LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS COMO ESTRATEGIA QUE MOTIVA Y APOYA EL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO DE LAS MATEMATICAS EN LA EDUCACIÓN SUPERIOR

CLAUDIA CAROLINA POVEDA MEDINA

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE HUMANIDADES
CENTRO PARA EL DESARROLLO DE LA DOCENCIA EN LA UIS
CEDEDUIS
BUCARAMANGA
2004

LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS COMO ESTRATEGIA QUE MOTIVA Y APOYA EL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO DE LAS MATEMATICAS EN LA EDUCACIÓN SUPERIOR

CLAUDIA CAROLINA POVEDA MEDINA

Proyecto de Grado presentado como requisito para optar al título
Especialista en Docencia Universitaria

Directora
DORA CRISTINA CAÑAS BETANCUR
Especialista en Docencia Universitaria

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE HUMANIDADES
CENTRO PARA EL DESARROLLO DE LA DOCENCIA EN LA UIS
CEDEDUIS
BUCARAMANGA
2004

AGRADECIMIENTOS

A Dios, por amarme y darme toda su sabiduría en todo momento de mi vida. A mis padres y hermanas, por su amor, su apoyo constante y su motivación en el estudio de esta especialización. A la profesora DORA CRISTINA CAÑAS BENTACUR, por su asesoría, su dedicación y su entrega incondicional al desarrollo de esta monografía. A los profesores del CEDEDUIS, por sus aportes y su contribución significativa en los diferentes módulos tratados en la especialización. A mis compañeros, por su sentido de amistad, su ayuda y su colaboración durante el año de estudios.

CONTENIDO

Pág.

RESUMEN

TITULO: LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS COMO ESTRATEGIA QUE MOTIVA Y APOYA EL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO D ELAS MATEMATICAS EN LA EDUCACIÓN SUPERIOR.*

AUTOR: CLAUDIA CAROLINA POVEDA MEDINA**

PALABRAS CLAVES:

- Aprendizaje Significativo
- Resolución de Problemas
- Trabajo en grupo
- Aprendizaje colaborativo

El estudio de la matemática puede convertirse en un proceso rutinario y sin ningún sentido para los estudiantes, si no se brindan las condiciones adecuadas para ello. En este sentido, ésta monografía es la aplicación y análisis de una propuesta metodológica que pretende aportar una alternativa de enseñanza de este materia para los estudiantes universitarios.

La propuesta está orientada por el enfoque de resolución de problemas tratando de involucrar de forma significativa a los estudiantes con el estudio de las matemáticas. La propuesta se desarrolla a través de tres momentos donde se presenta la visión crítica, fundamentación teórica y aplicación de la misma por medio de diferentes problemas que envuelven al estudiante en forma activa, haciéndolo partícipe de su propio aprendizaje. Para dicha aplicación se hace énfasis en el trabajo en grupo en el aula para una formación integral del individuo, ya que más que aprender y desarrollar conceptos, lo que el estudiante desarrolla es su capacidad de pensar y analizar, de distinguir lo particular de lo general, lo preciso de lo ambiguo, lo objetivo de lo subjetivo.

Asimismo se presenta una serie de conclusiones, con las cuales se evalúa los alcances de la propuesta. Por todo esto, es por lo que en una sociedad cada vez más desarrollada, las Matemáticas tienen una incidencia relevante en la comprensión, interpretación y desarrollo de nuestro mundo. Es en este sentido en el que se puede afirmar que las Matemáticas están en la base de cualquier contexto social, científico y tecnológico y todo éste esfuerzo sólo tendrá repercusión en la educación si se conforman grupos de reflexión, trabajo e investigación en las diferentes instituciones.

---

* Monografía
** Cededuis, Especialización en Docencia Universitaria, Dora Cristina Cañas Betancur.

SUMMARY

TITLE: Resolving problems as a strategy that motivates and supports the significative learning of the Mathematics in the superior education[*]*

AUTHORS: CLAUDIA CAROLINA POVEDA MEDINA[**]

KEYWORDS:

- Significative Learning
- Resolving of problems
- Work in groups
- Collaborative learning

DESCRIPTION OR CONTENT

The study of the mathematics can become a routine process and without sense for the students if the appropriate conditions are not offered to them. In this sense, this monograph is the analysis and application of a methodological proposal that seeks to be the university students an alternative of learning.

The proposal is guided the focus of resolving problems trying to involve from a significant way to the students with the mathematics' study. The proposal is developed in three important moments: la critical vision, theoretical foundation and application of the same one by means of different problems that involve the student in active form, making it participant of its own learning. For this application emphasis is made in the work in group in the classroom for the individual's integral formation, more than learning and developing concepts the students develop their capacity of thinking and analysing.

Indeed, there are conclusions to which is posible evaluate the reaches of the proposal. In a develop society, the mathematics are relevant in the comprenhesion, interpretation and development of the world. Mathematics are very import, the are base of any social, scientifc and technological context. To have repercussion in the educational system it is necessary to conform groups of discussion, to work on investigation around mathematics in all of the educative institutions.

[*] Monography
[**] Cededuis. Especialización en Docencia Universitaria, Dora Cristina Cañas Betancur

INTRODUCCIÓN

Desde la época de los años 70 se han buscado los mejores métodos y procedimientos para que la enseñanza sea eficaz en cuanto a la facilidad del aprendizaje por parte del estudiante y la máxima asimilación en cuanto a la calidad, extensión y profundidad. En la Universidad Industrial de Santander desde 1983 se vienen realizando actividades diagnósticas sobre las necesidades de actualización de docentes en el área de las matemáticas.

Actualmente la mayoría de los estudiantes ni piensan ni razonan cuando hacen matemáticas, generalmente desarrollan destrezas algorítmicas que dan la sensación de saber matemáticas y al profesor la falsa ilusión de haberlas enseñado. Desde este punto de vista el aprendizaje de las ideas matemáticas se contempla como un proceso activo de resolución de problemas, el énfasis se coloca en el razonamiento y procesos mentales subyacentes a la producción de una respuesta, partiendo de la concepción constructivista de que el estudiante aprende reorganizando el conocimiento que se le proporciona a la luz de lo que él ya sabe. Aquí el papel del docente es el de establecer un equilibrio entre animar a los estudiantes a generar sus propias ideas y formas de trabajar y que llegue a aprender los conocimientos institucionalmente determinados y que la sociedad le va a pedir.

Esta monografía ofrece posibilidades para que los docentes reflexionen sobre su actuación teniendo una referencia metodológica coherente, aplicable y que propicie la interacción entre la práctica y la fundamentación teórica. Además el docente debe vivenciar los cambios tanto en la enseñanza como en el aprendizaje, para que luego permita a sus estudiantes construir sus propios conceptos, contextualizarlos y transferirlos en diversas situaciones, así como asumir las responsabilidad de la preparación integral de los aprendices, que los posibilite para vivir en un mundo en cambio constante, sobretodo en cuanto al avance tecnológico.

1. DIFICULTADES AL REALIZAR APRENDIZAJES SIGNIFICATIVOS EN EL ÁREA DE MATEMÁTICAS. VISIÓN CRÍTICA

En la actualidad se hace necesario que los docentes sean poseedores de conocimientos que les permitan desenvolverse a tono con los cambios dentro de las aulas, de manera que propicien en los alumnos aprendizajes realmente significativos y que promuevan la evolución de sus estructuras cognitivas.

Durante mucho tiempo se consideró que el aprendizaje significaba cambio de conducta; esto, porque dominó una perspectiva conductista de la labor educativa. Sin embargo, se puede afirmar que el aprendizaje del ser humano va más allá de un simple cambio de conducta como consecuencia de su interacción con el medio externo, sino que conduce a un cambio en el significado de la experiencia humana que implica no solo pensamiento, sino también creatividad, afectividad pues únicamente, cuando se consideran en conjunto tales actividades, se capacita al individuo para enriquecer su propia vivencia.

Así mismo vemos que desde la antigüedad las tentativas de conocimiento han acompañado al pensamiento humano. En un mundo que cambia de manera continua y que exige habilidades especiales para sobrevivir y desempeñarse competentemente en situaciones cada vez más complejas, es indispensable asumir nuevos retos pedagógicos que conduzcan al alumno a desarrollar plenamente sus capacidades para enfrentar problemas, para tomar decisiones, para adquirir conocimientos nuevos, y en síntesis, para mejorar su calidad de vida. Es indudable que debemos desarrollar una cultura científica y por ello necesitamos estar formados para poder interpretar los fenómenos, para establecer las condiciones que subyacen en ellos, para argumentar y demostrar las ideas que tenemos sobre éstos y para que cuestionemos y valoremos a las ciencias mismas. En otras palabras, debemos plantear desde las ciencias situaciones problemáticas que puedan ser resueltas a partir de las acciones que realicemos con nuestros estudiantes. Es decir, más allá de asegurar la posesión de conocimientos debemos asegurar el desarrollo de *competencias.*

Desde esa perspectiva se hace necesario dar un sentido a lo que los estudiantes aprenden, es decir, darle *significado*. Dar significado, implica establecer relaciones entre el conocimiento que el alumno posee y el conocimiento nuevo. El alumno no sólo acumula conocimientos sino que se apropia de los conceptos, los integra y los utiliza de manera creativa y flexible, en contextos reales.

Sólo habrá “aprendizaje significativo cuando lo que se trata de aprender se logra relacionar de forma sustantiva y no arbitraria con lo que ya conoce quien aprende, es decir, con aspectos relevantes y preexistentes de su estructura cognitiva”[1]. Esta relación de lo que se aprende con lo que constituye la estructura cognitiva del educando, fundamental para Ausubel, tiene consecuencias trascendentes en la forma de abordar la enseñanza. Existen creencias injustificadas que dan cuenta de que el aprendizaje por recepción es invariablemente repetitivo y que el efectuado por descubrimiento es inherente y forzosamente significativo. En realidad cada distinción constituye una dimensión completamente independiente del aprendizaje y por lo tanto, es posible de que ambos aprendizajes, por recepción y por descubrimiento, puedan ser repetitivos o significativos.
Vemos entonces como el aprendizaje es un medio valioso en el desarrollo de las funciones mentales, como comprensión, razonamiento, análisis y

[1] AUSUBEL, David P., NOVAK, Joseh, HANESIAN, Helen. Psicología educativa: Un punto de vista cognoscitivo. Sexta edición. México: Trillas 1993. Pág. 48

generalización del pensamiento, lo cual favorece el potencial intelectual de los alumnos. Así, debemos hacer mayor énfasis en la función de facilitar herramientas que permitan resolver problemas de la vida diaria por estar más de acuerdo con las necesidades del país, sin dejar de proporcionar la estructura lógica indispensable.

Hoy en día, podríamos completar la frase de Descartes "Pienso, luego existo" diciendo: Existo, luego soy consciente. En efecto, el estudiante debe ser conciente de los problemas para poderlos resolver, debe reflexionar sobre la naturaleza para poderla transformar, porque ésta y aquellos actúan sólo sobre una conciencia activa.

También, las teorías del aprendizaje ofrecen una explicación sistemática, coherente y unitaria de ¿Cómo se aprende?, ¿Cuáles son los límites del aprendizaje?, ¿Por qué se olvida lo aprendido?. En los principios del aprendizaje, encontramos un complemento a las teorías anteriormente nombradas, ya que se ocupan de estudiar a los factores que contribuyen a que ocurra el aprendizaje, en los que se fundamentará la labor educativa. Para entenderlos, es necesario tener en consideración tres elementos del proceso educativo: los profesores y su manera de enseñar; la estructura de los conocimientos que conforman el currículo y el modo en que éste se produce y el entramado social en el que se desarrolla. En este sentido, si el docente desempeña su trabajo basándolo en principios bien establecidos, podrá racionalmente elegir nuevas técnicas de enseñanza y mejorar la efectividad de su labor.

