

Estudio de secuencias y patrones mediante el ajedrez para estudiantes con Trastorno de Déficit  
de Atención e Hiperactividad

Deiby Johan Méndez Delgado

Trabajo de grado presentado como requisito para optar el título de

Licenciado en Matemáticas

Directora

Sandra Evely Parada Rico

Doctora en Ciencias en Matemática Educativa

Universidad Industrial de Santander

Facultad de Ciencias

Escuela de Matemáticas

Licenciatura en Matemáticas

Bucaramanga

2024

### **Dedicatoria**

*Dedico este trabajo a todos los niños con TDAH y sus familias, cuyos esfuerzos a lo largo de sus vidas han inspirado a muchas personas incluyéndome a mí.*

### **Agradecimientos**

*A Dios, que gracias a su presencia en mi vida y en la vida de mi familia hemos podido superar las dificultades que se nos han presentado y me ha brindado sabiduría para poder afrontarlos.*

*A mi madre, a quien le agradezco por todo lo que me ha brindado ya que sin su apoyo no estaría en el lugar que me encuentro.*

*A mi padre, quien ha sido un gran ejemplo para mí y un gran consejero a lo largo de mi vida.  
Gracias por todos tus consejos y tus enseñanzas.*

*A mi profesora Sandra Evely, por depositar su confianza y dedicación en este trabajo y en mi proceso de formación como profesor. Gracias por todo lo hecho por mí en este trayecto de mi vida.*

*A todos mis profesores a lo largo de mi carrera, gracias por formarme como el profesional que soy ahora.*

*A mis hermanos de otra madre, Diego y Fabián quienes han sido un gran apoyo y me han ayudado durante momentos difíciles, los quiero mucho.*

*A mis amigos que he conocido durante el trayecto de esta carrera Nestor, Michael gracias.*

### **Agradecimiento especial**

La publicación de este trabajo de investigación se logra gracias al apoyo del Ministerio de Ciencia, Tecnología e Innovación, Colombia – MINCIENCIAS, que financió el programa de investigación “Innovar en la Educación Básica para formar ciudadanos matemáticamente competentes frente a los retos del presente y del futuro” (Código1115-852 70767), con el proyecto “Diseños didácticos para la inclusión en matemáticas con la mediación de tecnología: procesos de formación y reflexión con profesores”, financiado por el Ministerio de Ciencia y Tecnología (Código70783), con recursos del Patrimonio autónomo Fondo Nacional de financiamiento para la ciencia, la tecnología y la innovación Francisco José de Caldas, contrato CT 183-2021.

**Tabla de Contenidos**

	Pág.
Introducción .....	13
1. Planteamiento del Problema .....	14
2. Marco Legal y Conceptual .....	17
2.1. Marco legal de la educación inclusiva y atención a la diversidad .....	18
2.1.1.  Ámbito internacional .....	18
2.1.2.  Ámbito nacional.....	19
2.1.3.  Diseño Universal de Aprendizaje.....	20
2.2.  El Trastorno por Déficit de Atención e Hiperactividad.....	23
2.3.  Enseñanza de secuencias y patrones .....	27
2.3.1. Tipos de patrones .....	29
2.3.2. Tareas y generalización de patrones .....	31
2.4.  El ajedrez en la enseñanza de las matemáticas .....	33
2.4.1.  Un acercamiento a la evolución histórica del ajedrez.....	34
2.4.2.  Elementos del ajedrez. ....	36
2.4.3.  El ajedrez en la enseñanza de secuencias y patrones.....	45
2.5.  Estructura curricular para la atención a la diversidad en clase de matemáticas.....	46
3. Metodología de Investigación .....	50
3.1.  Revisión Bibliográfica.....	50
3.2.  Construcción de la Malla Curricular .....	51
3.3.  Construcción del Diseño .....	53

3.3.1. Nivel de profundidad 2 .....	53
3.3.1.1. Descripción de la malla curricular .....	54
3.3.1.2. Descripción del diseño.....	55
3.3.2. Nivel de profundidad 3 .....	69
3.3.2.1. Descripción de la malla curricular .....	69
3.3.2.2. Descripción del diseño.....	70
3.4. Valoración del Diseño Didáctico.....	78
3.5. Ajustes diseño didáctico.....	80
4. Discusión de Resultados .....	80
4.1. Elementos del ajedrez para la actividad matemática.....	81
4.2. La variación en los movimientos del ajedrez como contexto lúdico .....	84
4.3. El ajedrez como promotor de los principios rectores del DUA .....	86
4.3.1. Principio I. Múltiples formas de representación .....	87
4.3.2. Principio II. Múltiples formas de acción y expresión .....	89
4.3.3. Principio III. Múltiples formas de implicación.....	91
5. El Diseño Ajustado .....	93
6. Conclusiones.....	102
Referencias Bibliográficas .....	105
Apéndices.....	112

### Lista de Tablas

	Pág.
Tabla 1 Malla curricular del diseño .....	51
Tabla 2 Coherencia vertical nivel de profundidad 2 .....	54
Tabla 3 Registro tabular de la secuencia.....	62
Tabla 4 Registro tabular secuencia del alfil. Nivel de profundidad 2 .....	64
Tabla 5 Coherencia vertical nivel de profundidad 3 .....	69
Tabla 6 Patrón numérico de los tableros .....	72
Tabla 7 Modificaciones al patrón numérico.....	97
Tabla 8 Registro tabular del patrón numérico del alfil. Nivel de profundidad 2 .....	99

### Lista de Figuras

	Pág.
Figura 1 Principios y pautas del Diseño Universal de Aprendizaje (DUA) .....	22
Figura 2 Síntomas clásicos del TDAH.....	24
Figura 3 Ejemplo de un patrón de repetición en una secuencia figural .....	29
Figura 4 Ejemplo de un patrón de recurrencia en una secuencia figural .....	30
Figura 5 Ejemplo de un patrón numérico .....	30
Figura 6 Ejemplo de un patrón geométrico.....	31
Figura 7 Tablero de Chaturanga.....	35
Figura 8 Tablero de Ajedrez.....	37
Figura 9 Movimientos del rey.....	38
Figura 10 Movimientos de la torre.....	38

Figura 11 Movimientos del alfil.....	39
Figura 12 Movimientos de la dama o reina .....	39
Figura 13 Movimientos del caballo .....	40
Figura 14 Movimientos del peón .....	40
Figura 15 Posición inicial de una partida.....	41
Figura 16 Enroque corto y largo .....	42
Figura 17 Secuencia de captura al paso .....	42
Figura 18 Secuencia de coronación de un peón.....	43
Figura 19 Jaque realizado por la dama blanca al rey negro.....	43
Figura 20 Jaque mate realizado por dama y alfil .....	44
Figura 21 Ejemplo de un rey ahogado .....	44
Figura 22 Descripción de los movimientos del caballo .....	56
Figura 23 El tablero de ajedrez en el diseño .....	56
Figura 24 Definición de secuencia.....	57
Figura 25 Secuencia de tableros de ajedrez .....	58
Figura 26 Clasificación de secuencias .....	60
Figura 27 Secuencia del rey .....	60
Figura 28 Inciso 1c) del tercer momento .....	61
Figura 29 Clasificación de secuencias .....	63
Figura 30 Secuencia del alfil. Nivel de profundidad 2 .....	64
Figura 31 Definición de patrón .....	65
Figura 32 Secuencia de la reina .....	66
Figura 33 Clasificación de patrones.....	66

Figura 34 Primera pregunta momento 4 .....	67
Figura 35 Segunda pregunta momento 4 .....	68
Figura 36 Secuencia de tableros de ajedrez .....	71
Figura 37 Preguntas falso y verdadero.....	73
Figura 38 Secuencia usando los movimientos del rey. Nivel de profundidad 3 .....	75
Figura 39 Secuencia de movimientos del alfil. Nivel de profundidad 3.....	76
Figura 40 Pertinencia de la coherencia vertical en la matriz .....	79
Figura 41 Valoración general de los diseños.....	80
Figura 42 Valoración de los procesos matemáticos .....	82
Figura 43 Valoración primer principio del DUA: múltiples formas de representación .....	89
Figura 44 Valoración segundo principio del DUA: múltiples formas de acción y expresión.....	91
Figura 45 Valoración tercer principio del DUA: Múltiples formas de implicación.....	93
Figura 46 Situación para introducir el ajedrez.....	94
Figura 47 Ajuste indicación movimiento del caballo .....	95
Figura 48 Modificaciones para proporcionar la argumentación y comunicación.....	95
Figura 49 Modificaciones actividad del rey. Nivel de profundidad 2.....	96
Figura 50 Modificaciones para proporcionar mayores formas de representación.....	98
Figura 51 Ejercicio 13) sobre la secuencia de la reina. Nivel de profundidad 3 .....	100
Figura 52 Patrón geométrico formado en el tablero de ajedrez. Nivel de profundidad 3.....	101

**Lista de Apéndices**

	Pág.
Apéndice A Rúbrica de valoración del diseño didáctico del proyecto 70783.....	112
Apéndice B Diseño de nivel 2 para el estudiante .....	116
Apéndice C Diseño de nivel 3 para el estudiante .....	136
Apéndice D Orientaciones para el profesor .....	160

## Resumen

**Título:** Estudio de secuencias y patrones mediante el ajedrez para estudiantes con Trastorno de Déficit de Atención e Hiperactividad.<sup>1</sup>

**Autor:** Deiby Johan Méndez Delgado.<sup>2</sup>

**Palabras clave:** Secuencias, Patrones, Atención a la diversidad, Ajedrez, TDAH.

### Descripción:

En el presente documento se reporta un trabajo de investigación de corte cualitativo cuyo propósito fue planear y valorar un diseño didáctico para el estudio de secuencias y patrones en básica primaria, utilizando el ajedrez como contexto para atender la diversidad en el aula, dando mayor prioridad a estudiantes con Trastorno de Déficit de Atención e Hiperactividad (TDAH).

Esta investigación se fundamenta teóricamente en la clasificación de patrones y tipos de tareas de patrones propuestos por Pulgarín (2015), y en el uso del ajedrez como recurso didáctico. De igual forma, se tiene como fundamento los principios y pautas del Diseño Universal de Aprendizaje (DUA) para la atención a la diversidad. En cuanto al enfoque metodológico, se sigue el desarrollo propuesto por Díaz et al. (1990) que tiene un enfoque curricular y fue realizado mediante tres fases: *i) búsqueda de un contexto de interés; ii) planteamiento del diseño didáctico; y iii) valoración del diseño mediante una rúbrica de valoración.*

Además, durante el análisis y la discusión de resultados se presenta un análisis *a priori* en donde se logró evidenciar el potencial del ajedrez como herramienta didáctica para el estudio de la matemática, favoreciendo así la atención a la inclusión y atención a la diversidad en el aula de matemáticas.

---

<sup>1</sup> Trabajo de grado

<sup>2</sup> Facultad de Ciencias. Escuela de Matemáticas. Licenciatura en Matemáticas. Directora: Dra. Sandra Evely Parada Rico.

### Abstract

**Title:** Study of sequences and patterns through chess for students with Attention Deficit and Hyperactivity Disorder.<sup>3</sup>

**Author:** Deiby Johan Méndez Delgado.<sup>4</sup>

**Key words:** Sequences, Patterns, Diversity Attention, Chess, ADHD.

#### **Description:**

In this document, we report a qualitative research study aimed at planning and evaluating a didactic design for the study of sequences and patterns in primary education, using chess as a context to address diversity in the classroom, with a greater focus on students with attention deficit hyperactivity disorder (ADHD).

This research is theoretically based on the classification of patterns and types of pattern tasks proposed by Pulgarín (2015), and the use of chess as a didactic resource. Similarly, it is grounded in the principles and guidelines of Universal Design for Learning (UDL) for addressing diversity. Regarding the methodological approach, the development proposed by Diaz et al. (1990) is followed, which has a curricular focus and was carried out through three phases: i) searching for a context of interest; ii) designing the didactic design; and iii) evaluating the design using an evaluation rubric.

Additionally, during the analysis and discussion of results, an a priori analysis is presented, which highlighted the potential of chess as a didactic tool for the study of mathematics, thereby promoting inclusion and addressing diversity in the mathematics classroom.

---

<sup>3</sup> Bachelor thesis

<sup>4</sup> Science Faculty. Mathematics School. Bachelor's degree in mathematics. Director: Dra.Sandra Evely Parada Rico.

## Introducción

La educación es un derecho fundamental de todas las personas; esto es declarado en el Artículo 26 de la Declaración de los Derechos Humanos en 1948. A lo largo del tiempo se ha generado una vertiente internacional donde se apoya la idea expuesta por la UNESCO (1994) quién afirma que las instituciones educativas deben de incluir a todas las personas, celebrar las diferencias, respaldar el aprendizaje y responder a las necesidades de cada cual. Lo cual se prioriza en la Declaración de Salamanca, donde apoyan esta última idea, añadiendo que se deben de acoger a todos los niños independientemente de sus condiciones físicas, intelectuales, sociales, emocionales, lingüísticas u otras (UNESCO, 1994).

Es por esto, que a nivel global las políticas educativas se han venido observando transformaciones significativas en cuanto al reconocimiento de las características de los estudiantes. Si hablamos de Colombia, la Constitución Política de 1991, la Ley 115 o Ley General de Educación, el Decreto 366 y la Ley Estatutaria 1618, dictan disposiciones para dar un desarrollo al apoyo pedagógico en el marco de educación inclusiva y garantizar el derecho a la educación.

Este concepto de educación inclusiva ha tomado interés a lo largo de los últimos años el cual inicialmente era concebido como una innovación para la educación especial (Arnaiz, 2004), sin embargo, progresivamente ha ido tomando más fuerza dentro del contexto educativo de modo que se brinde una educación de calidad para todos. En este sentido, la educación inclusiva puede ser concebida como aquella que ofrece a todos sus alumnos oportunidades y ayudas, de carácter curricular y o personal, necesarios para su progreso académico e integral.

Es importante recalcar que la educación inclusiva no solo se refiere a la satisfacción de las necesidades de estudiantes con alguna discapacidad, física o cognitiva, sino que su objetivo es

mucho más amplio, dado que busca asistir a todos los estudiantes que hacen parte del aula dado que cada uno de ellos presenta sus propias problemáticas.

Con base en lo anterior, es importante que los profesores en matemáticas se capaciten en términos pedagógicos y didácticos de la manera más óptima posible, con el fin de ser capaces de identificar las necesidades y capacidades de todos sus estudiantes para brindar el mejor apoyo posible durante sus procesos de aprendizaje; que en el caso de esta investigación se enfocó en estudiantes con TDAH.

Este reporte de investigación está estructurado de la siguiente manera: en el primer capítulo se presenta el problema de investigación (pregunta y objetivo). En el segundo capítulo, se explicita el marco legal y conceptual que dirige la investigación. Posteriormente, el tercer capítulo corresponde a la metodología de investigación (diseño de talleres, análisis a priori y valoración bajo rubrica). El cuarto capítulo expone los resultados obtenidos por la investigación, seguidos de los ajustes realizados al diseño en el capítulo 5. Y se finaliza en el capítulo seis con las conclusiones de la investigación.

## **1. Planteamiento del Problema**

En ese sentido, esta investigación busca fomentar estrategias de inclusión en el aula de matemáticas para atender la diversidad en el aula, tomando cierto interés principalmente en los estudiantes con TDAH ya que hacen parte de aproximadamente 5% de la población mundial (Blasco, 2020, p. 15). Teniendo en cuenta que los niños con TDAH son caracterizados por presentar un desarrollo inadecuado en las funciones ejecutivas tales como la atención, actividad y control de impulsos, es importante para el profesor ser capaz de responder a las necesidades

educativas de aquellos estudiantes. Por este hecho, nace la necesidad de proponer estrategias para lograr su inclusión en el aula de clases atendiendo y satisfaciendo cada una de sus características.

Diversos estudios (Jiménez, 2007; Mena et al., 2008) muestran la eficacia de la lúdica en los tratamientos terapéuticos en estudiantes con TDAH. Lo cual deja a evidencia, que el uso de este tipo de actividades puede ser una alternativa para incluir a los estudiantes con TDAH en el aula, teniendo en cuenta el valor terapéutico que ofrecen estas actividades vale la pena intentar usar esta estrategia para favorecer los procesos de aprendizaje de estos estudiantes.

Por ende, el ajedrez se presenta como una herramienta que pueden estimular las funciones ejecutivas de los niños con TDAH, dado que:

[...] una de las áreas cerebrales más afectadas en el TDAH, es precisamente donde se operan cambios estructurales más significativos en los jugadores profesionales de ajedrez. Asimismo, empezaba a haber una tímida evidencia de que el ajedrez se podía usar en otros trastornos de salud mental, por ejemplo, en la rehabilitación cognitiva en pacientes con esquizofrenia o demencia. (Blasco, 2020, p. 254)

El ajedrez es un juego de mesa con un conjunto de reglas simples, sin embargo, a lo largo del tiempo se ha visto que requiere del uso de estrategias cognitivamente complejas. En cuanto al desarrollo físico y cognitivo de los estudiantes con TDAH, Blasco (2020) afirma que el ajedrez puede llegar a ser más eficaz que practicar algún deporte. Dado que al momento de jugar al ajedrez están presentes muchas de las funciones ejecutivas como: seleccionar y filtrar, prever, planificar, prevenir, entre otras. Este podría ser usado para fortalecer estas funciones en los niños con TDAH, al mismo modo que desarrollar sus habilidades cognitivas.

Dado que el juego es una parte de la cultura y ha estado presentado a lo largo de la evolución de la humanidad, puede ser considerada como una herramienta socializadora que permite por parte del niño la aceptación de la norma, y la incorporación con sus pares. Además “los juegos ayudan a construir una amplia red de dispositivos que permiten al niño la asimilación de toda realidad, incorporándola para revivirla, dominarla o compensarla de tal modo que el juego es asimilación a la realidad al yo” (De Guzmán, 1984, como se citó en Sánchez, 2022). En este sentido, el ajedrez al ser un juego puede ser visto como una herramienta lúdica, pedagógica y didáctica para la enseñanza de las matemáticas.

Por otro lado, considerando al pensamiento variacional como uno de los más tratados en el sistema escolar, resulta de un gran interés el fortalecer los procesos de enseñanza y aprendizaje en este tipo de pensamiento. Por lo que se centrará la mirada en la enseñanza de las secuencias y patrones teniendo en cuenta que los documentos nacionales exponen que el estudio de la variación puede ser iniciado muy temprano en la educación (MEN, 1998).

Acorde al MEN (1998), los patrones incluyen escenarios de la vida práctica, como fotografías, representaciones pictóricas. La propia matemática es un contexto en donde se presentan escenarios donde la generalización de patrones toma un gran valor, como lo son escenarios geométricos o numéricos y estos deben de ser utilizados para reconocer generalidades en las transformaciones que se presenten.

Con base en esto se deben planear diversas estrategias para la enseñanza del pensamiento variacional dado que como afirma el MEN (2006) este tipo de pensamiento gracias a sus características es lento y complejo. Por lo anterior, el profesor debe aprovechar al máximo diferentes contextos para la enseñanza del pensamiento variacional, en el estudio de las secuencias

y patrones dado que debe de estudiar cómo acercar a los estudiantes al tema y usar diferentes estrategias para fomentar el desarrollo de habilidades cognitivas en ellos.

Por tanto, es conveniente planear estrategias que permitan desarrollar una concepción centrada en rescatar las ideas fundamentales de las secuencias y los patrones, sus diferentes representaciones, y sus distintas aplicaciones ya sea en contextos escolares como contextos de la vida diaria. Por lo cual para efectos de este documento se buscará guiar la enseñanza de secuencias y patrones en estudiantes de grados cuarto y quinto de primaria en Colombia con TDAH mediante un diseño didáctico el cual favorezca la atención a la diversidad a través del uso de ajedrez como herramienta lúdica, pedagógica y didáctica.

De esta manera, se plantea la siguiente pregunta de investigación ¿Cómo el ajedrez posibilita el estudio de secuencias y patrones en estudiantes de primaria con TDAH? Para responder la pregunta se plantea el objetivo de investigación: Plantear y valorar un diseño didáctico basado en el ajedrez para el estudio de secuencias y patrones en niños de primaria con TDAH.

## **2. Marco Legal y Conceptual**

En este apartado se aborda la literatura revisada que favoreció la construcción del sustento teórico de la investigación. El resumen de la revisión bibliográfica está organizado en las siguientes secciones: I) marco legal de la educación inclusiva y atención a la diversidad; II) el Trastorno por Déficit de Atención e Hiperactividad; III) enseñanza de secuencias y patrones; IV) el ajedrez en la enseñanza de las matemáticas; y V) estructura curricular para la atención a la diversidad en clase de matemáticas.

## **2.1. Marco legal de la educación inclusiva y atención a la diversidad**

A nivel nacional e internacional existen diferentes normativas reglamentarias y orientativas para la atención a la diversidad, en este trabajo citaremos aquellas que se usaron directamente en el desarrollo de este.

### ***2.1.1. Ámbito internacional***

La declaración Universal de los Derechos Humanos en 1948, establece dentro de la resolución 217 A(III) del 10 de diciembre de 1948 que todas las naciones deben de ofrecer una educación gratuita y sin discriminación para todas las personas, expuesto en el artículo 26. En este sentido, comprendiendo las diversidades y necesidades de las personas es necesario consolidar estrategias para satisfacer las necesidades básicas de aprendizaje.

En la Conferencia Mundial sobre la educación para todos, realizada en Jomiten, Tailandia en el año de 1990 se estableció como objetivo que para el año 2000 se tuviera un acceso universal para la educación primaria, esto mediante el desarrollo de políticas de apoyo que amplíen medios y mejoren las condiciones de aprendizaje para una dignificación de la vida humana.

En la Conferencia Mundial sobre Necesidades Educativas Especiales: Acceso y Calidad UNESCO (1994), se proporcionó la oportunidad para situar las Necesidades Educativas Especiales (NEE) en un marco más amplio del movimiento de educación para todos, dando como resultado una reforma al sistema educativo para posibilitar la incorporación a las escuelas a niños de todo el mundo. Esta se presentaría con el nombre de la Declaración de Salamanca, debido al lugar donde tuvo como lugar la Conferencia.

En el Foro Mundial sobre la educación realizado en Dakar en el año 2000, se analizaron los resultados de la propuesta sobre educación para todos realizada en Tailandia en 1990, y los

principios para la atención a las NEE dentro de las escuelas ordinarias (UNESCO, 1994), las cuales fueron aprobadas en la Declaración de Salamanca. Además, en este foro se propuso un nuevo marco de acción a cumplir para 2015, en donde se pretende asegurar la satisfacción de las necesidades de aprendizaje para todos.

Finalmente, en la conferencia general de la UNESCO en el año 2000, se defiende la diversidad cultural y la educación como un mecanismo para la justicia, la libertad y la paz, lo cual constituye un deber fundamental el cual todas las naciones deben de acatar y promover.

### ***2.1.2. Ámbito nacional***

En Colombia, existen diferentes normativas las cuales sostienen el derecho a la educación inclusiva. La Constitución Política de Colombia (1991), expone que la educación es un derecho de la persona, y un servicio social mediante el cual se accede a los bienes y valores de la cultura colombiana. En los artículos 13, 42, 47, 54 y 68 se promueve el acceso y la inclusión de todas las personas a espacios educativos y culturales.

En este orden de ideas, la Ley General de Educación o Ley 115 de 1994, artículo 46 expresa que las personas con limitaciones físicas, sensoriales, psíquicas, cognoscitivas, emocionales o con capacidades intelectuales excepcionales deben de tener un lugar en las instituciones educativas. Hecho que se reafirma en el artículo 10 de la Ley 361 de 1997 la cual establece que el Estado Colombiano dentro de sus instituciones públicas garantizará el acceso a la educación y la capacitación en primaria, secundaria, profesional y técnico para personas con limitaciones. Además, el artículo 11 reafirma lo establecido en la Ley 115 de 1994, que establece que no deberían de existir discriminaciones hacia las personas por su limitación para acceder a la educación.

Recientemente, la Ley 2216 de 2022 promueve a la educación inclusiva afectiva y la formación integral de los estudiantes por medio de planes territoriales de estrategias dirigidas para posibilitar su desarrollo, estableciendo orientaciones y lineamientos para ser implementadas por parte de las secretarías de educación.

Asimismo, el Decreto 2082 de 1996 establece que las instituciones deben realizar adecuaciones al Proyecto Educativo Institucional (PEI) para la atención a personas con NEE. Finalmente, el Decreto 1421 de 2017 por el cual se definen la inclusión, flexibilidad curricular, el Diseño Universal de Aprendizaje (DUA), entre otros, presenta los estatutos para la atención educativa

### ***2.1.3. Diseño Universal de Aprendizaje***

Esta investigación toma como principal referente teórico el decreto 1421 de 2017, el cual define la educación inclusiva como:

...un proceso permanente que reconoce, valora y responde de manera pertinente a la diversidad de características, intereses, posibilidades y expectativas de los niñas, niños, adolescentes, jóvenes y adultos, cuyo objetivo es promover su desarrollo, aprendizaje y participación, con pares de su misma edad, en un ambiente de aprendizaje común, sin discriminación o exclusión alguna, y que garantiza, en el marco de los derechos humanos, los apoyos y los ajustes razonables requeridos en su proceso educativo, a través de prácticas, políticas y culturas que eliminan las barreras existentes en el entorno educativo (p.4).

En este orden de ideas, las modificaciones y ajustes que se requieran de hacer al currículo son necesarias en orden de promover este proceso. Dentro del mismo decreto (1421 de 2017), se

definen el DUA y PIAR (Plan Individualizado de Ajustes Razonables) como instrumentos de planeación pedagógica para favorecer la atención a la diversidad. El DUA se concibe como:

(...) Una propuesta pedagógica que facilita un diseño curricular en el que tengan cabida todos los estudiantes, a través de objetivos, métodos, materiales, apoyos y evaluaciones formulados partiendo de sus capacidades y realidades. Permite al docente transformar el aula y la práctica pedagógica y facilita la evaluación y seguimiento a los aprendizajes. (Decreto 1421,2017, p.5)

De acuerdo con Pastor (2018), el DUA debe de entenderse con base en los principios que se explican a continuación y que están esbozados en la Figura 1.

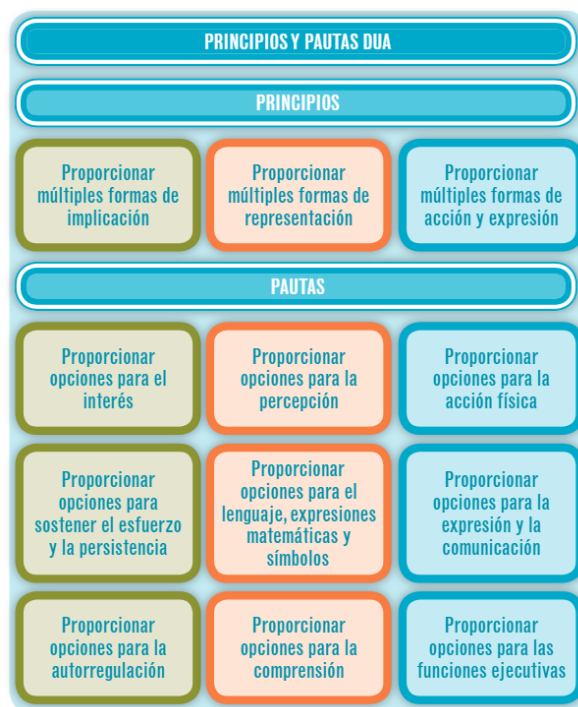
- I. Proporcionar múltiples formas de representación:** Este principio se refiere a las acciones y recursos empleados con el fin de asegurar que todos los estudiantes puedan acceder a la información y al material de aprendizaje. En el contexto de la inclusión, se reconoce que cada estudiante tiene diferentes maneras de percibir y entender la información, por lo tanto, es esencial ofrecer diversas formas de representar el contenido. Este principio abarca tres pautas interrelacionadas: ofrecer varias opciones para la percepción de la información, proporcionar múltiples alternativas para el lenguaje y los símbolos, y brindar opciones para la comprensión.
- II. Proporcionar múltiples medios para la acción y expresión:** El estudiante debe tener la oportunidad de disponer de diversas maneras de abordar su actividad matemática y expresarla. Para alcanzar este objetivo, es esencial plantear preguntas que fomenten diferentes estilos de aprendizaje y formas de comunicar el conocimiento adquirido. Este principio se relaciona con tres pautas clave: ofrecer múltiples medios físicos para la acción,

proporcionar alternativas para la comunicación y ofrecer opciones para las funciones ejecutivas.

- III. Proporcionar múltiples formas implicación:** Este principio se refiere a estimular la motivación y el compromiso de los estudiantes en el aula. Para lograrlo, es fundamental activar sus conexiones emocionales y dirigir la enseñanza de acuerdo con sus intereses. Las tres pautas vinculadas a este principio son: ofrecer diversas maneras de despertar el interés, proporcionar opciones para mantener el esfuerzo y la persistencia, y brindar alternativas para la autorregulación.

**Figura 1**

*Principios y pautas del Diseño Universal de Aprendizaje (DUA)*



*Nota. Esta figura fue tomada de Diseño Universal para el Aprendizaje un modelo para brindar oportunidades de aprender a todos los estudiantes (Pastor, 2018, p. 27).*

## 2.2. El Trastorno por Déficit de Atención e Hiperactividad

Para hablar un poco sobre estos tipos de trastornos, debemos de conocer sobre su historia, para esto hay que revisar un poco la literatura en donde diversos autores reportan que desde el siglo XIX se describían diversos síntomas como impulsividad, inestabilidad psicomotriz, dificultades para mantener la atención y destacadamente la hiperactividad, etc. (Franquiz y Ramos, 2016). Las evidencias de este trastorno no son recientes. La primera descripción clínica sobre este trastorno se realiza en 1798 por parte de Sir. Alexander Crichton quien describía las características que conocemos hoy en día sobre las personas con TDAH.

Still (1902) realiza las primeras descripciones sistemáticas, en donde agrupan bajo la caracterización de síndrome de lesión cerebral, a un conjunto de niños que presentaban cierta hiperactividad importante a los inicios del aprendizaje escolar. Lasa (2008) menciona que durante 1963 científicos miembros del Oxford International Study Group Of Child Neurology propusieron sustituir el termino de lesión cerebral mínima por disfunción cerebral mínima, es decir, realizaron un cambio de definición de daño lesional a la de alteración funcional.

Como se puede observar, el panorama histórico es más amplio de lo que se imagina, llegando a abarcar un poco más de los 200 años de investigación. Para esto, analizaremos varios periodos que se dieron a lo largo del siglo XX.

El primer periodo sería el mencionado anteriormente por Lasa (2008) en donde se concibe el TDAH como un daño cerebral. Ya que “los niños con este trastorno tenían una actividad e impulsividad excesiva que podían o no tener retraso mental” (Franquiz y Ramos, 2016, p. 1). El segundo el cual tiene como eje el origen funcional del síndrome y la importancia en las

características del comportamiento. Por último, el establecimiento de criterios diagnósticos que se desarrollaron por el Diagnostic and Statistical Manual of Mental Disorders (DSM).

El DSM-V identifica tres subtipos de Déficit de Atención e Hiperactividad: el predominante inatento, Trastorno por Déficit de Atención (TDA); el predominantemente hiperactivo – impulsivo, Trastorno por Hiperactividad (TH) y el tipo combinado (TDAH). Centrado la mirada en el segundo subtipo, Blasco (2020) afirma que los síntomas más notorios en los niños radican en la atención, hiperactividad e impulsividad. Los cuales define como síntomas “clásicos” en niños con este trastorno, se presentan a continuación Figura 2.

## Figura 2

### *Síntomas clásicos del TDAH*

<b>Hiperactividad</b>	<b>Impulsividad</b>	<b>Inatención</b>
Son los síntomas más fáciles de diagnosticar.	Son los síntomas más molestos.	Son los síntomas más difíciles de diagnosticar.
Habla en exceso.	Problemas para esperar el turno.	Incapacidad para prestar atención a los detalles y errores por descuido.
Exceso de movimientos (manos, pies) o inquietud.	Impaciencia, incapaz de jugar tranquilamente.	Incapacidad para mantener la atención en los deberes.
Dificultad para estar sentado.	Actúa y luego piensa.	Atención flotante incluso sin distracciones.
Dificultad para relajarse.	Interrumpe continuamente conversaciones/ actividades.	No sigue las instrucciones, y no termina tareas escolares.
Cambia de actividad constantemente (son constantes en la inconstancia).	Incapacidad para tolerar el aburrimiento.	Dificultades en planificación y organización (desordenados, caóticos, sin direccionalidad).

*Nota.* La figura presenta algunos de los síntomas más frecuente en los niños con TDAH. Tomado de *Jaque mate al TDAH: Una guía para padres y profesionales* (p. 87), por H. Blasco, 2020.

Al tratar el TDAH se plantea como objetivo reducir la frecuencia e intensidad de los signos y síntomas del que posea el niño. Una de las formas de tratarlo es el tratamiento farmacológico, el cual consiste en el suministro de estimulantes los cuales “son psicofármacos simpaticomiméticos que, al presentar una estructura y mecanismo de acción similar a las catecolaminas, dopamina o noradrenalina” (García et al., 2015, p. 76).

