petróleo, Compañía BP y a la Universidad Industrial de Santander.

TABLA DE CONTENIDO

INTRODUCCIÓN.....	1
1. ASPECTOS GENERALES DE LA GEOMECÁNICA APLICADA A LA ESTABILIDAD DE POZO	3
1.1. GEOMECÁNICA.....	3
1.2. ESTABILIDAD MECÁNICA DE POZOS.....	4
2. REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA.....	7
3. IDENTIFICACIÓN DEL PROBLEMA.....	14
3.1 ORIGEN DEL PROBLEMA	14
3.2 CAUSAS DEL PROBLEMA.....	15
3.2.1. Factores incontrolables ó naturales.....	16
3.2.2. Factores controlables	17
3.3 ENFOQUE DEL PROBLEMA.....	17
3.3.1. Modelo de flujo de fluidos.....	18
3.3.2. Modelo de comportamiento constitutivo	19
3.3.3. Modelo de falla	19
3.3.3.1. Criterio de falla por tensión.....	19
3.3.3.2. Criterio de falla por cizalladura	20
4. MODELAMIENTO DE LA ESTABILIDAD MECÁNICA DE POZOS	21
4.1. MODELO FÍSICO	21
4.2 MODELO MATEMÁTICO	22
4.2.1 Modelo diferencial	23
4.2.1.1 Modelo de flujo de fluidos.....	23
4.2.1.2 Modelo de deformación geomecánica.....	25
4.2.1.3 Modelo acoplado de flujo de fluidos con la deformación geomecánica	31
4.2.1.3.2 Adaptación del modelo acoplado de flujo de fluidos con la deformación geomecánica a pozo.....	34
4.2.1.4. Modelo de falla	36
4.2.1.5 Modelo de Porosidad.....	37
4.2.1.6 Elasticidad No-Lineal	37
4.2.2. Condiciones auxiliares.....	38

4.2.2.1. Condiciones iniciales	39
4.2.2.1.1. Condiciones iniciales para el modelo de flujo de fluidos	39
4.2.2.1.2. Condiciones iniciales para el modelo de deformación geomecánica	39
4.2.2.2.....	39
4.2.2.2.1. Condiciones de frontera para el modelo de flujo de fluidos.....	39
4.2.2.2.2 Condiciones de frontera para el modelo de deformación geomecánica	41
4.3. MODELO NUMÉRICO	43
4.3.1. Generación de la malla.....	43
4.3.2. Discretización del modelo de flujo de fluido	45
4.3.3. Discretización del modelo de deformación geomecánica	45
4.4 MODELO DE COMPUTADOR.....	46
4.4.1 Módulo Inicialización y Discretización	46
4.4.2 Módulo Perforación	47
4.4.3 Módulo Fluido	48
4.4.4 Módulo Roca	49
4.4.5 Módulo Mecánica	50
4.4.6 Módulo Visualización.....	51
5. PRESENTACIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS	54
5.1 GENERALIDADES DEL CAMPO CUPIAGUA	54
5.2 GENERALIDADES DEL POZO CUPIAGUA A1.....	56
5.3 ANÁLISIS DE ESTABILIDAD DE LA FORMACIÓN MIRADOR.....	61
5.4 PRESENTACIÓN DE RESULTADOS.....	66
5.5 VALIDACIÓN DE RESULTADOS	78
5.5.1 Ultrasonic Borehole Imagen (UBI).....	78
5.5.2 Registro Caliper de Cuatro Brazos	86
5.5.3 Fallas mecánicas a partir de los registros: Caliper de cuatro brazos y UBI	90
6. CONCLUSIONES.....	110
RECOMENDACIONES	112
NOMENCLATURA	114
BIBLIOGRAFÍA	118

ANEXO A	122
ANEXO B	132
ANEXO C	141
ANEXO D	144
ANEXO E	149
ANEXOS F	159

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Superposición de dos medios continuos.....	21
Figura 2. Representación física del modelo acoplado.....	22
Figura 3. Estado de esfuerzos en coordenadas cilíndricas.....	27
Figura 4. Malla de simulación con espaciamento irregular, nodo distribuido y refinamiento cerca al pozo, usada en el modelamiento numérico	44
Figura 5. Representación del stencil en coordenadas cilíndricas	46
Figura 6. Módulo de Inicialización y discretización del programa	47
Figura 7. Módulo de perforación del programa	48
Figura 8. Módulo de fluido del programa.....	49
Figura 9. Módulo de roca del programa	50
Figura 10. Módulo de Mecánica del programa	51
Figura 11. Módulo de Resultados del programa	52
Figura 13. Localización del área del campo Cupiagua.....	55
Figura 15. Línea sísmica en la que se ubica el pozo Cupiagua A1.....	59
Figura 16. Columna litográfica generalizada del campo Cupiagua	60
Figura 17. Registros Gamma Ray y Sónico para la formación Mirador-Pozo Cuapiagua A1.....	61
Figura 18. Transductor de la herramienta UBI	81
Figura 19. Imagen de un registro UBI, en la cual se observa un Keyhole Wear.....	81
Figura 20. Imagen de un registro UBI, en la cual se observa un Breakout.....	83
Figura 21. Normalización dinámica aplicada a imágenes altamente luminosas y a características del borehole	85
Figura 22. Registro tomado a una sección de hueco abierto, donde se muestra un deslizamiento a través de un plano de fractura (Slip)	86
Figura 23. Sección transversal de un pozo en la cual se observa fallas a partir de planos de cizalla conjugados	88
Figura 24. Tipos comunes de ensanchamientos en un pozo y su respectiva respuesta en el caliper	89
Figura 25. Imagen de la Formación Mirador, en la cual se observa un Keyseat	91
Figura 26. Imagen de la Formación Mirador, en la cual se observa un Breakout.....	91
Figura 27. Imagen de la Formación Mirador, en la cual se observa un Breakout.....	92

Figura 28. Imagen de la Formación Mirador, en la cual se observa un Breakout.....	93
Figura 29. Imagen de la Formación Mirador, en la cual se observa un Breakout y un keyseat	93
Figura 30. Imagen de la Formación Mirador, en la cual se observa un Breakout y un Keyseat	94
Figura 31. Imagen de la Formación Mirador, en la cual se observa un Slip y un Keyseat	94
Figura 32. Imagen de la Formación Mirador, en la cual se observa un Keyseat	95
Figura 33. Imagen de la Formación Mirador, en la cual se observa un Keyseat	96
Figura 34. Imagen de la Formación Mirador, en la cual se observa un Keyseat,	97
un Breakout y un Slip. Tomada del registro UBI del pozo A1 del Campo Cupiagua.	97
Figura 35. Ventana de Lodo. Pozo CupA1 – Mirador 1, 2, 3. Modelos Poroelásticos Impermeable-Permeable	104
Figura 36. Ventana de Lodo. Pozo Cup A1 – Mirador 1, 2, 3. Modelos Poroelásticos Impermeable-Permeable	104

LISTA TABLAS

Tabla 1. Propiedades del Campo Cupiagua	56
Tabla 2. Ficha Técnica-Información general del pozo Cupiagua A1	57
Tabla 3 Datos de discretización del pozo.....	62
Tabla 4 Gradientes de Esfuerzos in situ y Presión de Poro	62
Tabla 5. Parámetros de Resistencia y parámetros elásticos de la roca.....	63
Tabla 6. Geometría del Pozo	63
Tabla 7. Parámetros de entrada para el modulo de fluido del simulador	64
Tabla 8. Parámetros de entrada para el modulo de discretización del simulador.....	64
Tabla 9. Parámetros de entrada para el modulo de perforación del simulador.....	64
Tabla 10. Parámetros de entrada para el modulo de roca del simulador.....	65
Tabla 11. Parámetros de entrada para el modulo de mecánica del simulador	65
Tabla 12. Número de nodos fallados para un pozo de azimut 0° respecto a la orientación del esfuerzo máximo Horizontal, para una relación esfuerzo-deformación elástica lineal	66
Tabla 13. Número de nodos fallados para un pozo de azimut 10° respecto a la orientación del esfuerzo máximo Horizontal, para una relación esfuerzo-deformación elástica lineal	67
Tabla 14. Número de nodos fallados para un pozo de azimut 20° respecto a la orientación del esfuerzo máximo Horizontal, para una relación esfuerzo-deformación elástica lineal	67
Tabla 15. Número de nodos fallados para un pozo de azimut 30° respecto a la orientación del esfuerzo máximo Horizontal, para una relación esfuerzo-deformación elástica lineal	68
Tabla 16. Número de nodos fallados para un pozo de azimut 40° respecto a la orientación del esfuerzo máximo Horizontal, para una relación esfuerzo-deformación elástica lineal.....	68
Tabla 17. Número de nodos fallados para un pozo de azimut 50° respecto a la orientación del esfuerzo máximo Horizontal, para una relación esfuerzo-deformación elástica lineal.....	69

Tabla 18. Número de nodos fallados para un pozo de azimut 60° respecto a la orientación del esfuerzo máximo Horizontal, para una relación esfuerzo-deformación elástica lineal.....	69
Tabla 19. Número de nodos fallados para un pozo de azimut 70° respecto a la orientación del esfuerzo máximo Horizontal, para una relación esfuerzo-deformación elástica lineal.....	70
Tabla 20. Número de nodos fallados para un pozo de azimut 80° respecto a la orientación del esfuerzo máximo Horizontal, para una relación esfuerzo-deformación elástica lineal.....	70
Tabla 21. Número de nodos fallados para un pozo de azimut 90° respecto a la orientación del esfuerzo máximo Horizontal, para una relación esfuerzo-deformación elástica lineal.....	71
Tabla 22. Número de nodos fallados para un pozo de azimut 0° respecto a la orientación del esfuerzo máximo Horizontal, para una relación esfuerzo-deformación elástica no-lineal.....	71
Tabla 23. Número de nodos fallados para un pozo de azimut 10° respecto a la orientación del esfuerzo máximo Horizontal, para una relación esfuerzo-deformación elástica no-lineal.....	72
Tabla 24. Número de nodos fallados para un pozo de azimut 20° respecto a la orientación del esfuerzo máximo Horizontal, para una relación esfuerzo-deformación elástica no-lineal.....	72
Tabla 25. Número de nodos fallados para un pozo de azimut 30° respecto a la orientación del esfuerzo máximo Horizontal, para una relación esfuerzo-deformación elástica no-lineal.....	73
Tabla 26. Número de nodos fallados para un pozo de azimut 40° respecto a la orientación del esfuerzo máximo Horizontal, para una relación esfuerzo-deformación elástica no-lineal.....	73
Tabla 27. Número de nodos fallados para un pozo de azimut 50° respecto a la orientación del esfuerzo máximo Horizontal, para una relación esfuerzo-deformación elástica no-lineal.....	74
Tabla 28. Número de nodos fallados para un pozo de azimut 60° respecto a la orientación del esfuerzo máximo Horizontal, para una relación esfuerzo-deformación elástica no-lineal.....	74

Tabla 29. Número de nodos fallados para un pozo de azimut 70° respecto a la orientación del esfuerzo máximo Horizontal, para una relación esfuerzo-deformación elástica no-lineal.....	75
Tabla 30. Número de nodos fallados para un pozo de azimut 80° respecto a la orientación del esfuerzo máximo Horizontal, para una relación esfuerzo-deformación elástica no-lineal.....	75
Tabla 31. Número de nodos fallados para un pozo de azimut 90° respecto a la orientación del esfuerzo máximo Horizontal, para una relación esfuerzo-deformación elástica no-lineal.....	76
Tabla 32. Criterios para la interpretación de breakout en la pared del pozo a partir del registro caliper de cuatro brazos	90
Tabla 33. Convención de colores utilizados en el registro UBI, para los tipos de fallas mecánicas identificadas en el Pozo A1, Campo Cupiagua	91
Tabla 34. Densidades (ppg) límite, estratos de areniscas de la formación Mirador	106

TÍTULO: ACOPLAMIENTO DE UN MODELO DE FLUJO DE FLUIDOS Y GEOMECÁNICA CON EL ANÁLISIS DE ESTABILIDAD MECÁNICA DE POZOS EN YACIMIENTOS NATURALMENTE FRACTURADOS. APLICACIÓN A UN CASO COLOMBIANO*

AUTOR: CLAUDIA PATRICIA TERÁN JULIO**

PALABRAS CLAVES: Geomecánica, Elasticidad, Poroelasticidad, Estabilidad de pozo, Criterios de falla, Ventana Segura de lodo, Trayectoria de perforación, Peso de Lodo.

RESUMEN

La inestabilidad de pozos es ocasionada por factores químicos y mecánicos ó una combinación de estos, y son consecuencia de la potencialidad que tiene la roca de fallar por compresión o por tensión.

El problema se hace mayor cuando los pozos son perforados en zonas tectónicamente activas, yacimientos de formación geológica reciente, formaciones naturalmente fracturadas, y en pozos direccionales de trayectorias complicadas.

El control e implementación de procedimientos de remediación que permitan dar solución a problemas directos o asociados a la estabilidad de pozo, incrementan el tiempo de perforación, generando millones de dólares en costos adicionales durante esta etapa.

Por tales razones se desarrolló este proyecto que pretende modelar numéricamente la estabilidad mecánica de pozos en formaciones naturalmente fracturadas, acoplado las ecuaciones de flujo de fluidos con las ecuaciones de deformación geomecánica y a su vez a un criterio de falla dado, utilizando un modelo constitutivo no-lineal. Se construyó un modelo acoplado en 3D, en coordenadas cilíndricas, el planteamiento numérico se realiza en diferencias finitas con un esquema totalmente implícito, tomando una malla de discretización con nodo distribuido y espaciamiento irregular.

El modelo se basa en las siguientes suposiciones: i) en el centro del yacimiento se ubica un único pozo vertical el cual está siendo perforado y a través del cual ocurre flujo de fluidos, ii) isotropía y anisotropía de esfuerzos, iii) las propiedades de la roca pueden variar con el esfuerzo efectivo, iv) el yacimiento es considerado como un sistema poro-elástico e isotérmico, donde el esqueleto sólido de la roca presenta deformación elástica no-lineal.

Con la aplicación del modelo se generan ventanas de lodo, que permiten visualizar las condiciones mecánicas de inestabilidad de pozo, con las cuales se trata de disminuir la incertidumbre que existe al perforar, en una zona compleja geológicamente y tectónicamente activa como el Piedemonte Llanero.

* Trabajo de Investigación

** Facultad de Ingenierías Físico-Química. Escuela de Ingeniería de Petróleos. Olga Patricia Ortiz Cancino

TITLE: JOINING OF A FLUID FLOW MODEL AND GEOMECHANICAL WITH WELL MECHANICAL STABILITY ANALYSIS IN NATURALLY FRACTURED RESERVOIRS. APPLICATION TO A COLOMBIAN CASE *

AUTHORS: CLAUDIA PATRICIA TERÁN JULIO **

KEYWORDS: Geomechanics, Elasticity, Poroelasticity, Wellbore Stability, Stresses Distribution, Failure Criteria, Safe Mud Window, Drilling Path, Mud Weigh.

ABSTRACT

Well instability is caused by chemical, mechanical or a combination of these factors, and they are consequence of the potentiality that rock has to fail by either compression or tension.

This problem becomes bigger when wells are drilled in tectonically active areas, recent geologic formation reservoirs, naturally fractured formations and directional complicated trajectories wells.

Control and implementation of remediation procedures increase perforation time and generate additional costs during this stage.

This project pretends to model numerically well mechanical stability in naturally fractured formations, coupling fluid flow equations with geomechanic deformation equations and in turn to a given failure approach, using a no-lineal constituent model. A model was built coupled in 3D, in cylindrical coordinates. Numerical planning is carried out in finite differences with a completely implicit outline, taking a discretization mesh with distributed node and irregular spacing.

The model is based on the following suppositions: i) in reservoir center an only one vertical well is located which is being perforated and through which fluids flow happens, ii) isotropy and anisotropy of efforts, iii) rock properties can vary with effective effort, iv) reservoir is considered as a pore-elastic and isothermal system, where the rock solid skeleton presents no-lineal elastic deformation.

With the model application mud windows are generated. They allow visualizing the mechanic conditions of well instability and with them it is pretend to diminish the uncertainty during perforation, in a geologically complex and tectonically active area as Piedemonte Llanero.

* Trabajo de Investigación

** Faculty of Physic-Chemical Engineering. Petroleum Engineering School. Olga Patricia Ortiz Cancino

INTRODUCCIÓN

La estabilidad de pozos es un problema presente en la gran mayoría de los pozos perforados en yacimientos de petróleo y gas. Estos problemas son ocasionados por factores tanto químicos como mecánicos ó una combinación de estos, y son consecuencia de la potencialidad que tiene la roca de fallar por compresión o por tensión. Los factores químicos hacen referencia generalmente a tópicos como tipo de lodo inapropiado y/o inadecuada capacidad de inhibición del mismo. Sin embargo, los factores mecánicos juegan un papel más relevante en la fase de perforación.

Los problemas mecánicos son en gran parte consecuencia de una selección no adecuada de las condiciones de perforación tales como trayectoria de pozo (inclinación y azimut del pozo), ángulo de ataque, y/o densidad del lodo, las cuales dependen de muchos factores tales como litología, régimen de esfuerzos in situ, propiedades mecánicas de la roca de formación, entre otras.

La acentuación de estos problemas se manifiesta cuando los pozos son perforados en zonas tectónicamente activas, yacimientos de formación geológica reciente, formaciones con presencia de fracturas naturales y en pozos direccionales de trayectorias complicadas.

El control e implementación de procedimientos de remediación que permitan dar solución a problemas directos o asociados a la estabilidad de pozo, incrementan substancialmente el tiempo de perforación, generando millones de dólares en costos adicionales a la industria del petróleo durante esta etapa y más aún en operaciones de producción, tales como cementación, control de arenas, penetración de la perforación e interpretación de registros.

Este proyecto modela numéricamente la estabilidad mecánica de pozos en formaciones naturalmente fracturadas y está desarrollado en cinco capítulos los cuales contienen los siguientes aspectos: en el primer capítulo se presenta el concepto de geomecánica, un poco del origen ciencia y aspectos generales de la

misma aplicados a la estabilidad de pozo. El segundo capítulo contiene una revisión bibliográfica realizada sobre la evolución de los modelos de flujo de fluidos y deformación geomecánica de los medios porosos, en el tercer capítulo se describe el origen, causas y enfoque del problema sobre el cual se fundamentó este trabajo, en el capítulo cuatro se presentan los distintos modelos; físico, numérico, matemático, de falla y el modelo de computador, establecidos para la representación del fenómeno estudiado. Por último en el capítulo número cinco, se encuentran las características del pozo estudiado, los parámetros de entrada del simulador, las características del proceso de validación del mismo y el procedimiento seguido para el establecimiento de trayectorias de pozos y ventanas de lodo, adecuadas para minimizar los problemas de estabilidad mecánica durante la perforación de pozos a través una formación naturalmente fracturada en el Piedemonte Llanero Colombiano.

1. ASPECTOS GENERALES DE LA GEOMECÁNICA APLICADA A LA ESTABILIDAD DE POZO

1.1. GEOMECÁNICA

Es una disciplina que estudia las características mecánicas de los materiales geológicos que conforman las rocas de formación (Sánchez y Vásquez, 1999). También es definida como la disciplina técnica que se dedica al diagnóstico, el modelado y el control de la deformación de las rocas.

La geomecánica tiene su origen en la ingeniería civil, en el estudio de suelos y rocas como materiales fundamentales en la construcción de obras tales como: presas, túneles, vías, etc. Sus aplicaciones posteriormente se extendieron para fines mineros; en la construcción de túneles en minería subterránea y estabilidad de taludes en minería a cielo abierto.

Las primeras aplicaciones de la geomecánica en la industria petrolera aparecen en las décadas de los 50's y 60's, usada en actividades para dar explicación acerca de las operaciones como el fracturamiento hidráulico, la estabilidad de pozos y subsidencia / compactación; sin embargo, sólo llega a tomar un papel protagónico en las décadas de los 70s – 80s.

La geomecánica del petróleo es la rama de la ingeniería que trata con las propiedades mecánicas y el comportamiento de las formaciones geológicas, las cuales tienen gran influencia en la exploración, perforación y producción de petróleo y gas. Esta permite el estudio de fenómenos a escala de yacimiento tales como: evolución de fallas y fracturas en el tiempo geológico, compactación y subsidencia causada por la producción de fluidos, fallamiento inducido y sismicidad. También incluye fenómenos a escala de pozo, tales como la estabilidad de pozo durante la perforación, fracturamiento hidráulico, interacción formación / casing durante la producción, producción de arena (www.terralog.com) etc.

La geomecánica se fundamenta en conceptos de las teorías: mecánica de suelos y mecánica de rocas, igualmente de áreas como: Mecánica de fluidos, Termodinámica, Geología Física, entre otras.

La geomecánica petrolera presenta aplicaciones en las siguientes áreas:

- Predicción de la presión de poro.
- Fracturamiento hidráulico.
- Pronóstico y control de la estabilidad del pozo.
- Optimización de la localización del pozo y de la trayectoria.
- Predicción y control de la producción de arena.
- Predicción y control de la compactación y subsidencia del yacimiento.
- Diseño de estimulaciones.
- Caracterización de yacimientos fracturados.
- Diagnóstico de problemas de perforación.
- Análisis de esfuerzos en el subsuelo.

1.2. ESTABILIDAD MECÁNICA DE POZOS

La geomecánica es una herramienta que permite determinar el potencial de inestabilidad de un pozo con el propósito de minimizar los problemas relacionados con esta y con el propósito de perforar pozos estables.

La inestabilidad de pozos ocurre por efectos mecánicos, químicos o por una combinación de ellos; causa problemas considerables en las operaciones de perforación, completamiento, evaluación de formaciones, cementación, registros y producción. Es un problema que se presenta a nivel mundial. Se estiman costos anuales que exceden los 2 billones de dólares como consecuencia de colapsos de pozos, sidetracks, pérdida de herramientas y abandono de pozos antes de alcanzar la zona de interés. Este problema se presenta en las principales cuencas del mundo desde el Norte - Este de la plataforma Australiana, el medio oriente, el mar del Norte, el golfo de México y Piedemonte llanero colombiano.

Los problemas de estabilidad aparecen no sólo en pozos desviados (y/o horizontales) sino incluso en pozos verticales. Estos problemas se acentúan aún más cuando:

- Se perfora bajo condiciones de altas presiones y temperatura (HP/HT).
- Existe interacción química entre el fluido de perforación y la roca de formación.
- Se perforan pozos profundos en áreas geológicamente complejas y aún más en zonas tectónicamente activas.

Entre los problemas de estabilidad de pozo más frecuentemente durante la perforación y algunas de sus consecuencias están:

- Ensanchamiento del pozo.
- Reducción del tamaño del pozo debido al flujo plástico de la roca dentro del pozo (generalmente en formaciones de shale).
- Pérdida de circulación.
- Exceso de torques y altas presiones de bombeo en la perforación.
- Daño del pozo inducidos por los esfuerzos.
- Fallas de pozo inducidas por la perforación.
- Pega de tubería.
- Consolidación.
- Dificultades en la toma de registros.
- Side-tracking.
- Problemas de washouts o zonas de lavado.
- Pobre cementación con sus respectivos problemas.

Consecuencias de estos problemas son los altos costos de perforación, como es el caso del Piedemonte Llanero Colombiano (zona geológicamente compleja y tectónicamente activa), donde los costos de perforación de algunos pozos superan los 40 millones de dólares.

Un análisis de estabilidad involucra los siguientes aspectos (Sánchez y Vásquez, 1999):

- Toma de núcleos geológicos.
- Realizar ensayos geomecánicos en el laboratorio con muestras del núcleo.
- Elaborar modelo sobre el comportamiento esfuerzo-deformación y la resistencia mecánica.
- Realizar pruebas de campo.
- Tomar registros especiales.
- Elaborar correlaciones núcleo-perfil.
- Usar métodos analíticos o numéricos con los parámetros obtenidos para predecir las condiciones de estabilidad.
- Emplear juicio ingenieril.

2. REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA

La mayor parte de las publicaciones existentes actualmente relacionadas con la estabilidad de pozo, se han concentrado en aspectos específicos tales como: determinación de esfuerzos in-situ, concentración de esfuerzos alrededor del pozo, propiedades mecánicas de la roca, entre otros; y han dejado atrás la predicción de esta para casos de campo.

De los estudios anteriormente reportados en la literatura para el análisis de estabilidad de pozos y cuyos aportes son de interés para este proyecto, son aquellos en los que se tienen en cuenta el criterio de falla y el modelo acoplado de flujo de fluidos en yacimientos fracturados con el comportamiento constitutivo.

Desde 1960 (Barenblatt) se inicia el estudio e investigación de flujo de fluidos en fracturas. Sin embargo, en los últimos años las publicaciones acerca del manejo de la perforación de este tipo de yacimientos son más frecuentes.

Hay tres modelos básicos para simular numéricamente un yacimiento naturalmente fracturado: modelo de malla discreta, modelo de medios continuos equivalentes y técnicas híbridas que reúnen características de los dos anteriores. En la simulación de malla discreta, las fracturas son modeladas individualmente y por lo general este modelo es útil para halla propiedades de fractura (Cacas et al. 1990 y Granet et al. 1998) en yacimientos tipo1¹ (yacimientos en los cuales la fractura provee la capacidad de almacenaje y el flujo de fluidos en el yacimiento). En el modelo de continuos equivalentes, a un mismo volumen de roca se le asignan propiedades de matriz y fractura. Esta última clase de modelos acogen modelos de simple porosidad y doble porosidad. La escogencia de uno u otro modelo depende del yacimiento y tipo de flujo de fluidos que se tenga en particular.

Los modelos de simple porosidad son utilizados para modelar yacimientos donde la capacidad de almacenaje y el flujo de fluidos recaen sobre la fractura. Agarwal et al.

¹ Clasificación propuesta por Nelson

(2000) muestran un claro ejemplo de la aplicación de estos modelos, con la simulación de un yacimiento en el campo Ekofish (Mar del Norte). Debido a que el mayor desafío encontrado fue el cálculo de la transferencia de fluido en la matriz y en las fracturas, se utiliza un modelo de simple porosidad con funciones de permeabilidad pseudo relativa. Inicialmente simulan una pequeña porción de bloques individuales de matriz con un modelo de simple porosidad, para luego aplicar las curvas de permeabilidad relativa obtenidas a todo el yacimiento y generar pseudo funciones dinámicas a escala de campo por ajuste de la historia de campo.

Por otro lado, los modelos de doble porosidad simulan yacimientos en los cuales coexisten dos tipos diferentes de porosidad y permeabilidad en un mismo volumen de roca. En estos se considera a la matriz como un conjunto de bloques conectados ó no conectados entre sí, con alta capacidad de almacenaje, y a las fracturas como un medio poroso interconectado con baja capacidad de almacenaje pero alta conductividad. El flujo de fluidos hacia el pozo se realiza principalmente por medio de las fracturas.

Uno de los trabajos más importantes y base de muchos otros, que maneja sistemas de doble porosidad, es el realizado por Warren y Root (1963). Los autores trabajan un modelo idealizado (modelo del cubo de azúcar) que estudia el comportamiento característico de un medio permeable que contiene dos regiones que favorecen significativamente al volumen poroso del sistema pero sólo una de ellas favorece la capacidad de flujo. Además en su trabajo estos dos autores proponen una función analítica de transferencia matriz-fractura que depende de la geometría de los bloques. La principal conclusión de su este estudio es la caracterización de este tipo de yacimientos por medio de dos parámetros, una relación de almacenaje y un coeficiente de flujo interporoso.

Kazemi (1969) plantea un modelo físico que asume flujo no-continuo de la matriz hacia la fractura. En este modelo, el yacimiento naturalmente se constituye por un sistema equivalente de fracturas horizontales, uniformemente espaciadas por bloques que constituyen la matriz. En cuanto a la función de transferencia matriz-fractura,

Kazemi (1969) realiza su propia aproximación, pero al igual que Warren y Root (1963), depende de la geometría de los bloques de la matriz.

El primero de estos modelos de doble porosidad fue propuesto por Barenblatt et al. (1960) y luego resuelto numéricamente por Hill y Thomas (1985). Una desventaja de los modelos de doble porosidad, es el aumento en el tiempo de simulación respecto de los otros modelos, pues es necesario resolver dos presiones para un mismo punto de la malla de simulación, presión de matriz y presión de fractura. En este caso se asume que un mismo volumen está ocupado por matriz, al mismo tiempo que fractura (superposición de medios continuos).

Evans (1982) explica de forma detallada la técnica de superposición de dos medios continuos. El autor expresa la preferencia por este tipo de modelamiento y desarrolla un modelo matemático que consiste en un conjunto de ecuaciones gobernantes de flujo para la fractura, la matriz y un término que describe la interacción de flujo matriz fractura y que depende de la caída de presión entre los poros de matriz y los de la fractura. Expresa además la porosidad de la roca matriz y del sistema de fracturas como una función del cambio de la presión en ambos medios con el tiempo y confronta los resultados de su simulación con dos trabajos de campo.

Thomas et al. (1983) trabajan alrededor del tipo de simulación que requieren estos yacimientos. Trabaja con un modelo 3D, trifásico, asumiendo que el flujo primario en el yacimiento ocurre dentro del sistema de fracturas con un intercambio local entre el sistema de fracturas y los bloques de matriz. La función de transferencia matriz-fractura es basada en el modelo de Warren y Root (1963) y resuelve implícitamente para la presión, saturación de agua, saturación de gas y presión de saturación, la ecuación de flujo en las fracturas y la de flujo en la matriz-fractura.

Gilman et al. (1983) muestran las ventajas ante ciertos casos de un simulador convencional (de simple porosidad) con uno al cual se acopla un sistema de doble porosidad y se aplica la superposición de dos medios continuos. Además discuten en detalle ciertos parámetros propios de los sistemas de doble porosidad

que no han sido claramente expuestos en trabajos anteriores como lo es la solución del sistema de ecuaciones resultante.

Douglas et al. (1987) describen dos modelos para simular el flujo de fluidos en yacimientos naturalmente fracturados, uno para flujo monofásico y fluido con compresibilidad constante y otro para flujo bifásico inmisible y fluido incompresible. El flujo en un bloque individual de matriz es simulado con ecuaciones estándares que describen flujo de fluidos en medios no fracturados y el flujo matriz-fractura se realiza con la imposición de condiciones límite en la superficie de los bloques.

Chen et al. (1990) desarrollan un modelo de interporosidad transiente de doble permeabilidad para un yacimiento naturalmente fracturado que ofrece una considerable flexibilidad en el análisis de datos. Las principales ventajas de su trabajo es que permite comunicación del sistema matriz con el fondo del pozo y admite comportamiento de flujo de interporosidad transiente en el sistema matriz. Este modelo es similar al presentado por Wijensinghe y Culham (1984) siguiendo ideas similares a Barenblatt et al. (1960).

Fung (1993) encamina hacia la simulación de recobro de aceite y plantea dos sistemas distintos de ecuaciones; uno para un sistema de doble porosidad y otro para un sistema de doble porosidad y doble permeabilidad.

Bourbiaux et al. (1999) aplican la superposición de dos medios continuos basado en un modelo idealizado de la forma de los bloques y de la función de transferencia matriz-fractura. Los autores proponen tres métodos para realizar un escalamiento a los resultados obtenidos y tener entonces un mayor acercamiento a la realidad y la función de transferencia que más se ajusta al caso.

Uno de los criterios de falla compresiva más utilizados en la industria de petróleo ha sido el criterio de Mohr-Colulomb, seguido del Von Mises y en algunas ocasiones el de Lade (McLean et al; 1990). En general puede decirse que la mayoría de los estudios han utilizado criterios que dependen únicamente de los esfuerzos principales máximo y mínimo, desestimando el efecto del esfuerzo principal

intermedio. Aunque el criterio de falla es uno de los pilares del modelamiento sobre estabilidad, su escogencia no deja de ser subjetiva en cuanto a efectos y tratamiento del esfuerzo intermedio.

El modelo de comportamiento constitutivo más utilizado es el denominado HILE (homogéneo, Isotrópico y Elástico Lineal), debido a la simplicidad de sus expresiones para calcular los esfuerzos alrededor del pozo y por tanto su fácil aplicación a la determinación de la estabilidad (McLean et al; 1990). La utilización del modelo constitutivo HILE implica que el estado más crítico se tendrá normalmente en la cara del pozo (Bradley; 1979).

Hansen y Purcell (1990) proponen un modelo elástico lineal junto con los criterios de falla de Mohr-Coulomb y Von Mises, utilizando datos del campo South Belridge para determinar la estabilidad de un pozo vertical en una formación anisotrópica.

Bradley (1979) propone un modelo teórico con el fin de predecir las condiciones de fracturamiento hidráulico y colapso de pozo. El autor se basa en la suposición del comportamiento elástico lineal del sólido en una condición de deformación plana a lo largo del eje del pozo. Adicionalmente no se considera flujo de fluidos en la cara del pozo. El modelo permite seleccionar el peso de lodo apropiado con el fin de prevenir la falla por tensión ó colapso (falla compresiva) de pozos verticales y direccionales.

Aadnoy B.S, Rogaland U y Chenevert M.E (1987) realizaron un modelo elástico-lineal e isotrópico con la ayuda de los esfuerzos alrededor del pozo para entender el comportamiento de pozos inclinados. El modelo fue utilizado para estudiar los dos mecanismos de fracturamiento que se presentan en estos dos casos. En este estudio en particular los autores encontraron que el colapso del hueco es causado principalmente por cizalla pero también por falla por tensión, mientras que el fracturamiento del pozo es causado por falla por tensión. El criterio utilizado fue el Drucker-Prager.

Aadnoy (1988) realizó un modelo matemático que considera las propiedades en todas las direcciones, es decir, anisotropía (pueden asumirse los esfuerzos in situ, el

pozo y las propiedades de la roca en cualquier dirección), lo cual permite una mejor descripción de la situación real de campo. Desarrolló así dos simuladores: ANISCOLL para el caso de colapso en el hueco por baja presión y ANISFRAC para estudiar el principio de fracturamiento en el eje del pozo por exceso de presión. Kwakwa, Batchelor y Clark (1991) realizaron una estimación de la estabilidad mecánica de pozos teniendo en cuenta las inestabilidades de tipo mecánico como los rompimientos, hundimientos o colapsos y el fracturamiento, el primero ocasionado por la baja presión del fluido en el pozo y el segundo por la excesiva presión del fluido en este. Utilizaron un modelo elástico tridimensional de esfuerzos efectivos in situ alrededor del pozo. Consideraron una deformación isotrópica y utilizaron el criterio de falla triaxial de Hoek y Brown, el cual cobra importancia debido a que se usan datos de campo.

Santarelli et al. (1992) realizaron un modelo de acuerdo con las ecuaciones de Kirsh y teniendo en cuenta factores como: la anisotropía de esfuerzos in situ, presión de poro, presión y el contenido de sólidos del fluidos de perforación, leyes de comportamiento de la roca, reacciones químicas presentes, tasa de perforación y la broca. Se utiliza un modelo de elementos discretos (DEM) para predecir la redistribución de esfuerzos alrededor del pozo. Adicionalmente, identifica las características y los mecanismos para la inestabilidad y se enfocan en como una fractura natural afecta la redistribución de esfuerzos alrededor del pozo.

Last y Mc Lean (1996) realizaron un estudio del campo Cusiana en Colombia. Los autores indican que es necesario incluir un modelo de rotación de esfuerzos y concluyen que los pozos perforados con ángulos altos son más estables que los pozos verticales.

Hassan et al. (1999) desarrollaron un software de análisis de estabilidad de pozos llamado IMPAC cuyo objetivo es predecir los parámetros de perforación óptimos según el ángulo de inclinación, el estado de esfuerzos en la formación y la presión de poro, disminuyendo pérdidas por circulación y optimizando el diseño del revestimiento.

Detournay y Fairhurst (1987) establecieron para su estudio el modelo elasto-plástico y el criterio de Mohr-Coulomb. Predicen una zona plástica y consideran anisotropía de esfuerzos y dilatación en 2D. Se obtiene un radio plástico y deformaciones elásticas y plásticas.

Infante y Chenevert (1989) se basaron en un modelo elasto-plástico, consistente en la generación de deformaciones plásticas una vez que el estado de esfuerzos ha alcanzado un criterio de falla. Como criterio de falla de cizalla recurrieron al Von Mises Modificado. Se tienen en cuenta un radio plástico y sus deformaciones.

Mody y Hale (1993) utilizaron un modelo elástico lineal y lo aplicaron mediante el criterio de Drucker-Prager. Se considera que el comienzo de la falla es en la cara del pozo. Se involucra además la estabilidad química.

3. IDENTIFICACIÓN DEL PROBLEMA

Generalmente las formaciones son clasificadas en términos de los esfuerzos in-situ, como pasivas y tectónicamente activas. En una región pasiva la roca en su estado natural se encuentra sometida a los siguientes esfuerzos: uno vertical por la sobrecarga de los sedimentos (esfuerzo principal máximo), y dos esfuerzos horizontales, uno mínimo y uno máximo, en dos direcciones ortogonales, los cuales generalmente son iguales o cercanamente iguales. En una región tectónicamente activa los esfuerzos principales in-situ no están necesariamente orientados en la dirección vertical y horizontal, siendo diferentes en magnitud (Bradley; 1979). En este tipo de región los problemas de estabilidad son aún más predominantes.

3.1 ORIGEN DEL PROBLEMA

A medida que se perfora un pozo la presión hidrostática ejercida por la columna de lodo debe reemplazar la pérdida de soporte causada por la remoción de la columna de roca original. Esto genera una concentración de esfuerzos alrededor del pozo debido a que la presión del lodo, al ser igual en todas las direcciones, no logra balancear completamente los esfuerzos in-situ existentes (Last et al; 1996). La perforación del pozo produce una redistribución de esfuerzos que normalmente es representada mediante un esfuerzo radial σ_r , el cual actúa radialmente y perpendicular al eje del pozo; un esfuerzo tangencial σ_θ , que actúa circunferencialmente alrededor de la pared del pozo, un esfuerzo axial σ_z , el cual actúa paralelo al eje del pozo y finalmente esfuerzos de cizalladura en cada una de las direcciones anteriores. Si el pozo está alineado con uno de los esfuerzos principales in-situ (σ_v , σ_H ó σ_h) y los esfuerzos en las otras direcciones son isotrópicos; no existirán esfuerzos de cizalla vírgenes en la pared del pozo, únicamente los generados por la perforación.

Como consecuencia de la redistribución, se genera una concentración de esfuerzos, y por lo tanto, la roca alrededor del pozo se distorsiona, entra en estado de tensión y/o compresión y puede fallar si estas condiciones exceden la resistencia de la roca.

La inestabilidad mecánica se manifiesta mediante dos tipos de falla: la fractura ó falla por tensión debido a la excesiva presión del lodo de perforación y la falla de cizalladura que se puede presentar con la reducción del diámetro del pozo o la ampliación de éste, según sean las propiedades de la roca.

En algunas ocasiones, el fluido de perforación interactúa químicamente con la roca generando su debilitamiento y posterior falla en el pozo, como es el caso de esquistos sensibles al agua; sin embargo, este tipo de inestabilidad, junto con los efectos térmicos no están dentro de los objetivos de este trabajo.

En conclusión, todos aquellos factores controlables o no que ocasionen que la resistencia de la roca sea excedida, serán considerados como causantes de la inestabilidad mecánica en pozos de petróleo y gas.

La inestabilidad del pozo puede generar pérdidas de circulación debido a falla por tensión (fracturamiento hidráulico no intencional). Adicionalmente se puede presentar caída de las paredes del pozo en rocas frágiles ó estrangulamiento del hueco en presencia de material dúctil, ambas situaciones debido a fallas compresivas. La reducción de diámetro del pozo puede generar pegas de tubería, e incluso pérdida de la sección del hueco abierto.

3.2 CAUSAS DEL PROBLEMA

La inestabilidad de pozo es causada frecuentemente por una combinación de elementos, los cuales se pueden clasificar en forma general como factores controlables e incontrolables.

Todos los elementos no manipulables presentes en su forma natural en el yacimiento que generen la inestabilidad del pozo, constituyen los factores incontrolables. Los factores controlables están conformados por todos los elementos que se generan durante la fase de perforación del pozo, por lo tanto manipulables (McLean; et al 1996).

3.2.1. Factores incontrolables ó naturales

a). Zonas falladas ó naturalmente fracturas: Cuando la trayectoria del pozo intercepta las fracturas en ángulos desfavorables, a través de sus planos de estratificación más débiles, se pueden presentar severos problemas de colapso del pozo. Estas fracturas, cuando están presentes en esquistos proveen una trayectoria apropiada para la invasión de lodo o fluido, lo cual puede conducir a que la resistencia de la roca sea dependiente del tiempo. Así, la degradación de la dureza de la roca será evidente, hasta el punto en que su debilitamiento genere colapso del pozo. En zonas altamente fracturadas, particularmente en la vecindad de las fallas, este fenómeno puede generar que grandes volúmenes de roca desprendidas de la pared del pozo ocasionando aprisionamiento de la tubería y los collares de perforación.

b). Altas presiones de poro: En formaciones con presencia de esquistos, las altas presiones de poro pueden causar colapso del pozo cuando la resistencia de los esquistos se afecta desfavorablemente.

c). Rocas débiles: Las formaciones más susceptibles a la inestabilidad son en general las más débiles, debido a que se caracterizan por poseer los valores más bajos de resistencia a la tensión y a la cizalladura in situ, además de módulos de rigidez (módulo de elasticidad en cizalla) muy bajos. En esta categoría se encuentran: las formaciones naturalmente fracturadas, especialmente con presencia de carbón, las rocas arcillosas sensitivas al agua, arenas poco cementadas, carbonatos y areniscas de alta porosidad. Los pozos perforados en estas formaciones, especialmente los que no están orientados en la dirección de los esfuerzos principales y donde existe un alto contraste de esfuerzos principales, pueden experimentar problemas de colapso. Estos problemas son particularmente frecuentes cuando se incrementa el tiempo de exposición al lodo de perforación.

d). Altos esfuerzos in-situ: en las regiones que se caracterizan por tener altos esfuerzos in-situ anómalos (alta anisotropía), conocidas como cuencas tectónicamente activas, los problemas de estabilidad de pozos son muy frecuentes.

En esta categoría se encuentran: las vecindades a domos de sal, zonas cercanas a fallas y las ramas más internas de pliegues. Las rocas más propensas a tener alta concentración de esfuerzos, son las de mayor dureza, entre ellas están: areniscas, conglomerados y rocas cuarzosas.

3.2.2. Factores controlables

a). Inclinación y azimut del pozo: La inclinación y orientación del pozo respecto a los esfuerzos principales in situ es un factor determinante en el riesgo de inestabilidad.

b). Densidad del lodo: Constituye el soporte que posee la pared del pozo después de perforado, por tanto es un importante mecanismo de control de fallas de cizalla y de tensión.

c). Flujo de filtrado y formación de costra: En el caso de formaciones fracturadas se debe tener cuidado con la presión de fondo, debido a que se pueden tener altos volúmenes de filtrado que pueden comprometer la estabilidad. En el caso de la costra se requiere que sea eficiente en calidad y tiempo de formación con el fin de minimizar la invasión del filtrado y la interacción roca fluido.

d). Interacción roca fluido: Se refiere a las propiedades físico-químicas que poseen la roca de la formación y el fluido de perforación, que pueden llegar a modificar y afectar la estabilidad del pozo. Características de la roca, tales como mineralogía, rigidez, resistencia, composición del agua de formación, temperatura, presión, pueden generar fenómenos de hidratación, presiones osmóticas en contacto con el lodo y llevar a ablandamiento y cambios de resistencia de la roca en la vecindad del pozo.

3.3 ENFOQUE DEL PROBLEMA

La fase de perforación de un pozo debe iniciar con un plan de pozo que considere todos los factores anteriores, de tal forma que se prevenga al máximo los problemas de estabilidad. En caso de presentarse alguna manifestación en este sentido, se

debe implementar una estrategia que minimice sus efectos, debido a que eliminar el problema resulta prácticamente imposible.

Con el fin de enfrentar esta situación se debe elaborar un modelo matemático que represente lo que está sucediendo físicamente en los alrededores del yacimiento y que permita manipular los factores mecánicos controlables al igual que los factores químicos y térmicos, con la finalidad de obtener una combinación que prediga la mejor respuesta en el pozo. Es importante, además implementar un ensamble apropiado de fondo de pozo respecto a la geometría, inclinación y formaciones a perforar que permita eliminar problemas de colapso de pozo debidos a la vibración del montaje (McLean; et al 1996).

El modelo para evaluar la estabilidad mecánica de pozos en formaciones naturalmente fracturadas consiste en un conjunto de ecuaciones de flujo de fluidos acopladas a un conjunto de ecuaciones constitutivas y a su vez a un criterio de falla. Las ecuaciones de flujo de fluido describen la distribución de la presión de poro en la matriz y en la red de fracturas interconectadas, con el cambio de esfuerzos; las ecuaciones constitutivas describen la relación existente entre el esfuerzo aplicado y la deformación experimentada por un cuerpo como respuesta a ese esfuerzo; y el criterio de falla determina el límite de las deformaciones y por lo tanto las condiciones para que se exceda la resistencia de la roca y se presenten las fallas por tensión ó cizalla (Osorio; 1998).

3.3.1. Modelo de flujo de fluidos

El modelo de flujo de fluidos asume flujo isotérmico y de una sola fase en un medio poroso deformable. Cuatro relaciones básicas constituyen este modelo: conservación de la masa de fluido, conservación de la masa de sólido, ley de Darcy, y ecuación de estado. La combinación de estas cuatro relaciones da lugar a dos ecuaciones generales de flujo de fluidos, una para flujo de fluidos en la matriz y otra para flujo de fluidos en la red fracturas (Osorio; 1998).

3.3.2. Modelo de comportamiento constitutivo

Consiste en un conjunto de ecuaciones constitutivas que buscan representar las características básicas del comportamiento de la roca, respecto a la relación entre esfuerzos y deformaciones.

Algunos de estos modelos de comportamientos contemplan elasticidad lineal, no lineal, elasto-plasticidad; así como homogeneidad y anisotropía.

3.3.3. Modelo de falla

El modelo de falla está constituido por los diferentes criterios de falla que permiten analizar y predecir las condiciones en las que se puede presentar la inestabilidad.

Los criterios de falla se clasifican de acuerdo al mecanismo que ocasiona la falla, así: Criterios de falla por tensión y criterios de falla por cizalladura. Un modelo de falla debe contener el criterio de falla por tensión y como mínimo un criterio de falla por cizalladura.

Generalmente se obtienen resultados distintos al aplicar uno u otro criterio de falla por cizalladura. Por tanto la escogencia apropiada del criterio a utilizar en una formación dada recae en la discreción del ingeniero, que basado en la experiencia y en pruebas de laboratorio, si se tienen, escoge el de mejor desempeño.

3.3.3.1. Criterio de falla por tensión. El criterio de falla por tensión permite establecer si se supera ó no la resistencia de la roca a la tensión.

Los esfuerzos de tensión dan lugar a uno de los mecanismos de fallas. Estas ocurren cuando la presión hidrostática ejercida por la columna de lodo toma valores muy altos, originando esfuerzos de tensión sobre la pared del pozo (la roca entra en estado de tensión) que pueden exceder la resistencia de la roca a la tensión (Aadnoy et al; 1987). Esto provoca fracturas en la roca a los largo de un plano perpendicular al mínimo esfuerzo in-situ, lo cual podría acompañarse con pérdidas

de circulación. En cuencas pasivas, este esfuerzo corresponde a uno de los esfuerzos horizontales.