Hay algo importantísimo en la orientación cognitiva, es primero: la interpretación de la conducta como algo más que la simple respuesta a los estímulos que permite comprender el verdadero proceso de la conducta que es la mente humana; segundo: la cibernética y la teoría de la información que conciben el organismo como una realidad activa que procesa y actúa sobre los mensajes. La psicología cognitiva pretende devolver a la psicología áreas de investigación ampliamente olvidadas pero que considera legítimas y posibles; busca no sólo predecir y controlar la conducta, sino también explicarla. También, opera con unos esquemas interpretativos alejados de la secuencia mecanicista estímulo-respuesta y más cercanos al procesamiento de la información; de esta manera atribuye la significación psicológica del cambio de conducta, no tanto a los sucesos externos del ambiente cuanto a complejas situaciones mentales y a mecanismos de carácter interior.

Así vemos como la "psicología educativa trata de explicar la naturaleza del aprendizaje en el salón de clases y los factores que la influyen; estos fundamentos psicológicos proporcionan los principios para que los profesores descubran por sí mismos los métodos de enseñanza más eficaces, puesto que intentar descubrir métodos por ensayo y error es un procedimiento ciego y, por tanto innecesariamente difícil y antieconómico".[2]

Después de señalar la importancia que tiene la psicología cognitiva en la educación es preciso plantear que el área más completa del currículo de cualquier Institución, es la Matemática. En realidad, las matemáticas son tan antiguas como la propia humanidad; en los diseños prehistóricos de cerámica, tejidos y en las pinturas se pueden encontrar evidencias del sentido geométrico y del interés en figuras geométricas. Los sistemas de cálculo primitivos estaban basados, seguramente, en el uso de los dedos de una o dos manos, lo que resulta evidente por la gran abundancia de sistemas numéricos en los que las bases son los números 5 y 10. Desde la época de Galileo y Newton se han desarrollado nuevas técnicas de investigación y recursos matemáticos que facilitan la interpretación de la naturaleza. Sin embargo, aún muchas soluciones resultan temporales a la luz de nuevas

[2] Ibid. Pág 17

investigaciones; todavía falta mucho por recorrer en el camino de conocimiento de la naturaleza.

Tradicionalmente, en la enseñanza de las matemáticas dominaba un planteamiento sólo atento a la transmisión de conocimientos: el profesor elaboraba contenidos que el estudiante recibía pasivamente, muchas veces con indiferencia. Este modelo didáctico, que adopta la clase magistral como paradigma, transmitía una visión de la ciencia muy dogmática, con saberes ya acabados y completos, y una fuerte carga de contenidos memorísticos. Los estudios interesados en impulsar la investigación didáctica en busca de nuevas metodologías reflejaron una creciente apatía de los jóvenes frente a las matemáticas, cuando no una franca aversión, según avanzaban los cursos. Para contrarrestar esta actitud, se propone la resolución de problemas en Matemáticas, es decir, para los jóvenes es mejor relacionar su entorno con las mismas, poder llegar a entender que están en todas partes de nuestro existir. Además, el objetivo fundamental en éstas es formar una persona con una actitud científica, que con ayuda de la interacción social colabora en la construcción del conocimiento.

Los profesores que ven su tarea como la transmisión de un conocimiento acabado y abstracto tienden a adoptar un estilo expositivo. Su enseñanza está plagada de definiciones y de procedimientos algorítmicos. Sólo al final, en contados casos, aparece un problema contextualizado como aplicación de lo que supuestamente se ha aprendido en clase. La resolución de problemas se queda para el Taller de Matemáticas, en clase hacemos cosas más serias, las auténticas matemáticas.

Ahora bien, si por el contrario, consideramos que el conocimiento matemático no es algo totalmente acabado sino en plena creación, que más que conceptos que se aprenden existen estructuras conceptuales que se amplían y enriquecen a lo largo de toda la vida, entonces ya no bastará con la exposición. Habrá que hacer partícipes a los estudiantes del propio aprendizaje. Y sólo hay una forma de hacerlo: dar significado a todo lo que se enseña.

Para desarrollar el hábito de pensar sólo hay un camino: pensar por uno mismo. Permitir que los estudiantes participen en la construcción del conocimiento es tan importante como exponerlo. Hay que convencerlos de que la matemática es interesante y no sólo un juego para los más aventajados. Por lo tanto, los problemas y las teorías deben mostrárseles como relevantes y llenos de significado.

La evaluación de la capacidad que tenga el estudiante de utilizar las matemáticas para la resolución de problemas, debe mostrar evidencia de que son capaces de : formular problemas, aplicar diversas estrategias para resolverlos, comprobar e interpretar resultados, generalizar soluciones. También, debe determinar la capacidad que tenga el estudiante para desarrollar todos los conceptos de la resolución de problemas. Para determinar si son capaces de formular problemas es esencial contar con datos sobre su capacidad de hacer preguntas, utilizar una información dada y elaborar conjeturas.

Por tanto, las actividades que se propongan a los estudiantes deben ser tan interesantes que los inviten a observar y a experimentar sobre algunos hechos particulares, de los que pueden deducir propiedades de objetos, generalizar, reconocer la naturaleza de algunas situaciones matemáticas, comprobar hechos, desarrollar la creatividad y por supuesto, curiosear de una manera desprevenida las matemáticas.

En la enseñanza de las matemáticas, el mundo perceptible, aquel mundo en el cual la conciencia integra los estímulos sensoriales sobre objetos, hechos o situaciones y los transforma en experiencia útil, es de gran importancia ya que el estudiante debe tomar todas éstas y analizarlas para poder resolver situaciones que cada docente le presente. Hay un límite importante para detectar éste mundo perceptible es el utilizado en la exploración. Pero infortunadamente en el universo hay espacios que no podemos explorar.

Desde la perspectiva de Mosterín existe entonces un universo, el inteligible, "aquel que se une con el observable, pero que es capaz de ir más allá de algo, teniendo en cuenta todas las bases de nuestro existir; es decir, no aparta las leyes de nuestro conocimientos sino que las interactúa para llevar a un mejor entendimiento de nuestro ser".[3] Así, éste, es como un profesor que vive pendiente de sus estudiantes y es capaz de guiarlos en la elección del mejor camino, acompañándolos en sus experiencias y tratando de darles lo mejor para que puedan avanzar. Luego, es materia de puro conocimiento, sin intervención de nuestros sentidos, en el cual el universo observable es pieza fundamental para descifrar algunos acontecimientos de nuestro vivir. Hay que tener en cuenta que estos tres universos no son totalmente incluyentes, y que hay situaciones que se profundizan hasta un límite, hechos que solo se pueden observar en nuestro mundo y acciones que las podemos informar, imaginar y clarificar basándonos en ideas concretas.

Por tanto, una de las críticas más escuchadas en los medios educativos es que el proceso tradicional de enseñanza-aprendizaje falla porque los estudiantes no encuentran utilidad ni interés en la mayoría del material del que disponen (al menos de la manera en que éste se les presenta), ya que

---

[3] MOSTERÍN, J. Límites del Conocimiento Cosmológico. En SILVA ROJAS, Alonso. Filosofía de la Ciencia.. Bucaramanga: UIS, 2004. Pág. 12.

para aumentar la comprensión de un tema dado deben involucrarse por completo. Posee mucho más valor educacional el compromiso de los alumnos para descubrir los resultados y llegar a sus propias conclusiones activamente que el hecho de escuchar una conferencia sobre cómo alguien llegó a esas mismas conclusiones en otro tiempo y lugar. De esta manera, invertirán más energía en el tema y retendrán el concepto en la memoria como un auténtico aprendizaje significativo, uno de los conceptos clave de la actual Reforma Educativa.

El aprendizaje significativo ocurre sólo si se satisface una serie de condiciones: que el estudiante sea capaz de relacionar de manera no arbitraria y sustancial la nueva información con los conocimientos y experiencias previas y familiares que tiene en su estructura mental. La motivación en el aula depende de la interacción entre el profesor y sus estudiantes. Lo que nos indica que todo docente debe cultivar en sus estudiantes mediante las situaciones de aprendizaje, la solución de problemas, la investigación, el razonamiento, la deducción y construcción de modelos con base en los conocimientos existentes en sus estructuras cognitivas y hacer del trabajo en el aula la herramienta principal para el pleno dominio de esta área del saber.

Así, todas las estrategias de enseñanza son utilizadas intencional y de manera flexible por el profesor y éste las puede usar antes, para activar la enseñanza, durante el proceso, para favorecer la atención y después, para reforzar el aprendizaje de la información nueva. El papel de las distintas estrategias de enseñanza tienen como meta desafiante en el proceso educativo que el aprendizaje sea capaz de actuar en forma autónoma y autorregulada.

En el aprendizaje significativo se pretende buscar que el alumno construya su propio aprendizaje , llevándolo hacia la autonomía, a pensar de modo tal que desarrolle su inteligencia relacionando de manera integral lo que tiene y conoce respecto a lo que se quiere aprender. Podemos decir, que todo docente de matemática debe promover que el estudiante trabaje y construya sus propios aprendizajes; que llevan a ser autónomos, que integren sus experiencias a otras ya conocidas , que elijan lo que desean aprender y no buscar el desarrollo de la memoria y la repetición como alternativa de aprendizaje .

El aprendizaje significativo busca romper con el tradicionalismo memorístico, el cual fomenta la memoria y la repetición. Se preocupa por los intereses, y necesidades que hacen que lo que el alumno desea aprender tenga significado y sea valioso para él, de allí vendrá el interés por el trabajo y las experiencias vividas en el aula.

Es por todos conocidos que si el aprendizaje se logra de modo memorístico y mediante la repetición al poco tiempo se olvidará, más en matemática, ya que los nuevos conocimientos se incorporan en forma arbitraria en la estructura cognitiva del alumno y éste realiza un esfuerzo muy grande para integrar éstos con los antiguos conocimientos; es por esto, que el estudiante no concede valor a los contenidos presentados por el profesor y sólo estudia para el momento. Por su parte, el aprendizaje significativo como se construye con base en lo que el estudiante conoce es una actividad en donde él puede desarrollar habilidades y recordar con facilidad tal actividad de aprendizaje. Toma en cuenta los intereses, necesidades y realidades del alumno, es por ello, su interés por aprenderlo porque lo considera valioso.

Las ventajas del aprendizaje significativo para la enseñanza de la matemática son:

- El estudiante tiene una retención más duradera del concepto matemático; este tipo de aprendizaje modifica la estructura cognitiva del estudiante mediante reacomodos de la misma para integrarla a la nueva información.

- El estudiante puede adquirir nuevos conocimientos de la matemática con mayor facilidad relacionando los ya aprendidos con los nuevos en forma significativa, puesto que, al estar claramente presentes en la estructura cognitiva se facilita su relación con los nuevos contenidos.

- La nueva información sobre los conceptos matemáticos se conserva y no se olvida fácilmente, pues ha sido de interés para el estudiante.

- Es un aprendizaje activo porque se construye con base en las acciones y las actividades de aprendizaje de los propios estudiantes.

- Es personal, es decir, la significación de los aprendizajes depende de los recursos cognitivos del estudiante, de sus necesidades, de su interés, de su realidad.

Para lograr un aprendizaje significativo en una clase de matemática debemos tener presente y recordar en todo momento que en este tipo de aprendizaje no se debe forzar la experiencia de aprendizaje y el trabajo del estudiante hacia lograr lo que nosotros queremos, sino a sus necesidades e intereses. Por lo tanto, las experiencias y conocimientos previos deben ser nuestro punto de partida en este proceso y recordar que la etapa de razonamiento que tiene el discente es importante pues no podemos pretender que construya un aprendizaje si anteriormente no se han adquirido conocimientos previos del tema para relacionarlos con los nuevos.

También el docente debe tener presente que el material presentado debe presentar una estructura interna organizada, que sea susceptible de dar lugar a la construcción de significados y que exista la posibilidad de que el educando relacione el conocimiento presentado con los conocimientos previos, ya incluidos en su estructura cognitiva, y también que exista un componente de disposiciones emocionales y actitudinales, en el que el maestro sólo puede influir a través de la motivación.