Dentro de estos estimulantes se destaca el uso de metilfenidato el cual ha sido aprobado a nivel internacional para el tratamiento del TDAH. La terapia conductual también es una parte fundamental del tratamiento, ya que con estas se espera aprender los comportamientos únicos de la persona. Esta terapia puede incluir capacitación con los padres de familia, esto con el objetivo de enseñar estrategias a los padres para que puedan tomar el timón de la situación y asimismo evitar comportamientos que afectarían al niño. Por otro lado, la comorbilidad acorde a Hervás y Durán (2014) es la presencia de dos o más condiciones nosológicas simultaneas, esto es, la aparición de más trastornos o enfermedades en la persona.

Miranda et al., (2006), mencionan que las dificultades de aprendizaje matemático presentan una comorbilidad con el TDAH, afirmando que puede ser debido al fruto de déficits compartidos con relación al sistema ejecutivo central. Es por esto que, dentro del tratamiento, la escuela juega un rol muy importante y el profesor debe lograr la inmersión del estudiante al aula de clase para que se sienta parte del grupo y logre interactuar con los que lo rodean.

Las investigaciones en la enseñanza de las matemáticas a estudiantes con TDAH son muy variadas y abordan diversos campos, por su parte Gonzales et al. (2019) presentan un modelo

tecno-pedagógico para la resolución de problemas matemáticos para niños con TDAH. En donde realizan un diseño, desarrollo y evaluación de un Juego al cual denominan *un viaje a través de las matemáticas*, se optó por esta estrategia debido a que:

la forma más efectiva de lograr una alta calidad pedagógica para estos niños es a través de métodos que garanticen el desarrollo de habilidades en el profesor, así como un programa educativo de calidad, dinámico y ajustado a las necesidades particulares de los niños. (Gonzales et al., 2019, p. 123)

Asimismo, Echeverry y Gonzáles (2014) observan que los juegos brindan resultados positivos, estos no solo traen beneficios para el desarrollo cognitivo del estudiante, sino también para su desarrollo personal y su inclusión en la sociedad. Gracias a estos documentos, se puede observar el gran impacto positivo que brindan el uso de estrategias pedagógicas basadas en el uso de juegos para la enseñanza de las matemáticas en estudiantes con TDAH.

Por su parte, Salvatierra et al. (2019) realizan una caracterización de las habilidades del razonamiento matemático en niños con TDAH en donde notan que son muy hábiles en la comparación mediante el uso de materiales concretos. Por lo que concluyen sobre la importancia del uso de material concreto en las clases y la planeación de esta que tendrá un papel muy importante en el desempeño de los estudiantes.

Por último, se rescata el trabajo de Kim et al. (2014) quienes realizaron un análisis sobre el uso de la tecnología mediante el uso de juegos para el tratamiento del TDAH. Con base en este análisis, cimentaron las bases con información relevante sobre los estudiantes para poder registrar sus comportamientos al interactuar con los juegos.

Con base en estas ideas, se visualizan que el uso de material concreto en las clases, y el juego como una estrategia pedagógica para favorecer la inclusión de los estudiantes con TDAH, por lo que el desarrollo de diseños, estrategias, herramientas de esta índole facilitarían y permitirían la enseñanza de las matemáticas a niños con TDAH favoreciendo la inclusión en el aula.

### **2.3. Enseñanza de secuencias y patrones**

La enseñanza y el aprendizaje del pensamiento variacional es uno de los temas de mayor interés por los investigadores matemáticos, los cuales tornan una mirada hacia dos objetos que pueden ser vistos como la base de tal pensamiento; las secuencias y los patrones. Autores como Vergel y Rojas (2018) quienes incorporan el desarrollo del pensamiento algebraico temprano en estudiantes de 6 a 11 años, en donde hace uso de la secuenciación, el desarrollo de tareas y la generalización de patrones; es importante la necesidad de implementar el desarrollo del pensamiento variacional desde los primeros años de escolaridad como se ha expuesto anteriormente.

En este sentido, la generalización de patrones es considerada como una de las formas más importantes de introducir el álgebra en la escuela (Vergel, 2015, p. 194). Teniendo en cuenta esto, es importante investigar sobre el papel de las secuencias y los patrones en el currículo escolar. Zapatera (2016) explora los currículos de algunos países para investigar sobre cómo introducen algunos elementos del álgebra en educación primaria, por ejemplo, el currículo de Costa Rica propone la generalización de la aritmética y de los patrones considerando a las funciones como un eje central de las matemáticas. En Corea y Singapur, se desarrolla el pensamiento algebraico por medio de la generalización, la resolución de problemas y el conocimiento de funciones.

Kaput (1998) sugiere involucrar a los estudiantes en actividades de generalización de patrones como una ruta para desarrollar sus conocimientos conceptuales en el entendimiento de la variable. De esta manera, las tareas que involucran la exploración de patrones visuales promueven la aparición de múltiples estrategias de generalización, mejorando el desarrollo de un razonamiento más flexible (Lannin et al., 2006; Rivera y Becker, 2011; Sasman et al., 1999).

Por su parte, Moreno (2015) mediante una secuencia de tareas matemáticas las cuales involucran el trabajo con patrones numéricos busca favorecer el acercamiento temprano en estudiantes de grado tercero al pensamiento algebraico. Además, Pulgarín (2015) realizó un trabajo de generalización de patrones con estudiantes de básica primaria en donde estableció un patrón el cual se manifiesta en contextos de la vida real, tales como, los cambios de la luna, el movimiento de la tierra, entre otros.

Por medio de este trabajo se deduce que los estudiantes pueden realizar un proceso de observación, comunicación y verificación, si se les brinda un contexto enriquecedor el cual potencia sus capacidades únicas y les brinde una motivación suficiente para trabajar en él.

Dentro del pensamiento variacional, el estudio de las secuencias y los patrones es necesario para iniciar con la enseñanza y aprendizaje de la variación (MEN, 2008). En visto de ello, se entiende por secuencia a un conjunto de elementos ordenados por un patrón o relación, en donde se pueden llegar a explorar dos tipos de secuencias que están formadas por patrones de repetición o patrones de crecimiento (Uicab et al., 2022).

De esta manera, se torna el foco hacia el aspecto principal, los patrones quienes en términos de Resnik (1981) se consideran como una sucesión de elementos que se construyen siguiendo una regla dada. Por su parte, Rivera y Sánchez (2012) lo definen como una característica o una

regularidad que refleja una relación estructural entre los elementos de una secuencia de elementos específica. Los patrones permiten preparar a los estudiantes para que sean capaces de construir una experiencia algebraica mediante la formulación verbal, de una regla verbal o de un procedimiento el cual les permita construir los términos siguientes a partir de sus predecesores (MEN, 1996).

### 2.3.1. Tipos de patrones

En este sentido, Pulgarín (2015) clasifica los patrones de la siguiente manera.

- **Patrones de repetición:** Son aquellos en donde diferentes elementos son presentados de forma periódica. La variable se repite de manera cíclica, suelen definirse como una secuencia de elementos los cuales siguen una relación o regla. Un ejemplo de este tipo de patrón es observable en Figura 3.

#### Figura 3

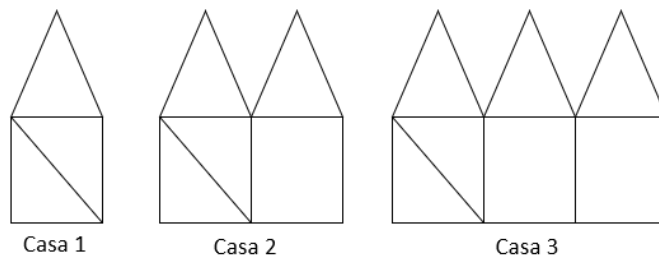
*Ejemplo de un patrón de repetición en una secuencia figural*



- **Patrones de recurrencia:** Son aquellos en los cuales el núcleo se encuentra cambiando, y cada término de la sucesión puede ser expresado en función del término anterior o de los términos anteriores, que genera una regla o ley de formación. Un ejemplo de esto se puede observar en Figura 4.

**Figura 4**

*Ejemplo de un patrón de recurrencia en una secuencia figural*



*Nota. Esta figura fue tomada de J. Pulgarín (p. 33), 2015.*

Los patrones de recurrencia suelen ser los más observados en las actividades de generalización de patrones, ya que no suelen ser estáticos en cuanto a la forma de su presentación, dentro de estos patrones de recurrencia tenemos:

- **Patrones numéricos:** Estos se refieren a una serie de números que siguen una secuencia. Estos patrones permiten identificar el ritmo de cambio en los números, pero no siempre hacen obvias las partes que varían y las que permanecen constantes, como se observa en Figura 5.

**Figura 5**

*Ejemplo de un patrón numérico*

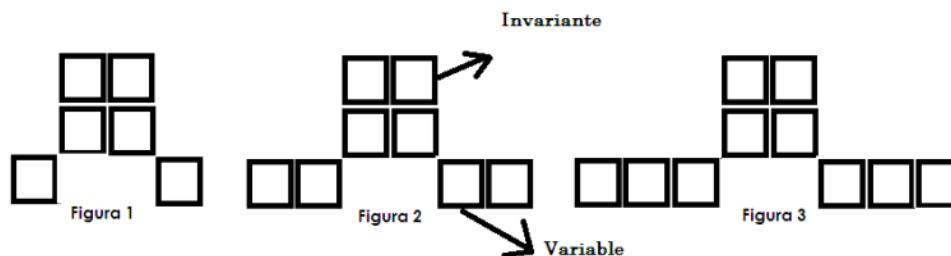
$$\begin{array}{cccc}
 +8 & +8 & +8 & +8 \\
 \frown & \frown & \frown & \frown \\
 7, & 15, & 23, & 31, & 39, \dots
 \end{array}$$

- **Patrones geométricos:** Hacen referencia a las regularidades que siguen una secuencia de figuras geométricas, como círculos, triángulos, cuadrados, etc. Tienen como ventaja, que

permiten observar el núcleo de la secuencia favoreciendo la visualización de lo variante y lo estático. Un ejemplo de ellos se presenta en Figura 6.

### Figura 6

*Ejemplo de un patrón geométrico*



*Nota. Esta figura fue tomada de J. Pulgarín (p. 34), 2015.*

#### 2.3.2. Tareas y generalización de patrones

Teniendo en cuenta la clasificación anterior, se vuelve prioridad introducir actividades relacionadas con ellos en el aula de matemáticas, estas actividades presentan diversos tipos de tareas teniendo en cuenta su nivel de dificultad. Se toma como referencia los tipos de tareas mencionados por Pulgarín (2015) los cuales son:

- **De reproducción:** en los cuales solo copiarán un patrón dado.
- **De identificación:** en donde los estudiantes detectarán la regularidad de la secuencia.
- **De extensión:** Se debe de extender la secuencia de acuerdo con el patrón que la rige.
- **De extrapolación:** En estas tareas los estudiantes deben de llenar espacios vacíos del patrón.
- **De traslación:** Darle uso al patrón y realizarle cambios ya sea en lenguaje algebraico o en colores.

Este tipo de tareas, permiten un punto de partida para el diseño de las actividades, en donde se presentan la generalización de patrones. El MEN (2006) menciona a la generalización como un estándar el cual debe de ser enseñado a los estudiantes de primaria. En términos de Radford (2008) generalizar significa observar y analizar algo. Polya (1954) considera que generalizar es “pasar de un objeto a una clase que contiene el objeto” (p. 12). El proceso de generalizar patrones implica lo que son tres acciones: observar una propiedad en común, generalizar la propiedad en común a todos los términos de la secuencia y usar esta propiedad en común para determinar una regla que permita hallar términos de la secuencia (Zapatera, 2018).

Finalmente, Mason (1999) promueve cuatro etapas de las tareas de generalización de patrones, las cuales serán la base de este documento:

- 1. Percibir un patrón (Ver):** se le brinda al estudiante la posibilidad de tocar, trasladar, reemplazar, crear semejanzas y diferencias mediante el contacto directo con el material, lo cual le permite analizar los elementos que hacen parte de la secuencia.
- 2. Expresar un patrón (Decir):** los estudiantes en esta etapa deben de generar conjeturas sobre los elementos conocidos del patrón, con base en el trabajo realizado previamente, para de esta manera continuar con una secuencia lógica. Durante este momento, se toma en cuenta la opinión y participación de los pares y la orientación del docente.
- 3. Registrar un patrón (Describir):** en esta etapa, los estudiantes requieren del uso de habilidades escritas, orales y/o creativas para expresar las reglas de correspondencia de las secuencias. Se les da la libertad a los estudiantes de escoger la forma de representar sus ideas atendiendo las diversas formas de pensar de los estudiantes.

4. **Validar un patrón (Verificar y Generalizar):** durante este momento, se le permite al estudiante partir de lo particular a lo general, y viceversa, esto con el objetivo de ampliar la información mediante la creación de nuevos patrones o secuencias.

Los tipos de tareas antes descritos son usados tanto para el planteamiento de los propósitos para cada nivel (que se pueden observar en la malla curricular, Tabla 1) y también el diseño de las actividades.

#### 2.4. El ajedrez en la enseñanza de las matemáticas

Las relaciones entre las matemáticas y el ajedrez han sido estudiadas durante el paso del tiempo tanto por ajedrecistas, como por matemáticos. Garrido (2011) afirma que el ajedrez y las matemáticas se aportan mutuamente en diversos aspectos. Sánchez (2022) argumenta que el ajedrez es uno de los pocos ejemplos de sobre los cuales es favorable hacer una demostración sobre una suposición matemática, un ejemplo de esto es un hito entre ajedrecistas que afirman que no existe una estrategia ganadora para las piezas negras, sin embargo, no hay una demostrarlo significativa de tal suposición.

Por otro lado, Jaureguiberry (2015) expresa que el uso del tablero de ajedrez dentro del proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas presenta múltiples ventajas, como lo son su naturaleza en la construcción de relaciones lógico-matemáticas. Otros autores como Gairín y Fernández (2010), realizaron la construcción, validación y aplicación de material didáctico basados en ajedrez para la enseñanza de las matemáticas. Asimismo, resaltan la influencia del ajedrez en el desarrollo cognitivo (como la atención, la memoria, la concentración, la percepción, el razonamiento lógico, la orientación espacial, la creatividad y la imaginación) y en el ámbito personal (incluyendo la responsabilidad, el control, la tenacidad, el análisis, la planificación, la

autonomía y la capacidad de discusión). Además, subrayan su importancia en los sistemas educativos de numerosos países alrededor del mundo.

Mientras que Machado et al. (2012) indican que algunos de los componentes de la práctica del ajedrez se tratan de concentración y desarrollo de estrategias para resolver problemas mediante el uso del pensamiento lógico. Guik (2012) indica que la utilización del tablero, las piezas y el juego en sí a menudo se utilizan para ilustrar conceptos, ideas y problemas matemáticos.

Teniendo en cuenta estas investigaciones, podemos afirmar que el ajedrez posee una relación estrecha con las matemáticas en donde cada uno de ellos puede salir beneficiado de su interacción. Por lo que, se puede considerar que estas relaciones que poseen entre ellas pueden ser beneficiosas para la enseñanza y el aprendizaje de las secuencias y patrones.

La lúdica es un término usado para describir actividades, prácticas o enfoques relacionados con el juego y la diversión para el aprendizaje. Esta implica que el estudiante cuando se recree y se entretenga. En términos de Ballesteros (2011), la lúdica se define como “una cualidad humana que favorece la creatividad y posee como atributo su capacidad para modificar perspectivas” (p. 14). Una de las herramientas más comunes en la lúdica es el juego, ya que este constituye una estrategia necesaria para propiciar aprendizajes (Franco y Sánchez, 2019).

Así, el juego es usado como eje del diseño didáctico producto de la investigación que se está reportando en este documento.

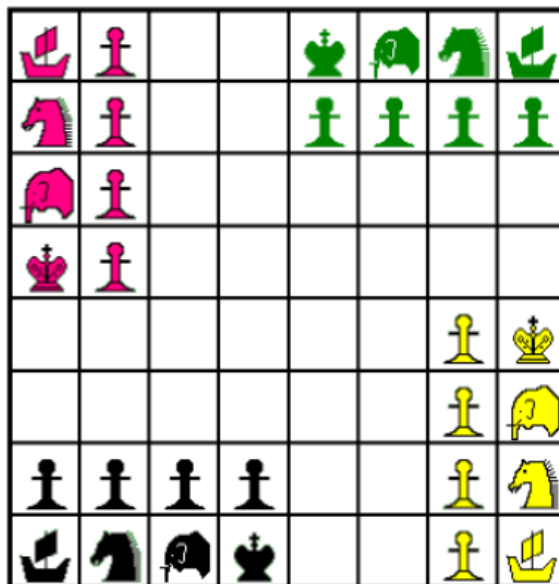
#### ***2.4.1. Un acercamiento a la evolución histórica del ajedrez***

Existen diversas fuentes que hablan sobre el origen del ajedrez, como un juego que simulaba enfrentamientos, entre caballos, caballeros, elefantes, etc. Quílez y Sánchez (2022) dicen que la creencia sobre que el ajedrez proviene del juego Chaturanga, proveniente de la India que

consiste en cuatro ejércitos en un tablero de 64 casillas unicolor. Cada bando poseía 8 piezas que representaban al ejército hindú, como se muestra en la Figura 7.

**Figura 7**

*Tablero de Chaturanga*



*Nota. Tomado de S. Quílez y E. Sánchez (p.18), 2022.*

Del Chaturanga nacieron otros juegos como el Shatrang persa y el Petteia griego que después se fusionaron durante la guerra entre Grecia y Persia de donde nació el ajedrez árabe alrededor del año 650. Durante la época islámica, el ajedrez se popularizó en gran medida dentro de los árabes, quienes lo introdujeron a Europa a través de la conquista musulmana a España en el siglo VIII el cual se convirtió en un pasatiempo para la nobleza y la realeza.

Saltando a la Edad Media, para los siglos VII y VIII se habían ideado nuevas ideas para la representación de las piezas. El tablero ya poseía dos colores, se habían introducido las torres que eran denominadas roques (carro de guerra en árabe). La dama era la alferza, quien representaba a

un capitán, el caballo representaba a un caballero, que es la razón por la que en inglés se le denomina knight y no horse. Sánchez (2022) explica que el alfil tenía diversas representaciones según la cultura, como lo son: elefante, obispo, un bufón o un corredor.

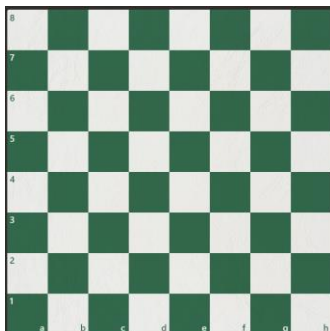
Con el paso de los años el ajedrez comenzó a consolidarse como un juego de estrategia, un símbolo de la inteligencia y el poder en la Europa renacentista. Han existido grandes maestros del ajedrez como Ruy López (siglo XVI), Philidor (siglo XVIII) los cuales redactaron tratados sobre el juego, y celebraron las primeras competencias ajedrecísticas oficiales.

Recientemente, en el siglo XX con el auge de las nuevas tecnologías, se crearon computadoras capaces de jugar ajedrez, la primera de estas conocida como Deep Blue, quien fue desarrollada por IBM y destacaba por jugar al ajedrez a un nivel extremadamente alto. Esta computadora se hizo famosa por enfrentarse, al en ese entonces campeón mundial, Garry Kasparov en una serie de partidas en 1996 y 1997.

La evolución histórica de la que se ha hablado aquí se usa en la construcción del diseño didáctico que nos propusimos construir en el trabajo reportado aquí.

#### **2.4.2. Elementos del ajedrez.**

El ajedrez se juega en un tablero de 64 cuadros, denominados casillas, de las cuales 32 son negras y 32 blancas alternadas. Cada jugador dispone de 16 piezas, de los cuales el primero llevará las piezas blancas y el segundo las negras. El tablero es ubicado de tal forma que una casilla blanca siempre se encuentre en la esquina derecha de cada jugador, como se presenta en Figura 8.

**Figura 8***Tablero de Ajedrez*

El tablero se divide en, columnas, filas y diagonales. Las columnas son las hileras verticales compuestas de 8 casillas, existen 8 columnas, estas se encuentran nombradas por las letras de la a hasta la h. Las filas son las hileras horizontales que se componen de 8 casillas, igualmente, existen 8 filas y están nombradas por los números del 1 al 8. Y las diagonales, son las uniones de casillas del mismo color que forman una línea “recta”, hay en total 26 diagonales. El juego tiene seis figuras:

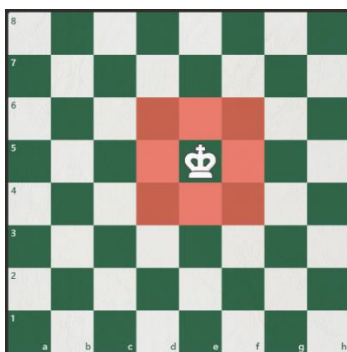
- Rey
- Dama
- Torre
- Caballo
- Alfil
- Peón

Cada lado puede mover sus piezas, pero solo a casillas libres de sus propias figuras, es decir, que ninguna pieza puede ocupar casillas las cuales ya estén siendo ocupadas por otras de su mismo color. A continuación, se ilustran los movimientos de las figuras.

- **El rey:** Se puede mover una casilla en cualquier dirección, sin embargo, no puede moverse a casillas las cuales estén amenazadas por piezas enemigas. La anterior se presenta en la Figura 9.

**Figura 9**

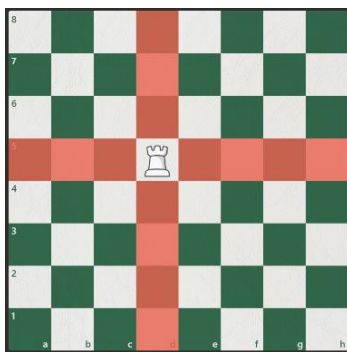
*Movimientos del rey*



- **La torre:** Su movimiento es de forma horizontal o vertical, por las filas y columnas tantas casillas como desee, siempre y cuando esté libre su camino. La anterior se presenta en la Figura 10.

**Figura 10**

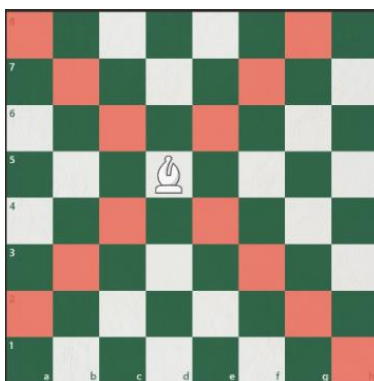
*Movimientos de la torre*



- **El alfil:** Este se desplaza por las diagonales del tablero, en una sola dirección por turno. Cada jugador cuenta con una pareja de alfiles que se moverán solo por sus casillas (blancas o negras), como se muestra en Figura 11.

**Figura 11**

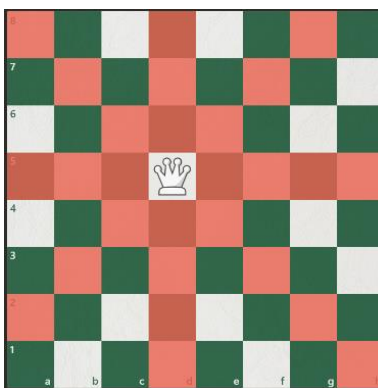
*Movimientos del alfil*



- **La dama o reina:** Posee los movimientos de una torre y un alfil, esto es, puede moverse por las columnas, filas y diagonales en una sola dirección a la vez, como se presenta en Figura 12.

**Figura 12**

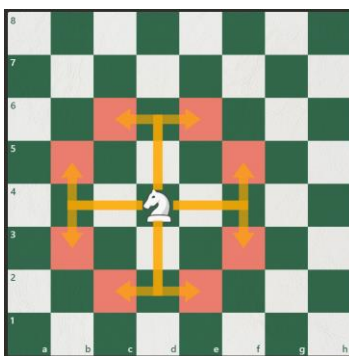
*Movimientos de la dama o reina*



- **El caballo:** Se distingue por su movimiento en L, este se mueve a una de las casillas más próximas a las que se encuentre, sin ser de la misma fila, columna o diagonal. Lo anterior se ve en Figura 13.

**Figura 13**

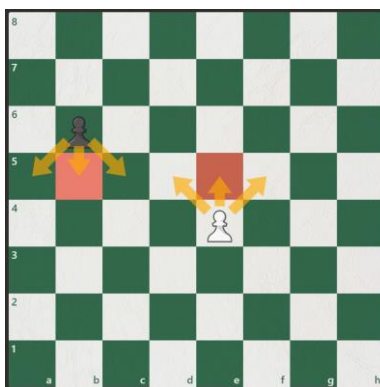
*Movimientos del caballo*



- **El peón:** Solo se mueve hacia adelante, sobre las columnas. En su posición inicial puede avanzar dos casillas o solo una, luego del primer movimiento solo podrá moverse una casilla por turno. Esta captura en diagonal, sin dejar de avanzar como se observa en Figura 14.

**Figura 14**

*Movimientos del peón*



Para jugar es importante conocer la ubicación inicial de las figuras en el tablero de ajedrez: las dos torres están en las esquinas, seguidos de los caballos y alfiles respectivamente, la dama y el rey. La dama siempre será ubicada en la casilla de su color, y los ocho peones cubrirán la segunda fila del primer jugador (del color blanco) y la séptima fila para las piezas negras. A continuación, se enseña la posición inicial de una partida de ajedrez Figura 15.

### Figura 15

*Posición inicial de una partida*



También es importante añadir que existen movimientos especiales, los cuales tienen sus propias condiciones y sus reglas para realizarse, estos son: el enroque, la captura al paso (*en passant*), y la coronación, el jaque, jaque mate, y el rey ahogado. Los siguientes se presentan a continuación.

- **Enroque:** Es una jugada para proteger al rey y poner en juego una torre. Este movimiento solo se realiza una vez por partida, y existen dos tipos de enroque. El enroque corto y el enroque largo. Este movimiento Figura 16. se realiza moviendo al rey dos casillas en su fila original, a izquierda o derecha, y la torre se ubica al lado del rey.

**Figura 16**

*Enroque corto y largo*



- **Captura al paso (En passant):** Esta se da cuando un peón avanza dos casillas en su primer movimiento y queda al lado de un peón rival, este peón podrá capturarlo de la forma como se presenta en la Figura 16.

**Figura 17**

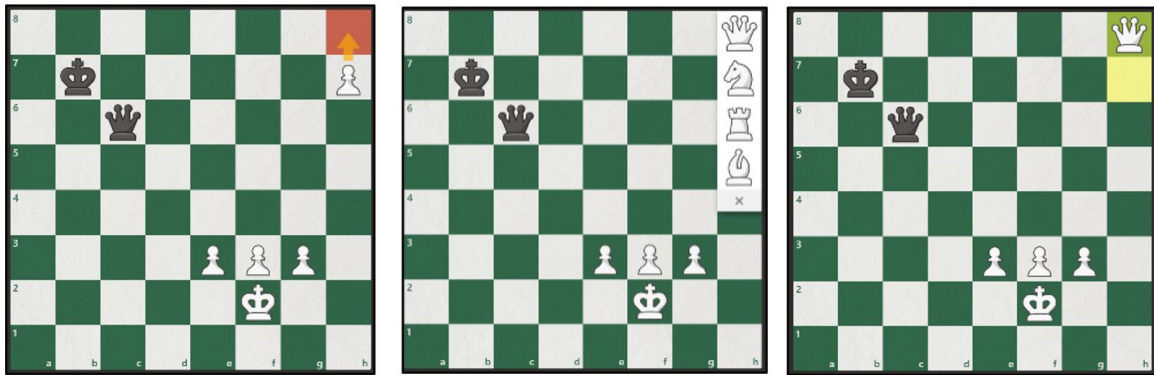
*Secuencia de captura al paso*



- **Coronación:** Aunque los peones parezcan la pieza más débil de tablero, esto no tiende a ser así. Los peones pueden “coronarse” como una dama, torre, alfil, o caballo al llegar a la octava fila, esta secuencia puede observarse en Figura 18.

**Figura 18**

*Secuencia de coronación de un peón*



- **Jaque:** Se dice que el rey está en jaque cuando este es amenazado por una pieza del rival, el jaque puede ser dado por cualquier pieza exceptuando al rey enemigo. A continuación, se presenta un ejemplo de esta situación Figura 19.

**Figura 19**

*Jaque realizado por la dama blanca al rey negro*



- **Jaque Mate:** El jaque mate o check mate en inglés, se da cuando el rey se encuentra en posición de jaque y este no puede salir de esta posición, es decir, no puede bloquear el jaque o salirse de él, se considera jaque mate lo cual dará la victoria al jugador el cual lo haya realizado, un ejemplo puede ser el realizado por una dama y un alfil Figura 20.

**Figura 20**

*Jaque mate realizado por dama y alfil*



- **Rey ahogado:** Este movimiento se da cuando, un jugador no puede mover a su rey, y este no se encuentre en posición de jaque y además no pueda mover cualquier otra pieza. Si este movimiento llega a ocurrir se considera como un empate, como se presenta en Figura 21.

**Figura 21**

*Ejemplo de un rey ahogado*



La explicación de los movimientos, las fichas y el ajedrez es propia del autor quien lo describe desde su propio conocimiento del juego, también las ilustraciones son capturas de pantalla del juego creadas por el autor.

Habiendo observado las piezas y sus movimientos, es importante añadir que, para los ajedrecistas, cada pieza tiene un valor asignado. Los peones valen un punto, los caballos y alfiles tres puntos cada uno, las torres equivalen a cinco puntos, la dama nueve puntos, y el rey al ser la pieza más importante del juego no tiene un valor finito. Estos aspectos son esenciales dado que estos se usarán para la elaboración del diseño; los movimientos, el diseño del tablero, y la historia del ajedrez serán las herramientas principales para guiar la enseñanza de las secuencias y patrones.

#### ***2.4.3. El ajedrez en la enseñanza de secuencias y patrones***

Dado las relaciones entre las matemáticas y el ajedrez, centrando la mirada en la difusión educativa. Machado y Jimenez (2012) proponen una actividad para trabajar patrones utilizando las fichas del ajedrez, en este caso, el Alfil, Dama y Caballo, la actividad consiste en contar el número de casillas a las cuales se puede trasladar cada una de las piezas siguiendo sus movimientos característicos en un tablero de ajedrez hecho en papel. La intención de la propuesta es “brindar a los maestros una forma de integrar los elementos del ajedrez en el aula para apoyar la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas” (Machado et al., 2012, p. 110).

Por su parte, Sánchez (2022) presenta una serie de actividades preparadas para estudiantes de básica secundaria, mediante el uso ciertas posiciones de jaque mate el estudiante debe escoger el patrón adecuado para finalizar la jugada. Debe identificar variaciones entre posiciones para que de esta manera se adecue a los patrones para poder finalizar partidas de ajedrez. Adriana Salazar del Instituto Tekman presenta guías para la enseñanza de ciertos temas mediante el uso de ajedrez, estas guías hacen parte del programa Ajedrez en el Aula iniciado en España y dedicado a niños de

3 a 12 años. Dentro de estas se presentan actividades lúdicas usando el ajedrez como medio para cumplir un objetivo, ya sea la enseñanza de valores o conceptos matemáticos como lo son en este caso las seriaciones mediante la construcción del tablero de ajedrez.

Julio et al. (2017) presentan actividades diseñadas para la enseñanza de patrones en estudiantes de grado octavo, en donde mediante el uso del movimiento de las fichas los estudiantes lograban identificar ciertos patrones de movimientos los cuales permitían desvelar un mensaje oculto en el tablero. Un aspecto para tener en cuenta es que, aunque existan múltiples investigaciones sobre la enseñanza de la generalización de secuencias y patrones, no se han encontrado muchas investigaciones en donde relacionen este tema con el ajedrez, aunque existan diversas investigaciones que sostienen la importancia del ajedrez como un recurso educativo (Kazemi et al., 2012; Sigirtmac, 2016; Poston y Vandenkieboom, 2019). Y teniendo en cuenta las repercusiones tanto educativas, personales, intrapersonales, cognitivas que trae consigo el ajedrez, se pone en juego en cómo usarlo para atender a la inclusión, específicamente a niños con TDAH.

