

APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

**Aproximación al concepto de función mediante la modelación y el uso de Micro Bits en  
estudiantes de 9º**

**Trabajo de grado para obtener el título de Licenciatura en Matemáticas**

**Nombre**

**Isaías Briceño Jején**

**Código**

**2150244**

**Director**

**Mg. Alexander Betancur Sánchez**

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER  
FACULTAD DE CIENCIAS  
ESCUELA DE MATEMÁTICAS  
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS  
BUCARAMANGA  
2025**

## Agradecimientos

A Dios, por la salud, la fortaleza y la licencia para llevar a cabo este trabajo, guiando cada uno de mis pasos y dándome la perseverancia necesaria para culminar con éxito esta meta.

A mis padres, José Ignacio Briceño Briceño y Trinidad Jején Delgado, por su incansable esfuerzo, dedicación y entrega diaria, desde madrugadas de trabajo hasta noches de desvelo, siempre velando por mi bienestar.

A mis hermanos, Manuel Briceño Jején y Yamile Briceño Jején, por su constante respaldo económico y moral, esenciales para alcanzar la culminación de esta carrera.

A mi abuelo, Daniel Briceño Pimiento (*Papá Señor*), y a mi nona, María Oliva Delgado Vanegas (Q.E.P.D.), quienes siempre se sintieron orgullosos de los logros familiares y fueron ejemplo de amor y compromiso.

A mi director de Tesis, profesor Alexander Betancur Sánchez, por su compromiso, disciplina y entrega en la consecución y desarrollo de este trabajo. Su experiencia, organización y capacidad de orientar cada detalle fueron determinantes para el éxito de la investigación y para mi formación en el ámbito académico y metodológico.

A los docentes que dejaron huella en mi formación y cuyo aporte fue fundamental, en orden alfabético: Dayro José Ortiz Vidal (Q.E.P.D.), Dora Solange Roa Fuentes, Luis Eduardo Gómez Guevara, Gonzalo Ordóñez Gómez, Haided Lised Arciniegas Rueda, Jaime Enrique Zárate Colmenares, Jairo Gutiérrez Balaguera, Leni Farley Celis Mendivelso, Luis Ángel Pérez Fernández, Luis Francisco Hernández Acevedo y Wilson Olaya León.

A mis tíos, en orden de lista: Alirio Jején Delgado, Avelino Jején Delgado, Carmen Briceño Guarguati, Celina Jején Delgado, Crispin Briceño Briceño, Eugenio Jején Delgado, Gladys Briceño Briceño, Héctor Briceño Briceño, Ignacio Jején Delgado, Inés Briceño Briceño, Luis Aurelio

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

Briceño Briceño, María Isabel Jején Delgado y Ubaldina Briceño Guarguati; por su generosidad y acompañamiento constante, brindándome hogar y confianza en los momentos que más lo necesitaba. Extiendo este reconocimiento a José Espedito Jaimes Moreno por su apoyo especial.

A mis primos: Adriana Jején Briceño, Aldemar Jején Briceño, Anita Guerrero Jején, Joaquín Jején Briceño, José Estiben Jaimes Briceño, Mariano Jején Briceño y Pablo Daniel Jaimes Briceño, por su cercanía y aliento durante todo este proceso.

A mis compañeros de universidad, cuyo respaldo, amistad y colaboración fueron claves para mantener la motivación y la confianza. En orden de lista: Anghely Efftefanía Jiménez Báez, Carol Juliana Meneses Angarita, Dania Stefany Rivera Fajardo, Diego Armando Romero Quiroga, Doraly Jaimes Vega, Kamila Andrea Rincón Zambrano, Karen Juliana Pacheco Mora, Karol Liliana Rojas Olarte, Karol Nathalia Agudelo Salgado, Karol Valentina Rodríguez Ruiz, Liliana Katherine Cruz Rincón, Liseth Caterine Caballero Peña, Luisa Fernanda Galvis Moreno, María Camila Rueda Herrera, María de los Ángeles Moreno Barrera, María Juliana Quin Jerez, Mayerly Villamizar Guerrero, Micaela Andrea Bernasconi Acero, Nathalia Gissela Medina Gutiérrez, Nayarith Melissa Vásquez Ortiz, Nicol Dayanna Tarazona Martínez y Yerly Patricia Gelves Navarro. Con un reconocimiento especial para Luz Mireya Becerra Becerra y Andrea Yurley Moreno Olaya.

A todos ustedes, mi más sincero agradecimiento por creer en este proyecto y aportar, de distintas maneras, a que hoy sea una realidad. Este logro también les pertenece.

# APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

## Tabla de Contenido

INTRODUCCIÓN.....	11
1. PLANTEAMIENTO Y FORMULACIÓN DEL PROBLEMA .....	14
2. ANTECEDENTES.....	16
2.1 Modelación matemática y enseñanza del concepto de función .....	17
2.2 Experiencias usando sensores y BBC Micro:bit.....	19
2.3 Aplicaciones de la modelación en ciencias naturales .....	21
3. JUSTIFICACIÓN.....	24
4. MARCO TEÓRICO .....	26
4.1 Consideraciones iniciales sobre la Educación Matemática Realista .....	27
4.2 Matematización Horizontal y Vertical.....	28
4.2.1 Matematización Horizontal: Traducir lo Real a lo Matemático .....	29
4.2.2 Matematización Vertical: Refinar y Profundizar los Modelos Matemáticos .....	30
5. DISEÑO METODOLÓGICO .....	34
5.1 POBLACIÓN DE ESTUDIO .....	34
5.2 FASE 1: ANÁLISIS FENOMENOLÓGICO DE SITUACIONES REALES .....	35
5.2.1 Exploración fenomenológica y hallazgos en la literatura.....	37
5.2.2 Representaciones y significados de las funciones .....	44
5.3 Fase 2: Diseño de las situaciones de modelación .....	46
5.3.1 Técnica de investigación.....	47
5.3.2 Instrumentos de investigación y tareas para la enseñanza.....	48
5.3.3 Fenómeno 1: cambio de la temperatura respecto al tiempo en un intervalo medido en días ..	48
5.3.4 Fenómeno ii: predicciones a corto plazo de la temperatura en función del tiempo a partir de datos tomados en tiempo real.....	53
5.4 Fase 4: Análisis de los datos y reporte escrito .....	66
6. ANÁLISIS DE DATOS .....	68
6.1 Fenómeno 1: cambio de la temperatura respecto al tiempo en un intervalo medido en días .....	68
6.1.1 Nivel situacional .....	69
6.1.1.1 Representación gráfica de la temperatura respecto al tiempo: primeros acercamientos. ....	71
6.1.1.2 Primeros acercamientos a la dependencia de magnitudes para el concepto de función .....	76
6.1.2 Nivel referencial .....	80
6.1.2.1 La montaña rusa: Un acercamiento al modelo.....	80
6.1.2.2 Ciclos de temperatura diarios .....	81
6.2 Fenómeno 2: predicciones a corto plazo de la temperatura en función del tiempo a partir de datos tomados en tiempo real .....	87
6.2.1 Nivel situacional .....	88
6.2.1.1 Estimación a partir de tablas: correspondencia entre magnitudes .....	88

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

6.2.1.2 Uso de la Micro:bit y DHT22: relación funcional y experiencia contextual.....	91
6.2.2 Nivel referencial .....	93
6.2.2.1 Exploración de datos y modelos en GeoGebra.....	93
6.2.2.2 Evaluación, comparación y uso crítico del modelo funcional .....	98
7. CONCLUSIONES Y REFLEXIONES FINALES .....	102
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	105

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

### Lista de Figuras

Figura 1. BBC Micro:Bit -----	23
Figura 2. Niveles de Matemización-----	30
Figura 3. Calor y Temperatura en la Tierra -----	39
Figura 4. Calor y Temperatura en la Tierra (Plano 3D)-----	40
Figura 5. Calor y Temperatura en la Tierra (Plano 2D)-----	40
Figura 6. Gráfica de la Temperatura de los días 11-15 de mayo de 2025 en Bogotá, Colombia ---	42
Figura 7. Comportamiento de Temperaturas en Bucaramanga 2024 del 13 al 15 de mayo -----	42
Figura 8. Clima en Bucaramanga -----	48
Figura 9. Plano 1 (Temperatura vs Tiempo para 6 horas) -----	49
Figura 10. Plano 2 (Temperatura vs Tiempo para 12 horas) -----	52
Figura 11. Gráfica de dispersión de datos de Tabla 1 -----	56
Figura 12. Plano 3 (Sensación Térmica vs Tiempo)-----	61
Figura 13. Plano 4 (Sensación Térmica vs Humedad Relativa) -----	62
Figura 14. Ítem a) Tarea 1 de la intervención -----	69
Figura 15. Gráfica de Marcos para resolver la Tarea 1 ítem a) -----	71
Figura 16. Gráfica de Daniela para mediodía -----	73
Figura 17. Respuestas de Daniela -----	76
Figura 18. Respuesta de Leidy sobre Observaciones Puntuales -----	79
Figura 19. Respuestas de Stiven para Comparar -----	80
Figura 20. Respuesta de Yurani sobre Observaciones Puntuales-----	82
Figura 21. Respuesta de Jenny sobre Observaciones Puntuales -----	82
Figura 22. Gráfica de Dylan en conjunto con Alejandro de Temperatura vs Tiempo -----	84
Figura 23. Gráfica de Juan de Temperatura vs Tiempo -----	85
Figura 24. Respuesta de Kyllian Predicción -----	88
Figura 25. Respuesta de Kyllian uso de Notación $T(t)$ -----	89
Figura 26. Respuesta de Daniela Predicción-----	90
Figura 27. Respuesta de Daniela uso de Notación $T(t)$ -----	90
Figura 28. Uso de la Micro:bit y DHT22 -----	91
Figura 29. Uso de GeoGebra para la Exploración de Datos-----	93
Figura 30. Respuesta de Ingrid sobre Función -----	94
Figura 31. Construcción del Modelo de Aureliano -----	95
Figura 32. Producción de Benjamín -----	96
Figura 33. Respuesta de Nohemí sobre Comparación con Datos Reales-----	99

**Lista de Tablas**

Tabla 1. Datos recolectados.....	54
Tabla 2. Diseño para tarea mencionada.....	55
Tabla 3. Diseño para tarea mencionada.....	60
Tabla 4. Diseño para la Tarea 4 Ejercicio 5 .....	62

**Lista de Apéndices**

Apéndice A. Análisis A Priori De La Tarea 1 .....	109
Apéndice B. Análisis A Priori De La Tarea 2 .....	114
Apéndice C. Análisis A Priori De La Tarea 3 .....	118
Apéndice D. Análisis A Priori De La Tarea 4 .....	124
Apéndice E. Consentimiento Informado Para Padres O Acudiente .....	129
Apéndice F. Asentimiento Informado .....	132

## RESUMEN

**Título:** Aproximación al concepto de función mediante la modelación y el uso de Micro Bits en estudiantes de 9°\*

**Autor:** Isaías Briceño Jejen\*\*

**Palabras clave:** Educación Matemática Realista, Matematización, Función, Meteorología, BBC Micro:bit, GeoGebra.

### Descripción:

Este trabajo presenta una investigación cualitativa de corte interpretativo, fundamentada en la Educación Matemática Realista (EMR), cuyo objetivo fue caracterizar los niveles de matematización evidenciados por estudiantes de noveno grado al abordar situaciones contextualizadas en ciencias naturales, específicamente meteorología (temperatura, humedad relativa y sensación térmica), para aproximarse al concepto de función mediante la BBC Micro:bit, el sensor DHT22 y GeoGebra.

El estudio se desarrolló con 23 estudiantes de una institución educativa pública de Bucaramanga - Colombia, quienes participaron en una secuencia de cuatro tareas diseñadas a partir de un análisis fenomenológico inicial. El diseño fue organizado alrededor de dos fenómenos: (i) cambio de temperatura en un intervalo de días y (ii) predicción a corto plazo con datos en tiempo real, los cuales promovieron progresivamente los niveles situacional, referencial y general de la matematización.

El marco teórico abordó los principios de la EMR, la distinción entre matematización horizontal y vertical, la reinención guiada y la fenomenología didáctica, resaltando el papel de los contextos significativos y de las representaciones múltiples en la construcción del concepto de función (Agregar las representaciones utilizadas). El diseño metodológico incluyó un análisis a priori de cada tarea y la recolección de evidencias mediante observación participante, producción escrita del trabajo de los estudiantes y transcripciones de videgrabaciones sobre las producciones en la intervención.

El análisis de las producciones mostró que el uso de fenómenos reales, BBC Micro: bit con sensores DHT22 y GeoGebra favoreció la transición desde interpretaciones informales hacia representaciones más estructuradas, fomentando la comprensión de relaciones funcionales entre magnitudes en contextos reales. También se evidenció la movilización de registros y un fortalecimiento del razonamiento funcional, aunque persistieron retos en la formalización algebraica.

Se concluye que la integración de la modelación en contextos interdisciplinarios, mediada por, facilita la comprensión del concepto de función y promueve la participación estudiantil.

---

\* Trabajo de Grado

\*\* Facultad de Ciencias. Escuela de Matemáticas. Director: Alexander Betancur Sánchez

**ABSTRACT**

**Title:** Approaching the concept of function through modeling and the use of Micro Bits in 9th grade students\*

**Author:** Isaías Briceño Jejen\*\*

**Keywords:** Realistic Mathematics Education, Mathematization, Function, Meteorology, BBC Micro:bit, GeoGebra.

**Description:**

This work presents a qualitative interpretative study grounded in Realistic Mathematics Education (RME). Its objective was to characterize the levels of mathematization evidenced by ninth-grade students when addressing contextualized situations in the natural sciences, specifically meteorology (temperature, relative humidity, and thermal sensation), in order to approach the concept of function through the BBC Micro:bit, the DHT22 sensor, and GeoGebra.

The study was carried out with 23 students from a public educational institution in Bucaramanga, Colombia, who participated in a sequence of four tasks designed based on an initial phenomenological analysis. The design was organized around two phenomena: (i) temperature change over a range of days, and (ii) short-term prediction with real-time data, which progressively promoted the situational, referential, and general levels of mathematization.

The theoretical framework addressed the principles of RME, the distinction between horizontal and vertical mathematization, guided reinvention, and didactical phenomenology, highlighting the role of meaningful contexts and multiple representations in building the concept of function (add the representations used). The methodological design included an a priori analysis of each task and the collection of evidence through participant observation, students' written productions, and video transcripts of the productions generated during the intervention.

The analysis of the productions showed that the use of real phenomena, the BBC Micro:bit with DHT22 sensors, and GeoGebra supported the transition from informal interpretations to more structured representations, fostering the understanding of functional relationships between magnitudes in real contexts. It also revealed the mobilization of registers and a strengthening of functional reasoning, although challenges in algebraic formalization persisted.

It is concluded that the integration of modeling in interdisciplinary contexts, mediated by these tools, facilitates the understanding of the concept of function and promotes student participation.

---

\* Degree work

\*\* Faculty of Sciences. School of Mathematics PhD. Alexander Betancur Sánchez

## INTRODUCCIÓN

La enseñanza de las matemáticas en la educación secundaria enfrenta el desafío de hacer que los contenidos sean accesibles, significativos y conectados con la realidad cotidiana de los estudiantes. A menudo, el enfoque tradicional presenta las matemáticas de manera abstracta y descontextualizada, lo que dificulta la comprensión y genera desinterés en los estudiantes. Para abordar este problema, la Educación Matemática Realista (EMR), propuesta por Hans Freudenthal, ofrece un enfoque innovador centrado en la modelación de fenómenos reales. Este enfoque promueve que los estudiantes descubran conceptos matemáticos a partir de experiencias significativas y relevantes, facilitando una comprensión más profunda y aplicada de las matemáticas.

El aprendizaje del concepto de función ocupa parte de la educación básica secundaria y media hasta la educación superior. Es un concepto muy importante para abordar y comprender fenómenos de la ciencia, tecnología y la matemática misma. La incorporación de medios tecnológicos como la BBC Micro:bit, el sensor DHT22 y GeoGebra son usados en el presente estudio para favorecer el acercamiento al concepto de función. Desde el contexto de las ciencias naturales, en particular la meteorología y vinculando dos fenómenos que involucran la temperatura con respecto al tiempo se integra el uso de Micro:bit, el sensor DHT22 y GeoGebra.

El presente trabajo explora cómo la fenomenología didáctica y la reinvención guiada, enmarcadas en la EMR, pueden promover el aprendizaje significativo de las matemáticas mediante la modelación en el contexto de la meteorología.

El documento está organizado en ocho capítulos en los cuales se documenta todo el procedimiento investigativo y se complementa con los apéndices correspondientes.

El capítulo 1, planteamiento del Problema, identifica elementos que motivan el estudio,

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

haciendo énfasis en las dificultades que enfrentan los docentes al conectar los contenidos matemáticos con situaciones del entorno de los estudiantes y la falta de integración de tecnologías en las prácticas pedagógicas actuales.

En el capítulo 2, antecedentes, se analizan investigaciones y experiencias previas relevantes que sustentan la importancia del estudio. En particular, se destacan estudios que involucran una mirada de la modelación en educación matemática, el concepto de función, la incorporación de recursos tecnológicos como la BBC Micro:bit y finalmente algunas investigaciones que han incorporado contexto de las ciencias naturales en la modelación.

En lo correspondiente al capítulo 3, justificación, se argumenta la relevancia del estudio, subrayando cómo el uso de herramientas como la BBC Micro:bit y el sensor DHT22 no solo facilita la comprensión de conceptos matemáticos complejos, sino que también fomenta un aprendizaje contextualizado y significativo.

Los objetivos generales y específicos que guían el desarrollo del proyecto se presentan consolidados como el capítulo 4. El capítulo 5, marco teórico, profundiza en los fundamentos teóricos de la EMR, la fenomenología didáctica y la reinención guiada. Además, se discute el rol de las tecnologías digitales como herramientas facilitadoras de la modelación matemática en el aula, así como la conexión entre conceptos matemáticos y fenómenos reales.

El diseño metodológico se relaciona en el capítulo 6, se describieron las etapas del estudio, desde la selección de los fenómenos naturales hasta la implementación de las actividades en el aula. Este capítulo detalla las estrategias de enseñanza basadas en la fenomenología didáctica y la reinención guiada, así como el uso de herramientas tecnológicas como la BBC Micro:bit y GeoGebra en la recolección y análisis de datos reales. También presenta los fenómenos e instrumentos propuestos para el estudio e intervención de la enseñanza con su correspondiente

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

análisis a priori.

Por su parte, el capítulo 7 es dedicado al análisis de datos. Se analizaron las producciones de los estudiantes en correspondencia con los fenómenos delimitados en el capítulo 6 usando el lente de los niveles de matematización de la EMR. Los datos relacionados muestran los progresos en los estudiantes en la comprensión de los fenómenos y la incorporación de lenguaje matemático relativo a funciones. La evidencia muestra la movilización de representaciones de las funciones por los estudiantes y las oportunidades en la incorporación de los sensores.

Finalmente, el capítulo 8 relaciona las conclusiones y reflexiones a partir de estudio, los interrogantes que quedan abiertos, entre otros aspectos.

## 1. PLANTEAMIENTO Y FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

La modelación se ha posesionado como un dominio consolidado de investigación (Niss et al., 2007). Se puede ver en el establecimiento y desarrollo de la comunidad ICTMA (por las siglas en inglés de The International Community of Teachers of Mathematical Modelling and Applications). Actualmente, existen diferentes perspectivas teóricas que se ocupan de la modelación en el aula de clase y el aprendizaje de matemáticas. No existe una comprensión homogénea de la modelación matemática y pueden existir diferencias de propósitos, alcances, visiones teóricas y epistemologías (Villa-Ochoa y De Alencar, 2019). Para Julie y Mudaly (2007) según el uso que se le dé a la modelación pueden considerarse como herramienta y otra como práctica. La modelación como herramienta implica que se usa como un medio para alcanzar un fin determinado, sin embargo, en el segundo caso, la modelación se considera el fin en sí mismo (Julie y Mudaly, 2007; Villa-Ochoa y De Alencar, 2019). En el ámbito colombiano hay interés por el uso de la modelación como herramienta para el aprendizaje y enseñanza de matemáticas, en especial en temas relacionado con el cálculo y la variación. En el estudio documental reportado por Villa-Ochoa y De Alencar (2019) muestra que las investigaciones que usan la modelación como herramienta para la enseñanza y aprendizaje de la matemática se ocupan de varios contextos, pero pocos hacen conexión con ciencias naturales.

En este contexto, la modelación matemática surge como una herramienta fundamental para fomentar el pensamiento crítico y la resolución de problemas en contextos del mundo real. Según Borba y Villarreal (2005), la modelación matemática no solo permite a los estudiantes aplicar conceptos en situaciones reales, sino que también promueve habilidades de abstracción, razonamiento y comunicación.

Sin embargo, a pesar del potencial de la modelación matemática en el aula de ciencias, su implementación efectiva en el contexto educativo colombiano enfrenta desafíos importantes, como la falta de recursos y capacitación adecuada para los docentes, así como la implementación

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

didáctica apropiada. El sistema educativo en Colombia, en particular, en los Estándares básicos de competencias para Ciencias Naturales en los grados octavo a noveno, refiere la importancia que los estudiantes se aproximen a la ciencia, tecnología y al conocimiento científico realizando mediciones, registrando las observaciones y reconociendo modelos para predecir resultados (MEN, 2006). Lo anterior involucra la comprensión de conceptos científicos y matemáticos, sin embargo, la escasez de estrategias pedagógicas innovadoras se muestra como un obstáculo persistente en la búsqueda por mejorar la calidad y relevancia de la enseñanza, especialmente en áreas STEM (ciencia, tecnología, ingeniería y matemáticas).

Estudios como De La Ossa y De La Ossa-Lacayo (2010) y Galindo (2019) destacan la importancia de las matemáticas al servicio de la realidad con un carácter multidisciplinar en las ciencias naturales en algunos como su valor demostrativo, creativo, explicación racional y lógica los fenómenos naturales. Así mismo, Domènech-Casal (2020) muestra como el diseño de la metodología ABP (Aprendizaje Basado en Proyectos) junto con la integración de tecnología favorece la comprensión de fenómenos en ecología gracias al proceso de modelación donde se involucran ciertas funciones matemáticas, fomentando el pensamiento crítico y científico. En este sentido, el uso de recursos tecnológicos es importante para el aprendizaje de conceptos en ciencias. Por ejemplo, el uso de sensores y otros dispositivos tecnológicos puede ayudar a los estudiantes a modelar situaciones de variación utilizando diferentes familias de funciones (polinómicas, exponenciales y logarítmicas). Tal como lo sugiere Urban-Woldron (2015) la incorporación de sensores en la educación matemática puede mejorar significativamente la comprensión y el compromiso de los estudiantes al proporcionar una conexión tangible entre conceptos matemáticos abstractos y datos del mundo real.

Por otra parte, Cataño-Córdoba (2021) en el contexto colombiano muestran cómo el uso

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

de recursos tecnológicos como la BBC Micro:bit puede favorecer la toma de datos, la simulación y el abordaje de situaciones de modelación. Así mismo, el Ministerio de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (MinTic) busca incorporar recursos tecnológicos en las aulas de clase; en particular MinTic (2022), presenta orientaciones para el uso de BBC Micro:bit y otros elementos tecnológicos para hacer mejorar la integración de las áreas básicas de la ciencia y promover las competencias tecnológicas y de programación.

Con relación al concepto de función, en los Estándares Básicos de Competencias (EBC) para el área de matemáticas destaca la importancia del reconocimiento de la variación y el cambio, sin embargo, es para los estándares de los grados 6-7 y 8-9 que se hace más explícito el trabajo con cantidades indeterminadas y situaciones de variación que deben articular el concepto de función como elemento principal (MEN, 2006). Tal como lo expresa, Tall (1991) el concepto de función involucra grandes desafíos para los aprendizajes como el uso comprensivo de la variable, reconocimiento de covariación entre variables y la articulación de diferentes representaciones de la función. La incorporación y uso de recursos tecnológicos como sensores y la BBC Micro:bit pueden permitir otras posibilidades y dinámicas pedagógicas. Así, la pregunta fundamental que guía esta investigación es: ¿Cuáles son las características de los procesos de matematización de los estudiantes de educación de grado noveno cuando abordan situaciones en el contexto de las ciencias naturales para aproximarse al concepto de función mediado por la BBC Micro:bit?

## 2. ANTECEDENTES

La integración de la modelación matemática en la educación ha sido objeto de interés y estudio en el ámbito internacional durante décadas, tal como se deja ver en los diversos estudios y lo expresan los investigadores (Niss et al., 2007; Urban-Woldron, 2014; Villa-Ochoa y De Alencar, 2019). Esta sección proporciona un panorama general sobre la evolución y el estado actual de la

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

modelación matemática en la enseñanza, abordando enfoques teóricos, metodologías utilizadas y experiencias relevantes en diferentes contextos educativos.

Además, se destacan ejemplos concretos de experiencias exitosas y los aprendizajes derivados de estas, ofreciendo una base sólida para entender la importancia de la modelación matemática en la formación de estudiantes competentes y comprometidos.

### **2.1 Modelación matemática y enseñanza del concepto de función**

Villa-Ochoa (2015) destaca las limitaciones en el uso de la modelación matemática en el contexto educativo colombiano, especialmente en escuelas públicas. Según el autor, aunque la modelación matemática posee un gran potencial para mejorar la comprensión de conceptos a través de contextos aplicados y situaciones reales, su implementación efectiva enfrenta barreras considerables. Entre las principales dificultades, Villa-Ochoa identifica la falta de capacitación especializada para los docentes y la escasez de recursos didácticos específicos como obstáculos que impiden su integración en el aula. Estas limitaciones no solo restringen el aprovechamiento de la modelación matemática como estrategia de enseñanza, sino que también limitan el desarrollo de habilidades de pensamiento crítico y analítico en los estudiantes. Este panorama subraya la necesidad de superar estas barreras para avanzar en la aplicación de la modelación matemática en el sistema educativo colombiano.

En los últimos cinco años, la investigación en modelación matemática en Colombia ha mostrado un creciente desarrollo, particularmente en su aplicación en la educación secundaria. Estudios recientes han explorado diversas metodologías y enfoques pedagógicos para integrar la modelación matemática en el currículo, destacando su potencial para mejorar el entendimiento conceptual y las habilidades de resolución de problemas en los estudiantes. Por ejemplo, la

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

investigación de Martínez y Gómez (2020) se centró en la implementación de proyectos de modelación en fenómenos naturales, como el crecimiento poblacional y la propagación de enfermedades, utilizando funciones exponenciales y cuadráticas en el aula de noveno grado. Esta línea de investigación es particularmente relevante para nuestra propuesta, que busca utilizar la modelación de fenómenos de las ciencias naturales para promover la comprensión de las funciones en estudiantes de noveno grado (13 – 14 años). Al adoptar un enfoque práctico y contextualizado, se pretende no solo mejorar la comprensión matemática de los estudiantes, sino también fomentar su interés en las ciencias, proporcionando así una educación más integral y significativa (Martínez & Gómez, 2020).

En estudios como Villa et al., (2022) se indica que la investigación en modelación puede involucrar grandes propósitos que vincula unas metas pedagógicas, objetivos de corte psicológico, conceptual y relacionados con la ciencia. En este orden de ideas una clasificación de situaciones de modelación es: i) enunciados verbales, ii) construcción de representaciones, iii) modelación a través de proyectos, y iv) uso y análisis de modelos. Algunos de esos tipos de situaciones pueden involucrar el desarrollo de interés, profundización y sensibilización por la matemática, la ciencia y la tecnología.

Uno de los enfoques emergentes para la enseñanza del concepto de función, es la modelación matemática (Puig, y Monzó, 2013; Ortega y Puig, 2017), en esta perspectiva se usa la aplicación práctica de conceptos matemáticos para entender y resolver situaciones problemáticas. Desde esta perspectiva, la modelación no solo se enfoca en encontrar la solución a un problema, sino también en el proceso de llegar a esa solución. Lo anterior es relevante considerando que en algunas instituciones de educación básica y media la enseñanza del concepto de función se limita a una práctica algorítmica, aplicada a un conjunto reducido de situaciones que poco o nada tienen

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

que ver con la realidad (Campeón et al., 2018). En González y Apolo (2023) se reporta evidencia del aprendizaje del concepto de función como un proceso de matematización progresiva, generando una alternativa a la enseñanza procedimental de las funciones que suele centrarse o hacer énfasis en una sola representación, generalmente la algebraica. Mediante el uso de situaciones de modelación los estudiantes movilizaron sus conocimientos previos para anticipar el comportamiento de una función, en la experimentación y recolección de datos reales se promovió la relación entre variables y mediante el uso de recursos tecnológicos como Tracker identificar algunos registros de la función y el inicio de una comprensión intuitiva a una más abstracta y estructurada.