1.1 ¿Qué significa Aprender Significativamente?

Es enseñar a los estudiantes a que se vuelvan aprendices autónomos, independientes y autorreguladores, capaces de aprender a aprender.

Esto implica la capacidad de reflexionar la forma en que se aprende y actuar en consecuencia, autorregulando el propio proceso de aprendizaje mediante el uso de estrategias flexibles y apropiadas que se transfieran y adopten a nuevas situaciones.

No debemos olvidar que el principal responsable de la tarea evolutiva en el aula debe ser el docente y resaltamos la radical importancia de la figura individual del profesor en la educación, en la enseñanza práctica y en la problemática de ayudar al alumno.

El éxito del profesor individual depende de algo más que de una notable personalidad y de su erudición. Existe un "arte" para dirigir al grupo en el aula cada profesor debe ser eficiente en este aspecto y es estimulante saber que esta habilidad puede ser adquirida.

Sin comprender lo que se hace, la práctica pedagógica es una reproducción de hábitos y supuestos dados, o bien respuestas que los profesores dan a demandas y consignas externas. Conocer la realidad heredada, discutir los supuestos de cualquier propuesta y sus posibles consecuencias es una condición de la práctica docente ética y profesionalmente responsable. Las teorías y el pensamiento educativo se presentan en muchos casos como legitimadores de realidades y proyectos con una autoridad técnica que oculta las dimensiones éticas, sociales, pedagógicas y profesionales de los hechos y usos en el sistema educativo.

Nosotros como profesores nos encontramos invariablemente relacionados, puesto que donde, al estar frente a nuestros alumnos debemos ser capaces de transmitir todo aquello que confiere parte de nuestra cultura inmersa en otras; de promover un sentido más amplio a la educación, donde no sólo estamos expuestos a lo que somos como cultura nacional, sino a lo que nos transmiten y nos "enseñan" otras culturas; formándonos un criterio y forma de ser. El ser profesor es uno de los privilegios más grandes del ser humano, pues precisamente con su labor está ejerciendo y disfrutando los goces de enseñar nuevos conocimientos y descubrir nuevos horizontes en compañía de sus estudiantes.

2. LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS COMO ESTRATEGIA METODOLÓGICA

Cada vez que nos enfrentamos en el diario vivir a diversas actividades en la que la ciencia juega un papel importante para la solución de las mismas, hacemos y utilizamos la matemática; no importa de que se trate la actividad desde comprar un artículo hasta diseñar un plano o quizás sacar cuentas para nuestros gastos, la encontramos allí como ciencia viva. El mundo natural esta lleno de situaciones problemáticas, en donde el sumar, restar, medir y realizar todo tipo de operación matemática es ya una tarea rutinaria.

Las matemáticas, son un lenguaje simbólico en el que se expresan los problemas y las soluciones encontradas; al igual que la música son un lenguaje universal en el que los signos empleados, su semántica y sintaxis son compartidas en los diferentes grupos humanos; como todo lenguaje implica unas reglas de uso que hay que conocer y su aprendizaje ocasiona dificultades similares al aprendizaje de otro lenguaje no materno.

Resulta curioso y no es nuevo para ningún matemático este punto de vista, todos sabemos, que la mayoría de nuestros problemas son resueltos por la matemática y que podemos partir de la situación planteada en un lenguaje verbal hasta expresarla en expresiones matemáticas para luego buscar su solución , es decir matematizar la situación, mediante datos e incógnitas, que para nosotros eso es rutinario, esto es un carácter universal de la matemática como para los compositores lo son los signos musicales.

Las matemáticas, constituyen un sistema conceptual, lógicamente organizado y socialmente compartido; la organización lógica de los conceptos, teoremas y propiedades explican también gran número de las dificultades en el aprendizaje; un sistema no puede reducirse a sus componentes aislados, ya que las interrelaciones entre los mismos son una parte esencial.

Como ingredientes característicos de la actividad de matematización pueden destacarse la representación simbólica, la búsqueda de lo esencial entre los distintos contextos, situaciones, problemas o procedimientos, la generalización, axiomatización, validación, etc.

Conocer o saber matemáticas, por parte de una persona, no puede reducirse a identificar las definiciones y propiedades de los objetos matemáticos. Debe implicar ser capaz de usar el lenguaje y el sistema conceptual matemático en la resolución de problemas. La atribución de un sentido pleno a los objetos matemáticos está estrechamente ligada a las situaciones de las que emergieron, por esto se postula la necesidad de "establecer puentes" entre la matemática y la realidad natural y social que rodea a los jóvenes.

Todos los docentes debemos cultivar, la utilización de la matemática y vincularla a la realidad del estudiante, basándonos en aquello que le interesa y que pueda despertar su interés, utilizando solo aquellas situaciones que surjan de la realidad del aprendiz lograremos un aprendizaje más significativo, solo así se logrará observar la verdadera efectividad de la matemática, ya no como ciencia abstracta, sino como ciencia aplicada a la realidad.

Se busca entonces, superar el aprendizaje mecanicista por un aprendizaje de calidad, que el joven entienda de que se trata, lo relacione con otros aprendizajes matemáticos, con expresiones de la vida social, de las artes, de la tecnología, de las ciencias. Si bien es cierto, solo un aprendizaje significativo garantizará éxito en la formación del alumno, este aprendizaje permitirá además la integración con otros conocimientos ya adquiridos, la interrelación de los conocimientos, hacer ver que el estudiante conoce la matemática ya no de manera mecánica sino como todo un sistema en conjunto.

Es muy probable que los problemas se enseñen como ejercicios, por medio de algoritmos de rutina, que básicamente consisten en el uso mecánico de fórmulas y la situación de datos conocidos. Si los estudiantes no reconocen en un ejercicio propuesto un algoritmo de rutina para resolverlo, abandonan la tarea, pues pocos usan el análisis cualitativo de las situaciones y no son capaces de enfrentarsen a un conjunto de factores que alimentan su aprendizaje.

Hasta hace poco se consideraba que lo importante era adquirir y desarrollar una serie de habilidades mecánicas entendiendo que éstas iban a despertar no solo la inquietud matemática sino también la cognición aritmética. Todo ello dio lugar a una enseñanza tradicionalista que no permitía a los educandos vincular los formalismos matemáticos que iban adquiriendo con un contexto relacionado con la vida ordinaria, por el contrario, los trabajos realizados colocan de manifiesto la importancia del contenido y de los aspectos temáticos en la construcción del pensamiento matemático.

Aunque hay todavía muchos interrogantes sobre cuales son los mecanismos y procesos que subyacen en el aprendizaje matemático, encontramos principios aceptados que pueden llegar a definir algunas de las estrategias de enseñanza necesarias para potenciar un aprendizaje significativo de las matemáticas: La Resolución de Problemas.

Así, se propone la resolución de problemas como uno de los pilares del aprendizaje significativo de las matemáticas. Esta actividad es uno de los vehículos esenciales del dicho aprendizaje; además de una fuente de motivación intrínseca hacia la misma, ya que permite contextualizar y personalizar los conocimientos. El trabajo intelectual del estudiante debe ser, en ciertos momentos, comparable al de los propios matemáticos: el discente debería tener oportunidad de investigar sobre problemas a su alcance, conjeturar, probar, construir modelos, lenguajes, conceptos, teorías, intercambiar sus ideas con otros, adoptando aquellas que le sean útiles.

Además, es importante tener en cuenta que dicha estrategia didáctica se debe mejorar cada día como miras a lograr que sea el propio estudiante quien diseñe, mediante investigaciones previas, el mecanismo apropiado para permitir una funcionalidad más amplia a los conceptos asimilados en la cátedra.

La mayoría de los docentes pensamos que solo con resolver ejercicios de derivar, integrar y calcular cualquier operación es lo que necesitan los discentes y que sólo así saben matemática, ¡ tamaño error !, al contrario debe haber una preparación integral para que resuelvan problemas de su vida donde debemos encaminar nuestros esfuerzos.

El tipo de discurso, o sea la comunicación oral o escrita en el aula, realizada por el profesor y los estudiantes es un aspecto central determinante de lo que éstos aprenden sobre matemáticas. Si el núcleo de la comunicación sólo se produce por el docente hacia los aprendices, de forma escrita a través del tablero, ellos aprenderán unas matemáticas distintas, y adquirirán una visión diferente de ellas, que si tiene lugar una comunicación más rica entre profesor y estudiantes y de estos entre sí.

No podemos olvidar, que la evaluación se considera como un proceso que es parte del aprendizaje. Debe proveer al docente y al joven la retroalimentación necesaria para diagnosticar, corregir y orientar las actividades futuras. Es por ello que estas sugerencias no están orientadas a una actividad específica de evaluación sino que, más bien son insumos para que los docentes los puedan utilizar en el desarrollo de actividades de evaluación, ya sea individual, en parejas o de manera grupal, para la elaboración de una prueba o para plantear un trabajo de investigación.

En Colombia son muchos los casos en donde nuestros docentes sólo aplican la evaluación con base a porcentajes sumativos, descuidando otros aspectos prioritarios de este proceso, como lo es, diagnosticar, corregir y reformar, para que el proceso enseñanza-aprendizaje sea más productivo y utilizar la evaluación como herramienta para motivar al estudiante y a la vez para mejorar nuestra la calidad de enseñanza.

También, es recomendable que se evalúen diversos aspectos del proceso de enseñanza- aprendizaje, y no sólo los resultados de los ejercicios o problemas planteados. Cobra relevancia en este programa observar y evaluar el tipo de razonamiento empleado, el método utilizado, la originalidad de las ideas planteadas. Si la evaluación es grupal, además debe considerar la forma en que trabajó el grupo y cómo utilizó los medios disponibles.

Reflexionar profundamente sobre estas palabras, en cuanto a los aspectos inherentes a la matemática es prioritario en la educación colombiana, para mejorar muchos aspectos que de una u otra forma son obstáculos para facilitar la enseñanza y el aprendizaje de esta ciencia.

2.1 PROCESO O PASOS EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Hay una diferencia básica entre el concepto "problema" y "ejercicio". No es lo mismo hacer un ejercicio que resolver un problema. Una cosa es aplicar un algoritmo de forma más o menos mecánica, evitando las dificultades que introduce la aplicación de reglas cada vez más complejas y otra, resolver un problema, dar una explicación coherente a un conjunto de datos relacionados dentro del contexto. La respuesta suele ser única, pero la estrategia resolutoria está determinada por factores madurativos o de otro tipo. Se puede identificar una serie de pasos que son necesarios a la hora de resolver problemas, cualquier tipo de problemas.

En el aprendizaje por descubrimiento de Ausubel, el discente debe descubrir el contenido por sí mismo, generando proposiciones que representen ya sea soluciones a los problemas que se le planteen o los pasos sucesivos para resolverlos. Éste también es llamado resolución de problemas y Ausubel considera los siguientes pasos[4] para su aprendizaje:

- "Un estado de duda, de perplejidad cognoscitiva, de frustración o de conocimiento y de dificultad.

- Un intento por identificar el problema, en el que se incluye una designación más bien inespecífica de los fines perseguidos, la laguna que debe llenarse o la meta que hay que alcanzar, todo esto definido por la situación que plantea el problema.

- Una relación de proposiciones de planteamiento del problema con la estructura cognoscitiva, lo cual activa las ideas antecedentes pertinentes y las soluciones dadas a problemas anteriores que, a su vez, son reorganizadas (transformadas) en forma de proposiciones de hipótesis.

[4] AUSUBEL, David P., NOVAK, Joseh, HANESIAN, Helen. Psicología educativa: un punto de vista Cognoscitivo. Sexta edición. México: Trillas 1993. Pág. 64-65

- Comprobación sucesiva de las hipótesis y replanteamiento del problema de ser necesario.

