

El Pensamiento Aleatorio en Educación Básica Primaria: Un abordaje desde el Análisis
Didáctico de los Libros de Texto

Daniela Villamizar Villamizar

Diana Marcela Pineda Saavedra

Trabajo de Grado para Optar al Título de Licenciada en Educación Básica Primaria

Directora:

Jenny Patricia Acevedo-Rincón

Doctora en Educación

Universidad Industrial de Santander

Facultad de Ciencias Humanas

Escuela de Educación

Licenciatura en Educación Básica Primaria

Bucaramanga

2025

Agradecimientos

A *Dios*, porque nos ha regalado la vida, la calma y la sabiduría necesaria para construir este camino formativo.

A la *Universidad Industrial de Santander*, por brindarnos sus instalaciones, planta docente y demás servicios que influyeron en nuestra formación integral.

A nuestra directora, la *Dra. Jenny Patricia Acevedo Rincón*, quien con su compromiso constante nos motivó y demostró el amor por la educación y por el área de Matemáticas.

A la profesora *Yesica Nieto* y al profesor *Edward Orozco*, quienes con sus valiosas orientaciones y enseñanzas académicas contribuyeron positivamente en este trabajo de grado.

A todos los profesores que han aportado una valiosa formación en nosotras.

Al *Semillero STEAM+H* por motivarnos en el campo de la investigación.

A nuestras *amigas y amigos*, quienes serán también nuestros futuros colegas, gracias por esta etapa vivida junto a ustedes.

A *nuestra familia*, por ser nuestro motor y apoyo constante.

A nuestras *parejas*, por acompañarnos, creer en nosotras, ser nuestro apoyo emocional e incentivarnos a cumplir nuestras metas.

Dedicatoria

Dedico el sueño de niña y el esfuerzo de cinco años de estudio, principalmente, a mi mamá, *Patricia*, quien ha sido mi apoyo incondicional en todas las etapas de mi vida. Esta victoria también es para mi papá, *Victor Hugo*, quien siempre confió en mí y me brindó palabras de aliento.

Para mis hermanas *Mónica, Clara y Laura*, guardo en mi corazón un pedacito de cada una, la generosidad, el amor y la valentía son parte de mi vida personal y profesional.

Para mi abuelita materna, *María Clara*, su compañía y sus oraciones me ayudan día a día a llegar a la cima.

Para mis sobrinitos *Sebastian y Luciana*, a quienes amo, quiero ser para ellos el reflejo de una tía y maestra dedicada, amorosa, soñadora y comprometida.

Para mi novio, *Felix*, por compartir conmigo lo bonito de esta vida; te espero muy pronto de este lado de la meta, todo se ve lindo aquí y sé que podremos seguir creciendo juntos.

Este triunfo no es solo mío, es gracias a ustedes y para ustedes.

Daniela V.

Comparto este logro a quienes acompañan cada parte de mi camino y me incentivan a perseguir mis sueños.

En especial a mi mamá *Maryen Cecilia* quien desde lo más profundo de su corazón se llena de ilusión por mis sueños. Ella, la que siempre vislumbra para mí un destino esperanzador de colores brillantes.

A mi papá *Carlos Fernando*, quien me forja de carácter para enfrentar cada altibajo de la vida.

A mi hermano, *Diego*, por mantener la unión del hogar con su gran corazón y generosidad.

A mi abuela materna, *Zenaida*, quien demuestra su amor más puro y apoyo incondicional en cada momento de mi vida.

A mi pareja *Luis*, por ser mi inspiración para acercarme al camino del conocimiento y convertirse en mi luz en momentos amargos.

A mi pasión por el baile, que con cada paso sana las heridas más íntimas.

Diana P.

Tabla de contenido

INTRODUCCIÓN	11
<u>CAPÍTULO 1. APROXIMACIÓN A LA PROBLEMÁTICA DE INVESTIGACIÓN</u>	<u>14</u>
1.1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	14
1.2. JUSTIFICACIÓN	20
1.3. OBJETIVOS	26
1.3.1. <i>OBJETIVO GENERAL</i>	26
1.3.2. <i>OBJETIVOS ESPECÍFICOS</i>	26
<u>CAPÍTULO 2. APROXIMACIÓN TEÓRICA DE LA INVESTIGACIÓN</u>	<u>27</u>
2.1. ANTECEDENTES DE LA INVESTIGACIÓN	27
2.1.1. <i>ENFOQUES DE ANÁLISIS DE LOS LIBROS DE TEXTO DE MATEMÁTICAS</i>	28
2.1.2. <i>REFERENTES METODOLÓGICOS PARA ANÁLISIS DE LOS LIBROS DE TEXTO</i>	35
2.1.3. <i>OBJETOS MATEMÁTICOS DE LOS ESTUDIOS REVISADOS</i>	37
2.1.4. <i>ANÁLISIS DE LAS TAREAS MATEMÁTICAS SEGÚN SU NIVEL DE ESCOLARIDAD</i>	41
2.2. MARCO TEÓRICO	47
2.2.1. <i>PENSAMIENTO ALEATORIO – PA</i>	48
2.2.2. <i>ANÁLISIS DIDÁCTICO</i>	51
<u>CAPÍTULO 3. APROXIMACIÓN METODOLÓGICA</u>	<u>74</u>
3.1. MÉTODO	74
3.2. DISEÑO METODOLÓGICO	75
3.3. DATOS DE LA INVESTIGACIÓN	76
3.4. FASES DE LA INVESTIGACIÓN	80
3.4.1. <i>FASE 1. PREPARACIÓN</i>	80
3.4.2. <i>FASE 2. REDUCCIÓN DE DATOS</i>	81
3.4.3. <i>FASE 3. DISPOSICIÓN DE DATOS</i>	81
3.4.4. <i>FASE 4. OBTENCIÓN Y ANÁLISIS DE DATOS</i>	82
3.4.5. <i>FASE 5. INFORMACIÓN</i>	82
3.5. TÉCNICAS E INSTRUMENTOS DE RECOLECCIÓN DE LA INFORMACIÓN	83
<u>CAPÍTULO 4. RESULTADOS DE LA INVESTIGACIÓN</u>	<u>89</u>
4.1. SECTORES	89
4.2. EDITORIALES	91
4.3. GRADOS	92
4.4. EJES CONCEPTUALES	95

<u>CAPÍTULO 5. DISCUSIÓN</u>	<u>112</u>
5.1. ANÁLISIS CONCEPTUAL	112
5.2. ANÁLISIS COGNITIVO	138
5.3. ANÁLISIS DE INSTRUCCIÓN	145
<u>CAPÍTULO 6. CONCLUSIONES</u>	<u>173</u>
<u>REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS</u>	<u>177</u>
<u>APÉNDICES</u>	<u>192</u>

Lista de Tablas

Tabla 1 Subcategorías e indicadores para la categoría Análisis Conceptual	56
Tabla 2 Subcategoría e indicadores para la categoría Análisis Cognitivo	58
Tabla 3 Subcategorías e indicadores para la categoría Análisis de Instrucción	59
Tabla 4 Listado de Libros de Texto	77
Tabla 5 Técnicas e instrumentos de recolección de información	83
Tabla 6 Convenciones para la codificación de los datos	89
Tabla 7 TME distribuidas por Sectores (Privado y Público)	90
Tabla 8 TME distribuidas por Editoriales	91
Tabla 9 TME distribuidas por Grados	93
Tabla 10 TME de la Editorial 1 distribuidas por ejes conceptuales de Estadística	96
Tabla 11 TME de la Editorial 1 distribuidas por ejes conceptuales de Probabilidad	98
Tabla 12 TME de la Editorial 2 distribuidas por ejes conceptuales de Estadística	100
Tabla 13 TME de la Editorial 2 distribuidas por ejes conceptuales de Probabilidad	102
Tabla 14 TME de la Editorial 3 distribuidas por ejes conceptuales de Estadística	104
Tabla 15 TME de la Editorial 3 distribuidas por ejes conceptuales de Probabilidad	106
Tabla 16 TME de la Editorial 4 distribuidas por ejes conceptuales de Estadística	108
Tabla 17 TME de la Editorial 4 distribuidas por ejes conceptuales de Probabilidad	110
Tabla 18 Análisis Conceptual Editorial 1	113
Tabla 19 Análisis Conceptual Editorial 2	118
Tabla 20 Análisis Conceptual Editorial 3	123
Tabla 21 Análisis Conceptual Editorial 4	128
Tabla 22 Análisis Cognitivo Editorial 1	138
Tabla 23 Análisis Cognitivo Editorial 2	140
Tabla 24 Análisis Cognitivo Editorial 3	142
Tabla 25 Análisis Cognitivo Editorial 4	143
Tabla 26 Análisis de Instrucción Editorial 1	146
Tabla 27 Análisis de Instrucción Editorial 2	148
Tabla 28 Análisis de Instrucción Editorial 3	150
Tabla 29 Análisis de Instrucción Editorial 4	152
Tabla 30 Matriz de registro de información documental	192
Tabla 31 Ficha de verificación de Libros de Texto y unidades de análisis	193
Tabla 32 Matriz de análisis de datos	194

Lista de Figuras

Figura 1 Categorías Análisis Didáctico	54
Figura 2 Ejemplo #1 representación verbal	60
Figura 3 Ejemplo #2 representación verbal	60
Figura 4 Ejemplo #1 representación pictórica	61
Figura 5 Ejemplo #2 representación pictórica	62
Figura 6 Ejemplo #1 representación icónica	63
Figura 7 Ejemplo #2 representación icónica	63
Figura 8 Ejemplo #1 representación tabular	64
Figura 9 Ejemplo #2 representación tabular	64
Figura 10 Ejemplo #1 representación simbólica	65
Figura 11 Ejemplo #2 representación simbólica	66
Figura 12 Ejemplo #1 representación gráfica	67
Figura 13 Ejemplo #2 representación gráfica	67
Figura 14 Ejemplo #1 representación concreta	68
Figura 15 Ejemplo #2 representación concreta	69
Figura 16 Ejemplo #1 de TME con representación verbal y dos tipos de representaciones	69
Figura 17 Ejemplo #2 de TME con representación verbal y dos tipos de representaciones	70
Figura 18 Ejemplo #1 de TME con representación verbal y tres tipos de representaciones	71
Figura 19 Ejemplo #2 de TME con representación verbal y tres tipos de representaciones	71
Figura 20 Fases metodológicas, técnicas e instrumentos de recolección de datos	88
Figura 21 Tablas sin divisiones como obstáculo didáctico	157
Figura 22 Tabla sin encabezados como obstáculo didáctico	158
Figura 23 Gráfico de puntos como obstáculo didáctico	160
Figura 24 Pictograma como obstáculo didáctico	161
Figura 25 Explicación para la realización de un gráfico circular como obstáculo didáctico	162
Figura 26 TME complejas para el grado y edad como obstáculo didáctico	164
Figura 27 Instrucciones amplias como obstáculo didáctico	166
Figura 28 Lenguaje inadecuado como obstáculo didáctico	167
Figura 29 TME referidas a errores de tamaño	169
Figura 30 TME referidas a errores de color	170
Figura 31 TME referidas a errores ortográficos	171

Lista de Apéndices

<i>Apéndice A. Instrumento para la recolección de información en bases de datos</i>	<i>192</i>
<i>Apéndice B. Instrumento para la selección de datos de análisis.....</i>	<i>193</i>
<i>Apéndice C. Instrumento para el análisis de las TME.....</i>	<i>194</i>

Resumen

Título: El Pensamiento Aleatorio en Educación Básica Primaria: Un abordaje desde el Análisis Didáctico de los Libros de Texto *

Autor: Daniela Villamizar Villamizar (1), Diana Marcela Pineda Saavedra (2)**

Palabras Clave: Análisis Didáctico, Pensamiento Aleatorio, Libros de Texto, Educación Básica Primaria, Formación de profesores.

Descripción: La investigación se centra en la búsqueda de elementos que contribuyan a una enseñanza efectiva del Pensamiento Aleatorio (PA), tales como: la formación de profesores en Estadística y Probabilidad y la reflexión de las Tareas Matemáticas Escolares (TME) propuestas en los Libros de Texto. El objetivo es caracterizar el abordaje didáctico del PA y su relación con el currículo de Matemáticas en Educación Básica Primaria, a partir del Análisis Didáctico de una muestra de dos editoriales públicas y dos privadas, que reúnen un total de 592 TME. El estudio se orienta desde una metodología de investigación mixta que traza cinco fases de investigación: preparación, reducción de datos, disposición de datos, obtención y análisis de datos e información. El análisis de los Libros de Texto se realiza a partir de tres categorías: Análisis Conceptual, Análisis Cognitivo y Análisis de Instrucción. Los resultados evidencian el predominio de TME centradas en la Estadística, especialmente en la organización y representación de los datos y en las Medidas de Tendencia Central. Mientras que, en la Probabilidad predomina el abordaje de los eventos seguros, imposibles y posibles y los conceptos generales de este campo. La anterior distribución responde a lo planteado por las directrices curriculares nacionales en cuanto a los ejes conceptuales enseñados. Sin embargo, es ajena al desarrollo de estudiantes matemáticamente competentes, pues se fomenta la ejercitación de procedimientos y se relegan habilidades fundamentales para la vida, relacionadas con el razonamiento, resolución de problemas o modelación. Se concluye la importancia de mediar ejes estadísticos y probabilísticos en el aula, reconocer la labor del profesor en la toma de postura crítica frente al uso del Libro de Texto y la necesidad de vincular las prácticas y lo propuesto en los materiales con la cotidianidad para promover el desarrollo de competencias matemáticas.

* Trabajo de Grado

** Facultad de Ciencias Humanas. Escuela de Educación. Licenciatura en Educación Básica Primaria.
Directora: Jenny Patricia Acevedo-Rincón. Doctora en Educación.

Abstract

Title: Random Thinking in Primary Basic Education: An Approach from the Didactic Analysis of Textbooks *

Author(s): Daniela Villamizar Villamizar (1), Diana Marcela Pineda Saavedra (2)**

Key Words: Didactic Analysis, Random Thinking, Textbooks, Primary Basic Education, Teacher Training.

Description: The research focuses on the search for elements that contribute to an effective teaching of Random Thinking (RT), such as: the training of teachers in Statistics and Probability and the evaluation of School Mathematics Tasks (SMT) proposed in the textbooks. The objective is to characterize the didactic approach of the RT and its relationship with the Mathematics curriculum in Primary Basic Education, based on the Didactic Analysis of a sample of two public and two private publishers, which gather a total of 592 SMT. The study is oriented from a mixed research methodology that traces five research phases: preparation, data reduction, data arrangement, data collection and analysis, and information. The analysis of the textbooks is based on three categories: Conceptual Analysis, Cognitive Analysis, and Instructional Analysis. The results show the predominance of SMT focused on Statistics, especially in the organization and representation of data and in the Measures of Central Tendency. Meanwhile, Probability is dominated by the approach to certain, impossible, and possible events and the general concepts of this field. The above distribution responds to the national curricular guidelines regarding the conceptual hubs taught. However, it is alien to the development of mathematically competent students since it encourages the exercise of procedures and relegates fundamental skills for life, related to reasoning, problem-solving, or modeling. We conclude that it is important to mediate statistical and probabilistic hubs in the classroom to recognize the work of the teacher in taking a critical stance on the use of the textbook and the need to link the practices and what is proposed in the materials with everyday life in order to promote the development of mathematical competences.

* Degree Work

** Faculty of Human Sciences. School of Education. Bachelor's Degree in Elementary Basic Education. Director: Jenny Patricia Acevedo-Rincón. Doctor in Education.

Introducción

La educación colombiana está regulada por la Ley General de Educación 115 de 1994, que afirma que el proceso educativo (enseñanza y aprendizaje) es un derecho fundamental (Ministerio de Educación Nacional [MEN], 2016), y una prioridad para formar la sociedad. Por tanto, padres, profesores y directivos son responsables del ingreso de los niños y jóvenes a una institución educativa, su permanencia y promoción. De igual manera, los estudiantes tienen derecho a recibir una educación de alta calidad fundamentada en la adquisición de conocimientos y competencias pertinentes en las diferentes áreas de estudio, así como la responsabilidad de cumplir con los deberes que se derivan en su trayectoria educativa.

Dentro del proceso educativo que lleva cada niño en las escuelas y colegios se encuentra la Matemática como un eje fundamental del currículo. La Educación Matemática ocupa un rol indispensable para el desarrollo social, cultural y tecnológico de la sociedad. Pese a ello, es deber del sistema educativo minimizar las barreras de acceso a la educación, pues desde allí se construye una sociedad desarrollada para enfrentar las diferentes demandas globales.

En el marco educativo, la Educación Matemática es concebida como el proceso de selección, investigación y análisis que realizan matemáticos y educadores para proponer aquellos ejes conceptuales, competencias y habilidades que la escuela debe enseñar y que los estudiantes deben aprender en torno a las Matemáticas (Kilpatrick, 1998). De esta manera, las prácticas pedagógicas se preparan con base en las necesidades actuales y de los niños, esto fruto de propuestas investigativas surgidas en torno al tema.

Desde la perspectiva internacional, la Educación Matemática fomenta en los estudiantes conceptos que posibiliten la resolución de problemas, el uso de lenguaje apropiado, la interpretación de información y el desarrollo de competencias relacionadas con los pensamientos

(Godino et al., 2003). Así, el futuro ciudadano formado en un aula, donde la Matemática prevalece y es enseñada a partir de diferentes estrategias, logra emplear habilidades cognitivas y prácticas para desenvolverse en situaciones reales, además, de las que le propone el ámbito académico.

El trabajo en el aula promueve el fortalecimiento del Pensamiento Matemático, relacionado con el razonamiento, comprensión y comunicación de los estudiantes; por eso, el profesor debe centrar su atención en las formulaciones que el niño indica ante las acciones propias del área, así, concluye cómo opera el Pensamiento Matemático y busca potenciarlo con los diferentes modelos mentales y didácticos apropiados (Cantoral et al., 2005). En otras palabras, el profesor cumple un rol fundamental que le permite ajustar sus prácticas para brindar una formación pertinente y efectiva de las Matemáticas en el aula, y así contribuir al desarrollo continuo del Pensamiento Matemático de los estudiantes.

Para el currículo colombiano, la enseñanza de las Matemáticas integra tres componentes, *Pensamientos Matemáticos* (Numérico, Espacial, Métrico, Variacional y Aleatorio); *Procesos Generales de la Educación Matemática* (razonamiento, resolución y planteamiento de problemas, comunicación, modelación, y elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos); y *Contextos Matemáticos* (relacionados con las mismas Matemáticas, con la vida diaria y con las otras ciencias) (MEN, 1998, 2006). Al conjugar los tres elementos en el aula se permite: (i) estructurar los ejes conceptuales según su función y sistema empleado, (ii) ofrecer alternativas para guiar el aprendizaje de los estudiantes, y (iii) adaptar la Matemática Educativa a cualquier situación presente en el aula, en la institución y en la realidad.

Entre los diversos componentes de la Educación Matemática, esta investigación se enfoca en el Pensamiento Aleatorio (PA). Su abordaje debería ser prioritario en la enseñanza de las

Matemáticas, debido a su importancia en las situaciones de la cotidianidad. En este orden de ideas, el presente estudio está organizado en cinco capítulos.

El primer capítulo de *aproximación a la problemática de investigación*, parte de la necesidad de estudiar los procesos probabilísticos y estocásticos en las aulas de clase y desde el abordaje curricular de los Libros de Texto. En un siguiente capítulo, *aproximación teórica de la investigación*, se presenta la revisión de documentos alojados en bases de datos, esto incluye los antecedentes y marco teórico, referentes al PA y al Análisis Didáctico.

Posteriormente, el capítulo tres presenta la *aproximación metodológica* para abordar el análisis de los Libros de Texto de editoriales que adaptan su propuesta al currículo nacional y se usan en las aulas colombianas. Seguido de esto, el capítulo cuatro presenta los *resultados*; allí se mencionan de manera explícita los hallazgos encontrados a partir de los sectores, editoriales, grados y ejes conceptuales.

El capítulo cinco expone la *discusión de los resultados*, con la intención de analizar las Tareas Matemáticas Escolares (TME)¹ mediante la propuesta del Análisis Didáctico y así evidenciar las posibles orientaciones para un uso relevante y crítico en el aula. Los resultados del estudio permitirán reconocer la función esencial de los Libros de Texto en la educación y el rol fundamental en la formación de profesores (inicial y continuada) sobre el PA. Finalmente, se presenta el capítulo de *conclusiones*, donde se cierra el trabajo propuesto con la síntesis de los hallazgos principales, su importancia e implicaciones en el proceso de enseñanza de los profesores y de aprendizaje del PA por parte de los estudiantes.

¹ Ejercicios propuestos para los estudiantes, donde se plantean acciones que llevan a emplear los conceptos y procedimientos matemáticos aprendidos, desarrollar habilidades y despertar intereses y disposiciones (Godino et al., 2003). Las TME son una herramienta clave para el aprendizaje, reúnen proyectos, problemas y ejercicios que consolidan el quehacer práctico de las Matemáticas.

Capítulo 1. Aproximación a la problemática de investigación

En el presente apartado se busca plantear los ejes problematizadores del estudio, la pregunta de investigación y sus respectivas preguntas directrices, lo cual permitirá encontrar la importancia y pertinencia del abordaje del PA en los Libros de Texto y, finalmente, los objetivos trazados para el logro de los propósitos.

1.1. Planteamiento del problema

El MEN (2006) en los Estándares Básicos de Competencias Matemáticas afirma que el PA contribuye a preparar al estudiante para que conozca la forma de actuar frente a situaciones de azar e incertidumbre, pues le permite tomar decisiones, predecir lo que va a pasar, simular experimentos y realizar estimaciones intuitivas, entre otros aspectos. Todo ello a partir de la aproximación a la realidad que permite la recolección y análisis de datos, la realización de conteos, el diseño de diferentes tablas, gráficas y representaciones, las medidas de tendencia central y la probabilidad de los eventos. Derivado del pensamiento disciplinar proveniente de una Matemática escolar, en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas se menciona que el PA, como campo del conocimiento, contribuye en la resolución de problemas, en el desarrollo del pensamiento inductivo, en la realización de conjeturas y en la toma de decisiones mediante la lectura y comprensión de datos adquiridos por diferentes fuentes o medios (MEN, 1998).

La vida cotidiana no es ajena al PA, está presente en los juegos de azar, por ejemplo, las loterías o los sorteos, lo cual implica que se comprendan conceptos básicos de probabilidad y se consideren diferentes estrategias que permitan saber cómo y cuándo aumentar las posibilidades de ganar. Otro ejemplo es en las predicciones meteorológicas, donde se puede presentar algún clima según la variabilidad de los datos previos registrados. Un último ejemplo está relacionado con la

realización de encuestas que contribuyan a evaluar aspectos reales o de la cotidianidad, tales como, conocer la favorabilidad de voto del próximo líder del salón, personero o futuro presidente.

Pese a su importancia, en Colombia, al igual que en toda América Latina, se evidencia un panorama desalentador alrededor de la enseñanza del PA en el aula, ya que no se aborda o se le dedica menos tiempo que a los demás Pensamientos Matemáticos (Franklin et al, 2007; Ruiz, 2015; Barón y Delgado, 2016; Carranza y Guerrero, 2016). En Latinoamérica se afirma que el tiempo enfocado en el estudio de las Matemáticas se distribuye por los diferentes pensamientos de la siguiente manera: alrededor del 40% para los números², tanto las medidas como la geometría se mantienen en un porcentaje alrededor del 19% cada una, casi el 16% es dedicado a ejes conceptuales propios de la Estadística y la Probabilidad, y el restante (aproximadamente el 6%) en otros aspectos transversales de la Matemática; Colombia no supera este promedio y obtiene que el tiempo estimado para el desarrollo del PA en el aula es de un 14.87% para el nivel de tercero primaria y 14.91% para el nivel de sexto primaria³ (Ruiz, 2015). En condiciones ideales, se esperaría una distribución equitativa entre los componentes del Pensamiento Matemático; pero lo expuesto evidencia que no se corresponde con la realidad presentada en dicho estudio. Al ocupar menos del 20%, se constata que este campo de conocimiento poco se aborda en Educación Básica Primaria.

Aunque la diferencia entre un nivel y otro es mínima, décimas porcentuales indican que el abordaje del PA en Educación Básica Primaria no se lleva a cabo en profundidad, ni tampoco en su totalidad; lo cual se considera inquietante, ya que en los niveles inferiores es fundamental un

² De acuerdo con la publicación, desde el Pensamiento Numérico se aborda también el componente Variacional.

³ De acuerdo con el artículo, el sexto grado de primaria se corresponde con grado quinto primaria en el currículo colombiano.

buen desarrollo de las nociones sobre el PA. Además, resulta aún más problemático evidenciar que entre la Educación Básica Primaria y Secundaria la noción de PA es distante y no busca complementarse, conforme lo afirman Vásquez y Alsina (2013), pues se destaca que en el currículo internacional el centro del PA en la Educación Básica Primaria, correspondiente a las etapas Pre-K-2 y 3-5⁴, es la recolección y análisis de datos a partir de diferentes representaciones y la Estadística elemental; mientras que, para la Educación Básica Secundaria (etapas 6-8 y 9-12)⁵ se incluye el dominio de la Estadística y la Probabilidad. Lo anterior sugiere un cambio de perspectiva, pues resulta importante abordar desde temprana edad y en los primeros grados ejes conceptuales propios del campo de conocimiento, de esta manera, los estudiantes logran consolidar bases que les permitan afrontar retos más difíciles.

De igual manera, a nivel nacional distintas investigaciones han confirmado la problemática en cuestión. En primer lugar, Barón y Delgado (2016) mencionan que el PA es enseñado con algoritmos y que “los tópicos de Estadística son frecuentemente relegados en la enseñanza en la educación primaria” (p. 92). De forma similar, en el estudio de Carranza y Guerrero (2016) se afirma que el PA presenta menos relevancia a lo largo del recorrido educativo que hace la Matemática por los diferentes grados, por lo tanto, sus ejes conceptuales tienen una única intervención al año y muchas veces se proponen para finales del periodo escolar, finales de año o últimos grados de la educación básica y media. En este orden de ideas, no abordar el PA genera que los estudiantes no reconozcan, ni desarrollen habilidades, como el pensamiento crítico que se

⁴ La etapa de Pre-K-2 del currículo internacional se corresponde desde preescolar hasta segundo grado de primaria, mientras que la etapa de 3-5 se corresponde con los grados tercero a quinto de primaria del currículo colombiano.

⁵ Las etapas de 6-8 y 9-12 del currículo internacional se corresponden a la Secundaria (de sexto a once) del currículo colombiano.

constituye desde el estudio de la Estadística y que les permite hacer una toma de decisiones fundamentada.

En relación con el retraso en la enseñanza del PA y los sistemas de datos en el entorno escolar, Barón y Delgado (2016) consideran que este componente se aborda hacia el final del programa curricular, ya que la organización de los Libros de Texto lo plantea así; y, en consecuencia, también se desarrolla sobre los últimos meses o semanas del año escolar, sin embargo, otros aspectos (por ejemplo, la formación de profesores) contribuyen a que el tratamiento en el aula se postergue. En definitiva, el hecho de aplazar con recurrencia el PA año tras año en las Matemáticas escolares está relacionado con factores como: el *Libro de Texto como recurso didáctico* (García, 2014; Alsina y Vásquez, 2016; Barón y Delgado, 2016; Burbano et al., 2021) y la *formación de profesores (inicial y continuada)* (Gómez et al., 2009; García, 2014; Vásquez y Alsina, 2015).

En primera instancia, el *Libro de Texto como recurso didáctico* se relaciona con la escasa producción de contenido didáctico referente al PA en su propuesta curricular, conforme se evidencia al emprender la revisión de la literatura. Autores como Burbano et al. (2021) afirman que en Colombia y otros países “la probabilidad y la estadística forman parte del área de Matemáticas, aunque son tratadas en menor proporción y atribuyéndoles una menor importancia curricular con respecto a los demás pensamientos matemáticos” (p. 46). Así lo confirman Alsina y Vásquez (2016), quienes destacan la escasez de los tópicos centrados en este tipo de pensamiento para la Educación Básica Primaria.

Lo anterior, se considera una de las principales causas del problema, pues los Libros de Texto, como herramientas pedagógicas, son el principal apoyo de los profesores al interpretar el currículo y seleccionar las TME (Alsina y Vásquez, 2016), ya que facilitan el cumplimiento del

plan de estudios programado para cada grado y la enseñanza de la Matemática (García, 2014). En otras palabras, el desafío significativo frente al desarrollo de Competencias Matemáticas y procesos estocásticos para la vida en el aula y en la cotidianidad se debe al uso vital que el profesor otorga al Libro de Texto. En síntesis, se confirma que el PA en los Libros de Texto reúne pocas tareas al respecto o presenta tareas algorítmicas, rutinarias y sin relación con otras áreas del conocimiento, como lo menciona Barón y Delgado (2016).

Como segunda instancia, frente a la *formación de profesores (inicial y continuada)*, se mencionan aspectos como el estudio de los elementos conceptuales y procedimentales del PA durante su formación universitaria y, en consecuencia, la ausencia de postura crítica y evaluación hacia los Libros de Texto que se llevan al aula (Gómez et al., 2009; García, 2014; Vásquez y Alsina, 2015).

La formación de profesores en conocimientos didácticos relacionados con la Probabilidad y Estadística es escasa o nula, por lo cual resulta fundamental proporcionar a los profesores formación en áreas como la comprensión e independencia de los sucesos, el cálculo y la comparación de probabilidades (Vásquez y Alsina, 2015)⁶. Por esta razón, se identifica como una necesidad la formación de profesores en este tipo de conocimientos, ya que esto ayuda a enriquecer las prácticas educativas y tiene un impacto positivo sobre el proceso de los estudiantes.

De igual manera, la selección de los Libros de Texto resulta ser “un asunto prioritario, necesario e importante, pero lamentablemente, descuidado o inexistente en sus procesos de formación universitaria” (Gómez et al., 2009, p. 11). Muchas veces estos recursos son llevados al

⁶ De acuerdo con la investigación de Vásquez y Alsina (2015) los aspectos señalados corresponden a los resultados expuestos en el cuestionario piloto que evaluaba el Conocimiento Didáctico-Matemático (CDM). Además, se destaca que los errores y dificultades presentadas suelen ser similares a las acciones de los estudiantes.

aula solo con fines mecánicos, por ejemplo, leer información y solucionar TME. Sin embargo, hay usos de estas herramientas que van más allá de ello, pero que el profesor desconoce. Razón por la cual, desde su formación se debe preparar en conocimientos y destrezas que le permitan elegir el Libro de Texto Escolar apropiado para su grupo.

A la vez, García (2014) afirma que estos recursos se seleccionan por influencias externas a la clase. Resulta fundamental que el profesor realice una indagación previa que le permita caracterizar al estudiantado y así elegir la mejor opción de Libro de Texto que se ajuste a sus necesidades y procesos cognitivos. En tal sentido, se identifica que existen problemas reales sobre los que es necesario estudiar durante la investigación propuesta.

Un abordaje mínimo o nulo del PA constituye una problemática que repercute en el pensamiento estocástico y en la formación de estudiantes matemáticamente competentes⁷, pues dificulta el desarrollo de competencias relacionadas con la Estadística y la Probabilidad. Es preocupante constatar que uno de los principales recursos que guía la mayoría del proceso educativo es el Libro de Texto, y, pese a la importancia del PA en la formación de ciudadanos matemáticamente competentes, no mantiene una posición significativa en dicho recurso. Lo anterior, señala la falta de valoración y evaluación de los recursos pedagógicos llevados al aula. En este orden de ideas, el presente estudio busca darle respuesta a la siguiente pregunta de investigación: *¿qué características emergen del Análisis Didáctico de una muestra de cuatro editoriales (20 Libros de Texto) frente al abordaje didáctico del Pensamiento Aleatorio en Educación Básica Primaria?*

⁷ De acuerdo con el MEN (2006), ser matemáticamente competente es un fin de la educación matemática, e implica el saber qué, el saber qué hacer y el saber cómo, cuándo y por qué hacer teniendo por base los conceptos propios del área.

Para lo cual, se proponen tres preguntas directrices que guían el proceso:

- *¿Cómo abordan didácticamente los Libros de Texto de Educación Básica Primaria los aspectos conceptuales, cognitivos y de instrucción identificados en las Tares Matemáticas Escolares propuestas para el Pensamiento Aleatorio?*
- *¿Qué comparaciones subyacen de los grados primero a quinto entre sectores y editoriales a partir del abordaje didáctico del Pensamiento Aleatorio y sus respectivas subcategorías e indicadores?*
- *¿Qué aspectos surgen al contrastar el abordaje didáctico del Pensamiento Aleatorio presentado en los Libros de Texto de Educación Básica Primaria con el desarrollo de las competencias, conceptos y procedimientos propuestos en los documentos que rigen el currículo nacional de las Matemáticas?*

1.2. Justificación

Cada vez es más importante reconocer que el mundo actual se enfrenta a una sobrecarga de información, en donde las personas están rodeadas de una cantidad considerable de datos que consumen a diario. Este fenómeno es recurrente, pues a diario se recibe información desde diferentes medios (periódicos, televisión, redes sociales, entre otros). Lo relevante será la forma en que las personas disciernen los datos que leen constantemente y los criterios que le permiten aceptar o rechazar la información que consumen.

Frente a este panorama, es fundamental desarrollar las habilidades y destrezas necesarias para asumir una postura crítica ante los datos y manejar la información de forma eficiente, así como lo menciona Cornella (2000): “necesitamos métodos y herramientas para gestionar la información, para hacer nuestra vida diaria mucho más cómoda, mucho más fácil de llevar” (p. 8). Desde la visión de este autor, el manejo de información es una necesidad que debe conducir al

desarrollo de herramientas adecuadas para combatir lo que denomina *infoxicación*⁸. Una de estas herramientas se encuentra situada en el ámbito educativo, pues es el responsable de formar ciudadanos alfabetizados⁹ para actuar en las demandas actuales de la sociedad.

En particular, la Educación Estadística ayuda a los futuros ciudadanos a discernir la información y los datos de la cotidianidad. Lo anterior, ofrece los recursos necesarios para comprender los datos correctamente y optar por los caminos pertinentes en contextos de incertidumbre. Un ciudadano educado con habilidades para manejar la información cuantitativa podrá estar alfabetizado en estadística. Ante esto, Franklin et al. (2007) afirman que la alfabetización estadística es indispensable para la toma de decisiones no solo a nivel personal sino profesional y social; pues dicha área se vincula con diferentes situaciones de la vida, desde la selección de un alimento al revisar su calidad nutricional hasta la elección de la compra de un vehículo al analizar la eficiencia del combustible y confiabilidad.

Bajo este contexto, el abordaje de la Estadística en el PA, denominado de esta manera en el currículo de Matemáticas colombiano, se constituye en un punto neurálgico en la enseñanza, ya que así lo demuestran las pruebas estandarizadas que evalúan el nivel de competencia desarrollado por los estudiantes.

En primer lugar, en el contexto colombiano se evalúa a partir de las Pruebas Saber 3°, 5°, 7° y 9°. En específico, para el grado quinto primaria la prueba de Matemáticas consta de 55 preguntas, donde solo 11 corresponden al PA, mientras que las 44 preguntas restantes se

⁸ El término fue propuesto por primera vez por Cornella (2000) para referirse al exceso de información que la sociedad está generando, esto incluye los datos producidos tanto digitalmente como a mano.

⁹ Desde la UNESCO (2023) la alfabetización hace referencia a un proceso continuo de aprendizajes y desarrollo de competencias, por ejemplo, competencias en lectoescritura, competencias digitales, mediáticas o competencias específicas para el trabajo.

distribuyen de manera equitativa en los otros dos componentes; de esta manera, los resultados del año 2022, según esta cantidad de preguntas, indican que los estudiantes de Colombia acertaron en promedio 30 preguntas, donde el 40.44% (12) son del componente numérico-variacional, 36,76% (11) del geométrico-métrico y 22.79% (7) del aleatorio (Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación [ICFES], 2024a).

Asimismo, a nivel internacional las pruebas PISA (Programa para la Evaluación Internacional de Estudiantes) del año 2022 demuestran que el componente *incertidumbre y datos*, correspondiente al PA, disminuyó en comparación con los resultados de años anteriores, ya que pasó de 388 puntos en el año 2012 a 384 puntos en el 2022, lo que indica que no hubo un avance significativo ni con el paso del tiempo, ni con los recursos y tecnologías que se empleaban año a año (ICFES, 2024b).

Por esta razón, son los profesores quienes tienen la responsabilidad de fomentarlo de forma eficiente en el aula, con los conocimientos disciplinares y didácticos adecuados. Desde las directrices del MEN (2006), este pensamiento puede desarrollarse mediante las experiencias de los estudiantes sobre situaciones de azar, como los accidentes, las epidemias, los terremotos, entre otros; en las que se logre hacer estimaciones intuitivas sobre la probabilidad de que ocurra un evento, para luego formalizarlas a las Matemáticas. Así mismo, para la Estadística se concibe la importancia de usar los conocimientos aprendidos más allá de la aplicación de fórmulas, esto es, interpretar y analizar información presentada en medios (impresos, audiovisuales o digitales), como se sugiere en los lineamientos curriculares al destacar la formación de ciudadanos matemáticamente competentes.

De manera paralela, Franklin et al. (2007), en un reporte de las Directrices para la Evaluación y la Enseñanza de la Estadística (GAISE, por sus siglas en inglés), sostienen que es

importante proporcionar a los estudiantes las herramientas para que generen preguntas sobre su contexto cercano, por ejemplo, el salón de clase, y desde allí determinen aquellos datos que podrían dar respuesta a sus preguntas. Además, darles a entender que los datos se generan sobre situaciones específicas y son utilizados para responder a un contexto determinado.

De forma similar, este reporte coincide con el MEN (2006) en que el fin de aprender Estadística se basa en el discernimiento de los datos presentados en la vida real. Es decir, un estudiante que termina su ciclo de secundaria debe emitir conclusiones coherentes y opiniones informadas sobre situaciones sociales, políticas, o cotidianas que impliquen el manejo de información cuantitativa (Franklin et al., 2007).

Para cumplir con dichos objetivos, es indispensable el rol que cumplen los profesores de Matemáticas para propiciar el desarrollo de las metas planteadas. El profesor debe alfabetizarse en Estadística para planear su contenido didáctico en el aula de clase. Esto, requiere de un estudio disciplinar y didáctico amplio del PA. Sin embargo, aún existen falencias sobre su abordaje en el aula de Matemáticas, por lo que muchos profesores buscan recursos que les faciliten el proceso de enseñanza, por ejemplo, en Libros de Texto, recursos de internet, guías, fichas, etc.

Principalmente, el Libro de Texto se considera uno de los recursos más utilizados por los profesores. Fernández y Caballero (2017) afirman que esta herramienta es la guía que dirige la enseñanza en gran parte de las aulas de clase. Pese a las reformas educativas su empleo se considera aún una práctica universal por muchos profesores. Sin embargo, el problema real no radica en su fin, sino también en los criterios que el profesor usa para evaluarlos y llevarlos a su clase.

Para lo anterior, Villella y Contreras (2006) argumentan la necesidad de que los profesores tomen decisiones respecto al Libro de Texto a elegir y las razones para seleccionarlo, de acuerdo con las ventajas o desventajas que proporcionen a los estudiantes. Desde la perspectiva de los

autores, es importante que los profesores analicen aspectos como: la relación de lo planteado en los Libros de Texto y las prescripciones curriculares, el tipo de tareas propuestas, la aplicación de los contenidos desarrollados y el proceso de aprendizaje que propone.

Para lograrlo, es indispensable la formación crítica de los profesores, donde se desarrollen las bases necesarias para elegir el material didáctico. Tal y como lo menciona Gómez y Batanero (2014), “al profesor corresponde un importante papel no sólo al decidir el Libro de Texto que recomienda a sus alumnos, sino también las partes de éste a usar en la enseñanza, así como los recursos con que debe ser complementado” (p. 40). Es desde allí que el papel de los profesores cobra cada vez más responsabilidad en el aula, y su constante reflexión aporta un cambio significativo en las prácticas pedagógicas.

Con estas aproximaciones, la propuesta busca realizar un Análisis Didáctico del abordaje del PA en los Libros de Texto, ya que es relevante en la Didáctica de las Matemáticas. Su estudio es fundamental para propiciar una cultura crítica en los profesores y para reconocer las pautas que guían la revisión de los Libros de Texto que se emplean en el aula.

Así, desde este punto, se puede evidenciar que esta investigación tiene relevancia e impacta positivamente en diferentes campos. En concreto, a nivel curricular, el estudio tiene un efecto importante frente a la mejora del currículo, desde la introspección del material didáctico proporcionado a los estudiantes y desde la revisión de los aspectos disciplinares y didácticos propios de la Educación Estadística en la formación de profesores (inicial y continuada). Como consecuencia de esto, habría una mejora en los procesos de enseñanza, pues los Libros de Texto tendrían propuestas más acertadas para su abordaje en el aula. Lo anterior, genera efectos favorables no solo a nivel educativo sino social, ya que el desarrollo del PA contribuye a la

alfabetización Estadística, un aspecto fundamental para actuar en distintas situaciones a lo largo de la vida.

En concordancia con lo anterior, existe la necesidad de investigar el PA desde los recursos del aula. Como se ha evidenciado, el Análisis Didáctico de los Libros de Texto permite observar aquellas posibles deficiencias o sesgos del PA en cuanto a sus propuestas de enseñanza a partir de las categorías e indicadores que proponen cada uno de los análisis a realizar.

En síntesis, esta investigación beneficia a profesores y estudiantes. Por una parte, al establecer como punto central el PA se propicia un estudio amplio de lo que implica enseñar Estadística en Educación Básica Primaria, lo cual se considera un objeto de investigación no estudiado en profundidad. Por otra parte, esto beneficia a los estudiantes y permite desarrollar una comprensión sólida y fundamentada del PA, lo cual los prepara para enfrentar los diferentes desafíos personales y profesionales. Por último, este trabajo también tiene un impacto sobre los investigadores y profesionales de la educación, pues permite vislumbrar un campo de investigación importante en la Didáctica de la Matemática, lo cual puede inspirar a futuros estudios y propiciar discusiones sobre esta área de conocimiento.

En esencia, esta investigación contribuye al campo de la educación en la Didáctica de la Matemática, ya que se promueve la cultura reflexiva sobre los recursos empleados en el aula y sobre el mismo currículo desde la perspectiva de los Libros de Texto. Además, a nivel nacional este tipo de investigación es escasa, por lo que, se desconoce el porcentaje dedicado a cada pensamiento. Por tanto, en este estudio se mostrará en una muestra de Libros de Textos dicho aspecto. Finalmente, los favorecidos serán los estudiantes, dado el análisis hecho a las editoriales frente al desarrollo del PA en los Libros de Texto, con lo que se espera un impacto positivo en la creación de ejercicios basados en la realidad estudiantil.

1.3. Objetivos

1.3.1. Objetivo General

Caracterizar el abordaje didáctico del Pensamiento Aleatorio, a partir del Análisis Didáctico de una muestra de cuatro editoriales (20 Libros de Texto), para establecer la relación de las Tareas Matemáticas Escolares con el currículo de Matemáticas en Educación Básica Primaria.

1.3.2. Objetivos Específicos

Identificar el abordaje didáctico (conceptual, cognitivo y de instrucción) con base en el análisis de las Tareas Matemáticas Escolares del Pensamiento Aleatorio, para valorar la propuesta pedagógica planteada en los 20 Libros de Texto de Educación Básica Primaria.

Comparar las Tareas Matemáticas Escolares de los grados primero a quinto entre los sectores público y privado y las propuestas editoriales, a partir del abordaje didáctico del Pensamiento Aleatorio y sus respectivas subcategorías e indicadores, con el fin de relacionar la propuesta pedagógica de cada editorial.

Contrastar el abordaje didáctico del Pensamiento Aleatorio con el desarrollo de las competencias, conceptos y procedimientos propuestos en los documentos que rigen el currículo nacional de las Matemáticas para revisar su cumplimiento en los Libros de Texto de Educación Primaria.

Capítulo 2. Aproximación teórica de la investigación

En esta sección se fundamentan las bases teóricas y conceptuales que rigen la investigación. En una primera parte, el capítulo se enfoca en la revisión de la literatura existente en el campo de la Educación Estadística, donde se destacan los hallazgos más importantes estudiados previamente y se muestran los datos precedentes en el tema de estudio, los cuales podrían contribuir en el desarrollo y análisis de la investigación frente al PA en los Libros de Texto. Por otra parte, en un segundo apartado se desarrolla el marco conceptual de la investigación, que cimienta los elementos teóricos más relevantes para el análisis de los datos.

2.1. Antecedentes de la Investigación

Este apartado se estructura para reconocer las perspectivas empleadas y los resultados emitidos al analizar Libros de Texto de Matemáticas. Razón por la cual, es pertinente revisar referentes que estudian esta área del conocimiento en Libros de Texto de Educación Básica Primaria, con énfasis en las tareas¹⁰ propuestas para abordar el PA.

La consolidación de los antecedentes se hizo a través de consultas en bases de datos como: Scopus, Scielo, ProQuest, Revistas Científicas y Repositorios Institucionales. Las categorías de búsqueda se establecieron a partir de términos que resultan significativos para la presente propuesta de investigación, tales son: “análisis”, “pensamiento aleatorio”, “estadística” “libros de texto”.

En este sentido, con la combinación de los términos significativos se establecieron tres categorías de búsqueda de antecedentes, limitándolas al idioma español: “Análisis” AND “Texto”

¹⁰ Aunque los autores de las diferentes investigaciones aludan al término tarea, esta se corresponde con las Tareas Matemáticas Escolares (TME) concebidas en la presente propuesta.

OR “Pensamiento” AND “Aleatorio” OR “Primaria”; “Análisis” AND “Contenido” OR “Libros” AND “Texto” OR “Matemáticas”; y “Análisis” AND “Textos” OR “Estadística” OR “Primaria”.

Como resultado, las investigaciones consultadas se agrupan en cuatro categorías: *enfoques de análisis de los Libros de Texto de Matemáticas*, *referentes metodológicos para estudios con análisis de los Libros de Texto*, *objetos matemáticos de los estudios revisados* y *análisis de las tareas matemáticas según su nivel de escolaridad*.

