

AJUSTE MATEMATICO DEL COMPORTAMIENTO DE LA TURBIEDAD  
RESIDUAL EN LOS PROCESOS DE FLOCULACIÓN-COAGULACIÓN DEL  
AGUA REALIZADOS EN LA PLANTA LA FLORA DEL A.M.B. S.A. E.S.P  
EMPLEANDO POLICLORURO DE ALUMINIO LIQUIDO

MARGARITA ROSA GARCÍA-REY SANTOS

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER  
FACULTAD DE INGENIERÍAS FISCOQUÍMICAS  
ESCUELA DE INGENIERÍA QUÍMICA  
BUCARAMANGA

2011

AJUSTE MATEMATICO DEL COMPORTAMIENTO DE LA TURBIEDAD  
RESIDUAL EN LOS PROCESOS DE FLOCULACIÓN-COAGULACIÓN DEL  
AGUA REALIZADOS EN LA PLANTA LA FLORA DEL A.M.B. S.A. E.S.P  
EMPLEANDO POLICLORURO DE ALUMINIO LIQUIDO

MARGARITA ROSA GARCÍA-REY SANTOS

Trabajo de grado presentado como requisito para optar el título de Ingeniera  
Química

DIRECTOR:

Carlos Eduardo García Sánchez

Ingeniero Químico

TUTOR:

Javier Antonio Quiroga

Ingeniero Químico

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER  
FACULTAD DE INGENIERÍAS FISICOQUÍMICAS  
ESCUELA DE INGENIERÍA QUÍMICA  
BUCARAMANGA

2011

## **AGRADECIMIENTOS**

Primero que todo gracias a Dios y María Auxiliadora por tantas bendiciones y permitirme gozar de buena salud e iluminarme en todo el camino de mi formación como ingeniera química.

A mis padres por darme la vida, hermanos y familiares por apoyarme en los momentos de angustia y acompañarme en los momentos de felicidad.

Al Acueducto Metropolitano de Bucaramanga S.A E.S.P por permitirme la realización de este estudio.

Al profesor Carlos García por su orientación, consejos y colaboración ofrecida durante la realización de este estudio.

Al profesor Ph.D. Luis Javier López Giraldo por su orientación, consejos y colaboración ofrecidos durante la realización de este estudio.

Al ingeniero Javier Quiroga, por su valiosa colaboración.

Y por último a los empleados de la planta La Flora, del laboratorio de control de calidad del AMB, por su colaboración en la realización de este estudio.

## TABLA DE CONTENIDO

|   |           |
|---|-----------|
| <b>INTRODUCCIÓN .....</b>   | <b>14</b> |
| <b>1. MARCO TEÓRICO.....</b>  | <b>15</b> |
| 1.1    Análisis de caracterización del agua cruda .....   | 15        |
| 1.1.1    Determinación de color .....   | 15        |
| 1.1.2    Determinación de turbiedad .....   | 15        |
| 1.1.3    Determinación del pH.....  | 16        |
| 1.1.4    Determinación de alcalinidad .....   | 16        |
| 1.2    Comportamiento como coagulante del policloruro de aluminio<br>en el proceso de potabilización de aguas superficiales ..... | 16        |
| 1.2.1    Mayor eficacia de purificación .....   | 16        |
| 1.2.2    Mayor eficacia de separación.....  | 17        |
| 1.2.3    Mayor rango de pH de trabajo .....   | 17        |
| 1.2.4    Menor aluminio residual .....  | 17        |
| 1.3    Modelo de regresión lineal múltiple.....   | 17        |
| 1.3.1    Pruebas de hipótesis en regresión lineal múltiple.....   | 18        |
| <b>2. METODOLOGIA EXPERIMENTAL.....</b>   | <b>20</b> |
| 2.1    Toma de Muestra.....   | 20        |
| 2.2    Caracterización de la muestra .....  | 20        |
| 2.2.1    Determinación de Turbiedad .....   | 20        |
| 2.2.2    Determinación de color .....   | 20        |
| 2.2.3    Determinación del pH.....  | 21        |
| 2.2.4    Determinación de la alcalinidad.....   | 21        |
| 2.3    Prueba de jarras .....   | 21        |

|           |  |           |
|-----------|--|-----------|
| 2.4       | Ajuste matemático para el comportamiento de la turbiedad residual del agua .....                                   | 22        |
| 2.4.1     | Determinación de las variables predictoras y la variable de respuesta .....  | 22        |
| 2.4.2     | Escogencia del método a utilizar para la estimación del modelo 22  |           |
| 2.4.3     | Elección de los variables predictoras significativas estadísticamente .....  | 22        |
| 2.4.4     | Estudio de las posibles interacciones entre las variables predictoras .....  | 23        |
| 2.4.5     | Ecuación para hallar la dosificación de policloruro de aluminio líquido a turbiedades residuales específicas ..... | 23        |
| <b>3.</b> | <b>RESULTADOS Y ANALISIS DE RESULTADOS .....</b>   | <b>23</b> |
| 3.1       | Caracterización del agua cruda .....   | 23        |
| 3.2       | Pruebas de jarras .....  | 24        |
| 3.3       | Ajuste matemático para el comportamiento de la turbiedad residual del agua .....                                   | 26        |
| 3.3.1     | Determinación de las variables predictoras y la variable de respuesta .....  | 26        |
| 3.3.2     | Elección de la variables predictoras con significancia estadística .....   | 26        |
| 3.3.3     | Estudio de las posibles interacciones entre las variables predictoras .....  | 30        |
| 3.4       | Ecuación para hallar la Dosificación de Policloruro de aluminio LÍQUIDO a turbiedades residuales específicas ..... | 36        |

|                                 |           |
|---------------------------------|-----------|
| <b>4. CONCLUSIONES.....</b>     | <b>40</b> |
| <b>5. RECOMENDACIONES .....</b> | <b>41</b> |
| <b>6. BIBLIOGRAFIA.....</b>     | <b>42</b> |
| <b>ANEXOS .....</b>             | <b>44</b> |

## LISTA DE TABLAS

|   |           |
|---|-----------|
| <b>Tabla 1.</b> Unidades .....  | <b>23</b> |
| <b>Tabla 2.</b> Caracterización del agua cruda .....                      | <b>24</b> |
| <b>Tabla 3.</b> Parámetros pruebas de jarras .....                        | <b>25</b> |
| <b>Tabla 4.</b> Resultados pruebas de jarras .....                        | <b>25</b> |
| <b>Tabla 5.</b> Denominaciones y unidades de cada variable .....          | <b>26</b> |
| <b>Tabla 6.</b> Significancias estadísticas, $R^2$ y $R^2$ ajustado ..... | <b>27</b> |
| <b>Tabla 7.</b> Significancias estadísticas y errores .....               | <b>29</b> |
| <b>Tabla 8.</b> Posibles interacciones entre Tac y Dpac .....             | <b>31</b> |
| <b>Tabla 9.</b> Posibles interacciones entre Cac y Dpac .....             | <b>32</b> |
| <b>Tabla 10.</b> Interacciones entre pHac y Dpac .....                    | <b>33</b> |
| <b>Tabla 12.</b> Agrupación de variables .....                            | <b>36</b> |
| <b>Tabla 13.</b> Valores de Tr supuestos .....                            | <b>37</b> |

## LISTA DE FIGURAS

|  |           |
|--|-----------|
| <b>Figura 1.</b> Tr Vs Dpac.....                                 | <b>28</b> |
| <b>Figura 2.</b> Tr experimental y Tr modelo para Muestra 1..... | <b>34</b> |
| <b>Figura 3.</b> Tr experimental y Tr modelo para Muestra 4..... | <b>34</b> |
| <b>Figura 4.</b> Tr experimental y Tr modelo Muestra 6.....      | <b>35</b> |
| <b>Figura 5.</b> Comportamiento de Tr con respecto a Dpac.....   | <b>37</b> |

## LISTA DE ANEXOS

|  |           |
|--|-----------|
| <b>ANEXO A. LINEALIZACION DE MODELOS DE REGRESIÓN .....</b>  | <b>44</b> |
| <b>ANEXO B. FICHA TÉCNICA POLICLORURO DE ALUMINIO USADO<br/>EN LA PLANTA LA FLORA. ....</b>  | <b>46</b> |
| <b>ANEXO C. CARACTERÍSTICAS FÍSICAS Y QUÍMICAS DEL AGUA<br/>PARA CONSUMO HUMANO SEGÚN LA RESOLUCIÓN 2115 DE<br/>JUNIO DE 2007 (FRAGMENTO).....</b> | <b>47</b> |

## RESUMEN

**TÍTULO:** AJUSTE MATEMATICO DEL COMPORTAMIENTO DE LA TURBIEDAD RESIDUAL EN LOS PROCESOS DE FLOCULACIÓN-COAGULACIÓN DEL AGUA REALIZADOS EN LA PLANTA LA FLORA DEL A.M.B. S.A. E.S.P EMPLEANDO POLICLORURO DE ALUMINIO LIQUIDO.\*

**AUTOR:** Margarita Rosa García-Rey Santos \*\*

**PALABRAS CLAVES:** Turbiedad residual, regresión lineal, turbiedad, color, pH, alcalinidad.

**DESCRIPCIÓN:** Este trabajo se enfoca en la obtención de un modelo empírico para la turbiedad residual del agua a escala de laboratorio en los procesos de coagulación-floculación utilizando policloruro de aluminio líquido como coagulante, y a su vez, usando como parámetros medidas de turbiedad, color, pH y alcalinidad del agua cruda.

Los procesos de coagulación-floculación a escala de laboratorio se simularon en un equipo para prueba de jarras usando los siguientes parámetros: mezcla rápida (100 rpm durante 1 minuto), mezcla lenta (40 rpm durante 15 minutos), y sedimentación (0 rpm durante 15 minutos).