### **2.2 Experiencias usando sensores y BBC Micro:bit**

El uso de la BBC Micro:bit en las aulas de clase de los diferentes niveles de escolaridad ha aumentado recientemente en gran parte de los países del mundo. En el estudio bibliométrico reportado por Cabrera, Carrión y Huerta (2024) se muestra que la BBC Micro:bit ha sido incorporada como una herramienta educativa para fomentar principalmente el pensamiento computacional y la resolución de problemas, también un fuerte interés en la enseñanza del enfoque STEM (ciencia, tecnología, ingeniería y matemáticas).

En la 26<sup>a</sup> Conferencia Internacional de Tecnología de la Información en 2022 se presentaron experiencias del uso del dispositivo BBC Micro:bit para fomentar el aprendizaje basado en proyectos y favorecer en las actividades la creación de simulaciones matemáticas; donde los estudiantes programan la BBC Micro:bit para resolver problemas aritméticos básicos, recolectar datos y generar representaciones gráficas de funciones lineales. Además, se implementaron proyectos donde los estudiantes utilizaron sensores de la BBC Micro:bit para medir variables del entorno, lo que permitió integrar conceptos matemáticos con el análisis de datos del

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

mundo real. Čavor et al., (2022) reporta que el uso de este dispositivo aumentó el interés de los estudiantes en la asignatura al hacer que los conceptos matemáticos fueran más tangibles y comprensibles. La combinación de programación y matemáticas también promovió el pensamiento lógico y crítico, habilidades esenciales en la educación STEM, una mayor motivación y participación en las clases prácticas, ya que ofreció una experiencia de aprendizaje interactiva y colaborativa.

La integración de sensores en la BBC Micro:bit ofrece herramientas pedagógicas importantes para la enseñanza de las matemáticas. Desde los trabajos reportados por Puig y Monzó (2013) se reconoce un enfoque de la enseñanza de la modelización matemática en contextos educativos usando ciertos sensores con el objetivo de ayudar a los estudiantes a comprender cómo los modelos matemáticos pueden ajustarse a fenómenos reales, utilizando parámetros y familias de funciones. Urban-Woldrona (2014) explora el uso de sensores de movimiento como herramientas pedagógicas en la enseñanza de la matemática. Particularmente, el sensor utilizado en el estudio es un sensor de movimiento basado en ultrasonido, el cual permite registrar y analizar el movimiento de objetos o personas en tiempo real, vinculando estos datos a representaciones gráficas y matemáticas. Entre las actividades diseñadas, se destacan aquellas en las que los estudiantes caminan frente al sensor para generar gráficos de distancia-tiempo, lo que les permite visualizar en tiempo real cómo los cambios en la velocidad o en la dirección del movimiento se traducen en modificaciones en las gráficas.

Por otra parte, en el contexto colombiano se encuentra el reporte de Cataño-Córdoba. (2021) correspondiente a una tesis de maestría que documenta el uso de la BBC Micro:bit para el reconocimiento de lenguaje algebraico usando el contexto propio de la pandemia por el SARS-CoV-2. Las predicciones se realizaban con base al modelo matemático; Susceptible -Infectado-

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

Recuperado (SIR) en la BBC Micro:bit se definían algunas variables y se procedía a simular la probabilidad de contagio al variar unos parámetros del modelo oprimiendo los botones A o B de la Micro:bit. El diseño de las tareas estaba inspirado en material proporcionado por el MinTIC (2020) en las fichas metodológicas, programación para niños y niñas. La investigación reportada muestra un ejemplo del uso de la BBC Micro:bit y la exploración de fenómenos que involucran, dependencia entre variables y relaciones funcionales en el contexto de las ciencias biológicas y/o ambientales.

Finalmente, Rodríguez (2021) aborda el análisis de la modelización matemática relacionada con el monitoreo de la temperatura usando sensores y una tarjeta programable de Arduino Uno. En el reporte se puede ver como el uso de un sensor de temperatura puede mejorar la precisión en la modelización de fenómenos físicos, en comparación con métodos sin sensores. Sin sensores, el modelo se basa en suposiciones teóricas y simplificaciones que pueden no reflejar completamente las condiciones del entorno. Con el uso de un sensor, el modelo se ajusta de manera dinámica, permitiendo predicciones más exactas y útiles en contextos educativos y de investigación.

De esta manera la literatura referida destaca la importancia y necesidad de investigar el uso de diferentes tecnologías, entre ellas los sensores, para fomentar la comprensión de conceptos matemáticos y científicos complejos, favoreciendo el aprendizaje a través de la experimentación directa.

### **2.3 Aplicaciones de la modelación en ciencias naturales**

Según De La Ossa y De La Ossa-Lacayo (2010), la modelación matemática se presenta como una herramienta fundamental en la enseñanza de las ciencias, ya que permite a los estudiantes comprender y analizar fenómenos complejos que caracterizan a esta disciplina. Estos

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

autores enfatizan en que la integración de modelos matemáticos en el aprendizaje de la ciencia no solo facilita la comprensión de conceptos abstractos, sino que también promueve el desarrollo de habilidades críticas y analíticas en los estudiantes. En el contexto local, en la Universidad Industrial de Santander en conjunto con la Universidad Nacional de Río Negro se desarrolló un proyecto denominado RACIMO. Una breve presentación del proyecto es reportada en Asorey et al., (2017) donde se muestra cómo la integración de TIC's en la recolección y análisis de datos (en particular algunos sensores) permite a los estudiantes aplicar conceptos matemáticos para modelar fenómenos naturales como la variación de la temperatura y la humedad. En particular se involucraban datos sobre: CO<sub>2</sub>, NO<sub>2</sub>, Presión, Temperatura, Humedad, Precipitación, Irradiación, ruido y nubosidad en la ciudad. La experiencia reportada principalmente motivaba a la formación de jóvenes desde secundaria en el Cambio Climático y Ciencia de Datos. Del proyecto reportado se destaca además de la sensibilización de los jóvenes en el cambio climático, en la integración y uso de elementos matemáticos y ciencias de datos para organizar, representar y analizar los datos proporcionados.

Por otra parte, desde el MinTic en Colombia en conjunto con Computadores para Educar se ha venido haciendo esfuerzos en los últimos años por equipar instituciones educativas del país con los denominados “Laboratorios de Innovación Educativa”. La configuración de tales laboratorios está dotada con nuevas tecnologías para el desarrollo de prácticas de aprendizaje orientadas al enfoque educativo STEM e involucra un ambiente de aprendizaje interactivo e innovador para prácticas de aula con enfoque STEM, es decir, basado en retos y solución de problemas reales, con prototipado usando piezas de Lego, Micro:bit e impresora 3D, entre otros materiales (MinTic, 2022). El proyecto de laboratorios de innovación educativa incluye paquetes de recursos pedagógicos tanto para la educación primaria como para la secundaria y media. En los

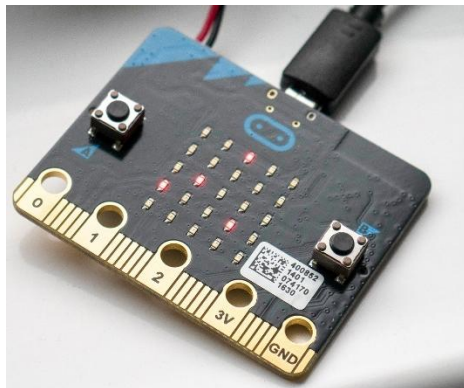
## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

documentos pedagógicos se identifican diferentes problemáticas reales que integran las asignaturas básicas; en particular, algunas de ellas se desarrollan en contextos relacionados principalmente con las ciencias naturales. Las orientaciones didácticas enfatizan en el diseño de prototipos, la modificación de variables, la toma de datos, el uso de sensores y la indagación científica. Uno de los elementos tecnológicos clave corresponde a la BBC Micro:bit, que se describe como:

una pequeña tarjeta de 4x5cm (ver **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**) que puede programarse mediante lenguaje de bloques a través de la plataforma MakeCode. La tarjeta cuenta con una gran gama de sensores y dispositivos electrónicos incorporados que se pueden usar en todo tipo de aplicaciones, como botones programables, una matriz LED 5x5, sensor touch, acelerómetro, brújula, sensor de luz, micrófono, parlante, entre otros. Adicionalmente, cuenta con una barra dorada de pines de conexión externa analógicos y digitales a la que se le pueden conectar sensores, actuadores, cables, aluminio, robots, entre otros elementos para construir aplicaciones que requieren más recursos tecnológicos (MinTic, 2022, p. 35)

### Figura 1

*BBC Micro:Bit*



Tomado de Laboratorios de Innovación Educativa 2. Rutas Bachillerato (Ministerio de Educación

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

Nacional, año, p. XX).

El uso de sensores en proyectos como RACIMO, junto con la formación en estadística y modelación, refuerza la capacidad de los estudiantes para interpretar datos y desarrollar modelos predictivos que les permiten analizar fenómenos complejos.

### 3. JUSTIFICACIÓN

La enseñanza de las ciencias y las matemáticas es fundamental para el desarrollo integral de los estudiantes y para la formación de ciudadanos críticos y competentes en el mundo actual. Sin embargo, en Colombia, como en muchos otros países, persisten desafíos significativos en la calidad y pertinencia de la educación en áreas como la ciencia, tecnología y la matemática, especialmente en instituciones educativas públicas.

En el estudio reportado por Cabrera, Carrión y Huerta (2024) se destaca la incorporación de la BBC Micro:bit en las instituciones educativas de otros países. En particular, según lo presentado en las sesiones anteriores, es un tema de interés para MinTic en Colombia el uso de la BBC Micro:bit en las aulas de clase (MinTic 2020; 2022). Sin embargo, en la revisión a la fecha de la literatura existente se encuentran pocas investigaciones reportadas en el contexto colombiano al respecto. Sin embargo, existe un interés latente por el concepto de función desde diferentes ángulos de la investigación en Educación Matemáticas. En particular, en el contexto local se han desarrollado estudios sobre el pensamiento funcional en estudiantes de secundaria (Delgado, 2019), de corte cognitivo sobre el concepto de función (Serrano, 2020) y con profesores en formación (Quintero, 2020).

En los últimos años se han venido realizando esfuerzos por incluir diferentes contextos para la modelación en el aula (Villa-Ochoa y De Alencar, 2019) entre esos, el de las ciencias naturales.

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

Algunas razones que justifican la presente propuesta de investigación son:

*La relevancia de la modelación matemática en el contexto colombiano:* es particularmente significativa, dado que el país enfrenta diversos desafíos en la enseñanza de las ciencias y las matemáticas, especialmente en colegios públicos donde los recursos y la capacitación docente son limitados. Villa-Ochoa (2015) señala que, a pesar de los avances en la inclusión de la modelación matemática en los currículos, persisten retos significativos, como la falta de formación específica para los docentes y la insuficiencia de recursos didácticos adecuados.

Además, la modelación matemática promueve un aprendizaje más activo y participativo (González y Apolo, 2023), lo que puede contribuir a aumentar el interés y la motivación de los estudiantes por las matemáticas. En este sentido, la modelación matemática se presenta como una estrategia poderosa para transformar la enseñanza en Colombia, haciendo frente a las limitaciones actuales y contribuyendo a formar estudiantes más competentes y críticos en el análisis de fenómenos naturales y sociales.

*Necesidad de enfoque interdisciplinario:* las ciencias naturales es una disciplina que se puede prestar para la aplicación de modelos matemáticos, ya que muchos fenómenos pueden describirse y entenderse mediante ecuaciones y modelos matemáticos (Martínez y Gómez, 2020; Rodríguez, 2021). La necesidad e interés por un enfoque integrado entre la matemática y otras áreas de la ciencia se puede percibir en las orientaciones y recursos dispuestos por MinTic (2020; 2022) y el ministerio de educación nacional (MEN).

*Uso de tecnología como facilitador del aprendizaje:* en la era digital actual, el uso de tecnología en el aula se ha vuelto cada vez más importante. La incorporación de herramientas tecnológicas, como software de simulación, sensores y otros, puede hacer que la modelación matemática sea más accesible y significativa para los estudiantes, permitiéndoles explorar y

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

experimentar con modelos de manera interactiva (Asorey et al., 2017; Cataño-Córdoba. N, 2021).

*Contribución al conocimiento científico y pedagógico:* esta investigación pretende relacionar evidencia sobre las competencias y conocimientos que son movilizados por los estudiantes al usar la BBC Micro:bit, sensores y GeoGebra en el aula de clase. Además, busca favorecer el uso y contribución de las orientaciones pedagógicas dadas por MinTic y MEN en relación con la educación secundaria, en especial la conceptualización del concepto de función en estudiantes de grado noveno usando contextos de las ciencias naturales y recursos tecnológicos (BBC Micro:bit). En este orden de ideas, los hallazgos de esta investigación pueden informar prácticas educativas futuras y contribuir al desarrollo de estrategias pedagógicas más efectivas en contextos similares.

En coherencia con lo anterior, el presente estudio tiene como objetivo general Caracterizar los niveles de matematización evidenciados por estudiantes de noveno grado en una institución educativa cuando resuelven tareas que involucran el concepto de función en el contexto de las ciencias naturales mediante el uso de la BBC Micro:bit.

### **4. MARCO TEÓRICO**

El lente teórico que guía la presente propuesta de investigación se fundamenta en una perspectiva constructivista del aprendizaje de la matemática, específicamente a través de la teoría de la Educación Matemática Realista (EMR). Este enfoque propone que los estudiantes construyan activamente el conocimiento matemático a partir de situaciones reales, en las que puedan experimentar y explorar conceptos en contextos significativos. A lo largo de este capítulo, se presentan los principios clave de la EMR, con énfasis en la importancia de la matematización y la fenomenología didáctica para el desarrollo del pensamiento matemático.

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

Primero, se precisan consideraciones sobre la EMR y cómo este enfoque se aplica en el aula, subrayando el rol activo del estudiante en la construcción de modelos matemáticos. Posteriormente, se describe en detalle el proceso de matematización horizontal y vertical, en el que los estudiantes transforman situaciones cotidianas en representaciones matemáticas iniciales. Finalmente, se hace referencia a la fenomenología didáctica y la reinención guiada.

### 4.1 Consideraciones iniciales sobre la Educación Matemática Realista

La EMR nace a partir de la preocupación del matemático Hans Freudenthal (1905-1990) y su crítica por la educación tradicional, concibiendo la matemática como actividad y no como un sistema listo para ser empleado. La matemática como actividad humana es la esencia de lo que Freudenthal denominó *Matematización*; una matemática para todos.

Desde el EMR el aprendizaje de la matemática se considera en función de situaciones o problemas del mundo real en el cual se pueden reconocer y entender ciertos conceptos matemáticos. Freudenthal (1971) afirma que la matemática es en sí misma una actividad de resolver problemas, buscar u organizar objetos de estudio a partir experiencias cercanas a los estudiantes, ya sean del mundo físico o ideal. En este sentido la comprensión matemática pasa por distintos niveles donde los *contextos* y *modelos* tienen un rol importante en la elaboración y construcción del proceso didáctico denominado *reinención guiada*, un ambiente con diversas demandas cognitivas (Bressan et al., 2005).

La EMR se suspende de algunos principios básicos que a continuación se refieren brevemente y en las siguientes secciones algunos de estos se precisan con más detalle. El principio de *realidad* resalta que la matemática surge como matematización (organización) de la realidad, en este sentido la enseñanza de la matemática para los estudiantes debe estar en un mundo real o

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

existente, ser realizable, imaginable o razonable. Las situaciones o contextos usados son puntos de partida para la matematización. Es importante hacer la salvedad que lo realista también depende de la experiencia previa de los estudiantes o de su capacidad para imaginarlo (Bressan et al., 2005). El principio de *reinención* se refiere a la transformación del sentido común en algo sistematizado y organizado. El proceso de aprendizaje no es continuo y gradual, presenta discontinuidades, es decir, saltos repentinos de reinención, pasando por cambios de vista, formalización y uso de elementos abstractos. Por su parte, el principio de *niveles* determina dos tipos de matematización *vertical* y *horizontal*, de esta manera se describe el proceso en el cual el sentido común es organizado y estructurado favoreciendo la comprensión de conceptos matemáticos (Bressan et al., 2005; Jácome, 2019).

El principio de *interacción* resalta el aprendizaje de la matemática como una actividad social donde se involucran diferentes miradas de los estudiantes que aportan a la organización y sistematización de la realidad mediante conceptos matemáticos. Finalmente, el principio *interconexión* reclama la importancia del uso de diferentes representaciones, herramientas y significados de la propia matemática para articular la resolución de problemas con otras áreas de la ciencia (Bressan et al., 2005; Jácome, 2019).

### 4.2 Matematización Horizontal y Vertical

La *matematización* es un proceso educativo fundamental que consiste en la traducción de situaciones del mundo real al lenguaje matemático y su posterior resolución. Este proceso no solo implica el uso de fórmulas y algoritmos, sino también la comprensión de conceptos matemáticos en contextos prácticos y teóricos. La importancia de la matematización radica en su capacidad para conectar el aprendizaje matemático con la vida cotidiana, fomentando así una comprensión más profunda y significativa de las matemáticas.

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

Desde la perspectiva de Freudenthal, matematizar será la actividad de los estudiantes que involucra aspectos como: reconocer características esenciales, descubrir características comunes, similitudes, analogías e isomorfismos, ejemplificar ideas y generalizar, buscar atajos, simbolizaciones, formalizaciones y una disposición a la reflexión continua sobre los conceptos involucrados (Jácome, 2019).

La propuesta de dos formas de matematización, horizontal y vertical la formuló Treffers (1987). Esta manera de referir la matematización permite describir la manera en la que se organizan y sistematizan situaciones o fenómenos movilizand o conceptos matemáticos existentes y la incorporación de nuevos para el estudiante.

En la Figura 2 se ilustra cómo están integradas estas formas de matematización y las características que las determinan. A continuación, se describen la matematización horizontal y vertical.

### ***4.2.1 Matematización Horizontal: Traducir lo Real a lo Matemático***

En el contexto de la EMR, la matematización horizontal implica conectar el contexto real con representaciones matemáticas iniciales, permitiendo a los estudiantes traducir sus experiencias del mundo natural o real en conceptos matemáticos concretos. Según Zolkower y Bressan (2015) la matematización horizontal es la primera etapa donde se identifican los aspectos matemáticos en problemas reales o contextos concretos, donde los estudiantes utilizan herramientas matemáticas para abordar y resolver problemas reales. Este enfoque permite a los estudiantes relacionar las matemáticas con situaciones de su entorno, lo que no solo hace que el aprendizaje sea más relevante, sino que también mejora su motivación e interés por la materia. Por ejemplo, al resolver problemas de la vida cotidiana, como calcular el costo de una compra o interpretar datos

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

estadísticos en informes, los estudiantes desarrollan habilidades prácticas que son esenciales en su vida diaria. Este tipo de matematización promueve el pensamiento crítico y la capacidad de los estudiantes para analizar y tomar decisiones informadas, aspectos que son fundamentales en su formación integral.

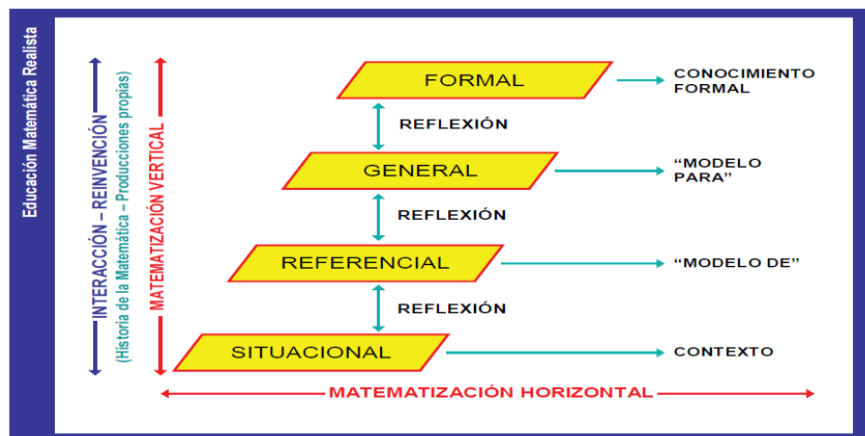
### ***4.2.2 Matematización Vertical: Refinar y Profundizar los Modelos Matemáticos***

La matematización vertical implica una profundización en los conceptos matemáticos a través de un enfoque más abstracto y formalizado. En este proceso, los estudiantes se involucran en la generalización de conceptos y en la construcción de argumentos matemáticos sólidos, lo que les permite comprender no solo cómo se resuelven los problemas, sino también por qué se utilizan ciertos métodos. Este enfoque está relacionado con el desarrollo de habilidades como la deducción y la demostración, que son cruciales para el dominio de las matemáticas avanzadas. La matematización vertical permite a los estudiantes crear nuevas conexiones y soluciones en un plano más elevado, lo que enriquece su comprensión matemática (Bressan et al., 2005; Zolkower y Bressan, 2015).

### **Figura 2**

*Niveles de Matematización*

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN



(Tomado de Zolkower y Bressan, 2015, p. 180).

En la Figura 2 se muestra cómo los niveles van progresando en el eje horizontal y vertical además cómo la actividad matemática en un nivel inferior se convierte en un objeto de indagación en el nivel superior, mediante la reflexión, las acciones organizativas usadas inicialmente de manera informal se vuelven acciones formales en un nivel superior y sujetas a la reflexión y el estudio (Zolkower y Bressan, 2015; Jácome, 2019).

El proceso de matematización comienza en el nivel **situacional**, donde los problemas están vinculados directamente con situaciones de la vida cotidiana. En este nivel, los estudiantes utilizan su sentido común y estrategias informales para resolver problemas, lo que les permite abordar contextos concretos que les son familiares. A medida que avanzan, los estudiantes pasan al nivel **referencial**, donde comienzan a desarrollar representaciones y modelos que reflejan la situación original. Estas representaciones, aunque más formales, siguen estando estrechamente ligadas al contexto del problema, facilitando la comprensión de los conceptos matemáticos en situaciones relevantes. Los niveles superiores que siguen se caracterizan por la búsqueda de regularidades, pruebas, ajustes y evolución de las formas de pensar y el lenguaje usado (Zolkower y Bressan, 2015; Jácome, 2019).

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

A medida que los estudiantes progresan en su comprensión, alcanzan el nivel **general**, donde las representaciones se generalizan. En este nivel, los estudiantes son capaces de aplicar el modelo a otros problemas similares, comenzando a abstraer y generar un marco matemático útil en diversas situaciones. Finalmente, el nivel **formal** representa el grado más elevado de abstracción y formalización. En este punto, los estudiantes utilizan conceptos y procedimientos matemáticos en un contexto puramente matemático, sin depender del contexto original, lo que implica un dominio profundo de las ideas matemáticas (Zolkower y Bressan, 2015; Jácome, 2019).

El progreso de un nivel a otro se logra mediante la reflexión e interacción estudiante-estudiante y estudiante-profesor de tal manera que se pasa de un “modelo de” a un “modelo para”. En este sentido la relación entre la matematización horizontal y vertical es fundamental en la EMR. La matematización horizontal permite a los estudiantes comprender y abordar problemas reales utilizando herramientas matemáticas. A medida que avanzan en su comprensión, la matematización vertical facilita la transformación de sus modelos situacionales en conceptos abstractos y formales que son aplicables más allá del contexto original. Este enfoque integrador es central en la EMR, ya que vincula la enseñanza matemática con la experiencia real de los estudiantes, promoviendo una comprensión progresiva de los conceptos a través de niveles de abstracción (Bressan et al., 2005; Zolkower y Bressan, 2015).

### 4.3 Reinención Guiada y fenomenología didáctica

La Educación Matemática Realista (EMR) se basa en la premisa de que los estudiantes deben descubrir y desarrollar conceptos matemáticos a través de la exploración de fenómenos significativos que no estén preestructurados. Esta aproximación busca alejar la enseñanza de las matemáticas de un enfoque basado en reglas fijas, permitiendo a los estudiantes experimentar y

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

modelar situaciones reales, guiados por el docente en un proceso activo de aprendizaje. La reinención guiada involucra el papel del docente en el aula, el diseño de situaciones, formas de interacción y favorecer el aprendizaje. Desde la educación matemática se busca que el estudiante vea el conocimiento que adquiere como su propio conocimiento y del cuál es responsable.

Entendiendo que la reinención guiada involucra sensiblemente al profesor, la fenomenología didáctica según Zolkower y Bressan (2015) es un método que implica investigar las manifestaciones y usos de un concepto matemático específico en situaciones posibles a abordar con los estudiantes en el aula. El objetivo de un análisis fenomenológico consiste en reconocer y explicar fenómenos que permiten un proceso de matematización donde se involucran conceptos matemáticos de interés para la enseñanza en el aula. Para el desarrollo de la fenomenología didáctica Drijvers et al., (2013) considera valioso el uso de tecnologías digitales, las cuales cada vez más están involucradas en las realidades de los estudiantes.

Según Freudenthal (1991) un contexto corresponde a un dominio de la realidad en el cual un proceso de aprendizaje se revela al estudiante para ser matematizado. En este sentido el docente selecciona un recorte de la realidad (contexto) para incitar a los estudiantes al aprendizaje (matematizar). En el contexto seleccionado, el docente delimita o diseña una situación oportuna que sirva como mensaje para acercar y vincular a los estudiantes y que puedan movilizar herramientas y elementos de la matemática como un medio para decodificarlo. Con el propósito de promover la competencia matemática es necesario abordar e interrogar el uso e integración de la matemática con otras áreas de las ciencias (naturales, sociales, biológicas, ambientales, etc.) (Bressan et al., 2005; Zolkower y Bressan, 2015).

Desde la EMR en la fenomenología didáctica y la reinención guiada el modelo es

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

simplemente un intermediario el cual no refiere a un artefacto o representación impuesta previamente por el docente sino a una entidad que emerge y se va desarrollando durante un determinado proceso de reinención guiada. Inicialmente los modelos están ligados a los contextos y situaciones y progresivamente se van descontextualizando hasta adquirir el carácter de modelos formales y generales y, por lo tanto, aplicables a otros contextos y situaciones (Bressan et al., 2005; Zolkower y Bressan, 2015).

### 5. DISEÑO METODOLÓGICO

Este estudio se inscribe en una perspectiva cualitativa de corte interpretativo, con fundamento en la Educación Matemática Realista (EMR). La investigación adopta una estructura metodológica que busca comprender las formas en que los estudiantes construyen y resignifican el concepto de función en el contexto de fenómenos naturales (particularmente meteorológicos), mediado por el uso de tecnología como la BBC Micro:bit, el sensor DHT22 y el software de GeoGebra.

La EMR, con sus principios de reinención guiada, fenomenología didáctica y matematización progresiva, orientó tanto el diseño de las situaciones como la implementación y análisis de las respuestas estudiantiles. Se asumió así un rol activo en la planificación y conducción del trabajo de campo, reconociendo al estudiante como sujeto epistémico capaz de reconstruir modelos funcionales a partir de fenómenos contextualizados.

#### 5.1 POBLACIÓN DE ESTUDIO

La población objeto de estudio estuvo conformada por 23 estudiantes de noveno grado de una institución educativa pública en Bucaramanga, Colombia. La selección del grupo se basó en criterios de accesibilidad institucional, disposición del docente y coherencia con los objetivos curriculares y de investigación, centrados en el aprendizaje del concepto de función mediante

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

modelación en contextos reales con tecnología.

Desde un enfoque cualitativo e interpretativo, se consideró que la diversidad interna del grupo era suficiente para permitir una comprensión profunda de los procesos de matematización en contextos situados. Se tuvo en cuenta las trayectorias diferenciadas de los estudiantes en términos de argumentación, manejo de representaciones y experiencias previas con recursos tecnológicos.

Los estudiantes habían tenido contacto previo con el software GeoGebra, lo que ofreció un punto de apoyo inicial para la implementación de tareas que exigían análisis gráfico e interpretación de relaciones entre variables. Sin embargo, no habían trabajado previamente con dispositivos físicos como la BBC Micro:bit ni con sensores externos, lo que permitió indagar cómo la incorporación de tecnologías desconocidas puede favorecer procesos de exploración y representación de fenómenos reales.

La ausencia de experiencia previa con la BBC Micro:bit y sensores externos representó una oportunidad valiosa para observar cómo los estudiantes lograban interactuar con fenómenos naturales, recolectar datos, construir representaciones y formular generalizaciones progresivamente más abstractas. La heterogeneidad del grupo y su disposición a involucrarse activamente con los recursos propuestos ofrecieron un contexto fértil para analizar las características y niveles de matematización promovidos por las tareas diseñadas.

### **5.2 FASE 1: ANÁLISIS FENOMENOLÓGICO DE SITUACIONES REALES**

En esta fase se inició el acercamiento y exploración de los recursos tecnológicos como Micro:bit y sensores para avanzar en la apropiación técnica de los instrumentos y el reconocimiento de posibles fenómenos para ser vinculados en el diseño de tareas para la implementación de la enseñanza.

