

Algoritmo para la estimación de estado a frecuencia fundamental de sistemas de distribución de energía eléctrica basado en un modelo lineal que relaciona las mediciones y las variables de estado

Cristhian Camilo Torres Alfonso y Stephanie Cabrera Tolosa

Trabajo de Grado para Optar por el Título de Ingenieros Electricistas

Director

Jairo Blanco Solano

Doctor en Ingeniería Eléctrica

Universidad Industrial de Santander

Facultad de Ingenierías Físico Mecánicas

Escuela de Ingenierías Eléctrica, Electrónica y de Telecomunicaciones

Bucaramanga

2021

Dedicatoria

Dedico este trabajo de grado a mis padres Sibel y María Eugenia, y a mi hermano Christian Fabian que siempre me apoyaron en mi camino.

A mí nona Sara que siempre creyó en mí.

A Ronnie por sus 10 años de compañía.

A quienes me brindaron una mano y una amistad durante mi trayecto en la universidad: Camilo Gualdrón, Cristian Alfonso.

A mí compañero de tesis por brindarme su compañía en este proyecto y en toda la carrera: Cristhian Camilo.

-Stephanie Cabrera

Dedicatoria

Quisiera dedicar este proyecto a mis padres Sara Alfonso Serrano y Cristian Humberto Torres ya que gracias a ellos he aprendido a encarar las dificultades sin perder nunca la fe ni desfallecer en el intento, quienes con su amor, paciencia y esfuerzo me han permitido llegar a cumplir hoy un sueño más y a ellos les debo todo lo que soy como persona, mis valores, mis principios, mi perseverancia y mi empeño.

A mis hermanos Mayra Alejandra Torres Alfonso y Jhon Alexander Torres Alfonso por su cariño y apoyo incondicional durante todo este proceso, por estar conmigo en todo momento.

Quisiera también dedicar este proyecto a mis compañeros, amigos y a todas las personas especiales que verdaderamente estuvieron en esos momentos de adversidad y éxito, aportando a mi formación tanto profesional y como ser humano.

Finalmente quiero expresar mi más grande y sincero agradecimiento al Dr. Jairo Blanco Solano, durante todo este proceso, quien con su dirección, conocimiento, enseñanza y colaboración permitió el desarrollo de este trabajo.

-Cristhian Torres

Tabla de Contenido

	Pág.
Introducción	12
1. Objetivos	16
1.1 Objetivo general	16
1.2 Objetivos específicos	16
1.3 Alcances	16
2. Estimador lineal trifásico	17
3. Funciones de medida.....	20
3.1 Tensiones de nodo.....	20
3.2 Medición de corrientes.....	21
3.2.1. Mediciones de corriente de línea.....	21
3.2.2 Mediciones directas de corriente de carga.	22
3.3 Mediciones de carga.....	22
3.3.1 Linealización con Valores Ideales.	22
3.3.2 Linealización de Taylor.....	23
4. Implementación Computacional	25
5. Casos de Estudio	26
5.1. Ejemplo Stevenson.....	26
5.2. Sistema IEEE 4 Nodos	31

ESTIMACIÓN DE ESTADO LINEAL EN SISTEMAS DE DISTRIBUCIÓN	5
5.3. Sistema IEEE 13 Nodos.....	37
5.4. Sistema IEEE 33 nodos.....	47
6. Discusión de resultados.....	56
7. Conclusiones.....	58
Referencias bibliográficas.....	59

Listado de Tablas

	Pág.
Tabla 1. Demandas de carga	27
Tabla 2. Mediciones de PMU. Voltaje (p.u)	28
Tabla 3. Mediciones de corriente	28
Tabla 4. Número de variables y medidas para el sistema de ejemplo de Stevenson	28
Tabla 5. Resultados de la estimación de estado	29
Tabla 6. Demandas de carga	31
Tabla 7. Mediciones de PMU	31
Tabla 8. Mediciones de corriente	31
Tabla 9. Numero de Variables y medidas	32
Tabla 10. Resultados de la estimación de estado IEEE 4 Nodos, Caso A	33
Tabla 11. Resultados de la estimación de estado IEEE 4 Nodos, Caso B	35
Tabla 12. Demandas de carga	39
Tabla 13. Mediciones de PMU	39
Tabla 14. Mediciones de corriente	39
Tabla 15. Número de variables y medidas	39
Tabla 16. Estimaciones IEEE 13 nodos, Caso A	40
Tabla 17. Estimaciones IEEE 13 nodos, Caso B	43
Tabla 18. Demanda de Carga	48

Tabla 19. Mediciones de PMU	49
Tabla 20. Mediciones de Corriente	49
Tabla 21. Número de variables y medidas	49
Tabla 22. Estimaciones IEEE 33 nodos, Caso A	50
Tabla 23. Estimaciones IEEE 33 nodos, Caso B	53
Tabla 24. Parametros de Error	56
Tabla 25. Parametros de Error, IEEE 13 nodos	57
Tabla 26. Parametros de Error, IEEE 33 nodos	57

Listado de Figuras

	Pág.
Figura 1. Ejemplo Stevenson	27
Figura 2. Magnitud del fasor de Voltaje (p.u) Caso de estudio 1	29
Figura 3. Ángulo del fasor de Voltaje (p.u) Caso de estudio 1	30
Figura 4. Ángulo del fasor de Voltaje (p.u) Caso de estudio 1	30
Figura 5. IEEE 4 Nodos Caso A	32
Figura 6. Magnitud del fasor de Voltaje (p.u) IEEE 4 Nodos, Caso A.....	33
Figura 7. Ángulo del fasor de Voltaje IEEE 4 Nodos, Caso A.....	34
Figura 8. Errores de estimación IEEE 4 Nodos, Caso A	34
Figura 9. IEEE 4 Nodos Caso B	35
Figura 10. Magnitud del fasor de Voltaje (p.u) IEEE 4 Nodos, Caso B.....	36
Figura 11. Ángulo del fasor de Voltaje IEEE 4 Nodos, Caso B	36
Figura 12. Errores de estimación IEEE 4 Nodos, Caso B.....	37
Figura 13. IEEE 13 Nodos	38
Figura 14. Magnitud del fasor de Voltaje (p.u), IEEE 13 nodos, Caso A	41
Figura 15. Ángulo del fasor de Voltaje (p.u), IEEE 13 nodos, Caso A	42
Figura 16. Error de la Magnitud del fasor de Voltaje, IEEE 13 nodos, Caso A.....	42
Figura 17. Error del Ángulo del fasor de Voltaje (p.u), IEEE 13 nodos, Caso A.....	43
Figura 18. Magnitud del fasor de Voltaje (p.u), IEEE 13 nodos, Caso B.....	45

Figura 19. Ángulo del fasor de Voltaje, IEEE 13 nodos, Caso B.....	45
Figura 20. Error de la Magnitud del fasor de Voltaje, IEEE 13 nodos, Caso B	46
Figura 21. Error del Ángulo del fasor de Voltaje, IEEE 13 nodos, Caso B.....	46
Figura 22. IEEE 33 nodos.....	47
Figura 23. Magnitud del fasor de Voltaje (p.u), IEEE 33 nodos, Caso A	51
Figura 24. Ángulo del fasor de Voltaje, IEEE 33 nodos, Caso A.....	51
Figura 25. Error de la Magnitud del fasor de Voltaje, IEEE 33 nodos, Caso A	52
Figura 26. Error del Ángulo del fasor de Voltaje, IEEE 33 nodos, Caso A	52
Figura 27. Magnitud del fasor de Voltaje (p.u), IEEE 33 nodos, Caso B.....	54
Figura 28. Ángulo del fasor de Voltaje , IEEE 33 nodos, Caso B.....	54
Figura 29. Error de la Magnitud del fasor de Voltaje, IEEE 33 nodos, Caso B	55
Figura 30. Error del Ángulo del fasor de Voltaje, IEEE 33 nodos, Caso B.....	55

Resumen

Título: Algoritmo para la estimación de estado a frecuencia fundamental de sistemas de distribución de energía eléctrica basado en un modelo lineal que relaciona las mediciones y las variables de estado. *

Autores: Cristhian Camilo Torres Alfonso, Stephanie Cabrera Tolosa. **

Palabras clave: Sistemas de distribución estimación de estado lineal, variables de estado, redes de distribución activas, mediciones.

Descripción: En este trabajo de grado se implementa un algoritmo para la estimación de estado basado en una formulación lineal y se evalúa su desempeño mediante simulación sistemas de distribución de 4, 13 y 33 nodos. En una primera parte se presenta una discusión con miras en seleccionar un método a implementar, mediante una revisión de artículos científicos donde se presentan métodos aplicables a sistemas de distribución trifásicos, balanceados y desbalanceados, basados en el uso de un número limitado de mediciones obtenidas por unidades de medición fasorial, además de pseudomedidas, a partir de información histórica de carga en cada nodo de interés. La inclusión de las pseudomedidas en el estimador de estado lineal se logra mediante la aproximación de Taylor, para formular las funciones de corrientes de carga. Este documento evalúa el algoritmo y presenta datos relevantes y concluyentes de los resultados finales del proyecto de investigación en el cual se demuestra la efectividad del algoritmo debido a que se obtienen resultados de estimaciones con bajo error.

* Proyecto de grado

** Facultad de Ingenierías Fisicomecánicas. Escuela de Ingenierías Eléctrica, Electrónica y Telecomunicaciones (E3T). Director: PhD. Jairo Blanco Solano.

Abstract

Title: Algorithm for fundamental frequency state estimation of electric power distribution systems based on a linear model relating measurements and state variables. *

Authors: Cristhian Camilo Torres Alfonso, Stephanie Cabrera Tolosa. **

Key words: Dynamic distribution systems, linear state estimation, state variables, active distribution networks, pseudo measurements.