- Incorporar la solución acertada a la estructura cognoscitiva (comprenderla) y luego aplicarla tanto el problema presente, como a otros ejemplares del mismo problema".

2.2. CONCEPTOS DE PROBLEMA

Para George Pólya (1887 – 1985) padre de las estrategias para la solución de problemas, el problema es:

"Encontrar un camino allí donde no se conocía previamente camino alguno, encontrar la forma de salir de una dificultad, encontrar la forma de sortear un obstáculo, conseguir el fin deseado, que no es conseguible de forma inmediata utilizando los medios adecuados"[5]

2.2.1 El método de cuatro pasos de Pólya. Este método está enfocado a la solución de problemas matemáticos, por ello es importante señalar alguna distinción entre "ejercicio" y "problema". Para resolver un *ejercicio,* uno aplica un procedimiento rutinario que lo lleva a la respuesta. Para resolver un *problema*, uno hace una pausa, reflexiona y hasta puede ser que ejecute pasos originales que no había ensayado antes para dar la respuesta. Esta característica de dar una especie de paso creativo en la solución, no importa que tan pequeño sea, es lo que distingue un problema de un ejercicio. Sin embargo, es prudente aclarar que esta distinción no es absoluta; depende en gran medida del estadio mental de la persona que se enfrenta a ofrecer una solución: Para un niño pequeño puede ser un problema encontrar cuánto es

[5] POLYA, G. Cómo plantear y resolver problemas. Serie de las Matemáticas. Tercera edición. México: Trillas, 1972

3 + 2. O bien, para niños de los primeros grados de primaria responder a la pregunta ¿Cómo repartes 96 lápices entre 16 niños de modo que a cada uno le toque la misma cantidad? le plantea un problema, mientras que a uno de nosotros esta pregunta sólo sugiere un ejercicio rutinario: dividir .

Hacer ejercicios es muy valioso en el aprendizaje de las matemáticas: Nos ayuda a aprender conceptos, propiedades y procedimientos -entre otras cosas-, los cuales podremos aplicar cuando nos enfrentemos a la tarea de resolver problemas.

La más grande contribución de Pólya en la enseñanza de las matemáticas es su Método de Cuatro Pasos para resolver problemas. A continuación se presenta un breve resumen de cada uno de ellos.

2.2.1.1 La comprensión del problema

La comprensión del problema pasa por una correcta interpretación del enunciado.

Si queremos desarrollar en nuestros estudiantes habilidades y destrezas para la resolución de problemas, una de las facetas en la que debemos insistir será en el análisis de enunciados. ¿Cómo concretarlo? Parece obvio que tendremos que poner problemas en los que lo que más nos interese no sea la búsqueda de la solución, ni la estrategia utilizada, ni la visión retrospectiva final, sino el estudio profundo del enunciado. De forma que sea ésta una etapa de familiarización, exploración, etc. En ella se dan los primeros contactos con el problema: Se debe leer el enunciado despacio. ¿Cuáles son los datos? (lo que conocemos). ¿Cuáles son las incógnitas? (lo que buscamos). Hay que tratar de encontrar la relación entre los datos y las incógnitas. Si se puede, se debe hacer un esquema o dibujo de la situación, etc. Estas son algunas preguntas que surgen en ese momento.

2.2.1.2 La concepción de un plan. Un plan de ejecución del problema. Es decir, cómo lo vamos a hacer.

Por lo general, las buenas ideas se basan en las experiencias previas y en los conocimientos adquiridos. El profesor puede mediante preguntas y sugerencias ir acercando al estudiante a la situación que le permita trazar un plan de resolución.

Los comentarios que harán aflorar el plan de trabajo que, tanto en lo que se refiera a su totalidad como en lo que concierna a sus diversas partes, debe ser comentado como ocurrencia y descubrimiento de ellos, podrían ser de este estilo: ¿Conoces algún problema relacionado con éste? Trata de pensar en algún problema familiar que tenga la misma incógnita. He aquí un problema relacionado con éste, y ya resuelto, ¿Puedes hacer uso de él?. ¿Puede enunciarse el problema de forma diferente?. Si no puedes resolver el problema, trata de resolver alguno relacionado con él.

Este tipo de orientaciones, los recuerdos de otros problemas ya resueltos, el entorno en el que se mueve el problema y la propia forma de ser del profesor, desembocarán en la elección de un plan de trabajo, de una estrategia de resolución.

2.2.1.3 La ejecución del plan. Durante el proceso de resolución es conveniente evitar el hacer por hacer. Hay que ser conscientes del por qué hacemos las cosas. De modo que, aún cuando la resolución nos implique afectivamente, debemos reservarnos la capacidad de tomar la suficiente distancia al mismo como para posibilitar la verificación de cada paso.

Para aquellas personas que entienden cada problema como un desafío, una aventura llena de misterios, un enigma a resolver, la ejecución del plan es la aventura en sí misma. Hasta el punto de que, en algunos problemas, llegamos a darnos cuenta de que la solución no es lo más interesante ya que el proceso de resolución puede resultar apasionante y divertido en sí mismo.

Una persona imaginativa, llegará a creer que se adentra en una intrincada selva en la que le acechan todo tipo de peligros. Y al ir avanzando, el camino se bifurcará una y mil veces. ¿Qué camino coger? En ocasiones, se verá muy claro cuál es el sendero que conviene seguir, pero el otro camino nos parecerá más atractivo porque el paisaje que se intuye en su transcurso sea mucho más espectacular.

En cada encrucijada, nos asaltarán la duda y la angustia. La duda, porque no siempre es fácil saber que camino hay que seguir. La angustia, porque elegir un camino supone dejar otro y nunca sabremos qué había al final de un sendero no recorrido. Pero, ¿no queremos que las Matemáticas no se alejen de la vida real? Pues, la vida consiste en eso: en elegir una cosa sabiendo que se dejan otras y que nunca sabremos cómo eran. Pero, los problemas tienen una ventaja. Y es, que siempre podemos volver sobre los propios pasos e investigar alguna línea secundaria que nos haya parecido interesante.

En definitiva, la ejecución del plan adoptado va a requerir que tengamos claras y permanentemente presentes dos cosas: para qué hacemos lo que hacemos y que si un camino no lleva a ninguna salida habrá que dejarlo e iniciar otro.

2.2.1.4 Visión Retrospectiva. Ya hemos llegado a la solución del problema. ¡Ya está resuelto! La dosis de satisfacción que se recibe es tan elevada que podemos llegar a creer que ya hemos terminado. Pero, no es así.

Resulta muy útil recordar el problema desde el principio. Volver a leer el enunciado y considerar si se ha encontrado lo que se pedía, ayudará a evitar errores referentes a la desviación del objetivo. También puede ayudar a decidir si la respuesta puede ser la correcta o no.

Con preguntas como: ¿Cuál era la información importante?, ¿Presentaba contradicciones o redundancias?, ¿Has seguido ese plan o te has desviado inconscientemente?, ¿Puedes verificar el resultado?, ¿Se puede obtener el resultado de otro modo?, ¿Se puede utilizar este método para resolver algún otro problema?, ¿Se han empleado todos los datos?, ¿Qué conocimientos has utilizado?, ¿Qué has aprendido?, ¿Qué aspectos de este problema se podrían aplicar a otras situaciones?, se puede realizar una visión retrospectiva que enseñará mucho ya que pondrán de manifiesto las relaciones del problema con otras cuestiones y los lugares en los que han surgido las dificultades.

Si la resolución de un problema es una aventura, los recuerdos de esa aventura es lo que nos irá quedando como bagaje de resolución, y cuantos más problemas resolvamos, mayor práctica tendremos y mejor preparados estaremos para resolver nuevos problemas.

Ahora bien, se dará otra perspectiva del concepto de problema desde el punto de vista de José Joaquín García García[6]: "Una situación que presenta una oportunidad de poner en juego los esquemas de conocimiento, que exige una solución que aún no se tiene y en la cual se deben hallar interrelaciones expresas y tácitas entre un grupo de factores o variables, búsqueda que implica la reflexión cualitativa, el cuestionamiento de propias ideas, la construcción de nuevas relaciones, esquemas y modelos mentales, es decir, la elaboración de nuevas explicaciones que constituyen la solución al problema."

La estrategia utilizada por el profesor García muestra una secuencia de pasos a seguir en la resolución de un problema de tipo numérico, ideas que este las manifiesta de una manera heurística y resumen son las siguientes:[7]

1. Representación y replanteamiento del problema: en esta etapa el individuo elabora un modelo del problema traduce la información escrita del problema a un sistema sobre el cual se pueda operar a través de las siguientes herramientas:

- Leer minuciosamente el problema.
- Construir un esquema a manera de gráfica para crear una imagen clara de la situación física a la cual corresponde el problema.
- Tratar de definir cual es el objetivo del problema, preguntando ¿Qué es lo que el problema pide?.
- Hacer una lista de los datos y de las incógnitas que presenta el problema.

---

[6] GARCÍA GARCÍA, José Joaquín. Didáctica de la Ciencias. Resolución de Problemas y Desarrollo de la creatividad. Universidad de Antioquia. Medellín: Conciencias. 1998. Pág. 55-56

[7] Ibid. Pág. 137-142

- Coloca los datos en el esquema y debajo de cada uno colocar sus respectivos símbolos y unidades.
- Buscar alguna relación entre las incógnitas y los datos, tratando de relacionar las cantidades conocidas con los valores desconocidos.
- Escribir en el lenguaje propio las relaciones claves que se hallen.

2. Presolución: Consiste en allegar la información necesaria para la resolución del problema y hacer una estimación del procedimiento a seguir y de los posibles resultados, las herramientas que se manejan son:

- Seleccionar y escribir la información que considere importante para la resolución del problema.
- Enumerar los principios físicos y las ecuaciones relacionadas con las cantidades que se relacionan en el problema.
- Hacer una estimación de la respuesta, ordenando las magnitudes y usando las ecuaciones probables y asignarle valores aproximados con el fin de obtener un número aproximado como respuesta.
- Si el problema esta muy complicado o demasiado largo, dividirlo en subproblemas mas pequeños, para luego solucionarlo por partes.

3. Resolución: en esta fase se llevan a cabo los procesos de transformación de los datos y de las incógnitas, a demás incluye la ejecución de cálculos pertinentes para obtener las respuestas requeridas, se utiliza la siguiente herramienta:

- Una vez que se han transformado los datos y han obtenido las relaciones completas expresadas en lenguaje algebraico, se procede a utilizar las formulas y ecuaciones que permitan establecer el valor de las incógnitas y efectuar los cálculos necesarios.

4. Fase de revisión: en esta fase se comprueba la validez o invalidez del procedimiento y la respuesta obtenida en el problema, los pasos a seguir para efectuar dicha revisión son:

- Escribir en forma ordenada cada una de las operaciones que se efectuaron y las respuestas que se obtuvieron y se revisan una a una.

- Verificar si las respuestas son razonables y corresponden a las magnitudes y medidas esperadas.

- Comprobar que la respuesta cumpla con las condiciones impuestas en el enunciado del problema.

- Determinar si el valor de la respuesta es razonable o posible, es decir si tiene o no tiene sentido.

- Preguntar si existen otros caminos de resolución que lleven a la misma respuesta.

- Tratar de comprobar si la respuesta obtenida puede tener aplicación en otra situación problema.

El problema del aprendizaje de las matemáticas tal vez es uno de los mayores retos para la didáctica, los factores que inciden en el problema son múltiples y de ahí nace su complejidad, la actitud más cómoda para el profesor de matemáticas es la de reproducir el estilo con el que él fue formado. Existen una diversidad de elementos que componen el problema, entre ellos se puede citar la mala preparación del profesor como uno de los componentes de mayor gravitación, gracias a esta falencia el problema se reproduce continuamente generación tras generación, sin embargo, el profesor con sus defectos no es el único factor gravitante, la misma sociedad y el entorno familiar reproducen estereotipos que desalientan a la gran mayoría de los estudiantes a dedicarse a esta ciencia; antes de empezar el estudiante ya tiene la idea de que las matemáticas es la más difícil de las materias. Desde la educación primaria se fomenta el odio a esta ciencia obligando al estudiante a memorizar y ejercitar y como si esto fuera poco la evaluación se constituye en una verdadera tortura psicológica.