2.1.1. Enfoques de análisis de los Libros de Texto de Matemáticas

En primera instancia, se identifica la demanda cognitiva como enfoque teórico propuesto por Stein et al. (2000). Bajo este modelo, las investigaciones se centran en la revisión del nivel de pensamiento de las Tareas Matemáticas Escolares (Estadística y Probabilidad) abordadas en los Libros de Texto, a través de cuatro niveles de análisis¹¹: *memorización*, *procedimientos sin conexión*, *procedimientos con conexión* y *hacer matemáticas*.

Entre los principales hallazgos reportados por los estudios de diferentes países, se observa un nivel de demanda cognitiva bajo en la mayoría de los Libros de Texto analizados,

¹¹ El primer nivel denominado tareas de memorización implica aquellas tareas matemáticas que exigen el recuerdo explícito del conocimiento estudiado, es decir, la reproducción exacta de lo aprendido. Por ejemplo, de fórmulas o definiciones de Probabilidad o Estadística. El siguiente nivel, tareas de procedimientos sin conexión, involucra las tareas en las que se guía al estudiante a seguir el procedimiento, sin embargo, estos resultan ser mecánicos y algorítmicos y no se conectan con la comprensión de los conceptos (por ejemplo, el cálculo de las probabilidades sin la comprensión teórica). Por otro lado, el tercer nivel, tareas de procedimientos con conexión, responde a aquellas tareas que propician el desarrollo de procedimientos en un nivel más profundo en la comprensión de conceptos y procesos. En un grado cognitivo superior, se encuentra el cuarto nivel, tareas para hacer matemática, las cuales exigen al estudiante la comprensión de la naturaleza de los conceptos y su aplicación en una situación determinada.

principalmente los de Venezuela, seguido de los de Nicaragua, Turquía, Estados Unidos e Indonesia (Özgeldi y Esen, 2010; Salcedo y Ramírez, 2016; Yang y Sianturi, 2019; Salcedo et al., 2021). Esto indica, que la mayor parte de las tareas se encuentran en un nivel 1 y 2 de exigencia cognitiva. Por una parte, se evidencia que 17 tareas de las 26 revisadas se clasifican en un nivel bajo (Salcedo y Ramírez, 2016), pues propician *tareas de memorización* y *tareas de procedimientos sin conexión* en las que el estudiante debe recordar información (por ejemplo, el recordar los eventos que pueden ocurrir al lanzar un dado) y reproducir procesos algorítmicos sin profundizar en la comprensión conceptual (Salcedo et al., 2021).

A diferencia de los anteriores estudios, se identifica que en el caso de la Estadística en los Libros de Texto chilenos hay un predominio de tareas de nivel 3 o *procedimientos con conexión*. Sin embargo, tan solo un 4.6% de las tareas analizadas se ubican en el nivel más alto, *tareas para hacer matemática*. En el caso de la Probabilidad sucede algo similar, ya que se destaca que un 71.9% de las tareas se ubican en los *procedimientos con conexión*, pero solo un 3.5% de las tareas alcanza el nivel 4. Asimismo, se identifica que en el Libro de Texto de Singapur se desarrollan tareas de alta demanda cognitiva entre los *procedimientos con conexión* y *tareas para hacer matemática*, pues plantean la conexión entre los conceptos y significados de probabilidad en los procedimientos (Yang y Sianturi, 2019). Los anteriores hallazgos no son ajenos a los resultados obtenidos en las pruebas PISA 2022, en donde se evidencia que Singapur obtiene un total de 574 puntos en Matemáticas, seguido de Estados Unidos con 464 puntos e Indonesia con un total de 365 puntos por debajo del promedio (BBC News Mundo, 2023).

En segunda instancia, se identifica el Enfoque Onto-Semiótico (EOS) como referente teórico de los reportes de investigación, abordado por sus precursores Godino y Batanero (1994), y desarrollos posteriores de la teoría en Godino (2014) y Godino et al. (2019). A partir de allí, las

investigaciones conciben este enfoque como una herramienta que permite comprender los procesos de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas, a través del estudio de los objetos matemáticos¹².

En este sentido, por una parte, se analiza el significado institucional propuesto en el currículo para el desarrollo de los gráficos estadísticos en los Libros de Texto (Díaz-Levicoy, 2014). En esta perspectiva, el aspecto institucional se refiere al contexto educativo, lugar donde ocurre la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas y donde se busca desarrollar la tarea Matemática desde constructos objetivos, por ejemplo, aspectos como el currículo oficial, las políticas educativas, los libros de texto, los materiales didácticos, entre otros. En respuesta a dicho aspecto, se observa que los Libros de Texto son coherentes con lo indicado por las directrices curriculares, pues se abordan gráficos estadísticos de diferentes tipos de manera progresiva (Díaz-Levicoy, 2014). Sin embargo, se identifica que existe un predominio en los gráficos de barras (Díaz-Levicoy, 2014; Vásquez et al., 2020).

En los estudios que analizan los objetos matemáticos propuestos en el EOS¹³, se evidencia que: en las proposiciones, se observa la probabilidad de ocurrencia, la regla de Laplace, la

¹² Un objeto matemático puede comprenderse como una entidad abstracta o material en la que interviene la práctica Matemática, la cual se desarrolla mediante un conocimiento institucional o personal. Dichos objetos pueden ser observables y se clasifican en diferentes tipos: situaciones problema, lenguaje, conceptos, proposiciones, procedimientos y argumentos. Para estas investigaciones, el EOS permite realizar un análisis de los recursos involucrados en la enseñanza y aprendizaje, como en el caso de los Libros de Texto.

¹³ Desde la teoría del EOS el análisis de los objetos matemáticos se centra en las proposiciones, comprendidas como los enunciados de los conceptos; los procedimientos, es decir los algoritmos y operaciones para llegar a la solución de los problemas; los argumentos, o sea, aquellos enunciados usados para explicar y validar los procedimientos; las situaciones problema, entendidas como los ejercicios y tareas que requieren del desarrollo de una actividad matemática; por último, el lenguaje, que incluye los términos y expresiones utilizadas para enunciar y resolver los problemas.

independencia de sucesos, entre otros; en los procedimientos, se identifica el valorar la posibilidad de ocurrencia de un evento, elaborar diagramas de barras, distinguir un experimento aleatorio, entre otros; en los argumentos se evidencia que el tipo de razonamiento principal se centra en justificar las propiedades a partir de los hechos y los datos expuestos. En síntesis, se observa que estos objetos no mantienen una correspondencia entre lo planteado en los Libros de Texto con las orientaciones curriculares (Vásquez y Alsina, 2017).

De otra parte, en los objetos de análisis centrados en el estudio de las situaciones problema, se observa que se manifiestan diversas situaciones, lo cual permite la construcción de nociones básicas sobre la Estadística; en cuanto al lenguaje, se evidencia que existe uso de términos y expresiones propias de la Matemática (conteo, cantidad) y de la Estadística (tabla, variable, categoría); por último, en relación con los procedimientos, se identifica que estos están vinculados sobre todo al conteo en la noción de frecuencia (Vásquez et al., 2020).

En tercera instancia, se identifica el nivel de lectura de las diferentes representaciones estadísticas planteadas en los Libros de Texto, las cuales son evaluadas a partir de cuatro niveles¹⁴ propuestos por Curcio (1989); Shaughnessy et al. (1996) y Friel et al. (2001).

Se afirma que el mayor nivel de lectura tanto en los gráficos estadísticos (Díaz-Levicoy, 2014) como en las tablas estadísticas (García et al., 2019) es el nivel dos, *leer dentro de los datos*. Por una parte, en los Libros de Texto que evalúan los gráficos estadísticos se propone el 58.6% de

¹⁴ En el Nivel 1, *leer los datos*, se encuentran las tareas que requieren la lectura literal de la información explícita en tablas o gráficos estadísticos; en el Nivel 2, *leer dentro de los datos*, se localizan las tareas que implican cálculos o búsqueda de relaciones entre los datos; en el Nivel 3, *leer más allá de los datos*, se encuentran las tareas que realizan inferencias o predicciones de tendencias de acuerdo al contexto y a los datos ya presentados; finalmente, en el Nivel 4, *leer detrás de los datos*, se localizan las tareas que buscan llevar al estudiante a optar una postura crítica de la manera en la que se recolectaron los datos o de las conclusiones expuestas.

las tareas para el nivel antes mencionado. Seguido a este, se encuentra el nivel uno, *leer los datos*, con un 35.3% de las tareas, continúa el nivel tres, *leer más allá de los datos*, con un 4.2% de las tareas, y finaliza el nivel cuatro, *leer detrás de los datos*, con un 1.9% de las tareas.

En una de las investigaciones se comparan las tres editoriales evaluadas en ese estudio, donde los resultados en síntesis evidencian que el nivel de lectura más común en cada una es *leer dentro de los datos*, pero predomina en la editorial Santillana (51.4%). Asimismo, dos editoriales (Anaya y Santillana) no abordan tareas que lleven al estudiante a asumir una valoración crítica frente a los datos (nivel cuatro) (Díaz-Levicoy, 2014).

Por otro lado, en los Libros de Texto que evalúan las tablas estadísticas, los resultados manifiestan que el nivel dos, *leer dentro de los datos*, está presente en la editorial pública propuesta por la Secretaría de Educación Pública (SEP, México) en un 60.3% de las tareas y en la editorial privada Santillana en un 88.7% de las tareas. Para el nivel uno, *leer los datos*, se distribuye un 11.9% de las tareas para la SEP y un 11.3% de las tareas para Santillana; el nivel cuatro solo se encuentra presente en los libros diseñados por la SEP, en un 27.8% de las tareas; para el caso de la editorial Santillana ocurrió semejante a los resultados previos, no se diseñaron tareas de este tipo. Además, en ninguna de las editoriales se encontraron tareas relacionadas con el nivel tres de lectura de representaciones, caso contrario ocurrió en la investigación anterior, pues para la editorial Santillana se diseñó al menos una con estas características (García et al., 2019).

Desde otro punto de vista, se concibe que “las prácticas más frecuentes son leer, calcular, responder y registrar. Mientras que mínimamente se plantea: interpretar, argumentar, comparar e inferir” (p. 1). Razón por la cual, las tareas estadísticas evaluadas en los Libros de Texto están en el nivel uno, *leer los datos*, o nivel dos, *leer dentro de los datos*. Sin embargo, para los niveles de

escolaridad correspondientes a la secundaria y media se incluye en menor medida el nivel 3, *leer más allá de los datos* (Pérez et al., 2019).

En conclusión, las tres investigaciones comparten la recurrencia en tareas relacionadas con los niveles 1 y 2 de lectura de representaciones estadísticas; mientras que, para los niveles 3 y 4 se diseñan un número mínimo de tareas o estas resultan ser escasas. En pocas palabras, los Libros de Textos reúnen material que prioriza la extracción literal y explícita de información o la aplicación de operaciones para encontrar resultados; por el contrario, son poco abordadas las acciones que contribuyen a la reflexión, a las inferencias y al análisis profundo.

En cuarta instancia, se identifica un análisis de las tareas desde los niveles de complejidad semiótica¹⁵ propuestos por Arteaga (2008, 2011) y Batanero et al. (2010). Este referente teórico se fundamenta en cuatro niveles definidos de la siguiente manera:

Los resultados difieren para el caso del análisis de complejidad semiótica de las representaciones, pues una investigación manifiesta que existe un predominio en el nivel 3, *representación de una distribución de datos* (Díaz-Levicoy, 2014), mientras que, en otra el énfasis de las tareas está en el nivel 2, *representación de datos uno a uno, sin resumir su distribución*

¹⁵ El nivel 1, *representación de datos individuales*, se evidencia en las tablas y gráficos que presenta un único dato, datos aislados o una parte de la información recopilada. En el nivel 2, *representación de un conjunto de datos uno a uno, sin llegar a resumir su distribución*, se evidencian los datos tal cual se obtienen de un experimento, es decir, se representan todos los datos a partir de los valores encontrados, pero no se clasifican en categorías, ni se determinan las frecuencias. En el nivel 3, *representación de una distribución de datos*, se evidencian tareas donde se representan los datos a partir de su agrupación y estimación de frecuencias. El nivel 4, *representación de varias distribuciones sobre una misma representación*, se evidencia cuando en un mismo gráfico o tabla estadística aparecen simultáneamente dos o más distribuciones o variables; el estudiante aprende a compararlas y a leer la información emitida.

(García et al., 2019). Sin embargo, comparten que no hay tareas diseñadas para el nivel 1, *representación de datos individuales*.

Por una parte, de las 215 tareas evaluadas en los Libros de Texto, 126 tareas (58.6%) presentan un nivel de complejidad semiótica de *representación de una distribución de datos* (nivel 3), 48 tareas (22.3%) se encuentran en el nivel de *representación de varias distribuciones sobre una misma representación* (nivel 4) y 41 tareas (19.1%) están ubicadas en el nivel *representación de un conjunto de datos uno a uno, sin llegar a resumir su distribución* (nivel 2) (Díaz-Levicoy, 2014).

Se compara entre las editoriales propuestas (SM, Anaya y Santillana) que el nivel tres de complejidad semiótica de las representaciones estadísticas predomina en cada una, un 72% de las tareas de la editorial SM, 61% de las tareas de la editorial Anaya y 39.1% de las tareas de la editorial Santillana; el nivel dos se distribuye de la siguiente manera: 8.1% de las tareas de la editorial SM, 20.8% de las tareas de la editorial Anaya y 29.7% de las tareas de la editorial Santillana; y el nivel cuatro así: 18.9% de las tareas de la editorial SM, 18.2% de las tareas de la editorial Anaya y 31.3% de las tareas de la editorial Santillana.

Por otra parte, se menciona que las tareas más frecuentes en ambas editoriales evaluadas corresponden al nivel de complejidad semiótica *representación de datos uno a uno, sin resumir su distribución* (nivel 2), por un lado, la editorial de distribución pública propuesta por la SEP obtuvo un promedio del 81.9% y la editorial Santillana un 66.4% (García et al., 2019).

El nivel tres, *representación de una distribución de datos*, se distribuye en un 16.7% de las tareas en la editorial de la SEP y 26.5% de las tareas en la editorial Santillana, mientras que, el nivel cuatro, *representación de varias distribuciones sobre una misma representación*, presenta

un porcentaje mucho menor para ambos, 1.4% de las tareas en la editorial de la SEP y 7.2% de las tareas en la editorial Santillana.

En síntesis, ambas investigaciones presentan rasgos en común y otros aspectos se encuentran alejados, por ejemplo, en las dos propuestas de investigación no se diseñaron tareas para el nivel uno y el nivel cuatro fue el que obtuvo menos porcentaje. En relación con la editorial Santillana, evaluada desde las dos perspectivas, se halla gran diferencia entre una y la otra, pues se percibe una reducción significativa en la cantidad de tareas encontradas para el nivel cuatro, ya que se reduce del 31.3% al 7.2%.

2.1.2. Referentes metodológicos para análisis de los Libros de Texto

En relación con los elementos empleados en la metodología de las investigaciones estudiadas, se destaca una recurrencia en cuanto al enfoque metodológico, tipo de investigación, método o técnica de estudio y variables de análisis.

En primer lugar, el enfoque metodológico empleado es la investigación cualitativa (Díaz-Levicoy, 2014; Díaz-Levicoy et al., 2017; Vásquez y Alsina, 2017; López et al., 2018; García et al., 2019; Pérez et al., 2019; Díaz-Levicoy et al., 2020; Salcedo et al., 2021). En segundo lugar, para el tipo de investigación se destaca el componente exploratorio, el cual permite abordar una problemática poco estudiada (Díaz-Levicoy, 2014; Salcedo y Ramírez, 2016); el componente descriptivo, encargado de caracterizar la temática de estudio que se somete a análisis (Díaz-Levicoy et al., 2017; Sánchez, 2017; García et al., 2019; Díaz-Levicoy et al., 2020); y el componente exploratorio-descriptivo, que realiza una fusión de ambos aspectos mencionados anteriormente (Vásquez et al., 2020).

En tercer lugar, en cuanto al método más empleado, se caracteriza el análisis de contenido (Díaz-Levicoy, 2014; Díaz-Levicoy et al., 2017; Sánchez, 2017; García et al., 2019; Pérez et al.,

2019; Vásquez et al., 2019; Yang y Sianturi, 2019; Díaz-Levicoy et al., 2020; Vásquez et al., 2020; Marrugo, 2021; Salcedo et al., 2021). Este aspecto se concibe como la base para el análisis de los Libros de Texto, pues es el que permite evaluar desde las diferentes variables o categorías las tareas planteadas en los materiales de estudio.

En cuarto lugar, las variables de estudio responden a lo propuesto por los diferentes referentes teóricos, es decir, para la demanda cognitiva los materiales se analizan desde los cuatro tipos de tareas (Özgeldi y Esen, 2010; Salcedo y Ramírez, 2016; Vásquez et al., 2019; Yang y Sianturi, 2019; Salcedo et al., 2021); para los objetos matemáticos propuestos por el EOS desde las situaciones problema, lenguaje, conceptos, proposiciones, procedimientos y argumentos (Díaz-Levicoy, 2014; Vásquez y Alsina, 2017; Vásquez et al., 2020); y para los niveles de lectura y complejidad semiótica de las representaciones desde los cuatro niveles que plantean cada una de estas teorías (Díaz-Levicoy, 2014; García et al., 2019; Pérez et al., 2019).

Otras investigaciones no coinciden con los parámetros antes establecidos y evalúan los datos desde variables diseñadas por los mismos autores, las cuales responden a las condiciones propias de cada estudio, por ejemplo, se analiza la situación, las ideas fundamentales de estocásticos, los conceptos alternos al PA, los recursos semióticos y los términos empleados (López et al., 2018); los tipos de Medidas de Tendencia Central (MTC) y de tareas, las representaciones, los contextos y las formas de trabajo (Díaz-Levicoy et al., 2020), los tipos de tablas y las tareas a realizar (Díaz-Levicoy et al., 2017); tipos de problemas (Sánchez, 2017); y secciones incluidas, propiedades de la probabilidad, utilización de diagramas, ejemplos y problemas, problemas o ejercicios, vinculación con otras áreas, entre otras (León, 2006).

Respecto a los Libros de Texto analizados por dichos estudios, la muestra seleccionada realiza un recorrido por diferentes países del mundo, tales como: Venezuela, Turquía, Chile,

México, Colombia, Nicaragua, España y China. Por ejemplo, en este último país la investigación fue realizada con Libros de Texto de Indonesia, Singapur y Estados Unidos. En particular, se busca realizar una comparación entre países o entre lo propuesto por los Libros de Texto y su relación con las directrices curriculares y la política pública, por lo que la selección de los datos de investigación responde al material propuesto por el Ministerio de Educación de los países mencionados.

Desde esta perspectiva, el recorrido metodológico es semejante para todos los estudios. En primera instancia, se realiza la selección de las partes del Libro de Texto que son centro de interés para el estudio de la Probabilidad y la Estadística (gráficos estadísticos, tablas estadísticas, problemas, entre otros). En segunda instancia, se establecen las categorías, las unidades o los criterios de análisis en relación con la perspectiva teórica abordada. En tercera instancia, se realiza el análisis de contenido y se codifica la información para ser interpretada. Como última instancia, con toda esta información se analizan cuantitativamente los datos y se generan los resultados en contraste con los conceptos teóricos establecidos para cada investigación.

2.1.3. Objetos matemáticos de los estudios revisados

Desde el análisis de elementos estadísticos y probabilísticos, o en su defecto la integración de ambos, propuestos en los Libros de Texto se recurre a evaluar aspectos relacionados, los cuales constituyen los objetos matemáticos¹⁶ de estudio, tales como: representaciones, procesos matemáticos, ejes conceptuales propios del área e ideas estadísticas de las actividades y tareas planteadas.

¹⁶ Los objetos matemáticos evaluados en esta categoría difieren de los propuestos por la teoría del EOS, puesto que, en este apartado, hacen referencia a los ejes temáticos (estadísticos y probabilísticos) que se estudian en las investigaciones.

Para el caso de la Estadística, los estudios buscan analizar representaciones en las tareas desde las tablas estadísticas (Díaz-Levicoy et al., 2017) y los gráficos estadísticos (Pérez et al., 2019); además, se evalúan las MTC (Díaz-Levicoy et al., 2020).

Al analizar los Libros de Texto de Chile se plantea un estudio en tres tipos de editoriales: Santillana, SM y la editorial del Ministerio de Educación de Chile, las cuales agrupan 90 tareas para el grado tercero de primaria relacionadas con tablas estadísticas como representación de los datos. Como resultado, se obtiene que la mayor cantidad de tareas se concentran en las tareas que propone el Ministerio de Educación de Chile (50%), el restante corresponde al sector privado: Santillana (24.4%) y SM (25.6 %) (Díaz-Levicoy et al., 2017).

Frente a los diferentes tipos de tablas existentes, se considera el empleo de *tablas de datos* (26.7% en las tareas de la editorial pública, 40.9% en las tareas de Santillana y 8.7% en las tareas de SM), *tablas de frecuencias* (6.7% en las tareas de la editorial pública, 50% en las tareas de Santillana y 65.2% en las tareas de SM), *tablas de conteo y datos*, *tablas de conteo*, se caracterizan por ser las más frecuentes, y *tablas de conteo y frecuencias*, conocidas como las menos recurrentes.

Al comparar los resultados obtenidos anteriormente con los hallazgos propuestos a nivel de los Libros de Texto de México se encuentra que el porcentaje de aparición de las *tablas de datos* aumentó para la editorial del Ministerio de Educación de México (SEP) (35.7% de las tareas), pero disminuyó para la editorial Santillana (34.6% de las tareas). Caso similar ocurrió para las *tablas de frecuencias*, las cuales se presentaron en el 28.6% de las tareas de la editorial pública y 19.2% de las tareas de Santillana (Díaz-Levicoy et al., 2020).

Como otro tipo de representación están los gráficos estadísticos, con frecuencia se usa en la Educación Básica Primaria el *gráfico de barras* y el *gráfico circular* (Pérez et al., 2019). El *gráfico de barras* está presente en el 46% de las tareas evaluadas, pero el *gráfico circular* se

encuentra en un 0.9% de las tareas, además, se destacan otro tipo de gráficos, tales como: *gráfico de líneas*, *gráfico de líneas acumulado*, *pictogramas*, *gráfico de sectores*, *histogramas*, etc. (Díaz-Levicoy, 2014). Sin embargo, otro estudio manifiesta que el *gráfico de barras* es abordado poco en el aula, tal es el caso, que se proponen dos tareas (3.8%) entre los tres Libros de Texto de Santillana evaluados (Díaz-Levicoy et al., 2020).

Se destacan también las investigaciones que analizan las MTC, donde se afirma que de las dos series de Libros de Texto de Primaria que evalúan los grados cuarto, quinto y sexto de México se reúne un total de 26 tareas destinadas a abordar esta temática (Díaz-Levicoy et al., 2020). Desde otro punto de vista, las MTC también son abordadas en el grado sexto y se extienden por los tres primeros grados que comprenden la secundaria de este mismo país (Pérez et al., 2019).

Las tareas posibilitan el desarrollo de procesos matemáticos relacionados con el razonamiento y la resolución de problemas, siempre que se encuentren planteadas adecuadamente, todo ello desde el campo del PA. Sin embargo, a pesar de la cantidad de tareas planteadas, “no se identifican oportunidades para promover los procesos de razonamiento - explorar, analizar, verificar y concluir” (Marrugo, 2021, p. 51). Además, los problemas evaluados ayudan a profundizar la ejercitación, a seleccionar una respuesta y a analizar, por lo cual, tienden a ser rutinarios en uno de los Libros de Texto analizados, mientras que, en el otro se reúnen problemas no rutinarios, reales, matemáticos y realistas, estos últimos son los más recurrentes (Sánchez, 2017).

Según las ideas estadísticas fundamentales en los Libros de Texto, se afirma que, de los siete ítems propuestos por la teoría, cada editorial analizada reúne tres ideas estadísticas fundamentales. Por un lado, la colección elaborada por el Ministerio de Educación de Nicaragua reúne 65 tareas, de las cuales 45 buscan representar datos, 9 comprender las nociones de tendencia

y variabilidad (distribución) y 11 tareas reconocer los modelos de probabilidad; por otro lado, la colección elaborada por el Ministerio de Educación de Venezuela reúne 50 tareas, 1 centrada en el tópico de dato, 22 en la representación de datos y 27 en los modelos de probabilidad (Salcedo et al., 2021). Lo anterior sugiere una diferencia de tareas propuestas para las ideas fundamentales centradas en la representación de datos y en los modelos de probabilidad. Este último aspecto afirma la presencia de esta temática en los Libros de Texto.

Pese a la cantidad de tareas dedicadas a la Probabilidad en los hallazgos anteriores, se reconoce: “una ausencia de los temas de probabilidad y una reducción de los temas de estadística a simples cálculos numéricos en los libros de texto analizados” (López et al., 2018, p. 88). Asimismo, desde las propuestas que investigaban en conjunto la Estadística y la Probabilidad es recurrente la conclusión centrada en el predominio de tareas estadísticas sobre las pocas o nulas tareas propuestas para la Probabilidad (Salcedo y Ramírez, 2016; Vásquez y Alsina, 2017; Vásquez et al., 2019; Vásquez et al., 2020). De manera que se resalta la necesidad de establecer un equilibrio de ambos componentes tanto en el aula como en el Libro de Texto.

Lo anterior, es evidente en algunas investigaciones, en donde se destaca que, de 189 tareas matemáticas, 57 pertenecen al estudio de la Probabilidad. Esto indica que tan solo un 30.2% es dedicado a las tareas propuestas para esta temática (Vásquez et al., 2019).

De forma general, para la Probabilidad, se evidencia que: predominan los experimentos aleatorios de lanzamiento de monedas, lanzamiento de dados, extracción de balotas o tarjetas de una urna (León, 2006; López et al., 2018; Vásquez et al., 2019). Mediante estos experimentos se busca, por una parte, introducir el significado de variable aleatoria de forma cualitativa mediante la asignación de frecuencias relativas (López et al., 2018); y, por otra parte, registrar y conjeturar

los resultados del experimento aleatorio para la comprensión de conceptos como el espacio muestral, los experimentos y la posibilidad de ocurrencia de los eventos (Vásquez et al., 2019).

A partir de lo anterior, se analiza el significado de probabilidad propuesto en cada Libro de Texto según el tipo de tareas incluidas. Para lo cual, se observa que la Probabilidad se aborda en su mayoría desde un punto de vista clásico (León, 2006; Salcedo y Ramírez, 2016; Sánchez, 2017). Esto indica que el concepto de probabilidad se basa en la idea de que todos los resultados del evento aleatorio son igualmente probables. Por otra parte, se evidencia que en algunos Libros de Texto predomina el significado intuitivo, es decir, la probabilidad se basa en las experiencias previas y juicios personales para determinar la posibilidad de ocurrencia de los eventos. Seguido de esto, se observa el significado frecuencial y el clásico abordado en dichos Libros de Texto (Vásquez y Alsina, 2017).

2.1.4. Análisis de las tareas matemáticas según su nivel de escolaridad

Para la demanda cognitiva, se plantean dos investigaciones que comparan los grados de la Educación Básica Primaria, por un lado, las tareas planteadas para el abordaje de la Estadística en el aula presentan una alta demanda cognitiva para los grados segundo, tercero, cuarto y sexto, pues se ubican en *procedimientos con conexión*. Mientras que, para los grados primero y quinto la mayor parte de las tareas se localizan en los *procedimientos sin conexión*, lo cual significa una baja demanda cognitiva. Por otro lado, las tareas diseñadas para el tratamiento de la Probabilidad se caracterizan porque en todos los grados se prioriza una demanda cognitiva alta con los *procedimientos con conexión*, a excepción del grado primero, que en el Libro de Texto evaluado no se realizaron tareas al respecto (Vásquez et al., 2019).

Desde un panorama general, poco se plantean tareas que lleven al estudiantado a *construir matemáticas*, para el caso específico de 6° de Educación Básica Primaria, se organizan las tareas

de Estadística según el nivel cognitivo y su orden de recurrencia así: *procedimientos con conexión*, *procedimientos sin conexión* y *construir matemática*; las tareas de Probabilidad presentan el mismo orden, la diferencia radica en que esta temática sí presenta un porcentaje mínimo para las *tareas de memorización*.

Otro estudio se encuentra alejado de los resultados presentados anteriormente, pues para los Libros de Texto de los grados sexto, séptimo y octavo de la escuela primaria turca las tareas Matemáticas de explicación y evaluación se organizan de la siguiente manera: *procedimientos sin conexión*, *procedimientos con conexión*, *memorización* y *construir matemáticas*, a diferencia del grado séptimo, que hay más tareas de *construir matemáticas* que de *memorización*, pero ese aumento en el grado octavo no se mantiene (Özgeldi y Esen, 2010). Para sexto grado se establece una gran diferencia, mientras que en una investigación predominan las tareas de alta demanda cognitiva (Vásquez et al., 2019), en la otra ocurre el caso contrario, y se presentan más tareas de baja demanda cognitiva (Özgeldi y Esen, 2010).

Se afirma la evolución gradual de los objetos matemáticos del EOS con el paso de los años de escolaridad, es decir, en primer grado de la Educación Básica Primaria se inicia con el abordaje de unos pocos elementos, hasta llegar al sexto grado, donde se infiere el cumplimiento de todos los elementos planteados. Por ejemplo, para el caso de los *argumentos*, los estudiantes de primero justifican con respecto a lo que aprenden en el contexto en el que se desenvuelven, pero para sexto aluden a aspectos relacionados con ejemplos, simulaciones o experimentos relacionados con la Matemática. Lo mismo ocurre con los *procedimientos*, los estudiantes parten desde la manipulación de generadores concretos de azar y avanzan hasta poder distinguir experimentos, construir espacio muestral, distinguir la favorabilidad o aplicar reglas para calcular probabilidades; aunque las *proposiciones* empiezan a surgir para el grado tercero, los estudiantes en sexto grado

ya conocen de sucesos, de favorabilidad, de probabilidad, entre otros aspectos (Vásquez y Alsina, 2017).

Desde la perspectiva de los niveles de lectura de representaciones estadísticas, el grado quinto de primaria se resalta por abordar tareas que potencian los cuatro niveles propuestos (Díaz-Levicoy, 2014); los grados de segundo a sexto en editorial pública (SEP) por incluir tareas relacionadas con el máximo nivel (*leer detrás de los datos*) (García et al., 2019). Caso contrario a la investigación que evalúa una muestra de Libros de Texto para la Educación Básica Primaria, Básica Secundaria y Media Superior, y obtiene que gradualmente se aumenta de nivel de lectura hasta alcanzar solo la *lectura más allá de los datos* (nivel 3) (Pérez et al., 2019).

Se afirma que en todos los grados predomina el nivel 2, *leer dentro de los datos*, por un lado, se menciona que para los cursos primero, segundo y tercero de la Educación Básica Primaria los estudiantes fortalecen los primeros dos niveles, *leer los datos* y *leer dentro de los datos*, mientras que, para los últimos cursos (cuarto, quinto, sexto) se incluye de forma progresiva el nivel 3, *leer más allá de los datos* (Díaz-Levicoy, 2014).

Por otro lado, se considera que, al comparar el grado primero de ambas editoriales, en la pública (SEP) sobresale el nivel 1, *leer los datos*, en contraste con la privada (Santillana), que se destaca el nivel 2, *leer dentro de los datos*, y para los grados segundo y sexto de Santillana solo se abordaron tareas relacionadas con la *lectura dentro de los datos* (nivel 2) (García et al., 2019).

Desde otro punto de vista, se obtienen resultados un poco alejados a los ya presentados, pues en los Libros de Texto evaluados se evidencia que la Educación Básica Primaria solo alcanza el nivel 1 y el nivel 2, mientras que, la Secundaria y la Media Superior reitera estos elementos y agrega el nivel 3 (Pérez et al., 2019).

Con la mirada puesta en el análisis de los niveles de complejidad semiótica, se afirman los resultados contrarios hallados por dos investigaciones. Por una parte, el nivel 3, *representación de una distribución de datos*, es el más recurrente en todos los cursos de la Educación Básica Primaria, excepto en el grado cuarto, que prevalece con un 43.8% de las tareas el nivel 2, *representación de un conjunto de datos uno a uno, sin llegar a resumir su distribución*. Se observa contradictorio la disminución para este grado, pues se infiere un aumento en el nivel de complejidad de los gráficos presentados, además, se resalta que para los grados quinto y sexto las tareas relacionadas con el nivel 4, *representación de varias distribuciones sobre una misma representación*, aumentan y obtienen un 32.8% (21 tareas) y 30% (15 tareas) respectivamente (Díaz-Levicoy, 2014).

En cambio, en la investigación realizada para evaluar el nivel de complejidad semiótica de las tablas estadísticas, se presentó como resultado un predominio del nivel 2, *representación de un conjunto de datos uno a uno, sin llegar a resumir su distribución*, en todos los cursos de las dos series de Libros de Texto evaluadas, salvo el grado cuarto de editorial privada (Santillana), en este material se diseñaron más tareas (62.5%) para el nivel 3, *representación de una distribución de datos*. Además, a diferencia de la anterior investigación realizada, el grado sexto de ambas editoriales no presenta tareas para el nivel 4, *representación de varias distribuciones sobre una misma representación*, este tipo de ejercicios están presentes solo en el grado quinto de la editorial pública (SEP) con 8.3% (1 tarea), también hay un 42.9% de las tareas (3 tareas) en el grado tercero de Santillana, inferior a los resultados obtenidos en el estudio antes mencionado, que aborda tres tareas de este tipo (García et al., 2019).

En relación con las representaciones estadísticas, estudios afirman que determinados gráficos estadísticos (Díaz-Levicoy, 2014) y algunos tipos de tablas estadísticas (García et al., 2019) están presentes en todos los grados de la Educación Básica Primaria, su presencia aumenta

a medida que se avanza de nivel escolar. Para el caso específico de los gráficos estadísticos, el *gráfico de barras* está presente en todos los grados, mientras que, el *gráfico de líneas* y el *pictograma* se involucran hasta el grado tercero. Asimismo, el grado quinto es el que presenta mayor parte de tareas relacionadas con la temática, le sigue el grado sexto y continúa el grado tercero. Por su parte, las tablas estadísticas se hacen más presentes en los grados cuarto, quinto y sexto en los Libros de Texto de la editorial pública (SEP), mientras que, en la editorial privada (Santillana) se destacan en los grados segundo y cuarto.

Dicho lo anterior, se manifiesta que los niños leen y representan información en tablas y gráficos desde la Educación Infantil, principalmente se enfocan en las tablas estadísticas, pero no dejan de lado el segundo aspecto mencionado, sin embargo, los Libros de Texto analizados pusieron en manifiesto la inexistencia de ejes probabilísticos para esta edad (Vásquez et al., 2020).

No obstante, otras investigaciones afirman que: la Probabilidad está presente con más frecuencia en los grados segundo (54% de las tareas) y cuarto (35% de las tareas) de la Educación Básica Primaria (Vásquez et al., 2019); no existen tareas relacionadas con la Probabilidad en los Libros de Texto de primero y sexto de primaria¹⁷, además, para el grado tercero se hace un abordaje implícito y con términos aprendidos en la cotidianidad, mientras que, para los grados segundo, cuarto y quinto se aumenta el grado de dificultad y se trata de manera explícita y con términos específicos del área (Vásquez y Alsina, 2017); es una temática no abordada en el primer grado de los Libros de Texto analizados, en los grados restantes abordan alrededor de 5 tareas para cada nivel, a excepción de 6°, cuyo valor aumenta a 8 tareas (Salcedo y Ramírez, 2016).

¹⁷ En Chile, la enseñanza básica está conformada por ocho grados (de 1° a 8°). Mientras que, en Colombia ese nivel de escolarización básica se encuentra dividido en Primaria (de 1° a 5°) y en Secundaria (de 6° a 9°). Por tanto, el grado sexto de primaria de Chile se corresponde con el grado sexto de secundaria de Colombia.

Otra temática abordada desde el PA en los Libros de Texto son las MTC, después de revisar los Libros de Texto se afirma que de los tres cursos analizados en la editorial Santillana cada uno reúne un total de 4 tareas, mientras que, en la editorial de la SEP se evidencia el aumento según el grado de escolaridad, por lo cual, para el grado cuarto y quinto se reúnen 3 tareas y para el grado sexto 8 tareas, es por esto que, este último curso integra la mayor porción de tareas (Díaz-Levicoy et al., 2020).

Para concluir, los resultados de todas las investigaciones varían con relación a los Libros de Texto empleados, al nivel escolar al que aplican, al currículo en el que se fundamenta la edición, al referente teórico o metodológico y al objeto matemático de estudio, razón por la cual, existen investigaciones que comparten aspectos, pero otras en las que los hallazgos están alejados.

Un aspecto que comparten la mayoría de investigaciones se centra en las reflexiones emitidas alrededor de la necesidad de analizar los Libros de Texto, pues se manifiesta que: es importante evaluar este tipo de materiales para ajustarlos con respecto a lo propuesto por los currículos de cada país y grado (Díaz-Levicoy, 2014); la enseñanza del PA es mínima con relación a los otros aspectos de la Matemática (Pérez et al., 2019; Vásquez et al., 2020), por tanto, se plantean como alternativas de solución la mejora de las tareas que influyen en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Estadística (Pérez et al., 2019; Vásquez et al., 2019; Vásquez et al., 2020; Salcedo et al., 2021), y la estadística temprana (López et al., 2018; Vásquez et al., 2020).

En síntesis, la primera categoría planteada para la organización de la revisión documental, *enfoques de análisis de los Libros de Texto de Matemáticas*, resalta los fundamentos teóricos que sustentan los análisis realizados a los Libros de Texto (demanda cognitiva, Enfoque Onto-semiótico y estudio de los objetos matemáticos, niveles de lectura de las representaciones estadísticas y niveles de Complejidad Semiótica).

La segunda categoría, *referentes metodológicos para estudios con análisis de los Libros de Texto*, plantea la incidencia entre aspectos relacionados con la metodología (enfoque, tipo de investigación, método, técnicas y variables) empleada para la realización de las investigaciones.

La tercera categoría, *objetos matemáticos de los estudios revisados*, se centra en plantear una discusión a partir de los ejes temáticos evaluados por las diferentes investigaciones, donde solo abordan la Estadística o solo la Probabilidad, y en otras donde se investiga su combinación (Probabilidad y Estadística); la mirada se centra en comparar los resultados obtenidos según el concepto analizado y, de igual manera, hallar recurrencias a grandes rasgos.

Finalmente, la cuarta categoría, *análisis de las tareas matemáticas según su nivel de escolaridad*, destaca los resultados obtenidos por las investigaciones según el nivel escolar propuesto (infantil, básica primaria y básica secundaria y media), por lo cual se compara entre grados para identificar los avances, similitudes o diferencias frente al abordaje del PA o de tareas propuestas para la Educación Matemática.

2.2. Marco Teórico

En este apartado se destacan las teorías clave que sustentan la presente propuesta de investigación. Parte con el PA como foco principal del estudio y finaliza con el Análisis Didáctico como método que permite evaluar las tareas relacionadas con este componente en los Libros de Texto.

El estudio de la Matemática escolar facilita el desarrollo de una Matemática accesible para todas las personas, que, desde la perspectiva del MEN (2006), permita la inclusión social y la equidad, pues hace posible una educación acorde con las necesidades de cada estudiante.

Desde el punto de vista de Rico (2015), la Educación Matemática se entiende como un conjunto de acciones y tareas que se fundamentan en los principios matemáticos como conceptos,

conocimientos y formas de razonar. De manera complementaria, Waldegg (1998) afirma que la educación en Matemáticas permite la construcción de perspectivas teóricas globales para comprender los fenómenos educativos y aproximarse a situaciones problema reales.

En este sentido, es fundamental la formación de profesores competentes, para que propicien el fortalecimiento de habilidades con respecto al uso de los conocimientos teóricos aprendidos, esto implica el saber hacer en determinado contexto o situación real. Desde este punto, el énfasis se centra en el desarrollo del Pensamiento Matemático a través del abordaje de cada uno de los componentes: el Numérico, encaminado en la comprensión de las relaciones numéricas; el Espacial, enfocado en las representaciones de los objetos del espacio; el Métrico, centrado en las magnitudes y cantidades; el Aleatorio dirigido al manejo de los datos y la probabilidad; y, el Variacional, destinado al estudio de la variación y el cambio (MEN, 2006).

2.2.1. *Pensamiento Aleatorio – PA*

El PA, como componente de la Educación Matemática, se encuentra integrado por la Probabilidad y la Estadística. Así, los documentos que rigen la política educativa, nacional e internacional, manifiestan la presencia de estos campos del conocimiento en los procesos de enseñanza planteados por el currículo escolar.

En este orden de ideas, los lineamientos curriculares en Colombia afirman que el abordaje del PA en el aula posibilita: el desarrollo del razonamiento inductivo, es decir, acciones que permiten concluir generalidades a partir de las recurrencias observadas en los datos recopilados (MEN 1998), la toma de decisiones acertadas en situaciones de azar y el tratamiento adecuado de los datos presentes en cualquier escenario actual (MEN, 2006).

Por su parte, a nivel internacional, *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM, 2000) menciona que resulta necesario trabajar el análisis de los datos y la probabilidad en el aula

desde la conexión de estos aspectos con otras áreas del conocimiento y con la vida diaria. En resumen, el PA busca fomentar bases sólidas desde el aula, para que todo lo aprendido allí se transforme en acciones que el individuo emplee en su cotidianidad. Por lo cual, los profesores velan para que en el salón de clase se dinamicen tareas que promuevan al estudiante a: organizar, representar datos, predecir, experimentar, simular, inferir, recoger información, conjeturar, entre otras acciones importantes que sustentan el quehacer estocástico o probabilístico, como resultado, se visualiza un estudiante competente.

En primer lugar, Serrano (2011) afirma que la Estadística permite comprender los datos, sus usos y representaciones, por lo cual, se concibe al tratamiento de los datos como el foco central de la enseñanza de la Estadística en la Educación Básica Primaria; por tanto, al finalizar su paso por este nivel educativo, el estudiante “debería estar capacitado para obtener información, ordenarla y utilizarla” (p. 406). Los datos suelen ir acompañados de otros conceptos básicos, tales como: población, muestra, variable, medidas de una distribución estadística y representaciones (gráficos y tablas).

Diversos autores manifiestan que el trabajo con datos implica capacitar al estudiante para que este sea capaz de recoger información, organizarla según corresponda, filtrarla, representarla y analizarla. Razón por la cual, las situaciones en las que se planea hacer uso de este tipo de acciones deben responder a objetivos claros, a necesidades específicas y a intereses particulares de los estudiantes; además, se debe prever las posibles dificultades, el formato de recolección y la actitud ética y acorde del encargado de recoger la información (MEN, 1998; Batanero et al., 2011).

En conjunto, se promueve potenciar el razonamiento estocástico, el cual busca contextualizar el proceso de enseñanza-aprendizaje, de manera que los estudiantes se preparen para: identificar el problema o situación que amerita la investigación estadística, decidir sobre los

datos a recoger, recopilar los datos, analizar y obtener conclusiones (Batanero et al., 2011). Todo este proceso permite que los estudiantes aprendan para la vida, adopten una postura crítica y tomen decisiones al respecto.

En segundo lugar, la Probabilidad es conocida como una rama de las Matemáticas que busca generar modelos para situaciones o fenómenos de incertidumbre y azar (Pareja, 2011). De esta manera, aunque el estudiante no pueda afirmar con toda seguridad la ocurrencia de un evento, sí puede predecir o inferir los posibles resultados. La enseñanza de la Probabilidad también implica el conocimiento de conceptos básicos como: experimento aleatorio, espacio muestral, sucesos, eventos y cálculos.

Asimismo, se afirma la necesidad de complejizar su enseñanza a medida que transcurren los distintos niveles de escolaridad. Como ejemplo de la enseñanza de la Probabilidad, la NCTM (2000) plantea el abordaje de manera gradual, para esto, la temática parte con la realización de experimentos que usen objetos concretos, continúa con la relación de resultados teóricos conocidos o designación de sucesos a dichos experimentos, sigue con una apropiación amplia de vocabulario técnico o el cálculo de probabilidades de sucesos compuestos sencillos, y finaliza con el cálculo de probabilidades de sucesos compuestos más complejos, condicionados e independientes.

La Estadística y la Probabilidad deben ser enseñadas desde conocimientos técnicos y estratégicos, Batanero et al. (2011) afirman que el tecnicismo reúne todo el campo teórico y conceptual de los diferentes elementos, mientras que, lo estratégico representa el accionar de lo aprendido y busca que el estudiante reconozca el momento adecuado para hacer uso de aquello que sabe; sin embargo, “los problemas y ejercicios de los libros de texto solo suelen concentrarse en los conocimientos técnicos” (p. 21).

En resumen, el PA permite preparar a un individuo competente desde el aula, de manera que aprenda aspectos relacionados con la toma de decisiones, el azar, la incertidumbre, la recolección y análisis de datos. Todo ello a partir de situaciones prácticas que el profesor genera y lleva a las sesiones de clase, donde se promueve una enseñanza abierta y acorde al contexto, a la población y a las necesidades del momento.

Desde la perspectiva de la didáctica, es el profesor quien asume la responsabilidad de convertir el conocimiento disciplinar en conocimiento de enseñanza, para lo cual, es importante que los formadores desarrollen capacidades pedagógicas que les permitan implementar de forma adecuada la enseñanza y el aprendizaje. Según Estrella et al. (2015) a los profesores de Educación Básica Primaria les compete adquirir un conocimiento amplio de la Estadística, en el que desarrollen habilidades como evaluar, proponer e interpretar los datos; para que desde el rol que les concierne comprendan aquellos errores de los estudiantes y aborden diversas tareas en contextos adecuados.

En concordancia, el profesor de Matemáticas, y en particular para el área Estadística, debe valerse de su conocimiento disciplinar para discernir sobre los recursos didácticos empleados en el aula, con el fin de promover un aprendizaje duradero en los estudiantes. Lo anterior, es explicado por Batanero (2002), en donde se manifiesta que el educador estadístico es aquel que analiza la enseñanza y el aprendizaje y comprende su dinámica para identificar las anormalidades del proceso, para así utilizar herramientas didácticas que contribuyan a superar estas dificultades.

