

ESTUDIO COMPUTACIONAL DE LA ACELERACIÓN
AUTO-RESONANTE DE ELECTRONES EN
CAMPOS MAGNÉTICOS VARIABLES
EN EL TIEMPO (GYRAC)

JOSÉ ALEJANDRO HERNÁNDEZ QUINTERO

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER

FACULTAD DE CIENCIAS

ESCUELA DE FÍSICA

BUCARAMANGA

2018

ESTUDIO COMPUTACIONAL DE LA ACELERACIÓN
AUTO-RESONANTE DE ELECTRONES EN
CAMPOS MAGNÉTICOS VARIABLES
EN EL TIEMPO (GYRAC)

JOSÉ ALEJANDRO HERNÁNDEZ QUINTERO

Trabajo de grado presentado como requisito parcial para optar al título de
físico

Director

Eduardo Alberto Orozco Ospino

Ph. D. Física

Codirector

Valeriy D. Dugar-Zhabon

Ph. D. Física

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER

FACULTAD DE CIENCIAS

ESCUELA DE FÍSICA

BUCARAMANGA

2018

*A mis padres,
Rosa María y José Antonio,
por su amor indispensable.*

*A mi tía Cristina,
sin darte cuenta te convertiste
en mi segunda madre.*

AGRADECIMIENTOS

A mi hermana, por su apoyo y compañía durante toda mi vida.

A mis primos, Claudia, Beto y Gabo, son como hermanos para mi.

A Karen Carrillo por todas las aventuras vividas.

A Yerson Barragan y Jesús Lopez por su valiosa amistad y colaboración en este trabajo.

A el profesor Eduardo Orozco, por sus explicaciones vitales para la elaboración de este trabajo.

A mis compañeros del laboratorio de plasma y de carrera, por sus valiosas colaboraciones y compañía en horas de estudio.

ÍNDICE GENERAL

INTRODUCCIÓN	15
1. MARCO TEÓRICO	16
1.1. Frecuencia ciclotrónica electrónica	16
1.2. Auto-resonancia ciclotrónica electrónica	17
1.3. Mecanismo Gyroc	17
1.3.1. Campo eléctrico y magnético externo	18
1.3.2. Energía y fase	19
1.3.3. Régimen de Gyroc	20
1.4. Campo de microondas	22
1.5. Campo magnético no homogéneo	24
1.6. Simulación Computacionales	24
1.7. Aproximación de partícula simple	25
2. RESULTADOS Y DISCUSIÓN	26
2.1. Simulación de un electrón utilizando un campo magnético homogéneo .	26
2.2. Campo magnético no homogéneo	30

2.2.1. Parámetro α para crecimiento del campo magnético	31
2.3. Simulación de una nube de electrones utilizando un campo magnético no homogéneo	34
3. CONCLUSIONES	43
REFERENCIAS	44
A. APENDICES	46
A.1. Diferencias finitas	46
A.2. Esquemas leap-frog	47
A.3. Método de Runge-Kutta	48
A.4. Interpolación lineal	49
A.5. Interpolación bilineal	50

ÍNDICE DE FIGURAS

1.1. Movimiento de una partícula cargada (negativa), afectada por un campo magnético uniforme	16
1.2. Diferencia de fase entre la velocidad del electrón y el campo trasversal eléctrico en el mecanismo Gyroc.	18
1.3. Diagrama de fuerzas para el electrón en movimiento.	20
1.4. 1.Ecuaciones para la fase y energía 1.15 y 1.12	22
1.5. Lineas de campo eléctrico en un plano transversal y un plano longitudinal de una cavidad resonante modo TE_{111}	22
1.6. Curva de resonancia para una frecuencia de 2,45 GHz	23
1.7. Diseño conceptual para un dispositivo de Gyroc.	24
2.1. Resultados obtenidos por Golovanivsky utilizando $\alpha = 1 \cdot 10^{-5}$, $g_0 = 1 \cdot 10^{-2}$ y condiciones iniciales de $\gamma_0 = 1,0002$, $\varphi_{01} = \pi/4$ y $\varphi_{02} = 7\pi/4$. El valor del campo eléctrico fue de 30,000 V/m con frecuencia de giro $\omega = 2 \cdot 10^9 rad/s$ y el campo magnético inicial $B_0 = 0,01 T$	27
2.2. Resultados obtenidos por el metodo de runge-kutta utilizando $\alpha = 1 \cdot 10^{-5}$, $g_0 = 1 \cdot 10^{-2}$ y condiciones iniciales de $\gamma_0 = 1,0002$, $\varphi_{01} = \pi/4$ y $\varphi_{02} = 7\pi/4$. El valor del campo eléctrico fue de 30,000 V/m con frecuencia de giro $\omega = 2 \cdot 10^9 rad/s$ y el campo magnético inicial $B_0 = 0,01 T$	27

2.3. Comparación de los resultados de la simulación del método de boris y de runge-kutta para la evolución energética.	28
2.4. Comparación de los resultados de la simulación del método de Boris y de runge-kutta para la evolución de la fase (φ).	28
2.5. Movimiento de un electrón sobre el plano (x, y) en el mecanismo Gyroc con campo magnético homogéneo.	29
2.6. Perfil de campo magnético inicial ($B(x = 0, y, z)$), dentro de la cavidad resonante, para conseguir la condición de resonancia en el centro de la cavidad.	30
2.7. Simulación para diferentes crecimientos del campo magnético, teniendo en cuenta el criterio de aceleración.	32
2.8. Crecimiento del campo magnético no homogéneo en comparación del factor relativista γ	32
2.9. Campo magnético después de $4,65\mu s$ para mantener la condición de RCE.	33
2.10. Perfiles en $r = 0$ para el campo magnético no homogéneo inicial y final representados por las líneas de color rojo y azul respectivamente.	34
2.11. (a) Distribución espacial de electrones en forma de nube inyectada inicialmente. (b) Espectro energético inicial para una velocidad térmica máxima de $5 KeV$	35
2.12. Evolución temporal de la nube de electrones en el mecanismo Gyroc, con velocidad térmica máxima de inyección de 2 ev.	36
2.13. Evolución temporal de la nube de electrones en el mecanismo Gyroc, con velocidad térmica máxima de inyección de 100 ev.	37
2.14. Evolución temporal de la nube de electrones en el mecanismo Gyroc, con velocidad térmica máxima de inyección de 1000 ev.	38
2.15. Evolución temporal de la nube de electrones en el mecanismo Gyroc, con velocidad térmica máxima de inyección de 5000 ev.	39

2.16. Posiciones iniciales de las partículas aceleradas, para las velocidades térmicas de inyección de 2, 100, 1000 y 5000 eV	40
2.17. Trayectoria de electrón acelerado. Inyectado en la nube electrónica en la posición inicial ($x = 0,23, y = 0,23, z = 3,97$) cm y $\gamma_0 = 1,000113$	41
2.18. Comparación de los diferentes espectros energéticos.	42
A.1. Representación gráfica de diferencias finitas centradas, izquierda y derecha.	47
A.2. Representación gráfica del esquema leap-frog	48
A.3. Representación gráfica para la interpolación lineal	49
A.4. Representación gráfica para la interpolación bilineal.	50

ÍNDICE DE TABLAS

2.1. Condiciones iniciales para el método de Boris.	29
2.2. Condiciones para conseguir resonancia ciclotrónica electrónica en el momento inicial.	31
2.3. Condiciones utilizadas para la simulación de un electrón utilizando la cavidad resonante cilíndrica modo TE_{111} y un campo magnético no homogéneo.	31
2.4. Condiciones para mantener la resonancia ciclotrónica electrónica después de $4,65\mu s$	34
2.5. Resultados de las simulaciones realizadas con velocidad térmica de inyección de $2 eV$. El color rojo y el color verde indican los electrones que se escapan de la cavidad y los que alcanzan un $\gamma > 10$ respectivamente.	36
2.6. Resultados de las simulaciones realizadas con velocidad térmica de inyección de $100 eV$. El color rojo y el color verde indican los electrones que se escapan de la cavidad y los que alcanzan un $\gamma > 10$ respectivamente.	37
2.7. Resultados de las simulaciones realizadas con velocidad térmica de inyección de $1000 eV$. El color rojo y el color verde indican los electrones que se escapan de la cavidad y los que alcanzan un $\gamma > 10$ respectivamente.	38
2.8. Resultados de las simulaciones realizadas con velocidad térmica de inyección de $5000 eV$. El color rojo y el color verde indican los electrones que se escapan de la cavidad y los que alcanzan un $\gamma > 10$ respectivamente.	39

RESUMEN

TÍTULO: ESTUDIO COMPUTACIONAL DE LA ACELERACIÓN AUTO-RESONANTE DE ELECTRONES EN CAMPOS MAGNÉTICOS VARIABLES EN EL TIEMPO (GYRAC).*

AUTOR: José A. Hernández, E. A. Orozco, D. Dugar-Zhabon[†]

PALABRAS CLAVES: Gyroc, Simulación de electrones, Resonancia ciclotrónica electrónica, Cavidad resonante, Aumento de energía.

DESCRIPCIÓN:

El mecanismo de aceleración giroresonante Gyroc, consiste en la aceleración 2D de electrones por una onda transversal eléctrica estacionaria polarizada circularmente y un campo magnético homogéneo variable en el tiempo, para compensar el incremento del factor relativista durante la fase de aceleración. En este esquema, se presenta un mecanismo capaz de mantener la estabilidad de la fase en el régimen de aceleración. En dicho mecanismo, propuesto por Golovanivsky, se deducen un conjunto de ecuaciones diferenciales que describen la evolución del factor relativista y la fase entre la velocidad de la partícula y el campo eléctrico, utilizando un modelo analítico [9].

En este trabajo se realizó un estudio computacional del mecanismo Gyroc utilizando dos etapas: (i) solución numérica de las ecuaciones diferenciales propuestas por Golovanivsky, utilizando el método de Runge-Kutta de cuarto orden (RGKT4) y (ii) la solución numérica de la ecuación relativista de Newton-Lorentz, mediante el método de Boris, analizando la trayectoria, velocidad y energía del electrón.

En la segunda etapa se simuló la dinámica de una nube electrónica bajo la interacción de un modo cilíndrico TE_{111} y un campo magnético no homogéneo y variable en el tiempo, producido por 4 bobinas. En este desarrollo se logró establecer una relación entre los parámetros de la bobina, como corriente y el campo magnético, tal que en la región de control de la cavidad los electrones inician en un estado de resonancia ciclotrónica. Finalmente se determinó el número de electrones acelerados, identificando la región de inyección favorable para el sistema.

* Trabajo de Grado.

[†] Escuela de Física, Facultad de Ciencias, Universidad Industrial de Santander. Director: Eduardo Alberto Orozco Ospino, Ph.D. Codirector: Valeriy D. Dugar-Zhabon, Ph.D.

ABSTRACT

TITLE: COMPUTATIONAL STUDY OF THE AUTO-RESONANT ACCELERATION OF ELECTRONS IN MAGNETIC FIELDS VARIABLE IN TIME (GYRAC) ^{*}

AUTOR: José A. Hernández, E. A. Orozco, D. Dugar-Zhabon[†]

KEYWORDS: Gyroc, Simulation of electrons, Electronic cyclotron resonance, Resonance cavity, Increase of energy.

DESCRIPTION: The gyration acceleration mechanism, Gyroc, consists of the 2D acceleration of electrons by a circular polarized stationary electric transverse wave and a homogeneous magnetic field variable in time, to compensate the increase of relativistic factor during the acceleration phase. In this scheme, a mechanism is presented capable of maintaining the phase stability of in the acceleration regime. In this mechanism, proposed by Golovanivsky, a set of differential equations are deduced that describe the evolution of the relativistic factor, the phase between the velocity of the particle, and the electric field. Using an analytical model [9].

In this work a computational study of the Gyroc mechanism was carried out using two stages: (i) numerical solution of the differential equations proposed by Golovanivsky, employing the Runge-Kutta method of fourth order (RGKT4), and (ii) the numerical solution of Newton-Lorentz relativistic equation, using the Boris method, analyzing the trajectory, velocity and electron's energy.

In the second stage, the dynamics of an electronic cloud were simulated under the interaction of a cylindrical mode TE 111, and a non-homogeneous magnetic field, variable over time, produced by 4 coils. In this development it was possible to establish a relationship between the parameters of the coil, such as current and the magnetic field, such that in the control region of the cavity the electrons start in a cyclotronic resonance state. Finally, the number of accelerated electrons was determined, identifying the injection region favorable for the system.

^{*} Bachelor thesis.

[†] Escuela de Física, Facultad de Ciencias, Universidad Industrial de Santander. Director: Eduardo Alberto Orozco Ospino, Ph.D. Codirector: Valeriy D. Dugar-Zhabon, Ph.D.

INTRODUCCIÓN

Los aceleradores que utilizan el fenómeno de auto-resonancia ciclotrónica, permiten que las partículas alcancen energías elevadas, incluso en espacios reducidos; por tal razón, son considerados de gran interés para la ciencia y aplicaciones tecnológicas.

La interacción ciclotrónica auto-resonante entre una onda transversal electromagnética que se propaga por un campo magnético homogéneo fue estudiado inicialmente por A. Kolomenskii y A. Levedev en 1962 [12] e independientemente por V. Davydovskii [6]. Consecuentemente los estudios tanto teóricos como experimentales para encontrar las condiciones apropiadas que permitan conseguir la aceleración auto-resonante de electrones han sido numerosos [1, 5, 11, 15–18, 18–22, 24]. Entre estos se encuentra el estudio del movimiento de partículas cargadas con la interacción de campos de microondas polarizados lineal ó circularmente, y un campo magnético estacionario homogéneo paralelo a la dirección de propagación de la onda, en cavidades resonantes y guías de onda, realizado por H. R. Jory y A. W. Trivelpiece [11].

R. Shpitalnik y coinvestigadores realizan el estudio del movimiento planar de un electrón utilizando ondas estacionarias y campos magnéticos estacionarios axialmente simétricos; posteriormente realizan un estudio del acelerador de microondas (AMA) [23]. Este esquema novedoso, esta formado por una onda viajera y un campo magnetostático no homogéneo en la misma dirección de propagación del haz de electrones, lo cual se realiza para mantener la condición de resonancia. Basados en estos estudios, se plantearon nuevos esquemas teóricos y experimentales que permitieron reportar la operación de un acelerador cíclico auto-resonante (CARA) [10, 14].