El estudiante le proporciona funcionalidad a los conceptos vistos durante el desarrollo de los contenidos pragmáticos y no se limita únicamente a la cátedra teórica como tal. En la aplicación de la estrategia didáctica, resolución de problemas en la enseñanza de las matemáticas se debe observar resultados bastantes satisfactorios, ya que el estudiante cambia por completo su estructura metodológica para la asimilación de los conceptos, a la vez que se experimenta con nuevos enfoques pedagógicos para hacer que los estudiantes construyan su propio conocimiento a partir de situaciones reales concretas; además, se observa el interés de los estudiantes por la asignatura.

En la mayoría de las clases se cree que se resuelven problemas, pero no, lo que siempre se hace son soluciones explicadas, que no aportan al desarrollo de los objetivos citados en la asignatura, se confunden los ejercicios con los problemas.

Estaremos de acuerdo en que el proceso de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas debe posibilitar al alumnado la adquisición de unos conocimientos lo más completos posible acerca de las cuestiones relacionadas con los contenidos - conceptos y procedimientos- propios de los números, del álgebra, de la geometría, de las funciones, del azar y de la estadística. Pero, debemos considerar que también es preciso que la didáctica de las Matemáticas sea un medio de proporcionar estrategias y recursos. No sólo será necesario que el estudiante pase largas y tediosas horas dedicado al "uso y abuso" de algoritmos y teorizaciones, sino que resultará igualmente interesante que adquiera experiencia y soltura en el manejo de datos, la interpretación de fenómenos y las tácticas de enfoque de situaciones problemáticas. Con toda seguridad, la interpretación de resultados contribuirá mejor a la formación de un espíritu crítico que la perfección en los mecanismos del cálculo, si éstos no van acompañados de un saber cuándo, cómo y para qué usarlos.

En este sentido una de las actividades fundamentales en clase de Matemáticas será la de resolver problemas, ya que la resolución de problemas no es sólo un objetivo general del área. Es también un instrumento metodológico importante. La reflexión que se lleva a cabo durante las labores de resolución de problemas ayuda a la construcción de los conceptos y a establecer relaciones entre ellos.

La ventaja que tiene la estrategia propuesta, radica en que si el estudiante no sabe o no conoce, no podrá solucionar los problemas que se le presenten. Sólo en la medida que se vaya formando, va a tener la posibilidad de tener un apropiamiento del conocimiento e irá adquiriendo las habilidades y destrezas necesarias para tener éxito en el resto de su vida universitaria y más tarde en su vida profesional.

2.3. APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO EN LAS MATEMÁTICAS

La matemática misma es una ciencia intensamente dinámica y cambiante. De manera rápida y hasta turbulenta en sus propios contenidos. Y aún en su propia concepción profunda, aunque de modo más lento. Todo ello sugiere que, efectivamente, la actividad matemática no puede ser una realidad de abordaje sencillo.

La complejidad de la matemática y de la educación sugiere que los teóricos de la educación matemática, y no menos los agentes de ella, deban permanecer constantemente atentos y abiertos a los cambios profundos que en muchos aspectos la dinámica rápidamente mutante de la situación global venga exigiendo.

Para Ausubel, el aprendizaje significativo es en donde el estudiante relaciona lo que ya sabe con los nuevos conocimientos, es decir sus experiencias representan un factor de mucha importancia. Es por ello, que el docente debe enfocar su labor facilitadora y enseñar a consecuencia de lo que descubra sobre lo que el estudiante ya conoce.

Para la matemática este tipo de aprendizaje representa un modo eficaz para lograr que los conocimientos sean aprendidos significativamente con base a las experiencias del discente, ello significa que antes de el aprendizaje de un concepto matemático el docente debe explorar lo que él conoce sobre el tema, solo así determinará si los conocimientos previos le permitirán construir con mayor facilidad los nuevos conocimientos e integrarlos a sus estructuras cognitivas. En este tipo de aprendizaje se pretende buscar que el aprendiz construya por si mismo su propio aprendizaje , llevándolo hacia la autonomía al momento de pensar de modo tal que desarrolle su inteligencia relacionando de manera integral lo que tiene y conoce respecto a lo que se quiere aprender.

Debe todo docente de matemática promover que el estudiante trabaje y construya sus propios aprendizajes , que caminen a ser autónomos, que integren sus experiencias a otras ya conocidas , que elijan lo que desean aprender y no buscar el desarrollo de la memoria y la repetición como alternativa de aprendizaje.

El aprendizaje significativo busca entre otros aspectos romper con el tradicionalismo memorístico que busca y desarrolla la memoria y la repetición, el aprendizaje significativo se preocupa por los intereses, necesidades y otros aspectos que hacen que lo que el estudiante desea aprender tenga significado y sea valioso para él de allí vendrá el interés por el trabajo y las experiencias en el aula.

Es por todos conocidos que si el aprendizaje se logra de modo memorístico y mediante la repetición, al poco tiempo se olvidará más en matemática, ya que los nuevos conocimientos se incorporan en forma arbitraria en la estructura cognitiva del discente y éste realiza un esfuerzo muy grande para integrar los nuevos conocimientos con sus conocimientos previos; es por esto que el aprendiz no concede valor a los contenidos presentados por el profesor y solo estudian para el momento.

Por su parte el aprendizaje significativo como se construye con base a lo que el estudiante conoce, es una actividad en donde él puede desarrollar habilidades y recordar con facilidad de manera activa tal actividad de aprendizaje.

Podemos caracterizar a este aprendizaje por lo siguiente:

- Los nuevos conocimientos se fijan más fácilmente en las estructuras cognitivas del estudiante.

- Relaciona los nuevos conocimientos con los conocimientos previos que tiene el estudiante.

- Toma en cuenta los intereses, necesidades y realidades del estudiante, es por ello su interés por aprenderlo porque lo considera valioso.

Una de las actividades que realizamos en nuestra práctica docente es cuestionar a los estudiantes sobre lo que están percibiendo del mundo y su aplicabilidad en el aula. Muchos en esos momentos, tal vez ni se den cuenta que se está generando un aprendizaje significativo, pues el dar respuesta a una pregunta, implica muchas veces una reflexión.

El papel del docente en la promoción del aprendizaje significativo de los estudiantes, no necesariamente debe actuar como un transmisor de conocimientos o facilitador del aprendizaje, sin mediar el encuentro de sus estudiantes con el conocimiento de manera que pueda orientar y guiar las actividades constructivistas de los mismos.

El buen aprendizaje implica un doble compromiso: el alumno debe asumir una disposición para aprender y comprometerse a trabajar para conseguirlo y el docente tiene la obligación de preparar el escenario y actuar como agente mediador entre el estudiante y la cultura. Tomando como base la conceptualización del conocimiento significativo, se resume esta responsabilidad en tres aspectos:

- Conocer y relacionarse con los estudiantes. Esto implica valorar positivamente el esfuerzo individual y el trabajo colectivo, valorar las aportaciones de estudiantes, respetar la diversidad de capacidades y características de los ellos, así como evaluar señalando lo que debe mejorarse y cómo hacerlo.

- Tener buen dominio de conocimientos. Si el docente no tiene un dominio completo de los conocimientos que enseña, se preocupará más por comprender determinada información que por organizar el proceso de aprendizaje para los discentes. El dominio permitirá al docente ayudar al estudiante a descubrir relaciones y comprender procesos. Asimismo, el docente podrá crear los escenarios de actividad para la construcción del aprendizaje.

- Organizar didácticamente su programa. Es importante que el docente conozca el plan y programa de estudios para poder establecer los propósitos del curso, decidir previamente qué va a enseñar, cómo lo va a enseñar, cómo y cuándo evaluar de acuerdo a las características y necesidades de aprendizaje de los estudiantes. La instrumentación didáctica debe ser flexible y adecuarse en función de las necesidades que se vayan detectando.

3. PROPUESTA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS PARA EL APRENDIZAJE EN LAS MATEMÁTICAS EN LA EDUCACIÓN SUPERIOR

"Un gran descubrimiento resuelve un gran problema, pero en la solución de un problema, hay un cierto descubrimiento, el problema que se plantea puede ser modesto; pero si se pone a prueba la curiosidad que induce a poner en juego las facultades inventivas, si se resuelve por propios medios, se puede experimentar el encanto del descubrimiento y el goce del triunfo"[8]

La experiencia demuestra que la tendencia generalizada al momento de elegir una carrera es la carga de materias relacionadas con las matemáticas existentes en el plan de estudios como factor determinante, en la mayoría de los casos el estudiante aprendió a odiar las matemáticas sin haberla conocido, de ahí que no conoce sus propias potencialidades y tiene una autoestima muy devaluada en relación a su capacidad; un obstáculo que se debe superar. Los años que se paso entre la primaria y bachillerato prácticamente no sirven de nada porque es necesario empezar a repasar las matemáticas desde sus conceptos más elementales, en la mayoría de las Universidades, como es natural los cursos pre-universitarios también adolecen de las fallas que se arrastran desde la educación primaria y secundaria.

Un primer problema en el aprendizaje de matemáticas en la universidad es que las materias no tienen la nomenclatura adecuada, por ejemplo se denomina cálculo I, cálculo II, cálculo III, en lugar de denominar funciones de variable real, derivadas e integrales, ecuaciones diferenciales, variable compleja, etc., así, la denominación se convierte en un estimulante para

---

[8] POLYA, George. Como plantear y resolver problemas. Editorial Trillas. México 1989. Pág. 2.

motivar al estudiante cuando este domina la terminología de lo que esta estudiando.

Las matemáticas como un sistema de conocimientos bien estructurado tiene su propio lenguaje que ha sido desarrollado a lo largo de la historia, a diferencia de otras ciencias el lenguaje matemático tiene el propósito de caracterizar los hechos y las reglas de razonamiento con precisión alejando así las ambivalencias propias del lenguaje natural. El uso adecuado del lenguaje es uno de los afluentes para el aprendizaje de las matemáticas, desde el principio de su formación el estudiante no puede captar que el lenguaje es tan importante como el pensar, el entorno no le permite diferenciar la comunicación natural de la comunicación matemática. Los símbolos y sus estructuras que se utilizan en matemáticas tienen su origen y finalidad en la historia de ahí la importancia de su estudio para comprender mejor las matemáticas. El entendimiento de los problemas pasa necesariamente por una adecuada utilización del lenguaje matemático.

Otro problema en el aprendizaje de las matemáticas en la Universidad es la falta de aplicación de técnicas grupales para aprovechar el entorno del aula y del contacto con otros sujetos que tienen los mismos objetivos y motivaciones, el aferrarse al método de la clase magistral como único medio de transmisión de conocimiento impide al estudiante desarrollar sus habilidades comunicacionales, es por tal razón que tenemos estudiantes que le tienen miedo a exponer sus ideas por temor a hacer el ridículo. Nótese que el aprendizaje por medio de la clase magistral tendría que considerar a un estudiante dotado de una carga motivacional importante para situarlo en su rol de sujeto activo de su propio aprendizaje.

Por lo general los estudiantes en un aula tienen distintas motivaciones, valores, aptitudes, y antecedentes que es difícil de generalizar. El número de estudiantes muchas veces excede la capacidad física del aula, en general la cantidad de éstos por aula siempre es mayor al adecuado. Por eso, es necesario mencionar los orígenes de estas desproporciones; en las Universidades Públicas es el afán del ahorro de los escasos recursos dado su funcionamiento interno influido por la corrupción que es de dominio público, en las Universidades privadas se observa un desmedido afán de lucro captando la mayor cantidad posible de "clientes".