2.2.2. *Análisis Didáctico*

El Análisis Didáctico se define como un método empleado comúnmente en la Educación Matemática para evaluar el conocimiento didáctico; “se lleva a cabo mediante un proceso de

análisis y síntesis didáctica con tres referentes principales: el contenido matemático, el alumno que aprende y el profesor que enseña” (Rico, 2015, p. 26).

Para estudiar un contenido matemático en particular, en este caso el PA, se recurre a categorías de análisis que ayudan a evaluar conceptos, estrategias y/o tareas planteadas en materiales educativos, ya que el análisis aplica para procesos generales organizados, transmitidos, adquiridos y estructurados en los conocimientos trabajados en textos o documentos diseñados para las Matemáticas Escolares (Rico, 2013). De esta manera, se proporciona una visión crítica y reflexiva sobre los recursos didácticos utilizados para abordar este ámbito, lo cual permite evaluar la eficacia y la integración de las necesidades específicas del contexto.

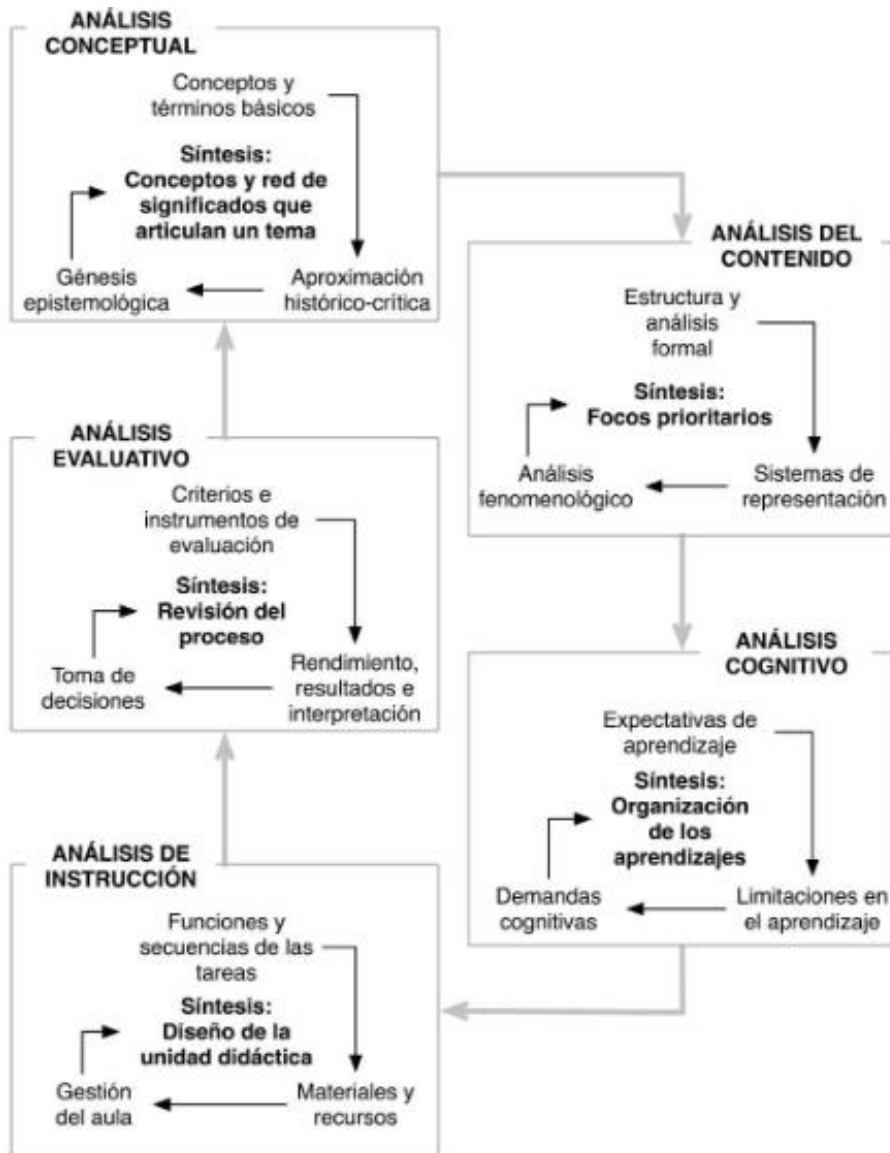
Este método se caracteriza por la sinergia entre *análisis* y *síntesis*, por una parte, el análisis permite descomponer el problema que está planteado en una visión macro en partes más elementales, o micro, que permitan su fácil acceso y comprensión; por otra parte, la síntesis constituye las consecuencias y causas emitidas por dichos análisis, las cuales se vinculan entre sí para reconstruir nuevamente el problema y dar respuesta a lo solicitado. Además, este último componente ayuda a compartir los hallazgos encontrados a partir del estudio (Pappus, 1970; Rico, 2013).

La meta del Análisis Didáctico es “fundamentar, dirigir y sistematizar la planificación y puesta en práctica de los procesos de enseñanza y aprendizaje de contenidos matemáticos específicos” (Rico, 2013, p. 19). Además, se concibe como una actividad necesaria en la formación de profesores, puesto que, los motiva a superar el dominio de los contenidos aprendidos con anticipación y propuestos en los Libros de Texto para su respectiva enseñanza a los estudiantes (Rico, 2015).

Es decir, por una parte, busca darle estructura, dirección y organización al análisis y a los resultados obtenidos frente a la temática en cuestión y, por otra parte, genera habilidades necesarias para ampliar los horizontes del conocimiento y ver otros puntos de vista.

El Análisis Didáctico se fundamenta en cinco categorías que permiten descomponer lo complejo en partes simples. Rico (2013) define los diferentes tipos de análisis y síntesis de la siguiente manera: (i) el *Análisis Conceptual* se enfoca en los conceptos básicos abordados por la temática de estudio o conocimiento matemático, y aspectos relacionados con estos, la síntesis corresponde a los conceptos y red de significados que relacionan un tema con otros componentes o campos; (ii) el *Análisis de Contenido* es la base de todos los análisis y menciona los conocimientos elementales que estructuran y cumplen el currículo, espera dar respuesta a una síntesis centrada en los focos prioritarios a tener en cuenta; (iii) el *Análisis Cognitivo* se basa en las orientaciones del aprendizaje, para esto estructura los conocimientos escogidos por la temática, los justifica y establece alcances del desarrollo, su síntesis es la organización de los aprendizajes; (iv) el *Análisis de Instrucción* se enfoca en la planeación e implementación del proceso de enseñanza, por lo cual, adapta las anteriores consideraciones a una evaluación del quehacer educativo, responde a las maneras en que se lleva a cabo la formación, su síntesis es el diseño de la unidad didáctica; (v) el *Análisis Evaluativo* realiza un especial énfasis en los resultados alcanzados por el componente analizado, su síntesis se basa en la revisión del proceso.

En la Figura 1 se resumen las categorías del Análisis Didáctico con los respectivos aspectos básicos que acompañan a cada tipo de análisis y síntesis que ponen de manifiesto los resultados que se quieren alcanzar en cada proceso.

Figura 1*Categorías Análisis Didáctico*

Nota. El gráfico representa el ciclo de Análisis Didáctico, menciona para cada una de las categorías los conceptos fundamentales y las respectivas síntesis. Tomado de *El método del Análisis Didáctico* (p. 22), por L. Rico, 2013, Revista Iberoamericana de Educación Matemática

Por ejemplo, al analizar las tareas de los Libros de Texto desde lo propuesto por el Análisis Didáctico, es posible hacer énfasis en tres de los cinco tipos de análisis, los cuales son: Análisis de Contenido (contenidos, clasificación, contexto y sentidos de uso), Análisis Cognitivo (expectativas de aprendizaje, metas propuestas y Competencias Matemáticas) y Análisis de Instrucción (tipos de tarea según su dificultad, niveles de complejidad de las tareas y representaciones utilizadas) (Bolaños y Moreno, 2023).

De manera similar, esta propuesta de investigación considera las categorías de: Análisis Conceptual, Análisis Cognitivo y Análisis de Instrucción, las cuales permiten un abordaje integral del proceso de enseñanza-aprendizaje del PA en los Libros de Texto.

En primer lugar, el Análisis Conceptual hace énfasis en el estudio riguroso de los ejes temáticos presentes en los Libros de Texto, los cuales sirven como base para abordar el PA. Este análisis examina el tipo de contenidos propuestos (cognitivos y procedimentales), los contextos planteados para el desarrollo de las tareas, las finalidades del proceso matemático y las conexiones con otras disciplinas (conexiones interdisciplinarias) o pensamientos matemáticos (conexiones intradisciplinarias), lo cual permite enriquecer la comprensión y aplicación del PA en diferentes áreas del saber y obtener una visión holística del aprendizaje; aparte de cumplir con la coherencia horizontal propuesta por el MEN (2006).

La Tabla 1 especifica con detalle los criterios e indicadores que se utilizarán para evaluar este tipo de análisis; y que permitirán identificar fortalezas y áreas de mejora en los Libros de Texto analizados.

Tabla 1*Subcategorías e indicadores para la categoría Análisis Conceptual*

Subcategorías	Descripción	Indicadores
S1. Ejes conceptuales abordados en la actividad	En este componente se listan los ejes conceptuales que, según las directrices del Ministerio de Educación Nacional (MEN, 2006, 2015), los estudiantes de primaria deben abordar en relación con la Estadística y la Probabilidad del Pensamiento Aleatorio.	I1. La tarea permite que el estudiante utilice la recolección, organización, representación y/o tratamiento de datos I2. La tarea permite que el estudiante utilice la probabilidad de eventos I3. La tarea permite que el estudiante utilice eventos aleatorios y/o determinísticos I4. La tarea permite que el estudiante utilice combinaciones I5. La tarea permite que el estudiante utilice permutaciones I6. La tarea permite que el estudiante utilice eventos seguros, imposibles y posibles I7. La tarea permite que el estudiante utilice las Medidas de Tendencia Central (Moda/Media y Mediana) y las Medidas de Dispersión (Rango) I8. La tarea permite que el estudiante utilice la población y/o muestra de un conjunto de datos
S2. Clasificación de los contenidos	Este componente se centra en la revisión y evaluación de los tipos de contenido presentes en el Libro de Texto utilizado en el proceso educativo. Por tanto, se explora si las tareas se enfocan en la reproducción de conceptos, es decir, en la transmisión de información y conocimientos que los estudiantes deben adquirir y comprender; o promueven la ejecución de acciones, lo que implica un enfoque más práctico y aplicado del conocimiento.	I1. La tarea se centra en acciones propias de los contenidos conceptuales (reproducción de significados, transmisión de información) I2. La tarea se centra en acciones propias de los contenidos procedimentales (ejecución de acciones, práctica del conocimiento)
S3. Contexto de las tareas	Este componente se enfoca en analizar los tipos de contextos inmersos en la enseñanza del Pensamiento Aleatorio; para esto se considera lo propuesto	I1. La tarea se desarrolla bajo un contexto personal, el cual se centra en el propio individuo, su familia y su grupo de iguales I2. La tarea se desarrolla bajo un contexto laboral, el cual se centra en el mundo laboral

	por la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE, 2012/2013) en relación con las pruebas PISA. Por tanto, se evalúa si las tareas se desarrollan en un contexto personal, profesional, social y científico-tecnológico.	I3. La tarea se desarrolla bajo un contexto social, el cual se centra en la comunidad local, nacional y global I4. La tarea se desarrolla bajo un contexto científico-tecnológico, el cual se centra en la aplicación interna de las matemáticas y externa al mundo natural y a cuestiones relacionadas con la ciencia y la tecnología
S4. Finalidades del proceso matemático	En este componente se evalúa la tendencia de uso del Pensamiento Aleatorio en las diferentes tareas propuestas en los Libros de Texto. Para esto se tienen en cuenta las respectivas finalidades.	I1. La tarea busca leer información explícita en el contenido I2. La tarea busca interpretar información I3. La tarea busca comparar datos I4. La tarea busca aplicar algún procedimiento I5. La tarea busca representar (tablas, gráficos o pictogramas) I6. La tarea busca completar representaciones (tablas, gráficos o pictogramas) I7. La tarea busca inferir información I8. La tarea busca reunir información I9. La tarea busca organizar los elementos (teniendo en cuenta el orden o sin tener en cuenta el orden) I10. La tarea busca experimentar (solo probabilidad) I11. La tarea propone dos tipos de finalidades I12. La tarea propone tres tipos de finalidades
S5. Conexiones intra e interdisciplinares	Este componente analiza la presencia de contenidos interdisciplinares en los contenidos y tareas propuestas en el Libro de Texto. En este componente se evalúa la relación de las tareas con los diferentes tipos de pensamiento matemático (Métrico, Espacial, Numérico y Variacional).	I1. En la tarea se incluyen temas relacionados con otras áreas de conocimiento, como la tecnología, las ciencias u otras I2. La tarea incluye el desarrollo de más de un pensamiento matemático

Nota. Se presentan las subcategorías para el Análisis Conceptual con sus respectivas descripciones e indicadores.

En segundo lugar, el Análisis Cognitivo evalúa las Competencias Matemáticas esenciales que subyacen en cada una de las tareas y que son fundamentales para el desarrollo del PA y, por

ende, el fortalecimiento del Pensamiento Matemático. Según lo definido por el MEN (2006) en los Estándares Básicos de Competencias Matemáticas, estas competencias se articulan en cinco habilidades clave, tales son: Resolución de problemas, Razonamiento, Comunicación, Modelación y Formulación, comparación y ejercitación de procedimientos y algoritmos. Estos aspectos constituyen el núcleo del desarrollo matemático. En la Tabla 2 se mencionan los indicadores propuestos para el análisis.

Tabla 2

Subcategoría e indicadores para la categoría Análisis Cognitivo

Subcategoría	Descripción	Indicadores
S1. Competencias matemáticas que desarrolla	Este componente hace referencia al tipo de competencia matemática que la tarea permite desarrollar. Las Competencias Matemáticas corresponden a lo propuesto por el MEN (2006).	I1. La tarea propuesta permite el desarrollo de la competencia resolución de problemas
		I2. La tarea propuesta permite el desarrollo de la competencia comunicación
		I3. La tarea propuesta permite el desarrollo de la competencia razonamiento
		I4. La tarea propuesta permite el desarrollo de la competencia modelación
		I5. La tarea propuesta permite el desarrollo de la competencia de formulación, comparación y ejercitación de procedimientos y algoritmos

Nota. Se presentan la subcategoría para el Análisis Cognitivo con su respectiva descripción e indicadores.

En tercer lugar, el Análisis de Instrucción destaca el nivel de dificultad de las tareas, las cuales se clasifican desde ejercicios rutinarios, cuyo objetivo principal es el recuerdo de definiciones y fórmulas, hasta las tareas para hacer matemática, que involucran un mayor desarrollo de pensamiento matemático y la generación de nuevas ideas. Además, se especifican los diferentes tipos de representaciones que se emplean para el desarrollo del PA. La Tabla 3 expone las descripciones e indicadores para este tipo de análisis.

Tabla 3*Subcategorías e indicadores para la categoría Análisis de Instrucción*

Subcategoría	Descripción	Indicadores
S1. Tipo de tareas según su dificultad	En este componente se evalúa el nivel de dificultad presente en las tareas relacionadas con el Pensamiento Aleatorio. Por tanto, se parten con tareas que requieren la reproducción exacta de procedimientos y se finaliza con tareas que buscan construir procesos matemáticos de mayor complejidad.	I1. Tarea de memorización
		I2. Tarea de procedimientos sin conexión
		I3. Tarea de procedimientos con conexión
		I4. Tarea de hacer matemáticas
S2. Representaciones utilizadas	En este componente se evalúa la manera en la cual están presentes las tareas en el Libro de Texto y las representaciones que con frecuencia emplean.	I1. La tarea presenta enunciados/afirmaciones (Verbales)
		I2. La tarea presenta enunciados/afirmaciones y representaciones pictóricas
		I3. La tarea presenta enunciados/afirmaciones y representaciones icónicas
		I4. La tarea presenta enunciados/afirmaciones y representaciones tabulares
		I5. La tarea presenta enunciados/afirmaciones y representaciones simbólicas
		I6. La tarea presenta enunciados/afirmaciones y representaciones gráficas
		I7. La tarea presenta enunciados/afirmaciones y representaciones concretas
		I8. La tarea presenta enunciados/afirmaciones y dos tipos de representaciones
		I9. La tarea presenta enunciados/afirmaciones y tres tipos de representaciones

Nota. Se presentan las subcategorías para el Análisis de Instrucción con sus respectivas descripciones e indicadores.

Resulta importante aclarar el concepto de cada representación mencionada, por lo que, para esta investigación, en primer lugar, la *representación verbal* se refiere al lenguaje de la vida cotidiana, expresado a través de medios orales o escritos (Molina, 2014). En este estudio, esta representación se relaciona con las indicaciones dadas para cada una de las TME, ya que están

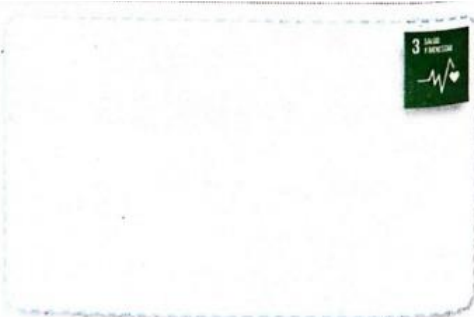
expresadas a través de un lenguaje cotidiano en un medio escrito. Cabe destacar que esta representación es transversal, pues siempre aparece sola o acompañada de otro tipo de representaciones (gráficas, simbólicas, tabulares, entre otras).

Figura 2

Ejemplo #1 representación verbal

4. Diseña el dibujo de Samantha.
Para ello, subraya las cualidades de la niña en la siguiente descripción.

Samantha es una niña bajita, con ojos color miel, cabello largo, crespo y rojo, utiliza gafas, es delgada y le gusta hacer deporte.



Nota. TME de representación verbal. Tomado de *Experience 1* (p. 36), por Editorial Santillana (E1), 2023

En la Figura 2 se muestra una TME en la que se emplea la representación verbal como un medio de expresión escrito para proporcionar las indicaciones correspondientes.

Figura 3

Ejemplo #2 representación verbal

Trabaja en grupo.



2. Resuelvan la siguiente situación: Cecilia y sus papás asisten a una función. Ocuparán tres sillas seguidas.

-  ¿De cuántas maneras diferentes se pueden acomodar?
-  ¿Es importante el orden en estos arreglos?
-  ¿Hay repetición? ¡Cecilia no puede sentarse a la vez en las tres sillas!

Nota. TME de representación verbal. Tomado de *Matemáticas 5 Tercera Cartilla* (p. 81), por Editorial Escuela Nueva (E4), 2010

La Figura 3 ilustra el uso de la comunicación verbal en un soporte escrito para presentar la orientación de la TME propuesta.

En segundo lugar, las *representaciones pictóricas* hacen referencia a la imagen, dibujo o figura que se diseñan para las TME y que tienen la intención de representar de la manera más precisa y cercana un objeto de la realidad (Bruner, 1964). Con esta representación se da un contexto o se ejemplifica una situación para facilitarle al estudiante la comprensión rápida y efectiva de lo que observa. De este modo, las representaciones pictóricas actúan como herramienta para mejorar el componente visual de los estudiantes y promover la interacción con el contenido. A continuación, se proponen ejemplos de TME con este tipo de representación.

Figura 4

Ejemplo #1 representación pictórica

★★2. Observa la colección de vehículos de juguete que tiene Rodolfo.



- Organiza la información en una tabla de conteo.
- ¿Cuántas motos tiene? _____
- ¿De qué tipo de vehículo tiene el mayor número? _____

Nota. TME de representación pictórica. Tomado de *Aprende a aprender Matemáticas 1* (p. 57), por Editorial Norma (E2), 2020

En la Figura 4 se presentan dibujos de los diferentes vehículos, pero estos no corresponden a imágenes reales de los medios de transporte, sino a una representación visual en caricatura que hace referencia a los carros, motos y buses de la cotidianidad.

Figura 5*Ejemplo #2 representación pictórica*

2. La cantidad de mascotas vacunadas en los últimos tres meses del año en una localidad se muestra en el siguiente pictograma:



- ¿En cuál de los tres meses se vacunaron más mascotas? _____
- ¿Cuántas mascotas se vacunaron en diciembre? _____
- ¿Cuántas mascotas se vacunaron en diciembre más que en noviembre?

- ¿Cuántas mascotas se vacunaron en los tres meses? _____

Nota. TME de representación pictórica. Tomado de *Aprende a aprender Matemáticas 3* (p. 214), por Editorial Norma (E2), 2020

En la Figura 5 se utiliza la imagen de una huella para representar la equivalencia de 170 mascotas; posiblemente cada huella se asemeja con las extremidades de un perro. Esta representación se emplea en un pictograma y simboliza las huellas reales dejadas por este animal. Además, fueron escogidas para ilustrar el contexto de la TME.

En tercer lugar, la representación icónica se define como aquella que representa de manera repetitiva un valor cardinal (Wiese, 2007). Así pues, este tipo de representación plasma el número de elementos de un conjunto de acuerdo con la cantidad cardinal referenciada mediante barras, puntos, asteriscos o cualquier otro símbolo que permita visualizar el número correspondiente. Por ejemplo: seis barras, seis puntos, seis asteriscos, para representar el número cardinal seis. Su objetivo es hacer comprensible la relación entre la cantidad abstracta y su representación visual.

Figura 6*Ejemplo #1 representación icónica*

2. La información sobre la comida rápida preferida por los niños de primero aparece en la siguiente tabla:

Comida	Conteo
Perro caliente	
Hamburguesa	
Pizza	

Responde:

- a. ¿Cuál es la comida preferida por los niños? _____
- b. ¿Cuál es la comida menos preferida por los niños? _____

Nota. TME de representación icónica. Tomado de *Aprende a aprender Matemáticas 1* (p. 216), por Editorial Norma (E2), 2020

En la Figura 6 se usa la representación icónica para expresar el número cardinal de la cantidad de personas que prefieren cierto tipo de comida rápida.

Figura 7*Ejemplo #2 representación icónica*

Pedro registró en la tabla los colores de los carros de sus profesores. Se puede afirmar que:

Color	Conteo
Azul	
Rojo	
Blanco	

- A. hay menos carros azules.
- B. hay dos carros blancos más que azules.
- C. hay 7 carros azules.
- D. hay dos carros rojos menos que azules.

Nota. TME de representación icónica. Tomado de *Aprende a aprender Matemáticas 1* (p. 216), por Editorial Norma (E2), 2020

En la Figura 7 se utilizan las barras para representar de forma icónica el color de cada uno de los carros, los cuales se traducen en un determinado número cardinal.

En cuarto lugar, las *representaciones tabulares* dan cuenta de una estructura rectangular dividida en filas y columnas compuestas por encabezados que responden a las diferentes categorías que se plantean para organizar, contar y resumir los datos (Estrella, 2014; Triola, 2018). Esta disposición permite realizar la comparación visual de los datos y emitir conclusiones.

Figura 8

Ejemplo #1 representación tabular



Se encuesta a los habitantes de dos veredas sobre si están de acuerdo con la construcción de una fábrica de químicos. Los resultados se consignan en la tabla.

Vereda	SÍ	NO
El alto	48	32
La loma	56	44

¿En cuál de las dos veredas la opinión favorable a la construcción de la fábrica es mayor?

Nota. TME de representación tabular. Tomado de *Matemáticas 5 Primera Cartilla* (p. 83), por Escuela Nueva (E4), 2010

La Figura 8 contiene una tabla de frecuencias cuyos encabezados y datos ya se encuentran completos con información clave para resolver la pregunta descrita.

Figura 9

Ejemplo #2 representación tabular

¿Cuál es tu sabor favorito de helado?

Realiza la siguiente pregunta a 12 estudiantes de tu clase:

¿Cuál helado te gusta más:

el de vainilla,

el de fresa,

el de café,

el de limón

o de chocolate?

Use la siguiente tabla para la información y representarla.

Nota. TME de representación tabular. Tomado de *Matemáticas grado 2º Situación 4-5* (p. 101), por PTA 2.0 (E3), 2016

Por el contrario, en la Figura 9 se observa una TME que provee únicamente la estructura básica de la tabla, es decir, las líneas verticales y horizontales que conforman las celdas. El estudiante debe completar los espacios en blanco con la información correspondiente.

En quinto lugar, Bruner (1964) define las *representaciones simbólicas* como la formulación abstracta del área de Matemáticas, donde lo escrito o emitido no es cercano o similar al referente al que se alude, por lo que implica una mayor comprensión de los conceptos y temas abordados.

Los elementos de este tipo de representación son “numerales, letras y signos característicos de la aritmética y el álgebra (tales como los signos operacionales o el signo igual)” (Molina, 2014, p. 561). Es decir, lo simbólico responde al lenguaje propio de las Matemáticas.

Figura 10

Ejemplo #1 representación simbólica

Una forma de conocer la cantidad de opciones que se tienen al realizar una combinación de elementos por parejas, donde no importa el orden de los elementos, es multiplicar el número de elementos por el número de elementos menos uno, y luego dividir entre dos. Por ejemplo, en un conjunto de 6 elementos es posible formar 15 parejas, ya que $[6 \times (6 - 1)] \div 2 = [6 \times 5] \div 2 = 30 \div 2 = 15$.

Halla el número de parejas que puede formarse en un conjunto de:

- a. 4 elementos. b. 7 elementos. c. 13 elementos.

Nota. TME de representación simbólica. Tomado de *Aprende a aprender Matemáticas 4* (p. 88), por Editorial Norma (E2), 2020

La Figura 10 evidencia una fórmula compuesta por números y símbolos ([,], (), ×, -, ÷, =) que con frecuencia son empleados en esta área y que representan relaciones y operaciones matemáticas.

Figura 11*Ejemplo #2 representación simbólica*

4. De una caja los niños toman 8 naranjas; para conocer cuánto es más o menos el peso de una naranja para estar más seguros no la escogen, la toman al "azar", cierran los ojos, revuelven bastante y las van sacando.

Los pesos de estas naranjas en gramos son:

320	305	270	290
272	310	293	250

- ✓ Calculen el peso promedio de estas 8 naranjas.
- ✓ Escriban todos los pesos mayores al peso promedio.
- ✓ Escriban todos los pesos menores al peso promedio.

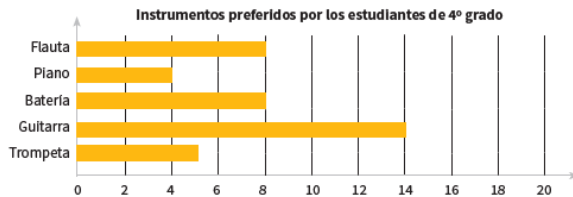
Nota. TME de representación simbólica. *Matemáticas 5 Tercera Cartilla* (p. 78), por Escuela Nueva (E4), 2010

De la misma manera, en la Figura 11 se listan una serie de números o representaciones simbólicas necesarias para dar respuesta a la TME; en este caso, se usan los ocho números planteados para hallar el promedio o media.

En sexto lugar, las *representaciones gráficas* responden a la presentación de los datos de manera visual a partir de variables, para que el lector identifique las características, establezca relaciones entre la información, por ejemplo, encuentre el mayor y el menor o emita conclusiones sobre el comportamiento de estas (Haylock y Cockburn, 2009; Medina, 2016). En pocas palabras, los datos se muestran a partir de diagramas, gráficos, mapas, entre otros; cada uno compuesto por barras, líneas, puntos o divisiones que lo hacen característico.

Figura 12*Ejemplo #1 representación gráfica*

En la clase de cuarto de primaria se le preguntó a cada estudiante sobre cuál era su instrumento preferido. Se le pidió a cada estudiante elegir un único instrumento. Los estudiantes eligieron uno de los siguientes instrumentos: flauta, piano, batería, guitarra y trompeta. A continuación, se muestran los resultados del sondeo:



a) ¿Cuál sería un título apropiado para el diagrama?

b) ¿Cuál es el instrumento más popular?

c) ¿Cuál es el instrumento menos popular?

d) ¿Cuántos estudiantes hay en la clase?

Nota. TME de representación gráfica. Tomado de *Matemáticas Grado 4º Situación 1-2-3* (p. 138), por PTA 2.0 (E3), 2016

El gráfico de barras horizontales presente en la Figura 12 ejemplifica este tipo de representación, pues permite visualizar los datos cualitativos (instrumento favorito) de una encuesta y realizar comparaciones entre ellos. Este tipo de representación está compuesto por barras cuya longitud determina la frecuencia de la variable o categoría.

Figura 13*Ejemplo #2 representación gráfica*

- ★ 1. El diagrama de líneas muestra la cantidad de dinero que ahorró Fabián durante cuatro días de la semana.



- ¿Qué día ahorró la mayor cantidad de dinero?
- ¿Cuánto dinero ahorró en los cuatro días?
- ¿Cuál fue la menor cantidad de dinero ahorrada?
- ¿Qué día ahorró \$ 3 000?

Nota. TME de representación gráfica. Tomado de *Aprende a aprender Matemáticas 4* (p. 53), por Editorial Norma (E2), 2020

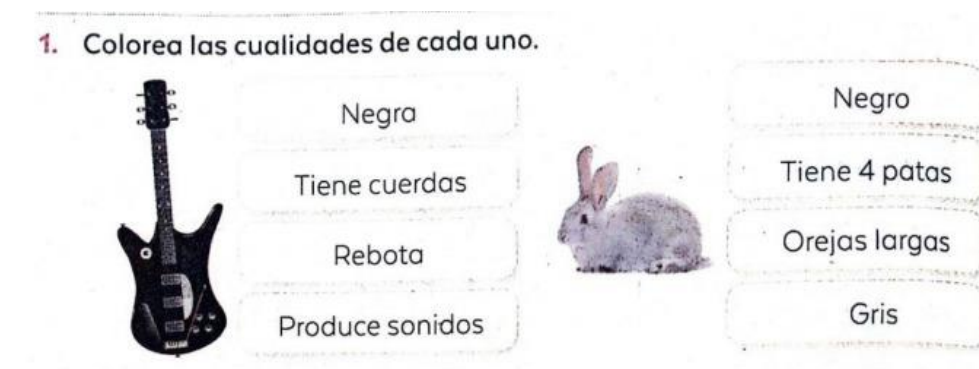
La Figura 13 muestra como ejemplo de representación gráfica un diagrama de líneas compuesto por puntos conectados mediante líneas; este esquema presenta de manera visual la evolución o retroceso del conjunto de datos con relación al tiempo.

En séptimo lugar, las *representaciones concretas* reúnen los objetos y/o materiales reales y palpables que se les presentan a los estudiantes para motivarlos en el aprendizaje de las Matemáticas; asimismo, permiten desarrollar habilidades de motricidad (Bruner, 1964).

Para el caso de la presente investigación, este tipo de representación no se puede asumir como lo propuesto anteriormente, pues el análisis en los Libros de Texto se limita a las TME planteadas allí. Por lo cual, las representaciones concretas son vistas en estos materiales cuando se presentan imágenes reales de personas u objetos, es decir, estas no deben ser animadas o caricaturescas.

Figura 14

Ejemplo #1 representación concreta



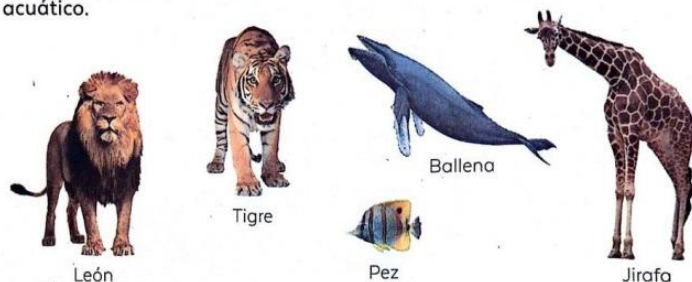
Nota. TME de representación concreta. *Experience Matemáticas 1* (p. 36), por Santillana (E1), 2023

La Figura 14 contiene una representación concreta de cómo se ve una guitarra y un conejo en la cotidianidad. Del mismo modo, en la Figura 15 se comparten imágenes reales de animales.

Figura 15

Ejemplo #2 representación concreta

1. Encierra con verde los animales que es seguro que vivan en un ambiente terrestre y con azul los animales que seguro vivan en un ambiente acuático.



Nota. TME de representación concreta. *Experience Matemáticas 1* (p. 156), por Santillana (E1), 2023

En las TME se evidencia el trabajo simultaneo con dos representaciones. Para este estudio, se tuvo en cuenta la unión de la *representación verbal* con dos representaciones más, por ejemplo, con la *pictórica* y *tabular*, la *gráfica* y *tabular*, entre otras combinaciones.

Figura 16

Ejemplo #1 de TME con representación verbal y dos tipos de representaciones

2. Completa el pictograma de acuerdo con la información y responde la pregunta.

Carlos representó en la siguiente tabla la cantidad de kilos de concentrado que consumió su mascota durante cuatro semanas.

Día	Número de kilos	Pictograma
1	3	
2	9	
3	12	
4	6	

Cada representa 3 kilos de concentrado.

→ Responde.
¿Qué cantidad de concentrado consumió la mascota en las cuatro semanas?

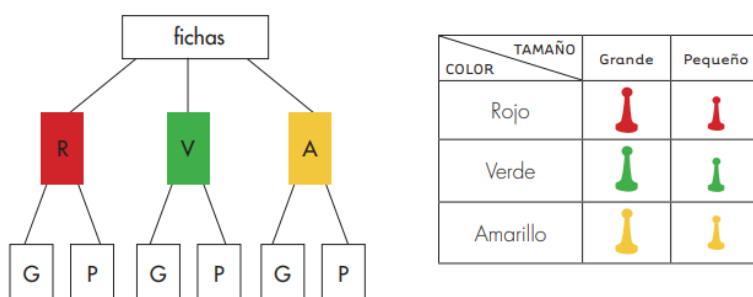
Nota. TME de representación verbal y dos tipos de representaciones. *Experience Matemáticas 2* (p. 83), por Santillana (E1), 2023

En la Figura 16 se destaca el uso de la *representación verbal*, la cual describe la indicación de manera clara y detallada, en combinación con la *representación tabular*, que organiza y categoriza en días y número de kilos la información de la situación presentada. Además, se incorpora la *representación pictórica* que simboliza en un pictograma la imagen animada de una taza de concentrado que consume la mascota.

Figura 17

Ejemplo #2 de TME con representación verbal y dos tipos de representaciones

3. Estudien el diagrama y la tabla que Mariana hizo para responder las preguntas que le hizo Alejo.



Nota. TME de representación verbal y dos tipos de representaciones. *Matemáticas 4 Segunda Cartilla* (p. 78), por Escuela Nueva (E4), 2010

En la Figura 17 se emplea la *representación verbal* además de la *representación gráfica* en la que se plasma el diagrama de árbol, usado comúnmente en la Probabilidad, y la *representación tabular* que organiza la información del gráfico en una tabla de doble entrada compuesta por encabezados y datos.

Otras TME diseñadas en los Libros de Texto demuestran que se logra unir la representación verbal con tres tipos de representaciones más, por ejemplo, con lo icónico, tabular y gráfico (Figura 18) o con lo pictórico, tabular y gráfico (Figura 19). En sí, cada una de las cuatro representaciones contribuyen al planteamiento y a la resolución de la TME.

Figura 18**Ejemplo #1 de TME con representación verbal y tres tipos de representaciones**

1. Julián trabaja en un restaurante y organizó los pedidos en la siguiente tabla: Representa la información en un diagrama coloreando un cuadrado por cada marca.



Pedido	Cantidad
Perros calientes	
Hamburguesas	
Pinchos	
Salchipapas	



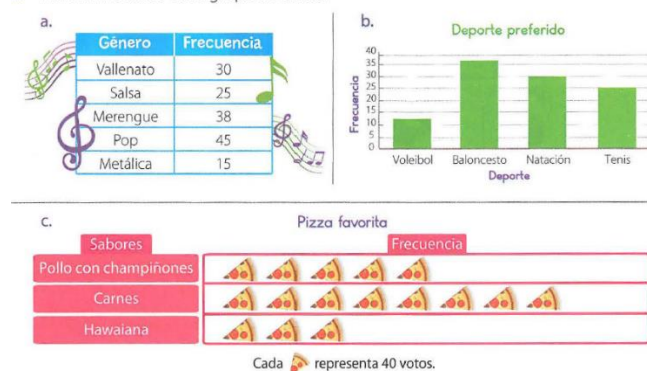
Pedido									
Perros calientes									
Hamburguesas									
Pinchos									
Salchipapas									

Nota. TME de representación verbal y tres tipos de representaciones. Tomado de *Aprende a aprender Matemáticas 1* (p. 59), por Editorial Norma (E2), 2020

En la Figura 18 se evidencian la *representación verbal* con la indicación de la TME, la *representación icónica* con las marcas o rayas de conteo de cada uno de los platos del restaurante, la *representación tabular* con el esquema, encabezados y variables de la tabla de conteo y la *representación gráfica* con el bosquejo que se debe completar con barras horizontales para realizar un diagrama.

Figura 19**Ejemplo #2 de TME con representación verbal y tres tipos de representaciones**

2. Halla la moda de cada grupo de datos.



Nota. TME de representación verbal y tres tipos de representaciones. Tomado de *Aprende a aprender Matemáticas 3* (p. 101), por Editorial Norma (E2), 2020

Asimismo, en la Figura 19 se plantea una TME que vincula la *representación verbal* en el enunciado y en las diferentes variables o categorías planteadas, la *representación pictórica* en las figuras de la pizza, que simbolizan de forma animada los trozos de este alimento, la *representación tabular* con los elementos de una tabla de frecuencias y la *representación gráfica* con el esquema de diagrama de barras verticales. En esta investigación, los números de estas dos últimas representaciones no se consideran como una representación simbólica, pues se da por hecho que las tablas y los gráficos los contienen inmersos en su diseño.

Desde otra perspectiva, se conceptualiza el Análisis Didáctico Curricular, el cual se define como un procedimiento sistemático y estructurado empleado para analizar curricularmente los fenómenos del campo educativo de las Matemáticas, esto es la evaluación de la tarea del profesor en sus procesos educativos, así como, de materiales didácticos de la enseñanza en Matemáticas (González y Gallardo, 2013).

Para poner en práctica el Análisis Didáctico Curricular se propone el desarrollo de dos fases que incluyen tres tipos de tareas¹⁸. Desde González y Gallardo (2013) la primera fase se denomina *fundamentación* y se enfoca en la recolección de la información (tarea I) y en el análisis y condensación de estos datos (tarea II); por otro lado, la segunda fase, *elementos básicos*, se centra en la aplicación de las conclusiones derivadas de la etapa anterior, allí se utilizan los resultados del análisis para tomar decisiones relacionadas con el diseño y desarrollo curricular (tarea III). De esta manera, el cumplimiento cíclico de las fases permite realizar ajustes fundamentados en evidencia y análisis previos.

¹⁸ Las fases y tareas propuestas para el Análisis Didáctico Curricular se refieren al proceso sistemático y estructurado para llevar a cabo el análisis y la evaluación de las unidades didácticas, en el caso de este estudio el análisis enfocado a los Libros de Texto.

En este sentido, en el tipo de tarea I se recopila la información necesaria, en la cual se consideran fuentes referidas al marco legal educativo y sus orientaciones oficiales, Libros de Texto de Matemáticas y publicaciones en Didáctica de la Matemática. La tarea II es el momento central del Análisis Didáctico Curricular, allí se establecen relaciones y se realizan reflexiones críticas ante el fenómeno educativo que se revise. Por último, en el tipo de tarea III se logra analizar los procesos educativos y emitir conclusiones concretas alrededor del diseño, desarrollo y evaluación.

Según González y Gallardo (2013), el tipo de *tarea II* constituye el núcleo de su propuesta, por lo cual este aspecto, se divide en cinco tipos de análisis: (i) *Análisis Normativo*, referido a la legislación y el marco normativo; (ii) *Análisis Conceptual*, centrado en la revisión del conocimiento; (iii) *Análisis Fenomenológico*, encaminado en la aplicación del conocimiento; (iv) *Análisis Formativo*, enfocado en el análisis de competencias y capacidades; (v) *Análisis Didáctico*, orientado en la revisión del proceso de enseñanza y aprendizaje.

En este trabajo se incluye el *Análisis Conceptual*, el *Análisis Fenomenológico* y el *Análisis Formativo*, los cuales se aplican a la propuesta de Rico (2013). El primer tipo de análisis estudia el contenido matemático del Libro de Texto, tales como: conceptos, definiciones, procedimientos y representaciones frente a la Estadística y Probabilidad. El segundo tipo de análisis evalúa las aplicaciones Matemáticas desde los tipos de problemas en los que se incita a utilizar el conocimiento (análisis de las aplicaciones y funcionalidad del conocimiento), así como, las relaciones transversales e interdisciplinarias de las tareas (relaciones fenomenológicas). Finalmente, el tercer tipo de análisis revisa aquellas características cognitivas que se deben alcanzar en la unidad didáctica, en este caso, se analizan las Competencias Matemáticas y las competencias transversales e interdisciplinarias.

Capítulo 3. Aproximación metodológica

Este capítulo profundiza en la construcción de la metodología de investigación utilizada para este estudio, la cual hace referencia al camino con el que se busca alcanzar los objetivos trazados. Por tanto, este apartado parte con el método de investigación empleado, en donde se fundamentan las razones por las cuales el estudio se enfoca en determinada perspectiva. Continúa con el diseño metodológico del estudio, donde se especifican los procedimientos de recolección de datos y la manera en que se trata la información recopilada para exponer los resultados. De allí, se presentan los datos de investigación, en donde se detalla la muestra del estudio y los criterios de selección empleados. Seguido de esto, se describen las fases de la investigación, es decir, los procedimientos usados y pasos a seguir. Finalmente, se presentan las técnicas e instrumentos de recolección de datos.

3.1. Método

Esta investigación se desarrolla bajo una perspectiva de investigación mixta, pues esta aproximación metodológica posibilita una manera de abordar el análisis de los datos de forma numérica y, en simultáneo, profundizar en la comprensión y significado de estos. Desde la visión de Creswell (2009), el método mixto le permite al investigador recolectar dos tipos de datos para obtener un punto de vista complementario del fenómeno a estudiar.

En este sentido, este estudio se vale de los datos numéricos para generalizar hallazgos en los Libros de Textos, y se complementa con la comprensión detallada del abordaje del PA en dichos libros. Por consiguiente, el servirse de los dos tipos de datos, según Medina, Hurtado et al. (2023) ofrece una visión holística de los fenómenos y permite un equilibrio entre la objetividad y la profundidad de los datos, además, fomenta la triangulación mediante la convergencia de los resultados de los dos tipos de fuentes (cualitativa y cuantitativa).

En este caso, los dos tipos de datos proporcionan perspectivas complementarias de la investigación, por una parte, los datos cualitativos permiten comprender el abordaje didáctico del PA en los Libros de Texto a partir de la objetividad que aportan los datos cuantitativos, los cuales ayudan a evaluar con rigor cada uno de los Libros de Texto desde los indicadores que se plantean en los diferentes tipos de análisis. Es decir, a través de estos datos se identifican tendencias en la cantidad de tareas dedicadas al PA, en los ejes conceptuales abordados, los tipos de representaciones empleadas, las Competencias Matemáticas desarrolladas, entre otros aspectos cuantificables que permiten dar sentido a la presencia del PA.

3.2. Diseño metodológico

La investigación está definida por un diseño anidado o incrustado concurrente de modelo dominante. En concordancia con los principios definidos por Creswell (2009), en este diseño se establece un método primario que funciona como guía el estudio; además, se enriquece y complementa por un método secundario que proporciona herramientas y procedimientos adicionales que permiten profundizar alguna de las fases de la investigación. Así, la investigación mixta permite mezclar los datos recolectados y mostrar dos perspectivas que presentan una visión compuesta o complementaria del problema.

Aunque en esta investigación predomina el estudio cualitativo, dado el propósito de caracterizar el abordaje didáctico del PA, en la fase de recolección y análisis de información se integran ambas perspectivas al recoger evidencias cuantitativas que permiten dar soporte sólido y objetivo a la presentación de los hallazgos, puesto que los criterios establecidos para el Análisis Didáctico posibilitan realizar una revisión estructurada para cada uno de los Libros de Texto; con esto se facilita la comparación a realizar entre grados y editoriales.

En tal sentido, Medina, Hurtado et al. (2023) afirman que esta combinación “permite obtener una imagen más completa y precisa de los fenómenos estudiados, abordando tanto el “qué” (aspectos medibles y cuantificables) como el “por qué” (significados, experiencias y contextos)” (p. 20). En consecuencia, para esta investigación, el ‘qué’ corresponde a los datos obtenidos del análisis estadístico que muestran las tendencias en las categorías planteadas, *análisis conceptual*, *análisis cognitivo* y *análisis de instrucción*, y el ‘por qué’, corresponderá a la interpretación del abordaje del PA desde la revisión de conceptos, tareas, competencias y procesos.

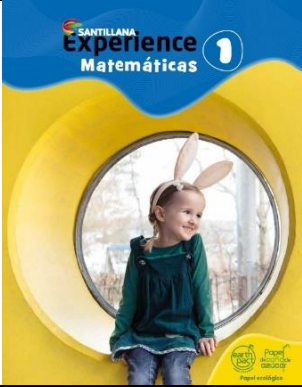
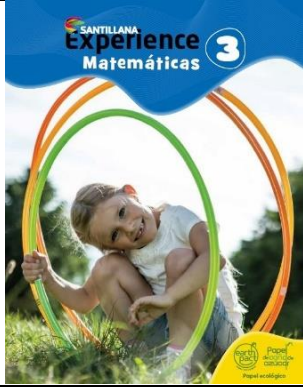
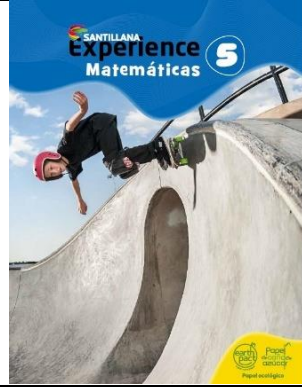
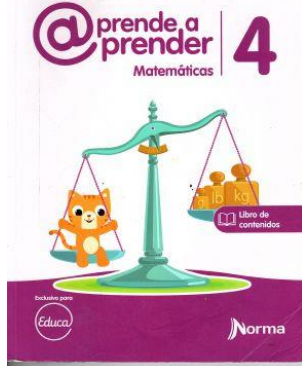
3.3. Datos de la investigación

En Colombia, existen aproximadamente ocho casas editoriales¹⁹ y/o filiales reconocidas por producir Libros de Texto Escolares. Dada esta gran cantidad de material, se sintetiza en este proyecto de investigación en una muestra conformada por cuatro editoriales (series actualizadas) con sus cinco libros (por cada nivel de Educación Básica Primaria), para un total de veinte Libros de Texto distribuidos de manera equitativa entre el sector público (dos series: PTA 2.0-zona urbana y Escuela Nueva-zona rural) y el sector privado (dos series: Editorial Santillana y Editorial Norma), conforme se presentan en la Tabla 4 los Libros de Texto a investigar.