Description: In this degree work, an algorithm for state estimation based on a linear formulation is implemented and its performance is evaluated by simulating 4-, 13- and 33-node distribution systems. In the first part, a discussion is presented in order to select a method to implement, through a review of scientific articles where methods applicable to three-phase, balanced and unbalanced distribution systems are presented, based on the use of a limited number of measurements obtained by phasor measurement units, in addition to pseudo-measurements, from historical load information at each node of interest. The inclusion of the pseudo-measurements in the linear state estimator is achieved using the Taylor approximation to formulate the load current functions. This paper evaluates the algorithm and presents relevant and conclusive data of the final results of the research project in which the effectiveness of the algorithm is demonstrated due to the low error estimation results obtained.

* Bachelor project

** Faculty of Physicmechanics Engineering. School of Electrical, Electronic and Telecommunications Engineering (E3T). Director: PhD. Jairo Blanco Solano.

Introducción

A partir del incidente que dejó sin suministro de energía a gran parte de los Estados Unidos, las empresas eléctricas tomaron conciencia de que debían realizar un gran esfuerzo para desarrollar nuevas técnicas en la operación y control de los sistemas de potencia que permitieran un elevado nivel de confianza en el servicio. Se comenzó a hablar de análisis de seguridad, índices de seguridad, mejora la seguridad, análisis de estabilidad, optimización y se empezaron a construir nuevos centros de control (Zarco y Gómez, 1999a).

Para finales de los años 60, el control y la operación se basaban en sistemas de supervisión, que controlaba los estados de los interruptores en las subestaciones, y un sistema separado, generalmente análogo al anterior, que controlaba de manera automática la generación y el despacho económico. Por lo tanto, los únicos datos que las empresas operadoras de energía tenían disponibles en tiempo real eran el estado de los interruptores, la frecuencia del sistema y el conjunto de medidas de potencia necesarias para el control de la generación (Zarco y Gómez, 1999a).

El esfuerzo se centró en conseguir información de los interruptores como de todas las medidas de la red cada poco segundo. Teniendo todas estas medidas en tiempo real era posible comprobar la seguridad de la red continuamente, debido a que, se podían analizar las condiciones de operación de cada equipo perteneciente a la red y detectar las situaciones anormales y alarmantes de funcionamiento. Este proceso se convirtió y constituyó en el sistema de supervisión del control y adquisición de datos (SCADA en inglés).

Sin embargo, no se podría llevar el seguimiento y el control de la seguridad de los sistemas únicamente con la carga de los datos de medida en los programas de control. Se reconoció desde

el principio que había dos problemas fundamentales para la ejecución de las funciones de seguridad. En primer lugar, aunque el número de medida era generalmente muy grande siempre había inconsistencias, ya que ciertas medidas desaparecen temporalmente o había medidas con errores no gaussianos. En segundo lugar, las nuevas funciones de seguridad necesitaban un punto de partida, es decir un reparto de carga en tiempo real. Como consecuencia de lo primero, los programas de reparto de cargas que se venían utilizando hasta esas fechas no se podían utilizar en tiempo real, por lo que no había forma práctica de realizar funciones de seguridad. Con la estimación de estado, se resolvió ambos problemas. El estimador de estado es un reparto de cargas en tiempo real. Con esto se aseguraba la ejecución de las funciones de seguridad en los centros de control y el SCADA era reemplazado por lo que hoy día se conoce como sistema de gestión de energía (EMS en inglés) (Zarco y Gómez, 1999a).

La estimación de estado es una parte fundamental del control, automatización y monitoreo de los sistemas de distribución para determinar con exactitud y en tiempo real un panorama confiable del estado del sistema de distribución. Debido al rápido desarrollo de los generadores distribuidos y de nuevas tecnologías, el error de los datos obtenidos mediante el monitoreo del sistema se incrementa.

El estimador de estado se convirtió en una herramienta fundamental y de gran importancia en los sistemas de distribución donde se ha creado la necesidad de nuevas metodologías de análisis avanzado, que mejoren su confiabilidad, precisión y tiempo de estimación. Una de las metodologías implementadas en este proceso ha sido el método de mínimos cuadrados ponderados (WLS) para acotar la incertidumbre en las mediciones, basado en información de medidores digitales, control y adquisición de datos (SCADA), junto con el uso de unidades de medidas fasoriales (PMU) (Pau, et al. 2013; Kong, et al. 2018; Haughton y Heydt, 2013; Sun, et al. 2016).

Por lo general, el proceso de estimación utiliza mediciones imperfectas que son redundantes para aproximar los estados del sistema que mejor se ajustan a las medidas disponibles, por lo que el proceso de estimación se basa en un criterio estadístico que estima el valor real de las variables de estado. En los últimos años, se ha estudiado la implementación de métodos para la medición de variables de estado en los sistemas de distribución con el fin de obtener una mayor precisión en los datos adquiridos (Zarco y Gómez, 1999b).

La literatura y el estado del arte actual para la estimación de estado es amplia y se divide en dos grandes grupos con formulaciones muy características. Una primera formulación se basa en resolver $\mathbf{S} = \mathbf{VI}^*$. Esta formulación es no lineal y se soluciona iterativamente. El segundo grupo basa su formulación en $\mathbf{I} = \mathbf{YV}$, que permite una solución directa bajo la formulación lineal. El enfoque lineal y el uso de unidades de medición (PMU) en ubicaciones óptimas y con un número mínimo de equipos tal como lo muestra Madani, et al (2011), ofrecen ventajas significativas en el tiempo de estimación, lo cual llevaría el estimador a ser lo suficientemente rápido y viable para analizar la dinámica del sistema de distribución. (Jones, et al. 2013)

Debido a que los sistemas de distribución normalmente no son observables más allá de la subestación o simplemente son monitoreados en lugares estratégicos, es necesario hacer uso de datos históricos para conocer las condiciones aproximadas de carga nodal (Pseudo medidas). Farajollahi, et al. (2019) desarrollan una metodología para la estimación de estado lineal, donde tienen en consideración diferentes tipos de medidas, tales como unidades de medida de sincrofasores (PMU), sensores de corriente de línea y también involucran Pseudo mediciones, donde adoptan métodos de linealización basados en la aproximación de Taylor descrita por Garces (2016).

Haughton y Heydt (2013), desarrollan un estimador de estado para sistemas de distribución linealizando las medidas de inyección de carga y utilizando las inyecciones de corriente como medidas. Este método requiere un análisis previo del flujo de carga para calcular las medidas de corriente.

1. Objetivos

1.1 Objetivo general

Evaluar el desempeño de un estimador de estado a frecuencia fundamental para sistemas de distribución, basado en una formulación lineal que relaciona las mediciones y las variables de estado.

1.2 Objetivos específicos

Seleccionar un algoritmo de estimación de estado a partir de una revisión de métodos presentados en la literatura científica que abordan la solución al problema usando un modelo lineal entre medidas y variables de estado.

Implementar el algoritmo de estimación seleccionado en una plataforma software para la estimación del estado de un sistema de distribución en función de las variables de tensión, corriente y potencia eléctrica.

Evaluar el desempeño del algoritmo de estimación de estado mediante simulación en un sistema de distribución de prueba tomado del IEEE.

1.3 Alcances

El trabajo de grado toma como etapa inicial la revisión de literatura científica con lo que se pretende recolectar, estudiar y documentar las metodologías más recientes sobre la estimación de estado basadas en una formulación matemática lineal. Para ello se hará uso de bases de datos IEEE y ELSEVIER.

Con las diferentes metodologías documentadas y revisadas, se hará selección de un método, el cual contenga una perspectiva de aplicación en sistemas de distribución de energía

eléctrica con una formulación lineal que relacione las medidas realizadas con las variables de estado.

Se implementará el método de estimación seleccionado, en una plataforma software como Matlab y posteriormente será evaluado en sistemas de distribución de prueba del IEEE, valorando en los resultados el desempeño del estimador.

2. Estimador lineal trifásico

La estimación de estado es una herramienta matemática utilizada por los centros de control en la cual un conjunto de medidas se combina con un modelo matemático asumido de un sistema, la estimación tiene como objetivo principal resolver y obtener de la función objetivo el mejor conjunto de variables de estado estimado a partir de un conjunto de medidas.

Las medidas se organizan en un vector llamado z' y se relacionan con los estados del sistema x mediante la función de valor vectorial h .

$$z' + n = hx \quad (1)$$

Donde n es un vector de errores de medición (ruido). Ahora el vector de medición incorpora los términos de ruido y se reescribe como:

$$z = z' + n \quad (2)$$

Si se linealiza alrededor de un punto operativo esperado, se obtiene:

$$z = hx \quad (3)$$

Donde la notación h denota un vector de funciones con relación lineal entre el vector de medidas y el vector de estado. Se supone que los errores de medición son variables aleatorias independientes con una distribución gaussiana y media cero. Por lo tanto, a las medidas se les

asignan diferentes pesos dependiendo de la exactitud. Los datos muy parecidos a su valor exacto y con baja varianza reciben un gran peso, al contrario, si la medida ofrece poca seguridad, su factor de peso será bajo. Suponiendo errores de transductores independientes, no correlacionados (Zarco y Gómez, p 37-38, 1999)

Sea \mathbf{R} una matriz diagonal de covarianza de errores de las medidas con valores de σ_k^2 , donde σ_k es la desviación estándar del error asociada para la medida k y sea $\mathbf{W} = \mathbf{R}^{-1}$.

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} \sigma_k^2 & & \\ & \ddots & \\ & & \sigma_n \end{pmatrix} \quad (4)$$

Con esto, es posible obtener el siguiente vector de estado al resolver el siguiente problema de optimización de mínimos cuadrados ponderados (WLS) para la función objetivo:

$$J(\mathbf{x}) = \sum_{k \in \mathcal{Z}} \|\mathbf{W}_k \mathbf{z}_k - \mathbf{h}_k(\mathbf{x})\|_2 \quad (5)$$

Se debe tener en cuenta que cuando la función de medición es lineal o está efectivamente linealizada, este cálculo puede ser directo. Los detalles de esta herramienta matemática y sus aplicaciones han sido ampliamente reportados en la literatura, de los cuales Volkov y Demyanov, (2019); Yanjun, et al. (2016); Sun, et al (2016); Hussein y Sultan, (2018) son una pequeña muestra.