Por otra parte, la metodología que emplea el profesor en la educación básica primaria y secundaria esta guiada por el mecanicismo, es decir que prevalece la idea errónea de que el aprendizaje es fruto del esfuerzo y sacrificio del estudiante quien debe aprender una serie de procedimientos reforzando su aplicación con una cantidad considerable de ejercicios; por ejemplo si se considera la materia "Cálculo I" y el tema derivadas el profesor da una serie de procedimientos para derivar funciones junto con una serie de fórmulas y a modo de ejemplo resuelve una derivada sencilla aplicando los procedimientos y las fórmulas, el próximo paso es dar una cantidad de ejercicios de aplicación, aparentemente la tarea del profesor termina ahí para dar lugar a la ejercitación por parte del estudiante. No se sabe de donde salieron los procedimientos ni las fórmulas, lo que es peor; los estudiantes no saben que es la derivada ni para que sirve, lo único que les preocupa es que tipo de ejercicios se incluirán en el examen, por eso se dice que se estudia para aprobar la materia y la única forma de hacerlo es resolver los ejercicios del examen que por cierto son mucho mas complejos que los ejercicios que el profesor resuelve en el tablero.

Por lo tanto el estímulo a la motivación en el estudiante por parte del profesor es casi inexistente, las materias básicas de matemáticas son percibidas como obstáculos para llegar a ser un profesional en lugar de considerar dichas materias como herramientas para construir las bases del sistema de conocimientos para desempeñarse en la profesión, generalmente el profesor no habla de las bondades de aprender técnicas de razonamiento lógico para resolver problemas de la profesión, no se interioriza al estudiante en las posibles relaciones con otras profesiones y con otras áreas de conocimiento; por ejemplo las derivadas tienen una infinidad de aplicaciones en diferentes profesiones y el estudiante no percibe esa inmejorable fuente de motivación. Es un contrasentido dar la impresión de que existen materias filtro, y para empeorar, estas materias filtro son las materias de matemáticas, con justa razón los estudiantes se ven en la tentación de rechazar las matemáticas porque el entorno mismo los considera como una carga, pero una carga que hay que aprobar para seguir en la carrera.

Es aquí donde la falta de creatividad en los estudiantes es un reflejo de la falta de creatividad en el profesor, existen profesores que utilizan los mismos ejercicios y los mismos problemas de ejemplo semestre tras semestre, y en la mayoría de los casos son copias de algún libro que el profesor guarda como un secreto, no se puede incentivar la creatividad en un ambiente en el que hace falta el ejemplo del profesor. Por otra parte el no aplicar los conocimientos adquiridos por el estudiante a situaciones de la realidad del contexto no hace que el conocimiento sea significativo para el mismo.

Después de la anterior introducción al problema del aprendizaje en las matemáticas en la Universidad, podemos decir que éstas son un producto del quehacer humano y su proceso de construcción está sustentado en abstracciones sucesivas. Muchos desarrollos importantes de esta disciplina han partido de la necesidad de resolver problemas concretos, propios de los grupos sociales. Por ejemplo, los números, tan familiares para todos, surgieron de la necesidad de contar y son también una abstracción de la realidad que se fue desarrollando durante largo tiempo. Este proceso está además estrechamente ligado a las particularidades culturales de los pueblos: todas las culturas tienen un sistema para contar, aunque no todas cuenten de la misma manera.

Es así como la construcción de los conocimientos matemáticos, los aprendices también parten de experiencias concretas. Paulatinamente, y a medida que van haciendo abstracciones, pueden prescindir de los objetos físicos. El diálogo, la interacción y la confrontación de puntos de vista ayudan al aprendizaje y a la construcción de conocimientos; así, tal proceso es reforzado por la interacción con los compañeros y con el maestro. El éxito en el aprendizaje de esta disciplina depende, en buena medida, del diseño de actividades que promuevan la construcción de conceptos a partir de experiencias concretas, en la interacción con los otros. En esas actividades las matemáticas serán para el estudiante herramientas funcionales y flexibles que le permitirán resolver las situaciones problemáticas que se le planteen.

Las matemáticas permiten resolver problemas en diversos ámbitos, como el científico, el técnico, el artístico y la vida cotidiana. Si bien todas las personas construyen conocimientos fuera de la escuela que les permiten enfrentar dichos problemas, esos conocimientos no bastan para actuar eficazmente en la práctica diaria. Los procedimientos generados en la vida cotidiana para resolver situaciones problemáticas muchas veces son largos, complicados y poco eficientes, si se les compara con los procedimientos convencionales que permiten resolver las mismas situaciones con más facilidad y rapidez.

Asimismo, la relación entre las matemáticas y otros aspectos de la realidad ha de trabajarse como un contenido propio del área, a través de la utilización de situaciones diversas para construir o aplicar conceptos matemáticos, y también de reflexiones explícitas sobre ello. La educación ha de propiciar en los estudiantes el convencimiento de que las matemáticas no son un compartimento incomunicado con respecto al resto de la actividad humana, y que pueden servirse de ellas para resolver mejor muchos de los problemas de su vida diaria. Tanto es así, que la historia de las matemáticas proporciona contextos apropiados para introducir o afianzar determinados contenidos. En este sentido se pueden utilizar situaciones tradicionales especialmente relevantes, como los juegos de azar que suscitaron los primeros estudios sistemáticos acerca de la probabilidad; el legendario problema de la duplicación del cubo; la elaboración de calendarios a partir de cálculos astronómicos en Babilonia; enunciados curiosos o poéticos, fruto de culturas donde resolver problemas era un arte y un placer, como la arábiga o sistemas de numeración y algoritmos de cálculo distintos de los propios, para que con éstas, el estudiante investigue sus fundamentos y se apropie de ellos.

El planteamiento de un número suficiente de contextos históricos a lo largo de toda la etapa hace posible que, al final de la misma, los estudiantes perciban que las matemáticas han evolucionado a lo largo del tiempo, y en paralelo a las formas de producción económica, a las necesidades de organización y de comunicación de la sociedad. Con ello se contribuye, además, a lograr una visión abierta y no dogmática de la materia.

De la misma manera, sin pretender una enumeración exhaustiva de las posibles conexiones entre las matemáticas y otros conocimientos, se enumeran a continuación algunas de ellas: Es frecuente, en el área de Ciencias Sociales, el uso de tasas e índices, gráficos de todo tipo, además de mapas y planos a escala. Los estudios de campo, al igual que los que se efectúan en ciencias de la naturaleza, requieren de técnicas elementales de muestreo, encuesta, tabulación y recuento. La prensa y la publicidad proporcionan excelentes ejemplos de gráficas, estadísticas y diagramas para transmitir informaciones que pueden interesar a los estudiantes.

Tanto en ciencias de la naturaleza como en tecnología se miden o estiman diferentes magnitudes y se hacen cálculos con ellas. Las leyes relativas a fenómenos físicos y naturales se enuncian en lenguaje numérico, geométrico o algebráico. En general, la afinidad entre el trabajo científico y el matemático es múltiple, pues no sólo emplean lenguajes comunes, sino que ambos desarrollan simultáneamente destrezas más generales como observar, formular hipótesis y comprobarlas, plantearse y resolver problemas. También la importancia que se asigna a la geometría de figuras y transformaciones y a los diferentes aspectos de la proporcionalidad invita a utilizar composiciones plásticas como contexto para diferentes investigaciones geométricas.

El estudio de mosaicos, de proporciones en la pintura, escultura o arquitectura, el análisis de figuras de perspectiva imposible, de métodos para construir determinadas figuras, etc., deben favorecer la intuición espacial y el aprecio de la belleza ligada a ciertas regularidades y cadencias.

Esta dimensión multidisciplinar se puede tratar de muchas maneras, en el marco estricto de la clase de matemáticas o estableciendo actividades conjuntas con los profesores de otras materias, bien sea sobre un tema muy concreto o realizando trabajos de mayor envergadura.

Antes de dar la propuesta de resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas en la Educación Superior, se dará el valor que tiene el trabajo en grupo en dicha estrategia.

3.1 LA IMPORTANCIA DEL TRABAJO EN GRUPO

No podemos pasar en alto que la lectura de textos matemáticos, las determinadas fases de la resolución de un problema, el afianzamiento de destrezas numéricas y gráficas, y otras muchas actividades, requieren del trabajo individual y reposado de los estudiantes. Es un momento adecuado para que el profesor atienda las peculiaridades de cada uno de ellos. Los discentes de rendimiento más bajo, que se pierden ante una actividad que precisa utilizar varios conceptos, tomar decisiones en cadena, emitir hipótesis complementarias o tener en cuenta varios factores, requieren un detenimiento de dicha actividad para ajustarla a sus posibilidades reales de avance. Otras veces tienen carencias específicas en algún concepto o destreza fundamental que los demás ya dominan, en cuyo caso el profesor puede proponerles actividades de recuperación que cubran esta laguna.

Para esto, se utiliza con poca frecuencia el debate o el trabajo en grupo como técnica didáctica, pero hoy está fuera de toda duda la importancia que tienen las interacciones entre estudiantes para la construcción de conceptos matemáticos. Cada uno puede quizá explicar o interpretar el sentido de un problema desde una óptica distinta, debido a sus variadas experiencias y a sus diferentes estrategias de resolución. Pero, en todo caso, sus puntos de vista y sus referencias son, aunque diferentes en función de las peculiaridades individuales, más cercanas entre sí que a los del profesor, por lo que la opinión de un estudiante es más significativa para los demás que muchas de las explicaciones del profesor.

Los aprendices tienen que tener la oportunidad de hablar de matemáticas entre ellos y con el profesor. Tener que explicar a los demás sus ideas o cómo han resuelto un problema, les plantea la necesidad de ir perfilando un lenguaje común y preciso, que comunique exactamente lo que están pensando. Esta afirmación es válida para cualquier área, pero adquiere especial relevancia en matemáticas por las características propias de su lenguaje. No hay que olvidar que, entre otros factores, el diferente significado que muchas palabras tienen dentro del lenguaje matemático y dentro del común (proporcional, más, área, etc.) acrecienta la dificultad propia de la materia.

La verbalización no sólo consigue hacer más preciso el lenguaje con el que se expresan las ideas matemáticas; contribuye, además, al aumento de precisión de estas ideas, a la formación de conceptos. Cuando un estudiante no tiene que decir a otro qué es, por ejemplo, la probabilidad de un suceso, necesita relacionarla con cuestiones más generales - la medida, el azar- , aislar precisamente lo que la caracteriza - es una cantidad positiva, es menor o igual a 1- , puede detectar problemas en conceptos anteriores - sobre qué es un suceso- , etc., y todo ello permite perfilar mejor sus ideas.

Las actividades colectivas juegan un papel importante en el aprendizaje de actitudes y valores generales y sobre las matemáticas. Permiten conocer y valorar puntos de vista distintos, con lo que poco a poco el aprendiz interioriza el carácter abierto y no dogmático de las matemáticas, y se anima a explorar sus propias soluciones. Es conveniente que el profesor planifique de vez en cuando debates para tratar expresamente la opinión que los jóvenes tienen de las matemáticas: si creen que son útiles y para qué, si han sido siempre igual, si son fáciles o difíciles para ellos y por qué.

Existen algunas tareas especialmente propicias a lo que comúnmente se llama trabajo en grupo, donde hay una planificación colectiva y un reparto de tareas. Por ejemplo, si se propone construir un plano del centro, hay que decidir qué y cómo se mide, con qué instrumentos, qué escala es la adecuada para la representación gráfica, cómo se distribuye el centro en zonas y se asigna a los diferentes equipos de la clase, y muchas otras cosas. Dentro de cada equipo se procederá probablemente a una nueva planificación y distribución del trabajo. En muchas ocasiones es conveniente que el profesor ceda a la tentación de presentar la tarea organizada, y debe permitir que sean los propios alumnos quienes lo hagan, reservándose el papel de orientador y moderador del proceso.