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

Como parte del análisis fenomenológico inicial, se realizaron exploraciones preliminares con los recursos tecnológicos disponibles, particularmente la BBC Micro:bit y el sensor DHT22, con el objetivo de identificar sus funcionalidades, condiciones de uso y pertinencia para la enseñanza del concepto de función en situaciones contextualizadas. Estas exploraciones se llevaron a cabo a través de material audiovisual explicativo, en el que se detallaba el funcionamiento básico del microcontrolador, su sistema de programación por bloques (MakeCode), la configuración de conexiones con el sensor y las condiciones técnicas necesarias para su operatividad. Esta primera aproximación permitió una apropiación técnica inicial de los dispositivos, que se tradujo en decisiones concretas para el diseño de las tareas y la implementación en el aula.

Durante esta fase, se identificaron diversas potencialidades pedagógicas del uso del sensor, entre ellas: la capacidad para registrar datos reales en tiempo real, su fácil manipulación por parte de los estudiantes, y la posibilidad de observar directamente la variación de variables físicas como la temperatura y la humedad.

Al mismo tiempo, se reconocieron ciertas limitaciones que requerían ser consideradas en la planificación: la necesidad de precalentamiento del sensor para estabilizar las mediciones, el riesgo de errores en la lectura si no se garantiza un tiempo mínimo de adaptación al ambiente, y la necesidad de verificar previamente el correcto funcionamiento del sistema, para evitar contratiempos durante la implementación con los estudiantes. Por esta razón, se tomó la decisión de entregar los dispositivos ya configurados y en funcionamiento (código de programación y armado de conexiones), permitiendo que los estudiantes se concentraran en la observación del fenómeno, la recolección de datos y la interpretación de los resultados, sin necesidad de intervenir directamente en la programación.

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

Esta etapa fue fundamental para comprender el potencial del dispositivo como mediador en procesos de modelación matemática, y orientó el diseño de las tareas posteriores, asegurando que el uso de tecnología no se limitara a un fin instrumental, sino que se integrara a las prácticas matemáticas auténticas promovidas por la EMR.

### ***5.2.1 Exploración fenomenológica y hallazgos en la literatura***

La fenomenología didáctica según se presentó en la sección 5.3 es un método que implica investigar las manifestaciones y usos de un concepto matemático específico en situaciones posibles a abordar con los estudiantes en el aula. En correspondencia con el reconocimiento de detalles técnicos sobre la Micro:bit, en particular, su versatilidad, posibilidad en la programación por bloques y la integración de sensores como: acelerómetro, temperatura, luz y brújula. Se optó por el uso integrado con el sensor externo DTH22 dado que integra mayor sensibilidad en la medición de la temperatura respecto a la Micro:bit y permite adicionalmente determinar la humedad relativa. Adicionalmente, fue motivado por las posibilidades en su acceso por parte del equipo de investigación y posibilidad de fungir como instrumentos técnicos a utilizar en situaciones relacionadas con la meteorología.

El análisis fenomenológico consistió en identificar las estructuras invariantes en la meteorología, en especial con la temperatura y humedad relativa (regularidades, periodicidades, relaciones entre variables), considerando su potencial para construir el concepto de función. Algunos estudios (Ramírez-Orozco, 2022; Asorey et al., 2017) han considerado la meteorología como un contexto multidisciplinar que integra y vincula conceptos de ciencias naturales, física y matemáticas, entre otras. La introducción de situaciones desde la meteorología en la escuela ha buscado fortalecer la capacidad de observación y resolución de problemas de contenido científico

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

y matemático; en particular al identificar, describir e intentar explicar del cambio climático (Asorey et al., 2017).

La variación y la dependencia entre magnitudes hace parte del objeto de estudio en la meteorología. El conocimiento de la temperatura, presión atmosférica, humedad, velocidad del viento, entre otras, varían tanto en el espacio como en el tiempo (Zúñiga - López, I y Crespo del Arco, 2015; Rodríguez, Benito y Portela, 2004). La actividad propia de los meteorólogos implica, observar, tomar y registrar datos, reconocer relaciones entre magnitudes, describir mediante gráficas, utilizar modelos matemáticos y físicos para predecir el comportamiento de ciertas magnitudes (Zúñiga - López, I y Crespo del Arco, 2015; Ramírez-Orozco, 2022). Tales prácticas, propias de la actividad de los meteorólogos resultan en posibilidades didácticamente interesantes y acordes para el estudio del cambio entre magnitudes, en este sentido, es posible reconocer un escenario rico para el aprendizaje y la enseñanza de funciones.

A continuación, se relacionan algunos elementos particulares y propios de la meteorología que permiten fundamentar el diseño de intervención en el aula, en particular las tareas a proponer con los estudiantes para que contribuyan al aprendizaje del concepto de función.

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

### Figura 3

#### *Calor y Temperatura en la Tierra*

La temperatura, que indudablemente es una de las variables que mejor caracteriza el clima, es consecuencia del balance energético de la Tierra. En general, si un cuerpo de masa  $m$  y calor específico  $c$  recibe una cantidad de calor  $Q$  por unidad de tiempo, su temperatura cambia según

$$Q = mc \frac{dT}{dt}. \quad (2.8)$$

Como la Tierra sólo intercambia calor con el exterior en forma de radiación, el balance de calor por unidad de tiempo es la diferencia entre la potencia que recibe y la potencia que emite, esto es,

$$Q = P_{abs} - P_{emi}.$$

Tomado de (Zúñiga y Crespo del Arco, 2015, p.38)

La temperatura es una magnitud importante para caracterizar el clima, como lo expresa la Figura 3, la razón de cambio de la temperatura respecto al tiempo va a determinar la cantidad de calor  $Q$  determinado cuerpo (en particular el planeta Tierra). Cuando el estudio del cambio de la temperatura y el tiempo atmosférico se da en un momento determinado (intervalo corto de tiempo) hablamos de meteorología, la cual se diferencia de la climatología, que se ocupa del clima e involucra amplio intervalo de tiempo (generalmente años) (Zúñiga - López y Crespo del Arco, 2015).

Algunos factores que intervienen en la temperatura son: la insolación, inclinación del eje de rotación de la Tierra, altura solar, la atmósfera, entre otros. La insolación para Zúñiga - López y Crespo del Arco (2015) “corresponde a la energía solar por unidad de tiempo que llega a una superficie unidad sobre un lugar concreto de la superficie terrestre” (p.50).

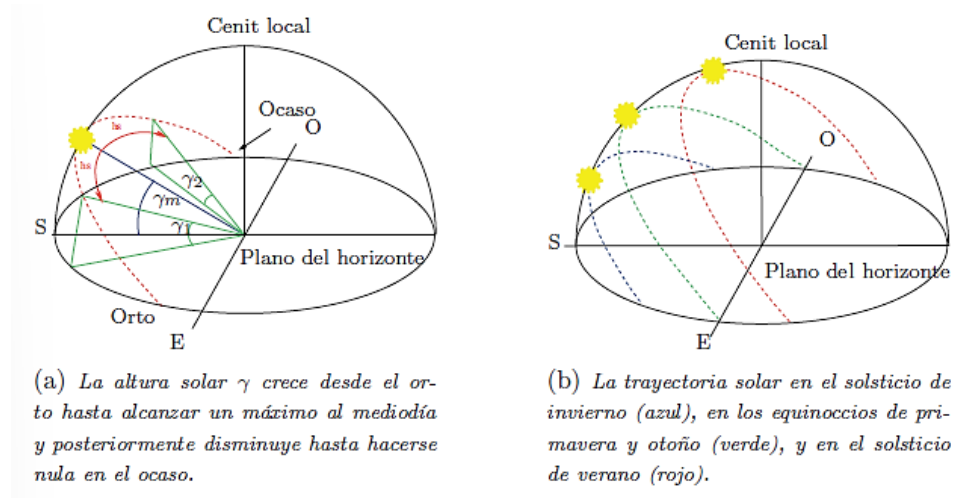
El movimiento de la Tierra en su órbita alrededor del sol es elíptica y ella misma es uno de los focos, por lo tanto, en algunos lugares del mundo a lo largo del año la temperatura puede

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

variar drásticamente. En lo que respecta a la inclinación del eje de rotación y la altura solar cambia a lo largo del día. La Figura 4 muestra la altura solar desde el orto al ocaso pasando por un valor máximo a las 12 horas solares y una ilustración de la trayectoria solar en diferentes momentos del año.

### Figura 4

*Calor y Temperatura en la Tierra (Plano 3D)*



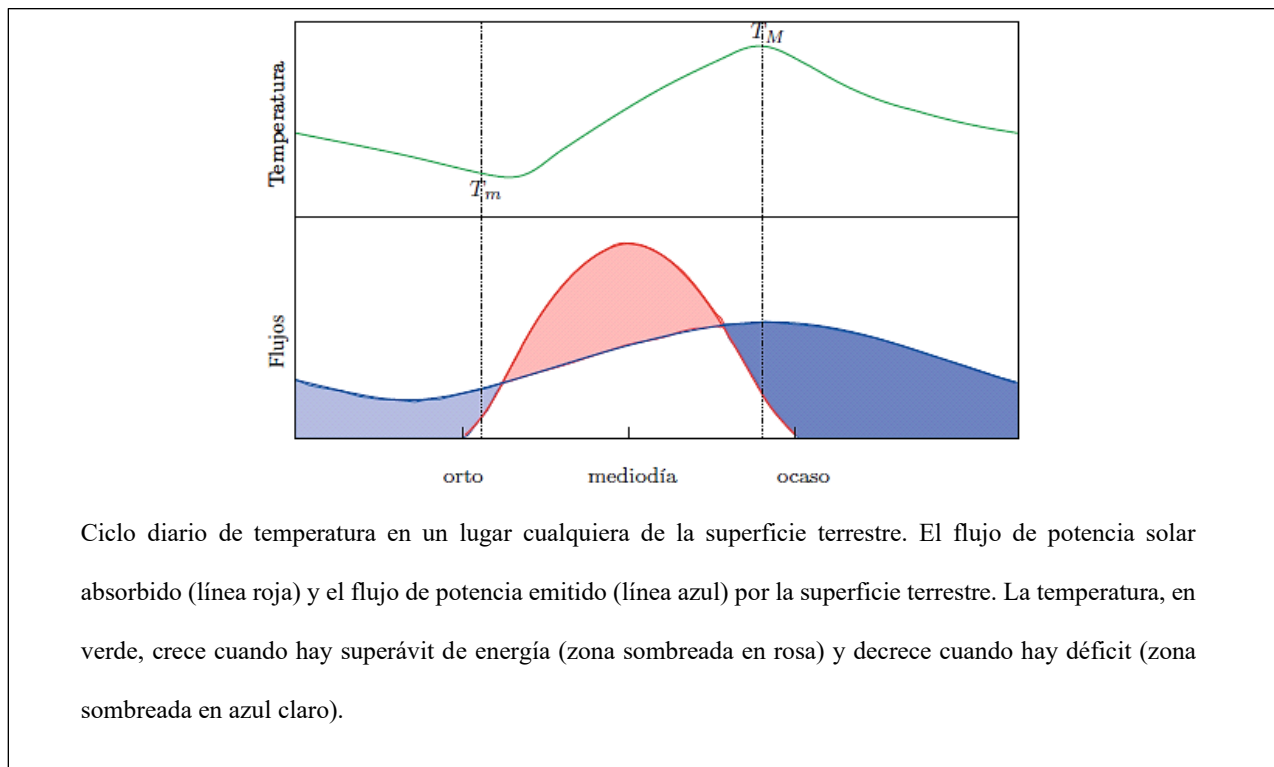
Tomado de (Zúñiga y Crespo del Arco, 2015, p.55)

Los factores anteriores, aunque pueden no ser de conocimiento teórico en los estudiantes, es posible que mediante las experiencias en diferentes lugares del país o del mundo se reconozca la variación de la temperatura y los cambios a lo largo del año. En particular, es necesario reconocer que la temperatura en la tierra varía siguiendo aproximadamente dos ciclos, uno de periodo diario y otro anual (Zúñiga - López, I y Crespo del Arco, 2015).

### Figura 5

*Calor y Temperatura en la Tierra (Plano 2D)*

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN



Tomado de (Zúñiga y Crespo del Arco, 2015, p.61)

En la Figura 5 se muestra el ciclo diario de la temperatura en cualquier superficie de la tierra. La cantidad de calor (potencia solar) absorbido por la tierra según la gráfica roja, muestra cómo al mediodía se alcanza el valor máximo. Los flujos de potencia absorbido y emitido marcan el comportamiento de la temperatura a lo largo del día e inciden en el valor mínimo y máximo de la temperatura. Tal comportamiento cíclico puede ser reconocido por el estudiante y servir de modelo para describir la variación de la temperatura a lo largo del día. Mediante las experiencias y la abstracción es posible reconocer que en cualquier lugar del planeta tierra este modelo sigue siendo razonable para explicar la variación de la temperatura.

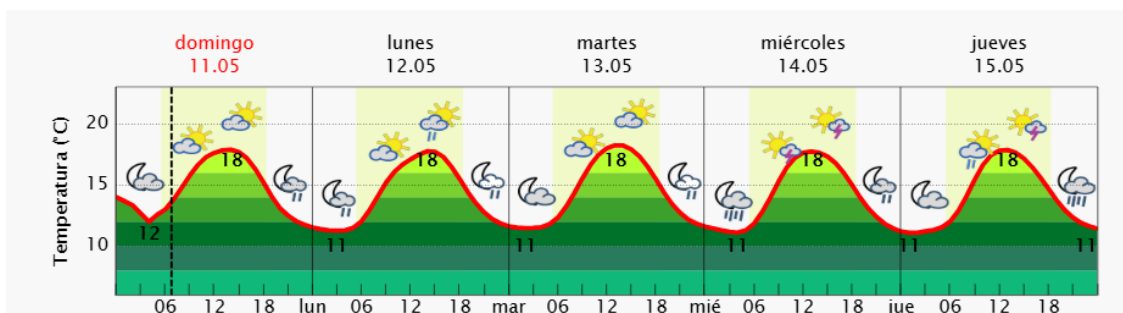
Al respecto, en la Figura 6 se muestra una gráfica en la ciudad de Bogotá para los días 11 al 15 de mayo del año 2025. Considerando una escala amplia, es decir, seis días de la semana se puede reconocer el comportamiento periódico, donde la forma del “ciclo” tiene algunos cambios. Desde el punto de vista didáctico y cognitivo es un escenario donde se puede reconocer como un

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

“modelo” que captura en cierta forma el comportamiento de un fenómeno, donde es posible ajustarlo, mejorarlo o adaptarlo para describir, explicar y predecir al respecto considerando cierto margen de error.

### Figura 6

*Gráfica de la Temperatura de los días 11-15 de mayo de 2025 en Bogotá, Colombia*



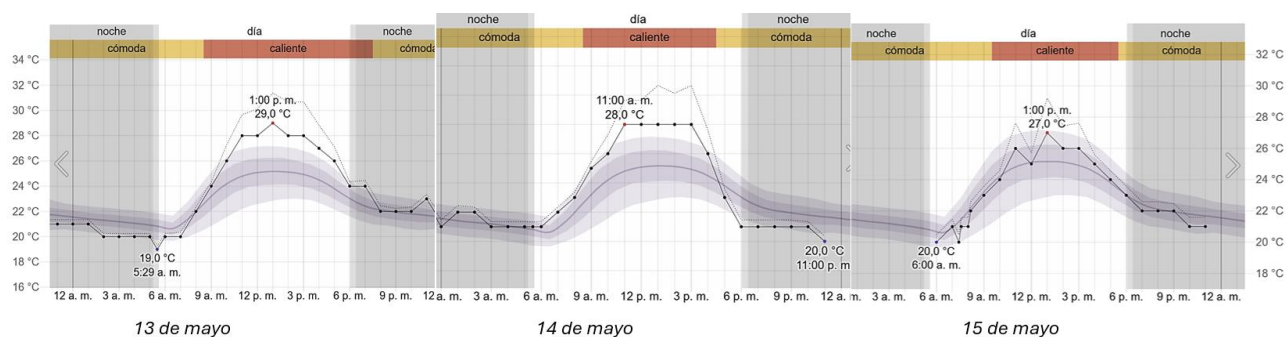
Tomado de [https://www.meteoblue.com/es/tiempo/semana/bogot%C3%A1\\_colombia\\_3688689](https://www.meteoblue.com/es/tiempo/semana/bogot%C3%A1_colombia_3688689).

En la Figura 7 se muestra en una escala más pequeña (con más detalle) la variación de la temperatura en la ciudad de Bucaramanga a partir del registro de datos numéricos puntuales para varios momentos del tiempo durante el día. A partir de los datos numéricos se procede a la elaboración y construcción de una gráfica que recorre los puntos obtenidos de las mediciones puntuales y que sirve como acercamiento a un modelo para la variación de la temperatura al menos inicialmente.

### Figura 7

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

### *Comportamiento de Temperaturas en Bucaramanga 2024 del 13 al 15 de mayo*



Tomado de <https://es.weatherspark.com/h/d/24381/2024/5/13/Tiempo-hist%C3%B3rico-el-lunes-13-de-mayo-de-2024-en-Bucaramanga-Colombia#Figures-Temperature>

El registro de datos en tiempo real sobre el cambio de la temperatura en función del tiempo permite estudiar el fenómeno de predicción de la temperatura a corto plazo (minutos). La modelación a partir de los datos registrados en tiempo real genera la posibilidad de elaborar diferentes representaciones de los datos y en particular hacer regresión entre las dos variables (temperatura y tiempo) para determinar el “Modelo” que describa de forma más razonable y coherente las predicciones del cambio en la temperatura a corto plazo.

La modelación matemática como lo expresa González-Polo y Castañeda (2023) se centra en la aplicación de conceptos matemáticos para entender, explicar y resolver problemas del mundo real. La posibilidad de tomar registro de datos reales mediante la Micro:bit y el sensor DTH22 constituye en una oportunidad para registrar, organizar, tabular datos numéricos que posteriormente pueden ponerse en una gráfica para hacer más visible relaciones entre magnitudes. Zúñiga – López y Crespo del Arco (2015) y Ramírez-Orozco (2022) refieren que el contexto de la meteorología cuenta con la riqueza de magnitudes y mediante el uso de sensores acceder datos reales que favorecen la reflexión, acercamiento y apropiación de conceptos.

Para efectos de la intervención en el aula de clase se consideró realizar mediciones en un intervalo

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

corto del tiempo (20 a 30 minutos) para la temperatura y la humedad relativa usando la Micro:bit y el sensor DTH22 dado el tiempo de implementación en el aula, sin embargo, en la exploración técnica y para el diseño de las tareas se hicieron mediciones a lo largo de un día con una frecuencia de cada 15 minutos (información presentada en tablas). Con los datos numéricos obtenidos estos pueden ser tabulados, graficados y estudiados para asociar un modelo funcional pertinente (lineal, polinomial, etc.) asociado al conjunto de datos numéricos y considerar de manera analítica una predicción (corto plazo) sobre algunas magnitudes.

### ***5.2.2 Representaciones y significados de las funciones***

El diseño metodológico de esta investigación requirió una revisión conceptual en torno al concepto de función, no solo desde una perspectiva formal, sino también desde su significado en contextos de enseñanza y aprendizaje, especialmente en escenarios de modelación realista. Uno de los aspectos fundamentales identificados fue la necesidad de trabajar con múltiples representaciones de las funciones, pues su comprensión no puede limitarse a la manipulación de fórmulas o expresiones algebraicas.

Diversos autores (Serrano, 2020; Leinhardt, Zaslavsky y Stein, 1990; Puig y Monzó, 2013; Ortega y Puig, 2017; González-Polo y Castañeda, 2023) coinciden en que el concepto de función implica una red de significados interrelacionados. Desde los estudios de Duval (2004, 2006) se reconoce que el aprendizaje matemático requiere de la coordinación entre distintos registros de representación, como lo gráfico, lo algebraico, lo numérico y lo verbal, siendo esta conversión entre registros un indicador de comprensión profunda. En este sentido, representar una función no solo significa poder graficarla, sino también interpretar la relación entre variables y asignar sentido a los cambios que se producen en una en función de la otra.

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

Los intereses por el concepto de función han ocupado décadas atrás a los investigadores. Por ejemplo, Leinhardt, Zaslavsky y Stein (1990) enfatizan que la comprensión del concepto de función se consolida cuando los estudiantes reconocen no solo el emparejamiento entre dos conjuntos, sino también la idea de dependencia funcional, es decir, cómo una magnitud varía sistemáticamente con respecto a otra. Este aspecto es clave en contextos de modelación, donde el fenómeno estudiado da lugar a la construcción progresiva de modelos de relación funcional. Desde la modelación matemática, Puig y Monzó (2013) muestra la posibilidad de abordar fenómenos de variación reales que permitan hacer un acercamiento al estudio de las funciones y familias de funciones usando recursos tecnológicos como sensores. para la enseñanza de las funciones es la modelación. Ortega y Puig (2017) muestra una perspectiva emergente para la enseñanza y el aprendizaje del concepto de función mediante la modelación matemática. Sin embargo, el enfoque no está solo en encontrar la solución a un problemas, sino en el proceso de reflexionar, explicar, representar alguna solución. En González-polo Y Castañeda (2023) se muestra desde la situación de caída libre de un balón, el proceso de modelación matemática realizado desde el punto de vista de la EMR e incorporando tecnología. Así, los significados de las funciones deben emerger de situaciones significativas para los estudiantes, es decir, de fenómenos que puedan experimentar, observar y analizar. Por ello, en esta investigación se buscó que los estudiantes construyeran nociones de función a partir de fenómenos meteorológicos como la temperatura y la humedad, de modo que pudieran identificar relaciones de variación, dependencia y covariación, elementos esenciales para la comprensión funcional.

En consecuencia, el diseño de las tareas integró representaciones gráficas, tablas de datos, descripciones verbales y mediaciones tecnológicas, con el fin de favorecer una aproximación significativa y articulada al concepto de función, permitiendo observar cómo los estudiantes

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

transitan entre lo situacional y lo general, y cómo emergen los distintos significados a partir de sus interacciones con los fenómenos modelados.

### 5.3 Fase 2: Diseño de las situaciones de modelación

Esta fase consistió en la construcción pedagógica de las situaciones-problema, materializadas en una secuencia de tareas didácticas. Cada tarea fue diseñada no como un fin en sí mismo, sino como un medio para generar evidencia del proceso de matematización de los estudiantes, en relación con el concepto de función. De esta manera, las tareas diseñadas para la intervención corresponden al instrumento del presente estudio.

Siguiendo las orientaciones de González-Polo y Castañeda (2023), se priorizó el diseño de consignas abiertas que permitieran:

- Emplear razonamientos informales antes que una notación algebraica formal.
- Favorecer la exploración personal y la argumentación colectiva.
- Promover la construcción de significados desde la experiencia cotidiana.
- Integrar múltiples representaciones (verbales, gráficas, numéricas y tecnológicas).

El diseño fue acompañado por un análisis a priori para cada tarea, que incluyó anticipaciones de respuestas esperadas, dificultades probables, tipos de razonamiento posibles y formas de representación que pudieran emerger. Este análisis, que se detalla en los apéndices A al D, orientó la implementación y sirvió de marco de referencia para la posterior interpretación de las evidencias recogidas.

Esta fase resultó clave para alinear los propósitos didácticos con los fenómenos seleccionados en la fase anterior, garantizando una continuidad metodológica entre el análisis fenomenológico inicial, las decisiones de diseño, y los objetivos de caracterización de los niveles

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

de matematización.

Las cuatro tareas diseñadas se organizaron en torno a dos fenómenos meteorológicos principales:

- i) la descripción del cambio de temperatura respecto al tiempo a lo largo de varios días, y
- ii) la predicción a corto plazo (en minutos) de la temperatura en función del tiempo, a partir de datos recolectados en tiempo real.

Más allá de tratarse de cuatro tareas específicas, la propuesta didáctica se centró en el abordaje progresivo de estos dos fenómenos, de modo que cada uno fuera explorado mediante situaciones que propiciaran distintos niveles de matematización: el nivel situacional, el referencial y el general. Así, se buscó promover el desarrollo del concepto de función a través de experiencias auténticas, conectadas con el entorno y mediadas por el uso de tecnología como la BBC Micro:bit.

### ***5.3.1 Técnica de investigación***

La técnica de investigación para el estudio fue la observación participante (Sampieri, 2018). El investigador asumió un rol activo durante la implementación, lo que facilitó la recogida de evidencia cualitativa en tiempo real. El investigador fungía como docente que orientaba la implementación de la enseñanza de acuerdo con las tareas diseñadas (instrumentos de investigación). Para el registro de aspectos clave, se usó una bitácora de investigación, videgrabaciones de fragmentos clave de la intervención y evidencia escrita de las producciones de los estudiantes.

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

### **5.3.2 Instrumentos de investigación y tareas para la enseñanza**

El diseño de cada tarea estuvo precedido por un análisis a priori, que contempló las posibles respuestas esperadas, las estrategias de resolución, los errores conceptuales probables, y la intencionalidad didáctica de cada situación. Este análisis sirvió como marco para anticipar las formas de pensamiento matemático que podrían emerger, así como para orientar la interpretación posterior de las producciones estudiantiles. Una descripción detallada del análisis a priori puede consultarse en los apéndices A al D.

Durante la intervención, se aplicó una secuencia de cuatro tareas centradas en la modelación de fenómenos naturales, como la temperatura y la humedad. Las tareas fueron diseñadas para activar, en diferentes momentos, niveles de matematización situacional, referencial y general, desde un enfoque progresivo que parte del contexto inmediato hacia formas más estructuradas de pensamiento funcional.

### **5.3.3 Fenómeno 1: cambio de la temperatura respecto al tiempo en un intervalo medido en días**

#### **Tarea 1: Representación gráfica de la temperatura según la experiencia**

1. Imagina que llega un turista de otra ciudad y debes contarle cómo suele cambiar la temperatura en Bucaramanga durante la mañana y durante todo el día.

#### **Figura 8**

*Clima en Bucaramanga*

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

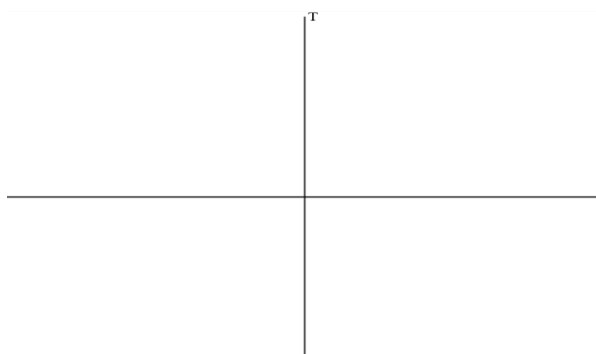


Tomado de Vanguardia Liberal.

Realiza un bosquejo sobre el comportamiento de la temperatura a lo largo del tiempo desde las 6:00 am hasta las 12:00 m. Use el plano cartesiano que se muestra a continuación y describa en palabras cómo cambia la temperatura en el intervalo de tiempo indicado.

### Figura 9

*Plano 1 (Temperatura vs Tiempo para 6 horas)*



b) Ahora en plano cartesiano similar al anterior y entregado por el docente, realice un gráfico para describir la temperatura en el intervalo de tiempo de 6:00 a.m. a 6:00 p.m. Describe a partir del gráfico si considera que hay una dependencia de la temperatura respecto al tiempo.

**Escribe ampliamente sus razones (VER GRÁFICO REALIZADO)**

c). Si hay cambio y variación de la temperatura a lo largo del día, ¿Qué factores considera que afectan la temperatura?

### Sobre el Análisis a Priori de la tarea 1

La primera tarea de la secuencia fue concebida como una situación inicial para activar el

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

conocimiento informal de los estudiantes y propiciar la emergencia de significados funcionales desde su experiencia cotidiana. Desde el enfoque de la EMR, esta tarea se ubica en el nivel situacional de matematización, en tanto que el fenómeno modelado, la variación de la temperatura en el transcurso del día, es familiar, perceptible y anclado en la realidad inmediata del estudiante. En este caso corresponde al fenómeno i). referido en el sección 6.2.

En el análisis a priori se anticiparon diversas formas de representación gráfica, como curvas suavemente crecientes, líneas rectas y trayectorias con tramos de estabilidad o descenso. Estas representaciones, aunque variadas en su estructura, reflejan distintos grados de elaboración conceptual, permitiendo interpretar si los estudiantes construyen un modelo basado en su observación empírica o si reproducen esquemas formales sin conexión con el fenómeno real. La tarea, por tanto, no solo buscó recolectar trazos gráficos, sino también evidencias de los significados funcionales que los estudiantes otorgan a las relaciones de variación y dependencia entre variables.