Se utilizaron pruebas de hipótesis para la determinación de los factores influyentes en el comportamiento de la turbiedad residual del agua, se obtuvo que la dosis de policloruro de aluminio líquido y la turbiedad, el color, el pH y la alcalinidad del agua cruda influyen de manera significativa en el comportamiento de la misma. Así mismo, adicionando posibles interacciones entre los factores significativos se encontró que la dosis de policloruro de aluminio líquido necesaria, a su vez, también depende de la turbiedad, el color y la alcalinidad del agua cruda.

Para obtener este ajuste matemático se linealizaron los posibles modelos y se utilizó regresión lineal múltiple, a partir de este tratamiento estadístico se encontraron valores de  $R^2$  y  $R^2_{ajustado}$ , los cuales se utilizaron como criterios para la escogencia del modelo con mejor ajuste.

Estas pruebas de hipótesis y regresiones lineales múltiples se realizaron el software Minitab 16, la licencia del mismo corresponde a una versión gratuita de prueba (30 días).

---

\* Práctica empresarial

\*\* Facultad de ingenierías fisicoquímicas. Escuela de Ingeniería Química. Director: Carlos García. Tutor: Javier Quiroga.

## ABSTRACT

**TITLE:** MATHEMATICAL SETTING OF THE RESIDUAL TURBIDITY BEHAVIOR IN THE WATER FLOCCULATION-COAGULATION PROCESSES MADE ON THE A.M.B. S.A. E.S.P. LA FLORA PLANT USING LIQUID ALUMINUM POLYCHLORIDE.\*

**AUTHOR:** Margarita Rosa García-Rey Santos\*\*

**KEY WORDS:** Residual turbidity, lineal regression, turbidity, color, pH, alkalinity.

**DESCRIPTION:** This work focuses on obtaining an empirical model for the residual turbidity of water in laboratory-scale coagulation-flocculation using poly aluminum coagulant liquid and, in turn, using as parameters measures turbidity, color, pH and alkalinity of raw water.

The coagulation-flocculation processes at laboratory scale were simulated in a jar test equipment using the following parameters: fast mixing (100 rpm for 1 minute), slow mixing (40 rpm for 15 minutes), and sedimentation (0 rpm for 15 minutes).

Hypothesis testing were used to determine the factors influencing the behavior of the residual turbidity of the water, it was found that the dose of liquid poly aluminum and turbidity, color, pH and alkalinity of raw water influences so significant in the behavior of the same. Likewise, adding possible interactions between the significant factors were found to dose liquid poly aluminum necessary, in turn, also depends on the turbidity, color and alkalinity of raw water.

To obtain this adjustment potential linearized mathematical models and multiple linear regression was used, from this statistical treatment is found values of  $R^2$  and  $R^2_{\text{adjusted}}$ , which were used as criteria for choosing the best model adjustment.

These hypotheses testing and multiple linear regressions were performed on Minitab 16 software, the license of corresponds to a free trial version (30 days).

---

\* Enterprise practice

\*\* Faculty of Physicochemical Engineering. Chemical Engineering School. Director: Carlos Garcia. Tutor: Javier Quiroga.

## INTRODUCCIÓN

La prueba de jarras siempre ha sido de gran importancia en el proceso de potabilización del agua, debido a que sirve para determinar la dosis de coagulante que se debe aplicar en la planta, sin embargo estas frecuentemente generan problemas de exceso o insuficiente coagulante, particularmente durante periodos de rápida variación de las características del agua [1].

Estudios de modelación basados en datos experimentales han sido ejecutados permitiendo la automatización de los procesos para el agua natural con suplementos bien definidos y diferentes composiciones, utilizando como coagulantes sulfatos de aluminios [1].

El objetivo principal de este trabajo de investigación es ajustar a un modelo matemático el comportamiento de la turbiedad residual del agua medida a escala de laboratorio de los procesos de coagulación-floculación considerando como factores la turbiedad, el color, el pH, y la alcalinidad del agua cruda, además de la dosis de policloruro de aluminio líquido.

Otro importante propósito trazado de este proyecto es predecir la dosificación de policloruro de aluminio líquido para una turbiedad residual específica.

Este trabajo de grado se realizó en la planta La Flora del Acueducto Metropolitano de Bucaramanga S.A. E.S.P. bajo el marco del convenio “práctica empresarial” UIS-AMB S.A. E.S.P.

## **1. MARCO TEÓRICO**

### **1.1 ANÁLISIS DE CARACTERIZACIÓN DEL AGUA CRUDA**

#### **1.1.1 Determinación de color**

El color en el agua se debe a la presencia de varios iones metálicos característicos como el hierro y el manganeso, materia orgánica diversa y en algunos casos residuos contaminantes de tipo industrial. En aguas para consumo humano, existe una condición psicológica de rechazo hacia este factor físico, el cual no necesariamente está asociado a alguna forma de contaminación.

El color se determina por comparación visual o espectrofotométrica de la muestra con soluciones coloridas de platino-cobalto de concentraciones conocidas, la unidad de color es la producida por 1 mg/L de platino en forma de ion cloro-platinato. La turbiedad es la única interferencia en este método y se recomienda eliminarla mediante filtración [2, 3].

#### **1.1.2 Determinación de turbiedad**

La turbiedad es causada en el agua por materia en suspensión de cualquier clase de compuesto orgánico soluble y coloreado, además de plancton y otros organismos microscópicos.

El control de las diferentes etapas de tratamiento en las plantas se realiza a través de esta medición, debido a su rapidez y facilidad.

La medición se basa en la comparación de la intensidad de la luz dispersada por la muestra bajo condiciones semejantes por una suspensión de referencia estandarizada. La turbiedad puede ser determinada para cualquier muestra de agua que esté libre de desechos y sedimentos de arena. El vidrio sucio y la presencia de burbujas alteran la visibilidad superficial de la muestra originando resultados falsos [2, 3].

### **1.1.3 Determinación del pH**

El efecto del pH sobre las propiedades químicas y biológicas del agua hace de su determinación algo muy importante, debido a que sirve como medida para el control del proceso de potabilización del agua y corrosión.

La medición del pH se basa en la determinación de la actividad de iones hidrógeno ( $H^+$ ), medida en un medidor de pH [2, 3].

### **1.1.4 Determinación de alcalinidad**

La alcalinidad es la capacidad del agua para neutralizar ácidos y representa la suma de las bases que pueden ser tituladas. Dado que la alcalinidad de aguas superficiales está determinada generalmente por el contenido de carbonatos, bicarbonatos e hidróxidos, ésta se toma como un indicador de dichas especies iónicas.

La alcalinidad se determina por titulación con una solución estándar de un ácido mineral fuerte a los puntos sucesivos de equivalencia del bicarbonato y el ácido carbónico [4].

## **1.2 COMPORTAMIENTO COMO COAGULANTE DEL POLICLORURO DE ALUMINIO EN EL PROCESO DE POTABILIZACIÓN DE AGUAS SUPERFICIALES**

El proceso de coagulación consiste en desestabilizar las partículas suspendidas de modo que se reduzcan las fuerzas de separación entre ellas creando coágulos, para esto es necesario el uso de un reactivo químico denominado coagulante [5].

Las ventajas observadas para los coagulantes prepolimerizados como el policloruro de aluminio (PAC), son diversas frente a los coagulantes tradicionales [6]. Algunas de ellas son las siguientes:

### **1.2.1 Mayor eficacia de purificación**

En el tratamiento de aguas potables y para dosis de aluminio equivalentes, con el PAC se logra obtener una menor turbidez residual que con el sulfato de aluminio lo

que a su vez reduce de manera análoga la materia orgánica y con frecuencia el color. En aguas blandas el uso de policloruro de aluminio permite una floculación óptima para un margen de dosis superior al de las sales básicas metálicas (dosis inferiores a la mínima requerida no permiten la desestabilización de las partículas coloidales, mientras que dosis excesivas provocan su reestabilización). En otras palabras, los coagulantes prepolimerizados son menos sensibles a las variaciones de composición del agua cruda que los coagulantes tradicionales.

### **1.2.2 Mayor eficacia de separación**

Según estudios previos [6], se observa de manera general una mejora en la separación de flóculos con el uso de PAC frente a coagulantes tradicionales, en lo que se refiere a velocidad de decantación, filtrabilidad y deshidratación de lodos.

### **1.2.3 Mayor rango de pH de trabajo**

De acuerdo con la literatura [6] los valores de pH en los que el proceso de coagulación con PAC es efectivo oscila entre 4 y 8 (a mayor basicidad los valores de pH en los que se obtiene una correcta floculación son superiores), frente al margen óptimo para el sulfato de aluminio de 5,5-7,5 tanto en aguas potables como residuales.

### **1.2.4 Menor aluminio residual**

Basándose en estudios hallados en la literatura [6] el policloruro de aluminio conduce a una concentración de metal (Al) residual menor que los coagulantes tradicionales, a dosis equivalentes. Esta reducción es aún mayor al incrementar la basicidad del PAC.

## **1.3 MODELO DE REGRESIÓN LINEAL MÚLTIPLE**

Un modelo matemático expresa relaciones, proposiciones de hechos, variables o parámetros empleando algún tipo de formulismo matemático, para estudiar comportamientos de sistemas complejos ante situaciones difíciles de observar en la realidad [7].