¹⁹ Santillana, SM, Norma, Editorial Educar, Libros y Libros, Editorial Grow, Mc Graw Hill, Eureka, entre otras, de acuerdo con lo consultado en: https://www.comunidadvirtualcaa.co/documentos/Editoriales_2022.pdf. Existen otras editoriales, sin embargo, se enfocan en la producción de otro tipo, por ejemplo, los de literatura infantil.

Tabla 4

Listado de Libros de Texto

Sector Privado Urbano				
Editorial Santillana (2023) - Editorial 1 (E1)				
Experience Matemáticas 1	Experience Matemáticas 2	Experience Matemáticas 3	Experience Matemáticas 4	Experience Matemáticas 5
				
Sector Privado Urbano				
Editorial Norma (2020) - Editorial 2 (E2)				
Aprende a aprender Matemáticas 1	Aprende a aprender Matemáticas 2	Aprende a aprender Matemáticas 3	Aprende a aprender Matemáticas 4	Aprende a aprender Matemáticas 5
				

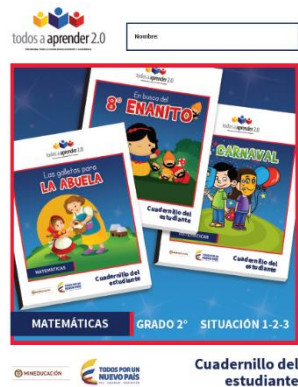
Sector Público Urbano

Editorial Todos a Aprender 2.0 (2016) - Editorial 3 (E3)

Matemáticas
Grado 1°
Situación
1 2 3



Matemáticas
Grado 2°
Situación
1 2 3



Matemáticas
Grado 3°
Situación
1 2 3



Matemáticas
Grado 4°
Situación
1 2 3



Matemáticas
Grado 5°
Situación
1 2 3



Situación
4 5



Situación
4 5



Situación
4 5

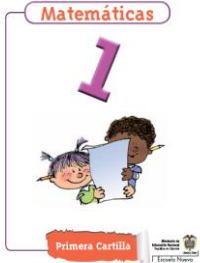
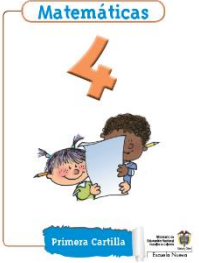
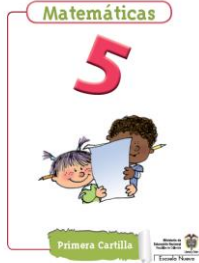
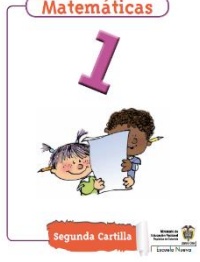
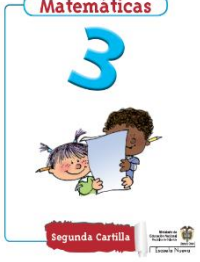
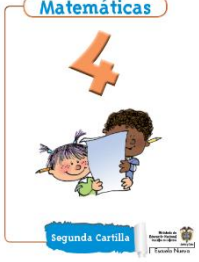
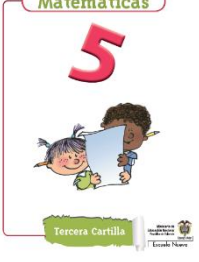


Situación
4 5



Situación
4 5



Sector Público Rural				
Editorial Escuela Nueva (2010) - Editorial 4 (E4)				
Matemáticas 1	Matemáticas 2	Matemáticas 3	Matemáticas 4	Matemáticas 5
Cartilla 1	Cartilla 1	Cartilla 1	Cartilla 1	Cartilla 1
				
Cartilla 2	Cartilla 2	Cartilla 2	Cartilla 2	Cartilla 2
				
				Cartilla 3
				

Nota. Elaboración propia a partir de las portadas de las editoriales.

El número de Libros de Texto elegidos se considera una cifra prudente que responde al tiempo estipulado para la aplicación y análisis de la investigación en pregrado y, también, al buen nombre de dichas editoriales y su trayectoria en Colombia, de manera que la muestra representa un material actualizado, vigente y coherente con la descripción del desarrollo de las competencias, conceptos, procedimientos y actitudes propuestos en los documentos que rigen el currículo nacional de las Matemáticas, que contribuyen con un análisis riguroso de la información, para inferir las características del abordaje didáctico de las propuestas editoriales frente al tratamiento del PA en Educación Básica Primaria. Asimismo, esta cantidad permite realizar comparaciones dentro los sectores y entre ellos (público y privado).

3.4. Fases de la investigación

El presente proyecto de investigación es guiado por cinco fases, tales son: preparación, reducción de datos, disposición de datos, obtención y análisis de datos e información. Las cuales son necesarias dentro de la metodología mixta y fundamentales para realizar análisis de Libros de Texto, ya que se inicia con categorías macro hasta instaurarse en indicadores específicos que evalúan y caracterizan la presencia del componente estudiado en cada Libro de Texto publicado por las diferentes editoriales seleccionadas.

3.4.1. Fase 1. Preparación

Monje (2011) considera que durante esta fase inicial se realiza la exploración de la temática propuesta a partir de los conocimientos propios del investigador y la información extraída de otras bases de consulta, además, se empieza a considerar las acciones a ejecutar en las fases posteriores.

Por tanto, se revisan documentos sobre el abordaje didáctico del PA en los Libros de Texto de Educación Básica Primaria y la razón por la cual se considera un problema que afecta a profesores y estudiantes. Desde la experiencia y la búsqueda de información en distintas fuentes

(artículos académicos, trabajos de investigación, documentos teóricos, libros, revistas indexadas, sitios web de instituciones académicas y bases de datos académicas) se estructura el cuerpo conceptual del trabajo, en el cual, se reconoce y justifica la problemática, se examina la literatura existente y se desarrolla el marco teórico.

Tamayo (2003) afirma que todo proyecto parte de tres elementos fundamentales que resultan ser su base teórica: tema, problema y metodología; estos aspectos sustentan los demás componentes que integran el proceso y permiten que la investigación respalde una problemática real, que se tracen propósitos que se puedan cumplir en el camino y que se reúna la información suficiente para generar el conocimiento que responderá a la problemática con técnicas e instrumentos. En esta propuesta centrada en el abordaje didáctico del PA en los Libros de Texto, se necesitan dichos elementos para reconocer la importancia del desarrollo de habilidades de PA en el aula, además, de la evaluación crítica de los recursos pedagógicos de la enseñanza.

3.4.2. Fase 2. Reducción de datos

En esta fase se seleccionan los datos relacionados con el componente que aborda la investigación (Cobo, 2003). De manera que se eligen de los Libros de Texto de Matemáticas las unidades, páginas y tareas relacionadas con el PA y los demás elementos que lo integran.

Los ejes conceptuales y procedimentales reunidos en el Libro de Texto se reducen a los vinculados directamente con el PA, la Estadística o la Probabilidad. Así, se estructuran las unidades de análisis a visualizar, por ejemplo, en ejercicios de experimentación con dados, monedas o urnas, o tareas que involucren completar tablas y diagramas, entre otros propuestos.

3.4.3. Fase 3. Disposición de datos

Cobo (2003) afirma que se establecen las categorías con sus respectivas subcategorías e indicadores que permiten profundizar en la disposición del PA, en este caso particular, en cada

uno de los Libros de Texto revisados. En relación con las categorías, esta investigación establece el Análisis Conceptual, el Análisis Cognitivo y el Análisis de Instrucción.

En el caso de las subcategorías, se tienen contenidos relacionados con el tema, clasificación de los contenidos, contextos de las tareas, finalidades del proceso matemático, conexiones intra e interdisciplinarias, Competencias Matemáticas que desarrolla, tipos de tarea según su dificultad y representaciones utilizadas.

Y, por último, los indicadores refieren las definiciones o comprensiones de la subcategoría para relacionarla fácilmente con las tareas propuestas. Para lo cual, se abordan aspectos relacionados con los diferentes tipos de contenidos, contextos, representaciones y procesos. La selección de estos elementos parte de la revisión constante de la literatura y de los Libros de Texto en sí mismos.

3.4.4. Fase 4. Obtención y análisis de datos

La información a localizar en los Libros de Texto es explícita, permite evaluar el contenido de cada uno y emitir conclusiones (Cobo, 2003). En este caso, los hallazgos se encuentran relacionados con el abordaje didáctico del PA en la Educación Básica Primaria. Por lo anterior, se sugiere la elaboración de tablas de categorías que permitan organizar la información, facilitar la lectura y realizar las comparaciones entre grados y editoriales.

3.4.5. Fase 5. Información

El proceso termina con la escritura, presentación y divulgación de los resultados o hallazgos encontrados (Monje, 2011). Para esto, se comunica el conocimiento en ponencias y con la escritura y la sustentación del trabajo de grado, con la intención de impactar a profesores y estudiantes sobre la importancia del PA en la Educación Básica Primaria.

3.5. Técnicas e instrumentos de recolección de la información

Para el desarrollo de las fases de la investigación se emplean técnicas e instrumentos que faciliten el acceso a los datos requeridos durante el proceso. Hurtado (2012) afirma que las técnicas representan los procedimientos a seguir para acercarse a la información, mientras que, Hernández et al. (2014) mencionan que los instrumentos son recursos que permiten aplicar la herramienta o camino seleccionado anteriormente para captar, medir o registrar información o datos.

Tabla 5

Técnicas e instrumentos de recolección de información

Fase	Técnica	Instrumento	Descripción Instrumento
Preparación	Revisión documental	Matriz de registro	Organiza información extraída de la lectura de documentos (libros, antecedentes, artículos académicos, revistas, etc.)
Reducción de datos	Revisión documental	Ficha de verificación	Lista los criterios a considerar para la selección de los Libros de Texto y unidades de análisis
Disposición de datos	Revisión documental	Matriz de análisis de datos	Estructura las categorías, subcategorías e indicadores, y permite organizar los datos para extraer regularidades y contrastar entre grados y editoriales
Obtención y análisis de datos	Análisis de contenido		
Información	Divulgación científica	Informe	Discurso escrito que presenta el proceso de investigación

Nota. Síntesis de técnicas e instrumentos propuestos en cada fase.

La Tabla 5 expone las técnicas e instrumentos empleados para cada una de las fases propuestas, seguida de una breve descripción de los instrumentos, por ejemplo, para la fase de preparación, la técnica es la revisión documental y el instrumento la matriz de registro, el cual va

a permitir organizar en una tabla información importante que es recolectada a partir de diferentes documentos como libros, antecedentes, revistas, artículos y demás.

En primer lugar, para las tres primeras fases (*Preparación, Reducción de datos y Disposición de datos*), se utiliza la técnica de revisión documental, que recolecta datos mediante la revisión de material escrito; los elementos importantes están presentes en mediciones realizadas por otros individuos (Hurtado, 2012). Para llevarla a cabo, se necesita realizar “la identificación, recogida y análisis de documentos relacionados con el hecho o contexto estudiado” (Berenguera et al., 2014, p. 126). Se buscan y seleccionan lecturas relacionadas con el problema, se estudian documentos que aborden la importancia del abordaje del PA en el aula, en la Estadística y/o Probabilidad presentes en los Libros de Texto de Educación Básica Primaria. Además, las revisiones también van guiadas a componentes teóricos que conceptualicen y respalden las ideas, y a antecedentes que ejemplifican el tipo y campo de investigación.

En un momento específico, toda esa información reunida genera las bases para los aspectos a revisar en los Libros de Texto de Educación Básica Primaria. Su propósito es ampliar los conocimientos teóricos necesarios para iniciar y sustentar la investigación; lo anterior permite que se consolide por fuentes objetivas y confiables.

Esta técnica presenta como instrumentos: la *matriz de registro* y la *ficha de verificación*. La *matriz de registro* es definida por Hurtado (2012) como un instrumento que apunta de manera organizada información que se considera importante y que se ha recogido a través de la lectura de documentos escritos. Se busca conformar una base de datos en la cual se integre información extraída de la revisión de otras investigaciones, artículos, revistas y libros que sustenten las problemáticas, la teoría mencionada, otros proyectos realizados al respecto y el método elegido.

Este instrumento es diseñado para reunir información de los siguientes parámetros: título, autor, fecha, ideas principales y referencia; estos elementos son generales para cualquier tipo de texto, mientras que, para la revisión de antecedentes se agregan campos que permitan resaltar los objetivos, lugar de realización de la investigación, metodología empleada y resultados, (Apéndice A). Dicho instrumento corresponde a la realización de una ficha temática, que, según Medina, Rojas et al. (2023) se utiliza para “evaluar y resumir información sobre un tema específico, identificando los temas principales y subtemas contenidos en un documento” (p. 47).

Por otra parte, *la ficha de verificación* corresponde a un instrumento definido por Medina, Rojas et al. (2023) como la ficha que contiene los criterios que se deben cumplir para considerar que las tareas, el documento u otro tipo de formato evaluado funciona para el proceso de investigación, además, menciona que el diseño de estos ítems hace objetiva la evaluación y selección.

En este caso particular, dichos aspectos listados, buscan elegir los Libros de Texto y las unidades de análisis, para lo cual, se tienen en cuenta los siguientes criterios: editoriales colombianas, libros diseñados bajo el currículo y las directrices nacionales, libros que integren el PA, tareas propias del área y ediciones que presenten Libros de Texto para los cinco grados de la Educación Básica Primaria (Apéndice B).

Para la Fase 4, *obtención y análisis de datos*, se emplea el análisis de contenido, definido por Hernández et al. (2014) como una técnica que permite describir la información cualitativa correspondiente al abordaje del PA a partir de elementos propios del análisis cuantitativo, tales son: la objetividad propuesta por las categorías planteadas, la sistematización que organiza la información, y la cuantificación que calcula la tendencia de los elementos evaluados. Posterior a la cuantificación se realiza la interpretación de los datos para emitir conclusiones.

El análisis de contenido no se enfoca únicamente en transcribir y codificar información explícita en la unidad de estudio, también busca darle una interpretación crítica a los datos y significados que el mismo discurso establece, para ello, el investigador toma aspectos relacionados de la situación contextual y social, lo cual va a permitir justificar también los hallazgos encontrados; además, se resalta que es un tipo de técnica en la que prevalece lo cualitativo, pero da lugar para que el componente cuantitativo se integre y contribuya a interpretar los datos y a emitir conclusiones (Ruiz, 2012). Esta técnica permite evaluar las tareas desde las categorías establecidas, pero también identificar patrones, temas y tendencias recurrentes en el material de estudio, mediará la presentación de la problemática en los Libros de Texto revisados y facilitará la exploración de las representaciones y enfoques presentes.

Se hace con la intención de describir tendencias en el componente a estudiar, sin embargo, presenta un proceso secuencial que parte de la recolección de información, que en este caso corresponde a la solución categórica de la matriz a partir de los datos extraídos para cada tarea de los Libros de Texto; y continúa con el análisis de esta información; de modo que, busca relacionar la información frecuente y sustentar una posible causa, contrastar con las directrices de la política pública y comparar entre grados y editoriales el contenido relacionado con el abordaje didáctico del PA.

Tanto la Fase 3, *disposición de datos*, como la Fase 4, *obtención y análisis de datos*, comparten el instrumento *matriz de análisis de datos*; sin embargo, las técnicas difieren, lo que ocasiona que en un momento se diseñe y en otro se aplique y analice. En primera instancia, se estructura, para lo cual se realiza una matriz que contiene las tres categorías, subcategorías e indicadores a partir de la teoría propuesta por el Análisis Didáctico y de la información presente en las directrices de la política pública (Estándares Básicos de Competencia Matemática,

Lineamientos Curriculares de Matemáticas y Derechos Básicos de Aprendizaje), todo ello en pro de la revisión de los Libros de Texto. Este instrumento “permite organizar, clasificar, y categorizar la información obtenida mediante la revisión de uno o varios documentos elaborados” (Hurtado, 2012, p. 858).

Se estructuran las categorías a evaluar en este proyecto, tales son, análisis conceptual, análisis cognitivo y análisis de instrucción; las subcategorías respectivamente son: (i) contenidos relacionados con el tema, clasificación de los contenidos, contextos de las tareas, finalidades del proceso matemático y conexiones intra e interdisciplinares; (ii) Competencias Matemáticas desarrolladas; (iii) tipos de tareas según su dificultad y representaciones utilizadas (Apéndice C). Por último, los indicadores son variados y precisan los aspectos a evaluar para cada componente mencionado.

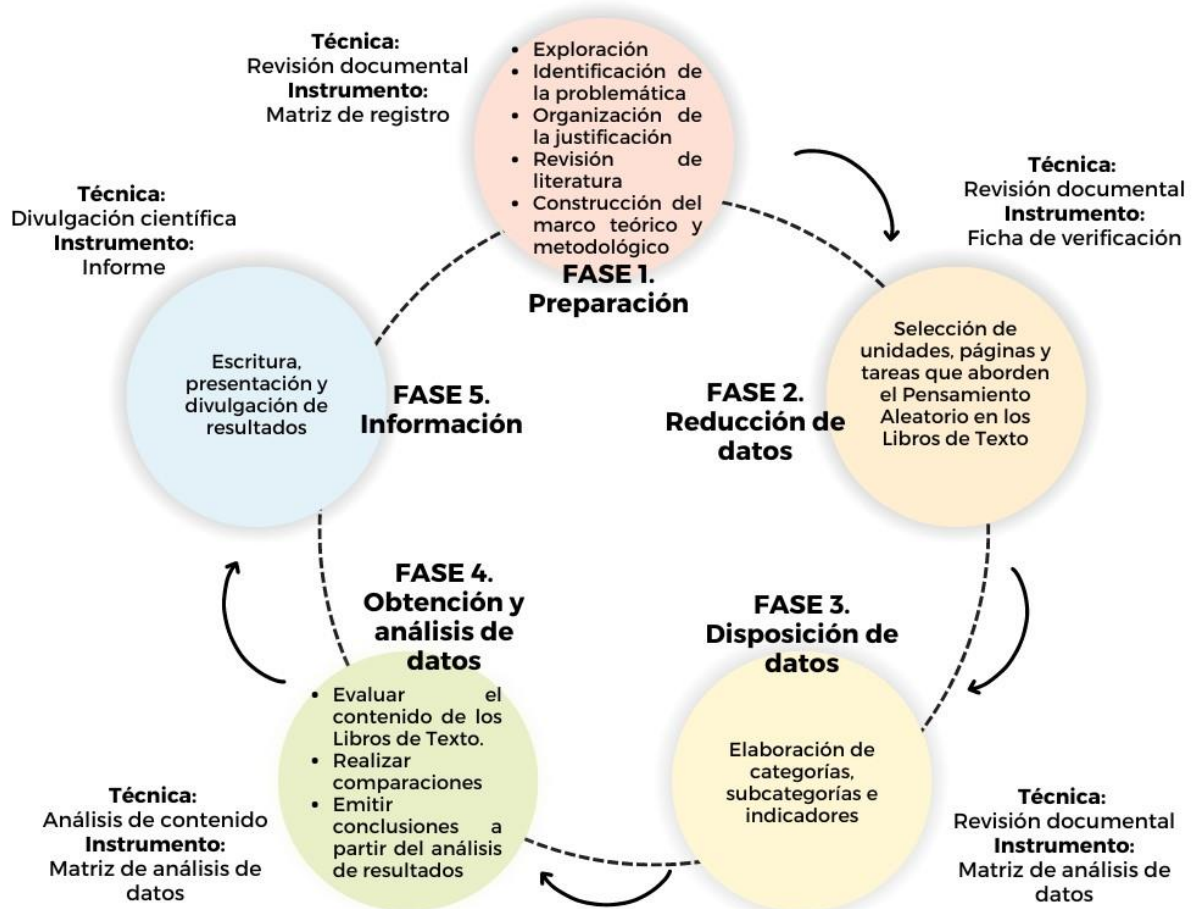
Posteriormente, la *matriz de análisis de datos* es diligenciada para cada Libro de Texto, por tanto, se evalúan las tareas según las categorías, subcategorías e indicadores ya mencionados y se selecciona el criterio correspondiente. Lo anterior, se realiza con la intención de extraer información pertinente que contribuya a caracterizar el abordaje del PA. Además, se busca encontrar regularidades en el comportamiento de los datos y contrastar ello entre grados y editoriales.

Para finalizar, en la Fase 5, *información*, se utiliza la técnica divulgación científica, que desde la perspectiva de Espinosa (2010) consiste en una actividad de comunicación que permite la propagación del conocimiento científico a través de un discurso particular propio de la esfera académica, que se elabora para dar a conocer el estudio, se usa el instrumento *informe*, que es un discurso escrito que pretende comunicar lo investigado. Rodríguez et al. (1996) definen el informe como forma de comunicar los hallazgos de la investigación, las experiencias y conocimientos

encontrados. En este contexto, el trabajo escrito a divulgar responde a los parámetros establecidos por la biblioteca de la Universidad Industrial de Santander. En síntesis, las técnicas e instrumentos empleados para recolección y registro de la información con cada una de las fases desarrolladas en la investigación se presentan en la Figura 20.

Figura 20

Fases metodológicas, técnicas e instrumentos de recolección de datos



Nota. Se sintetizan las cinco fases propuestas para la realización del Proyecto de Investigación; de cada una se mencionan los aspectos a realizar y sus respectivas técnicas e instrumentos de recolección de información.

Capítulo 4. Resultados de la Investigación

El presente capítulo expone los resultados obtenidos tras la revisión de los veinte Libros de Texto. Los hallazgos se comparten desde los análisis realizados a: *Sectores, Editoriales y Grados* junto con sus *Ejes conceptuales*. Para ello, se enuncian a partir de recurrencias entre ediciones y/o grados.

Con el fin de codificar los datos dentro del análisis, se utilizó la Tabla 6 de códigos y colores especificados por editorial.

Tabla 6

Convenciones para la codificación de los datos

Color	Sector	Zona	Editorial	Código
	Privado	Urbana	Editorial 1 – Santillana	E1-S
	Privado	Urbana	Editorial 2 – Norma	E2-N
	Público	Urbana	Editorial 3 – PTA 2.0	E3-P
	Público	Rural	Editorial 4 – Escuela Nueva	E4-E

Nota. Se listan las convenciones utilizadas en la presente propuesta de investigación.

Por ejemplo, para analizar un aspecto correspondiente a la editorial 2 se utiliza el código E2-N. Para Tareas Matemáticas Escolares (TME) y grados por Editorial (L) se han codificado los datos para el análisis, por tanto, el código TME8L2E3-P significará que se analizó la tarea número 8 del Libro de Texto del grado segundo de la editorial 3, correspondiente a PTA 2.0.

4.1. Sectores

Este tipo de análisis responde a la distribución de las tareas según el sector al que pertenecen las diferentes editoriales evaluadas. En esta investigación se seleccionó equitativamente entre editoriales de ambos sectores, es decir, dos del sector privado y dos del sector público (Tabla 7).

Tabla 7*TME distribuidas por Sectores (Privado y Público)*

SECTOR PRIVADO		SECTOR PÚBLICO	
Editorial	# TME	Editorial	# TME
E1-S	144	E3-P	75
E2-N	295	E4-E	78
TOTAL	439	TOTAL	153

Nota. Se listan la cantidad de TME analizadas para cada sector (privado y público).

Las editoriales evaluadas proponen un total de 592 TME (Tabla 7) centradas en el abordaje del PA (Probabilidad y/o Estadística). El sector privado reúne 439 tareas, mientras que las planteadas para el sector público son 153 tareas. Los resultados evidencian que el número de TME propuesto por las editoriales privadas casi triplica al número de TME de las editoriales públicas.

En el sector privado, la E2-N duplica la E1-S; por el contrario, tanto para la zona urbana (E3-P) como para la zona rural (E4-E) del sector público se plantea un número similar de TME, correspondiente a 75 tareas y 78 tareas respectivamente.

A partir de la comparación de ambos sectores, se evidencia la ventaja que tienen los estudiantes que usan los Libros de Texto del sector privado frente a la variedad de TME propuestas para el desarrollo de conocimientos, estrategias, habilidades, desempeños, entre otros aspectos que benefician el aprendizaje del PA dentro del aula y que garantiza su desempeño fuera de ella. Lo anterior tendría implicaciones a la hora de comparar los conocimientos y habilidades de ambos sectores, por ejemplo, en pruebas estandarizadas.

Esta brecha evidencia la diferencia entre los sectores, como lo confirman Wolff y De Moura (2002), al enunciar las tendencias de mejores resultados de los estudiantes de las instituciones del sector privado sobre las públicas en los rendimientos académicos de las pruebas

estandarizadas en América Latina. Esto se debe, en parte, a los recursos utilizados y a la capacitación de profesores que guían las diferentes prácticas pedagógicas.

Otro ejemplo de desigualdad presente entre los sectores se refleja en las oportunidades que existen para acceder a la Educación Superior, pues con frecuencia “los jóvenes provenientes de estratos 1 y 2, generalmente con educación de bajo nivel, tienen menores posibilidades de competir por estos escasos cupos en las IES públicas y se ven entonces obligados a comprar educación privada” (Gómez y Celis, 2009, p. 115).

Es decir, aquellos estudiantes que se gradúan de Instituciones Educativas Públicas no presentan las mismas oportunidades de acceso para continuar con sus estudios, pues es probable que su formación no haya sido oportuna para cumplir los requisitos de admisión de este tipo de entidades, mientras que la educación privada capacita en diferentes competencias que posibilitan un cupo en los diversos programas.

4.2. Editoriales

Los resultados del abordaje de los ejes conceptuales de Estadística y Probabilidad son analizados en la Tabla 8 de acuerdo con las cuatro editoriales seleccionadas.

Tabla 8

TME distribuidas por Editoriales

Sector	Editorial	# Tareas Matemáticas Escolares	Estadística	%	Probabilidad	%	Probabilidad y Estadística	%
Privado	E1-S	144	83	57.7%	61	42.3%	0	0%
	E2-N	295	205	69.5%	90	30.5%	0	0%
Público	E3-P	75	48	64%	27	36%	0	0%
	E4-E	78	34	46.2%	40	48.7%	4	5.1%
Total		592	370	62.5%	218	36.8%	4	0.7%

Nota. Se muestra la distribución de las TME en Estadística y Probabilidad según cada editorial.

Se observa una desproporción entre las TME propuestas para cada uno de los ejes conceptuales de Estadística y Probabilidad en todas las editoriales. De las 592 TME revisadas, solo 218 (36.8%) son relacionadas con la Probabilidad, mientras que 370 TME (62.5%) corresponden a Estadística. Además, la editorial Escuela Nueva es la única que propone trabajo simultáneo entre Estadística y Probabilidad con un total de 4 TME (0.7%).

En cuanto al sector privado, Norma (E2-N) se destaca por centrar sus TME principalmente en el campo de la Estadística. Como se muestra en la Tabla 8, de las 295 TME 205 (69.5%) están dedicadas a este eje conceptual, mientras que solo 90 (30.5%) TME se enfocan en la Probabilidad. Asimismo, para el sector público, la editorial 3 (E3-P) se distingue por dedicar la mayoría de sus TME al eje conceptual de la Estadística, con un total de 48 TME de las 75 propuestas.

Bajo este panorama, se evidencia una prioridad considerable por el abordaje de la Estadística en todas las editoriales a excepción de la E4-P. Este desequilibrio podría tener implicaciones negativas sobre la comprensión integral de la Estadística y el PA, pues la probabilidad desempeña un papel fundamental para el análisis estadístico en la interpretación de datos e inferencias (Franklin et al., 2007). Por lo cual, es necesario fomentar el trabajo de la Probabilidad junto con la Estadística en igual proporción en la propuesta de los Libros de Texto.

4.3. Grados

La Tabla 9 presenta el análisis detallado de la distribución de TME de Estadística y Probabilidad, se tienen en cuenta los cinco grados de la Educación Básica Primaria y la editorial a la que pertenecen.

Tabla 9*TME distribuidas por Grados*

Grado / Editoriales	E1-S					E2-N					E3-P					E4-E						
	Estadística		Probabilidad		Total	Estadística		Probabilidad		Total	Estadística		Probabilidad		Total	Estadística		Probabilidad		Probabilidad y Estadística	Total	
1°	15	57.7%	11	42.3%	26	21	91.3%	2	8.7%	23	1	50%	1	50%	2	5	45.4%	6	54.6%	0	0%	11
2°	13	50%	13	50%	26	45	75%	15	25%	60	13	100%	0	0%	13	7	77.8%	2	22.2%	0	0%	9
3°	13	46.4%	15	53.6%	28	26	60.5%	17	39.5%	43	1	11.1%	8	88.9%	9	5	38.5%	6	46.1%	2	15.4%	13
4°	16	51.6%	15	48.4%	31	38	50.7%	37	49.3%	75	5	100%	0	0%	5	2	14.3%	10	71.4%	2	14.3%	14
5°	26	78.8%	7	21.2%	33	75	79.8%	19	20.2%	94	28	60.9%	18	39.1%	46	15	48.4%	16	51.6%	0	0%	31

Nota. Se especifican las tareas que corresponden a Estadística y Probabilidad según las editoriales públicas y el grado de la Educación

Básica Primaria

Para el grado primero, en dos de las cuatro editoriales, se observa una diferencia notable entre Estadística y Probabilidad (Tabla 9). En las ediciones privadas (E1-S y E2-N) se prioriza la Estadística. Sin embargo, en las ediciones públicas, específicamente en la editorial 3 (E3-P), hay una distribución equitativa. En la editorial 4 (E4-E) la diferencia no es significativa, ya que los ejes conceptuales se trabajan en similar proporción con un 45.4% para Estadística y un 54.6% para Probabilidad.

En el grado segundo, las editoriales tienden a enfocarse en la Estadística, con la excepción de Santillana, que presenta una distribución equitativa entre TME propuestas para estadística y probabilidad. En las demás editoriales, hay una diferencia notable; por ejemplo, la editorial E2-N y E4-E dedica más del 70% de las TME a Estadística, mientras que en la E3-P todas las actividades se enfocan solo en esta área, sin involucrar la Probabilidad.

El grado tercero es el nivel en el que predomina la probabilidad en comparación con los demás grados. Sin embargo, en la editorial Norma, se mantiene una distribución predominante hacia la Estadística, pues 26 de las 43 TME propuestas (equivalente a 60.5%) son dedicadas a esta.

En el grado cuarto, las editoriales Santillana y Norma presentan una distribución relativamente equitativa. En la edición de Santillana de las 31 TME, 16 (51.6%) están dedicadas a Estadística y 15 (48.4%) a Probabilidad. De manera similar, en la edición de Norma de las 75 TME totales, 38 (50.7%) son para Estadística, mientras que 37 (49.3%) son de Probabilidad. En contraste, en la E3-P predominan las tareas de estadística, mientras que en la E4-E, 10 (71.4%) de las 14 TME se enfocan en Probabilidad.

En el grado quinto, la Estadística es el área que recibe mayor prioridad respecto a los otros grados, ya la E1-S, E2-N, E3-P enfocan sus TME en este eje con una distribución significativa. A

excepción de lo anterior, la E4-E mantiene una distribución equitativa entre los dos ejes conceptuales, pues 15 (48.3%) TME son de Estadística y 16 (51.6%) para Probabilidad.

Como se destaca en los resultados, la E1-S tiene una distribución casi equitativa entre los dos ejes conceptuales, en los grados primero, segundo y cuarto. La tendencia se mantiene en la editorial E2-N, donde las tareas de Estadística se acentúan en los grados primero, segundo, tercero y quinto, con una distribución considerable respecto a las de Probabilidad, las cuales superan el 60% de las TME.

Por otra parte, la E3-P hace énfasis en la Estadística en los grados segundo, cuarto y quinto; se dedica la totalidad de sus TME (en el caso de segundo y cuarto) o la mayor parte de estas para la Estadística. Caso contrario con el grado tercero, en donde se desarrolla la probabilidad en 8 de las 9 TME (88.9%). Mientras tanto, para E4-E se evidencia un mayor equilibrio entre las tareas de Estadística y Probabilidad, específicamente en los grados primero, tercero, cuarto y quinto, a diferencia del grado segundo en el que se aborda la Estadística en un 100%.

Todo lo anterior expone la carencia de las TME y las pocas propuestas para el estudio de la Probabilidad en la Educación Básica Primaria, hallazgo de que la probabilidad es poco abordada, hecho que no es indiferente a investigaciones previas (Salcedo y Ramírez, 2016; Vásquez y Alsina, 2017; López et al., 2019; Vásquez et al., 2019; Vásquez et al., 2020).

4.4. Ejes conceptuales

El análisis por ejes conceptuales evalúa la presencia de las diferentes nociones específicas de Estadística y Probabilidad que sustentan, según el MEN (2006, 2015), el currículo del PA en Colombia.

Tabla 10*TME de la Editorial 1 distribuidas por ejes conceptuales de Estadística*

Ejes Temáticos	E1-S										
	TME 1°		TME 2°		TME 3°		TME 4°		TME 5°		TOTAL
Tablas de Conteo	3	20%	1	7.7%	0	0%	0	0%	0	0%	4
Tablas de frecuencia	1	6.7%	4	30.8%	4	30.8%	1	6.2%	1	3.8%	11
Tablas de doble entrada	0	0%	0	0%	0	0%	3	18.7%	0	0%	3
Pictograma	2	13.3%	3	23%	3	23%	0	0.00%	2	7.7%	10
Diagrama de barras	4	26.7%	1	7.7%	4	30.8%	2	12.5%	0	0%	11
Gráfico de puntos	0	0%	2	15.4%	0	0%	0	0%	2	7.7%	4
Gráfico doble de barras	0	0%	0	0%	0	0%	2	12.5%	3	11.5%	5
Diagrama de líneas	0	0%	0	0%	0	0%	2	12.5%	3	11.5%	5
Diagramas circulares	0	0%	0	0%	0	0%	2	12.5%	8	30.8%	10
Medidas de Tendencia Central y/o Medidas de Dispersión	0	0%	0	0%	0	0%	2	12.5%	1	3.8%	3
Población y Muestra	0	0%	0	0%	1	7.7%	0	0%	3	11.5%	4
Variables cualitativas y cuantitativas	4	26.7%	0	0%	0	0%	0	0%	1	3.8%	5
Encuesta	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0
2 EC	1	6.7%	2	15.4%	1	7.7%	2	12.5%	2	7.7%	8
3 EC	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0
4 EC	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0
TOTAL	15	100%	13	100%	13	100%	16	100%	26	100%	83

Nota. Se distribuyen las tareas de la editorial 1 según los ejes conceptuales (EC) propuestos para el abordaje de la Estadística.

Desde una visión detallada, se presenta el desarrollo de los ejes temáticos para el campo de la Estadística por los grados de la Educación Básica Primaria (Tabla 10). En este análisis se evidencia que en el primer grado los temas más desarrollados son el *Diagrama de barras* y las

Variables cualitativas y cuantitativas con 4 (26.7%) TME de las 15 abordadas. Caso contrario al grado segundo, en donde el primer concepto es el menos abordado, con tan solo 1 TME (7.7%) junto con las *Tablas de conteo* con también 1 TME (7.7%).

Asimismo, se presenta que para el grado segundo y tercero predomina el tratamiento de las *Tablas de frecuencia*, con 4 de las 13 TME (30.8%). A su vez, se encuentra el *Diagrama de barras* como el más abordado en el grado tercero, con 4 TME (30.8%). Resultado opuesto al grado segundo, donde este último se aborda en poca proporción con solo 1 TME (7.7%) de las 13.

Por otra parte, para el grado cuarto se presenta como tema sobresaliente las *Tablas de doble entrada* con 3 (18.7%) TME de las 16, sin embargo, se observa que para este grado hay una distribución equitativa por la mayoría de los conceptos (*Diagrama de barras*, *Gráfico doble de barras*, *Diagrama de líneas*, *Diagrama circular* y las *MTC y/o Medidas de dispersión*) con 2 (12.5%) TME cada uno. Mientras que, para grado quinto, las TME tienden a centrarse en los *Diagramas circulares* con la propuesta de 8 (30.8%) TME de las 26 abordadas, sin embargo, al igual que en cuarto, se observa la propuesta de alguna TME por la mayoría de los conceptos. Con lo anterior, se evidencia que en el segundo grupo de grados se empiezan a abordar conceptos más complejos como el *Diagrama doble de barras*, *Diagrama de líneas*, *Diagrama circular* y las *MTC y/o Medidas de dispersión*.

Mientras que en segundo y tercero la *Tabla de frecuencias* es el concepto predominante, en grado primero, cuarto y quinto se considera como el menos trabajado con solo 1 TME. Asimismo, otros de los conceptos poco vistos son las *Tablas de conteo* en grado segundo con 1 TME (7.7%), la *Población y muestra* en grado tercero con 1 (7.7%) TME de las 13, y las *MTC y/o Medidas de dispersión* y las *Variables cualitativas y cuantitativas* en quinto con 1 TME en cada eje de las 26 trabajadas.

De forma global, se evidencia que en la E1-S se abordan la mayoría de los ejes conceptuales, a excepción de la *Encuesta y el Espacio muestral*, en donde no se proponen TME. Se resalta que, de las 83 TME las *Tablas de frecuencia*, los *Diagramas de barras*, el *Pictograma* y los *Diagramas Circulares*. Los menos trabajados son las *Tablas de doble entrada* y las *MTC y/o Medidas de dispersión* con solo 3 TME por tema. Estos resultados no son ajenos a lo encontrado por Díaz-Levicoy (2014), pues también se observa un desarrollo sobresaliente de los *Diagramas de barras* en los Libros de Texto. A su vez, se destaca lo encontrado en el estudio de García et al. (2019), en donde se resalta el predominio de las *Tablas de Frecuencias* en las TME analizadas.

Tabla 11

TME de la Editorial 1 distribuidas por ejes conceptuales de Probabilidad

Ejes Temáticos	E1-S										
	TME 1°		TME 2°		TME 3°		TME 4°		TME 5°		TOTAL
Eventos posibles, imposibles y seguros	8	54.5%	6	46.1%	3	20%	0	0%	3	42.9%	20
Probabilidad	0	0%	0	0%	3	20%	2	13.3%	1	14.3%	6
Espacio muestral	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0
Combinaciones	2	36.4%	3	23%	8	53%	5	33.3%	0	0%	18
Permutaciones	0	0%	2	15.4%	0	0%	3	20%	2	28.6%	7
Eventos aleatorios y/o determinísticos	0	0%	0	0%	0	0%	2	13.3%	0	0%	2
Diagrama de árbol	1	9.%	2	15.4%	1	6.7%	2	13.3%	0	0%	6
2 EC	0	0%	0	0%	0	0%	1	6.7%	1	14.3%	2
3 EC	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0
4 EC	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0
TOTAL	11	100%	13	100%	15	100%	15	100%	7	100%	61

Nota. Se distribuyen las tareas de la editorial 1 según los ejes conceptuales (EC) propuestos para el abordaje de la Probabilidad.

Para la Probabilidad, se evidencia (Tabla 11) que el eje temático más trabajado son los *Eventos posibles, imposibles y seguros* en el grado primero con 8 (54.5%) TME de las 11, en segundo con 6 (46.1%) TME de las 13 y en quinto con 3 (42.9%) TME de las 7. Además, las *Combinaciones* se estudian casi que en todos los grados, excepto en el grado quinto. Se consideran como el concepto más abordado en grado tercero con 8 (53%) TME de las 15 y en grado cuarto con 5 (33.3%) TME de las 15. Por su parte, en grado primero solo se proponen 2 (36.4%) TME de 11 y en segundo 3 (23%) TME de 13.

Mientras tanto, el concepto que está presente en menor proporción es el *Diagrama de árbol* en los grados primero con 1 (9%) TME de las 11, en tercero con 1 (6.7%) TME de las 15 y en cuarto con 2 (13.3%) TME de las 15. Mientras que la *Probabilidad* también es poco abordada y su enseñanza se limita a los grados tercero (con 3 de 15 TME), cuarto (con 2 de 15 TME) y quinto (con 1 de 7 TME).

Además de esto, otro de los ejes poco vistos son las *Permutaciones* en segundo grado con el desarrollo de 2 (15.38%) TME de las 13 y los *Eventos aleatorios y determinísticos* en cuarto grado con 2 (13.3%) TME de las 15; este concepto se enseña únicamente en este nivel de escolaridad.

De manera general, las TME que predominan en esta área y en gran parte de los grados se encuentran en el eje temático las *combinaciones* con 18 TME de las 61 propuestas y los *eventos posibles, imposibles y seguros* con 20 TME de las 61 abordadas. Mientras que los ejes conceptuales poco sobresalientes son los *eventos aleatorios y determinísticos* con tan solo la propuesta de 2 TME de las 61 y el espacio muestral, que no es abordado en ninguna de las TME diseñadas para esta editorial.

Tabla 12*TME de la Editorial 2 distribuidas por ejes conceptuales de Estadística*

Ejes Temáticos	E2-N										
	TME 1°		TME 2°		TME 3°		TME 4°		TME 5°		TOTAL
Tablas de Conteo	5	23.8%	2	4.4%	0	0%	0	0%	0	0%	7
Tablas de frecuencia	1	4.8%	5	11.1%	2	7.7%	2	5.3%	10	13.3%	20
Tablas de doble entrada	0	0%	1	2.2%	0	0%	2	5.3%	0	0%	3
Pictograma	1	4.8%	10	22.3%	8	30.8%	5	13.2%	1	1.4%	25
Diagrama de barras	11	52.3%	11	24.4%	7	27%	2	5.3%	3	4%	34
Gráfico de puntos	0	0%	10	22.3%	0	0%	0	0%	0	0%	10
Gráfico doble de barras	0	0%	0	0%	0	0%	1	2.6%	5	6.7%	6
Diagrama de líneas	0	0%	0	0%	0	0%	9	23.7%	7	9.3%	16
Diagramas circulares	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	9	12%	9
Medidas de Tendencia Central y/o Medidas de Dispersión	0	0%	0	0%	4	15.3%	3	7.9%	19	25.3%	26
Población y Muestra	0	0%	0	0%	0	0%	5	13.1%	4	5.3%	9
Variables cualitativas y cuantitativas	0	0.00%	0	0%	0	0%	0	0%	9	12%	9
Encuesta	1	4.8%	0	0%	0	0%	1	2.6%	0	0%	2
2 EC	2	9.5%	6	13.3%	4	15.3%	7	18.4%	7	9.3%	26
3 EC	0	0%	0	0%	1	3.9%	1	2.6%	1	1.4%	3
4 EC	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0	0.00%	0
TOTAL	21	100%	45	100%	26	100%	38	100%	75	100%	205

Nota. Se distribuyen las tareas de la editorial Norma según los ejes conceptuales (EC) propuestos para el abordaje de la Estadística

Los resultados muestran que las TME propuestas por la E2-Norma (Tabla 12 y Tabla 13) abordan todos los ejes conceptuales estadísticos y la mayoría de los probabilísticos, excepto el diagrama de árbol, que no se enseña en ningún grado de esta editorial.

En cuanto a la Estadística (Tabla 12), los ejes temáticos que se estudian en el transcurso de toda la Educación Básica Primaria son las *Tablas de Frecuencia*, los *Pictogramas*, los *Diagramas de barras* y la reunión de *dos conceptos* en una misma TME. Por ejemplo, este último eje mencionado se trabaja junto a otros en todos los grados. Para el caso del primer grado se agrupa con las tablas de conteo, en los tres grados siguientes con las tablas de frecuencia y para el último grado se implementa en conjunto con los diagramas de líneas. Las investigaciones de Pérez et al. (2019) y Díaz-Levicoy (2014) también afirman que el *gráfico de barras* es abordado con frecuencia.

En términos generales, se afirma que los ejes conceptuales más abordados son el *Diagrama de Barras* y las *MTC y/o Medidas de dispersión* (con 34 y 26 TME respectivamente), aunque en la presente editorial este concepto es estudiado desde el grado tercero, en otras investigaciones los resultados difieren y las TME se ubican hacia el final de la Educación Básica Primaria (Pérez et al., 2019; Díaz-Levicoy et al., 2020). Por otro lado, los menos abordados son la *Encuesta* y las *Tablas de doble entrada* (con 2 y 3 TME respectivamente).

En los dos primeros grados de la Educación Básica Primaria predomina el eje conceptual *Diagramas de barras*, por un lado, en grado primero con 11 (52.3%) de las 21 TME, por otro lado, en grado segundo con 11 (24.4%) también, pero de las 45 TME. Mientras que en grado tercero el concepto más abordado es el *Pictograma* con 8 TME (30.8%) de las 26, para grado quinto ocurre el caso contrario y corresponde con el menos enseñado, 1 TME (1.4%) de las 75.

En el grado cuarto, la mayor parte de las TME se concentra en los *Diagramas de líneas*, con 9 TME (23.7%) de las 38 planteadas. Además, este eje conceptual se caracteriza por ser abordado solo en el segundo grupo de grados de la Educación Básica Primaria. De igual manera, el *Gráfico doble de barras* y la *Población y Muestra* se resaltan por su aparición exclusiva hacia los grados cuarto y quinto. En última instancia, para el grado quinto la mayor parte de las TME se relacionan con las *MTC y/o Medidas de dispersión*, con un total de 19 TME (25.3%) de las 75.

Los ejes conceptuales que se caracterizan por su abordaje en un único grado son el *Gráfico de puntos* en segundo grado, con 10 TME (22.3%), y en quinto grado los *Diagramas circulares* y *Variables cualitativas y cuantitativas*, con 9 TME (12%) cada uno.