El enunciado incluyó una solicitud explícita de descripción verbal, lo cual constituyó un componente clave para el análisis. Tal como plantea Duval (2006), la comprensión matemática profunda exige la articulación entre distintos registros de representación; en este caso, la combinación entre lo gráfico y lo verbal permitió prever si los estudiantes establecían una correspondencia significativa entre el tiempo y la temperatura o si su producción respondía a una asociación meramente visual (por ejemplo, asumir que “más calor” implica simplemente una línea que sube). Este contraste entre registros permitió anticipar posibles rupturas semióticas y oportunidades de intervención didáctica.

Finalmente, el análisis a priori permitió identificar también posibles obstáculos en el plano representacional (uso inadecuado de ejes, escalas desproporcionadas, o trazos discontinuos), así

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

como la oportunidad didáctica de resignificar el plano cartesiano como un espacio de interpretación funcional, más allá del uso mecánico de herramientas geométricas. Esta primera tarea, por tanto, fue pensada como una entrada estratégica al proceso de reinención guiada, en la medida en que activa saberes previos, genera un primer modelo de referencia y abre el espacio para el contraste y la reconstrucción colectiva en etapas posteriores. Para mayor descripción del análisis a priori y la intervención en el aula ver **Apéndice A**.

### **Tarea 2: comparando y describiendo la temperatura**

Entregue al docente la gráfica que elaboró en la tarea anterior (la 1b). Luego, el docente le entregará de manera aleatoria, la gráfica realizada por otro compañero.

Con base en su propia gráfica y en la que le fue asignada, realice el siguiente análisis:

1. Responda las preguntas que se presentan a continuación. Escriba ampliamente su respuesta.

a). Describe en palabras la gráfica asignada de un compañero/a. ¿Qué forma tiene la gráfica (puede usar descripciones conocidas por usted)? ¿Cómo cambió la temperatura a lo largo del día? **Justifique su respuesta**

b). ¿En qué se parecen y en qué se diferencian su gráfica con la realizada por el compañero/a? ¿A qué hora del día ocurre la temperatura más alta del día en su gráfica y la realizada por el compañero/a? **Justifique su respuesta**

c). En el gráfico del compañero/a, ¿Puede identificarse una relación entre la temperatura y el tiempo? ¿El valor de la temperatura depende del tiempo? **Justifique su respuesta**

d). ¿Cree que factores como el clima, la hora del día o la ubicación influyeron en las decisiones del compañero/a? ¿Por qué? ¿Cómo se ve eso reflejado en el gráfico?

2. Es momento de participar en la socialización general orientada por el docente. Después

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

de participar en la socialización responde lo siguiente:

a). ¿En qué le aportó la socialización con los compañeros y docente para entender mejor el fenómeno de la temperatura?

b). ¿Qué preguntas le surgen o quedan sin responder?

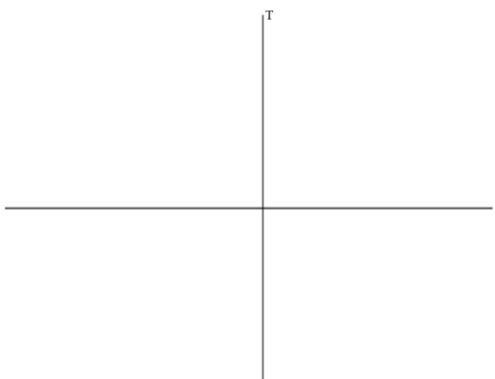
3. Es momento de mirar más allá de un día la variación de la temperatura. *Considere que los factores que causan variaciones a lo largo del día no fueran tan grandes o drásticos*, ¿Cuál sería el gráfico que describe la variación de la temperatura respecto al tiempo durante tres días? Puede marcar con un color diferente el trozo de gráfica para cada día en un plano similar al de la tarea anterior.

a). Realice el gráfico solicitado.

b). Explique a partir del gráfico realizado en el ítem 3<sup>a</sup> si observa un patrón o regularidad en la temperatura en términos del tiempo cuando *los factores que causan variaciones a lo largo del día no son tan grandes o drásticos*. ¿Considera que el gráfico sirve para explicar la variación de la temperatura en relación con el tiempo medido en días?

**Figura 10**

*Plano 2 (Temperatura vs Tiempo para 12 horas)*

**Sobre el Análisis a Priori de la tarea 2**

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

La segunda tarea fue diseñada como un puente didáctico entre la producción individual y la confrontación colectiva, promoviendo el tránsito desde una comprensión situada hacia un proceso de formulación compartida. Desde la perspectiva de la EMR, esta actividad se ubica en el nivel referencial de la matematización del fenómeno i). descrito en la sección 6.2, ya que los estudiantes no solo construyen representaciones, sino que comienzan a tratarlas como objetos susceptibles de análisis, comparación y discusión.

En el análisis a priori se anticipó que la confrontación de gráficas generaría condiciones propicias para el desarrollo de significados funcionales más elaborados. Se esperaba que los estudiantes notaran similitudes y diferencias en la forma, pendiente o puntos críticos de sus representaciones, y que intentaran justificar o cuestionar tales diferencias a partir de sus experiencias o interpretaciones del fenómeno. Esta comparación se concibió como una oportunidad para visibilizar diversos modelos de función emergentes y fomentar procesos de argumentación matemática en torno a las representaciones.

En síntesis, esta tarea no buscó únicamente constatar diferencias entre gráficas, sino **propiciar una reflexión crítica sobre el fenómeno representado y los modelos construidos**, enmarcada en un contexto de interacción social, donde los estudiantes construyen y refinan significados matemáticos a partir del diálogo, la comparación y la negociación de ideas, tal como lo propone la Educación Matemática Realista. Para mayor descripción del análisis a priori y la intervención en el aula ver

**Apéndice B.****5.3.4 Fenómeno ii: predicciones a corto plazo de la temperatura en función del tiempo a partir de datos tomados en tiempo real**

Tarea 3: tomando datos como un meteorólogo

**Dato importante para el meteorólogo**

*Temperatura:* la temperatura es una magnitud relacionada con la rapidez del movimiento de las partículas que constituyen la materia. Cuanta mayor agitación presente éstas, mayor será la temperatura.

1. Un grupo de profesores universitarios ha recolectado datos reales sobre la temperatura en Bucaramanga cada 15 minutos durante un día típico los cuales se muestran a continuación.

**Tabla 1**

*Datos recolectados*

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

Hora	Temperatura (T) en °C	Hora	Temperatura (T) en °C	Hora	Temperatura (T) en °C
2:15 p. m.	21,6	10:15 a. m.	23,6	6:00 a. m.	20,4
2:30 p. m.	24,8	10:30 a. m.	21,6	6:15 a. m.	18,6
2:45 p. m.	21,7	10:45 a. m.	23,8	6:30 a. m.	21,7
3:00 p. m.	24,1	11:00 a. m.	22,6	6:45 a. m.	22,6
3:15 p. m.	24,1	11:15 a. m.	22,9	7:00 a. m.	21,7
3:30 p. m.	22,8	11:30 a. m.	22,3	7:15 a. m.	21,9
3:45 p. m.	22,4	11:45 a. m.	22,3	7:30 a. m.	21,3
4:00 p. m.	22,4	12:00:00 m.	25,5	7:45 a. m.	21,3
4:15 p. m.	24,9	12:15 p. m.	21,6	8:00 a. m.	22,2
4:30 p. m.	23,8	12:30 p. m.	26,8	8:15 a. m.	21,2
4:45 p. m.	24,6	12:45 p. m.	23,9	8:30 a. m.	20,6
5:00 p. m.	22,9	1:00 p. m.	23,4	8:45 a. m.	22,4
5:15 p. m.	22,6	1:15 p. m.	25,1	9:00 a. m.	22,8
5:30 p. m.	22,1	1:30 p. m.	20,4	9:15 a. m.	21,4
5:45 p. m.	21,8	1:45 p. m.	20,1	9:30 a. m.	22,9
6:00 p. m.	19,5	2:00 p. m.	22,7	9:45 a. m.	21,5
				10:00 a. m.	24,1

a). Después de observar los datos reales de temperatura recolectados compare esos datos con la gráfica que había realizado en la tarea 1.b y realice una *estimación* de la información solicitada.

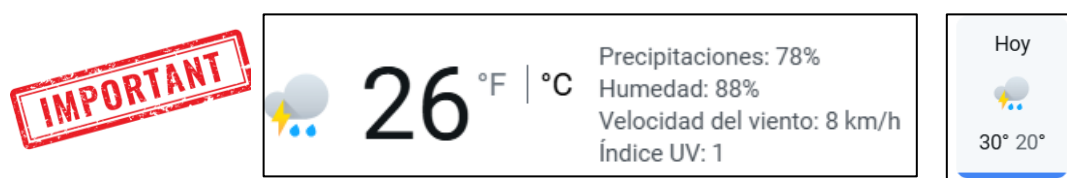
**Tabla 2**

Diseño para tarea mencionada.

Elaboración propia		Datos tomados por profesores universitarios	
Tiempo: 8:20 am	Temperatura:	Tiempo: 8:20 am	Temperatura:
Tiempo: 11:13 am	Temperatura:	Tiempo: 11:13 am	Temperatura:
Tiempo: 1:47 pm	Temperatura:	Tiempo: 1:47 pm	Temperatura:
Tiempo: 3: 56 pm	Temperatura:	Tiempo: 3: 56 pm	Temperatura:

b). Según la información de la tabla de datos, ¿Para cada hora o tiempo existe un único valor de temperatura? ¿En la realidad tiene sentido que la temperatura tome valores diferentes en un mismo instante de tiempo? **Justifique ampliamente su respuesta.**

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

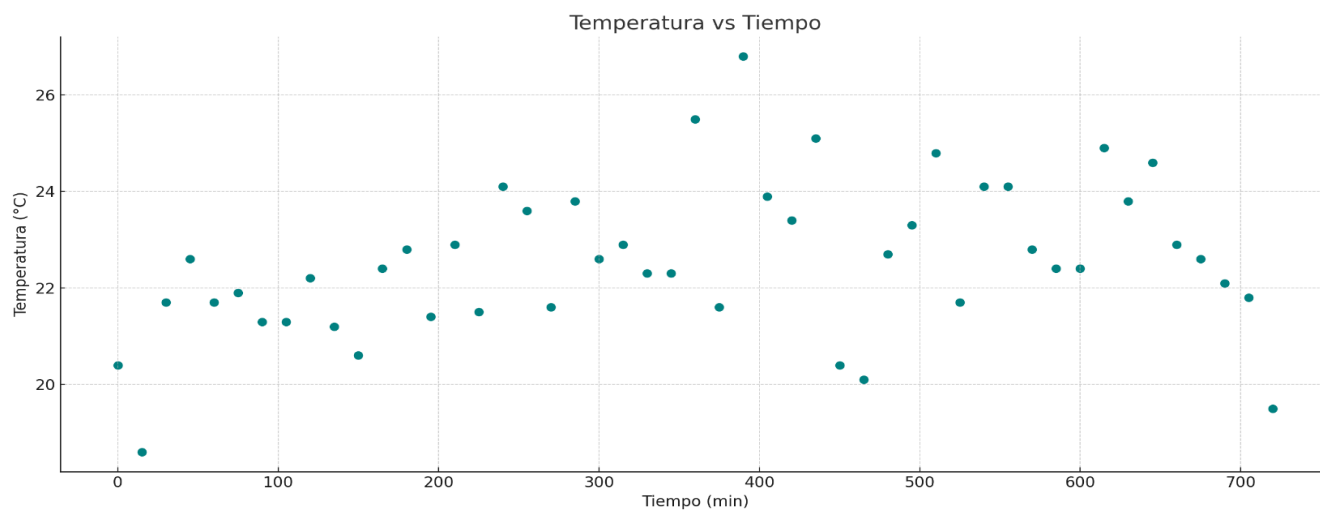


**Nota:** los meteorólogos estudian los valores máximos y mínimos de temperatura a lo largo del día, así como humedad relativa, velocidad del viento, entre otras magnitudes.

c). Observe el siguiente gráfico que corresponde a los datos de la tabla (el tiempo ahora contado en minutos desde las 6:00 AM hasta las 6:00 PM) y responde lo siguiente:

**Figura 11**

*Gráfica de Dispersión de Datos de Tabla 1*



De acuerdo con el gráfico, ¿puede decir que la temperatura ha cambiado drásticamente a lo largo del día? ¿Por qué?

De acuerdo con el gráfico, ¿cuál es la temperatura máxima y mínima en ese día? ¿a qué horas ocurren estos valores?

d). ¿Le parecen razonables esos datos reales considerando su experiencia diaria en Bucaramanga?

e). ¿Cuál es la razón para que el gráfico del ítem c esté conformado por puntos y no un

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

trazo de curvo continuo o no interrumpido



### Función en matemáticas

Una **función** es una relación entre dos magnitudes (o conjunto de elementos) a través de la cual cada cantidad de la primera magnitud (conjunto de salida, llamado **dominio**) se le asigna un **único** elemento o cantidad de la segunda magnitud (conjunto de llegada, llamado **rango**).

En meteorología la temperatura, el tiempo, la humedad, la velocidad del viento, etc. son magnitudes de interés. En el estudio de fenómenos las *variables* se usan para expresar relaciones entre magnitudes. Se puede distinguir variables **dependientes** e **independientes**.

En muchos casos se utilizan las variables  $x$  e  $y$  para denotar  $y = f(x)$ , se lee “ $y$  igual a  $f$  de  $x$ ” donde  $x$  es la variable dependiente e  $y$  la independiente.

3. De acuerdo con las notas anteriores y lo presentado en el punto 1 responde lo siguiente.
- En los datos tomados por los profesores universitarios, ¿cuál es la variable dependiente? ¿cuál es la independiente? ¿por qué su elección? **Justifique**
  - ¿Puede considerarse que la relación mostrada en la tabla y en el gráfico del punto 1 es una función? ¿Por qué?
  - Si la relación entre la temperatura respecto al tiempo es una función, ¿cuál sería el dominio y rango?
  - Si  $T$  refiere a la temperatura y  $t$  al tiempo, al escribir  $T(100)$  se está indicando la temperatura en el minuto 100, lo cual a partir del gráfico es aproximadamente  $21,6\text{ }^{\circ}\text{C}$ , es decir,  $T(100) = 21,6$ . Un rol importante del meteorólogo es estimar y predecir el clima. A partir de la gráfica de 1c realice las siguiente estimaciones:

$$T(650) =$$

$$T(720) =$$

$$T(750) =$$

### Sobre el Análisis a Priori de la tarea 3

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

La tercera tarea introdujo un nuevo nivel de formalización matemática en el proceso de modelación, al requerir que los estudiantes interpretaran y representaran un conjunto de datos reales de temperatura tomados en intervalos regulares a lo largo del día. Esta situación se diseñó intencionalmente para favorecer el tránsito hacia el nivel general de matematización desde la perspectiva de la Educación Matemática Realista, ya que el foco se desplaza de la intuición inicial a la organización e interpretación de datos empíricos mediante herramientas matemáticas.

El análisis a priori permitió anticipar diversas respuestas y dificultades. Se esperaba, por ejemplo, que los estudiantes sobrestimaran las temperaturas al realizar predicciones, especialmente al mediodía y en la tarde, lo que ofrecía una excelente oportunidad para confrontar percepciones con datos reales, y así generar procesos de validación, ajustes y refinamiento de modelos. Esta comparación entre lo esperado y lo medido posibilita trabajar nociones fundamentales como crecimiento y decrecimiento, máximos locales y tasa de cambio, en términos accesibles para los estudiantes de noveno grado.

Asimismo, se contempló que podrían surgir dificultades en el uso correcto del plano cartesiano, la elección de escalas proporcionales, o la lectura adecuada del tiempo, especialmente al convertir minutos desde las 6:00 a.m. en horas del día. Sin embargo, también se anticipó que la organización tabular de los datos serviría de base para identificar regularidades y realizar estimaciones puntuales, como  $T(650)$ ,  $T(720)$  o  $T(750)$ , a partir de tendencias observadas.

Además, se plantearon preguntas orientadas a fortalecer la comprensión de la función como una relación unívoca entre variables, por ejemplo, al analizar si a cada instante le corresponde una única temperatura medida. También se incluyeron elementos para introducir la distinción entre datos discretos y fenómenos continuos, mediante la discusión sobre por qué el gráfico se construye con puntos y no con líneas.

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

En conjunto, esta tarea aportó condiciones para consolidar la noción de función desde situaciones significativas, permitiendo que los estudiantes conectaran su experiencia personal con la medición científica, y desarrollaran habilidades para interpretar, estimar, representar y argumentar con base en datos reales, avanzando hacia formas más estructuradas de pensamiento funcional. Para mayor descripción del análisis a priori y la intervención en el aula ver

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

### Apéndice C.

#### Tarea 4: trabajo de campo como meteorólogo



1. Lee con sus compañeros la siguiente información para meteorólogos.

#### Definiciones previos para los meteorólogos

**Diferencia entre temperatura y sensación térmica:** La temperatura es una medida física objetiva del calor, registrada mediante termómetros o sensores, mientras que la sensación térmica es una percepción subjetiva influida por factores como el viento, la humedad y la radiación. Aunque la temperatura se mide con precisión, la sensación térmica puede variar según las condiciones ambientales.

**Def: humedad relativa:** Es el porcentaje que indica cuán lleno de vapor de agua está el aire con respecto a lo máximo que podría tener según la temperatura.

**Nota:** Para encontrar la sensación térmica los meteorólogos usan estrategias para estimar o encontrar la sensación térmica a partir de datos como: la temperatura, humedad relativa, velocidad del viento, etc.

- a). Lee siguiente información con su grupo para saber las orientaciones y parámetros de la actividad grupal

#### Pauta de trabajo grupal

Organización en grupos de 4 o 5 personas. Cada grupo recibe una caja marcada con una Micro:bit y un sensor DHT22 previamente conectados y configurados.

Antes de iniciar la medición, el docente explica brevemente el funcionamiento básico del sensor y la Micro:bit, incluyendo su sensibilidad y los rangos de temperatura y humedad que puede detectar, además de cómo van a tomar las medidas requeridas.

Asignación los siguientes **roles por grupo:**

**Técnico de medición:** activa el sensor DHT22 y se encarga de observar y anotar las lecturas de temperatura y humedad cada 2 minutos.

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

**Cronometrador:** controla el tiempo con un cronómetro y avisa cuándo debe realizarse cada nueva medición.

**Registrador:** anota cuidadosamente los datos en una tabla preparada en la hoja de trabajo.

**Analistas (1 o 2):** calculan la sensación térmica usando la fórmula dada por el docente o una herramienta de apoyo digital.

### Información sobre los instrumentos

La Micro:bit mostrará los valores en su pantalla para visualizar los datos.

El sensor DHT22 tiene una precisión de  $\pm 0.5$  °C en temperatura y  $\pm 2$  a 5 % en humedad relativa, operando correctamente en el rango de  $-40$  °C a  $80$  °C y 0 % a 100 % de humedad relativa.

En el grupo usan el sensor de temperatura (DHT22) mediando por la micro bit para recolectar datos reales del entorno tanto de temperatura como de humedad cada 2 minutos durante media hora (30 minutos). Luego deben registrar los datos en una tabla y analizar los resultados.

**Importante:** El sensor estará encendido de forma continua durante los 30 minutos de la actividad para asegurar la estabilidad de las mediciones. No se debe apagar ni desconectar el dispositivo durante este tiempo.

b). Revise la siguiente nota para meteorólogos necesaria para completar la tabla. Es necesario que tenga presente que se va a despreocupar la velocidad del viento y otras variables para estimar la sensación térmica. Es decir, como meteorólogos van a considerar solo los valores de **Temperatura y Humedad relativa**.

Cuando la **temperatura**  $\geq 18$  °C y la **humedad relativa**  $\geq 40\%$ , se puede usar esta fórmula simplificada:

$$ST = T + 0.1H - 5$$

Donde ST: Sensación Térmica      T: Temperatura      H: Humedad Relativa

2. Ejecute los roles del punto 2 y complete la tabla como grupo.

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

**Tabla 3**

*Diseño para tarea mencionada*

Tiempo	Temperatura	Humedad	Sensación Térmica

3. Responde las siguientes preguntas a partir de la tabla.

a). ¿Para qué tiempo la sensación térmica es la más alta?

b). ¿Para qué tiempo la sensación térmica es la más baja?

**Figura 12**

Plano 3 (Sensación Térmica vs Tiempo)



c). De acuerdo con la información de la tabla, ¿Cuál podría ser una buena predicción de la sensación térmica al minuto 40? **Justifique**

4. Realiza un boceto de la gráfica de la sensación térmica respecto al tiempo (primera columna y última columna de la tabla anterior). Intenta dibujar una curva que mejor se aproxime a los datos y describa la relación entre las variables  $t$  y  $ST$ .

a). ¿La relación entre la sensación térmica y el tiempo es una función? **Justifique**

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

b). ¿Considera que la curva de aproximación ayuda a explicar y predecir que sucede con la sensación térmica según un valor de tiempo determinado? **Justique**

5. Si como equipo de meteorólogos deciden fijar la Temperatura en  $25^{\circ}$  y variar la humedad desde 50% a 80% tomando valores de 5 en 5 para usar la relación  $ST = T + 0.1H - 5$ . Completa la tabla y realiza el gráfico correspondiente

¿Qué comportamiento tiene la gráfica de la sensación térmica respecto a la humedad relativa?

**Tabla 4**

*Diseño para la Tarea 4 Ejercicio 5*

Humedad	Sensación Térmica
50	
55	
60	
65	
70	
75	
80	

**Figura 13**

Plano 4 (Sensación Térmica vs Humedad Relativa)



**Sobre el Análisis a Priori de la Tarea 4**

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

La cuarta tarea fue diseñada como cierre de la secuencia didáctica, con el propósito de promover la modelación matemática de un fenómeno real a partir de la recolección, organización y análisis de datos contextuales. En esta actividad, los estudiantes debían registrar temperatura y humedad cada dos minutos, aplicar una fórmula dada para calcular la sensación térmica ( $ST = T + 0.1H - 5$ ), y representar gráficamente las relaciones entre estas variables. Desde la perspectiva de la EMR, esta tarea apuntaba al nivel general y formal de matematización, al involucrar la construcción de modelos funcionales a partir de datos empíricos obtenidos por los propios estudiantes.

El análisis a priori anticipó que la manipulación de sensores, el uso del Micro:bit y el trabajo colaborativo para registrar y organizar datos favorecerían un vínculo estrecho entre la experiencia concreta y su representación matemática. Se esperaba que los estudiantes reconocieran comportamientos como aumentos graduales, cambios puntuales por factores ambientales, y relaciones proporcionales entre humedad y sensación térmica. También se consideraron dificultades posibles como errores de cálculo, confusión entre variables o fallas al construir gráficas con escalas adecuadas.

Un componente clave anticipado fue la incorporación de GeoGebra como herramienta de apoyo para la representación y análisis de los datos. A través del uso de esta aplicación, se buscó que los estudiantes exploraran ajustes por regresión lineal en la relación entre tiempo vs temperatura, humedad y sensación térmica, o entre tiempo y sensación térmica. Esta experiencia fue concebida como una oportunidad para que los estudiantes observaran que las funciones ajustadas no solo permiten visualizar el comportamiento observado, sino que además pueden utilizarse como modelos que explican y predicen fenómenos reales.

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

En ese sentido, la tarea fortaleció la comprensión de la función no como una fórmula aislada, sino como una herramienta matemática que permite describir, interpretar y comunicar relaciones entre variables. Las producciones esperadas incluían representaciones tabulares, gráficas manuales, gráficos generados en GeoGebra y explicaciones verbales con base en los datos. Se esperaba que algunos estudiantes comenzaran a establecer relaciones más formales entre el comportamiento del fenómeno y el modelo generado, por ejemplo, al interpretar la pendiente de una regresión o identificar el efecto de la humedad en la sensación térmica, incluso si no se expresaban en términos técnicos.

En conjunto, esta tarea integró registros múltiples (verbal, tabular, gráfico y algebraico) y permitió observar niveles de argumentación que conectaban los datos recolectados con experiencias cotidianas, consolidando progresivamente la noción de función como modelo contextualizado. Desde la EMR, esto representa un avance hacia formas más estructuradas y significativas de pensamiento funcional. Para mayor descripción del análisis a priori y la intervención en el aula ver

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

### **Apéndice D.**

#### **Fase 3: Implementación las situaciones de modelación y recolección de datos**

El desarrollo de la implementación se dio en las instalaciones de la institución educativa Dámaso Zapata, la cual a la fecha de la implementación cuenta con un convenio con la Universidad Industrial de Santander para el desarrollo de actividades de práctica docente e investigación. Tras el proceso de administrativo de la autorización se procedió a seleccionar un grupo de noveno grado según la disponibilidad del investigador en el horario de las clases de matemáticas. Posteriormente, se diligenciaron los consentimientos informados por parte del acudiente correspondiente y el asentimiento por parte de cada estudiante con el cual autorizaban la participación en el estudio y el acceso a la producción escrita y verbal de las diferentes sesiones de clase.

Para el desarrollo de la implementación se garantizó el uso de las BBC Micro:bits y el sensor DTH22, así como el uso de una sala de cómputo para poder usar GeoGebra en la exploración y tratamiento de los datos recolectados.

El tiempo de implementación fue 4 sesiones de 2 horas cada una. La propuesta de la implementación involucró proponer el rol de meteorólogos a los estudiantes de tal manera que a lo largo de las sesiones pudieran simularan algunas actividades que realizan estos científicos. La implementación estuvo dirigida por el investigador del estudio y acompañada por la docente del aula, adicionalmente una auxiliar de investigación que soportaba principalmente la documentación en fotografías y videograbaciones en el desarrollo de la implementación.

La metodología para la implementación de la enseñanza considero momentos como: presentación de la tarea por parte del investigador, trabajo individual o en pequeños grupos, discusión en pequeños grupos y retroalimentación general. La implementación permitió la

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

elaboración de gráficas a lápiz y papel de acuerdo con los conocimientos previos del estudiante, la identificación de relaciones y características matemáticas, la recolección de datos reales con el sensor, representaciones gráficas de modelos y la exploración y validación usando el software GeoGebra

Por otra parte, entendiendo que la técnica para el presente estudio es la observación participante (Sampieri, 2018), para la recolección de los datos provenientes de las producciones escritas y verbales de los estudiantes se consideró lo siguiente:

**Producciones escritas:** Las hojas de trabajo desarrolladas por los estudiantes fueron el principal insumo para observar sus representaciones gráficas, explicaciones verbales y comparaciones entre modelos. Estas producciones permitieron identificar tanto las estrategias individuales como las dificultades frecuentes en el manejo de ejes, escalas y correspondencia gráfica.

**Registros audiovisuales:** Se realizaron grabaciones durante los momentos de socialización, discusión entre pares y exposición oral, lo que permitió captar elementos discursivos relevantes como reformulaciones, acuerdos, dudas y validaciones colectivas.

**Registros digitales:** Durante la segunda sección, los estudiantes emplearon el sensor DHT22 acoplado a la placa BBC Micro:bit para recolectar datos reales de temperatura y humedad en tiempo real. Esta actividad permitió la construcción de tablas organizadas manualmente por los estudiantes, en las que registraron sistemáticamente los valores obtenidos. Una vez organizada la información, se procedió a su traslado al entorno GeoGebra, donde los estudiantes exploraron distintos modelos de ajuste a partir de sus datos.

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

Este proceso de recolección, organización y análisis digital evidenció un tránsito importante en el tratamiento del fenómeno: desde la observación empírica hasta la representación funcional formal. La construcción de tablas permitió a los estudiantes reconocer regularidades, mientras que el uso de GeoGebra favoreció la exploración gráfica y la comparación entre modelos, consolidando así la noción de función como relación estructurada entre variables. Esta fase también permitió observar cómo los estudiantes comenzaban a atribuir significado a los datos, seleccionando modelos que se ajustaban a sus registros y validándolos desde un enfoque exploratorio e inductivo, tal como lo propone la EMR en sus procesos de matematización progresiva.

### **5.4 Fase 4: Análisis de los datos y reporte escrito**

Esta fase correspondió al momento de organización, sistematización e interpretación de las evidencias recolectadas durante la implementación de la secuencia didáctica. El propósito principal fue caracterizar los procesos de matematización progresiva activados en los estudiantes en el marco de fenómenos reales, a través del lente de la EMR. El análisis se enfocó en identificar y describir los niveles de matematización movilizados en las tareas propuestas: situacional, referencial, general y formal.

El abordaje metodológico no se centró en un análisis por casos individuales, sino que se realizó de manera transversal, a partir de la revisión integral de los aportes realizados indistintamente por todos los estudiantes. Las producciones gráficas, tabulares, verbales y digitales constituyeron unidades de análisis, al representar expresiones del pensamiento matemático emergente frente a las situaciones de modelación propuestas.