E. A. Orozco y Valeriy D. Dugar presentan un análisis teórico de aceleración auto-resonante de electrones utilizando un campo magnetostático homogéneo y no homogéneo que varía principalmente en la dirección de propagación del electrón. Basados en simulaciones numéricas muestran que un electrón puede ser acelerado hasta alcanzar energías alrededor de unos cientos de keV. Este esquema es conocido como SARA [7].

Este trabajo se basa en el esquema de acelerador propuesto en 1980 por K. S. Golovanisky. El cual mantiene el movimiento del electrón en un estado de resonancia ciclotrónica (*ECR* por las siglas en inglés de electron cyclotron resonance) mediante el uso de un campo magnético variable en el tiempo. Este mecanismo ha sido estudiado ampliamente utilizando modelos teóricos y computacionales [2, 4, 8, 9]. El problema de este mecanismo es el control que se debe tener del campo magnético, ya que debe crecer en una proporción adecuada para mantener la condición *ECR*. Debido a esta dificultad y al hecho que este esquema fue diseñado para la aceleración 2D de electrones, su implementación experimental se logró apenas en el año 2017, utilizando un campo magnético no homogéneo pero creciente en el tiempo; donde un plasma confinado y sometido a pulsos de campo magnético de duración del orden de los microsegundos, se logran acelerar los electrones hasta un valor energético suficiente para la producción de rayos X [1].

CAPÍTULO 1

MARCO TEÓRICO

Frecuencia ciclotrónica electrónica

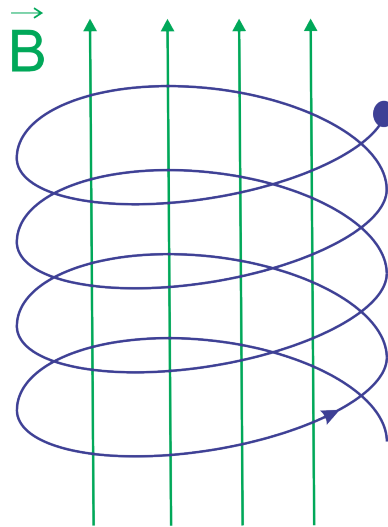


Figura 1.1: Movimiento de una partícula cargada (negativa), afectada por un campo magnético uniforme

Consideremos el caso simple de una partícula de masa m y carga q situada en un campo magnético uniforme ($\vec{B} = B\hat{z}$) (ver figura 1.1). La ecuación de movimiento en el régimen de bajas velocidades, respecto a la velocidad de la luz c esta dada por:

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = q\vec{v} \times \vec{B} \quad (1.1)$$

Para las condiciones iniciales $\vec{r}_o = (v_{\perp}/\omega_c, 0, 0)$ y $\vec{v}_o = (0, v_{\perp}, v_{\parallel})$, la ecuación de movimiento (1.1)

tiene la siguiente solución:

$$\begin{aligned}x &= -\frac{v_{\perp}}{\omega_c} \cos(\omega_c t) \\y &= \frac{v_{\perp}}{\omega_c} \sin(\omega_c t) \\z &= v_{\parallel} t\end{aligned}\tag{1.2}$$

El resultado es una trayectoria helicoidal con un radio de giro dado por:

$$r_L = \frac{v_{\perp}}{\omega_c}\tag{1.3}$$

denominado radio de Larmor, donde ω_c es su frecuencia de giro, denominada frecuencia ciclotrónica [13]:

$$\omega_c = \frac{|q|B}{m}\tag{1.4}$$

Si el electrón se mueve con velocidad comparable con la de la luz es necesario utilizar la ecuación de Newton-Lorentz relativista

$$m \frac{d(\gamma \vec{v})}{dt} = q \vec{v} \times \vec{B}\tag{1.5}$$

donde

$$\omega_c = \frac{|q|B}{\gamma m}\tag{1.6}$$

Donde γ representa el factor de Lorentz. A partir de (1.6) se puede notar que la frecuencia ciclotrónica disminuye con el incremento de la energía de la partícula; razón por lo cual se requiere algún mecanismo de control para preservar la condición de resonancia ciclotrónica.

Auto-resonancia ciclotrónica electrónica

El estado de resonancia se consigue cuando la partícula es perturbada con una fuerza externa de frecuencia igual a ω_c . Para conseguir la resonancia existen diversos mecanismos alguno de ellos son por medio de una onda viajera y un campo magnético estacionario no homogéneo [11], una onda estacionaria y campo magnético estacionario homogéneo [23] ó una onda transversal eléctrica estacionaria polarizada circularmente, con frecuencia de giro ω y campo magnético variable en el tiempo [9], etc. Para nuestro estudio nos centraremos en este último mecanismo de aceleración auto-resonante, denominado Gyroc (Gyro-Resonant Accelerator) donde se estudiará la interacción con electrones.

Mecanismo Gyroc

Un electrón en el mecanismo Gyroc es acelerado utilizando un campo magnético que crece suavemente en el tiempo para mantener la condición de resonancia a pesar del crecimiento del factor relativista a medida que la partícula gana energía.

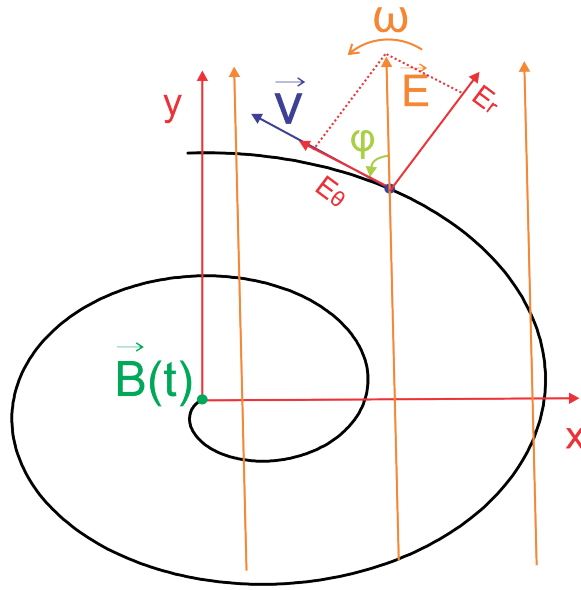


Figura 1.2: Diferencia de fase entre la velocidad del electrón y el campo trasversal eléctrico en el mecanismo Gyroc.

La línea negra de la figura 1,2 representa la trayectoria de un electrón en el mecanismo Gyroc el cual esta siendo guiado en el plano (x, y) por un campo magnético \vec{B} en dirección \hat{z} y acelerado por un campo eléctrico \vec{E} transversal rotatorio.

Campo eléctrico y magnético externo

Las componentes del campo eléctrico pueden escribirse como:

$$\vec{E}_r = E \sin \varphi \hat{r} \quad (1.7)$$

$$\vec{E}_\theta = E \cos \varphi \hat{\theta} \quad (1.8)$$

Donde φ representa la diferencia de fase entre la velocidad del electrón y el campo eléctrico

La variación de φ respecto al tiempo se puede escribir como

$$\dot{\varphi} = \omega_c - \omega \quad (1.9)$$

Donde ω_c es la frecuencia ciclotrónica electrónica, ω la angular del campo eléctrico.

El electrón se mueve en una región afectada por campo magnético homogéneo en dirección \hat{z} variable en el tiempo. Que puede ser descrito a partir de la expresión:

$$\vec{B} = B_0[1 + b(t)]\hat{z} \quad (1.10)$$

Donde $B_0 = m_0\omega/e$, corresponde al valor del campo magnético para obtener resonancia ciclotrónica electrónica clásica y $b(t)$ es una función adimensional creciente.

Energía y fase

Utilizando las expresiones (1.7), (1.8) y (1.10) es posible obtener un conjunto de ecuaciones diferenciales, que describen la evolución de la energía del electrón y de la diferencias de fase φ [9].

La evolución de la energía es descrita a partir de la potencia instantánea trasferida por el campo eléctrico:

$$\frac{d}{dt}(\gamma m_0 c^2) = \vec{F}_E \cdot \vec{v} = -eE v \cos(\varphi) \quad (1.11)$$

Lo cual conduce a:

$$\boxed{\frac{d\gamma}{dt} = -g_0\omega \left(1 - \frac{1}{\gamma^2}\right)^{\frac{1}{2}} \cos(\varphi)} \quad (1.12)$$

Vale notar que para la condición de resonancia ciclotrónica electrónica $B_0 = \frac{\omega m_0}{e} \rightarrow$ consecuentemente $g_0 = \frac{E}{B_0 c}$

La evolución de la fase se obtiene a partir de la fuerza centripeta sobre el electron (ver fig.1.3)

$$\gamma m_0 a_c = e(E \sin \varphi + Bv) \quad (1.13)$$

Donde se ha usado la expresión (1.7). Considerando que $a_c = v^2/r$, $\omega_c = \frac{v}{r_L}$ con r_L el radio de larmor, la expresión anterior puede escribirse en terminos adimensionales como:

$$\omega_c = \frac{g_0\omega}{\gamma v} \sin \varphi + \frac{eB}{\gamma m_0} \quad (1.14)$$

Remplazando la ecuación (1,9)

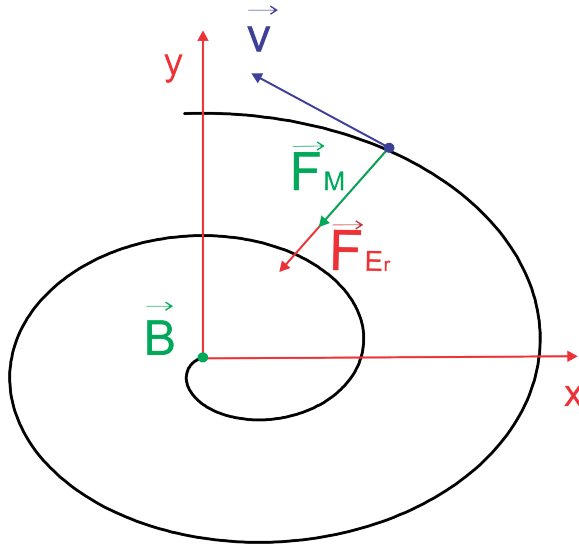


Figura 1.3: Diagrama de fuerzas para el electrón en movimiento.

$$\frac{d\varphi}{dt} = g_0\omega (\gamma^2 - 1)^{-\frac{1}{2}} \sin \varphi + [b(t) - \gamma + 1] \frac{\omega}{\gamma} \quad (1.15)$$

Las ecuaciones 1,12 y 1,15 constituyen un conjunto de ecuaciones diferenciales no lineales acopladas que describen la evolución de la energía y la diferencia de fase φ , respectivamente; el cual solo puede ser resuelto numéricamente. Es conveniente escribir las ecuaciones en función de un tiempo característico (ciclos de rotación del campo eléctrico) $\tau = \omega t$

$$\frac{d\gamma}{d\tau} = -g_0 \left(1 - \frac{1}{\gamma^2}\right)^{\frac{1}{2}} \cos(\varphi) \quad (1.16)$$

$$\frac{d\varphi}{d\tau} = g_0 (\gamma^2 - 1)^{-\frac{1}{2}} \sin(\varphi) + (b(\tau) - \gamma + 1) \frac{1}{\gamma} \quad (1.17)$$

Régimen de Gyroc

De la ecuación (1,14) podemos notar que la frecuencia de giro del electrón ω_c tiende a $\frac{eB}{\gamma m_0} = \omega_c$ siempre que $\varphi = 0, \pi \dots$ por lo anterior podemos mencionar que la presencia del campo eléctrico siempre modifica la resonancia ciclotrónica electrónica. Esto conlleva a la posibilidad de un movimiento autoresonante, que puede ser explicado reescribiendo 1,14 como:

$$\omega_c = g_0\omega (\gamma^2 - 1)^{-\frac{1}{2}} \sin \phi + \frac{eB}{\gamma m_0} \quad (1.18)$$

Como se mencionó anteriormente el segundo termino representa la frecuencia ciclotrónica. En presencia del campo eléctrico se afecta la velocidad de giro del electrón, aumentando o disminuyendo dependiendo del signo de $\sin \varphi$.

Con la frecuencia ciclotronica es posible mencionar el tiempo en el cual se produce la focalización se la fase, es decir el tiempo que demora φ en ser igual a π (resonancia exacta) el cual está dado por

$$\tau_{ph} \cong \left(\frac{\omega_c|_{\varphi=\pi/2} - \omega_c|_{\varphi=\pi}}{\omega} \right)^{-1}$$

$$\tau_{ph} \cong \frac{(\gamma^2 - 1)^{1/2}}{g_0/c} \quad (1.19)$$

Notose que bajas energías $\gamma \simeq 1$ la fase cambia rápidamente, a diferencia de los casos de mayores energías.

Sin importar la fase inicial el mecanismo se encargará de focalizar la fase ($\phi \rightarrow \pi$), podemos decir entonces que el sistema cuenta con focalización automática, y consecuentemente el electrón entrará en un estado de resonancia y la fase oscilara en un régimen denominado régimen Gyroc.

Se debe analiza la ecuación (1.15) para determinar las condiciones que permitan mantener el régimen de Gyroc

$$\frac{d\varphi}{dt} = g_0\omega (\gamma^2 - 1)^{-\frac{1}{2}} \sin(\varphi) + (b(\tau) - \gamma + 1) \frac{\omega}{\gamma} \quad (1.20)$$

Nótese que si $b(\tau)$ crece próximo a $(\gamma - 1)$, el segundo termino de esta ecuación será despreciable lo que significa que el primer termino definirá la variación de la fase. Es inevitable que después de un tiempo τ_{hp} se produzca la focalización de la fase ($\varphi \rightarrow \pi$) anulándose el primer término e incrementándose el valor de γ . si $b(\tau)$ crece lentamente se alejara de $(\gamma - 1)$; por lo cual el segundo termino será negativo y como consecuencia la fase decrecería. La variación de la energía caería según la ecuación (1,16), hasta que el segundo termino de la ecuación (1,20) sea próximo a cero. después de un tiempo nuevamente se focalizará la fase ($\varphi \rightarrow \pi$) y consecuentemente el ciclo se repetirá con la diferencial que $b(\tau)$ y $(\gamma - 1)$ crecieron en el tiempo, consiguiendo así aumentos en γ . La figura 1.4 representa este proceso en un ciclo.