3.3.3.2. Criterio de falla por cizalladura. Alternativamente a la falla por tensión, la formación puede falla por cizalladura debido a esfuerzos compresivos y/o de tensión. Esta falla puede ser atribuida tanto a lodos pesados como livianos. En ambos casos se originan rompimientos y la formación se derrumba, creando hueco elípticos (breakouts) ó agrandamientos uniformes (washed-outs) (García; 1998). Los recortes pueden acumularse en el pozo y ocasionar aprisionamientos e incluso colapso del pozo (Last et al; 1996).

4. MODELAMIENTO DE LA ESTABILIDAD MECÁNICA DE POZOS

A continuación se describirá cada uno de los modelos utilizados en este trabajo para establecer un modelo acoplado para analizar la estabilidad mecánica de pozos durante la perforación de formaciones naturalmente fracturadas.

4.1. MODELO FÍSICO

El modelo físico se estudiará bajo la técnica de superposición de continuos. Dicho modelo puede apreciarse en la figura 1.

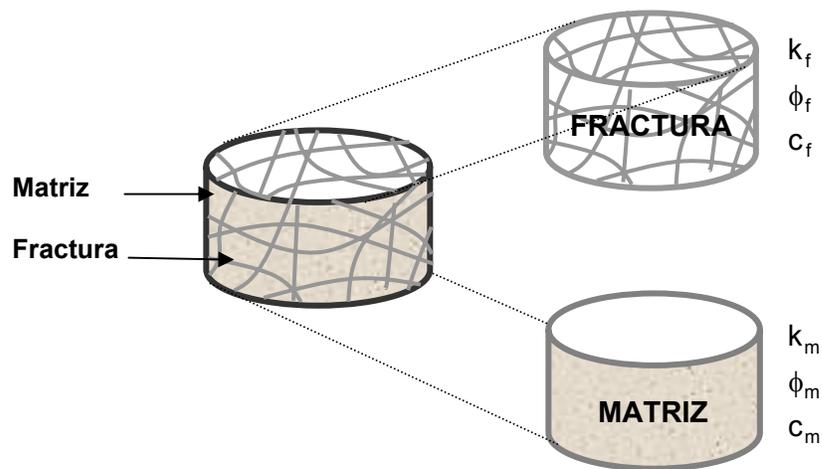


Figura 1. Superposición de dos medios continuos

Se asume que el yacimiento presenta la siguiente configuración: radialmente se representa por una serie de cilindros concéntricos de espesor variable; verticalmente se divide en estratos de diferente espesor y tangencialmente se divide en ángulos de longitud de arco, ya sea constante ó variable.

En el centro del modelo se ubica un único pozo vertical el cual está siendo perforado y a través del cual no ocurre flujo de fluido, como se observa en la figura 2.

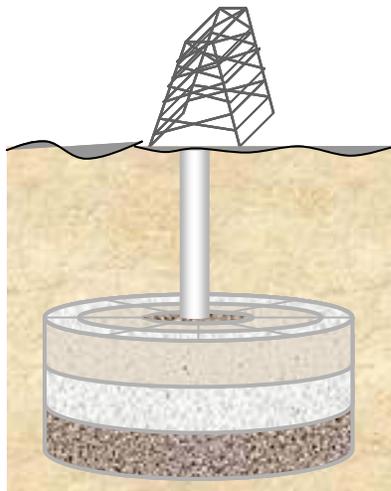


Figura 2. Representación física del modelo acoplado

El yacimiento es considerado como un sistema poro-elástico e isotérmico, donde el esqueleto sólido de la roca presenta deformación elástica no-lineal.

Las propiedades de la roca pueden variar espacial y temporalmente, debido a su dependencia del esfuerzo efectivo (estado de esfuerzos totales y la presión de poro).

La presión de poro tanto de las fracturas como de la matriz pueden variar temporalmente debido a su dependencia del esfuerzo efectivo.

Los estratos que conforman el yacimiento pueden presentar tanto isotropía como anisotropía en sus propiedades.

El modelamiento se desarrolló atizando un sistema de coordenadas cilíndricas.

4.2 MODELO MATEMÁTICO

El modelo matemático que describe el problema de estabilidad mecánica de pozos, considera la deformación geomecánica de la roca a presión de poro variable. Además, se considera el comportamiento no-lineal de las propiedades de la roca

(las cuales son función del esfuerzo efectivo). Finalmente, es necesario incorporar condiciones auxiliares (condiciones iniciales y de frontera) para lograr un problema bien planteado, y así obtener solución única de las ecuaciones diferenciales que describen el comportamiento del modelo físico.

4.2.1 Modelo diferencial

Debido a la naturaleza del modelo físico considerado, se requiere deducir las expresiones para los siguientes modelos:

4.2.1.1 Modelo de flujo de fluidos. El modelo de flujo de fluidos para el sistema físico, se presenta a continuación y es el resultado de la combinación de las siguientes ecuaciones (Chen et al; 1997):

- La ecuación de continuidad o ley de conservación de la masa de fluido y conservación de la masa de sólido
- La ecuación de movimiento de fluidos a través del medio poroso o ley de Darcy
- La ecuación del comportamiento del fluido o ecuación de estado

En el Anexo A se presenta en forma detallada el desarrollo de la ecuación de flujo para un medio poroso fracturado en coordenadas cilíndricas.

Conservación de la masa del fluido

Para la matriz

$$-\nabla \cdot (\rho_m \phi_m v_m) = \frac{1}{V_b} \frac{\partial}{\partial t} (\rho_m \phi_m V_b) + T + \tilde{q} \quad (1)$$

Para la fractura

$$-\nabla(\rho_f \phi_f v_f) = \frac{1}{V_b} \frac{\partial}{\partial t} (\rho_f \phi_f V_b) - T + \tilde{q} \quad (2)$$

Conservación de la masa del sólido:

$$-\nabla[\rho_s(1-\phi_t)v_s] = \frac{1}{V_b} \frac{\partial}{\partial t} [\rho_s(1-\phi_t) V_b] \quad (3)$$

Ley de Darcy

Para flujo de fluido en la matriz:

$$\phi_m(v_m - v_s) = -\frac{k_m}{\mu_m} \nabla P_m \quad (4)$$

Para flujo de fluido en la fractura:

$$\phi_f(v_f - v_s) = -\frac{k_f}{\mu_f} \nabla P_f \quad (5)$$

Ecuación de estado (compresibilidad térmica de fluido)

La ecuación de estado, aplicada al fluido en el sistema de matriz, está dada por

$$c_m = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial P_m} \quad (6)$$

Similarmente, la ecuación de estado, aplicada al fluido en el sistema de fracturas, está dada por:

$$c_f = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial P_f} \quad (7)$$

La combinación de estas cuatro relaciones da lugar a dos ecuaciones generales de flujo de fluidos, una para flujo en la matriz y otra para flujo de fluidos en la red de fracturas (ver Anexo A).

Para presión en la matriz,

$$\nabla \cdot \left(\rho_m \frac{k_m}{\mu_m} \nabla P_m \right) = \phi_m \rho_m \left[(c_m - c_{pcm} \alpha_{pm}) \frac{\partial p_m}{\partial t} - c_{pcm} \beta_{pf} \frac{\partial p_f}{\partial t} + c_{pcm} \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial t} \right] + T + \tilde{q} \quad (8)$$

Para presión en la fractura

$$\nabla \cdot \left(\rho_f \frac{k_f}{\mu_f} \nabla P_f \right) = \phi_f \rho_f \left[(c_f - c_{pcf} \alpha_f) \frac{\partial p_f}{\partial t} - c_{pcf} \beta_{pm} \frac{\partial p_m}{\partial t} + c_{pcf} \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial t} \right] - T + \tilde{q} \quad (9)$$

4.2.1.2 Modelo de deformación geomecánica. Este modelo describe el comportamiento de la deformación de la parte sólida de la roca ante un cambio en el estado de esfuerzos del yacimiento generado por la perforación del pozo, en un sistema de coordenadas cilíndricas.

El modelo considera deformación infinitesimal, elástica no-lineal para el esqueleto de la roca que conforma el yacimiento. Las variables dependientes son los desplazamientos en las direcciones r , θ y z .

Las ecuaciones que conforman el modelo de deformación geomecánica se acostumbra escribir en términos del cambio (incremento) en los desplazamientos, en lugar de su valor total. Esta aproximación incremental se puede interpretar físicamente así: cualquier compresión/expansión de la roca (deformación) genera un cambio en los desplazamientos.

El modelo de deformación geomecánica está conformado por las siguientes relaciones básicas constitutivas:

- Ecuaciones de equilibrio
- Ecuaciones de deformación-desplazamiento
- Ecuaciones de esfuerzo-deformación-presión

A continuación se presenta la descripción de cada uno de estas clases de ecuaciones y en el Anexo B se presenta la deducción del modelo.

- Ecuaciones de equilibrio de esfuerzos (Osorio et al; 1998): Gobierna la forma en la cual los esfuerzos varían de un punto a otro en un elemento de volumen

infinitesimal en coordenadas cilíndricas como se muestra en la figura 3. Estas ecuaciones en forma incremental, se expresan de la siguiente forma:

En dirección radial:

$$\frac{\partial \sigma_r^0}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{\theta r}^0}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{rz}^0}{\partial z} + \frac{\sigma_r^0 - \sigma_\theta^0}{r} + \frac{\partial \Delta \sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Delta \tau_{\theta r}}{\partial \theta} + \frac{\partial \Delta \tau_{rz}}{\partial z} + \frac{\Delta \sigma_r - \Delta \sigma_\theta}{r} = 0 \quad (10)$$

En dirección tangencial:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_\theta^0}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{r\theta}^0}{\partial r} + \frac{\partial \tau_{z\theta}^0}{\partial z} + \frac{2\tau_{r\theta}^0}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Delta \sigma_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial \Delta \tau_{r\theta}}{\partial r} + \frac{\partial \Delta \tau_{z\theta}}{\partial z} + \frac{2\Delta \tau_{r\theta}}{r} = 0 \quad (11)$$

En dirección vertical:

$$\frac{\partial \sigma_z^0}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{rz}^0}{\partial r} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \tau_{\theta z}^0}{\partial \theta} + \frac{\tau_{rz}^0}{r} + \frac{\partial \Delta \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \Delta \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \Delta \tau_{\theta z}}{\partial \theta} + \frac{\Delta \tau_{rz}}{r} = 0 \quad (12)$$

En las ecuaciones anteriores se asume que las fuerzas de cuerpo (fuerzas gravitacionales) son despreciables o permanecen constantes con el tiempo, debido a que tienen poca o ninguna influencia sobre los objetivos de este estudio. El superíndice 0 se refiere al esfuerzo total inicial en la dirección indicada, $\Delta \sigma_i$ es el incremento del esfuerzo total normal en la dirección $i=r, \theta, z$ y los términos $\Delta \tau_{r\theta}$, $\Delta \tau_{rz}$ y $\Delta \tau_{\theta z}$ son los incrementos de los esfuerzos de cizalladura, donde el primer subíndice se refiere al plano sobre el cual actúa el esfuerzo de cizalladura y el segundo da la dirección de este esfuerzo.

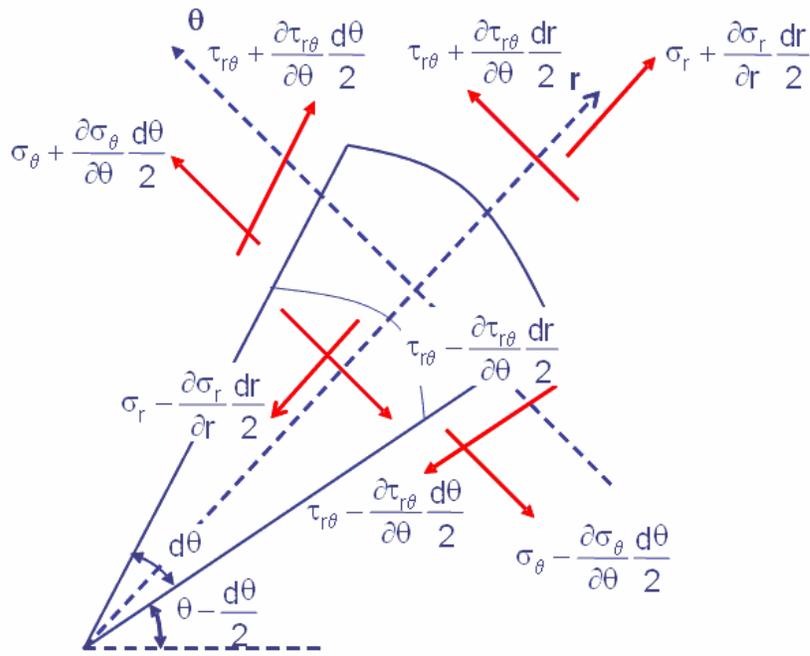


Figura 3. Estado de esfuerzos en coordenadas cilíndricas

- Ecuaciones de deformación-desplazamiento (Osorio et al; 1998): el sistema de equilibrio de esfuerzos no son suficientes para relacionar todas las variables allí involucradas. Esto es debido a que se tienen seis cantidades independientes desconocidas ($\sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_z, \tau_{r\theta}, \tau_{rz}, \tau_{\theta z}$) y solamente tres ecuaciones que la relacionan; por tal motivo, es necesario utilizar información adicional, la cual la proporciona las ecuaciones de deformación-desplazamiento y la ley generalizada de Hooke.

Las deformaciones en función de los desplazamientos están dadas en forma incremental para coordenadas cilíndricas por las siguientes ecuaciones:

$$\Delta \varepsilon_r = \frac{\partial \Delta U_r}{\partial r} \quad (13)$$

$$\Delta \varepsilon_\theta = \frac{1}{r} \left(\Delta U_r + \frac{\partial \Delta U_\theta}{\partial \theta} \right) \quad (14)$$

$$\Delta\varepsilon_z = \frac{\partial\Delta U_z}{\partial z} \quad (15)$$

$$\Delta\gamma_{r\theta} = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{r} \left(\frac{\partial\Delta U_r}{\partial\theta} - \Delta U_\theta \right) + \frac{\partial\Delta U_\theta}{\partial r} \right] \quad (16)$$

$$\Delta\gamma_{rz} = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial\Delta U_z}{\partial r} + \frac{\partial\Delta U_r}{\partial z} \right] \quad (17)$$

$$\Delta\gamma_{\theta z} = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial\Delta U_z}{\partial\theta} + \frac{\partial\Delta U_\theta}{\partial z} \right] \quad (18)$$

En la ecuaciones anteriores, $\Delta\varepsilon_r$, $\Delta\varepsilon_\theta$ y $\Delta\varepsilon_z$ son los incrementos de las deformaciones normales en las direcciones radial, tangencial y vertical, respectivamente, $\Delta\gamma_{r\theta}$, $\Delta\gamma_{rz}$ y $\Delta\gamma_{\theta z}$ son los incrementos de las deformaciones de cizalladura y finalmente, Δu_r , Δu_θ y Δu_z son los incrementos de los desplazamientos en las direcciones radial, tangencial y vertical, respectivamente.

- Ecuaciones de esfuerzo-deformación-presión (Osorio et al; 1998) : La relación existente entre los esfuerzos y las deformaciones está dada por la ley de Hooke, que para el medio poroso total (parte sólida y parte porosa) debe tener en cuenta la variación de las propiedades de la roca y los desplazamientos en función del esfuerzo efectivo. El esfuerzo total sobre el medio poroso es la suma del esfuerzo efectivo (que actúa sobre la parte sólida) y el efecto de la presión de poro (que actúa sobre la parte porosas).

$$\Delta\sigma_r = 2 \cdot G\Delta\varepsilon_r + \lambda \cdot \Delta\varepsilon_v + \beta_{bm} \cdot \Delta P_m + \beta_{bf} \cdot \Delta P_f \quad (19)$$

$$\Delta\sigma_\theta = 2 \cdot G\Delta\varepsilon_\theta + \lambda \cdot \Delta\varepsilon_v + \beta_{bm} \cdot \Delta P_m + \beta_{bf} \cdot \Delta P_f \quad (20)$$

$$\Delta\sigma_z = 2 \cdot G\Delta\varepsilon_z + \lambda \cdot \Delta\varepsilon_v + \beta_{bm} \cdot \Delta P_m + \beta_{bf} \cdot \Delta P_f \quad (21)$$

$$\Delta\tau_{r\theta} = 2 \cdot G\Delta\gamma_{r\theta} \quad (22)$$

$$\Delta\tau_{rz} = 2 \cdot G\Delta\gamma_{rz} \quad (23)$$

$$\Delta\tau_{\theta z} = 2 \cdot G\Delta\gamma_{\theta z} \quad (24)$$

En las ecuaciones anteriores, G es el módulo de cizalladura, λ es el parámetro de Lamé y ε_v es la deformación volumétrica.

A continuación se acoplan las ecuaciones desarrolladas anteriormente para obtener las ecuaciones que constituyen el modelo de deformación geomecánica para medios porosos en coordenadas cilíndricas.

Reemplazando las ecuaciones 13 -18 y 19 - 24 en las ecuaciones 10 - 12, desarrollando las respectivas derivadas y utilizando los operadores gradiente y divergente, se obtienen las tres ecuaciones diferenciales constitutivas del modelo de deformación geomecánica.

- Primera ecuación de equilibrio para un medio poroso elástico en función de los desplazamientos en coordenadas cilíndricas, en dirección radial:

$$\left[\frac{\partial \sigma_r^0}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{\theta r}^0}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{rz}^0}{\partial z} + \frac{\sigma_r^0 - \sigma_\theta^0}{r} \right] + \vec{\nabla} \cdot [\mathbf{G} \cdot \nabla(\Delta u_r)] + \vec{\nabla} \cdot \left(\mathbf{G} \cdot \frac{\partial \Delta \bar{\mathbf{U}}}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial r} (\lambda \cdot \vec{\nabla} \cdot \Delta \bar{\mathbf{U}}) + \frac{\partial (\beta_{bm} \Delta P_m)}{\partial r} + \frac{\partial (\beta_{bf} \Delta P_f)}{\partial r} - \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial (\mathbf{G} \Delta U_\theta)}{\partial \theta} - \frac{2 \cdot \mathbf{G}}{r^2} \Delta U_r - \frac{2 \cdot \mathbf{G}}{r^2} \frac{\partial \Delta U_\theta}{\partial \theta} = 0 \quad (25)$$

- Segunda ecuación geomecánica de equilibrio para un medio poroso elástico en función de los desplazamientos en coordenadas cilíndricas, en dirección tangencial:

$$\left[\frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_\theta^0}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{r\theta}^0}{\partial r} + \frac{\partial \tau_{z\theta}^0}{\partial z} + \frac{2\tau_{r\theta}^0}{r} \right] + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} [\lambda \cdot \vec{\nabla} \cdot \Delta \bar{\mathbf{U}}] + \vec{\nabla} \cdot [\mathbf{G} \cdot \nabla(\Delta u_\theta)] + \frac{1}{r} \cdot \vec{\nabla} \cdot \left(\mathbf{G} \cdot \frac{\partial \Delta \bar{\mathbf{U}}}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\beta_{bm} \Delta P_m}{r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\beta_{bf} \Delta P_f}{r} \right) - \frac{\mathbf{G}}{r^2} \cdot \Delta U_\theta + \frac{2}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} (\mathbf{G} \cdot \Delta U_r) - \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} (\mathbf{G} \cdot \Delta U_\theta) + \frac{\mathbf{G}}{r} \cdot \frac{\partial \Delta U_\theta}{\partial r} = 0 \quad (26)$$

- Tercera ecuación geomecánica de equilibrio para un medio poroso elástico en función de los desplazamientos en coordenadas cilíndricas, en dirección axial:

$$\left[\frac{\partial \sigma_z^0}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{rz}^0}{\partial r} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \tau_{\theta z}^0}{\partial \theta} + \frac{\tau_{rz}^0}{r} \right] + \vec{\nabla} \cdot [\mathbf{G} \cdot \nabla(\Delta u_z)] + \vec{\nabla} \cdot \left[\mathbf{G} \cdot \frac{\partial \Delta \bar{\mathbf{U}}}{\partial z} \right] + \frac{\partial}{\partial z} [\lambda \cdot \vec{\nabla} \cdot \Delta \bar{\mathbf{U}}] + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\beta_{bm} \Delta P_m}{r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\beta_{bf} \Delta P_f}{r} \right) = 0 \quad (27)$$

En las ecuaciones anteriores:

- $\Delta \bar{\mathbf{U}}$ Es el vector de desplazamientos en forma incremental.
- ∇ es el operador gradiente en coordenadas cilíndricas, el cual aplicado a una función escalar (f), está dado por:

$$\nabla(f) = \hat{e}_r \frac{\partial(f)}{\partial r} + \hat{e}_\theta \frac{1}{r} \frac{\partial(f)}{\partial \theta} + \hat{e}_z \frac{\partial(f)}{\partial z}$$

Obsérvese que el operador gradiente es un vector.

$\vec{\nabla} \cdot$ es el vector divergente en coordenadas cilíndricas, el cual aplicado a una función vectorial (\vec{F}), está dado por:

$$\vec{\nabla} \cdot (\vec{F}) = \hat{e}_r \cdot \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial[r \cdot (F_r)]}{\partial r} + \hat{e}_\theta \cdot \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial(F_\theta)}{\partial \theta} + \hat{e}_z \cdot \frac{\partial(F_z)}{\partial z}$$

En donde, F_r , F_θ y F_z son las componentes de la función vectorial (\vec{F}) en dirección r , θ y z respectivamente; y \hat{e}_r , \hat{e}_θ , \hat{e}_z son los vectores unitarios en las mismas direcciones.

Debe notarse que las ecuaciones que conforman el modelo de deformación geomecánica representan el modelo constitutivo utilizado en este estudio para evaluar la estabilidad mecánica de pozos y que están expresadas en términos de los desplazamientos y no de los esfuerzos. Esto se debe a que las matrices

generadas en el modelo numérico utilizando los desplazamientos son diagonalmente dominantes, lo que facilita la solución del sistema de ecuaciones resultantes, lo cual no ocurre si se expresan en términos de los esfuerzos. Es importante aclarar que físicamente es equivalente expresar las ecuaciones del modelo de deformación geomecánica en términos de los desplazamientos o de los esfuerzos.

4.2.1.3 Modelo acoplado de flujo de fluidos con la deformación geomecánica.

El medio fracturado se modela de acuerdo con el concepto de doble porosidad (continuo superpuesto. Barenblatt et al., 1960 y Bachmat, 1990). El sistema real, que consiste de dos fases (fractura y matriz) que juntas ocupan completamente los subdominios no coincidentes, se reemplaza por un modelo en el cual cada una de las dos fases se comporta como un continuo que ocupa el dominio por completo. Debido a que las fases individuales interactúan una con la otra, así deben hacerlo los continuos. Cada uno de los dos continuos superpuestos exhibe su propio set de propiedades, un set representando las propiedades del medio poroso de los bloques y el otro set representando las propiedades de la red de fracturas interconectadas. Similarmente, cada continuo superpuesto cuenta con su propio campo de presiones. Para la deformación de la roca, el campo de esfuerzos se superpone a los dos campos de presión del fluido (Osorio et al; 1998).

De acuerdo con Osorio et al. (1999), la descripción matemática para el acoplamiento de la deformación de la roca con el flujo de fluidos debe tener en cuenta, principalmente, las siguientes características del sistema:

La naturaleza multicomponente de la roca reservorio, la cual requiere de una descripción tanto para el fluido como para el sólido. En este estudio, se considera un componente fluido y dos componentes sólidos (matriz fractura) para describir el sistema totalmente acoplado de flujo de fluidos y deformación de la roca. Este sistema multifásico requiere: (i) dos modelos de flujo de fluidos que describan el movimiento del fluido de poro en los bloques de la matriz y en la red de fracturas (las cuales serán denominadas ecuaciones de presión de poro para la matriz y fractura, respectivamente), y; (ii) un modelo esfuerzo-deformación que describa la

deformación del esqueleto sólido de la roca (el cual será denominado sistema de ecuaciones esfuerzo-deformación). Las leyes de conservación de la masa y la fuerza, y las relaciones constitutivas que representan los efectos de acoplamiento entre componentes, se usan para obtener los modelos de flujo de fluidos y esfuerzo-deformación.

El comportamiento no lineal típico de rocas yacimiento que requieren de relaciones que describan la variación de las propiedades mecánicas y de flujo de fluidos como función de la presión de poro y del estado de esfuerzos.

Interacción del yacimiento con sus alrededores, lo cual induce una región de disturbios fuera del yacimiento. Esta región de disturbios de esfuerzo extendidos afecta la evolución de los desplazamientos y del estado de esfuerzos en las fronteras del yacimiento, las cuales a su vez determinan la evolución del estado de esfuerzos al interior del yacimiento. Esta interacción del yacimiento con sus alrededores requiere de la aplicación del modelo esfuerzo-deformación más allá de los límites del yacimiento.

La interacción del yacimiento con los pozos (condiciones internas de frontera), lo cual requiere de un modelo de pozo que escriba la manera en la cual los disturbios son introducidos en el yacimiento.

Este estudio representa un primer acercamiento en la construcción de la formulación matemática que tiene en cuenta las características del sistema físico arriba mencionadas.

4.2.1.3.1 Ecuaciones fundamentales modelo acoplado de flujo de fluidos con la deformación geomecánica. Las ecuaciones fundamentales que describen la interacción entre los campos de presión de fluido de matriz y fractura, y el campo de esfuerzo resultan del acoplamiento de tres tipos diferentes de modelos: (i) dos modelos de flujo de fluidos, que describen la distribución de la presión de poro en la matriz y en la red de fracturas interconectadas, respectivamente; (ii) un modelo de esfuerzo-deformación, que describe la deformación de la parte sólida de la roca; y,

(iii) un modelo de desempeño de pozo, que describe las condiciones de frontera interna. Se requieren ecuaciones adicionales que describan la variación de las propiedades mecánicas y de flujo de fluido en función de la presión de poro y el estado de esfuerzos.

Las ecuaciones fundamentales que describen el modelo acoplado de flujo de fluidos con la deformación de la roca se presentan a continuación:

Ecuación de flujo de fluidos para la matriz:

$$\begin{aligned} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \cdot \rho_m \frac{k_m}{\mu_m} \frac{\partial P_m}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\rho_m \frac{k_m}{\mu_m} \frac{\partial P_m}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho_m \frac{k_m}{\mu_m} \frac{\partial P_m}{\partial z} \right) = \phi_m \rho_m \left[c_m \frac{dp_m}{dt} \right. \\ \left. + \beta_{pm} c_{pcm} \frac{dp_m}{dt} + \beta_{pf} c_{pcf} \frac{dp_f}{dt} \right] - \phi_m \rho_m \left[\frac{c_{pcm}}{c_{bc}^d} \left(\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \Delta u_r}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\Delta u_r}{r} \right) + \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \Delta u_\theta}{\partial \theta} \right) \right) \right] \\ \left. + \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \Delta u_z}{\partial z} \right) \right] \end{aligned} \quad (28)$$

Ecuación de flujo de fluidos para la fractura:

$$\begin{aligned} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \cdot \rho_f \frac{k_f}{\mu_f} \frac{\partial P_f}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\rho_f \frac{k_f}{\mu_f} \frac{\partial P_f}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho_f \frac{k_f}{\mu_f} \frac{\partial P_f}{\partial z} \right) = \phi_f \rho_f \left[(c_f + \beta_{pf} c_{pcf}) \frac{dp_f}{dt} \right. \\ \left. + \beta_{pm} c_{pcf} \frac{dp_m}{dt} \right] - \phi_f \rho_f \left[\frac{c_{pcf}}{c_{bc}^d} \left(\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \Delta u_r}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\Delta u_r}{r} \right) + \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \Delta u_\theta}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \Delta u_z}{\partial z} \right) \right) \right] \end{aligned} \quad (29)$$

Primera ecuación de deformación geomecánica para un medio poroso fracturado:

$$\begin{aligned} \left[\frac{\partial \sigma_r^0}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{\theta r}^0}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{rz}^0}{\partial z} + \frac{\sigma_r^0 - \sigma_\theta^0}{r} \right] + \vec{\nabla} \cdot [G \cdot \nabla(\Delta u_r)] + \vec{\nabla} \cdot \left(G \cdot \frac{\partial \Delta \vec{U}}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial r} (\lambda \cdot \vec{\nabla} \cdot \Delta \vec{U}) \\ + \frac{\partial (\beta_{bm} \Delta P_m)}{\partial r} + \frac{\partial (\beta_{bf} \Delta P_f)}{\partial r} - \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial (G \Delta U_\theta)}{\partial \theta} - \frac{2 \cdot G}{r^2} \Delta U_r - \frac{2 \cdot G}{r^2} \frac{\partial \Delta U_\theta}{\partial \theta} = 0 \end{aligned} \quad (30)$$

Segunda ecuación de deformación geomecánica para un medio poroso fracturado:

$$\begin{aligned} & \left[\frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{\theta}^0}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{r\theta}^0}{\partial r} + \frac{\partial \tau_{z\theta}^0}{\partial z} + \frac{2\tau_{r\theta}^0}{r} \right] + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} \left[\lambda \cdot \vec{\nabla} \cdot \Delta \bar{\mathbf{U}} \right] + \vec{\nabla} \cdot \left[\mathbf{G} \cdot \nabla (\Delta u_{\theta}) \right] + \frac{1}{r} \cdot \vec{\nabla} \cdot \left(\mathbf{G} \cdot \frac{\partial \Delta \bar{\mathbf{U}}}{\partial \theta} \right) \\ & + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\beta_{bm} \Delta P_m}{r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\beta_{bf} \Delta P_f}{r} \right) - \frac{\mathbf{G}}{r^2} \cdot \Delta \mathbf{U}_{\theta} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} (\mathbf{G} \cdot \Delta \mathbf{U}_r) - \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} (\mathbf{G} \cdot \Delta \mathbf{U}_{\theta}) \\ & + \frac{\mathbf{G}}{r} \cdot \frac{\partial \Delta \mathbf{U}_{\theta}}{\partial r} = 0 \end{aligned} \quad (31)$$

Tercera ecuación de deformación geomecánica para un medio poroso fracturado:

$$\begin{aligned} & \left[\frac{\partial \sigma_z^0}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{rz}^0}{\partial r} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \tau_{\theta z}^0}{\partial \theta} + \frac{\tau_{rz}^0}{r} \right] + \vec{\nabla} \cdot \left[\mathbf{G} \cdot \nabla (\Delta u_z) \right] + \vec{\nabla} \cdot \left[\mathbf{G} \cdot \frac{\partial \Delta \bar{\mathbf{U}}}{\partial z} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\lambda \cdot \vec{\nabla} \cdot \Delta \bar{\mathbf{U}} \right] \\ & + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\beta_{bm} \Delta P_m}{r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\beta_{bf} \Delta P_f}{r} \right) = 0 \end{aligned} \quad (32)$$

El sistema de ecuaciones que se obtiene finalmente para desarrollar el modelo acoplado de flujo de fluidos con la deformación geomecánica que describa la estabilidad mecánica de pozos se compone de las ecuaciones 28 - 32, las cuales forman un sistema de cinco ecuaciones con cinco incógnitas: los desplazamientos en las tres direcciones (radial, tangencial y vertical) y las presiones de poro de la matriz y de la fractura. Estas expresiones son ecuaciones en derivadas parciales de segundo orden, no lineales, no homogéneas; por lo tanto deben ser resueltas simultáneamente en forma numérica.

4.2.1.3.2 Adaptación del modelo acoplado de flujo de fluidos con la deformación geomecánica a pozo. Hasta este momento se han desarrollado las ecuaciones constituyentes del modelo acoplado de flujo de fluidos con la deformación geomecánica de la roca, el cual es útil en el estudio de un yacimiento en su fase productora de fluidos.

Teniendo en cuenta que en este trabajo se tiene interés durante la etapa de perforación, se hace necesario realizar las siguientes simplificaciones ha dicho planteamiento matemático:

Se asumen que no hay producción de fluidos ni de sólidos, debido a que la invasión del fluido de perforación produce una zona estable en la cual nada fluye. Esta zona se considera como impedimento al flujo debido a que con el paso del tiempo no podrá entrar más fluido debido a la formación de la torta o costra de lodo.

Por la suposición anterior, se hace lógico eliminar los términos que implican transmisibilidad en la ecuación de flujo, tanto para la matriz como para la fractura, así como la función de transferencia matriz-fractura y el término correspondiente al aporte por fuentes o sumideros.

Entonces el sistema acoplado para pozo, que describe el modelo físico planteado se puede expresar matemáticamente en coordenadas cilíndricas así:

Primera ecuación del modelo acoplado:

$$\begin{aligned} \phi_m \rho_m (c_m + \beta_{pm} c_{pcm}) \frac{dP_m}{dt} + \phi_m \rho_m \beta_{pf} c_{pcm} \frac{dP_f}{dt} - \phi_m \rho_m \frac{c_{pcm}}{c_{bc}^d} \left[\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \Delta u_r}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\Delta u_r}{r} \right) \right. \\ \left. + \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \Delta u_\theta}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \Delta u_z}{\partial z} \right) \right] = 0 \end{aligned} \quad (33)$$

Segunda ecuación del modelo acoplado:

$$\begin{aligned} \phi_f \rho_f (c_f + \beta_{pf} c_{pcf}) \frac{dP_f}{dt} + \phi_f \rho_f \beta_{pm} c_{pcf} \frac{dP_m}{dt} - \phi_f \rho_f \frac{c_{pcf}}{c_{bc}^d} \left[\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \Delta u_r}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\Delta u_r}{r} \right) \right. \\ \left. + \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \Delta u_\theta}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \Delta u_z}{\partial z} \right) \right] = 0 \end{aligned} \quad (34)$$

Tercera ecuación del modelo acoplado:

$$\begin{aligned} \left[\frac{\partial \sigma_r^0}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{\theta r}^0}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{rz}^0}{\partial z} + \frac{\sigma_r^0 - \sigma_\theta^0}{r} \right] + \vec{\nabla} \cdot [\mathbf{G} \cdot \nabla (\Delta u_r)] + \vec{\nabla} \cdot \left(\mathbf{G} \cdot \frac{\partial \Delta \vec{U}}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial r} (\lambda \cdot \vec{\nabla} \cdot \Delta \vec{U}) \\ + \frac{\partial (\beta_{bm} \Delta P_m)}{\partial r} + \frac{\partial (\beta_{bf} \Delta P_f)}{\partial r} - \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial (\mathbf{G} \Delta u_\theta)}{\partial \theta} - \frac{2 \cdot \mathbf{G}}{r^2} \Delta u_r - \frac{2 \cdot \mathbf{G}}{r^2} \frac{\partial \Delta u_\theta}{\partial \theta} = 0 \end{aligned} \quad (35)$$

Cuarta ecuación del modelo acoplado:

$$\begin{aligned} & \left[\frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{\theta}^0}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{r\theta}^0}{\partial r} + \frac{\partial \tau_{z\theta}^0}{\partial z} + \frac{2\tau_{r\theta}^0}{r} \right] + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} [\lambda \cdot \vec{\nabla} \cdot \Delta \bar{U}] + \vec{\nabla} \cdot [G \cdot \nabla(\Delta u_{\theta})] + \frac{1}{r} \cdot \vec{\nabla} \cdot \left(G \cdot \frac{\partial \Delta \bar{U}}{\partial \theta} \right) \\ & + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\beta_{bm} \Delta P_m}{r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\beta_{bf} \Delta P_f}{r} \right) - \frac{G}{r^2} \cdot \Delta u_{\theta} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} (G \cdot \Delta u_r) - \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} (G \cdot \Delta u_{\theta}) \\ & + \frac{G}{r} \cdot \frac{\partial \Delta u_{\theta}}{\partial r} = 0 \end{aligned} \quad (36)$$

Quinta ecuación del modelo acoplado:

$$\begin{aligned} & \left[\frac{\partial \sigma_z^0}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{rz}^0}{\partial r} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \tau_{\theta z}^0}{\partial \theta} + \frac{\tau_{rz}^0}{r} \right] + \vec{\nabla} \cdot [G \cdot \nabla(\Delta u_z)] + \vec{\nabla} \cdot \left[G \cdot \frac{\partial \Delta \bar{U}}{\partial z} \right] + \frac{\partial}{\partial z} [\lambda \cdot \vec{\nabla} \cdot \Delta \bar{U}] \\ & + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\beta_{bm} \Delta P_m}{r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\beta_{bf} \Delta P_f}{r} \right) = 0 \end{aligned} \quad (37)$$

4.2.1.4. Modelo de falla. En este modelo se utilizan los siguientes criterios de falla:

Criterio de falla por tensión (Bradley; 1979):

$$\sigma'_3 \leq -|T_o| \quad (38)$$

Donde σ'_3 es el esfuerzo mínimo principal efectivo y T_o es la resistencia tensil de la roca.

Criterios de falla por cizalladura (Fjaer et al; 1992):

- Criterio de falla de Mohr – Coulomb

$$\sigma'_1 \geq C_o + \sigma'_3 \tan \beta^2 \quad (39)$$

Donde σ'_1 es el esfuerzo máximo principal efectivo, σ'_3 es el esfuerzo mínimo principal efectivo, C_o es la resistencia compresiva uniaxial y β es el ángulo de falla.

- Criterio de falla de Drucker – Prager

$$J_2^{1/2} = A I_1' + D \quad (40)$$

I_1 es el primer invariante del tensor esfuerzo efectivo, J_2 es el esfuerzo deviatorico de segundo orden, A y D son parámetros dependientes de las propiedades mecánicas del material.

4.2.1.5 Modelo de Porosidad. El modelo de porosidad describe el cambio de las porosidades de matriz y fractura ante los esfuerzos efectivos y esta dada por las siguientes expresiones (Osorio et al; 1998):

Ecuación de porosidad para la matriz

$$\frac{d\phi_m}{\phi_m} = -c_{pcm} d\bar{\sigma}_p^d + c_{bc}^d d\bar{\sigma}_b^d \quad (41)$$

Ecuación de porosidad para la fractura

$$\frac{d\phi_f}{\phi_f} = -c_{pcf} d\bar{\sigma}_p^d + c_{bc}^d d\bar{\sigma}_b^d \quad (42)$$

En estas expresiones, $\bar{\sigma}_p^d$ es el esfuerzo efectivo asociado con el cambio del volumen poroso en un sistema de doble porosidad y $\bar{\sigma}_b^d$ esfuerzo efectivo asociado con el cambio del volumen total en un sistema de doble porosidad.

4.2.1.6 Elasticidad No-Lineal (Goodman et al; 1968). Las pruebas mecánicas realizadas a núcleos de rocas extraídos de las formaciones interceptadas durante la perforación de pozos para la recuperación de hidrocarburos, han revelado que estos materiales tienen una relación de esfuerzo deformación elástica no lineal e incluso plasto-elástica.

Teniendo en cuenta lo anterior, es lógico pensar que al introducir parámetros mecánicos constante de la roca (es decir elasticos lineales), como módulo de elasticidad, relación de Poisson entre otros, en los modelos constitutivos del comportamiento deformacional de la roca, se puede estar incurriendo en el error de no reflejar un comportamiento verdaderamente cercano al real del material.

Por esta razón, se introducen correlaciones elásticas no lineales para los parámetros mecánicos de la roca en las ecuaciones del modelo constitutivo utilizado en este proyecto, al igual que se realiza la actualización de éstas con el esfuerzo efectivo, en las subrutinas del simulador para así obtener mejor acercamiento a la reorientación del estado de esfuerzos que se presenta en el la cara del pozo durante la perforación.

Las correlaciones utilizadas para establecer la variación del valor del módulo de Young y la relación de Poisson con el esfuerzo son:

$$E = 1 \times 10^{-9} (\sigma_1 - \sigma_3)^4 - 2 \times 10^{-5} (\sigma_1 - \sigma_3)^3 + 0.119 (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + 604.76 (\sigma_1 - \sigma_3) + 2 \times 10^6 \quad (43)$$

$$\nu = -5 \times 10^{-10} (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + 1 \times 10^{-5} (\sigma_1 - \sigma_3) + 0.0967 \quad (44)$$

Donde E es el módulo de Young y ν es la relación de Poisson.

A partir del módulo de Young y la relación de Poisson se obtiene el módulo de rigidez y la constante de Lamé, utilizando las siguientes relaciones:

$$\lambda = \frac{\nu \cdot E}{(1 + \nu) \cdot (1 - 2\nu)} \quad (45)$$

$$G = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{E}{1 + \nu} \right) \quad (46)$$

Donde G es el módulo de rigidez ó módulo de elasticidad en cizalladura y λ la constante de Lamé.

4.2.2. Condiciones auxiliares

A continuación se describirán las condiciones auxiliares utilizadas en este estudio.

4.2.2.1. Condiciones iniciales: Las incógnitas en el sistema de ecuaciones planteado son las presiones de poro de matriz y fractura, y los incrementos en los desplazamientos. Como los valores de los desplazamientos al tiempo inicial no son conocidos, se deben utilizar valores en forma incremental.

4.2.2.1.1. Condiciones iniciales para el modelo de flujo de fluidos: La condición inicial para el modelo de flujo de fluidos es que para un tiempo inicial la presión ha alcanzado condiciones de presión estática; lo cual matemáticamente se expresa como:

$$P_m(i, j, k) = P^0 \text{ en } t=0 \quad (47)$$

$$P_f(i, j, k) = P^0 \text{ en } t=0 \quad (48)$$

En la ecuación anterior P^0 es el valor de presión supuesto para el tiempo inicial.

4.2.2.1.2. Condiciones iniciales para el modelo de deformación geomecánica: Al tiempo inicial, el incremento de los desplazamientos será nulo en todo el yacimiento. Lo anterior se expresa como:

$$\Delta U_r(i, j, k) = 0 \quad (49)$$

$$\Delta U_\theta(i, j, k) = 0 \quad (50)$$

$$\Delta U_z(i, j, k) = 0 \quad (51)$$

4.2.2.2. Condiciones de frontera: Las condiciones utilizadas para las ecuaciones de flujo de fluidos y de geomecánica se especifican a continuación.

4.2.2.2.1. Condiciones de frontera para el modelo de flujo de fluidos: La condición de límite interno en dirección radial es que los campos de presiones (matriz y fractura) son iguales a la presión existente al tiempo actual de simulación más la presión ejercida por el fluido de perforación, P_w ; es decir:

$$P_m(1,j,k) = P_m^n(1,j,k) + P_w \quad (52)$$

$$P_f(1,j,k) = P_f^n(1,j,k) + P_w \quad (53)$$

En dirección radial, la condición de límite externa es de no flujo. Esta condición puede expresarse matemáticamente así:

$$\left(\frac{\partial P_m}{\partial r} \right)_{1,j,k} = 0 \quad (54)$$

$$\left(\frac{\partial P_f}{\partial r} \right)_{1,j,k} = 0 \quad (55)$$

$$\left(\frac{\partial P_m}{\partial r} \right)_{nr,j,k} = 0 \quad (56)$$

$$\left(\frac{\partial P_f}{\partial r} \right)_{nr,j,k} = 0 \quad (57)$$

En las ecuaciones 56 y 57, nr son los nodos totales en dirección vertical.

En dirección tangencial, se aplican las llamadas condiciones periódicas, generando las siguientes ecuaciones para los límites en esta dirección:

$$P_m(i,0,k) = P_m(i,n\theta,k) \quad (58)$$

$$P_m(i,n\theta+1,k) = P_m(i,1,k) \quad (59)$$

$$P_f(i,0,k) = P_f(i,n\theta,k) \quad (60)$$

$$P_f(i,n\theta+1,k) = P_f(i,1,k) \quad (61)$$

En las ecuaciones anteriores los subíndices 0 y $n\theta+1$ hacen referencia a los nodos fantasmas en dirección tangencial a los cuales se les asigna la presión del último y del primer nodo, respectivamente, por coincidir espacialmente con ellos, y el subíndice $n\theta$ es el último nodo real en dicha dirección.

La condición de frontera en dirección vertical, tanto superior como inferior, al igual que en la dirección radial es de no flujo. Matemáticamente lo anterior se expresa como:

$$\left(\frac{\partial P_m}{\partial z}\right)_{i,j,1} = 0 \quad (62)$$

$$\left(\frac{\partial P_f}{\partial z}\right)_{i,j,1} = 0 \quad (63)$$

$$\left(\frac{\partial P_m}{\partial z}\right)_{i,j,nz} = 0 \quad (64)$$

$$\left(\frac{\partial P_f}{\partial z}\right)_{i,j,nz} = 0 \quad (65)$$

En las ecuaciones 64 y 65, nz son los nodos totales en dirección vertical.

En el Anexo D se presenta la discretización de las condiciones de frontera para el modelo de flujo de fluidos.

4.2.2.2.2 Condiciones de frontera para el modelo de deformación geomecánica: La condición de frontera interna en dirección radial tanto para los nodos perforados como los que están siendo perforados es que la perforación no genera una perturbación suficiente para generar una deformación en las paredes del pozo; es decir, que el incremento de los desplazamientos para todo tiempo es nulo, es decir:

$$\Delta U_r(1,j,k) = 0 \quad (66)$$

$$\Delta U_\theta(1,j,k) = 0 \quad (67)$$

$$\Delta U_z(1,j,k) = 0 \quad (68)$$

Para el límite externo, la condición de frontera en dirección radial es que para todo tiempo no hay incremento en los desplazamientos, es decir:

$$\Delta U_r(nr, j, k) = 0 \quad (69)$$

$$\Delta U_\theta(nr, j, k) = 0 \quad (70)$$

$$\Delta U_z(nr, j, k) = 0 \quad (71)$$

En dirección tangencial, al igual que en el modelo de flujo de fluidos, se aplican condiciones periódicas, generando las siguientes ecuaciones para los límites en esta dirección:

$$\Delta U_r(i, 0, k) = \Delta U_r(i, n\theta, k) \quad (72)$$

$$\Delta U_r(i, n\theta + 1, k) = \Delta U_r(i, 1, k) \quad (73)$$

$$\Delta U_\theta(i, 0, k) = \Delta U_\theta(i, n\theta, k) \quad (74)$$

$$\Delta U_\theta(i, n\theta + 1, k) = \Delta U_\theta(i, 1, k) \quad (75)$$

$$\Delta U_z(i, 0, k) = \Delta U_z(i, n\theta, k) \quad (76)$$

$$\Delta U_z(i, n\theta + 1, k) = \Delta U_z(i, 1, k) \quad (77)$$

Para el límite vertical, tanto superior como inferior, la condición de frontera es que los incrementos de los desplazamientos son cero:

$$\Delta U_r(i, j, 1) = 0 \quad (78)$$

$$\Delta U_\theta(i, j, 1) = 0 \quad (79)$$

$$\Delta U_z(i, j, 1) = 0 \quad (80)$$

$$\Delta U_r(i, j, nz) = 0 \quad (81)$$

$$\Delta U_\theta(i, j, nz) = 0 \quad (82)$$

$$\Delta U_z(i, j, nz) = 0 \quad (83)$$

En el Anexo D se presenta la discretización de las condiciones de frontera para el modelo de deformación geomecánica.

4.3. MODELO NUMÉRICO

El sistema de ecuaciones diferenciales dado por las ecuaciones 33 - 37 es altamente no lineal. Por lo anterior se hace necesario aplicar un método numérico para su solución. En este trabajo se utiliza el método de diferencias finitas de segundo orden, con aproximaciones centrales para las derivadas espaciales y aproximaciones progresivas para las derivadas temporales. El yacimiento es representado por una malla con espaciamento irregular y nodo distribuido, en coordenadas cilíndricas (ver figura 4). En la solución del sistema de ecuaciones se utiliza un esquema totalmente implícito para garantizar máxima estabilidad numérica.