El proceso de análisis comenzó con la organización de los datos por tareas, permitiendo rastrear el desarrollo de los aprendizajes a lo largo de la secuencia. Posteriormente, se llevó a cabo

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

una codificación cualitativa guiada por categorías teóricas de los niveles de matematización propuestos por la EMR en diálogo con las representaciones y elementos de la función.

La triangulación de evidencias fue clave en este proceso. Se cruzaron las producciones escritas de los estudiantes con las grabaciones de las sesiones, las verbalizaciones espontáneas, y los archivos generados en GeoGebra, a fin de reforzar la validez interpretativa y capturar la complejidad del proceso de construcción de significados funcionales.

El análisis se articuló directamente con los análisis a priori elaborados durante la fase de diseño. Esta comparación permitió valorar en qué medida las anticipaciones teóricas se materializaron en las respuestas estudiantiles, y cómo los estudiantes respondieron ante los fenómenos propuestos, resignificando conceptos como variación, dependencia, y función.

Los hallazgos fueron organizados y reportados según los niveles de matematización definidos en el marco teórico, lo cual permitió establecer una lectura progresiva del desarrollo conceptual alcanzado por los estudiantes. Esta organización no solo facilitó la interpretación de los datos, sino que también permitió identificar momentos clave de tránsito entre niveles, así como obstáculos recurrentes y oportunidades didácticas emergentes.

Los detalles específicos del diseño de cada tarea, las orientaciones metodológicas, y los análisis a priori se encuentran sistematizados en los anexos, donde se puede consultar la secuencia completa con sus respectivos fundamentos.

## 6. ANÁLISIS DE DATOS

Este capítulo presenta el análisis del tránsito de los estudiantes por los niveles de matematización propuestos por la EMR para los fenómenos considerados en el estudio: (1) cambio de la temperatura en Bucaramanga a lo largo del día o varios días y (2) la predicción de la temperatura con base en datos recolectados en tiempo real mediante sensores y el uso de la

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

Micro:bit. En este análisis se reconoce cómo, a partir de experiencias significativas, los estudiantes comienzan a identificar relaciones entre variables, representar gráficamente situaciones y establecer correspondencias, pasando de una comprensión intuitiva y cotidiana (nivel situacional) hacia una más estructurada, en la que emergen modelos gráficos y descripciones funcionales. Las evidencias se organizan en función de estos dos fenómenos, analizando tanto las producciones escritas, gráficas como los diálogos y verbalizaciones generadas a lo largo de la intervención por los estudiantes.

### **6.1 Fenómeno 1: cambio de la temperatura respecto al tiempo en un intervalo medido en días**

El primer fenómeno abordado en la secuencia didáctica consistió en la representación de la variación de la temperatura en Bucaramanga durante el transcurso de un día, en el intervalo de 6:00 a.m. a 12:00 m. Este fenómeno fue diseñado como una puerta de entrada al concepto de función, permitiendo que los estudiantes se aproximaran desde experiencias vivenciales y cotidianas al análisis gráfico de la relación entre dos magnitudes: tiempo y temperatura. El carácter reconocible del contexto climático local facilitó que los estudiantes activaran conocimientos previos y estructuras intuitivas, dando lugar a formas variadas de representación, estimación y argumentación sobre el comportamiento térmico diario.

#### **6.1.1 Nivel situacional**

En el diseño de la intervención de acuerdo con los instrumentos diseñados se propuso a los estudiantes el rol de meteorólogos para asumir una serie de tareas o retos propuestos. En la Tarea 1 el ítem a) como se muestra en la Figura 9 los estudiantes deben describir la temperatura de la ciudad de Bucaramanga en el intervalo de 6:00 am a 12:00 m.

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

### Figura 14.

#### Ítem a) Tarea 1 para la Intervención

a) Realiza un bosquejo sobre el comportamiento de la temperatura a lo largo del tiempo desde las 6:00 am hasta las 12:00 m. Use el plano cartesiano que se muestra a continuación y describa en palabras cómo cambia la temperatura en el intervalo de tiempo indicado.

En la primera intervención en el aula, en lo correspondiente a la Tarea 1 se proponía un trabajo individual. Sin embargo, algunos estudiantes dialogaron entre sí y otros con la auxiliar de la investigación sobre la solicitud de la tarea.

A continuación, se muestra un diálogo entre dos estudiantes, Marcos y Felipe. En particular Felipe parece sentirse abrumado por no reconocer experiencias con la temperatura o estar inseguro y decide buscar la aprobación de su compañero Marcos.

*Felipe: [...] Usted que se la pasa mirando la temperatura debe saber.*

*Marcos: [acentúa con la cabeza en señal de que sí y procede a mirar su celular para ver la hora].*

*Felipe: [...] de 7 a 8 ¿no sube mucho? [Se refiere al comportamiento de la gráfica]*

*Marcos: Pero 23°C no es frío.*

*Felipe: Ajá entonces qué, ahí iría ¿26? [señalando justo a las 8 am en la hoja de su compañero].*

*Marcos: Es que una cosa es la temperatura y otra es la sensación térmica.*

*Felipe: No sé qué es la sensación térmica.*

*Marcos: O sea en la gráfica puede salir que es 23°C, pero en realidad la sensación térmica es más o es menos. Por eso yo a las 7:00 am le pongo 25°C porque no cambia tanto, donde sí puede cambiar más es a las 8:00 am que puede ser de 28°C.*

*Felipe: [Le señala la gráfica a su compañero y le pregunta] ¿Entre más horas, usted más*

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

*la sube?*

*Marcos: Es lógico, en la mañana hace más frío.*

*Felipe: Por eso, pero si a las 6:00 am hace 23°C que se supone que hace más frío, entonces ¿25°C es que hace más o menos frío?*

*Marcos: Es que hace más calor*

En el segmento de diálogo anterior entre Felipe y Marcos se puede reconocer cómo las experiencias y vivencias de cada estudiante en actividades curriculares como extracurriculares configuran e inciden en el abordaje de las tareas. Felipe posiblemente ha tenido pocas experiencias con la temperatura para reconocer o distinguir por ejemplo si en 25°C es más frío o más caliente que 23°C; al menos juzgando por el valor de la temperatura. En la conversación con Marcos, Felipe recibe una ilustración para empezar a reconocer la diferencia entre temperatura y sensación térmica; fenómenos que Marcos parece discriminar y reconocer. En el diálogo, los dos estudiantes reconocen que en el intervalo de 6:00 am a 12:00 m hay variaciones de la temperatura respecto del tiempo; cambios pequeños y otros más pronunciados. Tal como se consideró en el análisis a priori, se esperaba que las interacciones y respuestas de los estudiantes fueran vinculadas con sus vivencias y experiencias personales.

**6.1.1.1 Representación gráfica de la temperatura respecto al tiempo: primeros acercamientos.** Más adelante en el desarrollo de la primera sesión de la implementación de clase, Felipe y Marcos continúan buscando conversar y agregan a Filomena. En el dialogo que buscan sostener tratan de acordar la manera en que se va a describir la gráfica en el plano cartesiano, si se va a colocar en el primer cuadrante solamente o si va a involucrar otros cuadrantes.

A continuación, un fragmento del diálogo entre Marcos, Felipe y Filomena.

*Marcos: [...] Sí, pero la gráfica va solamente acá [y señala el primer cuadrante]. ¿Pero,*

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

esto? [Señala la parte derecha del eje horizontal].

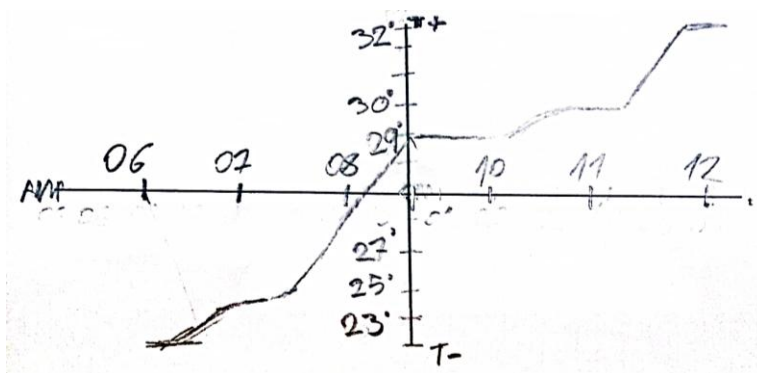
Felipe: A las 12 [Señala la parte correspondiente de la gráfica, la cual es el pico más alto y dado que son cerca de las 12:00 m le dice a su compañero] ¿O sea que está haciendo frío ahorita?

Marcos: Sí [y se ríe].

Filomena: Esto es calor y esto es frío [lo dice mientras señala la parte derecha del eje horizontal y la parte izquierda respectivamente].

### Figura 15

Gráfica de Marcos para resolver la Tarea 1 ítem a)



Descripción gráfica sobre el comportamiento la temperatura de 6:00 am a 12:00 m según Marcos, para la tarea 1 ítem a)

En la Figura 15 Marcos propone una distribución del tiempo y la temperatura no centrada en el origen;  $(0, 0)$ . Posiblemente por experiencias previas usando el plano cartesiano con gráficas que consideran todos los cuadrantes. De acuerdo con el diálogo anterior y la Figura 15, esta permite a Marcos y Filomena expresar sus pensamientos para responder a la tarea y orientar a Felipe, quien tiene dudas sobre los valores de referencia para la temperatura en Bucaramanga y la manera de usar el plano cartesiano. En la Figura 15 y de acuerdo con el dialogo entre Marcos, Felipe y Filomena, en particular en los señalamientos que hace Filomena parece considerar como caliente

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

o frío para centrar la gráfica en el plano cartesiano en un punto donde la temperatura respecto al tiempo parece ser “neutro” a su percepción o contexto. Por lo tanto, el uso del plano cartesiano para realizar la representación gráfica de la temperatura involucra una concepción de temperatura “neutra” para los estudiantes, es decir, no percibida como frío o calor. De esta manera la gráfica, propuesta por Marcos es un trazo continuo, con intervalos donde la temperatura principalmente es creciente desde las 6:00 am a las 12:00 m con algunos intervalos “casi” constantes.

La Tarea 1 en el ítem a). puso en evidencia diferentes formas de usar y considerar el plano cartesiano para representar la variación de la temperatura respecto al tiempo. Desde el diseño fenomenológico se consideró motivar la representación gráfica del concepto de función y dado que los estudiantes podrían tener diversos acercamientos de acuerdo con su conocimiento y experiencia con el plano cartesiano. Además, porque demanda a los estudiantes considerar la relación de correspondencia entre dos magnitudes de forma concreta.

Mientras los estudiantes trabajan en la Tarea 1, la auxiliar observa el trabajo de Daniela y le pregunta acerca de cuál cree que sea la temperatura en la ciudad de Bucaramanga a las 12:00 m. A partir de esto se da el siguiente diálogo.

*Daniela: [...] pues más o menos está como en 30°C porque qué días estaba en 31°C, pero en Bucaramanga la temperatura se mantiene entre 25 y 28°C, cuando hace mucho calor llega a 30°C [...] Pues yo creo que a las 6 de la mañana la temperatura está en 24°C o 21°C más o menos, porque en Bucaramanga pues esta partecita es más o menos fresca o sea es como así [procede a dibujar una curva creciente]*

*Auxiliar: ¿Y por qué haces la subida así? [le señala que es una recta casi vertical].*

*Daniela: [Reflexiona ante la pregunta y procede a hacer unos pequeños ajustes, para que la pendiente de la recta no sea muy grande].*

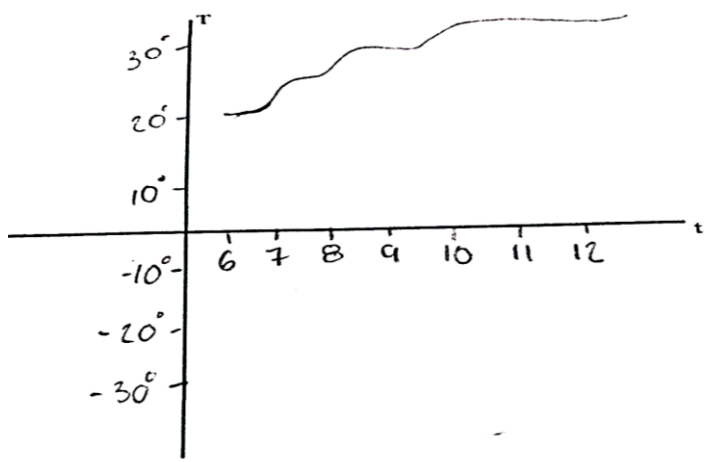
## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

*Auxiliar: [Le señala las 6 am, y le pregunta] ¿Por qué ahí empiezas desde cero?*

*Daniela: [Se da cuenta de que debe hacer corresponder el trazo de la gráfica con la escala horizontal y procede a hacer el ajuste correspondiente].*

### Figura 16

*Gráfica de Daniela para mediodía*



Descripción gráfica sobre el comportamiento la temperatura de 6:00 am a 12:00 m según Daniela, para la tarea 1 ítem a)

Considerando el diálogo entre la auxiliar y Daniela podemos identificar nuevamente, que las experiencias del contexto en los estudiantes les otorgan un intervalo de valores estimados para la temperatura en el tiempo indicado. Al intentar describir el cambio en un trazo continuo podemos reconocer en Daniela momentos de reflexión motivados por la auxiliar con relación al incremento de la temperatura. La correspondencia entre los valores del eje horizontal relativos al tiempo en principio parece ser descuidados al hacer el boceto de la gráfica de la temperatura, sin embargo, mediante la intermediación de la auxiliar y la reflexión, Daniela puede ser más consciente de la relación de correspondencia entre la magnitudes, en particular, en la configuración de pares ordenadas donde a cada valor de tiempo se le asocia el valor estimado de la temperatura. Esta

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

actividad en la elaboración de la gráfica suscitada de la tarea 1 es un aspecto fundamental en el aprendizaje del concepto de función.

Durante el desarrollo de la primera sesión, se evidenciaron diferentes formas en que los estudiantes abordaron la tarea de representar gráficamente la variación de la temperatura en Bucaramanga entre las 6:00 a.m. y las 12:00 m. En el caso de Marcos, Felipe y Filomena, el diálogo sostenido entre ellos giró en torno a cómo ubicar la gráfica en el plano cartesiano: si debía limitarse al primer cuadrante o si debía extenderse a otros cuadrantes. Esta discusión revela que los estudiantes no solo estaban preocupados por cumplir con una consigna, sino que negociaban sentidos matemáticos relacionados con la organización del espacio gráfico y la correspondencia entre las magnitudes involucradas.

La Figura 15, correspondiente a la gráfica de Marcos, refleja una interpretación que no se centra en el origen del plano cartesiano. Esta decisión puede relacionarse con experiencias previas donde el uso del plano se da en contextos más formales o geométricos, donde se emplean los cuatro cuadrantes, o bien con una interpretación perceptual del “frío” y el “calor”, como lo verbaliza Filomena al señalar distintas zonas del eje horizontal como si fueran zonas térmicas. En este sentido, puede inferirse que el plano cartesiano es, para los estudiantes, un medio simbólico que negocian desde su experiencia vivida. Esto es coherente con lo que la EMR describe como nivel situacional, donde los estudiantes actúan desde su intuición, conocimiento del contexto, y sentido común, sin aún estabilizar conceptos o representaciones matemáticas formales.

Por su parte, en el caso de Daniela (Figura 16), se evidencia un proceso interesante de ajuste progresivo mediante la reflexión guiada. Al inicio, Daniela traza una gráfica que comienza en cero y presenta una subida abrupta. A partir del diálogo con la auxiliar, se suscita una revisión crítica de su representación, lo cual la lleva a realizar ajustes tanto en la pendiente como en la

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

relación entre ejes. La conversación permite observar cómo el apoyo externo (en este caso la intervención de la auxiliar) funciona como un elemento de mediación didáctica, que facilita la transición del estudiante hacia una mayor conciencia sobre la relación de correspondencia entre tiempo y temperatura.

En ambos casos, el trazo de Marcos y la revisión de Daniela, se observa cómo la tarea activa en los estudiantes una movilización de saberes ligados a su experiencia contextual (el clima de Bucaramanga), y cómo esos saberes son reorganizados mediante la tarea gráfica. Este proceso constituye el núcleo del nivel situacional de la matematización, el cual, según Treffers (1987), es el punto de partida para que los estudiantes conecten sus comprensiones informales con representaciones matemáticas más estructuradas.

La representación gráfica construida encarna una forma de pensar el fenómeno y de atribuirle sentido. Así, el plano cartesiano se convierte en un espacio donde los estudiantes negocian significados, se preguntan por escalas, referentes térmicos, continuidad y cambios. Este tipo de producción, lejos de ser un simple boceto, refleja una forma de matematización temprana, valiosa para comprender cómo los estudiantes comienzan a atribuir sentido funcional a fenómenos cotidianos.

**6.1.1.2 Primeros acercamientos a la dependencia de magnitudes para el concepto de función.** Además de los trazos gráficos, los estudiantes respondieron a ítems que los invitaban a reflexionar sobre qué factores afectan la temperatura. La Figura 17 muestra la respuesta escrita de Daniela a los ítems b) y c) de la Tarea 1. En ella se mencionan elementos como la presencia del sol, la hora del día y la contaminación como determinantes del comportamiento térmico. A partir de la producción en la Figura 17 se puede afirmar que la estudiante reconoce, de manera general, que hay una variación térmica a lo largo del día. En la respuesta escrita se lee: “Sí hay diferencia

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

y el clima aumenta al pasar de las horas, pero también disminuye. Ha bajado la noche”.

### Figura 17

*Respuestas de Daniela*

b) Ahora en plano cartesiano similar al anterior y entregado por el docente, realice un gráfico para describir la temperatura en el intervalo de tiempo de 6:00 a.m. a 6:00 p.m. Describe a partir del gráfico si considera que hay una dependencia de la temperatura respecto al tiempo. **Escribe ampliamente sus razones (VER GRÁFICO REALIZADO)**

*Si hay diferencia y el clima aumenta al pasar de las horas pero también disminuye después de la noche*

---

c). Si hay cambio y variación de la temperatura a lo largo del día, ¿Qué factores considera que afectan la temperatura?

*Yo diría que el sol empieza a salir y por la contaminación*

Análisis de los factores que condicionan la temperatura para la Tarea 1 ítems b) y c).

Aunque el enunciado invita a justificar con base en el gráfico, no se observa una referencia directa a elementos gráficos como intervalos, puntos específicos o comportamientos de crecimiento o decrecimiento en tramos definidos. La afirmación es ambigua en cuanto al intervalo de análisis, pues menciona “la noche”, lo que sugiere que su razonamiento trasciende el intervalo planteado en la tarea, lo que puede indicar que el estudiante aún no delimita con claridad los márgenes temporales del fenómeno modelado.

Este tipo de respuesta evidencia que la estudiante asocia el fenómeno con su experiencia cotidiana, más que con la información específica del gráfico elaborado. El lenguaje utilizado no remite a relaciones cuantitativas ni a estructuras funcionales, sino a cambios percibidos desde la vivencia: el calor en el día, el frío en la noche. Este fenómeno es común en las fases iniciales de un proceso de modelación, cuando el estudiante proyecta sus saberes informales sobre la representación, pero sin establecer una correspondencia precisa entre magnitudes.

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

Además, en la respuesta a la pregunta sobre los factores que afectan la temperatura, se menciona: “Yo diría que el sol empieza a salir y por la contaminación.” Aunque esta afirmación muestra una intuición válida, basada en la experiencia, aún no hay un vínculo explícito entre esos factores y el comportamiento gráfico. No se menciona en qué momento del día aparece el sol ni cómo se relaciona eso con un posible crecimiento térmico; tampoco se identifica de qué forma la contaminación podría alterar la curva de temperatura. Es decir, el estudiante reconoce influencias externas, pero no las integra en un modelo funcional explícito.

Desde el enfoque de la EMR, esta producción se sitúa en el nivel situacional. El fenómeno de la temperatura sigue siendo interpretado desde la cotidianidad del estudiante, sin que se observe un uso estructurado del gráfico como modelo. Aunque se ha elaborado una representación en el plano cartesiano, no hay evidencia de que esta haya servido como herramienta para inferir relaciones matemáticas. El gráfico parece funcionar más como una formalidad exigida por la tarea que como un medio de organización conceptual.

La Figura 17, entonces, no representa un modelo ajustado ni una evidencia de interpretación gráfica coherente con la noción de función. Refleja más bien una fase temprana, en la que el estudiante empieza a articular su experiencia con representaciones matemáticas, pero sin lograr aún estructurar un modelo funcional. Es precisamente desde este tipo de producciones que se hace visible la importancia del proceso de matematización progresiva, en el cual el lenguaje, la gráfica y la experiencia deben comenzar a articularse para dar lugar a estructuras más potentes de análisis.

Estas respuestas evidencian un primer acercamiento al concepto de dependencia funcional entre dos magnitudes: tiempo y temperatura. Aunque no se utiliza terminología formal, la afirmación de que “aumenta al pasar de las horas” sugiere una percepción de correspondencia

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

sistemática. En este nivel situacional, se reconoce que algo cambia en relación con otra cosa, aunque sin generalización ni simbolización matemática. Es lo que Duval (2006) llamaría una comprensión preoperatoria: los estudiantes no manipulan símbolos, pero detectan patrones de cambio.

Otros estudiantes, como Leidy, también aportaron expresiones clave que muestran esa emergencia del significado funcional.

### Figura 18

*Respuesta de Leidy sobre Observaciones Puntuales*

<p>b) Ahora en plano cartesiano similar al anterior y entregado por el docente, realice un gráfico para describir la temperatura en el intervalo de tiempo de 6:00 a.m. a 6:00 p.m. Describe a partir del gráfico si considera que hay una dependencia de la temperatura respecto al tiempo. <b>Escribe ampliamente sus razones (VER GRÁFICO REALIZADO)</b></p>
<p>La temperatura ascende hasta mediodía y se mantiene así hasta las 2 de la tarde, luego comienza a descender.</p>
<p>La temperatura depende de la hora ya que dependiendo de qué hora sea, sube o baja.</p>

Análisis de Leidy sobre su gráfica de 6 am a 6 pm vs la de otro compañero, para la tarea 2 punto 1 ítem b).

En una comparación entre su gráfica y la de un compañero, Leidy de acuerdo con la Figura 18 reflejan una comprensión que va más allá de la descripción empírica del clima. Leidy segmenta la variación térmica en tres fases diferenciadas: ascenso, estabilidad y descenso. Esta segmentación es un indicio de que la estudiante no solo percibe un cambio, sino que lo estructura como un patrón, lo que constituye un paso fundamental en el tránsito del nivel situacional al referencial.

Especial atención merece la expresión “la temperatura depende de la hora”, ya que implica que Leidy está asociando explícitamente dos variables. Esta idea de dependencia (aunque expresada en lenguaje natural) revela la emergencia de un significado funcional, en el que una

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

magnitud se interpreta como consecuencia de la otra. Este tipo de verbalizaciones son clave para evidenciar la construcción progresiva del concepto de función en el marco de la EMR.

Desde el punto de vista cognitivo, esta producción muestra que la estudiante ha comenzado a desarrollar una visión relacional del fenómeno, y que es capaz de describirlo no solo desde la experiencia vivida, sino desde una lógica de variación organizada. Aunque todavía no ha contrastado sus ideas con datos empíricos reales, la forma en que verbaliza su razonamiento anticipa categorías que relevantes en la interpretación de mediciones más adelante en la secuencia, cuando se integren los instrumentos tecnológicos.

Así, si bien esta evidencia corresponde a una fase previa a la implementación de la Micro:bit y el sensor DHT22, se puede considerar que constituye un pivote conceptual, ya que establece las bases cognitivas y semióticas para que el estudiante pueda, en etapas posteriores, interpretar registros reales y establecer modelos más formales de dependencia funcional.

### **6.1.2 Nivel referencial**

De acuerdo con Treffers (1987), este nivel actúa como un puente entre la comprensión empírica inicial (nivel situacional) y una modelización más abstracta, permitiendo al estudiante tratar sus representaciones como objetos analizables, comparables y justificados.

En el caso de la Tarea 2, donde los estudiantes debían comparar su gráfica de temperatura con la de un compañero, se observó un cambio significativo en la manera de interpretar las representaciones: ya no se trataba solo de “dibujar cómo creen que cambia la temperatura”, sino de justificar diferencias, analizar tendencias y establecer correspondencias entre modelos.

#### **6.1.2.1 La montaña rusa: Un acercamiento al modelo**

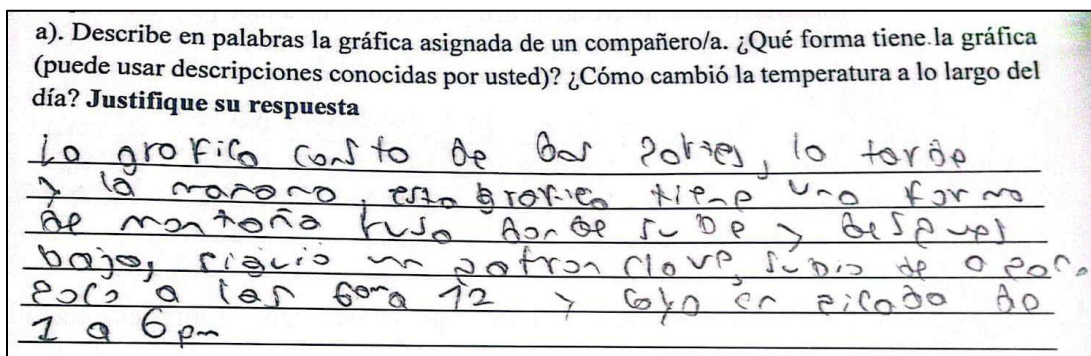
Una evidencia particularmente rica es la producción de Stiven, quien al comparar su gráfica

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

con la de un compañero deja un expresión verbal clave.

### Figura 19

*Respuestas de Stiven para Comparar*



Análisis de Stiven sobre su gráfica de 6 am a 6 pm vs la de otro compañero, para la tarea 2 punto 1 ítem b).

Aquí se pueden reconocer elementos del nivel referencial. La frase “dos partes” indica que el estudiante ha comenzado a segmentar el comportamiento de la variable temperatura en tramos diferenciados, lo que supone una comprensión estructurada del fenómeno. La analogía con una “montaña rusa” actúa como un modelo intermedio (Gravemeijer, 1994), conectando lo vivido con una estructura reconocible desde lo matemático: crecimiento, punto máximo y decrecimiento. La lógica subyacente remite a una función con máximos relativos y cambio de tendencia.

Además, el uso del término “patrón” muestra que el estudiante ha comenzado a identificar regularidades. Ya no describe solo “hace calor” o “hace frío”, sino que organiza su interpretación en términos de comportamiento sistemático, típico del nivel referencial. La comparación con el compañero también indica una disposición a tratar las gráficas como modelos analizables, no como dibujos personales.

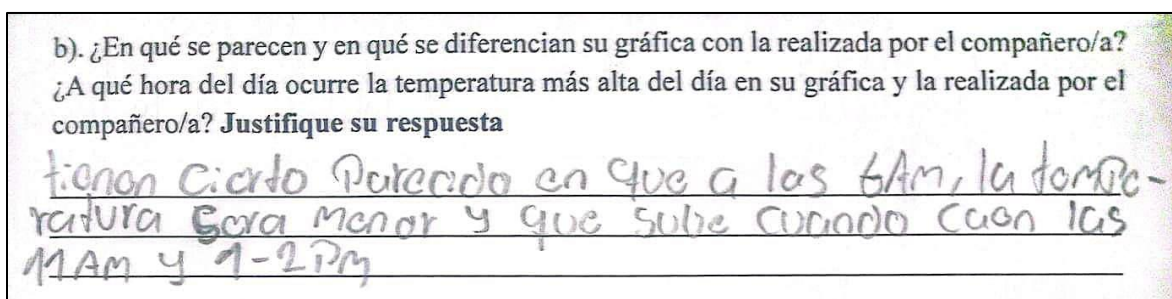
## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

### 6.1.2.2 Ciclos de temperatura diarios

El reconocimiento de patrones también se observa en las producciones de otras estudiantes como Yurani y Jenny. Ambas realizaron comentarios que van más allá de la descripción empírica para centrarse en aspectos estructurales de la gráfica.