Podemos describir que el régimen de Gyroc es posible siempre que se cumpla la condición (1,21) ya que φ debe ser periódico, por tal razon la variación de γ debe ser dirigida por el termino oscilatorio en este caso $\sin \varphi$

$$\gamma \frac{g_0}{c} (\gamma^2 - 1)^{-\frac{1}{2}} \geq b(\tau) - \gamma + 1 \quad (1.21)$$

Para nuestro estudio nos centraremos en el caso particular de $b(\tau) = \alpha\tau$ lo cual quiere decir que el crecimiento del campo magnético será lineal de la forma $B = B_0[1 + \alpha\tau]$. Si se satisface la condición inicial de $\gamma \simeq 1$, consecuentemente la condición del régimen de Gyroc llegará a ser [9]

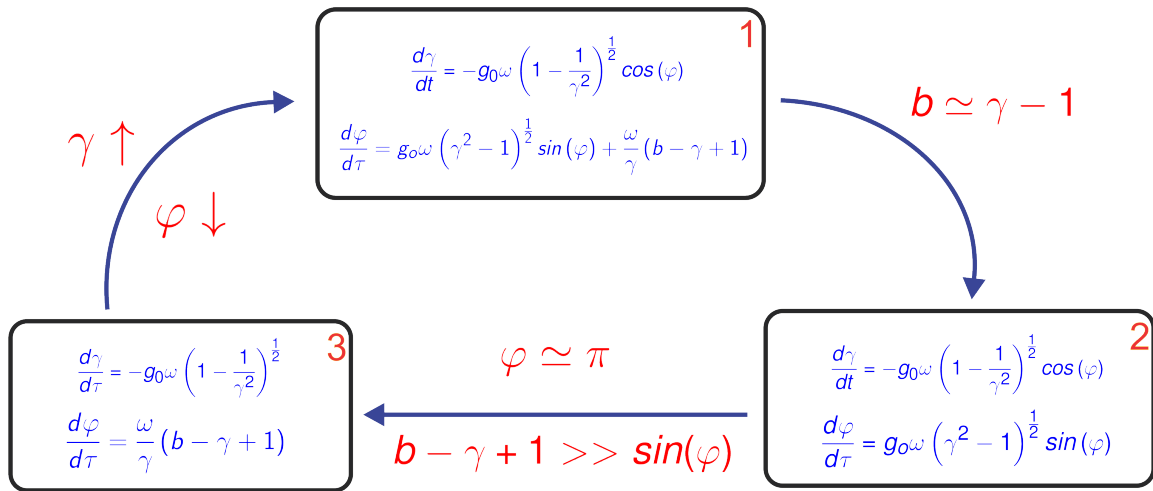


Figura 1.4: 1. Ecuaciones para la fase y energía 1.15 y 1.12
 2. Ecuaciones para condición $b \simeq \gamma - 1$ (inicial) 3. Ecuaciones cuando $\varphi \simeq \pi$ focalización de la fase.

$$\alpha \leq 1,19g_0^{4/3} \quad (1.22)$$

Campo de microondas

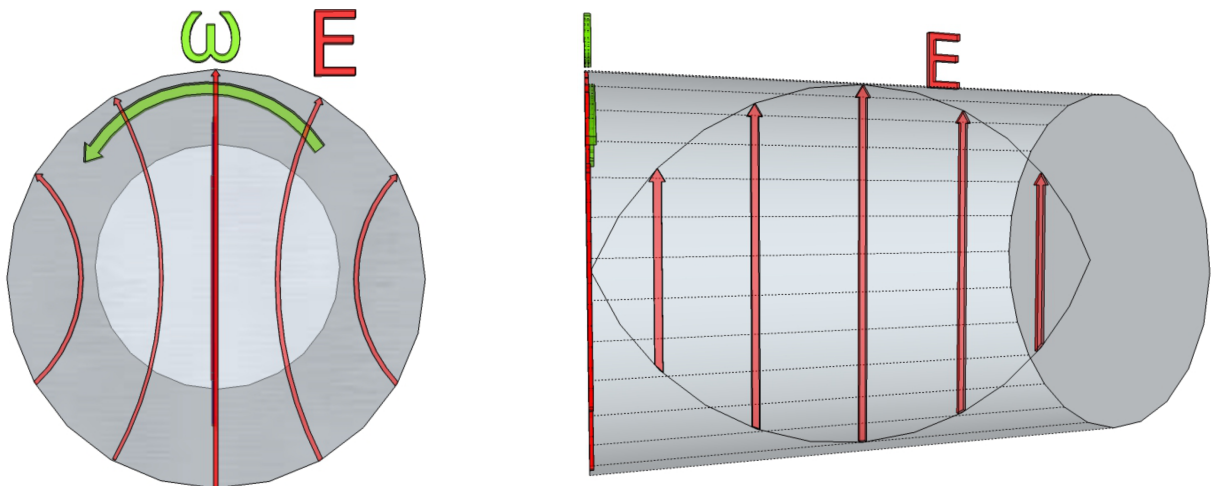


Figura 1.5: Líneas de campo eléctrico en un plano transversal y un plano longitudinal de una cavidad resonante modo TE_{111} .

Las componentes de los campos eléctrico y magnético de un modo cilíndrico TE_{11p} polarizado circu-

larmente excitado en la cavidad están dadas por:

$$E_r^c = -2E_{0c} \frac{J_1(K_{\perp}r)}{K_{\perp}r} \text{sen}(K_{\parallel}z) \cos(\theta - \omega t), \quad (1.23)$$

$$E_{\theta}^c = 2E_{0c} J_1'(K_{\perp}r) \text{sen}(K_{\parallel}z) \text{sen}(\theta - \omega t), \quad (1.24)$$

$$B_r^c = 2E_{0c} \frac{K_{\parallel}}{\omega} J_1'(K_{\perp}r) \cos(K_{\parallel}z) \cos(\theta - \omega t), \quad (1.25)$$

$$B_{\theta}^c = -2E_{0c} \frac{K_{\parallel}}{\omega} \frac{J_1(K_{\perp}r)}{K_{\perp}r} \cos(K_{\parallel}z) \text{sen}(\theta - \omega t), \quad (1.26)$$

$$B_z^c = 2E_{0c} \frac{K_{\perp}}{\omega} J_1(K_{\perp}r) \text{sen}(K_{\parallel}z) \cos(\theta - \omega t), \quad (1.27)$$

donde $K_{\perp} = S_{11}/a$ con $S_{11} = 1,841$, $K_{\parallel} = p\pi/d$, d y a representan la longitud y el radio de la cavidad, respectivamente, E_{0c} es la máxima amplitud del campo eléctrico y

$$\omega = c(K_{\parallel}^2 + K_{\perp}^2)^{1/2} \quad (1.28)$$

es la frecuencia angular de la onda electromagnética.

Cuando $K_{\perp}r < 1$ la función de Bessel es aproximada como $J_1(K_{\perp}r) \cong K_{\perp}r/2$, entonces las ecs. (1.23)-(1.27) se aproximan a una onda plana estacionaria polarizada circularmente. El patrón de líneas del campo eléctrico del modo TE_{111} en un plano transversal y un plano longitudinal se muestran en la figura 1.5

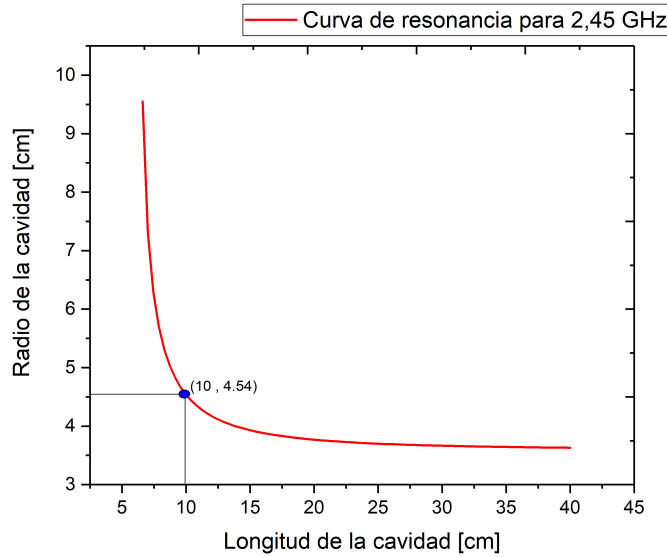


Figura 1.6: Curva de resonancia para una frecuencia de 2,45 GHz.

Vale la pena mencionar que en adelante, e frecuencia $f = 2,45 \text{ GHz}$, para la cual la curva de resonancia se aprecia en la figura 1.6

Los valores seleccionados para las dimensiones de la cavidad son $L = 10 \text{ cm}$ y $r = 4,54 \text{ cm}$, los cuales son utilizados en los antecedentes bibliográficos [3, 4, 8].

Campo magnético no homogéneo

Para crear un campo magnético variable en el tiempo se ubican 2 bobinas en los extremos de una cavidad resonante cilíndrica con corriente constante en el mismo sentido, y dos bobinas centrales con corriente variable en sentido opuesto a las dos bobinas ya mencionadas, creando un pozo en la región central. Las bobinas centrales funcionan como bobinas de control para aumentar el campo magnético correctamente en el tiempo. Los electrones son acelerados en la parte central, donde se tiene mayor control sobre las condiciones para el sostenimiento de la aceleración auto-resonante (ver figura 1.7). Este diseño fue propuesto por andreev y colaboradores en el 2012 [3] y es utilizado en la actualidad para la generación del campo magnético no homogéneo en un dispositivo de Gyraf de forma experimental [1].

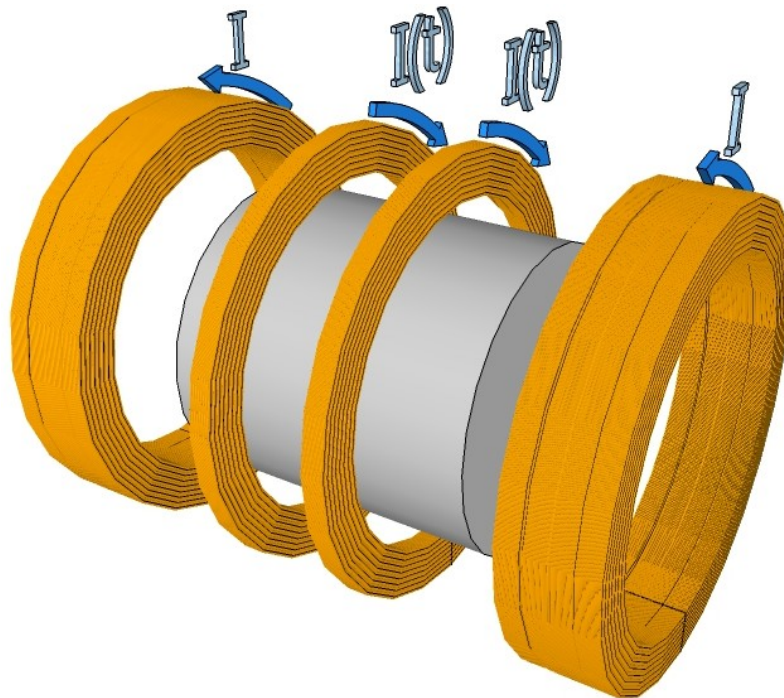


Figura 1.7: Diseño conceptual para un dispositivo de Gyraf.

Simulación Computacionales

Las investigaciones científicas corresponden a un fenómeno físico el cual puede ser estudiado utilizando ecuaciones de modelos matemáticos. La ciencia computacional da soluciones aproximadas a las ecuaciones del modelo matemático en forma discreta, esto se debe a que en la mayoría de situaciones es imposible una solución analítica. Los programas de computo permiten la evolución de las ecuaciones que describen el modelo físico de esta manera se pueden realizar simulaciones computacionales que recrean de forma muy aproximada una situación real basada en leyes físicas.

Aproximación de partícula simple

En el modelo de partícula simple para el mecanismo Gyroc, se considera únicamente la interacción de cada partícula con el campo eléctrico y magnético. Por esta razón, la ecuación de movimiento para la partícula cargada es descrita como

$$\frac{d(\gamma m_0 \vec{v})}{dt} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \quad (1.29)$$

Este tipo de ecuación puede ser solucionada por diferentes métodos numéricos. Entre ellos se encuentra el algoritmo de Boris, el cual utiliza el método de diferencias finitas centradas (A.1) combinado con un esquema leap-frog (A.2).

CAPÍTULO 2

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Un dispositivo basado en el mecanismo GYRAC para acelerar electrones puede basarse en una cavidad resonante cilíndrica, en la cual es excitado un modo TE_{111} , permitiendo que el campo eléctrico rote; además, las fronteras metálicas de la cavidad no presentan restricción sobre el campo magnético. Esta idea fue propuesta inicialmente por Golovanivsky [9] y ha sido utilizada de forma experimental por Andreev y colaboradores para la aceleración, mediante el mecanismo Gyroc [3, 4, 8].

Simulación de un electrón utilizando un campo magnético homogéneo

Con el propósito de lograr mayor entendimiento del mecanismo Gyroc se realizaron simulaciones computacionales basadas: (a) en el conjunto de ecuaciones diferenciales (1.16) y (1.17) y (b) en la solución numérica de la ecuación de Newton-Lorentz (1.6), utilizando los mismos parámetros considerados por Golovanivsky [9]. La confrontación de los resultados permitió además validar los códigos computacionales desarrollados.