Por lo cual, la solución de forma cerrada para el problema de optimización en (5) es:

$$\hat{\mathbf{x}} = [\mathbf{h}^T \mathbf{W} \mathbf{h}]^{-1} \mathbf{h}^T \mathbf{W} \mathbf{z} \quad (6)$$

Donde $\hat{\mathbf{x}}$ denota la estimación de los estados.

Ahora, la solución se extiende bajo la formulación trifásica donde el vector de medición \mathbf{z} , el vector de estado \mathbf{x} y la matriz de proceso \mathbf{h} son cantidades complejas y por lo cual se hace necesario representarlas en su forma rectangular.

$$\begin{aligned}
\mathbf{z} &= \mathbf{z}_r + \mathbf{j} \mathbf{z}_i \\
\mathbf{x} &= \mathbf{x}_r + \mathbf{j} \mathbf{x}_i \\
\mathbf{h} &= \mathbf{h}_r + \mathbf{j} \mathbf{h}_i
\end{aligned} \tag{7}$$

La ecuación (3) es posible separarla de igual manera en componentes reales e imaginarias, produciendo así un vector de únicamente de valores reales.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{h}_r & -\mathbf{h}_i \\ \mathbf{h}_i & \mathbf{h}_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_r \\ \mathbf{x}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{z}_r \\ \mathbf{z}_i \end{bmatrix} \tag{8}$$

Sin embargo, esta formulación presenta el algoritmo para la secuencia positiva de una fase. Es necesario denotar de nuevo los diferentes vectores de medición, vectores de estado y por consiguientes la matriz de procesos en términos de variables trifásicas. El vector de medición \mathbf{z} y el vector de estado \mathbf{x} se indican como:

$$\begin{aligned}
\mathbf{z} &= \{z_r^{(a)}, z_r^{(b)}, z_r^{(c)}, z_i^{(a)}, z_i^{(b)}, z_i^{(c)}\} \\
\mathbf{x} &= \{x_r^{(a)}, x_r^{(b)}, x_r^{(c)}, x_i^{(a)}, x_i^{(b)}, x_i^{(c)}\}
\end{aligned} \tag{9}$$

Ahora, teniendo en cuenta que el número de mediciones disponibles es \mathbf{m} y el número de estados es \mathbf{n} . Se obtendría una matriz de procesos \mathbf{h} con dimensiones $\mathbf{m} \times \mathbf{n}$. Donde \mathbf{m} y \mathbf{n} son el número datos para cada fase y a su vez la parte real e imaginaria de forma separada.

La matriz de procesos \mathbf{h} se indicarían como:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{h}_r^{(a,a)} & \mathbf{h}_r^{(a,b)} & \mathbf{h}_r^{(a,c)} & -\mathbf{h}_i^{(a,a)} & -\mathbf{h}_i^{(a,b)} & -\mathbf{h}_i^{(a,c)} \\ \mathbf{h}_r^{(b,a)} & \mathbf{h}_r^{(b,b)} & \mathbf{h}_r^{(b,c)} & -\mathbf{h}_i^{(b,a)} & -\mathbf{h}_i^{(b,b)} & -\mathbf{h}_i^{(b,c)} \\ \mathbf{h}_r^{(c,a)} & \mathbf{h}_r^{(c,b)} & \mathbf{h}_r^{(c,c)} & -\mathbf{h}_i^{(c,a)} & -\mathbf{h}_i^{(c,b)} & -\mathbf{h}_i^{(c,c)} \\ -\mathbf{h}_i^{(a,a)} & -\mathbf{h}_i^{(a,b)} & -\mathbf{h}_i^{(a,c)} & \mathbf{h}_r^{(a,a)} & \mathbf{h}_r^{(a,b)} & \mathbf{h}_r^{(a,c)} \\ -\mathbf{h}_i^{(b,a)} & -\mathbf{h}_i^{(b,b)} & -\mathbf{h}_i^{(b,c)} & \mathbf{h}_r^{(b,a)} & \mathbf{h}_r^{(b,b)} & \mathbf{h}_r^{(b,c)} \\ -\mathbf{h}_i^{(c,a)} & -\mathbf{h}_i^{(c,b)} & -\mathbf{h}_i^{(c,c)} & \mathbf{h}_r^{(c,a)} & \mathbf{h}_r^{(c,b)} & \mathbf{h}_r^{(c,c)} \end{bmatrix}_{m \times n} \tag{10}$$

3. Funciones de medida

En la formulación de estimación de estado de distribución, se supone que tanto los voltajes del bus de la subestación como los flujos de potencia están siempre disponibles. Las mediciones pueden provenir de medidores inteligentes en cargas y de unidades de medición fasorial de clase de distribución en otros buses.

Se prevén mediciones de corriente y voltajes desequilibrados trifásicos junto con algunas mediciones de flujo de potencia activa y reactiva de ramales. En la práctica, las mediciones y las pseudomedidas pueden tener una amplia gama de precisión.

En Haughton y Heydt (2013) se presenta algunas selecciones de pesos para los diferentes tipos de medición. Las desviaciones estándar se toman como: medición de fasores de tensión (0.1%), pseudomedidas (25.0 %), corrientes de inyección cero (0.5%), medición de fasores de corriente (1.0%).

3.1 Tensiones de nodo

Los sincrofasores en nivel de distribución (PMU), son unidades de medición inteligentes que monitorean y miden directamente el estado del sistema, lo cual mejora la calidad de la estimación de estado. Un tema muy importante de estas unidades recae en la ubicación óptima y el mínimo necesario de unidades PMU para estimar con gran precisión el estado del sistema.

Se tiene en cuenta la ubicación óptima que reduce los costos de infraestructura, con el fin de aprovechar las infraestructuras existentes, al tener en cuenta las ramas adyacentes de los buses, lo cual permite garantizar el mayor aprovechamiento para el mayor uso de aplicaciones y la observabilidad del sistema durante su operación normal, disminuyendo las medidas críticas de la estimación.

Según Madani, et al. (2011) se presentan algunas recomendaciones para optimizar el uso de medidores y ubicar cada medidor de tal manera que abarque la mayor cantidad de buses posibles. Sin embargo, se tiene en cuenta que en estos lugares se encuentra la infraestructura de comunicación adecuada para obtener las respectivas mediciones, ya que esto hace el despliegue de los medidores dentro del sistema más fácil y disminuye el coste de nueva infraestructura al aprovechar la ya existente.

Según los mismos autores del artículo, hay algunas ubicaciones críticas que se deben tener en cuenta al momento de ubicar los PMU: Fuentes de energía renovable, debido a su comportamiento inestable; sistema de control FACTS, ya que la medición en tiempo real permite alimentar los controladores; protecciones adaptables, debido a que pueden suministrar información certera sobre las perturbaciones del sistema; y las zonas aisladas, puesto que permite la detección de islas y ayuda al proceso de restauración.

La matriz de procesos h para las medidas de PMU, tienen relación de 1 entre la medición y el vector de estado, debido a que se conoce con exactitud ese estado.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_r \\ x_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_r \\ z_i \end{bmatrix} \quad (11)$$

3.2 Medición de corrientes

Los sensores de corriente de línea resultan ser económicos y se pueden instalar con gran facilidad en los sistemas de distribución, por lo general este tipo de medidores puede proporcionar corriente fasorial de tipo magnitud y ángulo de fase ya que se encuentra equipados con dispositivos GPS.

3.2.1. Mediciones de corriente de línea. La formulación que se sigue con las corrientes de línea medidas se define por los componentes de Y_{prim} .

$$[Y_{prim}][A][V] = [I_{linea}] \quad (12)$$

Donde A se define como la matriz de incidencia para el sistema.

3.2.2 Mediciones directas de corriente de carga. La formulación que se sigue con las corrientes de carga medidas se logra definir por la matriz de admitancias del sistema.

$$[Y_{Bus}][V] = -[I_{carga}] \quad (13)$$

3.3 Mediciones de carga

Normalmente las mediciones de carga en el sistema de distribución no se obtienen directamente y generan una escasez de mediciones. Por lo cual se hace necesario reemplazar las mediciones a partir de datos históricos y lograr obtener una matriz de procesos observables.

La dependencia de datos históricos con una redundancia de medición insuficiente puede producir soluciones de estado inconsistentes cuando los patrones de carga se alejan del historial de carga o cuando ocurren interrupciones inesperadas y cambios de topología en la red. Por lo cual cuando no se tiene redundancia de medición de carga casi en tiempo real es necesario modelar la carga para poder hacer uso de datos históricos (pseudomedidas).

3.3.1 Linealización con Valores Ideales. El modelado de carga como potencia constante permite calcular la inyección de corriente.

$$I_r^\varphi + jI_i^\varphi = \frac{P_\varphi - jQ_\varphi}{V_m^\varphi \angle (-\delta_v^\varphi)} \quad (14)$$

Donde φ denota el sistema trifásico $\{a, b, c\}$ y el ángulo de voltaje δ_v^φ , se termina asumiendo cerca del valor nominal para cada fase cuando no se tiene algún tipo de medición.

Por el contrario, si se mide a través de sincrofasores, se puede utilizar la medida o el de algún nodo relativamente cercano. Las corrientes inyectadas calculadas en (7) se escriben en

expresiones lineales en términos de variables de estado, es decir, los voltajes de nodo en notación rectangular (Hussein y Sultan, 2018).

3.3.2 Linealización de Taylor. Se desarrolla una aproximación lineal sobre los números complejos en vez de números reales como normalmente se usa en la formulación de flujos de carga. Para el modelado de cargas ZIP, la ecuación de inyección de corriente en el nodo se puede escribir como:

$$I_k = \frac{S_{Pk}^*}{V_k^*} + h \cdot S_{Ik}^* + h^2 \cdot S_{Zk}^* \cdot V_k \quad (15)$$

Donde $h = \frac{1}{V_{nom}}$. Esta ecuación es lineal simplemente para los términos de corriente constante (S_{Ik}) e impedancia constante (S_{Zk}).