4.3.1. Generación de la malla

La malla utilizada para la discretización del modelo físico en coordenadas cilíndricas permite ubicar nodos en tres coordenadas independientes, radial, tangencial y en la coordenada vertical o axial. Para generar la malla en coordenadas cilíndricas es necesario definir cada coordenada de los nodos así:

Coordenada radial: Se puede obtener la distribución de los radios a través de todo el yacimiento (ver figura 4), comenzando con el nodo que representa la cara del pozo hasta el límite extremo del yacimiento mediante la progresión geométrica siguiente, propuesta por Settari y Aziz:

$$r_{i+1} = r_i \left(\frac{r_e}{r_w} \right)^{\frac{1}{N-1}} \quad (84)$$

En la expresión anterior r_e es el radio externo del yacimiento, r_w es el radio del pozo y N es el número de nodos en los cuales se desea dividir el yacimiento.

Las fronteras de los bloques que delimitan el volumen específico del yacimiento sobre el cual cada nodo tiene influencia en dirección radial, se determinan a partir de los “radios promedios logarítmicos en r” siguientes, definidos por Settari y Aziz:

$$r_{i+1/2} = \frac{r_{i+1} - r_i}{\ln\left(\frac{r_{i+1}}{r_i}\right)} \quad (85)$$

$$r_{i-1/2} = \frac{r_i - r_{i-1}}{\ln\left(\frac{r_i}{r_{i-1}}\right)} \quad (86)$$

Estos radios garantizan la conservación de masa en el modelo.

La coordenada tangencial puede determinarse utilizando una distribución uniforme de nodos a lo largo de la circunferencia del pozo, posicionando las fronteras interbloque en el punto medio de la distancia entre nodos.

La coordenada vertical se puede definir según las fronteras de estratificación, ubicando las fronteras interbloque en el punto medio de la distancia entre nodos.

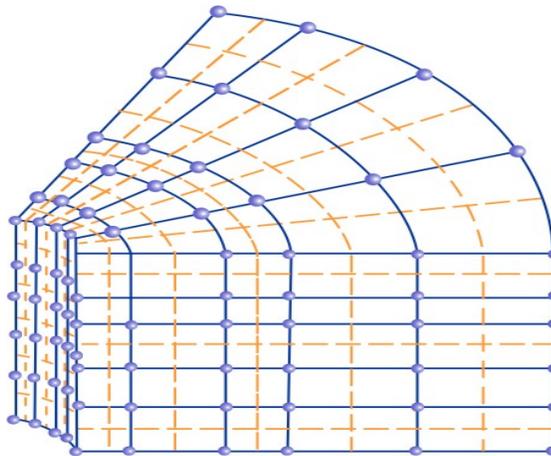


Figura 4. Malla de simulación con espaciamento irregular, nodo distribuido y refinamiento cerca al pozo, usada en el modelamiento numérico.

4.3.2. Discretización del modelo de flujo de fluido

La discretización en diferencias finitas para las ecuaciones de flujo de fluidos, son las siguientes (ver Anexo E):

Ecuación de flujo para la matriz discretizada:

$$C_m P_{m,i,j,k}^{n+1} = F_m \quad (87)$$

Ecuación de flujo para la fractura discretizada:

$$C_f P_{f,i,j,k}^{n+1} = F_f \quad (88)$$

4.3.3. Discretización del modelo de deformación geomecánica

La discretización en diferencias finitas de las ecuaciones del modelo de deformación geomecánica son las siguientes:

Primera ecuación geomecánica discretizada:

$$\begin{aligned} BC_{r,i,j,k} \Delta U_{r,i,j,k-1}^{n+1} + S_{r,i,j,k} \Delta U_{r,i,j-1,k}^{n+1} + W_{r,i,j,k} \Delta U_{r,i-1,j,k}^{n+1} + C_{r,i,j,k} \Delta U_{r,i,j,k}^{n+1} \\ + E_{r,i,j,k} \Delta U_{r,i+1,j,k}^{n+1} + N_{r,i,j,k} \Delta U_{r,i,j+1,k}^{n+1} + TC_{r,i,j,k} \Delta U_{r,i,j,k+1}^{n+1} = F_{r,i,j,k} \end{aligned} \quad (89)$$

Segunda ecuación geomecánica discretizada:

$$\begin{aligned} BC_{\theta,i,j,k} \Delta U_{\theta,i,j,k-1}^{n+1} + S_{\theta,i,j,k} \Delta U_{\theta,i,j-1,k}^{n+1} + W_{\theta,i,j,k} \Delta U_{\theta,i-1,j,k}^{n+1} + C_{\theta,i,j,k} \Delta U_{\theta,i,j,k}^{n+1} \\ + E_{\theta,i,j,k} \Delta U_{\theta,i+1,j,k}^{n+1} + N_{\theta,i,j,k} \Delta U_{\theta,i,j+1,k}^{n+1} + TC_{\theta,i,j,k} \Delta U_{\theta,i,j,k+1}^{n+1} = F_{\theta,i,j,k} \end{aligned} \quad (90)$$

Tercera ecuación geomecánica discretizada:

$$\begin{aligned} BC_z \Delta U_{z,i,j,k-1}^{n+1} + S_z \Delta U_{z,i,j-1,k}^{n+1} + W_z \Delta U_{z,i-1,j,k}^{n+1} + C_z \Delta U_{z,i,j,k}^{n+1} \\ + E_z \Delta U_{z,i+1,j,k}^{n+1} + N_z \Delta U_{z,i,j+1,k}^{n+1} + TC_z \Delta U_{z,i,j,k+1}^{n+1} = F_{z,i,j,k} \end{aligned} \quad (91)$$

En las ecuaciones anteriores, BC, S, W, C, E, N, TC y F representan las componentes del Stencil: central inferior, sur, oeste, central, este, norte, central superior y el término independiente (ver figura 5).

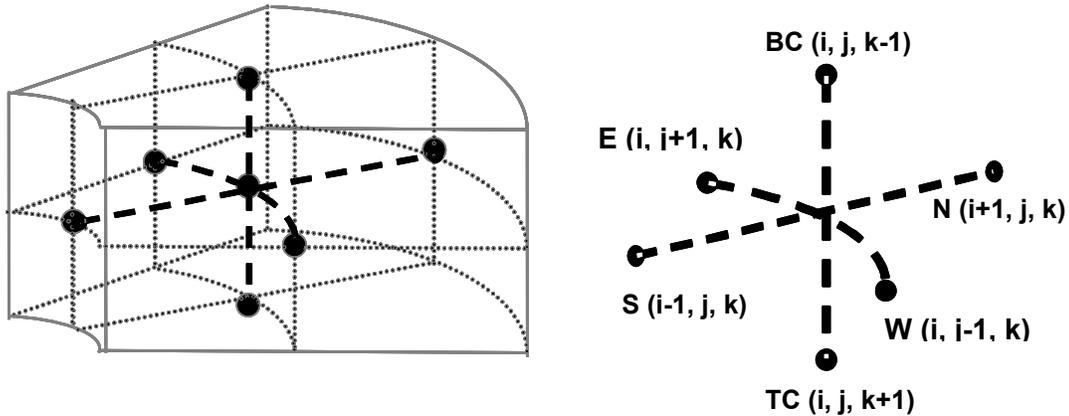


Figura 5. Representación del stencil en coordenadas cilíndricas

4.4 MODELO DE COMPUTADOR

El modelo de computador desarrollado para simular numéricamente la estabilidad mecánica de pozos fue codificado en un lenguaje de programación. El programa está constituido por las siguientes secciones:

4.4.1 Módulo Inicialización y Discretización.

En esta sección del programa se hace la lectura de datos para la generación de la malla de simulación, los parámetros requeridos por el método de solución numérica usado en el simulador y la información básica del yacimiento. Entre estos datos se tienen:

- Nodos en los cuales se desea dividir el yacimiento en dirección radial, tangencial y vertical.
- Tolerancia para el método de solución numérica.

- Número máximo de iteraciones para el método de solución numérica
- Profundidad donde se desea evaluar la estabilidad mecánica.
- Radios del pozo y del yacimiento
- Estratos en el yacimiento
- Presión inicial del yacimiento

Este módulo se puede observar en la figura 6.

The screenshot shows the 'Análisis de Fallas Lineal YNF' software interface. The 'Discretización' tab is selected, showing the following input fields:

- Datos de la Malla:**
 - Nodos en Dirección Radial: 10
 - Nodos en Dirección Tangencial: 10
 - Nodos en Dirección Vertical: 10
- Radio del Pozo:** 0.25 ft.
- Radio del Yacimiento:** 100 ft.
- Espesor Bruto:** 700 ft.
- Estratos:**
 - Input field: []
 - Buttons: >>, <<, Actualizar
 - List: Estrato 1, Estrato 2
 - Top: [] ft.
 - Base: [] ft.
- Desplazamiento Supuesto:**
 - Vertical: 1 ft.
 - Tangencial: 1 ft.
 - Radial: 1 ft.
- Datos de Inicialización:**
 - Presión Inicial Matriz: 6000 psi
 - Presión Matriz Supuesta: 5000 psi
 - Iteraciones máx: 1000
 - Delta t: 150 s
 - Temperatura Yacimiento: 560 °F
 - Presión Inicial Fractura: 6000 psi
 - Presión Fractura Supuesta: 5000 psi
 - Plano z: 2
 - Tolerancia: 0.002

A 'Siguiete >>' button is located at the bottom right of the form.

Figura 6. Módulo de Inicialización y discretización del programa

4.4.2 Módulo Perforación. En esta sección se hace el registro de la información correspondiente a la perforación del pozo y a los esfuerzos in situ. Está constituida por los siguientes datos:

- Inclinación y azimut del pozo
- Densidad del lodo de perforación
- Tasas de perforación y duración

- Gradientes esfuerzos máximo horizontal, mínimo horizontal y vertical.
- Tipo de pared del pozo: Permeable o Impermeable.

Este módulo se puede observar en la figura 7.

Figura 7. Módulo de perforación del programa

4.4.3 Módulo Fluido. En esta sección se realiza la lectura de las siguientes propiedades del fluido del yacimiento:

- Densidad del fluido
- Compresibilidad del fluido

Este modulo se puede observar en la figura 8.

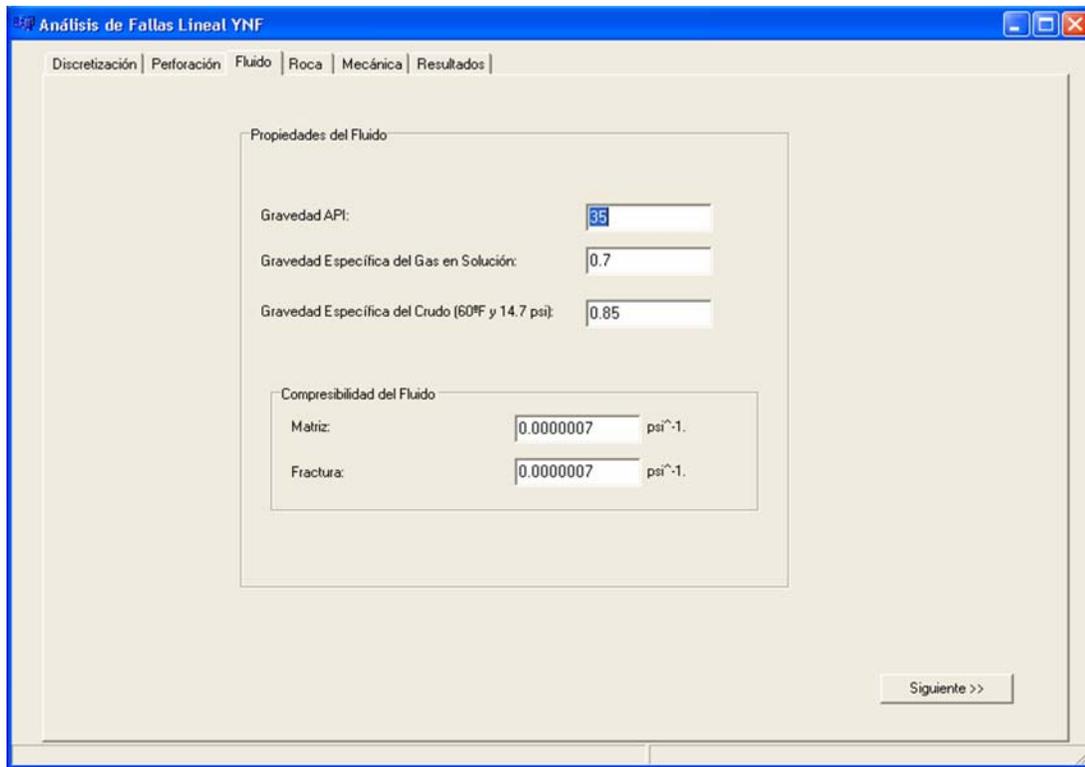


Figura 8. Módulo de fluido del programa

4.4.4 Módulo Roca. En esta sección se registra la información de las siguientes propiedades petrofísicas del yacimiento:

- Porosidades de matriz y de fractura
- Compresibilidades drenada y sin drenar tomadas en muestras fracturadas y no fracturadas.

Este módulo se puede observar en la figura 9.

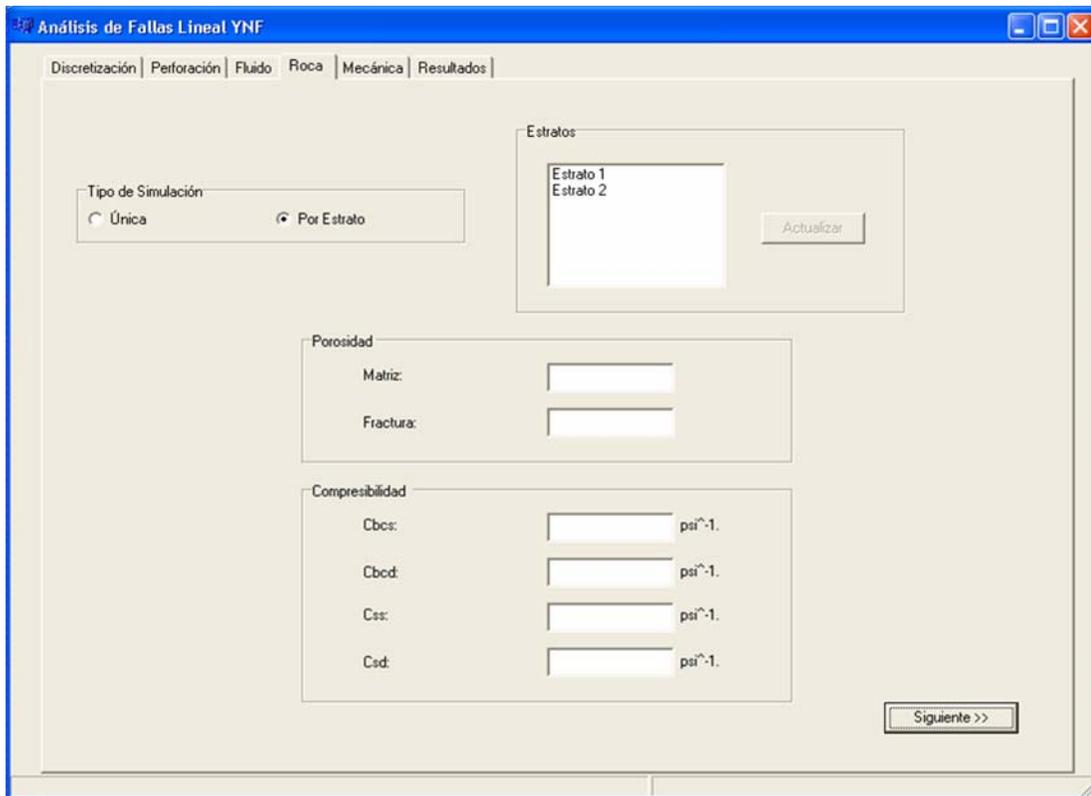


Figura 9. Módulo de roca del programa

4.4.5 Módulo Mecánica. En esta sección se hacen las lecturas correspondientes a las propiedades mecánicas de la roca requeridas por el modelo de deformación geomecánica y por los criterios de falla. Tales datos son:

- Resistencia a la tensión
- Resistencia Compresiva Uniaxial
- Cohesión
- Angulo de Fricción

Este módulo se puede observar en la figura 10.

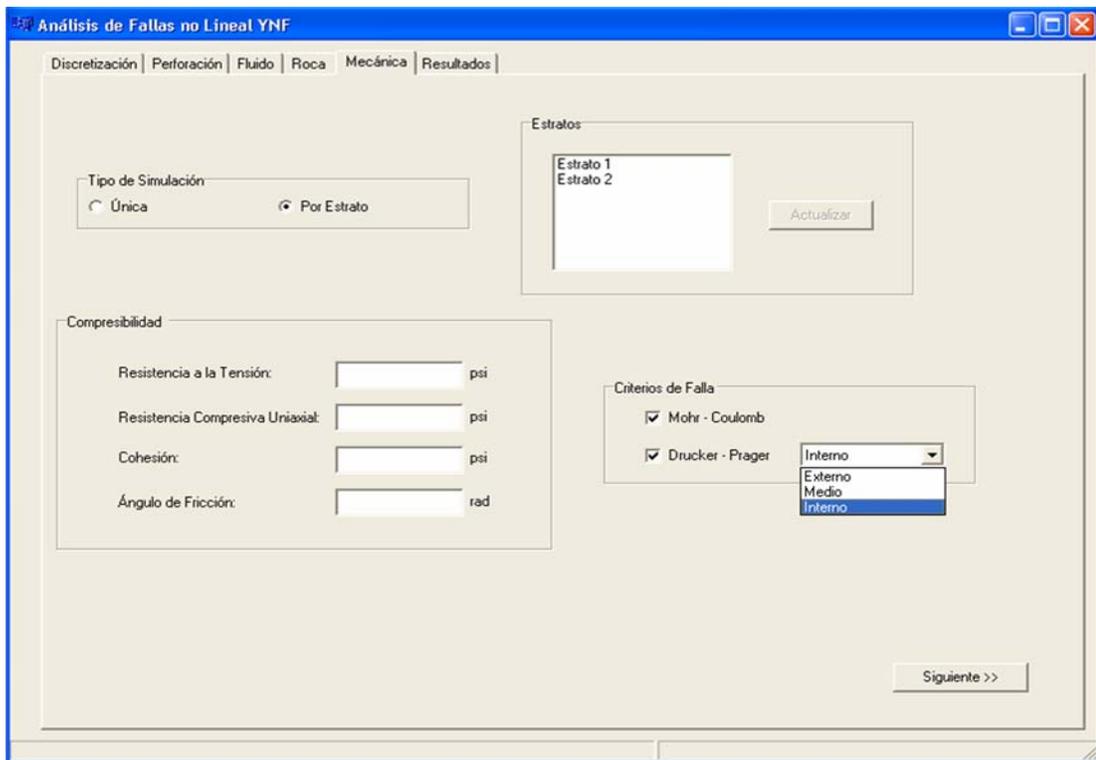


Figura 10. Módulo de Mecánica del programa

4.4.6 Módulo Visualización. En esta última sección del programa se hacen todos cálculos necesarios para la simulación numérica y posteriormente la generación de resultados en forma gráfica.

Este módulo se puede observar en la figura 11.

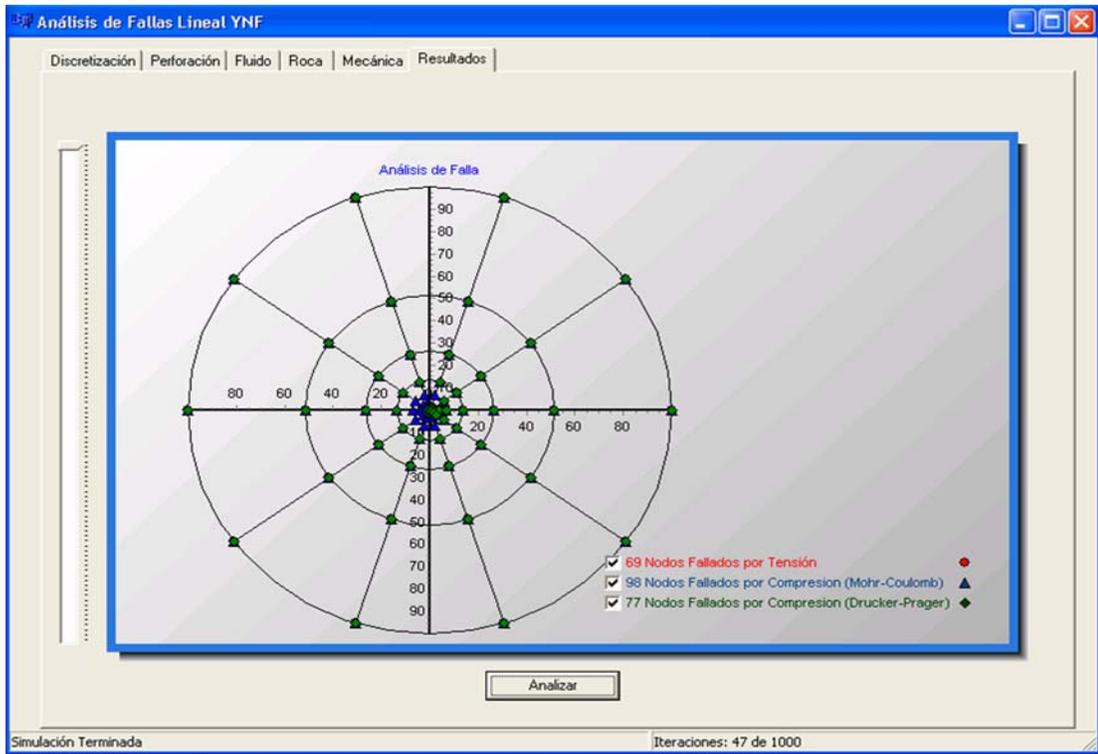


Figura 11. Módulo de Resultados del programa

El procedimiento utilizado por el simulador para la ejecución de los cálculos y presentación de resultados se puede visualizar de forma esquemática en la figura 12.

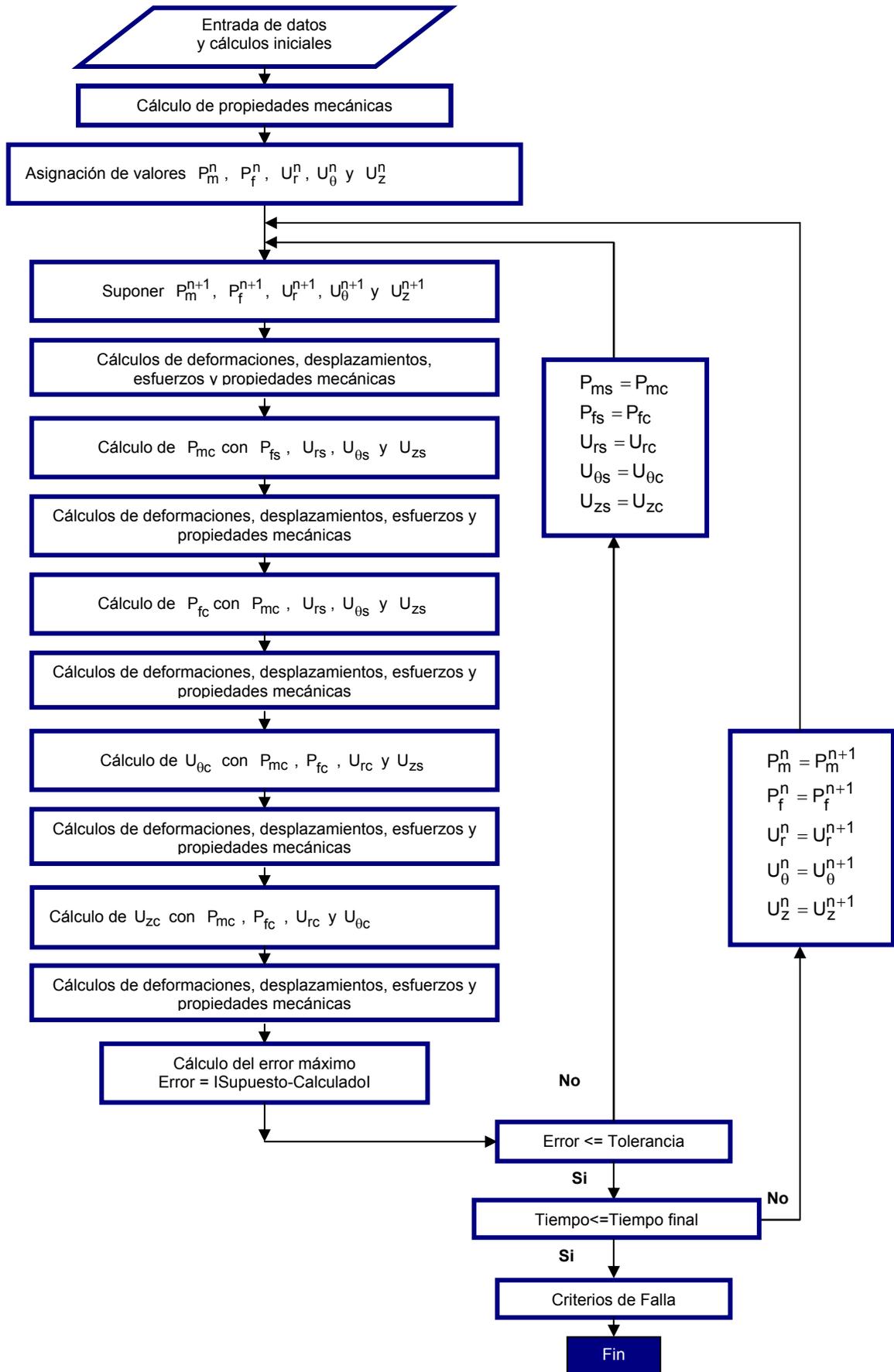


Figura 12. Esquema del proceso general del simulador

5. PRESENTACIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

Para analizar las trayectorias óptimas de perforación, entendidas como aquellas direcciones e inclinaciones del pozo para las cuales se presenta mayor estabilidad, se realizaron las corridas utilizando datos de la formación Mirador del pozo A1 del campo Cupiagua, del cual se presenta una breve descripción a continuación.

5.1 GENERALIDADES DEL CAMPO CUPIAGUA

El campo Cupiagua está localizado en la cuenca de los Llanos como se puede observar en la figura 13, la cual es una cuenca asimétrica, localizada al Este de los Andes y hace parte de las cuencas subandinas de antepaís (ECOPETROL, 1995). La cuenca de los Llanos Orientales cubre un área aproximada de 190.000 km² y geográficamente se divide en tres áreas principales; una zona norte, Arauca, una parte central, Casanare y un sector sur, Meta (Rojas, 2002). La cuenca está limitada al Oeste por el Piedemonte de la cordillera Oriental, al Este por el Escudo Precámbrico de Guyana y al Sur por la serranía de La Macarena y el arco de basamento.

La cuenca de los llanos tiene continuidad hacia el Norte en las cuencas Venezolanas de Apure Occidental y Barinas, las cuales están separadas de la cuenca de los Llanos Orientales Colombianos, desde el Terciario temprano, por el alto estructural del Arco de Arauca (Rojas, 2002).



**Figura 13. Localización del área del campo Cuiaguá.
Tomada de Well Review BP, 2001.**

El campo Cupiagua fue descubierto en 1993. Algunas características generales del campo se resumen en la tabla 1.

Tabla 1. Propiedades del Campo Cupiagua. Tomado de MENDEZ Y y PABON E, Tesis de grado 2004.

CARACTERÍSTICAS GENERALES	CAMPO CUPIAGUA
Fracción de intervalo	Mirador, Barco
Roca tipo	Cuarzoarenitas
Porosidad	5 – 6 % en areniscas puras
Permeabilidad	0.5 - 10 md
Saturación inicial de agua	10,00 %
Presión	6025 psi
Temperatura	240 - 285 °F
Fluido del yacimiento	Gas Condensado, 3500 GOR
Gradiente de esfuerzo máximo horizontal	1.2 – 1.7 psi/ft
Dirección del esfuerzo máximo horizontal	NW – SE
Gradiente de esfuerzo vertical	1.07 psi/ft
Gradiente de esfuerzo mínimo horizontal	0.65 – 0.77 psi/ft
Gradiente de presión de poro	0.44 psi/ft
Formación del yacimiento	Cuarzoarenitas, Área tectónicamente activa
Principales problemas de estabilidad presentados	Ensanchamiento del hueco, derrumbes, pegas de tubería.
Estructura del yacimiento	Anticlinal fallado
Formaciones de mayor inestabilidad	Carbonera, Mirador y Cuervos

5.2 GENERALIDADES DEL POZO CUPIAGUA A1

Este pozo se ubica en la región central de Cupiagua como se observa en la figura 14, en la parte crestal de la estructura, figura 15. Se comenzó a perforar el 12 de marzo de 1992 y se alcanzó la profundidad total el primero de febrero del 2003; su objetivo fue determinar la distribución y productividad del yacimiento, y tipo de fluido de las formaciones Carbonera, Mirador, Barco y Guadalupe. La profundidad total perforada fue de 14721ft. La tabla 2 muestra la información general del pozo.

Tabla 2. Ficha Técnica-Información general del pozo Cupiagua A1.

Nombre del Pozo	CUPIAGUA A1
Cuenca Sedimentaria	Llanos Orientales
Bloque de Exploración	Cupiagua
Clasificación del Pozo	A - 3
Coordenadas Geográficas (Gauss, Origen Bogotá)	E: 1 161 670 N: 1 067 963
Profundidad final perforada	14721
Profundidad al tope de los objetivos MD	Mirador : 12439 Barco : 13464 Guadalupe : 14139
Formaciones Objetivo	Mirador, Barco, Guadalupe

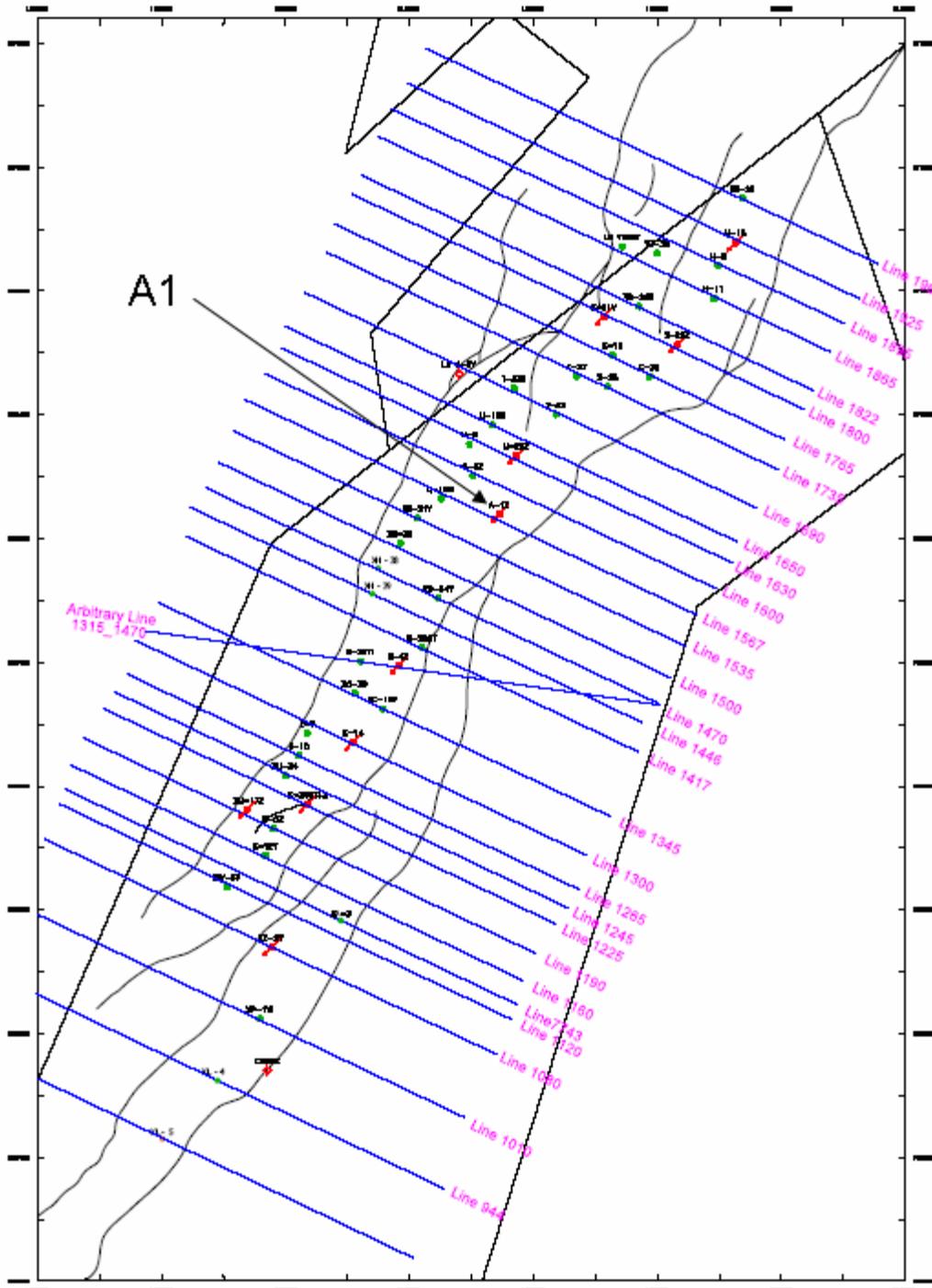


Figura 14. Localización del pozo Cupiagua A1. Líneas seleccionadas para sección transversal. Tomado de Well Review BP, 2001.

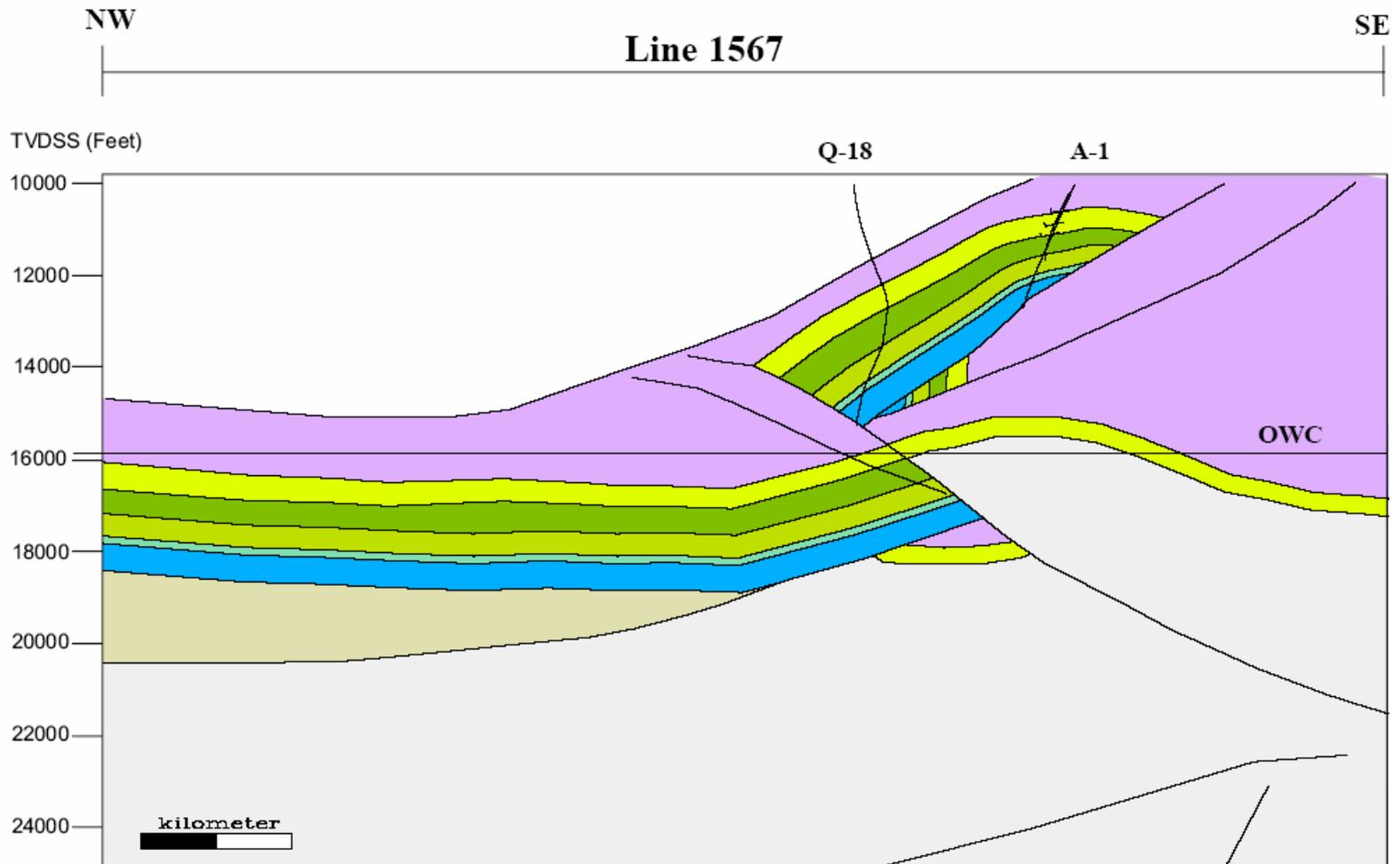


Figura 15. Línea sísmica en la que se ubica el pozo Cupiagua A1. Tomado de Well Review BP, 2001.

A continuación se muestra la columna litológica del pozo Cupiagua A1 (Well Review BP, 2001). En el anexo F se presenta la descripción litológica de cada una de éstas formaciones.

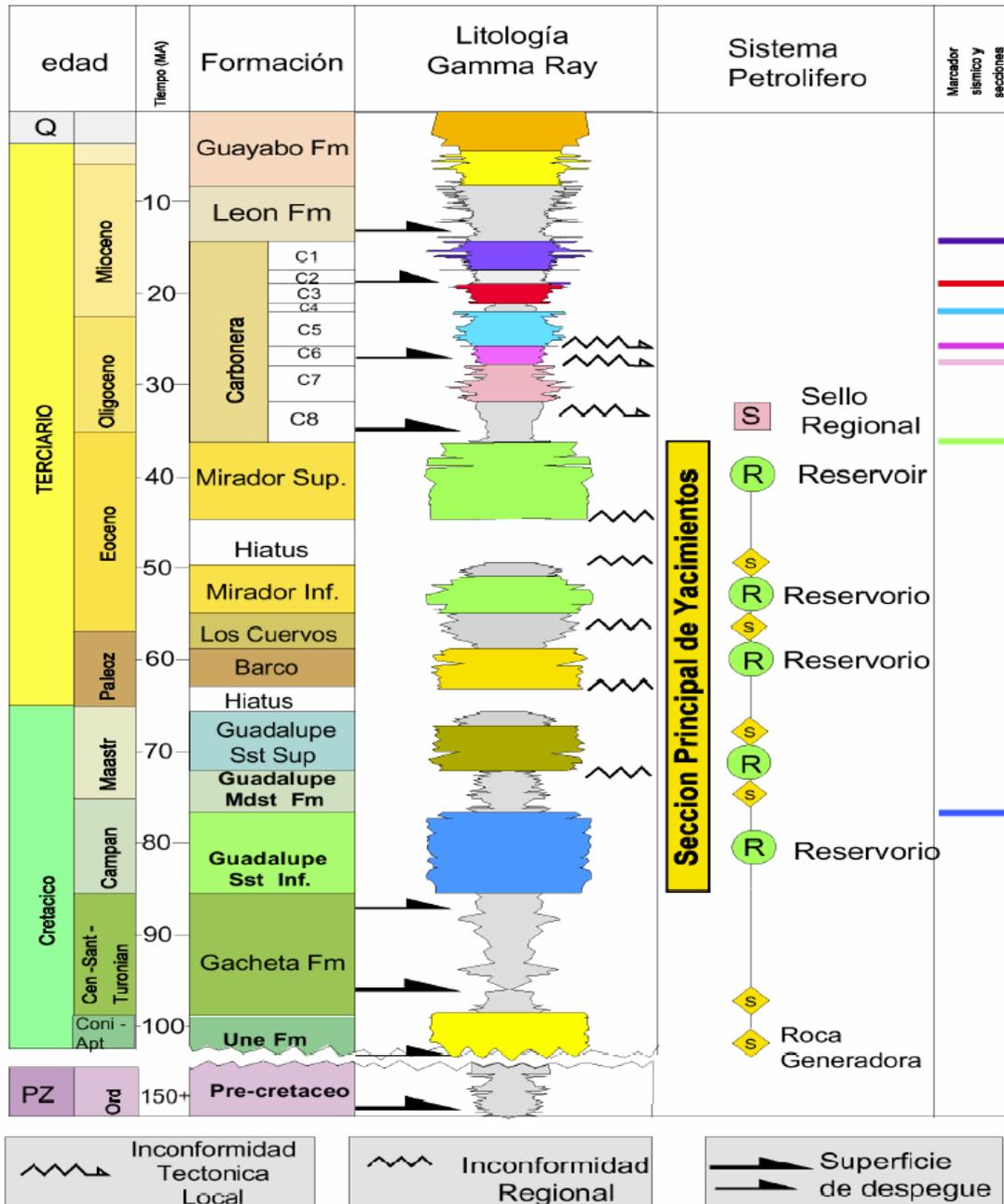


Figura 16. Columna litográfica generalizada del campo Cupiagua.

Tomada de Martínez, 2003.

5.3 ANÁLISIS DE ESTABILIDAD DE LA FORMACIÓN MIRADOR

A partir de la descripción litológica y el registro Gamma Ray de la figura 17, se subdividió la formación Mirador en 12 subcapas para el análisis, las cuales quedaron intercaladas, empezando por una capa de arenisca seguida por una de shale, y así sucesivamente, es decir, las capas impares son areniscas y las capas pares shales, a partir de esta subdivisión se generó la tabla 3.

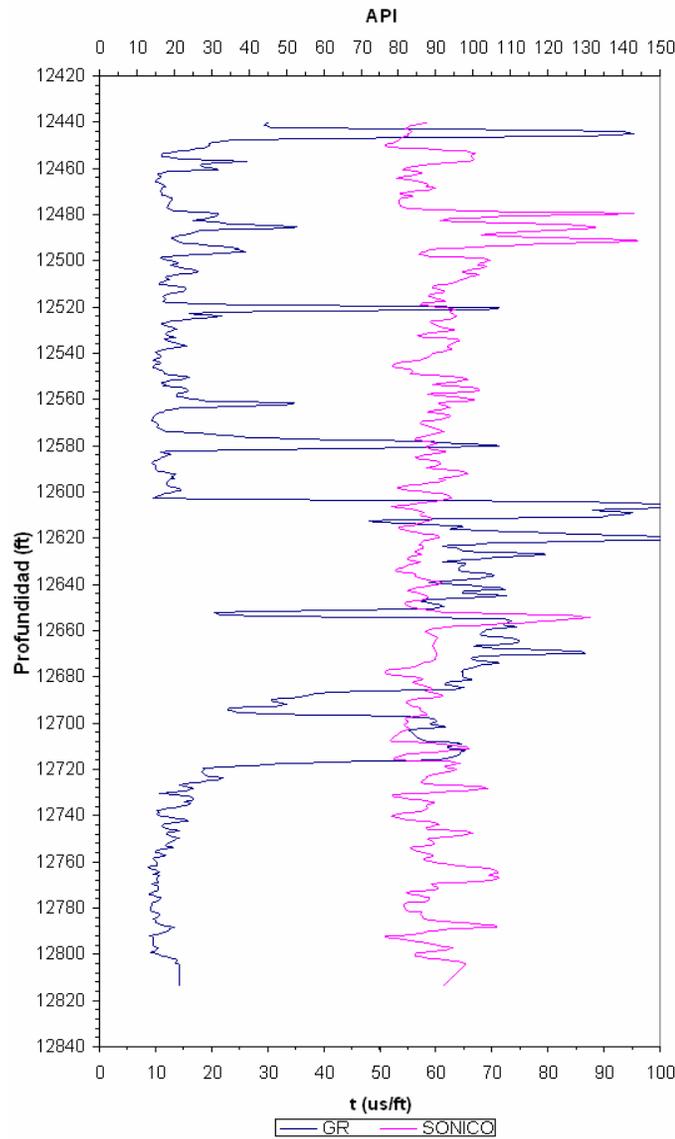


Figura 17. Registros Gamma Ray y Sónico para la formación Mirador-Pozo Cuapiagua A1. Tomado de BP Well Review.

La tabla 4 muestra los gradientes de esfuerzos in situ y la presión de poro utilizados en el análisis. El esfuerzo horizontal mínimo se determinó de pruebas de Leak-off del pozo A1 y de pozos aledaños; el esfuerzo vertical, el esfuerzo horizontal máximo fueron tomado de Mora 2004, la presión de poro se tomó del reporte de perforación y de un registro RFT. La dirección del esfuerzo máximo horizontal (15,75° NE), fue tomada de un análisis de registro UBI realizado por Schlumberger (HOSANA).

Tabla 3 Datos de discretización del pozo

Estrato	Tope (ft)	Base (ft)	Espesor (ft)
1	12439	12463.49	24,49
2	12463.49	12471.66	8,17
3	12471.66	12486.19	14,53
4	12486.19	12492.55	6,36
5	12492.55	12495.28	2,73
6	12495.28	12498.64	3,63
7	12498.64	12647.89	149,25
8	12647.89	12733.55	85,66
9	12733.55	12742.8	9,25
10	12742.8	12758.54	15,74
11	12758.54	12842.48	83,94
12	12842.48	12851.65	9,17

Tabla 4 Gradientes de Esfuerzos in situ y Presión de Poro.

Capa	Espesor (ft)	Esfuerzos in situ y Presión de Poro (psi/ft)			
		σ_h	σ_H	σ_v	P_o
1	24,49	0,76	1,27	1,07	0,44
2	8,17	0,76	1,29	1,12	0,44
3	14,53	0,76	1,29	1,09	0,44
4	6,36	0,76	1,29	1,14	0,44
5	2,73	0,76	1,28	1,05	0,44
6	3,63	0,76	1,27	1,09	0,44
7	149,25	0,76	1,28	1,09	0,44
8	85,66	0,76	1,28	1,12	0,44
9	9,25	0,76	1,30	1,10	0,44
10	15,74	0,76	1,29	1,14	0,44
11	83,94	0,76	1,25	1,09	0,48
12	9,17	0,76	1,28	1,15	0,48

Los parámetros de resistencia y elásticos presentados en la tabla 5 fueron tomados de Mora (2004).

Tabla 5. Parámetros de Resistencia y parámetros elásticos de la roca

Estrato	Parámetros Elásticos		Parámetros de Resistencia		
	E (psi)	ν	So (psi)	To (psi)	ϕ (°)
1	8218970,92	0.19	4306.70	361.62	39.80
2	8259667,43	0.19	2081.16	593.47	31.63
3	8713299,71	0.18	4278.76	638.67	38.41
4	9662943,19	0.17	2235.61	659.50	31.75
5	5995965,57	0.24	2572.25	472.24	33.79
6	5774511,92	0.24	1291.69	413.80	28.48
7	9756958,73	0.17	5450.08	465.33	41.09
8	8064918,21	0.20	1548.96	485.98	30.03
9	9043615,57	0.18	4265.56	774.37	37.35
10	9437492,12	0.18	2169.11	682.47	31.46
11	9398582,18	0.18	5222.58	370.90	41.46
12	10408805,20	0.16	2596.97	803.31	31.82

La tabla 6 muestra el tamaño de la broca, la trayectoria del pozo y la densidad de lodo usada, datos que se tomaron de los reportes de perforación suministrados por BP. El azimut mostrado está dado con respecto al esfuerzo horizontal máximo

Tabla 6. Geometría del Pozo.