Basados en los resultados obtenidos por Golovanivsky (ver figura 2.1) al analizar la evolución de la energía y la fase con $b(\tau) = \alpha\tau^2$. Se realizó un código computacional utilizando el método de Runge-Kutta cuarto orden (A.3), con el cual es posible verificar los resultados obtenidos por Golovanivsky y al mismo tiempo la validación del código computacional. Los resultados obtenidos utilizando el método de Runge-Kutta son ilustrados en la figura 2.2

La finalidad de este trabajo es estudiar la distribución espacial de los electrones, así como su evolución energética; por tal razón se desarrolló otro código computacional que estudie la interacción de los electrones con el campo eléctrico y magnético basándose en el método de Boris. Para una primera etapa se estudia el movimiento del electrón en un campo magnético homogéneo y un campo eléctrico no homogéneo; el cual se produce en una cavidad resonante cilíndrica modo TE_{111} (ver sección 1.4). El electrón es simulado en el centro de la cavidad de longitud 10 cm y radio 4,53 cm, por esta razón no

2.1 Simulación de un electrón utilizando un campo magnético homogéneo 27

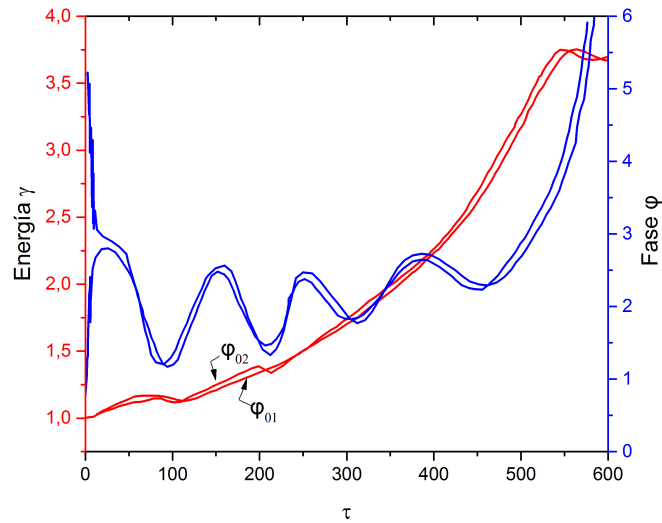


Figura 2.1: Resultados obtenidos por Golovanivsky utilizando $\alpha = 1 \cdot 10^{-5}$, $g_0 = 1 \cdot 10^{-2}$ y condiciones iniciales de $\gamma_0 = 1,0002$, $\varphi_{01} = \pi/4$ y $\varphi_{02} = 7\pi/4$. El valor del campo eléctrico fue de $30,000 \text{ V/m}$ con frecuencia de giro $\omega = 2 \cdot 10^9 \text{ rad/s}$ y el campo magnético inicial $B_0 = 0,01 \text{ T}$.

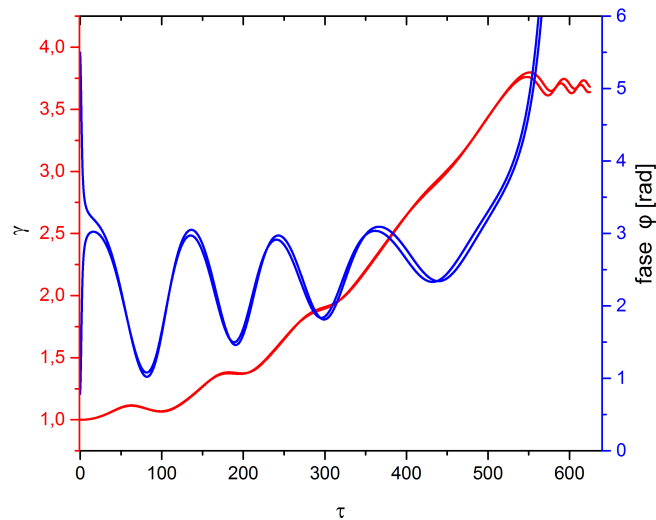


Figura 2.2: Resultados obtenidos por el metodo de runge-kutta utilizando $\alpha = 1 \cdot 10^{-5}$, $g_0 = 1 \cdot 10^{-2}$ y condiciones iniciales de $\gamma_0 = 1,0002$, $\varphi_{01} = \pi/4$ y $\varphi_{02} = 7\pi/4$. El valor del campo eléctrico fue de $30,000 \text{ V/m}$ con frecuencia de giro $\omega = 2 \cdot 10^9 \text{ rad/s}$ y el campo magnético inicial $B_0 = 0,01 \text{ T}$.

2.1 Simulación de un electrón utilizando un campo magnético homogéneo 28

se espera que los resultados de los dos métodos sean igual, pero si que describan un comportamiento semejante. Esta diferencia es apreciable al comparar la energía y la fase en las figuras (2.3) y (2.4) respectivamente.

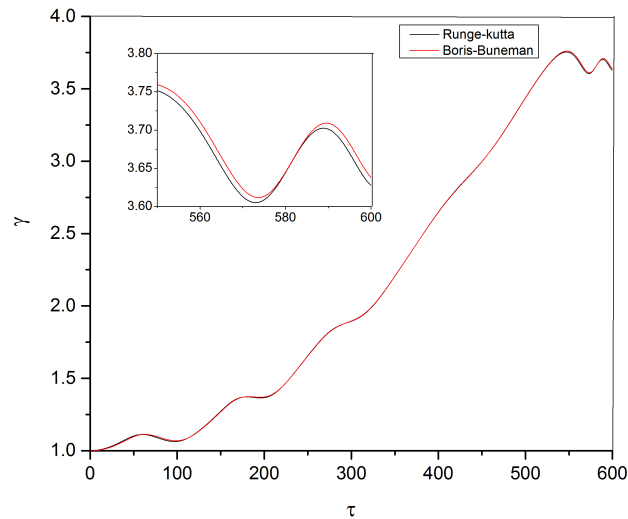


Figura 2.3: Comparación de los resultados de la simulación del método de boris y de runge-kutta para la evolución energética.

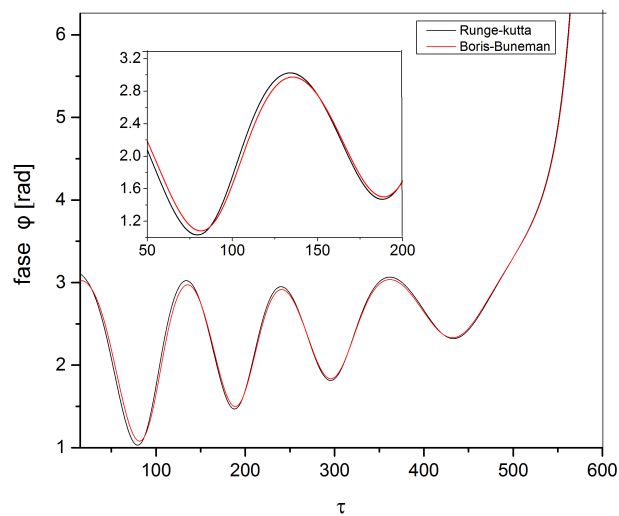


Figura 2.4: Comparación de los resultados de la simulación del método de Boris y de runge-kutta para la evolución de la fase (φ).

De las anteriores figuras se puede verificar que los resultados son consistentes con lo esperado. Con esto, el código de Boris puede ser validado y se podrá analizar la simulación desde la variación de

2.1 Simulación de un electrón utilizando un campo magnético homogéneo

Condiciones iniciales	
x	0.1 mm
y	1 mm
z	L/2
v_x	6.15 mm/s
v_y	1.165 mm/s
v_z	0 mm/s

Tabla 2.1: Condiciones iniciales para el método de Boris.

posición y velocidades para electrones en un mecanismo Gyroc con campo magnético homogéneo.

Las condiciones del mecanismo Gyroc utilizadas en el método de Boris son las mismas que las utilizadas por Golovanivsky (campo eléctrico de 30,000 V/m con frecuencia de giro $\omega = 2 \cdot 10^9$ rad/s, campo magnético inicial $B_0 = 0,01$ T y $b(\tau) = \alpha\tau^2$). Pero en el método de Boris las condiciones iniciales son dadas por la posición y velocidad (ver tabla 2.1), las cuales fueron escogidas de tal manera que fueran equivalentes a las condiciones iniciales para la energía (γ_0) y la fase (φ_0).

Finalmente en la figura 2.5 se realiza la gráfica de la trayectoria 2D para apreciar la evolución espacial de un electrón en el mecanismo Gyroc.

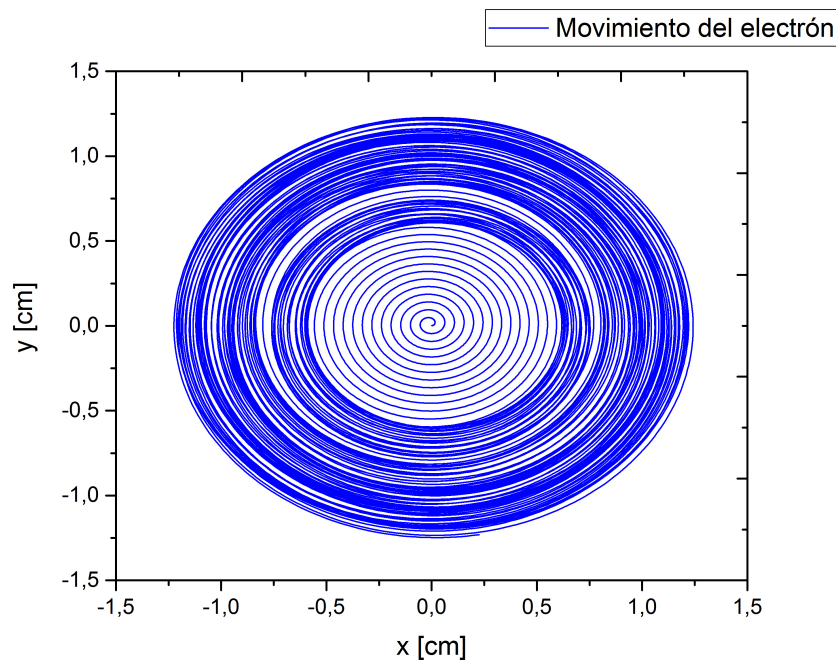


Figura 2.5: Movimiento de un electrón sobre el plano (x, y) en el mecanismo Gyroc con campo magnético homogéneo.

Campo magnético no homogéneo

Los resultados previos permiten constatar la existencia de perfiles de campo magnético que garantice el régimen de Gyroc. A pesar de ello no indican la forma de obtener dichos perfiles. Con el animo de comprender el origen de dichos perfiles y aproximarnos a un sistema físico que presenten las principales características de un sistema real se utilizó la configuración de bobinas mostrada en la sección 1.5 y un crecimiento lineal del campo magnético ($b(\tau) = \alpha\tau$), lo cual proporciona un mayor control sobre la corriente, ya que un crecimiento lineal del campo magnético puede conseguirse mediante crecimiento lineal de la corriente, algo completamente realizable experimentalmente.

El campo magnético es calculado numéricamente utilizando la ley de Biot-Sabart, ingresando como parámetros de entra del programa la distribución espacial, forma física y las corrientes que poseen cada bobina; Las corrientes que circula por las bobinas deben satisfacer que el campo magnético que generan sea lo mas cercano a $B = m_0\omega/e\gamma$ en la mayor región posible. La figura 2.6 representa un perfil de campo magnético que satisface esta condición para un estado inicial osea $B \sim B_0$ y la tabla 2.2 son los valores utilizados para conseguir este campo.

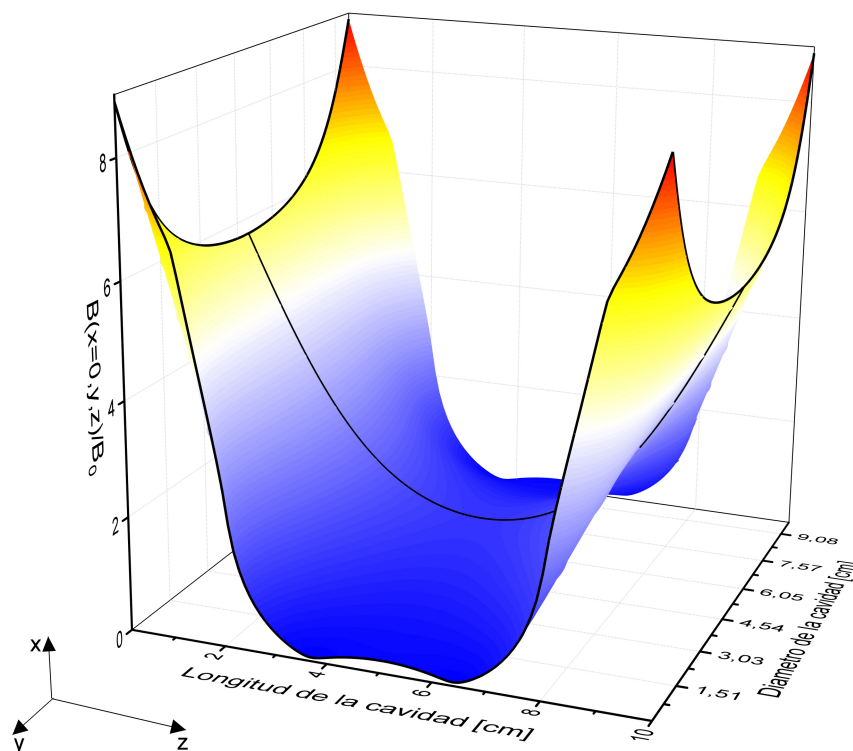


Figura 2.6: Perfil de campo magnético inicial ($B(x = 0, y, z)$), dentro de la cavidad resonante, para conseguir la condición de resonancia en el centro de la cavidad.

La línea en la parte central de la gráfica 2.6 es una buena representación del campo magnético en el plano longitudinal para el centro de la cavidad, lo cual verifica que la configuración de bobinas logran un buen confinamiento longitudinal.

Bobina	Radio interno(cm)	Radio externo(cm)	Longitud (cm)	Densidad de corriente (A/mm ²)	z(cm)
1	4.6	11	4.4	5	-3
2	4.6	11	4.4	5	13
3	4.6	11	1	-8.7	1.5
4	4.6	11	1	-8.7	8.5

Tabla 2.2: Condiciones para conseguir resonancia ciclotrónica electrónica en el momento inicial.

Radio de la cavidad	4,54 cm
Longitud de la cavidad	10 cm
Campo eléctrico máximo	100 KV/m
ω	$1,53 \cdot 10^{10}$ rad/s
Campo magnético inicial	$8,74 \cdot 10^{-2}$ T
g_0	$3,81 \cdot 10^{-3}$
$1,19g_0^{4/3}$	$7,08 \cdot 10^{-4}$

Tabla 2.3: Condiciones utilizadas para la simulación de un electrón utilizando la cavidad resonante cilíndrica modo TE₁₁₁ y un campo magnético no homogéneo.