Como la ecuación (8) no es lineal para el término de potencia constante (S_{Pk}), se propone sustituir parte de esta ecuación usando un método basado en la expansión de series de Taylor. Se toma como punto de partida el voltaje de cada bus en relación con el voltaje de referencia en la subestación, tenemos que:

$$V_k = 1 - \Delta V_k \quad (16)$$

Al ignorar los términos de mayor orden y posteriormente al analizar la serie alrededor de cero se obtiene que:

$$\frac{1}{V_k} = \frac{1}{1 - \Delta V_k} \approx 1 + \Delta V_k = 2 - V_k \quad (17)$$

De la cual, al reemplazar en la ecuación (8), se obtiene una expresión para la corriente inyectada en cada nodo, dada por:

$$I_k = h \cdot S_{Pk}^* \cdot (2 - h \cdot V_k^*) + h \cdot S_{Ik}^* + h^2 \cdot S_{Zk}^* \cdot V_k \quad (18)$$

Al reescribir la corriente inyectada I_k en términos de los voltajes nodales, es posible reescribirla de la siguiente manera:

$$\sum_{j \in N_k} (V_k - V_j) \cdot Y_{kj} = h \cdot S_{Pk}^* \cdot (2 - h \cdot V_k^*) + h \cdot S_{Ik}^* + h^2 \cdot S_{Zk}^* \cdot V_k \quad (19)$$

Donde k es el nodo de holgura, j es el conjunto de nodos restantes y N_k es el conjunto de nodos que están conectados al nodo k . Reordenando algunos términos de la ecuación, se obtiene la siguiente formulación lineal.

$$A + B \cdot V_k^* + C \cdot V_k = 0 \quad (20)$$

Donde:

$$A = -2h \cdot S_{Pk}^* - h \cdot S_{Ik}^* \quad (21)$$

$$B = h^2 \cdot u_k(S_{Pk}^*) \quad (22)$$

$$C = Y_{kj} - h^2 \cdot u_k(S_{Zk}^*) \quad (23)$$

Separando la parte real y la parte imaginaria, es posible escribir esta ecuación en forma de matriz:

$$\begin{bmatrix} B_r + C_r & B_i - C_i \\ B_i + C_i & -B_r + C_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_r \\ x_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -A_r \\ -A_i \end{bmatrix} \quad (24)$$

El autor del artículo Garcés (2016) propone una extensión del método hacia sistemas trifásicos no balanceados. El cual requiere de una matriz de admitancias trifásica. Se debe considerar una constante de rotación para cada nodo: $T_k = e^{j\phi_k}$ donde $\phi_k = \{0, -2\pi/3, 2\pi/3\}$ dependiendo de la fase. También se requiere una matriz M cuando las cargas se encuentran en conexión delta. Esta matriz se encarga de convertir las tensiones de fase a tensiones de línea. Con estas nuevas incorporaciones las variables de la matriz quedan definidas:

$$A = -2h \cdot M^T \cdot S_{Pk}^* \circ T - h \cdot M^T \cdot S_{Ik}^* \circ T \quad (25)$$

$$B = h^2 \cdot M^T \cdot u_k(S_{Pk}^* \circ T^2) \cdot M \quad (26)$$

$$C = Y_{kj} - h^2 \cdot M^T \cdot u_k(S_{Zk}^* \circ T^2) \cdot M \quad (27)$$

Donde (\circ) es el producto Hadamard.

Sin embargo, para una carga modelada como potencia constante, bajo un sistema balanceado trifásico y asumiendo $h = 1$ los términos quedarían así:

$$A = -2S_{Pk}^* \quad (28)$$

$$B = u_k(S_{Pk}^*) \quad (29)$$

$$C = Y_{kj} \quad (30)$$

Esta formulación concuerda con la presentada en Farajollahi, et al. (2019), ahora las ecuaciones en forma de matriz quedan definidas como:

$$\begin{bmatrix} u_k P_k + G_{bus(k)} & -u_k Q_k - B_{bus(k)} \\ -u_k Q_k + B_{bus(k)} & -u_k P_k + G_{bus(k)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_r \\ x_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2P_k \\ -2Q_k \end{bmatrix} \quad (31)$$

4. Implementación Computacional

Se presenta la estructura general del método propuesto implementado para la estimación de estado en sistemas de distribución. En primer lugar, se especifica la información de los sistemas referencia donde se llevará a cabo la estimación de estados, luego se detallará el uso de diferentes softwares que ayudan a extraer información relevante de los sistemas, agregar información de medidas y posteriormente estimar la solución a partir de un algoritmo que siga la formulación lineal.

4.1 Open DSS

El software OpenDSS permite el modelado y simulación de diferentes circuitos y sistemas, el cual arroja una solución exacta para las diferentes condiciones de carga y tensión en los nodos. El software permite agrupar y organizar datos relevantes de la solución del sistema tales como: construcción de la Ybarra, tensiones nodales, corrientes nodales inyectadas, potencias inyectadas, corrientes de línea y tensiones bases en cada uno de los nodos presentes.

Esta información es supremamente relevante, puesto que logra simular el uso de los diferentes tipos de entrada de información. (PMU, medidores de corriente de línea, potencias estimadas de carga). Además, ofrece un punto de comparación para los estados que se estiman, puesto que OpenDSS soluciona de forma iterativa estos estados.

4.2 Matlab

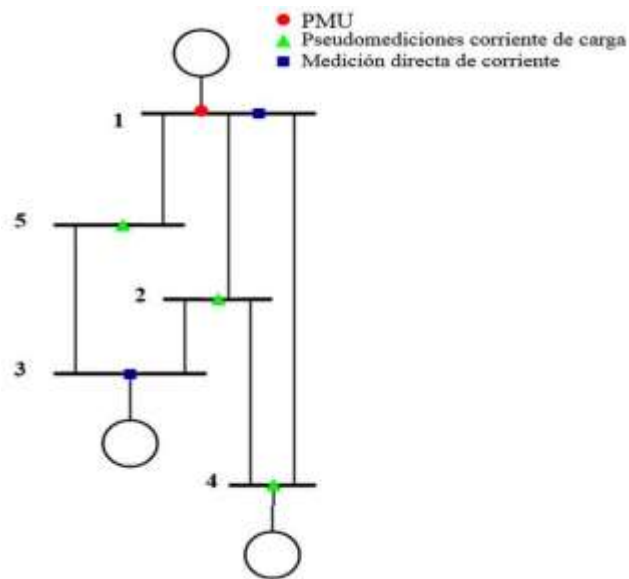
En el uso del software MATLAB recae la recopilación, filtro y organización de los diferentes datos de las medidas, así como el tratamiento e implementación del algoritmo. El tratamiento y organización de los datos se logra mediante la creación del vector de medidas \mathbf{z} para cada fase y la creación de la matriz de procesos \mathbf{h} .

Posteriormente de estimar los estados, se presenta de manera gráfica la solución propuesta por el algoritmo lineal $\hat{\mathbf{x}}$ y los valores exactos de estado otorgados por el software OpenDSS.

5. Casos de Estudio

5.1. Ejemplo Stevenson

Se presenta un ejemplo de sistemas de potencia simple de 4 nodos, el cual se encuentra en el libro “Análisis de Sistemas de Potencia” de Stevenson. (William, D., 1975). Este primer modelo propuesto es balanceado y no presenta inductancias mutuas. Se utiliza para comparar los datos obtenidos de la estimación con la información que el software OpenDSS ofrece.

Figura 1.*Ejemplo Stevenson*

El conjunto de medidas asumidas corresponde a la tensión en el nodo 1 (PMU), corrientes de carga estimada en el nodo 2, 4 y 5 (Pseudo-medidas) y corrientes inyectadas a los nodos 1 y 3 (medición directa de corriente). Las demandas de carga activa y reactiva asumidas para este ejemplo se muestra en la Tabla 1. El conjunto de medidas para tensiones fasoriales, se presentan en la Tabla 2. En la Tabla 3 se encuentran el conjunto de medidas para las inyecciones de corriente nodal.

Tabla 1.*Demandas de carga*

Bus	P(p.u)	Q(p.u)
2	0.6	0.3
4	0.4	0.1
5	0.6	0.2

Nota. Esta tabla muestra la carga por unidad.

Tabla 2.*Mediciones de PMU. Voltaje (p.u)*

Bus	Fase	Magnitud	Ángulo
1	(a)	1.02	0°
	(b)	1.02	-120°
	(c)	1.02	120°

Nota. Esta tabla muestra las mediciones de tensión de los PMU en el bus 1.

Tabla 3.*Mediciones de corriente*

Bus	Fase	Magnitud	Ángulo
1	(a)	0.7155	153.22°
	(b)	0.7155	33.22°
	(c)	0.7155	-86.78°
3	(a)	1.0654	156.48°
	(b)	1.0654	36.48°
	(c)	1.0654	-83.52°

Tabla 4.*Número de variables y medidas para el sistema de ejemplo de Stevenson*

Número de estados totales	Número de medidas
30	36

Debido a que el sistema es balanceado se presenta las estimaciones exclusivamente para la fase A. En la Tabla 5 se observa la comparación entre los resultados de estimación y los valores reales para cada nodo.

Tabla 5.*Resultados de la estimación de estado*

Ejemplo Stevenson						
N	Fa	OpenDSS		Estimación		Error %
		$ V_{pu} $	δ°	$ V_{pu} $	δ°	
1	(a)	1.020	0	1.0200	0	0
2	(a)	0.9548	-3.9	0.9549	-3.9506	0.0891
3	(a)	1.0400	2.0	1.0399	2.0072	0.0151
4	(a)	0.9234	-8.0	0.9244	-8.0696	0.1579
5	(a)	0.9931	-2.1	0.9928	-2.0482	0.0964

En las figuras 2 y 3 se muestran las gráficas complementarias que indican una comparación entre los valores del estimador y los valores reales para el estado de cada nodo.