3.2 DESARROLLO DE ALGUNAS ESTRATEGIAS DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Si consideramos un problema como una situación que se presenta en la que se sabe más o menos, o con toda claridad, a dónde se quiere ir, pero no se sabe cómo; entonces resolver un problema es precisamente aclarar dicha situación y encontrar algún camino adecuado que lleve a la meta.

A veces no sabemos si la herramienta adecuada para la situación está entre la colección de técnicas que dominamos o ni siquiera si se ha creado una técnica que pueda ser suficientemente potente para resolver el problema. Esta es precisamente la circunstancia del investigador, en matemáticas y en cualquier otro campo, y, por otra parte, ésta es la situación en la que nos encontramos a veces en nuestra vida normal.

La destreza para resolver genuinos problemas es un verdadero arte que se aprende con paciencia y considerable esfuerzo, enfrentándose con tranquilidad, sin angustias, a multitud de problemas diversos, tratando de sacar el mejor partido posible de los muchos seguros fracasos iniciales, observando los modos de proceder, comparándolos con los de los expertos y procurando ajustar adecuadamente los procesos de pensamiento a los de ellos. Es la misma forma de transmisión que la de cualquier otro arte, como el de la pintura, la música, etc.

Las estrategias que se sugieren para ejercitar son las siguientes: Comenzar resolviendo un problema semejante más fácil. Hacer experimentos, observar, busca pautas, regularidades. Hacer conjeturas. Tratar de demostrarlas.

Dibujar una figura, un esquema, un diagrama. Escoger un lenguaje adecuado, una notación apropiada. Inducción. Supongamos que no es así. Supongamos el problema resuelto. Si tenemos una receta y estamos seguros de que se ajusta al problema, apliquémosla.

La resolución de problemas en general, y mediante sistemas de ecuaciones que se dan a menudo en la clase de Cálculo I, en este caso particular, es un proceso complejo para el que, infortunada o afortunadamente (según se mire), no hay reglas fijas ni resultados teóricos que garanticen un buen fin en todas las ocasiones.

De todas formas, si hay algo que ayuda en cualquier caso a llevar a buen puerto la resolución de un problema es el orden. Por ello, hay que ser metódico y habituarse a proceder de un modo ordenado siguiendo unas cuantas fases en el desarrollo de dicha resolución.

Las cuatro fases que habrá que seguir para resolver un problema -se habían enunciado en el capítulo II de ésta monografía -, son: Comprender el problema. Plantear el problema. Resolver el problema (en este caso, el sistema). Comprobar la solución.

Veamos ahora con un ejemplo práctico el desarrollo de estas cuatro fases de la resolución de un problema mediante el uso de sistemas lineales de dos ecuaciones con dos incógnitas. El enunciado del problema puede ser el siguiente:

En un examen de 20 preguntas la nota de Juan Carlos ha sido un 8. Si cada acierto vale un punto y cada error resta dos puntos, ¿cuántas preguntas ha acertado Juan Carlos?, ¿cuántas ha fallado?.

Pasemos de inmediato a la primera fase. Una vez leído detenidamente el enunciado del problema y entendido éste, hay que tener claro qué es lo que se pregunta y cómo vamos a llamar a las incógnitas que vamos a manejar en la resolución del problema.

Está claro que las preguntas que hay que contestar son las del final del enunciado, es decir, cuántas preguntas ha fallado y cuántas ha acertado Juan Carlos. Llamemos entonces x al número de respuestas acertadas e y al de falladas.

En la segunda fase, hay que efectuar el planteamiento del problema. Atendiendo a las condiciones que nos propone el enunciado y a cómo hemos nombrado las incógnitas, tendremos las siguientes ecuaciones:

El número total de preguntas es 20, luego: $x + y = 20$
La nota es un 8 y cada fallo resta dos puntos: $x - 2y = 8$

Ya tenemos el sistema planteado, por tanto, pasamos a la tercera fase, es decir, la resolución del sistema. Para ello, podemos utilizar cualquiera de los métodos vistos en la clase. Si aplicamos, por ejemplo, el método de sustitución tendremos:

De la segunda ecuación: $x = 2y + 8$;

sustituyendo en la primera:

$2y + 8 + y = 20 \rightarrow 3y = 12 \rightarrow y = 12/3 \rightarrow y = 4$;

sustituyendo en la ecuación del principio: $x = 16$.

Una vez halladas las soluciones del sistema, las traducimos a las condiciones del problema, es decir, tal y como habíamos nombrado las incógnitas, Juan Carlos ha acertado 16 preguntas y ha fallado 4. Podemos pasar a la cuarta fase que consiste en comprobar si la solución es correcta.

Si ha acertado 16 preguntas, Juan Carlos tendría en principio 16 puntos, pero, al haber fallado 4, le restarán el doble de puntos, es decir 8. Por tanto, *16 - 8 = 8* que es la nota que, según el enunciado del problema, ha obtenido. Luego se cumplen las condiciones del problema y la solución hallada es correcta y válida.

Teniendo en cuenta los aspectos mencionados a continuación se presentan tres ejemplos de problemas para la resolución en grupos de trabajo pequeños.

Ejemplo 1 *(Hacer una o más operaciones matemáticas)* : Justo en la zona de Punta Escambrón ocurrió uno de los peores accidentes de derrame de combustible en la historia del país. Se cree que al menos 2 de los 9 tanques de la barcaza Morris J. Berman se rompieron en el impacto comenzando a derramar parte de los 1.5 millones de galones de combustible utilizados para generar energía eléctrica. Los 1.5 millones de galones de petróleo caben en 125 camiones tanques de los que a diario se ven a diario en la carretera. ¿Cuántos galones de combustible caben en cada camión tanque?

Resolución:

Comprender el problema: La cantidad de petróleo en la barcaza es 1.5 millones. Esta cantidad cabe en 125 camiones tanques. ¿Cuál es la capacidad de cada tanque?

Desarrollar un plan: Dividir 1.5 millones entre 125 camiones.

Llevar a cabo el plan: 1,500,000 ÷ 125 = 12,000 galones

Revisar: 12,000 x 125 = 1,500,000 millones

Solución: Cada tanque debe caber aproximadamente 12,000 galones de combustible.

Ejemplo 2 (*Hacer experimentos) L*a aprobación de un proyecto de ley presentado ante una comisión de la Cámara de Representantes de Colombia hubo 7 votos a favor de representantes del Partido Nuevo Liberalismo más que del Partido Polo Democrático y el número de votos a favor del Partido Polo Democrático fue el doble de los votos a favor de los representantes del Partido Conservador. Hubo 2 representantes del Partido Conservador que votaron a favor de la aprobación del proyecto. ¿Con cuántos votos a favor se aprobó el proyecto?

Resolución:

Comprender el problema: Se desea saber el número de votos a favor de la aprobación. Se conoce que del Partido Nuevo Liberalismo hubo 7 votos más que el del Partido Polo Democrático. Además, que el número de votos del partido Polo Democrático fue el doble de los votos del Partido Conservador y que hubo 2 votos del Partido Conservador.

Desarrollar un plan: Se aplicará estrategia de hacer experimentos. Primero, se utilizará el hecho que hubo 2 votos del Partido Conservador para determinar el número de votos del Partido Polo Democrático. Luego, se determinará el número de votos del Partido Nuevo Liberalismo. Por último, se sumará las tres cantidades.

Llevar a cabo el plan: Como hubo 2 votos del Partido Conservador, hubo el doble o 4 votos del partido Polo Democrático. Como del Partido Nuevo Liberalismo hubo 7 más que del Partido Polo Democrático, en este partido hubo 11 votos.

Por tanto, en total hubo:

2 + 4 + 11 = 17 votos.

Revisar: La cantidad obtenida parece razonable.

Solución: Hubo 17 votos a favor del proyecto.

Ejemplo 3- (*Busca un patrón*) - Un inversionista observa que, en un periodo de 4 meses, el valor promedio de las acciones de una compañía aumenta de la manera siguiente: 34.5, 37, 39.5 y 42. De continuar así, ¿a cuánto podría ascender en el octavo mes?

Resolución:

Comprender el problema: Se desea saber el valor de las acciones en el octavo mes dado que los valores promedios en los primeros cuatro meses fueron: 4.5, 37, 39.5 y 42.

Desarrollar un plan: Se aplicará estrategia de buscar un patrón. Primero, se determinará la diferencia entre los valores consecutivos. De ser una cantidad constante, se utilizará la misma para calcular el valor promedio del quinto, sexto, séptimo y octavo mes.

Llevar a cabo el plan: La diferencia entre cada valor consecutivo durante los primeros cuatro meses fue el valor constante 2.5. Por tanto, el valor promedio del quinto, sexto, séptimo y octavo mes será: 44.5, 47, 49.5, 52 respectivamente.

Revisar: La diferencia entre cada valor consecutivo durante los primeros cuatro meses fue de 2.5. Por tanto, es razonable esperar que de continuar así (este patrón) el valor promedio del quinto, sexto, séptimo y octavo mes serán: 44.5, 47, 49.5, 52 respectivamente.

Solución: El valor esperado de la acción en el octavo podría ascender a $52. Así, las actividades fundamentales en clase de matemáticas es la de resolver problemas. En este tema es, distinguir entre ejercicio y problema. Cuando a un discente se le plantea un ejercicio, identifica de inmediato la técnica que precisa, y en todo caso la dificultad estriba en aplicarla correctamente. Un problema, sin embargo, es una tarea cuyos términos y propósito son globalmente comprensibles para él, pero no sabe, de momento, cómo abordar. Para un aprendiz de primer semestre de la clase de Cálculo I, calcular el área de un triángulo conociendo la base y la altura es un simple ejercicio, determinar cuántos triángulos tienen 1 m^2 de superficie y cómo podrían representarse todos es un problema, descomponer un número en factores es un ejercicio, averiguar cuántos divisores tiene el número 1000, o cómo son los números que tienen exactamente tres divisores, supone un problema.

La resolución de los problemas no sólo es un objetivo general del área. Es también un instrumento metodológico importante. La reflexión que se lleva a cabo durante las labores de resolución de problemas ayuda, sin duda, a la construcción de los conceptos y a establecer relaciones entre ellos.

Pero no se aprende a resolver problemas por el hecho de haber aprendido determinados conceptos y algunos algoritmos de cálculo. Hay que proporcionar a los estudiantes herramientas, técnicas específicas y pautas generales de resolución de problemas, que les permitan enfrentarse a ellos sin miedo y con una cierta garantía de éxito. La mejor manera de aprender a resolver problemas eficazmente es solucionar una cantidad suficiente; hay que ser consciente de que este aprendizaje, como cualquier otro en que el discente no sea mero receptor pasivo, lleva mucho tiempo.

Es importante la reflexión sobre la forma de resolver cada problema; el estudiante debe llegar a ser consciente de qué estrategia está utilizando en un momento dado, sin que esta reflexión llegue a convertirse en un tratamiento sistemático de las distintas estrategias. Asimismo, el conocimiento de estrategias ideadas y utilizadas por sus compañeros enriquece esta reflexión.

Para valorar y orientar la fase de resolución es importante que el profesor prevea las distintas maneras de afrontar el problema, las dificultades que pueden presentarse, las diversas soluciones con distinto grado de generalidad que admite y los diferentes lenguajes que pueden utilizarse en cada momento.

Diversos problemas del mundo real, requieren la resolución de ellos, a través de las matemáticas, pero infortunadamente la enseñanza de la ésta puede convertirse fácilmente en un proceso mecánico y rutinario donde el estudiante se limita a conocer una serie de fórmulas y a utilizarlas reemplazando ciertos datos para de esta forma obtener respuestas a ejercicios en los que no se pone en juego la creatividad, el ingenio, los conocimientos; donde no hay ningún tipo de análisis, de interpretación; causando en los estudiantes desinterés y desmotivación, desaprovechando por completo todo su potencial matemático.