Capa	Geometría del pozo y densidad de lodo			
	Radio (in)	Azimut (Grados)	Inclinación (Grados)	Densidad de lodo (ppg)
1	12 ¼	47,33	24,97	14
2	8 ½	46,90	24,89	14
3	8 ½	47,05	24,81	9.5
4	8 ½	47,11	24,78	9.5
5	8 ½	47,27	24,68	9.5
6	8 ½	47,27	24,68	9.5
7	8 ½	48,58	24,58	9.5
8	8 ½	53,06	23,06	9.5
9	8 ½	53,27	22,47	9.5
10	8 ½	53,23	22,35	9.5
11	8 ½	54,80	22,55	9.5
12	8 ½	59,14	22,42	9.5

Los parámetros en las tablas 7 a 11 cuyos valores se encuentran consignados en las mismas fueron tomados del Laboratorio Análisis Petrofísicos Básicos del Instituto Colombiano del Petróleo (ICP) y del Laboratorio PVT del mismo instituto.

Tabla 7. Parámetros de entrada para el modulo de fluido del simulador

FLUIDO			
Propiedades del fluido	Gravedad API		41.60
	Compresibilidad del fluido	Matriz (psi^{-1})	0.000058
		Fractura (psi^{-1})	0.000058

Tabla 8. Parámetros de entrada para el modulo de discretización del simulador

DISCRETIZACIÓN			
Datos de Malla	Nodos en dirección radial		3
	Nodos en dirección tangencial		6
	Nodos en dirección vertical		3
	Radio del pozo (ft)		Tabla 6
	Radio del yacimiento (ft) (área de estudio)		3
	Espesor bruto (ft)		Tabla 4
Estratos	Estrato	Tope (ft)	Tabla 4
		Base (ft)	Tabla 4
	Desplazamiento supuesto	Vertical (ft)	1
		Tangencial (ft)	1
		Radial (ft)	1
Datos de Inicialización	Presión inicial de matriz (psi)		6025
	Presión inicial de fractura (psi)		6025
	Iteraciones máximas		1000
	Plano z		2
	Delta de tiempo (s)		100
	Tolerancia		0.00002

Tabla 9. Parámetros de entrada para el modulo de perforación del simulador

PERFORACIÓN			
Datos Operacionales	Inclinación (grados)		Tabla 6
	Azimut (grados)		Tabla 6
	Densidad del lodo (ppg)		Tabla 6
Esfuerzos In-Situ	Gradiente esfuerzo vertical (psi/ft)		Tabla 3
	Grad. esfuerzo mínimo horizontal (psi/ft)		Tabla 3
	Grad. esfuerzo máximo horizontal (psi/ft)		Table 3
Tasa de Perforación	Tasa de perforación (ft/min)		5
	Duración (min)		1800

Tabla 10. Parámetros de entrada para el modulo de roca del simulador

ROCA		
Porosidad	Matriz (%)	6
	Fractura (%)	0.6
Compresibilidad	C _{bsc} (psi ⁻¹)	0.000000415
	C _{bcd} (psi ⁻¹)	0.00009749
	C _{ss} (psi ⁻¹)	0.000000251
	C _{sd} (psi ⁻¹)	0.000000251

Tabla 11. Parámetros de entrada para el modulo de mecánica del simulador

MECÁNICA		
Propiedades Mecánicas	Módulo de Young (psi)	Tabla 5
	Relación de Poisson	Tabla 5
	Resistencia a la tensión (psi)	Tabla 5
	Resistencia compresiva uniaxial (psi)	18000
	Cohesión (psi)	Tabla 5
	Ángulo de fricción (rad)	Tabla 5

En las tablas 3 a 11 se encuentran los parámetros de entrada del programa, con el cual se construyeron las ventanas de estabilidad de las figuras 6 a 11, utilizadas posteriormente para establecer las trayectorias y pesos de lodos adecuados, para reducir la inestabilidad mecánica durante la perforación de pozos a través de la formación Mirador en el Campo Cupiagua del Piedemonte Llanero

El procedimiento que se siguió para establecer estas trayectorias fue el siguiente:

1. Se Introdujeron los parámetros fijos en cada uno de los cuatro módulos. Estos valores se encuentran en las tablas 7 y 11, y son datos de yacimientos obtenidos por pruebas de laboratorio ó pruebas de campo, para un tratamiento elástico lineal.
2. Se realizaron corridas del programa realizado en este proyecto fijando un azimut y variando la inclinación del pozo cada diez.
3. Se realizaron corridas del simulador fijando un azimut incrementado en diez grados más que el anterior y variando la inclinación del pozo cada diez grados.

4. Repetición del paso tres hasta completar los noventa grados para azimut.

5. Repetición de los pasos 1, 2, 3 y 4 para comportamiento elástico no-lineal.

Los resultados de estas corridas se encuentran consignados en la siguiente sección.

5.4 PRESENTACIÓN DE RESULTADOS

Para un medio poroelástico, naturalmente fracturado, con comportamiento elástico lineal, para el primer estrato de la formación Mirador del Campo Cupiagua, del pozo A1, los resultados obtenidos a partir de las corridas se encuentran en las siguientes tablas:

Tabla 12. Número de nodos fallados para un pozo de azimut 0° respecto a la orientación del esfuerzo máximo Horizontal, para una relación esfuerzo-deformación elástica lineal.

Azimut: 0 Inclinación del pozo (°)	Número de nodos fallados por criterio				
	Criterio Mohr Coulomb	Criterio Interno	Criterio Medio	Criterio Prager Externo	Criterio Tensión
0	16	16	16	16	16
10	16	16	16	16	16
20	16	16	16	16	16
30	16	16	16	16	16
40	16	16	16	16	16
50	16	16	16	16	16
60	16	16	16	16	16
70	16	16	16	16	16
80	16	16	16	16	16
90	16	16	16	16	16

Tabla 13. Número de nodos fallados para un pozo de azimut 10° respecto a la orientación del esfuerzo máximo Horizontal, para una relación esfuerzo-deformación elástica lineal.

Azimut: 10 Inclinación del pozo (°)	Número de nodos fallados por criterio				
	Criterio Mohr Coulomb	Criterio Drucker Prager			Criterio Tensión
		Interno	Medio	Externo	
0	18	16	16	12	12
10	18	16	16	12	12
20	18	16	16	12	12
30	18	16	16	12	12
40	18	16	16	12	12
50	18	16	16	12	12
60	16	16	16	12	12
70	16	16	16	12	12
80	16	16	16	12	12
90	16	16	16	12	12

Tabla 14. Número de nodos fallados para un pozo de azimut 20° respecto a la orientación del esfuerzo máximo Horizontal, para una relación esfuerzo-deformación elástica lineal.

Azimut: 20 Inclinación del pozo (°)	Número de nodos fallados por criterio				
	Criterio Mohr Coulomb	Criterio Drucker Prager			Criterio Tensión
		Interno	Medio	Externo	
0	16	14	14	12	12
10	16	14	14	12	12
20	16	14	14	12	12
30	16	14	14	12	12
40	18	14	14	12	12
50	18	14	14	12	12
60	18	12	16	12	12
70	18	12	16	12	12
80	16	16	16	12	12
90	16	16	16	16	16

Tabla 15. Número de nodos fallados para un pozo de azimut 30° respecto a la orientación del esfuerzo máximo Horizontal, para una relación esfuerzo-deformación elástica lineal.

Azimut: 30 Inclinación del pozo (°)	Número de nodos fallados por criterio				
	Criterio Mohr Coulomb	Criterio Drucker Prager			Criterio Tensión
		Interno	Medio	Externo	
0	14	14	14	14	14
10	14	14	14	14	14
20	14	14	14	14	14
30	14	14	14	14	14
40	14	14	14	14	14
50	14	14	14	14	14
60	14	14	14	12	12
70	16	14	14	12	12
80	18	12	16	12	12
90	16	16	16	16	16

Tabla 16. Número de nodos fallados para un pozo de azimut 40° respecto a la orientación del esfuerzo máximo Horizontal, para una relación esfuerzo-deformación elástica lineal.

Azimut: 40 Inclinación del pozo (°)	Número de nodos fallados por criterio				
	Criterio Mohr Coulomb	Criterio Drucker Prager			Criterio Tensión
		Interno	Medio	Externo	
0	18	14	14	12	12
10	18	14	14	12	12
20	18	14	14	12	12
30	16	14	14	12	12
40	14	14	14	12	12
50	14	14	14	12	12
60	14	14	14	12	14
70	14	14	14	12	14
80	14	14	14	12	12
90	16	16	16	13	16

Tabla 17. Número de nodos fallados para un pozo de azimut 50° respecto a la orientación del esfuerzo máximo Horizontal, para una relación esfuerzo-deformación elástica lineal.

Azimut: 50 Inclinación del pozo (°)	Número de nodos fallados por criterio				
	Criterio Mohr Coulomb	Criterio Drucker Prager			Criterio Tensión
		Interno	Medio	Externo	
0	18	16	16	12	12
10	18	16	16	12	12
20	18	16	16	12	12
30	18	16	16	12	12
40	18	14	16	12	12
50	18	12	16	12	12
60	18	12	18	12	12
70	18	12	16	12	12
80	14	12	14	12	12
90	4	6	6	6	8

Tabla 18. Número de nodos fallados para un pozo de azimut 60° respecto a la orientación del esfuerzo máximo Horizontal, para una relación esfuerzo-deformación elástica lineal.

Azimut: 60 Inclinación del pozo (°)	Número de nodos fallados por criterio				
	Criterio Mohr Coulomb	Criterio Drucker Prager			Criterio Tensión
		Interno	Medio	Externo	
0	16	16	16	16	16
10	16	16	16	16	16
20	16	16	16	16	16
30	16	16	16	16	16
40	16	16	16	16	16
50	16	16	16	16	16
60	16	16	16	16	16
70	16	16	16	14	16
80	16	14	16	12	12
90	14	14	14	14	14

Tabla 19. Número de nodos fallados para un pozo de azimut 70° respecto a la orientación del esfuerzo máximo Horizontal, para una relación esfuerzo-deformación elástica lineal.

Azimut: 70 Inclinación del pozo (°)	Número de nodos fallados por criterio				
	Criterio Mohr Coulomb	Criterio Drucker Prager			Criterio Tensión
		Interno	Medio	Externo	
0	18	16	16	12	12
10	18	16	16	12	12
20	18	16	16	12	12
30	18	16	16	12	12
40	18	16	16	12	12
50	18	14	16	12	12
60	18	14	16	12	12
70	18	12	16	12	12
80	14	14	14	12	12
90	14	14	14	12	14

Tabla 20. Número de nodos fallados para un pozo de azimut 80° respecto a la orientación del esfuerzo máximo Horizontal, para una relación esfuerzo-deformación elástica lineal.

Azimut: 80 Inclinación del pozo (°)	Número de nodos fallados por criterio				
	Criterio Mohr Coulomb	Criterio Drucker Prager			Criterio Tensión
		Interno	Medio	Externo	
0	16	14	14	12	12
10	16	14	14	12	12
20	16	14	14	12	12
30	16	14	14	12	12
40	16	14	14	12	12
50	16	14	14	12	12
60	14	14	14	12	12
70	14	14	14	12	12
80	14	14	14	14	14
90	14	14	14	14	14

Tabla 21. Número de nodos fallados para un pozo de azimut 90° respecto a la orientación del esfuerzo máximo Horizontal, para una relación esfuerzo-deformación elástica lineal.

Azimut: 90 Inclinación del pozo (°)	Número de nodos fallados por criterio				
	Criterio Mohr Coulomb	Criterio Drucker Prager			Criterio Tensión
		Interno	Medio	Externo	
0	14	14	14	14	14
10	14	14	14	14	14
20	14	14	14	14	14
30	14	14	14	14	14
40	14	14	14	14	14
50	14	14	14	14	14
60	14	14	14	14	14
70	14	14	14	14	14
80	14	14	14	14	14
90	14	14	14	14	14

A continuación se presentan los resultados obtenidos un medio poroelástico, naturalmente fracturado, con comportamiento elástico no-lineal, para el primer estrato de la formación Mirador del Campo Cupiagua, del pozo A1.

Tabla 22. Número de nodos fallados para un pozo de azimut 0° respecto a la orientación del esfuerzo máximo Horizontal, para una relación esfuerzo-deformación elástica no-lineal.

Azimut: 0 Inclinación del pozo (°)	Número de nodos fallados por criterio				
	Criterio Mohr Coulomb	Criterio Drucker Prager			Criterio Tensión
		Interno	Medio	Externo	
0	6	6	6	6	6
10	6	6	6	6	6
20	6	6	6	6	6
30	6	6	6	6	6
40	6	6	6	6	6
50	6	6	6	6	6
60	6	6	6	6	6
70	6	6	6	6	6
80	6	6	6	6	6
90	6	6	6	6	6

Tabla 23. Número de nodos fallados para un pozo de azimut 10° respecto a la orientación del esfuerzo máximo Horizontal, para una relación esfuerzo-deformación elástica no-lineal.

Azimut: 10 Inclinación del pozo (°)	Número de nodos fallados por criterio				
	Criterio Mohr Coulomb	Criterio Drucker Prager			Criterio Tensión
		Interno	Medio	Externo	
0	6	6	6	6	6
10	6	6	6	6	6
20	6	6	6	6	6
30	6	6	6	6	6
40	6	6	6	6	6
50	6	6	6	6	6
60	6	6	6	6	6
70	6	6	6	6	6
80	6	6	6	6	6
90	6	6	6	6	6

Tabla 24. Número de nodos fallados para un pozo de azimut 20° respecto a la orientación del esfuerzo máximo Horizontal, para una relación esfuerzo-deformación elástica no-lineal.

Azimut: 20 Inclinación del pozo (°)	Número de nodos fallados por criterio				
	Criterio Mohr Coulomb	Criterio Drucker Prager			Criterio Tensión
		Interno	Medio	Externo	
0	6	6	6	6	6
10	6	6	6	6	6
20	6	6	6	6	6
30	6	6	6	6	6
40	6	6	6	6	6
50	6	6	6	6	6
60	6	6	6	6	6
70	6	6	6	6	6
80	6	6	6	6	6
90	6	6	6	6	6

Tabla 25. Número de nodos fallados para un pozo de azimut 30° respecto a la orientación del esfuerzo máximo Horizontal, para una relación esfuerzo-deformación elástica no-lineal.

Azimut: 30 Inclinación del pozo (°)	Número de nodos fallados por criterio				
	Criterio Mohr Coulomb	Criterio Drucker Prager			Criterio Tensión
		Interno	Medio	Externo	
0	6	6	6	6	6
10	6	6	6	6	6
20	6	6	6	6	6
30	6	6	6	6	6
40	6	6	6	6	6
50	6	6	6	6	6
60	6	6	6	6	6
70	6	6	6	6	6
80	6	6	6	6	6
90	6	6	6	6	6

Tabla 26. Número de nodos fallados para un pozo de azimut 40° respecto a la orientación del esfuerzo máximo Horizontal, para una relación esfuerzo-deformación elástica no-lineal.

Azimut: 40 Inclinación del pozo (°)	Número de nodos fallados por criterio				
	Criterio Mohr Coulomb	Criterio Drucker Prager			Criterio Tensión
		Interno	Medio	Externo	
0	6	6	6	6	6
10	6	6	6	6	6
20	6	6	6	6	6
30	6	6	6	6	6
40	6	6	6	6	6
50	6	6	6	6	6
60	6	6	6	6	6
70	6	6	6	6	6
80	6	6	6	6	6
90	6	6	6	6	6

Tabla 27. Número de nodos fallados para un pozo de azimut 50° respecto a la orientación del esfuerzo máximo Horizontal, para una relación esfuerzo-deformación elástica no-lineal.

Azimut: 50 Inclinación del pozo (°)	Número de nodos fallados por criterio				
	Criterio Mohr Coulomb	Criterio Drucker Prager			Criterio Tensión
		Interno	Medio	Externo	
0	6	6	6	6	6
10	6	6	6	6	6
20	6	6	6	6	6
30	6	6	6	6	6
40	6	6	6	6	6
50	6	6	6	6	6
60	6	6	6	6	6
70	6	6	6	6	6
80	6	6	6	6	6
90	6	6	6	6	6

Tabla 28. Número de nodos fallados para un pozo de azimut 60° respecto a la orientación del esfuerzo máximo Horizontal, para una relación esfuerzo-deformación elástica no-lineal.

Azimut: 60 Inclinación del pozo (°)	Número de nodos fallados por criterio				
	Criterio Mohr Coulomb	Criterio Drucker Prager			Criterio Tensión
		Interno	Medio	Externo	
0	6	6	6	6	6
10	6	6	6	6	6
20	6	6	6	6	6
30	6	6	6	6	6
40	6	6	6	6	6
50	6	6	6	6	6
60	6	6	6	6	6
70	6	6	6	6	6
80	6	6	6	6	6
90	6	6	6	6	6

Tabla 29. Número de nodos fallados para un pozo de azimut 70° respecto a la orientación del esfuerzo máximo Horizontal, para una relación esfuerzo-deformación elástica no-lineal.

Azimut: 70 Inclinación del pozo (°)	Número de nodos fallados por criterio				
	Criterio Mohr Coulomb	Criterio Drucker Prager			Criterio Tensión
		Interno	Medio	Externo	
0	6	6	6	6	6
10	6	6	6	6	6
20	6	6	6	6	6
30	6	6	6	6	6
40	6	6	6	6	6
50	6	6	6	6	6
60	6	6	6	6	6
70	6	6	6	6	6
80	6	6	6	6	6
90	6	6	8	6	8

Tabla 30. Número de nodos fallados para un pozo de azimut 80° respecto a la orientación del esfuerzo máximo Horizontal, para una relación esfuerzo-deformación elástica no-lineal.

Azimut: 80 Inclinación del pozo (°)	Número de nodos fallados por criterio				
	Criterio Mohr Coulomb	Criterio Drucker Prager			Criterio Tensión
		Interno	Medio	Externo	
0	6	6	6	6	6
10	6	6	6	6	6
20	6	6	6	6	6
30	6	6	6	6	6
40	6	6	6	6	6
50	6	6	6	6	6
60	6	6	6	6	6
70	6	6	6	6	6
80	6	6	8	6	6
90	8	8	8	6	6

Tabla 31. Número de nodos fallados para un pozo de azimut 90° respecto a la orientación del esfuerzo máximo Horizontal, para una relación esfuerzo-deformación elástica no-lineal.

Azimut: 90 Inclinación del pozo (°)	Número de nodos fallados por criterio				
	Criterio Mohr Coulomb	Criterio Drucker Prager Interno	Medio	Externo	Criterio Tensión
0	6	6	6	6	6
10	6	6	6	6	6
20	6	6	6	6	6
30	6	6	6	6	6
40	6	6	6	6	6
50	6	6	6	6	6
60	6	6	6	6	6
70	6	6	6	6	8
80	6	8	8	6	8
90	6	8	8	6	8

El análisis anterior se realizó para los once estratos restantes de la formación mirador (pozo A1, Campo Cupiagua, Piedemonte Llanero, Colombia), pero debido a la extensión de éstos, no se presentan en este texto; sin embargo se tuvieron en cuenta para establecer las conclusiones de este proyecto.

En las tablas 12 a 21 se muestran los resultados de las corridas del programa que asigna a las propiedades mecánicas de las rocas comportamiento elástico lineal (ZAMBRANO, E y RAMIREZ, A. Tesis de grado 2006). Analizando estos resultados se puede inferir, que para cualquier ángulo de inclinación del pozo y para cualquier azimut (medido este último respecto al esfuerzo horizontal máximo), con que se perfore un pozo a través de la formación Mirador, se enfrentarán problemas de estabilidad de tipo compresivos y/o de tensión. También se hace evidente, que el CFMC (Criterio de Falla de Mohr-Coulomb) es más conservativo que el CFDP (Criterio de Falla de Drucker-Prager) interno, medio y externo, para ciertos ángulos e inclinaciones del pozo, además para algunos azimut e inclinaciones, como por ejemplo 0°, 30°, 60° y 90° grados, los tres criterios utilizados (CFMC, CFDP y Tensión), predicen el mismo número nodos de fallados, lo cual indica que el potencial de falla para ésta es mayor que para aquellas donde los tres criterios divergen en el número de nodos fallados.

En las tablas 23 a 31 se encuentran consignados los resultados del programa desarrollado en este proyecto, el cual asigna a las propiedades de las rocas comportamientos elásticos no lineales, (es decir los módulos como por ejemplo elasticidad y cizalladura varía con el cambio de los esfuerzos efectivos). Detallando estos resultados se hacen notorias las siguientes observaciones: El potencial de falla de la formación Mirador es directamente proporcional al azimut con que este perfore, es decir, para valores altos de azimut de pozo, especialmente entre 80° y 90° grados respecto al esfuerzo horizontal máximo, la formación presentará mayor riesgo de experimentar falla mecánicas de tipo compresivo y/o tensil, lo cual no significa que para azimut de pozos entre 0° y 70° la formación Mirador no pueda experimentar algún tipo de falla mecánica, lo cual es observable en los resultados. En cuanto al ángulo de inclinación del pozo, se observó que tanto pozos verticales, inclinados y horizontales, perforados en el intervalo Mirador, del campo Cupiagua experimentarían problemas de estabilidad mecánica, reflejados posteriormente en falla de ambos tipos compresivas y/o de tensión; sin embargo, la posibilidad de ocurrencia de algún tipo de falla mecánica, se aumenta para inclinaciones entre los 80° y 90° grados.

Por último comparando los resultados entre los dos programas (es decir entre aquel que asigna a las propiedades mecánicas de las rocas, comportamiento elástico lineal y aquel que les asigna comportamiento elástico no lineal), es evidente que comportamiento elástico no lineal no se extiende más allá de la cara del pozo, a diferencia del elástico lineal, para el cual la extensión o el dominio espacial en el cual se presenta depende de la extensión del yacimiento. Teniendo en cuenta lo mencionado anteriormente y conociendo que la inestabilidad de pozo es un fenómeno que se presenta a nivel local, es entendible que el comportamiento mecánico de la roca alrededor del pozo, se puede representar mejor bajo el concepto de elasticidad no lineal.

5.5 VALIDACIÓN DE RESULTADOS

Con el fin de validar los resultados arrojados por el programa, se utilizó el registro de imagen UBI (Ultrasonic Borehole Imagen) y el registro Caliper de cuatro brazos para identificar tanto las zonas falladas de la formación Mirador, así como el tipo de falla mecánica que se presentó en cada zona para el pozo A1.

5.5.1 Ultrasonic Borehole Imagen (UBI)

El registro de pozo UBI hace parte de una generación de registros acústicos televisivos de las paredes del pozo, basados en tecnologías de imágenes ultrasónicas. Este registro permite el análisis de fracturas, estudios de esfuerzos y estabilidad del borehole e interpretaciones estructurales que no son influenciadas por el tipo de lodo.

Principio de la herramienta: la sonda incluye un transductor rotante subensamblado, como se puede observar en la figura 18, el cual está disponible en los diferentes diámetros de los registros estándares para huecos abiertos. La dirección de rotación del subensamble controla la orientación del transductor, el cual cuando gira en sentido antihorario, registra fotografías de la pared del pozo y cuando lo hace en sentido horario realiza mediciones de propiedades del fluido.

Medición: la herramienta UBI realiza mediciones precisas de amplitud y tiempo de tránsito. Esta herramienta opera en dos frecuencias (250 ó 500kHz); la frecuencia más alta provee imágenes de alta resolución y la más baja realiza medidas robustas en lodos altamente dispersos, la resolución de la imagen se selecciona de acuerdo al medio sobre el cual se va a correr el registro, por ejemplo el tipo de lodo y densidad del mismo.

Presentación de la Imagen: Una presentación típica de un UBI consiste de una imagen ampliada en el lado izquierdo y una imagen del radio del pozo en el lado derecho, a una escala en profundidad de 1:40. La normalización dinámica, usualmente sobre un intervalo de 1m, se aplica a imágenes y a características

altamente visibles del borehole. Los colores oscuros en la imagen representan bajas amplitudes y radios largos, indicando rugosidad en la pared del pozo, ensanchamientos y material atenuante. Estas imágenes se pueden orientar con respecto al norte o al lado más alto del pozo en casos de pozos desviados.

Aplicación: La herramienta UBI fue originalmente desarrollado a partir del USI (UltraSonic Imagen) para proporcionar imágenes en lodos base aceite no conductivos y además para proveer una imagen acústica alternativa a las imágenes microresistivas del FMI (Fullbore Formation Micro imagen). Debido a la alta calidad de las imágenes del UBI, se han encontrado nuevas aplicaciones de estos registros como son la estabilidad de las paredes del pozo y el análisis para la determinación de esfuerzos.

Entre las aplicaciones más frecuentes del registro de imagen UBI se encuentran las siguientes:

- **Detección de fracturas:** Teniendo en cuenta que las imágenes de la pared del pozo muchas veces son adquiridas para la evolución de fracturas, la alta resolución en la imagen proporcionada por el UBI hace posible esta aplicación. Al mismo tiempo puede detectar los planos de fracturas en los que pueden ocurrir deslizamientos por cizalla, lo cual proporciona evidencia sobre desbalance tectónico y fracturas abiertas.
- **Análisis de fracturas mejorado en lodos base aceite:** Para aplicaciones de buzamiento estructural y análisis estratigráficos en sistemas de lodos base aceite, se usa con mayor frecuencia la herramienta OBMI (Oil Base Micro Imagen) y aunque este también es muy utilizado en la detección de fracturas, la caracterización de éstas se logra con el programa para interpretación de imágenes del UBI, además teniendo en cuenta que en la imagen del OBMI las fracturas abiertas aparecen de la misma forma que las fracturas cerradas, es necesario la utilización del UBI como complemento para establecer si están

cerradas o abiertas, esta caracterización es posible debido a que la herramienta UBI sólo responde a fracturas abiertas.

- Estabilidad de pozo y análisis de esfuerzos: Los problemas de estabilidad de pozo pueden conducir a pega de tuberías, pérdidas de tiempo y secciones de pozo, incrementando de esta manera los costos de perforación. El análisis de radio y secciones utilizando UBI permite elaborar reportes precisos de la forma de las paredes del pozo, permitiendo un análisis detallado del problema.
- Keyhole Wear (Ojo de llave): En pozos desviados, la rotación de la sarta descansa sobre el lado más bajo del pozo causando gradualmente una suave ovalización o Keyhole, la cual se hace claramente visible en las imágenes proporcionadas por la herramienta UBI. Un keyhole se observa como una banda oscura en la mitad de la imagen, lo cual corresponde a el lado más bajo de la pared del pozo como se puede observar en la figura 19, en donde la otra banda oscura en el lado de arriba de la pared del pozo es el resultado del cálculo incorrecto del centro del pozo causado por la existencia de un keyhole. Las imágenes transversales proporcionadas por el UBI pueden usarse para un diagnóstico inmediato de anomalías en las paredes del pozo, como son los keyhole y para la determinación de su magnitud y orientación. Un keyhole wear dentro de un pozo puede ocasionar riesgos durante la perforación cuando el tamaño del ensanchamiento es lo suficientemente amplio como para que los drillpipe o drill collars pero no el estabilizador o la broca, pueden ocasionarse pegas de tubería durante el viaje de tubería hacia fuera del pozo (Schlumberger).



Figura18. Transductor de la herramienta UBI. Tomada de Advance borehole imaging independent of mud type (Schlumberger).

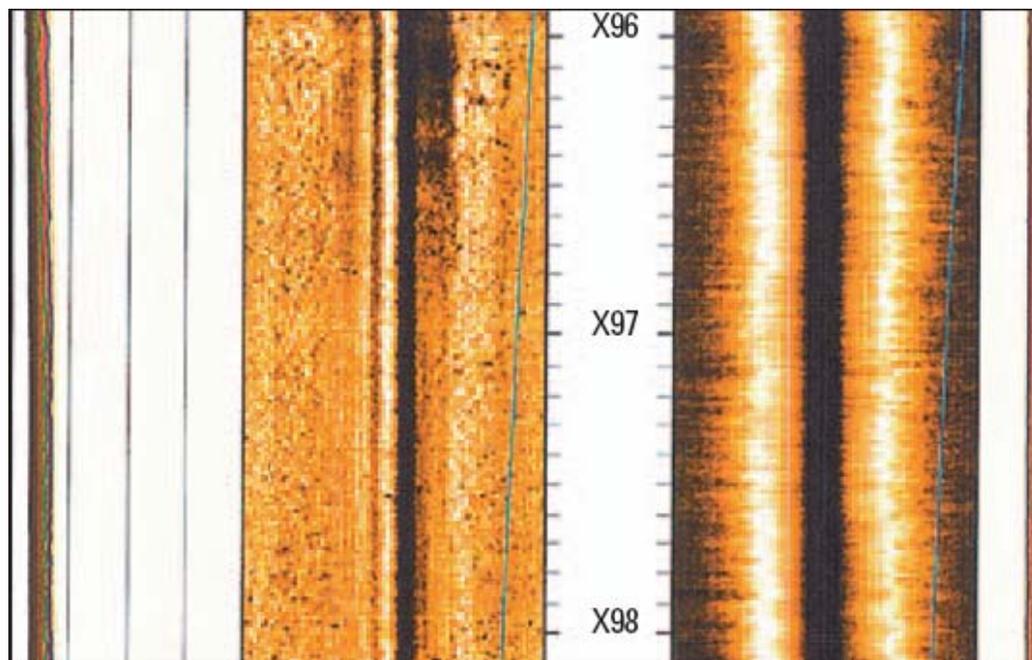
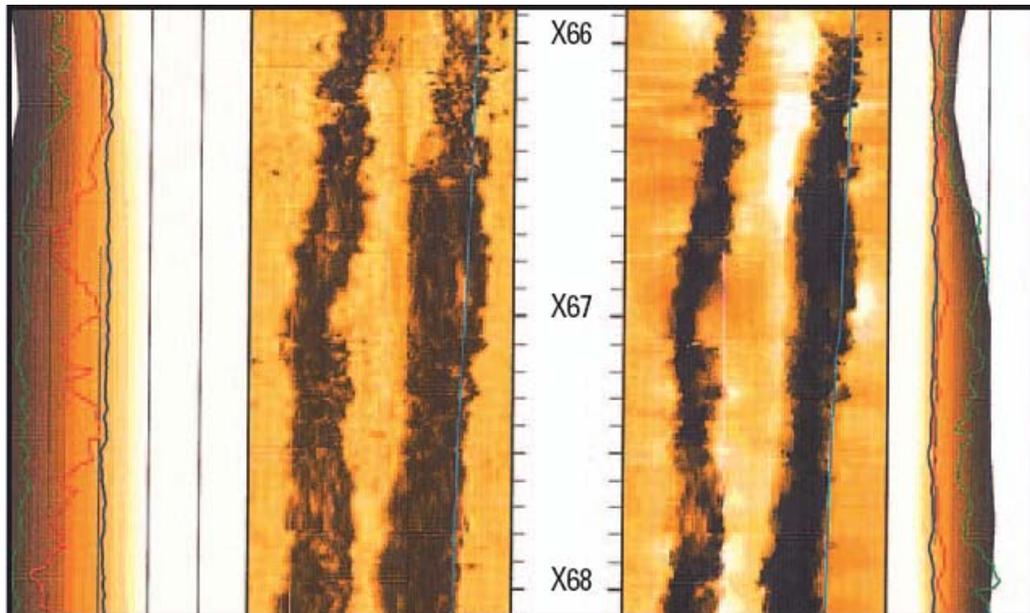


Figura19. Imagen de un registro UBI, en la cual se observa un Keyhole Wear. Tomada de Advance borehole imaging independent of mud type (Schlumberger).

- Breakouts (Elongaciones tectónicas): Los esfuerzos horizontales en las formaciones rara vez son uniformes, además son casi siempre compresivos y mayores en alguna dirección horizontal que en cualquier otra debido a las fuerzas tectónica y fallas. Durante la perforación de un pozo en una formación de fuerzas no uniformes, se remueve un cilindro de material que previamente soportaba esas fuerzas compresivas, quedando entonces las paredes cercanas al pozo sin este soporte y por tanto expuestas a esfuerzos adicionales. Si la dirección del esfuerzo máximo horizontal es por ejemplo noroeste- sureste, la formación cercana al suroeste y noreste de la pared del pozo experimenta un esfuerzo compresivo tangencial mayor que en de antes, pero aún en la dirección noroeste-sureste. Este incremento en los esfuerzos puede ser suficiente como para causar fallas compresivas de la formación, ocasionando el desprendimiento de fragmentos de rocas, causando cavings en lados opuestos del pozo, lo cual se observa como un ensanchamiento ovalado del hueco, que es conocido como breakout y se puede observar en la figura 20. Al mismo tiempo, las formaciones en la pared del pozo sobre los lados noroeste-sureste, las cuales están sometidas al esfuerzo horizontal mínimo, experimentan una sobre tensión, que en casos extremos puede ocasionar una falla tensil y fracturas perpendiculares a la pared del pozo. Por otro lado los escombros de los breakouts, cuya magnitud aumenta con la disminución de la presión hidrostática, se acumulan causando pegas de tuberías, usualmente se recomienda aumentar el peso del lodo para evitar los problemas asociados a breakouts durante la perforación.



**Figura 20. Imagen de un registro UBI, en la cual se observa un Breakout.
Tomada de Advance borehole imaging independent of mud type
(Schulumberg).**

- Shear sliding (Deslizamiento por cizalla): La amplitud (al lado izquierdo) y el radio del pozo (en el lado derecho) en la figura 21 proporcionan indicativo de la presencia de un shear sliding. Es observable que el registro UBI muestra claramente la distorsión del borehole que incluye ensanchamientos parecidos a breakouts y secciones más reducidas. Las partes suaves del borehole tiene formas circulares, pero algunas están ligeramente desplazadas unas de las otras, esto último es causado debido a que las formaciones de los lados opuestos a lo largo de un plano de fractura se deslizan una respecto a lo otra a través del plano de fractura. Cuando un pozo está siendo perforado a través de una fractura, el lodo de perforación puede invadir las fracturas, tanto la que la presión hidrostática puede actuar sobre las superficies de las mismas y si esta es mayor que la presión del fluido de la formación, reduce la presión de cierre de la fracturas, disminuyendo por lo tanto la fricción entre los planos de la misma, y ocasionando un posterior deslizamiento de la formación de los lados opuestos al plano de fractura. El tiempo en el cual se origina el deslizamiento es justo

después que la broca ha penetrado la fractura de tal forma que se permita el acceso del lodo en la fractura. Cuando este deslizamiento es significativo puede conllevar a pérdidas de la sarta de perforación debido al atascamiento de la misma que se presenta en fondo. En la figura 22 correspondiente a un registro de imagen UBI, se muestra un desplazamiento de un pozo a lo largo de una fractura, lo cual aparece como una línea oscura horizontal en la imagen del radio. Algunas veces esta banda oscura no es continua, pero su interpretación no presenta ambigüedades con otro tipo de fallas mecánicas. La probabilidad de ocurrencia y tamaño de un deslizamiento por cizalla y por tanto una pega de tubería, es directamente proporcional con el aumento en el peso del lodo, lo cual a su vez es inverso en cuanto al control de formación de breakouts. Por último es conocido que muchos problemas de perforación, especialmente aquellos presentes en pozos muy profundos, son atribuidos a deslizamientos por cizalla a través de planos de fracturas y son resueltos disminuyendo el peso del lodo , pero no todos pueden ser resueltos, pues en algunos se pierde totalmente la sección perforada, haciendo por tanto la perforación de un side track.

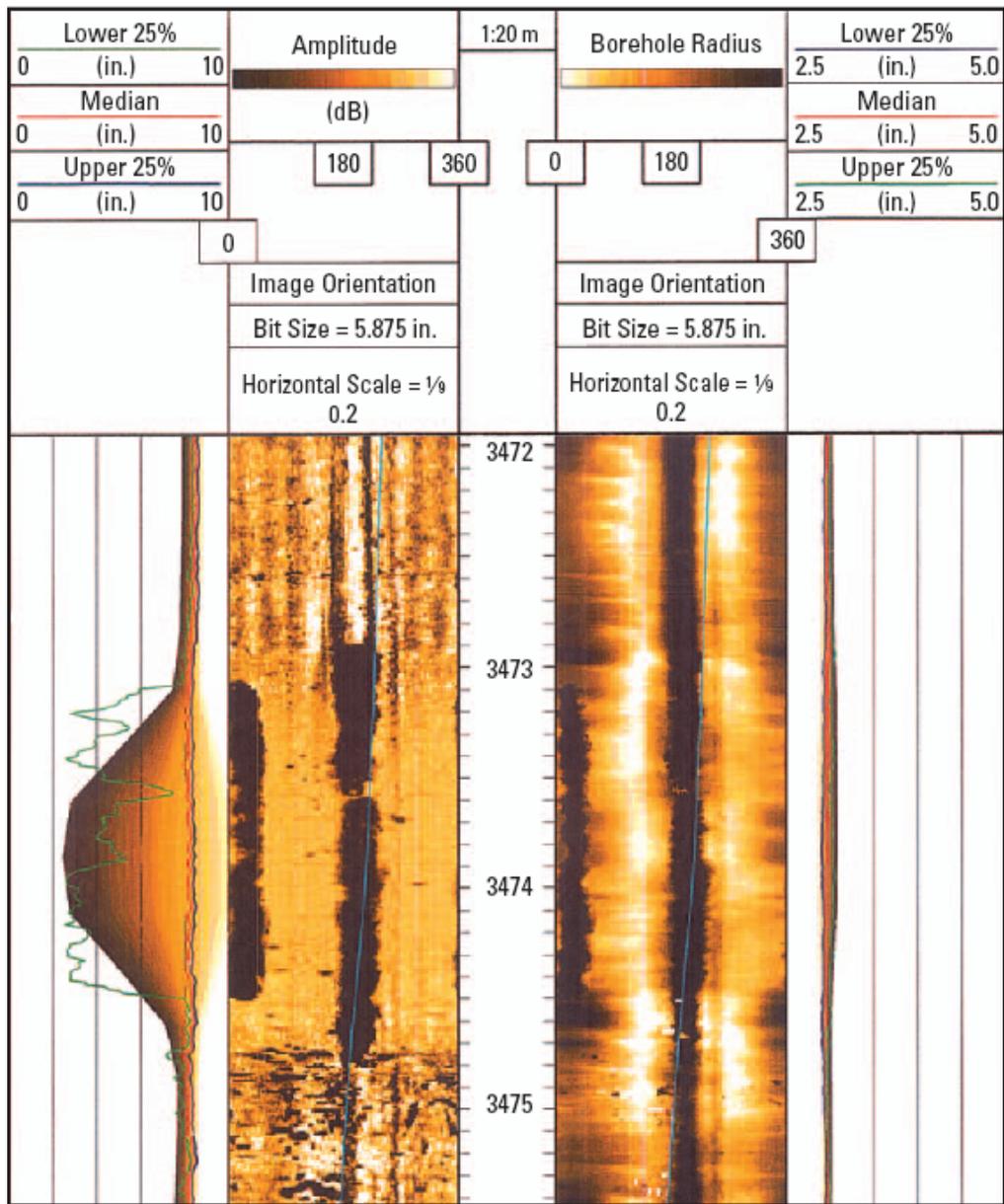


Figura 21. Normalización dinámica aplicada a imágenes altamente luminosas y a características del borehole. Los colores oscuros representan bajas amplitudes y largos radios, indicando rugosidad, ensanchamientos y materiales atenuantes. Tomada de Advance borehole imaging independent of mud type (Schulumberg).

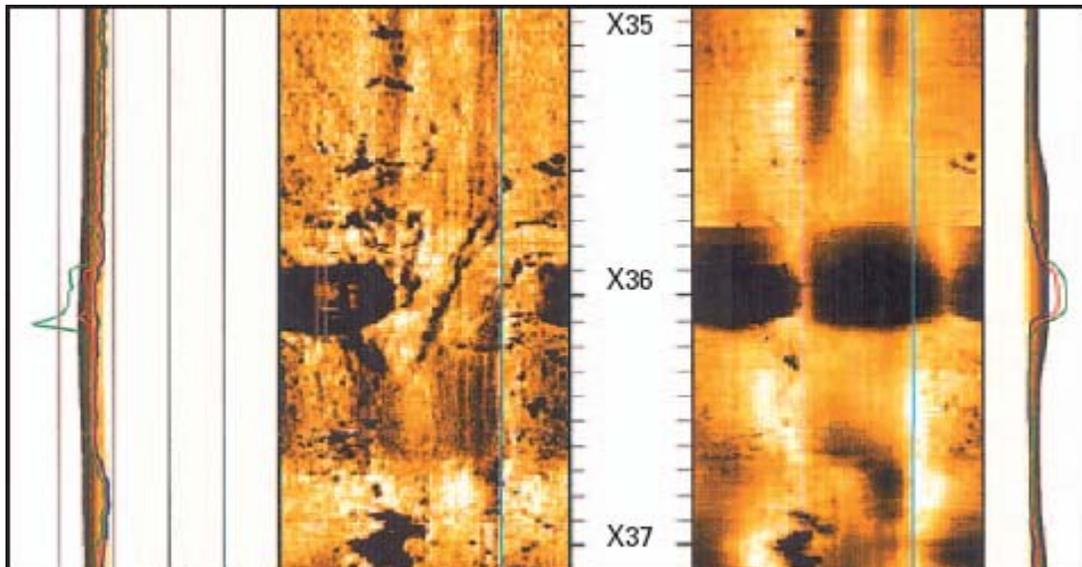


Figura 22. Registro tomado a una sección de hueco abierto, donde se muestra un deslizamiento a través de un plano de fractura (Slip). Tomada de Advance borehole imaging independent of mud type (Schulumberg).

- Alteración de shales: Algunos shales se hidratan o hinchan en contacto con lodos base aceite, estos una vez alterados, pueden colapsar el pozo causando washouts y otros tipos de ensanchamientos de huecos. El material rocoso desprendido de la formación, puede a su vez acumularse convirtiéndose en un riesgo durante la perforación. El registro UBI muestra esta alteración de los shales como una característica, ya sea de ensanchamiento del pozo ó como rugosidad en las paredes del mismo. Este problema se presenta con mayor frecuencia en los shales blandos, especialmente aquellos que contienen esmectita y usualmente se soluciona mediante la adición de sales que eviten el hinchamiento de las arcillas al lodo de perforación.

5.5.2 Registro Caliper de Cuatro Brazos (World Stress Map Project; 2003)

Los breakouts en el borehole son importantes indicadores de la orientación de esfuerzos horizontales, particularmente en regiones poco sísmicas y en profundidades intermedias (<5km). Aproximadamente el 19% de los indicadores de

orientación de esfuerzos para la bases de datos de los mapas de distribuciones mundiales de esfuerzos (World Stress Map WSM) son determinados de los breakouts. A continuación se presenta una breve explicación de la manera como se interpreta un breakout a partir de un caliper de cuatro brazos.

Breakouts en el borehole: Los breakouts en la pared del pozo son ensanchamientos en algunas secciones inducidos por esfuerzos, ya que durante la perforación el material removido del subsuelo ya no soporta la roca de alrededor, por tanto los esfuerzos se reorientan concentrándose en las paredes del hueco. Entonces los breakouts ocurren cuando la concentración de esfuerzos alrededor del pozo es lo suficiente como para causar una falla compresiva en la pared, este ensanchamiento es entonces causado, por el desarrollo de planos de cizalla conjugados e interceptados, los cuales hacen que fracciones de roca de la pared del pozo se derrumben como se puede observar en la figura 23. Además tenemos que para un pozo vertical la concentración de esfuerzos alrededor del mismo es mayor en la dirección del esfuerzo horizontal mínimo S_h , esto debido a que los ejes axiales de los breakouts están orientados aproximadamente perpendicular a la orientación del esfuerzo horizontal máximo S_H .

Herramienta: Caliper de Cuatro Brazos. Las herramientas caliper de cuatro brazos (como por ejemplo la HDT, SHDT y OBDT de Schlumberger) comúnmente se corren en la industria de hidrocarburos para obtener información de las formaciones y para estimar el volumen de cemento requerido para el casing, sin embargo los registros caliper de cuatro brazos orientados no procesados se utilizan para la interpretación de breakout y los parámetros necesarios para la interpretación son:

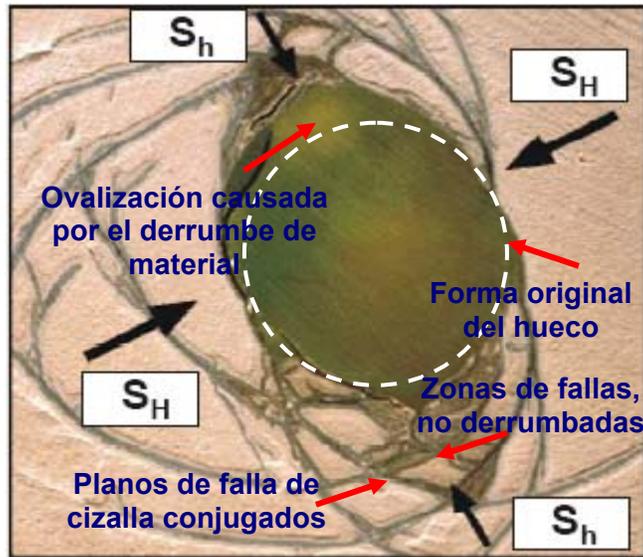


Figura 23. Sección transversal de un pozo en la cual se observa fallas a partir de planos de cizalla conjugados. Tomada de World Stress Map Project, 2003.

Guideline: Four-arm Caliper Logs.

- Azimut del patín 1 (P1AZ) respecto al norte magnético
- Diámetro del hueco en dos direcciones ortogonales ('Caliper 1' (C1) entre patín 1 y 3, 'Caliper 2' (C2) entre patín 2 y 4)
- Desviación del pozo de la vertical (DEVI)
- Azimut del pozo (HAZI) y;
- Relación del patín 1 respecto al lado más alto del pozo (RB)

La profundidad, C1, C2 y DEVI debe estar disponible para la interpretación de breakouts, sin embargo es necesario conocer sólo dos valores de estos tres P1AZ, RB y HAZI porque el tercero se puede calcular a partir de los dos que se tengan.

Interpretación de breakouts a partir del registro caliper de cuatro brazos: La herramienta caliper de cuatro brazos gira en su salida a superficie debido al torque impartido sobre ella a través del cable, sin embargo la rotación de esta herramienta se detiene en zonas donde ha ocurrido una falla, debido a que los patines de la misma pueden quedar pegados, como se encuentra representado en la figura 24.

Por tanto el uso combinado de los seis parámetros presentados con anterioridad permiten la interpretación de las distintas zonas presentes en el pozo, como por ejemplo las zonas de breakouts inducidas por esfuerzos, zonas de ensanchamientos como los washouts y los key seats, todas observables en la figura 24. Usualmente para identificar zonas de breakouts y la orientación del ensanchamiento se utilizan los criterios presentados en la tabla 32.