El crecimiento del campo magnético lineal además de representar la ventaja experimental representa una ventaja computacional; ya que conociendo dos puntos del campo magnético en diferentes tiempos es posible realizar una interpolación lineal y conocer el valor del campo magnético para cualquier tiempo. Por esta razón es importante definir el tiempo de simulación, ya que el crecimiento (α) del campo magnético debe ser apropiado para mantener los electrones en el régimen de Gyroc. Ahora basado en estudios realizados por andreev y colaboradores, analizaremos la simulación por $5,56\mu s$.

Parámetro α para crecimiento del campo magnético

Para mantener un electrón en el estado de aceleración es importante que se cumpla la condición (1.22), vale la pena recordar que esta condición se cumple siempre que el crecimiento del campo magnético sea lineal y el factor relativista $\gamma_0 \simeq 1$. En esta sección analizaremos cómo es el comportamiento de un electrón en el centro de la cavidad resonante para diferentes valores de α utilizando los valores mostrados en la tabla (2.3)

Para obtener los resultados de la figura (2.7) un crecimiento analítico del campo magnético externo $B(t) = B_0(1 + \alpha t)$, donde B_0 es el perfil del campo magnético inicial de la figura (2.6) y las condiciones iniciales para cada uno de los electrones fueron las mismas que las utilizadas en la tabla (2.1)

Estos resultados reflejan la importación de un crecimiento apropiado del campo magnético; teniendo en cuenta que se desea cumplir la condición del régimen de Gyroc $b(t) \simeq \gamma - 1$, Podemos aproximar el campo magnético de la siguiente manera $\frac{B}{B_0} \simeq \gamma$. A continuación se realiza la gráfica del campo magnético y el factor γ para $\alpha = 7 \cdot 10^{-4}$

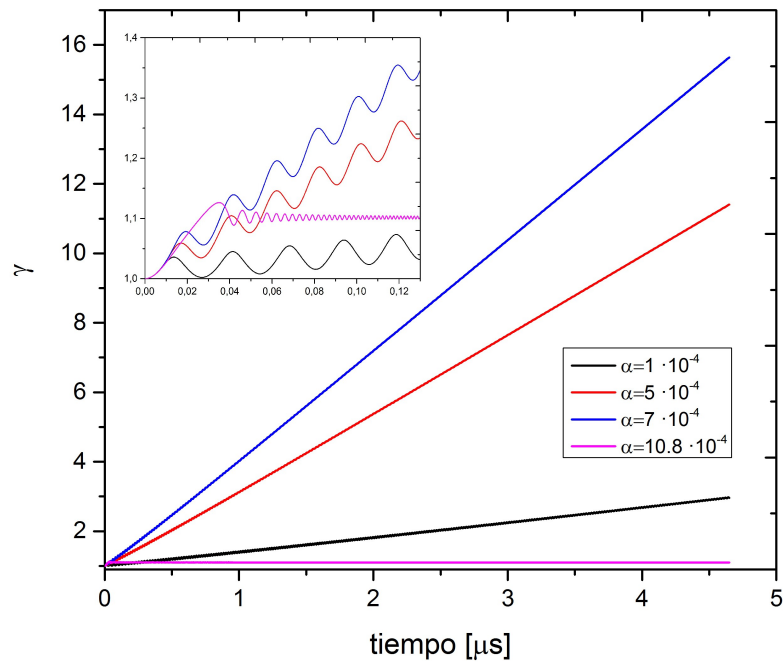


Figura 2.7: Simulación para diferentes crecimientos del campo magnético, teniendo en cuenta el criterio de aceleración.

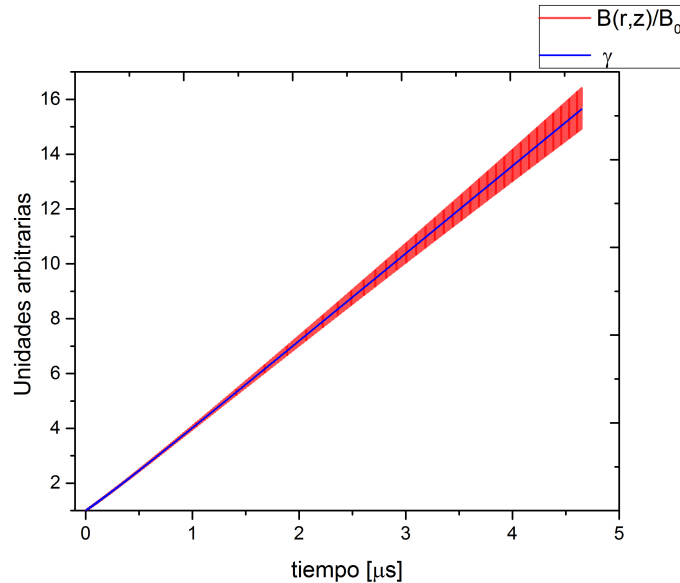


Figura 2.8: Crecimiento del campo magnético no homogéneo en comparación del factor relativista γ .

Los resultados son consistentes con lo esperado ya que el campo magnético utilizado no es homogéneo, por tal razón crece y decrece alrededor del factor γ . Esta condición refleja que si se quiere alcanzar la máxima aceleración en un tiempo próximo de $4,65\mu s$, el campo magnético deberá crecer aproximada-

mente hasta $15 B_0$. En la figura 2.9 se presenta el perfil del campo magnético aproximado a $15B_0$ en la región central, la tabla 2.4 son los valores utilizados para la obtención de este campo.

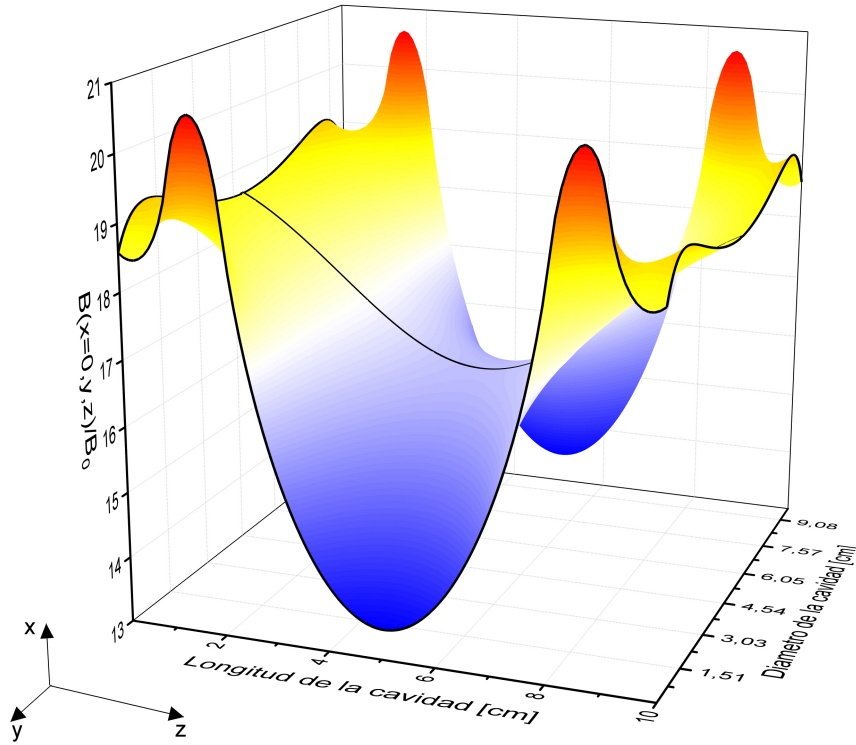


Figura 2.9: Campo magnético después de $4,65\mu s$ para mantener la condición de RCE.

Se continuará con el estudio utilizando los valores de la tabla 2.2 y 2.4 los cuales corresponden al campo magnético inicial y final respectivamente, el crecimiento del campo magnético para $r = 0$ se presenta en la figura 2.10, donde se aprecia que los perfiles cumplen con el crecimiento apropiado para el mecanismo Gyroc y mantienen el confinamiento longitudinal.

2.3 Simulación de una nube de electrones utilizando un campo magnético no homogéneo

34

Bobina	Radio interno(cm)	Radio externo(cm)	Longitud (cm)	Densidad de corriente (A/mm ²)	z(cm)
1	4.6	11	4.4	5	-3
2	4.6	11	4.4	5	13
3	4.6	11	1	8.6192	1.5
4	4.6	11	1	8.6192	8.5

Tabla 2.4: Condiciones para mantener la resonancia ciclotrónica electrónica después de $4,65\mu s$.

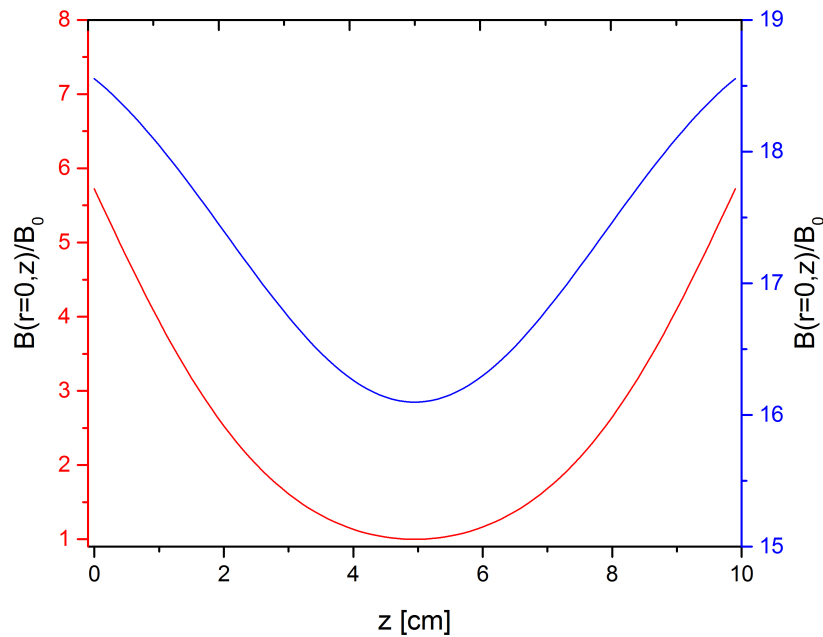


Figura 2.10: Perfiles en $r = 0$ para el campo magnético no homogéneo inicial y final representados por las líneas de color rojo y azul respectivamente.

Simulación de una nube de electrones utilizando un campo magnético no homogéneo

Finalmente se considero una nube de electrones inicialmente de forma esférica con distribución de velocidades maxweliana (ver figura 2.11), lo cual constituye una descripción simplificada de la componente electrónica de un plasma calentado en el régimen de Gyroc [1]

Se presentan los resultados de la simulación; utilizando los parámetros de la tabla (2.3). La nube de electrones es ubicada en el centro de la cavidad, el radio de la esfera es la mitad del radio de la cavidad resonante ($R = r_c/2$) y se inyectaron 10.000 electrones; se repitió la simulación computacional 4 veces para diferentes distribuciones de velocidades maxweliana cada ($2eV, 100eV, 1KeV, 5KeV$) con

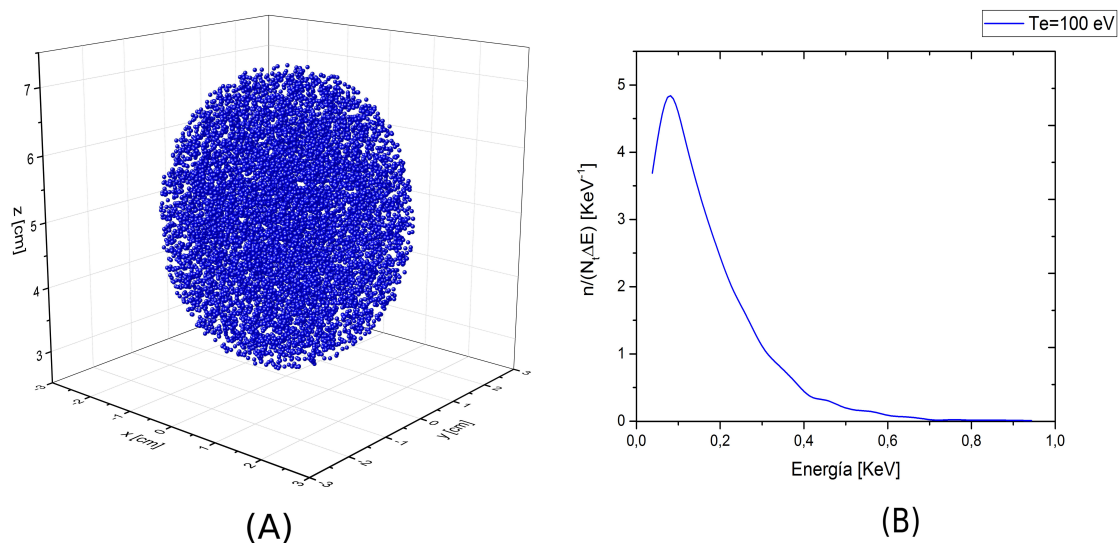


Figura 2.11: (a) Distribución espacial de electrones en forma de nube inyectada inicialmente. (b) Espectro energético inicial para una velocidad térmica máxima de 5 KeV .

la intención de aproximar el porcentaje de electrones que escapan y los que son acelerados.