Pero si por el contrario se pone a prueba la imaginación, planteando problemas adecuados donde no sólo dependan de fórmulas y datos ya conocidos, si no que a partir de todos sus conocimientos en geometría, álgebra y aritmética, puedan poner en juego todas sus habilidades, despertando el gusto por la forma en que piensan matemáticamente, podremos maravillarnos con los sorprendentes resultados. Un estudiante que logra solucionar problemas por sus propios medios, estará mejor preparado para enfrentarse a la vida y podrá sobrellevarla con seguridad.

Creo que todos estamos de acuerdo en que el proceso de enseñanza - aprendizaje debe posibilitar a los estudiantes de experiencias donde adquieran la habilidad de interpretar y manejar datos, diseñar caminos de solución, utilizar adecuadamente las estrategias de solución, argumentar cada paso, cada idea y finalmente revisar y reexaminar la solución para darle validez.

En matemáticas se puede aprender conceptos acerca de números, resolver ecuaciones, graficar funciones etc..., pero eso no es desarrollar matemáticas. Hacer o desarrollar matemáticas incluye el resolver problemas, abstraer, inventar, probar y encontrar el sentido de las ideas matemáticas, es exactamente esto lo que plantea el enfoque de resolución de problemas.

La propuesta de aprender matemáticas que identifica a la resolución de problemas, “reconoce a las matemáticas como un cuerpo de conocimientos no terminado. El estudiante en el aprendizaje de esta materia, discute estrategias, emplea ejemplos y contraejemplos, critica y valoriza los resultados, y comparte que la búsqueda de argumentos sólidos es esencial en la resolución de problemas”.[9]

Por lo tanto un problema matemático requiere de conocimientos matemáticos para resolverlo y no existe un camino inmediato y directo para encontrar su solución. A diferencia del ejercicio donde conociendo el tipo de algoritmo que se utiliza, encontramos respuestas mecánicamente. Es importante destacar que los problemas que se planteen deben estar perfectamente estructurados para facilitar la comprensión del problema por parte del estudiante, no tan fáciles que no se despierte ningún interés en el estudiante y que no le aporte nuevos conocimientos o destrezas; ni tan difíciles que se convierta en una situación frustrante para él causando una participación pasiva y desilusión en su propio proceso de aprendizaje. Una vez planteado el problema, debe presentarse en forma sencilla y atractiva, despertando el interés por resolverlo, aspecto indispensable en la resolución de problemas.

Así la enseñanza por resolución de problemas pone el énfasis en los procesos de pensamiento, en los procesos de aprendizaje y toma los contenidos matemáticos, cuyo valor no se debe en absoluto dejar a un lado, por el contrario se debe tomar como base para emprender el camino hacia el éxito del problema.

Se trata de considerar como lo más importante: que el estudiante manipule dichos contenidos, que active su propia capacidad mental, que ejercite su creatividad, que reflexione sobre su propio proceso de pensamiento a fin de mejorarlo conscientemente, que, a ser posible, haga transferencias de estas actividades a otros aspectos de su trabajo mental, que adquiera confianza en

---

[9] SANTOS TRIGO, Luz Manuel. Principios y métodos de la resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas. 2º edición Editorial Iberoamericana. México, 1997. Pág.12.

sí mismo, que se divierta con su propia actividad mental, que se prepare así para otros problemas de la ciencia y posiblemente, de su vida cotidiana y que se prepare para los nuevos retos de la tecnología y de la ciencia.

Asimismo, es necesario romper, por todos los medios, la idea preconcebida, y fuertemente arraigada en nuestra sociedad, proveniente con probabilidad de bloqueos iniciales en la niñez de muchos, de que la matemática es necesariamente aburrida, abstrusa, inútil, inhumana y muy difícil. Además, es muy importante crear un ambiente en el salón de clase, hacer de él un lugar agradable para resolver problemas, en donde desde un principio, haya una familiarización con el tema. La idea es que en ese ambiente que se propicie los estudiantes encuentren diferentes caminos para solucionar un problema, haya discusión sobre las soluciones a los problemas y se origine algo así como una tipificación de los problemas y una posibles estrategias para resolverlos.

El proceso de enseñanza - aprendizaje de las matemáticas debe posibilitar al estudiante la adquisición de unos conocimientos lo más completos posible acerca de las cuestiones relacionadas con los contenidos. No sólo será necesario que el aprendiz pase largas y tediosas horas dedicado al uso y por qué no, abuso, de algoritmos y teorizaciones, sino que resultará igualmente interesante que adquiera experiencia y soltura en el manejo de datos, de interpretación de la información y manejo de estrategias de resolución de problemas. Con toda seguridad, la interpretación de resultados contribuirá mejor a la formación de un espíritu crítico que la perfección en los mecanismos de cálculo, si éstos no se acompañan de un por qué, un para qué y un cuándo usarlos.

Cuando un problema incita al estudiante a plantearse diferentes cuestionamientos sobre el mismo, por ejemplo, si es posible generalizar el resultado obtenido a otro tipo de números o figuras, o que pasaría si se modificaran las condiciones iniciales del problema; en este momento podemos decir que se ha generado una verdadera investigación que seguramente enseñará más sobre el contenido tratado que exclusivamente la reiteración de ejercicios.

Pero no se aprende a resolver problemas por el simple hecho de haber aprendido determinados conceptos y algunos algoritmos de cálculo, se necesita más que eso. Por esta razón debemos proporcionar a nuestros estudiantes herramientas, técnicas específicas y pautas generales de resolución de problemas que les permitan enfrentarse a ellos sin miedo y con cierta garantía.

En principio es interesante observar si los estudiantes tienen criterios claros para evaluar la solución a un problema. Analizar allí qué es lo más importante para ellos: el resultado, el proceso, el resultado y el proceso, la justificación del resultado, la elección de la estrategia, etc. La intención es la de realizar, en principio, un diagnóstico en donde se ubique al estudiante en algún nivel teniendo como niveles extremos el principiante y el experto en resolución de problemas. Después durante el desarrollo del curso llevar un seguimiento individual de algunos estudiantes para analizar logros y dificultades en la resolución de problemas.

De igual forma, debemos lograr que los estudiantes entiendan que un problema es un auténtico reto que se debe enfrentar con confianza, tranquilidad, disposición de aprender, curiosidad y gusto; y que la mejor forma de abordar un problema es construir un modelo de solución donde cada una de las etapas es igualmente importante: Familiarización, diseño, ejecución y revisión. Reconocer que la comprensión del problema es el paso principal para obtener éxito en el proceso de solución y que en el revisar el problema se encuentra la mayor fuente de aprendizaje, ya que a partir de ésta se obtienen conclusiones muy importantes. Aceptar que resolver un problema es algo más significante y grato que la simple repetición de ejercicios rutinarios y mecánicos.

Es necesario, sin embargo, recordar que la Matemática, además del objetivo de resolver problemas, calcular áreas y volúmenes, tiene finalidades mucho más elevadas. El estudio de la Matemática contribuye, por sí solo, a la formación de la personalidad; ante todo, ejercita singularmente la atención desarrollando simultáneamente la voluntad y la inteligencia; habitúa a reflexionar sobre una misma cosa que no ocupa los sentidos, a observarla en todos sus aspectos y en todas sus variantes, a compararla con otros objetos análogos, a descubrir tenues y ocultos vínculos y a seguir, en todos sus pormenores, la extensa cadena de deducciones, da hábitos de paciencia, de precisión y de orden; inicia el razonamiento en los recursos de la lógica.

Como vemos, no tiene sentido preocuparse por cual es la utilidad inmediata de este o aquel tema matemático. Los jugadores de fútbol, por ejemplo, en sus entrenamientos realizan una serie de ejercicios físicos que, si los comparamos con los movimientos normales que hacen en la cancha, aparentemente no tienen nada que ver con su desenvolvimiento en el partido; sin embargo, todo futbolista que aspire a jugar con éxito, los debe realizar con la mayor aplicación posible. De igual manera; los problemas que se realizan en matemáticas son la preparación mental para ese gran juego que es la vida misma.

Es necesario relacionar los contenidos de aprendizaje de las matemáticas con la experiencia de alumnos y alumnas, así como presentarlos y enseñarlos en un contexto de resolución de problemas y de contraste de puntos de vista en esta resolución. En relación con ello, hay que presentar las matemáticas como un conocimiento que sirve para almacenar una información que de otro modo resultaría inasimilable, para proponer modelos que permiten comprender procesos complejos del mundo natural y social, y para resolver problemas de muy distinta naturaleza; y que todo ello es posible gracias a la posibilidad de abstracción, simbolización y formalización propia de las matemáticas.

CONCLUSIONES

El aprendizaje basado en problemas es una estrategia que apoya los postulados de la teoría constructivista, ya que proporciona al alumnado la oportunidad de incorporar las Matemáticas al bagaje de saberes que le son útiles en la vida diaria, fortaleciendo las relaciones que hay entre ellas y el mundo que le rodea; donde desarrolla su gusto por la actividad matemática, apoyado en una opinión favorable hacia la propia capacidad para desplegarla; y donde se aprenda y practique el trabajo en equipo, valorando y respetando las opiniones propias y las de los demás.

Éste presenta ventajas sobre la metodología tradicional porque refuerza la curiosidad para investigar y descubrir conocimientos nuevos, facilitando de esta forma el aprendizaje de los conocimientos y la capacidad para resolver problemas de la especialidad.

La resolución de problemas en la enseñanza de las Matemáticas capacita a los estudiantes para que descubran problemas y necesidades en su propia práctica, enjuicien críticamente y reflexionen sobre sus acciones didácticas, proyecten estrategias de intervención y encuentren soluciones a los problemas prácticos que se le planteen en la situación singular de su clase, de tal forma que puedan concebir respuestas creativas e innovadoras que contribuyan a mejorar la calidad de la enseñanza. Asimismo favorece una mejor comprensión del medio físico y de algunos aspectos científicos y tecnológicos importantes en la vida cotidiana.

Además el trabajo en el aula ha de hacerse cooperativamente en muchas ocasiones, ofreciendo así buenas oportunidades para aprender a relacionarse y a trabajar dentro de un grupo.

La resolución de problemas cotidianos y matemáticos es uno de sus centros de interés permanente, así como la adquisición de una actitud positiva frente a las matemáticas, basada en la valoración de las propias cualidades y en la autoestima. El trabajo en grupo presta una gran atención al desarrollo de diferentes lenguajes, potenciando el oral en la realización de debates, de exposición de resultados, etc... así como el numérico, gráfico y geométrico. Por su constante interacción con el medio es un ambiente adecuado para desarrollar el sentido crítico frente a informaciones diversas.

Finalmente, la apreciación personal y la valoración del saber matemático como instrumento para interpretar y transformar la realidad, son imprescindibles en el conocimiento de los elementos básicos de nuestro patrimonio cultural.

BIBLIOGRAFÍA

AUSUBEL, David. P., NOVAK Joseh, HANESIAN Helen. Psicología educativa: Un punto de vista cognoscitivo. Sexta edición. México: Trillas. 1993.

GARCÍA GARCIA José Joaquín. Didáctica de las Ciencias: Resolución de Problemas y Desarrollo de la creatividad. Universidad de Antioquia. Medellín: Conciencias. 1998.

GIL PEREZ Daniel. La transformación de la Resolución de problemas de lápiz y papel. Trabajo de investigación. España: Universidad de Valencia. 1997.

MARTINEZ TORREGROSA J. La planificación sistemática de una enseñanza basada en la resolución de problemas. Memorias del Simposio internacional: “La Investigación sobre resolución de problemas y competencias en ingenierías y ciencias”. Bucaramanga: CEDEDUIS, 2002.

MOSTERÍN, J. Límites del Conocimiento Cosmológico. En SILVA ROJAS, Alonso. Filosofía de la Ciencia. Bucaramanga: UIS, 2004.

POLYA G. Cómo plantear y resolver problemas. Serie de las Matemáticas. 3ed. México: Trillas. 1972.

SANTOS TRIGO, Luz Manuel. Principios y métodos de la resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas. Segunda edición. Editorial Iberoamericana. México, 1997.