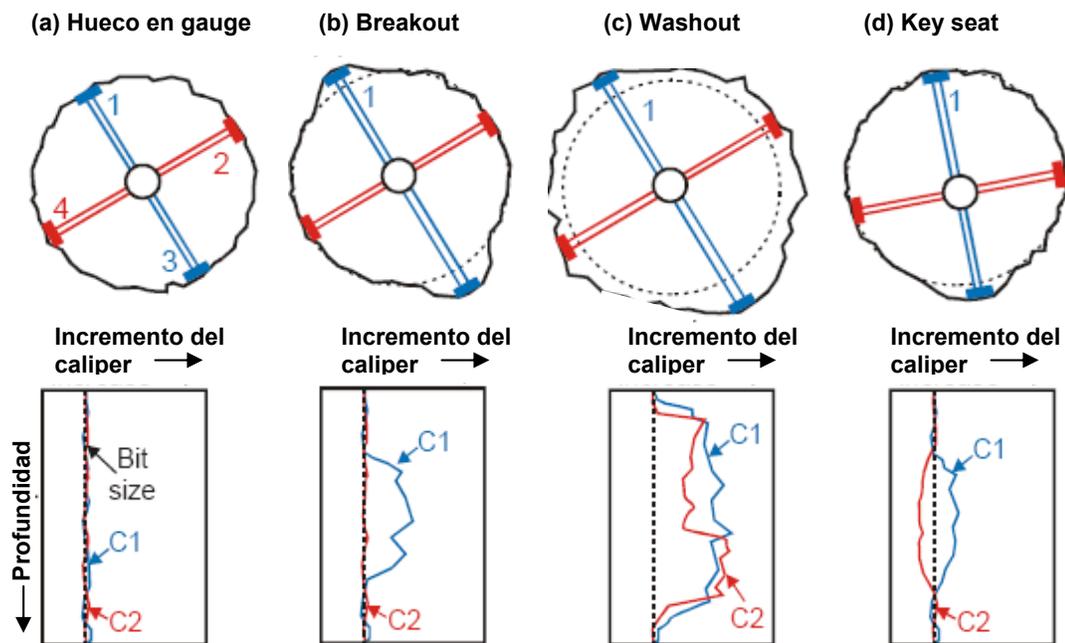


Figura 24. Tipos comunes de ensanchamientos en un pozo y su respectiva respuesta en el caliper. Tomada de World Stress Map Project, 2003. Guideline: Four-arm Caliper Logs.

La orientación del breakout puede rotar en pozos inclinados y no siempre se produce en la orientación de los esfuerzos horizontales. De aquí que la orientación del máximo esfuerzo horizontal puede ser estimada de forma segura a partir de breakouts en pozo verticales (desviación menor de 5° de la vertical), además todas las orientaciones determinadas a partir del registro caliper de cuatro deben ser corregidas por la declinación magnética local al tiempo de medida.

Tabla 32. Criterios para la interpretación de breakout en la pared del pozo a partir del registro caliper de cuatro brazos.

1. La rotación de la herramienta cesa en zonas ensanchadas
2. La rotación de la herramienta debe ser clara dentro y fuera de la zona ensanchada
3. La lectura más pequeña del caliper debe ser la del diámetro del pozo
4. La diferencia entre el caliper ha excedido el 10%
5. La orientación del ensanchamiento no debe coincidir con el lado más alto de la pared del pozo, para huecos con desviaciones mayores a 5°
6. La longitud de la zona ensanchada debe ser mayor a 1m

5.5.3 Fallas mecánicas a partir de los registros: Caliper de cuatro brazos y UBI

La validación de las corridas en el simulador, se realizó siguiendo el esquema que se describe a continuación:

- Se estableció la profundidad exacta en el pozo A1 desde donde empezó a tomarse el registro UBI hasta donde terminó.
- Dentro de esta profundidad, se marcó la zona para la cual se realizaron las corridas en el simulador.
- Una vez delimitada la zona para las cuales se realizaron las corridas en el simulador, se identificó en el registro de imagen la falla mecánica que se presentó y la profundidad a la cual ocurrió.
- Se verificó con ayuda del registro caliper de cuatro brazos, si la lectura del tipo de falla mecánica realizada en el registro de imagen UBI es correcta.
- Se comparó el tipo de falla mecánica leída en los registros con la establecida con el simulador.

A continuación se muestran algunas secciones del registro de imagen UBI corrido en la formación Mirador del pozo A1 del campo Cupiagua ubicado en el Piedemonte

Llanero, en las cuales se marcan las zonas donde se presentaron fallas de tipo mecánicas, además se especifica el tipo de falla que se presentó en la zona.

La convención de colores utilizada para denotar los distintos tipos de fallas está especificada en la tabla 33.

Tabla 33. Convención de colores utilizados en el registro UBI, para los tipos de fallas mecánicas identificadas en el Pozo A1, Campo Cupiagua.

Tipo de Falla Mecánica	Color
Slip	Rojo 
Key seat	Verde 
Breakout	Azul 

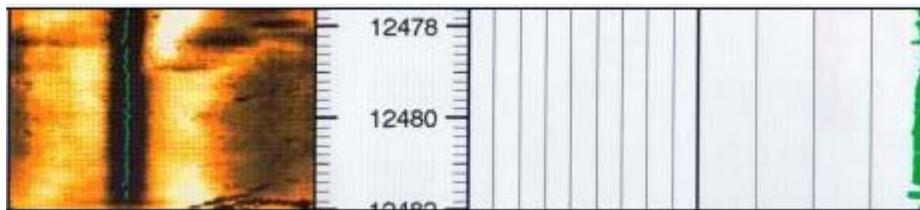


Figura 25. Imagen de la Formación Mirador, en la cual se observa un Keyseat. Tomada del registro UBI del pozo A1 del Campo Cupiagua.

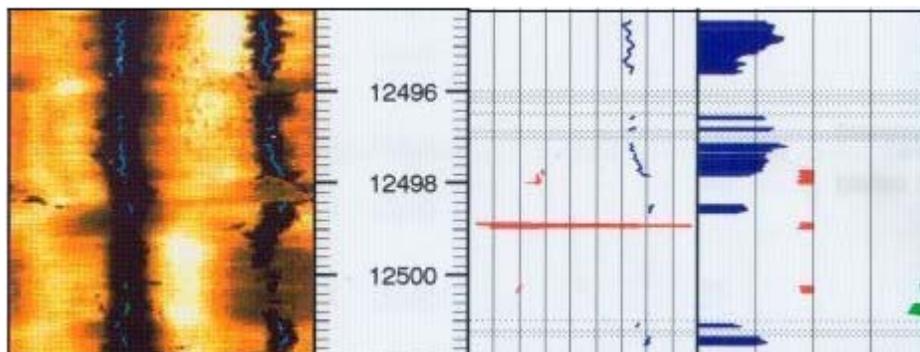
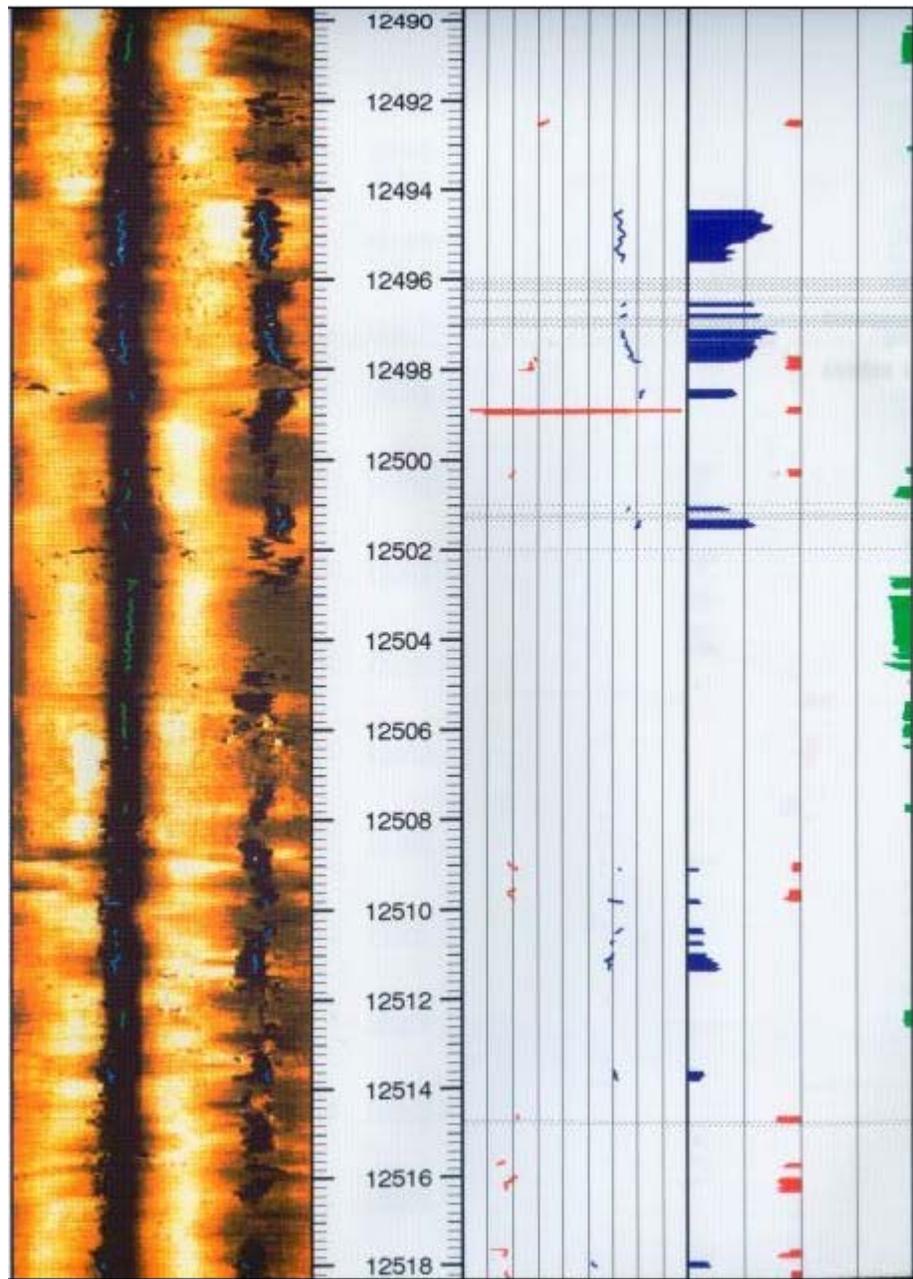
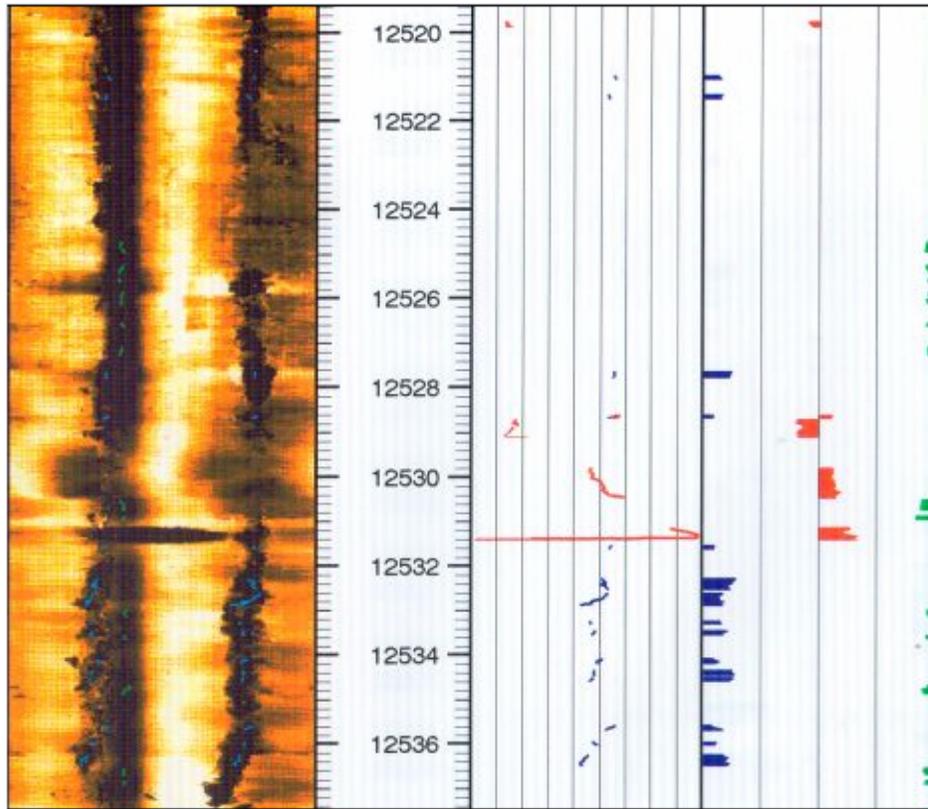


Figura 26. Imagen de la Formación Mirador, en la cual se observa un Breakout. Tomada del registro UBI del pozo A1 del Campo Cupiagua.



**Figura 27. Imagen de la Formación Mirador, en la cual se observa un Breakout.
Tomada del registro UBI del pozo A1 del Campo Cupiagua.**



**Figura 28. Imagen de la Formación Mirador, en la cual se observa un Breakout.
Tomada del registro UBI del pozo A1 del Campo Cupiagua.**



**Figura 29. Imagen de la Formación Mirador, en la cual se observa un Breakout
y un keyseat. Tomada del registro UBI del pozo A1 del Campo Cupiagua.**

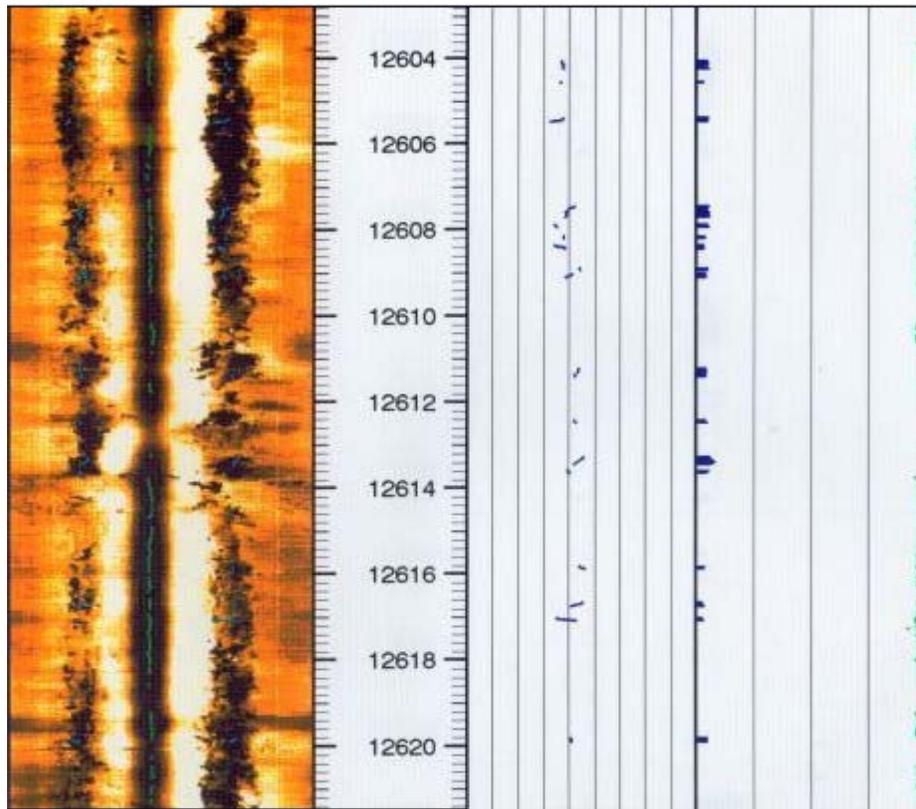


Figura 30. Imagen de la Formación Mirador, en la cual se observa un Breakout y un Keyseat. Tomada del registro UBI del pozo A1 del Campo Cupiagua.

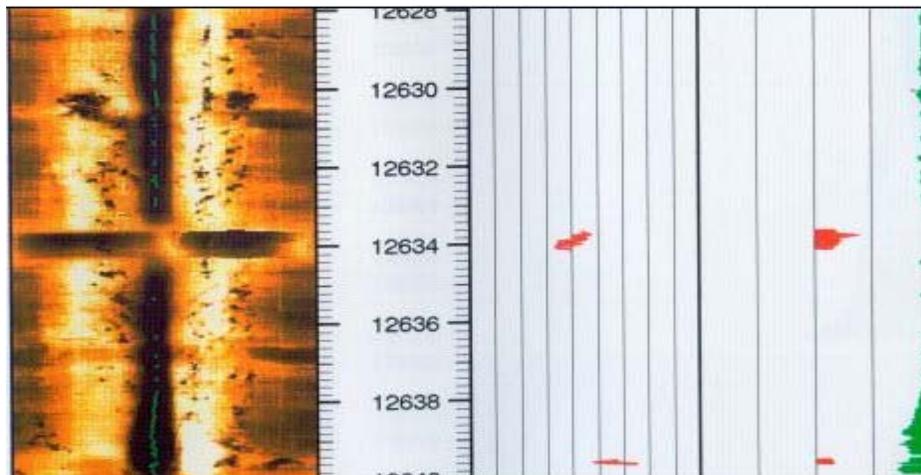
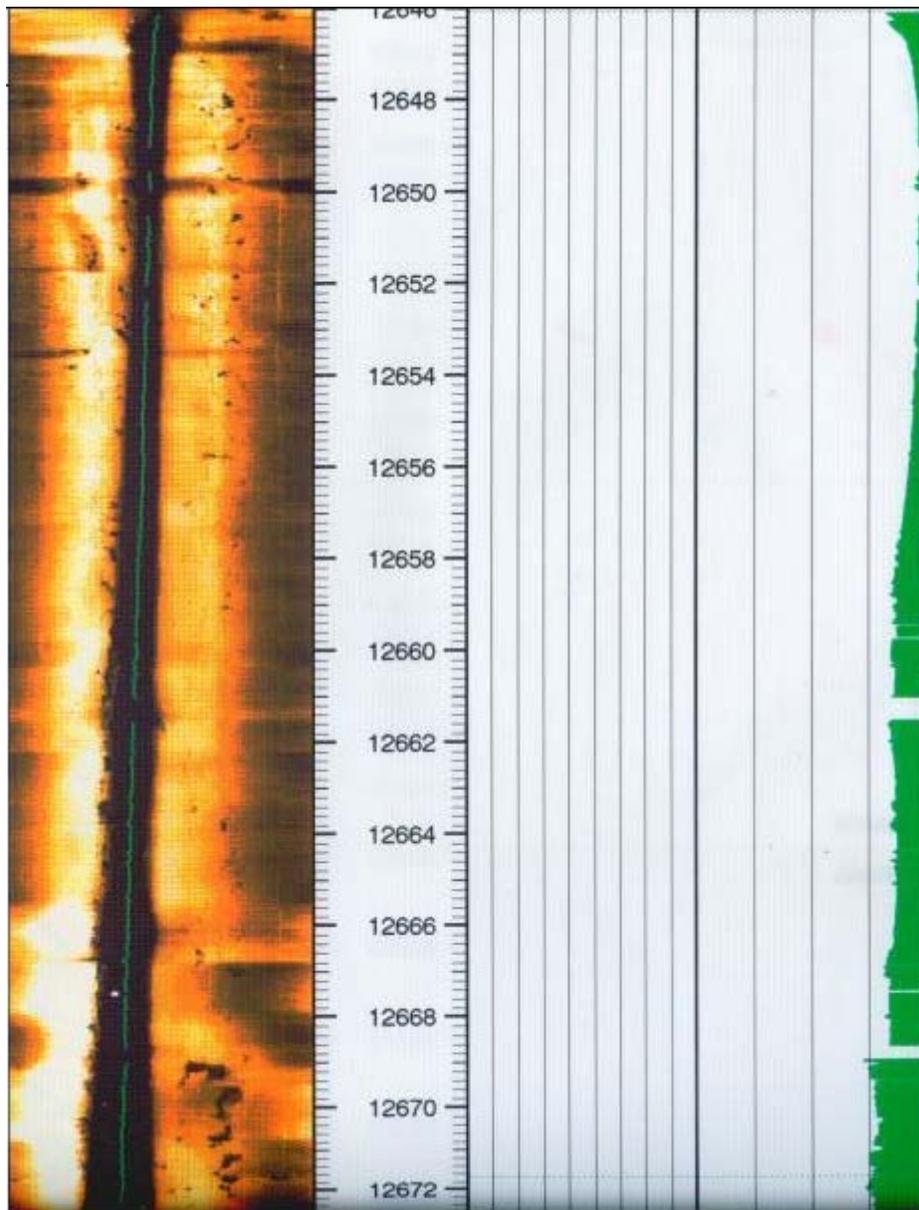
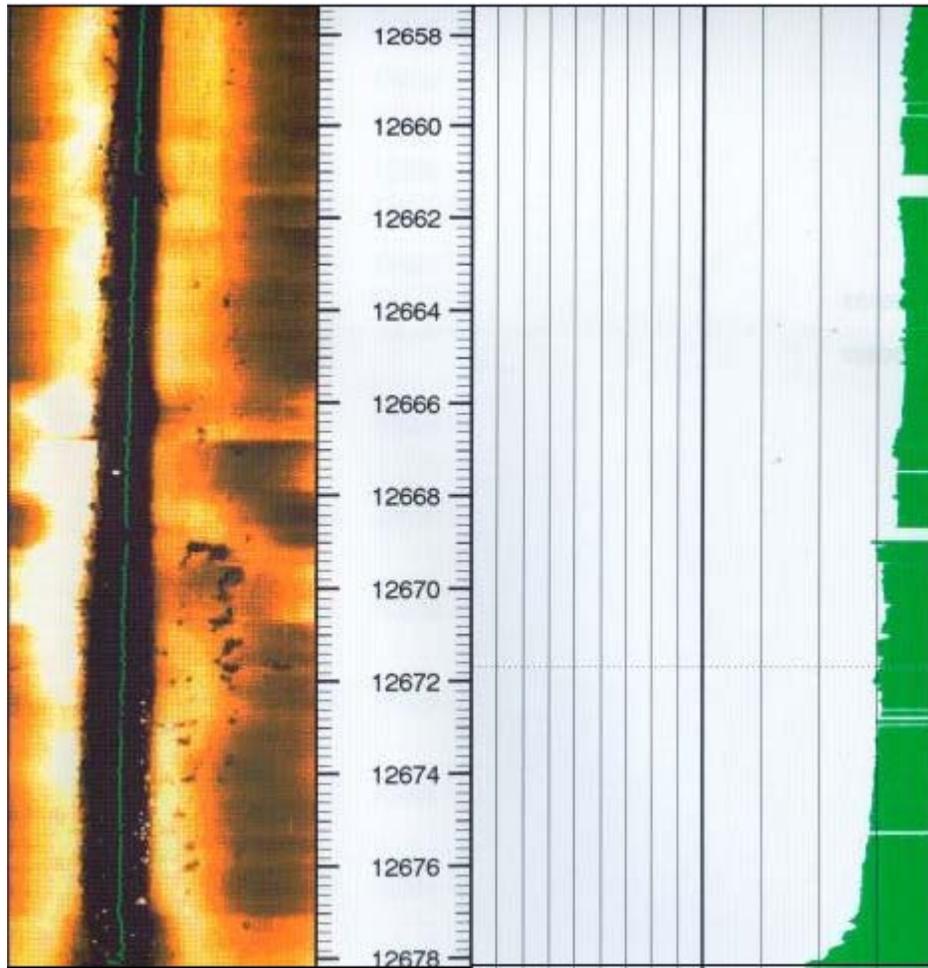


Figura 31. Imagen de la Formación Mirador, en la cual se observa un Slip y un Keyseat. Tomada del registro UBI del pozo A1 del Campo Cupiagua.



**Figura 32. Imagen de la Formación Mirador, en la cual se observa un Keyseat.
Tomada del registro UBI del pozo A1 del Campo Cupiagua.**



**Figura 33. Imagen de la Formación Mirador, en la cual se observa un Keyseat.
Tomada del registro UBI del pozo A1 del Campo Cupiagua.**

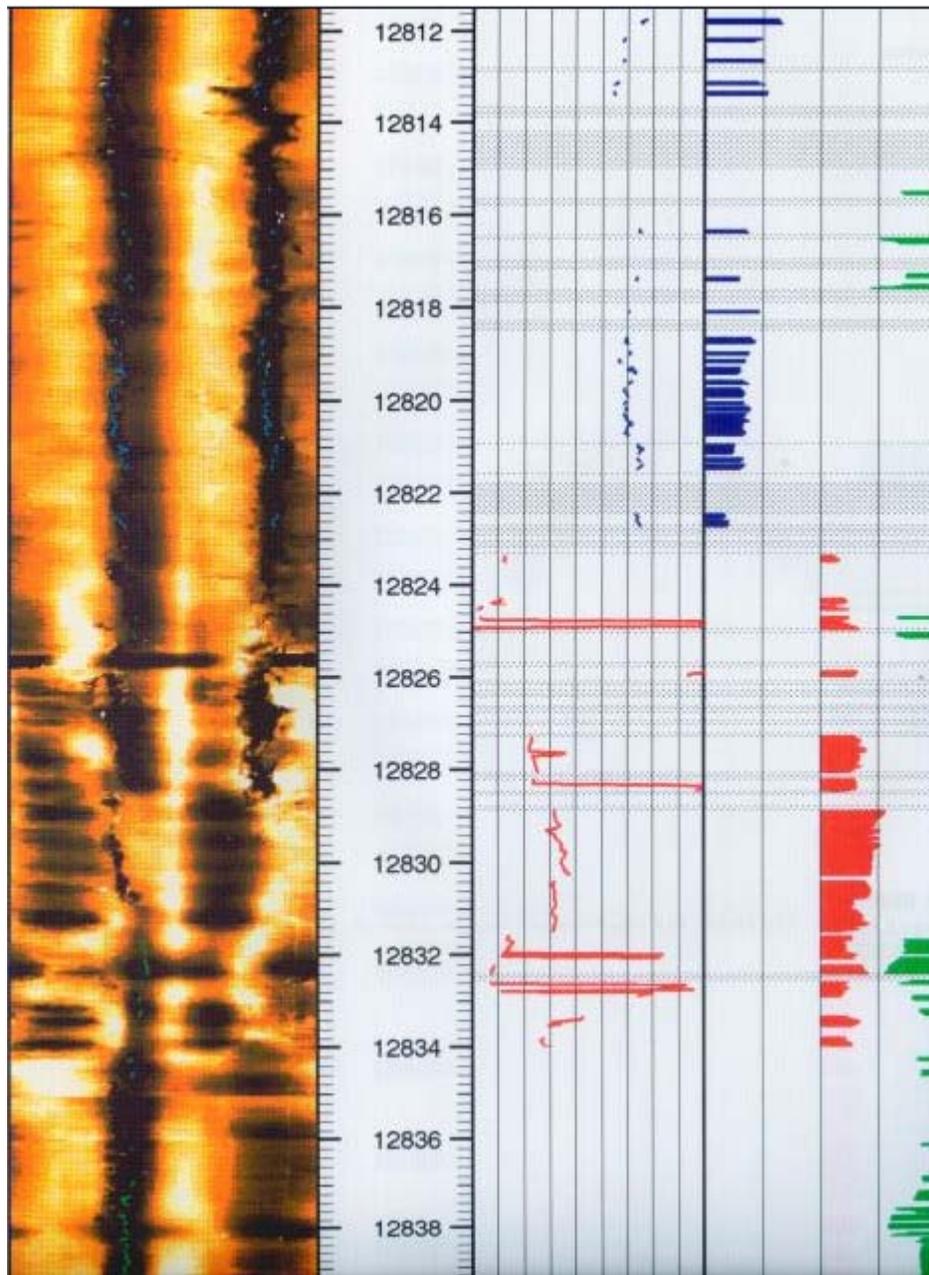


Figura 34. Imagen de la Formación Mirador, en la cual se observa un Keyseat, un Breakout y un Slip. Tomada del registro UBI del pozo A1 del Campo Cupiagua.

La identificación del tipo de falla mecánica, mostrada en las figuras 20 a 29, se realizó para todo el intervalo correspondiente a la formación Mirador del pozo A1, y los se presentan resumidos a continuación.

Profundidades de las imágenes (ft) – Tipo de falla mecánica identificada:

📍 Profundidad: 12430 – 12433.2

* 12431 – 12433.3: Keyseat

📍 Profundidad: 12435.6 – 12464

* 12435.6 – 12437.3: Keyseat

* 12450.2 – 12452: Keyseat

* 12452 – 12452.5: Slip

* 12452.6 – 12456.6: Keyseat

* 12456.7 – 12457.7: Keyseat

* 12458.– 12458.4: Keyseat

* 12458.5 – 12459: Keyseat

* 12460 – 12460.4: Keyseat

* 12461.2 – 12461.4: Keyseat

* 12461.8 – 12461.9: Keyseat

* 12462 – 12462.3: Keyseat

📍 12448.5 – 12476.3 ft

* 12450.1 – 12452: Keyseat

* 12452 – 12452.6: Slip

* 12452.6 – 12462.2: Keyseat

* 12465.4 – 12465.6: Slip

* 12472.8 – 12472.9: Keyseat

* 12472.9 – 12476.2: Keyseat

* 12476.2 – 12476.3: Keyseat

📍 12477.6 – 12505.7 ft

* 12477.6 – 12482: Keyseat

* 12485.2 – 12491.2: Keyseat

* 12494.5 – 12498: Breakout

- * 12497.8 – 12498: Slip
- * 12498.4 – 12498.7: Breakout
- * 12498.9 – 12499: Slip
- * 12500.3 – 12500.5: Slip – Keyseat
- * 12500.8 – 12501: Keyseat
- * 12501 – 12501.5: Breakout
- * 12502.5 – 12505.7: Keyseat
- 🌐 12489.7 – 12518.7 ft
- * 12490.1 – 12491.2: Keyseat
- * 12492.4 – 12492.6: Slip
- * 12493 – 12493.2: Keyseat
- * 12494.5 – 12495.5: Breakout
- * 12496.4 – 12497.7: Breakout
- * 12497.6 – 12498: Slip
- * 12498.4 – 12498.6: Breakout
- * 12498.8 – 12499: Slip
- * 12500.1 – 12500.2: Keyseat
- * 12500.5 – 12500.8: Keyseat
- * 12501 – 12501.5: Breakout
- * 12502.6 – 12506.4: Keyseat
- * 12508.9 – 12509.1: Slip
- * 12509 – 12509.1: Breakout
- * 12509.4 – 12509.8: Slip
- * 12509.8 – 12509.9: Breakout
- * 12510.4 – 12511.4: Breakout
- * 12512.2 – 12512.6: Keyseat
- * 12513.6 – 12513.9: Breakout
- * 12514.7 – 12514.8: Slip
- * 12515.7 – 12517.8: Slip
- * 12517.9 – 12518.1: Breakout
- * 12518.1 – 12518.3: Slip

🌐 12519.4 – 12547.2 ft

- * 12519.7 – 12519.9: Slip
- * 12520.9 – 12521.5: Breakout
- * 12524.6 – 12527.2: Keyseat
- * 12527.6 – 12527.9: Breakout
- * 12528.5 – 12528.6: Breakout
- * 12528.5 – 12529: Slip
- * 12529.9 – 12530.4: Slip
- * 12530.4 – 12531: Keyseat
- * 12531.1 – 12531.4: Slip
- * 12531.5 – 12538.7: Breakout
- * 12532.8 – 12538.1: Keyseat
- * 12544.3 – 12544.6: Slip
- * 12544.4 – 12545: Breakout
- * 12546.4 – 12546.6: Slip

🌐 12532 – 12559.7 ft

- * 12532.3 – 12538.6: Breakout
- * 12533 – 12538.1: Keyseat
- * 12544.2 – 12545: Slip
- * 12544.5 – 12544.9: Breakout
- * 12546.2 – 12548.4: Slip
- * 12554.1 – 12554.4: Breakout
- * 12555.5 – 12555.7: Slip
- * 12557.7 – 12559.5: Breakout

🌐 12561.1 – 12589.1 ft

- * 12562.1 – 12563.7: Breakout
- * 12563.3 – 12563.6: Keyseat
- * 12569.5 – 12569.8: Keyseat
- * 12570 – 12570.5: Breakout
- * 12578.9 – 12581: Keyseat
- * 12579.3 – 12579.5: Breakout

- * 12581.9 – 12583.6: Slip
- * 12582 – 12584: Breakout
- * 12587.3 – 12588: Breakout
- 🌐 12574 – 12601.8 ft
 - * 12579.3 – 12579.5: Breakout
 - * 12582 – 12583.2: Breakout
 - * 12582 – 12582.1: Slip
 - * 12582.6 – 12583.7: Slip
 - * 12587.3 – 12590: Breakout
 - * 12589 – 12601.8: Keyseat
 - * 12592.8 – 12600.4: Breakout
- 🌐 12602.8 – 12631 ft
 - * 12603 – 12622: Keyseat
 - * 12604 – 12619.9: Breakout
 - * 12628 – 12630.9: Keyseat
- 🌐 12615.5 – 12643.2 ft
 - * 12615.5 – 12622: Keyseat
 - * 12615.8 – 12617: Breakout
 - * 12619.7 – 12619.9: Breakout
 - * 12627.8 – 12640: Keyseat
 - * 12633.5 – 12634.1: Slip
 - * 12639.5 – 12639.7: Slip
- 🌐 12644.6 – 12672.6 ft
 - * 12646.1 – 12672.6: Keyseat
- 🌐 12657.3 – 12684.9 ft
 - * 12657.3 – 12678.2: Keyseat
- 🌐 12686.3 – 12714.2 ft
 - * No se observó nada, debido a que la visibilidad en la imagen es nula.
- 🌐 12699 – 12726.7 ft
 - * No se observó nada, debido a que la visibilidad en la imagen es nula.
- 🌐 12728 – 12755.8 ft
 - * No se observó nada, debido a que la visibilidad en la imagen es nula.

- 📍 12743 – 12768.5 ft
 - * No se observó nada, debido a que la visibilidad en la imagen es nula.
- 📍 12770 – 12797.5 ft
 - * 12793.7 – 12795.1: Keyseat
 - * 12796.2 – 12796.8: Keyseat
- 📍 12783 – 12839.3 ft
 - * 12793.8 – 12795.5: Keyseat
 - * 12796.4 – 12796.8: keyseat
 - * 12799 – 12800.1: Keyseat
 - * 12808.4 – 12808.6: Keyseat
- 📍 12811.8 – 12839.3 ft
 - * 12811.8 – 12812.3: Breakout
 - * 12815.4 – 12817.6: Keyseat
 - * 12816.3 – 12822.7: Breakout
 - * 12823.3 – 12823.5: Slip
 - * 12824.2 – 12825: Slip
 - * 12825.9 – 12826.1: Slip
 - * 12824.6 – 12825.1: Keyseat
 - * 12827.2 – 12834.1: Slip
 - * 12831.6 – 12839.3: Keyseat
- 📍 12825 – 12852 ft
 - * 12824.5 – 12825: Slip
 - * 12824.7 – 12825.1: Keyseat
 - * 12825.8 – 12826: Slip
 - * 12827.2 – 12834: Slip
 - * 12831.6 – 12851.8: Keyseat
- 📍 12854 – 12881.1 ft
 - * 12853.6 – 12881.1: Keyseat
 - * 12856.5 – 12857: Slip
 - * 12857.8 – 12860.6: Slip
 - * 12863.8 – 12876.8: Slip

- 🌐 12866 – 12892 ft
 - * 12866 – 12876.7: Slip
 - * 12866.6 – 12888.3: Keyseat
- 🌐 12895 – 12923 ft
 - * No se observó nada, debido a que la visibilidad en la imagen es nula.
- 🌐 12908 – 12935.5 ft
 - * 12926.8 – 12927.3: Slip
 - * 12929.2 – 12929.4: Slip
- 🌐 12937 – 12964.5 ft
 - * No se observó nada, debido a que la visibilidad en la imagen es nula.
- 🌐 12950 – 12977.2 ft
 - * No se observó nada, debido a que la visibilidad en la imagen es nula.
- 🌐 12978.6 – 13000 ft
 - * No se observó nada, debido a que la visibilidad en la imagen es nula

La segunda parte de la validación consistió en la comparación entre los resultados obtenidos con el programa desarrollado en este proyecto, y aquellos obtenidos con la HERRAMIENTA PARA ANALIZAR LA INESTABILIDAD DE POZO, MEDIANTE EL USO DE LAS TEORÍAS ELÁSTICA Y POROELÁSTICA (HAI), (MORA, L y VILLADIEGO, D. Tesis de grado 2005) y con el SOFTWARE PARA ANÁLISIS GEOMECÁNICO DE ESTABILIDAD DE POZOS, PBORE 3D.

En esta parte se analizó la concordancia entre las tres herramientas, es decir, se compararon las condiciones de fallas en cada estrato de estudio de la formación Mirador y se estableció el tipo de falla mecánica que se presentaría bajo estas condiciones, por ultimo se corroboró si los tres programas arrojaban resultados similares.

A continuación en las figuras 35 y 36 se presentan algunas de las ventanas de estabilidad realizadas con los programas de computadores anteriormente mencionados, cuyos parámetros de entrada, requeridos para realizar las corridas,

son los mismos que aquellos para ejecutar el programa desarrollado en este proyecto y se encuentran consignados en las tablas 3 a 11.

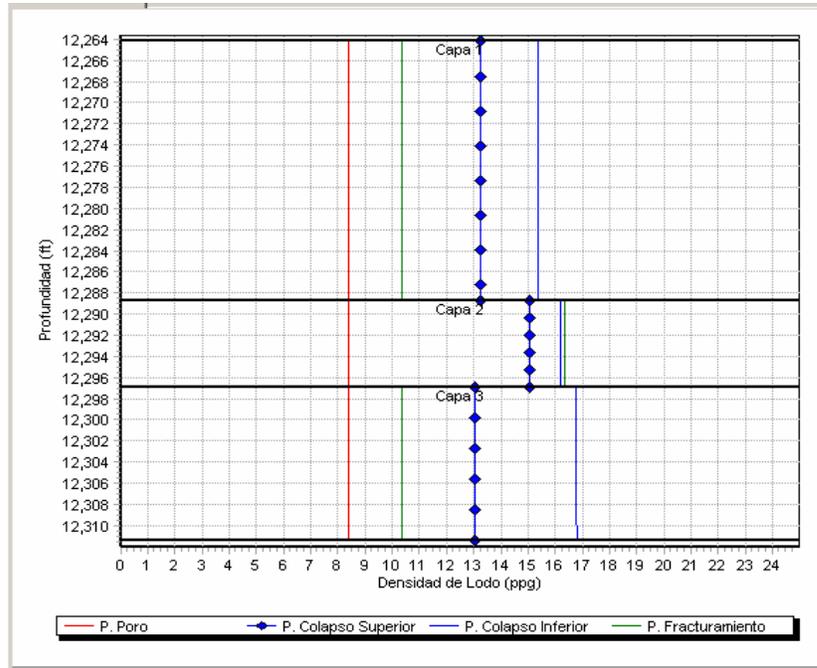


Figura 35. Ventana de Lodo. Pozo Cup A1 – Mirador 1, 2, 3. Modelos Poroelásticos Impermeable-Permeable. (HAI)

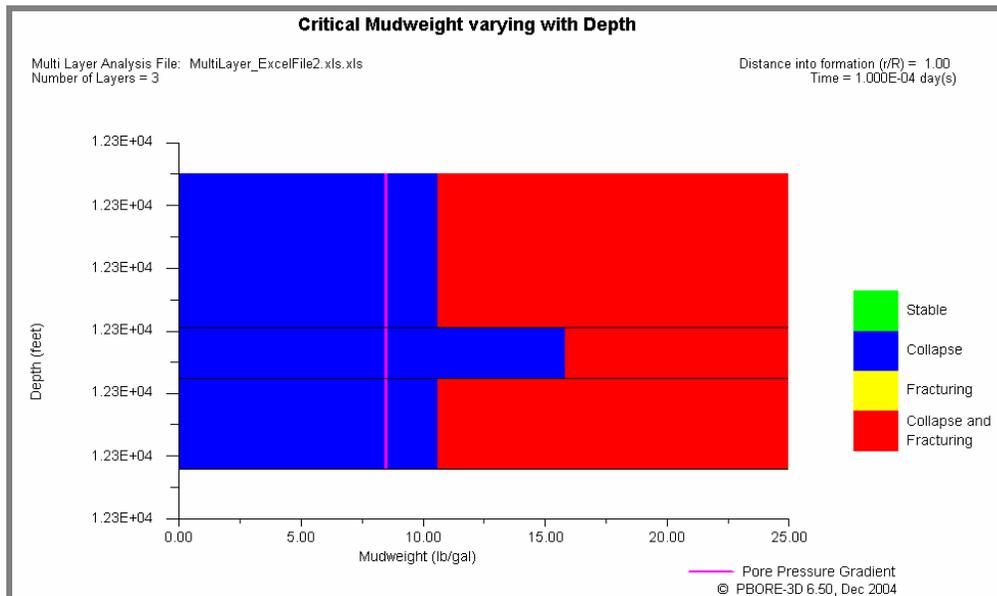


Figura 36. Ventana de Lodo. Pozo Cup A1 – Mirador 1, 2, 3. Modelos Poroelásticos Impermeable-Permeable. CFMC. (PBORE 3D).

En la tabla 34 se encuentran resumida la comparación realizada entre los resultados obtenidos por los diferentes software.

Tabla 34. Densidades (ppg) limite, estratos de areniscas de la formación Mirador. (Cuadro comparativo entre el software realizado, PBORE 3D, HAI y Registros UBI)

Herramienta Estrato	Elástico Lineal			Elasticidad No-Lineal			Registros UBI	HAI y PBORE 3D		
	CFMC	CFDP	Tensión	CFMC	CFDP	Tensión	Tipo de falla	CFMC	CFDP	Tensión
1	16	14	12	6	6	6	Keyseat, Slip	NE	*-15.5	10.4
2	SHALE						Keyseat, Slip	SHALE		
3	16	16	16	6	6	6	Keyseat	NE	*-15	10.5
4	SHALE						Keyseat, Slip, Breakout	SHALE		
5	16	14	12	6	6	6	Keyseat, Slip, Breakout	NE	NE	10.5
6	SHALE						Slip, Breakout	SHALE		
7	18	16	12	6	6	6	Keyseat, Slip, Breakout	10.5 -14.25	*-16.75	10.25
8	SHALE						Keyseat hasta cierta zona	SHALE		
9	16	16	16	6	6	6	Registro dañado	NE	*-15	10.5
10	SHALE						Registro dañado	SHALE		
11	18	16	12	6	6	6	Registro dañado	10.25-14.5	*-16.75	10.75
12	SHALE						Registro dañado	SHALE		

NE: No hay zona estable; *: no hay límite inferior.

Teniendo en cuenta los resultados plasmados en la tabla 34, se realizaron las siguientes observaciones:

Los estratos de la formación Mirador los cuales están constituidos por shales, es decir, las capas pares, fueron considerados de baja permeabilidad (permeabilidad de la formación cero), por lo tanto no tendría sentido aplicar sobre estos, los modelos poroelásticos incorporados en el programa. Por esta razón los espacios en la tabla que corresponden a los resultados de las corridas para estas capas con los tres programas (Elasticidad Lineal, Elasticidad No-Lineal, HAI y PBORE 3D) se encuentran vacíos. Sin embargo aunque, estos estratos presentan comportamientos típicos de shales como se observa en registro Gamma Ray (Mostrado en la figura 11), el registro de imágenes UBI tomado en estas secciones muestra que, efectivamente éstas experimentaron falla mecánicas durante la fase de perforación del pozo, como se muestra en la columna cuatro de la tabla 34.

Comparando los resultados de la validación realizada para el programa desarrollado en este proyecto, con registros y otros software para el análisis de estabilidad, es observable lo siguiente: para la ocurrencia de fallas mecánicas compresivas o de cizalla en la formación Mirador, el programa presenta buen ajuste en cuanto a la predicción de estas a partir de los criterios de Mohr-Coulomb (CFMC) y Drucker-Prager (CFDP), pues con el registro de imágenes UBI, se corrobora la presencia de estas fallas durante la perforación de este intervalo. Además los software HAI y PBORE 3D, arrojan ventanas de lodo sin zona de estabilidad mecánica para la formación estudiada, hecho que sustenta o valida los resultados arrojados por el programa desarrollado en este proyecto.

En cuanto a la predicción de fallas mecánicas tensiles, el programa arroja resultados similares a los obtenidos con HAI y PBORE 3D. Este hecho puede no ser tan evidente en la tabla 34, pero es claro teniendo en cuenta lo siguiente: El programa predice nodos fallados por tensión tanto para comportamientos elásticos lineales y no-lineales de la formación, por otro lado las ventanas de lodo, realizadas con los software HAI y PBORE 3D, predicen la ocurrencia de fallas tensiles para pesos de lodos mayores de 10.2 ppg, confirmando en gran porcentaje las predicciones del

programa. Por otro lado la identificación a través del registro de imágenes UBI de la presencia de estas fracturas tensiles en la paredes del pozo, no fue posible debido a que la resolución del registro de imágenes UBI de pozo estudiado (Pozo A1, Campo Cupiagua en Piedemonte Llanero Colombiano) no es lo suficientemente alta, para la identificación de éstas.

Por último, teniendo en cuenta todos los resultados mostrados en este capítulo se tienen las siguientes conclusiones acerca de las trayectorias y pesos de lodos que minimicen los problemas de estabilidad mecánica durante la perforación de un pozo a través de la formación Mirador en el Campo Cupiagua del Piedemonte Llanero Colombiano:

- Las trayectorias de pozos de mayor estabilidad mecánica, son aquellas que comprenden azimut entre 0° y 70° grados, respecto al esfuerzo máximo horizontal. Por lo tanto se sugiere perforar con azimut paralelo o muy cercanamente paralelo al esfuerzo máximo horizontal.
- Los pozos perforados con azimut entre los 80° y 90° grados, respecto al esfuerzo horizontal máximo, es decir, paralelos al esfuerzo horizontal mínimo, presentan mayores problemas de estabilidad que aquellos perforados perpendiculares a este esfuerzo.
- El ángulo de inclinación para pozos desviados, perforados en esta zona, no debe ser mayor a 70° grados, pues para valores más altos se predice mayor inestabilidad mecánica durante la perforación.
- No se puede recomendar un peso de lodo adecuado para perforar la formación Mirador, pues la zona estable en las ventanas de lodo, no existe. Lo anterior se puede interpretar de esta forma; para las propiedades mecánicas que presenta esta formación así como para el estado de esfuerzos al cual está sometido, su presión de colapso inferior está por encima de la de colapso superior, lo cual indica que para cualquier peso de lodo la formación

experimentará fallas mecánicas compresivas y/o tensiles. Por lo tanto, como es necesario perforar la formación Mirador, pues ésta es una de las rocas almacenadora de hidrocarburos del campo, se surgiere perforar con peso de lodo en un rango de 9.3 - 9.6 ppg, con el fin de minimizar daños en el yacimiento, por alta invasión de lodo, que después interfieran en la productividad de mismo.

6. CONCLUSIONES

Se adaptó un modelo, que acopla el comportamiento deformacional de la roca con el flujo de fluidos, para el análisis de la estabilidad mecánica de pozos, durante la perforación de formaciones naturalmente fracturadas en el Campo Cupiagua del Piedemonte Llanero Colombiano.

Se planteó el modelo físico a modelar, con características propias de un medio poroso real.