El modelo de regresión lineal múltiple es utilizado cuando se estudia la posible relación entre varias variables independientes (predictoras o explicativas) y una variable dependiente (criterio, explicada, respuesta), y frecuentemente se emplean como funciones de aproximación. Esto es, se desconoce la verdadera relación funcional entre la variable de respuesta y las variables predictoras, pero sobre ciertos rangos de las variables predictoras el modelo de regresión lineal constituye una aproximación adecuada; los modelos que tienen una estructura más compleja con frecuencia pueden analizarse con las técnicas de regresión lineal múltiple [8]. (Ver anexo A).

En general cualquier modelo de regresión que es lineal en los parámetros  $(\beta_j)$  es un modelo de regresión lineal, sin importar la forma de la superficie que éste genera.

### **1.3.1 Pruebas de hipótesis en regresión lineal múltiple**

En problemas de regresión lineal múltiple, existen ciertas pruebas de hipótesis sobre los parámetros del modelo que son útiles para medir la adecuación del mismo. Los modelos de regresión basados en más de 15 observaciones con  $p$  variables no requiere que los términos de error  $\epsilon$  del modelo de regresión tengan distribuciones normales e independientes.

#### **1.3.1.1 Prueba para la significancia de la regresión**

La prueba para la significancia de la regresión es una prueba para determinar si no se puede descartar una relación lineal entre la variable de respuesta y al menos una de las variables de regresión,  $X_1, X_2, \dots, X_k$ . Las hipótesis apropiadas son

$$H_0: \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_k = 0$$

$$H_1: \beta_j \neq 0 \text{ al menos para una } j$$

El rechazo de  $H_0: \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_k = 0$  implica que al menos uno de los regresores  $X_1, X_2, \dots, X_k$  tiene una contribución significativa en el modelo.

La prueba de significancia de la regresión es una generalización del procedimiento utilizado en la regresión lineal simple. [8]

### 1.3.1.2 Pruebas sobre los coeficientes individuales de regresión

Esta prueba es útil para determinar el valor potencial de cada una de las variables de regresión. Por ejemplo, el modelo puede ser más eficaz con la inclusión de variables adicionales, o quizá con la eliminación de uno o más de los regresores presentes en el modelo.

Las hipótesis para la prueba de significancia de cualquier coeficiente de regresión individual,  $\beta_j$ , son

$$H_0: \beta_j = 0$$

$$H_1: \beta_j \neq 0$$

Si no se rechaza  $H_0: \beta_j = 0$ , entonces esto indica que el regresor  $X_j$  no es suficientemente significativo, lo cual tiene dos posibles causas:

- Es mejor no utilizarlo como regresor del modelo porque no contribuye a explicar el comportamiento de la variable dependiente, ó
- En realidad sí contribuye a explicar el comportamiento de la variable dependiente, pero de forma funcional diferente a la que se supuso en el modelo que está siendo analizado.

Esto se conoce como prueba parcial o marginal, debido a que el coeficiente de regresión  $\beta_j$ , depende de todas las demás variables de regresión  $X_i$  ( $i \neq j$ ) que están en el modelo.[8]

## **2. METODOLOGIA EXPERIMENTAL**

### **2.1 TOMA DE MUESTRA**

La recolección de la muestra se ejecutó en el sitio de entrada a la planta para garantizar que la muestra no tuviera ningún tratamiento previo, es decir, una muestra de agua cruda, esta se tomó a nivel superficial en un balde de aproximadamente 10 L de volumen en las horas de la mañana con una periodicidad de 2 semanas; una vez obtenida el agua cruda esta se llevó al laboratorio de análisis de la planta donde se procede a la caracterización de la misma. [9-10]

### **2.2 CARACTERIZACIÓN DE LA MUESTRA**

#### **2.2.1 Determinación de Turbiedad**

Se tomó una muestra de 100 mL de agua cruda, posteriormente esta se agitó vigorosamente para evitar posible sedimentación de la materia orgánica presente en la misma, se esperó que desaparecieran la burbujas ocasionadas por la agitación, luego se procedió a verter la muestra en la celda del turbidímetro previamente lavada con agua destilada para evitar interferencias en el análisis. Una vez llenada la celda con la muestra, ésta se ingresó al equipo y por último se leyó el valor de turbiedad arrojado en escala de unidades nefelométricas de turbiedad (NTU). Esta determinación se realizó en un equipo turbidímetro de marca Hach 2100N.

#### **2.2.2 Determinación de color**

Se tomó una muestra de 100 mL de agua cruda y una muestra de 50 mL de agua destilada, posterior a esto se vertió 25 mL de agua destilada en una de las celdas del espectrofotómetro, esta se utilizó como blanco y se llevó a cero unidades de platino cobalto (UPC) para usarse como referencia, una vez hecho esto se procedió a verter 25 mL de la muestra de agua cruda en la celda y se leyó el valor de color en U.P.C. Esta medición se realizó en un espectrofotómetro de marca Hach DR 2800.

### **2.2.3 Determinación del pH**

Se introdujo una muestra de 50 mL de agua cruda en un vaso de precipitados previamente lavado con agua destilada. A continuación se insertó el electrodo del medidor de pH (anteriormente lavado con agua destilada) en la muestra de agua cruda, y finalmente se leyó el valor de pH; esta determinación se realizó en un medidor de pH de marca Mettler Toledo S20.

### **2.2.4 Determinación de la alcalinidad**

Se midió 50 mL de agua cruda en una probeta con la mayor precisión posible, y esta alícuota se vertió en un erlenmeyer de 250 mL, luego se agregaron 5 gotas de reactivo indicador (en este caso se usó naranja de xilenol) agitando la muestra constantemente a 30 rpm aproximadamente. Después de esto se procedió a titular la muestra bajo una bureta con solución de ácido sulfúrico 0,1 N manteniendo la agitación, agregando gota a gota hasta que se observó un viraje a color púrpura y se registró el volumen de solución de ácido gastado. La alcalinidad de la muestra se calculó multiplicando por 20 el gasto de solución de ácido, y se expresó como alcalinidad total equivalente a "x" mg de  $\text{CaCO}_3$  por litro ( $\text{mg CaCO}_3/\text{L}$ ).

## **2.3 PRUEBA DE JARRAS**

Estas pruebas se realizaron para 8 muestras diferentes de agua; a cada una de éstas se le midió la turbiedad residual tras haber sido tratadas con seis diferentes cantidades de PAC, obteniéndose un total de 48 datos experimentales.

- a) Se aforaron 6 jarras con la muestra de agua cruda previamente caracterizada, hasta un volumen de 1000 mL.
- b) Se adaptaron las jarras en el respectivo equipo y se inició la mezcla rápida a 100 rpm.
- c) Se dosificó el coagulante (policloruro de aluminio líquido al 100 %; ver ficha técnica en el anexo B) con una micropipeta, en cantidades progresivas profundamente dentro de la muestra (no debe dejarse caer la solución de

coagulante en la superficie del agua, pues esto desmejora la eficiencia de la mezcla rápida).

- d) Posteriormente, se dejó actuar el coagulante durante un minuto en mezcla rápida.
- e) Finalizada la mezcla rápida, se disminuyó la velocidad de rotación de las paletas a 40 rpm durante 15 minutos (este proceso se conoce como mezcla lenta o floculación)
- f) Transcurridos los 15 minutos, se suspendió la agitación y se dejó sedimentar la muestra por 15 minutos.
- g) Por último, se tomó un volumen de muestra de 50 mL para cada una de las jarras, y se determinó la turbiedad residual a cada muestra.

## **2.4 AJUSTE MATEMÁTICO PARA EL COMPORTAMIENTO DE LA TURBIEDAD RESIDUAL DEL AGUA**

### **2.4.1 Determinación de las variables predictoras y la variable de respuesta**

Una vez obtenidos los datos de las pruebas de jarras con las diferentes muestras de agua cruda, se procedió a determinar las variables predictoras y la variable de respuesta del modelo.

### **2.4.2 Escogencia del método a utilizar para la estimación del modelo**

Basándose en la literatura [5], se decidió crear un modelo empírico usando regresión lineal múltiple con  $p$  variables predictoras o regresores basado en  $n$  observaciones.

### **2.4.3 Elección de los variables predictoras significativas estadísticamente**

Se realizaron diferentes pruebas de hipótesis para verificar la significancia estadística de cada uno de los factores con relación a la variable de respuesta, en este caso la turbiedad residual del agua; estas pruebas de hipótesis fueron realizadas en el software de herramientas estadísticas Minitab versión 16.

#### 2.4.4 Estudio de las posibles interacciones entre las variables predictoras

Por último, conociendo qué variables predictoras son significativas estadísticamente, se estudiaron las posibles interacciones entre cada de una de ellas y se encontró cuáles de estas interacciones daban un mejor ajuste al modelo.

#### 2.4.5 Ecuación para hallar la dosificación de policloruro de aluminio líquido a turbiedades residuales específicas

Teniendo establecido el modelo matemático con mejor ajuste para la turbiedad residual del agua, se despejó la ecuación en términos de dosis de policloruro de aluminio líquido y se halló el valor de la misma para determinadas turbiedades residuales que cumplan con las normas establecidas en la Resolución 2115 de junio de 2007 (ver anexo C), una vez obtenidos estos valores de concentración se determina la dosificación de policloruro de aluminio líquido que varía en función del caudal de entrada a la planta.

### 3. RESULTADOS Y ANALISIS DE RESULTADOS

#### 3.1 CARACTERIZACIÓN DEL AGUA CRUDA

La tabla 1 muestra las unidades de las respectivas mediciones realizadas para la caracterización del agua cruda.

Tabla 1. Unidades

| Medida      | Unidades                                 |
|-------------|--|
| Turbiedad   | Unidades Nefelométricas de Turbidez[NTU] |
| Color       | Unidades de Platino Cobalto [UPC]        |
| pH          | Unidades de pH                           |
| Alcalinidad | [mg CaCO <sub>3</sub> /L]                |

La tabla 2 muestra la caracterización del agua cruda para cada una de las muestras utilizadas en las pruebas de jarras.