2.3 Simulación de una nube de electrones utilizando un campo magnético no homogéneo

Simulaciones comp.				Promedio	Porcentaje %
1	2	3	4		
1698	1500	1512	1777	1621	16.2
1763	1595	1657	1714	1682	16.82

Tabla 2.5: Resultados de las simulaciones realizadas con velocidad térmica de inyección de 2 eV. El color rojo y el color verde indican los electrones que se escapan de la cavidad y los que alcanzan un $\gamma > 10$ respectivamente.

$$T = 2 \text{ eV}$$

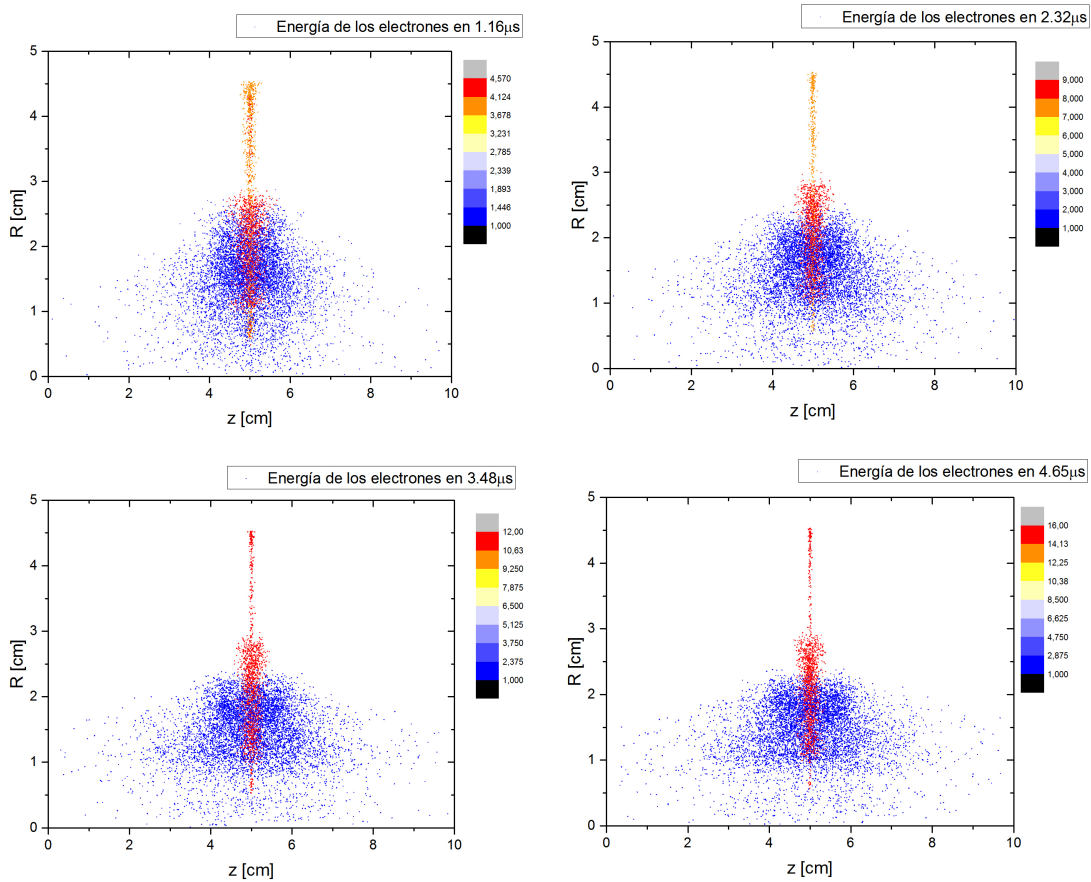


Figura 2.12: Evolución temporal de la nube de electrones en el mecanismo Gyroc, con velocidad térmica máxima de inyección de 2 eV.

2.3 Simulación de una nube de electrones utilizando un campo magnético no homogéneo

Simulaciones comp.				Promedio	Porcentaje %
1	2	3	4		
1640	1556	1592	1558	1611	16.1
1554	1413	1510	1558	1682	15.92

Tabla 2.6: Resultados de las simulaciones realizadas con velocidad térmica de inyección de 100 eV. El color rojo y el color verde indican los electrones que se escapan de la cavidad y los que alcanzan un $\gamma > 10$ respectivamente.

$T = 100 \text{ eV}$

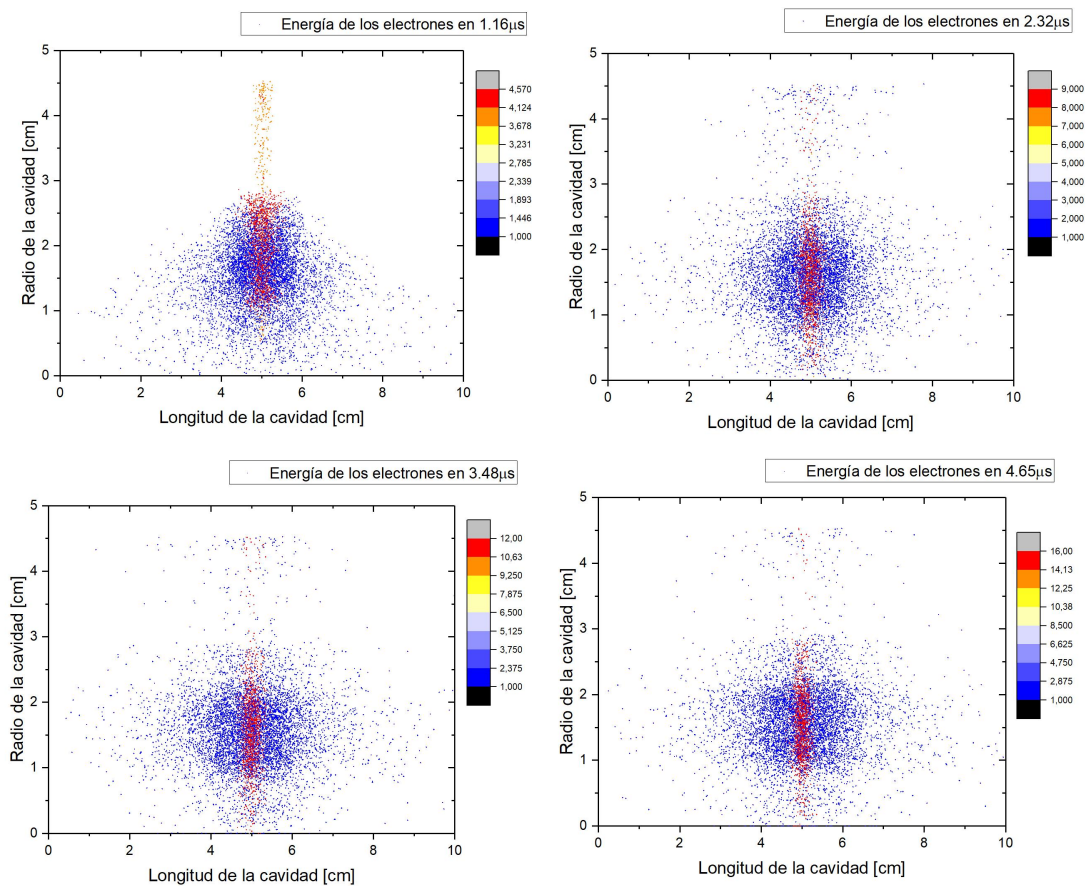


Figura 2.13: Evolución temporal de la nube de electrones en el mecanismo Gyroc, con velocidad térmica máxima de inyección de 100 eV.

2.3 Simulación de una nube de electrones utilizando un campo magnético no homogéneo

Simulaciones comp.				Promedio	Porcentaje %
1	2	3	4		
3385	3348	3307	3278	3329	33.3
928	867	870	897	890	8.9

Tabla 2.7: Resultados de las simulaciones realizadas con velocidad térmica de inyección de 1000 eV. El color rojo y el color verde indican los electrones que se escapan de la cavidad y los que alcanzan un $\gamma > 10$ respectivamente.

$T = 1 \text{ KeV}$

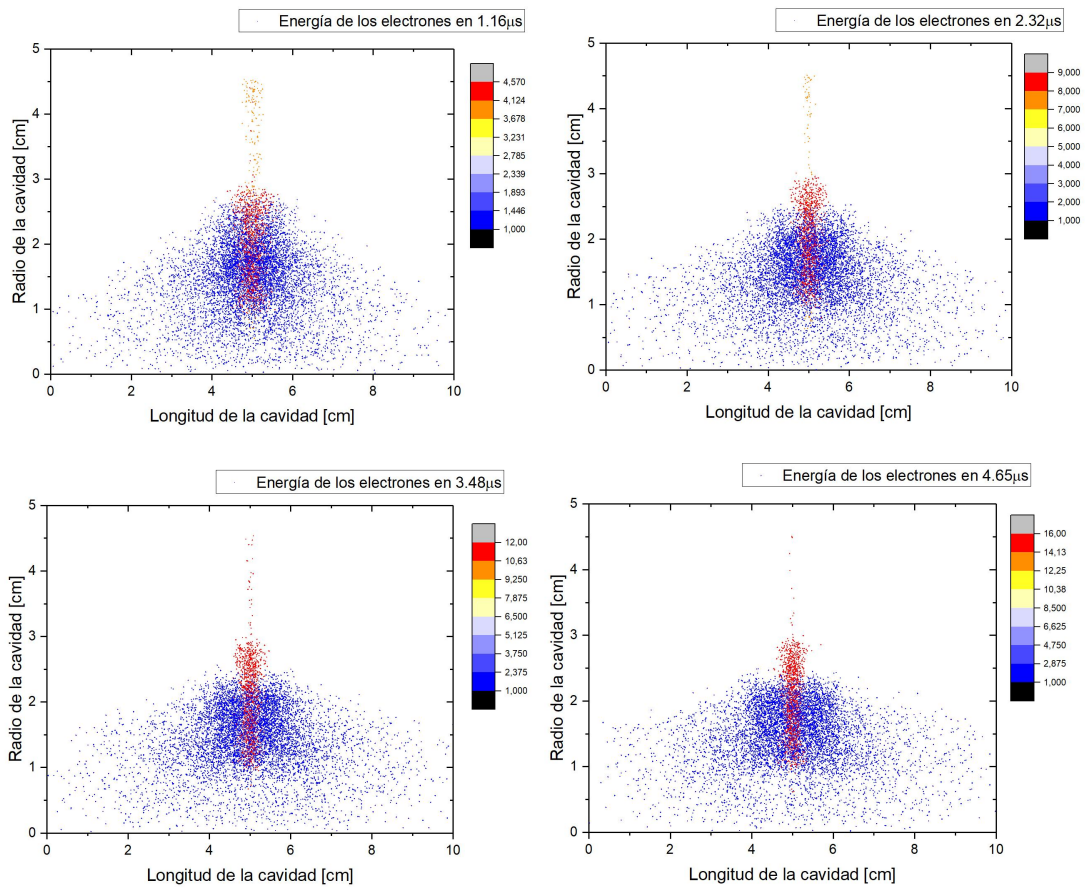


Figura 2.14: Evolución temporal de la nube de electrones en el mecanismo Gyroc, con velocidad térmica máxima de inyección de 1000 eV.

2.3 Simulación de una nube de electrones utilizando un campo magnético no homogéneo

Simulaciones comp.				Promedio	Porcentaje %
1	2	3	4		
5168	5188	5183	5235	5193	52
487	515	468	501	492	4.9

Tabla 2.8: Resultados de las simulaciones realizadas con velocidad térmica de inyección de 5000 eV. El color rojo y el color verde indican los electrones que se escapan de la cavidad y los que alcanzan un $\gamma > 10$ respectivamente.

$$T = 5 \text{ KeV}$$

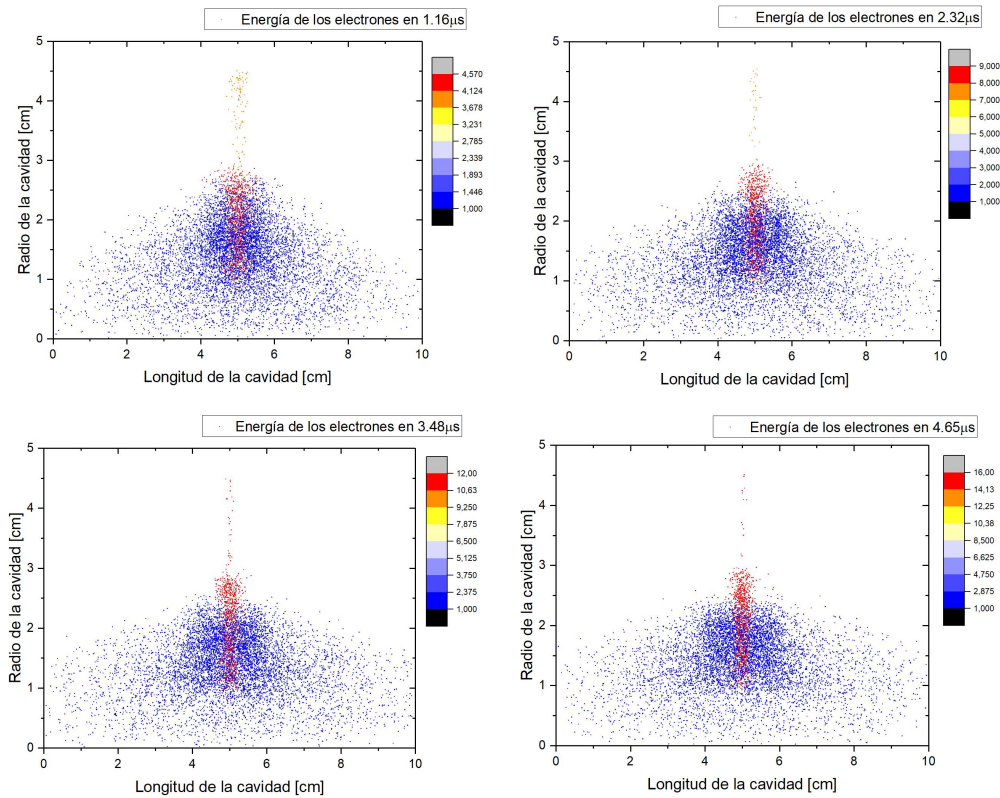


Figura 2.15: Evolución temporal de la nube de electrones en el mecanismo Gyration, con velocidad térmica máxima de inyección de 5000 eV.

De las gráficas 2.12-2.15 y tablas 2.5-2.8, se puede establecer que dependiendo de la velocidad de inyección dependerá el número de electrones acelerados, esto es consistente con el estudio realizado hasta el momento ya que entre mayor sea la velocidad inicial, mayor será la diferencia entre el factor γ y 1, conllevando a no cumplirse un crecimiento apropiado del campo magnético para los parámetros escogidos, en pocas palabras menos partículas estarán en el régimen de Gyration, definido por la ecuación 2.7. Otra observación interesante es que sin importar la velocidad de inyección las partículas aceleradas tienden a ubicarse en $z = 5 \text{ cm}$, región en la cual las condiciones del sistema son apropiadas para mantener la aceleración auto-resonante.