## **2.5. Estructura curricular para la atención a la diversidad en clase de matemáticas**

Para la planificación del diseño se tendrá en cuenta la estructura curricular propuesta en el marco del proyecto *Diseños didácticos para la inclusión en Matemáticas con la mediación de tecnologías: procesos de formación y reflexión de profesores*, quien de acuerdo con Jácome y Parada (2023) busca apoyar a los profesores en el proceso de brindar a sus estudiantes, con diversos niveles de profundidad en la educación básica y media, acceso a los contenidos curriculares establecidos por el MEN. El proyecto centra su atención en la creación de diseños didácticos que permiten abarcar los conceptos matemáticos del currículo nacional en cuatro niveles de profundidad. Jacome, Parada y Fiallo (2023) describen estos niveles de la siguiente manera:

- Nivel de profundidad 1: En este nivel, las actividades deben de proporcionar múltiples representaciones del objeto matemático de estudio, específicamente representaciones concretas las cuales permitan evidenciar atributos de los números y las formas. Las instrucciones para los problemas deben de ser sencillas, se sugiere que contengan poco texto, pero mayor contenido visual, auditivo y que inviten a la manipulación de material concreto. El diseño debe de proporcionar múltiples formas de acción y expresión como lo son el uso de las palabras claves mediante texto alternativo, con el fin de activar la percepción auditiva, visual, táctil de los estudiantes y de esta forma promover la actividad matemática. El acompañamiento del profesor es necesario en la implementación de este diseño, esto para que puedan acompañar al estudiante en la medida que lo necesite. También es importante, incluir en diseños de este nivel diferentes formas de implicación, esto mediante el trabajo colaborativo con pares y la socialización continua de sus avances.
- Nivel de profundidad 2: Para este nivel, se requiere ofrecer diversas formas de expresión y comunicación, priorizando actividades que fomenten la resolución de problemas. Estas actividades implican la interpretación de información presentada de manera verbal, numérica o gráfica, utilizando material visual, auditivo y concreto. El diseño debe permitir múltiples formas de acción y expresión, utilizando situaciones culturalmente relevantes para los estudiantes. Las situaciones problemas en este nivel deben tener instrucciones sencillas con un texto moderado que ayude a los estudiantes a conectar información y comprender la solución. Se deben brindar diversas formas de expresión, como expresiones orales, gestuales y pictóricas, entre otras posibilidades de producción. En este nivel, se propone la mediación del docente, quien evaluará el progreso paso a paso y brindará nuevas instrucciones para alcanzar el objetivo previsto. El trabajo colaborativo con compañeros y

la socialización constante de los avances ante el grupo siguen siendo importantes en este nivel. Sin embargo, se debe fomentar la autonomía de los estudiantes para aplicar los conocimientos adquiridos en la resolución de situaciones cotidianas. El profesor puede brindar apoyo con material o representaciones concretas, como tapas, ábacos o software, que se irán retirando a medida que el estudiante avanza.

- Nivel de profundidad 3: En este nivel, es esencial ofrecer diversas formas de expresión y comunicación, dando prioridad a actividades que implican la resolución de problemas mediante la abstracción e interpretación de información verbal, numérica, gráfica y tabular. Se deben utilizar diversas tecnologías, como entornos virtuales interactivos o software, que permitan la manipulación, proporcionen una variedad de retroalimentación y estrategias para la resolución de problemas. Las actividades se diseñan principalmente para que los estudiantes construyan expresiones numéricas o algebraicas que modelen situaciones problemáticas del contexto. Además, estas actividades deben fomentar el desarrollo de procesos matemáticos abstractos y el uso de un lenguaje matemático preciso. El diseño debe ofrecer diversas formas de acción y expresión, utilizando el lenguaje matemático acorde con el objeto matemático de estudio. En este nivel, el docente actúa como mediador, ayudando al estudiante a acercarse y construir los objetos matemáticos según el propósito establecido. Es importante fomentar la implicación del estudiante, manteniéndolo motivado al resolver y discutir situaciones tanto matemáticas como cotidianas del contexto.
- Nivel de profundidad 4: Para este nivel, es fundamental proporcionar múltiples formas de expresión, comunicación y argumentación, enfocándose en actividades de resolución, deducción y planteamiento de conjeturas matemáticas mediante el uso de lenguaje matemático formal. Se recomienda promover la resolución de problemas con la mediación

de diversas tecnologías, como entornos virtuales interactivos o software, que permitan la visualización, proporcionen una variedad de retroalimentación y apoyen la argumentación y el desarrollo de estrategias de resolución de problemas. Las actividades se diseñan principalmente para que los estudiantes modelen situaciones del contexto, ya sea matemático o no matemático, justificando y argumentando sus procedimientos y deducciones. El diseño debe ofrecer diversas formas de acción y expresión, utilizando el lenguaje matemático formal correspondiente al objeto matemático de estudio. En este nivel, el docente asume el papel de mediador, apoyando al estudiante para que profundice en sus objetos de estudio hasta donde su interés, motivación y creatividad lo permitan. Esto fomenta la implicación del estudiante, invitándolo siempre a discutir y exponer sus avances con sus compañeros académicos y la comunidad educativa.

Para cada nivel de profundidad, el diseño presenta una estructura que se divide en cuatro momentos, los cuales se describen a continuación:

- **Primer Momento:** Este es el inicio de la clase, donde se presentan actividades destinadas a introducir un objeto de estudio desde un contexto específico. Estas actividades pueden ser diseñadas de manera lúdica y dinámica con el objetivo de realizar una valoración y conexión de conocimientos.
- **Segundo Momento:** En este momento, se procede a desarrollar conceptos matemáticos que surgen de la situación presentada en el primer momento. Se abordan preguntas, se identifican propiedades, relaciones, representaciones y conexiones relacionadas con el objeto matemático en estudio y su relación con el contexto.
- **Tercer Momento:** En esta etapa de la clase, los estudiantes aplican y consolidan los conocimientos adquiridos hasta ese punto. Se plantean actividades que pueden incluir

práctica, ejercicios, aplicaciones, cuestionamientos, juegos, proyectos u otras dinámicas que fomentan la comprensión y el desarrollo de habilidades.

- Cuarto Momento: Este es el instante en el cual se evalúan los progresos y desempeños de los estudiantes, reconociendo las diferencias en sus ritmos y estilos de aprendizaje. En esta fase, se pueden proponer actividades desafiantes, dinámicas o problemas que permiten evaluar los logros y aprendizajes alcanzados.

Los diseños que se presentan como producto de este trabajo de investigación se ajustan a la estructura curricular expuesta y a todos los aspectos conceptuales descritos en este capítulo.

### **3. Metodología de Investigación**

Con base en la pregunta y objetivos de investigación presentados en el capítulo I, esta investigación sigue lo propuesto por Diaz et al. (1990), quienes entienden el diseño como una estructuración sistemática del currículo. Por esta razón, la investigación reportada contiene cinco fases las cuales son: I) Revisión bibliográfica; II) Construcción de la malla curricular del diseño; III) Construcción del diseño didáctico, IV) Valoración curricular del diseño didáctico, V) Ajustes al diseño.

#### **3.1.Revisión Bibliográfica**

En esta fase, se realizó una revisión de literatura y se dividió en tres categorías: i) secuencias y patrones, que responde al *qué* de la investigación; ii) uso del Ajedrez como recurso didáctico, lo que responde al *cómo* de la investigación; y, iii) políticas educativas que buscan garantizar una educación de calidad para todos mediante el DUA, que responde al *para qué*. Los resultados de esta revisión se encuentran en el capítulo 2, aunque se presentan en este mismo orden.

El desarrollo de esta fase se realizó de manera previa al diseño, pero se fue actualizando en cada etapa del diseño de actividades.

### 3.2. Construcción de la Malla Curricular

En este momento de la investigación, se dio lugar a la construcción de la malla curricular en la que se plantean los propósitos para los cuatro niveles de profundidad explorados alrededor de la pregunta ¿cómo el ajedrez posibilita el estudio de la secuencias y patrones? Además, se detallan los descriptores de los procesos matemáticos implicados, situados en el contexto del ajedrez. La malla fue realizada para los cuatro niveles de profundidad, en donde se usaron las cuatro etapas de generalización expuestas en el inciso 2.3.2 para el planteamiento de los propósitos y sus descriptores. La malla se presenta a continuación en la Tabla 1.

**Tabla 1**

*Malla curricular del diseño*

<b>Estándar Básico de Competencia</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Predigo patrones de variación en una secuencia numérica, geométrica o gráfica.</li> <li>• Reconozco y predigo regularidades y patrones en distintos contextos (numérico, geométrico, musical, entre otros)</li> </ul>		
<b>Derecho Básico de Aprendizaje (DBA 9)</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Identifica patrones en secuencias (aditivas o multiplicativas) y los utiliza para establecer generalizaciones aritméticas o algebraicas.</li> </ul>		
<b>Nivel de Profundidad 1</b>	<b>Nivel de Profundidad 2</b>	<b>Nivel de Profundidad 3</b>	<b>Nivel de Profundidad 4</b>
<b>Propósito</b>	<b>Propósito</b>	<b>Propósito</b>	<b>Propósito</b>
Reconocer patrones de variación cuando se observan secuencias numéricas formadas a través de los elementos del ajedrez.	Interpretar patrones de variación en secuencias numéricas formadas a través de los elementos del ajedrez.	Predecir y expresar patrones de variación al manipular secuencias numéricas y figurales formadas a través de los elementos del ajedrez.	Predecir, expresar y relacionar patrones de variación cuando se manipulan secuencias figurales y numéricas formadas a través de los elementos del ajedrez.

Descriptores	Descriptores	Descriptores	Descriptores
<p><b>Elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos</b> Usar operaciones para hallar términos de secuencias numéricas.</p>	<p><b>Elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos</b> Utilizar operaciones y atributos gráficos para hallar términos de secuencias numéricas que nacen a través de los elementos del ajedrez.</p>	<p><b>Elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos</b> Aplicar patrones de variación para hallar los términos de secuencias numéricas y figurales formadas por los elementos del ajedrez.</p>	<p><b>Elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos</b> Clasificar y diferenciar los términos de secuencias numéricas y figurales de acuerdo con las reglas de variación expresadas de manera verbal y simbólica.</p>
<p><b>Modelación</b> Reconocer la regla de correspondencia verbal que relaciona los términos de secuencias numéricas formadas a través de los elementos del ajedrez.</p>	<p><b>Modelación</b> Reconocer la regla de correspondencia que relaciona los términos de secuencias numéricas formadas a través de los elementos del ajedrez.</p>	<p><b>Modelación</b> Construir reglas de correspondencia simbólicas y verbales en donde se relacionen los términos de la secuencias numéricas y figurales provenientes de los elementos del ajedrez.</p>	<p><b>Modelación</b> Predecir, sintetizar y modificar los términos de secuencias numéricas y figurales de acuerdo con los patrones de variación formados a través de los elementos del ajedrez.</p>
<p><b>Razonamiento</b> Determinar la pertenencia de los términos de las secuencias formadas a través de los elementos del ajedrez a partir de la regla de correspondencia.</p>	<p><b>Razonamiento</b> Interpretar la característica común entre los términos de secuencias numéricas para diferenciar los términos de cada secuencia.</p>	<p><b>Razonamiento</b> Justificar el patrón de variación de forma verbal y/o algebraica en secuencias figurales y numéricas, en los movimientos de las figuras de ajedrez para lograr identificar qué aspectos son variantes y cuales invariantes en secuencias formadas a través de los elementos del ajedrez.</p>	<p><b>Razonamiento</b> Argumentar, comparar e inferir acerca de las relaciones existentes entre los patrones de variación dados en secuencias numéricas y figurales formadas a través de los elementos del ajedrez.</p>
<p><b>Comunicación</b> Describir verbalmente los términos de las secuencias numéricas formadas a través de los elementos del ajedrez.</p>	<p><b>Comunicación</b> Explicar las reglas de correspondencia en los términos conocidos de las secuencias para lograr encontrar otros términos en secuencias formadas a través de los elementos del ajedrez.</p>	<p><b>Comunicación</b> Describir los patrones de variación presentes, de manera verbal y/o simbólico, en secuencias numéricas y figurales formadas a través de los elementos del ajedrez.</p>	<p><b>Comunicación</b> Justificar los patrones de variación presentes, de manera verbal y/o simbólica en secuencias numéricas y figurales formadas a través de los elementos del ajedrez.</p>

### **3.3. Construcción del Diseño**

Basados en la estructura curricular se procedió a realizar el diseño de actividades para cada nivel de profundidad, iniciando con el nivel 3. Dada la complejidad del diseño se decidió para efectos de este trabajo hacer la construcción de los diseños para el nivel 2 y 3, dejando para un posterior trabajo completar el proceso. Estos diseños se fundamentan en el marco teórico propuesto, empleando el ajedrez como recurso didáctico siguiendo los principios rectores del DUA y sus respectivas pautas.

Cada diseño comprende de dos versiones, la versión para el estudiante, y la versión docente (con orientaciones teóricas, metodológicas y didácticas para la implementación del diseño). Cabe mencionar, que el objetivo del diseño no es enseñar a los estudiantes a jugar ajedrez, por su parte se planea usar las nociones del ajedrez para el desarrollo de actividades las cuales permitan la construcción de secuencias y patrones. A continuación, se describen las actividades del diseño en cada uno de los momentos.

#### ***3.3.1. Nivel de profundidad 2***

Para el nivel de profundidad 2, el enfoque del diseño se centró en la incorporación de secuencias y patrones numéricos como elementos clave, aun así, se presentan las definiciones de patrones y secuencias figurales dentro de él. En este nivel, no se requiere que el estudiante justifique o explique los patrones presentes en cada secuencia; en su lugar, se espera que utilice activamente cada patrón numérico identificado en las actividades. La delimitación de este diseño se observa en la Tabla 2

**3.3.1.1. Descripción de la malla curricular.** Teniendo en cuenta la indicación anterior, la malla curricular para el nivel de profundidad 2 tiene como objetivo la interpretación de patrones numéricos, esto es, atendiendo a los procesos de generalización de Mason (1999), mencionados en la sección 2.3.2, se espera que los estudiantes desarrollen los tres primeros niveles de generalización para lograr comprender e identificar el comportamiento de las secuencias mediante elementos gráficos y numéricos.

## Tabla 2

### *Coherencia vertical nivel de profundidad 2*

<b>Momento uno</b>	<i>Es el momento inicial, en el cual se introduce el juego de ajedrez mediante un vídeo que relata su desarrollo histórico, seguido a esto una explicación sobre algunas fichas del juego y sus las formas que poseen sus movimientos con el objetivo de interiorizarlos para poder realizar las actividades de los siguientes momentos.</i>
<b>Momento dos</b>	<i>Se inicia con la presentación de una secuencia de tableros unicolor de diversos tamaños. En esta actividad, se espera que los estudiantes cuenten la cantidad de casillas en cada tablero para expresar una regla de correspondencia para cada uno de los elementos de la secuencia. Se busca que el estudiante explore la variedad de formas de expresar un patrón.</i>
<b>Momento tres</b>	<i>En este momento, se presentan dos secuencias diferentes pero que siguen la misma idea, usar los movimientos de las figuras para formar secuencias numéricas. Con cada una de las secuencias, se busca que el estudiante interprete los patrones de variación y los use para observar la relación entre la posición de las fichas y la cantidad de movimientos posibles a realizar.</i>
<b>Momento cuatro</b>	<i>Por último, se plantea una pequeña evaluación teniendo en cuenta las definiciones presentadas a lo largo del diseño, las preguntas son de selección múltiple y sirven para formalizar los conceptos usando las secuencias trabajadas durante el diseño.</i>

*Nota.* En la tabla se presenta la ruta vertical correspondiente a el nivel de profundidad 2 descrito por Jácome y Parada (2023).

**3.3.1.2. Descripción del diseño.** En este apartado se describen las actividades planteadas para el nivel de profundidad 2 en cada uno de los momentos, con su respectivo análisis a priori.

#### **A. Primer momento**

El diseño inicia con la reproducción de un vídeo denominado “una breve historia del Ajedrez”. Usando el vídeo como base se plantea que los estudiantes entren en el contexto del ajedrez, conozcan un poco de su historia y su cambio alrededor de la historia lo cual será evaluado a lo largo del diseño mediante las actividades y preguntas propuestas en este. Teniendo en cuenta la complejidad del contexto con el que se plantea trabajar, se espera que el estudiante tenga un primer acercamiento al ajedrez mediante el conocimiento de sus piezas, los movimientos de estas, el tablero de juego y sus respectivos nombres.

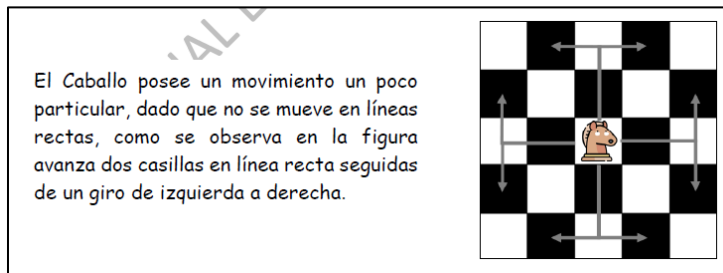
Además, se rescata el uso de material concreto dentro de las actividades del diseño ya que este formaliza y potencia el conocimiento intuitivo que poseen los estudiantes dentro de su realidad de cálculo, y espacio temporal por medio de la identificación de las formas de dichos recursos (Revelo y Yáñez, 2023, p. 73). Seguidamente se les presenta las formas de los movimientos de las figuras de ajedrez con una breve descripción tanto textual como gráfica, a continuación, se presenta el ejemplo de la figura del caballo Figura 22.

El diseño sigue con una serie de preguntas relacionadas con los movimientos de las figuras observados previamente, en donde se realiza la observación al profesor de guiar a los estudiantes al estudio de estas. Para este momento, aún no se busca que los estudiantes enfoquen su mirada en los objetos matemáticos de estudio, por su parte se espera que el estudiante cimiente nociones básicas en el juego de ajedrez, para de esta manera facilitar la realización del diseño. Avanzando

en el literal 4) introduce el tablero de ajedrez, el cual iniciará las actividades de secuencias y patrones.

**Figura 22**

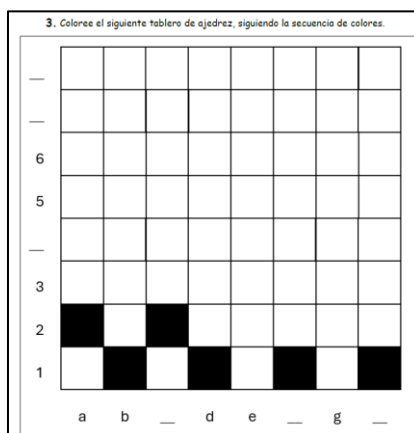
*Descripción de los movimientos del caballo*



La actividad de acuerdo con Pulgarín (2015) corresponde a una tarea de extrapolación en donde se espera que los estudiantes completen dos secuencias, quienes manejan dos tipos de patrones. El primer patrón corresponde al patrón de recurrencia formado por los números y letras de las casillas del tablero; y la segunda al patrón de repetición formado por la secuencia figural de casillas blancas y negras características del tablero de ajedrez, el tablero puede ser visto en la Figura 23.

**Figura 23**

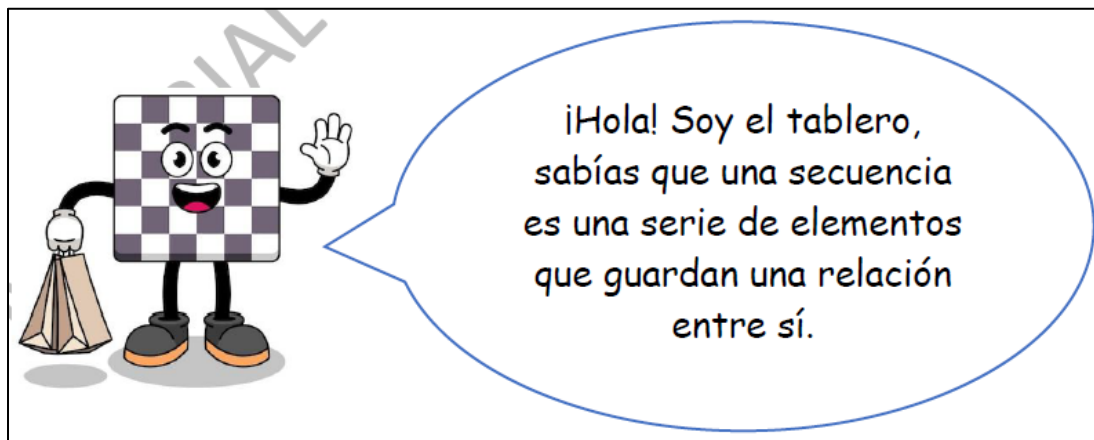
*El tablero de ajedrez en el diseño*



En cada uno de los patrones se espera que los estudiantes perciban el patrón siguiendo el primer nivel de generalización propuesto por Mason (1999) reemplazando elementos de las secuencias. Para finalizar el momento, se presenta la definición de secuencia **Figura 24** brindada por Uicab et al. (2022); su objetivo es presentar la definición de secuencia en aras de introducir el objeto matemático a los estudiantes y lograr una formalización de los conceptos durante el desarrollo de las actividades.

### Figura 24

#### *Definición de secuencia*



### B. Segundo momento

Para iniciar con el estudio de las secuencias y patrones se introduce la primera secuencia, formada con el tablero de ajedrez. Allí se narra un problema que se le presenta a la protagonista del diseño, Mariana, que consiste en la observación de tableros, similares a los de ajedrez, en donde se desea observar la cantidad de casillas que poseen cada uno de estos. La secuencia puede ser observada en la Figura 25 donde se presentan los tres primeros términos de ella.

**Figura 25**

*Secuencia de tableros de ajedrez*

Mariana quiere construir tableros de ajedrez de diferentes tamaños y quiere conocer la cantidad de casillas que posee cada uno de ellos.

6. Complete la información escribiendo el número que representa la cantidad total de casillas que se observan en cada una de las etapas como en el ejemplo.

Este problema corresponde al tipo de tarea de identificación (Pulgarín, 2015), en donde se orienta al estudiante a realizar un acercamiento al patrón numérico formado por la cantidad de casillas presentes en cada cuadrado. El diseño de este momento está realizado para abarcar tres de los niveles de generalización propuestos por Mason (1999) los cuales se plantea que se vayan desarrollando a medida que el estudiante avance en las actividades propuestas de tal nivel.

El punto 6) pretende que el estudiante exprese la continuación del patrón numérico presente al analizar la cantidad de casillas en los cuadrados. De este modo, de acuerdo con las sugerencias didácticas en el punto 7) se le plantea al estudiante que describa tal patrón encontrado, en donde se espera que exploren las diversas formas de expresión presentadas a continuación.

- $\frac{n+n+n+n+\dots+n}{n-\text{veces}}$  donde n corresponde al número de la etapa en donde se encuentra la secuencia.

- $n \times n$  donde  $n$  corresponde al número de la etapa en donde se encuentra la secuencia.
- $n^2$  en donde  $n$  corresponde al número de la etapa en donde se encuentra la secuencia.
- Otra forma que pueden usar los estudiantes es usar una función recursiva, guiándose de las etapas conocidas de la siguiente manera: Por ejemplo, para la cantidad de casillas en la etapa 3. Denotamos por  $n$  la etapa en donde se encuentra la secuencia entonces la cantidad de casillas en la etapa 4 estará dada por  $n + x$  donde  $x$  denota al número impar que se encuentra a dos posiciones de  $n$ , siendo  $x$  en este caso igual a 7.

Las respuestas presentadas anteriormente fueron expuestas en la *versión docente* en aras de brindarle al profesor todas las herramientas necesarias para la implementación del diseño.

Por otro lado, se destaca que las tres primeras respuestas son de carácter algebraico, y la última es obtenida gracias a la representación figural, por lo que se debe de orientar al estudiante a que descubra alguna de las representaciones del patrón y brindarle la posibilidad de descubrir las otras mediante la interacción con sus pares, por lo que se le brinda al docente la flexibilidad de hallar las relaciones que desee. Para continuar con el análisis del momento durante los incisos 5, 6, 7 y 8 se espera que los estudiantes verifiquen el patrón expresado en el inciso anterior. Para esto, se espera que mediante el uso de la expresión encontrada encuentren más elementos de la secuencia.


Seguidamente se introduce la categorización de las secuencias en donde se les presenta a los estudiantes definiciones de los tipos de secuencias, que se trabajaran en los dos diseños realizado. Un aspecto para destacar es que, así como durante el primer momento se presentó la Figura 24 introduciendo las secuencias con una pregunta, en la Figura 26 se realiza la pregunta *¿cómo se llama a la relación que guardan entre si los elementos de una secuencia?*

Con esta tarea se le brinda el papel al maestro de discutir tal pregunta con el objetivo de indagar más sobre las nociones y conocimientos de los estudiantes sobre los conceptos matemáticos.

**Figura 26**

Clasificación de secuencias

Existen diversos tipos de secuencias, las figurales y las numéricas. ¿Cómo las identificamos?



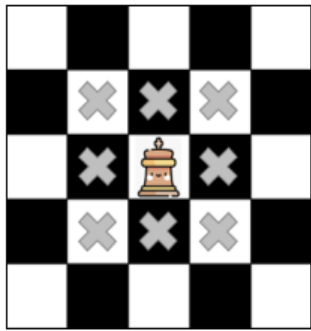
**C. Tercer momento**

Para iniciar este momento, se introduce una nueva actividad Figura 27 en donde se aprovecha la mecánica del movimiento de la figura del rey para la realización de una nueva secuencia.

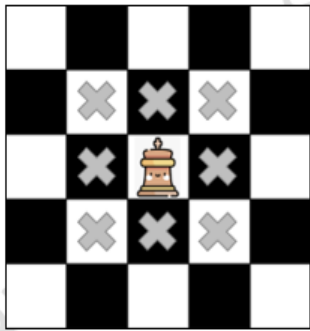
**Figura 27**

*Secuencia del rey*

**a. Si se mueve una vez.**



**b. Si se mueve dos veces.**



La figura anterior hace parte el inciso 1 del tercer momento, en donde el estudiante debe marcar lugares en donde se puede mover el rey luego de realizar una cantidad  $n$  de movimientos. Los incisos a y b se presentan como apoyo para la ayuda de la comprensión de la secuencia para así la Figura 28 poder encontrar las casillas sin ayuda externa.

## Figura 28

### *Inciso 1c del tercer momento*



La actividad se enmarca en el tipo de tarea reproducción, el trabajo del estudiante será copiar el patrón que ha venido observando en los dos primeros ejemplos. Esto corresponde a una secuencia figural, en donde se presenta un patrón geométrico, sin embargo, teniendo en cuenta la matriz de propósitos y descriptores para este nivel no se presenta interés en el estudio de tal secuencia. Por su parte, se espera que el estudiante se enfoque directamente en la secuencia numérica que surge al contar las casillas a las cuales se puede desplazar el rey.

Seguidamente, con el objetivo de desarrollar procesos de argumentación y comunicación, teniendo en cuenta lo expresado por Blasco (2020) en donde se menciona al ajedrez como una herramienta para favorecer los procesos de inclusión a los estudiantes con TDAH. Se busca que en el inciso 12 los estudiantes completan la **Tabla 3** con la información obtenida gracias a los datos

de la secuencia. En términos de Pulgarín (2015) se espera que el estudiante reproduzca el patrón en sus primeras 3 etapas y usando esa información extienda la secuencia de acuerdo con el patrón identificado en tales etapas.

**Tabla 3**

*Registro tabular de la secuencia*

<b>Número de Movimientos</b>	<b>OPERACIÓN</b>	<b>Total de Casillas</b>
<b>1</b>	8	8
<b>2</b>	8 + 8 + 8	24
<b>3</b>	8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8	48
<b>4</b>		
<b>5</b>		
<b>6</b>		

*Nota: La tabla anterior corresponde al inciso 12 del nivel de profundidad 2 para la versión estudiante.*

Como se puede observar en la tabla anterior, se espera que el estudiante obtenga seis términos de la secuencia numérica obtenida al analizar la cantidad de casillas en donde le es posible al rey desplazarse una cantidad de movimientos, asimismo se espera que los estudiantes registren la operación de la forma en cómo se presenta en la tabla para expresar el patrón numérico que posee la secuencia.



el estudiante debe ubicar la figura del alfil en ciertas casillas del tablero, se indica al profesor la posibilidad de utilizar el tablero brindado en el primer momento del diseño.

### Figura 30

*Secuencia del alfil. Nivel de profundidad 2*

Mariana decidió observar la cantidad de movimientos que podía realizar el Alfil si se ubicaba en diversas casillas. Ayúdele a encontrar el total de casillas usando su tablero.

13. Si se ubica en la casilla **a1** ¿a cuántas casillas se puede mover?

14. Si se ubica en la casilla **b2** ¿a cuántas casillas se puede mover?

15. Si se ubica en la casilla **c3** ¿a cuántas casillas se puede mover?

Teniendo en cuenta lo obtenido en los puntos anteriores se le pide al estudiante que complete la Tabla 4 en donde ubique los términos obtenidos de la secuencia. Esta secuencia numérica está compuesta de cuatro términos, al tratarse de un nivel de profundidad 2 no se busca que el estudiante establezca una generalización del patrón, sino que observe la dependencia de las cuatro posiciones escogidas para él.

### Tabla 4

*Registro tabular secuencia del alfil. Nivel de profundidad 2*

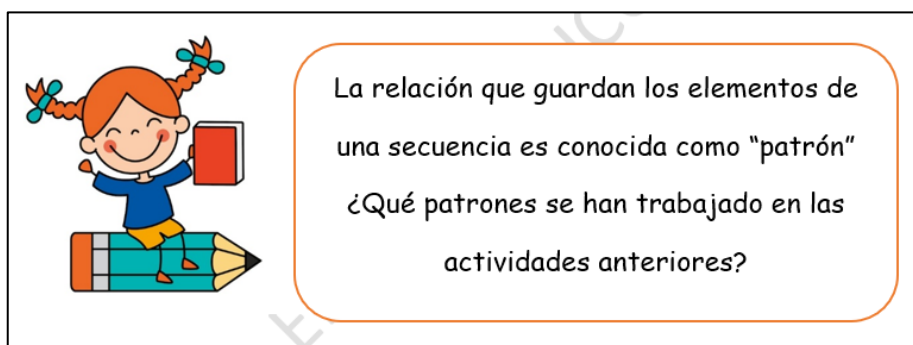
Casilla	OPERACIÓN	Total, de Casillas
<b>a1</b>	7	7
<b>b2</b>	7 + 2	9
<b>c3</b>		

**d4**

---

Con la tabla anterior, se pretende que el estudiante exprese el patrón numérico que se presenta al analizar el alfil. Asimismo, al igual que en el ejercicio del patrón del rey se plantea guiar al estudiante hasta el cuarto nivel de generalización, por lo que se realizan preguntas para esto. Las preguntas se presentan el ítem 21 del diseño se busca la forma de obtener la cantidad de casillas a moverse en cualquier casilla por parte del alfil en general.

Una vez finalizada esta actividad, se presenta la definición de patrón (ver Figura 31) en donde se le da el papel al profesor de manejar al grupo para realizar una lluvia de ideas, y socializar lo aprendido gracias a los ejercicios realizados.

**Figura 31***Definición de patrón*

Para finalizar el momento, se le presenta a los estudiantes una actividad (ver Figura 32) similar a la anterior, en donde el cambio significativo tiene que ver con la figura seleccionada para la realización del patrón numérico siendo esta la reina.

**Figura 32**

*Secuencia de la reina*

Mariana quiere observar de igual manera la cantidad de movimientos que puede realizar la Reina. Ayúdele a encontrarlas usando su tablero.

18. Si se ubica en la casilla **h8** ¿a cuantas casillas se puede mover?

19. Si se ubica en la casilla **g7** ¿a cuantas casillas se puede mover?

La secuencia de actividades sigue el procedimiento realizado para la secuencia del alfil, desarrollando los patrones numéricos y finalizando con una formalización de los conceptos vistos durante el momento.

Para finalizar el momento, se presentan las clasificaciones de los patrones de recurrencia (ver Figura 33) utilizados a lo largo del diseño. El objetivo de esta figura, es caracterizar algunos patrones de modo que el estudiante comprenda los objetos matemáticos a profundidad.

**Figura 33**

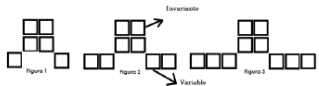
*Clasificación de patrones*

Los patrones numéricos son aquellas regularidades que comparten una secuencia de números, por ejemplo, en la secuencia:


7, 9, 11, 13...

El patrón es sumar 2 al número anterior de la secuencia.

Los patrones geométricos son aquellas regularidades que comparte elementos de una secuencia figural o geométrica, por ejemplo, en la secuencia:



El patrón consiste en añadir cuadrados en la base de la figura.



#### D. Cuarto momento

Dado los objetivos planteados para los diseños, se decidió realizar el cuarto momento como un momento para poner a prueba los conocimientos adquiridos de los estudiantes en cuanto a los conceptos de secuencias y patrones. Para esto, se trabajó una sola versión del cuarto momento para los dos niveles de profundidad en donde se presentarán preguntas que ponen en cuestionamiento lo que realmente ha aprendido el estudiante.

La primera de estas corresponde al ítem 22 en el nivel de profundidad 2 y al ítem 20 en el nivel de profundidad 3, y es presentada en la Figura 34 se espera que el estudiante identifique la diferencia entre una secuencia y el patrón que une a los elementos de ella, esto al preguntarle sobre como la denominación de la cantidad de movimientos que le es posible desplazarse el rey cuando se realizan  $n$  movimientos. El estudiante debe de recordar la definición de secuencia, en donde en caso de no lograrlo se deberá de reforzar tal concepto volviendo si es necesario a analizar el ejemplo del rey.