Se desarrolló el modelo matemático y diferencial adaptado a pozo en yacimientos naturalmente fracturados.

El modelo diferencial fue discretizado utilizando el método de diferencias finitas, se establecieron condiciones auxiliares, y así mismo se desarrollaron los algoritmos necesarios para la construcción del modelo de computador, el cual fue programado en un lenguaje de programación.

Se le asignaron comportamientos elásticos no lineales a las propiedades mecánicas de las rocas, como; Módulo de elasticidad normal (Módulo de Young), Módulo de elasticidad en cizalladura (Módulo de rigidez), Relación de Poisson y Constante de Lamé.

Se escogieron e implementaron los criterios de fallas mecánicas de Mohr-Coulomb, Drucker-Prager y el Criterio de Tensión, en el algoritmo general con el fin de evaluar al tipo de falla experimentada durante la perforación.

El modelo de computador, fue validado utilizando registros de imágenes UBI, registro caliper de cuatro brazos y los programas para el análisis geomecánico de estabilidad de pozos HAI y PBORE 3D, obteniéndose un buen ajuste.

A partir de los resultados obtenidos por el programa desarrollado en este proyecto se establecieron las siguientes observaciones:

- El estado de esfuerzos in-situ al cual esté sometido la formación a perforar juega un rol importante en la estabilidad mecánica de pozos, pues es éste, al igual que la presión de poro, son los factores determinantes del potencial de la formación para soportar la perturbación causada durante la perforación de un pozo.
- Las trayectorias de pozo más estables para perforar un pozo a través de la formación Mirador en el Piedemonte Llanero Colombiano, son aquella que comprenden azimut entre 0° y 70° grados, respecto al esfuerzo máximo horizontal, y desviaciones no mayores a 70° grados.
- No existe un rango de peso de lodo adecuado para perforar pozo a través de la formación Mirador en el Campo Cupiagua. Por tanto es necesario la realización de un estudio geomecánico durante la fase de diseño de pozo (Well Planning), con el fin de minimizar la inestabilidad que se presentará durante la perforación, con la elección de las trayectorias menos inestables.
- La selección del lodo para perforar en el Campo Cupiagua debe enfocarse, en las propiedades necesarias para mantener el hueco limpio de todos los productos de la inestabilidad mecánica, para de esta manera evitar que la inestabilidad que se presente alcance los niveles de pérdida de secciones de pozo y sartas de perforación.

RECOMENDACIONES

Para un próximo trabajo de grado sobre este tema se debe tener en cuenta las siguientes sugerencias:

- Involucrar efectos térmicos los cuales pueden afectar el estado de esfuerzos de la roca. La circulación del lodo de perforación genera gradientes de temperatura con la formación, que puede encontrarse a una temperatura superior. Esto hace que la roca en los alrededores de pozo se enfríe transitoriamente, lo que puede inducir un decrecimiento en los esfuerzos axial y tangencial. Este efecto permite la estabilidad temporal de la roca hasta que cese la circulación y la pared retome su temperatura inicial.
- Considerar otros tipos de comportamiento que exhiben ciertas rocas como son: la elasto-plasticidad, plasticidad perfecta, plasticidad con endurecimiento y/o ablandamiento plástico, entre otros.
- Considerando que el método de diferencias finitas tiene algunas desventajas en la solución de las ecuaciones geomecánicas y el método de elementos finitos presenta pérdidas de masa y/o energía en las ecuaciones de flujo, se opta por el primer método en los modelamientos numéricos. Por tanto se propone explorar métodos híbridos entre dos técnicas, el método de los volúmenes de control ó elementos límite.
- Realizar varias pruebas para determinar las propiedades mecánicas de la formación de estudio, con el fin de calibrar los rangos de estos parámetros introducidos en la programación de los algoritmos.
- Establecer una metodología para la medición en laboratorio de las compresibilidades drenada y no drenada de las rocas fracturadas, que alimentan el programa.

- Realizar pruebas de sensibilidad de parámetros al modelo, matemático establecido para establecer cual de ellos tiene mayor efecto en la inestabilidad de pozos.
- Mejorar el entorno visual del los módulos de cálculos y resultados del programa, para hacerlo más amable con es usuario.

Todas estas recomendaciones deben evaluarse a fin de establecer varios posibles estudios que aborden el tema de manera ordenada, sistematizada y a profundidad como fue el objetivo de este trabajo y que permitan obtener el máximo beneficio en el conocimiento sobre el tema. Desde luego debe hacerse una valoración del grado de complejidad al momento de involucrar una o varias sugerencias.

NOMENCLATURA

ρ_m : Densidad del fluido en la matriz

ρ_f : Densidad del fluido en la fractura

ρ_s : Densidad del sólido

ρ : Densidad del fluido

ϕ_m : Porosidad de la matriz

ϕ_f : Porosidad de la fractura

ϕ_t : Porosidad total

v_m : Velocidad del fluido en la matriz

v_f : Velocidad del fluido en la fractura

v_s : Velocidad del sólido

V_b : Volumen total

\tilde{q} : Término de flujo másico

T : Caudal de transferencia de masa por unidad de volumen entre la matriz y la fractura

k_m : Permeabilidad de la matriz

k_f : Permeabilidad de la matriz

μ_m : Viscosidad del fluido en la matriz

μ_f : Viscosidad del fluido en la fractura

P_m : Presión en la matriz

P_f : Presión en la fractura

C_m : Compresibilidad del fluido en la matriz

C_f : Compresibilidad del fluido en la fractura

C_{pcm} : Compresibilidad de los poros primarios

C_{pcf} : Compresibilidad de los poros secundarios

β_{pm} : Coeficientes de esfuerzo efectivo asociados con el cambio del volumen poroso correspondiente a la presión en la matriz

β_{pf} : Coeficientes de esfuerzo efectivo asociados con el cambio del volumen poroso correspondiente a la presión en la fractura
 $\bar{\sigma}$: Esfuerzo normal promedio
 r, θ, z : Sistema de coordenadas cilíndricas
 $\sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_z$: Esfuerzos normales en las direcciones r, θ y z respectivamente
 σ_v : Esfuerzo vertical *in-situ*
 σ_H : Esfuerzo horizontal máximo
 σ_h : Esfuerzo horizontal mínimo
 $\tau_{r\theta}$: Esfuerzos de cizalla en el plano r en la dirección direcciones θ
 τ_{rz} : Esfuerzos de cizalla en el plano r en la dirección direcciones z
 $\tau_{\theta z}$: Esfuerzo de cizalla en el plano θ en dirección z
 $\varepsilon_r, \varepsilon_\theta, \varepsilon_z$: Deformaciones normales en las direcciones r, θ y z respectivamente
 $\gamma_{r\theta}$: Deformación de cizalla en el plano r en dirección θ
 γ_{rz} : Deformación de cizalla en el plano r en dirección z
 $\gamma_{\theta z}$: Deformación de cizalla en el plano θ en dirección z
 ε_v : Deformación volumétrica
 U_r : Desplazamiento en la dirección radial
 U_θ : Desplazamiento en la dirección tangencial
 U_z : Desplazamiento en la dirección vertical
 E : Modulo de elasticidad normal ó Young
 λ : Constantes de Lamé
 G : Modulo de elasticidad en cizalladura ó modulo de rigidez
 ν : Relación de Poisson
 $\sigma'_1, \sigma'_2, \sigma'_3$: Esfuerzos principales efectivos
 T_o : Resistencia tensil
 C_o : Resistencia compresiva uniaxial
 β : Ángulo de falla
 I_1, I_2, I_3 : Invariantes del tensor de esfuerzos

J_1, J_2, J_3 : Invariantes de esfuerzos deviatoricos

A: Parámetro del criterio de Drucker – Prager

D: Parámetro del criterio de Drucker – Prager

$\bar{\sigma}_p^d$: Presión hidrostática promedio

$\bar{\sigma}_b^d$: Tensor esfuerzo efectivo

C_{bc}^d : Compresibilidad total de la roca

$\Delta \bar{U}$: Vector de desplazamientos

∇ : Operador gradiente

$\nabla \bullet$: Operador divergente

Δ : Incremento

∂ : Derivada parcial

BC: Componente del stencil que representa la variable ubicada encima de la celda de referencia

S: Componente del stencil que representa la variable ubicada al sur de la celda de referencia

W: Componente del stencil que representa la variable ubicada al oeste de la celda de referencia

N: Componente del stencil que representa la variable ubicada al norte de la celda de referencia

TC: Componente del stencil que representa la variable ubicada debajo de la celda de referencia

C: Componente del stencil que representa la variable dependiente ubicada en la celda de referencia

E: Componente del stencil que representa la variable ubicada al este de la celda de referencia

F: Componente del stencil de términos independientes

i,j,k: Ubicación de los nodos en las direcciones r , θ y z respectivamente

$r_{i+1/2}$: Las fronteras en los bloques que delimitan el volumen específico del yacimiento sobre el cual cada nodo tiene influencia en la dirección radial

r_e : Radio externo del yacimiento

r_w : Radio del pozo

N: Número de nodos en los cuales se dividir el yacimiento

T: Término no lineal

m: Nodos en dirección r

n: Nodos en dirección s

F_m, F_n, C_m, C_{m-1} : Constantes de espaciamiento

SUBÍNDICES

i,j,k: Índice de malla en las direcciones r, θ y z, respectivamente

1,2,3: Índice de los esfuerzos principales mayor, intermedio y menor, respectivamente

e: Externo

w: Pozo

m: Matriz

f: Fractura

b: Bulk

s: Sólido

s: Supuesto

c: Calculado

SUPERÍNDICES

n: Nivel actual de tiempo en la simulación

n+1: Nivel de tiempo futuro en la simulación

0: Estado inicial o de referencia en la simulación

BIBLIOGRAFÍA

AADNOY, B.S. Modeling of the stability of highly inclined borehole in anisotropic rock formations. SPE Drilling Engineering. September 1988.

AADNOY, B.S. Stability of highly inclined boreholes. SPE 18596.

AADNOY, B.S. Stability of highly inclined boreholes. SPE 18736.

AADNOY, B.S., RO GALAND, U. and CHENEVERT, M.E. Stability of highly inclined boreholes. SPE/IADC 16052 presented at drilling conference in New Orleans. March 15-18, 1987.

BAI, M., ABOUSLEIMAN, Y., CUI, L. and ZHANG J. Dual-porosity poroelástica modeling of generalized plane strain. International Journal of Rocks Mechanics and Mining Science. Vol 36, pp 1087-1094. September 1999.

BRADLEY, W.B. Mathematical concept-stress cloud can predict borehole failure. The Oil and Gas Journal. February 19, 1979.

CHEATHAM, J.B.Jr. Wellbore stability. Journal of Petroleum Technology. June 1984, pp 889-896.

CHEN, H.Y. and TEUFEL, L.W. Coupling fluid-flow and geomechanics in dual-porosity modeling of naturally fractured reservoir. SPE 38884. October 1997.

CHOU PEI, C and PAGANO, N.J. Elasticity: tensor dyadic and engineering approach. Dover publication inc. New York 1992.

DE LA CRUZ MORALES, Héctor. Aplicaciones de mecánica de rocas en algunas aplicaciones de ingeniería de petróleos. Universidad de Colombia. Facultad de Minas. Departamento de Recursos Minerales. Medellín 1998.

DETOUNAY, E. and FAIRHURST, C. Two dimensional elastoplastic analysis of a long cylindrical cavity under non-hydrostatic loading. International Journal of Rocks Mechanics Mining Science, and Geomechanics abstracts, vol 24, no 4, 1987.

EWY, R.T. Wellbore-stability predictions by use of a modified lade criterion. SPE 47251.

FJAER, E. et al. Petroleum related rock mechanics. Ed Elsevier Science. Publishing company inc.1992.

GARCÍA MONTOYA G.D. Visualización 3D de datos de calibre para el análisis de la geometría del hueco y la determinación de la dirección de los esfuerzos terrestres. Shulumberger, Geoquest Colombia.

HANSEN, K.S. and PURCELL, W.R. Earth stress measurements the south Belridge oil field, kern county, California. SPE 15641.

HASSAN, S. et al. Optimizing drilling performance by Wellbore stability evaluation and directional drilling practices, paper SPE/IACD 57575 presented at the 1999 SPE/IADC middle east drilling technology conference held Abu Dhabi, UAE, 8-10 November 1999.

INFANTE, E.F and CHENEVERT, M.E. Stability of boreholes drilled through salt formations displaying plastic behavior. SPE Drilling Engineering. March 1989, pp 57-65.

KWAKWA, K.A., BATCHELOR A.S and CLARC R.C. Assesment of the mechanical stability of high-angle wells in block 22/11, Nelson field discovery. SPE Drilling Engineering. March 1991.

KUMAR, J. The effect of Poisson's ratio on rock properties. SPE 6094. October 1976.

LAST, N. and McLEAN, M.R. Assessing the impact of trajectory on wells drilled in an overthrust region. JPT July 1996.

LAST, N. and PLUMB, D. Managing Wellbore instability in the Cusiana field. The Search of Oil & Gas in Latin America & the Caribbean. Schlumberger Sureenco C.A.

LAST, N. et al. An integrated approach to evaluating and managing Wellbore instability in the Cusiana field, Colombia, South America. SPE 30464.

MAHTAB, M.A. and GOODMAN, R.E. Stress around wellbores in nonlinear rock. SPE. September 1968.

McLEAN, M.R. and ADDIS, M.A. Wellbore stability analysis: a review of current methods of analysis and their field application. IADC/SPE 19941.

McLEAN, M.R. and ADDIS, M.A. Wellbore stability analysis: the effect of strength criteria on mud weight recommendations. SPE 20405.

McLELLAN, P.J. Assessing the risk of Wellbore instability in horizontal and inclined wells. The Journal of Canadian Petroleum Technology. May 1996. Vol 35, no 5.

MODY, F. and HALE, A.H. A borehole stability model to couple the mechanics and chemistry of drilling-fluids/shale interactions. Journal of Petroleum Technology, November 1993, pp 103-110. SPE 25728.

MORITA, N. and GRAY, K.E. A constitutive equation for nonlinear stress-strain curves in rocks and its application to stress analysis around a borehole during drilling. SPE 9328. September 1980.

OSORIO GALLEGO, José Gildardo. Notas para un curso de aplicaciones geomecánicas a la ingeniería de yacimientos. Universidad Nacional de Colombia. Facultad de Minas. Departamento de recursos minerales. Medellín 1998.

OTTESEN, S. and KWAKWA, K.A. A A multidisciplinary approach to in-situ stress determination and its application to wellbore stability analysis. SPE/AIDC 21915.

SANTARELLI, F.J. Mechanisms of borehole instability in heavily fractured rock media. International Journal Rock Mechanics. Min sci. & geomech. Vol.5 pp 457-466. 1992.

SETTARI, A. and AZIZ, K. Use of irregular grid reservoir simulation. SPEJ april pp 103-114. 1972.

SETTARI, A. and AZIZ, K. Use of irregular grid in coordinates cylindrical. SPEJ august pp 396-412. 1974.

WILHELMI, B. and SOMERTON, W.H. Simultaneous Measurement of pore and elastic properties of rocks under triaxial stress conditions. SPE, January 1967.

ZHANG, J. and ROGIERS, J. Dual porosity approach for directional boreholes. SPE/ISRM 78240. October 2002.

ZHANG, J. and ROGIERS, J. Borehole stability in naturally deformable fractured reservoir- A fully coupled approach. SPE 77355. October 2002.

ZHANG, J. and ROGIERS, J. Horizontal borehole stability in naturally fractured reservoir. SPE/Petroleum Society of CIM 65513. November 2000.

ANEXO A

MODELO DE FLUJO DE FLUIDOS EN COORDENADAS CILÍNDRICAS

Este modelo asume flujo isotérmico y de una sola fase en un medio poroso deformable. Cuatro relaciones básicas constituyentes de este modelo conservación de la masa de fluido, conservación de la masa de sólido, ley de Darcy y ecuación de estado. La combinación de estas cuatro relaciones da lugar a dos ecuaciones de flujo de fluidos; una para flujo de fluidos en la matriz y otra para flujo de fluidos en la red de fracturas.

A.1 CONSERVACIÓN DE LA MASA DE FLUIDO

A.1.1 En dirección radial (r):

La velocidad del fluido en la matriz puede definirse así:

$$v_m = \frac{V_m}{\phi_m A_t \Delta t} \quad (\text{A.1})$$

La cantidad de flujo en la matriz o tasa de flujo másico en la matriz se puede expresar así:

$$V_m \rho_m = A_T \Delta t \phi_m v_m \rho_m \quad (\text{A.2})$$

Realizando un balance de masa de la fase fluido en la matriz:

$$\underbrace{[\text{Masa que entra}]}_a - \underbrace{[\text{Masa que sale}]}_b \pm \underbrace{[\text{Fuentes o sumideros}]}_c = \underbrace{[\text{Acumulación}]}_d$$

a. Masa que entra: $[\vartheta_m \rho_m \phi_m - \Delta(\vartheta_m \rho_m \phi_m)] \Delta t \Delta \theta \Delta z r$

b. Masa que sale: $\vartheta_m \rho_m \phi_m \Delta t \Delta z \Delta \theta (r + \Delta r)$

c. Fuente o Sumideros: No hay

d. Acumulación: $V_m \rho_m \Big|_{t+\Delta t} - V_m \rho_m \Big|_t = V_b \phi_m \rho_m \Big|_{t+\Delta t} - V_b \phi_m \rho_m \Big|_t$

Reemplazando a, b, c y d en el balance de masa se tiene:

$$\begin{aligned} & \vartheta_m \rho_m \phi_m \Delta t \Delta \theta \Delta z r - \Delta(\vartheta_m \rho_m \phi_m) \Delta t \Delta \theta \Delta z r - \vartheta_m \rho_m \phi_m \Delta t \Delta \theta \Delta z (r + \Delta r) \\ & = V_b \phi_m \rho_m \Big|_{t+\Delta t} - V_b \phi_m \rho_m \Big|_t \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

Desarrollando los términos:

$$\begin{aligned} & \vartheta_m \rho_m \phi_m \Delta t \Delta \theta \Delta z r - \Delta(\vartheta_m \rho_m \phi_m) \Delta t \Delta \theta \Delta z r - \vartheta_m \rho_m \phi_m \Delta t \Delta \theta \Delta z r - \vartheta_m \rho_m \phi_m \Delta t \Delta \theta \Delta z \Delta r \\ & = V_b \phi_m \rho_m \Big|_{t+\Delta t} - V_b \phi_m \rho_m \Big|_t \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

Simplificando la ecuación anterior se tiene:

$$-\Delta(\vartheta_m \rho_m \phi_m) \Delta t \Delta \theta \Delta z r - \vartheta_m \rho_m \phi_m \Delta t \Delta \theta \Delta z \Delta r = V_b \phi_m \rho_m \Big|_{t+\Delta t} - V_b \phi_m \rho_m \Big|_t \quad (\text{A.5})$$

Dividiendo la ecuación anterior entre: $\frac{\Delta z \Delta r \Delta \theta (2r + \Delta r) \Delta t}{2}$

$$\frac{-\Delta(\vartheta_m \rho_m \phi_m) \Delta t \Delta \theta \Delta z r}{\frac{\Delta z \Delta r \Delta \theta (2r + \Delta r) \Delta t}{2}} - \frac{\vartheta_m \rho_m \phi_m \Delta t \Delta \theta \Delta z \Delta r}{\frac{\Delta z \Delta r \Delta \theta (2r + \Delta r) \Delta t}{2}} = \frac{1}{\frac{\Delta z \Delta r \Delta \theta (2r + \Delta r) \Delta t}{2}} \cdot \Delta(V_b \phi_m \rho_m) \quad (\text{A.6})$$

Simplificando cada uno de los términos:

$$\frac{-\Delta(\vartheta_m \rho_m \phi_m) r}{\frac{\Delta r (2r + \Delta r)}{2}} - \frac{\vartheta_m \rho_m \phi_m}{\frac{(2r + \Delta r)}{2}} = \frac{1}{V_b} \cdot \Delta(V_b \phi_m \rho_m) \quad (\text{A.7})$$

Tomando el límite cuando Δr y Δt tienden a cero se tiene:

$$\frac{-\Delta(\vartheta_m \rho_m \phi_m)}{\Delta r} - \frac{\vartheta_m \rho_m \phi_m}{r} = \frac{1}{V_b} \cdot \frac{\Delta(V_b \phi_m \rho_m)}{\Delta t} \quad (\text{A.8})$$

$$-\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\vartheta_m \rho_m \phi_m) = \frac{1}{V_b} \cdot \frac{\partial}{\partial t} (V_b \phi_m \rho_m) \quad (\text{A.9})$$

A.1.2 En dirección tangencial (θ):

Realizando un procedimiento similar al anterior se tiene:

$$-\Delta(\vartheta_m \rho_m \phi_m) \Delta t \Delta z \Delta r = \Delta(V_b \phi_m \rho_m) \quad (\text{A.10})$$

Dividiendo por $\frac{\Delta z \Delta r \Delta \theta (2r + \Delta r) \Delta t}{2}$ se tiene:

$$\frac{-\Delta(\vartheta_m \rho_m \phi_m) \Delta t \Delta z \Delta r}{\frac{\Delta z \Delta r \Delta \theta (2r + \Delta r) \Delta t}{2}} = \frac{1}{V_b} \cdot \Delta(V_b \phi_m \rho_m) \quad (\text{A.11})$$

Simplificando y tomando límites cuando $\Delta \theta$ y Δt tienden a cero se obtiene:

$$\frac{-\Delta(\vartheta_m \rho_m \phi_m)}{r \Delta \theta} = \frac{1}{V_b} \cdot \frac{\Delta(V_b \phi_m \rho_m)}{\Delta t} \quad (\text{A.12})$$

$$-\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (\vartheta_m \rho_m \phi_m) = \frac{1}{V_b} \cdot \frac{\partial}{\partial t} (V_b \phi_m \rho_m) \quad (\text{A.13})$$

A.1.3 En dirección vertical (Z):

Realizan un procedimiento similar al realizado en la dirección radial se tiene:

$$-\Delta(\vartheta_m \rho_m \phi_m) \frac{\Delta r \Delta \theta (2r + \Delta r) \Delta t}{2} - = \Delta(V_b \phi_m \rho_m) \quad (\text{A.14})$$

$$-\frac{\Delta(\vartheta_m \rho_m \phi_m) \frac{\Delta r \Delta \theta (2r + \Delta r) \Delta t}{2}}{\frac{\Delta z \Delta r \Delta \theta (2r + \Delta r) \Delta t}{2}} - = \frac{1}{V_b} \frac{\Delta(V_b \phi_m \rho_m)}{\Delta t} \quad (\text{A.15})$$

$$-\frac{\Delta(\vartheta_m \rho_m \phi_m)}{\Delta z} - = \frac{1}{V_b} \frac{\Delta(V_b \phi_m \rho_m)}{\Delta t} \quad (\text{A.16})$$

$$-\frac{\partial}{\partial z}(\vartheta_m \rho_m \phi_m) - = \frac{1}{V_b} \frac{\partial}{\partial t}(V_b \phi_m \rho_m) \quad (\text{A.17})$$

Escribiendo las ecuaciones A.9, A.13 y A.17 en forma compacta se tiene:

Ecuación de conservación de masa de fluido en la matriz:

$$-\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r \cdot \vartheta_m \phi_m \rho_m) - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta}(\vartheta_m \phi_m \rho_m) - \frac{\partial}{\partial z}(\vartheta_m \phi_m \rho_m) = \frac{1}{V_b} \frac{\partial}{\partial t}(V_b \phi_m \rho_m) \quad (\text{A.18})$$

Ecuación de conservación de masa de fluido en la fractura:

$$-\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r \cdot \vartheta_f \phi_f \rho_f) - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta}(\vartheta_f \phi_f \rho_f) - \frac{\partial}{\partial z}(\vartheta_f \phi_f \rho_f) = \frac{1}{V_b} \frac{\partial}{\partial t}(V_b \phi_f \rho_f) \quad (\text{A.19})$$

En las ecuaciones anteriores ϑ_i es la velocidad del fluido en la matriz o en la fractura ($i = m$, matriz o $i = f$ fractura), $V_i \vartheta_i \phi_i \rho_i$ volumen de la matriz o fractura, A_T área transversal, Δt incremento de tiempo, ϕ_i porosidad de la matriz o de la fractura.

A.2 CONSERVACIÓN DE LA MASA DE SÓLIDO

Siguiendo un razonamiento similar al efectuado para el fluido:

$$v_s = \frac{\text{Vol.solid}}{\text{Asolid} \cdot \text{Tiempo}} = \frac{V_s}{(A_T - A_P) \Delta t} = \frac{V_s}{A_T (1 - A_P/A_T) \Delta t} \quad (\text{A.20})$$

$$v_s = \frac{V_s}{(1 - \phi_t) A_T \Delta t} \quad (\text{A.21})$$

Luego:

$$(1 - \phi_t) V_s = \frac{V_s}{A_T \Delta t} \quad (\text{A.22})$$

Por consiguiente: masa de sólido = $V_s \rho_s = A_T \Delta t (1 - \phi_t) V_s \rho_s$

Efectuando un balance de masa de la fase sólida:

$$\underbrace{[\text{Masa que entra}]}_a - \underbrace{[\text{Masa que sale}]}_b \pm \underbrace{[\text{Acumulación}]}_c$$

A.2.1 En dirección radial (r):

a. Masa que entra: $\vartheta_s (1 - \phi_s) \rho_s \Delta t \Delta z \Delta \theta r$

b. Masa que sale: $[\vartheta_s (1 - \phi_s) \rho_s + \Delta(\vartheta_s (1 - \phi_s) \rho_s)] \Delta t \Delta z \Delta \theta (r + \Delta r)$

c. Acumulación: $V_s \rho_s \Big|_{t+\Delta t} - V_s \rho_s \Big|_t = V_b (1 - \phi_s) \rho_s \Big|_{t+\Delta t} - V_b (1 - \phi_s) \rho_s \Big|_t$

Reemplazando a, b, y c en el balance de masa se tiene:

$$\begin{aligned} & \vartheta_s (1 - \phi_s) \rho_s \Delta t \Delta \theta \Delta z r - [\vartheta_s (1 - \phi_s) \rho_s + \Delta(\vartheta_s (1 - \phi_s) \rho_s)] \Delta t \Delta \theta \Delta z (r + \Delta r) \\ & = \Delta(V_b (1 - \phi_s) \rho_s) \end{aligned} \quad (\text{A.23})$$

Desarrollando los términos:

$$\begin{aligned} & \vartheta_s (1 - \phi_s) \rho_s \Delta t \Delta \theta \Delta z r - \vartheta_s (1 - \phi_s) \rho_s \Delta t \Delta \theta \Delta z r - \Delta(\vartheta_s (1 - \phi_s) \rho_s) \Delta t \Delta \theta \Delta z r \\ & - \Delta(\vartheta_s (1 - \phi_s) \rho_s) \Delta t \Delta \theta \Delta z (r + \Delta r) = \Delta(V_b (1 - \phi_s) \rho_s) \end{aligned} \quad (\text{A.24})$$

Simplificando la ecuación anterior se tiene:

$$\begin{aligned} & - \Delta(\vartheta_s (1 - \phi_s) \rho_s) \Delta t \Delta \theta \Delta z (r + \Delta r) - \Delta(\vartheta_s (1 - \phi_s) \rho_s) \Delta t \Delta \theta \Delta z r \\ & = \Delta(V_b (1 - \phi_s) \rho_s) \end{aligned} \quad (\text{A.25})$$

Reagrupando términos tenemos:

$$- \Delta(\vartheta_s (1 - \phi_s) \rho_s) \Delta t \Delta \theta \Delta z (2r + \Delta r) = \Delta(V_b (1 - \phi_s) \rho_s) \quad (\text{A.26})$$

Dividiendo la ecuación anterior entre: $\frac{\Delta z \Delta r \Delta \theta (2r + \Delta r) \Delta t}{2}$

$$- \frac{\vartheta_s (1 - \phi_s) \rho_s 2}{(2r + \Delta r)} - \frac{\Delta(\vartheta_s (1 - \phi_s) \rho_s) (r + \Delta r) 2}{\Delta r (2r + \Delta r)} = \frac{1}{V_b} \frac{\Delta(V_b (1 - \phi_s) \rho_s)}{\Delta t} \quad (\text{A.27})$$

Tomando el límite cuando Δr y Δt tienden a cero se tiene:

$$- \frac{\vartheta_s (1 - \phi_s) \rho_s}{r} - \frac{\Delta(\vartheta_s (1 - \phi_s) \rho_s)}{\Delta r} = \frac{1}{V_b} \frac{\Delta(V_b (1 - \phi_s) \rho_s)}{\Delta t} \quad (\text{A.28})$$

$$-\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot \vartheta_s (1 - \phi_s) \rho_s) = \frac{1}{V_b} \frac{\partial}{\partial t} (V_b (1 - \phi_s) \rho_s) \quad (\text{A.29})$$

A.2.2 En dirección tangencial (θ):

Siguiendo un procedimiento similar se obtiene el balance de masa para la fase sólida en dirección tangencial.

$$-\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (\vartheta_s (1 - \phi_s) \rho_s) = \frac{1}{V_b} \frac{\partial}{\partial t} (V_b (1 - \phi_s) \rho_s) \quad (\text{A.30})$$

A.2.3 En dirección vertical (Z):

De igual forma se obtiene el balance en dirección axial.

$$-\frac{\partial}{\partial z} (\vartheta_s (1 - \phi_s) \rho_s) = \frac{1}{V_b} \frac{\partial}{\partial t} (V_b (1 - \phi_s) \rho_s) \quad (\text{A.31})$$

Escribiendo en forma compacta las ecuaciones A.29, A.30 y A.31 se obtiene:

$$\begin{aligned} &-\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot \vartheta_s (1 - \phi_s) \rho_s) - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (\vartheta_s (1 - \phi_s) \rho_s) - \frac{\partial}{\partial z} (\vartheta_s (1 - \phi_s) \rho_s) \\ &= \frac{1}{V_b} \frac{\partial}{\partial t} (V_b (1 - \phi_s) \rho_s) \end{aligned} \quad (\text{A.32})$$

A.3 LEY DE DARCY

La velocidad real del fluido es:

$$\vartheta_{rm} = \vartheta_m - \vartheta_s = \frac{q_m}{\phi_m A_T} \quad (\text{A.33})$$

De la ley de Darcy:

$$q_m = -\frac{k_m A_T}{\mu_m} \nabla P_m \Rightarrow \frac{q_m}{A_T} = -\frac{k_m}{\mu_m} \nabla P_m \quad (\text{A.34})$$

Donde k_m es la permeabilidad relativa de la matriz y μ_m es la viscosidad del fluido en la matriz.

Reemplazando q_m en la velocidad real del fluido tenemos:

$$\vartheta_{rm} = \vartheta_m - \vartheta_s = -\frac{1}{\phi_m} \frac{k_m}{\mu_m} \nabla P_m \quad (\text{A.35})$$

Finalmente se obtiene:

Para la matriz:

$$\phi_m (\vartheta_m - \vartheta_s) = -\frac{k_m}{\mu_m} \nabla P_m \quad (\text{A.36})$$

Para la fractura:

$$\phi_f (\vartheta_f - \vartheta_s) = -\frac{k_f}{\mu_f} \nabla P_f \quad (\text{A.37})$$

A.4 ECUACIÓN DE ESTADO (Compresibilidad Isotérmica del Fluido)

De la definición de compresibilidad ($T = \text{constante}$):

$$C = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_T - \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p \cong -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_T \quad (\text{A.38})$$

Teniendo en cuenta que: $V = \frac{m}{\rho}$ y como $m = \text{constante}$, se tiene:

$$C = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial p} \quad (\text{A.39})$$

Escribiendo esta ecuación para matriz y fractura:

$$C_m = \frac{1}{\rho_m} \frac{\partial \rho_m}{\partial P_m} \quad (\text{A.40})$$

$$C_f = \frac{1}{\rho_f} \frac{\partial \rho_f}{\partial P_f} \quad (\text{A.41})$$

De la ecuación A.36 se tiene:

$$\phi_m \vartheta_m - \phi_m \vartheta_s = -\frac{k_m}{\mu_m} \nabla P_m \quad (\text{A.42})$$

$$\phi_m \vartheta_m = \phi_m \vartheta_s - \frac{k_m}{\mu_m} \nabla P_m \quad (\text{A.43})$$

Expandiendo la ecuación A.43:

$$\phi_m \vartheta_{mr} = \phi_m \vartheta_s - \frac{k_m}{\mu_m} \frac{\partial P_m}{\partial r} \quad (\text{A.44})$$

$$\phi_m \vartheta_{m\theta} = \phi_m \vartheta_s - \frac{k_m}{\mu_m r} \frac{\partial P_m}{\partial \theta} \quad (\text{A.45})$$

$$\phi_m \vartheta_{mz} = \phi_m \vartheta_s - \frac{k_m}{\mu_m} \frac{\partial P_m}{\partial z} \quad (\text{A.46})$$

Llevando A.44, A.45 y A.46 en A.18:

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \cdot \rho_m \left(\phi_m \vartheta_s - \frac{k_m}{\mu_m} \frac{\partial P_m}{\partial r} \right) \right) - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\rho_m \left(\phi_m \vartheta_s - \frac{k_m}{\mu_m r} \frac{\partial P_m}{\partial \theta} \right) \right) \\ & - \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho_m \left(\phi_m \vartheta_s - \frac{k_m}{\mu_m} \frac{\partial P_m}{\partial z} \right) \right) = \frac{1}{V_b} \frac{\partial}{\partial t} (V_b \phi_m \rho_m) \end{aligned} \quad (\text{A.47})$$

Expandiendo la ecuación A.47 y reagrupando términos:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \cdot \rho_m \frac{k_m}{\mu_m} \frac{\partial P_m}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\rho_m \frac{k_m}{\mu_m} \frac{\partial P_m}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho_m \frac{k_m}{\mu_m} \frac{\partial P_m}{\partial z} \right) \\ & - \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot \rho_m \phi_m \vartheta_s) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (\rho_m \phi_m \vartheta_s) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho_m \phi_m \vartheta_s) \right] = \frac{1}{V_b} \frac{\partial}{\partial t} (V_b \phi_m \rho_m) \end{aligned} \quad (\text{A.48})$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \cdot \rho_m \frac{k_m}{\mu_m} \frac{\partial P_m}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\rho_m \frac{k_m}{\mu_m} \frac{\partial P_m}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho_m \frac{k_m}{\mu_m} \frac{\partial P_m}{\partial z} \right) - \nabla \cdot (\rho_m \phi_m \vartheta_s) \\ & = \frac{1}{V_b} \frac{\partial}{\partial t} (V_b \phi_m \rho_m) \end{aligned} \quad (\text{A.49})$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \cdot \rho_m \frac{k_m}{\mu_m} \frac{\partial P_m}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\rho_m \frac{k_m}{\mu_m} \frac{\partial P_m}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho_m \frac{k_m}{\mu_m} \frac{\partial P_m}{\partial z} \right) = \nabla \cdot (\rho_m \phi_m \vartheta_s) \\ & + \frac{1}{V_b} \frac{\partial}{\partial t} (V_b \phi_m \rho_m) \end{aligned} \quad (\text{A.50})$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \cdot \rho_m \frac{k_m}{\mu_m} \frac{\partial P_m}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\rho_m \frac{k_m}{\mu_m} \frac{\partial P_m}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho_m \frac{k_m}{\mu_m} \frac{\partial P_m}{\partial z} \right) \\ & = \frac{1}{V_b} \frac{\partial}{\partial t} (V_b \phi_m \rho_m) + \vartheta_s \cdot \nabla (\rho_m \phi_m) + (\rho_m \phi_m) \nabla \cdot \vartheta_s \end{aligned} \quad (\text{A.51})$$

En términos de la derivada material se puede escribir:

$$\left. \frac{d(\phi_m \rho_m)}{dt} \right|_{\text{Partícula móvil}} = \left. \frac{\partial(\phi_m \rho_m)}{\partial t} \right|_{\substack{\text{Partícula fija} \\ \text{(Punto en el espacio)}}} + \vartheta_s \cdot \nabla (\phi_m \rho_m) \quad (\text{A.52})$$

Llevando la ecuación A.52 a la ecuación A.51:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \cdot \rho_m \frac{k_m}{\mu_m} \frac{\partial P_m}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\rho_m \frac{k_m}{\mu_m} \frac{\partial P_m}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho_m \frac{k_m}{\mu_m} \frac{\partial P_m}{\partial z} \right) \\ &= \frac{1}{V_b} \frac{d(V_b \phi_m \rho_m)}{dt} - \vartheta_s \cdot \nabla (\rho_m \phi_m) + \vartheta_s \cdot \nabla (\rho_m \phi_m) + (\rho_m \phi_m) \nabla \cdot \vartheta_s \end{aligned} \quad (\text{A.53})$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \cdot \rho_m \frac{k_m}{\mu_m} \frac{\partial P_m}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\rho_m \frac{k_m}{\mu_m} \frac{\partial P_m}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho_m \frac{k_m}{\mu_m} \frac{\partial P_m}{\partial z} \right) \\ &= \frac{1}{V_b} \frac{d(V_b \phi_m \rho_m)}{dt} + (\rho_m \phi_m) \nabla \cdot \vartheta_s \end{aligned} \quad (\text{A.54})$$

Expandiendo el lado derecho de la ecuación A.54 se tiene:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \cdot \rho_m \frac{k_m}{\mu_m} \frac{\partial P_m}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\rho_m \frac{k_m}{\mu_m} \frac{\partial P_m}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho_m \frac{k_m}{\mu_m} \frac{\partial P_m}{\partial z} \right) \\ &= \frac{1}{V_b} \left[\phi_m V_b \frac{d\rho_m}{dt} + \phi_m \rho_m \frac{dV_b}{dt} \right] + (\rho_m \phi_m) \nabla \cdot \vartheta_s \end{aligned} \quad (\text{A.55})$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \cdot \rho_m \frac{k_m}{\mu_m} \frac{\partial P_m}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\rho_m \frac{k_m}{\mu_m} \frac{\partial P_m}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho_m \frac{k_m}{\mu_m} \frac{\partial P_m}{\partial z} \right) \\ &= \phi_m \rho_m \left(\frac{1}{\rho_m} \frac{d\rho_m}{dt} + \frac{1}{V_{pm}} \frac{dV_{pm}}{dt} + \nabla \cdot \vartheta_s \right) \end{aligned} \quad (\text{A.56})$$

Escribiendo la ecuación A.32 en forma compacta:

$$-\nabla \cdot (\vartheta_s (1 - \phi_s) \rho_s) = \frac{1}{V_b} \frac{\partial}{\partial t} (V_b (1 - \phi_s) \rho_s) \quad (\text{A.57})$$

Desarrollando el primer término de la ecuación A.57:

$$\nabla \cdot (\vartheta_s (1 - \phi_s) \rho_s) = \vartheta_s \nabla \cdot (\rho_s (1 - \phi_s)) + \rho_s (1 - \phi_s) \nabla \cdot \vartheta_s \quad (\text{A.58})$$

Llevando la ecuación A.58 a la ecuación A.57:

$$\vartheta_s \nabla \cdot (\rho_s (1 - \phi_s)) + \rho_s (1 - \phi_s) \nabla \cdot \vartheta_s + \frac{1}{V_b} \frac{\partial}{\partial t} (V_b (1 - \phi_t) \rho_s) \quad (\text{A.59})$$

En términos de la derivada material se tiene:

$$\left. \frac{d[\rho_s (1 - \phi_t)]}{dt} \right|_{\text{Partícula móvil}} = \left. \frac{\partial [\rho_s (1 - \phi_t)]}{\partial t} \right|_{\substack{\text{Partícula fija} \\ \text{(Punto en el espacio)}}} + \vartheta_s \cdot \nabla [\rho_s (1 - \phi_t)] \quad (\text{A.60})$$

Llevando la ecuación A.60 a la ecuación A.59 se tiene:

$$\rho_s (1 - \phi_s) \nabla \cdot \vartheta_s + \frac{1}{V_b} \frac{d}{dt} (V_b (1 - \phi_t) \rho_s) = 0 \quad (\text{A.61})$$

$$\text{Así: } \vec{\nabla} \cdot \vec{v}_s = -\frac{Q_s}{\Delta V_b(1-\phi_t)} \quad (\text{A.62})$$

Teniendo en cuenta que la divergencia de la velocidad del sólido refleja la producción de sólidos y en este modelo no se considera producción de sólidos.

La ecuación A.56 se reduce a:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \cdot \rho_m \frac{k_m}{\mu_m} \frac{\partial P_m}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\rho_m \frac{k_m}{\mu_m} \frac{\partial P_m}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho_m \frac{k_m}{\mu_m} \frac{\partial P_m}{\partial z} \right) \\ & = \phi_m \rho_m \left(\frac{1}{\rho_m} \frac{d\rho_m}{dt} + \frac{1}{V_{pm}} \frac{dV_{pm}}{dt} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.63})$$

La variación del volumen poroso con respecto al tiempo está dado por:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{V_{pm}} \frac{dV_{pm}}{dt} = -C_{pcm} \cdot d\bar{\sigma}_p^d = -C_{pcm} (d\sigma_m - \beta_{pm} dP_m - \beta_{pf} dP_f) \\ & = -C_{pcm} \frac{d\sigma_m}{dt} - C_{pcm} \beta_{pm} \frac{dP_m}{dt} + C_{pcm} \beta_{pf} \frac{dP_f}{dt} \end{aligned} \quad (\text{A.64})$$

Llevando la ecuación A.64 a la ecuación A.63:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \cdot \rho_m \frac{k_m}{\mu_m} \frac{\partial P_m}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\rho_m \frac{k_m}{\mu_m} \frac{\partial P_m}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho_m \frac{k_m}{\mu_m} \frac{\partial P_m}{\partial z} \right) \\ & = \phi_m \rho_m \left(\frac{1}{\rho_m} \frac{d\rho_m}{dt} - C_{pcm} \frac{d\sigma_m}{dt} + C_{pcm} \beta_{pm} \frac{dP_m}{dt} + C_{pcm} \beta_{pf} \frac{dP_f}{dt} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.65})$$

De la definición de compresibilidad, se obtiene la siguiente expresión para matriz:

$$C_m = \frac{1}{\rho_m} \frac{\partial \rho_m}{\partial P_m} \Rightarrow C_m \partial P_m = \frac{1}{\rho_m} \partial \rho_m \Rightarrow \frac{1}{\rho_m} \frac{\partial \rho_m}{\partial t} = C_m \frac{\partial P_m}{\partial t} \quad (\text{A.66})$$

Sustituyendo A.66 en A.65 se obtiene:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \cdot \rho_m \frac{k_m}{\mu_m} \frac{\partial P_m}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\rho_m \frac{k_m}{\mu_m} \frac{\partial P_m}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho_m \frac{k_m}{\mu_m} \frac{\partial P_m}{\partial z} \right) \\ & = \phi_m \rho_m \left(C_m \frac{\partial P_m}{\partial t} - C_{pcm} \frac{d\sigma_m}{dt} + C_{pcm} \beta_{pm} \frac{dP_m}{dt} + C_{pcm} \beta_{pf} \frac{dP_f}{dt} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.67})$$

Reagrupando términos en el lado derecho de la ecuación A.67 se tiene:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \cdot \rho_m \frac{k_m}{\mu_m} \frac{\partial P_m}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\rho_m \frac{k_m}{\mu_m} \frac{\partial P_m}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho_m \frac{k_m}{\mu_m} \frac{\partial P_m}{\partial z} \right) \\ & = \phi_m \rho_m \left[-C_{pcm} \frac{d\sigma_m}{dt} (C_m + C_{pcm} \beta_{pm}) \frac{dP_m}{dt} + C_{pcm} \beta_{pf} \frac{dP_f}{dt} \right] \end{aligned} \quad (\text{A.68})$$

Reemplazando $\bar{\sigma} = \frac{1}{C_{bc}^d} \varepsilon_v = \frac{1}{C_{bc}^d} \left(\frac{\partial U_r}{\partial r} + \frac{U_r}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial U_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial U_z}{\partial z} \right)$ en la ecuación A.68 se

tiene la ecuación de flujo de fluidos:

Para la matriz:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \cdot \rho_m \frac{k_m}{\mu_m} \frac{\partial P_m}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\rho_m \frac{k_m}{\mu_m} \frac{\partial P_m}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho_m \frac{k_m}{\mu_m} \frac{\partial P_m}{\partial z} \right) \\ & = \phi_m \rho_m \left[C_{pcm} \beta_{pf} \frac{dP_f}{dt} (C_m + C_{pcm} \beta_{pm}) \frac{dP_m}{dt} - \frac{C_{pcm}}{C_{bc}^d} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial U_r}{\partial r} + \frac{U_r}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial U_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial U_z}{\partial z} \right) \right] \end{aligned} \quad (A.69)$$

Siguiendo un procedimiento similar se obtiene la ecuación de flujo de fluidos para la fractura:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \cdot \rho_f \frac{k_f}{\mu_f} \frac{\partial P_f}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\rho_f \frac{k_f}{\mu_f} \frac{\partial P_f}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho_f \frac{k_f}{\mu_f} \frac{\partial P_f}{\partial z} \right) \\ & = \phi_f \rho_f \left[C_{pcf} \beta_{pm} \frac{dP_f}{dt} (C_f + C_{pcf} \beta_{pf}) \frac{dP_f}{dt} - \frac{C_{pcf}}{C_{bc}^d} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial U_r}{\partial r} + \frac{U_r}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial U_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial U_z}{\partial z} \right) \right] \end{aligned} \quad (A.70)$$

ANEXO B

MODELO DE DEFORMACIÓN GEOMECÁNICA EN COORDENADAS CILÍNDRICAS

El modelo de deformación geomecánica está conformado por tres relaciones básicas constitutivas, que se acoplan para escribir los problemas de elasticidad en medios porosos:

- Ecuaciones de equilibrio
- Ecuaciones de deformación-desplazamiento
- Ecuaciones de esfuerzo-deformación-presión

B.1 ECUACIONES DE EQUILIBRIO

Gobiernan la forma en la cual los esfuerzos varían de un punto a otro en un elemento de volumen infinitesimal en coordenadas cilíndricas como el que se muestra en la figura 3, realizando un balance de fuerzas en las direcciones r , θ , z .