**Tabla 2. Caracterización del agua cruda**

|           |           |       |      |             |
|-----------|-----------|-------|------|-------------|
| Muestra 1 | Turbiedad | Color | pH   | Alcalinidad |
|           | 3,72      | 8     | 7,98 | 56          |

|           |           |       |      |             |
|-----------|-----------|-------|------|-------------|
| Muestra 2 | Turbiedad | Color | pH   | Alcalinidad |
|           | 255       | 25    | 8,00 | 56          |

|           |           |       |      |             |
|-----------|-----------|-------|------|-------------|
| Muestra 3 | Turbiedad | Color | pH   | Alcalinidad |
|           | 20,05     | 174   | 7,38 | 50          |

|           |           |       |      |             |
|-----------|-----------|-------|------|-------------|
| Muestra 4 | Turbiedad | Color | pH   | Alcalinidad |
|           | 7,22      | 11    | 7,88 | 70          |

|           |           |       |      |             |
|-----------|-----------|-------|------|-------------|
| Muestra 5 | Turbiedad | Color | pH   | Alcalinidad |
|           | 90,5      | 42    | 7,88 | 35          |

|           |           |       |      |             |
|-----------|-----------|-------|------|-------------|
| Muestra 6 | Turbiedad | Color | pH   | Alcalinidad |
|           | 23,7      | 21    | 7,77 | 44          |

|           |           |       |      |             |
|-----------|-----------|-------|------|-------------|
| Muestra 7 | Turbiedad | Color | pH   | Alcalinidad |
|           | 20,05     | 21    | 7,77 | 35          |

|           |           |       |      |             |
|-----------|-----------|-------|------|-------------|
| Muestra 8 | Turbiedad | Color | pH   | Alcalinidad |
|           | 23,7      | 174   | 7,53 | 35          |

En la tabla anterior se aprecia que las características del agua cruda usada eran muy variables; esto ayuda en la creación de un modelo matemático que se ajuste a una amplia gama de estas características, pues los modelos de regresión sólo son válidos en los rangos de valores en que se tomaron los datos experimentales.

### **3.2 PRUEBAS DE JARRAS**

La tabla 3 muestra los parámetros utilizados para la realización de las diferentes pruebas de jarras [11].

**Tabla 3. Parámetros pruebas de jarras**

| PARAMETROS    |                 |              |
|---------------|-----------------|--------------|
|               | Velocidad (rpm) | Tiempo (min) |
| Mezcla Rápida | 100             | 1            |
| Mezcla Lenta  | 40              | 15           |
| Sedimentación | 0               | 15           |

En la tabla 4 se presentan los resultados obtenidos de turbiedad residual (*Tr*) en cada una de las pruebas para las seis diferentes concentraciones de policloruro de aluminio líquido (PAC) experimentadas en cada muestra de agua. Estas concentraciones de PAC fueron escogidas por heurística, aportada por los operadores de la planta La Flora.

**Tabla 4. Resultados pruebas de jarras**

| Muestra 1 |      |      |      |      |      |      |
|-----------|------|------|------|------|------|------|
| PAC       | 5    | 10   | 15   | 20   | 25   | 30   |
| Tr        | 1,49 | 0,82 | 0,61 | 0,49 | 0,44 | 0,35 |

| Muestra 5 |      |      |      |      |      |      |
|-----------|------|------|------|------|------|------|
| PAC       | 20   | 25   | 30   | 35   | 40   | 45   |
| Tr        | 72,9 | 13,6 | 3,05 | 1,36 | 1,24 | 1,08 |

| Muestra 2 |    |      |      |      |      |      |
|-----------|----|------|------|------|------|------|
| PAC       | 20 | 25   | 30   | 35   | 40   | 45   |
| Tr        | 98 | 48,5 | 8,44 | 4,96 | 1,62 | 1,19 |

| Muestra 6 |      |      |      |      |      |      |
|-----------|------|------|------|------|------|------|
| PAC       | 14   | 16   | 18   | 20   | 22   | 24   |
| Tr        | 13,7 | 6,78 | 3,95 | 3,05 | 2,29 | 1,94 |

| Muestra 3 |      |     |      |      |     |      |
|-----------|------|-----|------|------|-----|------|
| PAC       | 25   | 30  | 35   | 40   | 45  | 50   |
| Tr        | 1,89 | 1,2 | 0,96 | 0,64 | 0,6 | 0,55 |

| Muestra 7 |      |      |      |      |      |      |
|-----------|------|------|------|------|------|------|
| PAC       | 16   | 18   | 20   | 22   | 24   | 26   |
| Tr        | 18,7 | 7,98 | 2,37 | 1,89 | 1,51 | 1,39 |

| Muestra 4 |      |      |      |      |      |      |
|-----------|------|------|------|------|------|------|
| PAC       | 5    | 10   | 15   | 20   | 25   | 30   |
| Tr        | 5,23 | 2,25 | 1,86 | 1,34 | 1,06 | 0,97 |

| Muestra 8 |      |     |      |      |      |      |
|-----------|------|-----|------|------|------|------|
| PAC       | 14   | 16  | 18   | 20   | 22   | 24   |
| Tr        | 20,3 | 6,8 | 3,95 | 2,82 | 2,01 | 1,78 |

### 3.3 AJUSTE MATEMÁTICO PARA EL COMPORTAMIENTO DE LA TURBIEDAD RESIDUAL DEL AGUA

#### 3.3.1 Determinación de las variables predictoras y la variable de respuesta

Según los resultados obtenidos en las pruebas se escogieron como posibles regresores turbiedad, color, pH y alcalinidad del agua cruda, y dosis de policloruro de aluminio líquido. Matemáticamente, se busca una función de la siguiente forma:

$$\textit{Turbiedad residual} = f(\textit{turbiedad, color, pH, alcalinidad, dosis pac})$$

#### 3.3.2 Elección de la variables predictoras con significancia estadística

La tabla 5 muestra la denominación que se le dio a cada una de las variables a la hora de definir los modelos, y sus respectivas unidades.

Tabla 5. Denominaciones y unidades de cada variable

| VARIABLE               | DENOMINACION | UNIDADES                   |
|------------------------|--------------|----------------------------|
| Turbiedad agua cruda   | Tac          | [NTU]                      |
| Color agua cruda       | Cac          | [UPC]                      |
| pH agua cruda          | pHac         | Unidades de pH             |
| Alcalinidad agua cruda | Aac          | [mg CaCO <sub>3</sub> / L] |
| Dosis P.A.C            | Dpac         | [mL/m <sup>3</sup> ]       |
| Turbiedad residual     | Tr           | [NTU]                      |

El primer modelo que se probó fue el siguiente modelo lineal:

$$Tr = \beta_0 + \beta_1 Tac + \beta_2 Cac + \beta_3 pHac + \beta_4 Aac + \beta_5 Dpac + \varepsilon$$

Donde  $\varepsilon$  es el error aleatorio.

En la tabla 6 se observa la significancia estadística de cada una de las variables predictoras usadas en el modelo, con respecto a la variable de respuesta. Estas significancias se hallaron usando pruebas de hipótesis, al mismo tiempo se halló el coeficiente de determinación  $R^2$ , que es una medida de la bondad del ajuste del modelo y  $R^2_{ajustado}$ , que es una corrección de  $R^2$  para impedir algún sobreajuste que desprendería los errores aleatorios y no aumentaría el poder predictivo del modelo. Ambos procedimientos fueron realizados el software de herramientas estadísticas Minitab versión 16.

**Tabla 6. Significancias estadísticas,  $R^2$  y  $R^2_{ajustado}$**

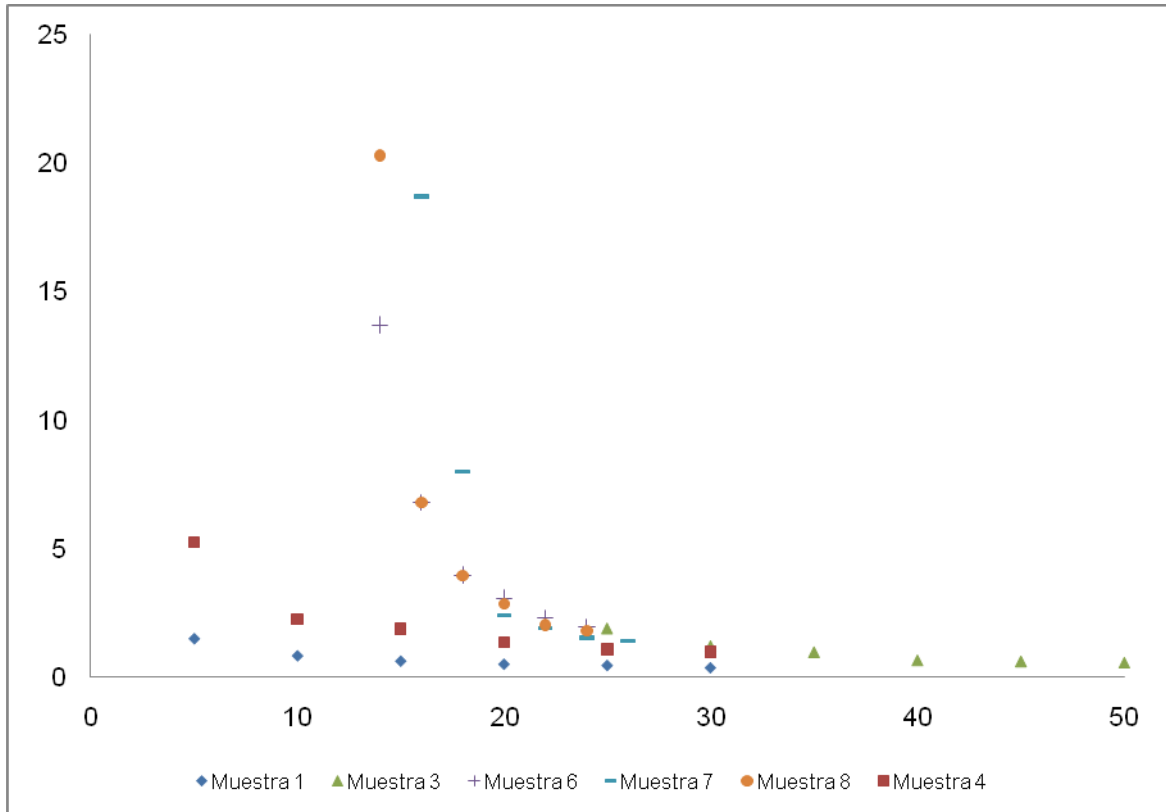
|    | Tac | Cac | PHac | Aac | Dpac | $R^2$ | $R^2_{ajustado}$ |
|----|-----|-----|------|-----|------|-------|------------------|
| Tr | Sí  | Sí  | Sí   | No  | No   | 0,599 | 0,532            |