#### Figura 34

*Primera pregunta momento 4*

22. La cantidad de movimientos que puede realizar el rey si se mueve varias en el ejercicio 12:
- a. Una secuencia
  - b. Un patrón
  - c. Una figura
  - d. Ninguna de las anteriores

Seguidamente, se busca evaluar en los estudiantes la clasificación brindada durante el diseño sobre los tipos de secuencias (ver Figura 35 **Figura 35**), se espera que las respuestas

brindadas por los estudiantes varíen dependiendo del nivel de profundidad, en este caso el objetivo es consolidar la definición de secuencia.

### Figura 35

*Segunda pregunta momento 4*

<p><b>23)</b> En el ejercicio 6, la secuencia que se obtiene con la cantidad de casillas a las que se mueve el Rey es:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>a. Figural</li><li>b. Recurrente</li><li>c. Numérica</li><li>d. Geométrica</li></ul>
---

Para el nivel de profundidad 2, los estudiantes deberán responder que la secuencia es de tipo numérica, ya que de acuerdo con la matriz de propósitos el nivel se encontraba delimitado para el trabajo de ese tipo de secuencias.

Seguidamente, en el literal 24 se les pide a los estudiantes que clasifiquen el tipo de patrón encontrado en la secuencia del rey. Asimismo, como en la pregunta anterior, se espera que los estudiantes respondan según el tipo de patrón con el cual se trabajó, en este caso los patrones numéricos. El profesor deberá de ser flexible en las respuestas que brinden los estudiantes para de esta manera cimentar los conceptos matemáticos y generar una mejor comprensión de estos.

Para finalizar con el documento, se invita a los estudiantes con el estudio de las secuencias y patrones mediante el uso del ajedrez, en donde se les presentan herramientas electrónicas para lograr tal fin.

### 3.3.2. Nivel de profundidad 3

En este nivel, además de trabajar secuencias numéricas se dio la introducción a secuencias figurales usando las mismas secuencias propuestas en el nivel 2. Se presentan algunos cambios en las preguntas que se le realizan a los estudiantes teniendo en cuenta los propósitos explicitados en la malla curricular, se espera que los alumnos en este nivel sean capaces de justificar las reglas de correspondencia de los elementos de las secuencias. La delimitación de este diseño se observa en Tabla 5.

**3.3.2.1. Descripción de la malla curricular.** Teniendo en cuenta la indicación anterior, la malla curricular para el nivel de profundidad 3 comparte objetivos con el nivel anterior, sin embargo, se añade el estudio de las secuencias figurales para brindar mayor complejidad al desarrollo del diseño y a las actividades propuestas. Teniendo en cuenta la malla, el objetivo es abarcar a los cuatro procesos de generalización de Mason (1999). En este caso, la malla no solo propone que los estudiantes deben manipular y expresar los patrones, por su parte se espera obtener una comprensión más profunda y aplicada de ellas.

#### Tabla 5

##### *Coherencia vertical nivel de profundidad 3*

---

<b>Momento uno</b>	<i>Es el momento inicial, en el cual se introduce el juego de ajedrez mediante un vídeo que relata su desarrollo histórico, seguido a esto una explicación sobre algunas fichas del juego y sus las formas que poseen sus movimientos con el objetivo de interiorizarlos para poder realizar las actividades de los siguientes momentos.</i>
--------------------	--

**Momento dos** *Se inicia con la presentación de una secuencia de tableros de diversos tamaños con un patrón de recurrencia de blanco y negro. En esta actividad, se espera que los estudiantes identifiquen el patrón geométrico en cada uno de los tableros y que lo usen para encontrar más elementos de la secuencia. De igual manera, se propone encontrar el patrón numérico de la cantidad de casillas en cada tablero, pero esta vez tabulando cada uno de los elementos.*

**Momento tres** *En este momento, se presentan dos secuencias diferentes pero que siguen la misma idea, usar los movimientos de las figuras para formar secuencias numéricas. Con cada una de las secuencias, se busca que el estudiante interprete los patrones de variación y los use para predecir la cantidad de casillas a las cuales podrán de desplazarse las figuras.*

**Momento cuatro** *Por último, se plantea una pequeña evaluación teniendo en cuenta los objetos matemáticos presentados a lo largo del diseño, las preguntas son de selección múltiple y sirven para formalizar los conceptos usando las secuencias trabajadas durante el diseño.*

---

*Nota.* En la tabla se presenta la ruta vertical correspondiente a el nivel de profundidad 3 descrito por Jácome y Parada (2023).

**3.3.2.2. Descripción del diseño.** En este apartado se describen las actividades planteadas para el nivel de profundidad 3 en cada uno de los momentos, con su respectivo análisis a priori.

#### **A. Primer momento**

Teniendo en cuenta lo expuesto en el nivel de profundidad 2, y resaltando el objetivo del primer momento del diseño, el cual es realizar una introducción al juego del ajedrez. Para este caso, las actividades permanecen análogas a las presentadas en el diseño de profundidad 2 para lograr una introducción única al concepto. Por lo que no se presentan diferencias entre un nivel y otro.

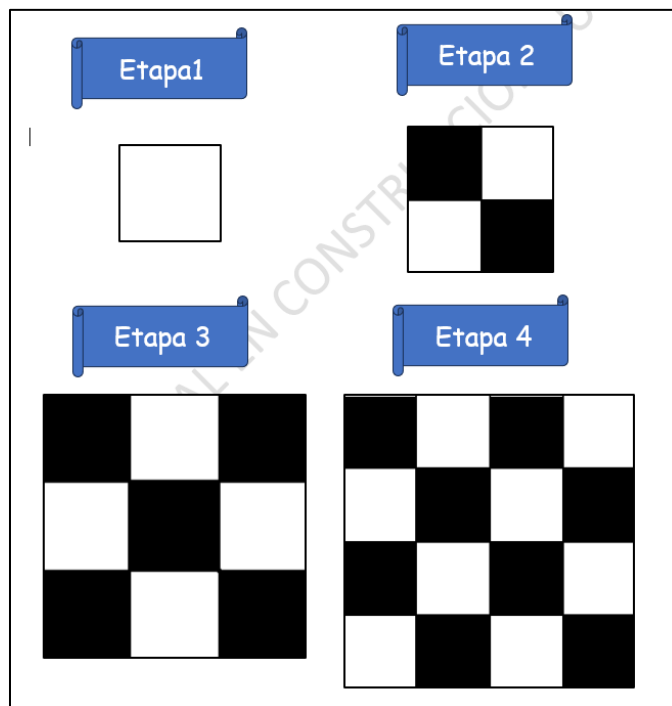
#### **B. Segundo momento**

Para este nivel se presentan grandes cambios en cada una de las actividades planteadas. Al igual que dentro del nivel de profundidad 2, se presenta una secuencia de tableros de distinto tamaño (ver Figura 36), pero esta vez se espera que el estudiante realice un estudio de la secuencia figural presente en ellos.

Durante el inciso 1 del momento se espera que los estudiantes analicen y estudien la secuencia figural construida en los tableros de ajedrez con el fin de expresar los elementos correspondientes a la etapa 5, 6, y 7 de la secuencia, se clasifica esta tarea como una extensión. En términos de Mason (1999) el estudiante deberá percibir inicialmente el patrón que relaciona a cada una de las figuras, para poder expresar el patrón obtenido.

### Figura 36

*Secuencia de tableros de ajedrez*



Esta expresión será realizada mediante el dibujo de los tableros en sus etapas con su respectivo patrón de colores en cada uno de ellos, dando así una introducción a los patrones figurales; por otra parte, se espera que el estudiante trate de manera implícita el patrón numérico formado mediante la cantidad de casillas en cada tablero, para más adelante en el diseño complete la Tabla 6 para explicitar el patrón numérico.

**Tabla 6**

*Patrón numérico de los tableros*

Número de Etapa	TOTAL, DE CASILLAS
1	1
2	4
3	
4	
5	
6	
7	
8	

*Nota: En la tabla anterior se presenta la tabla presentada en la versión estudiante para la tabulación de la secuencia numérica.*

Para diligenciar esta tabla, el estudiante deberá guiarse de los elementos obtenidos en la secuencia figural realizada previamente, de acuerdo con Pulgarín (2015) esta tarea exige a los estudiantes extrapolar los elementos que componen la secuencia en los espacios brindados en la tabla.

Seguidamente, para la resolución del punto 3 se le pide al estudiante que justifique el patrón numérico encontrado en el inciso 2; en este momento se espera que suceda la misma situación que en el punto 7 del nivel de profundidad 2 en donde los estudiantes podrán de expresar el patrón de la secuencia de diversas formas. Teniendo en cuenta el nivel de exigencia para este nivel, el estudiante deberá de verificar si el patrón brinda salidas para encontrar la cantidad de casillas para cualquier tamaño de tableros.

De este modo, para la resolución del punto 4 el cual está compuesto por dos incisos (ver Figura 37) en donde se espera promover los procesos de razonamiento y comunicación se presentan dos preguntas de falso y verdadero las cuales tienen la intención de cuestionar al estudiante sobre las diversas formas de obtener el patrón numérico fomentando de esta manera las diversas representaciones del patrón.

### Figura 37

*Preguntas falso y verdadero*

<p><b>4. Indique si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas.</b></p> <p><b>a)</b> En la etapa 6 el tablero tiene 36 casillas _____ ¿Por qué?</p> <p><b>b)</b> En la etapa 7 el tablero tiene 7 x 7 casillas _____ ¿Por qué?</p>
---

Seguidamente, se realizan tareas de traslación (Pulgarín, 2015) mediante la pregunta 5 en donde se vuelve a trabajar en el patrón figural de los tableros, se espera que los estudiantes utilicen la regla de correspondencia obtenida en los elementos de la secuencia para realizar la obtención de elementos de la secuencia a partir de términos ya conocidos. Esto permite que los estudiantes validen diversas formas de representación de la información, logrando así que se familiaricen con el tratamiento de diversos tipos de secuencias fortaleciendo así sus procesos de generalización.

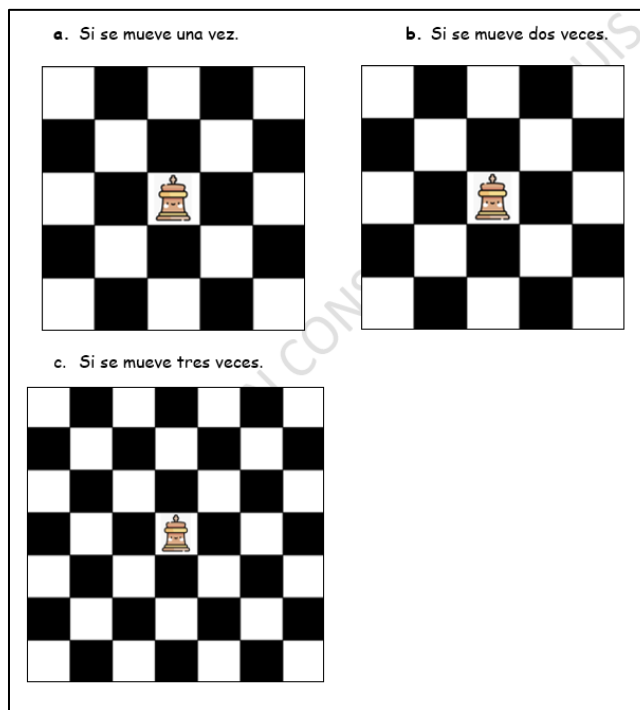
### **C. Tercer momento**

El desarrollo en este nivel se da de manera similar al nivel de profundidad 2, sin embargo, se da más libertad al estudiante para que estudie las secuencias y exprese los patrones. Esta reflexión se presenta dado que, en orden de atender los principios del DUA y comprendiendo los distintos niveles de aprendizaje, se le permite al estudiante explorar sus posibles respuestas y escoger la manera óptima para expresar sus conjeturas.

A pesar de que el desarrollo es realizado de manera similar, la forma de presentar cada uno de los incisos de la actividad cambia paulatinamente. Si nos situamos en el inciso 6 del nivel 3 obtenemos la secuencia del rey junto con sus imágenes para observar la cantidad de casillas de manera gráfica. El cambio, radica en que para este nivel no se le dan ayuda sobre las casillas a las que se debe de dirigir el rey cuando realiza los movimientos, ya que estos deben de ser encontrados por el estudiante, tal cambio se presenta en la Figura 38.

**Figura 38**

*Secuencia usando los movimientos del rey. Nivel de profundidad 3*



Durante la presentación de las figuras anteriores en el diseño, se presenta la misma figura que en el nivel de profundidad 2 para realizar procesos de comunicación, argumentación mediante la identificación de la secuencia numérica presentada en los tableros con el rey.

Como se puede observar, si se compara la Figura 27 con esta Figura 35 podrán notarse las diferencias entre los niveles de profundidad, debido a las exigencias en cada uno de los niveles. Seguidamente, se presenta la tabulación de los términos de la secuencia en donde no se presenta la ayuda para encontrar la operación pertinente para obtener cada uno de los términos de la secuencia. En términos de lo que se espera del estudiante, el nivel de profundidad 3 en este punto del diseño es similar al del nivel de profundidad 2.

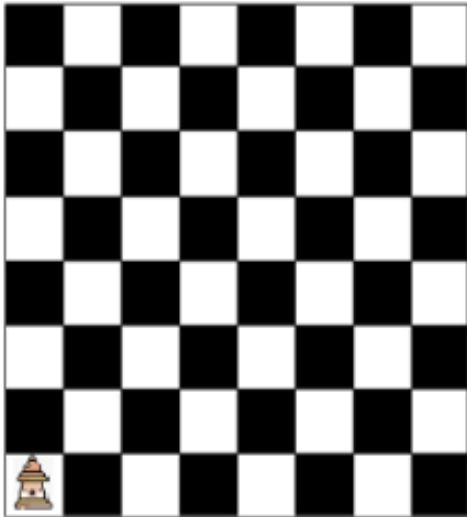
El siguiente cambio notorio se presenta en la actividad del alfil (ver Figura 39), atendiendo a las diversas formas de representación, diversas formas de aprendizaje se les brinda de un pequeño tablero junto con los alfiles en ella, para que de esta manera señalen las casillas a las cuales le es posible desplazarse. Para este nivel se espera que los estudiantes realicen la misma actividad esta vez con la figura de la reina, que tiene naturaleza similar al alfil proporcionando mayor nivel de dificultad a la actividad.

### Figura 39

*Secuencia de movimientos del alfil. Nivel de profundidad 3*

Mariana decidió observar la cantidad de movimientos que podía realizar el Alfil si se ubicaba en diversas casillas. Ayúdele a encontrar a cuáles casillas puede dirigirse observando la secuencia de movimientos que puede realizar el Alfil.

12. Si se ubica en la casilla a1 ¿A qué casillas puede dirigirse? Marque las casillas en el siguiente tablero.



En los incisos 12, 13 y 14 se le pide al estudiante que encuentre las casillas a las cuales la reina se puede desplazar si se ubica en ciertas casillas, para este nivel no se le brinda al estudiante la figura de la reina ya ubicada en el tablero, por lo que será deber del docente brindarle de tales

figuras para permitirle el desarrollo de la actividad; estas indicaciones son presentadas al docente en su versión del diseño (Apéndice D). Por su parte, el inciso 16 presenta una tabla similar a la Tabla 4 en donde su cambio es que no se les brinda ayudas a los estudiantes sobre los términos presentes en la tabla.

Gracias a la realización de estas actividades, las cuales pueden clasificarse como tareas de identificación (Pulgarín, 2015), puesto que deben de construir concepciones sobre los patrones numéricos y figurales que hacen parte del objetivo de la actividad. Asimismo, se espera que los estudiantes desarrollen el nivel uno de los procesos de generalización de Mason (1999) al observar el comportamiento de los patrones.

De esta manera, para ayudar a la observación del patrón numérico que brinda la cantidad de casillas a las que se puede desplazar la reina se presenta una tabla en donde el estudiante deberá encontrar la regla de correspondencia que relaciona las casillas en donde se ubica la reina con la cantidad de casillas a las que le es posible desplazarse; a comparación del nivel de profundidad 2 esta tabla no contiene pistas sobre cómo debe de ser aplicada la regla de correspondencia ya que se le brinda total libertad al estudiante de analizar la secuencia y definir el patrón mediante sus propias ideas, promoviendo así el segundo nivel de generalización de Mason (1999), la expresión del patrón.

Continuando, se les pide a los estudiantes realizar un estudio más general del alfil en el tablero, la intención es encontrar un patrón geométrico que se presenta en el tablero dependiendo de los movimientos que puede realizar el alfil si es ubicado en ellas, sin embargo, no se les pide a los estudiantes que dibujen el patrón dentro del tablero.

Para finalizar con el tercer momento, se presentan la definición de patrón, mostrada en la Figura 31, junto a la clasificación de patrones presentada en la Figura 33 en donde se plantea análogamente el mismo objetivo al nivel de profundidad 2.

#### **D. Cuarto momento**

El cuarto momento transcurre de manera análoga en comparación con el nivel de profundidad 3, ya que se planteó una misma evaluación para los dos niveles de profundidad. Existen pequeños cambios en la variedad de respuestas correctas para este nivel, las cuales son presentadas al docente en su *versión docente* las cuales atienden a los propósitos de la malla curricular.

Para la distribución en la versión del estudiante y las orientaciones al profesor existe una gran diferencia, todo lo que corresponde a figuras en este apartado del documento se encuentra presente en los diseños para el estudiante, por otro lado, cada una de las explicaciones, soluciones y análisis de las actividades corresponde a las orientaciones del profesor presentadas en esa versión.

### **3.4. Valoración del Diseño Didáctico**

De acuerdo con el objetivo de la investigación, el diseño fue valorado según la rúbrica de evaluación establecida en el proyecto 70783 antes citado. En esta valoración no se presenta intervención alguna de los autores del diseño, para esto se designa a una experta en Educación Matemática. El diseño es valorado teniendo en cuenta los principios rectores y las pautas del DUA, mencionadas en la sección 2.1.3, la coherencia vertical y horizontal de acuerdo con los niveles de profundidad ya citados.

La valoración fue realizada sobre los tres componentes del diseño, siendo estos la matriz de propósitos, los diseños didácticos y las orientaciones docentes. En esta sección se presentarán los resultados generales sobre la valoración realizada y se presentará una revisión detallada en la sección 4 donde se aprovecharán los resultados para la discusión de resultados.

Acercas de la coherencia vertical que manejan los diseños, a nivel global se presentan buenos resultados, en donde la única observación que se realiza sobre este aspecto enmarca en promover procesos de razonamientos y comunicación en los estudiantes, la valoración se presenta en la Figura 40.

**Figura 40**

*Pertinencia de la coherencia vertical en la matriz*

**A nivel global**

¿Se observa progreso en los objetos matemáticos de estudio a medida que se avanza en cada pregunta problematizadora?

Indicadores	Valoración					Observaciones
	1	2	3	4	5	
Conexión entre las preguntas problematizadoras ajustadas al desarrollo de los pensamientos				X		Se sugiere promover un poco más el proceso de razonamiento y comunicación solicitando explicaciones, justificaciones y/o argumentaciones.
Se abordan todos los pensamientos con los contextos seleccionados					X	
Se cubre un 70% de los estándares del grupo de grados						

Para finalizar, la valoración de los diseños tanto en su coherencia horizontal como vertical fueron valorados positivamente en términos generales (ver Figura 41). Sin embargo, a lo largo del diseño se recibieron recomendaciones que permitieron efectuar ajustes tanto en el contenido de las actividades como en la manera de presentarlas. Dichas modificaciones serán detalladas en la sección 5, que corresponde a los ajustes de los diseños.

**Figura 41**

*Valoración general de los diseños*

**En general**

Indicador	P1					P2					P3					P4					P4				
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
Las actividades propuestas responden a lo indicado en la tabla de propósitos y descriptores					X																				
Se observa el desarrollo del objeto matemático desde lo didáctico					X																				
Las instrucciones, dentro del diseño, están acordes con el nivel de profundidad y el grupo de grados				X																					

Los resultados completos de la rúbrica de valoración son presentados en el Apéndice A.

### 3.5. Ajustes diseño didáctico

Atendiendo a los resultados brindados en la rúbrica de valoración y las indicaciones realizadas en cada uno de los diseños, se realizaron adaptaciones a las actividades planteadas en los diseños. Asimismo, se realizaron ajustes a la versión docente junto a la malla curricular. Los ajustes a las actividades al diseño son presentados en el capítulo 5 del presente documento. Asimismo, gracias a los resultados obtenidos de la valoración y al proceso de ajuste de los diseños se realizó un análisis a los resultados de la investigación las cuales son presentadas a continuación.

## 4. Discusión de Resultados

En este capítulo se esbozan los resultados del análisis de la construcción del diseño didáctico y su consiguiente valoración a través de la rúbrica, los cuales equivalen al proceso de planeación y valoración basados en el objetivo general. Con estas reflexiones se responde a la

pregunta de investigación: *¿Cómo el ajedrez posibilita el estudio de secuencias y patrones en estudiantes de primaria con TDAH?* Para responder a la pregunta se han definido las siguientes categorías, que emergieron del análisis de los resultados.

- Elementos del ajedrez (tablero, piezas y movimientos) para la actividad matemática
- Variación en los movimientos del ajedrez como contexto lúdico
- El ajedrez como posibilitador de los principios rectores del DUA

En los siguientes apartados se describen los resultados observados en cada categoría, desde el diseño como en su valoración.

#### **4.1. Elementos del ajedrez para la actividad matemática**

En este apartado se abordarán de manera general las reflexiones sobre el potencial didáctico del ajedrez para el diseño de actividades, tomando en cuenta la rúbrica de valoración y el análisis a priori presentado en la sección 3.3, con el objetivo de lograr los propósitos planteados en la malla para cada nivel (ver Tabla 1), en cada uno de los procesos matemáticos como el razonamiento, la comunicación, la modelación y la resolución de problemas.

El contexto del ajedrez tiene un alto potencial tanto para el estudio de secuencias y patrones como para la creación de espacios de inclusión. Los resultados de la valoración en cuanto a los procesos matemáticos indican que las actividades fomentaban significativamente estos procesos, como se muestra en la **Figura 42**.

**Figura 42***Valoración de los procesos matemáticos*

Los descriptores, para cada proceso se ajustan o articulan verticalmente	P1				
	1	2	3	4	5
Comunicación					X
Razonamiento				X	
Elaboración, comparación y ejecución de procedimientos				X	
Modelación					X

Estos resultados sugieren que el ajedrez gracias a sus elementos y a su naturaleza como un juego cognitivo favorece la comunicación, las diversas formas de razonamiento y múltiples opciones de respuesta. Esto fue posible gracias tales elementos, presentados en la sección 2.4.2. Por ejemplo, la actividad principal del segundo momento en los niveles de profundidad 2 y 3, que corresponde a la construcción de tableros de ajedrez, es una adaptación del problema de los cuadrados crecientes con expresiones matemáticas. Esto fue posible debido a las características geométricas y la distribución en casillas de diversos colores del tablero de ajedrez, lo cual facilitó el desarrollo de la actividad en varios niveles de profundidad, trabajando diversas representaciones de la secuencia presente en él.

Asimismo, las secuencias escogidas para el diseño de las actividades tenían el propósito de ofrecer diversos tipos de respuestas, lo que contrasta las ideas presentadas por Nilsson y Juter (2011) quienes afirman que esta gran posibilidad de respuestas en los problemas relacionados con el ajedrez favorece la flexibilidad en el razonamiento de los estudiantes. En este trabajo, estas diversas respuestas son reflejadas en las orientaciones docentes, donde son presentadas al profesor

considerando las distintas representaciones de las secuencias y formas de abordar los patrones, como se menciona en la sección 0. Por lo tanto, se destaca el tablero de ajedrez como una herramienta para promover la actividad matemática en el estudio de secuencias y patrones en estudiantes con TDAH.

Además, las características de las figuras de ajedrez fueron consideradas a lo largo del diseño. A pesar de utilizar solo tres figuras, las actividades planteadas con cada una de ellas cumplieron los propósitos establecidos en la matriz curricular del diseño. Las figuras permitieron la realización de patrones tanto numéricos como figurales, quienes permiten un estudio tanto aritmético como geométrico en cada uno de los niveles sobre los aspectos esenciales de las secuencias.

Y como lo presentan Vera y Arnal (2021) los estudiantes que tienen conocimiento sobre el ajedrez tienden a presentar mejores resultados en la resolución de secuencias que contengan aspectos numéricos o de conteo, quienes son el enfoque principal del diseño realizado. Esto se respalda con los resultados de la rúbrica de valoración, que consideran adecuado el desarrollo del objeto matemático desde un punto de vista didáctico, como se muestra en la Figura 42.

Entre las actividades del diseño, se destaca la actividad guía del momento 3 para los dos niveles de profundidad, cuyo objetivo matemático es promover el mismo tipo de razonamiento en cuanto a la identificación del patrón en la secuencia numérica. Gracias a la naturaleza de los movimientos de la reina y el alfil, que dentro del ajedrez son similares debido a las reglas que los rigen, se permitieron diversos enfoques para plantear el ejercicio.

En conclusión, los elementos del ajedrez ofrecen una gran cantidad de problemas matemáticos para el estudio de secuencias y patrones. Aunque se utilizaron el tablero, el rey, la

reina y el alfil para el desarrollo del diseño, las actividades derivadas de su uso pretenden promover de manera efectiva procesos matemáticos mediante la resolución de problemas y el aprendizaje autodidacta que se propicia a través del juego del ajedrez.

#### **4.2.La variación en los movimientos del ajedrez como contexto lúdico**

En este apartado se presentan las reflexiones obtenidas al explorar la variación de los movimientos del ajedrez y como enriquecen el juego como un contexto lúdico desde diferentes perspectivas, tales como: creatividad, entretenimiento, evolución y estrategia.

Como se ha mencionado anteriormente, el uso del ajedrez permite realizar actividades matemáticas que presentaran diversas representaciones, diversas opciones de respuestas, y diversos tipos de razonamiento para los estudiantes. Las actividades presentes en el diseño permitieron observar una relación que se presenta en los ajedrecistas, tales como el trabajo con secuencias numéricas sobre las secuencias figurales (Ferreira y Palhares, 2008).

Esta relación hace referencia a los diversos estilos de juego que caracterizan a los jugadores de ajedrez, el uso de estrategias innovadoras para resolver posiciones dentro del juego si es observada en el aspecto matemático dentro del diseño se concluye que el estudiante encontrará estas mismas estrategias a medida que construyen secuencias y encuentran patrones. Lo anterior es afirmado por Morales et al. (2017) quienes recomiendan introducir el estudio de secuencias lógicas que contengan patrones de variación numéricos y geométricos en edades tempranas, ya que esto les permite reconocer la variedad de estrategias para la generalización de patrones. Es por esto por lo que variación de los movimientos en las figuras, al ubicarlas en un contexto controlado tal y como lo es el diseño para formar secuencias y patrones usando las nociones básicas del ajedrez nos brinda de un estímulo lúdico para el desarrollo de la clase, y la inclusión de los estudiantes con TDAH.

Por otro lado, hablando del ajedrez como entretenimiento Aldeán et al. (2022) mencionan que este ofrece una cantidad de posibilidades para el desarrollo del juego, como para actividades matemáticas usando los elementos puede decirse que esta inmensidad de contextos a los cuales se pueden enfrentar los estudiantes facilita el trabajo del profesor en lograr que los estudiantes se interesen por el juego y no pierdan la motivación durante él. En añadido, el conocimiento de la evolución histórica del ajedrez permitió que se lograran realizar diversas modalidades de actividades, o para ser un poco más preciso en términos ajedrecísticos diversas modalidades de juego.

En este sentido, el ajedrez como un recurso lúdico permite enseñar una amplia gama de habilidades académicas, como se mencionó anteriormente además de manera implícita mediante la socialización que se sugiere realizar durante el desarrollo del diseño los estudiantes se ven involucrados en generar habilidades sociales en donde no se es necesario una comunicación tan verbal debido a que las ideas pueden ser explicadas a través de los movimientos de las figuras. Esto se considera un aporte importante para los estudiantes con TDAH, ya que no son encasillados en una única forma de comunicación permitiéndoles así expresarse de diversas maneras y permitir al profesor analizar sus respuestas y comportamientos de una mejor manera.

Considerando que la esencia del ajedrez radica en su profundidad estratégica y táctica, lo que lo convierte en una herramienta educativa sumamente valiosa. Cada movimiento en ajedrez debe ser cuidadosamente considerado, no solo en términos de una partida de ajedrez, sino de su impacto lúdico para la enseñanza de las matemáticas, en este caso en el estudio de las secuencias y patrones, esta afirmación es apoyada por Aldeán et al. (2022) quienes consideran el ajedrez como una herramienta pedagógica que puede brindar grandes beneficios formativos para los estudiantes

que lo practiquen. Dado que en el ajedrez los jugadores deben anticipar las posibles respuestas del oponente y ajustar sus planes en consecuencia, los estudiantes a lo largo del diseño deberán de cubrir esta necesidad de prever y adaptarse a múltiples escenarios fomentando así el pensamiento crítico y la resolución de problemas.

La habilidad para variar los movimientos y estrategias es crucial para enfrentar y superar las actividades propuestas en el diseño. Esta capacidad de adaptación y análisis continuo no solo es esencial para el éxito en el descubrimiento de los patrones, sino que también se traduce en beneficios cognitivos significativos. Para finalizar, podemos decir que, dentro del aula de matemáticas, el ajedrez puede ser usado para desarrollar habilidades cognitivas de manera efectiva. Estos beneficios hacen del ajedrez una actividad valiosa para la educación, proporcionando una plataforma lúdica y desafiante para el desarrollo intelectual.

La combinación de estrategia y táctica en el ajedrez no solo enriquece el juego como un pasatiempo, sino que también ofrece herramientas prácticas para el crecimiento cognitivo y educativo de los jugadores. Así, el ajedrez se posiciona como una disciplina integral que nutre tanto la mente como el espíritu competitivo, convirtiéndose en una herramienta multifacética para el desarrollo personal y académico.

#### **4.3. El ajedrez como promotor de los principios rectores del DUA**

En la sección 2.4 se mencionan los elementos que se verían involucrados para el trabajo con los estudiantes, los cuales son la lúdica y el ajedrez. Por otra parte, en el apartado 2.1.3 se consideran los principios rectores del DUA, y sus pautas relacionadas con la intención de valorar el desarrollo de procesos inclusivos en el aula.

En esta categoría de análisis se presentarán los resultados *a priori* de la forma en que se promovieron los principios y pautas del DUA en el diseño, y en particular el rol de la lúdica y el ajedrez como recursos didácticos para favorecer la inclusión de los estudiantes con TDAH. Volviendo al objeto matemático de estudio, en donde se tiene al estudio de las secuencias y patrones, el cual hace referencia al *qué* del proyecto, con la lúdica y el ajedrez que responden al *cómo*, y el proceso de inclusión que nos indica el *para qué* del proyecto.

Este análisis se dividirá en tres partes, considerando los principios del Diseño Universal para el Aprendizaje (DUA) y los resultados obtenidos de la rúbrica de valoración. En cada sección, se expondrá el desarrollo de los principios y pautas, además de cómo el ajedrez, como recurso lúdico, didáctico y pedagógico, facilitó o promovió el cumplimiento de dichos principios.

#### ***4.3.1. Principio I. Múltiples formas de representación***

El diseño didáctico implementado permite diversas formas de representación de la información. En particular, la actividad del tablero propuesta en el primer momento permite al estudiante manipular material concreto, ampliando así los canales sensoriales para acceder a la información. Esto está en línea con la pauta 1, que sugiere *proporcionar diferentes opciones para percibir la información*. Este enfoque también se refleja en las actividades del tercer momento, enfocadas en el alfil y la reina, destinadas a los niveles 2 y 3 respectivamente.

Además, se posibilitaron distintas representaciones semióticas, permitiendo al estudiante indagar en la noción de secuencia y patrón. De manera inicial, se introduce a las secuencias numéricas en dos niveles de profundidad, para luego avanzar hacia la clasificación de los patrones y, finalmente, abarcar las relaciones entre los elementos de una secuencia, los patrones y una pequeña clasificación de estos. Este enfoque, además de promover la comprensión y los

significados personales en el estudio de las secuencias y patrones, se alinea con la pauta 2: *proporcionar múltiples opciones para el lenguaje y los símbolos*. Esto se logra permitiendo al estudiante interactuar con los objetos matemáticos, buscando así establecer un lenguaje común para la actividad.

Por otra parte, la secuencia planteada en el diseño donde se presentan tales conceptos fundamentales y la introducción a estrategias variacionales, en donde se guía al estudiante para que el mismo, y partiendo de nociones básicas fuera resolviendo problemas y hallando sus respuestas, tal y como se presenta en los incisos 6, 12, 13, 17, 18, 19, permitieron satisfacer la pauta 3: *proporcionar opciones para la comprensión*, en donde se brinda al estudiante de múltiples formas para comprender las secuencias planteadas, y lograr paulatinamente la comprensión de las mismas.

Es importante resaltar que el ajedrez como recurso didáctico posibilita el principio de la representación. Se evidencia, por ejemplo, en el planteamiento de las situaciones problemas a lo largo del diseño con problemas reales del juego, como el aprovechamiento de los componentes de él para la postulación de secuencias. En particular el diseño rescata el uso de tres componentes para el estudio de secuencias y patrones: El problema de los tableros, El uso de los movimientos del rey, los movimientos del alfil en el tablero y los movimientos de la reina alrededor del tablero.