Tabla 13

TME de la Editorial 2 distribuidas por ejes conceptuales de Probabilidad

Ejes Temáticos	E2-N										
	TME 1°		TME 2°		TME 3°		TME 4°		TME 5°		TOTAL
Eventos posibles, imposibles y seguros	0	0%	14	93.3%	9	52.9%	3	8.1%	0	0%	26
Probabilidad	0	0%	0	0%	7	41.2%	10	27%	11	57.9%	28
Espacio muestral	0	0%	0	0%	0	0%	1	2.7%	1	5.3%	2
Combinaciones	2	100%	0	0%	0	0%	9	24.3%	0	0%	11
Permutaciones	0	0%	0	0%	0	0%	8	21.6%	0	0%	8
Eventos aleatorios y/o determinísticos	0	0%	1	6.7%	0	0%	4	10.9%	4	21%	9
Diagrama de árbol	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0
2 EC	0	0%	0	0%	1	5.9%	1	2.7%	3	15.8%	5
3 EC	0	0%	0	0%	0	0%	1	2.7%	0	0%	1
4 EC	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0
TOTAL	2	100%	15	100%	17	100%	37	100%	19	100%	90

Nota. Se distribuyen las tareas de la editorial Norma según los ejes conceptuales (EC) propuestos para el abordaje de la Probabilidad

En la Probabilidad no se evidencia un abordaje lineal de ejes temáticos (Tabla 13). La mayoría se instaure en los elementos de la *Probabilidad* y en los *Eventos posibles, imposibles y seguros* (con 28 y 26 TME respectivamente). Los ejes conceptuales menos enseñados son el *Espacio muestral* y las *Permutaciones* (con 2 y 8 TME respectivamente), que aparecen solo hacia el grado cuarto. También, en menor recurrencia se encuentran las TME que agrupan *dos o tres ejes conceptuales* (por ejemplo, probabilidad y espacio muestral o estos junto a las combinaciones).

El grado primero incluye únicamente las *Combinaciones* con 2 TME (100%), a su vez, estas se resaltan por enseñarse en este grado y en cuarto primaria. En los dos grados siguientes se resalta *Eventos posibles, imposibles y seguros* como el principal eje temático, para el grado segundo con 14 TME (93.3%) de las 15 y para el grado tercero con 9 TME (52.9%) de las 17. Mientras que los conceptos menos abordados son *Eventos aleatorios y/o determinísticos* en segundo grado con 1 TME (6.7%), y *Probabilidad* en tercer grado con 7 TME (41.2%).

Caso contrario ocurre en los grados cuarto y quinto, donde la *Probabilidad* es el eje temático más estudiado, con 10 TME (27%) de las 37 y 11 TME (57.9%) de las 19, respectivamente. Este concepto se caracteriza por abordarse desde el grado tercero, mientras que en la investigación de Vásquez y Alsina (2017) los resultados arrojaron que las proposiciones alrededor de la Probabilidad se emiten solo hacia el grado sexto.

El *Espacio muestral* es el concepto menos tratado en los dos últimos grados, pues solo se plantea 1 TME en cada uno. De igual forma, este eje temático aparece solo en el segundo grupo de grados, hallazgo similar de otra investigación, donde este componente se sitúa hacia el grado sexto de la básica en Chile, correspondiente al grado quinto en Colombia (Vásquez y Alsina, 2017).

Se enuncian las 75 TME diseñadas por la E3-PTA 2.0 (Tabla 14 y Tabla 15), en las cuales se evidencia que no todos los ejes conceptuales estadísticos ni probabilísticos son potenciados,

pues los *Diagramas de líneas*, la *Población y muestra*, las *Variables*, la *Encuesta*, el *Espacio muestral*, las *Permutaciones* y el *Diagrama de árbol* son los conceptos que no se abordan.

Tabla 14

TME de la Editorial 3 distribuidas por ejes conceptuales de Estadística

Ejes Temáticos	E3-P										
	TME 1°		TME 2°		TME 3°		TME 4°		TME 5°		TOTAL
Tablas de Conteo	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0
Tablas de frecuencia	0	0%	0	0%	1	100%	1	20%	0	0%	2
Tablas de doble entrada	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0
Pictograma	0	0%	1	7.7%	0	0%	0	0%	0	0%	1
Diagrama de barras	0	0%	1	7.7%	0	0%	3	60%	0	0%	4
Gráfico de puntos	0	0%	6	46.2%	0	0%	0	0%	0	0%	6
Gráfico doble de barras	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0
Diagrama de líneas	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0
Diagramas circulares	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	9	32.1%	9
Medidas de Tendencia Central y/o Medidas de Dispersión	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	18	64.3%	18
Población y Muestra	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0
Variables cualitativas y cuantitativas	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0
Encuesta	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0
2 EC	1	100%	1	7.7%	0	0%	1	20%	0	0%	3
3 EC	0	0%	3	23%	0	0%	0	0%	0	0%	3
4 EC	0	0%	1	7.7%	0	0%	0	0%	1	3.6%	2
TOTAL	1	100%	13	100%	1	100%	5	100%	28	100%	48

Nota. Se distribuyen las tareas de la editorial PTA 2.0 según los ejes conceptuales (EC) propuestos para el abordaje de la Estadística.

En la Tabla 14 se destacan dos ejes conceptuales que ocupan un lugar prioritario por parte de la Estadística en la enseñanza del currículo, los cuales se conciben como los más abordados en las TME de esta editorial. Estos corresponden a las *MTC y/o Medidas de dispersión* (18 TME) y a los *Diagramas circulares* (9 TME).

Por el contrario, en menor instancia se enseñan los *Pictogramas* (1 TME) y las *Tablas de frecuencia* (2 TME), pues reciben una atención menor. En este orden de ideas, los resultados dan a conocer una priorización de ciertas representaciones sobre otras en los Libros de Texto analizados.

Los resultados en Estadística evidencian que solo se plantea 1 TME (100%) para el grado primero. Esta única TME de este nivel reúne los ejes conceptuales de *Tablas de conteo y Encuesta*, en cuanto a este último se observa la relación que han de establecer los estudiantes con su entorno inmediato. En el grado segundo la mayor concentración está en el eje *Gráfico de Puntos*, con 6 TME (46.2%) de las 13, y en el trabajo en conjunto de *tres ejes temáticos*, con 3 TME (23%), donde se combinan con recurrencia las *Tablas de conteo* y las *Tablas de Frecuencia* con los *Pictogramas*, los *Gráficos de puntos* o las *Encuestas*.

Para el grado tercero también se propone solo 1 TME (100%) centrada en las *Tablas de frecuencias*. Por el contrario, en cuarto grado este concepto se concibe como el menos abordado, aunque su enseñanza se mantenga en una TME (de las 5 planteadas), el porcentaje con respecto a la totalidad de este grado se reduce al 20%. En este caso se resaltan los *Diagramas de barras* con la mayor cantidad de TME, correspondiente a 3 TME (60%). Finalmente, el grado quinto presenta las *MTC y/o Medidas de dispersión*, con 18 TME (64.3%) de las 28 diseñadas, como el eje más estudiado en los Libros de Texto. Seguido de este, se encuentran los *Diagramas circulares* con 9 TME (32.1%).

Los gráficos estadísticos empleados en esta editorial son: *diagramas circulares*, *gráfico de puntos*, *diagrama de barras* y *pictogramas*. Con otra investigación acerca de la representación gráfica en los Libros de Texto se comparten unos resultados, mientras que otros se oponen. Los hallazgos similares confirman que el *Gráfico circular* es de los más usados en las TME y los *Pictogramas* de los menos empleados (Díaz-Levicoy, 2014). Por el contrario, la diferencia radica en que el *gráfico de puntos* presenta más TME que el *diagrama de barras* en esta editorial; sin embargo, este tipo de representación es concebida a nivel general como el más frecuente en la enseñanza de la Estadística (Díaz-Levicoy, 2014; Pérez et al., 2019).

Tabla 15

TME de la Editorial 3 distribuidas por ejes conceptuales de Probabilidad

Ejes Temáticos	E3-P										
	TME 1°		TME 2°		TME 3°		TME 4°		TME 5°		TOTAL
Eventos posibles, imposibles y seguros	0	0%	0	0%	8	100%	0	0%	7	38.8%	15
Probabilidad	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	9	50%	9
Espacio muestral	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0
Combinaciones	1	100%	0	0%	0	0%	0	0%	1	5.6%	2
Permutaciones	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0
Eventos aleatorios y/o determinísticos	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	1	5.6%	1
Diagrama de árbol	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0
2 EC	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0
3 EC	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0
4 EC	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0
TOTAL	1	100%	0	100%	8	100%	0	100%	18	100%	27

Nota. Se distribuyen las tareas de la editorial PTA 2.0 según los ejes conceptuales (EC) propuestos para el abordaje de la Probabilidad.

En el componente de Probabilidad solo se abordaron cuatro ejes conceptuales del listado planteado (Tabla 15). A continuación, se encuentran enumerados en orden descendiente según la cantidad de tareas asignadas: *Eventos posibles, imposibles y seguros* (15 TME), *Probabilidad* (9 TME), *Combinaciones* (2 TME) y *Eventos aleatorios y/o determinísticos* (1 TME).

Para el grado primero, se propone una sola TME, lo que representa el 100% de lo planteado para este nivel. Por su parte, en el grado tercero se aborda como eje principal los *Eventos posibles, imposibles y seguros* con un total de 8 TME (100%), lo que refleja un abordaje prioritario para este aspecto en el presente nivel. En el caso del grado quinto, la enseñanza se enfoca en el desarrollo de las nociones y estrategias propias de la *Probabilidad*, con 9 TME (50%) de las 18 planteadas para este nivel. Cabe destacar que los grados segundo y cuarto no incluyeron en su diseño TME para este componente del PA.

La presente editorial se caracteriza porque en el grado tercero se plantearon más TME enfocadas en el componente de la Probabilidad que en el de la Estadística. Por lo cual, es un hallazgo poco común en este tipo de investigaciones, puesto que generalmente se obtiene un mayor grado de enseñanza en los ejes estadísticos vinculados con los datos, su interpretación y representación, o en algunos casos con ciertas *MTC* y/o *Medidas de dispersión*.

Sin embargo, este resultado no es ajeno a otras investigaciones que hallaron la prevalencia de la Probabilidad en las TME. Por ejemplo, en la propuesta de Vásquez et al. (2019) se encontró que en el Libro de Texto del grado segundo la Probabilidad es el principal elemento de enseñanza. Asimismo, pero ubicado en la Educación Básica Secundaria, Sánchez (2017) también halló que en segundo grado de este nivel de escolaridad se presentan estos resultados, donde se emergen los conceptos probabilísticos como prioritarios y fundamentales en la práctica pedagógica del PA en los Libros de Texto.

Tabla 16*TME de la Editorial 4 distribuidas por ejes conceptuales de Estadística*

Ejes Temáticos	E4-E										
	TME 1°		TME 2°		TME 3°		TME 4°		TME 5°		TOTAL
Tablas de Conteo	0	0%	1	12.5%	0	0%	0	0%	0	0%	1
Tablas de frecuencia	0	0%	0	0%	1	14.3%	1	25%	4	25%	6
Tablas de doble entrada	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0
Pictograma	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0
Diagrama de barras	3	60%	1	14.3%	1	14.3%	0	0%	4	26.7%	9
Gráfico de puntos	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0
Gráfico doble de barras	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0
Diagrama de líneas	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0
Diagramas circulares	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	2	12.5%	2
Medidas de Tendencia Central y/o Medidas de Dispersión	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	4	25%	4
Población y Muestra	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0
Variables cualitativas y cuantitativas	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0
Encuesta	0	0%	1	12.5%	0	0%	0	0%	0	0%	1
2 EC	2	40%	2	28.6%	2	40%	1	50%	1	6.7%	8
3 EC	0	0%	2	28.7%	1	20%		25%	0	0%	3
4 EC	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0
TOTAL	5	100%	7	100%	5	100%	2	100%	15	100%	34

Nota. Se distribuyen las tareas de la editorial 4 según los ejes conceptuales (EC) propuestos para el abordaje de la Estadística.

A partir de los resultados obtenidos de manera global para la E4-E (Tabla 13) se evidencia que los ejes temáticos dispuestos para trabajar en esta edición en el área de la Estadística corresponden en su mayoría a los *Diagramas de barras* con 9 TME de las 34 desarrolladas y a la combinación de conceptos como las *Tablas de frecuencia* y los *Diagramas barras*. Mientras tanto, los ejes temáticos menos abordados corresponden a las *Tablas de conteo* y a la *Encuesta*, con tan solo el trabajo de 1 TME de las 34 para cada eje conceptual.

Desde la revisión por grados, se encuentra el *Diagrama de barras* en el grado primero con 3 (60%) TME de las 5 propuestas; en grado segundo y tercero este eje cuenta con 1 TME, y en grado quinto con 4 (26.7%) de las 15 TME. Además, se evidencia el predominio de las *Tablas de frecuencia* con 6 TME de las 34 trabajadas en toda la Educación Básica Primaria, en particular en los grados tercero, cuarto y quinto; y las *MTC y/o Medidas de dispersión* con 4 TME, solo en el grado quinto, correspondiente con el 25% de este nivel. A su vez, de los anteriores conceptos, se demuestra que en el grado segundo se trabajan las *Tablas de conteo* y la *Encuesta* con 1 TME de las 7 para cada uno.

Se resalta que en los ejes conceptuales de Estadística para esta editorial los datos no son muy dispersos, por lo cual no se visualiza un concepto desarrollado en baja proporción en la revisión por grados. Esto significa que los conceptos abordados, en su mayoría, se trabajan de forma equitativa y corresponden a los mencionados antes. La única excepción es en el grado quinto, en donde el *Diagrama circular* es el menos predominante, con tan solo 2 TME de las 34., el cual se aborda únicamente en este nivel.

Tabla 17

TME de la Editorial 4 distribuidas por ejes conceptuales de Probabilidad

Ejes Temáticos	E4-E										
	TME 1°		TME 2°		TME 3°		TME	4°	TME 5°		TOTAL
Eventos posibles, imposibles y seguros	6	100%	2	100%	0	0%	1	10%	1	6.7%	10
Probabilidad	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	4	26.7%	4
Espacio muestral	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0
Combinaciones	0	0%	0	0%	5	83.3%	5	50%	4	26.7%	14
Permutaciones	0	0%	0	0%	0	0%	2	20%	6	37.5%	8
Eventos aleatorios y/o determinísticos	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0
Diagrama de árbol	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0
2 EC	0	0%	0	0%	1	16.7%	2	20%	1	6.7%	4
3 EC	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0
4 EC	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0
TOTAL	6	100%	2	100%	6	100%	10	100%	16	100%	40

Nota. Se distribuyen las tareas de la editorial 4 según los ejes conceptuales (EC) propuestos para el abordaje de la Probabilidad.

Para el componente de la Probabilidad, en esta edición sobresale el concepto de las *Combinaciones* (con 14 TME de las 40 propuestas), mientras que el menos destacado corresponde al eje conceptual de la *Probabilidad* (con 4 de las 40 totales trabajadas).

Por otra parte, desde estos ejes conceptuales se destaca el eje temático de *Eventos posibles, imposibles y seguros* como el único y el más abordado en el grado primero con 6 TME (100%) y en el grado segundo con 2 (100%) TME. Todo lo contrario, a lo que ocurre en cuarto y quinto, donde se aborda en muy baja proporción (con tan solo 1 TME para ambos). A su vez, se resaltan las *combinaciones* como el eje más desarrollado para los grados tercero con 5 (83.3%) TME de las 6, cuarto con 5 (50%) TME de las 10 y quinto con 4 (26.7%) TME de las 16.

Desde una perspectiva general, se destaca que esta editorial es la única que propone el desarrollo simultáneo de conceptos estadísticos y probabilísticos, por lo cual, se proponen 4 TME para la unión de estos dos conceptos. Para el grado tercero se vinculan las *Tablas de doble entrada* con las *Combinaciones*, mientras que en el grado cuarto se une con el *Diagrama de árbol*.

La comparación entre los diferentes grados evidencia que, aunque las MTC y/o Medidas de dispersión se abordan en el grado tercero de una editorial, con frecuencia se plantean hacia el segundo grupo de grados. Esto se debe a que la NCTM (2000) así lo menciona, pues afirma que en la etapa 3–5, correspondientes a los grados tercero, cuarto y quinto de Colombia, los estudiantes deben conocer las medidas de centralización y comprender qué indican respecto a los datos.

Se identifica que con las tablas de conteo se inicia la enseñanza de este tipo de representación, pues se implementan en los dos primeros grados, pero en la E4-E no ocurre, ya que parte de las tablas de frecuencia. Díaz-Levicoy et al. (2015) en su investigación confirman que este tipo de representación predomina en los Libros de Texto del grado primero y segundo primaria, puesto que son sencillas de interpretar y elaborar por los estudiantes que cursan dichos grados, además, su abordaje sienta bases sólidas para complejizar los siguientes tipos de tablas.

Los diagramas circulares se caracterizan por abordarse en grados específicos. En este caso, en las editoriales privadas se estudiaron en cuarto y quinto, mientras que en las públicas solo en el último grado. Esto se debe a la alta complejidad de esta representación gráfica, dado que “la comprensión de la relación de proporcionalidad que debe existir entre las amplitudes angulares y las frecuencias de los respectivos valores de la variable estadística puede resultar conflictiva” (Giacomone et al., 2018, p. 11). Hallar el sentido entre el ángulo y la frecuencia solo es posible al final de la Educación Básica Primaria, incluso trasciende sobre toda la secundaria.

Capítulo 5. Discusión

En el presente apartado se sustentan los resultados obtenidos tras el análisis de las 592 TME desde las categorías que propone el Análisis Didáctico para la revisión de Libros de Texto. Estas categorías incluyen: el Análisis Conceptual, el Análisis Cognitivo y el Análisis de Instrucción.

De la misma manera, en cada uno de estos análisis se incorpora un estudio detallado que vincula lo planteado en los Libros de Texto con lo propuesto por las directrices nacionales, las prácticas que contribuyen a ser matemáticamente competente y la propuesta didáctica de las diferentes editoriales, los cuales permiten evaluar la influencia que conlleva un proceso de enseñanza incorrecto a corto y largo plazo. Además, se identifican errores de diseño relacionados con el color, el tamaño de las representaciones y las faltas ortográficas, que impiden el buen desarrollo de la TME.

En este sentido, cada uno de los análisis permite desglosar el abordaje didáctico del PA y observarlo desde diferentes puntos y campos que dan sentido a las prácticas pedagógicas propias de las Matemáticas.

5.1. Análisis Conceptual

Para el Análisis Conceptual se evalúa un total de cinco subcategorías que permiten identificar: (i) los ejes temáticos más abordados de cada una de las TME, (ii) el tipo de contenido, (iii) los contextos, (iv) las finalidades, y, (v) las conexiones que se establecen con otras disciplinas o con otros pensamientos matemáticos. A continuación, se presentan los hallazgos obtenidos para cada una de las cuatro editoriales analizadas. La Tabla 18 expone los resultados correspondientes a la Editorial 1 – Santillana.

Tabla 18

Análisis Conceptual Editorial 1

Editorial		E1-S										
Grado		TME 1°		TME 2°		TME 3°		TME 4°		TME 5°		TOTAL
S1. Contenidos relacionados con la temática en general	I1. La tarea permite que el estudiante utilice la recolección, organización, representación y/o tratamiento de datos	16	61.5%	14	53.8%	11	39.3%	13	41.9%	16	48.5%	70
	I2. La tarea permite que el estudiante utilice la probabilidad de eventos	0	0%	0	0%	3	10.7%	2	6.4%	4	12.1%	9
	I3. La tarea permite que el estudiante utilice eventos aleatorios y/o determinísticos	0	0%	0	0%	0	0%	2	6.4%	2	6.1%	4
	I4. La tarea permite que el estudiante utilice combinaciones	2	7.7%	5	19.2%	9	32.1%	8	25.8%	1	3%	25
	I5. La tarea permite que el estudiante utilice permutaciones	0	0%	2	7.7%	0	0%	3	9.7%	0	0%	5
	I6. La tarea permite que el estudiante utilice eventos seguros, imposibles y posibles	8	30.8%	5	19.2%	3	10.7%	0	0%	0	0%	16
	I7. La tarea permite que el estudiante utilice las Medidas de Tendencia Central (Moda/Media y Mediana) y las Medidas de Dispersión (Rango)	0	0%	0	0%	0	0%	3	9.7%	9	27.3%	12
	I8. La tarea permite que el estudiante utilice la población y/o muestra de un conjunto de datos	0	0%	0	0%	2	7.1%	0	0%	1	3%	3
S2. Clasificación de los contenidos	I1. La tarea se centra en acciones propias de los contenidos conceptuales (reproducción de significados, transmisión de información)	10	38.5%	6	23.1%	7	25%	2	6.4%	5	15.1%	30
	I2. La tarea se centra en acciones propias de los contenidos procedimentales (ejecución de acciones, práctica del conocimiento)	16	61.5%	20	76.9%	21	75%	29	93.5%	28	84.8%	114
S3. Contexto de las tareas	I1. La tarea se desarrolla bajo un contexto personal, el cual se centra en el propio individuo, su familia y su grupo de iguales	18	69.2%	20	76.9%	14	50%	13	41.9%	13	39.4%	78
	I2. La tarea se desarrolla bajo un contexto laboral, el cual se centra en el mundo laboral	1	3.8%	1	3.8%	2	7.1%	5	16.1%	4	12.1%	13

S.4 Finalidades del proceso matemático	I3. La tarea se desarrolla bajo un contexto social, el cual se centra en la comunidad local, nacional y global	1	3.8%	1	3.8%	3	10.7%	4	12.9%	3	9.1%	12
	I4. La tarea se desarrolla bajo un contexto científico-tecnológico, el cual se centra en la aplicación interna de las matemáticas y externa al mundo natural y a cuestiones relacionadas con la ciencia y la tecnología	6	23.1%	4	15.4%	9	32.1%	9	29%	13	39.4%	41
	I1. La tarea busca leer información explícita en el contenido	2	7.7%	0	0%	1	3.6%	3	9.7%	6	18.2%	12
	I2. La tarea busca interpretar información	3	11.5%	6	23.1%	10	35.7%	5	16.1%	11	33.3%	35
	I3. La tarea busca comparar datos	6	23.1%	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	6
	I4. La tarea busca aplicar algún procedimiento	0	0%	0	0%	2	7.1%	1	3.2%	1	3%	4
	I5. La tarea busca representar (tablas, gráficos o pictogramas)	0	0%	0	0%	1	3.6%	2	6.4%	1	3%	4
	I6. La tarea busca completar representaciones (tablas, gráficos o pictogramas)	2	7.7%	0	0%	0	0%	1	3.2%	1	3%	4
	I7. La tarea busca inferir información	5	19.2%	3	11.5%	1	3.6%	1	3.2%	1	3%	11
	I8. La tarea busca reunir información	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0
	I9. La tarea busca organizar los elementos (teniendo en cuenta el orden o sin tener en cuenta el orden)	2	7.7%	5	19.2%	6	21.4%	9	29%	1	3%	23
	I10. La tarea busca experimentar (solo probabilidad)	1	3.8%	0	0%	0	0%	0	0%	1	3%	2
	I11. La tarea propone dos tipos de finalidades	3	11.5%	9	34.6%	6	21.4%	7	22.6%	9	27%	34
	I12. La tarea propone tres tipos de finalidades	2	7.7%	3	11.5%	1	3.6%	2	6.4%	1	3%	9
TOTAL		26	100%	26	100%	28	100%	31	100%	33	100%	144
S5. Conexiones intra e interdisciplinares	I1. En la tarea se incluyen temas relacionados con otras áreas de conocimiento, como la tecnología, las ciencias, u otras.	1	3.8%	0	0%	1	3.6%	1	3.2%	0	0%	3
	I2. La tarea incluye el desarrollo de más de un pensamiento matemático.	0	0%	6	23.1%	2	7.1%	1	3.2%	7	21.2%	16
	TOTAL	1	3.8%	6	23.1%	3	10.7%	2	6.4%	7	21.2%	19

Nota. Se distribuyen las tareas propuestas por la editorial 1 para cada grado según los indicadores que constituyen las subcategorías del Análisis Conceptual.

Pese a la gran cantidad de TME centradas en la Estadística se observa en la *S1-Conceptos relacionados con la temática* (Tabla 18) que en esta editorial predomina la recolección, organización y tratamiento de datos. Esta tendencia es notable en los grados primero, segundo y quinto, en donde se registra un total de 70 TME de las 144. Lo anterior sugiere que esta editorial centra el abordaje del PA en el fortalecimiento de competencias guiadas a la gestión y el manejo de la información, lo cual implica que los estudiantes logren el trabajo con datos desde su interpretación, clasificación y presentación de forma estructurada, ello conlleva que se realicen tablas, gráficos o pictogramas.

De otro lado, se destaca la escasa prevalencia de conceptos estadísticos como las MTC y/o Medidas de dispersión y la población y muestra que se abordan en grados específicos (tercero y quinto). Para las MTC y/o Medidas de dispersión, se observa que comienzan a trabajarse en el segundo grupo de grados. Para cuarto grado, se proponen 3 TME (9.68%) en el concepto de la *moda*; mientras que, para quinto grado, se triplican con 9 TME (27.27%) en donde se aborda la moda, la media y el rango.

Respecto a la Probabilidad, se observa que este concepto se empieza a abordar desde el tercer grado (3 de las 28 TME) y aumenta hacia el quinto grado con un mayor número de TME (4 de las 33 TME propuestas). Además, otro de los conceptos se centra en el desarrollo de los eventos seguros, imposibles y posibles en el primer grupo de grados (16 TME de las 144 totales), mientras que en el segundo grupo de grados se conceptualiza con los eventos aleatorios y determinísticos (4 TME de las 144).

Lo anterior demuestra que esta editorial, en los grados primero y segundo se enfoca en que los estudiantes adquieran nociones de incertidumbre y azar para destacar la Probabilidad de un suceso como seguro, posible o imposible. Luego, desde tercero hasta quinto, se evidencia un

avance hacia la formulación de posibilidad de ocurrencia de un suceso mediante la regla de Laplace.

En la clasificación de los contenidos se tiene en cuenta lo que los estudiantes deben implementar en cada TME con respecto a los conocimientos aprendidos, para eso usa acciones, estrategias, algoritmos o argumentos que den respuesta a las indicaciones establecidas (MEN, 2006; Castro et al., 2016).

Para lo cual se evidencia que para la E1-S predominan los conocimientos de tipo procedimental, con la propuesta de 114 TME de las 144. Principalmente, este tipo de conocimientos se destaca en el segundo grupo de grados, con el desarrollo de 29 (93.5%) TME de las 31 en grado cuarto, y 28 (84.8%) TME de las 33 en grado quinto. Sin embargo, al comparar por grados, se evidencia que los conocimientos conceptuales se presentan sobre todo en el primer grupo de grados, mientras que para el segundo grupo de grados disminuyen.

La *S3-Contexto de las tareas* se evaluó bajo los cuatro contextos propuestos por la OCDE (2012/2013) para la evaluación de las pruebas PISA. Desde una perspectiva global, se observa que en esta editorial las TME se centran en el contexto personal de los estudiantes con 78 TME de las 144. Seguido de esto, la propuesta está enfocada desde el abordaje de un contexto científico con 41 TME de las 144.

De manera particular, se presenta que las propuestas en el contexto personal se concentran en el primer grupo de grados, mientras que en el segundo grupo de grados disminuyen. Por su parte, para el contexto laboral las TME son abordadas en especial en cuarto y en quinto. Mientras que, para el contexto social se observa una mayor tendencia hacia los grados tercero, cuarto y quinto. Por último, en el contexto científico las propuestas son principalmente en los grados de tercero a quinto.

Lo anterior, demuestra que los contextos laborales, sociales y científicos se abordan solo en grados superiores. En cambio, para los primeros grados las TME tienden a emplear un contexto más cercano a los estudiantes. Por ejemplo, en este indicador las TME tratan sobre los deportes que practican, sus comidas favoritas o las películas que ven; lo cual posibilita a los aprendices aumentar su interés para participar en el aprendizaje de estos elementos. Sin embargo, a pesar de que se destaque este punto a favor, también se resalta la necesidad de abordar las TME en contextos laborales, sociales y científicos en todos los grados, ya que allí adquiere mayor significado el PA.

Respecto a la *S4-Finalidades del proceso matemático* se observa que la mayoría de las TME se ubica en la finalidad de interpretar información con 35 TME de las 144 propuestas en todos los grados. Como segundo lugar, se encuentran las TME que desarrollan dos finalidades, con 34 TME de las 144. En este indicador se observa que la finalidad más recurrente hace referencia a completar representaciones y se une principalmente a la de interpretar información, proveniente de diferentes representaciones o enunciados planteados.

En relación con la *S5-Conexiones intra e interdisciplinarias* se evidencia que tan solo 3 TME de las 144 realizan conexión con otras disciplinas. Para esta editorial se propone la relación con las Ciencias Naturales en los grados primero, tercero y cuarto con 1 TME cada uno. En especial, se trabajan temáticas relacionadas con los ecosistemas, la biodiversidad en Colombia o el funcionamiento del cuerpo humano. Además, para las conexiones establecidas con los demás pensamientos matemáticos, se refleja que 16 TME de las 144 realizan intradisciplinariedad²⁰ con el Pensamiento Numérico, el cual es utilizado por los estudiantes al ejercitar procedimientos aritméticos.

²⁰ La interdisciplinariedad articula los conocimientos al interior de la misma Matemática, es decir la relación entre los cinco Pensamientos Matemáticos.

Tabla 19

Análisis Conceptual Editorial 2

Editorial		E2-N										
Grado		TME 1°		TME 2°		TME 3°		TME 4°		TME 5°		TOTAL
S1. Contenidos relacionados con la temática en general	I1. La tarea permite que el estudiante utilice la recolección, organización, representación y/o tratamiento de datos	21	91.3%	45	75%	19	44.2%	27	36%	47	50%	159
	I2. La tarea permite que el estudiante utilice la probabilidad de eventos	0	0%	0	0%	8	18.6%	10	13.3%	11	11.7%	29
	I3. La tarea permite que el estudiante utilice eventos aleatorios y/o determinísticos	0	0%	1	1.7%	0	0%	6	8%	8	8.5%	15
	I4. La tarea permite que el estudiante utilice combinaciones	2	8.7%	0	0%	0	0%	10	13.3%	0	0%	12
	I5. La tarea permite que el estudiante utilice permutaciones	0	0%	0	0%	0	0%	8	10.7%	0	0%	8
	I6. La tarea permite que el estudiante utilice eventos seguros, imposibles y posibles	0	0%	14	23.3%	9	20.9%	3	4%	0	0%	26
	I7. La tarea permite que el estudiante utilice las Medidas de Tendencia Central (Moda/Media y Mediana) y las Medidas de Dispersión (Rango)	0	0%	0	0%	7	16.3%	6	8%	20	21.3%	33
	I8. La tarea permite que el estudiante utilice la población y/o muestra de un conjunto de datos	0	0%	0	0%	0	0%	5	6.7%	8	8.5%	13
S2. Clasificación de los contenidos	I1. La tarea se centra en acciones propias de los contenidos conceptuales (reproducción de significados, transmisión de información)	3	13%	25	41.7%	11	25.6%	16	21.3%	17	18.1%	72
	I2. La tarea se centra en acciones propias de los contenidos procedimentales (ejecución de acciones, práctica del conocimiento)	20	87%	35	58.3%	32	74.4%	59	78.7%	77	81.9%	223
S3. Contexto de las tareas	I1. La tarea se desarrolla bajo un contexto personal, el cual se centra en el propio individuo, su familia y su grupo de iguales	16	69.6%	49	81.7%	32	74.4%	48	64%	52	55.3%	197
	I2. La tarea se desarrolla bajo un contexto laboral, el cual se centra en el mundo laboral	3	13%	1	1.7%	0	0%	2	2.7%	7	7.4%	13

S.4 Finalidades del proceso matemático	I3. La tarea se desarrolla bajo un contexto social, el cual se centra en la comunidad local, nacional y global	0	0%	2	3.3%	0	0%	2	2.7%	6	6.4%	10
	I4. La tarea se desarrolla bajo un contexto científico-tecnológico, el cual se centra en la aplicación interna de las matemáticas y externa al mundo natural y a cuestiones relacionadas con la ciencia y la tecnología	4	17.4%	8	13.3%	11	25.6%	23	30.6%	29	30.9%	75
	I1. La tarea busca leer información explícita en el contenido	0	0%	3	5%	5	11.6%	3	4%	0	0%	11
	I2. La tarea busca interpretar información	3	13%	10	16.7%	11	25.6%	19	25.3%	20	21.3%	63
	I3. La tarea busca comparar datos	0	0%	1	1.7%	0	0%	0	0%	1	1.1%	2
	I4. La tarea busca aplicar algún procedimiento	0	0%	1	1.7%	0	0%	2	2.7%	4	4.3%	7
	I5. La tarea busca representar (tablas, gráficos o pictogramas)	6	26.1%	0	0%	1	2.3%	5	6.7%	3	3.1%	15
	I6. La tarea busca completar representaciones (tablas, gráficos o pictogramas)	2	8.7%	2	3.3%	1	2.3%	0	0%	0	0%	5
	I7. La tarea busca inferir información	1	4.4%	17	28.3%	1	2.3%	8	10.7%	16	17%	43
	I8. La tarea busca reunir información	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0
	I9. La tarea busca organizar los elementos (teniendo en cuenta el orden o sin tener en cuenta el orden)	2	8.7%	0	0%	0	0%	8	10.7%	0	0%	10
	I10. La tarea busca experimentar (solo probabilidad)	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0
	I11. La tarea propone dos tipos de finalidades	9	39.1%	19	31.7%	18	41.9%	23	30.6%	33	35.1%	102
	I12. La tarea propone tres tipos de finalidades	0	0%	7	11.5%	6	14%	7	9.3%	17	18.1%	37
TOTAL		23	100%	60	100%	43	100%	75	100%	94	100%	295
S5. Conexiones intra e interdisciplinares	I1. En la tarea se incluyen temas relacionados con otras áreas de conocimiento, como la tecnología, las ciencias, u otras.	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0
	I2. La tarea incluye el desarrollo de más de un pensamiento matemático.	3	13%	14	23.3%	17	39.5%	14	18.7%	30	31.9%	78
	TOTAL	3	13%	14	23.3%	17	39.5%	14	18.7%	30	31.9%	78

Nota. Se distribuyen las tareas propuestas por la editorial 2 para cada grado según los indicadores que constituyen las subcategorías del Análisis Conceptual.

La Tabla 19 expone los resultados del Análisis Conceptual realizado a la E2-Norma. En correspondencia con la *S1-Conceptos relacionados con la temática*, se afirma que en todos los grados se diseñan más TME relacionadas con el tratamiento de datos, donde los estudiantes deben recolectarlos, organizarlos, representarlos mediante tablas y gráficos o interpretarlos.

Seguido, se encuentran las MTC y/o Medidas de dispersión, las cuales se enseñan de tercero a quinto. En el grado tercero inicia la enseñanza de la moda con 7 TME (16.3%) de las 43 planteadas; en cuarto continúa la moda y se agrega el rango como medida de dispersión, para este nivel se proponen 6 TME (8%) de las 75; y para quinto se trabajan en su totalidad las MTC, es decir la moda, media y mediana, con 20 (21.3%) TME de las 94 diseñadas.

Posterior a este eje temático se ubica la enseñanza de la Probabilidad, la cual inicia también en el grado tercero y aumenta gradualmente hasta el grado quinto. A su vez, desde este componente del PA los estudiantes aprenden de eventos seguros, imposibles y posibles (segundo, tercero y cuarto); de eventos aleatorios y determinísticos (segundo, cuarto y quinto); de combinaciones (primero y cuarto); y de permutaciones (cuarto). No se evidencia un avance gradual de dichos conceptos, más bien, el aprendizaje presenta un carácter intermitente, donde se introducen en un grado y luego se retoman hasta varios grados después.

En este orden de ideas, se constata que los ejes estadísticos son los que más se abordan en los Libros de Texto, pues representan una parte significativa del contenido relacionado con el PA. Mientras que los probabilísticos son también enseñados, tal como lo presenta el currículo, pero en menor proporción en comparación con los primeros, pues su tratamiento carece de profundidad y su presencia es más limitada en los Libros de Texto.

En segundo lugar, la *S2-Clasificación de los contenidos* evidencia que en todos los grados predominan las TME procedimentales, un total de 223 TME de las 295 propuestas en la E2-N. Sin

embargo, los resultados también arrojaron un total de 72 TME que involucran contenidos conceptuales; estas se encuentran distribuidas en todos los grados, la menor cantidad se plantea en el grado primero, con 3 TME (13%) de las 23, y la mayor parte se concentra en el grado segundo, con 25 TME (41.7%) de las 60. En esta clasificación se encuentran las preguntas que se responden con conocimientos teóricos o con interrogantes que requieren la lectura literal de las representaciones, contextos o enunciados planteados, es decir, que no involucra ningún tipo de procedimiento mental o práctico.

En tercer lugar, la *S3-Contexto de las tareas*, arrojó como resultado que existe una prevalencia de todos los grados por TME centradas en el contexto personal, 195 TME de las 295. Además, en este indicador se evidencia que se proponen más del 50% de las TME en cada grado. En este indicador se agrupan las TME que relacionan al estudiante con su entorno inmediato, ya sea porque le indican realizar encuestas o porque se involucran con temas que resultan cercanos y atractivos para este grupo poblacional, tales como: deportes, comida, colores, frutas, animales, sabores de helado, entre otros.

Seguidamente, se encuentran las 75 TME localizadas en el contexto científico-tecnológico. Esto se debe a que algunas de las indicaciones no están situadas en la realidad, sino que se centran en la propia matemática y buscan la aplicación de algoritmos o estrategias enseñadas con anterioridad. Con una proporción similar se encuentran las TME del contexto laboral (13 TME) y del contexto social (10 TME). El campo laboral relacionado con las ventas emprendidas por almacenes o empresas, mientras que el componente social vinculado con el conocimiento de los medios de transporte, de poblaciones o de geografía.

Se observa que la mayor cantidad de TME de todos los indicadores se ubican en el grado quinto, mientras que en el grado primero se concentra la menor parte de las TME en el indicador

1 (I1) e indicador 4 (I4). Sin embargo, el I2 e I3 se localizan en el grado segundo, con 1 (1.7%) y 2 TME (3.3%) respectivamente, de las 60 propuestas. De igual manera, el grado cuarto también propone 2 TME (2.7%) de las 75 para el I3.

En cuarto lugar, la *S4-Finalidades del proceso matemático* obtiene como resultado principal en todos los grados la unión de dos finalidades en una misma TME (102 TME de las 295 de la E2-N). En este indicador, la recurrencia recae sobre las finalidades centradas en la interpretación y en la aplicación de un procedimiento, las cuales se encuentran de manera independiente y en conjunto en todos los niveles.

Cuando se observan junto a otras, se evidencia un total de 32 TME, las cuales se distribuyen en los cinco grados de la primaria. De manera independiente, el componente de interpretación está presente en 81 TME en este indicador, 63 TME en el I4 y 34 TME en el I12; y el componente de aplicación de un procedimiento en 42 TME en conjunto con otra finalidad, 7 TME en el I4, y 30 TME en el I12. Razón por la cual, ambas finalidades son concebidas como las más empleadas en cada uno de estos indicadores. En el siguiente lugar de recurrencia se ubica la combinación de interpretación e inferencia, con 13 TME; la segunda finalidad también se fortalece en 43 TME de esta editorial correspondientes al I7, y 72 TME del I12.

En quinto lugar, la *S5-Conexiones intra e interdisciplinares* deja de manifiesto que solo 78 TME de las 295 propuestas en la E2-N aplican para estos indicadores y que, en su totalidad, hacen parte del I2, por lo cual las relaciones que se establecen en las TME son intradisciplinarias. Para todos los grados de la Educación Básica Primaria, las conexiones se establecen principalmente entre el PA y el Pensamiento Numérico, solo en una TME del grado quinto aparece la relación entre los pensamientos antes mencionados y el Pensamiento Métrico.

Tabla 20

Análisis Conceptual Editorial 3

Editorial		E3-P										
Grado		TME 1°		TME 2°		TME 3°		TME 4°		TME 5°		TOTAL
S1. Contenidos relacionados con la temática en general	I1. La tarea permite que el estudiante utilice la recolección, organización, representación y/o tratamiento de datos	1	50%	13	100%	1	11.1%	5	100%	10	21.7%	30
	I2. La tarea permite que el estudiante utilice la probabilidad de eventos	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	9	19.6%	9
	I3. La tarea permite que el estudiante utilice eventos aleatorios y/o determinísticos	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	2	4.4%	2
	I4. La tarea permite que el estudiante utilice combinaciones	1	50%	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	1
	I5. La tarea permite que el estudiante utilice permutaciones	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0
	I6. La tarea permite que el estudiante utilice eventos seguros, imposibles y posibles	0	0%	0	0%	8	88.9%	0	0%	7	15.2%	15
	I7. La tarea permite que el estudiante utilice las Medidas de Tendencia Central (Moda/Media y Mediana) y las Medidas de Dispersión (Rango)	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	18	39.1%	18
	I8. La tarea permite que el estudiante utilice la población y/o muestra de un conjunto de datos	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0
S2. Clasificación de los contenidos	I1. La tarea se centra en acciones propias de los contenidos conceptuales (reproducción de significados, transmisión de información)	0	0%	1	7.7%	4	44.4%	0	0%	2	4.4%	7
	I2. La tarea se centra en acciones propias de los contenidos procedimentales (ejecución de acciones, práctica del conocimiento)	2	100%	12	92.3%	5	55.6%	5	100%	44	95.6%	68
S3. Contexto de las tareas	I1. La tarea se desarrolla bajo un contexto personal, el cual se centra en el propio individuo, su familia y su grupo de iguales	2	100%	10	76.9%	7	77.8%	4	80%	16	34.8%	39
	I2. La tarea se desarrolla bajo un contexto laboral, el cual se centra en el mundo laboral	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	5	10.9%	5

S4. Finalidades del proceso matemático	I3. La tarea se desarrolla bajo un contexto social, el cual se centra en la comunidad local, nacional y global	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0
	I4. La tarea se desarrolla bajo un contexto científico-tecnológico, el cual se centra en la aplicación interna de las matemáticas y externa al mundo natural y a cuestiones relacionadas con la ciencia y la tecnología	0	0%	3	23.1%	2	22.2%	1	20%	25	54.3%	31
	I1. La tarea busca leer información explícita en el contenido	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0
	I2. La tarea busca interpretar información	0	0%	1	7.7%	4	44.4%	0	0%	4	8.7%	9
	I3. La tarea busca comparar datos	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0
	I4. La tarea busca aplicar algún procedimiento	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	3	6.5%	3
	I5. La tarea busca representar (tablas, gráficos o pictogramas)	0	0%	1	7.7%	0	0%	0	0%	1	2.2%	2
	I6. La tarea busca completar representaciones (tablas, gráficos o pictogramas)	0	0%	1	7.7%	1	11.1%	1	20%	0	0%	3
	I7. La tarea busca inferir información	0	0%	1	7.7%	3	33.4%	2	40%	17	36.9%	23
	I8. La tarea busca reunir información	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0
	I9. La tarea busca organizar los elementos (teniendo en cuenta el orden o sin tener en cuenta el orden)	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0
	I10. La tarea busca experimentar (solo probabilidad)	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	1	2.2%	1
	I11. La tarea propone dos tipos de finalidades	0	0%	6	46.1%	1	11.1%	1	20%	19	41.3%	27
	I12. La tarea propone tres tipos de finalidades	2	100%	3	23.1%	0	0%	1	20%	1	2.2%	7
TOTAL		2	100%	13	100%	9	100%	5	100%	46	100%	75
S5. Conexiones intra e interdisciplinares	I1. En la tarea se incluyen temas relacionados con otras áreas de conocimiento, como la tecnología, las ciencias, u otras.	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0
	I2. La tarea incluye el desarrollo de más de un pensamiento matemático.	1	50%	3	23.1%	0	0%	1	20%	18	39.1%	23
TOTAL		1	50%	3	23.1%	0	0%	1	20%	18	39.1%	23

Nota. Se distribuyen las tareas propuestas por la editorial 3 para cada grado según los indicadores que constituyen las subcategorías del Análisis Conceptual.

Los resultados obtenidos tras el Análisis Conceptual de la E3-PTA 2.0 se presentan en la Tabla 20. En primera instancia, la *S1-Conceptos relacionados con la temática* evidencia que gran parte de las TME, 48 de las 75 propuestas en esta editorial, corresponden a los temas planteados para la Estadística, excepto el de población y muestra, que no se estudia en ninguno de los grados. Aunque las TME más recurrentes se centran en el eje conceptual de datos, este eje predomina en los grados segundo y cuarto con la totalidad de las TME, 13 y 5, respectivamente.

En segundo lugar, se ubican las MTC y/o Medidas de dispersión, las cuales se enseñan solo en el grado quinto con 18 TME (39.1%) de las 46 planteadas. La media aritmética o promedio corresponde a la medida más enseñada, mientras que la moda se aborda en una sola tarea. Lo cual significa que para la mediana y el rango no se diseñan TME.

Luego, se ubican los eventos seguros, imposibles y posibles con su mayor recurrencia en el grado tercero, 8 TME (88.9%) de las 9 diseñadas. Resta la enseñanza de la probabilidad y los eventos aleatorios y/o determinísticos, los cuales se hacen presentes en exclusiva en el grado quinto con 9 (19.6%) y 2 (4.4%) TME respectivamente; y las combinaciones, cuya enseñanza se limita al grado primero, con 1 TME (50%) de las 2 planteadas. Asimismo, las *permutaciones* no se abordan en ninguno de los grados.

Si bien es cierto, tanto la Estadística como la Probabilidad son esenciales para la formación de ciudadanos competentes. En la E3-P también se promueven con mayor incidencia las competencias relacionadas con la recolección y análisis de datos, mientras que los elementos y conceptos probabilísticos se relegan en gran parte hacia los últimos grados.