#### Figura 20

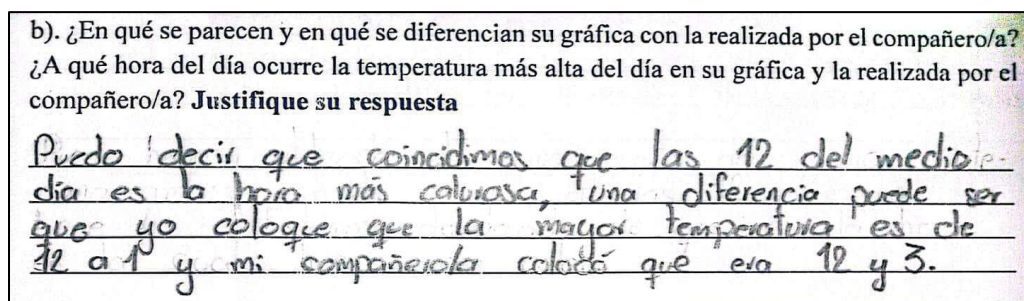
*Respuesta de Yurani sobre Observaciones Puntuales*



Análisis de Yurani sobre su gráfica de 6 am a 6 pm vs la de otro compañero, para la tarea 2 punto 1 ítem b).

#### Figura 21

*Respuesta de Jenny sobre Observaciones Puntuales*



Análisis de Jenny sobre su gráfica de 6 am a 6 pm vs la de otro compañero, para la tarea 2 punto 1 ítem b).

Las producciones en la Figura 20 y Figura 21 muestran progresos en los razonamientos ya que no se limitan a describir la temperatura en términos de experiencia cotidiana, sino que

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

comienzan a identificar y comparar estructuras comunes en las representaciones gráficas, tales como puntos de cambio, intervalos de crecimiento y máximos relativos.

En el caso de Yurani, se destaca el uso de referencias temporales específicas (“6 am”, “11 am”, “1–2 pm”) que marcan puntos relevantes en la evolución del fenómeno. Esto indica que la estudiante lee la gráfica como una secuencia de comportamientos y no como un trazo estático. Su reconocimiento de que la temperatura “sube” en un rango determinado de horas sugiere la construcción de una noción funcional de cambio, en la que una variable (temperatura) depende del comportamiento de otra (tiempo). A pesar del lenguaje informal, la estructura subyacente revela el reconocimiento de una forma regular que es posible reconocer en su producción y en la de su compañero.

Por su parte, Jenny profundiza en la comparación al señalar una coincidencia en el punto de calor máximo (“las 12 del mediodía”) y, a la vez, una diferencia en el rango temporal de ese máximo. Este tipo de análisis implica que la estudiante comprende que las gráficas representan fenómenos medibles y comparables, y que incluso pequeñas variaciones en la duración o en el momento de un punto crítico son relevantes. Este nivel de lectura indica una abstracción creciente del fenómeno y el uso de la gráfica como un modelo interpretativo, que puede ser examinado desde criterios compartidos.

Desde el punto de vista cognitivo, ambas respuestas muestran que las estudiantes están comenzando a operar con el gráfico como una herramienta semiótica para interpretar el comportamiento funcional de la temperatura. Ya no describen solo una curva, sino que identifican relaciones entre valores, comparan magnitudes en distintos tramos, y atribuyen sentido a los intervalos temporales, lo cual es fundamental en la construcción del concepto de función. De forma similar se pudo reconocer en las producciones de otros estudiantes, es decir, le actividad de

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

comparación favoreció el reconocimiento de regularidades más allá de los valores máximos y mínimos para la temperatura.

Un aspecto importante por destacar corresponde un fragmento de diálogo entre la auxiliar de investigación, Alejandro y Dylan con relación al comportamiento de la temperatura a lo largo de tres días y en correspondencia con el lugar relacionado con la temperatura.

*Auxiliar: ¿Esa gráfica que realizaste es según lo que tú has sentido en los últimos días? ¿Sí o no?*

*Alejandro: Sí, es que hace mucho calor.*

*Auxiliar: ¿A qué hora más o menos, a ver?*

*Alejandro: A las 11:00 am, no a las 12:00 pm.*

*Auxiliar: ¿O sea a las 12:00 pm está por aquí a la mitad? [Mientras tanto con su dedo señal la gráfica, la cual se encuentra ubicada sobre el cuadrante II].*

*Alejandro: Sí, un poco ahí más o menos.*

*Auxiliar: ¿30°C más o menos? ¿Y tú crees que en la mañana hace mucho frío, mucho frío? [...]*

*Auxiliar: ¿Sabe cuánto es la temperatura mínima en Bucaramanga?*

*Dylan: Me parece que es como 13°C o 12°C algo así.*

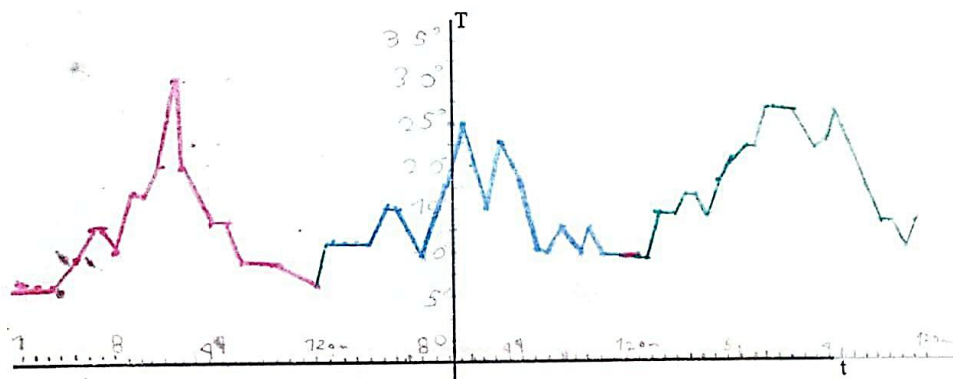
*Alejandro: Pero yo estoy hablando de la temperatura de todo el mundo, digo, de toda Colombia.*

*Auxiliar: ¿Cómo sería la temperatura a lo largo de tres en algún lugar de Colombia?*

**Figura 22**

*Gráfica de Dylan en conjunto con Alejandro de Temperatura vs Tiempo*

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN



Comportamiento de la temperatura respecto al tiempo para 3 días seguidos.

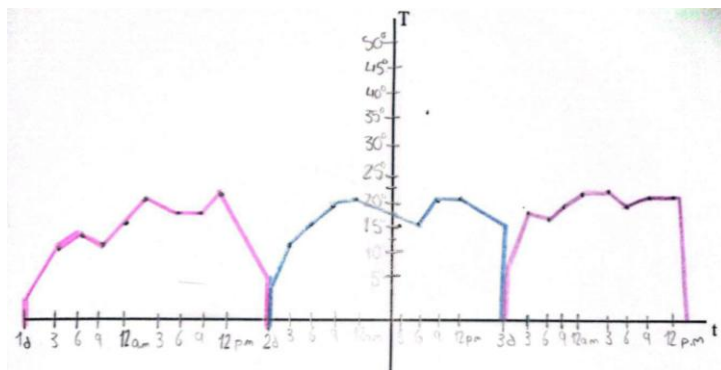
De la Figura 22 y el fragmento de diálogo entre la auxiliar, Alejandro y Dylan se identifica una consideración de la tarea en diferentes lugares a Bucaramanga por lo cual hace que la reflexión y trabajo sobre las ideas del modelo se vean expuestas a más rasgos de generalidad. En la gráfica de la Figura 22, Dylan y Alejandro muestran que hay variación de la temperatura a lo largo del tiempo medido en días, sin embargo, su gráfico refleja un reconocimiento de comportamientos cíclicos que se dan en el transcurso de los días y sin importar de la ubicación en Colombia.

Lo que podemos observar es un acercamiento a los ciclos diarios de la temperatura respecto al tiempo según lo expuesto en la revisión fenomenológica. Aunque las propuestas de los estudiantes fueron variadas un gran número de estudiantes describieron un comportamiento cíclico.

### **Figura 23**

*Gráfica de Juan de Temperatura vs Tiempo*

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN



Comportamiento de la temperatura respecto al tiempo en Bucaramanga para 3 días seguidos.

En la producción escrita y verbal de los estudiantes en la intervención fue posible reconocer que algunos como el caso de Juan mostrado en la Figura 23 aunque reconocen el comportamiento cíclico y lo usan como una extensión de un modelo que está construyendo en su mentes, este requiere refinamientos y mayor control de los parámetros y variables. En el caso de Juan al cierre de cada día parece asumirse que la temperatura es  $0^{\circ}C$ , sin embargo, en la interacción entre los estudiantes pudieron reconocer que no es razonable para el caso de Bucaramanga, aunque se pueda ser una descripción para otra ciudad.

En lo que corresponde al primer fenómeno abordado en el estudio, las evidencias analizadas muestran que, en el desarrollo de la Tarea 2, los estudiantes comienzan a operar con modelos gráficos como herramientas de interpretación y análisis. Sus producciones reflejan una segmentación del comportamiento térmico en fases diferenciadas como crecimiento, estabilidad y decrecimiento, lo que indica una organización del fenómeno más allá de una simple descripción empírica. Asimismo, se observa la identificación de patrones globales y la localización de extremos dentro de las representaciones, lo cual sugiere un avance en la lectura estructural de los datos. Los estudiantes también comparan distintos modelos gráficos entre sí, reconociendo semejanzas y diferencias en la forma de las curvas, y a partir de esas comparaciones emergen nociones funcionales que pueden fungir como modelos que son manipulables y ajustables a ciertos

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

parámetros, como se puede ver en las producciones mencionadas de Alejandro, Dylan y Juan y las retroalimentaciones generadas, es decir, aunque los valores extremos de la temperatura difieran en la propuesta de cada estudiante se puede reconocer un comportamiento cíclico; como una “montaña rusa” en palabras de Stiven.

Todo esto permite concluir que, en el marco de la EMR, los estudiantes han comenzado a transitar del uso intuitivo del contexto hacia un pensamiento más estructurado, en el que las gráficas son vistas como representaciones de relaciones sistemáticas. El nivel referencial no implica aún formalización simbólica, pero sí un dominio progresivo de las estructuras matemáticas implícitas en el fenómeno, y una comprensión más profunda del concepto de función como relación entre magnitudes variables.

### **6.2 Fenómeno 2: predicciones a corto plazo de la temperatura en función del tiempo a partir de datos tomados en tiempo real**

Este segundo fenómeno se centró en el análisis y predicción de la temperatura usando datos registrados en tiempo real con sensores DHT22 y Micro:bit, en combinación con la representación gráfica y la exploración mediante GeoGebra. A diferencia del primer fenómeno, que partía de estimaciones basadas en la experiencia, aquí los estudiantes enfrentaron datos concretos, lo cual propició una transición desde un razonamiento intuitivo hacia una interpretación basada en evidencias. En este proceso, el nivel situacional no desaparece, sino que se reactiva bajo nuevas condiciones: ahora los estudiantes deben aplicar sus intuiciones previas para anticipar, comparar o cuestionar los registros obtenidos con instrumentos tecnológicos. Este fenómeno también mostró cómo la experiencia empírica y el diseño fenomenológico de las tareas favorecen el tránsito hacia modelos más estructurados, con progresiones visibles entre los niveles situacional y referencial.

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

### **6.2.1 Nivel situacional**

En el contexto del segundo fenómeno (centrado en la recolección y análisis de datos reales de temperatura mediante sensores DHT22 conectados a Micro:bit y en un intervalo corto de tiempo) el nivel situacional se manifestó cuando los estudiantes interpretaron y reaccionaron ante los datos desde una perspectiva empírica y experiencial. A pesar de tener acceso a registros objetivos, sus explicaciones, decisiones gráficas y estimaciones continuaron fuertemente influenciadas por su percepción térmica inmediata, sus expectativas cotidianas y las condiciones del entorno físico. En este nivel, los datos aún no se tratan como elementos de un modelo formal, sino como información que debe ser interpretada a la luz de lo vivido: si un valor no “se siente” correcto, se cuestiona; si una gráfica no “parece” ajustarse a lo que normalmente ocurre, se modifica. Las siguientes evidencias ilustran cómo los estudiantes negociaron sentido entre lo que medía el sensor y lo que ellos percibían, revelando que el plano situacional persiste incluso en contextos instrumentados, y constituye una base necesaria para el tránsito hacia formas más estructuradas de razonamiento funcional.

#### **6.2.1.1 Estimación a partir de tablas: correspondencia entre magnitudes**

Durante el desarrollo de la Tarea 3, se propuso a los estudiantes trabajar con tablas que contenían datos reales de temperatura registrados en distintos momentos del día. Las producciones recogidas muestran que varios estudiantes lograron establecer correspondencias coherentes y, en algunos casos, utilizaron notación simbólica como forma de expresar dichas relaciones.

#### **Figura 24**

*Respuesta de Kyllian Predicción*

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

a). Después de observar los datos reales de temperatura recolectados compare esos datos con la gráfica que había realizado en la tarea 1.b y realice una *estimación* de la información solicitada.

Elaboración propia		Datos tomados por profesores universitarios	
Tiempo: 8:20 am	Temperatura: 19,4	Tiempo: 8:20 am	Temperatura: 20,6
Tiempo: 11:13 am	Temperatura: 21,5	Tiempo: 11:13 am	Temperatura: 23,6
Tiempo: 1:47 pm	Temperatura: 20,3	Tiempo: 1:47 pm	Temperatura: 20,1
Tiempo: 3: 56 pm	Temperatura: 22,2	Tiempo: 3: 56 pm	Temperatura: 22,4

Predicción de temperatura en la tabla, para la tarea 3 punto 1 ítem a).

### Figura 25

*Respuesta de Kyllian uso de Notación  $T(t)$*

d). Si  $T$  refiere a la temperatura y  $t$  al tiempo, al escribir  $T(100)$  se está indicando la temperatura en el minuto 100, lo cual a partir del gráfico es aproximadamente  $21,6^{\circ}\text{C}$ . es decir,  $T(100) = 21,6$ . **Un rol importante del meteorólogo es estimar y predecir el clima.** A partir de la gráfica de 1c realice las siguiente estimaciones:

$T(650) = 24,7$                        $T(720) = 19,4$                        $T(750) = 21,9$

Respuestas, para la tarea 3 punto 2 ítem d).

En la respuesta de Kyllian (Figura 24), se observa que el estudiante realiza una estimación de temperaturas propias para los mismos tiempos ofrecidos por los profesores universitarios. Al comparar ambos registros, se evidencia que la aproximación realizada por Kyllian sigue un patrón coherente: los valores están próximos a los reales, y mantiene la estructura creciente esperada del comportamiento térmico durante el día. Esto indica que el estudiante ha interiorizado la idea de que la temperatura depende del paso del tiempo, y que puede organizar los datos en función de esa relación. Posteriormente, en la Figura 25, se observa que el estudiante utiliza la notación funcional  $T(t)$  para realizar estimaciones en tiempos no incluidos en la tabla original, tales como  $T(100)$ ,  $T(650)$  o  $T(750)$ . La apropiación de esta notación sugiere que Kyllian ya no interpreta los datos solo como mediciones sueltas, sino como puntos dentro de una relación funcional continua, lo cual le permite extender la información y hacer inferencias. En este acercamiento la relación entre la temperatura y el tiempo se reconoce como una correspondencia, es decir, la imagen de una función para un valor dado.

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

Una producción similar se presenta en el caso de **Daniela**.

### Figura 26

*Respuesta de Daniela Predicción*

a). Después de observar los datos reales de temperatura recolectados compare esos datos con la gráfica que había realizado en la tarea 1.b y realice una *estimación* de la información solicitada.

Elaboración propia		Datos tomados por profesores universitarios	
Tiempo: 8:20 am	Temperatura: 23,2	Tiempo: 8:20 am	Temperatura: 21,3
Tiempo: 11:13 am	Temperatura: 28,9	Tiempo: 11:13 am	Temperatura: 22,8
Tiempo: 1:47 pm	Temperatura: 30,4	Tiempo: 1:47 pm	Temperatura: 25,3
Tiempo: 3: 56 pm	Temperatura: 29,9	Tiempo: 3: 56 pm	Temperatura: 22,4

Predicción de temperatura en la tabla, para la tarea 3 punto 1 ítem a).

### Figura 27

*Respuesta de Daniela uso de Notación  $T(t)$*

d). Si  $T$  refiere a la temperatura y  $t$  al tiempo, al escribir  $T(100)$  se está indicando la temperatura en el minuto 100, lo cual a partir del gráfico es aproximadamente  $21,6^\circ\text{C}$ , es decir,  $T(100) = 21,6$ . **Un rol importante del meteorólogo es estimar y predecir el clima.** A partir de la gráfica de 1.c realice las siguientes estimaciones:

$T(650) = 25,6$        $T(720) = 17,2$        $T(750) = 18$

Respuestas, para la tarea 3 punto 2 ítem d).

En la Figura 26, al completar su propia tabla de temperaturas, propone valores razonables y consistentes con la tendencia observada en los datos reales. Aunque sus registros difieren levemente de los datos de referencia, se aprecia que su modelo mental de variación térmica sigue una progresión lógica y anticipa correctamente los momentos de mayor temperatura del día. En la Figura 27, Daniela también recurre a la notación  $T(t)$  para realizar estimaciones como  $T(650) = 25,6$  y  $T(750) = 18$ . Esta forma de escribir sus predicciones indica que ha comprendido el papel de la función como herramienta para expresar regularidades y prever comportamientos, lo que implica una internalización significativa de la correspondencia entre magnitudes.

Estas evidencias permiten concluir que el trabajo con tablas de datos reales, en esta fase de la intervención, promovió una comprensión más estructurada de la relación entre temperatura y

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

tiempo, además que favoreció otra representación de la función sirvió para estimar a corto plazo valores para la temperatura respecto al tiempo. Los estudiantes no solo identificaron el papel de cada variable, sino que comenzaron a utilizar la tabla como un modelo del comportamiento del fenómeno, extendiendo los datos y aplicando criterios de variación. El uso de notación como  $T(t)$ , aunque emergente y no formalizado por instrucción directa, representa un avance clave: los estudiantes empiezan a pensar en términos de relaciones entre magnitudes, a estimar valores en intervalos no observados, y a comunicar esas predicciones mediante recursos propios del lenguaje matemático.

En este punto del proceso, puede afirmarse que el uso de las tablas permitió consolidar una noción operativa de función como correspondencia entre variables, donde el tiempo actúa como magnitud independiente y la temperatura como dependiente. Las estimaciones no son arbitrarias, sino que responden a la interpretación de patrones presentes en los datos, lo que constituye un avance claro dentro del nivel situacional, y crea condiciones para el paso a niveles más estructurados de comprensión.

### 6.2.1.2 Uso de la Micro:bit y DHT22: relación funcional y experiencia contextual

#### Figura 28

*Uso de la Micro:bit y DHT22*



## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

Estudiantes recolectando datos de la información sobre temperatura y humedad relativa.

Uno de los momentos más significativos para los estudiantes en la intervención fue la recolección directa de datos mediante el sensor DHT22 conectado a la Micro:bit. Esta experiencia situó al estudiante en el rol de recolector e intérprete de datos (meteorólogo) de forma más directa, y amplió la relación que tenía con el fenómeno térmico, pasando de lo vivencial a lo experimental.

Durante esta actividad, se observó a los estudiantes registrando temperatura minuto a minuto, discutiendo sobre los cambios, y señalando valores que no “coincidían” con lo que sentían. A continuación, se recogen algunas observaciones y comentarios durante ese momento:

*“¡Uy! Está marcando 27, pero yo siento como si fueran 30.”*

*“Mire, está bajando cada minuto... ¿será que se nubló?”*

*“No, eso es por el ventilador que prendieron allá.”*

Este tipo de verbalizaciones permite observar cómo los estudiantes buscan explicar los datos recogidos recurriendo a condiciones del entorno inmediato. Aunque están trabajando con un instrumento digital, la interpretación sigue anclada al contexto, y la comprensión de la magnitud “temperatura” se negocia entre la experiencia corporal y los valores numéricos que entrega el sensor.

A nivel gráfico, varios estudiantes realizaron representaciones con puntos dispersos o líneas abruptas, sin reconocer todavía una relación continua entre tiempo y temperatura. No obstante, otros comenzaron a identificar regularidades, como se observa en este fragmento:

*“Mire, aquí sube suave, luego baja... como si se repitiera lo de la mañana.”*

*“A esa hora empieza a pegar el sol otra vez.”*

Estos elementos muestran que el estudiante está comenzando a establecer una relación funcional, aunque aún no explícita ni generalizada. Están reconociendo comportamientos cíclicos

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

o patrones incipientes, producto de la interacción directa con el fenómeno y el instrumento de medición. En términos de Gravemeijer (1994), se podría decir que se están empezando a construir “modelos de” la realidad, aunque todavía no se utilizan como “modelos para” nuevas situaciones.

Visualmente, las gráficas generadas en este momento presentaban saltos, irregularidades y escalas desproporcionadas, pero esto no debe interpretarse como errores, sino como formas emergentes de comprensión funcional. En este nivel, lo relevante no es la exactitud matemática, sino la apropiación progresiva del fenómeno desde una perspectiva cuantificable.

### **6.2.2 Nivel referencial**

En el marco de la EMR, el nivel referencial se caracteriza por la consolidación de modelos que, aunque aún están ligados al contexto, incorporan estructuras matemáticas más estables, como patrones de variación, correspondencias cuantificables y análisis de comportamientos gráficos. Durante el trabajo con datos recolectados en tiempo real y su posterior representación y análisis en GeoGebra (Tarea 4), varios estudiantes evidenciaron un tránsito hacia este nivel, utilizando los modelos construidos no solo para describir, sino para interpretar, comparar, justificar e incluso criticar resultados.

#### **6.2.2.1 Exploración de datos y modelos en GeoGebra**

### **Figura 29**

*Uso de GeoGebra para la Exploración de Datos*

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN



Análisis de los datos tomados con el sensor DHT22 y la Micro:bit.

Después de la recolección de los datos con los sensores, el registro tabular a mano, el diálogo y la reflexión grupal se procede a dejar la información en GeoGebra. Allí, los estudiantes tabularon los datos en la hoja de cálculo de GeoGebra y orientados por el docente investigador exploraron la herramienta de análisis de regresión en dos. Aunque algunos simplemente graficaron los puntos, otros comenzaron a probar ajustes por funciones polinómicas, trigonométricas y de tendencia, buscando aquel modelo que mejor representara el fenómeno térmico observado.

Previo al trabajo en GeoGebra los estudiantes pueden reconocer elementos del lenguaje funcional como se muestra en la Figura 30 para el caso de Ingrid.

### Figura 30

*Respuesta de Ingrid sobre Función*

<p>2. De acuerdo con las notas anteriores y lo presentado en el punto 1 responde lo siguiente.</p> <p>a). En los datos tomados por los profesores universitarios, ¿cuál es la variable dependiente? ¿cuál es la independiente? ¿por qué su elección? Justifique <u>la dependiente es el tiempo ya que no depende de nada, la independiente es la temperatura ya que para saber la temperatura, primero necesito el tiempo.</u></p> <p>b). ¿Puede considerarse que la relación mostrada en la tabla y en el gráfico del punto 1 es una función? ¿Por qué? <u>Si, por que los dos en diferente forma, muestran lo mismo.</u></p> <p>c). Si la relación entre la temperatura respecto al tiempo es una función, ¿cuál sería el dominio y rango? <u>el dominio sería temperatura y el rango el tiempo.</u></p>
--

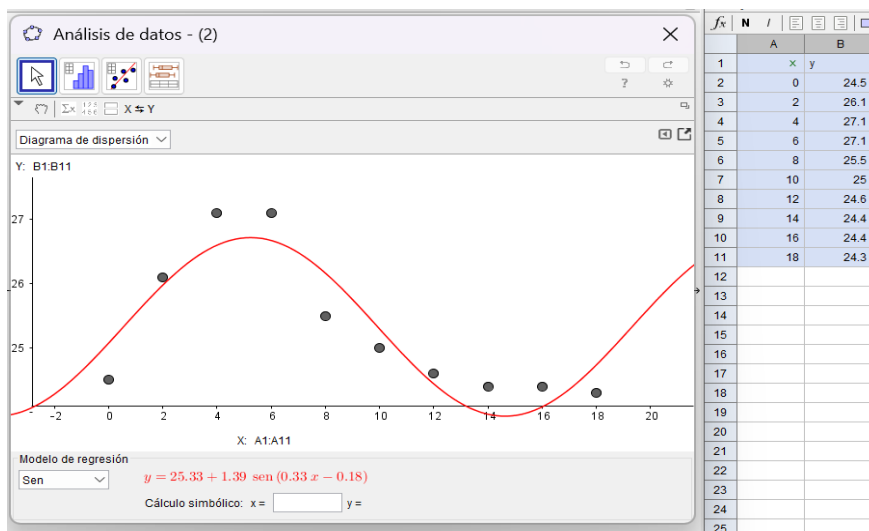
Análisis sobre dominio y rango en la Tarea 3, punto 2.

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

La inclusión de conceptos como dominio y rango dentro de sus explicaciones refleja un tránsito importante en su forma de pensar, donde el modelo matemático empieza a consolidarse como herramienta de interpretación sistemática.

**Figura 31**

*Construcción del Modelo de Aureliano*



Estimación para Temperatura vs Tiempo, mediante modelo para la Tarea 4.

Durante el trabajo con GeoGebra los estudiantes trabajaban en su respectivo computador y en momentos el docente investigador promovía el diálogo y la reflexión general. Un caso particularmente a precisar corresponde a Aureliano, quien al experimentar con varios modelos posibles en GeoGebra (lineal, cuadrático, senoidal), selecciona uno con base en su grado de ajuste como se muestra en la Figura 31.

Además, en el corto diálogo que sigue entre la auxiliar de investigación y el estudiante se puede reconocer que el estudiante evalúa la pertinencia del modelo funcional a usar reconociendo el contexto.

*Auxiliar: [Tras ver a un estudiante intentar con varios modelos en GeoGebra le pregunta] ¿Y tú cuál vas a dejar? ¿La del seno? ¿Por qué la del seno? [...]*

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

*Aureliano: Porque es la que más y mejor se ajusta*

Este tipo de elección fundamentada de modelos de ajuste implica que los estudiantes ya no aceptan cualquier representación, sino que buscan una que tenga mayor fidelidad con los datos, demostrando una comprensión estructural del comportamiento funcional. También un posible vínculo con el primer fenómeno en relación con el comportamiento cíclico.

En el diálogo con el investigador, y ante la reflexión o pregunta propuesta sobre la utilidad de las gráficas y el ajuste con los modelos explorados en GeoGebra los estudiantes, algunos estudiantes afirmaron:

*“Sirve para saber cómo va a estar el clima a cierta hora”, y “Uno puede predecir si va a hacer más calor o no”.*

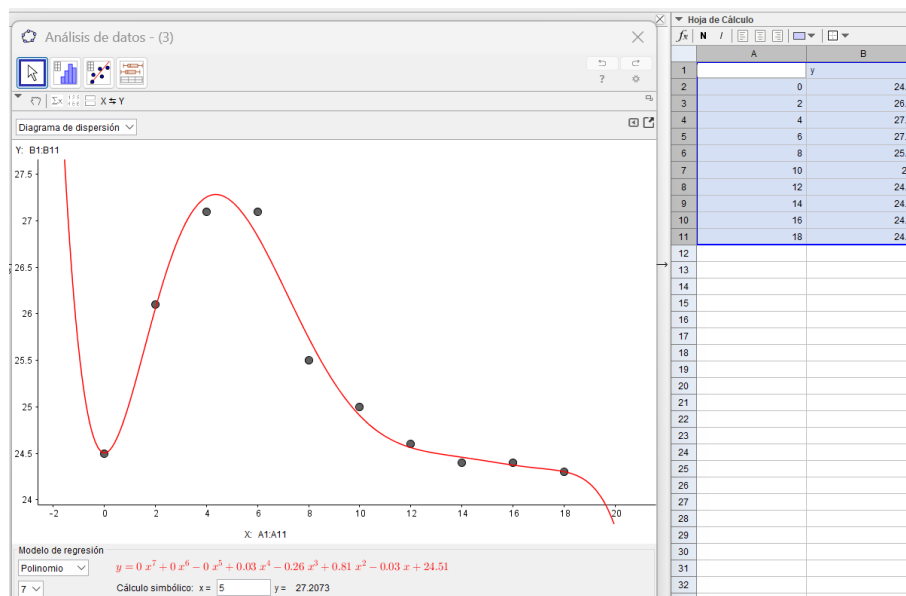
Estas respuestas no solo evidencian comprensión funcional, sino también la disposición a utilizar las herramientas matemáticas como medios para interpretar y actuar en la vida cotidiana. El concepto de función empieza a tener un reconocimiento hacia el poder predictivo o explicativo en los fenómenos.

Otra producción mostrada en la Figura 30 por parte del estudiante Benjamín, correspondiente al análisis gráfico y simbólico realizado con el software GeoGebra. En esta intervención, se evidencia el uso de una herramienta digital para representar la variación de la temperatura en función del tiempo, modelando los datos mediante un polinomio de grado 7.

**Figura 32**

*Producción de Benjamín*

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN



Ajuste polinómico de grado 7 a datos reales de Temperatura para Tarea 4.