2.3 Simulación de una nube de electrones utilizando un campo magnético no homogéneo 40

con intención de analizar las condiciones iniciales (x, y, z) de los electrones acelerados se realiza la figura (2.16)

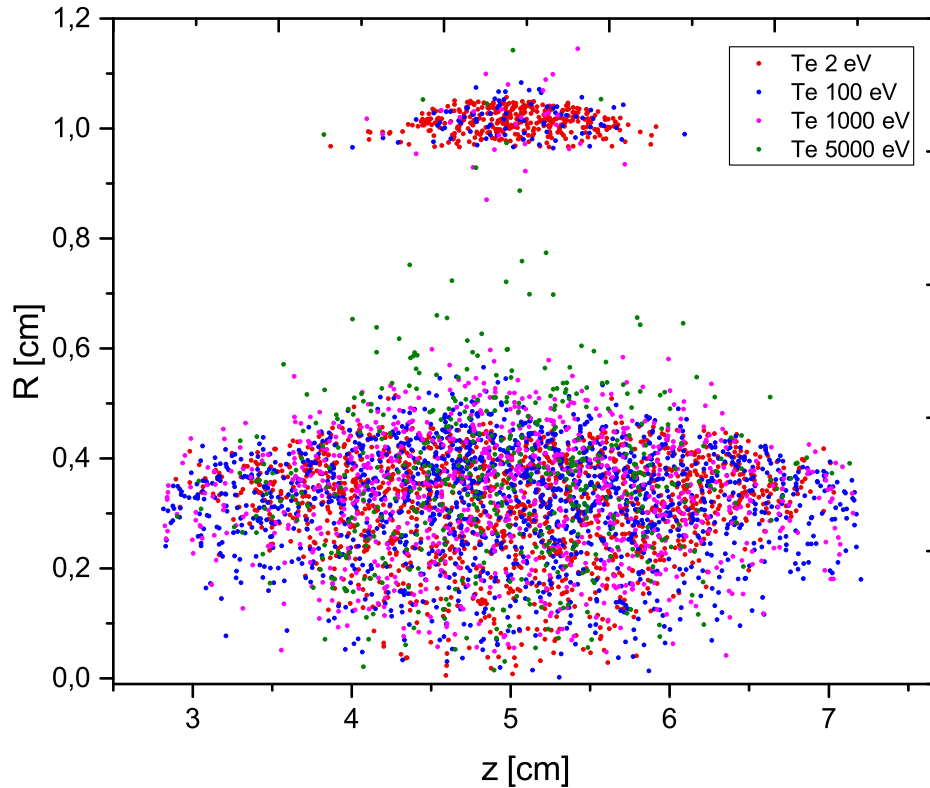


Figura 2.16: Posiciones iniciales de las partículas aceleradas, para las velocidades térmicas de inyección de 2, 100, 1000 y 5000 eV

todos los electrones acelerados sin importar la velocidad de inyección se encuentran inicialmente en $r \approx 1 \text{ cm}$ y $r \leq 0,5 \text{ cm}$, este resultado es de resaltar ya que se podría pensar que la región inicial de los electrones acelerados sea cercana a $z = 5 \text{ cm}$. La razón de la aceleración se debe a que el sistema está ajustado para comenzar en estado resonante en el centro de la cavidad, los electrones que cumplen con la condición $r \simeq 0$ tienen la posibilidad de pasar por la región $z = 5 \text{ cm}$ en la cual algunos de ellos podrán ser alcanzados por la resonancia. Posteriormente el aumento de la corriente en las bobinas centrales ocasionan que el pozo se vuelva más estrecho como se observa en el perfil de campo magnético de la figura 2.10. El estrechamiento del pozo magnético ocasionará que los electrones se ubiquen en la parte inferior ($z = 5 \text{ cm}$).

Resulta interesante analizar las trayectorias de un electrón inyectado en la región de aceleración, estos resultados se muestran en la figura 2.17

Para verificar que la ganancia de energía de los electrones no está relacionada con la velocidad inicial, más sí con el sostenimiento de las condiciones de resonancia ciclotrónica. Se compararon los espectros

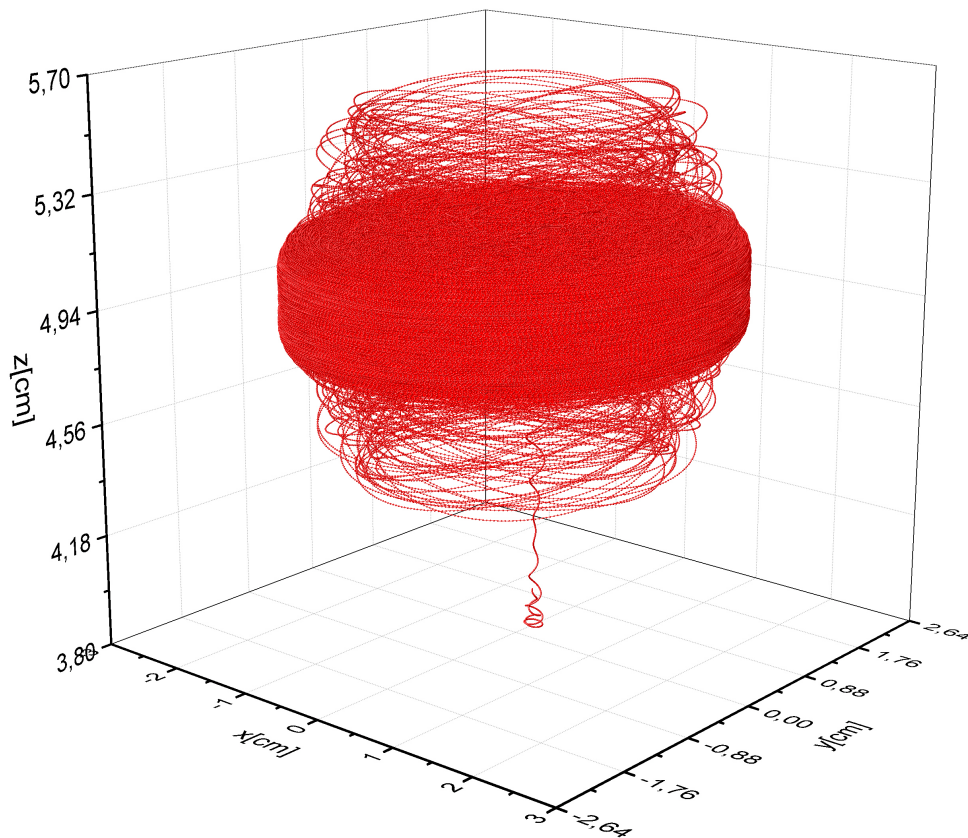


Figura 2.17: Trayectoria de electrón acelerado. Inyectado en la nube electrónica en la posición inicial $(x = 0,23, y = 0,23, z = 3,97)$ cm y $\gamma_0 = 1,000113$.

energéticos finales para cada una de las velocidades estudiadas, la cual es representada en la figura 2.17.

Es de interés observar que aunque los electrones fueron inyectados con diferentes velocidades, la ganancia de energía es practicante la misma. Lo que significa que para la aceleración de electrones en el mecanismo Gyroc no es necesaria una pre-aceleración.

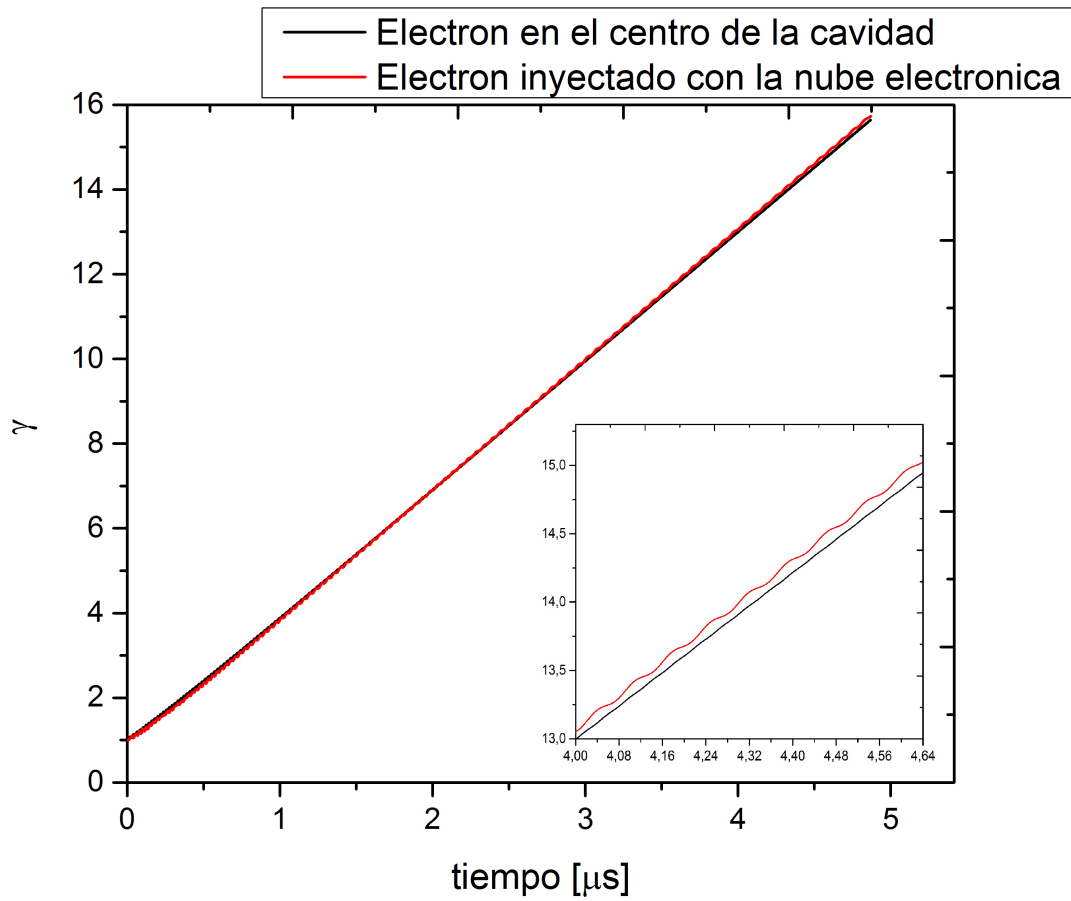


Figura 2.18: Comparación de los diferentes espectros energéticos.

CAPÍTULO 3

CONCLUSIONES

- Se realizó un estudio analítico del mecanismo Gyroc y las condiciones que se deben cumplir para mantener el estado de resonancia ciclotrónica. Las simulaciones muestran que se satisface el estudio analítico, acelerando un electrón o un conjunto de electrones no interactuantes.
- Utilizando herramientas computacionales se establecieron los parámetros de las bobinas (dimensiones, corrientes y distribución espacial), para generar perfiles de campo magnéticos apropiados, manteniendo la condición de resonancia ciclotrónica en la región central de la cavidad.
- Bajo el esquema propuesto de confinamiento por una trampa magnética tipo espejo, con bobinas centrales de corriente variable en el tiempo y el modo cilíndrico TE_{111} , se encontró que los electrones acelerados alcanzan energías del orden de los MeV . Resultado independiente de la velocidad de inyección de la nube electrónica.
- Los resultados sugieren que en la región de inyección $r \approx 1\text{ cm}$ y $r < 0,6\text{ cm}$ se acelera la mayor cantidad de electrones, independientemente de la velocidad inicial, debido a que la configuración de los campos satisfacen la condición de resonancia ciclotrónica en estas regiones. Lo cual Conduce; que en la aceleración de electrones utilizando un mecanismo Gyroc no es necesaria una aceleración previa.
- Se verificó que el numero de electrones que escapan y los que son acelerados está relacionado directamente con la velocidad de inyección. Se propone para un estudio posterior adicionar una trampa magnética minimi-B, la cual disminuiría la fuga de electrones radialmente.
- Los resultados sugieren que los electrones acelerados puede alcanzar mayor energía en los mismos intervalos de tiempo; esto si aumenta g_0 . Para aumentar g_0 se debe disminuir la frecuencia de rotación del campo eléctrico (ω), la cual está directamente relacionada con la geometría de la cavidad resonante. Por lo cual sería de interés realizar un estudio donde el campo eléctrico no sea generado en una cavidad resonante, teniendo más control sobre ω .

REFERENCIAS

- [1] VV Andreev, DV Chuprov, VI Ilgisonis, AA Novitsky, and AM Umnov. Gyromagnetic autoresonance plasma bunches in a magnetic mirror. *Physics of Plasmas*, 24(9):093518, 2017.
- [2] VV Andreev and KS Golovanivskij. Gyroc-o plasma synchrotron. *Fizika Plazmy*, 11(3):300–306, 1985.
- [3] VV Andreev, AA Novitskiy, AM Umnov, and DV Chuprov. A pulse-periodic gyroresonant plasma accelerator. *Instruments and Experimental Techniques*, 55(3):301–312, 2012.
- [4] VV Andreev and AM Umnov. Relativistic plasma and electron bunches in plasma synchrotrons of gyrac. *Plasma Sources Science and Technology*, 8(3):479, 1999.
- [5] Chiping Chen. Scaling laws for the cyclotron resonance laser accelerator. *Physics of Fluids B: Plasma Physics*, 3(11):2933–2935, 1991.
- [6] V Ya Davydovskii. Possibility of resonance acceleration of charged particles by electromagnetic waves in a constant magnetic field. *Soviet Journal of Experimental and Theoretical Physics*, 16:629, 1963.
- [7] Valeriy D Dugar-Zhabon and Eduardo A Orozco. Cyclotron spatial autoresonance acceleration model. *Physical Review Special Topics-Accelerators and Beams*, 12(4):041301, 2009.
- [8] Olivier Gal. Gyroc: a compact, cyclic electron accelerator. *IEEE Transactions on Plasma Science*, 17(4):622–629, 1989.
- [9] KS Golovanivsky. The gyrac: A proposed gyro-resonant accelerator of electrons. *IEEE Transactions on Plasma Science*, 10(2):120–129, 1982.
- [10] B Hafizi, P Sprangle, and JL Hirshfield. Electron beam quality in a cyclotron autoresonance accelerator. *Physical Review E*, 50(4):3077, 1994.
- [11] HR Jory and AW Trivelpiece. Charged-particle motion in large-amplitude electromagnetic fields. *Journal of Applied Physics*, 39(7):3053–3060, 1968.
- [12] AA Kolomenskii and AN Lebedev. Self-resonant particle motion in a plane electromagnetic wave. In *Soviet Physics Doklady*, volume 7, page 745, 1963.
- [13] Lev Davidovich Landau. *The classical theory of fields*, volume 2. Elsevier, 2013.
- [14] MA LaPointe, RB Yoder, Changbiao Wang, AK Ganguly, and JL Hirshfield. Experimental demonstration of high efficiency electron cyclotron autoresonance acceleration. *Physical review letters*, 76(15):2718, 1996.
- [15] QF Li, SY Park, and JL Hirshfield. Theory of gyrotron traveling-wave amplifiers. *IEEE transactions on microwave theory and techniques*, 34(10):1044–1058, 1986.
- [16] Abraham Loeb and L Friedland. Autoresonance laser accelerator. *Physical Review A*, 33(3):1828, 1986.