Como se puede ver en la tabla 6, este modelo no funciona muy bien ya que no ajusta bien a los datos obtenidos, debido a que solo explica un 59,9 % de la variación de  $Tr$ .

Debido a los resultados obtenidos con el primer modelo, se propusieron otros modelos, basándose en las siguientes observaciones:

- a) Según el comportamiento visto en las gráficas elaboradas de  $Tr$  vs.  $Dpac$  hechas a partir de los resultados obtenidos en las pruebas de jarras, se deduce que la relación de estas dos variables es similar al de una inversa. Estos comportamientos se pueden observar en la figura 1.

Figura 1. Tr vs. Dpac



b) Para las otras variables predictoras no se cuenta con gráficas que determinen el comportamiento de la relación entre ellas y la variable de respuesta, pero se decidió probar, de acuerdo a los datos, que la relación de  $Tr$  con respecto a  $Tac$  es directamente proporcional.

En la tabla 7 se muestran los diferentes modelos propuestos, de acuerdo con las suposiciones tomadas anteriormente, a su vez la significancia estadística de cada una de las variables predictoras propuestas en cada modelo con respecto a la variable de respuesta, además de los  $R^2$  y los  $R^2_{ajustado}$ . Ambos procedimientos fueron realizados en el software de herramientas estadísticas Minitab versión 16.

En la tabla pueden ver los cinco parámetros de entrada con sus diferentes formas funcionales y las respectivas significancias estadísticas con respecto a la variable

dependiente ( $Tr$ ). La significancia y los coeficientes listados son los correspondientes al modelo que consiste en la combinación lineal de los regresores en la forma funcional en que aparecen en la tabla.

**Tabla 7. Significancias estadísticas y errores**

|    |     |     |      |                  |        |                |                                    |
|----|-----|-----|------|------------------|--------|----------------|------------------------------------|
|    | Tac | Cac | pHac | Aac <sup>2</sup> | 1/Dpac | R <sup>2</sup> | R <sup>2</sup> <sub>ajustado</sub> |
| Tr | Sí  | Sí  | Sí   | No               | No     | 0,941          | 0,932                              |

|      |     |     |      |     |      |                |                                    |
|------|-----|-----|------|-----|------|----------------|------------------------------------|
|      | Tac | Cac | pHac | Aac | Dpac | R <sup>2</sup> | R <sup>2</sup> <sub>ajustado</sub> |
| 1/Tr | No  | No  | No   | No  | Sí   | 0,236          | 0,109                              |

|      |       |     |      |     |      |                |                                    |
|------|-------|-----|------|-----|------|----------------|------------------------------------|
|      | 1/Tac | Cac | pHac | Aac | Dpac | R <sup>2</sup> | R <sup>2</sup> <sub>ajustado</sub> |
| 1/Tr | Sí    | No  | No   | No  | Sí   | 0,940          | 0,930                              |

|      |       |                  |                   |                  |      |                |                                    |
|------|-------|------------------|-------------------|------------------|------|----------------|------------------------------------|
|      | 1/Tac | Cac <sup>2</sup> | pHac <sup>2</sup> | Aac <sup>2</sup> | Dpac | R <sup>2</sup> | R <sup>2</sup> <sub>ajustado</sub> |
| 1/Tr | Sí    | No               | No                | No               | Sí   | 0,939          | 0,929                              |

|      |       |                  |                   |                  |      |                |                                    |
|------|-------|------------------|-------------------|------------------|------|----------------|------------------------------------|
|      | 1/Tac | Cac <sup>3</sup> | pHac <sup>3</sup> | Aac <sup>3</sup> | Dpac | R <sup>2</sup> | R <sup>2</sup> <sub>ajustado</sub> |
| 1/Tr | Sí    | No               | No                | No               | Sí   | 0,939          | 0,928                              |

|      |       |                  |                   |                  |      |                |                                    |
|------|-------|------------------|-------------------|------------------|------|----------------|------------------------------------|
|      | 1/Tac | Cac <sup>5</sup> | pHac <sup>5</sup> | Aac <sup>5</sup> | Dpac | R <sup>2</sup> | R <sup>2</sup> <sub>ajustado</sub> |
| 1/Tr | Sí    | No               | No                | No               | Sí   | 0,913          | 0,905                              |

|      |       |       |        |       |      |                |                                    |
|------|-------|-------|--------|-------|------|----------------|------------------------------------|
|      | 1/Tac | 1/Cac | 1/pHac | 1/Aac | Dpac | R <sup>2</sup> | R <sup>2</sup> <sub>ajustado</sub> |
| 1/Tr | Sí    | Sí    | Sí     | Sí    | Sí   | 0,942          | 0,933                              |

De esta tabla se puede deducir que el modelo que mejor describe el comportamiento de  $Tr$  con respecto a las variables predictoras es el siguiente

$$\frac{1}{Tr} = \beta_0 + \beta_1 \frac{1}{Tac} + \beta_2 \frac{1}{Cac} + \beta_3 \frac{1}{pHac} + \beta_4 \frac{1}{Aac} + \beta_5 Dpac + \varepsilon$$

Y la ecuación de regresión calculada en el software de herramientas estadísticas Minitab versión 16, es la siguiente,

$$\frac{1}{Tr} = -12,8 + 5,82 * \frac{1}{Tac} + 10,01 * \frac{1}{Cac} + 81,6 * \frac{1}{pHac} + 31,3 * \frac{1}{Aac} + 0,054 * Dpac + \varepsilon$$

Donde  $\varepsilon$  es el error aleatorio.

Sin embargo, basándose en  $R^2$  y  $R^2_{ajustado}$ , aunque éste se puede considerar como un modelo ajustable debido a que explica el 93,3 % de la variación de  $Tr$ , se desea llegar a un mejor ajuste por lo cual se decidió estudiar el efecto sobre el modelo de la inclusión de interacciones entre las variables predictoras.

### **3.3.3 Estudio de las posibles interacciones entre las variables predictoras**

Conociendo qué variables predictoras son significativas estadísticamente, y suponiendo con base en los datos obtenidos, que la dosis de policloruro de aluminio líquido con que se va a tratar el agua puede a su vez depender de la turbiedad, el color, el pH y la alcalinidad del agua cruda, se propusieron posibles interacciones entre cada de una de ellas con respecto a la dosis de policloruro de aluminio líquido. Se evaluó el ajuste resultante, por medio de los coeficientes de determinación  $R^2$  y  $R^2_{ajustado}$ , al agregar cada una de las interacciones propuestas al modelo.

#### **3.3.3.1 Posibles interacciones entre Tac y Dpac**

La tabla 8 muestra las posibles interacciones entre  $Tac$  y  $Dpac$  y su impacto en  $R^2$  y  $R^2_{ajustado}$  del modelo; éstos se calcularon con regresión multivariable realizada en el software de herramientas estadísticas Minitab versión 16.

Cabe anotar que estas posibles interacciones van adicionadas al modelo escogido en el paso anterior, es decir, al modelo anterior se le adicionó cada una de las siguientes interacciones y se halló los respectivos  $R^2$  y  $R^2_{ajustado}$ .

**Tabla 8. Posibles interacciones entre Tac y Dpac**

|          |          |          | R <sup>2</sup> | R <sup>2</sup> <sub>ajustado</sub> |
|----------|----------|----------|----------------|------------------------------------|
| Tac*Dpac | Tac/Dpac | Dpac/Tac | 0,968          | 0,959                              |
| Tac*Dpac | Tac/Dpac |          | 0,947          | 0,939                              |
| Tac*Dpac | Dpac/Tac |          | 0,968          | 0,960                              |
| Tac/Dpac | Dpac/Tac |          | 0,968          | 0,960                              |
| Tac*Dpac |          |          | 0,943          | 0,931                              |
| Tac/Dpac |          |          | 0,945          | 0,934                              |
| Dpac/Tac |          |          | 0,964          | 0,956                              |

De esta tabla se puede inferir que algunas de estas interacciones aumentan de forma significativa el R<sup>2</sup><sub>ajustado</sub> y a su vez explican mejor el comportamiento de  $Tr$ , aunque se observa que las mejores interacciones son “ $Tac*Dpac + Dpac/Tac$ ” y “ $Tac/Dpac + Dpac/Tac$ ” (explican el 96,0% de la variación de  $Tr$ ), se puede ver que la interacción “ $Dpac/Tac$ ” (explica el 95,6% de la variación de  $Tr$ ) arroja un modelo más sencillo sin afectar de manera notable el ajuste del mismo; y la ecuación de regresión calculada para este modelo realizada en el software de herramientas estadísticas Minitab versión 16, es la siguiente:

$$\frac{1}{Tr} = -6,59 + 4,96 * \frac{1}{Tac} + 3,15 * \frac{1}{Cac} + 39,2 * \frac{1}{pHac} + 21,7 * \frac{1}{Aac} + 0,0421 * Dpac + 0,123 * \frac{Dpac}{Tac} + \varepsilon$$

Donde  $\varepsilon$  es el error aleatorio.