El estudiante no solo representa gráficamente los puntos obtenidos en la recolección de datos (mediante la BBC Micro:bit y el sensor DHT22), sino que utiliza el modelo funcional ajustado:

$$y = -0.000015x^7 + 0.00023x^6 - 0.0015x^5 + 0.0302x^4 - 0.263x^3 + 0.814x^2 - 0.032x + 24.51$$

Para realizar estimaciones, como se observa en el cálculo simbólico:

$$x = 5 \Rightarrow y = 27.2073.$$

Este hecho es particularmente significativo, ya que el valor de temperatura a los 5 minutos no se encuentra explícito en la tabla de datos originales, y, sin embargo, el estudiante logra estimar su valor mediante el modelo algebraico ajustado, lo cual evidencia un manejo autónomo del lenguaje funcional y una comprensión del modelo como herramienta predictiva. Es decir, el estudiante opera con la función como un objeto matemático generalizado y no como una simple tabla empírica.

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

Este tipo de razonamiento muestra que el contexto ya no es necesario como soporte para justificar la respuesta, sino que el modelo abstracto es asumido como válido para realizar inferencias. Tal como plantea Treffers (1987), el nivel formal de matematización, donde los estudiantes se apropian del simbolismo matemático, opera con él de manera autónoma y lo trasladan a nuevas situaciones. Aunque los estudiantes no se han apropiado de las funciones polinómicas o trigonométricas, en la medida que empiezan a explorarlas en el entorno de GeoGebra provenientes del ajuste con datos reales, adquieren mayor sentido y significado.

El uso de GeoGebra no debe interpretarse como un simple recurso gráfico, sino como una mediación instrumental que permite al estudiante explorar y formalizar el comportamiento de una función. Tal como señala Van den Heuvel-Panhuizen (2003), las herramientas tecnológicas pueden facilitar el paso desde la experiencia empírica hacia la construcción de modelos formales, cuando se integran de manera significativa en la actividad matemática. En este caso, la tecnología permitió al estudiante visualizar el comportamiento de la función y aplicar su estructura simbólica a una situación nueva.

La intervención de Benjamín demuestra que ha asumido la función no como una descripción del fenómeno, sino como un objeto matemático capaz de representar, predecir y explicar. Esta transformación de la función en un “modelo para” actuar sobre nuevas situaciones es uno de los objetivos centrales de la EMR (Gravemeijer, 1994).

### **6.2.2.2 Evaluación, comparación y uso crítico del modelo funcional**

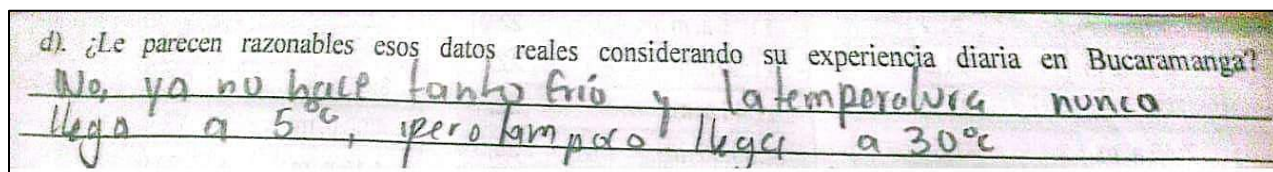
En varios casos, los estudiantes comenzaron a evaluar críticamente los datos recolectados con base en sus expectativas, su experiencia contextual o el comportamiento esperado de la

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

función. La estudiante Nohemí, por ejemplo, cuestiona los valores extremos de temperatura registrados:

### Figura 33

*Respuesta de Nohemí sobre Comparación con Datos Reales*



Razones para la interpretación de datos entre tiempo y temperatura para la tarea 3 punto 2, ítem d).

Estos comentarios muestran que, a pesar de tener datos empíricos, los estudiantes no los toman como verdades absolutas, sino que los comparan con su experiencia y ajustan sus expectativas en función de recuerdos personales o condiciones climáticas percibidas. Esto es consistente con la idea de que el nivel situacional no se limita a tareas sin datos, sino que puede persistir en contextos donde los estudiantes aún no han consolidado modelos funcionales estables.

Además, en la afirmación de Nohemí se observan límites térmicos razonados: ella establece un intervalo implícito de temperatura “creíble” para Bucaramanga, indicando que valores como 5°C resultan demasiado bajos, y 30°C demasiado altos según su experiencia. Este tipo de juicio supone que la estudiante ha desarrollado un esquema interno sobre el comportamiento típico de la temperatura en su ciudad, y que es capaz de utilizar ese esquema para evaluar críticamente la información provista.

En conjunto, esta producción aporta evidencia de que Nohemí está transitando hacia un pensamiento matemático más autónomo, donde la función ya no es solo una curva o tabla, sino una herramienta interpretativa y crítica. Tal como lo propone la EMR, este tipo de juicio es una

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

manifestación del uso de modelos matemáticos como “modelos para” analizar la realidad, en lugar de simples “modelos de” una situación específica.

Otro ejemplo representativo se da en las respuestas de estudiantes que, al graficar la tabla, presentan trazos inconsistentes con los valores, justificando la forma con expresiones como:

*“Es que después de las 10 empieza a hacer más calor, entonces la subí más.”*

*“Lo dejé así porque ya se siente más calorcito a esa hora, aunque en la tabla no cambia tanto.”*

Aquí se observa una tensión entre el dato registrado y la vivencia térmica. Esta disonancia revela que los estudiantes aún no han subordinado su interpretación al modelo de la tabla, y continúan operando desde una perspectiva sensorial y contextual, propia del nivel situacional. No obstante, estos procesos son necesarios y deseables, pues permiten que el estudiante confronte sus intuiciones con la información objetiva, lo que posteriormente habilita el tránsito al nivel referencial.

Del mismo modo, en la producción de Benjamín (Figura 32), se observa el uso de GeoGebra para realizar un ajuste polinómico de grado 7 a los datos de temperatura:

$$y = -0.000015x^7 + 0.00023x^6 - 0.0015x^5 + 0.0302x^4 - 0.263x^3 + 0.814x^2 - 0.032x + 24.51$$

Este modelo es posteriormente usado por el estudiante para estimar el valor de la temperatura en un momento no registrado:  $x = 5 \Rightarrow y = 27.2$

Este momento es significativo porque el modelo no solo representa el fenómeno, sino que se usa como herramienta de predicción, lo que permite hablar de una comprensión más estructurada del concepto de función. El estudiante ya no opera únicamente desde el registro gráfico o numérico, sino que se apoya en el registro simbólico para inferir valores. Aunque esto podría rozar el nivel formal, es importante notar que el estudiante aún interpreta este polinomio

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

como un modelo ligado a un contexto específico (la temperatura durante el día en Bucaramanga), sin operar con él en contextos abstractos.

Finalmente, algunos estudiantes expresaron la utilidad funcional del modelo en contextos reales:

*“Sirve para saber cómo va a estar el clima a cierta hora.”*

*“Uno puede predecir si va a hacer más calor o no.”*

Este tipo de expresiones muestran que el modelo gráfico construido ya no es solo una tarea escolar, sino una herramienta interpretativa, transferible a otros momentos. Este uso práctico del conocimiento matemático, situado y funcional evidencia el avance conceptual del estudiante hacia una noción de función como instrumento para explicar y anticipar fenómenos.

En síntesis, durante el análisis de datos reales recolectados con la Micro:bit y el sensor DHT22, y su posterior representación gráfica en GeoGebra, los estudiantes mostraron múltiples manifestaciones del nivel referencial. Se evidenció cómo evaluaban y seleccionaban modelos funcionales según su ajuste, forma o regularidad, lo que implica una comprensión progresiva de las funciones como herramientas de análisis. Además, interpretaron tendencias globales como crecimiento y decrecimiento en las gráficas generadas, identificando comportamientos característicos del fenómeno térmico. También emitieron juicios sobre la validez de los datos en relación con lo que conocen del contexto local, lo cual indica una lectura crítica y fundamentada. A partir de los modelos ajustados, realizaron estimaciones razonadas de valores no explícitos en las tablas, y expresaron que el modelo les permitía prever comportamientos futuros, reconociendo así su utilidad como herramienta predictiva. Estas acciones reflejan que los estudiantes han comenzado a construir modelos que, aunque ligados al contexto, ya incorporan elementos clave del pensamiento funcional como patrones, correspondencia, dependencia y predicción. El contexto

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

real continúa siendo un punto de referencia importante, pero ya no funciona únicamente como una experiencia vivida, sino como un espacio donde emergen análisis matemáticos cada vez más estructurados.

### 7. CONCLUSIONES Y REFLEXIONES FINALES

La presente investigación permitió comprender, desde un enfoque cualitativo y fundamentado en la EMR, cómo los estudiantes de grado noveno pueden desarrollar diferentes niveles de matematización al enfrentar situaciones contextualizadas vinculadas a fenómenos de las ciencias naturales, en particular la variación de la temperatura y la humedad. Las tareas diseñadas, mediadas por la BBC Micro:bit y el sensor DHT22, facilitaron el tránsito progresivo de los estudiantes desde el reconocimiento de relaciones empíricas hacia la construcción y uso autónomo de modelos funcionales.

Uno de los hallazgos más destacados fue la identificación de los niveles situacional y referencial de matematización, en el sentido propuesto por Treffers (1987), en las producciones estudiantiles correspondientes a los dos fenómenos trabajados: **Fenómeno 1:** cambio de la temperatura respecto al tiempo en un intervalo medido en días, y **Fenómeno 2:** predicciones a corto plazo de la temperatura en función del tiempo a partir de datos tomados en tiempo real. Tal como se evidencia en el capítulo 6, en ambos fenómenos se realizó un análisis que permitió reconocer cómo los estudiantes movilizaron estos dos niveles en distintos momentos del trabajo matemático. En el primer fenómeno, los estudiantes partieron de conocimientos empíricos y experiencias cotidianas para interpretar la evolución de la temperatura a lo largo del día, lo cual se reflejó en representaciones gráficas intuitivas, algunas inspiradas en el modelo mental de la *montaña rusa*, característico del nivel situacional. De manera complementaria, organizaron datos

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

en tablas, describieron variaciones y comenzaron a establecer relaciones entre variables, evidenciando elementos propios del nivel referencial. Un patrón similar se observó en el segundo fenómeno, donde la actividad matemática se desarrolló a partir de datos recolectados por los propios estudiantes con sensores y Micro:bit. Este contexto les permitió describir comportamientos térmicos con base en experiencias inmediatas, y al mismo tiempo construir tablas, representar gráficamente los datos y realizar comparaciones entre los distintos valores recolectados. En ambos casos, la intervención docente intencionada y el diseño de tareas contextualizadas facilitaron la activación simultánea de los niveles situacional y referencial, sin que se alcanzara una formalización algebraica, pero sí consolidando una comprensión funcional emergente expresada en diferentes registros de representación.

Los aportes del estudio se alinean estrechamente con la pregunta de investigación, al mostrar que el diseño de tareas basadas en fenómenos reales y mediadas por tecnología posibilita que los estudiantes se enfrenten a problemas auténticos que demandan modelación, predicción y argumentación funcional. A través de este enfoque, fue posible observar cómo los estudiantes no solo resolvían las tareas, sino que desarrollaban estructuras de pensamiento propias del concepto de función, activando conexiones entre contexto, datos y modelos matemáticos.

La integración de la Micro:bit, el sensor DHT22 y el software GeoGebra aportó al fortalecimiento de procesos de enseñanza y aprendizaje más significativos y contextualizados. Estos recursos tecnológicos no se limitaron a una función instrumental, sino que cumplieron un papel mediador fundamental en la construcción del conocimiento. Entre las principales oportunidades, se destacó el alto nivel de motivación de los estudiantes, la posibilidad de trabajar con datos reales y la articulación entre registros diversos de representación. Como desafíos, fue

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

necesario enfrentar tiempos de apropiación tecnológica, preparación docente previa, acompañamiento en el uso de los recursos y la necesidad de equilibrar lo técnico con los propósitos didácticos. Estos aspectos demandaron una planificación flexible y un seguimiento constante del proceso.

Entre los retos que enfrentó la investigación, uno de los más relevantes fue la organización de los tiempos y la sincronización de las actividades programadas en cada tarea con la dinámica escolar y las condiciones climáticas del entorno. Se llevaron a cabo viajes a diferentes lugares con climas contrastantes, lo cual permitió validar el funcionamiento del sensor DHT22 y recoger datos más representativos para el análisis posterior. Asimismo, fue necesario definir con claridad el grupo de estudiantes participantes, lo cual implicó acuerdos institucionales y flexibilidad para establecer condiciones adecuadas de intervención, observación y seguimiento.

Desde el punto de vista personal y académico, esta experiencia representó un proceso formativo profundo. Permitted adquirir un mayor conocimiento de las fases de una investigación educativa, afianzar la comprensión del enfoque cualitativo interpretativo, y desarrollar habilidades para organizar y categorizar información, analizar evidencias estudiantiles y sustentar teóricamente cada decisión didáctica. Además, fortaleció la capacidad para diseñar tareas significativas, tomar decisiones pedagógicas informadas y reflexionar críticamente sobre el papel del docente como mediador del aprendizaje. Todo esto ha contribuido de manera sustantiva a mi formación como investigador y educador comprometido con prácticas contextualizadas, integradoras y transformadoras.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Asorey, H., Núñez, L. A., Peña-Rodríguez, J., Salgado-Meza, P., Sierra-Porta, D., & Suárez-Durán, M. (2017). Proyecto RACIMO: Desarrollo de una propuesta en torno al uso de las TIC, e-ciencia ciudadana, cambio climático y ciencia de datos. *Primer Encuentro Latinoamericano de eCiencia*, San José, Costa Rica
- Blum, W., & Ferri, R. B. (2009). Matemáticas para la vida real: Un enfoque de modelación en la educación. *Educational Studies in Mathematics*, 71(1), 59-78.
- Borba, M. C., & Villarreal, M. E. (2005). *Humans-with-media and the reorganization of mathematical thinking: Information and communication technologies, modeling, visualization and experimentation* (Vol. 39). Springer Science & Business Media.
- Bressan, A., Zolkower, B. E. T. I. N. A., & Gallego, M. F. (2005). Los principios de la educación matemática realista. *Reflexiones teóricas para la educación matemática*, 5, 69.
- Domènech-Casal J. (2020) Construyendo un simulador de ecosistemas. Una experiencia STEM de enseñanza de dinámica de los ecosistemas, funciones matemáticas y programación. *Revista Eureka sobre Enseñanza y Divulgación de las Ciencias* 17(3), 3202. Doi: 10.25267/Rev\_Eureka\_ensen\_divulg\_cienc.2020.v17.i3.3202
- Campeón, M.C., Aldana, E., Villa, J.A., (2018) Ingeniería didáctica para el aprendizaje de la función lineal mediante la modelación de situaciones. *Sophia*, 14 (2), 115-126.
- Cataño Córdoba, N. A. (2021). Diseño de una propuesta didáctica con ABP y Micro:bit para el reconocimiento del lenguaje algebraico en situaciones de cambio en el grado noveno de la IE. Colegio Loyola para la ciencia y la innovación de la ciudad de Medellín (Master dissertation, Universidad Nacional de Colombia).
- Čavor, I, Knežević, I, Pudar, N, Mrdović, L & Dlačič, T (2022). The use of Micro:bit in practical classes. *26<sup>th</sup> International Conference on Information Technology (IT)*, Zabljak, Montenegro, 2022, pp. 1-4, doi: 10.1109/IT54280.2022.9743546.
- De La Ossa, V. L. S., & De La Ossa-Lacayo, A. (2010). Relación entre la enseñanza de las matemáticas y las ciencias biológicas. *Revista de Educación y Ciencias*, 1, 1-12.
- Delgado, P. (2019). Desarrollo de pensamiento funcional: un estudio exploratorio de los niveles de sofisticación. (Tesis de Maestría) Universidad Industrial de Santander.
- Drijvers, P., Boon, P., Doorman, M., Bokhove, C., y Tacoma, S. (2013). Digital desing: RME principles for desingning online tasks. En Margolinas, C. (Ed) *Task Desing in Mathematics Education. Proceedings of ICMI Study 22 (1)* (pp. 56-62). Oxford, Inglaterra.
- Duval, R. (2004). *Semiosis y pensamiento humano: Registros semióticos y aprendizajes intelectuales*. (Traducción de Miryam Vega). Cali: Universidad del Valle

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

- Duval, R. (2006). A cognitive 107athemat of problems of comprehension in a learning of 107athematics. *Educational Studies in Mathematics*, 61(1-2), 103-131. <https://doi.org/10.1007/s10649-006-0400-z>
- R. Cabrera, A. Carrión and M. Huerta, “A Scoping Review and Bibliometric Analysis of BBC Micro:Bit Research,” *2024 IEEE World Engineering Education Conference (EDUNINE)*, Guatemala City, Guatemala, 2024, pp. 1-6, doi: 10.1109/EDUNINE60625.2024.10500601.
- JULIE, C.; MUDALY, V. Mathematical Modelling of Social Issues in School Mathematics in South Africa Chapter. In: BLUM, W. et al. (Eds.). *Modelling and Applications in Mathematics Education*. New ICMI Study Series. Boston, MA: Springer US, 2007. V. 10p. 503-510.
- Jácome, I. (2019). *Matematización del teorema fundamental del cálculo con el uso de tecnologías digitales*. Tesis de Maestría. Universidad Industrial de Santander.
- Galindo, E. (2019). Implementación de la modelación matemática en la educación secundaria: Un estudio de caso en escuelas de Estados Unidos. *Journal of Mathematical Education*, 12(3), 45-67.
- García, A., & Moliner, L. (2018). Prácticas de enseñanza de la modelación matemática en Singapur.
- García, F., & Moliner, L. (2018). Prácticas exitosas en la enseñanza de la modelación matemática: Lecciones de España. *Revista de Educación Matemática*, 15(2), 123-140.
- González, R. y Castañeda, A. (2023). Aprender funciones como un proceso de matematización progresiva: estudiantes de secundaria enfrentado una secuencia didáctica de caída libre. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* 26(2), 147 – 175. <https://doi.org/10.12802/relime.23.2621>.
- Freudenthal, H. (1991). *Revisiting Mathematics Education: China Lectures*. Dordrecht, Netherlands: D. Reidel Publishing Company.
- Labra, C. B., Gras-Martí, A., Hernández, C. H., Vargas, J. M., Gómez, L. A. O., & Vinuesa, T. S. (2012). Renovación de la Enseñanza Universitaria Basada en Evidencias (REUBE). Una metodología de acción flexible. *Perfiles educativos*, 34(135), 62-77.
- Leinhardt, G., Zaslavsky, O., & Stein, M. K. (1990). Functions, graphs, and graphing: Tasks, learning, and teaching. *Review of Educational Research*, 60(1), 1-64. <https://doi.org/10.3102/00346543060001001>
- Martínez, L., & Gómez, A. (2020). Integración de la modelación matemática en la educación secundaria: Un estudio de casos en Colombia. *Revista Colombiana de Educación Matemática*, 23(2), 56-72.
- MEN (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y*

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

Ciudadana. Bogotá, Colombia.

- MinTIC (2020). Programación para niños y niñas fichas metodológicas. Curso avanzado memorias. Recuperado de: <https://drive.google.com/file/d/1buDSKJXoKr39srmcsjhZOZVJL9yKopmq/view?usp=sharin>
- MinTIC (2022). Laboratorios de Innovación Educativa: Rutas Didácticas para Secundaria-Media. Computadores para Educar. Recuperado el 13 de octubre de 2024 <https://drive.google.com/file/d/1q8OdrIa029s1XkOe-qZmRWwmKmuJQDSz/view>
- National Council of Teachers of Mathematics. (2019). *Mathematical Modeling in the Real World*.
- NISS, M.; BLUM, W.; GALBRAITH, P. Introduction. In: BLUM, W. et al. (Eds.). *Modelling and Applications in Mathematics Education*. Boston, MA: Springer US, 2007. P. 3–32. International Community of Teachers of Mathematical Modelling and Applications (ICTMA). (n.d.). Retrieved from <https://www.ictma.net>
- Ramírez-Orozco, J. G. (2022). Experiencia STEM: desarrollo del pensamiento matemático a través de videojuegos meteorológicos. *Revista Colombiana de Educación*, (85), 147-164. <https://doi.org/10.17227/rce.num85-12756>
- Rodríguez, M. (2021). Un problema de modelización con y sin uso de un sensor de temperatura. En Borromeo. R, Mena. J y Mena. A (Ed.) *Fomento de la Educación – STEM y la Modelización Matemática para profesores Fundamentos, ejemplos y experiencias* (pp. 159-173) Germany: Kassel.
- Rodríguez, R.S, Benito. A y Portela, A. (2004). Meteorología y climatología. En *Meteorología y climatología semana de la ciencia y la tecnología*, Fundación Española para la Ciencia y la Tecnología.
- Sampieri, R. H. (2018). *Metodología de la investigación: las rutas cuantitativa, cualitativa y mixta*. McGraw Hill México.
- Serrano, H. (2020). Estructuras y mecanismos mentales desarrollados por estudiantes de secundaria en la construcción del concepto de función. (Tesis de Maestría) Universidad Industrial de Santander.
- Ortega, M. y Puig, L. (2017). Using Modelling and Tablets in the Classroom to Learn Quadratic Functions. En G. A. Stillman, W. Blum y G. Kaiser (Eds.), *Mathematical Modelling and Applications* (pp. 565-575). Springer. [https://doi.org/10.1007/978-3-319-62968-1\\_47](https://doi.org/10.1007/978-3-319-62968-1_47)
- Puig, L. y Monzó, O. (2013). Fenómenos y ajustes. Un modelo de enseñanza del proceso de modelización y los conceptos de parámetro y familia de funciones. En T. Rojano (Ed.) *Las tecnologías digitales en la enseñanza de las matemáticas* (pp. 9-35) México: Trillas.
- Quintero, A. (2020). Una comunidad de practica de profesores de matemáticas en formación que reflexiona sobre el significado de la función. (Tesis de Maestría) Universidad

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

Industrial de Santander.

Villa-Ochoa, J. A., & De Alencar, E. S. (2019). Um panorama de investigações sobre Modelagem Matemática: Colômbia e Brasil. *Revista de Educação Matemática*, 16(21), 18-37.

Villa-Ochoa, J. A., Sánchez-Cardona, J., & Parra-Zapata, M. M. (2022). Modelación matemática en la perspectiva de la educación matemática. *Educación matemática. Aportes a la formación docente desde distintos enfoques teóricos*, 67-89.

Urban-Woldron, H. (2014). Motion sensors in mathematics teaching: learning tools for understanding general math concepts? *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 46(4), 584–598.  
<https://doi.org/10.1080/0020739X.2014.98527>

Villa-Ochoa, J. A. (2015). *La modelación matemática en la educación básica y media en Colombia: Retos y perspectivas*. *Revista Colombiana de Educación*, 68, 45-62.  
<https://doi.org/10.17227/01203916.68rce45>

Zolkower, B y Bressan, A. (2015). Educación Matemática realista. En M.D. Pochul Y M.A. Rodríguez (Comp.). *Educación Matemática: Aportes a la formación docente desde distintos enfoques teóricos* (pp. 175-200), Buenos Aires, Argentina.

Zúñiga-López, I., & Crespo del Arco, E. (2015). *Meteorología y climatología*. Universidad Nacional de Educación a Distancia.

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

## Apéndice A. Análisis A Priori De La Tarea 1

## PREDICCIÓN GRÁFICA Y TABULAR DE LA TEMPERATURA DIARIA

**Enunciado resumido:**

Para esta parte los estudiantes van a trabajar de forma individual, por lo tanto, se les entregará dos hojas con dos planos cartesianos, una para cada uno de los dos primeros incisos.

**Posibles respuestas esperadas:****• Gráfica 6:00 a.m. a 12:00 m:**

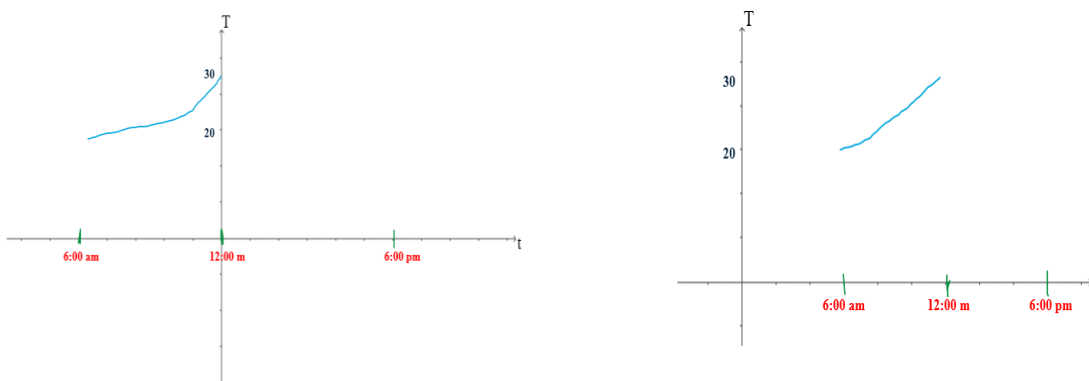
La mayoría de los estudiantes probablemente dibujen una **curva creciente suave**, que inicia con una temperatura fresca ( $20^{\circ}\text{C}$ ) y sube de manera progresiva hasta unos  $28\text{--}30^{\circ}\text{C}$  cerca del mediodía.

Verbalmente podrían describir: “La temperatura va subiendo poco a poco”, “Se siente más calor después de las 9”.

Posiblemente algunos estudiantes no tengan una estimación del valor de la temperatura en Bucaramanga. Al respecto puede ser que la verbalización de algunos compañeros les dé un posible punto de referencia. Sin embargo, en cualquier caso, se hace énfasis en que cada estudiante pueda plasmar el gráfico que considere oportuno, la escala en el eje horizontal y vertical.

Gráfica 1

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN



Esta gráfica representa una respuesta esperada basada en la experiencia cotidiana. Muchos estudiantes reconocen que a medida que avanza la mañana, el ambiente se vuelve más cálido. Al haber salido de casa a las 5:00 a.m. (clima fresco) y llegar a clases cuando ya se siente calor (8:00–10:00 a.m.), es común que dibujen una curva suavemente creciente, donde la temperatura inicia en valores bajos ( $20^{\circ}\text{C}$ ) y sube progresivamente hasta unos  $30^{\circ}\text{C}$ . Usan su intuición y observación diaria para modelar este fenómeno.

En relación con las gráficas propuestas, es probable que las apreciaciones de los estudiantes reflejen una comprensión intuitiva del fenómeno térmico, basada en su experiencia cotidiana. Algunos podrían optar por representar directamente una curva continua que muestre la variación progresiva de la temperatura a lo largo del tiempo, mientras que otros podrían preferir ubicar puntos aproximados en ciertos momentos clave (por ejemplo, 6:00 a.m., 8:00 a.m., 10:00 a.m., 12:00 m.) y luego unirlos.

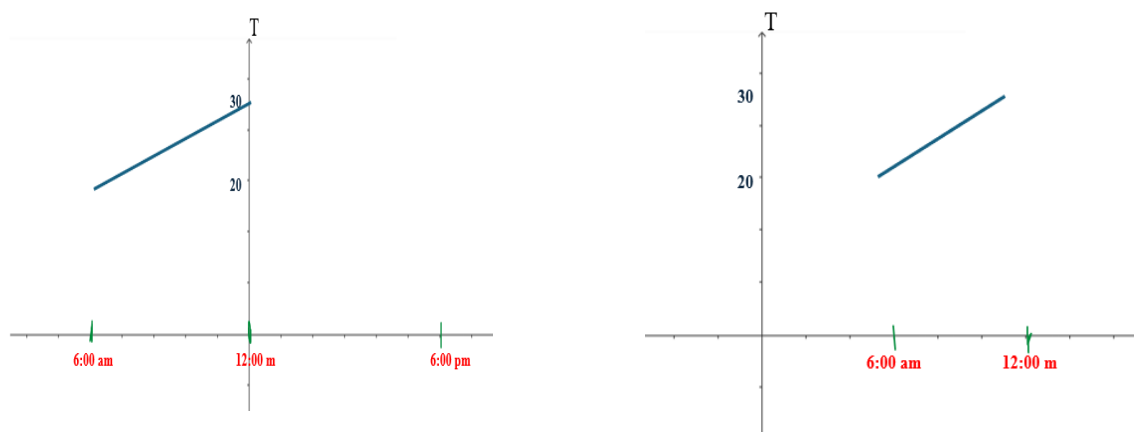
Esta diversidad en las representaciones es valiosa desde el enfoque de la Educación Matemática Realista, ya que permite partir del pensamiento informal para avanzar hacia formas más estructuradas de modelación. Como docente investigador, el abordaje inicial será observar si los estudiantes logran iniciar la actividad de manera autónoma.