En segunda instancia, para la *S2-Clasificación de los contenidos*, se identifica que en todos los grados sobresalen las TME de tipo procedimental, con un total de 68 TME de las 75 diseñadas por esta editorial. Las 7 TME restantes son de tipo conceptual y se distribuyen entre el grado

segundo, 1 TME (7.7%) de las 13; el grado tercero, 4 TME (44.4%) de las 9; y el grado quinto, 2 TME (4.4%) de las 46. De esta manera, se evidencia que, aunque en grado tercero predominan las TME procedimentales, también se evidencia un alto porcentaje, un poco menos de la mitad, de TME centradas en identificar la posibilidad de algunos eventos planteados en los enunciados, por lo cual, se consideran de tipo conceptual.

En tercera instancia, la *S3-Contexto de las tareas*, emitió como resultado principal el uso del contexto personal en 39 TME de las 75. Un ejemplo de este contexto está relacionado con datos recopilados de la clase, objetos cotidianos, temas comunes o situaciones propias. Este indicador se ubica como principal en los grados primero, 2 TME (100%), segundo, 10 TME (76.9%) de 13, tercero, 7 TME (77.8%) de 9, y cuarto, 4 TME (80%) de 5.

Por su parte, en el grado quinto prevalecen las TME del contexto científico tecnológico, con 25 TME (54.3%) de las 46. Asimismo, este contexto se destaca como el segundo más recurrente, con 31 TME en esta editorial, y se relaciona con el cálculo de los promedios a partir de datos proporcionados por la tarea o hallados por los mismos estudiantes a partir de la información planteada; y con la construcción de ejercicios propios relacionados con lo anteriormente visto.

Seguido de esto, se ubica el contexto laboral con 5 TME, pertenecientes en su totalidad al grado quinto (10.9%) y relacionadas con exactitud al rol profesional de los bomberos. El contexto restante, correspondiente al social, no se aborda en ninguna TME.

En cuarta instancia, la *S4-Finalidades del proceso matemático* evidencia que gran parte de las TME se enfocan sobre todo en emplear dos finalidades (27 TME de 75), se resalta como primordial en el grado segundo, con 6 TME (46.1%) de 15, y quinto, con 19 TME (41.3%) de 46. La combinación recurrente recae en la aplicación de un procedimiento y la inferencia, con 9 TME. Enseguida, se ubica la pareja de interpretación y aplicación de un procedimiento, con 5 TME.

Principalmente, se promueve la inferencia de situaciones probabilísticas y estocásticas en 18 TME cuando se evalúan en conjunto con otro factor, en 23 TME desde un análisis independiente (I7) y 3 TME en el I12. Esta finalidad se ubica en toda la Educación Básica Primaria y responde a la cantidad de TME que se proponen para que el mismo estudiante plantee tareas con lo enseñado previamente. Dicha finalidad se resalta como principal en el grado cuarto, con 2 TME (40%) de las 5 planteadas.

Asimismo, se ubica en segundo lugar de incidencia la aplicación de procedimientos, la cual se presenta tanto de manera independiente (3 TME) como junto a una (16 TME) o dos finalidades (5 TME) más. En este indicador se ubican las TME que promueven las operaciones básicas o que recurren a la realización de estimación o conteos. Por su parte, la interpretación ocupa el tercer lugar de recurrencia y se promueven 9 TME en el I11 e I2 y 4 TME en el I13. Además, esta finalidad se caracteriza por ser la más usada en el grado tercero, con 4 TME (44.4%) de 9 planteadas para este nivel.

En quinta instancia, la *S5-Conexiones intra e interdisciplinares*, deja como manifiesto la no existencia de TME que se vinculen con otras áreas diferentes a las Matemáticas. Se diseñan 23 TME que relacionan el PA con el Pensamiento Numérico, en cuanto a que se sirve de los conocimientos y procedimientos propuestos por este componente para aplicar operaciones o emplear las fracciones.

En términos generales, todos los grados excepto tercero, proponen TME vinculadas con este pensamiento. A continuación, se especifica la respectiva distribución: el grado primero contiene 1 TME (50%) de 2, el grado segundo 3 TME (23.1%) de 13, el grado cuarto 1 TME (20%) de 5 y el grado quinto 18 TME (39.1%) de 46.

Tabla 21

Análisis Conceptual Editorial 4

Editorial		E4-E										
Grado		TME 1°		TME 2°		TME 3°		TME 4°		TME 5°		TOTAL
S1. Contenidos relacionados con la temática en general	I1. La tarea permite que el estudiante utilice la recolección, organización, representación y/o tratamiento de datos	5	45.4%	6	66.7%	4	30.8%	2	14.3%	11	35.5%	28
	I2. La tarea permite que el estudiante utilice la probabilidad de eventos	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	4	12.9%	4
	I3. La tarea permite que el estudiante utilice eventos aleatorios y/o determinísticos	0	0%	1	11.1%	2	15.4%	0	0%	1	3.2%	4
	I4. La tarea permite que el estudiante utilice combinaciones	0	0%	0	0%	7	53.8%	7	50%	5	16.1%	19
	I5. La tarea permite que el estudiante utilice permutaciones	0	0%	0	0%	0	0%	4	28.6%	6	19.3%	10
	I6. La tarea permite que el estudiante utilice eventos seguros, imposibles y posibles	6	54.5%	2	22.2%	0	0%	1	7.1%	0	0%	9
	I7. La tarea permite que el estudiante utilice las Medidas de Tendencia Central (Moda/Media y Mediana) y las Medidas de Dispersión (Rango)	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	4	12.9%	4
	I8. La tarea permite que el estudiante utilice la población y/o muestra de un conjunto de datos	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0
S2. Clasificación de los contenidos	I1. La tarea se centra en acciones propias de los contenidos conceptuales (reproducción de significados, transmisión de información)	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	1	3.2%	1
	I2. La tarea se centra en acciones propias de los contenidos procedimentales (ejecución de acciones, práctica del conocimiento)	11	100%	9	100%	13	100%	14	100%	30	96.7%	77
S3. Contexto de las tareas	I1. La tarea se desarrolla bajo un contexto personal, el cual se centra en el propio individuo, su familia y su grupo de iguales	4	36.4%	6	66.7%	3	23.1%	7	50%	19	61.3%	39
	I2. La tarea se desarrolla bajo un contexto laboral, el cual se centra en el mundo laboral	0	0%	0	0%	3	23.1%	0	0%	0	0%	3

S4. Finalidades del proceso matemático	I3. La tarea se desarrolla bajo un contexto social, el cual se centra en la comunidad local, nacional y global	0	0%	0	0%	1	7.7%	1	7.1%	5	16.1%	7
	I4. La tarea se desarrolla bajo un contexto científico-tecnológico, el cual se centra en la aplicación interna de las matemáticas y externa al mundo natural y a cuestiones relacionadas con la ciencia y la tecnología	7	63.6%	3	33.3%	6	46.1%	6	42.8%	7	22.6%	29
	I1. La tarea busca leer información explícita en el contenido	0	0%	1	11.1%	0	0%	1	7.1%	0	0%	2
	I2. La tarea busca interpretar información	3	27.3%	2	22.2%	1	7.7%	0	0%	5	16.1%	11
	I3. La tarea busca comparar datos	4	36.4%	0	0%	0	0%	1	7.1%	1	3.2%	6
	I4. La tarea busca aplicar algún procedimiento	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	4	12.9%	4
	I5. La tarea busca representar (tablas, gráficos o pictogramas)	0	0%	1	11.1%	1	7.7%	1	7.1%	0	0%	3
	I6. La tarea busca completar representaciones (tablas, gráficos o pictogramas)	2	18.2%	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	2
	I7. La tarea busca inferir información	0	0%	0	0%	0	0%	1	7.1%	4	12.9%	5
	I8. La tarea busca reunir información	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	1	3.2%	1
	I9. La tarea busca organizar los elementos (teniendo en cuenta el orden o sin tener en cuenta el orden)	0	0%	0	0%	3	23.1%	6	42.9%	10	32.3%	19
	I10. La tarea busca experimentar (solo probabilidad)	0	0%	0	0%	1	7.7%	0	0%	1	3.2%	2
S5. Conexiones intra e interdisciplinares	I11. La tarea propone dos tipos de finalidades	1	9%	3	33.3%	4	30.7%	3	21.4%	5	16.1%	16
	I12. La tarea propone tres tipos de finalidades	1	9%	2	22.2%	3	23%	1	7.1%	0	0%	7
	TOTAL	11	100%	9	100%	13	100%	14	100%	31	100%	78
	I1. En la tarea se incluyen temas relacionados con otras áreas de conocimiento, como la tecnología, las ciencias, u otras.	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0
S5. Conexiones intra e interdisciplinares	I2. La tarea incluye el desarrollo de más de un pensamiento matemático.	0	0%	0	0%	1	7.7%	1	7.1%	6	19.3%	8
	TOTAL	0	0%	0	0%	1	7.7%	1	7.1%	6	19.3%	8

Nota. Se distribuyen las tareas propuestas por la editorial 4 para cada grado según los indicadores que constituyen las subcategorías del Análisis Conceptual.

Para la E4-N los resultados destacan en la *S1-Contenidos relacionados con la temática* (Tabla 21) que la recolección, organización, representación y tratamiento de datos está presente en todos los grados, con un total de 28 TME de las 78 propuestas. Principalmente, se evidencia en el grado primero con 5 (45.4%) TME de las 11, y en el grado segundo con 6 (66.7%) TME de las 9.

En cuanto al tratamiento de otros conceptos estadísticos, se evidencia que las MTC y/o Medidas de dispersión, son abordadas solo en el grado quinto con 4 TME de las 31, las cuales se enfocan en el abordaje de la media y el rango. Por su parte, temáticas como la *población y muestra* no se abordan en esta editorial durante la Educación Básica Primaria.

Respecto a las temáticas abordadas en Probabilidad, se observa que las combinaciones se empiezan a abordar desde tercero con 7 (53.8%) TME de las 13 propuestas, luego, siguen en cuarto con 7 (50%) TME de las 14 y finalmente en grado quinto con 5 (16.1%) TME de las 31. Mientras tanto, las permutaciones solo son desarrolladas en el segundo grupo de grados, para cuarto con la propuesta de 4 (28.6%) TME de las 14 y en quinto con 6 (19.3%) TME de las 31.

A su vez, se evidencia que los eventos seguros, imposibles y posibles, tienen mayor desarrollo en el grado primero con 6 (54.4%) TME de las 11 y en segundo con la propuesta de 2 (22.2%) TME de las 9, mientras que en cuarto disminuyen con 1 (7.1%) TME de las 14, lo opuesto a tercero y quinto, en donde no se proponen TME. Mientras tanto, los *eventos aleatorios y determinísticos* sí se presentan en el grado tercero con 2 (15.4%) TME de las 13, y en grado quinto con 1 (3.2%) TME de las 31. A su vez, se evidencia que la probabilidad de eventos se aborda en su mayoría en el grado quinto con 4 (12.9%) TME de las 31.

En relación con la *S2-Clasificación de los contenidos* se detalla que casi la totalidad de las TME se centran en el trabajo de tipo procedimental. En específico, el 100% de las TME en primero, segundo, tercero y cuarto son enfocadas hacia el trabajo práctico del conocimiento, mientras que

en quinto se propone 1 (3.2%) TME para el contenido conceptual de las 31 planteadas para este grado.

Respecto a la *S3-Contexto de las tareas* se resalta a nivel general que predomina el contexto personal en todos los grados, con 39 TME de las 78 abordadas, de las cuales sobresalen principalmente hacia los grados segundo y quinto. Posterior a ello, se ubican las TME que se centran en un contexto científico con el abordaje de 29 TME de las 78, de las cuales se destacan en el grado primero con la propuesta de 7 (63.3%) TME de las 11.

Al contrario, se observa que en el contexto social y laboral disminuyen las TME propuestas. Respecto al contexto social, se presentan TME desde el grado tercero hasta quinto, con un mayor predominio en este último grado, en donde se proponen 5 (16.1%) TME de las 31 abordadas. Mientras que para el contexto laboral solo se evidencian TME en el grado tercero con 3 (23.1%) TME de las 13.

De otro lado, según lo señalado en la *S4-Finalidades del proceso matemático* se muestra que las TME aluden sobre todo a la probabilidad en donde la finalidad más recurrente ocupa 19 TME de las 78, de las cuales se ubican en la organización de elementos teniendo en cuenta el orden o sin tener en cuenta el orden. En segundo lugar, se encuentran las TME que proponen dos finalidades con 16 TME de las 78, de las cuales se encuentran principalmente en la representación de tablas y gráficos, junto con la organización de elementos o la reunión de información.

Por último, se encuentra la *S5-Conexiones intra e interdisciplinarias* en donde se evidencia que en esta editorial no se propone la conexión con otras áreas de conocimiento. Asimismo, se observa que de las 78 TME abordadas, tan solo 8 plantean la relación con otro pensamiento matemático. En este caso, la conexión se realiza con el Pensamiento Numérico desde el grado tercero hasta quinto.

Tras comparar los resultados obtenidos por las cuatro editoriales en cada una de las subcategorías e indicadores, se resume que el concepto más abordado está relacionado con el tratamiento de datos en todos los grados de la Educación Básica Primaria del sector privado y en los grados segundo, cuarto y quinto del sector público. De la misma manera, Vázquez et al. (2019) también evidenciaron en su propuesta el predominio de la Estadística sobre la Probabilidad. Asimismo, se puede considerar que este abordaje prioritario por los ejes estadísticos responde a la alta proporción de Estándares Básicos de Competencias Matemáticas propuestos por el MEN (2006) para este campo del conocimiento, pues se plantean alrededor de dos ítems probabilísticos y siete u ocho estadísticos.

Posteriormente, se ubican las MTC y/o medidas de dispersión, las cuales tienen diferente distribución en la enseñanza en todas las editoriales. La E2-N es la única que cumple con la propuesta realizada por el MEN (2015) para la implementación de este componente estadístico en el currículo de Matemáticas, pues inicia en el grado tercero con la enseñanza de la moda, en grado cuarto se incluye el rango y en el grado quinto se aborda la totalidad de las MTC.

De manera similar, una investigación reportó resultados análogos tras el análisis de TME propuestas en los Libros de Texto de la SEP y de Santillana de México, que este tipo de medidas siguen un patrón progresivo hacia los últimos grados de la educación primaria, pues en el caso de la propuesta mencionada la moda es la primera MTC en enseñarse, continúa la media y finaliza la mediana (Díaz-Levicoy et al., 2020). Semejante a los presentes resultados, donde se comienza con la moda y se finaliza con todas las MTC, pero diferente frente a la medida de dispersión abordada, pues el rango no es enseñado en esas ediciones, en esta propuesta se evidencia en las editoriales del sector privado y en la E4-E del sector público. Además, las tres editoriales restantes (Santillana, PTA 2.0 y Escuela Nueva) no cumplen con las anteriores distribuciones, pues promueven

principalmente la enseñanza de la media y desplazan (a grados posteriores) la enseñanza de la mediana.

Aunque el MEN (2015) menciona que desde el grado tercero en adelante se deben potenciar TME para que los estudiantes reconozcan la población, elaboren encuestas y las apliquen, se afirma que las editoriales del sector privado cumplen a término parcial este planteamiento, pues se presentan algunas TME que lo fortalecen; sin embargo, para las editoriales del sector público no se aborda ninguna TME. Por lo cual, se observa el no cumplimiento con lo mencionado en la política pública y se posibilita la aparición de dificultades frente a la comprensión de estudiar todo un grupo (población) o solo una parte de este (muestra).

Con respecto al otro componente del PA, relacionado con los elementos probabilísticos, las directrices nacionales e internacionales manifiestan la importancia de enseñar todos los grados acerca de inferencias, predicciones, posibilidades e imposibilidades y conceptos básicos de probabilidad (NCTM, 2000; MEN, 2006). En relación con estos planteamientos, todas las editoriales cumplen con la enseñanza de eventos seguros, imposibles y posibles con especial énfasis en el primer grupo de grados de la Educación Básica Primaria, mientras que los eventos aleatorios y determinísticos se priorizan hacia el segundo grupo de grados.

Por otra parte, desde el eje conceptual de Probabilidad, la NCTM (2000) afirma que en la etapa de 3-5 se debe “comprender que la medida de la probabilidad de un suceso puede representarse por un número comprendido entre 0 y 1” (p. 180). Lo cual significa que en estos grados los estudiantes relacionan el hallar la probabilidad con la razón existente entre el número de casos favorables y el número de casos totales del evento, conocida en esta área como regla de Laplace. Este aspecto se ha cumplido a cabalidad por las editoriales del sector privado, pero en las

editoriales del sector público no se evidencia, ya que estas TME se abordan únicamente en el grado quinto.

En el tipo de contenido se percibe que en todas las editoriales existe un predominio por el componente procedimental, relacionado con el quehacer práctico de la Estadística y la Probabilidad. Sin embargo, el MEN (2006) menciona que ambos tipos de contenidos son importantes y complementarios, pues para alcanzar la reflexión y la ejecución de las acciones (contenidos procedimentales) se requiere comprender qué se hace, cómo se hace y las respectivas razones (contenidos conceptuales).

Se entiende que esta distribución responde a la edición que toman las diferentes editoriales, pues las correspondientes al sector público (E3-P y E4-E) plantean únicamente TME, mientras que las del sector privado (E1-S y E2-N) proponen una breve explicación teórica, con un aproximado de una página, de los conceptos y luego se les plantean a los estudiantes las TME para que practiquen lo estudiado. De esta manera, los Libros de Texto de la E1-S y E2-N no están alejados de los planteamientos curriculares nacionales e involucran ambos tipos de contenidos, pero no con una distribución equitativa.

En relación con los contextos propuestos por la OCDE (2012/2013), se encuentra un resultado casi igual en todas las editoriales, pues se dedica gran parte de las TME al contexto personal, relacionado con todos aquellos aspectos cercanos y de interés de los estudiantes; seguido de esto, se encuentra el científico, centrado en situaciones que involucran la Matemática como disciplina, es decir, con algoritmos o procedimientos que son propios del área y tienen sentido allí; después, el laboral, que reúne elementos de diferentes profesiones, y, por último, el social, que integra el conocimiento de diferentes ámbitos de sociedad local o nacional, este último no se aborda en la E3-P.

La investigación realizada por García et al. (2019) obtuvo resultados similares al hallar el contexto personal como el principal de las TME, pues aparece en todos Libros de Texto analizados para ambos sectores. De la misma manera, el contexto científico ocupa el segundo lugar con TME en los cinco primeros grados (1° a 5°) de la editorial privada evaluada. No obstante, para la editorial pública se propone un mayor porcentaje de TME en el contexto laboral que en el contexto científico-tecnológico, estas se abordan desde el grado segundo hacia el final de la Educación Básica Primaria, mientras que en la editorial privada solo en segundo y quinto.

En la presente propuesta, se aborda en el contexto laboral un total de 34 TME distribuidas en todas las editoriales y en algunos de los grados, que con frecuencia la mayoría de las TME se alojan hacia el segundo grupo de grados (cuarto y quinto), donde los estudiantes tienen más edad. A pesar de que se consideren muy jóvenes para tomar una decisión de su vida profesional en el futuro, implementar este tipo de contexto desde temprana edad los capacita en orientación vocacional y desarrollo del pensamiento crítico, tal como lo afirman Reyes y Novoa (2014), quienes mencionan que “la fase inicial del proceso de exploración vocacional debe implementarse desde el grado preescolar o básica primaria, mediante la indagación sobre los gustos, preferencias o habilidades de los estudiantes” (p. 9).

De esta manera, los Libros de Texto de forma paralela a la enseñanza de la Estadística y/o Probabilidad cooperan con la educación vocacional y profesional. Esto a partir de TME que promueven y comparten los diferentes roles ejercidos por las personas en la vida adulta, pues en los enunciados, tablas o gráficos se mencionan a vendedores, bomberos, médicos, cantantes, profesores, fabricantes, ingenieros, economistas, abogados, entre otras profesiones que llegan a motivar al estudiantado.

Por otro lado, desde las finalidades empleadas se identifica que con frecuencia las TME buscan interpretar información de los enunciados planteados. Esta meta se observa principalmente en las tres primeras editoriales. En la E1-S se localiza de manera independiente y agrupada con la acción de completar gráficos, tablas o pictogramas planteados en los mismos Libros de Texto, en la E2-N se une con la aplicación de procedimientos o con la inferencia, caso similar ocurre en la E3-P. Sin embargo, en la E4-E se evidencian finalidades lejanas a las anteriores presentadas, pues esta edición busca promover en mayor instancia la organización de elementos, relacionados con la Probabilidad, el uso de diferentes representaciones y la reunión de información.

Otras investigaciones confirman que la más recurrente es la finalidad de calcular; esta responde a la aplicación de procedimientos u operaciones para dar respuesta a las preguntas planteadas (García et al., 2019). De manera similar, en la presente propuesta también se hace presente este tipo de finalidad, pues se busca encontrar el total de los encuestados, hallar la probabilidad de un evento, realizar comparaciones o establecer los resultados de cada variable según las claves propuestas en el pictograma.

La finalidad correspondiente a la interpretación no se contempla en la investigación propuesta por García et al. (2019), la más cercana se concibe como explicación, definida como la argumentación de los procesos o acciones realizadas. Por su parte, la interpretación en esta propuesta sí responde a la explicación y comprensión de las diferentes representaciones o elementos probabilísticos, pues estas acciones se vinculan con los datos ya planteados en las TME, similar a lo sugerido y encontrado por Pallauta et al. (2023). En cambio, la argumentación concebida anteriormente se eleva hacia un nivel de inferencia, pues el estudiante necesita escribir conclusiones o pautas que no están explícitas en la información propuesta por las TME.

Por el contrario, Díaz-Levicoy (2014) evidenció en su investigación la prevalencia de TME vinculadas con la lectura de información explícita de las representaciones, mientras que en la presente propuesta se plantean solo 25 TME del total de las cuatro editoriales (592 TME). Aunque se espera que la Estadística busque con frecuencia representar datos en tablas, gráficos y pictogramas o completar estas representaciones, se evidencian en la E1-S y E4-P dichas finalidades con un alto grado de incidencia. El caso de completar las representaciones responde también a los resultados de García et al. (2019), quienes también hallan recurrencia en esta finalidad.

Finalmente, las conexiones interdisciplinarias solo existen en la E1-S con el área de Ciencias Naturales. Por su parte, en cuanto al componente intradisciplinar se evidencia en esta propuesta una conexión prioritaria con el Pensamiento Numérico. Asimismo, Carranza y Guerrero (2016) manifiestan que en su investigación también “siempre estuvo presente el pensamiento numérico, por lo que se puede concluir que este pensamiento se relaciona de forma directa y en mayor medida con el pensamiento aleatorio, a comparación con los demás pensamientos” (p. 85).

Razón por la cual, prevalece la relación entre ambos tipos de pensamiento en todas las editoriales. Desde este punto de vista, no se evidencia cumplimiento con la coherencia horizontal propuesta por el MEN (2006), ya que no se establece un vínculo entre los cinco pensamientos matemáticos propuestos por el currículo, por el contrario, se olvidan tres de estos (Métrico, Espacial y Variacional).

El pensamiento numérico en estas TME se manifiesta de diferentes maneras. Algunos de los principales usos se pueden observar a través de: las técnicas de conteo; la noción de fracción; el uso de las operaciones básicas para responder a los totales, las comparaciones de los porcentajes correspondientes en el diagrama circular y en la aplicación de la fórmula para hallar la media y/o mediana; entre otros aspectos importantes.

5.2. Análisis Cognitivo

Para el Análisis Cognitivo se evalúa una subcategoría, cuyos indicadores se encuentran relacionados con las competencias propuestas por el MEN (2006) para el fortalecimiento del área de Matemáticas, pues al implementar dichas acciones se desarrollan habilidades que permitirán a los estudiantes del ahora y ciudadanos del mañana desempeñarse de manera oportuna en su vida académica, personal y laboral. Seguidamente, se exponen los resultados obtenidos por las cuatro editoriales. En la Tabla 22 se resumen los hallazgos de la E1-S.

Tabla 22

Análisis Cognitivo Editorial 1

Editorial		E1-S										
Grado		TME 1°		TME 2°		TME 3°		TME 4°		TME 5°		Total
S1. Competencias matemáticas que desarrolla	I1. La tarea propuesta permite el desarrollo de la competencia resolución de problemas	0	0%	0	0%	1	3.6%	0	0%	1	3%	2
	I2. La tarea propuesta permite el desarrollo de la competencia comunicación	8	30.8%	14	53.8%	11	39.3%	13	41.9%	9	27.3%	55
	I3. La tarea propuesta permite el desarrollo de la competencia razonamiento	6	23%	6	23%	7	25%	8	25.8%	7	21.2%	34
	I4. La tarea propuesta permite el desarrollo de la competencia modelación	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0
	I5. La tarea propuesta permite el desarrollo de la competencia de formulación, comparación y ejercitación de procedimientos y algoritmos	12	46.1%	6	23%	9	32.1%	10	32.3%	16	48.5%	53
TOTAL		26	100%	26	100%	28	100%	31	100%	33	100%	144

Nota. Se distribuyen las tareas propuestas por la editorial 1 para cada grado según los indicadores que constituyen la subcategoría del Análisis Cognitivo.

La Tabla 22 ilustra los resultados para el Análisis Cognitivo. En la *S1-Competencias matemáticas desarrolladas* se denota que la Competencia Matemática más abordada es la comunicación (55 TME de las 144), en particular hacia el grado segundo con 14 (53.8%) TME de las 26 y el grado cuarto con 13 (14.9%) TME de las 31.

Por su parte, la segunda competencia con mayor abordaje es la formulación, comparación y ejercitación de procedimientos y algoritmos (53 TME de 144), la cual predomina en el grado primero con casi la mitad de sus TME (12 de las 26 TME) y en el grado quinto con 16 TME (48.5%) de las 33.

Mientras tanto, la competencia matemática de razonamiento se ubica en el tercer lugar como la más desarrollada, con 34 de las 144 analizadas en esta editorial. En específico, esta competencia se potencia notablemente en el grado cuarto, con 8 (25.8%) TME de las 31. Sin embargo, otras competencias clave en la formación de las Matemáticas demuestran un desarrollo limitado; estas corresponden a la resolución de problemas y a la modelación, en el primer caso, se promueven tan solo 2 TME, una dirigida al grado tercero y la otra para el grado quinto, y en el segundo caso, ninguna TME de este tipo es propuesta en la presente edición.

Desde esta revisión, es inquietante observar que competencias fundamentales como la resolución de problemas y la modelación reciben una atención insuficiente, reflejada en la poca o escasa presencia de TME que fortalezcan dichos aspectos. Esto afecta directamente a la capacidad de los estudiantes, en cuanto a que se les dificulta aplicar lo aprendido en el mundo real, realizar razonamientos o resolver situaciones de manera efectiva; en su conjunto, impide una formación equilibrada del pensamiento matemático.

Tabla 23*Análisis Cognitivo Editorial 2*

Editorial		E2-N										
Grado		TME 1°		TME 2°		TME 3°		TME 4°		TME 5°		Total
S1. Competencias matemáticas que desarrolla	I1. La tarea propuesta permite el desarrollo de la competencia resolución de problemas	1	4.4%	5	8.3%	2	4.6%	4	5.3%	9	9.6%	21
	I2. La tarea propuesta permite el desarrollo de la competencia comunicación	17	73.9%	23	38.3%	18	41.9%	26	34.7%	16	17%	100
	I3. La tarea propuesta permite el desarrollo de la competencia razonamiento	1	4.4%	13	21.7%	9	20.9%	9	12%	17	18.1%	49
	I4. La tarea propuesta permite el desarrollo de la competencia modelación	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0
	I5. La tarea propuesta permite el desarrollo de la competencia de formulación, comparación y ejercitación de procedimientos y algoritmos	4	17.4%	19	31.7%	14	32.6%	36	48%	52	55.3%	125
TOTAL		23	100%	60	100%	43	100%	75	100%	94	100%	295

Nota. Se distribuyen las tareas propuestas por la editorial 2 para cada grado según los indicadores que constituyen la subcategoría del Análisis Cognitivo.

En la Tabla 23 se presentan los resultados correspondientes a la *S1-Competencias matemáticas desarrolladas*, pertenecientes al Análisis Cognitivo. Desde un panorama general, la E2-N propone con mayor recurrencia TME centradas en la competencia de formulación, comparación y ejercitación de procedimientos y algoritmos (125 TME de 295).

A su vez, este indicador concentra la mayor cantidad de TME en el segundo grupo de grados. En grado cuarto se recopilan 36 TME (48%) de las 75 totales y en grado quinto 52 TME (55.3%) de las 94 correspondientes. Esta tendencia puede explicarse por la cantidad de TME relacionadas con el cálculo de probabilidades, la repetición de acciones para hallar medidas

estadísticas como el promedio o el rango y la solución de TME centradas en la aplicación de conceptos previos.

Mientras que, en el primer grupo de grados, se observa que la mayor cantidad de TME están acumuladas en la competencia de comunicación. El grado primero contiene 17 TME (73.9%) de las 23, el grado segundo 23 TME (38.3%) de las 60 y el grado tercero 18 TME (41.9%) de las 43. Esta inclinación refleja la importancia que tiene esta competencia al principio de la educación primaria, pues está directamente vinculada con la construcción, traducción e interpretación de representaciones matemáticas, como gráficos, tablas o diagramas.

En menor medida, se encuentra la competencia de modelación, pues ninguno de los Libros de Texto de esta editorial plantea TME de este tipo. La ausencia de TME enfocadas en esta competencia sugiere una limitación importante de estos materiales, dado que los estudiantes no estarían preparados para aplicar las Matemáticas en contextos reales.

Por otra parte, la resolución de problemas se potencia en solo 21 TME de las 295 propuestas en la E2-N, ya que todos los grados inciden en proponer la menor cantidad de TME para esta competencia. Lo que indica que esta competencia recibe un tratamiento limitado en comparación con las demás. Resulta importante incorporar más TME que desafíen a los estudiantes a enfrentar problemas complejos relacionados con la Estadística y Probabilidad

En cuanto al razonamiento, se diseñaron un total de 49 TME distribuidas por todos los grados de la Educación Básica Primaria así: en el grado primero 1 TME (4.4%), en el grado segundo 13 TME (21.7%), en el grado tercero y cuarto 9 TME (20.9% y 12% respectivamente) y en el grado quinto 17 TME (18.1%). De esta manera, se evidencia un enfoque creciente en los grados superiores, donde se espera que los estudiantes apliquen con mayor frecuencia este tipo de habilidades.

Tabla 24*Análisis Cognitivo Editorial 3*

Editorial		E3-P										
Grado		TME 1°		TME 2°		TME 3°		TME 4°		TME 5°		Total
S1. Competencias matemáticas que desarrolla	I1. La tarea propuesta permite el desarrollo de la competencia resolución de problemas	0	0%	1	7.7%	0	0%	0	0%	9	19.6%	10
	I2. La tarea propuesta permite el desarrollo de la competencia comunicación	1	50%	6	46.1%	3	33.4%	1	20%	4	8.7%	15
	I3. La tarea propuesta permite el desarrollo de la competencia razonamiento	1	50%	1	7.7%	1	11.1%	2	40%	4	8.7%	9
	I4. La tarea propuesta permite el desarrollo de la competencia modelación	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0
	I5. La tarea propuesta permite el desarrollo de la competencia de formulación, comparación y ejercitación de procedimientos y algoritmos	0	0%	5	38.5%	5	55.6%	2	40%	29	63%	41
TOTAL		2	100%	13	100%	9	100%	5	100%	46	100%	75

Nota. Se distribuyen las tareas propuestas por la editorial 3 para cada grado según los indicadores que constituyen la subcategoría del Análisis Cognitivo.

Los resultados correspondientes a la *S1-Competencias matemáticas desarrolladas*, pertenecientes al Análisis Cognitivo de la E3-P se exponen en la Tabla 24. Se identifica que las TME se ubican principalmente en la competencia de formulación, comparación y ejercitación de procedimientos y algoritmos (41 TME de 75). Este indicador se destaca en el grado tercero, con 5 TME (55.6%) de las 9, cuarto con 2 TME (40%) de las 5 y quinto con 29 TME (63%) de las 46.

Sin embargo, para el grado primero no se proponen TME en esta competencia, pues las 2 TME de este grado se ubican en comunicación (50%) y razonamiento (50%). Estas dos competencias se caracterizan porque, en primer lugar, la comunicación se resalta como principal

indicador en el grado segundo, con 6 TME (46.15%) de las 13 y reúne en general un total de 15 TME. En segundo lugar, el razonamiento se aborda en la misma proporción del I5 en el grado cuarto, es decir, 2 TME (40%), además, agrupa un total de 9 TME. Ambas competencias presentan TME en todos los grados de la Educación Básica Primaria.

En cuanto a la competencia de resolución de problemas, se evidencian 10 TME, de las cuales 9 (19.6%) corresponden al grado quinto y 1 (7.7%) al grado segundo. La competencia restante, referente a la modelación, no se concibe en esta editorial, pues ningún grado presente TME que la fortalezca.

Tabla 25*Análisis Cognitivo Editorial 4*

Editorial		E4-E										
Grado		TME 1°		TME 2°		TME 3°		TME 4°		TME 5°		Total
S1. Competencias matemáticas que desarrolla	I1. La tarea propuesta permite el desarrollo de la competencia resolución de problemas	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0
	I2. La tarea propuesta permite el desarrollo de la competencia comunicación	4	36.4%	4	44.4%	6	46.1%	9	64.3%	16	51.6%	39
	I3. La tarea propuesta permite el desarrollo de la competencia razonamiento	0	0%	0	0%	1	7.7%	1	7.1%	5	16.1%	7
	I4. La tarea propuesta permite el desarrollo de la competencia modelación	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0
	I5. La tarea propuesta permite el desarrollo de la competencia de formulación, comparación y ejercitación de procedimientos y algoritmos	7	63.6%	5	55.6%	6	46.1%	4	28.6%	10	32.3%	32
TOTAL		11	100%	9	100%	13	100%	14	100%	31	100%	78

Nota. Se distribuyen las tareas propuestas por la editorial 4 para cada grado según los indicadores que constituyen la subcategoría del Análisis Cognitivo.

En la Tabla 25 se muestran los resultados para la E4-E en donde se resalta que la competencia más abordada corresponde a la comunicación (39 TME de las 78) la cual se ejerce en mayor medida hacia el segundo grupo de grados con más de la mitad de sus TME; específicamente en cuarto con 9 (64.3%) TME de las 14, y en quinto con 16 (51.6%) TME de las 31. Por el contrario, la competencia formulación, comparación y ejercitación de procedimientos y algoritmos se ubica como la segunda más trabajada (32 TME de las 78). Sin embargo, se desarrolla en su mayoría en los primeros grados; en primero con 7 (63.6%) TME de las 11 y en segundo con 5 (55.6%) TME de las 9.

Por otro lado, la competencia matemática menos abordada es el razonamiento con 7 TME de las 78, la cual se propone desde el grado tercero hasta quinto, y se ubica en gran parte en este último grado con 5 (16.1%) TME de las 31. Mientras que las competencias resolución de problemas y modelación no proponen el desarrollo de TME.

A partir de los resultados mostrados por la revisión particular de las cuatro editoriales, se concluye que las Competencias Matemáticas más desarrolladas en las TME corresponden a la formulación, comparación y ejercitación de procedimientos y algoritmos, y, a la comunicación. Mientras que las competencias de razonamiento, resolución de problemas y modelación tienen un abordaje mínimo o nulo.

Esto resalta que las editoriales se orientan principalmente hacia el desarrollo de procedimientos de rutina en donde el estudiante adquiere habilidades para realizar de forma ágil los procesos mecánicos involucrados en las Matemáticas. A su vez, se destaca que en estas ediciones el abordaje del PA está centrado en el fortalecimiento de capacidades relacionadas con la descripción, representación e interpretación de datos; es decir, desde la comunicación matemática en sus diferentes expresiones (simbólicas, gráficas, pictóricas, entre otras).

Lo anterior, no minimiza el desarrollo de estas habilidades, pues la competencia matemática las requiere. Sin embargo, también es indispensable fortalecer competencias de resolución de problemas, razonamiento y modelación, ya que constituyen una parte esencial para *ser matemáticamente competente*. Según el MEN (2006), esto implica que los estudiantes confronten situaciones problemáticas que les permitan practicar lo aprendido.

Como se mencionó, el abordaje de las editoriales es insuficiente para formar estudiantes *matemáticamente competentes*, pues se evidencia una carencia de situaciones que motiven a practicar lo aprendido. A pesar de que las TME propuestas están enfocadas en contextos de su vida personal, en cuanto a gustos y preferencias, no van más allá del uso real de los datos. Al respecto, los Lineamientos Curriculares dispuestos por el MEN (1998) plantean que es necesario que el PA se aproxime a los problemas en donde los estudiantes tengan que revisar la pertinencia de la información, conocer la manera de recogerla, interpretarla y representarla.

Por esto, es importante que el abordaje de las editoriales proponga el manejo de datos en entornos aplicables, como información de los mismos estudiantes y de su contexto, pues, aunque sí se proponen TME, estas son mínimas con respecto a las propuestas de datos previamente planteados. Así, es necesario desarrollar TME en la que los estudiantes experimenten con los datos y vayan más allá de la interpretación, sin dejar de lado la aleatoriedad.

5.3. Análisis de Instrucción

El Análisis de Instrucción está compuesto de dos subcategorías que permiten identificar el proceso de enseñanza del PA desde lo propuesto y evidenciado en los enunciados plasmados en las TME. Por lo cual, se evalúa el nivel de dificultad observado desde los planteamientos y los tipos de representaciones empleados. La Tabla 26 reúne los resultados de la Editorial 1 – Santillana.

Tabla 26

Análisis de Instrucción Editorial 1

Editorial				E1-S										
Grado				1°		2°		3°		4°		5°		TOTAL
S1. Tipos de tarea según su dificultad	I1. Tarea de memorización			7	26.9%	8	30.8%	6	21.4%	7	22.6%	10	30.3%	38
	I2. Tarea de procedimientos sin conexión			15	57.7%	13	50%	21	75%	21	67.7%	14	42.4%	84
	I3. Tarea de procedimientos con conexión			4	15.4%	4	15.4%	1	3.6%	3	9.7%	9	27.3%	21
	I4. Tarea de hacer matemáticas			0	0%	1	3.8%	0	0%	0	0%	0	0%	1
S2. Representaciones utilizadas	I1. La tarea presenta enunciados/afirmaciones (Verbales)			2	7.7%	2	7.7%	10	35.7%	11	35.5%	15	45.4%	40
	I2. La tarea presenta enunciados/afirmaciones y representaciones pictóricas			12	46.1%	13	50%	15	53.6%	8	25.8%	7	21.2%	54
	I3. La tarea presenta enunciados/afirmaciones y representaciones icónicas			1	3.8%	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	1
	I4. La tarea presenta enunciados/afirmaciones y representaciones tabulares			3	11.5%	3	11.5%	1	3.6%	4	12.9%	1	3%	12
	I5. La tarea presenta enunciados/afirmaciones y representaciones simbólicas			0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0
	I6. La tarea presenta enunciados/afirmaciones y representaciones gráficas			3	11.5%	3	11.5%	2	7.1%	8	25.8%	9	27.3%	25
	I7. La tarea presenta enunciados/afirmaciones y representaciones concretas			3	11.5%	1	3.8%	0	0%	0	0%	0	0%	4
	I8. La tarea presenta enunciados/afirmaciones y dos tipos de representaciones			3	11.5%	4	15.4%	0	0%	0	0%	1	3%	8
	I9. La tarea presenta enunciados/afirmaciones y tres tipos de representaciones			0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0
TOTAL				27	100%	26	100%	28	100%	31	100%	33	100%	144

Nota. Se distribuyen las tareas propuestas por la editorial 1 para cada grado según los indicadores que constituyen las subcategorías del

Análisis de Instrucción.

En la Tabla 26 se muestran los resultados para la *S1-Tipos de tareas según su dificultad*, la cual evidencia que más de la mitad de las TME se ubican en tareas de procedimientos sin conexión con un total de 84 de las 144 TME abordadas, de las cuales se concentran en mayor medida hacia el grado tercero con 21 TME (75%) de las 28 desarrolladas y en grado cuarto con 21 TME (67.7%) de las 31. A su vez, se evidencia que el segundo lugar lo ocupan las tareas de memorización con 38 TME de las 144, las cuales se proponen en todos los grados de la Educación Básica Primaria con una distribución aproximada de entre 6 a 10 TME por grado.

Estos resultados obedecen a que la mayor parte de las TME involucran procesos rutinarios que requieren un bajo nivel de comprensión matemática, pues los estudiantes tienden a replicar lo aprendido en las unidades del Libro de Texto de manera repetitiva y mecánica, lo que limita su capacidad para utilizar los conocimientos en contextos reales y aplicar los conceptos de manera más profunda.

Con respecto al *S2-Representaciones utilizadas* los resultados indican que la mayor parte de las TME proponen el empleo de afirmaciones y representaciones pictóricas (54 de las 144 TME), sobre todo para el primer grupo de grados en alrededor de la mitad de sus TME. Seguidamente, se ubican las TME que utilizan representaciones verbales con 40 de las 144, de las cuales se encuentran en mayor medida en el grado quinto con 15 (45.4%) TME de las 33 abordadas.

En este sentido, mientras que en el primer grado se priorizan las representaciones pictóricas, en el segundo grupo de grados las TME se enfocan en las representaciones verbales y gráficas. Lo anterior demuestra que en los primeros grados se facilita el aprendizaje del PA mediante medios visuales, mientras que en los dos últimos grados hay un avance hacia las representaciones más complejas, por ejemplo, los gráficos de barras.

Tabla 27

Análisis de Instrucción Editorial 2

Editorial				E2-N										
Grado				1°		2°		3°		4°		5°		TOTAL
S1. Tipos de tarea según su dificultad	I1. Tarea de memorización			3	13%	25	41.6%	6	14%	24	32%	25	26.6%	83
	I2. Tarea de procedimientos sin conexión			15	65.2%	22	36.7%	31	72%	47	62.7%	46	48.9%	161
	I3. Tarea de procedimientos con conexión			5	21.8%	12	20%	6	14%	4	5.3%	22	23.4%	49
	I4. Tarea de hacer matemáticas			0	0%	1	1.7%	0	0%	0	0%	1	1.1%	2
S2. Representaciones utilizadas	I1. La tarea presenta enunciados/afirmaciones (Verbales)			6	26.1%	8	13.3%	6	14%	17	22.7%	24	25.5%	61
	I2. La tarea presenta enunciados/afirmaciones y representaciones pictóricas			3	13%	14	23.3%	18	41.9%	24	32%	8	8.5%	67
	I3. La tarea presenta enunciados/afirmaciones y representaciones icónicas			0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0
	I4. La tarea presenta enunciados/afirmaciones y representaciones tabulares			2	8.7%	8	13.3%	2	4.6%	6	8%	11	11.7%	29
	I5. La tarea presenta enunciados/afirmaciones y representaciones simbólicas			1	4.4%	3	5%	5	11.6%	12	16%	24	25.5%	45
	I6. La tarea presenta enunciados/afirmaciones y representaciones gráficas			2	8.7%	16	26.7%	7	16.3%	13	17.3%	20	21.3%	58
	I7. La tarea presenta enunciados/afirmaciones y representaciones concretas			0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0
	I8. La tarea presenta enunciados/afirmaciones y dos tipos de representaciones			8	34.7%	11	18.4%	4	9.3%	3	4%	7	7.4%	33
	I9. La tarea presenta enunciados/afirmaciones y tres tipos de representaciones			1	4.4%	0	0%	1	2.3%	0	0%	0	0%	2
TOTAL				23	100%	60	100%	43	100%	75	100%	94	100%	295

Nota. Se distribuyen las tareas propuestas por la editorial 2 para cada grado según los indicadores que constituyen las subcategorías del

Análisis de Instrucción.

En la Tabla 27 se exhiben los resultados obtenidos al evaluar las TME de la E2-N con las subcategorías que propone el Análisis de Instrucción. En primer lugar, la *S1-Tipos de tareas según su dificultad* evalúa el nivel de complejidad expresado desde la planeación de cada una de las TME. A partir de los datos recopilados, se puede observar que las tareas de procedimiento sin conexión son las más recurrentes, con 161 TME de las 295, lo cual equivale a un poco más de la mitad del total de TME.

Este indicador está presente en todos los grados y se caracteriza por ser el que reúne la mayor cantidad de TME, excepto en el grado segundo, donde la prevalencia está en las tareas de memorización, con 25 TME (41.6%) de las 60 planteadas. De igual modo, este indicador se establece como el segundo más recurrente, con 83 TME de las 295. Por lo cual, se concluye que la mayor parte de TME de la E2-N se ubican en un nivel de dificultad bajo.

De manera que, en este indicador, los estudiantes aplican procedimientos mecánicos explicados y ejercitados antes, por lo cual la instrucción no incita a realizar una comprensión profunda de los conceptos abordados o una conexión con otros aspectos. Por ejemplo, las TME buscan hallar las MTC y/o Medidas de dispersión, encontrar la probabilidad de eventos, interpretar tablas y gráficos con datos establecidos en el mismo enunciado, entre otras acciones.

En segundo lugar, la *S2-Representaciones utilizadas* arroja como resultado la prevalencia de TME que vinculan la representación verbal y la representación pictórica, con 67 TME de las 295; recurrentes también en los grados tercero, 18 TME (41.9%) de las 43, y cuarto, 24 TME (32%) de las 75. Seguidamente, el indicador de representaciones verbales se posiciona en el segundo lugar de recurrencia con 61 TME de las 295; en el grado quinto se resaltan por ser las más empleadas, 24 TME (25.5%) de las 94.