### 3.3.3.2 Posibles interacciones entre Cac y Dpac

La tabla 9 muestra las posibles interacciones entre *Cac* y *Dpac* y su impacto en  $R^2$  y  $R^2_{ajustado}$  del modelo; éstos fueron calculados con las regresiones multivariable realizadas en el software de herramientas estadísticas Minitab versión 16.

Cabe notar que estas posibles interacciones van adicionadas al modelo escogido en el paso anterior.

De la tabla 9 se puede deducir que las posibles interacciones entre estas dos variables no son realmente significativas a la hora de explicar el modelo, por lo tanto, no se toman en cuenta a la hora de definir el modelo empírico para el comportamiento de la turbiedad residual del agua.

Tabla 9. Posibles interacciones entre Cac y Dpac

|          |          |          | $R^2$ | $R^2_{ajustado}$ |
|----------|----------|----------|-------|------------------|
| Cac*Dpac | Cac/Dpac | Dpac/Cac | 0,971 | 0,961            |
| Cac*Dpac | Cac/Dpac |          | 0,971 | 0,962            |
| Cac*Dpac | Dpac/Cac |          | 0,968 | 0,958            |
| Cac/Dpac | Dpac/Cac |          | 0,969 | 0,960            |
| Cac*Dpac |          |          | 0,967 | 0,958            |
| Cac/Dpac |          |          | 0,968 | 0,960            |
| Dpac/Cac |          |          | 0,967 | 0,959            |

### 3.3.3.3 Posibles interacciones entre pHac y Dpac

La tabla 10 muestra las posibles interacciones entre *pHac* y *Dpac* y su impacto en  $R^2$  y  $R^2_{ajustado}$ ; éstos fueron calculados con las regresiones multivariable realizadas en el software de herramientas estadísticas Minitab versión 16.

Estas posibles interacciones van adicionadas al modelo establecido anteriormente:

$$\frac{1}{Tr} = -6,59 + 4,96 * \frac{1}{Tac} + 3,15 * \frac{1}{Cac} + 39,2 * \frac{1}{pHac} + 21,7 * \frac{1}{Aac} + 0,0421 * Dpac + 0,123 * \frac{Dpac}{Tac} + \varepsilon$$

Donde  $\varepsilon$  es el error aleatorio.

**Tabla 10. Interacciones entre pHac y Dpac**

|           |           |           | R <sup>2</sup> | R <sup>2</sup> ajustado |
|-----------|-----------|-----------|----------------|-------------------------|
| pHac*Dpac | pHac/Dpac | Dpac/pHac | 0,978          | 0,970                   |
| pHac*Dpac | pHac/Dpac |           | 0,967          | 0,957                   |
| pHac*Dpac | Dpac/pHac |           | 0,977          | 0,970                   |
| pHac*Dpac |           |           | 0,966          | 0,957                   |
| pHac/Dpac |           |           | 0,964          | 0,955                   |
| Dpac/pHac |           |           | 0,966          | 0,958                   |

De esta tabla se observa que los coeficientes de determinación R<sup>2</sup> y R<sup>2</sup> ajustado son mejores con respecto al modelo anterior, siguiendo el mismo criterio de escogencia anterior, se propone adicionar al modelo la interacción “pHac\*Dpac + Dpac/pHac” con lo cual el modelo representa el 97,0% del comportamiento de la turbiedad residual del agua. La ecuación de regresión calculada en el software de herramientas estadísticas Minitab versión 16, es la siguiente:

$$\frac{1}{Tr} = -0,13 + 2,10 * \frac{1}{Tac} + 5,45 * \frac{1}{Cac} - 11,3 * \frac{1}{pHac} + 40,3 * \frac{1}{Aac} - 17,3 * Dpac$$

$$+ 0,183 * \frac{Dpac}{Tac} + 1,12 * pHac * Dpac + 67,4 * \frac{Dpac}{pHac} + \varepsilon$$

Donde  $\varepsilon$  es el error aleatorio.

En definitiva, este modelo fue el escogido ya que un ajuste del 97% para el comportamiento de la turbiedad del agua es satisfactorio, por lo cual no se justifica adicionar más términos al mismo debido a que solo lo harían más complejo.

En las figuras 2-4 se muestra el comportamiento de  $Tr$  del modelo para 3 de las pruebas de jarras realizadas escogidas al azar, con respecto al comportamiento de  $Tr$  experimental de las mismas.

Figura 2.  $Tr$  experimental y  $Tr$  modelo para Muestra

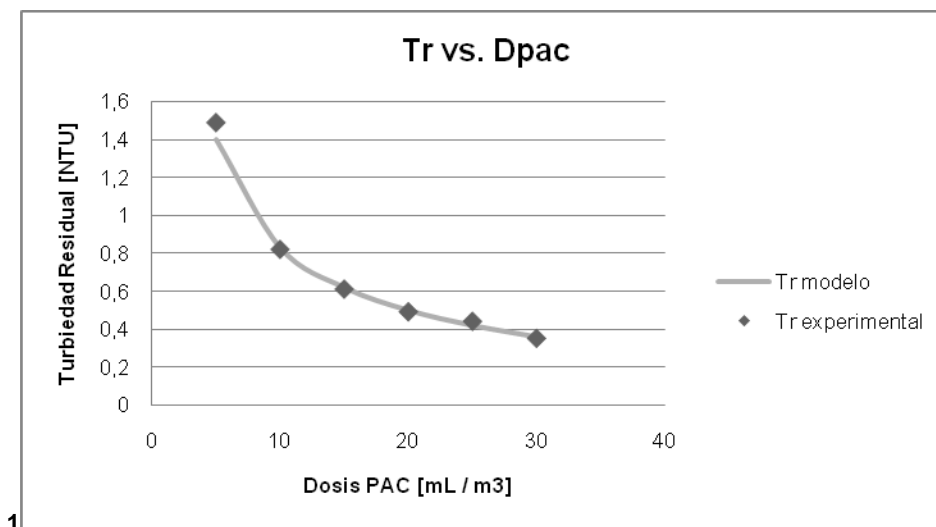


Figura 3.  $Tr$  experimental y  $Tr$  modelo para Muestra 4

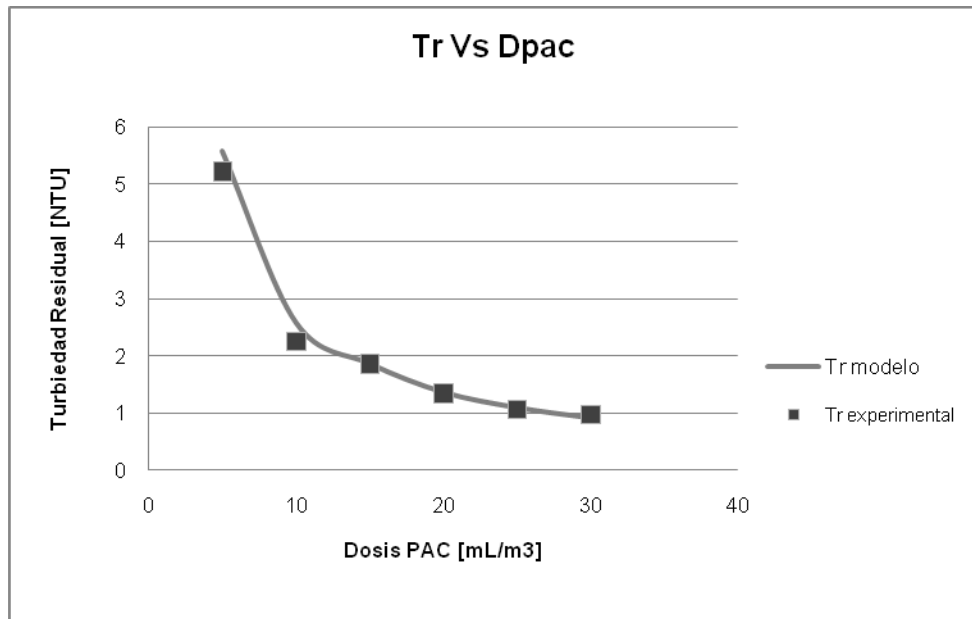
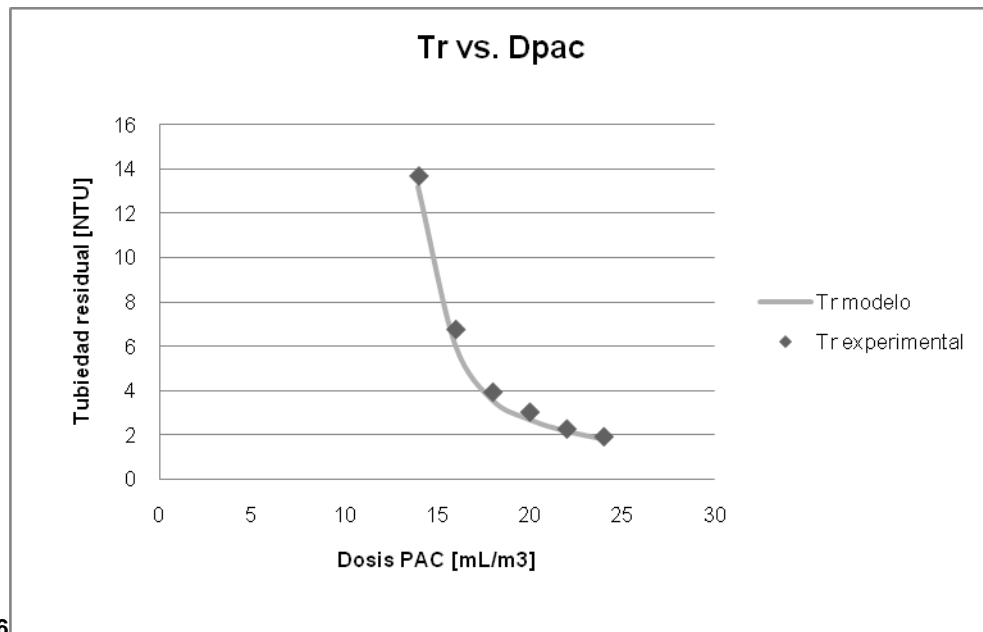


Figura 4. Tr experimental y Tr modelo Muestra



6

De las figuras anteriores se puede apreciar que efectivamente el  $Tr$  estimado por el modelo se ajusta muy bien al  $Tr$  experimental, lo que corrobora que el modelo matemático escogido para explicar el comportamiento de  $Tr$  es una muy buena estimación del comportamiento observado de esta experimentalmente.