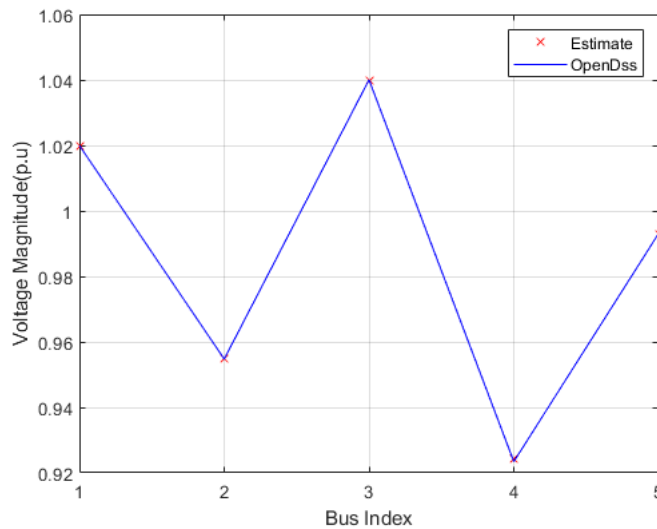
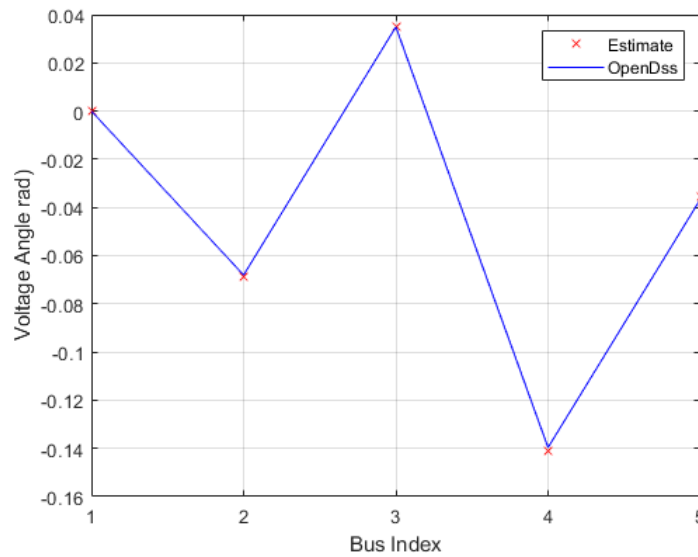
Figura 2.*Magnitud del fasor de Voltaje (p.u) Caso de estudio 1*

Figura 3.

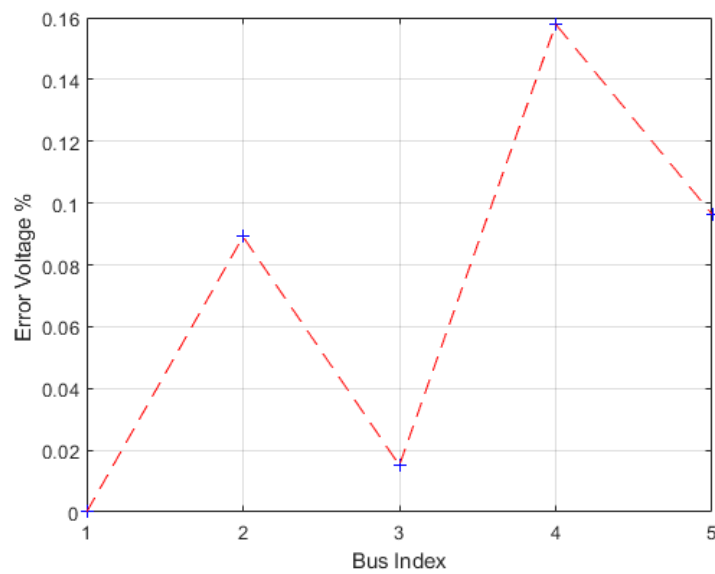
Ángulo del fasor de Voltaje (p.u) Caso de estudio 1



En la figura 4 se muestra los errores de estimación para el estado de cada nodo.

Figura 4.

Ángulo del fasor de Voltaje (p.u) Caso de estudio 1



5.2. Sistema IEEE 4 Nodos

El sistema de prueba está constituido por cuatro barras, dos líneas de transmisión, un transformador conexión YY y una carga desbalanceada conectada al nodo 4. La potencia base asumida para el sistema es de 10MVA y una tensión base de 12.47 kV en el nodo 1. La información detallada del sistema se presenta en IEEE (2006).

En la Tabla 6 se muestra la demanda asumida para la carga conectada al nodo 4. El conjunto de mediciones de PMU se encuentra en la Tabla 7 y el conjunto de mediciones de corriente para el caso se encuentra en la Tabla 8.

Tabla 6.

Demandas de carga

Carga (“Caso A”)			
Bus	Fase	P(p.u)	Q(p.u)
4	(a)	-0.0599	-0.0291
	(b)	-0.0600	-0.0291
	(c)	-0.0599	-0.0291

Tabla 7.

Mediciones de PMU

Voltaje (“Caso A y Caso B”)			
Bus	Fase	Magnitud(p.u)	Ángulo
1	(a)	1.00	0°
	(b)	1.00	-120°
	(c)	1.00	120°

Tabla 8.

Mediciones de corriente

Corriente (“Caso B”)			
Bus	Fase	Magnitud(p.u)	Ángulo
4	(a)	0.7515	-34.92°
	(b)	0.6992	-154.16°
	(c)	0.7275	85.01°

En esta prueba, el número de variables de estado y número de medidas son:

Tabla 9.

Numero de Variables y medidas

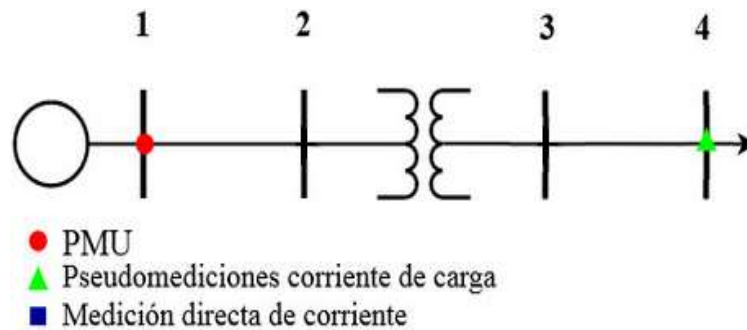
Sistema "IEEE 4 Nodos"	
Número de estados Totales	Número de medidas
24	30

Caso A

En el primer caso se asume mediciones de tensión en la subestación (PMU), corrientes de carga estimada en el nodo 4 (pseudomedidas), corriente de línea entre los nodos 1 y 2 al igual que todas las corrientes de inyección cero en los nodos 2 y 3 (nodos sin carga). Se presenta las estimaciones para las 3 fases. En La Tabla 10 se observa las tensiones estimadas en p.u y los respectivos ángulos en grados.

Figura 5.

IEEE 4 Nodos Caso A



En la Tabla 10 se observa la comparación entre los resultados de estimación y los valores reales para cada nodo.

Tabla 10.*Resultados de la estimación de estado IEEE 4 Nodos, Caso A*

IEEE 4 Nodos						
N	Fas	OpenDSS		Estimación		Error %
		$ V_{pu} $	δ°	$ V_{pu} $	δ°	
1	(a)	1.0000	0	1.0000	0	0
	(b)	1.0000	-120.00	1.0000	-119.9990	0.0008
	(c)	1.0000	120.00	1.0000	119.9992	0.0006
2	(a)	0.9871	-0.30	0.9870	-0.3420	0.0008
	(b)	0.9917	-120.30	0.9917	-120.3425	0.0080
	(c)	0.9890	119.60	0.9890	119.6317	0.0043
3	(a)	0.9357	-3.70	0.9358	-3.6966	0.0104
	(b)	0.9445	-123.50	0.9450	-123.4636	0.0568
	(c)	0.9392	116.40	0.9390	116.4168	0.0269
4	(a)	0.7984	-9.10	0.7984	-9.1932	0.0023
	(b)	0.8582	-128.30	0.8617	-128.2659	0.3564
	(c)	0.8247	110.90	0.8229	111.0346	0.1830

En las figuras 6 y 7 se muestran las gráficas complementarias que indican una comparación entre los valores del estimador y los valores reales para el estado de cada nodo.

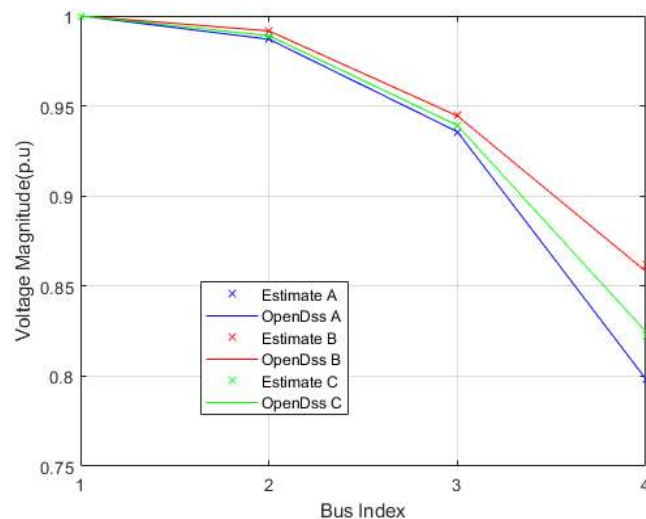
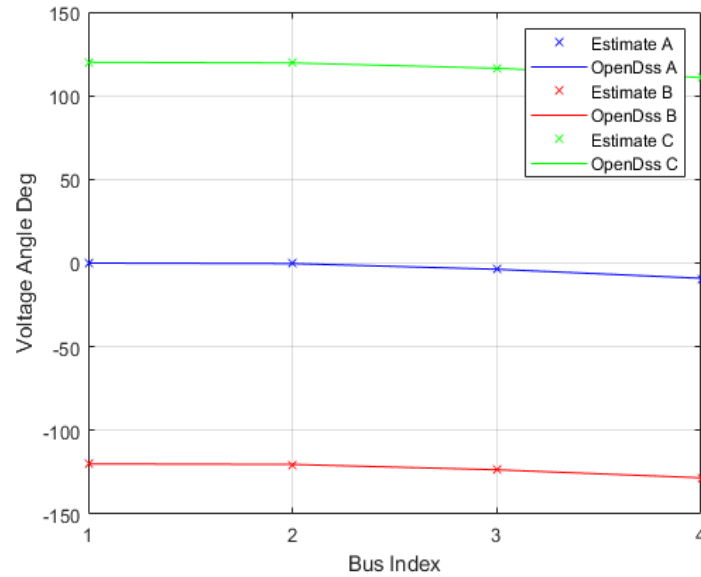
Figura 6.*Magnitud del fasor de Voltaje (p.u) IEEE 4 Nodos, Caso A*

Figura 7.