Por otro lado, el ajedrez como recurso lúdico, se evidenció a lo largo del diseño, en donde la lúdica a través del juego no se presenta como un añadido al diseño sino como una parte fundamental, la base del diseño. Teniendo en cuenta que el aprovechamiento de los juegos como recursos lúdicos favorece los procesos cognitivos en estudiantes con TDAH el diseño potencia las habilidades de estos estudiantes gracias a las tres pautas mencionadas anteriormente. Esto permite proporcionar más formas para reconocer el lenguaje matemático a través del juego, además de



Asimismo, es importante establecer puntos donde los estudiantes debían registrar, mediante un esquema verbal o tabular, los elementos de las secuencias y el patrón que los relaciona. Por ejemplo, se les pedía que identificaran y representaran las relaciones en sus propios términos, facilitando una comprensión más profunda y personal del material. Esto puede ser visto, por ejemplo, en la actividad focal del momento dos al momento de trabajar con el patrón numérico, en donde se le pidió al estudiante que expresara el patrón en la forma que creyera correcto. Allí se le dio la sugerencia al profesor de dar libertad a los estudiantes para permitirles encontrar su propia regla de correspondencia. Esto pone en juego la pauta 4: *proporcionar múltiples medios físicos de acción*.

Además, durante el diseño se le pide al profesor que indague sobre medios para fomentar la comunicación de las ideas de los estudiantes, para esto se brindan de apoyos estratégicos los cuales se consideran convenientes para lograr que el estudiante adquiera conocimiento. Así mismo, gracias a su naturaleza el ajedrez brinda diversos espacios para socializar las respuestas construidas individualmente, ya que no es necesario para los estudiantes explicitar con palabras muy específicas sus ideas, para esto se pueden guiar de las figuras, del propio tablero para señalar sus descubrimientos. Con esto, se cumple la pauta 5: *proporcionar opciones para la comprensión y la expresión*.

Ahora bien, hablando sobre la pauta 6: *proporcionar opciones para las funciones ejecutivas* se secuenciaron de forma correcta las actividades, y se propusieron puntos de verificación dentro del diseño, para de esta manera valorar el aprendizaje. Como se mencionó anteriormente, el ajedrez es una herramienta perfecta para el desarrollo de las funciones ejecutivas, además teniendo en cuenta que uno de los problemas de los estudiantes con TDAH radica en estas funciones la propia



En este sentido, las actividades de los momentos 2 y 3 presentan diversas formas de acercamiento al ajedrez, usando las figuras del rey, alfil y dama dependiendo del nivel de profundidad trabajado. El objetivo de usar diferentes figuras fue el presentar diversas aproximaciones al juego del ajedrez, mediante los movimientos de las figuras ya mencionadas. Lo anterior, de acuerdo con la pauta 7: *proporcionar múltiples formas de captar interés*. Quien se encuentra abordada gracias a la metodología en cada una de las actividades propuestas, ya sea con el uso de los tableros plegables brindados en el momento 1, o mediante los tableros presentados en las preguntas del momento.



El marco teórico escogido para sustentar el diseño didáctico brindó herramientas para mantener el trabajo del estudiante de forma continua, permitiendo la transición de distintos niveles de dificultad. La lúdica fue el aspecto clave en este sentido ya que permite al estudiante ser autónomo en el proceso de descubrimiento de los patrones y las secuencias, mediante el uso del juego logrando así mayor concentración en los estudiantes para mejorar la actividad matemática, en términos de razonamiento y explicación de las propiedades de los patrones involucrados en cada secuencia del diseño. Asimismo, se le presentan sugerencias al docente sobre la orientación que se le debe de brindar a los estudiantes con TDAH para favorecer su inclusión mediante el diseño. Lo anterior, corresponde a la pauta 8: *proporcionar opciones para mantener el esfuerzo y la persistencia*.

Por su parte, la pauta 9: *proporcionar opciones para la auto regulación*, quien busca la auto regulación de las emociones por parte del estudiante, como principio fundamental para el aprendizaje para mantenerse motivado, fue propiciado por el material concreto que se le brinda durante el diseño, en donde el profesor cuenta con las sugerencias requeridas para su implementación.



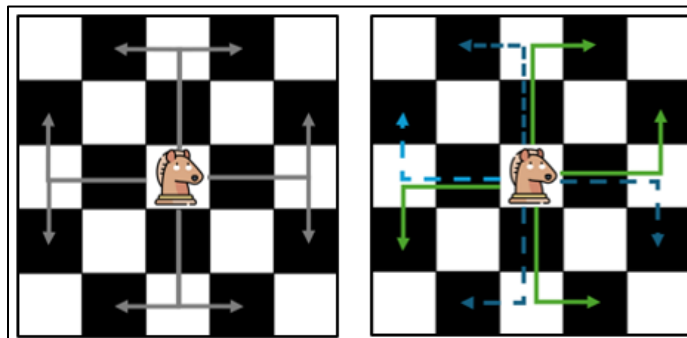
**Figura 46**

*Situación para introducir el ajedrez*

<p style="text-align: center;"><b>El Ajedrez</b></p> <p>El ajedrez es un juego de mesa el cual combina la estrategia, la táctica y la habilidad mental. En él se requiere una combinación de destreza y creatividad para alcanzar la victoria, en un escenario donde cada jugada es una nota en la partitura de una partida memorable.</p> <p>1. Observe el siguiente video:  <a href="https://www.youtube.com/watch?v=jDVJiG3SNXo&amp;t=239s&amp;ab_channel=%E2%80%94Ed">https://www.youtube.com/watch?v=jDVJiG3SNXo&amp;t=239s&amp;ab_channel=%E2%80%94Ed</a></p> <p>Mariana quiere aprender un poco sobre patrones y ajedrez, pero para esto debía de aprender un poco de ajedrez. Ayude a Mariana a aprender un poco más sobre el ajedrez.</p>  <p>El Rey suele ser muy precavido en sus movimientos, por lo que a pesar de moverse en cualquier dirección solo lo realiza una casilla a la vez.</p> 	<p style="text-align: center;"><b>El Ajedrez</b></p> <p>El ajedrez es un juego de mesa que combina la estrategia, la táctica y la habilidad mental. En él se requiere una combinación de destreza y creatividad para alcanzar la victoria, en un escenario donde cada jugada es una nota en la partitura de una partida memorable.</p> <p>1. Observe el siguiente video:  <a href="https://www.youtube.com/watch?v=jDVJiG3SNXo&amp;t=239s&amp;ab_channel=%E2%80%94Ed">https://www.youtube.com/watch?v=jDVJiG3SNXo&amp;t=239s&amp;ab_channel=%E2%80%94Ed</a></p> <p>2. De acuerdo con el video, colorea el nombre con el que se conocía originalmente al ajedrez.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; text-align: center;"> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 15px; padding: 5px; width: 150px;">Shogi</div> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 15px; padding: 5px; width: 150px;">Chaturanga</div> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 15px; padding: 5px; width: 150px;">Dominó</div> </div> <p>3. Colorea los nombres de cada una de las figuras que han hecho parte de la historia del ajedrez.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; text-align: center;"> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 15px; padding: 5px; width: 150px;">Concejero</div> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 15px; padding: 5px; width: 150px;">Reina</div> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 15px; padding: 5px; width: 150px;">Elefante</div> </div>
--	--

*Nota: La imagen anterior presenta una comparación entre la primera versión del diseño (derecha) y la versión ajustada (izquierda).*

Ahora bien, la inserción de esta situación en el momento 1 llevó a una reconfiguración de este, ya que hizo que se cambiara el orden de las actividades propuestas a lo largo del momento, en este sentido la actividad del tablero que era presentada después de las descripciones de los movimientos de las figuras pasó a presentarse luego de las actividades mostradas en la Figura 47. Por otro lado, se realizó un cambio a la presentación de la figura del caballo, ya que durante el diseño se realiza la pregunta “¿Qué forma posee el movimiento del caballo?” a lo cual si se observa la figura 24 asemeja la forma de la letra, para esto se realizó el siguiente cambio.

**Figura 47***Ajuste indicación movimiento del caballo*

*Nota: La imagen anterior presenta una comparación entre la primera versión del diseño (derecha) y la versión ajustada (izquierda).*

Por otra parte, otro cambio significativo que se hizo fue el de proporcionar opciones para la argumentación y comunicación (Pauta 4 del DUA). Allí se sugirió pedir a los estudiantes que argumenten sus respuestas sobre la representación del patrón numérico presentado en el segundo momento como se presenta en la Figura 48. A pesar de que estas pautas fueron presentadas en la versión docente, se requirió de explicitarlo en la hoja de los estudiantes para fomentar la socialización de las respuestas.

**Figura 48***Modificaciones para proporcionar la argumentación y comunicación*

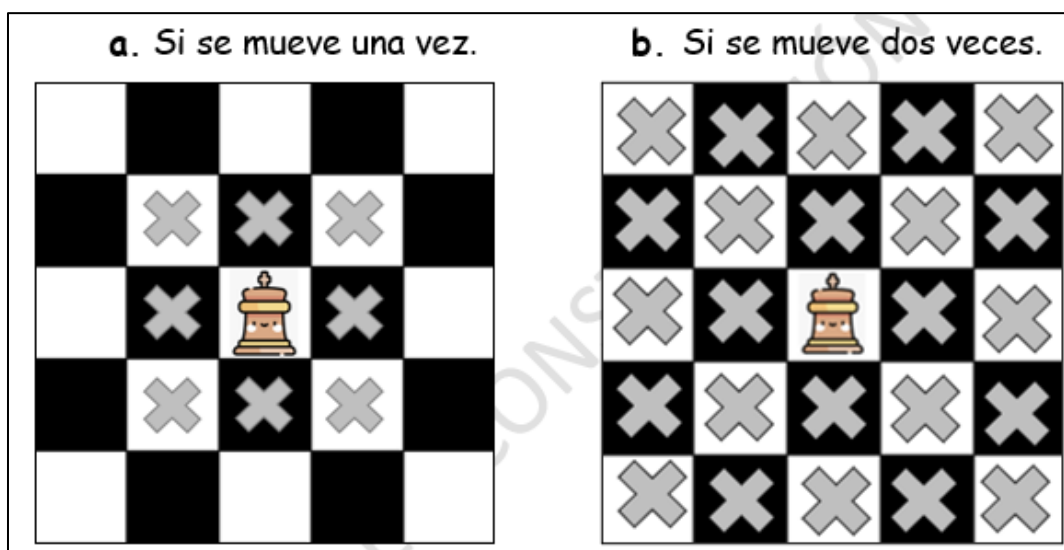
6. ¿Qué debe hacer Mariana para obtener la cantidad **total** de casillas **que** tendrá el tablero en la etapa 5? **Explique su respuesta**
7. ¿Qué debe hacer Mariana para obtener la cantidad **total** de casillas **que** tendrá el tablero en la etapa 6? **Explique su respuesta**
8. ¿Qué debe hacer Mariana para obtener la cantidad **total** de casillas **que** tendrá el tablero en la etapa 7? **Explique su respuesta**

*Nota: En azul se presentan las consignas que se añadieron al diseño.*

Análogamente se realizaron estos cambios al nivel de profundidad 3 durante este momento del diseño. Otro ajuste que se realizó en los diseños se presentó durante el momento 3, en la primera actividad que correspondía a la secuencia de los movimientos del rey. En cuanto al nivel dos, se añadieron más apoyos visuales (ver Figura 49) a los estudiantes para lograr de esta manera la comprensión del conteo de las casillas necesarias.

**Figura 49**

*Modificaciones actividad del rey. Nivel de profundidad 2*



Por otro lado, otro cambio significativo que se realizó en cuanto al nivel 2 correspondió a la tabla con términos del patrón numérico formado (ver Tabla 7), con aras de desarrollar procesos de argumentación y comunicación. Este cambio corresponde a una nueva forma de representación de la operación para obtener términos de la secuencia, ya que de acuerdo con la valoración de la rúbrica esta nueva forma asemeja en mejor medida el proceso analítico que se realiza durante la observación del conteo de las casillas en la actividad anterior (ver Tabla 3).

**Tabla 7***Modificaciones al patrón numérico*

<b>Número de Movimientos</b>	<b>OPERACIÓN</b>	<b>Total, de Casillas</b>
<b>1</b>	8	8
<b>2</b>	8 + 16	24
<b>3</b>	8 + 16 + 24	48
<b>4</b>		
<b>5</b>		
<b>6</b>		

Otro de los cambios realizados al diseño de nivel dos en el tercer momento, corresponde a la actividad del alfil en donde se presentan cambios en la versión estudiantes para brindar mayores formas de representación (Pauta 4 del DUA) se tomaron las representaciones brindadas para el nivel de profundidad 3 y se llevaron al nivel de profundidad 2, lo cual permite al estudiante mejor comprensión de los patrones que se van a desarrollar y favorecen los procesos de inclusión

mencionados anteriormente. Este cambio se observa a continuación en la Figura 50 y se pueden comparar observando la Figura 33.

**Figura 50**

*Modificaciones para proporcionar mayores formas de representación.*

**17.** Si se ubica en la casilla **a1**, marque las casillas a las que se puede desplazar.

**18.** Si se ubica en la casilla **b2**, marque las casillas a las que se puede desplazar.

Análogamente, se realizaron cambios a la forma de expresar el patrón numérico de la figura en el nivel de profundidad 2. Tal cambio consiste en una nueva forma de obtener el patrón, sin embargo, la forma anterior mostrada en la Tabla 4 sigue siendo válida para la realización del

ejercicio, lo cual es explicitado en la versión docente para de esta manera brindar múltiples formas de representación a los estudiantes (ver Tabla 8)

**Tabla 8**

*Registro tabular del patrón numérico del alfil. Nivel de profundidad 2*

<b>Casilla</b>	<b>OPERACIÓN</b>	<b>Total, de Casillas</b>
<b>a1</b>	$7 + 0 + 0 + 0$	7
<b>b2</b>	$6 + 1 + 1 + 1$	9
<b>c3</b>		
<b>d4</b>		

Para finalizar con los cambios en este nivel de profundidad se realizó una simplificación en las actividades presentadas anteriormente, en este sentido la actividad sobre el patrón numérico de la reina y las actividades relacionadas con este fueron eliminadas del diseño, dado que durante la valoración de la rúbrica se consideró que el diseño ya contaba con una basta cantidad de actividades para los estudiantes de tal nivel. De esta manera, fue reducido el diseño para lograr que los estudiantes no presenten una desmotivación debido a la cantidad de actividades en el diseño.

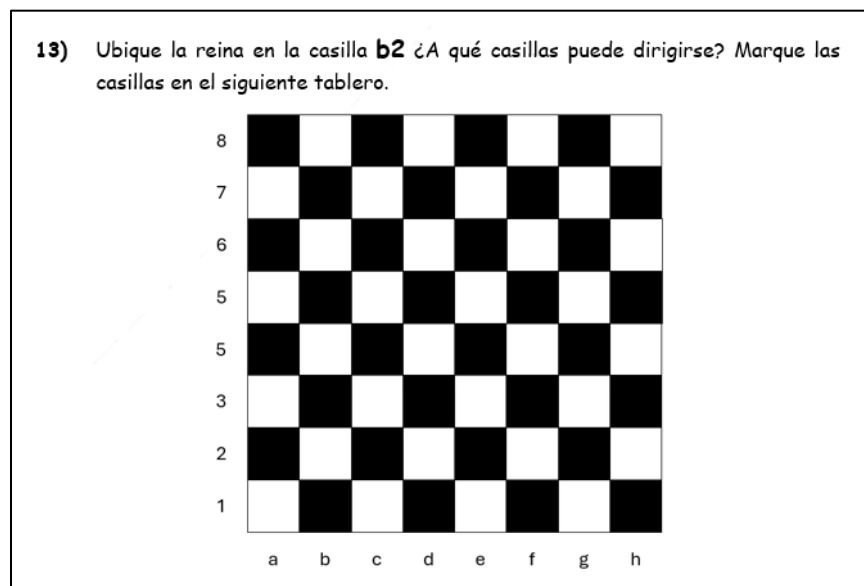
En cuanto a los cambios realizados al diseño de nivel 3, se sustituyó la actividad de alfil en el diseño, por la actividad de la reina. Este cambio es sugerido gracias a los resultados de la valoración de la matriz de propósitos en donde se estipula el estudio de secuencias figurales para

este nivel de profundidad, por lo que a continuación se presenta la actividad introducida para este momento del diseño, junto con un análisis *a priori* del mismo.

En los incisos 12, 13 y 14 (ver Figura 51) se le pide al estudiante que encuentre las casillas a las cuales la reina se puede desplazar si se ubica en ciertas casillas, para este nivel no se le brinda al estudiante la figura de la reina ya ubicada en el tablero, por lo que será deber del docente brindarle de tales figuras para permitirle el desarrollo de la actividad; estas indicaciones son presentadas al docente en su versión del diseño (Apéndice D).

### Figura 51

*Ejercicio 13 sobre la secuencia de la reina. Nivel de profundidad 3*

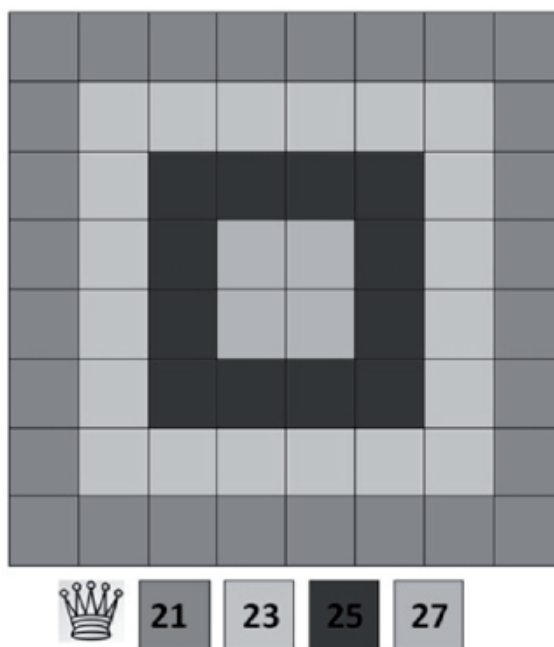


Las actividades diseñadas pueden clasificarse como tareas de identificación (Pulgarín, 2015), puesto que deben de construir concepciones sobre los patrones numéricos y figurales que hacen parte del objetivo de la actividad. Asimismo, se espera que los estudiantes desarrollen el nivel uno de los procesos de generalización de Mason (1999) al observar el comportamiento de los patrones.

Continuando con el análisis de la secuencia figural presente en el tablero, se le pide al estudiante que compruebe si las casillas cumplen con el patrón numérico encontrado, para esto se le brindan representaciones gráficas del tablero en la hoja donde se espera que al analizar la totalidad del tablero identifique el patrón geométrico que emerge de este (ver Figura 52).

**Figura 52**

*Patrón geométrico formado en el tablero de ajedrez. Nivel de profundidad 3*



*Nota: La anterior figura representa el patrón geométrico que se forma en el tablero de ajedrez teniendo en cuenta la cantidad de movimientos que puede realizar la reina en diversas casillas. Tomado de Ajedrez para trabajar patrones en matemáticas en Educación Primaria, por Maz y Jiménez (2012, p. 109).*

Los diseños ajustados de acuerdo con la rúbrica de valoración, en el nivel de profundidad 2 y 3, se encuentran en los Apéndice B y Apéndice C respectivamente.

## 6. Conclusiones

En el presente capítulo se presentan algunas reflexiones generales sobre el proceso de diseño y valoración desarrollados en este trabajo de investigación. Esto se hace con la intención de responder al objetivo de investigación *plantear y valorar un diseño didáctico basado en el ajedrez para el estudio de secuencias y patrones en niños de primaria con TDAH.*

El ajedrez es un contexto altamente atractivo para captar la atención del estudiante y motivarlo, especialmente para los estudiantes con TDAH, por su atractivo lúdico. Además, facilita la apropiación de conceptos clave como las secuencias numéricas, que se entienden como un conjunto de elementos numéricos unidos por un patrón numérico, y las secuencias figurales, que en este diseño se comprenden como un conjunto de figuras relacionadas con patrones numéricos o geométricos. El estudio de los diversos tipos de patrones fue fundamental para la fundamentación teórica de las actividades, permitiendo descubrir la diversidad de patrones presentes en los ejercicios propuestos con el tablero de ajedrez.

Gracias a las categorías de análisis, se permitió realizar una delimitación sobre los diversos resultados que se obtuvieron a través de la construcción de los diseños. En términos de la primera categoría, que abarca los elementos del ajedrez como una herramienta para promover la actividad matemática se evidencia que las actividades posibilitan la interpretación y construcción de patrones en de los movimientos propios de cada pieza.

La segunda categoría, permitió reconocer que los beneficios del ajedrez para el tratamiento del TDAH ofrecen un contexto diferente y beneficioso para abordar la atención a la diversidad dentro del aula de clase. Gracias a los cuatro aspectos mencionados, tales como la evolución, la creatividad, el uso de heurísticas para construir estrategias de juego.

Por otro lado, la articulación entre los principios y pautas del Diseño Universal para el Aprendizaje (DUA) y el ajedrez propició resultados positivos para la inclusión en el aula. Esto se evidenció a través de los resultados de la rúbrica de valoración y lo expuesto en la tercera categoría de análisis del documento. Se logró que las secuencias y patrones aparecieran de manera natural durante una interacción de conocimiento con el ajedrez. Un aspecto que permitió observar esta categoría se basa en que el diseño no solo funciona como una herramienta para promover espacios de inclusión a estudiantes con TDAH, sino que puede ser usado para incluir a todos los estudiantes, independientemente de su necesidad educativa y/o física.

Asimismo, desde la posición de quien escribe el presente documento se plantean diversas posibilidades para la continuación del estudio del ajedrez como una herramienta didáctica para favorecer la inclusión en el aula de matemáticas, un recurso con el que tal vez podrían abordarse otros objetos matemáticos.

En términos de lo logrado en esta investigación, se considera necesario realizar adaptaciones a los diseños didácticos para los niveles 1 y 4 de profundidad, porque lastimosamente el tiempo fue una limitante para construirlos. Sin embargo, se comprende que para realizar tales adaptaciones se requerirán de mejores herramientas pedagógicas y didácticas para lograr una consolidación de diseños que cumplan con las necesidades de los estudiantes en esos niveles. Por lo que este trabajo no solo comprende la formación actual como docente si no que me prepara como autor del trabajo para nuevos desafíos y metas profesionales.

De esta investigación, surgen más preguntas que no pudieron ser respondidas (por la limitante del tiempo) sin embargo dan lugar a nuevas investigaciones. Entre ellas

- ¿Qué alcances, frente a la atención a la diversidad y la comprensión de los patrones y secuencias, son posibilitados por los diseños realizados con este trabajo? Lo que lleva a querer implementar los diseños para brindar nuevas contribuciones a este trabajo de investigación.
- ¿Qué adaptaciones son necesarias para los niveles de profundidad 1 y 4? Dado que los estudiantes que se ubican en estos niveles requieren de una mayor atención en términos didácticos, el diseño puede ser ajustado usando mayor apoyo de material concreto y los resultados de una prueba piloto del diseño que brinde retroalimentaciones para el proceso del diseño.

Para finalizar, el ajedrez es una herramienta que puede aportar a la enseñanza de la matemática gracias a esto para futuras investigaciones sería pertinente explorar todas las posibilidades que brinde el ajedrez, asimismo con el interés del autor surge estudiar como relacionar el ajedrez con otros campos de la educación matemática.

### Referencias Bibliográficas

- Aldeán, I., Herrera, C., Román, G., y Medina, K. (2022). Ajedrez en la escuela. Recurso didáctico para el desarrollo cognitivo. *Revista Arbitrada Interdisciplinaria Koinonía*, 7(14), 58-68.
- Arnáiz, P. (2004). Fundamentos y principios de la Educación Inclusiva. *Actas de las jornadas de cooperación educativa con Iberoamérica sobre educación especial e inclusión educativa* (p. 25-43).
- Constitución Política de Colombia [Const]. (1991). Colombia
- Ballesteros, O. (2011). *La lúdica como estrategia didáctica para el desarrollo de competencias científicas* [Tesis Doctoral]. Universidad Nacional de Colombia.
- Blasco, H. (2020). *Jaque mate al TDAH: Una guía para padres y profesionales*. Editorial Libros.com.
- Declaración Universal de Derechos Humanos, 10 de diciembre de 1948.
- Decreto 2082 de 1996. Por el cual se reglamenta la atención educativa para personas con limitaciones o con capacidades o talentos excepcionales. Noviembre 18 de 1996.
- Decreto 1421 de 2017. Por el cual se reglamenta en el marco de la educación inclusiva la atención educativa a la población con discapacidad. Agosto 29 de 2017.
- De Guzmán, M. (1984). *Cuentos con cuentas*. Barcelona: Labor.
- Díaz, F., Lule, M., Rojas, S., y Saad, S. (1990). *Metodología de diseño curricular para educación superior*. Trillas. México D.F.

- Echeverry, N., y Gonzáles, A. (2014). *Diseño de un videojuego didáctico de educación cívica para niños autistas, TDAH y discapacidad cognitiva*. [Trabajo de Investigación]. Fundación Universitaria del Área Andina.
- Ferreira, D., y Palhares, P. (2008). Chess and problem solving involving patterns. *The Mathematics Enthusiast*, 5(2), 249-256.
- Franco, A., y Sánchez, P. (2019). Un enfoque basado en juegos educativos para aprender geometría en educación primaria. *Educação e Pesquisa: Revista da Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo*, 45(1), 1-23. <http://dx.doi.org/10.1590/S1678-4634201945184114>
- Franquiz, I., y Ramos, S., (2016). TDAH: Revisión teórica del concepto, diagnóstico, evaluación y tratamiento. [Tesis de Pregrado]. Universidad de la Laguna.
- Gairín, J., y Fernández, J. (2010). Enseñar Matemáticas con recursos de Ajedrez. *Tendencias pedagógicas*, 1(15), 58–90.
- Garrido, F. (2011). *Educando desde el ajedrez*. Editorial Paidotribo
- García, J., Gonzáles, R., y Rodríguez, A. (2015). Epidemiología del TDAH. *Revista especial de pediatría*.
- Gonzales, C., Guerrero, J., Navarro, Y. (2019). Un juego serio para la solución de problemas matemáticos para niños con TDAH. *Campus Virtuales*, 8(2), 121-140.
- Guik, Y. (2012). *Matemática en el tablero de ajedrez*. Moscú: URSS.
- Hervas, A., y Durán, O. (2014). El TDAH y su comorbilidad. *Pediatría Integral*, 18(9), 643-654.

Jácome, I. y Parada, S.E. (2023). Enseñanza de las secuencias en grados 4° y 5° atendiendo la diversidad de estudiantes. En *Educación Matemática en las Américas 2023*. Investigación. Patrick Scott, Yuri Morales y Ángel Ruz (Eds). República Dominicana. Vol. 10 CIAEM, p.142-149 <https://ciaem-iacme.org/wp-content/uploads/2023/12/2023-Volumen10-Tema-9.pdf>

Jacome, I., Parada, S., Fiallo, J. (2024). Curricular proposal to address diversity in mathematics class: A design on sequences and patterns. *Eusaria Journal of Mathematics, Science and Technology Educatión*, 20(6). <https://doi.org/10.29333/ejmste/14630>

Jaureguiberry, J. (2015). *Ajedrez en la escuela, un recurso pedagógico para desarrollar el pensamiento creador, Jaque a las fracciones*. Argentina.

Jiménez, C. (2007). *Ludoterapias*. Editorial Magisterio Colección Aula Abierta.

Julio, Y., Rivero, M., y Canchila, K. (2017). El ajedrez como estrategia didáctica para potenciar el aprendizaje de patrones en los estudiantes del grado sexto de la Institución Educativa Técnico Industrial Antonio Prieto (IETIAP). En A. Aroca, S. Valbuena, y L. Vargas. 3er Encuentro de Investigación en Educación Matemática, Universidad del Atlántico, Colombia.

Kaput, J. (1998). Teaching and learning a new algebra. En A. Fennema. T. Romberg (Eds.), *Mathematics classrooms that promote understanding*. (pp. 133-156). Lawrence Erlbaum Associates. <https://doi.org/10.4324/9781410602619>

Kim, J., y Bae, H. (2014). A Study on Serious Game Technology Based on BCI for ADHD Treatment Typical Types of Serious Games. *Advance Science and Technology Letters*, 46, 208–211. <http://dx.doi.org/10.14257/astl.2014.46.46>

Lannin, J., Barker, D., y Townsend, B. (2006). Algebraic generalization strategies: factors influencing student strategy selection. *Mathematics Education Research Journal*, 18(3), 3-28. <https://doi.org/10.1007/BF03217440>

Lasa, A. (2008). *Los niños hiperactivos y su personalidad*. Bilbao: Altxa.

Ley 115 de 1994. Por la cual se expide la ley general de educación. Julio 08 de 1994. DO. N°41214

Ley 2216 de 2022. Por medio de la cual se promueve la educación inclusiva y el desarrollo integral de niñas, niños, adolescentes y jóvenes con trastornos específicos de aprendizaje. Junio 23 de 2022. DO. N°52074

Machado, A., Jiménez, N., Gutiérrez, P., Adrián, C., Vallejo, M., y Adamuz, N. (2012). Estudio bibliométrico de la investigación educativa en las universidades de Andalucía en el SSCI (2002-2010). *Revista Iberoamericana de Psicología y Salud*, 3(2), 125-136.

Mason, J. (1999). La incitación al estudiante para que use su capacidad natural de expresar generalidad: las secuencias de Tunja. *Revista Ema*, 4(3), 232-246.

Mena, F. Salgado, A., Tamayo, P. (2008). *Estrategia pedagógica basada en la lúdica y psicomotricidad aplicada en las áreas de castellano y ciencias naturales para centrar la atención de niños con TDAH de preescolar y básica primaria de la Institución Educativa Ciudadela Cuba*. [Tesis de Pregrado]. Universidad Tecnológica de Pereira.

Ministerio de Educación Nacional de Colombia. (MEN). (1998). *Lineamientos curriculares de matemáticas. Serie de lineamientos curriculares*. Bogotá

Ministerio de Educación Nacional de Colombia. (MEN). (2006). *Estándares Básicos de Competencia*. Bogotá.

- Ministerio de Educación Nacional de Colombia. (MEN). (2015). *Derechos Básicos de Aprendizaje*. Ministerio de Educación Nacional. Bogotá.
- Miranda, A., Meliá, A., Marco, R., Roselló, B., y Mulas, F. (2006). Dificultades en el aprendizaje de matemáticas en niños con trastorno por déficit de atención e hiperactividad. *Revista de neurología*, 42(2), 163-170.
- Moreno, G. (2015). *Una aproximación al álgebra temprana por medio de una secuencia de tareas matemáticas de patrones numéricos*. [Tesis de pregrado]. Universidad del Valle.
- Morales, R., Cañadas, M., y Castro, E. (2017). Generación y continuación de patrones por dos alumnas de 6-7 años en tareas de seriaciones. *PNA*, 11(4), 233-252.
- Nilsson, P. y Juter, K. (2011). Flexibility and coordination among acts of visualization and analysis in a pattern generalization activity. *The Journal of Mathematical Behaviour*, 30(3), 194-205. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2011.07.002>
- Pastor, A. (2018). Diseño Universal para el Aprendizaje un modelo para brindar oportunidades de aprender a todos los estudiantes. *Padres y Maestros*, 374, 21-27. <https://doi.org/10.14422/pym.i374.y2018.003>
- Pólya, G. (1954). *Patterns of Plausible Inference*. Princeton: Princeton University Press.
- Pulgarín, J. (2015). *Generalización de patrones geométricos. Proyecto de aula para desarrollar pensamiento variacional en estudiantes de 9 a 12 años*. [Tesis de Maestría]. Universidad Nacional de Colombia.
- Quílez, S., y Sánchez, E. (2002). *Ajedrez en el aula primaria*. Región de Murcia.

- Radford, (2008). Iconicity and contraction: a semiotic investigation of forms of algebraic generalizations of patterns in different contexts. *ZDM Mathematics Education*, 40, 83-96. <https://doi.org/10.1007/s11858-007-0061-0>
- Resnik, M. D. (1981). Mathematics as a science of patterns: Ontology and reference. *Nous*, 15(4), 529-550.
- Revelo, L., y Yáñez, N. (2023). Material concreto y su importancia en el fortalecimiento de la matemática: una revisión documental. *MENTOR: Revista de Investigación Educativa y Deportiva*, 2(4), 69-87. <https://doi.org/10.56200/mried.v2i4.5304>
- Rivera, F., y Becker, R. (2011). Formation of pattern generalization involving linear figural patterns among middle school students: Results of a three-year study. En C. Jai y E. Knuth (Eds.) *Early algebraization: A global dialogue from multiple perspectives* (pp. 323-366). Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg.
- Rivera, E., y Sánchez, L. (2012). *Desarrollo del pensamiento variacional en la educación básica primaria: generalización de patrones numéricos*. [Tesis de Pregrado]. Universidad del Valle.
- Salvatierra Á., Gallarday, S., Ocaña, Y., y Palacios, P. (2019). Caracterización de las habilidades del razonamiento matemático en niños con TDAH. *Propósitos y representaciones*, 7(1), 165-184.
- Sánchez, R. (2022). *El ajedrez como herramienta para abordar los pensamientos aleatorio y variacional: una propuesta de tareas*. [Tesis de Pregrado]. Universidad Pedagógica Nacional.