### 3.4 ECUACIÓN PARA HALLAR LA DOSIFICACIÓN DE POLICLORURO DE ALUMINIO LÍQUIDO A TURBIEDES RESIDUALES ESPECÍFICAS

Una vez encontrado el modelo matemático para el comportamiento de  $Tr$ , se halló una ecuación para determinar la dosis de policloruro de aluminio líquido a turbiedades residuales específicas.

Es de resaltar que estas dosis de policloruro de aluminio líquido necesarias para potabilizar el agua dependen de las características del agua cruda.

En la tabla 12 se muestra las agrupaciones escogidas con referencia a los términos independientes y dependientes de  $Dpac$  respectivamente.

Tabla 11. Agrupación de variables

|   |  |
|---|--|
| A | $-0,13 + 2,10 * \frac{1}{T_{ac}} + 5,45 * \frac{1}{C_{ac}} - 11,3 * \frac{1}{pH_{ac}} + 40,3 * \frac{1}{A_{ac}}$ |
| B | $-17,3 + 0,183 * \frac{1}{T_{ac}} + 1,12 * pH_{ac} + 67,4 * \frac{1}{pH_{ac}}$                                   |

Lo que resume el modelo matemático de  $Tr$  a:

$$Tr = \frac{1}{A + B * Dpac}$$

Luego de esto se halló la ecuación para  $Dpac$  en función de  $Tr$  y las respectivas características del agua cruda.

$$Dpac = \frac{1 - A * Tr}{B * Tr}$$

A partir de la ecuación anterior se pueden calcular diferentes valores de  $D_{pac}$ , teniendo como parámetro la turbiedad residual deseada.

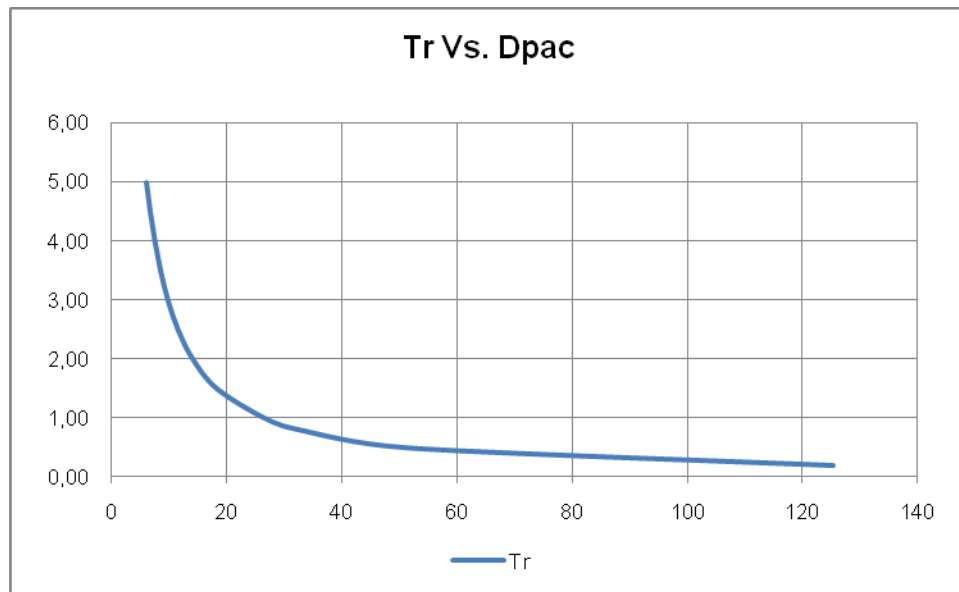
Según la Resolución 2115 de junio de 2007 la turbiedad residual debe ser menor a 5 NTU, por lo tanto, se toman valores dentro del rango aceptable por la norma (ver tabla 13) para presentar gráficamente la relación entre turbiedad residual y dosis de PAC para determinadas condiciones de agua cruda.

**Tabla 12. Valores de  $T_r$  supuestos**

| Turbiedad residual [NTU] |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |
|--------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 0,2                      | 0,5 | 0,8 | 1,0 | 1,5 | 2,0 | 2,5 | 3,0 | 3,5 | 4,0 | 4,5 | 5,0 |

Teniendo las características del agua cruda, se puede obtener rápidamente una representación gráfica (un ejemplo de esto es la figura 5) de la relación entre turbiedad residual y PAC agregado. Y posteriormente se puede hallar la dosis exacta para obtener determinada turbiedad residual deseada, resolviendo la ecuación como se describió antes.

**Figura 5. Comportamiento de  $T_r$  con respecto a  $D_{pac}$**



Dado este comportamiento se observa que después de determinado valor de  $Dpac$  la variación de  $Tr$  no es suficientemente significativa como para que valga la pena adicionar más  $Dpac$ . La dosis de policloruro de aluminio líquido requerida se deja a criterio de las necesidades económicas de la empresa.

Por último se encontró una ecuación que permitiera hallar la dosificación de policloruro de aluminio líquido una vez conocido el valor de  $Dpac$  a implementar.

$$\text{Dosificación PAC} = \frac{Dpac * Q * 60}{1000}$$

Donde

$$\text{Dosificación PAC [=} \text{ mL/min}$$

$$Dpac [=} \text{ mL/m}^3$$

$$Q = \text{caudal de planta [=} \text{ L/S}$$

Como observación final, se puede decir que, con la implementación de este modelo se podrán calcular valores precisos de policloruro de aluminio líquido para

lograr las turbiedades residuales requeridas o deseadas por la empresa, de acuerdo a las condiciones con que venga el agua cruda (que son parámetros en la ecuación), además se obtendrá un comportamiento gráfico de la turbiedad residual del agua con respecto a la dosis de PAC, para esto se entrega a la empresa una hoja de cálculo automatizada que permite realizar ésta gráfica una vez medidas las características del agua cruda.

#### 4. CONCLUSIONES

A partir del modelo empírico obtenido para el comportamiento de la turbiedad residual en los procesos de coagulación-floculación, se puede decir que esta depende estrechamente de la turbiedad, el color, el pH, y la alcalinidad del agua cruda además de la dosis de policloruro de aluminio líquido.

La dosis de policloruro de aluminio líquido necesario para potabilizar el agua cruda depende de la turbiedad, el color, la alcalinidad y el pH del agua cruda.

Con un ajuste del 97% el modelo matemático obtenido permite predecir la dosis de policloruro de aluminio líquido para obtener turbiedades residuales específicas, esto ahorrará tiempo y dinero, al no tener que hacer experimentación (prueba de jarras) para determinar la dosis de PAC que se agregará al agua.

Actualmente en la planta de tratamiento de agua La Flora se usa la prueba de jarras para calcular la dosis requerida de PAC, con la implementación de este modelo matemático se puede predecir la dosis de PAC necesaria para potabilizar el agua, aún cuando las características de esta varíen drásticamente en corto tiempo, lo cual no es posible con la experimentación.

## 5. RECOMENDACIONES

Las siguientes recomendaciones se sugieren como extensión de este proyecto de investigación:

Utilizar el modelo matemático del comportamiento de la turbiedad residual obtenido para encontrar una ecuación que determine la dosis óptima de policloruro de aluminio líquido, una de las opciones sería realizar un estudio de la variabilidad para el comportamiento de la turbiedad residual con respecto a la dosis de PAC, se podría usar una razón de cambio para calcular esta relación.

Realizar un estudio sobre el comportamiento de la turbiedad residual empleando como coagulante sulfato de aluminio sólido buscando obtener también un buen modelo empírico, que permita estimar la dosis necesaria sin tener que llevar a cabo experimentación. El sulfato de aluminio sólido es uno de los coagulantes primarios usados en el proceso de potabilización del agua de la planta La Flora del A.M.B S.A. E.S.P.