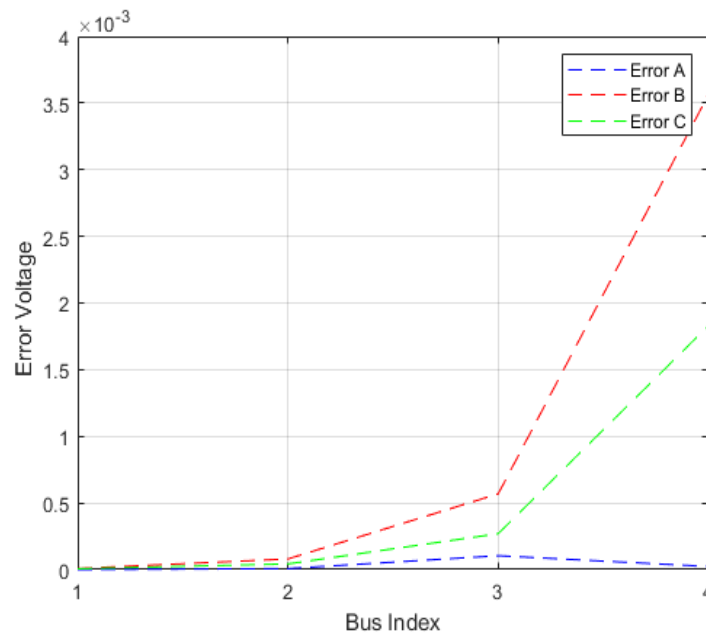
Ángulo del fasor de Voltaje IEEE 4 Nodos, Caso A



En la figura 8 se muestra los errores de estimación para el estado de cada nodo.

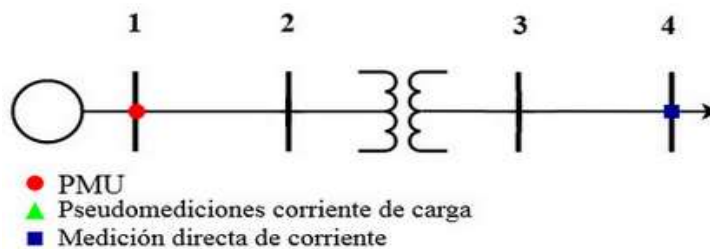
Figura 8.

Errores de estimación IEEE 4 Nodos, Caso A



Caso B

En el segundo caso se asume mediciones de tensión en la subestación (PMU), corrientes inyectadas al nodo 4 (Medición directa de corriente), al igual que todas las corrientes de inyección cero en los nodos 2 y 3 (Nodos sin carga). Se presenta las estimaciones para las 3 fases. En La Tabla XI se observa las tensiones estimadas en p.u y los respectivos ángulos en grados.

Figura 9.*IEEE 4 Nodos Caso B*

En la Tabla 11 se observa la comparación entre los resultados de estimación y los valores reales para cada nodo.

Tabla 11.*Resultados de la estimación de estado IEEE 4 Nodos, Caso B*

Ejemplo Stevenson						
N	Fas	Estimación		OpenDSS		Error
		$ V_{pu} $	δ°	$ V_{pu} $	δ°	%
1	(a)	1.0000	0	1.0000	0	0
	(b)	1.0000	-120.00	1.0000	-120.0000	0.0000
	(c)	1.0000	120.00	1.0000	120.0000	0.0000
2	(a)	0.9871	-0.30	0.9871	-0.33392	0.0001
	(b)	0.9917	-120.30	0.9917	-120.3429	0.0001
	(c)	0.9890	119.60	0.9890	119.6286	0.0001
3	(a)	0.9357	-3.70	0.9357	-3.6946	0.0005
	(b)	0.9445	-123.50	0.9445	-123.4759	0.0007
	(c)	0.9392	116.40	0.9392	116.3942	0.0001
4	(a)	0.7984	-9.10	0.7985	-9.0736	0.0020
	(b)	0.8582	-128.30	0.8582	-128.3154	0.0022
	(c)	0.8247	110.90	0.8247	111.8546	0.0007

En las figuras 10 y 11 se muestran las gráficas complementarias que indican una comparación entre los valores del estimador y los valores reales para el estado de cada nodo.

Figura 10.

Magnitud del fasor de Voltaje (p.u) IEEE 4 Nodos, Caso B

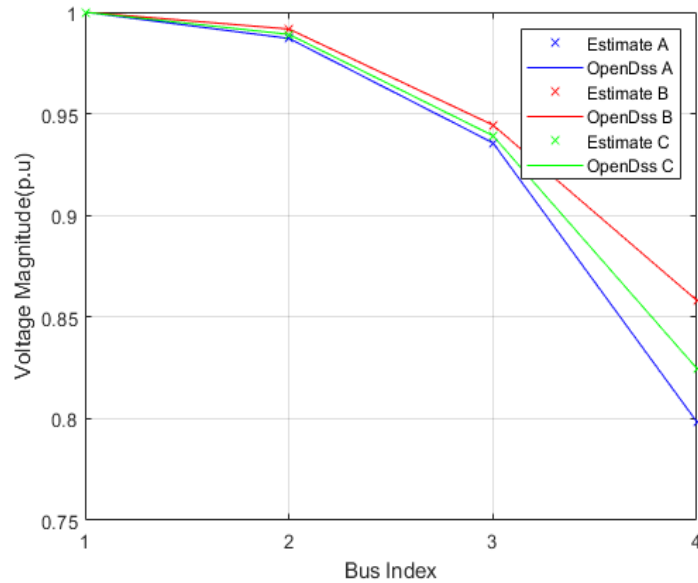
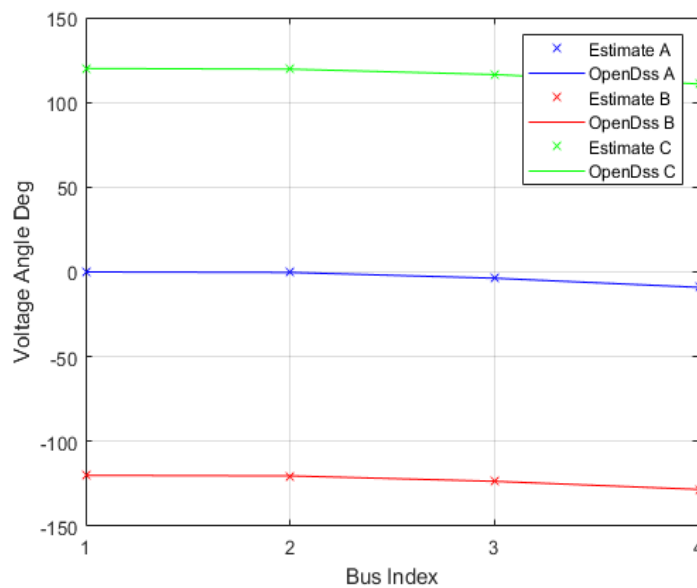


Figura 11.

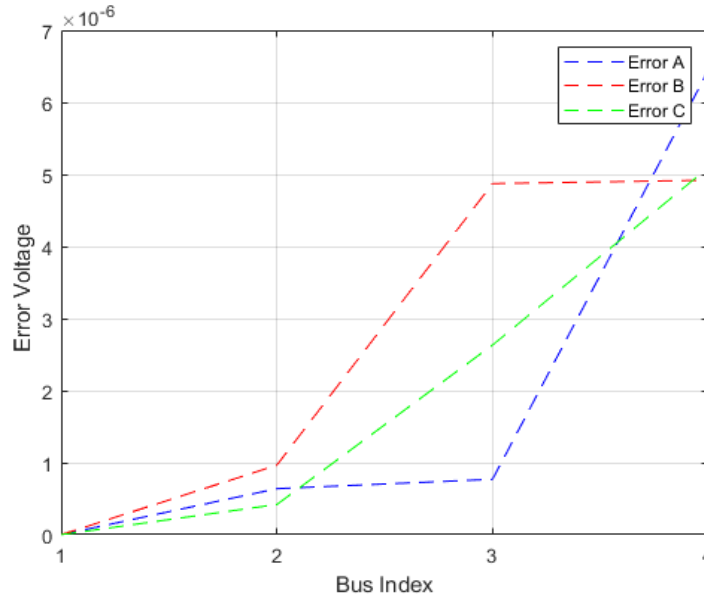
Ángulo del fasor de Voltaje IEEE 4 Nodos, Caso B



En la figura 12 se muestra los errores de estimación para el estado de cada nodo.

Figura 12.