-
- [17] Abraham Loeb, L Friedland, and S Eliezer. Autoresonance laser acceleration of guided “quasineutral” electron-positron beams. *Physical Review A*, 35(4):1692, 1987.
- [18] DB McDermott, DS Furuno, and NC Luhmann Jr. Production of relativistic, rotating electron beams by gyroresonant rf acceleration in a te₁₁₁ cavity. *Journal of applied physics*, 58(12):4501–4508, 1985.
- [19] WH Miner, P Vitello, and AT Drobot. Theory and numerical simulation of a te/sub 111/gyroresonant accelerator. *IEEE transactions on microwave theory and techniques*, 32(10):1293–1301, 1984.
- [20] Renato Pakter, Ibero Luiz Caldas, F Couto, T Caetano, and Felipe Barbedo Rizzato. Chaotic dynamics induced by space-charge waves in cyclotron resonance accelerators. *Physical Review E*, 54(4):4202, 1996.
- [21] Charles S Roberts and SJ Buchsbaum. Motion of a charged particle in a constant magnetic field and a transverse electromagnetic wave propagating along the field. *Physical Review*, 135(2A):A381, 1964.
- [22] YI Salamin. Yi salamin, fhm faisal, and ch keitel, phys. rev. a 62, 053809 (2000). *Phys. Rev. A*, 62:053809, 2000.
- [23] R Shpitalnik, C Cohen, F Dothan, and L Friedland. Autoresonance microwave accelerator. *Journal of applied physics*, 70(3):1101–1106, 1991.
- [24] KH Tsui. Electron-beam acceleration by cyclotron-autoresonance interaction. *Physical Review E*, 51(1):649, 1995.

APÉNDICE A

MÉTODOS NUMÉRICOS

Diferencias finitas

Las diferencias finitas nacen al expandir una función en una serie de Taylor. la serie de Taylor describe una función utilizando las derivadas evaluadas en un punto

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} f^{(n)}(x_0)(x - x_0)^n \quad (\text{A.1})$$

$f^{(n)}(x_0)$ representa la n-ésima derivada evaluada en x_0 . Esta serie se puede truncar hasta un valor deseado, siempre justificado por la situación física ha analizar. Para nuestro estudio solo utilizaremos los dos primeros términos ya que son suficiente para realizar un calculo en la precisión deseado. De esta manera escribiremos la ecuación para el punto $f(x_0)$, utilizando la aproximación de la serie de Taylor adelante y atrás

$$f'(x_0) \approx \frac{f(x_0) - f(x_0 - h)}{h} + O(h) \quad (\text{A.2})$$

$$f'(x_0) \approx \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} + O(h) \quad (\text{A.3})$$

Donde h representa la distancia a la cual se desea aproximar el valor de la función.

Utilizando las ecuaciones (A.2) y (A.3) se puede realizar un promedio de estas, describiendo así las diferencias finitas centradas

$$f'(x_0) \approx \frac{f(x_0 + h) - f(x_0 - h)}{2h} O(h)^2 \quad (\text{A.4})$$

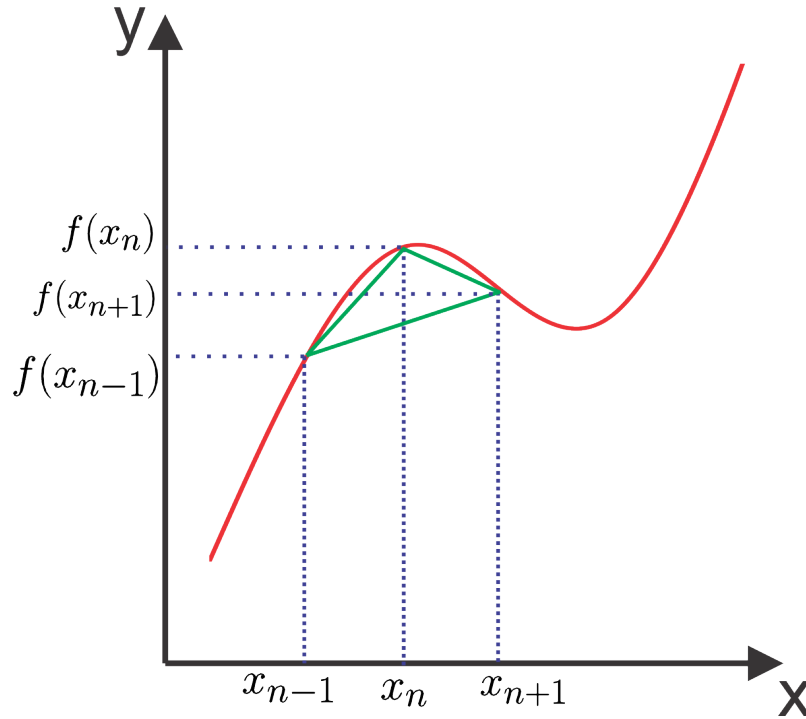


Figura A.1: Representación gráfica de diferencias finitas centradas, izquierda y derecha.

Esta aproximación describe mejor el valor de la pendiente en el punto $f(x_0)$ como se observa en la figura (A.1).

Si se desea conocer una aproximación para la segunda derivada el proceso se repite, lo cual quiere decir que la primera derivada se expande en una serie de Taylor

$$f''(x_0) \approx \frac{f(x_0 + 2h) - 2f(x_0) + f(x_0 - 2h)}{(2h)^2} + O(h)^2$$

El valor de h puede cambiar a un nuevo valor el cual sea la mitad de h ($h \rightarrow \frac{h}{2}$), escribiendo así

$$f''(x_0) \approx \frac{f(x_0 + 2h) - 2f(x_0) + f(x_0 - 2h)}{(2h)^2} + O(h)^2 \quad (\text{A.5})$$

Esquemas leap-frog

Este esquema es comúnmente utilizado para resolver ecuaciones de newton-lorentz. Las dos ecuaciones diferenciales de primer orden que deben ser integradas para cada partícula son

$$m \frac{dv}{dt} = F \quad (\text{A.6})$$

$$\frac{dx}{dt} = v \tag{A.7}$$

las cuales son remplazadas por ecuaciones en diferencias finitas como

$$m \frac{v_{n+1/2} - v_{n-1/2}}{\Delta t} \approx F(x_n) + O(\Delta t)^2 \tag{A.8}$$

$$\frac{x_{n+1} - x_n}{\Delta t} \approx v_{n+1/2} + O(\Delta t)^2 \tag{A.9}$$

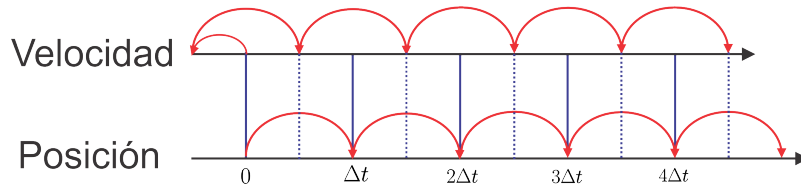


Figura A.2: Representación gráfica del esquema leap-frog

Los índices x_n y $v_{n+1/2}$ indican que existe un desfase entre las mallas de posición y velocidad (ver figura A.2). El desfase entre las mallas es la principal característica del esquema leap-frog y representa una gran ventaja a la estabilidad del método, esto quiere decir que la acumulación de error con el tiempo no es tan grande en comparación con otros métodos.

Método de Runge-Kutta

Un algoritmo para solución de las ecuaciones diferenciales muy conveniente y utilizando en muchas situaciones son los algoritmos de Runge-Kutta al cual posee diferentes ordenes de magnitud.

Para analizar el método de Runge-Kutta se utilizará el de segundo orden, mediante una expansión de la ecuación subintegral en serie de Taylor alrededor de un punto a la mitad del intervalo h

$$y_{n+1} = y_n + \int_{x_n}^{x_{n+1}} f(x, y) dx \approx y_n + hf(x_{n+1/2}, y_{n+1/2}) + O(h)^3 \tag{A.10}$$

Defini k cuyo valor es la aproximación intermedia al doble de la diferencia entre y^n y y^{n+1} , es posible describir el procedimiento en dos etapas

$$k = hf(x_n, y_n) \tag{A.11}$$

$$y_{n+1} = y_n + hf(x_{n+1/2}, y_n + \frac{k}{2}) + O(h)^3 \tag{A.12}$$

Para nuestro estudio se utilizará un algoritmo de cuarto orden, el cual evalúa la función 4 veces para cada paso de integración y tiene un exactitud local de $O(h)^5$. Este orden es el mas utilizado en los estudios computacional ya que representa la mejor equivalencia entre la precisión y esfuerzo computacional.

Interpolación lineal

La interpolación lineal o unidimensional, consiste en la construcción de una función $f(x)$, la cual satisface ciertas condiciones $f(x_n) = y_n$ con $n = 1, 2, \dots, N$. Además de asumir valores apropiados entre los nodos, lo que significa que dependiendo del tipo de función, dependerán el número de puntos entre los nodos.

La interpolación lineal es definida por la ecuación de la recta recta

$$f(x_p) = f(x_n) + \frac{f(x_{n+1}) - f(x_n)}{x_{n+1} - x_n}(x_p - x_n)$$

$$f(x_p) = \frac{f(x_n) * (x_{n+1} - x_p) + f(x_{n+1}) * (x_p - x_n)}{x_{n+1} - x_n} \quad (\text{A.13})$$

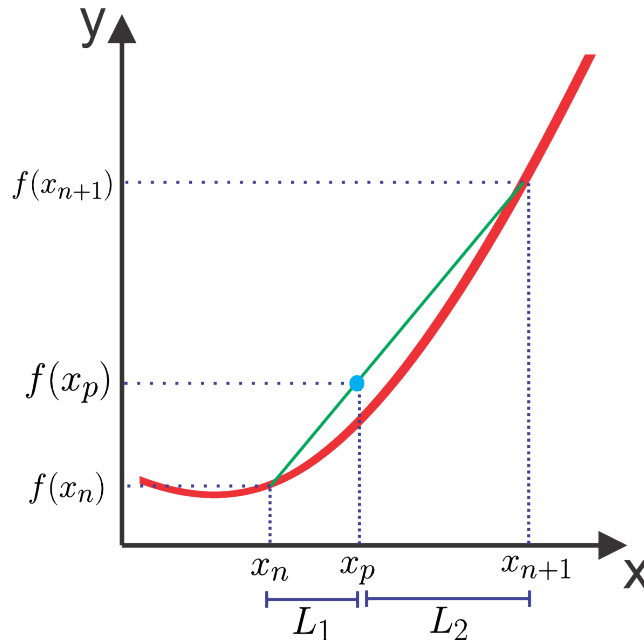


Figura A.3: Representación gráfica para la interpolación lineal

Si se utilizan índices computacionales claramente $x_{n+1} - x_n = 1$. La ecuación (A.13) representa el resultado de la interpolación pero aún más importante es la idea que trasmite, reflejando que la suma de la multiplicación de los puntos $f(x_{n,n+1})$ con su distancia opuesta, es el valor del punto intermedio $f(x_p)$. Esta idea es ilustrada en la figura (A.3).

Interpolación bilineal

La interpolación bilineal consiste en la construcción de una función $f(x, y)$, por lo tanto, la idea desarrollada con la interpolación lineal, puede ser utilizada en esta situación, con la diferencia que se realiza la suma de la multiplicación de los puntos $f(x_{n,n+1}, y_{n,n+1})$ con su área opuesta.

Por ejemplo, si se quiere conocer el valor del campo magnético en el interior de 4 puntos de malla (z, r) , la ecuación que lo define, es escrita como

$$B(z_p, r_p) = B(z_n, r_n) * A_2 + B(z_{n+1}, r_n) * A_1 + B(z_n, r_{n+1}) * A_3 + B(z_{n+1}, r_{n+1}) * A_4 \quad (\text{A.14})$$

Esta idea es ilustrada en la figura (A.4).

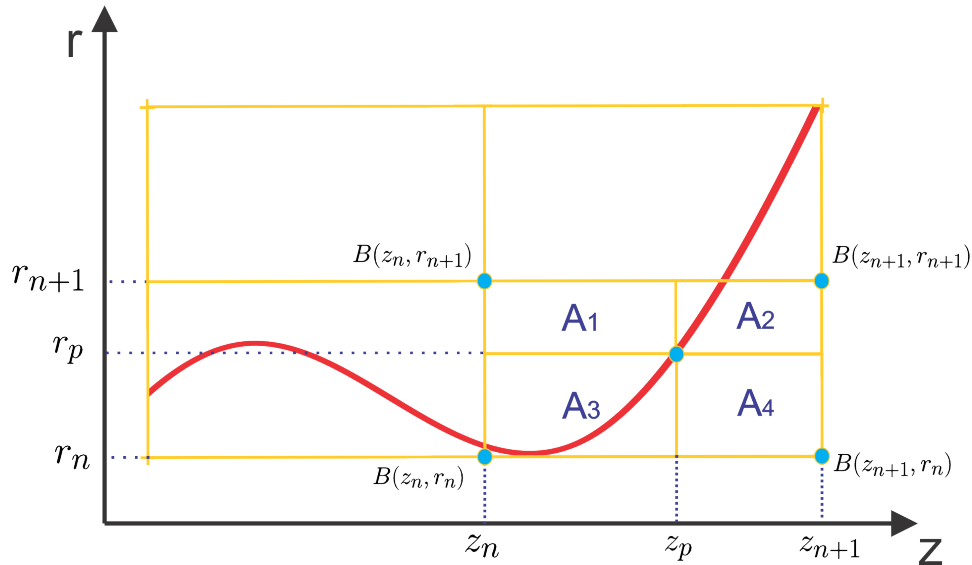


Figura A.4: Representación gráfica para la interpolación bilineal.