- Sasman, M., Olivier, A., y Linchevski, L. (1999). Factors influencing students' generalization thinking processes. En O. Zaslavsky (Ed.), *Proceedings of the 23rd International Conference for Psychology of Mathematics Education*, (pp. 161-168), Haifa, Israel: PME.
- Still, F. (1902). *Some abnormal psychical conditions in children. Lancet*.
- Uicab, G., Rojano, M., y García, M. (2022). Expresiones de generalización en escolares de 10 a 12 años durante la resolución de secuencias figurales-numéricas y numéricas. *Educación matemática*, 34(1), 42-69. <https://doi.org/10.24844/em3401.02>
- UNESCO. (1994). *Conferencia Mundial sobre Necesidades Educativas Especiales: Acceso y Calidad*. [https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000110753\\_spa](https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000110753_spa)
- Vera, B., y Arnal, A., (2021). Enseñanza de herramientas de combinatoria a través de actividades basadas en el ajedrez en Educación Primaria. Un estudio de caso. *REIDOCREA*, 7, 1-18. <http://dx.doi.org/10.30827/Digibug.66303>
- Vergel, R. (2015). Generalización de patrones y formas de pensamiento algebraico temprano. *PNA*, 9(3), 193-215.
- Vergel, R. y Rojas, P. (2018). *Álgebra escolar y pensamiento algebraico: aportes para el trabajo en el aula*. Universidad Distrital Francisco José de Caldas.
- Zapatera, A. (2016). Cómo desarrollar el pensamiento algebraico. *UNO Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 73, 32-37
- Zapatera, A. (2018). Introducción del pensamiento algebraico mediante la generalización de patrones: una secuencia de tareas para Educación Infantil y Primaria. *Números: revista de didáctica de las matemáticas*. 97, 51-67.

## Apéndices

### Apéndice A Rúbrica de valoración del diseño didáctico del proyecto 70783

#### PROYECTO MINISTERIO

“Diseños didácticos para la inclusión en matemáticas con la mediación de tecnologías: procesos de formación y reflexión con profesores”

#### VALORACIÓN DISEÑOS DIDÁCTICO 4º a 5º

##### I. Valoración de las tablas con propósitos y desempeños

##### II. Coherencia horizontal (Por diseño)

##### Según los propósitos (pensamientos)

P. ¿Qué patrones se forman cuando interactuamos con el ajedrez? Pensamiento variacional	Valoración					Observaciones
	1	2	3	4	5	
Los propósitos están ajustados al nivel de conceptualización, según cada nivel de profundidad.					X	
Los propósitos están vinculados estrechamente con la pregunta problematizadora y con el contexto.					X	
Los propósitos se relacionan con estándares específicos para el grupo de grados.					X	
Los propósitos, en cada nivel, comprenden los mismos objetos matemáticos.					X	

##### Según los descriptores (procesos)

¿Los descriptores están *ajustados* a las habilidades de proceso, en cada nivel de profundidad?

P. ¿Qué patrones se forman cuando interactuamos con el ajedrez? Pensamiento variacional		Valoración					Observaciones
		1	2	3	4	5	
¿Los descriptores están <i>ajustados</i> a las habilidades de proceso, en cada nivel de profundidad y	Comunicación					X	
	Modelación					X	
	Razonamiento				X		Los descriptores planteados en el nivel 1 son muy profundos pues hace referencia a explicar si los términos hacen parte de una secuencia o no, y para llegar a ello se debe identificar el patrón, generalizarlo, y hacer el proceso inverso, siendo este último una habilidad para el nivel 3 o 4.

evolucionan progresivamente?	Elaboración, comparación y ejecución de procedimientos					X		En este proceso sucede algo similar con el proceso de razonamiento.
------------------------------	--	--	--	--	--	---	--	---

**Comentario general**

La evolución progresiva de las habilidades en cada proceso no puede ser evaluada puesto que el diseño está enmarcado en un solo nivel de profundidad

II. Coherencia vertical

**A nivel de cada pregunta**

Los descriptores, para cada proceso se ajustan o articulan verticalmente	P1					P2					P3					P4					P5				
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
Comunicación					X																				
Razonamiento				X																					
Elaboración, comparación y ejecución de procedimientos				X																					
Modelación				X																					

**A nivel global**

¿Se observa progreso en los objetos matemáticos de estudio a medida que se avanza en cada pregunta problematizadora?

Indicadores	Valoración					Observaciones
	1	2	3	4	5	
Conexión entre las preguntas problematizadoras ajustadas al desarrollo de los pensamientos				X		Se sugiere promover un poco más el proceso de razonamiento y comunicación solicitando explicaciones, justificaciones y/o argumentaciones.
Se abordan todos los pensamientos con los contextos seleccionados					X	
Se cubre un 70% de los estándares del grupo de grados						

**2. Valoración diseño con orientaciones al profesor**

Indicadores	P1					P2					P3					P4					P5				
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
Se explicitan los planteamientos epistemológicos o históricos y didácticos																			X						
Se indica los procesos que se están trabajando en las diferentes actividades																X									
Se fundamentan las actividades con lo propuesto en los documentos de referencia del MEN																			X						

**Comentario general**

En la versión docente se muestra la tabla de descriptores y propósitos, pero en la introducción no se especifica los procesos trabajados. Para justificar la importancia de promover la inclusión en clase de matemáticas se usan los documentos de referencia y se justifica la importancia del desarrollo del pensamiento algebraico temprano. Hace falta precisar la incidencia de los procesos matemáticos de acuerdo con lo propuesto por el MEN.

**3. Valoración de la hoja de trabajo del estudiante**

**III1. Coherencia horizontal (Por diseño)**

¿Se observa un desarrollo progresivo en las actividades de cada momento, de cada nivel de profundidad?

Indicador	P1					P2					P3					P4					P5				
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
Se ajusta cada actividad a los momentos de cada diseño, según el nivel de profundidad.				X																					

**Observaciones**

Los diseños valorados corresponden al segundo y tercer nivel de profundidad. En el nivel 2 se realizaron algunas recomendaciones respecto a la redacción y/o presentación de la información teniendo en cuenta las pautas del DUA.

**III2. Coherencia vertical**

¿Se observa conexión en el desarrollo de los procesos en cada diseño, en cada tarea, según los descriptores propuestos?

Indicador	P1					P2					P3					P4					P5				
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
Conexión entre los descriptores ajustados al desarrollo de los procesos en cada diseño, en cada tarea.					X																				

**Observaciones**

Se observa que los procesos indicados en la tabla de descriptores y propósitos se encuentran vinculados en las diferentes tareas propuestas respecto a los niveles 2 y 3.

**En general**

Indicador	P1					P2					P3					P4					P4				
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
Las actividades propuestas responden a lo indicado en la tabla de propósitos y descriptores					X																				
Se observa el desarrollo del objeto matemático desde lo didáctico					X																				
Las instrucciones, dentro del diseño, están acordes con el nivel de profundidad y el grupo de grados				X																					

**Observaciones**

En los niveles 2 y 3, se evidencia coherencia entre lo propuesto en los propósitos y descriptores con las tareas planteadas, sin embargo, se realizan algunas recomendaciones respecto a la forma de presentar la información pues en algunos casos no es tan clara.

#### 4. Valoración del DUA

##### Principio I: Proporcionar múltiples formas de representación

Indicador	P1					P2					P3					P4				
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
Pauta 1. Proporciona diferentes opciones para percepción.																				X
Pauta 2. Proporciona múltiples opciones para el lenguaje, las expresiones matemáticas y simbólicas																				X
Pauta 3. Proporciona opciones para la comprensión																		X		

##### Práctica II. Proporcionar múltiples formas de expresión

Indicador	P1					P2					P3					P4				
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
Pauta 1. Proporciona opciones para la interacción física.																				X
Pauta 2. Proporciona opciones para la expresión y la comunicación.																				X
Pauta 3. Proporciona opciones para las funciones ejecutivas.																				X

##### Principio III. Proporcionar múltiples formas de implicación

Indicador	P1					P2					P3					P4				
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
Pauta 1. Proporciona opciones para captar el interés																				X
Pauta 2. Proporciona opciones para mantener el esfuerzo y la persistencia.																			X	
Pauta 3. Proporciona opciones para la autorregulación.																		X		

#### RECOMENDACIONES GENERALES

- En la versión docente se sugiere aclarar la posibilidad de permitir explicaciones menos o más elaboradas, distintas representaciones, etc. de acuerdo con las capacidades de los estudiantes.
- Algunas preguntas tienen respuestas cerradas de tipo SI o NO, se sugiere solicitar explicaciones, justificaciones, argumentos y/o conjeturas en la medida de lo posible para promover los procesos de comunicación y argumentación.
- En las recomendaciones para el docente se sugiere agregar sugerencias acerca del uso de material concreto. Si bien es cierto, se sugiere utilizar una hoja suelta con el tablero de ajedrez (hoja que hace parte del diseño), para el primer momento sería interesante plantear la explicación de los movimientos del caballo, rey, reina y alfil, utilizando el tablero y las fichas.

**Apéndice B Diseño de nivel 2 para el estudiante**

¿Qué patrones se forman cuando interactuamos con el ajedrez?

**DISEÑO  
NIVEL 2**

Material elaborado por: Deiby Johan Méndez Delgado y Sandra Evely Parada Rico.

¿Qué patrones se forman cuando interactuamos con el ajedrez?

Primer Momento

## El Ajedrez

El ajedrez es un juego de mesa que combina la estrategia, la táctica y la habilidad mental. En él se requiere una combinación de destreza y creatividad para alcanzar la victoria, en un escenario donde cada jugada es una nota en la partitura de una partida memorable.

1. Observe el siguiente video:

[https://www.youtube.com/watch?v=jDVJiG3SNXo&t=239s&ab\\_channel=%C3%A9Curioso%E2%80%94Ed](https://www.youtube.com/watch?v=jDVJiG3SNXo&t=239s&ab_channel=%C3%A9Curioso%E2%80%94Ed)

2. De acuerdo con el video, colorea el nombre con el que se conocía originalmente al ajedrez.

Shogi

Chaturanga

Dominó

3. Colorea los nombres de cada una de las figuras que han hecho parte de la historia del ajedrez.

Concejero

Reina

Elefante

Material elaborado por: Deiby Johan Méndez Delgado y Sandra Evely Parada Rico.

¿Qué patrones se forman cuando interactuamos con el ajedrez?

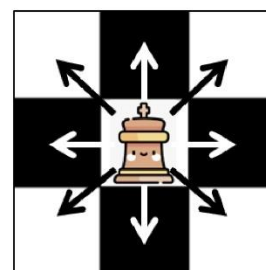
Castillos

Rey

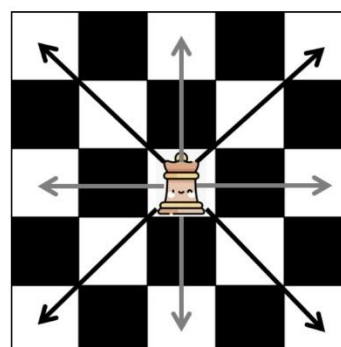
Mariana quiere aprender un poco sobre patrones y ajedrez, pero para esto debe aprender un poco sobre el juego. Ayúdele a Mariana a aprender un poco más sobre él.



El Rey suele ser muy precavido en sus movimientos, por lo que a pesar de moverse en cualquier dirección solo lo realiza una casilla a la vez.

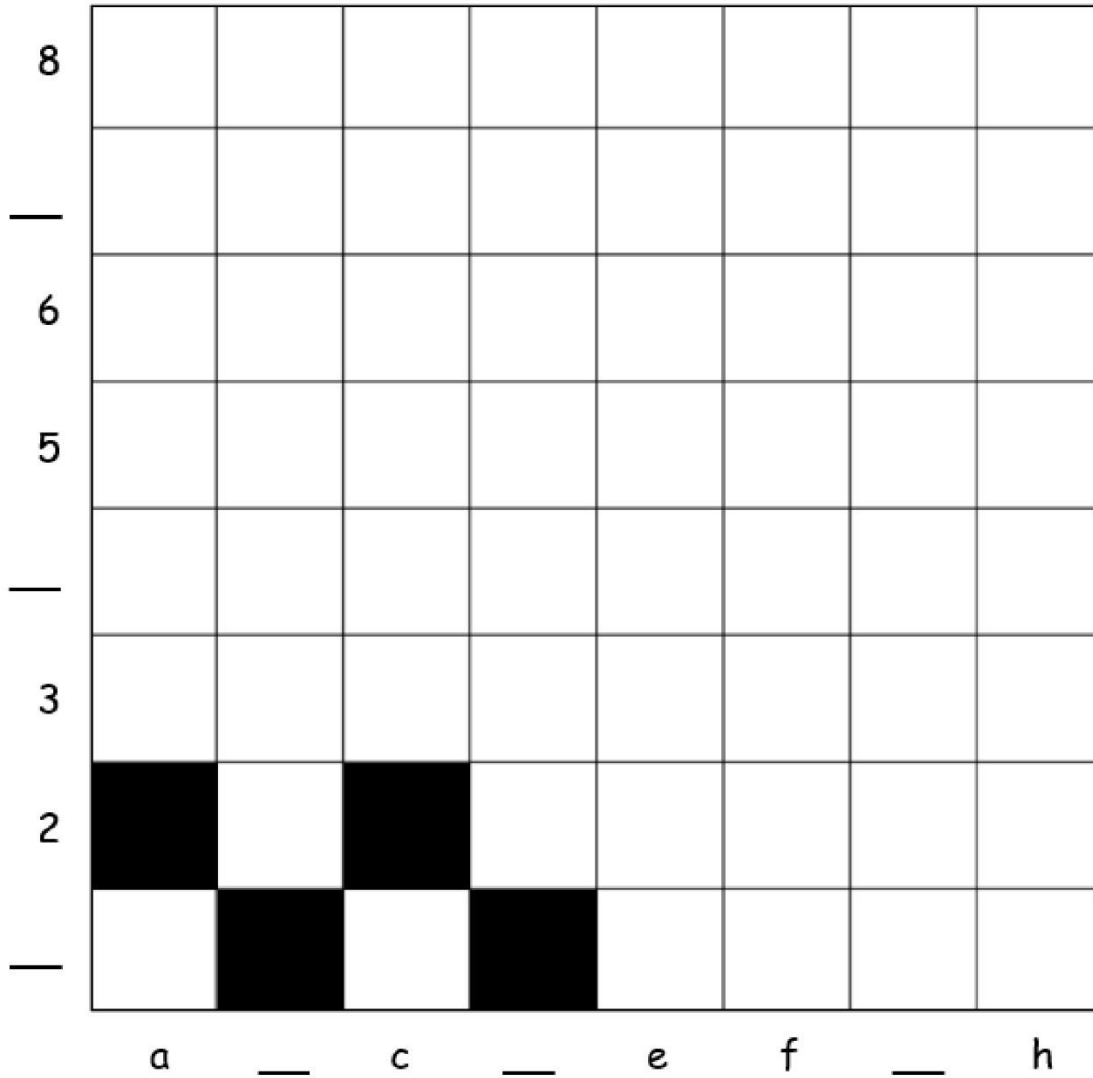


La Reina a diferencia del Rey, tiene la libertad de moverse a más de una casilla a la vez en todas las direcciones.



¿Qué patrones se forman cuando interactuamos con el ajedrez?

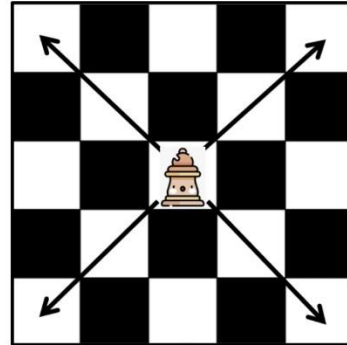
4. Coloree y complete los espacios en el siguiente tablero de ajedrez, siguiendo la secuencia que se muestra en él.



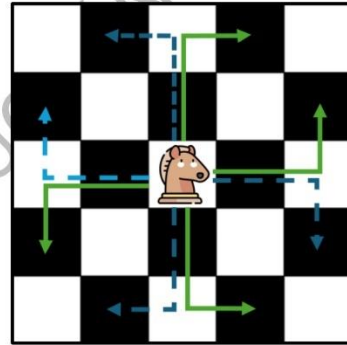
Material elaborado por: Deiby Johan Méndez Delgado y Sandra Evely Parada Rico.

¿Qué patrones se forman cuando interactuamos con el ajedrez?

A diferencia de la Reina, el Alfil a pesar de tener la libertad de moverse tantas casillas como desee, sus movimientos se limitan a ser solo en diagonal.



El Caballo posee un movimiento un poco particular, dado que no se mueve en líneas rectas, como se observa en la figura avanza dos casillas en línea recta seguidas de un giro de izquierda a derecha.



5. Responda las siguientes preguntas basándose en la información anterior. Explique sus respuestas.
- ¿Cuál de las fichas anteriores es la que en un solo movimiento se puede mover a más casillas en el tablero?
  - ¿Cuál de las fichas anteriores es la que en un solo movimiento se puede mover menos casillas dentro del tablero?

¿Qué patrones se forman cuando interactuamos con el ajedrez?

c. ¿Qué figura forma el caballo cuando realiza un movimiento?

d. ¿Cuántas casillas en total tiene el tablero?

e. ¿Cuántas casillas negras tiene en total el tablero?

f. ¿Cuántas casillas blancas tiene en total el tablero?

**¡Discuta los resultados con sus compañeros!**



¡Hola! Soy el tablero,  
¿sabía que una secuencia  
es una serie de elementos  
que guardan una relación  
entre sí?

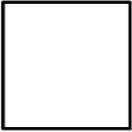
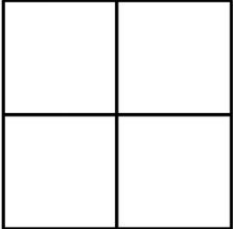
Material elaborado por: Deiby Johan Méndez Delgado y Sandra Evely Parada Rico.

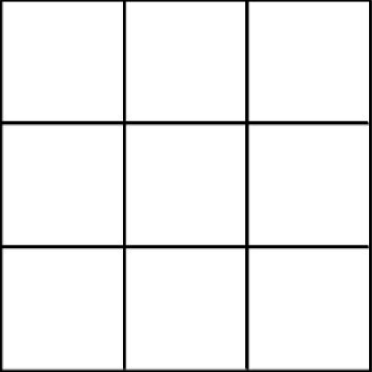
¿Qué patrones se forman cuando interactuamos con el ajedrez?

*Segundo Momento*

Mariana quiere construir tableros de ajedrez de diferentes tamaños y quiere conocer la cantidad de casillas que posee cada uno de ellos.

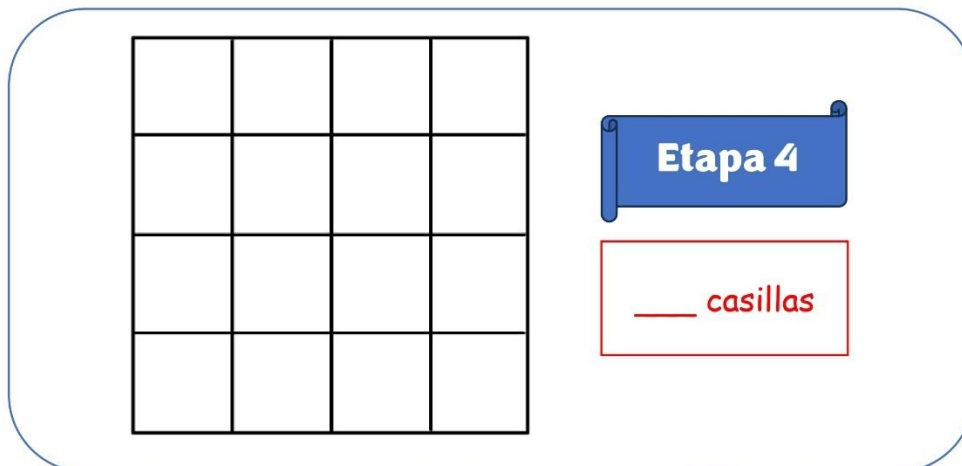
6. Complete la información escribiendo el número que representa la cantidad total de casillas que se observan en cada una de las etapas como en el ejemplo.

	<b>Etapa 1</b>		<b>Etapa 2</b>
	1 casilla		4 casillas

	<b>Etapa 3</b>
	___ casillas

Material elaborado por: Deiby Johan Méndez Delgado y Sandra Evely Parada Rico.

¿Qué patrones se forman cuando interactuamos con el ajedrez?



7. Mariana quiere saber qué operación debe usar para saber el total de casillas en cada etapa. Explique qué procedimiento debe seguir con un ejemplo.
8. ¿Qué debe hacer Mariana para obtener la cantidad total de casillas que tendrá el tablero en la etapa 5? Explique su respuesta
9. ¿Qué debe hacer Mariana para obtener la cantidad total de casillas que tendrá el tablero en la etapa 6? Explique su respuesta

¿Qué patrones se forman cuando interactuamos con el ajedrez?

10. ¿Qué debe hacer Mariana para obtener la cantidad total de casillas que tendrá el tablero en la etapa 7? Explique su respuesta
11. ¿Qué debe hacer Mariana para obtener la cantidad total de casillas que tendrá el tablero en cualquier etapa?

**¡Discuta los resultados con sus  
compañeros!**

Existen diversos tipos de secuencias,  
las figurales y las numéricas. ¿Cómo  
las identificamos?



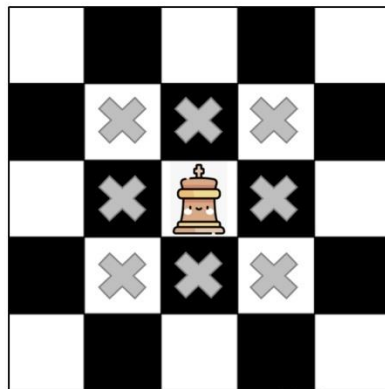
¿Qué patrones se forman cuando interactuamos con el ajedrez?

*Tercer Momento*

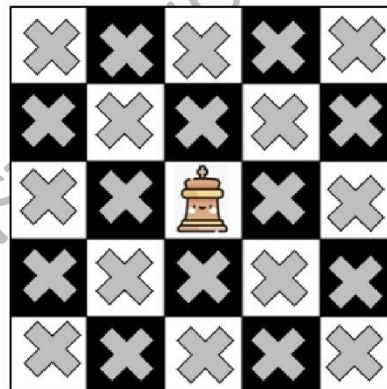
Mariana quiere encontrar el número de casillas a las que puede moverse el rey si realiza varios movimientos seguidos.

12. En las siguientes imágenes, observe y señale las casillas a las que el rey puede trasladarse, siguiendo el ejemplo de la primera y segunda imagen.

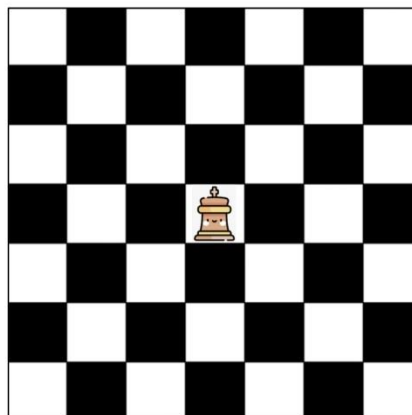
a. Si se mueve una vez.



b. Si se mueve dos veces.



c. Si se mueve tres veces



Material elaborado por: Deiby Johan Méndez Delgado y Sandra Evely Parada Rico.

¿Qué patrones se forman cuando interactuamos con el ajedrez?

13. Escriba la operación que le permite calcular la cantidad de casillas a las cuales se puede trasladar el rey.

Número de Movimientos	OPERACIÓN	Total de Casillas
1	8	8
2	$8 + 16$	24
3	$8 + 16 + 24$	48
4		
5		
6		

Material elaborado por: Deiby Johan Méndez Delgado y Sandra Evely Parada Rico.



¿Qué patrones se forman cuando interactuamos con el ajedrez?

Las secuencias numéricas son aquellas que están conformadas por una serie de números, como la siguiente: 7, 15, 23, 31, 39, ...

Las secuencias figurales son aquellas que están conformadas por una serie de figuras, como la siguiente



¿Cómo llamaríamos a la relación que guardan los elementos de una secuencia?



¡Discuta los resultados con sus compañeros!

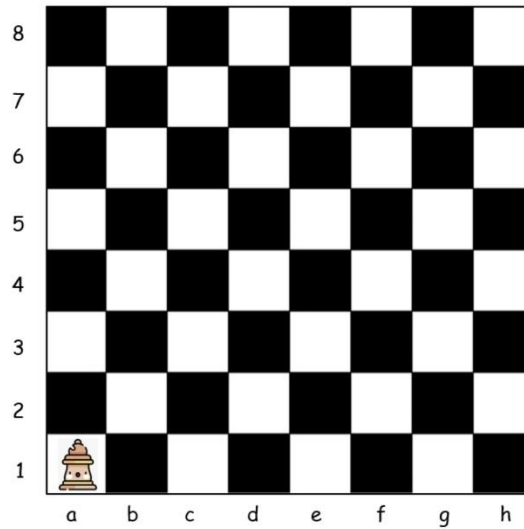
Mariana decidió observar la cantidad de movimientos que podía realizar el Alfil si se ubicaba en diversas casillas. Ayúdele a encontrar el total de casillas del tablero.



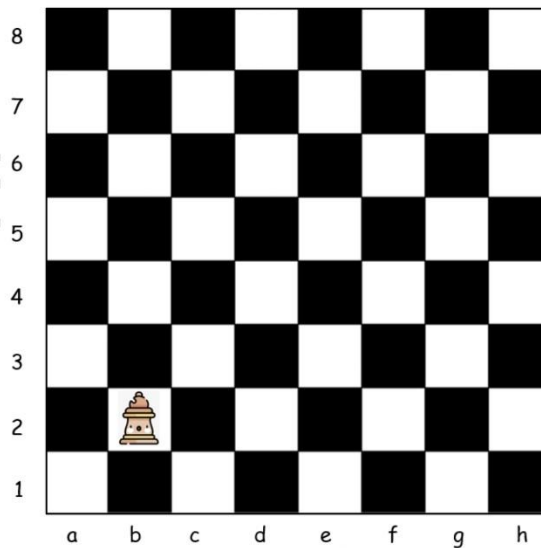
Material elaborado por: Deiby Johan Méndez Delgado y Sandra Evely Parada Rico.

¿Qué patrones se forman cuando interactuamos con el ajedrez?

17. Si se ubica en la casilla **a1**, marque las casillas a las que se puede desplazar.



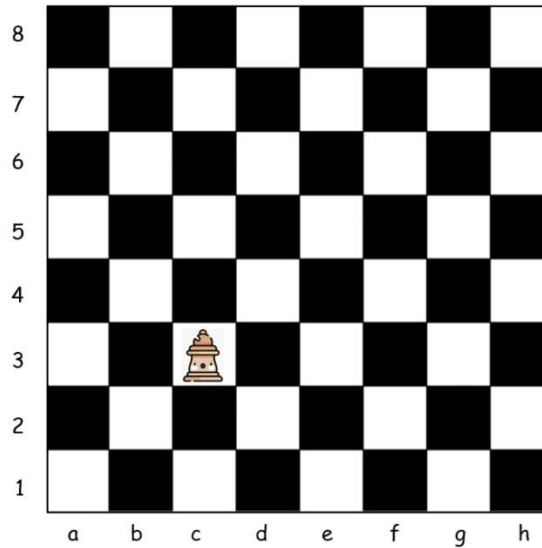
18. Si se ubica en la casilla **b2**, marque las casillas a las que se puede desplazar.



Material elaborado por: Deiby Johan Méndez Delgado y Sandra Evely Parada Rico.

¿Qué patrones se forman cuando interactuamos con el ajedrez?

19. Si se ubica en la casilla **c3**, marque las casillas a las que se puede desplazar.



20. Complete la siguiente tabla teniendo en cuenta la información anterior.

Casilla	OPERACIÓN	Total de Casillas
a1	$7 + 0 + 0 + 0$	7
b2	$6 + 1 + 1 + 1$	9
c3		
d4		

Material elaborado por: Deiby Johan Méndez Delgado y Sandra Evely Parada Rico.

¿Qué patrones se forman cuando interactuamos con el ajedrez?

21. Explique a Mariana el procedimiento que debe hacer para calcular el total de casillas en cada casilla. **Discute los resultados con los compañeros.**



La relación que guardan los elementos de una secuencia es conocida como "patrón"  
¿Qué patrones se han trabajado en las actividades anteriores?

**¡Discuta los resultados con sus compañeros!**

¿Qué patrones se forman cuando interactuamos con el ajedrez?

Los patrones numéricos son aquellas regularidades que comparten una secuencia de números, por ejemplo, en la secuencia:

7, 9, 11, 13...

¿Cuál es el patrón numérico presente en la secuencia anterior?

Los patrones geométricos son aquellas regularidades que comparten algunas secuencias de figuras

Teniendo en cuenta las actividades anteriores ¿En dónde crees que podremos encontrar un patrón de este tipo?



*Cuarto Momento*

A lo largo de su estudio, Mariana ha aprendido cosas nuevas sobre el ajedrez, sin embargo, no ha podido relacionarlo con el aprendizaje de las secuencias y los patrones. Use lo aprendido para ayudar a Mariana. Seleccione la respuesta correcta, marcándola con **X**. **Socialice las respuestas con tus compañeros.**

¿Qué patrones se forman cuando interactuamos con el ajedrez?

22. La cantidad de movimientos que puede realizar el rey si se mueve varias en el ejercicio 12:
- a. Una secuencia
  - b. Un patrón
  - c. Una figura
  - d. Ninguna de las anteriores
23. En el ejercicio 12, la secuencia que se obtiene con la cantidad de casillas a las que se mueve el Rey es:
- a. Figural
  - b. Recurrente
  - c. Numérica
  - d. Geométrica
24. En la secuencia del ejercicio 12, explique con sus propias palabras cual es el patrón presente en ella.
25. Determine qué tipo de secuencia es la que se muestra a continuación: Explique su respuesta.

Material elaborado por: Deiby Johan Méndez Delgado y Sandra Evely Parada Rico.

¿Qué patrones se forman cuando interactuamos con el ajedrez?

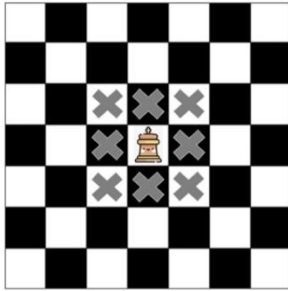


FIGURA 1

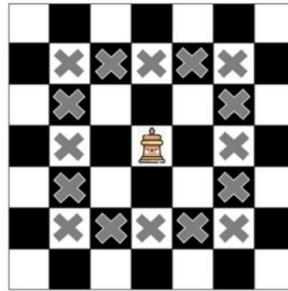


FIGURA 2

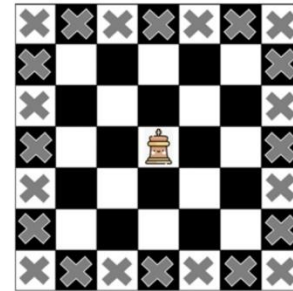


FIGURA 3

- a. Figural
- b. Recurrente
- c. Numérica
- d. Geométrica

26. ¿Considera que existen más secuencias para descubrir en el ajedrez?

¿Qué patrones se forman cuando interactuamos con el ajedrez?



Te animamos a que descubras estas relaciones entre las matemáticas y el ajedrez en <https://www.chesskid.com/es/>

MATERIAL EN CONSTRUCCIÓN - C

Material elaborado por: Deiby Johan Méndez Delgado y Sandra Evely Parada Rico.

**Apéndice C Diseño de nivel 3 para el estudiante**

¿Cómo reconocer secuencias y patrones que surgen del ajedrez?

**DISEÑO  
NIVEL 3**

Material elaborado por: Deiby Johan Méndez Delgado y Sandra Evely Parada Rico.

¿Cómo reconocer secuencias y patrones que surgen del ajedrez?

Primer Momento

## El Ajedrez

El ajedrez es un juego de mesa que combina la estrategia, la táctica y la habilidad mental. En él se requiere una combinación de destreza y creatividad para alcanzar la victoria, en un escenario donde cada jugada es una nota en la partitura de una partida memorable.

1. Observe el siguiente video:

[https://www.youtube.com/watch?v=jDVJiG3SNXo&t=239s&ab\\_channel=S%C3%A9Curioso%E2%80%94Ed](https://www.youtube.com/watch?v=jDVJiG3SNXo&t=239s&ab_channel=S%C3%A9Curioso%E2%80%94Ed)

2. De acuerdo con el video, escriba el nombre con el que se conocía inicialmente al ajedrez.

3. Seleccione los nombres de cada una de las figuras que han hecho parte de la historia del ajedrez.

Concejero

Reina

Elefante

Castillos

Rey

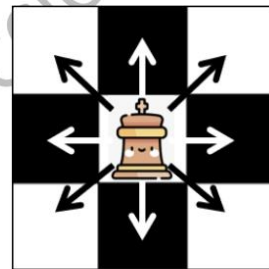
Material elaborado por: Deiby Johan Méndez Delgado y Sandra Evely Parada Rico.