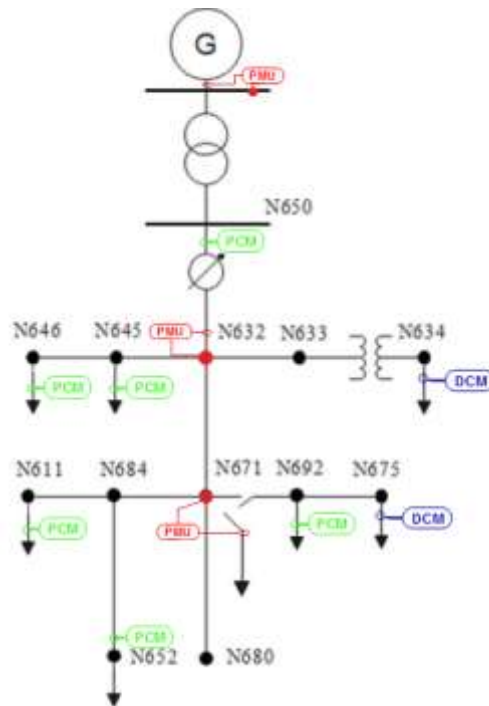
Errores de estimación IEEE 4 Nodos, Caso B



5.3. Sistema IEEE 13 Nodos

El tercer sistema de prueba usado se presenta en la Fig.13. Este sistema está constituido por trece barras, ocho cargas de tipo monofásica, bifásica y trifásica, el sistema hace referencia a un sistema de distribución radial trifásico y desbalanceado. Este sistema tiene una potencia base de 2MVA y una tensión base de 115kV en la subestación. La información detallada de la construcción del sistema y sus cargas se presenta en IEEE (1991). El conjunto de medidas para una estimación con bajo error, se hace posible con una adecuada selección de su ubicación.

Debido a que el sistema es trifásico y existen cargas monofásicas conectadas a los diferentes nodos, es relevante agregar nueva información donde se tenga en cuenta que la tensión fase neutro para las fases no existentes es cero.

Figura 13.*IEEE 13 Nodos*

Se asume mediciones de tensión en la cabecera de la subestación, el nodo 671 y el nodo 632 (PMU), corrientes de carga estimada en los nodos 646, 645, 611, 692, 652 (pseudomedidas), corrientes inyectadas a los nodos 634 y 675 (medición directa de corriente), al igual que todas las corrientes de inyección cero en los nodos restantes (nodos sin carga), además se tiene en cuenta las tensiones de fase cero en los diferentes nodos.

Las demandas de carga activa y reactiva asumidas para este ejemplo se muestra en la Tabla 12. El conjunto de medidas para tensiones fasoriales, se presentan en la Tabla 13. En la Tabla 14 se encuentran el conjunto de medidas para las inyecciones de corriente nodal.

Tabla 12.*Demandas de carga*

Potencia de Datos históricos			
Bus	Fase	P(p.u)	Q(p.u)
611	(c)	0.0817	-0.0078
645	(b)	0.0850	0.0625
646	(b)	0.0787	0.0003
	(c)	0.0386	0.0670
692	(a)	0.0214	0.0609
	(c)	0.0619	0.0132
652	(a)	0.0610	0.0410

Tabla 13.*Mediciones de PMU*

Voltaje (p.u)			
Bus	Fase	Magnitud	Ángulo
1	(a)	1.0000	30.00°
	(b)	1.0000	-90.00°
	(c)	1.0000	150.00°
632	(a)	0.9828	-5.40
	(b)	1.0403	-122.40
	(c)	0.9649	116.00

Tabla 14.*Mediciones de corriente*

Corriente(p.u)			
Bus	Fase	Magnitud	Ángulo
634	(a)	0.1703	-37.79°
	(b)	0.1288	-159.14°
	(c)	0.1322	80.40°
675	(a)	0.4621	-27.20°
	(b)	0.0753	-163.99°
	(c)	0.3231	79.83°

En esta prueba, el número de variables de estado y número de medidas son:

Tabla 15.*Número de variables y medidas*

Sistema "13 Nodos"	
Numero de estados Totales	Número de medidas
96	120

Caso A

En este primer caso de estimación para el sistema IEEE 13 nodos se estiman las variables de estado a partir de pseudomedidas basadas en la formulación dada por la expansión de las series de Taylor. En la Tabla 16 se observa la comparación entre los resultados de estimación y los valores reales para cada nodo.

Tabla 16.*Estimaciones IEEE 13 nodos, Caso A*

IEEE 13 NODOS CASO A							
N	Fa	OpenDSS		Estimación		Error %	
		$ V_{pu} $	δ°	$ V_{pu} $	δ°	$ V_{pu} $	δ°
1	(a)	1.000	30.000	0.998	30.024	0.0015	0.0004
	(b)	1.000	-90.000	1.000	-89.995	0.0001	0.0001
	(c)	1.000	150.000	0.999	149.945	0.0011	0.0010
650	(a)	1.000	0.000	0.998	-0.025	0.0017	0.0004
	(b)	1.000	-120.000	0.999	-119.964	0.0007	0.0006
	(c)	1.000	120.000	1.000	119.955	0.0003	0.0008
660	(a)	1.056	0.000	1.054	-0.027	0.0018	0.0005
	(b)	1.037	-120.000	1.037	-119.967	0.0007	0.0006
	(c)	1.056	120.000	1.056	119.952	0.0003	0.0008
633	(a)	1.011	-2.600	1.014	-2.509	0.0031	0.0016
	(b)	1.027	-121.800	1.028	-121.904	0.0013	0.0018
	(c)	1.002	117.800	1.002	117.860	0.0005	0.0011
634	(a)	0.987	-3.300	0.989	-3.200	0.0014	0.0017
	(b)	1.008	-122.300	1.010	-122.374	0.0012	0.0013
	(c)	0.982	117.300	0.983	117.369	0.0004	0.0012
675	(a)	0.976	-5.600	0.989	-5.214	0.0131	0.0067
	(b)	1.043	-122.600	1.048	-122.218	0.0053	0.0067
	(c)	0.963	116.000	0.980	115.837	0.0173	0.0029
611	(a)	0.000	0.000	0.000	0.000	0.0000	0.0000
	(b)	0.000	0.000	0.000	0.000	0.0000	0.0000
	(c)	0.961	115.700	0.983	115.333	0.0224	0.0064
632	(a)	1.014	-2.500	1.018	-2.444	0.0036	0.0010
	(b)	1.029	-121.800	1.030	-121.850	0.0012	0.0009
	(c)	1.004	117.800	1.005	117.854	0.0004	0.0009
670	(a)	1.004	-3.500	1.011	-3.363	0.0070	0.0024
	(b)	1.032	-122.000	1.037	-121.826	0.0047	0.0030
	(c)	0.990	117.100	0.994	117.177	0.0046	0.0013
	(a)	0.983	-5.400	0.996	-4.970	0.0131	0.0075

671	(b)	1.040	-122.400	1.046	-122.042	0.0053	0.0063
	(c)	0.965	116.000	0.982	115.823	0.0173	0.0031
	(a)	0.983	-5.400	0.996	-4.969	0.0131	0.0075
680	(b)	1.040	-122.400	1.046	-122.041	0.0053	0.0063
	(c)	0.965	116.000	0.982	115.823	0.0173	0.0031
	(a)	0.000	0.000	0.000	0.000	0.0000	0.0000
645	(b)	1.020	-121.900	1.013	-122.217	0.0068	0.0055
	(c)	1.002	117.800	0.998	118.169	0.0044	0.0064
	(a)	0.000	0.000	0.000	0.000	0.0000	0.0000
646	(b)	1.018	-122.000	1.009	-122.253	0.0090	0.0044
	(c)	1.000	117.800	0.996	118.367	0.0039	0.0099
	(a)	0.983	-5.400	0.996	-4.970	0.0131	0.0075
692	(b)	1.040	-122.400	1.046	-122.042	0.0053	0.0063
	(c)	0.965	116.000	0.982	115.823	0.0173	0.0031
	(a)	0.981	-5.400	0.996	-4.930	0.0147	0.0082
684	(b)	0.000	0.000	0.000	0.000	0.0000	0.0000
	(c)	0.963	115.900	0.983	115.585	0.0198	0.0055
	(a)	0.975	-5.300	0.994	-4.917	0.0183	0.0067
652	(b)	0.000	0.000	0.000	0.000	0.0000	0.0000
	(c)	0.000	0.000	0.000	0.000	0.0000	0.0000

En las figuras 14 y 15 se muestran las gráficas complementarias que indican una comparación entre los valores del estimador y los valores reales para el estado de cada nodo. En las figuras 16 y 17 se muestran las gráficas de errores de estimación para la magnitud y ángulo del estado de cada nodo.

Figura 14.

Magnitud del fasor de Voltaje (p.u), IEEE 13 nodos, Caso A

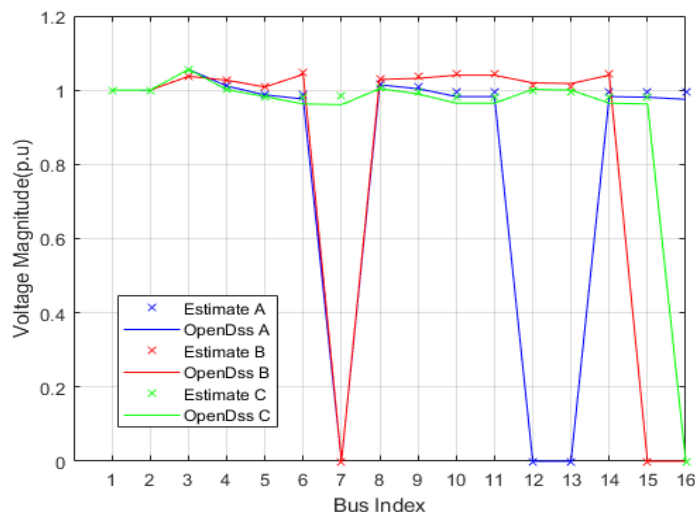
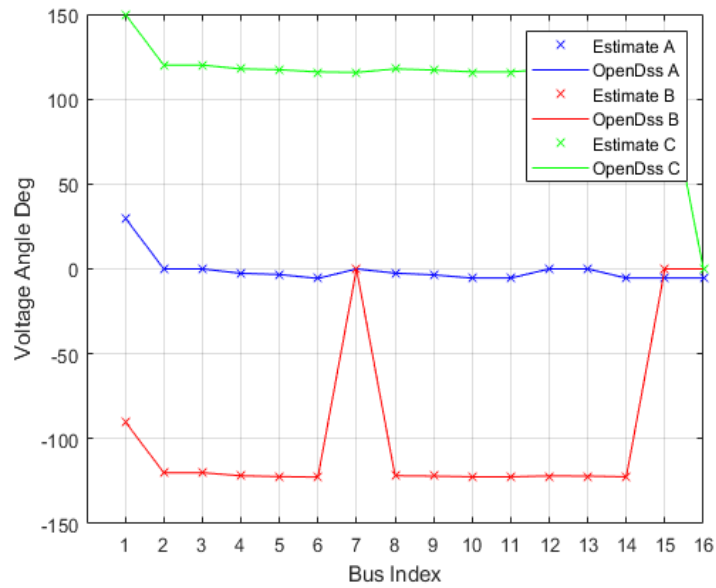


Figura 15.