## 6. BIBLIOGRAFIA

- [1] Franceschi, M. Giror, A. Carro-Diaz, A.M. Maurette, M.T. Puech-Costes, E. "Optimization of the coagulation-flocculation process of raw water by optimal design method". Water research. Edition 36 (2002) 3561-3572.
- [2] Apha, A. "Métodos Normalizados para el Análisis de Aguas Potables y Residuales". Madrid, Díaz de Santos.1992.
- [3] Departamento de control de calidad del agua del A.M.B S.A. E.S.P. "I CC 801-001 Metodos Analiticos para el control de la calidad del agua". Noviembre del 2004.
- [4] Jorge Cárdenas León. Documentos sobre calidad de aguas-Alcalinidad [en línea]  
<[http://atenea.udistrital.edu.co/grupos/fluoreciencia/capitulos\\_fluoreciencia/calaguas\\_cap10.pdf](http://atenea.udistrital.edu.co/grupos/fluoreciencia/capitulos_fluoreciencia/calaguas_cap10.pdf) >. [Consultado el 10 de diciembre de 2010].
- [5] Causa, E. Pinto, C. "Investigación sobre procesos de coagulación-floculación de aguas en plantas de tratamiento". Santiago de Chile, 1974.
- [6] Torra, A. Valero, F. Bisbal, J. "Policloruro de aluminio en el proceso de potabilización de aguas superficiales". Tecnología del agua. Junio de 1998.
- [7] Molinero, L. "Construcción de modelos de regresión multivariantes". Alce ingeniería. Abril del 2002.
- [8] Montgomery, Douglas. Runger, George. "Probabilidad y Estadística aplicadas a la ingeniería". Mc Graw Hill. 1996
- [9] Cámara, C., Fernández, P. "*Toma y tratamiento de muestras*" Colección Biblioteca de Químicas, 3. Ed. Síntesis, 2002.

[10] Marín, R. "Análisis de Aguas y Ensayos de Tratamiento" Barcelona 1995.  
Gestió i Promoció .

[11] Llanes, J.G. Guerrero, C. y Velázquez A. "Impacto de la agitación rápida y el reposo en el coagulante". Escuelas de Ciencias Físico-Matemáticas y de Biología Universidad Autónoma de Sinaloa. Ciudad Universitaria Culiacán, Sinaloa.

## ANEXO A. INTRODUCCION A LOS MODELOS DE REGRESIÓN MULTIPLE

La regresión lineal se utiliza fundamentalmente en estudios en los que no se puede controlar por diseño los valores de las variables independientes.

Los objetivos de un modelo de regresión puede ser dos:

- Obtener una ecuación que nos permita "predecir" el valor de Y una vez conocidos los valores de  $X_1, X_2 .. X_k$ . Se conocen como modelos predictivos.
- Cuantificar la relación entre  $X_1, X_2 .. X_k$  y la variable Y con el fin de conocer o explicar mejor los mecanismos de esa relación. Se trata de modelos explicativos, muy utilizados cuando se busca encontrar qué variables afectan a los valores de un parámetro fisiológico, o cuáles son los posibles factores de riesgo que pueden influir en la probabilidad de que se desarrolle una patología.

Un modelo que contiene más de un regresor es denominado modelo de regresión múltiple. Se define como modelo de regresión lineal múltiple a una ecuación donde los parámetros desconocidos tienen variables lineales, esta relación basada en  $k$  variables se puede describir de la siguiente manera:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \dots + \beta_k X_k + \varepsilon$$

Donde  $\varepsilon$  es el error aleatorio.

Los residuos del modelo de regresión lineal múltiple definidos como la diferencia entre la observación  $Y_i$  y el valor estimado  $\hat{Y}_i$ , desempeñan un papel importante al juzgar la adecuación del modelo, debido a que es útil para verificar la hipótesis de que los errores tienen una distribución que es aproximadamente normal con varianza constante, así como para determinar si hay evidencia de que un cambio

en la forma funcional del regresor sería adecuado para mejorar el desempeño del modelo.

Los modelos que tienen una estructura más compleja con frecuencia pueden analizarse con las técnicas de regresión lineal múltiple. Por ejemplo, considérese el modelo polinomial cúbico con una variable de regresión

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X + \beta_2 X^2 + \beta_3 X^3 + \varepsilon$$

Si se hace  $X = X_1, X^2 = X_2, X^3 = X_3$ , entonces puede escribirse

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \varepsilon$$

Que es un modelo de regresión lineal múltiple con tres variables de regresión.

Los modelos de regresión que incluyen efectos de interacción también pueden analizarse con los métodos de la regresión lineal múltiple. Una interacción entre dos variables puede representarse como un término formado por un producto cruzado, tal como

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_{12} X_1 X_2 + \varepsilon$$

Si se hace  $X_3 = X_1 X_2$  y  $\beta_3 = \beta_{12}$ , entonces puede escribirse

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \varepsilon$$

Que es un modelo de regresión lineal. El método más común para estimar esos coeficientes beta del modelo es el método de mínimos cuadrados.

## ANEXO B. FICHA TÉCNICA POLICLORURO DE ALUMINIO USADO EN LA PLANTA LA FLORA.



**SULFO  
QUÍMICA SA**



### Policloruro de Aluminio, PAC

Ficha Técnica del Producto

#### Propiedades Químicas ( AWWA B408-03)

|                                  |                         |
|----------------------------------|-------------------------|
| Fórmula Química                  | $[Al(OH)_m Cl_{3-m}]_n$ |
| Densidad a 25 °C, g/ml           | 1.23 ± 0.03             |
| pH a 25 °C                       | 2.5 ± 0.3               |
| % Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> | 10.5 ± 0.5              |
| Relación de Basicidad            | 70% min.                |

#### Indicaciones

El policloruro de aluminio (PAC) es una sal de alta basicidad con base en anión cloruro. Se diferencia del hidroxiclorigenato de aluminio (ACH) porque presenta especies polinucleares del metal convirtiéndolo en un coagulante de alto desempeño, con excelentes propiedades para el tratamiento de aguas con dificultades especiales y generando bajo volumen de lodos, pues trabaja bien con poco suministro de alúmina.

#### Condiciones de Manejo

El producto debe ser almacenado en tanques de fibra de vidrio, polietileno o acero recubierto en caucho y conducido empleando fibra de vidrio, PVC o cualquier otro material termoplástico. También es compatible con EPDM, Caucho Natural y Vitón. El producto no debe estar en contacto con hierro, acero al carbón, acero inoxidable y bronce.

Es deseable que el Policloruro de Aluminio Líquido sea dosificado tal como se recibe del proveedor.

Para la dosificación exacta y uniforme, debe ser usada una bomba de desplazamiento positivo. El producto no se deteriora con el tiempo mientras sea manejado bajo las condiciones explicadas.

#### Precauciones y Seguridad

El producto no presenta alto riesgo en su manejo pero, por ser una sal ácida debe tratarse con cuidado. Evite el contacto con metales que puedan sufrir corrosión tales como hierro, cobre, bronce, aluminio y acero inoxidable. Se recomienda el uso de guantes y gafas protectoras.

En los ojos y mucosas causa irritación; en caso de contacto debe enjuagarse con agua abundante.

El producto no emite gases y por lo tanto no causa efectos nocivos al ser inhalado.



#### Oficina Principal y Producción

Medellín: Calle 55 No. 46-85 Itagüí, Antioquia; Tel: (57)4370 1170; Fax: (57)4277 5676; [sulfosa@sulfoquimica.com.co](mailto:sulfosa@sulfoquimica.com.co)

#### Producción

• Barbosa: Vía Girardota - El Hatillo km. 4 (Vereda Platanito), Barbosa, Antioquia. Tel. (57)4289 2480, Fax. (57)4289 1234;

[sobarbosa@sulfoquimica.com.co](mailto:sobarbosa@sulfoquimica.com.co)

• Barranquilla: Vía Malambo - Sabanagrande, km. 3; Parque Industrial PIMSA; Malambo, Atlántico. Tel (57)347 8350; Fax: (57)3478353;

[sobarra@sulfoquimica.com.co](mailto:sobarra@sulfoquimica.com.co)

• Caloto: Vía Caloto - Santander de Quilichao, km. 7, Caloto, Cauca. Tel (57)550 4344; Fax: (57)550 4343; [sgcaloto@sulfoquimica.com.co](mailto:sgcaloto@sulfoquimica.com.co)

[www.sulfoquimica.com.co](http://www.sulfoquimica.com.co)

Ficha Técnica Policloruro de Aluminio / FT CLJ 7.2 - 36 / Versión 4 / 26/02/2008.

**ANEXO C. CARACTERÍSTICAS FÍSICAS Y QUÍMICAS DEL AGUA PARA CONSUMO HUMANO SEGÚN LA RESOLUCIÓN 2115 DE JUNIO DE 2007 (FRAGMENTO)**

CAPITULO II

**Características físicas y químicas del agua para consumo humano**

Artículo 2º. *Características físicas.* El agua para consumo humano no podrá sobrepasar los valores máximos aceptables para cada una de las características físicas que se señalan a continuación:

Cuadro Nº 1

**Características Físicas**

| <b>Características físicas</b> | <b>Expresadas como</b>                     | <b>Valor máximo aceptable</b> |
|--------------------------------|--|-------------------------------|
| Color aparente                 | Unidades de Platino Cobalto (UPC)          | 15                            |
| Olor y Sabor                   | Aceptable o no aceptable                   | Aceptable                     |
| Turbiedad                      | Unidades Nefelométricas de turbiedad (UNT) | 5                             |

Artículo 3º. *Conductividad.* El valor máximo aceptable para la conductividad puede ser hasta 1000 microsiemens/cm. Este valor podrá ajustarse según los

promedios habituales y el mapa de riesgo de la zona. Un incremento de los valores habituales de la conductividad superior al 50% en el agua de la fuente, indica un cambio sospechoso en la cantidad de sólidos disueltos y su procedencia debe ser investigada de inmediato por las autoridades sanitaria y ambiental competentes y la persona prestadora que suministra o distribuye agua para consumo humano.

Artículo 4°. *Potencial de hidrógeno*. El valor para el potencial de hidrógeno pH del agua para consumo humano, deberá estar comprendido entre 6,5 y 9,0.