¿Cómo reconocer secuencias y patrones que surgen del ajedrez?

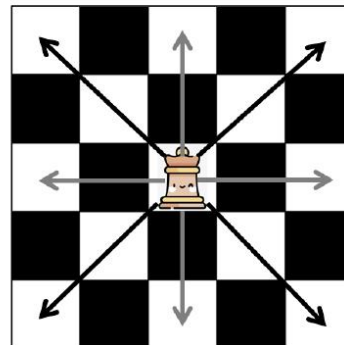
Mariana quiere aprender un poco sobre patrones y ajedrez, pero para esto debe aprender un poco sobre el juego. Ayúdele a Mariana a aprender un poco más sobre él



El Rey suele ser muy precavido en sus movimientos, por lo que a pesar de moverse en cualquier dirección solo lo realiza una casilla a la vez.



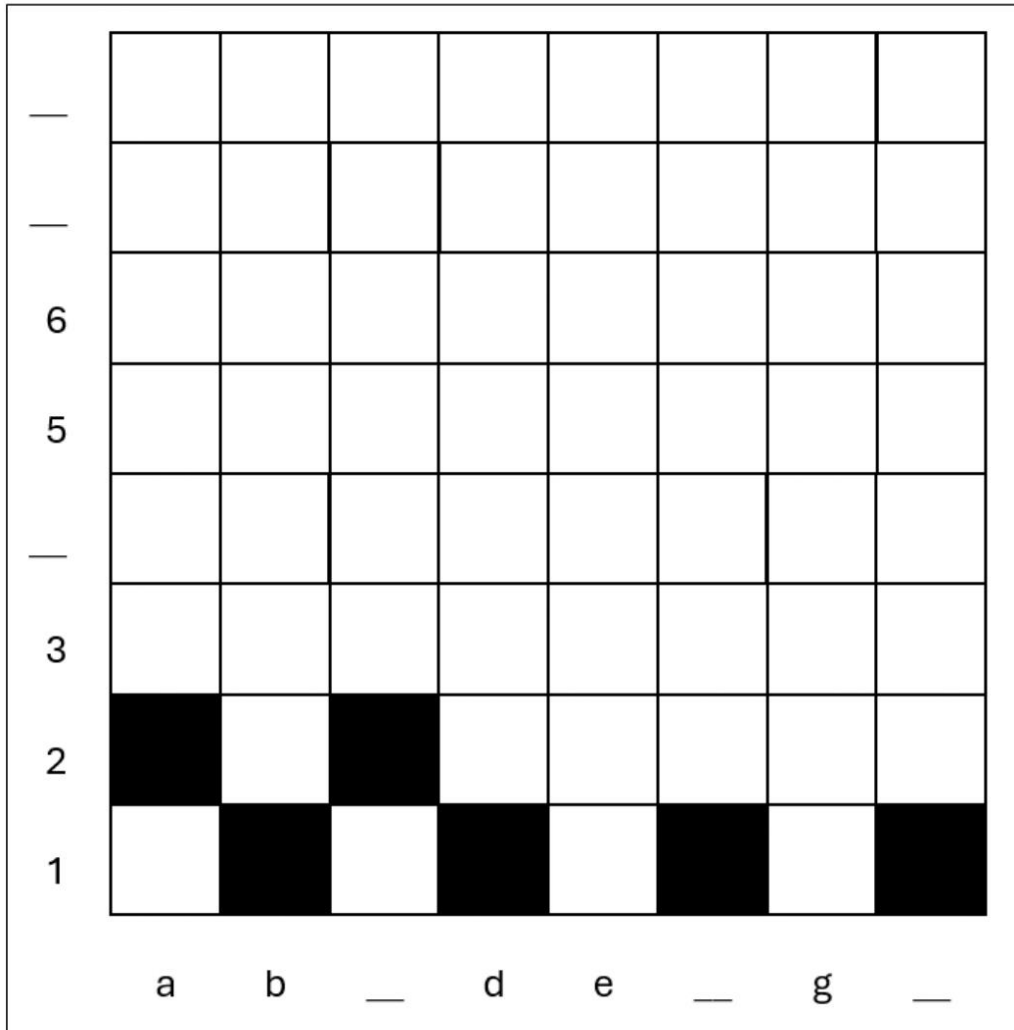
La Reina a diferencia del Rey, tiene la libertad de moverse a más de una casilla a la vez en todas las direcciones.



Material elaborado por: Deiby Johan Méndez Delgado y Sandra Evely Parada Rico.

**¿Cómo reconocer secuencias y patrones que surgen del ajedrez?**

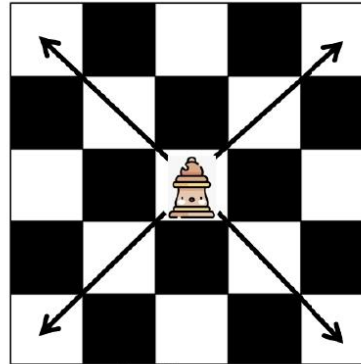
4. Coloree y complete los espacios en el siguiente tablero de ajedrez, siguiendo la secuencia que se muestra en él.



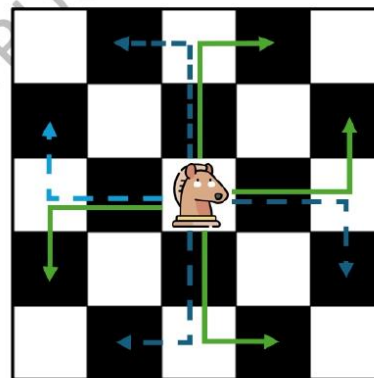
Material elaborado por: Deiby Johan Méndez Delgado y Sandra Evely Parada Rico.

### ¿Cómo reconocer secuencias y patrones que surgen del ajedrez?

A diferencia de la Reina, el Alfil a pesar de tener la libertad de moverse tantas casillas como desee, sus movimientos se limitan a ser solo en diagonal.



El Caballo posee un movimiento un poco particular, dado que no se mueve en líneas rectas, como se observa en la figura avanza dos casillas en línea recta seguidas de un giro de izquierda a derecha.



5. Responda las siguientes preguntas basándose en la información anterior. Explique sus respuestas.
- ¿Cuál es la figura que en un solo movimiento se puede mover a más casillas en el tablero?

**¿Cómo reconocer secuencias y patrones que surgen del ajedrez?**

- b. ¿Cuál es la figura que en un solo movimiento se puede mover a menos casillas en el tablero?
- c. ¿Qué forma posee el movimiento del caballo?
- d. ¿Cuántas casillas en total tiene el tablero?
- e. ¿Cuántas casillas negras tiene en total el tablero?
- f. ¿Cuántas casillas blancas tiene en total el tablero?

**¡Discuta los resultados con sus compañeros!**

Material elaborado por: Deiby Johan Méndez Delgado y Sandra Evely Parada Rico.

¿Cómo reconocer secuencias y patrones que surgen del ajedrez?



¡Hola! Soy el tablero,  
sabía que una secuencia  
es una serie de  
elementos que guardan  
una relación entre sí.

Segundo Momento

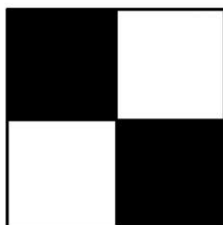
Mariana quiere construir tableros de diversos tamaños, por lo que quiere conocer la cantidad de casillas que cada uno de ellos poseen.

1. Con base en la siguiente secuencia dibuje la forma que tendrá el tablero en las etapas 5,6 y 7.

Etapa 1



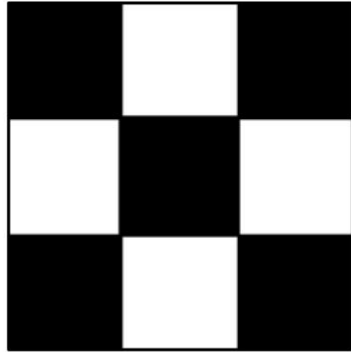
Etapa 2



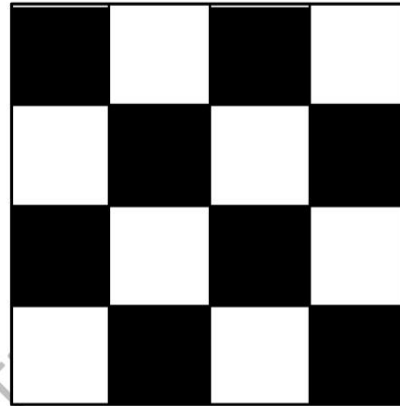
Material elaborado por: Deiby Johan Méndez Delgado y Sandra Evely Parada Rico.

¿Cómo reconocer secuencias y patrones que surgen del ajedrez?

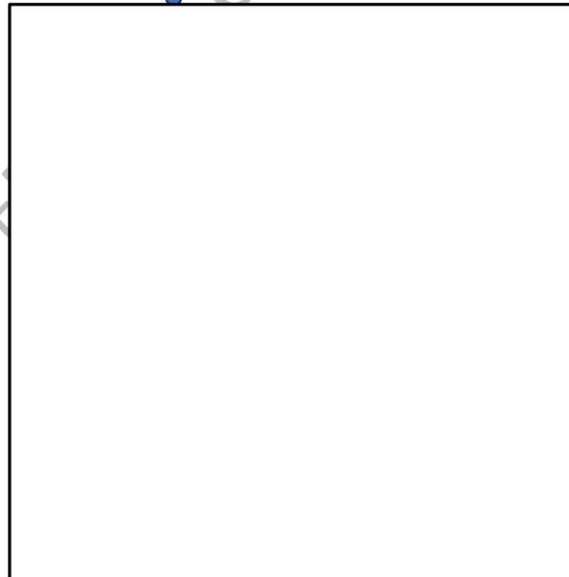
Etapa 3



Etapa 4



Etapa 5



Material elaborado por: Deiby Johan Méndez Delgado y Sandra Evely Parada Rico.

¿Cómo reconocer secuencias y patrones que surgen del ajedrez?

Etapa 6

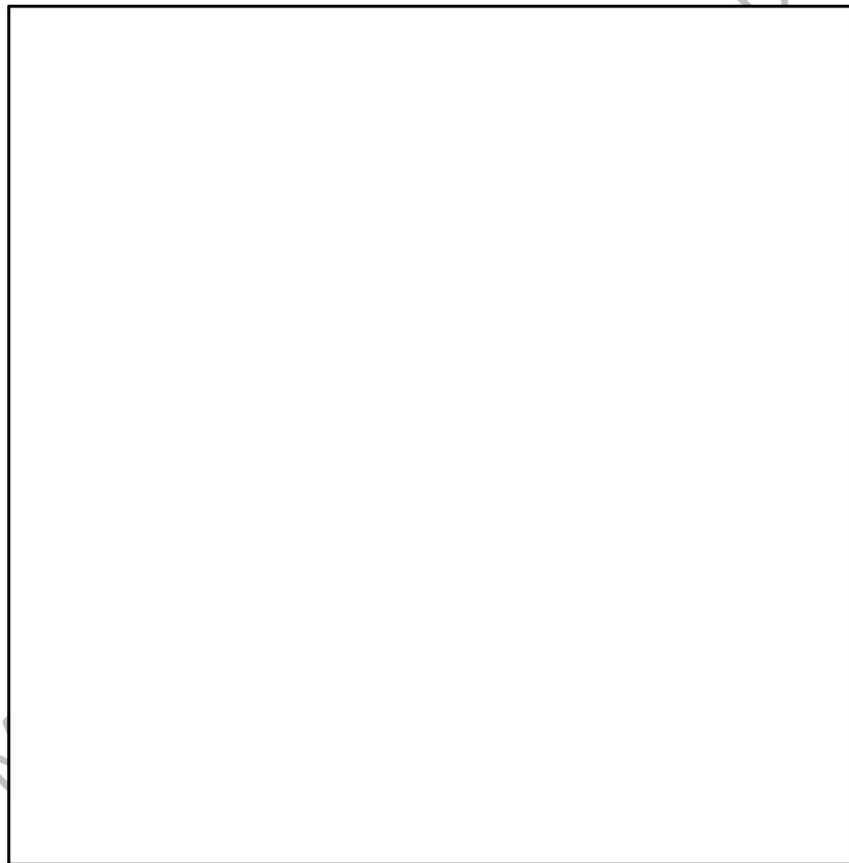
M

- UIS

Material elaborado por: Deiby Johan Méndez Delgado y Sandra Evely Parada Rico.

¿Cómo reconocer secuencias y patrones que surgen del ajedrez?

Etapa 7



Material elaborado por: Deiby Johan Méndez Delgado y Sandra Evely Parada Rico.

**¿Cómo reconocer secuencias y patrones que surgen del ajedrez?**

2. Complete la información teniendo en cuenta lo encontrado en el punto anterior.

Número de Etapa	TOTAL DE CASILLAS
1	1
2	4
3	
4	
5	
6	
7	
8	

3. ¿Cómo encontró la cantidad de casillas que se utilizaron en la etapa 6 y 7?  
Explique su respuesta.

Material elaborado por: Deiby Johan Méndez Delgado y Sandra Evely Parada Rico.

**¿Cómo reconocer secuencias y patrones que surgen del ajedrez?**

4. Indique si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas.

a) En la etapa 6 el tablero tiene 36 casillas \_\_\_\_\_  
¿Por qué?

b) En la etapa 7 el tablero tiene  $7 \times 7$  casillas \_\_\_\_\_  
¿Por qué?

5) ¿Qué le hicieron a la figura de la etapa 4 para obtener la figura de la etapa 5?  
Explique su respuesta.

**¡Discuta los resultados con sus compañeros!**

Existen diversos tipos de secuencias, las figurales y las numéricas. ¿Cómo las identificamos?



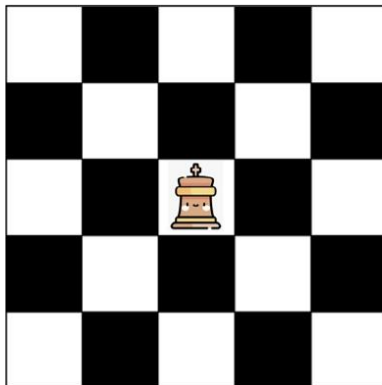
Material elaborado por: Deiby Johan Méndez Delgado y Sandra Evely Parada Rico.

¿Cómo reconocer secuencias y patrones que surgen del ajedrez?

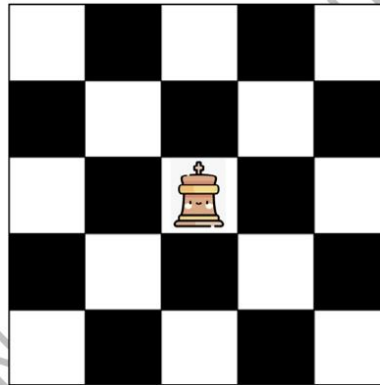
Tercer Momento

6) Observe y señale en las siguientes imágenes la cantidad de casillas a las cuales se puede trasladar el Rey.

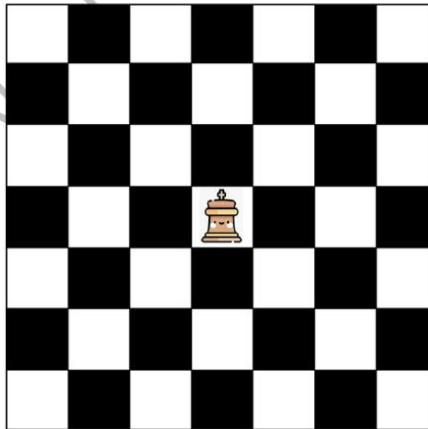
a. Si se mueve una vez.



b. Si se mueve dos veces.



c. Si se mueve tres veces.



**¿Cómo reconocer secuencias y patrones que surgen del ajedrez?**

7) Use los datos obtenidos anteriormente para completar la siguiente tabla.

Número de Movimientos	OPERACIÓN	Total de Casillas
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		

8) ¿Qué debemos hacerle al número total de casillas en el movimiento 6 para obtener el número total de casillas en el movimiento 7? Explique su respuesta.

**¿Cómo reconocer secuencias y patrones que surgen del ajedrez?**

9) ¿Qué debemos hacerle al número total de casillas en el movimiento 8 para obtener el número total de casillas en el movimiento 9? Explique su respuesta.

10) Si conozco únicamente el número de movimientos ¿Cómo puedo encontrar el total de casillas que el Rey puede desplazarse? Explique su respuesta.

11) ¿Cuántas casillas podría desplazarse el Rey si realiza 11, 12, 22, 54, 125 y 152 movimientos? Explique su respuesta y compare los resultados con sus compañeros.

**¡Discuta los resultados con sus compañeros!**

Material elaborado por: Deiby Johan Méndez Delgado y Sandra Evely Parada Rico.

**¿Cómo reconocer secuencias y patrones que surgen del ajedrez?**

Las secuencias numéricas son aquellas que están conformadas por una serie números, como la siguiente

7, 15, 23, 31, 39, ...

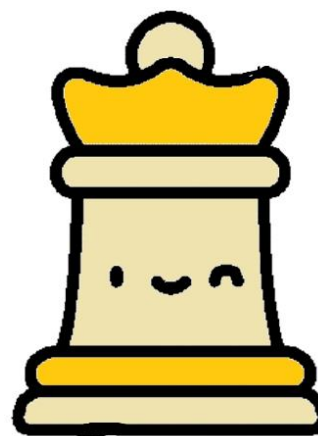
Las secuencias figurales son aquellas que están conformadas por una serie figuras, como la siguiente



¿Cómo llamaríamos a la relación que guardan los elementos de una secuencia?

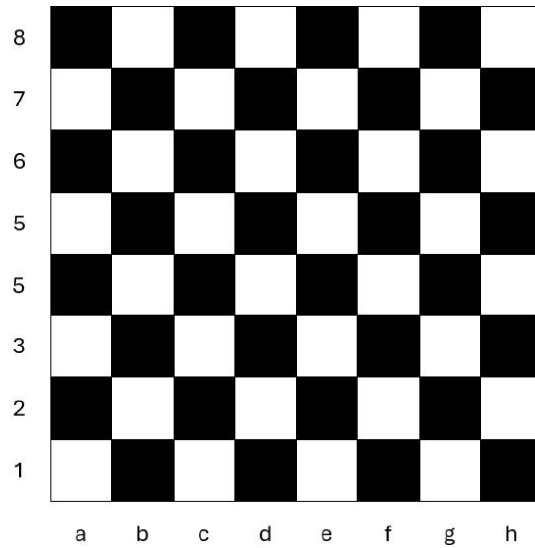


Mariana decidió observar la cantidad de movimientos que podía realizar la reina si se ubicaba en diversas casillas. Ayúdele a encontrar a cuáles casillas puede dirigirse observando la secuencia de movimientos que puede realizar la reina.

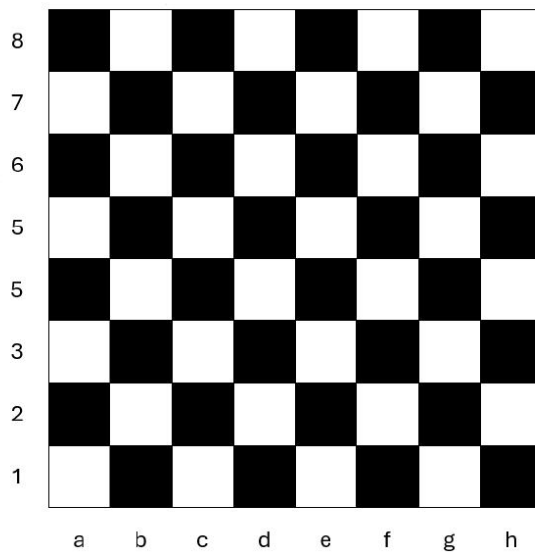


**¿Cómo reconocer secuencias y patrones que surgen del ajedrez?**

- 12) Ubique la reina en la casilla **a1** ¿A qué casillas puede dirigirse? Marque las casillas en el siguiente tablero.



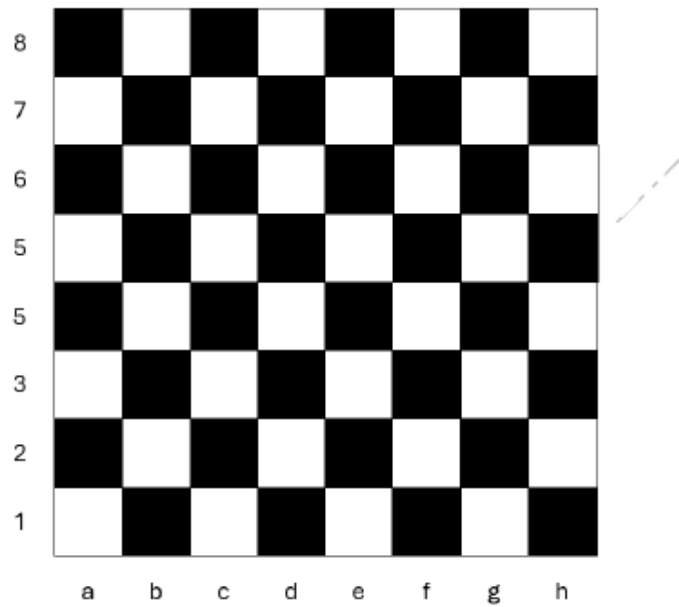
- 13) Ubique la reina en la casilla **b2** ¿A qué casillas puede dirigirse? Marque las casillas en el siguiente tablero.



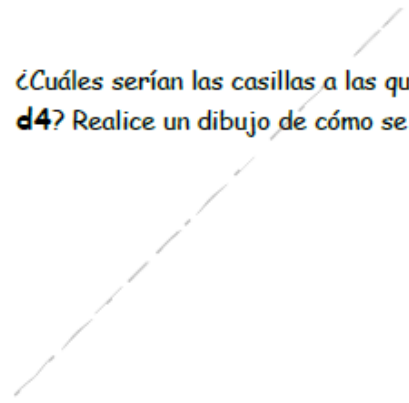
Material elaborado por: Deiby Johan Méndez Delgado y Sandra Evely Parada Rico.

**¿Cómo reconocer secuencias y patrones que surgen del ajedrez?**

- 14) Ubique la reina en la casilla **e3** ¿A qué casillas puede dirigirse? Marque las casillas en el siguiente tablero.



- 15) ¿Cuáles serían las casillas a las que se puede desplazar si se ubica en la casilla **d4**? Realice un dibujo de cómo se vería.



**¿Cómo reconocer secuencias y patrones que surgen del ajedrez?**

- 16)** Complete la siguiente tabla teniendo en cuenta la información anterior.

<b>Casilla</b>	<b>OPERACIÓN</b>	<b>Total de Casillas</b>
a1		
b2		
c3		
d4		

- 17)** ¿Existen otras casillas en las cuales el alfil también se pueda mover 21 casillas?  
Explique su respuesta.

- 18)** ¿Existen otras casillas en las cuales el alfil también se pueda mover 23 casillas?  
Explique su respuesta.

**¿Cómo reconocer secuencias y patrones que surgen del ajedrez?**

19) ¿Existen otras casillas en las cuales el alfil también se pueda mover 25 casillas?  
Explique cuales casillas son.

20) ¿Existen otras casillas en las cuales el alfil también se pueda mover 27 casillas?  
Explique cuales casillas son.

21) En el siguiente tablero coloree las casillas en donde la reina pueda moverse 21, 23, 25 y 27 casillas.

8								
7								
6								
5								
5								
3								
2								
1								
	a	b	c	d	e	f	g	h

Material elaborado por: Deiby Johan Méndez Delgado y Sandra Evely Parada Rico.

**¿Cómo reconocer secuencias y patrones que surgen del ajedrez?**

La relación que guardan los elementos de una secuencia es conocida como "patrón"  
¿Qué patrones se han trabajado en las actividades anteriores?

¡Discuta los resultados con sus compañeros!

Los patrones numéricos son aquellas regularidades que comparten una secuencia de números, por ejemplo, en la secuencia:

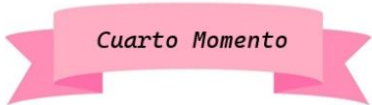
7, 9, 11, 13...

¿Cuál es el patrón numérico presente en la secuencia anterior?

Los patrones geométricos son aquellas regularidades que comparten algunas secuencias de figuras

Teniendo en cuenta las actividades anteriores ¿En dónde crees que podremos encontrar un patrón de este tipo?



**¿Cómo reconocer secuencias y patrones que surgen del ajedrez?****Cuarto Momento**

A lo largo de su estudio, Mariana ha aprendido cosas nuevas sobre el ajedrez, sin embargo, no ha podido relacionarlo con el aprendizaje de las secuencias y los patrones. Ayude a Mariana a encontrar la relación.

Selecciona la respuesta correcta, marcándola con **X**. **Socializa las respuestas con tus compañeros.**

- 22) La cantidad de movimientos que puede realizar el Rey si se mueve varias veces es:
- a. Una secuencia
  - b. Un patrón
  - c. Una figura
  - d. Ninguna de las anteriores
- 23) En el ejercicio 6, la secuencia que se obtiene con la cantidad de casillas a las que se mueve el Rey es:
- a. Figural
  - b. Recurrente
  - c. Numérica
  - d. Geométrica

Material elaborado por: Deiby Johan Méndez Delgado y Sandra Evely Parada Rico.

**¿Cómo reconocer secuencias y patrones que surgen del ajedrez?**

24) En la secuencia del ejercicio 6, explique con sus propias palabras cual es el patrón presente en ella:

25) Determine qué tipo de secuencia es la que se muestra a continuación:

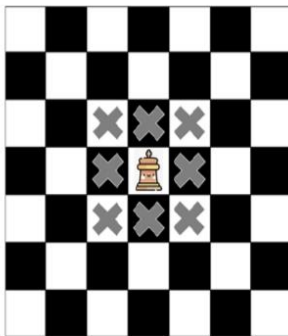


FIGURA 1

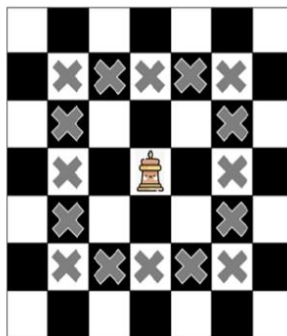


FIGURA 2

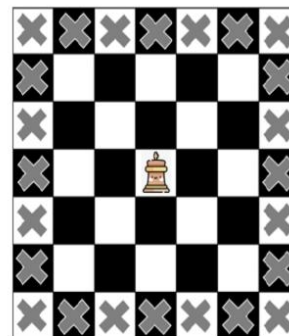


FIGURA 3

- a. Figural
- b. Recurrente
- c. Numérica
- d. Geométrica

**¿Cómo reconocer secuencias y patrones que surgen del ajedrez?**

26) ¿Considera que existen más secuencias para descubrir en el ajedrez?



Te animamos a que descubras estas relaciones entre las matemáticas y el ajedrez en <https://www.chesskid.com/es/>

## Apéndice D Orientaciones para el profesor

### INTRODUCCIÓN

Ante la postura del Ministerio de Educación Nacional (MEN) de desarrollar el pensamiento algebraico desde la Educación Infantil se ha despertado un gran interés en la enseñanza y aprendizaje del pensamiento variacional. Investigaciones especializadas en el área (Becker y Rivera, 2008) afirman que el trabajo con tareas del pensamiento algebraico elemental brinda una mejor preparación a los estudiantes, dado que promueven un mayor grado de generalidad en el pensamiento.

Radford (2009, 2010), Vergel y Rojas (2018), Vergel (2015), mencionan que el pensamiento algebraico puede ser desarrollado desde edades tempranas a partir del estudio de la generalización de patrones que permita al estudiante reflejar su pensamiento algebraico en actividades donde acudan a distintas formas de referir lo indeterminado y expresarlo con generalidad. De acuerdo con Kaput (1998) es necesario diseñar actividades que promuevan la interacción entre estudiantes y estudiante – profesor, en donde se anime a estudiantes a explorar, modelizar, hacer predicciones, argumentar, comunicar, describir patrones, relaciones y propiedades matemáticas. Mason (1999) menciona que el proceso de generalización de patrones incluye cuatro etapas: percibir el patrón, expresar el patrón, registrar el patrón y validar el patrón. Son estos cuatro procesos los que se espera trabajar a lo largo del diseño.

Además, se decide trabajar con el ajedrez ya que acorde a investigaciones realizadas sobre la incorporación del ajedrez en el aula (Machado y Jimenez, 2012; Sánchez, 2022; Vera y Arnal, 2021) existe repercusiones educativas, personales y cognitivas al introducir el ajedrez en el currículo de matemáticas. Además, atendiendo las políticas internacionales y naciones se busca atender las Necesidades Educativas Especiales (NEE) de todos los estudiantes, en el caso del Trastorno por Déficit de Atención e Hiperactividad (TDAH) y sus variantes Blasco (2020) afirma que el ajedrez proporciona mejoras al desarrollo de las habilidades ejecutivas. Es por todo esto que se decide usar el ajedrez como una herramienta lúdica, pedagógica y didáctica para la enseñanza de las secuencias y patrones usando patrones que surgen a través de las figuras y el tablero de ajedrez.

Material elaborado por: Deiby Johan Méndez Delgado y Sandra Evely Parada Rico.

### Referencias Bibliográficas

- Becker, J. R., & Rivera, F. D. (2008). Generalization in algebra: the foundation of algebraic thinking and reasoning across the grades. *ZDM*, 40, 1-1.
- Blasco, H. (2020). Jaque mate al TDAH: Una guía para padres y profesionales. Editorial Libros.com.
- Kaput, J. (1998). *Teaching and learning a new algebra with understanding*. Dartmouth, ma: National Center for Improving Student Learning and Achievement in Mathematics and Science.
- Machado, A., Jiménez, N., (2012). Ajedrez para trabajar patrones en matemáticas en Educación Primaria. *Épsilon: Revista de Educación Matemática*, 29(2), 105-111.
- Mason, J. (1999). La incitación al estudiante para que use su capacidad natural de expresar generalidad: las secuencias de Tunja. *Revista Ema*, 4(3), 232-246.
- Ministerio de Educación Nacional de Colombia. (MEN). (1998). *Lineamientos curriculares de matemáticas. Serie de lineamientos curriculares*. Bogotá
- Ministerio de Educación Nacional de Colombia. (MEN). (2006). *Estándares Básicos de Competencia*. Bogotá.
- Radford, L. (2009). «No! He starts walking backwards! »: interpreting motion graphs and the question of space, place and distance. *zdm - The International Journal on Mathematics Education*, doi: 10.1007/s11858-009-0173-9.
- Radford, L. (2010). Algebraic thinking from a cultural semiotic perspective. *Research in Mathematics Education*, 12(1), 1-19.
- Vera, B., Arnal, A., (2021). *Enseñanza de herramientas de combinatoria a través de actividades basadas en el ajedrez en Educación Primaria. Un estudio de caso*.
- Vergel, R. (2015). Generalización de patrones y formas de pensamiento algebraico temprano. *PNA*, 9(3), 193-215.
- Vergel, R. y Rojas, P. (2018). *Álgebra escolar y pensamiento algebraico: aportes para el trabajo en el aula*. Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

Material elaborado por: Deiby Johan Méndez Delgado y Sandra Evely Parada Rico.

## ¿Cómo reconocer secuencias y patrones que surgen del ajedrez?

### Primer Momento

Al iniciar la clase, se sugiere al profesor permitir a los estudiantes leer en voz alta la descripción del juego del ajedrez planteado en cada uno de los niveles de profundidad (ver figura 1). Seguidamente, se aconseja al profesor proyectar el vídeo [https://www.youtube.com/watch?v=jDVJiG3SNXo&t=239s&ab\\_channel=S%C3%A9Curioso%E2%80%94TED-Ed](https://www.youtube.com/watch?v=jDVJiG3SNXo&t=239s&ab_channel=S%C3%A9Curioso%E2%80%94TED-Ed) y este sea pausado en momentos clave para que formule preguntas similares a las sugeridas en cada uno de los niveles de profundidad, con el fin de explorar el contexto y motivar a los estudiantes a conocer más sobre este juego milenario.

## El Ajedrez

El ajedrez es un juego de mesa el cual combina la estrategia, la táctica y la habilidad mental. En él se requiere una combinación de destreza y creatividad para alcanzar la victoria, en un escenario donde cada jugada es una nota en la partitura de una partida memorable.

1. Observe el siguiente video:

[https://www.youtube.com/watch?v=jDVJiG3SNXo&t=239s&ab\\_channel=S%C3%A9Curioso%E2%80%94TED-Ed](https://www.youtube.com/watch?v=jDVJiG3SNXo&t=239s&ab_channel=S%C3%A9Curioso%E2%80%94TED-Ed)

Figura 1. El Ajedrez

Nivel de profundidad 2

Nivel de profundidad 3

Material elaborado por: Deiby Johan Méndez Delgado y Sandra Evely Parada Rico.