En caso de que no lo consigan, se les podría orientar con preguntas que los lleven a

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

identificar momentos del día en el eje horizontal (como 7:00 a.m., 9:00 a.m., 11:00 a.m.) y luego estimar la temperatura que podría registrarse en esos momentos, apelando a sus experiencias personales. Como plan de contingencia, también se podría proponer la construcción de una tabla sencilla de tiempo vs temperatura, para luego usarla como base en la elaboración del gráfico. Esta estrategia no solo facilitaría la tarea para quienes lo requieran, sino que también fortalecería el vínculo entre el contexto realista y su representación matemática.

Gráfica 2



Estas gráficas reflejan un modelo simplificado y matemáticamente directo, típico en estudiantes que aún no han desarrollado sensibilidad hacia el comportamiento real de fenómenos naturales. La representación lineal constante puede surgir por:

- La idea equivocada de que “la temperatura sube a la misma velocidad todo el tiempo”.
- Falta de experiencia previa en representar fenómenos reales gráficamente.
- Uso automático de una recta como forma estándar de graficar relaciones crecientes.

Tal como señala Jan de Lange (1987), en el marco de la Educación Matemática Realista, muchos estudiantes tienden inicialmente a usar modelos matemáticos “estándar” o “escolares” sin

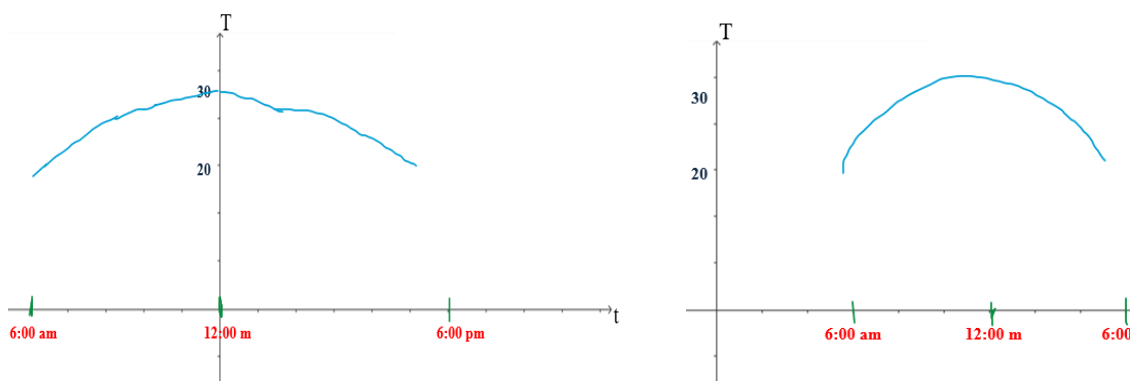
## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

considerar las particularidades del contexto, lo que implica que necesitan ser guiados para reinterpretar el gráfico como una herramienta de modelación contextualizada y no solo como un ejercicio formal. En este sentido, la línea recta aparece no porque los estudiantes tengan una noción física del fenómeno, sino por la aplicación automática de esquemas previamente aprendidos.

Este tipo de respuestas es una oportunidad valiosa para que el docente promueva el análisis crítico y fomente el contraste entre la matematización formal y la matematización informal basada en la experiencia del mundo real.

En cuanto al inciso 1b se podría tener la siguiente situación:

Gráfica 3



Estas gráficas representan una respuesta más elaborada o informada, posiblemente de un estudiante que ha prestado atención a cómo cambia la temperatura a lo largo de todo el día. Refleja que:

- La temperatura aumenta en la mañana, alcanzando su punto más alto cerca del mediodía o primeras horas de la tarde.
- Posteriormente, puede estabilizarse o incluso disminuir levemente debido a factores como nubosidad, sombra o descenso del sol.

Este tipo de respuesta puede surgir en estudiantes que han tenido experiencias más

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

analíticas.

La incorporación del ítem C se hace con el propósito de favorecer el reconocimiento de factores que afectan el clima, en particular, la temperatura. Desde un punto de la apropiación del concepto de función se busca hacer sensible al interdependencia de magnitudes o variables en los fenómenos relacionados con el clima.

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

## Apéndice B. Análisis A Priori De La Tarea 2

COMPARACIÓN E INTERPRETACIÓN DE REPRESENTACIONES GRÁFICAS DE  
TEMPERATURA

Esta tarea busca desarrollar en los estudiantes habilidades de interpretación gráfica, comparación de representaciones y reflexión sobre fenómenos reales como la variación de la temperatura a lo largo del tiempo. La actividad fomenta la **matematización horizontal**, permitiendo al estudiante conectarse con contextos cercanos y reales, así como avanzar hacia una **matematización vertical**, al reconocer patrones y relaciones funcionales.

**Punto 1: Análisis de dos gráficas (propia y de un compañero/a)****1a. Descripción en palabras de la gráfica asignada**

Es esperable que los estudiantes usen un lenguaje cotidiano y subjetivo para describir la gráfica de su compañero/a. Pueden utilizar expresiones como “la línea va subiendo”, “parece una montaña”, o “es como una curva suave”. Algunos podrían referirse a características más técnicas como “es una línea recta” o “una curva en forma de U”.

**Dificultades posibles:**

- No reconocer el comportamiento no lineal.
- Describir la forma sin relacionarla con el fenómeno físico.
- Dificultad para expresar cambios en temperatura de forma temporal.

**Respuesta esperada (tipo):**

“La gráfica del compañero tiene una línea curva que sube desde las 6:00 a.m. hasta las 12:00 m. La temperatura va aumentando poco a poco, empieza como en 20 grados y llega hasta casi 30. Se parece a una subida.”

**1b. Comparación entre gráficas:** Los estudiantes deberían identificar semejanzas en la

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

tendencia general (por ejemplo, ambas gráficas son crecientes), pero también notar diferencias en aspectos como el ritmo de cambio, la forma de la curva (más pronunciada o lineal) y los valores extremos.

### **Dificultades posibles:**

- Comparar solo superficialmente (“es igual”, “la mía es diferente” sin explicación).
- No identificar correctamente la hora de temperatura máxima.
- No usar información del eje horizontal y vertical para justificar.

### **Respuesta esperada (tipo):**

“Las dos gráficas suben, pero la mía es más curva y la del compañero es casi una recta. En la mía, la temperatura más alta es como a las 11:30 a.m., y en la del compañero es justo al mediodía.”

### **1c. Relación entre temperatura y tiempo**

Se espera que reconozcan una **dependencia funcional**, al identificar que la temperatura cambia según la hora del día.

### **Errores comunes:**

- No entender el concepto de variable dependiente e independiente.
- Confundir correlación con causalidad.

### **Respuesta esperada (tipo):**

“Sí, se puede ver una relación, porque a medida que pasa el tiempo, la temperatura va subiendo. Eso muestra que la temperatura depende de la hora del día.”

### **1d. Influencia del contexto en la gráfica**

Los estudiantes podrían mencionar aspectos como la percepción del clima, la experiencia personal, o la ubicación geográfica como factores que influyen en cómo cada uno construyó su

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

gráfica.

### **Respuesta esperada (tipo):**

“Sí, creo que el compañero pensó en una zona más caliente o en un día más soleado. Por eso la temperatura sube más rápido. Eso se ve porque su curva es más empinada.”

### **Punto 2: Socialización**

#### **2a. Aportes de la socialización**

Se espera que los estudiantes valoren el intercambio de ideas como una forma de ampliar su comprensión del fenómeno, especialmente al notar que hay múltiples formas válidas de representar la misma situación.

### **Respuesta esperada (tipo):**

“Me ayudó a ver que no todos piensan igual y que hay diferentes maneras de representar el calor en el día. También entendí mejor cómo cambia la temperatura con el tiempo.”

#### **2b. Preguntas que surgen**

Los estudiantes podrían expresar dudas relacionadas con:

- La exactitud de sus estimaciones.
- Por qué la temperatura no sube siempre igual.
- Cómo representar otros días o climas distintos.

### **Parte 3: Variación durante tres días**

#### **3a. Realización del gráfico**

Se espera que los estudiantes repitan un patrón de curva diaria para cada uno de los tres días, posiblemente con colores distintos. Algunos podrían hacer un gráfico continuo de tres ciclos; otros podrían usar tres curvas separadas.

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

**Errores comunes:**

- Representar los días como intervalos discontinuos.
- Perder la escala en el eje horizontal.
- Repetir formas idénticas sin justificación.

**3b. Identificación de patrones**

Aquí se espera que los estudiantes noten **regularidades** en la temperatura diaria: inicios frescos, aumentos hacia el mediodía y descensos al final del día.

**Respuesta esperada (tipo):**

“Sí, se nota un patrón. Cada día la temperatura sube y baja de forma parecida. El gráfico ayuda a ver que, aunque los días cambian un poco, hay una forma que se repite.”

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

### Apéndice C. Análisis A Priori De La Tarea 3

#### REGISTRO DE DATOS COMO UN METEORÓLOGO

Ítem a) Comparación entre estimación gráfica y datos reales

#### Respuestas esperadas:

HORA	ESTIMADA ESPERADA	DATO REAL
8:20 am	23-24 °C	21,2 °C
11:13 am	26-28 °C	22,9 °C
1:47 pm	27-29 °C	20,1 °C
3:56 pm	25-27 °C	22,4 °C

#### ¿Qué nos dice este análisis?

- Los estudiantes tienden a sobreestimar las temperaturas, especialmente al mediodía y en la tarde.
- Pueden suponer un crecimiento lineal o sostenido, cuando en realidad hay una bajada clara después del mediodía.
- Estas diferencias ofrecen una excelente oportunidad para validar modelos y trabajar con nociones como:

tasa de cambio, máximos locales, comportamiento creciente/decreciente, y percepción vs. medición.

**1.b) ¿Para cada hora o tiempo existe un único valor de temperatura? ¿Tiene sentido que en la realidad existan diferentes temperaturas al mismo tiempo?**

A nivel de noveno grado, los estudiantes podrían reconocer que, en la vida real, en un mismo instante (por ejemplo, 11:13 a.m.), la temperatura registrada es única si se mide en un solo

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

lugar específico, como el patio de su colegio. Sin embargo, algunos podrían pensar que hay varias temperaturas si consideran diferentes partes de la ciudad (sombra vs. sol, campo vs. ciudad). Es esperable que la mayoría, al ver una tabla de datos reales tomada por expertos, afirmen que, en una medición científica, cada tiempo tiene un solo valor de temperatura.

Este ítem puede ayudarles a consolidar la noción de función y de relación unívoca entre tiempo y temperatura, incluso si todavía no lo manejan formalmente.

**1.c) Análisis gráfico (tiempo en minutos desde las 6:00 a.m. a 6:00 p.m.):**

**¿La temperatura ha cambiado drásticamente a lo largo del día?** El estudiante debería observar que los puntos en el gráfico no muestran saltos grandes o bruscos, sino una subida progresiva y luego una disminución. Se espera que describan un cambio gradual de temperatura. Algunos estudiantes pueden usar expresiones como: “la temperatura sube poco a poco y luego baja un poco en la tarde”.

**¿Cuál es la temperatura máxima y mínima, y a qué horas se presentan?**

Se espera que identifiquen el punto más alto y bajo del gráfico con base en la escala. Al convertir los minutos a horas (por ejemplo, 180 minutos = 9:00 a.m., 360 = 12:00 m.), el estudiante debe localizar aproximadamente la hora en que hace más calor y cuándo está más fresco. Esta pregunta permite evaluar la interpretación de gráficos y el vínculo entre tiempo medido en minutos y tiempo cotidiano (horas).

**1.d) ¿Le parecen razonables los datos reales con base en su experiencia?** Los estudiantes pueden referirse a su experiencia personal: salir temprano con clima fresco y sentir más calor hacia el mediodía. Se espera que afirmen que los datos sí les parecen reales, ya que coinciden con lo que sienten en su día a día. Esta pregunta busca conectar intuición cotidiana con

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

datos científicos, fortaleciendo el pensamiento crítico.

**1.e) ¿Por qué el gráfico está hecho con puntos y no con una línea continua?** Aquí se espera que comprendan que los datos fueron recolectados cada 15 minutos, por lo tanto, solo se tiene información de esos momentos puntuales. Aunque en la vida real la temperatura cambia de forma continua, no se puede graficar una línea completa si no se tiene información exacta para todos los instantes.

Esta pregunta introduce el concepto de datos discretos vs. fenómenos continuos, muy útil para modelar la realidad de forma matemática.

### **Funciones y estimaciones**

**2.a) ¿En qué le aportó la socialización con los compañeros y docente para entender mejor el fenómeno de la temperatura?**

**Posible respuesta esperada:** La socialización me ayudó a entender que hay diferentes formas de representar un mismo fenómeno natural, como la variación de la temperatura durante el día. Escuchar a mis compañeros me permitió comparar mi gráfica con la de ellos y darme cuenta de que no todos interpretamos igual los cambios de temperatura. Algunos compañeros pensaban que la temperatura sube de forma recta, mientras que otros la veían más como una curva. Con la guía del docente entendí que la temperatura no cambia de forma exacta ni perfecta, sino que puede variar dependiendo de factores como el clima, si hay nubes o viento, entre otros.

También aprendí que los datos reales no siempre coinciden con lo que uno cree, y por eso es importante mirar gráficos con datos medidos y no solo imaginarse cómo ocurre el cambio. Esto me ayudó a ver que una gráfica es una herramienta para explicar y no solo para dibujar.

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

**2.b) ¿Qué preguntas le surgen o quedan sin responder?**

**Posible respuesta esperada:** Me surgieron varias preguntas, como, por ejemplo: ¿Por qué la temperatura no aumenta de forma constante si el sol está saliendo durante la mañana? ¿Qué tanto influye el lugar en donde se mide la temperatura (por ejemplo, si hay sombra o si es un sitio cerrado)? También me pregunté cómo se miden exactamente esos datos cada 15 minutos y si hay errores en esas mediciones.

Otra duda que me quedó es cómo cambia la temperatura durante la noche, porque en clase solo analizamos desde las 6:00 a.m. hasta las 6:00 p.m., pero no sabemos qué pasa después. Me gustaría entender si hay una forma matemática o una fórmula que pueda ayudar a predecir la temperatura con mayor precisión.

**2.c) ¿Cuál sería el gráfico que describe la variación de la temperatura respecto al tiempo durante tres días? ¿Observa un patrón o regularidad cuando los factores que causan variaciones no son tan drásticos? ¿Sirve el gráfico para explicar la variación de la temperatura en relación con el tiempo medido en días?**

**Posible respuesta esperada:** El gráfico que describe la temperatura durante tres días seguidos tendría una forma similar en cada uno de ellos, si las condiciones del clima no cambian mucho. Esto quiere decir que todos los días la temperatura empezaría en un valor bajo en la madrugada, subiría hasta un punto máximo entre la 1:00 p.m. y 3:00 p.m., y luego empezaría a bajar otra vez en la tarde. Es decir, el gráfico mostraría una especie de patrón repetitivo o cíclico.

Al observar los tres días juntos, se notaría una especie de “subida y bajada” parecida en cada jornada, como si el comportamiento se repitiera. Eso indica que hay cierta regularidad en cómo cambia la temperatura día a día. Este gráfico sirve para explicar que, aunque hay variaciones

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

pequeñas, la temperatura sigue un patrón más o menos predecible si no hay factores extremos como lluvias o frentes fríos. Esto ayuda a entender que las gráficas no solo sirven para un solo día, sino también para estudiar comportamientos a más largo plazo.

**2.d) Estimaciones de  $T(650)$ ,  $T(720)$ ,  $T(750)$ :**

Se espera que lean el gráfico con cierta aproximación. Tal vez se equivoquen un poco en la lectura

Los resultados concretos de las estimaciones a partir de la gráfica real (temperatura vs tiempo) que se esperan son los siguientes:

- **$T(650) \approx 22.33 \text{ }^\circ\text{C}$**

(aproximación basada en interpolación entre los valores registrados a los 645 y 660 minutos)

- **$T(720) = 20.5 \text{ }^\circ\text{C}$**

(valor exacto extraído del gráfico en el minuto 720, es decir, a las 6:00 p.m.)

- **$T(750) \approx 19.9 \text{ }^\circ\text{C}$**

(estimación proyectada considerando una tendencia decreciente cercana de  $0.3 \text{ }^\circ\text{C}$  cada 15 minutos después de las 6:00 p.m.)

Estas respuestas muestran una interpretación razonada de la gráfica por parte de un estudiante de noveno grado, considerando que deben observar la tendencia general de descenso de temperatura en horas de la tarde-noche. Aunque las cifras no tienen que ser exactas, se espera que se aproximen a estos valores y que el estudiante sea capaz de justificar su razonamiento con base en el comportamiento de la curva. Esta tarea busca:

- Confrontar predicciones intuitivas con datos reales.

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

- Fortalecer la lectura de gráficas y tablas.
- Introducir progresivamente la noción de función.
- Desarrollar la capacidad de estimar y argumentar con base en datos observados

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

## Apéndice D. Análisis A Priori De La Tarea 4

## TRABAJO DE CAMPO COMO METEORÓLOGO

Esta tarea busca que los estudiantes:

- Recopilen y analicen datos reales de temperatura y humedad.
- Comprendan las diferencias entre temperatura y sensación térmica.
- Apliquen un modelo matemático sencillo a partir de datos del entorno.
- Representen gráficamente el comportamiento de una variable climática (sensación térmica) en función del tiempo y la humedad.
- Desarrollen habilidades de observación, registro, análisis y argumentación sobre fenómenos del entorno desde una perspectiva matemática.

**1. Conocimientos previos requeridos**

Desde el nivel **conceptual**, los estudiantes deben:

- Comprender las nociones básicas de temperatura y humedad (incluso si no las han trabajado formalmente, se parte de su experiencia cotidiana).
- Interpretar el tiempo en intervalos regulares (uso de cronómetros o conteo de minutos).
- Realizar operaciones aritméticas básicas: suma, multiplicación y uso de fórmulas simples.
- Leer instrumentos (sensor, Micro:bit) e interpretar datos numéricos.
- Comprender la relación entre variables y su representación en tablas y gráficos.

Desde el **nivel de habilidades**, se espera que puedan:

- Trabajar colaborativamente en roles asignados.
- Registrar datos con precisión.

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

- Aplicar una fórmula matemática dada.
- Dibujar gráficos aproximados (bocetos) interpretando tendencias.
- Emitir juicios razonables a partir de observaciones y comparaciones.

### 2. Expectativas de respuesta (nivel argumentativo)

#### a) En el registro de datos

- Se espera que los estudiantes logren identificar cómo cambian la temperatura y la humedad cada 2 minutos. Los valores registrados pueden fluctuar levemente, y los estudiantes podrían notar patrones como incrementos o estabilidad.
- Argumentativamente, los estudiantes podrían expresar observaciones como:  
“La temperatura subió un poco después de 10 minutos, pero la humedad bajó”.

“Hubo un cambio brusco cuando alguien abrió la puerta”.

Estas afirmaciones, aunque simples, muestran atención a patrones y comienzos de razonamiento causal.

#### b) En el cálculo de la sensación térmica

- Aplicarán la fórmula dada:  $ST = T + 0.1H - 5$ , la cual tiene una estructura simple y permite una exploración significativa del efecto de la humedad sobre la temperatura percibida.
- Se espera que los estudiantes puedan notar que, **a mayor humedad, mayor sensación térmica**, incluso si la temperatura se mantiene constante.

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

Tiempo (t) en	Temperatura	Tiempo (t) en	Humedad (H)	Tiempo (t) en	Sensación Térmica
6:00 a. m.	20,4	6:00 a. m.	89,6	6:00 a. m.	24,36
6:15 a. m.	18,6	6:15 a. m.	94,7	6:15 a. m.	23,07
6:30 a. m.	21,7	6:30 a. m.	99,4	6:30 a. m.	26,64
6:45 a. m.	22,6	6:45 a. m.	91,1	6:45 a. m.	26,71
7:00 a. m.	21,7	7:00 a. m.	97,1	7:00 a. m.	26,41
7:15 a. m.	21,9	7:15 a. m.	98,2	7:15 a. m.	26,72
7:30 a. m.	21,3	7:30 a. m.	96,9	7:30 a. m.	25,99
7:45 a. m.	21,3	7:45 a. m.	93,3	7:45 a. m.	25,63
8:00 a. m.	22,2	8:00 a. m.	92,1	8:00 a. m.	26,41
8:15 a. m.	21,2	8:15 a. m.	90,5	8:15 a. m.	25,25
8:30 a. m.	20,6	8:30 a. m.	89,7	8:30 a. m.	24,57
8:45 a. m.	22,4	8:45 a. m.	83,3	8:45 a. m.	25,73
9:00 a. m.	22,8	9:00 a. m.	89,4	9:00 a. m.	26,74
9:15 a. m.	21,4	9:15 a. m.	88,6	9:15 a. m.	25,26
9:30 a. m.	22,9	9:30 a. m.	90	9:30 a. m.	26,9
9:45 a. m.	21,5	9:45 a. m.	78,5	9:45 a. m.	24,35
10:00 a. m.	24,1	10:00 a. m.	80,1	10:00 a. m.	27,11

Un estudiante podría escribir:

“Aunque la temperatura era de 25 °C, la sensación térmica fue de 28 cuando la humedad llegó al 80%. Por eso se siente más calor”.

Este tipo de explicación combina datos y experiencia cotidiana, desarrollando una argumentación empírica y contextualizada.

### c) En la representación gráfica

- Se esperan gráficos esquemáticos o aproximados con tendencias visibles, aunque posiblemente con escalas poco precisas.
- En el gráfico de ST vs tiempo, podrían observar una curva o línea ascendente si las condiciones cambiaron gradualmente.
- En el gráfico de ST vs humedad (con temperatura fija), se espera una recta creciente.

Argumentaciones posibles:

“La gráfica sube porque la humedad aumentó”.

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

“Es recta porque cada vez que sube la humedad en 5, la sensación sube 0.5”.

Este razonamiento muestra comprensión de la relación lineal entre variables, ajustado al nivel de noveno grado.

### 3. Posibles dificultades

- **Errores de cálculo:** Pueden olvidar aplicar parte de la fórmula o cometer errores de redondeo o sustitución.
- **Confusión entre variables:** Algunos pueden pensar que temperatura y sensación térmica son lo mismo.
- **Problemas gráficos:** Podrían tener dificultad para representar adecuadamente el eje del tiempo o construir una escala uniforme.
- **Argumentos vagos o incompletos:** Algunos estudiantes podrían responder solo con “porque sí”, sin justificar con datos o experiencias, lo que requerirá guía docente para desarrollar mayor profundidad argumentativa.

### 4. Nivel argumentativo esperado

Según el modelo de niveles argumentativos de Toulmin adaptado a contextos escolares:

- **La mayoría** de los estudiantes alcanzará un **nivel básico o intermedio**, en el que:
  - Emite **una afirmación basada en datos reales**.
  - Establece una relación simple entre variables (causal o correlacional).
  - Usa la experiencia cotidiana como respaldo.

Por ejemplo:

“Se siente más calor cuando la humedad sube, por eso en Bucaramanga a veces se siente más “bochorno”, aunque no haga tanto calor”.

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

Este tipo de respuesta demuestra una integración entre los datos medidos, la aplicación del modelo matemático, y la vivencia cotidiana, que es justamente lo que busca un enfoque de Educación Matemática Realista.

Esta tarea está diseñada para estudiantes de noveno donde se ha buscado:

- Promover la modelación matemática de un fenómeno real.
- Articular conceptos científicos con experiencias locales.
- Desarrollar pensamiento crítico y argumentativo con base en datos.
- Posibilitar diferentes niveles de acceso y respuesta, con oportunidades de intervención docente para enriquecer el discurso matemático.

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

## Apéndice E. Consentimiento Informado Para Padres O Acudiente

**Estimado Sr./Sra.**

Padre de familia o acudiente

Su hijo(a) ha sido invitado a participar en la implementación de una propuesta educativa en el marco del Trabajo de Grado 2 titulado “**Aproximación al concepto de función mediante la modelación y el uso de Micro Bits en estudiantes de 9º**”, realizado por el estudiante Isaías Briceño Jején del programa **Licenciatura en Matemáticas** de la Universidad Industrial de Santander.

Esta intervención se desarrollará en el grado 9-10 del Instituto Técnico Superior Dámaso Zapata y tiene como finalidad acercar a los estudiantes al concepto matemático de función mediante la recolección de datos reales de temperatura en tiempo real, utilizando herramientas tecnológicas como la tarjeta Micro:bit y el sensor DHT22.

Durante las sesiones, se tomarán **fotografías y videos de las actividades realizadas**, exclusivamente con fines académicos. **En ningún caso se mostrarán los rostros de los estudiantes**, ni se revelará su verdadera identidad, para esto se usará en los informes del estudio seudónimos. La intervención se proyecta realizar a mediados del mes de mayo en mutuo acuerdo y consentimiento de la docente titular de matemáticas Luz Jhoanna Prieto.

La participación es totalmente voluntaria, y no representa ningún riesgo físico o emocional. Como padres o acudientes están en la libertad de permitir o no la participación del estudiante, así como el retiro de forma voluntaria del estudiante en caso de ser necesario.

Toda la información recopilada será tratada con **estricta confidencialidad** y siguiendo las orientaciones de ley sobre el tratamiento de datos. En este sentido el uso de los datos será únicamente para propósitos académicos en el marco del trabajo de grado.

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

Para resolver cualquier inquietud o ampliar la información, puede comunicarse con el estudiante investigador o su director, a los correos que se indican a continuación.

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

**ACTA DE CONSENTIMIENTO INFORMADO**

Yo, \_\_\_\_\_, identificado(a) con C.C.

No. \_\_\_\_\_, padre/madre/acudiente del estudiante \_\_\_\_\_,

del grado 9-10, autorizo de forma **voluntaria y anónima** su participación en la propuesta educativa mencionada, así como la **toma de fotografías y videos** durante las actividades, siempre que no se muestren sus rostros ni se revele su identidad.

Declaro haber sido informado(a) de los objetivos y procedimientos de la intervención, y de mi derecho a retirar este consentimiento en cualquier momento, sin ningún tipo de represalia.

Nombre del estudiante investigador:

Isaías Briceño Jején

Correo: [isaias.briceno@correo.uis.edu.co](mailto:isaias.briceno@correo.uis.edu.co)

Teléfono: 3155136554

Nombre del director de trabajo de grado:

Alexander Betancur Sánchez

Correo: [albetsan@correo.uis.edu.co](mailto:albetsan@correo.uis.edu.co)

**Seleccione la opción correspondiente con una X**

**ACEPTO LA PARTICIPACIÓN** \_\_\_\_\_

**NO ACEPTO LA PARTICIPACIÓN** \_\_\_\_\_

Firmado en Bucaramanga, a los \_\_\_\_ días del mes de \_\_\_\_\_ del 2025.

Nombre del padre de familia o acudiente: \_\_\_\_\_

Firma: \_\_\_\_\_

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

Apéndice F. Asentimiento Informado

**MODELACIÓN Y MICRO BITS: ACERCÁNDONOS AL CONCEPTO DE FUNCIÓN  
EN GRADO 9º**

Hola, mi nombre es Isaías Briceño Jejen, soy estudiante del programa de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Industrial de Santander (UIS). Actualmente estoy realizando un trabajo con ustedes para ayudarles a comprender mejor el concepto de función usando tecnología y actividades de modelación. Para eso necesito de su ayuda, ¿me acompaña?

Su participación en esta investigación es voluntaria. Esto quiere decir que, aunque sus papás hayan dicho que puede participar, si no quieres hacerlo puedes decir que no. Nadie se enojará ni pasará nada si decides no participar.

También puedes cambiar de opinión en cualquier momento. Si comienzas a participar y luego ya no quieres seguir, no hay problema. Y si hay alguna pregunta que no quieres responder, tampoco es obligatorio hacerlo. Si tiene dudas o algo no lo entiende, puede preguntarme lo que quiera y con gusto se lo explico.

**¿Qué pasará si decides participar?**

Harás parte de algunas actividades usando Micro:Bits, sensores y situaciones del día a día.

Las actividades serán parte de una experiencia divertida para aprender más sobre funciones matemáticas.

Toda la información que comparta será confidencial y solo la conocerán el equipo de investigación y sus papás.

**¿Qué pasa si no participas?**

No pasa nada.



No afectará sus notas ni su relación con sus profesores o compañeros.

## APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN

**¿Quieres participar?**

Si aceptas participar, pon un ✓ en el recuadro que dice “Sí quiero participar”, escribe su nombre y colorea la mano que indica que sí quieres participar con tu color favorito.

Si no quieres participar, pon un ✓ en el recuadro que dice “No quiero participar” y colorea la mano que indica que no quieres participar con el color que menos te gusta.

 **Sí quiero participar** **No quiero participar** (Mano con pulgar arriba) (Mano con pulgar abajo)

**Nombre:** \_\_\_\_\_

**Fecha:** \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ del 2025.