Tabla 28

Análisis de Instrucción Editorial 3

Editorial				E3-P										
Grado				1°		2°		3°		4°		5°		TOTAL
S1. Tipos de tarea según su dificultad	I1. Tarea de memorización			0	0%	1	7.7%	4	44.4%	0	0%	6	13%	11
	I2. Tarea de procedimientos sin conexión			1	50%	9	69.2%	5	55.6%	3	60%	33	71.8%	51
	I3. Tarea de procedimientos con conexión			1	50%	3	23.1%	0	0%	2	40%	7	15.2%	13
	I4. Tarea de hacer matemáticas			0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0
S2. Representaciones utilizadas	I1. La tarea presenta enunciados/afirmaciones (Verbales)			0	0%	3	23.1%	4	44.4%	1	20%	18	39.1%	26
	I2. La tarea presenta enunciados/afirmaciones y representaciones pictóricas			0	0%	1	7.7%	1	11.1%	0	0%	4	8.7%	6
	I3. La tarea presenta enunciados/afirmaciones y representaciones icónicas			0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0
	I4. La tarea presenta enunciados/afirmaciones y representaciones tabulares			0	0%	1	7.7%	0	0%	0	0%	2	4.4%	3
	I5. La tarea presenta enunciados/afirmaciones y representaciones simbólicas			1	50%	0	0%	1	11.1%	0	0%	14	30.4%	16
	I6. La tarea presenta enunciados/afirmaciones y representaciones gráficas			0	0%	5	38.5%	0	0%	2	40%	7	15.2%	14
	I7. La tarea presenta enunciados/afirmaciones y representaciones concretas			0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0
	I8. La tarea presenta enunciados/afirmaciones y dos tipos de representaciones			1	50%	1	7.7%	3	33.4%	2	40%	1	2.2%	8
	I9. La tarea presenta enunciados/afirmaciones y tres tipos de representaciones			0	0%	2	15.3%	0	0%	0	0%	0	0%	2
TOTAL				2	100%	13	100%	9	100%	5	100%	46	100%	75

Nota. Se distribuyen las tareas propuestas por la editorial 3 para cada grado según los indicadores que constituyen las subcategorías del

Análisis de Instrucción.

La Tabla 28 resume los hallazgos alcanzados por el Análisis de Instrucción de la E3-P. En primera instancia, la *S1-Tipos de tareas según su dificultad*, arroja como respuesta que el indicador que predomina en esta editorial corresponde a las tareas de procedimientos sin conexión (51 TME de 75), las cuales están presentes en todos los grados y se caracterizan por ser las principales.

El indicador correspondiente a las tareas de procedimientos con conexión ocupa el segundo lugar de recurrencia y reúne un total de 13 TME, repartidas en los grados: primero, 1 TME (50%) de 2, el cual presenta una distribución equitativa entre este indicador y el presentado antes; segundo, 3 TME (23.1%) de 13; cuarto, 2 TME (40%) de 5; y quinto 7 TME (15.2%) de 46.

En seguida, se ubican las tareas de memorización (11 TME), distribuidas en los grados segundo, 1 TME (7.7%), tercero, 4 TME (44.4%), y quinto, 6 TME (13%). Mientras que las tareas orientadas a hacer matemáticas, las cuales representan el nivel más elevado de dificultad y requieren un enfoque activo en la construcción de nuevos conocimientos, no se propician en esta editorial. Pese a que las TME del I3 sobresalen en relación con las del I2, la prevalencia de TME en la E3-P se encuentra en un nivel bajo de dificultad. La falta de TME con un nivel alto de complejidad tiene un impacto en la adquisición de competencias matemáticas avanzadas.

En segunda instancia, la *S2-Representaciones utilizadas* demuestran que predominan las representaciones verbales (26 TME) y simbólicas (16 TME) en esta editorial, dada la cantidad de TME que se componen únicamente con instrucciones que indican la finalidad a realizar o con números para hallar las MTC y/o Medidas de dispersión o las probabilidades. Las representaciones verbales se usan en el grado segundo, 3 TME (23.1%), tercero, 4 TME (44.4%), cuarto, 1 TME (20%), y quinto, 18 TME (39.1%). Mientras que las representaciones verbales y simbólicas en el grado primero, 1 TME (50%), tercero, 1 TME (11.1%) y quinto, 14 TME (30.4%).

Tabla 29

Análisis de Instrucción Editorial 4

Editorial		E3-P										
Grado		1°		2°		3°		4°		5°		TOTAL
S1. Tipos de tarea según su dificultad	I1. Tarea de memorización	3	27.3%	0	0%	2	15.4%	2	14.3%	3	9.7%	10
	I2. Tarea de procedimientos sin conexión	7	63.6%	8	88.9%	6	46.1%	9	64.3%	24	77.4%	54
	I3. Tarea de procedimientos con conexión	1	9%	1	11.1%	5	38.5%	3	21.4%	4	12.9%	14
	I4. Tarea de hacer matemáticas	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0
S2. Representaciones utilizadas	I1. La tarea presenta enunciados/afirmaciones (Verbales)	6	54.5%	2	22.2%	6	46.1%	8	57.1%	16	51.6%	38
	I2. La tarea presenta enunciados/afirmaciones y representaciones pictóricas	0	0%	0	0%	0	0%	3	21.4%	2	6.4%	5
	I3. La tarea presenta enunciados/afirmaciones y representaciones icónicas	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0
	I4. La tarea presenta enunciados/afirmaciones y representaciones tabulares	0	0%	1	11.1%	1	7.7%	1	7.1%	4	12.9%	7
	I5. La tarea presenta enunciados/afirmaciones y representaciones simbólicas	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	1	3.2%	1
	I6. La tarea presenta enunciados/afirmaciones y representaciones gráficas	1	9%	0	0%	1	7.7%	0	0%	7	22.6%	9
	I7. La tarea presenta enunciados/afirmaciones y representaciones concretas	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0
	I8. La tarea presenta enunciados/afirmaciones y dos tipos de representaciones	4	36.4%	6	66.7%	5	38.5%	2	14.3%	1	3.2%	18
	I9. La tarea presenta enunciados/afirmaciones y tres tipos de representaciones	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0
TOTAL		11	100%	9	100%	13	100%	14	100%	32	100%	78

Nota. Se distribuyen las tareas propuestas por la editorial 4 para cada grado según los indicadores que constituyen las subcategorías del

Análisis de Instrucción.

La Tabla 29 expone los resultados encontrados para la editorial E4-E en la *S1* y *S2*. En primer lugar, se observa en la *S1-Tipos de tareas según su dificultad* que en su mayoría las TME se concentran en un nivel de demanda cognitiva bajo, pues de las 78 TME 54 de estas son enfocadas en tareas de procedimientos sin conexión, lo cual se refleja en todos los grados con aproximadamente más de la mitad de su TME a excepción del grado tercero que se encuentra por debajo de la mitad. A diferencia de lo anterior, se evidencia que para las tareas de procedimientos con conexión tan solo se proponen 14 TME de las 78 y se concentran desde tercero a quinto.

Desde estos resultados, se constata la carencia de TME centradas en niveles de demanda cognitiva altos, lo cual dificulta el desarrollo de experiencias de aprendizaje significativas para dar sentido a la Matemática y a los conceptos que se aprenden. Esto podría limitar a los estudiantes a conectar los conceptos matemáticos con su aplicación práctica, pues como se observa, las TME propuestas se enfocan en actividades de memorización y de rutina.

En segundo lugar, desde los resultados de la *S2-Representaciones utilizadas* se resalta que la representación más utilizada es la de enunciados/afirmaciones verbales (38 TME de 78), principalmente en el segundo grupo de grados con más de la mitad de las TME propuestas. Mientras tanto, las TME que involucran dos tipos de representaciones se sitúan como las segundas más utilizadas, con un total de 18 TME de 78. Estas se presentan con la combinación de la representación tabular y gráfica en todos los grados, a excepción del grado quinto, que propone la unión de la representación pictórica y tabular.

A partir de los resultados evidenciados en la *S1-Tipos de tareas según su dificultad* en el recorrido de cada editorial se establece que las TME presentan un nivel de demanda cognitiva bajo, pues en su mayoría se ubican en un nivel de procedimientos sin conexión. Estos resultados se alinean con investigaciones previas que demostraron que Libros de Texto de Turquía, Venezuela,

Nicaragua, Indonesia y Estados Unidos contienen TME con un nivel de dificultad bajo, donde se abordan principalmente las tareas de procedimiento sin conexión (Özgeldiy Esen, 2010; Salcedo y Ramírez, 2016; Yang y Sianturi, 2019; Salcedo et al., 2021).

Esto indica que las propuestas de los Libros de Textos priorizan la práctica de algoritmos o conceptos estudiados en las unidades. Sin embargo, este abordaje puede restringir el desarrollo de un pensamiento más profundo en la comprensión matemática, pues no alcanza niveles más altos en los que los estudiantes conecten los conceptos con la práctica real.

En este sentido, para un desarrollo profundo del PA es necesario que los Libros de Texto permitan a los estudiantes explorar los conceptos mediante experiencias de aprendizaje que superen la repetición de pasos previos vistos en las unidades. En este caso, la labor del profesor es indispensable para complementar las TME que traen los Libros de Textos, ya que esto permitirá acceder a experiencias enriquecedoras. Según Stein et al. (2000), el nivel de profundización puede analizarse desde la manera en que el profesor formula y pone en práctica las TME dentro del aula, puesto que este es un factor que influye en el desarrollo de propuestas desafiantes.

En cuanto a la S2 se evidencia que las representaciones utilizadas comúnmente en todas las editoriales son las verbales. Asimismo, desde una revisión detallada, se observa que las editoriales privadas utilizan en mayor medida las representaciones pictóricas, mientras que las ediciones públicas comparten el uso de las representaciones gráficas.

Desde estos resultados, se observa que las ediciones privadas realizan un tránsito de lo pictórico a lo simbólico, ya que en el primer grupo de grados se utilizan representaciones pictóricas y en el segundo grupo se ve un avance hacia lo simbólico, gráfico y tabular. Mientras tanto, la propuesta de las ediciones públicas no lo plantea de esta forma, pues desde el primer grupo de grados se presentan representaciones gráficas y tabulares desde una perspectiva abstracta.

Aunque en investigaciones previas no se considera la distribución minuciosa establecida por la presente propuesta, los resultados coinciden con algunos de los hallazgos. Por ejemplo, Yang y Sianturi (2019) confirman que para los Libros de Texto de Estados Unidos se establecen más TME con representaciones visuales, las cuales reúnen gráficos y tablas, dentro de esta categoría se consideran también los pictogramas y las imágenes que ayudan a complementar los enunciados, asimismo, en contraposición se encuentran los resultados relacionados con las representaciones simbólicas, pues para los Libros de Texto de Singapur, Estados Unidos e Indonesia no se presentan TME con información matemática (número u operaciones), mientras que en el presente estudio se plantean un total de 62 TME de las 592.

Desde otro punto de vista, Pallauta et al. (2023) también confirman que la representación más empleada en su estudio es el lenguaje verbal, correspondiente a los enunciados o etiquetas relacionadas con la Probabilidad y Estadística. Tal como se presenta en estos resultados, las representaciones verbales son las segundas más recurrentes y responden a las afirmaciones que indican al estudiantado la acción a realizar en las TME, en efecto solicitan: recoger información, representar datos, escribir los resultados obtenidos de un evento, identificar el espacio muestral, entre otros.

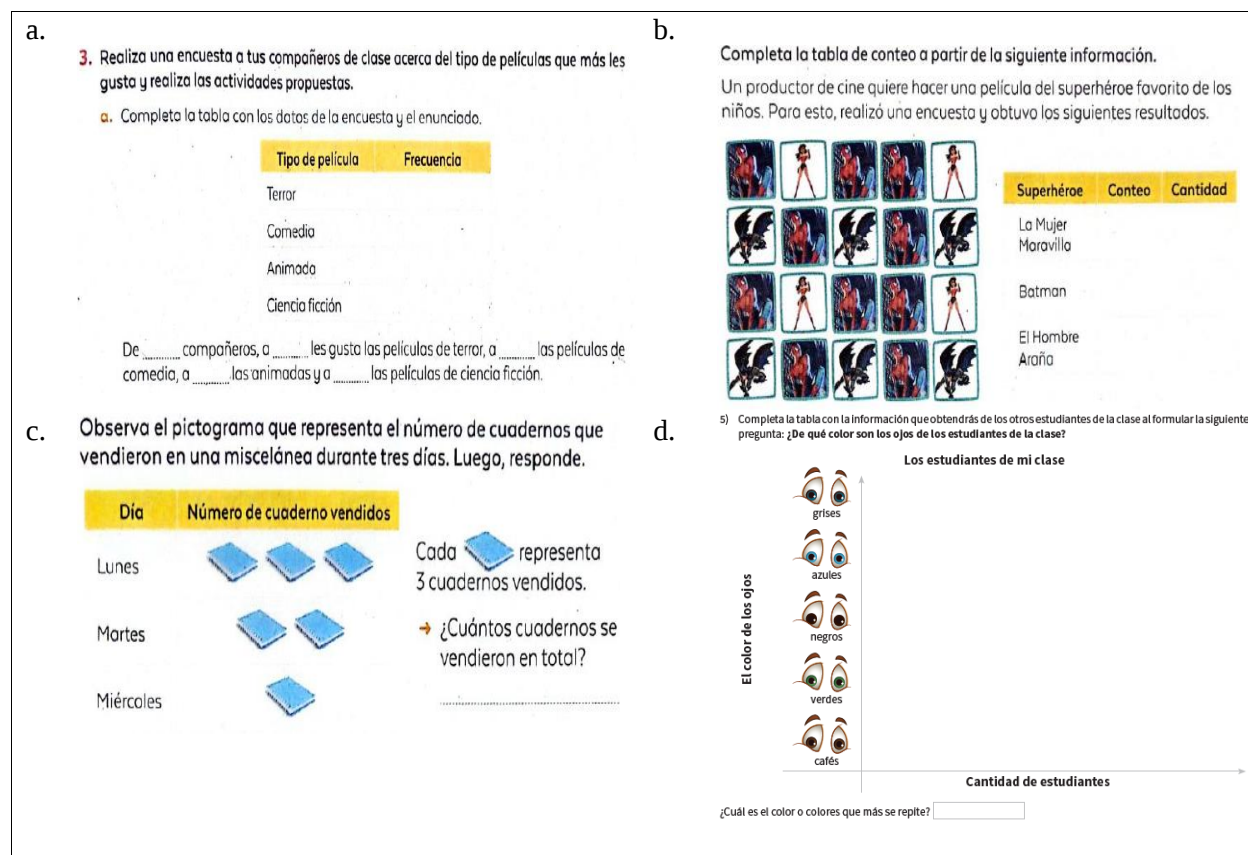
El resultado principal (I2) se debe al uso del lenguaje verbal en las instrucciones emitidas por cada TME y su trabajo en conjunto con las representaciones pictóricas, que responden en la Estadística a los pictogramas, eje conceptual abordado en los cinco grados de la primaria, y a los dibujos animados que complementan el enunciado, pero que cumplen un papel principal en la organización de datos o en la presentación de elementos para encontrar la moda. En cuanto a la Probabilidad se evidencia también en imágenes cercanas a la realidad, estas ayudan a dar respuesta a eventos posibles, imposibles o seguros de un conjunto de elementos y a organizar las

combinaciones y/o permutaciones, pues los elementos de estos conjuntos son presentados con frecuencia al estudiante como dibujos y no solo con palabras.

Desde la disposición de las instrucciones planteadas en los Libros de Texto, se identifican los diferentes obstáculos didácticos relacionados con la Estadística y la Probabilidad en el nivel de Educación Básica Primaria. Los obstáculos didácticos son definidos como las barreras que surgen del proceso educativo orientado por la enseñanza y el aprendizaje de los diferentes ejes conceptuales abordados en el aula, en las lecciones o en los materiales empleados (Brousseau, 1983; Godino et al., 2003).

Para la presentación de los obstáculos didácticos encontrados en las cuatro editoriales se han generado dos grandes conjuntos que distribuyen este análisis. Por una parte, en la enseñanza errónea de algunas representaciones planteadas en los Libros de Texto, y, por otra parte, en la extensión, abstracción y complejidad de las explicaciones o enunciados propuestos para indicar los ejes conceptuales o las TME.

En relación con las concepciones erróneas que se plasman en las TME para explicar o aludir a diferentes representaciones, se evidencia que, en primer lugar, en algunas representaciones tabulares no se identifican con claridad o no presentan las divisiones que conforman la estructura de una tabla (conteo, frecuencia o doble entrada) y que permite separar las columnas y las filas para una mejor visualización de los datos. En la Figura 21 se observan ejemplos de dicho obstáculo didáctico.

Figura 21*Tablas sin divisiones como obstáculo didáctico*

Nota. Figura 21.a. TME27L5E1-S (2023, p. 49). Figura 21.b. TME1L2E1-S (2023, p. 41). Figura 21.c. TME7L2E1-S (2023, p. 83). Figura 21.d. TME1L1E3-P (2016, p. 119).

Se considera obstáculo didáctico porque las tablas deben mantener las divisiones de celda para que el estudiante la diligencie correctamente y mantenga la clasificación de los datos, es decir, para que ubique según corresponda el conteo o frecuencia con la categoría respectiva. Estrella (2014) afirma que la representación tabular es un “cuerpo de datos definido en un bloque rectangular interior constituido por un grupo de celdas formadas por la intersección de filas y columnas” (p. 6).

De no cumplirse lo mencionado con anterioridad, se presentaría una dificultad para comparar los datos, organizar la información, realizar interpretaciones o leer literal o de manera

inferencial la tabla. A su vez, la Figura 21d presentada en la instrucción como tabla se asemeja más a un gráfico por la ausencia de las líneas horizontales y verticales que conforman la estructura y permiten escribir los datos dentro de las celdas correspondientes. La disposición de esta TME podría ocasionar una dificultad en los estudiantes frente a la percepción, apropiación y manejo de este conocimiento.

En segundo lugar, también relacionado con las tablas, se evidencia que algunas de las TME de la E3-P no presentan encabezados ni los respectivos espacios para que el estudiante lo complete. Es decir, la disposición de las tablas en el Libro de Texto no cuenta con las celdas que contienen información acerca de la variable trabajada y de la recolección de los datos. En la Figura 22 se expone un ejemplo.

Figura 22

Tabla sin encabezados como obstáculo didáctico

1. Representa la información recolectada usando una tabla de datos.

Caballo		
Conejo		
Gato		
Perro		

Nota. TME12L2E3-P (2016, p. 99)

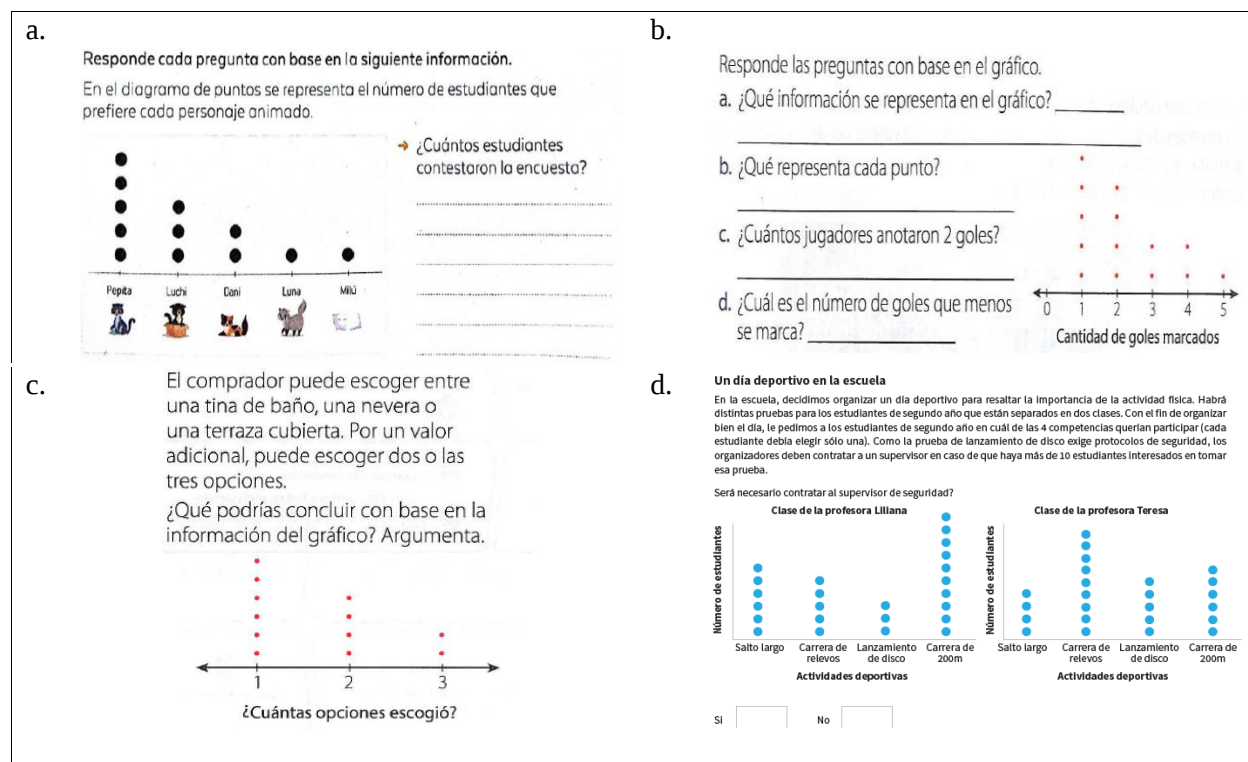
Este tipo de tabla presenta las variables o categorías (en este caso animales) que la TME analiza; sin embargo, no se evidencia con qué tipo de datos debe completar las dos columnas restantes. Por sospecha y con base en tablas presentadas en páginas previas, es posible que el

estudiante ubique en una columna el conteo con representaciones icónicas y en la otra columna el total o frecuencia con representaciones simbólicas. Igualmente, en la Figura 9 (capítulo 2) se evidencia un ejemplo de este obstáculo, pues la estructura planteada solo contiene espacios para completar con las variables y los datos, lo cual no permite escribir los encabezados correspondientes.

A partir de allí, se genera un obstáculo didáctico en la Educación Básica Primaria, pues la información que proporcionan los encabezados es esencial para poder completar la tabla, ya que sin estos el estudiante con dificultad podría organizar los datos según corresponda, dado que las instrucciones de las TME tampoco son claras y no dan cuenta de la información que debe ir en cada espacio. Estrella (2014) afirma que la representación tabular en Estadística especifica en el encabezado el contenido de las columnas, por lo cual se facilita la clasificación y la disposición de los datos.

En tercer lugar, el gráfico de puntos se representa y se explica en los Libros de Texto de primaria de manera incorrecta, pues se expone como un acumulado de puntos individuales ubicados sobre una escala numérica y que dan cuenta del total de cada variable. La manera correcta se concibe al demostrarle a los estudiantes que se señala un único punto situado a la altura de la frecuencia de cada categoría.

Johnson y Kuby (2012) mencionan en su libro que el gráfico de puntos “describe los datos de una muestra al representar cada valor de datos con un punto colocado a lo largo de una escala” (p. 37). La Figura 23 reúne ejemplos de este obstáculo didáctico, el cual es presentado en ambos sectores de la educación. En el sector público se concibe como diagrama de columnas de puntos y tampoco coincide con la respectiva representación denominada así.

Figura 23*Gráfico de puntos como obstáculo didáctico*

Nota. Figura 23.a. TME6L2E1-S (2023, p. 81). Figura 23.b. TME24L2E2-N (2020, p. 163). Figura 23.c. TME28L2E2-N (2020, p. 165). Figura 23.d. TME11L2E3-P (2016, p. 91).

Los ejemplos antes mencionados no corresponden con la representación correcta de un gráfico de puntos, por lo que esta situación se concibe como un obstáculo didáctico a la hora que los estudiantes se enfrenten a la representación real de este tipo de diagrama. Se debe a que en sus saberes está que para el diseño de este tipo de representación se debe colocar un punto sobre una escala numérica para cada uno de los datos y no que se demarca solo la frecuencia de las variables. Esta noción la pueden replicar en la construcción de futuros gráficos, debido a que su enseñanza no fue oportuna. Además, el obstáculo planteado en estas ediciones de Libros de Texto de Educación Básica Primaria radica en la manera en la que es presentado el gráfico de puntos en los

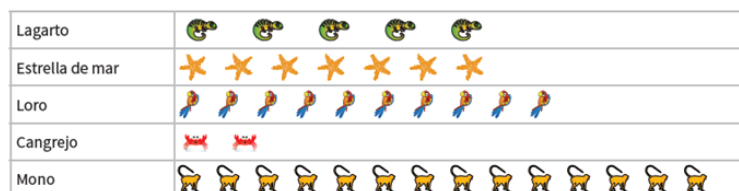
libros teóricos (por ejemplo, Kelmansky, 2009; Triola, 2018), pues desde allí se fomenta una comprensión errónea de este tipo de representación.

En cuarto lugar, se evidencia una distribución no equitativa con respecto a una TME del sector público rural que aborda la noción de pictograma. En la Figura 24 se evidencia que este obstáculo didáctico da cuenta de una desproporción planteada en esta representación, ya que visualmente la extensión de los dibujos presentados en la variable de lagarto y de estrella de mar hace parecer que presentan la misma frecuencia, sin embargo, no es así.

Figura 24

Pictograma como obstáculo didáctico

Observa el gráfico de pictogramas que resultó de preguntarle a 38 personas: Entre lagarto, estrella de mar, loro, cangrejo y mono, ¿cuál es tu animal preferido?



- a) ¿Cuántas personas eligieron la estrella de mar?
- b) ¿Cuántas personas eligieron el lagarto?
- c) ¿Cuántos votos más recibió la estrella de mar que el lagarto?
- d) ¿Cuál es el animal más popular?
- e) ¿Cuál es el animal menos popular?

Nota. TME10L2E3-P (2016, p. 90)

Los estudiantes que vayan a dar respuesta a esta TME se van a enfrentar a un obstáculo que imposibilitará la interpretación correcta de los datos, la realización de comparaciones y la comprensión de las claves. Además, no emplear la misma representación pictórica y la misma distribución en cada una de las variables puede ocasionar una falsa percepción del valor representado, puesto que podrían creer que cada imagen tiene un valor diferente y que este es dependiente de su extensión. Tal como lo afirma Triola (2018), que existen gráficas diseñadas para engañar al ojo humano, pues no se trazan justamente o con objetividad. Por lo cual es importante

capacitar a los estudiantes para que asuman una postura crítica frente a lo que se les presenta en los Libros de Texto.

Con respecto a la dificultad inmersa en las propias instrucciones o explicaciones brindadas en los Libros de Texto se encuentra, en quinto lugar, la complejidad del paso a paso descrito por las editoriales privadas para realizar un gráfico circular. En la Figura 25 se observa la extensión planteada para estudiantes de quinto grado de ambas editoriales.

Figura 25

Explicación para la realización de un gráfico circular como obstáculo didáctico

a.

Explicación

En una heladería venden paletas de limón y naranja. En la tarde del domingo se vendieron 40 paletas: 10 de naranja y las demás de limón. Como el dueño de la heladería quería comparar la cantidad de helados de naranja vendidos respecto al total, elaboró el diagrama de la figura. Observemos que para determinar el sector circular que representa el número de helados de limón hallamos la medida del ángulo central x , de manera que la razón de esta medida a 360° sea igual a la razón del número de personas que compraron helado de limón respecto al total.

Es decir, se halla de la proporción $\frac{x}{360} = \frac{10}{40}$, de donde $x = 90^\circ$. Además, las 10 paletas de naranja corresponden a $\frac{1}{4}$ de 40, es decir, 25 % de las paletas vendidas y las 30 de limón a $\frac{3}{4}$ o 75 % de las paletas vendidas.

Un **diagrama circular** es una representación de datos en un círculo dividido en sectores tal que los valores mostrados y las áreas de los sectores usados para representarlos son directamente proporcionales. Son de utilidad cuando quiere compararse cada parte con el total de la información.

Paletas vendidas

■ Limón ■ Naranja

¿Para qué sirve?

Los diagramas circulares se utilizan en los casos en que no solamente se desea mostrar la frecuencia de una característica, sino que puede visualizarse la proporción en la que aparece.

b.

Construyamos un **diagrama circular**, teniendo en cuenta la tabla que muestra el deporte favorito de 30 estudiantes.

Para realizar el diagrama circular utilizamos una tabla de frecuencias en la que, agregamos una nueva columna, la cual corresponderá al porcentaje que le pertenece a cada opción de respuesta.

Deporte	Frecuencia	Porcentaje
Fútbol	9	$\frac{9}{30} = \frac{3}{10} = \frac{30}{100} = 30\%$
Voleibol	6	$\frac{6}{30} = \frac{2}{10} = \frac{20}{100} = 20\%$
Baloncesto	3	$\frac{3}{30} = \frac{1}{10} = \frac{10}{100} = 10\%$
Natación	12	$\frac{12}{30} = \frac{4}{10} = \frac{40}{100} = 40\%$

Como el área completa del círculo corresponde al 100%, dividimos el círculo en 10 partes iguales, cada una de estas partes equivale al 10%.

Luego, coloreamos según la información de la tabla. Por ejemplo, el porcentaje de estudiantes que prefieren el fútbol corresponde al 30%. Por tal motivo, coloreamos tres regiones del círculo del mismo color, en este caso, de azul.

■ Fútbol ■ Voleibol ■ Baloncesto ■ Natación

Nota. Figura 25.a. Explicación Libro de Texto Norma (E2) (2020, p. 106). Figura 25.b.

Explicación Libro de Texto Santillana (E1) (2023, p. 72)

Dichas explicaciones tienden a ser tediosas para un estudiante de grado quinto, pues son demasiado amplias y su concentración puede perderse. En especial, en la Figura 25a se observa que la edición del Libro de Texto asume que el estudiante sabe cómo despejar la proporción hasta hallar que el resultado es $x = 90^\circ$, por lo cual omite este paso a paso en su explicación. Asimismo, se plantea un ejemplo con valores exactos, lo cual fortalece al obstáculo didáctico, de manera que, cuando el estudiante se vea frente a una TME más compleja, tendrá dificultades para solucionarla.

Aunque la Figura 25b es un poco más clara con respecto a la distribución del 100% en un gráfico circular, solo concibe porcentajes exactos y no se articula con lo que el estudiante va a utilizar en grados posteriores, por ejemplo, el uso de los decimales, por lo cual no sentar bases sólidas desde la primaria se considera un obstáculo didáctico. También presentar explicaciones sin precisar, por ejemplo, la amplificación de las fracciones para llegar al denominador 100 se encuentra dentro de esta concepción.

En ambos casos es labor del profesor completar dichos procedimientos en el aula con sus respectivas explicaciones, ya que en el Libro de Texto es muy general, pues como lo conciben Godino et al. (2003) “lo que se debe considerar como recurso didáctico no es el material concreto o visual, sino la situación didáctica integral, que atiende tanto a la práctica como al discurso” (p. 140). Es así como, se aprovecha un obstáculo didáctico para presentar una interacción efectiva y oportuna en el aula, en la que juegan un papel fundamental el profesor, los estudiantes y el Libro de Texto.

De este tipo de explicaciones se desencadenan, en sexto lugar, las TME que no son acordes al grado ni a la edad de los estudiantes. En este obstáculo didáctico se pueden evidenciar aquellas TME que son planteadas con un alto nivel de complejidad y que, por tanto, resulta difícil llegar a su solución. En la Figura 26 se evidencian ejemplos de este tipo.

Figura 26

TME complejas para el grado y edad como obstáculo didáctico

a.

Especies de salamandras

En un refugio hay 5 especies de salamandras. Los siguientes diagramas circulares representan la cantidad de salamandras de cada categoría (especie o género) que hay en el refugio.

Especies de salamandras

Especie	Cantidad
Salamandra de cabeza amarilla	15
Salamandra gigante	$\frac{1}{3}$
Salamandra crestada	20 %
Salamandra leopardo	$\frac{1}{6}$
Salamandra de Madagascar	5 %

Salamandra gigante

■ Machos
■ Hembras 60 %

¿Cuántas salamandras gigantes machos hay?

Respuesta : salamandras gigantes machos

¿Cuál es la salamandra más común?

¿Cuáles son las salamandras menos comunes? y .

b. 2. Hagan el siguiente experimento:

- 🟢 Cada uno, por aparte, lance el par de dados 50 veces.
- 🟢 Completen una tabla en la que registren las sumas obtenidas y el número de veces que caen éstas.

Se escribe el total de puntos que cae en los dados.

Número de veces que cae cada suma	
Suma	Número de veces
2	1
3	
4	

Se coloca cada vez que cae la suma.

c. Resuelve a partir de la siguiente situación.

Mateo está haciendo un espectáculo de ilusionismo y pide sacar un pañuelo de la bolsa en la que solo metió 6 pañuelos amarillos. Marca con un ✓ los pañuelos que son imposibles de sacar.

☐

☐

☐

☐

Nota. Figura 26.a. TME9L5E3-P (2016, p. 40). Figura 26.b. TM38L3E4-E (2010, p. 94). Figura 26.c. TME17L1E1-S (2023, p. 156).

Se conciben como obstáculos didácticos, dado que estas TME no responden al grado correspondiente, por lo cual se aborda un proceso de enseñanza inadecuado. Razón suficiente para generar desmotivación y frustración por parte de los estudiantes frente al PA del área de Matemáticas. De esta manera, se afirma que la práctica pedagógica y didáctica implementada en los Libros de Texto no es la correcta.

En la Figura 26a se proponen para quinto grado diferentes expresiones del lenguaje matemático (cantidad, fracción y porcentaje). Aunque la TME responda al grado más alto de la Educación Básica Primaria, el estudiante puede enfrentarse a la barrera de comparar estos números sin percatarse de que se deben convertir a una misma expresión para ser relacionados, o de no conocer el procedimiento pertinente para llegar a esta respuesta. Dado que en ocasiones darle respuesta a una TME referente a un gráfico implica tener conocimiento previo de otro tipo de pensamientos o ciencias que emergen del mismo (Batanero y Godino, 2003). En este caso, para solucionar la TME se requiere identificar primero a qué cantidad corresponde la fracción planteada por la variable salamandra gigante y, posteriormente, hallar el 40% de este valor.

En la Figura 26b se considera excesivo que un niño de tercero lance los dados 50 veces y apunte los resultados. Además, en la Figura 26c se evidencia que la extensión de la instrucción se convierte en un obstáculo para un estudiante de primero, también el proceso de abstracción que implica que el estudiante comprenda la cantidad de seis pañuelos amarillos y relacione este aspecto con la imposibilidad de los demás colores, esta indicación solo verbal puede dificultar la comprensión de los estudiantes.

En séptimo lugar, algunos de los enunciados planteados en las TME tienden a ser muy amplios, hasta tal punto de no requerir con exactitud aquello que los estudiantes deben completar o realizar. Ejemplos de este obstáculo didáctico son citados en la Figura 27.

Figura 27*Instrucciones amplias como obstáculo didáctico*

a.

Pienso en una Pregunta de sondeo y represento los resultados.

¿Cuál podría ser la pregunta?

Título:

b.

6. Hagan encuestas entre los compañeros y compañeras de otros cursos y con los datos elaboren tablas y gráficas. Háganles preguntas como:

-  ¿Cuál es el deporte que más te gusta?
-  ¿Cuántos hermanos tienes?
-  Sugieran otras preguntas para sus encuestas.

Nota. Figura 27.a. TME8L2E3-P (2016, p. 90). Figura 27.b. TME8L2E4-E (2010, p. 31).

En estas TME se evidencia que se debe plantear una pregunta de sondeo y representar los resultados (Figura 27a), pero en ningún lugar es claro en qué contexto se debe realizar la encuesta y de qué forma (representación tabular, gráfica o pictórica) se deben representar los resultados; de la misma manera, la instrucción *elabore tablas y gráficos* (Figura 27b) es ambigua y posibilita una alta variedad de resultados en el aula.

Godino et al. (2003) menciona que en muchas ocasiones la generalización derivada del quehacer matemático llega a generar dificultades de aprendizaje en los estudiantes. Desde esta perspectiva, los ejemplos antes mencionados se consideran como un obstáculo didáctico, ya que hace falta claridad en las finalidades y objetivos de las TME, lo cual puede generar confusión.

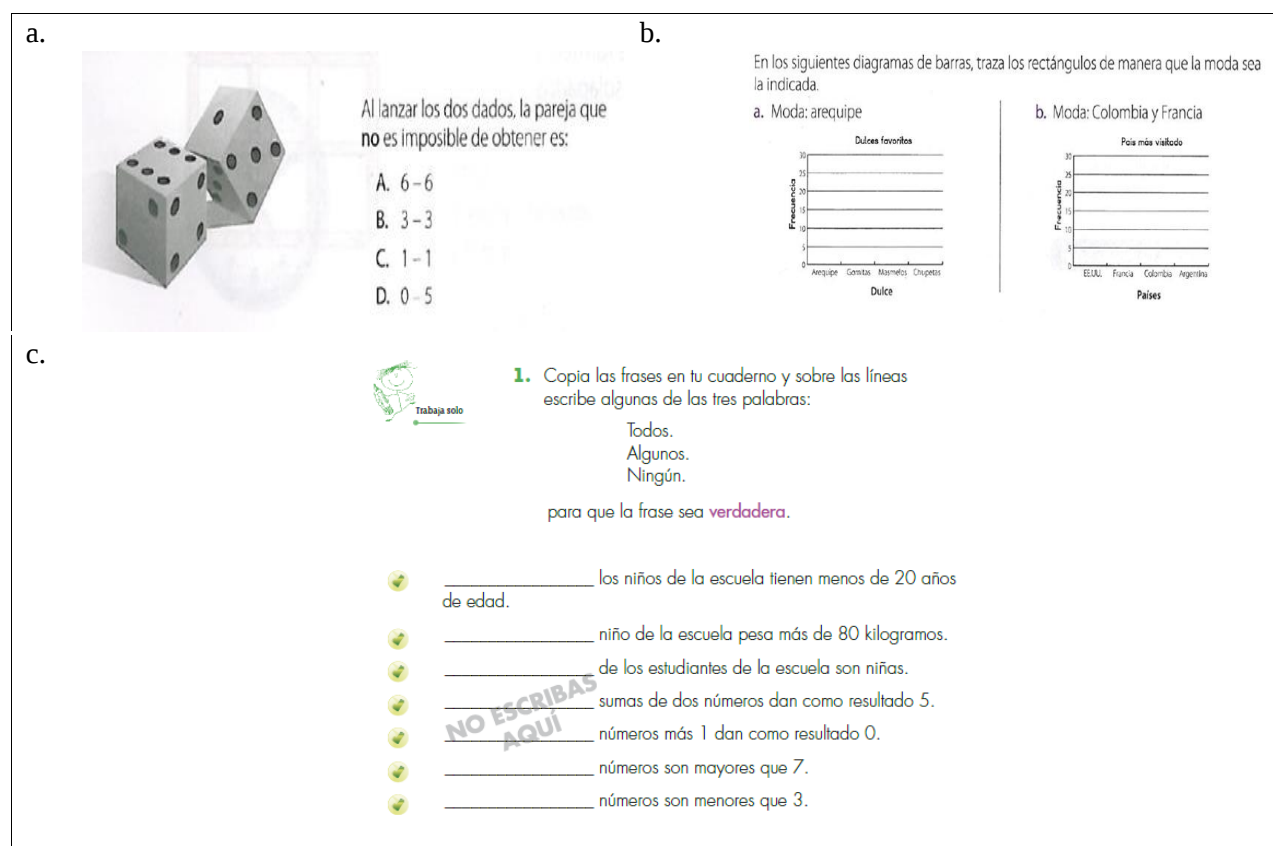
Además, estas instrucciones pueden producir dentro del aula de clase una alta cantidad de interpretaciones, lo que imposibilita la retroalimentación coherente y efectiva por parte del profesor y la ayuda mutua entre compañeros. Pese a que la amplitud del enunciado consigue

despertar la exploración y la creatividad del grupo de niños, visto desde los objetivos trazados por el PA no se observa oportuno, puesto que es necesaria la implementación de representaciones estadísticas conocidas por los estudiantes y no de otro tipo.

El último obstáculo didáctico identificado está ligado al uso incorrecto del lenguaje en las TME, pues se emplean otro tipo de términos para aludir a algo propio de la Estadística o Probabilidad, porque el juego de palabras empleado confunde a los estudiantes y las respectivas respuestas no se corresponden mutuamente. En la Figura 28 se ejemplifican dichas situaciones.

Figura 28

Lenguaje inadecuado como obstáculo didáctico



Nota. Figura 28.a. TME64L4E2-N (2020, p. 126). Figura 28.b. TME37L4E2-N (2020, p. 57).

Figura 28.c. TME9L2E4-E (2010, p. 74).

En la Figura 28a el obstáculo didáctico radica en que la instrucción formula la expresión *no es imposible*. En términos coloquiales, esto hace referencia a aquello que puede lograrse o suceder, por lo cual corresponde con tres de las respuestas descritas (opción a, b y c). Sin embargo, esto no puede ser correcto, pues esta pregunta es planteada según las directrices del ICFES y es de única respuesta. Desde otro punto de vista, para que la opción restante fuera la acertada, la TME debe corregir el error y suprimir el término *no*; de esta manera, la última opción sería la única verídica, ya que un dado no cuenta con número cero.

Frente a la Figura 28b se observa un mal uso del lenguaje propio de la Estadística, pues se nombran rectángulos para aludir a las barras del diagrama. Se concibe como una barrera porque el estudiante se ubicaría en el contexto geométrico y no aleatorio, puesto que las barras en esa TME no cumplen la función de una figura geométrica, dotada de área y perímetro, sino que tiene por objetivo servir en la representación visual de los datos.

Por último, en la Figura 28c también se emplean términos comunes para referirse a conceptos propios de la Probabilidad, en este caso, las palabras *todos*, *algunos* y *ninguno* se pueden emplear siempre y cuando el Libro de Texto o el profesor en el aula efectúe la respectiva relación con los eventos seguros, posibles e imposibles. En este caso, el material didáctico no hace esta conexión y deja incompleta la explicación de este eje probabilístico, lo que a su vez impide la preparación temprana en lenguaje propio del área de estudio. Al lograr realizar la relación, se cumpliría una de las ideas fundamentales propuestas por Batanero (2001), donde se menciona la importancia de cuantificar los sucesos aleatorios, donde se cambian las expresiones ordinarias por valores correspondientes a la escala de la probabilidad.

En síntesis, son concebidos como obstáculos didácticos por el hecho de no propiciar el uso oportuno de términos propios de la Estadística y la Probabilidad, puesto que emplear palabras

comunes y de otro campo de la Matemática o el planteamiento de expresiones que no corresponden con la finalidad de la TME, producen en los estudiantes una confusión y una falta de precisión conceptual, que se puede evitar con la reflexión previa del material propuesto y llevado a clase o con la corrección en el aula acerca de preparación y desarrollo de competencias disciplinares.

Desde la revisión de los obstáculos didácticos, se incluyen los errores de diseño o digitación presentados en las diferentes ediciones analizadas. Para lo cual, se clasifican los errores encontrados de acuerdo con el tamaño, los colores, y las fallas ortográficas. En la Figura 29 se detallan aquellos errores de las TME referidas al tamaño, las cuales no permiten un desarrollo óptimo de los ejercicios por parte de los estudiantes.

Figura 29

TME referidas a errores de tamaño

a.

a. La siguiente información es de una encuesta que se realizó a los niños de grado primero sobre las mascotas que les gustaría tener.

Mascota	Cantidad en niños
Perro	8
Gato	5
	3

→ ¿Cuál es la mascota favorita entre los niños de grado primero?

→ ¿Cuál es la mascota que menos prefieren los niños de grado primero?

b.

5. Revisa lo que está diciendo Francisco, luego, responde.

a. ¿Estás de acuerdo con lo que dice Francisco? ☐ Sí ☐ No

b. ¿Por qué?

Nota. Figura 29.a. TME11L1E1-S (2023, p. 82). Figura 29.b. TME19L1E1-S (2023, p. 157).

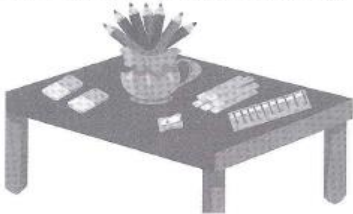
En la Figura 29a se evidencia que los tamaños de las representaciones pictóricas se convierten en un error de diseño de la edición del Libro de Texto, pues no se logra identificar con claridad los animales representados. Esto puede generar ambigüedad al momento de trasladar el nombre del animal en la tabla. Algo similar ocurre en la Figura 29b en donde conocer los números de las balotas es una condición necesaria para resolver la TME, sin embargo, por su reducido tamaño es imposible identificar estos números, por lo cual el ejercicio queda inválido para el estudiante.

Figura 30

TME referidas a errores de color

a.

1. Observa los objetos que tiene Angélica sobre su escritorio.
Elabora una tabla de conteo con esta información.



a. ¿Cuántos lápices de colores hay en el escritorio? _____

b. ¿Cuántos colores más que marcadores hay? _____

c. ¿Cuántos objetos entre borradores y tajalápices hay? _____

b.

Observa las bolsas.