Teniendo en cuenta que:

$$\sigma = \frac{F}{A}, \text{ por lo tanto: } F = \sigma \cdot A \quad (\text{B.1})$$

Donde:

F = Fuerza

A = Área

σ = Esfuerzo

B.1.1 En dirección radial:

Efectuando la sumatoria de fuerzas en dirección radial, $(\sum \text{Fuerzas})_r = 0$, se obtiene:

$$\begin{aligned}
& \left(\sigma_r + \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} \cdot \frac{dr}{2} \right) \left(r + \frac{dr}{2} \right) d\theta \cdot dz - \left(\sigma_r - \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} \cdot \frac{dr}{2} \right) \left(r - \frac{dr}{2} \right) d\theta \cdot dz + \left(\tau_{\theta r} + \frac{\partial \tau_{\theta r}}{\partial \theta} \cdot \frac{d\theta}{2} \right) \left(\cos \frac{d\theta}{2} \right) dr \cdot dz - \\
& \left(\tau_{\theta r} - \frac{\partial \tau_{\theta r}}{\partial \theta} \cdot \frac{d\theta}{2} \right) \left(\cos \frac{d\theta}{2} \right) dr \cdot dz - \left(\sigma_\theta + \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} \cdot \frac{d\theta}{2} \right) \left(\sin \frac{d\theta}{2} \right) dr \cdot dz - \left(\sigma_\theta - \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} \cdot \frac{d\theta}{2} \right) \left(\sin \frac{d\theta}{2} \right) dr \cdot dz \quad (B.2) \\
& + \left(\tau_{zr} + \frac{\partial \tau_{zr}}{\partial z} \cdot \frac{dz}{2} \right) r \cdot dr \cdot d\theta - \left(\tau_{zr} - \frac{\partial \tau_{zr}}{\partial z} \cdot \frac{dz}{2} \right) r \cdot dr \cdot d\theta + F_r \cdot r \cdot dr \cdot d\theta = 0
\end{aligned}$$

Efectuando los productos, agrupando términos semejantes, dividiendo la ecuación resultante entre el volumen total del elemento $r \cdot dr \cdot d\theta \cdot dz$, y considerando que no actúan las fuerzas de cuerpo en dirección radial (F_r) se obtiene:

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{\theta r}}{\partial \theta} \cdot \cos \frac{d\theta}{2} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_r}{r} - \frac{2\sigma_\theta}{r \cdot d\theta} \cdot \sin \frac{d\theta}{2} = 0 \quad (B.3)$$

Debido a que $d\theta$ es muy pequeño ($d\theta \rightarrow 0$), entonces: $\sin \frac{d\theta}{2} \cong \frac{d\theta}{2}$ y $\cos \frac{d\theta}{2} \cong 1$.

Por lo tanto:

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{\theta r}}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0 \quad (B.4)$$

Siguiendo un procedimiento similar se obtienen las ecuaciones respectivas en dirección tangencial y vertical, así:

B.1.2 En dirección tangencial (θ):

$$\frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial r} + \frac{\partial \tau_{z\theta}}{\partial z} + \frac{2\tau_{r\theta}}{r} = 0 \quad (B.5)$$

B.1.3 En dirección vertical (Z):

$$\frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \tau_{\theta z}}{\partial \theta} + \frac{\tau_{rz}}{r} = 0 \quad (B.6)$$

En las ecuaciones anteriores σ_r , σ_θ y σ_z son los esfuerzos normales en dirección radial, tangencial y verticalmente; $\tau_{r\theta} = \tau_{\theta r}$, $\tau_{rz} = \tau_{zr}$ y $\tau_{\theta z} = \tau_{z\theta}$ son los esfuerzos de cizalladura en los planos $r - \theta$, $r - z$ y $\theta - z$ respectivamente; las igualdades son debidas a que el elemento de volumen no presenta rotación.

B.2 ECUACIONES DE DEFORMACIÓN-DESPLAZAMIENTO

Las relaciones existentes entre las deformaciones y los desplazamientos presentes en un medio sólido están dadas por:

Deformación normal en dirección radial:

$$\varepsilon_r = \frac{\partial U_r}{\partial r} \quad (\text{B.7})$$

Deformación normal en dirección tangencial:

$$\varepsilon_\theta = \frac{1}{r} \frac{\partial U_\theta}{\partial \theta} + \frac{U_r}{r} \quad (\text{B.8})$$

Deformación normal en dirección vertical:

$$\varepsilon_z = \frac{\partial U_z}{\partial z} \quad (\text{B.9})$$

Deformación de cizalladura en el plano $r - \theta$:

$$\gamma_{r\theta} = \frac{1}{2r} \left(\frac{\partial U_r}{\partial \theta} - U_\theta \right) + \frac{1}{2} \frac{\partial U_\theta}{\partial r} \quad (\text{B.10})$$

Deformación de cizalladura en el plano $r - z$:

$$\gamma_{rz} = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial U_z}{\partial r} + \frac{\partial U_r}{\partial z} \right] \quad (\text{B.11})$$

Deformación de cizalladura en el plano $\theta - z$:

$$\gamma_{\theta z} = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial U_z}{\partial \theta} + \frac{\partial U_\theta}{\partial z} \right] \quad (\text{B.12})$$

En las ecuaciones anteriores U_r , U_θ y U_z son los desplazamientos en dirección radial, tangencial y vertical respectivamente.

B.3 ECUACIONES DE ESFUERZO-DEFORMACIÓN-PRESIÓN

Las expresiones que relacionan los esfuerzos y las deformaciones están dadas por:

$$\sigma_r = \lambda \cdot \varepsilon_v + 2 \cdot G \varepsilon_r + \beta_{bm} \Delta P_m + \beta_{bf} \Delta P_f \quad (\text{B.13})$$

$$\sigma_\theta = \lambda \cdot \varepsilon_v + 2 \cdot G \varepsilon_\theta + \beta_{bm} \Delta P_m + \beta_{bf} \Delta P_f \quad (\text{B.14})$$

$$\sigma_z = \lambda \cdot \varepsilon_v + 2 \cdot G \varepsilon_z + \beta_{bm} \Delta P_m + \beta_{bf} \Delta P_f \quad (\text{B.15})$$

$$\tau_{r\theta} = 2 \cdot G \gamma_{r\theta} \quad (\text{B.16})$$

$$\tau_{rz} = 2 \cdot G \gamma_{rz} \quad (\text{B.17})$$

$$\tau_{\theta z} = 2 \cdot G \gamma_{\theta z} \quad (\text{B.18})$$

En las ecuaciones anteriores:

$$\lambda = \frac{\nu \cdot E}{(1 + \nu) \cdot (1 - 2\nu)} = \text{Constante de Lamé} \quad (\text{B.19})$$

$$G = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{E}{1 + \nu} \right) = \text{Módulo de rigidez ó módulo de elasticidad en cizalladura} \quad (\text{B.20})$$

$$\varepsilon_v = \varepsilon_r + \varepsilon_\theta + \varepsilon_z = \frac{\partial U_r}{\partial r} + \left(\frac{1}{r} \frac{\partial U_\theta}{\partial \theta} + \frac{U_r}{r} \right) + \frac{\partial U_z}{\partial z} = \text{Deformación volumétrica} \quad (\text{B.21})$$

E = Módulo de elasticidad normal ó módulo de Young

ν = Relación de Poisson

B.4 ECUACIONES GEOMECAÑICAS EN FORMA INCREMENTAL PARA UN MEDIO POROSO

La solución de las ecuaciones geomecánicas hasta aquí planteadas implica conocer la variación total de los desplazamientos desde la formación del yacimiento hasta el momento del estudio. Como tal información se desconoce, las ecuaciones del modelo de deformación geomecánica se deben expresar en función de los incrementos de los desplazamientos; para ello se debe formular las deformaciones y los esfuerzos en forma incremental. Con lo anterior, solo se necesitaría conocer los incrementos a partir del momento en que empieza la observación.

La siguiente expresión matemática permite evaluar la variable M en un incremento de tiempo Δt :

$$M_{t+\Delta t} = M^0 + \Delta M_{t \rightarrow t+\Delta t} \quad (\text{B.22})$$

Donde:

$M_{t+\Delta t}$ = Variable evaluada al tiempo actual $t + \Delta t$

M^0 = variable evaluada al tiempo t , es decir, al comienzo de cada intervalo Δt .

Cuando el tiempo es cero, corresponde a los valores iniciales de la variable presentes en el yacimiento.

$\Delta M_{t \rightarrow t+\Delta t}$ = Cambio en el valor de la variable entre los niveles de tiempo t y $t + \Delta t$

Con lo anterior se logra obtener un nivel cero de referencia (t_0) de las variables, para todos los estudios posteriores de yacimiento.

Es importante hacer notar que durante el modelamiento, el término M^0 para la variable deformación es cero para todos los intervalos, es decir, el valor de deformación es tomado siempre como $\varepsilon = \sum \Delta\varepsilon$ con respecto a $t = t_0$ (nivel de referencia) y para un $t = \sum \Delta t$.

B.4.1 Ecuaciones de equilibrio

Expresar las ecuaciones de equilibrio en forma incremental; asegura el hecho de tener en cuenta la historia de la trayectoria de esfuerzos en el yacimiento en función del tiempo y con respecto a un nivel de referencia.

Como las ecuaciones de equilibrio deducidas arriba serán evaluadas al tiempo actual, se utilizará la representación de la forma incremental de las variables mostrada en la ecuación B.22 para expresarlas en forma incremental desde un nivel de referencia así:

$$\frac{\partial \sigma_r^0}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{\theta r}^0}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{rz}^0}{\partial z} + \frac{\sigma_r^0 - \sigma_\theta^0}{r} + \frac{\partial \Delta \sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Delta \tau_{\theta r}}{\partial \theta} + \frac{\partial \Delta \tau_{rz}}{\partial z} + \frac{\Delta \sigma_r - \Delta \sigma_\theta}{r} = 0 \quad (B.23)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_\theta^0}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{r\theta}^0}{\partial r} + \frac{\partial \tau_{z\theta}^0}{\partial z} + \frac{2\tau_{r\theta}^0}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Delta \sigma_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial \Delta \tau_{r\theta}}{\partial r} + \frac{\partial \Delta \tau_{z\theta}}{\partial z} + \frac{2\Delta \tau_{r\theta}}{r} = 0 \quad (B.24)$$

$$\frac{\partial \sigma_z^0}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{rz}^0}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{\theta z}^0}{\partial \theta} + \frac{\tau_{rz}^0}{r} + \frac{\partial \Delta \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \Delta \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Delta \tau_{\theta z}}{\partial \theta} + \frac{\Delta \tau_{rz}}{r} = 0 \quad (B.25)$$

B.4.2 Ecuaciones de deformación-desplazamiento

Utilizando la ecuación B.22 para expresar las ecuaciones de deformación-desplazamiento en forma incremental se obtiene:

$$\Delta \varepsilon_r = \frac{\partial \Delta U_r}{\partial r} \quad (B.26)$$

$$\Delta \varepsilon_\theta = \frac{1}{r} \left(\Delta U_r + \frac{\partial \Delta U_\theta}{\partial \theta} \right) \quad (B.27)$$

$$\Delta \varepsilon_z = \frac{\partial \Delta U_z}{\partial z} \quad (B.28)$$

$$\Delta\gamma_{r\theta} = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{r} \left(\frac{\partial \Delta U_r}{\partial \theta} - \Delta U_\theta \right) + \frac{\partial \Delta U_\theta}{\partial r} \right] \quad (\text{B.29})$$

$$\Delta\gamma_{rz} = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial \Delta U_z}{\partial r} + \frac{\partial \Delta U_r}{\partial z} \right] \quad (\text{B.30})$$

$$\Delta\gamma_{\theta z} = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial \Delta U_z}{\partial \theta} + \frac{\partial \Delta U_\theta}{\partial z} \right] \quad (\text{B.31})$$

Donde: $\varepsilon_r^0 = \varepsilon_\theta^0 = \varepsilon_z^0 = \gamma_{r\theta}^0 = \gamma_{rz}^0 = \gamma_{\theta z}^0 = 0$

B.4.3 Ecuaciones de esfuerzo-deformación-presión

Utilizando la ecuación B.22 para expresar las ecuaciones de esfuerzo-deformación en forma incrementa se obtiene:

$$\Delta\sigma_r = 2 \cdot G\Delta\varepsilon_r + \lambda \cdot \Delta\varepsilon_v + \beta_{bm}\Delta P_m + \beta_{bf}\Delta P_f \quad (\text{B.32})$$

$$\Delta\sigma_\theta = 2 \cdot G\Delta\varepsilon_\theta + \lambda \cdot \Delta\varepsilon_v + \beta_{bm}\Delta P_m + \beta_{bf}\Delta P_f \quad (\text{B.33})$$

$$\Delta\sigma_z = 2 \cdot G\Delta\varepsilon_z + \lambda \cdot \Delta\varepsilon_v + \beta_{bm}\Delta P_m + \beta_{bf}\Delta P_f \quad (\text{B.34})$$

$$\Delta\tau_{r\theta} = 2 \cdot G\Delta\gamma_{r\theta} \quad (\text{B.35})$$

$$\Delta\tau_{rz} = 2 \cdot G\Delta\gamma_{rz} \quad (\text{B.36})$$

$$\Delta\tau_{\theta z} = 2 \cdot G\Delta\gamma_{\theta z} \quad (\text{B.37})$$

B.5 ECUACIONES DEL MODELO DE DEFORMACIÓN GEOMECÁNICA PARA YACIMIENTOS NATURALMENTE FRACTURADOS

A continuación se acoplan las ecuaciones desarrolladas en la sección 3 para obtener las ecuaciones que constituyen el modelo de deformación geomecánica para medios porosos en coordenadas cilíndricas.

Reemplazando las ecuaciones B.26 - B.31 y B.32 - B.37 en las ecuaciones B.23 - B.25 y desarrollando las respectivas derivadas, se obtienen las siguientes ecuaciones:

Primera ecuación geomecánica de equilibrio para un medio poroso en función de los desplazamientos:

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial \sigma_r^0}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{\theta r}^0}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{rz}^0}{\partial z} + \frac{\sigma_r^0 - \sigma_\theta^0}{r} + 2 \frac{\partial}{\partial r} \left(G \frac{\partial \Delta U_r}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda \frac{\partial \Delta U_r}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\lambda}{r} \cdot \Delta U_r \right) \\
& + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\lambda}{r} \cdot \frac{\partial \Delta U_\theta}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda \frac{\partial \Delta U_z}{\partial z} \right) + \frac{\partial (\beta_{bm} \Delta P_m)}{\partial r} + \frac{\partial (\beta_{bf} \Delta P_f)}{\partial r} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} \left(G \frac{\partial \Delta U_r}{\partial \theta} \right) \\
& - \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{G}{r} \Delta U_\theta \right) + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} \left(G \frac{\partial \Delta U_\theta}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(G \frac{\partial \Delta U_z}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(G \frac{\partial \Delta U_r}{\partial z} \right) \\
& + \frac{2 \cdot G}{r} \frac{\partial \Delta U_r}{\partial r} + \frac{\lambda}{r} \cdot \frac{\partial \Delta U_r}{\partial r} + \frac{\lambda}{r^2} \cdot \Delta U_r + \frac{\lambda}{r^2} \cdot \frac{\partial \Delta U_\theta}{\partial \theta} + \frac{\lambda}{r} \cdot \frac{\partial \Delta U_z}{\partial z} + \frac{\beta_{bm} \Delta P_m}{r} \\
& + \frac{\beta_{bf} \Delta P_f}{r} - \frac{2 \cdot G}{r^2} \Delta U_r - \frac{2 \cdot G}{r} \frac{\partial \Delta U_\theta}{\partial \theta} - \frac{\lambda}{r} \cdot \frac{\partial \Delta U_r}{\partial r} - \frac{\lambda}{r^2} \cdot \Delta U_r - \frac{\lambda}{r^2} \cdot \frac{\partial \Delta U_\theta}{\partial \theta} \\
& - \frac{\lambda}{r} \cdot \frac{\partial \Delta U_z}{\partial z} - \frac{\beta_{bm} \Delta P_m}{r} - \frac{\beta_{bf} \Delta P_f}{r} = 0
\end{aligned} \tag{B.38}$$

Segunda ecuación geomecánica de equilibrio para un medio poroso en función de los desplazamientos:

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_\theta^0}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{r\theta}^0}{\partial r} + \frac{\partial \tau_{z\theta}^0}{\partial z} + \frac{2 \tau_{r\theta}^0}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{2 \cdot G \cdot \Delta U_r}{r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{2 \cdot G}{r} \frac{\partial \Delta U_\theta}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\lambda \frac{\partial \Delta U_r}{\partial r} \right) \\
& + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\lambda}{r} \Delta U_r \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\lambda}{r} \frac{\partial \Delta U_\theta}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\lambda \frac{\partial \Delta U_z}{\partial z} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\beta_{bm} \Delta P_m}{r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\beta_{bf} \Delta P_f}{r} \right) \\
& + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{G}{r} \frac{\partial \Delta U_r}{\partial \theta} \right) - \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{G}{r} \Delta U_\theta \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left(G \frac{\partial \Delta U_\theta}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{G}{r} \frac{\partial \Delta U_z}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(G \frac{\partial \Delta U_\theta}{\partial z} \right) \\
& + \frac{2 \cdot G}{r^2} \frac{\partial \Delta U_r}{\partial \theta} - \frac{2 \cdot G}{r} \Delta U_\theta + \frac{2 \cdot G}{r} \frac{\partial \Delta U_\theta}{\partial r} = 0
\end{aligned} \tag{B.39}$$

Tercera ecuación geomecánica de equilibrio para un medio poroso en función de los desplazamientos:

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial \sigma_z^0}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{rz}^0}{\partial r} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \tau_{\theta z}^0}{\partial \theta} + \frac{\tau_{rz}^0}{r} + 2 \frac{\partial}{\partial z} \left(G \frac{\partial \Delta U_z}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial \Delta U_r}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\lambda}{r} \Delta U_r \right) \\
& + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\lambda}{r} \frac{\partial \Delta U_\theta}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial \Delta U_z}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\beta_{bm} \Delta P_m}{r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\beta_{bf} \Delta P_f}{r} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left(G \frac{\partial \Delta U_z}{\partial r} \right) \\
& + \frac{\partial}{\partial r} \left(G \frac{\partial \Delta U_r}{\partial z} \right) + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{G}{r} \frac{\partial \Delta U_z}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} \left(G \frac{\partial \Delta U_\theta}{\partial z} \right) + \frac{G}{r} \frac{\partial \Delta U_z}{\partial r} + \frac{G}{r} \frac{\partial \Delta U_r}{\partial z} = 0
\end{aligned} \tag{B.40}$$

Se debe resaltar que las ecuaciones (B.38) a (B.40), las propiedades geomecánicas (λ, α, G) son función del esfuerzo efectivo promedio, y por lo tanto del tiempo y el espacio.

Además, como son evaluadas siempre al nivel de tiempo superior $(t + \Delta t)$, no son tomadas como parte de los incrementos.

Agrupando términos semejantes en cada una de las ecuaciones anteriores, utilizando los operadores gradiente y divergente y expresándolas en forma no lineal para las propiedades geomecánicas (λ, α, G) , se obtiene:

Primera ecuación geomecánica de equilibrio para un medio poroso en función de los desplazamientos:

$$\left[\frac{\partial \sigma_r^0}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{\theta r}^0}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{rz}^0}{\partial z} + \frac{\sigma_r^0 - \sigma_\theta^0}{r} \right] + \bar{\nabla} \cdot [\mathbf{G} \cdot \nabla(\Delta u_r)] + \bar{\nabla} \cdot \left(\mathbf{G} \cdot \frac{\partial \Delta \bar{\mathbf{U}}}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial r} (\lambda \cdot \bar{\nabla} \cdot \Delta \bar{\mathbf{U}}) + \frac{\partial (\beta_{bm} \Delta P_m)}{\partial r} + \frac{\partial (\beta_{bf} \Delta P_f)}{\partial r} - \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial (\mathbf{G} \Delta U_\theta)}{\partial \theta} - \frac{2 \cdot \mathbf{G}}{r^2} \Delta U_r - \frac{2 \cdot \mathbf{G}}{r^2} \frac{\partial \Delta U_\theta}{\partial \theta} = 0 \quad (\text{B.41})$$

Segunda ecuación geomecánica de equilibrio para un medio poroso en función de los desplazamientos:

$$\left[\frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_\theta^0}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{r\theta}^0}{\partial r} + \frac{\partial \tau_{z\theta}^0}{\partial z} + \frac{2\tau_{r\theta}^0}{r} \right] + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} [\lambda \cdot \bar{\nabla} \cdot \Delta \bar{\mathbf{U}}] + \bar{\nabla} \cdot [\mathbf{G} \cdot \nabla(\Delta u_\theta)] + \frac{1}{r} \cdot \bar{\nabla} \cdot \left(\mathbf{G} \cdot \frac{\partial \Delta \bar{\mathbf{U}}}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\beta_{bm} \Delta P_m}{r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\beta_{bf} \Delta P_f}{r} \right) - \frac{\mathbf{G}}{r^2} \cdot \Delta U_\theta + \frac{2}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} (\mathbf{G} \cdot \Delta U_r) - \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} (\mathbf{G} \cdot \Delta U_\theta) + \frac{\mathbf{G}}{r} \cdot \frac{\partial \Delta U_\theta}{\partial r} = 0 \quad (\text{B.42})$$

Tercera ecuación geomecánica de equilibrio para un medio poroso en función de los desplazamientos:

$$\left[\frac{\partial \sigma_z^0}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{rz}^0}{\partial r} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \tau_{\theta z}^0}{\partial \theta} + \frac{\tau_{rz}^0}{r} \right] + \bar{\nabla} \cdot [\mathbf{G} \cdot \nabla(\Delta u_z)] + \bar{\nabla} \cdot \left[\mathbf{G} \cdot \frac{\partial \Delta \bar{\mathbf{U}}}{\partial z} \right] + \frac{\partial}{\partial z} [\lambda \cdot \bar{\nabla} \cdot \Delta \bar{\mathbf{U}}] + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\beta_{bm} \Delta P_m}{r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\beta_{bf} \Delta P_f}{r} \right) = 0 \quad (\text{B.43})$$

En las ecuaciones anteriores, $\vec{\Delta}\vec{U}$ es el vector de desplazamientos, ∇ es el operador gradiente y $\vec{\nabla} \cdot$ es el operador divergente.

ANEXO C

MÉTODO DE DISCRETIZACIÓN

Las ecuaciones diferenciales presentes en el modelo desarrollado en este trabajo deben ser resueltas numéricamente debido a su alto grado de no linealidad. La solución numérica de estas ecuaciones se obtiene solamente para puntos discretos en el sistema. Para transformar las ecuaciones diferenciales continuas a una forma discreta se utilizará el método de aproximación en diferencias finitas sobre un sistema de malla irregular con nodos distribuidos (ver figura 4).

Se utilizarán aproximaciones centrales para las derivadas espaciales de primer y segundo orden (las cuales pueden ser mixtas), ya que así se obtiene un mejor error de truncamiento (de orden dos).

Teniendo en cuenta que para las derivadas temporales la aproximación central tiene problemas de estabilidad, se utilizarán aproximaciones progresivas para su discretización; además, además se necesita conocer el comportamiento del yacimiento con el tiempo futuro.

C.1 DISCRETIZACIÓN DE LAS DERIVADAS

La solución numérica de estas ecuaciones se obtiene solamente para puntos discretos en el sistema.

En el caso de una malla se tienen nodos m en dirección r y nodos n en dirección s .

C.1.1 Discretización de una derivada de segundo orden mixta

El término más general que aparece en las ecuaciones diferenciales del modelo que se desea aproximar mediante diferencias finitas tiene la siguiente forma:

$\frac{\partial}{\partial r} \left[T \cdot \frac{\partial}{\partial s} (U \cdot V) \right]_{m,n}$, el cual está evaluado en el punto $(r, s) = (r_m, r_n)$ y en donde T es

un término no lineal. La forma discretizada para este término está dado por:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial r} \left[T \cdot \frac{\partial}{\partial s} (U \cdot V) \right]_{m,n} &= F_m \cdot F_n \cdot \left\{ T_{m+1/2,N} \cdot \left[U_{m+1/2,n+1/2} \cdot (V_{m,n} + V_{m,n+1} + V_{m+1,n+1} + V_{m+1,n}) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - U_{m+1/2,n-1/2} \cdot (V_{m,n} + V_{m+1,n} + V_{m+1,n-1} + V_{m,n-1}) \right] \right. \\ &\quad \left. - T_{m-1/2,n} \cdot \left[U_{m-1/2,n+1/2} \cdot (V_{m,n} + V_{m,n+1} + V_{m-1,n+1} + V_{m-1,n}) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - U_{m-1/2,n-1/2} \cdot (V_{m,n} + V_{m,n-1} + V_{m-1,n-1} + V_{m-1,n}) \right] \right\} \end{aligned} \quad (C.1)$$

Los términos F_m y F_n , se definen así:

$$F_m = \frac{1}{(\Delta r_m + \Delta r_{m-1})} \quad \text{y} \quad F_n = \frac{1}{(\Delta s_n + \Delta s_{n-1})}$$

Esta forma de derivada se puede presentar en la discretización según se realice o no la derivada más interna (derivada de $U \cdot V$ respecto a s).

C.1.2 Discretización de una derivada de primer orden

El segundo término que se desea aproximar mediante diferencias finitas presenta la siguiente forma: $\left[\frac{\partial}{\partial r} (T \cdot V) \right]_{m,n}$, El cual está evaluado en el punto $r = r_m$. Donde T es

un término no lineal y la derivada se expande en dirección r , alrededor del nodo m .

$$\left[\frac{\partial}{\partial r} (T \cdot V) \right]_{m,n} \cong F_m \cdot T_{m+1/2} \cdot (V_{m+1} + V_m) - F_m \cdot T_{m-1/2} \cdot (V_m + V_{m-1}) \quad (C.2)$$

C.1.3 Discretización de una derivada de segundo orden

El tercer término que se desea aproximar mediante diferencias finitas toma la siguiente forma:

$$\frac{\partial}{\partial r} \left[T \cdot \frac{\partial V}{\partial r} \right]_{m,n} \cong 2C_m \cdot T_{m+1/2} \cdot (V_{m+1} - V_m) - 2C_m \cdot T_{m-1/2} \cdot (V_m - V_{m-1}) \quad (C.3)$$

En donde se han definido los siguientes términos:

$$C_m = \frac{F_m}{\Delta r_m} = \frac{1}{\Delta r_m (\Delta r_m + \Delta r_{m-1})} \quad C_{m-1} = \frac{F_m}{\Delta r_{m-1}} = \frac{1}{\Delta r_{m-1} (\Delta r_m + \Delta r_{m-1})}$$

C.1.4 Discretización de una derivada de segundo orden mixta

El cuarto término que se desea aproximar mediante diferencias finitas toma la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial r} \left[T \cdot \frac{\partial V}{\partial r} \right]_{m,n} &\cong F_m \cdot F_n \cdot T_{m+1/2} \cdot (V_{m,n+1} + V_{m+1,n+1} - V_{m+1,n-1} - V_{m,n-1}) \\ &\quad - F_m \cdot F_n \cdot T_{m-1/2} \cdot (V_{m,n+1} + V_{m-1,n+1} - V_{m,n-1} - V_{m-1,n-1}) \end{aligned} \quad (C.4)$$

C.1.5 Discretización de una derivada de primer orden

El quinto término que se desea aproximar mediante diferencias finitas toma la siguiente forma:

$$\left[\frac{\partial V}{\partial r} \right]_m \cong F_m \cdot T_{m+1/2} \cdot (V_{m+1} + V_{m-1}) \quad (C.5)$$

ANEXO D

DISCRETIZACIÓN DE LAS CONDICIONES DE FRONTERA

D.1 CONDICIONES DE FRONTERA PARA EL MODELO DE FLUJO DE FLUIDOS

D.1.1 En dirección radial

Límite interno radial

$$P_m(1, j, k) = P_m^n(1, j, k) + P_w \quad (D.1)$$

$$P_f(1, j, k) = P_f^n(1, j, k) + P_w \quad (D.2)$$

Límite externo radial

$$\left(\frac{\partial P_m}{\partial r} \right)_{1,j,k} = 0 \quad \frac{P_{m2,j,k} - P_{m1,j,k}}{\Delta r_1} = 0$$

$$C_{m1,j,k} P_{m1,j,k}^{n+1} + E_{m1,j,k} P_{m2,j,k}^{n+1} = F_{m1,j,k} \quad (D.3)$$

$$C_{m1,j,k} = -1; E_{m1,j,k} = 1; F_{m1,j,k} = 0$$

$$\left(\frac{\partial P_f}{\partial r} \right)_{1,j,k} = 0 \quad \frac{P_{f2,j,k} - P_{f1,j,k}}{\Delta r_1} = 0$$

$$C_{f1,j,k} P_{f1,j,k}^{n+1} + E_{f1,j,k} P_{f2,j,k}^{n+1} = F_{f1,j,k} \quad (D.4)$$

$$C_{f1,j,k} = -1; E_{f1,j,k} = 1; F_{f1,j,k} = 0$$

$$\left(\frac{\partial P_m}{\partial r} \right)_{nr,j,k} = 0 \quad \frac{P_{mnr+1,j,k} - P_{mnr,j,k}}{\Delta r_{nr}} = 0$$

$$C_{mnr+1,j,k} P_{mnr+1,j,k}^{n+1} + W_{mnr+1,j,k} P_{mnr,j,k}^{n+1} = F_{mnr+1,j,k} \quad (D.5)$$

$$C_{mnr+1,j,k} = 1; W_{mnr+1,j,k} = -1; F_{mnr+1,j,k} = 0$$

$$\left(\frac{\partial P_f}{\partial r} \right)_{nr,j,k} = 0 \quad \frac{P_{fnr+1,j,k} - P_{fnr,j,k}}{\Delta r_{nr}} = 0$$

$$C_{fnr+1,j,k} P_{fnr+1,j,k}^{n+1} + W_{fnr+1,j,k} P_{fnr,j,k}^{n+1} = F_{fnr+1,j,k} \quad (D.6)$$

$$C_{fnr+1,j,k} = 1; W_{fnr+1,j,k} = -1; F_{fnr+1,j,k} = 0$$

D.1.2 En dirección tangencial

$$P_m(i,0,k) = P_m(i,n\theta,k) \quad P_{mi,0,k} = P_{mi,n\theta,k}$$

$$C_{mi,0,k} P_{mi,0,k}^{n+1} = F_{mi,0,k} \quad (D.7)$$

$$C_{mi,0,k} = 1; F_{mi,0,k} = P_{mi,n\theta,k}$$

$$P_f(i,0,k) = P_f(i,n\theta,k) \quad P_{fi,0,k} = P_{fi,n\theta,k}$$

$$C_{fi,0,k} P_{fi,0,k}^{n+1} = F_{fi,0,k} \quad (D.8)$$

$$C_{fi,0,k} = 1; F_{fi,0,k} = P_{fi,n\theta,k}$$

$$P_m(i,n\theta+1,k) = P_m(i,1,k) \quad P_{mi,n\theta+1,k} = P_{mi,1,k}$$

$$C_{mi,n\theta+1,k} P_{mi,n\theta+1,k}^{n+1} = F_{mi,n\theta+1,k} \quad (D.9)$$

$$C_{mi,n\theta+1,k} = 1; F_{mi,n\theta+1,k} = P_{mi,1,k}$$

$$P_f(i,n\theta+1,k) = P_f(i,1,k) \quad P_{fi,n\theta+1,k} = P_{fi,1,k}$$

$$C_{fi,n\theta+1,k} P_{fi,n\theta+1,k}^{n+1} = F_{fi,n\theta+1,k} \quad (D.10)$$

$$C_{fi,n\theta+1,k} = 1; F_{fi,n\theta+1,k} = P_{fi,1,k}$$

D.1.3 En dirección vertical

Límite vertical superior

$$\left(\frac{\partial P_m}{\partial z} \right)_{i,j,1} = 0 \quad \frac{P_{mi,j,2} - P_{mi,j,1}}{\Delta z_1} = 0$$

$$C_{mi,j,1} P_{mi,j,1}^{n+1} + TC_{mi,j,1} P_{mi,j,2}^{n+1} = F_{mi,j,1} \quad (D.11)$$

$$C_{mi,j,1} = -1; TC_{mi,j,1} = 1; F_{mi,j,1} = 0$$

$$\left(\frac{\partial P_f}{\partial z} \right)_{i,j,1} = 0 \quad \frac{P_{fi,j,2} - P_{fi,j,1}}{\Delta z_1} = 0$$

$$C_{fi,j,1} P_{fi,j,1}^{n+1} + TC_{fi,j,1} P_{fi,j,2}^{n+1} = F_{fi,j,1} \quad (D.12)$$

$$C_{fi,j,1} = -1; TC_{fi,j,1} = 1; F_{fi,j,1} = 0$$

Límite vertical inferior

$$\left(\frac{\partial P_m}{\partial z}\right)_{i,j,nz} = 0 \quad \frac{P_{mi,j,nz+1} - P_{mi,j,nz}}{\Delta z_{nz}} = 0$$

$$C_{mi,j,nz+1} P_{mi,j,nz+1}^{n+1} + BC_{mi,j,nz+1} P_{mi,j,nz}^{n+1} = F_{mi,j,nz+1} \quad (D.13)$$

$$C_{mi,j,nz+1} = 1; BC_{mi,j,nz+1} = -1; F_{mi,j,nz+1} = 0$$

$$\left(\frac{\partial P_f}{\partial z}\right)_{i,j,nz} = 0 \quad \frac{P_{fi,j,nz+1} - P_{fi,j,nz}}{\Delta z_{nz}} = 0$$

$$C_{fi,j,nz+1} P_{fi,j,nz+1}^{n+1} + BC_{fi,j,nz+1} P_{fi,j,nz}^{n+1} = F_{fi,j,nz+1} \quad (D.14)$$

$$C_{fi,j,nz+1} = 1; BC_{fi,j,nz+1} = -1; F_{fi,j,nz+1} = 0$$

D.2 CONDICIONES DE FRONTERA PARA EL MODELO DE DEFORMACIÓN GEOMECÁNICA

D.2.1 La condición de frontera interna en dirección radial

Límite interno radial

$$\Delta U_r(1,j,k) = 0$$

$$C_{r1,j,k} \Delta U_{r1,j,k} = F_{r1,j,k} \quad (D.15)$$

$$C_{r1,j,k} = 1; F_{r1,j,k} = 0$$

$$\Delta U_\theta(1,j,k) = 0$$

$$C_{\theta1,j,k} \Delta U_{\theta1,j,k} = F_{\theta1,j,k} \quad (D.16)$$

$$C_{\theta1,j,k} = 1; F_{\theta1,j,k} = 0$$

$$\Delta U_z(1,j,k) = 0$$

$$C_{z1,j,k} \Delta U_{z1,j,k} = F_{z1,j,k} \quad (D.17)$$

$$C_{z1,j,k} = 1; F_{z1,j,k} = 0$$

Límite externo radial

$$\Delta U_r(nr,j,k) = 0$$

$$C_{nr,j,k} \Delta U_{nr,j,k} = F_{nr,j,k} \quad (D.18)$$

$$\begin{aligned}
C_{nr,j,k} &= 1; F_{nr,j,k} = 0 \\
\Delta U_{\theta}(nr, j, k) &= 0 \\
C_{\theta nr, j, k} \Delta U_{\theta nr, j, k} &= F_{\theta nr, j, k}
\end{aligned} \tag{D.19}$$

$$\begin{aligned}
C_{\theta nr, j, k} &= 1; F_{\theta nr, j, k} = 0 \\
\Delta U_z(nr, j, k) &= 0 \\
C_{znr, j, k} \Delta U_{znr, j, k} &= F_{znr, j, k}
\end{aligned} \tag{D.20}$$

$$C_{znr, j, k} = 1; F_{znr, j, k} = 0$$

D.2.2 En dirección tangencial

$$\begin{aligned}
\Delta U_r(i, 0, k) &= \Delta U_r(i, n\theta, k) \\
C_{ri, 0, k} \Delta U_{ri, 0, k} &= F_{ri, 0, k}
\end{aligned} \tag{D.21}$$

$$\begin{aligned}
C_{ri, 0, k} &= 1; F_{ri, 0, k} = \Delta U_{ri, n\theta, k} \\
\Delta U_{\theta}(i, 0, k) &= \Delta U_{\theta}(i, n\theta, k) \\
C_{\theta i, 0, k} \Delta U_{\theta i, 0, k} &= F_{\theta i, 0, k}
\end{aligned} \tag{D.22}$$

$$\begin{aligned}
C_{\theta i, 0, k} &= 1; F_{\theta i, 0, k} = \Delta U_{\theta i, n\theta, k} \\
\Delta U_z(i, 0, k) &= \Delta U_z(i, n\theta, k) \\
C_{zi, 0, k} \Delta U_{zi, 0, k} &= F_{zi, 0, k}
\end{aligned} \tag{D.23}$$

$$\begin{aligned}
C_{zi, 0, k} &= 1; F_{zi, 0, k} = \Delta U_{zi, n\theta, k} \\
\Delta U_r(i, n\theta + 1, k) &= \Delta U_r(i, 1, k) \\
C_{ri, n\theta + 1, k} \Delta U_{ri, n\theta + 1, k} &= F_{ri, n\theta + 1, k}
\end{aligned} \tag{D.24}$$

$$\begin{aligned}
C_{ri, n\theta + 1, k} &= 1; F_{ri, n\theta + 1, k} = \Delta U_{ri, 1, k} \\
\Delta U_{\theta}(i, n\theta + 1, k) &= \Delta U_{\theta}(i, 1, k) \\
C_{\theta i, n\theta + 1, k} \Delta U_{\theta i, n\theta + 1, k} &= F_{\theta i, n\theta + 1, k}
\end{aligned} \tag{D.25}$$

$$\begin{aligned}
C_{\theta i, n\theta + 1, k} &= 1; F_{\theta i, n\theta + 1, k} = \Delta U_{\theta i, 1, k} \\
\Delta U_z(i, n\theta + 1, k) &= \Delta U_z(i, 1, k) \\
C_{zi, n\theta + 1, k} \Delta U_{zi, n\theta + 1, k} &= F_{zi, n\theta + 1, k}
\end{aligned} \tag{D.26}$$

$$C_{zi, n\theta + 1, k} = 1; F_{zi, n\theta + 1, k} = \Delta U_{zi, 1, k}$$

D.2.3 En dirección vertical

Límite vertical superior

$$\Delta U_r(i, j, 1) = 0$$

$$C_{ri,j,1} \Delta U_{ri,j,1} = F_{ri,j,1} \quad (D.27)$$

$$C_{ri,j,1} = 1; F_{ri,j,1} = 0$$

$$\Delta U_\theta(i, j, 1) = 0$$

$$C_{\theta i,j,1} \Delta U_{\theta i,j,1} = F_{\theta i,j,1} \quad (D.28)$$

$$C_{\theta i,j,1} = 1; F_{\theta i,j,1} = 0$$

$$\Delta U_z(i, j, 1) = 0$$

$$C_{zi,j,1} \Delta U_{zi,j,1} = F_{zi,j,1} \quad (D.29)$$

$$C_{zi,j,1} = 1; F_{zi,j,1} = 0$$

Límite vertical inferior

$$\Delta U_r(i, j, nz) = 0$$

$$C_{ri,j,nz} \Delta U_{ri,j,nz} = F_{ri,j,nz} \quad (D.30)$$

$$C_{ri,j,nz} = 1; F_{ri,j,nz} = 0$$

$$\Delta U_\theta(i, j, nz) = 0$$

$$C_{\theta i,j,nz} \Delta U_{\theta i,j,nz} = F_{\theta i,j,nz} \quad (D.31)$$

$$C_{\theta i,j,nz} = 1; F_{\theta i,j,nz} = 0$$

$$\Delta U_z(i, j, nz) = 0$$

$$C_{zi,j,nz} \Delta U_{zi,j,nz} = F_{zi,j,nz} \quad (D.32)$$

$$C_{zi,j,nz} = 1; F_{zi,j,nz} = 0$$

ANEXO E

DISCRETIZACIÓN DE LAS ECUACIONES DEL MODELO ACOPLADO DE FLUJO DE FLUIDOS CON LA DEFORMACIÓN GEOMECÁNICA DE LA ROCA

E.1 DISCRETIZACIÓN DE LA PRIMERA ECUACIÓN

$$\begin{aligned} \phi_m \rho_m (c_m + \beta_{p_m} c_{p_{cm}}) \frac{dp_m}{dt} + \phi_m \rho_m \beta_{p_f} c_{p_{cm}} \frac{dp_f}{dt} - \phi_m \rho_m \frac{c_{p_{cm}}}{c_{bc}^d} \left[\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \Delta u_r}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\Delta u_r}{r} \right) \right. \\ \left. + \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \Delta u_\theta}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \Delta u_z}{\partial z} \right) \right] = 0 \end{aligned} \quad (E.1)$$

La discretización de la ecuación E.1 se realiza aplicando la teoría del Anexo C.

E.1.1 Primera ecuación del modelo acoplado en forma stencil:

$$C_{mi,j,k} P_{mi,j,k}^{n+1} = F_{mi,j,k} \quad (E.2)$$

El término que acompaña a la presión y el término independiente se define de la siguiente forma:

$$C_{mi,j,k} = \left[\frac{\phi_{mi,j,k} \rho_{mi,j,k} (C_{mi,j,k} + \beta_{p_{mi,j,k}} C_{p_{cmi,j,k}})}{\Delta t} \right] P_{mi,j,k}^{n+1} \quad (E.3)$$

$$\begin{aligned} F_{mi,j,k} = & \left[\frac{\phi_{mi,j,k} \rho_{mi,j,k} (C_{mi,j,k} + \beta_{p_{mi,j,k}} C_{p_{cmi,j,k}})}{\Delta t} \right] P_{mi,j,k}^n - \left[\frac{\phi_{mi,j,k} \rho_{mi,j,k} \beta_{p_{fi,j,k}} C_{p_{cmi,j,k}}}{\Delta t} P_{fi,j,k}^{n+1} \right. \\ & \left. - \frac{\phi_{mi,j,k} \rho_{mi,j,k} \beta_{p_{fi,j,k}} C_{p_{cmi,j,k}}}{\Delta t} P_{fi,j,k}^n \right] - \frac{F_i}{r_{i,j,k}} \left[\frac{-r_{i-1/2,j,k} (\Delta u_{ri-1,j,k}^{n+1} - \Delta u_{ri-1,j,k}^n)}{\Delta t} \right. \\ & \left. - \frac{(r_{i-1/2,j,k} - r_{i+1/2,j,k}) (\Delta u_{ri,j,k}^{n+1} - \Delta u_{ri,j,k}^n)}{\Delta t} + \frac{r_{i+1/2,j,k} (\Delta u_{ri+1,j,k}^{n+1} - \Delta u_{ri+1,j,k}^n)}{\Delta t} \right] \\ & - \frac{F_j}{r_{i,j,k}} \left(\frac{(\Delta u_{\theta i,j+1,k}^{n+1} - \Delta u_{\theta i,j+1,k}^n)}{\Delta t} - \frac{(\Delta u_{\theta i,j-1,k}^{n+1} - \Delta u_{\theta i,j-1,k}^n)}{\Delta t} \right) \\ & - F_k \left(\frac{(\Delta u_{zi,j,k+1}^{n+1} - \Delta u_{zi,j,k+1}^n)}{\Delta t} - \frac{(\Delta u_{zi,j,k-1}^{n+1} - \Delta u_{zi,j,k-1}^n)}{\Delta t} \right) \end{aligned} \quad (E.4)$$

E.2 DISCRETIZACIÓN DE LA SEGUNDA ECUACIÓN

$$\begin{aligned} \phi_f \rho_f (C_f + \beta_{pf} C_{pcf}) \frac{dP_f}{dt} + \phi_f \rho_f \beta_{pm} C_{pcf} \frac{dP_m}{dt} - \phi_f \rho_f \frac{C_{pcf}}{C_{bc}^d} \left[\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \Delta u_r}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\Delta u_r}{r} \right) \right. \\ \left. + \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \Delta u_\theta}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \Delta u_z}{\partial z} \right) \right] = 0 \end{aligned} \quad (E.5)$$

La discretización de la ecuación E.5 se realiza aplicando la teoría del Anexo C.

E.2.1 Segunda ecuación del modelo acoplado en forma stencil:

$$C_{f,i,j,k} P_{f,i,j,k}^{n+1} = F_{f,i,j,k} \quad (E.6)$$

El término que acompaña a la presión y el término independiente se define de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} C_{f,i,j,k} = \left[\frac{\phi_{f,i,j,k} \rho_{f,i,j,k} (C_{f,i,j,k} + \beta_{pfi,j,k} C_{pcfi,j,k})}{\Delta t} \right] P_{f,i,j,k}^{n+1} \\ F_{f,i,j,k} = \left[\frac{\phi_{f,i,j,k} \rho_{f,i,j,k} (C_{f,i,j,k} + \beta_{pfi,j,k} C_{pcfi,j,k})}{\Delta t} \right] P_{f,i,j,k}^n - \left[\frac{\phi_{f,i,j,k} \rho_{f,i,j,k} \beta_{pmi,j,k} C_{pcfi,j,k}}{\Delta t} P_{mi,j,k}^{n+1} \right. \\ \left. - \frac{\phi_{f,i,j,k} \rho_{f,i,j,k} \beta_{pmi,j,k} C_{pcfi,j,k}}{\Delta t} P_{mi,j,k}^n \right] - \frac{F_i}{r_{i,j,k}} \left[\frac{-r_{i-1/2,j,k} (\Delta u_{ri-1,j,k}^{n+1} - \Delta u_{ri-1,j,k}^n)}{\Delta t} \right. \\ \left. - \frac{(r_{i-1/2,j,k} - r_{i+1/2,j,k}) (\Delta u_{ri,j,k}^{n+1} - \Delta u_{ri,j,k}^n)}{\Delta t} + \frac{r_{i+1/2,j,k} (\Delta u_{ri+1,j,k}^{n+1} - \Delta u_{ri+1,j,k}^n)}{\Delta t} \right] \\ - \frac{F_j}{r_{i,j,k}} \left(\frac{(\Delta u_{\theta i,j+1,k}^{n+1} - \Delta u_{\theta i,j+1,k}^n)}{\Delta t} - \frac{(\Delta u_{\theta i,j-1,k}^{n+1} - \Delta u_{\theta i,j-1,k}^n)}{\Delta t} \right) \\ - F_k \left(\frac{(\Delta u_{zi,j,k+1}^{n+1} - \Delta u_{zi,j,k+1}^n)}{\Delta t} - \frac{(\Delta u_{zi,j,k-1}^{n+1} - \Delta u_{zi,j,k-1}^n)}{\Delta t} \right) \end{aligned} \quad (E.8)$$

E.3 DISCRETIZACIÓN DE LA TERCERA ECUACIÓN

$$\begin{aligned} \left[\frac{\partial \sigma_r^0}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{\theta r}^0}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{rz}^0}{\partial z} + \frac{\sigma_r^0 - \sigma_\theta^0}{r} \right] + \bar{\nabla} \cdot [G \cdot \nabla (\Delta u_r)] + \bar{\nabla} \cdot \left(G \cdot \frac{\partial \Delta \bar{U}}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial r} (\lambda \cdot \bar{\nabla} \cdot \Delta \bar{U}) \\ + \frac{\partial (\beta_{bm} \Delta P_m)}{\partial r} + \frac{\partial (\beta_{bf} \Delta P_f)}{\partial r} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial (G \Delta U_\theta)}{\partial \theta} - \frac{2 \cdot G}{r^2} \Delta U_r - \frac{2 \cdot G}{r^2} \frac{\partial \Delta U_\theta}{\partial \theta} = 0 \end{aligned} \quad (E.9)$$

La discretización de la ecuación E.9 se realiza aplicando la teoría del Anexo C.