**¿Cómo reconocer secuencias y patrones que surgen del ajedrez?**

2. De acuerdo con el video, coloree el nombre con el que se conocía originalmente al ajedrez.

Shogi
Chaturanga
Dominó

3. Coloree los nombres de cada una de las figuras que han hecho parte de la historia del ajedrez.

Concejero
Reina
Elefante

Castillos
Rey

*Figura 2. Preguntas sobre el video*

2. De acuerdo con el video, escriba el nombre con el que se conocía inicialmente al ajedrez.

3. Seleccione los nombres de cada una de las figuras que han hecho parte de la historia del ajedrez.

Concejero
Reina
Elefante

Castillos
Rey

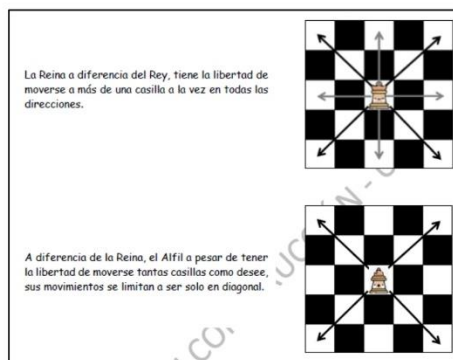
*Figura 2. Preguntas sobre el video*

Una vez terminada la discusión realizada a partir del video, es se sugiere que se avance con la resolución de las preguntas propuestas acerca del video, para lograr formalizar lo visto en él. Durante esta parte de la actividad se sugiere al docente que reproduzca el video nuevamente en caso de ser necesario para brindar las respuestas correctas.

Seguidamente, se le sugiere al profesor que acompañe durante el estudio del tablero de ajedrez; se sugiere al profesor entregar este tablero en una hoja única de modo que sirva a los estudiantes para la realización de las futuras actividades dentro del diseño. Se sugiere que, con ayuda del profesor, estos espacios sean diligenciados y de paso realizar la explicación sobre cómo se leen la ubicación de las fichas en el tablero de ajedrez ya que será usado más adelante. Para facilitar esta actividad, se sugiere que el profesor realice a los estudiantes preguntas tales como ¿Cuál es la casilla a1? ¿Cuál es la casilla f3? Para de esta manera fomentar el aprendizaje del sistema de coordenadas presente en el tablero. Así mismo, como este tablero se usará más adelante, es necesario que los estudiantes cuenten con el material a su disposición para la realización de actividades posteriores.

Una vez se finalizadas las dos actividades, se recomienda proceder con las descripciones en donde se presentan características de algunas figuras del ajedrez (ver figura 3) en lo que son sus movimientos y su representación gráfica. Se le sugiere al docente que permita a los estudiantes leer en voz alta cada una de estas descripciones también sería ideal que se contará con un tablero ajedrez para poder enseñarle a los estudiantes de forma más asertiva los movimientos que se describen en los diseños.

**¿Cómo reconocer secuencias y patrones que surgen del ajedrez?**



*Figura 3. Los movimientos de las figuras*

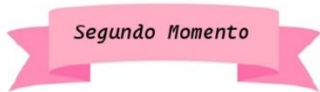
Una vez observado cada una de las figuras y haberlas revisado, se le sugiere al profesor que acompañe a los estudiantes en las preguntas que se dictan a continuación de las imágenes, las cuales tienen como objetivo evaluar la comprensión de los estudiantes en cada uno de los movimientos de las figuras y de los aspectos generales del tablero de ajedrez.

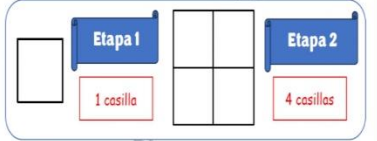
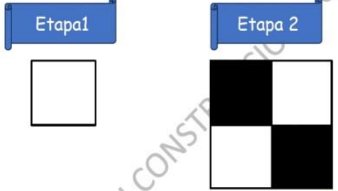
Para finalizar con el primer momento, se le sugiere al profesor permitir la lectura grupal sobre la definición de secuencia (ver figura 4). recomienda al profesor que discuta la definición de secuencia y les pregunte si lo anterior (actividad del tablero) es o no una secuencia y por qué, además como añadido para cimentar la definición de secuencia de una mejor manera, puede realizar un ejemplo de una secuencia usando elementos del salón de clase, por ejemplo, realizar una secuencia numérica con las edades de los estudiantes.



*Figura 4. Definición de secuencia*

**¿Cómo reconocer secuencias y patrones que surgen del ajedrez?**



Nivel de profundidad 2	Nivel de profundidad 3
<p>Mariana quiere construir tableros de diversos tamaños, por lo que quiere conocer la cantidad de casillas que cada uno de ellos poseen.</p> <p>3. Complete la información escribiendo el número que representa la cantidad total de cuadrados o casillas que se observan en cada una de las etapas.</p> 	<p>Mariana quiere construir tableros de diversos tamaños, por lo que quiere conocer la cantidad de casillas que cada uno de ellos poseen.</p> <p>1. Con base en la siguiente secuencia dibuje la forma que tendrá el tablero en las etapas 5, 6 y 7.</p> 
<p><i>Figura 5. Formación de tableros por etapa</i></p> <p>Se trabajarán secuencias numéricas, cuyo propósito es que los estudiantes encuentren patrones de variación que surgen cuando se construyen tableros de diversos tamaños.</p> <p>El patrón numérico puede ser representado de diversas formas, por lo que se sugiere al maestro ser flexible en las respuestas brindadas por los estudiantes y se brindará apoyo en cada una de las tareas planteadas.</p>	<p><i>Figura 5. Formación de tableros por etapa</i></p> <p>Se trabajarán secuencias numéricas y figurales, cuyo propósito es que los estudiantes encuentren patrones de variación en secuencias numéricas y figurales que surgen cuando se interactúa con el ajedrez.</p> <p>El trabajo en las secuencias figurales está diseñado para que no sea problema para el estudiante encontrar el patrón de variación. Se sugiere que se dé una lectura al enunciado de manera grupal. El patrón presente puede ser representado de diversas formas, por lo que se sugiere al maestro ser flexible en las respuestas brindadas por los estudiantes y se le dará apoyo en cada una de las tareas planteadas.</p>
<p>En esta sección se sugiere al profesor socializar el significado de “casilla”, planteando preguntas como: ¿Qué es una casilla? ¿Qué forma geométrica tienen las casillas?</p>	

Material elaborado por: Deiby Johan Méndez Delgado y Sandra Evely Parada Rico.

**¿Cómo reconocer secuencias y patrones que surgen del ajedrez?**

<p>En este momento de la actividad, se espera que los estudiantes solo trabajen con la secuencia numérica usando el número de casillas en cada etapa, a través de la identificación de la información dada en los dos ejemplos mostrados y las representaciones figurales presentadas en las etapas 3 y 4. Deberán completar el espacio en blanco con el número que corresponde a la cantidad de casillas presentes en la etapa que corresponde.</p>	<p>En este nivel se presta más atención al patrón figural que es muy conocido en los tableros de ajedrez para identificar el patrón numérico de forma implícita. Se espera que los estudiantes a través de la información suministrada en los ejemplos mostrados (etapa 1, 2, 3 y 4), dibujen la figura que corresponde al patrón del tablero en las etapas 5, 6 y 7 lo cual llevará a los estudiantes a fijarse en el patrón figural.</p>																		
<p>Es importante que el docente haga énfasis en las cantidades mostradas, en la etapa 1 y 2, esto se puede mediante preguntas como: ¿Qué cantidad de casillas tenemos? ¿En la etapa 4 cuantas tenemos? ¿Podemos obtener las de la etapa 4 usando las casillas de la etapa 3? Se recomienda al docente escuchar las ideas propuestas por los estudiantes al encontrar la cantidad de casillas en cada etapa.</p>	<p>Se le sugiere al profesor que a partir de las respuestas del nivel 2, dirija al estudiante a comprender el patrón figural, tanto como el de las casillas, como el del tamaño del tablero, se sugieren hacer preguntas tales como: ¿Qué elementos están cambiando? ¿Son los colores de las casillas los únicos que se encuentran cambiando? ¿Qué cantidad de casillas deberíamos dibujar en la etapa 6? ¿A partir de la figura en la etapa 4 puedo obtener la de la etapa 5? ¿Qué debería hacerle a la etapa 4 para obtener la etapa 5? De esta forma se podría continuar con estas preguntas hasta agotar las etapas presentes en la guía.</p>																		
<div data-bbox="375 1108 797 1417" style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>4. Mariana quiere saber qué operación debe usar para saber el total de casillas en cada etapa. Explique qué procedimiento debe seguir con un ejemplo.</p> <p>5. ¿Qué debe hacer Mariana para obtener la cantidad de casillas tendrá el tablero en la etapa 5?</p> <p>6. ¿Qué debe hacer Mariana para obtener la cantidad de casillas tendrá el tablero en la etapa 6?</p> </div> <p><i>Figura 6. Búsqueda de la operación que permite encontrar la cantidad de casillas</i> Una vez los estudiantes verifiquen el patrón numérico de variación, se espera que lo usen para encontrar la cantidad de casillas en las etapas 5, 6 y 7.</p>	<div data-bbox="846 1066 1219 1402" style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>2. Complete la información teniendo en cuenta lo encontrado en el punto anterior:</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th style="width: 50%;">Número de Etapa</th> <th style="width: 50%;">TOTAL DE CASILLAS</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>2</td><td>4</td></tr> <tr><td>3</td><td></td></tr> <tr><td>4</td><td></td></tr> <tr><td>5</td><td></td></tr> <tr><td>6</td><td></td></tr> <tr><td>7</td><td></td></tr> <tr><td>8</td><td></td></tr> </tbody> </table> </div> <p><i>Figura 6. Búsqueda de la operación que permite encontrar la cantidad de casillas</i> En este espacio, se sugiere que gracias a lo trabajado con la secuencia figural del tablero de ajedrez, se acerquen a la secuencia numérica que estaba presente usando el número total de casillas en cada etapa.</p>	Número de Etapa	TOTAL DE CASILLAS	1	1	2	4	3		4		5		6		7		8	
Número de Etapa	TOTAL DE CASILLAS																		
1	1																		
2	4																		
3																			
4																			
5																			
6																			
7																			
8																			

### ¿Cómo reconocer secuencias y patrones que surgen del ajedrez?

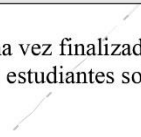
Se sugiere al profesor, que se realice una discusión con sus estudiantes antes de resolver cada uno de los puntos anteriores. En el nivel 2 se espera que mediante la secuencia de tableros obtenidos puedan encontrar la operación que permite encontrar esa cantidad, por su parte el nivel 3 busca que los estudiantes predigan usando la operación obtenida. Se recalca una vez más que existen varias formas de obtener la operación, de esta manera si los estudiantes proponen las diversas formas es necesario que el docente realice una intervención para validar cada una de esas respuestas para el grupo, y enseñar que no existe una forma única de encontrar el patrón presentado.

Existen diversas reglas de correspondencia que pueden ser asignadas por los estudiantes, dentro de estas se tienen:

- $\frac{n+n+n+\dots+n}{n-\text{veces}}$  donde  $n$  corresponde al número de la etapa en donde se encuentra la secuencia.
- $n \times n$  donde  $n$  corresponde al número de la etapa en donde se encuentra la secuencia.
- $n^2$  en donde  $n$  corresponde al número de la etapa en donde se encuentra la secuencia.
- Otra forma la cual pueden usar los estudiantes es usar una función recursiva, guiándose de las etapas conocidas de la siguiente manera: Por ejemplo, para la cantidad de casillas en la etapa 3. Denotamos por  $n$  la etapa en donde se encuentra la secuencia entonces la cantidad de casillas en la etapa 4 estará dada por  $n + x$  donde  $x$  denota al número impar que se encuentra a dos posiciones de  $n$ , siendo  $x$  en este caso igual a 7.

Teniendo en cuenta los saberes previos que deben tener los estudiantes guiándose por los Estándares Básicos de Competencia, los estudiantes pueden usar estas operaciones para expresar la regla de correspondencia, y será deber del maestro ser flexible al momento de observar y guiar las respuestas de los estudiantes.

Una vez finalizado el primer momento, se le sugiere al profesor realizar una discusión con los estudiantes sobre la siguiente imagen:



**¿Cómo reconocer secuencias y patrones que surgen del ajedrez?**

Existen diversos tipos de secuencias, las figurales y las numéricas. ¿Cómo las identificamos?



*Figura 7. Tipos de secuencias*

Se sugiere al docente, que realice la pregunta presente y escuche algunas de las respuestas de los estudiantes para luego consolidar cada una de estas ideas en una interacción grupal.

**Tercer Momento**

En el tercer momento se presentan secuencias que se forman con los movimientos de las figuras del Rey y del Alfil. La diferencia en cada nivel varía en la profundidad que se le da a cada una de las secuencias. En el nivel 2 se trabajarán las secuencias numéricas en donde se espera que los estudiantes identifiquen los patrones de secuencias numéricas mediante el uso de reglas de asignación. Por su parte, en el nivel 3 se buscar dar más generalidad al mismo patrón presente en el nivel 2, a su vez que se evidencia los patrones que forman las figuras en el tablero mediante sus movimientos.

**Nivel de profundidad 2****Nivel de profundidad 3**

Material elaborado por: Deiby Johan Méndez Delgado y Sandra Evely Parada Rico.

**¿Cómo reconocer secuencias y patrones que surgen del ajedrez?**



Figura 8. Movimientos del Rey

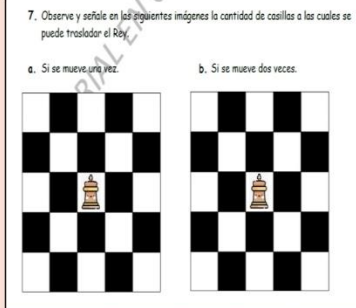


Figura 8. Movimientos del Rey

En esta actividad se espera que los estudiantes cuenten cada una de las casillas a las cuales el Rey es capaz de desplazarse luego de realizar una cantidad n-sima de movimientos. Para este nivel se da una pequeña ayuda a los estudiantes enseñando un ejemplo sobre algunas casillas a las que se puede desplazar. Se sugiere al profesor, realizar preguntas como ¿En el primer tablero cuantas casillas tenemos? ¿En el segundo? ¿En el tercero?

En este nivel se espera que los estudiantes completen la información faltante sin necesidad de alguna ayuda previa, a comparación como se da en el nivel 2. Encontrar la cantidad de casillas será importante dado que servirá para predecir el patrón numérico presente. También se espera que los estudiantes sean capaces de encontrar el patrón geométrico que se al rellenar los tableros con los lugares posibles para trasladarse por parte del Rey.

13. Escribe la operación que le permite calcular la cantidad de casillas a las cuales se puede trasladar el rey.

Número de Movimientos	OPERACIÓN	Total de Casillas
1	8	8
2	8 + 16	24
3	8 + 16 + 24	48
4		
5		
6		

Figura 9. Información Tabular

Número de Movimientos	OPERACIÓN	Total de Casillas
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		

Figura 9. Información Tabular

**¿Cómo reconocer secuencias y patrones que surgen del ajedrez?**

<p>En la actividad siguiente se presenta una información tabular con la finalidad de que los estudiantes completen la información faltante (ver figura 9). Se espera que el docente enfatice en la operación que debe hacerse para encontrar la cantidad de casillas a las cuales se puede mover el Rey, esto es, en los 2 movimientos se deben de sumar 3 veces el 8, en los 3 movimientos 5 veces el 8, ¿en los 4 movimientos cuantas veces debemos sumar el 8?</p>	<p>Después de la pregunta planteada en el ítem 8 (Figura 8) se les solicita a los estudiantes completar la tabla que relaciona el número de movimientos, la operación y el total de casillas a las que se puede mover el Rey con la finalidad de que encuentren el patrón numérico.</p>
<p>En este nivel se espera que los estudiantes completen la información de manera escrita. La dificultad radica en que no se presenta la información de cuantas veces debe de ser sumado el 8, por lo que se sugiere acompañar al estudiante con las preguntas sugeridas inicialmente. También es posible permitirles el uso del tablero que se les brindó en el momento junto a las figuras que se entregan en los anexos del diseño.</p>	<p>Con respecto al patrón numérico se espera que algunos estudiantes utilicen la suma repetida como en el nivel 2, sin embargo, se espera que otros estudiantes usen la multiplicación. En caso de darse una única operación, se sugiere al profesor realizar preguntas que les permitan a los estudiantes indagar acerca de las formas de encontrar la cantidad de casillas a las cuales puede desplazarse el Rey.</p>
<p>En este momento de la actividad, se le sugiere al profesor brindarles a los estudiantes la figura del Rey, para que, de esta manera mediante el tablero de ajedrez realizado en el primer momento, puedan validar sus ideas usando el material concreto favoreciendo así a diversas formas de implicación.</p>	
<div data-bbox="373 1144 803 1354" style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>11. ¿A cuántas casillas podría desplazarse si realiza 6, 7, 8 movimientos? <b>Explique su respuesta</b> y compare los resultados con sus compañeros.</p> <p>12. Explíquelo a Mariana el procedimiento que debe hacer para calcular el total de casillas a desplazarse por cada movimiento.</p> </div> <p style="text-align: center;"><i>Figura 10. Formulación del patrón de variación.</i></p>	<div data-bbox="868 1123 1218 1407" style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>9. ¿Qué debemos hacerle al número total de casillas en el movimiento 6 para obtener el número total de casillas en el movimiento 7? Explique su respuesta.</p> <p>10. ¿Qué debemos hacerle al número total de casillas en el movimiento 8 para obtener el número total de casillas en el movimiento 9? Explique su respuesta.</p> <p>11. Si conozco únicamente el número de movimientos ¿Cómo puedo encontrar el total de casillas que el Rey puede desplazarse? Explique su respuesta.</p> <p>12. ¿Cuántas casillas podría desplazarse el Rey si realiza 11, 12, 22, 54, 125 y 152 movimientos? Explique su respuesta y compare los resultados con sus compañeros.</p> </div> <p style="text-align: center;"><i>Figura 10. Secuencia figural y generalización del patrón</i></p>
<p>En las actividades posteriores, se espera que el estudiante prediga la cantidad de casillas a las cuales el Rey puede desplazarse en los movimientos 6, 7 y 8 a partir del reconocimiento de la regla de correspondencia y su relación con la operación utilizada para</p>	<p>En las siguientes actividades se hacen preguntas en las que el estudiante utilice el patrón de variación encontrado tanto con la suma repetida como con la multiplicación.</p>

Material elaborado por: Deiby Johan Méndez Delgado y Sandra Evelyn Parada Rico.

### ¿Cómo reconocer secuencias y patrones que surgen del ajedrez?

encontrar dichos términos a partir del planteamiento de preguntas tales como ¿Cuál operación usamos para encontrar el total de casillas? ¿Cuántas veces debemos sumar el ocho para saber a cuántas casillas puede desplazarse el Rey?

Una vez finalizado los ejercicios relacionados con el patrón de los movimientos del Rey, se le sugiere al profesor que realice una pausa en las actividades para seguir discutiendo sobre los tipos de secuencias que se están trabajando en el diseño.

Las secuencias numéricas son aquellas que están conformadas por una serie de números, como la siguiente

7, 15, 23, 31, 39, ...

Las secuencias figurales son aquellas que están conformadas por una serie de figuras, como la siguiente

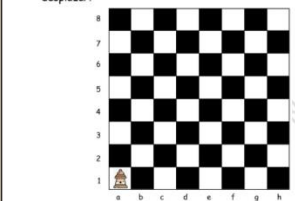
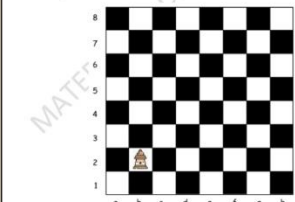
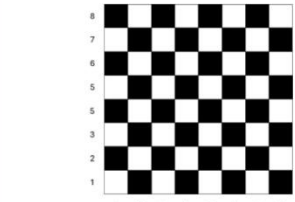
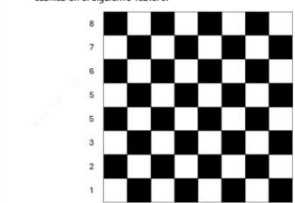
△ △ △ □ △ △ △ □

¿Cómo llamaríamos a la relación que guardan los elementos de una secuencia?

Figura 11. Tipos de secuencias

Se le sugiere al profesor permitir a los estudiantes leer en voz alta cada una de las descripciones sobre los tipos de secuencias. Asimismo, se sugiere plantear preguntas tales como ¿La secuencia anterior que tipo de secuencia es? ¿Qué tipos de secuencias se han trabajado a lo largo del diseño? Una vez realizada la socialización sobre los tipos de secuencias se recomienda realizar la pregunta que relacionada con los patrones para escuchar las ideas y pensamientos de los estudiantes sobre esa relación de los elementos.

**¿Cómo reconocer secuencias y patrones que surgen del ajedrez?**

Nivel de profundidad 2	Nivel de profundidad 3
<p>17. Si se ubica en la casilla <b>a1</b>, marque las casillas a las que se puede desplazar.</p>  <p>18. Si se ubica en la casilla <b>b2</b>, marque las casillas a las que se puede desplazar.</p>  <p><i>Figura 12. Secuencia del Alfil</i></p> <p>Durante este momento, si es necesario se sugiere al profesor dar uso a las figuras del alfil brindadas para que mediante el tablero brindado en el momento 1, realicen estos puntos en un lugar donde puedan realizar diversas configuraciones de la figura, puedan corroborar sus cuentas y compartir sus ideas con sus compañeros.</p>	<p>12) Ubique la reina en la casilla <b>a1</b> ¿A qué casillas puede dirigirse? Marque las casillas en el siguiente tablero.</p>  <p>13) Ubique la reina en la casilla <b>b2</b> ¿A qué casillas puede dirigirse? Marque las casillas en el siguiente tablero.</p>  <p><i>Figura 12. Secuencia de la Reina</i></p>
<p>El propósito principal de las actividades propuestas en este momento es que el estudiante reconozca la regla de correspondencia verbal que forman los términos de la secuencia numérica en la cantidad de movimientos del alfil en un tablero de dimensión 8. Se sugiere al profesor que indique a los estudiantes que realicen el conteo de las casillas del alfil en el tablero que les fue brindado al inicio de la actividad, además de entregarles la figura del Alfil. Se sugiere que el profesor sirva como mediador donde plantee tipos de preguntas como ¿Cuál casillas es h8? ¿Cómo contamos las casillas? ¿Qué casillas contamos? ¿Cómo se mueve el alfil? Para</p>	<p>En este nivel se espera que los estudiantes predigan un poco más, por tal razón, se realiza un cambio en la figura utilizada en donde se utilizará a la reina, y en donde se espera que puedan deducir tanto el total de casillas como la forma que se va formando al marcar las casillas a las cuales puede desplazarse la reina. (Figura 12)</p> <p>En este momento de la actividad, se le sugiere al profesor brindarles a los estudiantes la figura del alfil, para que no deban de realizar dibujos sobre el tablero, sino que utilicen la figura para dar una mejor representación de la situación que se esté presentando.</p>

Material elaborado por: Deiby Johan Méndez Delgado y Sandra Evely Parada Rico.

**¿Cómo reconocer secuencias y patrones que surgen del ajedrez?**

facilitar a los estudiantes la identificación de las casillas a las cuales debe de moverse el alfil.

Casilla	OPERACIÓN	Total de Casillas
a1	$7+0+0+0$	7
b2	$6+1+1+1$	9
c3		
d4		

Figura 13. Información Tabular

Casilla	OPERACIÓN	Total de Casillas
a1		
b2		
c3		
d4		

Figura 13. Información Tabular

En la actividad siguiente se presenta una información tabular con la finalidad de que los estudiantes completen la información faltante (ver figura 12). Se espera que el docente enfatice en la operación que debe hacerse para encontrar la cantidad de casillas a las cuales se puede mover el Alfil, para encontrar la primera parte, es decir, para la casilla a1 debe de enfocarse en la diagonal principal que forma el alfil para contar el número de casillas a desplazarse.

Se le sugiere al profesor, validar diferentes formas de la representación del patrón numérico ya que existen diversas modalidades para formalizarlo usando diversas operaciones, a continuación, se presentan algunas de ellas.

- $N+0+0+0$ ;  $N+1+1+1$ ;  $N+2+2+2$ ; ... Donde N es la cantidad de casillas a las que se puede desplazar en la diagonal más larga.
- $N$ ;  $N+2$ ;  $N+4$ ;  $N+6$ ; ... Donde N es la cantidad de casillas a las que se puede desplazar en la casilla a1.

Después de la pregunta planteada en el ítem 17 (Figura 12) se les solicita a los estudiantes completar la tabla que relaciona el número de movimientos, la operación y el total de casillas a las que se puede mover la Reina con la finalidad de que encuentren el patrón numérico. A comparación del nivel de profundidad 2, se le da más libertad a los estudiantes para decidir la operación que servirá como regla de correspondencia dando así más libertad de expresión a los estudiantes y fortaleciendo la creatividad.

Se le sugiere al profesor, validar diferentes formas de la representación del patrón numérico ya que existen diversas modalidades para formalizarlo usando diversas operaciones, a continuación, se presentan algunas de ellas.

- $21+0+0+0$ ;  $21+1+1$ ;  $21+2+2$ ;  $21+3+3$
- $21$ ;  $21+2$ ;  $21+4$ ;  $21+6$

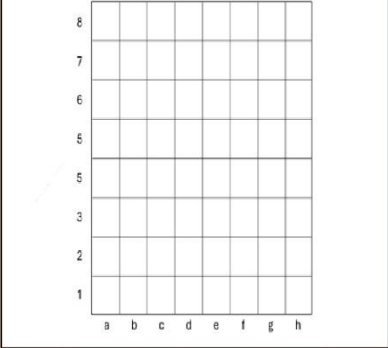
En donde 21, es la cantidad de casillas que le es posible desplazarse a la Reina en la casilla a1.

**¿Cómo reconocer secuencias y patrones que surgen del ajedrez?**

<p>Para finalizar con este momento, se les pide a los estudiantes que expliquen la regla de correspondencia usada para encontrar los términos de la secuencia. En este momento se le sugiere al profesor que realice preguntas a los estudiantes tales como ¿Por qué creen que el patrón es expresado de esta forma? Así como preguntas para fomentar diferentes formas de expresión que validen diversas opciones para representar el patrón tales como ¿creen que es la única forma de escribir el patrón? ¿Podrían encontrar otras formas?</p>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> <p>17) ¿Existen otras casillas en las cuales el alfil también se pueda mover 21 casillas? Explique su respuesta.</p> <p>18) ¿Existen otras casillas en las cuales el alfil también se pueda mover 23 casillas? Explique su respuesta.</p> <p>19) ¿Existen otras casillas en las cuales el alfil también se pueda mover 25 casillas? Explique cuales casillas son.</p> <p>20) ¿Existen otras casillas en las cuales el alfil también se pueda mover 27 casillas? Explique cuales casillas son.</p> </div> <p><i>Figura 14. Generalización del patrón de repetición</i></p> <p>En las actividades posteriores a la solución del patrón numérico, se espera que los estudiantes identifiquen el patrón de repetición presente en las casillas del tablero, para esto se le sugiere al profesor que le permita revisar en el tablero entregado las casillas en las cuales se repitan la misma cantidad de movimientos. Se espera que se generalice que a medida que se revisan los anillos del tablero, los movimientos van aumentando.</p> <p>Como última actividad del momento tres, se le pide al estudiante que realice el dibujo del patrón geométrico que se forma con la secuencia figural de los movimientos de la Reina dentro del tablero como se muestra a continuación.</p>

**¿Cómo reconocer secuencias y patrones que surgen del ajedrez?**

21) En el siguiente tablero colorea las casillas en donde la reina pueda moverse 21, 23, 25 y 27 casillas.



*Figura 16. Secuencia figural*

Se sugiere que cada aro que sea realizado en el tablero sea hecho con un color diferente para de esta manera identificar cada uno de ellos, y saber la cantidad de casillas a las que se puede desplazar la reina. Para finalizar, el profesor puede realizar preguntas tales como ¿Qué sucedería si hacemos el tablero mas grande? ¿Cómo se vería el patrón? En orden de promover la generalización del patrón y llevar a los estudiantes a estimular sus habilidades cognitivas.

Con la finalización de las actividades en el momento tres, se da paso nuevamente a una socialización general sobre el tema de secuencias y patrones. Se sugiere al profesor que se vuelva a leer la pregunta presentada en la figura 17 para dar paso a la explicación presente en el diseño.

**¿Cómo reconocer secuencias y patrones que surgen del ajedrez?**



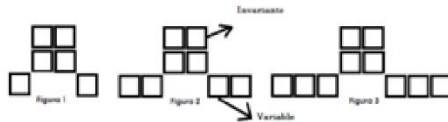
La relación que guardan los elementos de una secuencia es conocida como "patrón"  
¿Qué tipos de patrones podremos hallar?

Los patrones numéricos son aquellas regularidades que comparten una secuencia de números, por ejemplo, en la secuencia:

7, 9, 11, 13...

El patrón es sumar 2 al número anterior de la secuencia.

Los patrones geométricos son aquellas regularidades que comparte elementos de una secuencia figural o geométrica, por ejemplo, en la secuencia:



El patrón consiste en añadir cuadrados en la base de la figura.



Figura 17. Definición de patrón y algunos tipos de patrones

**¿Cómo reconocer secuencias y patrones que surgen del ajedrez?****Cuarto Momento**

En este momento se espera que los estudiantes consoliden lo encontrado en los momentos anteriores con respecto al estudio de secuencias y patrones. En los dos niveles se presentan las siguientes preguntas. El objetivo de las preguntas es que los estudiantes justifiquen si comprendieron la diferencia entre secuencia y patrón.

- 22)** La cantidad de movimientos que puede realizar el Rey si se mueve varias veces es:
- a. Una secuencia
  - b. Un patrón
  - c. Una figura
  - d. Ninguna de las anteriores
- 23)** En el ejercicio 6, la secuencia que se obtiene con la cantidad de casillas a las que se mueve el Rey es:
- a. Figural
  - b. Recurrente
  - c. Numérica
  - d. Geométrica

*Figura 18. Formalización de secuencias y patrones*

En este punto se espera que los estudiantes hayan identificado la diferencia entre secuencia y patrón, por lo que para el inciso 23 se les pide que expresen cual era el patrón presentado el inciso 9 para justificar la comprensión del concepto.

**¿Cómo reconocer secuencias y patrones que surgen del ajedrez?**

24) En la secuencia del ejercicio 6, explique con sus propias palabras cual es el patrón presente en ella:

25) Determine qué tipo de secuencia es la que se muestra a continuación:

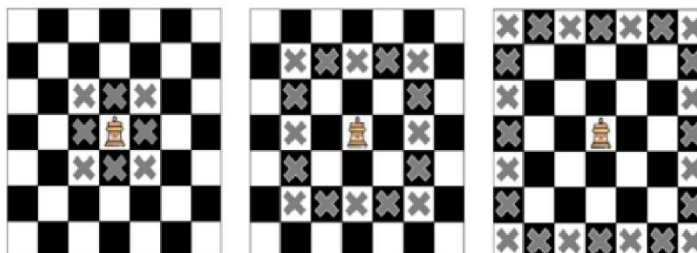


FIGURA 1

FIGURA 2

FIGURA 3

- a. Figural
- b. Recurrente
- c. Numérica
- d. Geométrica

26) ¿Considera que existen más secuencias para descubrir en el ajedrez?

*Figura 19. Determinar tipos de patrones*

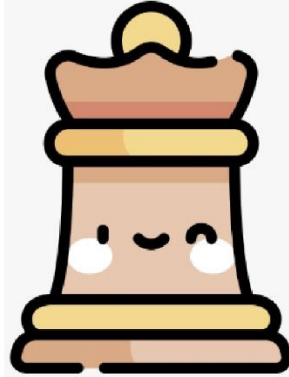
Para finalizar, se espera que los estudiantes observen si el patrón figural observado con los movimientos del Rey, caracterizar si es un patrón numérico o figural. En este momento se acepta la respuesta *a* dado que de acuerdo con las secuencias observadas a lo largo caen en esta categoría.

A continuación, se anexan las figuras de ajedrez para la realización de las actividades del diseño que sean necesarias.

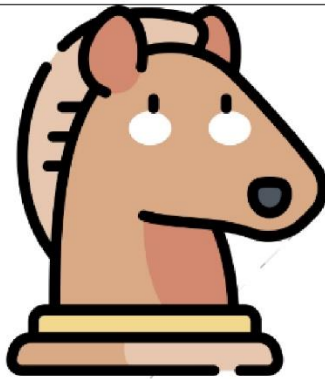
**¿Cómo reconocer secuencias y patrones que surgen del ajedrez?**



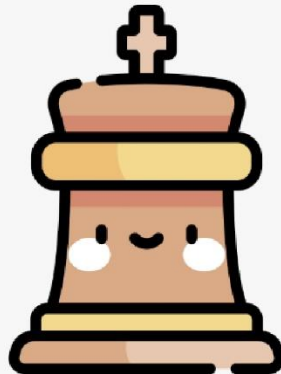
**EL ALFIL**



**LA REINA**



**EL CABALLO**



**EL REY**

Material elaborado por: Deiby Johan Méndez Delgado y Sandra Evely Parada Rico.