1 2 3

Al sacar una bola de las bolsas que muestra la imagen, podemos afirmar que

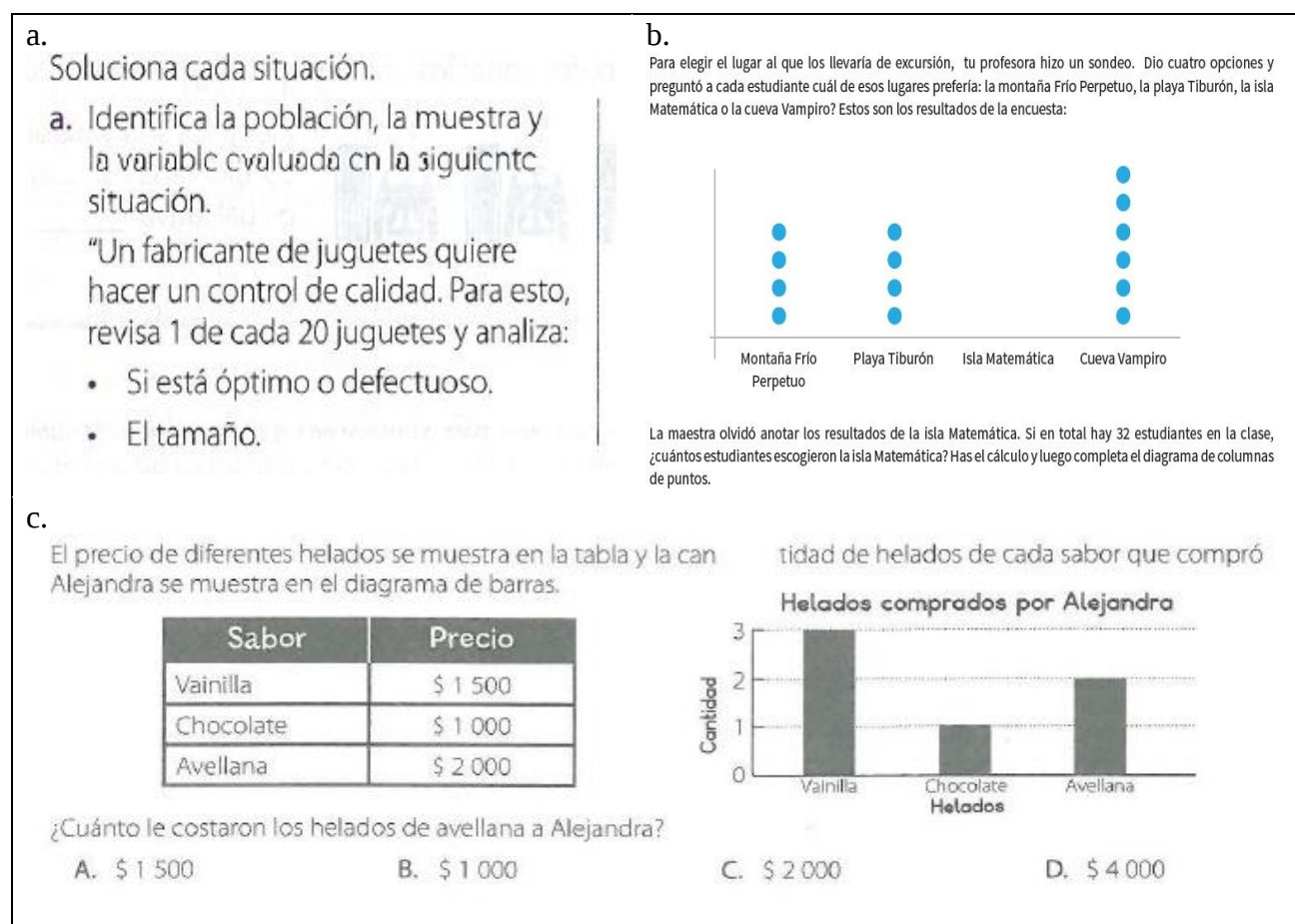
A. la probabilidad de sacar una bola gris de la bolsa 1 es igual a la probabilidad de sacar una bola gris de la bolsa 2. B. la probabilidad de sacar una bola gris de la bolsa 2 es igual a la probabilidad de sacar una bola gris de la bolsa 3.	C. la probabilidad de sacar una bola gris de la bolsa 1 es mayor que la probabilidad de sacar una bola gris de la bolsa 2. D. la probabilidad de sacar una bola gris de la bolsa 2 es mayor que la probabilidad de sacar una bola negra de la bolsa 3.
---	--

Nota. Figura 30.a. TME14L1-N (2020, p. 216). Figura 31.b. TME43L3-N (2020, p. 250).

En la Figura 30 se observan errores en cuanto a las indicaciones sugeridas al color de las imágenes. Específicamente, en la Figura 30a se propone responder la TME de acuerdo con los colores de los lápices; sin embargo, es un ejercicio diseñado con hojas impresas en blanco y negro por la misma editorial que no posibilita ser resuelto con éxito. A su vez, esto mismo ocurre en la TME de la Figura 30b en donde se solicita al estudiante estimar la probabilidad de ocurrencia del evento de acuerdo con el número de colores de las bolas, lo cual no es posible, pues no se visualizan los colores en cada bolsa por su diseño a blanco y negro.

Figura 31

TME referidas a errores ortográficos



Nota. Figura 31.a. TME23L5E2-N (2020, p. 45). Figura 31.b. TME5L2E3-P (2016, p. 89). Figura 31.c. TME30L3E2-N (2020, p. 206).

En la Figura 31 se ilustran las TME que contienen algún error ortográfico. En la Figura 31a se observa un error en la disposición de las comillas, pues estas se colocan solo al inicio del texto sin demarcar su cierre. Además, en este caso las comillas se usan para resaltar el enunciado del texto; sin embargo, por la forma de redacción del mismo, su uso es incorrecto, pues el texto está separado por dos puntos.

Respecto a la Figura 31b se observan dos fallas ortográficas. La primera tiene que ver con el empleo incorrecto del signo de interrogación, ya que el enunciado presentado no es de carácter interrogativo. Asimismo, se evidencia como se cierra el interrogante, pero en ningún momento del enunciado se abre. La segunda falla ortográfica radica en el empleo de la palabra *has* la cual no indica la acción de hacer; en este caso, la palabra correcta sería *haz*.

Mientras tanto, en la Figura 31c se evidencia un espacio dentro de una palabra del texto que puede distraer y dificultar su lectura, en este caso, la forma de escritura dificulta la comprensión del enunciado. Así, para un estudiante de segundo grado sería de compleja decodificación. Algo similar ocurre en la Figura 9 (capítulo 2) referenciada previamente, en donde se observan errores en la escritura de diferentes palabras. Además, se visualizan errores en la escritura de la instrucción, lo cual dificulta comprender la orientación del ejercicio.

Desde este panorama, estas fallas, aunque sean mínimas, deben ser consideradas durante la revisión y diseño de cada Libro de Texto, ya que esto podría conducir a que los estudiantes internalicen estas formas incorrectas y las adapten como parte de sus hábitos. Desde la visión de Soaje y Orellana (2014), es necesario realizar un esfuerzo por la confección de los Libros de Texto para garantizar la calidad de estos recursos. Por lo tanto, investigaciones como estas son fundamentales para establecer criterios claros que contribuyan a fortalecer las propuestas de cada editorial en pro de mejorar la formación de los estudiantes.

Capítulo 6. Conclusiones

En el marco de la presente propuesta de investigación se trazaron tres objetivos que permitieron conducir la identificación del abordaje didáctico del PA en las TME y la relación con lo dispuesto en las directrices curriculares que rigen la política colombiana. En primer lugar, desde el *análisis conceptual* se evidenció que de las 592 TME hay un abordaje prioritario por la enseñanza de los ejes estadísticos, sobre los pocos o nulos dedicados a la Probabilidad. A pesar de que la problemática radique en la misma desproporción de los estándares, se espera que se aborden de forma equitativa y complementaria.

Asimismo, se identificó la prevalencia de TME que implican el componente práctico de las Matemáticas, el uso de un contexto personal del estudiante y/o científico propio del área, la interpretación de diferentes representaciones y la aplicación de un procedimiento como finalidades principales. De allí se derivan las conexiones intradisciplinarias que existen entre el PA y el pensamiento numérico.

Desde esta revisión, el abordaje didáctico en la perspectiva del análisis conceptual dejó entrever que, las redes conceptuales abordadas limitan la comprensión integral del PA, ya que los estudiantes desarrollan conocimientos estadísticos sin comprender el papel fundamental que desempeña la Probabilidad dentro y fuera del aula.

De igual manera, desde el análisis del abordaje de estos conceptos por las diferentes editoriales y grados se establece que el desarrollo del PA se enfocó en ejercicios prototípicos sobre la aplicación de lo aprendido en cada unidad con datos propuestos por los Libros de Texto; sin embargo, se resalta la necesidad de un abordaje experiencial que permita la comprensión teórica y práctica.

A partir de esta perspectiva, se destaca que el abordaje didáctico del PA debe estar centrado en promover la alfabetización estadística, lo cual implica propiciar experiencias de carácter experimental, donde los estudiantes comprendan la naturaleza de los datos y los traten con un sentido. Esto no solo le corresponde a los Libros de Texto, sino también a la apuesta del profesor en el aula de clase para proponer actividades significativas con los mismos datos que puedan recolectar sus estudiantes.

En segundo lugar, el *análisis cognitivo* presentó como principal competencia la formulación, comparación y ejercitación de procedimientos y algoritmos. En este sentido, el abordaje didáctico desde el análisis cognitivo evidenció una limitación en el alcance de los aprendizajes, reduciéndolos a componentes algorítmicos del PA. De allí, se resalta la importancia de promover habilidades para actuar en el mundo actual desde el fortalecimiento de competencias de resolución de problemas y modelación en situaciones de la vida real. Esto permite que los estudiantes estén preparados para aplicar lo aprendido en cualquier situación.

En tercer lugar, en la categoría de *análisis de instrucción* se identificaron más TME con un nivel de dificultad bajo y se utilizaron principalmente indicaciones escritas o verbales. Desde este marco, se denota que en ocasiones las TME no son coherentes con el nivel de pensamiento de los estudiantes, es decir, con la edad y grado al que se proponen. Esto se debe a que las instrucciones presentadas resultan extensas para ciertos niveles escolares, además de que algunos conceptos, como el diagrama circular, no se ajustan al nivel del estudiante.

A su vez, desde este análisis, se considera que la adaptación de los aprendizajes comparte enseñanzas erróneas frente a algunos tipos de saberes. Esto evidencia los obstáculos didácticos que se perciben en la propuesta de las editoriales, sus consecuencias ligadas a concepciones incorrectas que pueden trascender a la práctica en futuros grados o a la acción en la vida real. Por

esta misma razón, el rol del profesor se resalta y tiene lugar en la selección oportuna de material didáctico, en la formación (inicial y continuada) adecuada y en la solución de dichas incoherencias en aula de clase, pues no las puede pasar desapercibidas.

Además, es conveniente revisar la legibilidad que lleguen a presentar las TME, visto desde el tamaño de las imágenes o figuras propuestas, los colores empleados en estas y la correcta redacción, pues las instrucciones no corresponden y en muchos casos esto impide que el estudiante resuelva de manera oportuna lo planteado.

Desde la comparación de grados y editoriales, se evidenció que se diseñan más TME para el sector privado que para el sector público, lo cual significa una menor variedad de conocimientos, habilidades y destrezas desarrolladas para estos últimos. Por parte del sector público, la cantidad de TME diseñadas entre la zona urbana y rural es similar, mientras que las editoriales privadas se enfrentan a una alta diferencia de TME. En cuanto a los grados, se observa una tendencia de los grados segundo y quinto hacia la enseñanza de la Estadística, por su parte, la Probabilidad tiende hacia los últimos grados, en tercero se realiza una introducción breve, pero en el segundo grupo de grados se abordan situaciones más complejas y estructuradas.

Mientras tanto, la evaluación de la correspondencia entre lo planteado en las diferentes editoriales y lo propuesto por el currículo de Matemáticas en Colombia deja en manifiesto que, aunque algunos aspectos se rigen a lo sugerido por la política pública en los diferentes documentos (Lineamientos Curriculares, Estándares Básicos de Competencias Matemáticas y Derechos Básicos de Aprendizaje), se evidenció que existen situaciones que no contribuyen a una enseñanza integral, pertinente y contextualizada del PA.

Entre estos elementos se destaca que: (i) no todas las editoriales abordan y distribuyen a cabalidad las MTC y/o Medidas de dispersión según lo estipulado en las directrices curriculares;

(ii) en mayor medida las editoriales privadas identifican una alta cantidad de TME ligadas al quehacer práctico del PA, sin embargo, el MEN propone que tanto los contenidos conceptuales como procedimentales son fundamentales; (iii) se evidencian escasas prácticas que vinculen el PA con otros pensamientos (excepto el numérico) lo cual no permite cumplir con la coherencia horizontal propuesta en los Estándares Básicos de Competencias.

Por otra parte, a pesar de que las TME se centraron en un contexto cercano e inmediato a los estudiantes, limitan el trabajo del PA a datos ficticios ya propuestos en los Libros de Texto, lo que impide aprovechar los múltiples beneficios y prácticas que conlleva la enseñanza del PA, en cuanto a la recolección, organización y representación de los datos por cuenta propia de los estudiantes. Esto no permite cumplir con la formación de personas matemáticamente competentes propuesta en la política pública, pues los estudiantes no están preparados para enfrentarse a diversos problemas.

En definitiva, para futuras líneas de investigación se recomienda ampliar este estudio hacia la identificación del abordaje didáctico del PA a Libros de Texto de otras editoriales colombianas; o a contrastar la propuesta nacional con la de otros países afines con estos campos de estudio (por ejemplo: Chile, Venezuela, España, México, entre otros). Este proyecto, además, deja un amplio espacio para avanzar en la revisión documental y sistemática de las propuestas didácticas de los Libros de Texto en los pensamientos matemáticos restantes, tales como: numérico, variacional, métrico y espacial. Finalmente, se sugiere realizar este tipo de análisis en grados superiores con el fin de encontrar relación entre estas TME con los resultados de las pruebas nacionales, o en la educación superior, para indagar acerca de la pertinencia que conlleva el aprendizaje de representaciones estadísticas.

Referencias bibliográficas

- Alsina, A. y Vásquez, C. (2016). La probabilidad en educación primaria. De lo que debería enseñarse a lo que se enseña. *Revista de Didáctica de las Matemáticas*, (71), 46-52.
https://www.researchgate.net/publication/294736471_La_probabilidad_en_Educacion_Primarria_de_lo_que_deberia_ensenarse_a_lo_que_se_ensena
- Arteaga, P. (2008). *Análisis de gráficos estadísticos elaborados en un proyecto de análisis de datos* [tesis fin de máster]. Universidad de Granada.
<https://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/trabajomasterPedro.pdf>
- Arteaga, P. (2011). *Evaluación de conocimientos sobre gráficos estadísticos y conocimientos didácticos de futuros profesores* [tesis doctoral]. Universidad de Granada.
<https://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/arteaga.pdf>
- Barón, L. y Delgado, H. (2016). Situación actual de la enseñanza de la estadística en el nivel de educación primaria en el municipio de Valledupar. *Revista del Programa de Matemáticas de la Universidad del Atlántico*, 3(1), 92-106.
<https://investigaciones.uniatlantico.edu.co/revistas/index.php/MATUA/article/view/1513/1226>
- Batanero, C. (2001). *Didáctica de la Estadística*. Departamento de Didáctica de la Matemática Universidad de Granada. https://www.researchgate.net/profile/Carmen-Batanero/publication/255738320_Didactica_de_la_Estadistica/links/00b495209dbca3c32f000000/Didactica-de-la-Estadistica.pdf
- Batanero, C. (2002). Estadística y didáctica de la matemática: Relaciones, problemas y aportaciones mutuas. *Aportaciones de la didáctica de la matemática a diferentes perfiles*

profesionales, 1, 95-120.

https://www.researchgate.net/publication/282281423_Estadistica_y_didactica_de_la_matematica_Relaciones_problemas_y_aportaciones_mutuas

Batanero, C., Arteaga, P. y Ruiz, B. (2010). Análisis de la complejidad semiótica de los gráficos producidos por futuros profesores de educación primaria en una tarea de comparación de dos variables estadísticas. *Enseñanza de las Ciencias*, 28(1), 141–154.

<https://raco.cat/index.php/Ensenanza/article/view/189102>

Batanero, C., Díaz, C., Contreras, J. y Arteaga, P. (2011). Enseñanza de la estadística a través de proyectos. En C, Batanero y C, Díaz (Eds.), *Estadística con proyectos* (pp. 9-46). Editorial Universidad de Granada.

<https://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/Libroproyectos.pdf>

Batanero, C. y Godino, J. (2003). Didáctica de la estadística y probabilidad para maestros. En J. Godino, *Didáctica de las matemáticas para maestros* (pp. 405-456). Editorial Universidad de Granada.

https://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/9_didactica_maestros.pdf

BBC News Mundo. (2023, 05 de diciembre). *El pequeño país que tiene la mejor educación del mundo según las pruebas PISA (y cómo están los de América Latina en la clasificación).*

<https://www.bbc.com/mundo/articles/cg3pkkgd1jgo>

Berenguera, A., Fernández, M., Pons, M., Pujol, E., Rodríguez, D. y Saura, S. (2014). *Escuchar, Observar y Comprender: recuperando la narrativa en las Ciencias de la Salud. Aportaciones De La Investigación Cualitativa*. Institut Universitari d'Investigació en Atenció Primària Jordi Gol (IDIAP J. Gol).

<https://saludcomunitaria.files.wordpress.com/2014/12/escucharobservarcomprender.pdf>

- Bolaños, H. y Moreno, A. (2023). El análisis didáctico aplicado a libros de texto de matemática de sexto grado. *Repertorio Científico*, 26(2), 44–60.
<https://revistas.uned.ac.cr/index.php/repertorio/article/view/5065>
- Brousseau, G. (1983). Los obstáculos epistemológicos y los problemas en matemáticas. *Recherches en Didactique des Mathematiques*, 4(2), 63-99.
<https://mealejandrofm.wordpress.com/wp-content/uploads/2012/03/5oprososocognitivosycambioconceptualenmatemc3a1ticasyciencias-docx.pdf>
- Bruner, J. S. (1964). The course of cognitive growth. *American Psychologist*, 19(1), 1–15.
https://www.uky.edu/~gmswan3/544/Bruner_1964_CoCG.pdf
- Burbano, V., Valdivieso, M. y Burbano, A. (2021). *El pensamiento aleatorio y los sistemas de datos en los libros de texto: situaciones alternativas de investigación formativa*. (1ed.). Editorial UPTC. <https://elibro-net.bibliotecavirtual.uis.edu.co/es/lc/uis/titulos/219241>
- Cantoral, R., Cordero, F. y Farfán, R., Alanís, J., Rodríguez, R. y Garza, A. (2005). *Desarrollo del Pensamiento Matemático*. Editorial Trillas. https://www.researchgate.net/profile/Rosa-Farfan/publication/261363590_Desarrollo_del_pensamiento_matematico/links/58e2b14baca2722505d16462/Desarrollo-del-pensamiento-matematico.pdf
- Carranza, S. y Guerrero, M. (2016). *El pensamiento aleatorio como fundamento para el desarrollo del pensamiento matemático y sus componentes* [tesis de pregrado]. Universidad Pedagógica Nacional. https://funes.uniandes.edu.co/wp-content/uploads/tainacanitems/32454/1242037/El_Pensamiento_Aleatorio_Como_Fundamento_para_el_Desarrollo_del_Pensamiento_Matem25C325A1tico_y_sus_Componentes.pdf

- Castro, A., Prat, M. y Gorgorió, N. (2016). Conocimiento conceptual y procedimental en matemáticas: su evolución tras décadas de investigación. *Revista de Educación*, (374), 43-68. <https://core.ac.uk/download/pdf/78545302.pdf>
- Cobo, B. (2003). *Significados de las medidas de posición central para los estudiantes de secundaria* [tesis doctoral]. Universidad de Granada. <https://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/tesiscobo.pdf>
- Cornella, A. (2000). Cómo sobrevivir a la infoxicación. *Infonomía*.
- Creswell, J. W. (2009). *Research designs. Qualitative, quantitative, and mixed methods approaches*.
- Curcio, F. (1989). *Developing graph comprehension*. Reston, VA: National Council of Teacher of Mathematics.
- Díaz-Levicoy, D. (2014). *Un estudio empírico de los gráficos estadístico en libros de texto de educación básica primaria española* [tesis fin de Máster]. Universidad de Granada. <https://funes.uniandes.edu.co/funes-documentos/un-estudio-empirico-de-los-graficos-estadisticos-en-libros-de-texto-de-educacion-primaria-espanola/>
- Díaz-Levicoy, D., Morales, R., López, M, y Roa, C. (2015). *Tipos y niveles de lectura en tablas estadísticas en libros de texto de primeros cursos: un estudio en el contexto chileno*. III Congreso de Formación Inicial Docente: Buenas prácticas en el aula. https://www.researchgate.net/publication/283710871_Tipos_y_niveles_de_lectura_de_tablas_estadisticas_en_libros_de_texto_de_primeros_cursos_un_estudio_en_el_contexto_chileno

- Díaz-Levicoy, D., Morales-García, L. y Rodríguez-Alveal, F. (2020). Las medidas de tendencia central en libros de texto de Educación Primaria en México. *Revista Paradigma*, 41, 706-729. <https://core.ac.uk/download/pdf/328838494.pdf>
- Díaz-Levicoy, D., Ruz, F. y Molina-Portillo, E. (2017). Tablas estadísticas en libros de texto chilenos de tercer año de educación primaria. *Espaço Plural*, 18(36), 196-218. <https://www.redalyc.org/pdf/4459/445955647010.pdf>
- Espinosa, V. (2010). Difusión y divulgación de la investigación científica. *Idesia (Arica)*, 28(3), 5-6. https://www.scielo.cl/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0718-34292010000300001
- Estrella, S. (2014). El formato tabular: Una revisión de la literatura. *Revista electrónica Actualidades Investigativas en Educación*, 14(2), 1-23. https://www.researchgate.net/publication/268037782_El_formato_tabular_una_revision_de_literatura
- Estrella, S., Olfos, R. y Mena-Lorca, A. (2015). El conocimiento pedagógico del contenido de estadística en profesores de primaria. *Educação e Pesquisa*, 41(2), 477-493. <https://www.scielo.br/j/ep/a/V4BxT9dMrWPD97TPmBL7mfS/?format=pdf&lang=es>
- Fernández, M.P. y Caballero, P.A. (2017). El libro de texto como objeto de estudio y recurso didáctico para el aprendizaje: fortalezas y debilidades. *Revista Electrónica Interuniversitaria de Formación del Profesorado*, 20(1), 201-21. <https://revistas.um.es/reifop/article/view/229641>
- Franklin, C., Kader, G., Mewborn, D. S., Moreno, J., Peck, R., Perry, M. y Scheaffer, R. (2007). *Guidelines for Assessment and Instruction in Statistics Education (GAISE) Report: A Pre-K-12 Curriculum Framework*. American Statistical Association Alexandria.

- Friel, S., Curcio, F. y Bright, G. (2001). Making sense of graphs: critical factors influencing comprehension and instructional implications. *Journal for Research in mathematics Education*, 32(2), 124-158. <https://www.jstor.org/stable/749671>
- García, A. (2014). *El uso del libro de texto de matemáticas en el aula. Revisión del estado actual de la cuestión.* Universidad de Granada. <https://digibug.ugr.es/bitstream/handle/10481/36188/GARCIAMARTINANTONIO.pdf?sequence=1>
- García, J., Díaz, D., Vidal, S. y Arredondo, E. (2019). Las tablas estadísticas en libros de texto de educación primaria en México. *Revista Paradigma*, 40(2), 153-175. <https://core.ac.uk/download/pdf/328833865.pdf>
- Giacomone, B., Díaz-Levicoy, D. y Godino, J. (2018). Análisis Ontosemiótico de Tareas que Involucran Gráficos Estadísticos en Educación Primaria. *Revista digital Matemática, Educación e Internet*, 18(1), 1-13. <https://www.redalyc.org/pdf/6079/607973033004.pdf>
- Godino, J. (2014). *Síntesis del enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática: motivación, supuestos y herramientas teóricas.* Universidad de Granada, 1-60.
- Godino, J. y Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14(3). https://ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/03_SignificadosIP_RDM94.pdf
- Godino, J., Batanero, C. y Font, V. (2003). Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. En J. Godino, *Didáctica de las matemáticas para maestros* (pp. 15-153). Editorial Universidad de Granada. https://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/9_didactica_maestros.pdf

- Godino, J. Batanero, C. y Font, V. (2019). *The onto-semiotic approach: implications for the prescriptive character of didactics*, 39(1).
<https://www.scielo.br/j/bolema/a/pKqm6YyKsMMr4QZWx8BYWpG/?format=pdf&lang=es>
- Gómez, M., Alzate, A. y Gallego, G. (2009). *Saber y evaluación de libros de texto escolar. Una herramienta de reflexión y acción*. Editorial Papiro.
<https://repositorio.utp.edu.co/server/api/core/bitstreams/6034dcf4-1546-4f09-882a-e68df05d5344/content>
- Gómez, E. y Batanero, C. (2014). Procedimientos probabilísticos en libros de texto de matemáticas para educación primaria en España. *Revista Epsilon*, 31(87), 25-42.
<https://www.ugr.es/~jmcontreras/pages/Investigacion/articulos/2014Epsilon.pdf>
- Gómez, V. y Celis, J. (2009). Crédito educativo, acciones afirmativas y equidad social en la educación superior en Colombia. *Revista de Estudios Sociales*, (33), 106-117.
<http://www.scielo.org.co/pdf/res/n33/n33a10.pdf>
- González, J. L., y Gallardo, J. (2014). Análisis didáctico Curricular un procedimiento para fundamentar el diseño, el desarrollo, y la evaluación de unidades didácticas de matemáticas. En L. Rico, J. Lupiáñez y M. Molina (Eds.), *Análisis didáctico en Educación Matemática. Metodología de investigación, formación de profesores e innovación curricular* (pp. 161-189). Comares. S.L.
- Haylock, D. y Cockburn, A. (2009). *Comprender y enseñar matemáticas. Una guía para maestros de preescolar y grados inferiores de primaria*. Edición Correo del Maestro.
- Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, P. (2014). *Metodología de la investigación*. McGraw Hill Interamericana
- Editores

<https://academia.utp.edu.co/grupobasicoclinicayaplicadas/files/2013/06/Metodolog%C3%ADa-de-la-Investigaci%C3%B3n.pdf>

Hurtado, J. (2000). *Metodología de la Investigación Holística*. (3.^a ed.). Editorial Fundación Sypal. <https://ayudacontextos.files.wordpress.com/2018/04/jacqueline-hurtado-de-barrera-metodologia-de-investigacion-holistica.pdf>

Hurtado, J. (2012). *El Proyecto de investigación Comprensión holística de la metodología y la investigación*. (7.^a ed.). Ediciones Gavilán.

Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación [ICFES] (2024a). *Sesión de difusión del informe nacional de resultados Saber 3° 5° 7° 9° 2024*. [Archivo de Vídeo]. YouTube. <https://www.youtube.com/watch?v=TahKpNTd21g>

Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación [ICFES] (2024b). *Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos (PISA). Informe nacional de resultados para Colombia 2022*. https://www.mineduacion.gov.co/1780/articles-421217_recurso_03.pdf

Johnson, R. y Kubly, P. (2012). *Estadística elemental*. México. Cengage Learning.

Kelmansky, D. (2009). *Estadística para todos. Estrategias de pensamiento y herramientas para la solución de problemas*. Ministerio de Educación de la Nación. Instituto Nacional de Educación Tecnológica <http://www.bnm.me.gov.ar/giga1/documentos/EL001858.pdf>

Kilpatrick, J. (1998). Investigación en educación matemática: su historia y algunos temas de actualidad. En J. Kilpatrick, P. Gómez y L. Rico (Eds.), *Educación Matemática* (pp. 1-18). Editorial Una Empresa Docente. <https://core.ac.uk/download/pdf/12341271.pdf>

León, N. (2006). La probabilidad en los textos de matemática de 7° grado de educación básica. *Revista Investigación y Postgrado*, 21(2), 177-200. <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=65821207>

- López, J., Ojeda, A. y Salcedo, J. (2018). Ideas fundamentales de estocásticos en libros de texto de educación primaria: una alternativa de enseñanza. *IE Revista De Investigación Educativa De La REDIECH*, 9(17), 87 - 102.
https://doi.org/10.33010/ie_rie_rediech.v9i17.122
- Marrugo, L. (2021). El razonamiento estadístico en los libros de texto de matemáticas para quinto grado [tesis de maestría]. Universidad de Antioquia.
https://bibliotecadigital.udea.edu.co/bitstream/10495/20014/2/MarrugoLuis_2021_RazonamientoEstadisticoLibros.pdf
- Medina, F. (2016). *Representación gráfica de datos*. Universidad Nacional Autónoma de México.
https://portalacademico.cch.unam.mx/materiales/prof/matdidac/sitpro/exp/bio/guia-biologia3/Anexo_5.pdf
- Medina, M., Hurtado, D., Muñoz, J., Ochoa, D. y Izundegui, G. (2023). *Método mixto de investigación: Cuantitativo y cualitativo*. Editorial Instituto Universitario de Innovación Ciencia y Tecnología Inudi Perú S.A.C. <https://doi.org/10.35622/inudi.b.105>
- Medina, M., Rojas, R., Bustamante, W., Loaiza, R., Martel, C. y Castillo, R. (2023). *Metodología de la investigación: Técnicas e instrumentos de investigación*. Editorial Instituto Universitario de Innovación Ciencia y Tecnología Inudi Perú.
<https://editorial.inudi.edu.pe/index.php/editorialinudi/catalog/view/90/133/157>
- Ministerio de Educación Nacional [MEN] (1998). *Lineamientos Curriculares Matemáticas*. República de Colombia. https://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-89869_archivo_pdf9.pdf

- Ministerio de Educación Nacional [MEN] (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Matemática*. República de Colombia. https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-116042_archivo_pdf2.pdf
- Ministerio de Educación Nacional [MEN] (2015). *Derechos Básicos de Aprendizaje de Matemáticas*. República de Colombia. https://www.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/files_public/2022-06/DBA_Matematicas-min.pdf
- Ministerio de Educación Nacional [MEN] (2016). *Revisión de políticas nacionales de educación: La educación en Colombia*. https://www.mineducacion.gov.co/1759/articles-356787_recurso_1.pdf
- Molina, M. (2014). Traducción del simbolismo algebraico al lenguaje verbal: indagando en la comprensión de estudiantes de diferentes niveles educativos. *Revista Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*, 17(3), 559-579. <https://gaceta.rsme.es/abrir.php?id=1222>
- Monje, C. (2011). *Metodología de la investigación cuantitativa y cualitativa*. Guía Didáctica. Universidad Surcolombiana. <https://www.uv.mx/rmipe/files/2017/02/Guia-didactica-metodologia-de-la-investigacion.pdf>
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM] (2000). *Principles and Standards for School Mathematic*. (Sociedad Andaluza de Educación Matemática, Trad., (1.^a ed.). Editorial S.A.E.M. Thales. (Original work published 1991).
- OCDE (2013). PISA 2012 Assessment and Analytical Framework Mathematics, Reading, Science, Problem Solving and Financial Literacy (Ministerio de Educación, Cultura y Deporte de Madrid, Trans.) (Trabajo original publicado en 2012). https://archivos.agenciaeducacion.cl/Marcos_pruebas_evaluacion_PISA_2012.pdf

Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura [UNESCO] (29 de junio de 2023). *Qué debe saber sobre la alfabetización*.

<https://www.unesco.org/es/literacy/need-know>

Özgeldi, M. y Esen, Y. (2010). Analysis of mathematical tasks in Turkish elementary school mathematics textbooks [Análisis de las tareas matemáticas en los libros de texto de matemáticas de la escuela primaria turca]. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 2(2), 2277-2281.

[https://www.sciencedirect-](https://www.sciencedirect.com)

[com.bibliotecavirtual.uis.edu.co/science/article/pii/S1877042810003629](https://www.sciencedirect.com/bibliotecavirtual.uis.edu.co/science/article/pii/S1877042810003629)

Pappus (1970). Colección matemática. En F. Vera (Ed.), *Científicos Griegos Tomo II* (pp. 917-1015). Aguilar, Madrid. España.

Pareja, J. (2011). Probabilidad. En I. Segovia y L. Rico (Coords.), *Matemáticas para maestros de Educación Primaria* (pp. 427-450). Ediciones Pirámide.

Pallauta, J., Caviedes, S., Muñoz-Cruz, M. y Coragen, C. (2023). La estadística y la probabilidad en Libros de Texto de Educación Infantil y Primario de España y Chile. *Edma 0-6: Educación Matemática En La Infancia*, 12(2), 1–30.

<https://revistas.uva.es/index.php/edmain/article/view/7903/5784>

Pérez, Y., Ruiz, B. y Hugues, E. (2019). Análisis De Actividades Estadísticas En Libros De Textos De Nivel Básico Y Medio Superior En México. *Revista digital Matemática, Educación e Internet*, 19(2), 1-16. <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=607973135005>

Reyes, I. y Novoa, A. (2014). *Orientación Vocacional*. Convenio entre la Secretaría de Educación Distrital y la Universidad Central. https://www.ucentral.edu.co/sites/default/files/inline-files/2015_cartilla_orientacion_sed_001.pdf

- Rico, L. (2013). El método del Análisis Didáctico. *UNIÓN- Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 9(33), 11-27. <https://union.fespm.es/index.php/UNION/article/view/801>
- Rico, L. (2015). Matemáticas escolares y conocimiento didáctico. En P. Flores y L. Rico (Coords.), *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en educación primaria* (pp. 21-40). Ediciones Pirámide. <https://elibro-net.bibliotecavirtual.uis.edu.co/es/lc/uis/titulos/49107>
- Rodríguez, G., Gil, J. y García, E. (1996). *Metodología de la investigación cualitativa*. Ediciones Aljibe.
- Ruiz, J. (2012). *Metodología de la investigación cualitativa*. (5.^a ed.). Editorial Universidad de Deusto. <https://elibro-net.bibliotecavirtual.uis.edu.co/es/ereader/uis/34009>
- Ruiz, N. (2015). La enseñanza de la Estadística en la Educación Primaria en América Latina. *Revista Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación – REICE*, 13(1), 103-121. <https://www.redalyc.org/pdf/551/551337760006.pdf>
- Salcedo, A. y Ramírez, T. (2016). Análisis de las actividades de probabilidad propuestas en textos escolares de primaria. *Educação Matemática Pesquisa*, 18(1), 179-202. https://www.researchgate.net/publication/303328590_Analisis_de_las_Actividades_de_Probabilidad_Propuestas_en_Textos_Escolares_de_Primaria
- Salcedo, A., Uzcátegui, R. y Díaz-Levicoy, D. (2021). Ideas estadísticas fundamentales en libros de texto de matemáticas para la educación primaria en Nicaragua y Venezuela. *IE Revista de Investigación Educativa de la Rediech*, 12(e1210), 1-19. https://www.rediech.org/ojs/2017/index.php/ie_rie_rediech/article/view/1210
- Sánchez, N. A. (2017). Análisis de problemas en estadística y probabilidad en libros de texto de segundo año de educación secundaria. *Revista Científica*, 30(3), 181–194. <https://doi.org/10.14483/23448350.11948>

- Serrano, L. (2011). Estadística. En I. Segovia y L. Rico (Coords.), *Matemáticas para maestros de Educación Primaria* (401-425). Ediciones Pirámide.
- Soaje, R., & Orellana, P. (2014). *Textos escolares y calidad educativa*. Editorial Universitaria.
<https://www-digitaliapublishing-com.bibliotecavirtual.uis.edu.co/a/46624>
- Shaughnessy, J. M., Garfield, J. y Greer, B. (1996). Data Handling. En A. J. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick y C. Laborde (Eds), *International Handbook of Mathematics Education* (pp. 205-237). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Stein, M. K., Smith, M. S., Henningsen, M. y Silver, E. A. (2000). *Implementing standards based mathematics instruction: A casebook for professional development*. Nueva York, NY: Teachers College Press.
- Tamayo, M. (2003). *El Proceso De La Investigación Científica. Incluye evaluación y administración de proyectos de investigación*. Editorial Limusa.
https://www.gob.mx/cms/uploads/attachment/file/227860/El_proceso_de_la_investigacion_cientifica_Mario_Tamayo.pdf
- Triola, M. (2018). *Estadística*. (12va ed.) Editorial Pearson Educación. <https://www-ebooks7-24-com.bibliotecavirtual.uis.edu.co/stage.aspx?il=7386&pg=&ed=>
- Vásquez, C. y Alsina, A. (2013). Enseñanza de la Probabilidad en Educación Primaria. Un Desafío para la Formación Inicial y Continua del Profesorado. *Números – Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 85, 5-23.
<http://funes.uniandes.edu.co/3677/1/V%C3%A1squez2014Ense%C3%B1anzaNumeros85.pdf>
- Vásquez, C. y Alsina, A. (2015). Conocimiento Didáctico-Matemático del Profesorado de Educación Primaria sobre Probabilidad: diseño, construcción y validación de un

- instrumento de evaluación. *Revista Bolema*, 29(52), 681-703.
<https://www.scielo.br/j/bolema/a/W9vXtWxkcCL7v7b8RVCYq5P/abstract/?lang=es>
- Vásquez, C. y Alsina, A. (2017). Proposiciones, procedimientos y argumentos sobre probabilidad en libros de texto chilenos de Educación Primaria. *Profesorado. Revista de currículum y formación del profesorado*, 21(1), 433-457.
<https://www.redalyc.org/pdf/567/56750681022.pdf>
- Vásquez, C., Díaz-Levicoy, D. y Arteaga, P. (2020). Objetos matemáticos ligados a la estadística y la probabilidad en Educación Infantil: un análisis desde los libros de texto. *Boletim de Educação Matemática*, 34(67), 480-500.
<https://www.scielo.br/j/bolema/a/pKqm6YyKsMMr4QZWx8BYWpG/?format=pdf&lang=es>
- Vásquez, C., Pincheira, N., Piñeiro, J., y Díaz-Levicoy, D. (2019). ¿Cómo se promueve el aprendizaje de la estadística y la probabilidad? Un análisis desde los libros de texto para la Educación Primaria. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 33(65), 1133-1154.
<https://www.scielo.br/j/bolema/a/dL4zsMTJGNhTmj5bzRshNXx/?lang=es>
- Villella, J. A. y Contreras, L. (2006). El conocimiento profesional de los docentes de Matemáticas en relación con la selección y uso de libros de texto. *Revista de Educación*, 340, 973-992.
https://rabida.uhu.es/dspace/bitstream/handle/10272/8104/El_conocimiento_profesional.pdf;sequence=2
- Waldegg, G. (1998). *La educación matemática ¿una disciplina científica?*
https://www.academia.edu/4928333/LA_EDUCACION_MATEMATICA_UNA_DISCIPLINA_CIENTIFICA

- Wiese, H. (2003). Iconic and non-iconic stages in number development: The role of language. *Trends in Cognitive Sciences*, 7, 385-390.
- Wolff, L. y De Moura, C. (2002). Educación pública o privada para América Latina: una falsa disyuntiva. En L. Wolff, P. González y J. Navarro (Eds.), *Educación privada y política pública en América Latina* (pp. 15-49). Editorial Programa de Promoción de la Reforma Educativa en América Latina y el Caribe y Banco Interamericano de Desarrollo. <https://repositorio.minedu.gob.pe/bitstream/handle/20.500.12799/3643/Educaci%C3%B3n%20privada%20y%20pol%C3%ADtica%20p%C3%BAblica%20en%20Am%C3%A9rica%20Latina.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Yang, D. C. y Sianturi, I. A. J. (2019). The earliest teaching and learning of probability in Singapore, the US, and Indonesia from the perspectives of textbooks analysis. *Research in Education Science*, 38(4), 535-559. <https://doi.org/10.1080/03323315.2019.1664313>

Apéndices

Apéndice A. Instrumento para la recolección de información en bases de datos

Tabla 30

Matriz de registro de información documental

#	CATEGORÍA	TÍTULO	AUTOR (AÑO)	BASE DE DATOS	RESUMEN	PAÍS	POBLACIÓN	OBJETIVOS	RESULTADOS	REFERENTES TEÓRICOS EXTRAÍDOS	METODOLOGÍA	CONCLUSIÓN	REFERENCIA	LINK

#	TÍTULO	AUTOR	FECHA	IDEAS PRINCIPALES	REFERENCIA	LINK

Nota. Se presenta el instrumento para recolectar información proveniente de antecedentes o libros teóricos.

Apéndice B. Instrumento para la selección de datos de análisis**Tabla 31***Ficha de verificación de Libros de Texto y unidades de análisis*

Editorial:	
Nombre Libro de Texto:	
CRITERIOS	✓
La editorial es de Colombia, por lo cual, diseña Libros de Texto Escolares para ser usados a nivel nacional.	
La editorial presenta ediciones de Libros de Texto para los cinco grados de la Educación Básica Primaria.	
El Libro de Texto está diseñado bajo el currículo y las directrices que propone el Ministerio de Educación Nacional en sus documentos (Estándares Básicos de Competencias Matemáticas, Lineamientos Curriculares y Derechos Básicos de Aprendizaje).	
Dentro del Libro de Texto existe un espacio (unidad o sección de unidad) dedicado al abordaje del Pensamiento Aleatorio.	
Dentro de estos espacios en el Libro de Texto se presentan Tareas Matemáticas Escolares que requieren para su solución conceptos y procesos estocásticos y probabilísticos.	
<i>Nota.</i> Se presenta el instrumento para delimitar la muestra de investigación.	

Apéndice C. Instrumento para el análisis de las TME**Tabla 32***Matriz de análisis de datos*

EJE CONCEPTUAL ESPECÍFICO					
EDITORIAL 1 =			TME LIBRO 1 (L1) - EDITORIAL (E) T#L#-E		
Categorías	Subcategorías	Descripción	Indicadores	TME1L1-E	TME2L1-E
C1: Análisis Conceptual	S1. Ejes conceptuales abordados en la actividad	En este componente se listan los ejes conceptuales que, según las directrices del Ministerio de Educación Nacional (MEN, 2006, 2015), los estudiantes de primaria deben abordar en relación con la Estadística y la Probabilidad del Pensamiento Aleatorio.	I1. La tarea permite que el estudiante utilice la recolección, organización, representación y/o tratamiento de datos		
			I2. La tarea permite que el estudiante utilice la probabilidad de eventos		
			I3. La tarea permite que el estudiante utilice eventos aleatorios y/o determinísticos		
			I4. La tarea permite que el estudiante utilice combinaciones		
			I5. La tarea permite que el estudiante utilice permutaciones		
			I6. La tarea permite que el estudiante utilice eventos seguros, imposibles y posibles		
			I7. La tarea permite que el estudiante utilice las Medidas de Tendencia Central (Moda/Media y Mediana) y las Medidas de Dispersión (Rango)		
			I8. La tarea permite que el estudiante utilice la población y/o muestra de un conjunto de datos		

S2. Clasificación de los contenidos	Este componente se centra en la revisión y evaluación de los tipos de contenido presentes en el Libro de Texto utilizado en el proceso educativo. Por tanto, se explora si las tareas se enfocan en la reproducción de conceptos, es decir, en la transmisión de información y conocimientos que los estudiantes deben adquirir y comprender; o promueven la ejecución de acciones, lo que implica un enfoque más práctico y aplicado del conocimiento.	I1. La tarea se centra en acciones propias de los contenidos conceptuales (reproducción de significados, transmisión de información)		
		I2. La tarea se centra en acciones propias de los contenidos procedimentales (ejecución de acciones, práctica del conocimiento)		
S3. Contexto de las tareas	Este componente se enfoca en analizar los tipos de contextos inmersos en la enseñanza del Pensamiento Aleatorio; para esto se considera lo propuesto por la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE, 2012/2013) en relación con las pruebas PISA. Por tanto, se evalúa si las tareas se desarrollan en un contexto personal, profesional, social y científico-tecnológico.	I1. La tarea se desarrolla bajo un contexto personal, el cual se centra en el propio individuo, su familia y su grupo de iguales		
		I2. La tarea se desarrolla bajo un contexto laboral, el cual se centra en el mundo laboral		
		I3. La tarea se desarrolla bajo un contexto social, el cual se centra en la comunidad local, nacional y global		
		I4. La tarea se desarrolla bajo un contexto científico-tecnológico, el cual se centra en la aplicación interna de las matemáticas y externa al mundo natural y a cuestiones relacionadas con la ciencia y la tecnología		
S4. Finalidades del proceso matemático	En este componente se evalúa la tendencia de uso del Pensamiento Aleatorio en las diferentes tareas propuestas en los Libros de Texto. Para esto se tienen en cuenta las respectivas finalidades.	I1. La tarea busca leer información explícita en el contenido		
		I2. La tarea busca interpretar información		
		I3. La tarea busca comparar datos		
		I4. La tarea busca aplicar algún procedimiento		
		I5. La tarea busca representar (tablas, gráficos o pictogramas)		

C2: Análisis Cognitivo			I6. La tarea busca completar representaciones (tablas, gráficos o pictogramas)		
			I7. La tarea busca inferir información		
			I8. La tarea busca reunir información		
			I9. La tarea busca organizar los elementos (teniendo en cuenta el orden o sin tener en cuenta el orden)		
			I10. La tarea busca experimentar (solo probabilidad)		
			I11. La tarea propone dos tipos de finalidades		
			I12. La tarea propone tres tipos de finalidades		
	S5. Conexiones intra e interdisciplinarias	Este componente analiza la presencia de contenidos interdisciplinarios en los contenidos y tareas propuestas en el Libro de Texto.	I1. En la tarea se incluyen temas relacionados con otras áreas de conocimiento, como la tecnología, las ciencias u otras		
		En este componente se evalúa la relación de las tareas con los diferentes tipos de pensamiento matemático (Métrico, Espacial, Numérico y Variacional).	I2. La tarea incluye el desarrollo de más de un pensamiento matemático		
	S1. Competencias matemáticas que desarrolla	Este componente hace referencia al tipo de competencia matemática que la tarea permite desarrollar. Las Competencias Matemáticas corresponden a lo propuesto por el MEN (2006).	I1. La tarea propuesta permite el desarrollo de la competencia resolución de problemas		
			I2. La tarea propuesta permite el desarrollo de la competencia comunicación		
			I3. La tarea propuesta permite el desarrollo de la competencia razonamiento		
			I4. La tarea propuesta permite el desarrollo de la competencia modelación		
			I5. La tarea propuesta permite el desarrollo de la competencia de formulación, comparación y ejercitación de procedimientos y algoritmos		

C3: Análisis de Instrucción	S1. Tipo de tareas según su dificultad	En este componente se evalúa el nivel de dificultad presente en las tareas relacionadas con el Pensamiento Aleatorio. Por tanto, se parten con tareas que requieren la reproducción exacta de procedimientos y se finaliza con tareas que buscan construir procesos matemáticos de mayor complejidad.	I1. Tarea de memorización		
			I2. Tarea de procedimientos sin conexión		
			I3. Tarea de procedimientos con conexión		
			I4. Tarea de hacer matemáticas		
	S2. Representaciones utilizadas	En este componente se evalúa la manera en la cual están presentes las tareas en el Libro de Texto y las representaciones que con frecuencia emplean.	I1. La tarea presenta enunciados/afirmaciones (Verbales)		
			I2. La tarea presenta enunciados/afirmaciones y representaciones pictóricas		
			I3. La tarea presenta enunciados/afirmaciones y representaciones icónicas		
			I4. La tarea presenta enunciados/afirmaciones y representaciones tabulares		
			I5. La tarea presenta enunciados/afirmaciones y representaciones simbólicas		
			I6. La tarea presenta enunciados/afirmaciones y representaciones gráficas		
			I7. La tarea presenta enunciados/afirmaciones y representaciones concretas		
			I8. La tarea presenta enunciados/afirmaciones y dos tipos de representaciones		
			I9. La tarea presenta enunciados/afirmaciones y tres tipos de representaciones		

Nota. Se presenta el instrumento para evaluar las TME según las tres categorías del Análisis Didáctico.