E.3.1 Tercera ecuación del modelo acoplado en forma stencil:

$$BCr_{i,j,k} \Delta U_{i,j,k-1}^{n+1} + Sr_{i,j,k} \Delta U_{i,j-1,k}^{n+1} + Wr_{i,j,k} \Delta U_{i-1,j,k}^{n+1} + Cr_{i,j,k} \Delta U_{i,j,k}^{n+1} + Er_{i,j,k} \Delta U_{i+1,j,k}^{n+1} + Nr_{i,j,k} \Delta U_{i,j+1,k}^{n+1} + TCr_{i,j,k} \Delta U_{i,j,k+1}^{n+1} = Fr_{i,j,k} \quad (E.10)$$

Cada uno de los términos anteriores que acompañan a los incrementos de los desplazamientos se define de la siguiente forma:

$$BCr_{i,j,k} = 2 \cdot C_{k-1} \cdot G_{i,j,k-1/2} \quad (E.11)$$

$$Sr_{i,j,k} = \frac{2 \cdot C_{j-1} \cdot G_{i,j-1/2,k}}{r_{i,j,k}^2} \quad (E.12)$$

$$Wr_{i,j,k} = \frac{4 \cdot C_{i-1} \cdot r_{i-1/2,j,k} \cdot G_{i-1/2,j,k}}{r_{i,j,k}} + 2 \cdot C_{i-1} \cdot \lambda_{i-1/2,j,k} - \frac{F_i \cdot \lambda_{i-1/2,j,k}}{r_{i-1/2,j,k}} \quad (E.13)$$

$$Nr_{i,j,k} = \frac{2 \cdot C_j \cdot G_{i,j+1/2,k}}{r_{i,j,k}^2} \quad (E.14)$$

$$TCr = 2 \cdot C_k \cdot G_{i,j,k+1/2} \quad (E.15)$$

$$Cr_{i,j,k} = -\frac{4 \cdot C_i \cdot r_{i+1/2,j,k} \cdot G_{i+1/2,j,k}}{r_{i,j,k}} - \frac{4 \cdot C_{i-1} \cdot r_{i-1/2,j,k} \cdot G_{i-1/2,j,k}}{r_{i,j,k}} - Nr_{i,j,k} - Sr_{i,j,k} - TCr_{i,j,k} - BCr_{i,j,k} - 2 \cdot C_i \cdot \lambda_{i+1/2,j,k} - 2 \cdot C_{i-1} \cdot \lambda_{i-1/2,j,k} + \frac{F_i \cdot \lambda_{i+1/2,j,k}}{r_{i+1/2,j,k}} - \frac{F_i \cdot \lambda_{i-1/2,j,k}}{r_{i-1/2,j,k}} - \frac{2 \cdot G_{i,j,k}}{r_{i,j,k}^2} \quad (E.16)$$

$$Er_{i,j,k} = \frac{4 \cdot C_i \cdot r_{i+1/2,j,k} \cdot G_{i+1/2,j,k}}{r_{i,j,k}} + \frac{F_i \cdot \lambda_{i+1/2,j,k}}{r_{i+1/2,j,k}} + 2 \cdot C_i \cdot \lambda_{i+1/2,j,k} \quad (E.17)$$

$$\begin{aligned}
Fr_{i,j,k} = & -\left(F_i \cdot F_k \cdot G_{i,j,k+1/2} + F_i \cdot F_k \cdot \lambda_{i+1/2,j,k}\right) \Delta U z_{i+1,j,k+1}^{n+1} \\
& + \left(F_i \cdot F_k \cdot G_{i,j,k+1/2} - F_i \cdot F_k \cdot \lambda_{i,j,k-1/2}\right) \Delta U z_{i+1,j,k}^{n+1} \\
& + \left(F_i \cdot F_k \cdot G_{i,j,k+1/2} + F_i \cdot F_k \cdot \lambda_{i-1/2,j,k}\right) \Delta U z_{i-1,j,k+1}^{n+1} \\
& + \left(F_i \cdot F_k \cdot G_{i,j,k+1/2} - F_i \cdot F_k \cdot \lambda_{i,j,k-1/2}\right) \Delta U z_{i-1,j,k}^{n+1} \\
& + \left(F_i \cdot F_k \cdot G_{i,j,k-1/2} + F_i \cdot F_k \cdot \lambda_{i+1/2,j,k}\right) \Delta U z_{i-1,j,k+1}^{n+1} \\
& + \left(F_i \cdot F_k \cdot G_{i,j,k+1/2} - F_i \cdot F_k \cdot \lambda_{i,j,k-1/2}\right) \Delta U z_{i-1,j,k}^{n+1} \\
& - \left(F_i \cdot F_k \cdot \lambda_{i+1/2,j,k} - F_i \cdot F_k \cdot \lambda_{i-1/2,j,k}\right) \Delta U z_{i-1,j,k+1}^{n+1} \\
& + \left(F_i \cdot F_k \cdot \lambda_{i+1/2,j,k} - F_i \cdot F_k \cdot \lambda_{i-1/2,j,k}\right) \Delta U z_{i,j,k-1}^{n+1} \\
& - \left(\frac{F_j \cdot F_i \cdot G_{i,j+1/2,k}}{r_{i,j,k}} + \frac{F_j \cdot F_i \cdot \lambda_{i+1/2,j,k}}{r_{i+1/2,j,k}}\right) \Delta U \theta_{i+1,j+1,k}^{n+1} \\
& - \left(\frac{F_j \cdot F_i \cdot G_{i,j+1/2,k}}{r_{i,j,k}} - \frac{F_j \cdot F_i \cdot G_{i,j-1/2,k}}{r_{i,j,k}}\right) \Delta U \theta_{i+1,j,k}^{n+1} \\
& + \left(\frac{F_j \cdot F_i \cdot G_{i,j+1/2,k}}{r_{i,j,k}} + \frac{F_j \cdot F_i \cdot \lambda_{i-1/2,j,k}}{r_{i-1/2,j,k}}\right) \Delta U \theta_{i-1,j+1,k}^{n+1} \\
& + \left(\frac{F_j \cdot F_i \cdot G_{i,j+1/2,k}}{r_{i,j,k}} - \frac{F_j \cdot F_i \cdot G_{i,j-1/2,k}}{r_{i,j,k}}\right) \Delta U \theta_{i+1,j,k}^{n+1} \\
& + \left(\frac{F_j \cdot F_i \cdot G_{i,j-1/2,k}}{r_{i,j,k}} + \frac{F_j \cdot F_i \cdot \lambda_{i+1/2,j,k}}{r_{i+1/2,j,k}}\right) \Delta U \theta_{i+1,j-1,k}^{n+1} \\
& - \left(\frac{F_j \cdot F_i \cdot G_{i,j-1/2,k}}{r_{i,j,k}} + \frac{F_j \cdot F_i \cdot \lambda_{i-1/2,j,k}}{r_{i-1/2,j,k}}\right) \Delta U \theta_{i-1,j-1,k}^{n+1} \\
& + \left(\frac{F_i \cdot F_j \cdot \lambda_{i-1/2,j,k}}{r_{i-1/2,j,k}} - \frac{F_j \cdot F_i \cdot \lambda_{i+1/2,j,k}}{r_{i+1/2,j,k}} + \frac{F_j \cdot G_{i,j+1/2,k}}{r_{i,j,k}^2} + \frac{2 \cdot F_j \cdot G_{i,j+1/2,k}}{r_{i,j,k}^2}\right) \Delta U \theta_{i,j+1,k}^{n+1} \\
& + \left(\frac{F_i \cdot F_j \cdot \lambda_{i+1/2,j,k}}{r_{i+1/2,j,k}} - \frac{F_i \cdot F_j \cdot \lambda_{i-1/2,j,k}}{r_{i-1/2,j,k}} - \frac{F_j \cdot G_{i,j-1/2,k}}{r_{i,j,k}^2} - \frac{2 \cdot F_j \cdot G_{i,j,k}}{r_{i,j,k}^2}\right) \Delta U \theta_{i,j+1,k}^{n+1} \\
& + \left(\frac{F_j \cdot G_{i,j+1/2,k}}{r_{i,j,k}^2} - \frac{F_j \cdot G_{i,j-1/2,k}}{r_{i,j,k}^2}\right) \Delta U \theta_{i,j,k}^{n+1} \\
& + F_i \cdot \beta_{bmi-1/2,j,k} \cdot \Delta P_{mi-1,j,k} - \left(F_i \cdot \beta_{bmi+1/2,j,k} - F_i \cdot \beta_{bmi-1/2,j,k}\right) \Delta P_{mi,j,k} \\
& - F_i \cdot \beta_{bmi+1/2,j,k} \cdot \Delta P_{mi+1,j,k} + F_i \cdot \beta_{bfi-1/2,j,k} \cdot \Delta P_{fi-1,j,k} \\
& - \left(F_i \cdot \beta_{bfi+1/2,j,k} - F_i \cdot \beta_{bfi-1/2,j,k}\right) \Delta P_{fi,j,k} \\
& - F_i \cdot \beta_{bfi+1/2,j,k} \cdot \Delta P_{fi+1,j,k} - F_i \left(\sigma_{ri+1,j,k}^\circ - \sigma_{ri-1,j,k}^\circ\right) - \frac{F_j}{r_{i,j,k}} \left(\tau_{r\theta i,j+1,k}^\circ - \tau_{r\theta i,j-1,k}^\circ\right) \\
& - F_k \left(\tau_{rz i,j,k+1}^\circ - \tau_{rz i,j,k-1}^\circ\right) - \frac{\left(\sigma_{ri+1,j,k}^\circ - \sigma_{ri,j,k}^\circ\right)}{r_{i,j,k}}
\end{aligned} \tag{E.18}$$

E.4 DISCRETIZACIÓN DE LA CUARTA ECUACIÓN

$$\begin{aligned} & \left[\frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{\theta}^0}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{r\theta}^0}{\partial r} + \frac{\partial \tau_{z\theta}^0}{\partial z} + \frac{2\tau_{r\theta}^0}{r} \right] + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} [\lambda \cdot \vec{\nabla} \cdot \Delta \vec{U}] + \vec{\nabla} \cdot [G \cdot \nabla (\Delta u_{\theta})] + \frac{1}{r} \cdot \vec{\nabla} \cdot \left(G \cdot \frac{\partial \Delta \vec{U}}{\partial \theta} \right) \\ & + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\beta_{bm} \Delta P_m}{r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\beta_{bf} \Delta P_f}{r} \right) - \frac{G}{r^2} \cdot \Delta U_{\theta} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} (G \cdot \Delta U_r) - \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} (G \cdot \Delta U_{\theta}) \\ & + \frac{G}{r} \cdot \frac{\partial \Delta U_{\theta}}{\partial r} = 0 \end{aligned} \quad (E.19)$$

La discretización de la ecuación E.19 se realiza aplicando la teoría del Anexo C.

E.4.1 Cuarta ecuación del modelo acoplado en forma stencil:

$$\begin{aligned} BC_{\theta_{i,j,k}} \Delta U_{\theta_{i,j,k-1}}^{n+1} + S_{\theta_{i,j,k}} \Delta U_{\theta_{i,j-1,k}}^{n+1} + W_{\theta_{i,j,k}} \Delta U_{\theta_{i-1,j,k}}^{n+1} + C_{\theta_{i,j,k}} \Delta U_{\theta_{i,j,k}}^{n+1} + E_{\theta_{i,j,k}} \Delta U_{\theta_{i+1,j,k}}^{n+1} \\ + N_{\theta_{i,j,k}} \Delta U_{\theta_{i,j,k+1}}^{n+1} + TC_{\theta_{i,j,k}} \Delta U_{\theta_{i,j,k+1}}^{n+1} = F_{\theta_{i,j,k}} \end{aligned} \quad (E.20)$$

Cada uno de los términos anteriores que acompañan a los incrementos de los desplazamientos se define de la siguiente forma:

$$BC_{\theta_{i,j,k}} = 2 \cdot C_{k-1} \cdot G_{i,j,k-1/2} \quad (E.21)$$

$$S_{\theta_{i,j,k}} = \frac{2 \cdot C_{j-1} \cdot \lambda_{i,j-1/2,k}}{r_{i,j,k}^2} + \frac{4 \cdot C_{j-1} \cdot G_{i,j-1/2,k}}{r_{i,j,k}^2} \quad (E.22)$$

$$W_{\theta_{i,j,k}} = \frac{2 \cdot C_{i-1} \cdot r_{i-1/2,j,k} \cdot G_{i-1/2,j,k}}{r_{i,j,k}} - \frac{F_i \cdot G_{i,j,k}}{r_{i,j,k}} + \frac{F_i \cdot G_{i-1/2,j,k}}{r_{i,j,k}} \quad (E.23)$$

$$N_{\theta_{i,j,k}} = \frac{2 \cdot C_j \cdot \lambda_{i,j+1/2,k}}{r_{i,j,k}^2} + \frac{4 \cdot C_j \cdot G_{i,j+1/2,k}}{r_{i,j,k}^2} \quad (E.24)$$

$$TC_{\theta} = 2 \cdot C_k \cdot G_{i,j,k+1/2} \quad (E.25)$$

$$\begin{aligned} C_{\theta_{i,j,k}} = & \frac{2 \cdot C_j \cdot \lambda_{i,j+1/2,k}}{r_{i,j,k}^2} - \frac{2 \cdot C_{j-1} \cdot \lambda_{i,j-1/2,k}}{r_{i,j,k}^2} - \frac{2 \cdot C_i \cdot r_{i+1/2,j,k} \cdot G_{i+1/2,j,k}}{r_{i,j,k}} \\ & - \frac{2 \cdot C_{i-1} \cdot r_{i-1/2,j,k} \cdot G_{i-1/2,j,k}}{r_{i,j,k}} - \frac{F_i \cdot G_{i+1/2,j,k}}{r_{i,j,k}} + \frac{F_i \cdot G_{i-1/2,j,k}}{r_{i,j,k}} - \frac{G_{i,j,k}}{r_{i,j,k}^2} \end{aligned} \quad (E.26)$$

$$E_{\theta_{i,j,k}} = \frac{2 \cdot C_i \cdot r_{i+1/2,j,k} \cdot G_{i+1/2,j,k}}{r_{i,j,k}} + \frac{F_i \cdot G_{i,j,k}}{r_{i,j,k}} - \frac{F_i \cdot G_{i+1/2,j,k}}{r_{i,j,k}} \quad (E.27)$$

$$\begin{aligned}
F\theta_{i,j,k} = & - \left(\frac{F_j \cdot F_i \cdot \lambda_{i,j+1/2,k}}{r_{i,j,k}} + \frac{F_j \cdot F_i \cdot r_{i+1/2,j,k} \cdot G_{i+1/2,j,k}}{r_{i,j,k}^2} \right) \Delta U r_{i+1,j+1,k}^{n+1} \\
& + \left(- \frac{F_j \cdot F_i \cdot \lambda_{i,j+1/2,k}}{r_{i,j,k}} + \frac{F_j \cdot F_i \cdot \lambda_{i,j-1/2,k}}{r_{i,j,k}} \right) \Delta U r_{i+1,j,k}^{n+1} \\
& + \left(\frac{F_j \cdot F_i \cdot \lambda_{i,j+1/2,k}}{r_{i,j,k}} + \frac{F_j \cdot F_i \cdot r_{i,j-1/2,k} \cdot G_{i-1/2,j,k}}{r_{i,j,k}^2} \right) \Delta U r_{i-1,j+1,k}^{n+1} \\
& + \left(\frac{F_j \cdot F_i \cdot \lambda_{i,j+1/2,k}}{r_{i,j,k}} - \frac{F_j \cdot F_i \cdot \lambda_{i,j-1/2,k}}{r_{i,j,k}} \right) \Delta U r_{i1,j,k}^{n+1} \\
& + \left(\frac{F_j \cdot F_i \cdot \lambda_{i,j-1/2,k}}{r_{i,j,k}} + \frac{F_j \cdot F_i \cdot r_{i+1/2,j,k} \cdot G_{i+1/2,j,k}}{r_{i,j,k}^2} \right) \Delta U r_{i+1,j-1,k}^{n+1} \\
& - \left(\frac{F_j \cdot F_i \cdot \lambda_{i,j-1/2,k}}{r_{i,j,k}} + \frac{F_j \cdot F_i \cdot r_{i-1/2,j,k} \cdot G_{i+1/2,j,k}}{r_{i,j,k}^2} \right) \Delta U r_{i-1,j-1,k}^{n+1} \\
& + \left(- \frac{F_j \cdot \lambda_{i,j+1/2,k}}{r_{i,j,k}^2} - \frac{F_j \cdot F_i \cdot r_{i+1/2,j,k} \cdot G_{i+1/2,j,k}}{r_{i,j,k}^2} + \right) \Delta U r_{i,j+1,k}^{n+1} \\
& + \left(\frac{F_j \cdot F_i \cdot r_{i-1/2,j,k} \cdot G_{i-1/2,j,k}}{r_{i,j,k}^2} - \frac{2 \cdot F_j \cdot G_{i,j+1/2,k}}{r_{i,j,k}^2} \right) \Delta U r_{i,j+1,k}^{n+1} \\
& + \left(- \frac{F_j \cdot \lambda_{i+1/2,j,k}}{r_{i,j,k}^2} + \frac{F_j \cdot \lambda_{i,j-1/2,k}}{r_{i,j,k}^2} - \frac{2 \cdot F_j \cdot G_{i,j+1/2,k}}{r_{i,j,k}^2} + \frac{2 \cdot F_j \cdot G_{i,j-1/2,k}}{r_{i,j,k}^2} \right) \Delta U r_{i,j,k}^{n+1} \\
& + \left(\frac{F_i \cdot F_j \cdot r_{i+1/2,j,k} \cdot G_{i+1/2,j,k}}{r_{i,j,k}^2} - \frac{F_j \cdot F_i \cdot r_{i-1/2,j,k} \cdot G_{i-1/2,j,k}}{r_{i,j,k}^2} + \right) \Delta U r_{i,j-1,k}^{n+1} \\
& + \left(\frac{2 \cdot F_j \cdot G_{i,j-1/2,k}}{r_{i,j,k}^2} - \frac{F_j \cdot \lambda_{i,j-1/2,k}}{r_{i,j,k}^2} \right) \Delta U r_{i,j-1,k}^{n+1} \\
& + \left(\frac{F_j \cdot F_k \cdot \lambda_{i,j+1/2,k}}{r_{i,j,k}} + \frac{F_k \cdot F_j \cdot G_{i,j,k+1/2}}{r_{i,j,k}} \right) \Delta U z_{i,j+1,k+1}^{n+1} \\
& + \left(- \frac{F_j \cdot F_k \cdot \lambda_{i,j+1/2,k}}{r_{i,j,k}} + \frac{F_j \cdot F_k \cdot \lambda_{i,j-1/2,k}}{r_{i,j,k}} \right) \Delta U z_{i,j,k+1}^{n+1}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \left(\frac{F_j \cdot F_k \cdot \lambda_{i,j+1/2,k}}{r_{i,j,k}} - \frac{F_j \cdot F_k \cdot \lambda_{i,j-1/2,k}}{r_{i,j,k}} \right) \Delta U_{i,j,k-1}^{n+1} \\
& - \left(\frac{F_j \cdot F_k \cdot \lambda_{i,j-1/2,k}}{r_{i,j,k}} + \frac{F_k \cdot F_j \cdot G_{i,j,k-1/2}}{r_{i,j,k}} \right) \Delta U_{i,j-1,k-1}^{n+1} \\
& + \left(-\frac{F_j \cdot F_k \cdot G_{i,j,k+1/2}}{r_{i,j,k}} + \frac{F_j \cdot F_k \cdot G_{i,j,k-1/2}}{r_{i,j,k}} \right) \Delta U_{i,j+1,k}^{n+1} \\
& + \left(\frac{F_j \cdot F_k \cdot G_{i,j,k+1/2}}{r_{i,j,k}} + \frac{F_k \cdot F_j \cdot \lambda_{i,j-1/2,k}}{r_{i,j,k}} \right) \Delta U_{i,j-1,k+1}^{n+1} \\
& + \left(\frac{F_j \cdot F_k \cdot G_{i,j,k+1/2}}{r_{i,j,k}} - \frac{F_j \cdot F_k \cdot G_{i,j,k-1/2}}{r_{i,j,k}} \right) \Delta U_{i,j-1,k}^{n+1} \\
& + \frac{F_j \cdot \beta_{bmi,j-1/2,k}}{r_{i,j,k}} \cdot \Delta P_{mi,j-1,k} - \left(\frac{F_j \cdot \beta_{bmi,j+1/2,k}}{r_{i,j,k}} - \frac{F_j \cdot \beta_{bmi,j-1/2,k}}{r_{i,j,k}} \right) \cdot \Delta P_{mi,j,k} \\
& - \frac{F_j \cdot \beta_{bmi,j+1/2,k}}{r_{i,j,k}} \cdot \Delta P_{mi,j+1,k} - \frac{F_j}{r_{i,j,k}} (\sigma_{\theta i,j+1,k}^o - \sigma_{\theta i,j-1,k}^o) - F_i (\tau_{r\theta 1+1,j,k}^o - \tau_{r\theta i-1,j,k}^o) \\
& - F_k (\tau_{z\theta i,j,k+1}^o - \tau_{z\theta i,j,k-1}^o) - \frac{2\tau_{r\theta i,j,k}^o}{r_{i,j,k}} \quad (E.28)
\end{aligned}$$

E.5 DISCRETIZACIÓN DE LA QUINTA ECUACIÓN

$$\begin{aligned}
& \left[\frac{\partial \sigma_z^o}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{rz}^o}{\partial r} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \tau_{\theta z}^o}{\partial \theta} + \frac{\tau_{rz}^o}{r} \right] + \vec{\nabla} \cdot [G \cdot \nabla (\Delta u_z)] + \vec{\nabla} \cdot \left[G \cdot \frac{\partial \Delta \bar{U}}{\partial z} \right] + \frac{\partial}{\partial z} [\lambda \cdot \vec{\nabla} \cdot \Delta \bar{U}] \\
& + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\beta_{bm} \Delta P_m}{r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\beta_{bf} \Delta P_f}{r} \right) = 0 \quad (E.29)
\end{aligned}$$

La discretización de la ecuación E.29 se realiza aplicando la teoría del Anexo C.

E.5.1 Quinta ecuación del modelo acoplado en forma stencil:

$$\begin{aligned}
& W_z \Delta U_{z_{i-1,j,k}}^{n+1} + S_z \Delta U_{z_{i,j-1,k}}^{n+1} + BC_z \Delta U_{z_{i,j,k-1}}^{n+1} + C_z \Delta U_{z_{i,j,k}}^{n+1} + E_z \Delta U_{z_{i+1,j,k}}^{n+1} \\
& + N_z \Delta U_{z_{i,j+1,k}}^{n+1} + TC_z \Delta U_{z_{i,j,k+1}}^{n+1} = Fz_{i,j,k} \quad (E.30)
\end{aligned}$$

Cada uno de los términos anteriores que acompañan a los incrementos de los desplazamientos se define de la siguiente forma:

$$BC_{z_{i,j,k}} = 4 \cdot C_{k-1} \cdot G_{i,j,k-1/2} + 2 \cdot C_{k-1} \cdot \lambda_{i,j,k-1/2} \quad (E.31)$$

$$S_{z_{i,j,k}} = \frac{2 \cdot C_{j-1} \cdot G_{i,j-1/2,k}}{r_{i,j,k}^2} \quad (E.32)$$

$$W_{z_{i,j,k}} = \frac{2 \cdot C_{i-1} \cdot r_{i-1/2,j,k} \cdot G_{i-1/2,j,k}}{r_{i,j,k}} \quad (E.33)$$

$$N_{z_{i,j,k}} = \frac{2 \cdot C_j \cdot G_{i,j+1/2,k}}{r_{i,j,k}^2} \quad (E.34)$$

$$TC_{z_{i,j,k}} = 4 \cdot C_k \cdot G_{i,j,k+1/2} + 2 \cdot C_k \cdot \lambda_{i,j,k+1/2} \quad (E.35)$$

$$C_{z_{i,j,k}} = -N_{z_{i,j,k}} - S_{z_{i,j,k}} - TC_{z_{i,j,k}} - BC_{z_{i,j,k}} - \frac{2 \cdot C_i \cdot r_{i+1/2,j,k} \cdot G_{i+1/2,j,k}}{r_{i,j,k}} - \frac{2 \cdot C_{i-1} \cdot r_{i-1/2,j,k} \cdot G_{i-1/2,j,k}}{r_{i,j,k}} \quad (E.36)$$

$$E_{z_{i,j,k}} = \frac{2 \cdot C_i \cdot r_{i+1/2,j,k} \cdot G_{i+1/2,j,k}}{r_{i,j,k}} \quad (E.37)$$

$$\begin{aligned}
Fz_{i,j,k} = & \left(\frac{F_i \cdot F_k \cdot r_{i+1/2,j,k} \cdot G_{i+1/2,j,k}}{r_{i,j,k}} + F_k \cdot F_i \cdot \lambda_{i,j,k+1/2} \right) \Delta U r_{i+1,j,k+1}^{n+1} \\
& + \left(-F_k \cdot F_i \cdot \lambda_{i,j,k+1/2} + F_k \cdot F_i \cdot \lambda_{i,j,k-1/2} \right) \Delta U r_{i+1,j,k}^{n+1} \\
& + \left(F_k \cdot F_i \cdot \lambda_{i,j,k+1/2} - F_k \cdot F_i \cdot \lambda_{i,j,k-1/2} \right) \Delta U r_{i-1,j,k}^{n+1} \\
& + \left(-\frac{F_i \cdot F_k \cdot r_{i+1/2,j,k} \cdot G_{i+1/2,j,k}}{r_{i,j,k}} + \frac{F_k \cdot F_i \cdot r_{i-1/2,j,k+1/2} \cdot G_{i-1/2,j,k}}{r_{i,j,k}} - \frac{F_k \cdot \lambda_{i,j,k+1/2}}{r_{i,j,k}} \right) \Delta U r_{i,j,k+1}^{n+1} \\
& + \left(\frac{F_i \cdot F_k \cdot r_{i+1/2,j,k} \cdot G_{i+1/2,j,k}}{r_{i,j,k}} + F_k \cdot F_i \cdot \lambda_{i,j,k-1/2} \right) \Delta U r_{i+1,j,k-1}^{n+1} \\
& + \left(\frac{F_i \cdot F_k \cdot r_{i+1/2,j,k} \cdot G_{i+1/2,j,k}}{r_{i,j,k}} - \frac{F_i \cdot F_k \cdot r_{i-1/2,j,k+1/2} \cdot G_{i-1/2,j,k}}{r_{i,j,k}} + \frac{F_k \cdot \lambda_{i,j,k-1/2}}{r_{i,j,k}} \right) \Delta U r_{i,j,k-1}^{n+1} \\
& + \left(\frac{F_i \cdot F_k \cdot r_{i-1/2,j,k} \cdot G_{i-1/2,j,k}}{r_{i,j,k}} + F_k \cdot F_i \cdot \lambda_{i,j,k+1/2} \right) \Delta U r_{i-1,j,k+1}^{n+1} \\
& + \left(-\frac{F_i \cdot F_k \cdot r_{i-1/2,j,k} \cdot G_{i-1/2,j,k}}{r_{i,j,k}} - F_k \cdot F_i \cdot \lambda_{i,j,k-1/2} \right) \Delta U r_{i-1,j,k-1}^{n+1} \\
& + \left(\frac{F_k \cdot \lambda_{i,j,k+1/2}}{r_{i,j,k}} + \frac{F_k \cdot \lambda_{i,j,k-1/2}}{r_{i,j,k}} \right) \Delta U r_{i,j,k}^{n+1} \\
& + \left(-\frac{F_k \cdot F_j \cdot G_{i,j+1/2,k}}{r_{i,j,k}} - \frac{F_k \cdot F_j \cdot G_{i,j+1/2,k}}{r_{i,j,k}} \right) \Delta U \theta_{i,j+1,k+1}^{n+1} \\
& + \left(-\frac{F_k \cdot F_j \cdot G_{i,j+1/2,k}}{r_{i,j,k}} + \frac{F_k \cdot F_j \cdot G_{i,j-1/2,k}}{r_{i,j,k}} \right) \Delta U \theta_{i,j,k+1}^{n+1} \\
& + \left(\frac{F_k \cdot F_j \cdot G_{i,j+1/2,k}}{r_{i,j,k}} + \frac{F_k \cdot F_j \cdot \lambda_{i,j,k-1/2}}{r_{i,j,k}} \right) \Delta U \theta_{i,j+1,k-1}^{n+1} \\
& + \left(\frac{F_k \cdot F_j \cdot G_{i,j+1/2,k}}{r_{i,j,k}} - \frac{F_k \cdot F_j \cdot G_{i,j-1/2,k}}{r_{i,j,k}} \right) \Delta U \theta_{i,j,k-1}^{n+1} \\
& + \left(\frac{F_k \cdot F_j \cdot G_{i,j-1/2,k}}{r_{i,j,k}} + \frac{F_k \cdot F_j \cdot \lambda_{i,j,k+1/2}}{r_{i,j,k}} \right) \Delta U \theta_{i,j-1,k+1}^{n+1} \\
& + \left(-\frac{F_k \cdot F_j \cdot G_{i,j-1/2,k}}{r_{i,j,k}} - \frac{F_k \cdot F_j \cdot G_{i,j,k-1/2}}{r_{i,j,k}} \right) \Delta U \theta_{i,j-1,k-1}^{n+1} \\
& + \left(-\frac{F_k \cdot F_j \cdot \lambda_{i,j,k+1/2}}{r_{i,j,k}} + \frac{F_k \cdot F_j \cdot \lambda_{i,j,k-1/2}}{r_{i,j,k}} \right) \Delta U \theta_{i,j+1,k}^{n+1}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \left(\frac{F_k \cdot F_j \cdot \lambda_{i,j,k+1/2}}{r_{i,j,k}} - \frac{F_k \cdot F_j \cdot \lambda_{i,j,k-1/2}}{r_{i,j,k}} \right) \Delta U \theta_{i,j-1,k}^{n+1} \\
& + F_k \cdot \beta_{bmi,j,k-1/2} \cdot \Delta P_{mi,j,k-1} - (F_k \cdot \beta_{bmi,j,k+1/2} - F_k \cdot \beta_{bmi,j,k-1/2}) \cdot \Delta P_{mi,j,k} \\
& - F_k \cdot \beta_{bmi,j,k+1/2} \cdot \Delta P_{mi,j,k+1} - F_k (\sigma_{zi,j,k+1}^o - \sigma_{zi,j,k-1}^o) - F_i (\tau_{rzi+1,j,k}^o - \tau_{rzi-1,j,k}^o) \\
& - \frac{F_j}{r_{i,j,k}} (\tau_{\theta zi,j+1,k}^o - \tau_{\theta zi,j-1,k}^o) - \frac{\tau_{rzi,j,k}^o}{r_{i,j,k}}
\end{aligned} \tag{E.38}$$

ANEXOS F

DESCRIPCIÓN LITOLÓGICAS DE LAS FORMACIONES DE LA COLUMNA ESTRATIGRÁFICA DEL CAMPO CUPIAGUA EN EL PIEDEMONTES LLANERO COLOMBIANO

A continuación se describe la columna litológica del pozo Cupiagua A1 (Well Review BP, 2001).

Formación Guayabo (Mioceno Superior a Plioceno).

Tope: 345' Base: 3485'

Espesor: 3140'

Esta formación está representada principalmente por arcillolitas variacoloáreadas, intercaladas con niveles de arenisca friable y ocasionalmente de limonita; hacia la parte inferior de la formación, se incrementan los niveles de arenisca.

De 345' a 550': Predomina arena conglomerática compuesta por cuarzo y fragmentos líticos. En menor cantidad arcillosita café, rojiza, algunas grises manchadas de rojo, moderadamente consolidadas, ligeramente limosas, no calcáreas.

De 550' a 800': Predomina arcillolita de color café, amarillenta, café rojiza, en bloques, ligeramente limosas, algunas con inclusiones de cuarzo, con intercalaciones de arena cuarzosa, translúcida, algunas amarillas claras de grano medio a grueso, ocasionalmente muy grueso subangulares a subredondeadas de regular selección.

De 800' a 1550': Arcillosita de color rojo ladrillo, en menor cantidad, amarilla ocre, limosas, ligeramente hidratables. Con pequeños niveles intercalados de limonita, café, amarillenta, arcillosa, no calcárea; hacia la parte media aparecen niveles de arena cuarzosa, de grano medio a fino. En trazas abundantes limonita y fragmentos de chert, amarillo mostaza, gris verdoso, de fractura concoide.

de 1550' a 2250': Principalmente arcillolita, color café, rojiza, amarillenta, rojo ladrillo, en menor cantidad blanca grisácea, algunas manchadas de rojo, moderadamente consolidadas, limosas, no calcáreas. Aparecen, intercalaciones de arenisca cuarzosa, blanca, blanca amarillenta, moderadamente friable, de grano fino a muy fino, subangular a subredondeado, algunos subesféricos, subelongados. Arena, cuarzosa, algunos fragmentos líticos y chert.

De 2250' a 3100': Continúa predominando la arcillolita color rojo ladrillo, con intercalaciones de arenisca cuarzosa translúcida, de grano fino a medio. En menor cantidad arena cuarzosa, blanca, translúcida, de grano fino a medio, ocasionalmente grueso, subredondeado a subangular, con pobre selección.

De 3100' a 3485': se incrementa la cantidad de arena cuarzosa, blanca, translúcida, de grano fino a medio, ocasionalmente grueso, subredondeado a subangular, subesférico, con pobre selección, con algunas intercalaciones de arcillolita, generalmente de color rojo ladrillo, en menor cantidad gris, ocasionalmente gris verdosa. Moderadamente consolidadas a blandas, en bloques, limosas, no calcáreas y ligeramente hidratables.

Formación León (Mioceno medio a superior).

Tope: 3485' a 5530'

Espesor: 2045'

Esta formación está compuesta principalmente por arcillolitas grises, grises claras, gris verdosas, ocasionalmente con inclusiones microcarbonáceas, algunas veces limosas. Hay trazas de dolomita marrón a marrón cremosa, dura masiva. Hacia la base aparece arena cuarzosa de grano fino a medio, menor de grano grueso, subtranslúcida, subredondeada, subesférica a subelongada, con selección regular, sin fluorescencia ni corte; también aparecen pequeñas intercalaciones de limonita gris muy clara a gris blancuzca, moderadamente consolidada.

De 3485 a 4250': La secuencia presenta predominio de arcillolitas de color gris claro, gris verdoso, en menor cantidad rojo ladrillo y algunas grises manchadas de rojo, moderadamente consolidadas a blandas; dicha secuencia está intercalada con niveles de limonita gris claro a medio, a veces gris verdoso, arcillosa, en bloques, no calcárea. En menor cantidad arena cuarzosa, translúcida de grano fino a medio.

De 4250' a 4850': Este paquete presenta predominio de arcillolitas de color gris claro y gris verdoso. Se mantienen intercalaciones de limonita gris clara a gris verdosa. Hacia la base aparecen gruesos paquetes de arena cuarzosa, translúcida, de grano fino a medio.

De 4850' a 5530': Este intervalo se caracteriza por ser una secuencia homogénea, de arcillositas de color gris verdoso, gris claro, ocasionalmente gris parduzco, moderadamente consolidadas, en bloques, limosas, no calcáreas, ligeramente hidratables, algunas con materia orgánica. Hacia el tope presenta algunos niveles de limonita. Hacia la base se presenta trazas de dolomita, de color crema.

Grupo Carbonera (Oligoceno a Mioceno Medio).

El grupo carbonera está constituido por una potente secuencia de arcillositas, que en las formaciones o miembros impares (C1, C3, C5 y C7) presenta intercalaciones arenosas.

Carbonera C1

Tope: 5530' Base 7491'

Espesor: 1961'

De 5530' a 6030': Este intervalo está caracterizado por intercalaciones de arenisca, arcillolita variacoloáreadas y en menor cantidad limonitas. La arenisca es cuarzosa, blanca translúcida, de grano fino a muy fino, ocasionalmente de tamaño medio, subredondeado a subangular, de selección regular, matriz ligeramente arcillosa, moderadamente friable. La arcillolita, es gris verdosa, gris clara, en menor cantidad blanca cremosa y ocasionalmente marrón a marrón rojizo. En general todas son

moderadamente consolidadas, en bloque, limosas, no calcáreas, ligeramente hidratables y solubles. Algunas presentan inclusiones de materia orgánica y pirita diseminada. La limolita es de color marrón oscuro, menor gris oscuro, moderadamente consolidada, localmente arenosa, no calcárea, localmente con inclusiones de materia orgánica.

De 6030' a 6300': La secuencia se torna predominantemente arcillosa, con abundancia de colores gris, gris claro, café, grisáceo y en menos cantidad café, rojizo, moderadamente consolidadas, muy limosas, localmente micropiritosas y con inclusiones de materia orgánica. Se presentan pequeñas intercalaciones de limolita.

De 6300' a 6470': Este intervalo, se caracteriza por la predominancia de arena cuarzosa, blanca translúcida, de grano fino a medio, con predominio de grano medio, subredondeado a subangular, subesféricos, con buena selección. Aumentan las trazas de pirita.

De 6470' a 7000': La secuencia presenta predominancia de arcillolita, gris clara, café, grisácea, crema, moderadamente consolidada en algunos niveles y blanda en otros. Generalmente limosa, ligeramente hidratable, soluble, alguna con materia orgánica, con pequeñas intercalaciones de arenisca cuarzosa, blanca, a veces gris verdosa clara, de grano fino a muy fino, moderadamente friable, con cemento ligeramente calcáreo, localmente grada a limolita. Hacia la parte media del intervalo presenta algunos niveles de limolita gris verdosa clara. En trazas, pirita y carbón.

De 7000' a 7491'; Intercalaciones de arcillolitas variacoloáreadas, con predominio de del gris verdoso y el café, grisáceo; pequeños niveles de arena cuarzosa de grano muy fino a fino; limolita café, a café claro en menor cantidad de carbón negro, vítreo, micropirítico. Con abundantes trazas de pirita.

Carbonera C2

Tope: 7491' Base: 8060'

Espesor: 569'

Este miembro es netamente arcilloso, predominando el color gris verdoso, en menor cantidad el gris a gris claro y crema; las arcillolitas son consolidadas, en bloque a sublaminares, algunas subfísiles, limosas, no calcáreas, ligeramente hidratables, algunas micropiritosas y carbonosas. Hacia la base se presentan trazas de limolita café, y pirita.

Carbonera C3

Tope: 8060' a 8400'

Espesor: 340'

Este miembro se caracteriza por ser una secuencia de intercalaciones de arcillolitas, areniscas; en trazas limolitas y carbón.

Las arcillolitas son gris verdosas, ocasionalmente gris claras y cremas. Las areniscas son cuarzosas, blandas translúcidas, de grano fino a muy fino, moderadamente friables, matriz ligeramente arcillosa. Las limolitas son de color café, a café claro, moderadamente consolidadas, arcillosas, con inclusiones carbonosas. El carbón es negro, vítreo, en bloque, alguno sublaminares con fractura concoidea, a veces micropiritoso.

Carbonera C4

Tope: 8400' Base: 8605'

Espesor: 205'

Este miembro está compuesto fundamentalmente por arcillolita de color gris a gris medio, en menor cantidad gris parduzca, localmente gris verdosa clara, moderadamente consolidada, ocasionalmente blanda, en bloque, sublaminares, alguna subfísil; ligeramente limosa, no calcárea, algo hidratable, poco soluble. Pequeños niveles de limolita café, clara y pirita.

Carbonera C5

Tope: 8605' Base: 9900'

Espesor: 1295'

Este miembro presenta predominio de arcillolitas con intercalaciones de arenisca y limolitas.

De 8605' a 8850': Arcillolita variocoloreada con predominio de gris parduzco y gris claro, con intercalaciones de limolita café, clara, moderadamente consolidada, arcillosa, carbonosa. Arena cuarzosa, blanca translúcida, de grano muy fino a fino, subredondeado a subangular, subesférico, con selección regular. Se presentan niveles de limolita color gris parduzca y en menor cantidad carbón, pirita y anhidrita.

De 8850' a 9400': Este intervalo es arcilloso, con colores gris parduzco y gris claro, en menor cantidad, gris verdoso y café. Esta arcillolita es moderadamente consolidada a blanda, generalmente en bloque, alguna sublaminar y subfísil, generalmente limosa, no calcárea, ligeramente hidratable, soluble, ocasionalmente micropiritica y carbonosa.

De 9400' a 9900': Aumenta el porcentaje de niveles arenosos. Arenisca cuarzosa, subtranslúcida, gris clara de grano muy fino. Moderadamente friable, de matriz arcillosa, cemento ligeramente calcáreo, sin manifestaciones de aceite. Intercalada con arcillolita y limolita como las anteriormente descritas. Se mantienen los niveles delgados de carbón; en trazas de pirita y anhidrita.

Carbonera C6

Tope: 9900' a 10250'

Espesor: 445'

Este miembro está compuesto por arcillolitas, con pequeños niveles arenosos hacia la base.

De 9900 a 10250': Predomina la arcillolita gris verdosa, en menor cantidad café, clara y crema, moderadamente consolidada a blanda, en bloque a sublaminar, a

veces subfósil, astillosa, limosa, ocasionalmente calcárea, ligeramente hidratable, soluble. Con trazas abundantes de limolita café, clara y verde clara. Aparecen trazas de calcita.

De 10250' a 10350': Este intervalo presenta intercalaciones arenosas, compuestas por arenisca cuarzosa, subtranslúcida a gris clara, de grano muy fino, ligeramente friable, de matriz arcillosa, con trazas de aceite residual, color café, oscuro. Limolita café clara y gris clara, consolidada en bloque, arcillosa con inclusiones carbonosas. Trazas de anhidrita y pirita.

Carbonera C7

Tope: 10345' Base: 11912'

Espesor 1567'

De 10345' a 10900': Intercalaciones de arcillolita, arenisca y limolita en trazas. La arcillolita es gris clara a café, en menor cantidad gris verdosa y crema, moderadamente consolidada, a veces blanda, generalmente en bloque a sublamina, alguna subfósil y astillosa, limosa, no calcárea, ligeramente hidratable, soluble micro piritosa y carbonosa. La arenisca es cuarzosa, subtranslúcida, de textura granular, con predominio de grano fino a muy fino, subredondeado a subangular, moderadamente friable, con cemento ligeramente síliceo, sin manifestaciones de aceite. La limolita es café, clara a veces gris verdosa, consolidada, en bloque con inclusiones carbonosas. Se presentan niveles muy delgados de carbón negro, microlaminar, moderadamente consolidado, ocasionalmente micropiritoso.

Falla Yopal a 10500

De 10900' a 11600': Este intervalo presenta intercalaciones como las anteriormente descritas, con predominio de arcillolita de color gris verdoso, gris medio a claro, en menor cantidad café claro, consolidada, limosa alguna micropiritosa. Se mantienen los pequeños niveles de limolita, carbón y las trazas de pirita.

De 11600' a 11912': En esta sección continúan las intercalaciones, predominando la limolita y la arcillolita. Hacia la base se presentan niveles de arenisca cuarzosa, subtranslúcida a gris clara, de textura granular, de grano muy fino a fino, ocasionalmente grano medio, subangular a subredondeado, generalmente subesférico, con selección regular, moderadamente friable, con cemento ligeramente silíceo, sin manifestaciones de aceite. La limolita es café, clara consolidada, en bloque, localmente carbonosa. Aumenta el porcentaje de carbón.

Carbonera C8

Tope: 11912' base: 12439'

Espesor: 527'

Este miembro es predominante en arcillolita de color gris, gradando de medio a claro, en menor cantidad crema café y púrpura grisácea, moderadamente consolidada a blanda, en bloque a sublaminar, alguna subastillosa y subfésil, quebradiza, ligeramente limosa, ocasionalmente con raras venas de calcita, no hidratable. También presenta trazas de arena y limolita como las anteriormente descritas.

Formación Mirador (Eoceno superior).

Tope: 12439' Base: 12890'

Espesor: 451'

Esta formación está caracterizada por ser una secuencia arenosa con intercalaciones arcillosas en la parte media y hacia la base (descripción de corazonamientos).

La arenisca es cuarzosa, localmente cuarcítita, blanca, marrón amarillenta, ocasionalmente marrón oscura, de textura granular, grano fino a medio, ocasionalmente grano grueso (hacia la base se torna conglomerática); cuarzo translúcido a blanco translúcido, en menor cantidad amarillento, subangular a subredondeado, subesférico, con pobre selección, cemento silíceo, dura, a veces con fractura angular, con porosidad visible muy pobre.

Hacia la parte media y base de la formación presenta intercalaciones de arcillolita, de color gris medio a oscuro, en menor cantidad crema a gris claro, moderadamente consolidadas, en bloque a sublaminar, localmente limosa, ocasionalmente carbonosa, no calcárea. También se aprecian pequeños niveles de limolita, color café, clara a gris clara y carbón negro, microlaminar moderadamente consolidado.

Formación Los Cuervos (Paleoceno).

Tope: 12890' Base: 13461'

Espesor: 571'

Caracterizada por arcillolita gris parduzca, marrón medio a oscura, en menor porcentaje, marrón rojiza y roja ladrillo, ocasionalmente negra, marrón amarillenta y gris verdosa, homogénea, ligeramente limosa, no calcárea, dura a moderadamente dura, localmente micropiritica y carbonosa. La arenisca es cuarzosa, subtranslucida a gris clara, ocasionalmente ligeramente verdosa, de textura granular, de grano fino a medio, algunos gruesos, subangular a subredondeado, moderadamente friable, de cemento ligeramente silíceo, algunas con matriz arcillosa ligeramente calcáreas, con abundantes inclusiones de materiales líticos de color oscuro, con porosidad visible regular sin manifestaciones de aceite. Existen niveles de limolitas hacia la parte media y base de la formación, es gris clara a blancuzca, algunas marrones claras, consolidadas, localmente carbonosas, micromicáceas, algunas gradan a arenisca de grano muy fino.

Formación Barco (Paleoceno).

Tope: 13461' Base: 13958'

Espesor: 497'

Esta formación está representada por un paquete homogéneo de arenisca, cuarzosa localmente cuarcítica, predominantemente blanca grisácea, a gris clara, en menor cantidad café, clara amarillenta, de textura granular a cristalina, de grano medio a muy grueso, con interlaminações de grano fino; cuarzo, translucido, subangular a subredondeado, subesférico, abundante cemento silíceo, porosidad

visible nula a muy pobre. Presenta niveles de arcillolita a través de la sección y en trazas pirita y carbón principalmente hacia la base.

Formación Guaduas (Cretáceo: Maestr- Sant)

Tope: 13958' Base: 14212'

Espesor: 254'

Esta formación se caracteriza por arcillolita gris oscura a muy oscura, homogénea moderadamente dura a muy dura, ocasionalmente silícea, en bloque a sublaminar, subfácil a veces astillosa, localmente limosa, localmente con pequeñas intercalaciones o lentes de arenisca cuarzosa, color marrón clara, de grano fino a muy fino, gradando a limolita.

Formación Guadalupe (Cretáceo: Maestr- Sant)

Tope: 14212' Base: 14600'

Espesor: 388'

Esta formación esta principalmente compuesta por arenisca de color gris blancuzca clara, de grano fino a muy fino, localmente glauconítica, ligeramente calcárea, intercalada, con niveles de arcillosita, principalmente hacia la parte media. La arenisca es cuarzosa subtranslúcida a gris blancuzca clara, en menor cantidad café, clara, generalmente de textura granular, a veces cristalina, localmente de aspecto cuarcítico; cuarzo blanco, translúcido, de grano fino, localmente de grano medio a grueso, con selección regular, con abundante cemento silíceo, a veces con cemento calcáreo, comúnmente dura, con inclusiones de fragmentos líticos oscuros, localmente glauconítica, ocasionalmente con diseminaciones piríticas, sin porosidad visible, sin manifestaciones de aceite. Las intercalaciones de arcillolita, son de color gris oscuro a negro oliva, generalmente sublaminar, subfácil, homogénea, localmente limosa, muy consolidada, micromicacea y micropirítica, localmente con delgadas interlaminações de arenisca de grano muy fino.

Falla de Unete a 14600'