Ángulo del fasor de Voltaje (p.u), IEEE 13 nodos, Caso A

**Figura 16.**

Error de la Magnitud del fasor de Voltaje, IEEE 13 nodos, Caso A

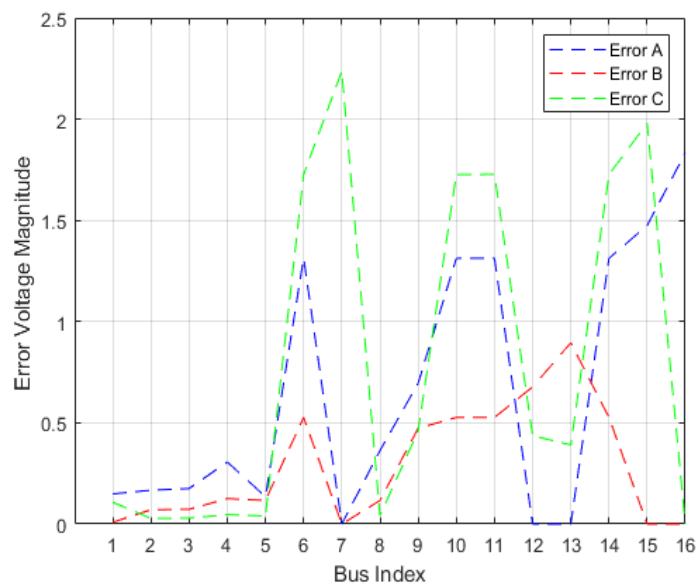
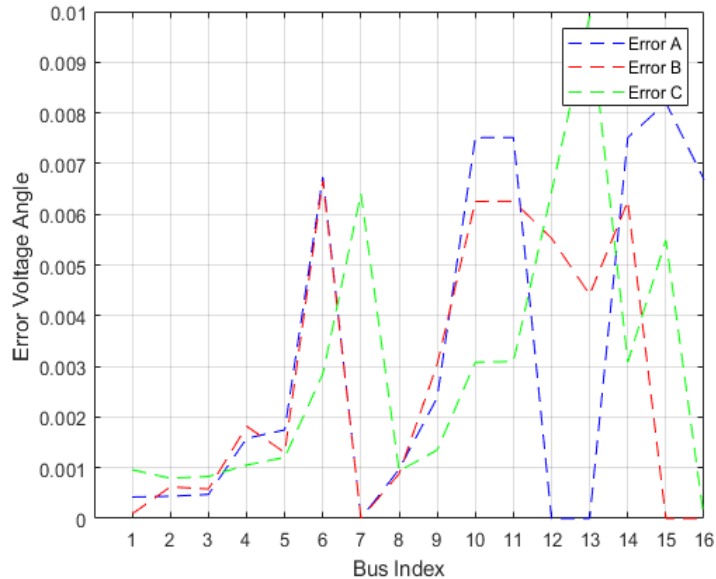


Figura 17.

Error del Ángulo del fasor de Voltaje (p.u), IEEE 13 nodos, Caso A



Caso B

En este segundo caso de estimación para el sistema IEEE 13 nodos se estiman las variables de estado a partir de pseudomedidas basadas en la formulación idealizada o con valores nominales de tensión. En la Tabla 17 se observa la comparación entre los resultados de estimación y los valores reales para cada nodo.

Tabla 17.

Estimaciones IEEE 13 nodos, Caso B

IEEE 13 NODOS CASO B							
N	Fa	OpenDSS		Estimación		Error %	
		$ V_{pu} $	δ°	$ V_{pu} $	δ°	$ V_{pu} $	δ°
1	(a)	1.000	30.000	0.999	30.038	0.0009	0.0007
	(b)	1.000	-90.000	1.000	-89.998	0.0000	0.0000
	(c)	1.000	150.000	0.999	149.974	0.0010	0.0005
650	(a)	1.000	0.000	0.999	0.004	0.0013	0.0001
	(b)	1.000	-120.000	1.000	-119.967	0.0003	0.0006
	(c)	1.000	120.000	1.000	119.967	0.0004	0.0006

660	(a)	1.056	0.000	1.055	0.002	0.0013	0.0000
	(b)	1.037	-120.000	1.037	-119.970	0.0003	0.0005
	(c)	1.056	120.000	1.056	119.965	0.0004	0.0006
633	(a)	1.011	-2.600	1.014	-2.566	0.0024	0.0006
	(b)	1.027	-121.800	1.028	-121.903	0.0005	0.0018
	(c)	1.002	117.800	1.002	117.841	0.0005	0.0007
634	(a)	0.987	-3.300	0.988	-3.232	0.0011	0.0012
	(b)	1.008	-122.300	1.009	-122.376	0.0005	0.0013
	(c)	0.982	117.300	0.983	117.350	0.0005	0.0009
675	(a)	0.976	-5.600	0.986	-5.684	0.0097	0.0015
	(b)	1.043	-122.600	1.045	-122.546	0.0024	0.0009
	(c)	0.963	116.000	0.960	116.274	0.0025	0.0048
611	(a)	0.000	0.000	0.000	0.000	0.0000	0.0000
	(b)	0.000	0.000	0.000	0.000	0.0000	0.0000
	(c)	0.961	115.700	0.961	116.059	0.0003	0.0063
632	(a)	1.014	-2.500	1.017	-2.509	0.0029	0.0002
	(b)	1.029	-121.800	1.029	-121.849	0.0005	0.0008
	(c)	1.004	117.800	1.005	117.838	0.0004	0.0007
670	(a)	1.004	-3.500	1.009	-3.556	0.0052	0.0010
	(b)	1.032	-122.000	1.035	-121.935	0.0033	0.0011
	(c)	0.990	117.100	0.988	117.315	0.0019	0.0038
671	(a)	0.983	-5.400	0.992	-5.435	0.0097	0.0006
	(b)	1.040	-122.400	1.043	-122.369	0.0024	0.0005
	(c)	0.965	116.000	0.962	116.256	0.0025	0.0045
680	(a)	0.983	-5.400	0.992	-5.436	0.0097	0.0006
	(b)	1.040	-122.400	1.043	-122.369	0.0024	0.0005
	(c)	0.965	116.000	0.962	116.256	0.0025	0.0045
645	(a)	0.000	0.000	0.000	0.000	0.0000	0.0000
	(b)	1.020	-121.900	1.016	-122.155	0.0040	0.0044
	(c)	1.002	117.800	1.004	117.686	0.0018	0.0020
646	(a)	0.000	0.000	0.000	0.000	0.0000	0.0000
	(b)	1.018	-122.000	1.011	-122.266	0.0072	0.0046
	(c)	1.000	117.800	1.004	117.592	0.0041	0.0036
692	(a)	0.983	-5.400	0.992	-5.435	0.0097	0.0006
	(b)	1.040	-122.400	1.043	-122.369	0.0024	0.0005
	(c)	0.965	116.000	0.962	116.256	0.0025	0.0045
684	(a)	0.981	-5.400	0.992	-5.460	0.0107	0.0011
	(b)	0.000	0.000	0.000	0.000	0.0000	0.0000
	(c)	0.963	115.900	0.961	116.170	0.0014	0.0047
652	(a)	0.975	-5.300	0.988	-5.463	0.0131	0.0028
	(b)	0.000	0.000	0.000	0.000	0.0000	0.0000
	(c)	0.000	0.000	0.000	0.000	0.0000	0.0000

En las figuras 18 y 19 se muestran las gráficas complementarias que indican una comparación entre los valores del estimador y los valores reales para el estado de cada nodo. En las figuras 20 y 21 se muestran las gráficas de errores de estimación para la magnitud y ángulo del estado de cada nodo.

Figura 18.

Magnitud del fasor de Voltaje (p.u), IEEE 13 nodos, Caso B

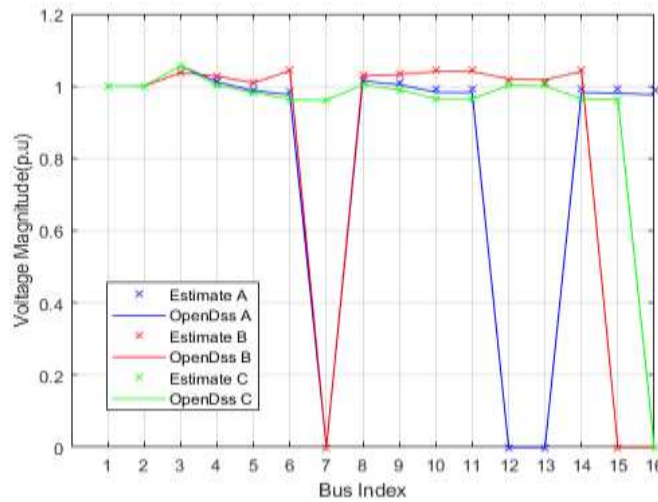


Figura 19.

Ángulo del fasor de Voltaje, IEEE 13 nodos, Caso B

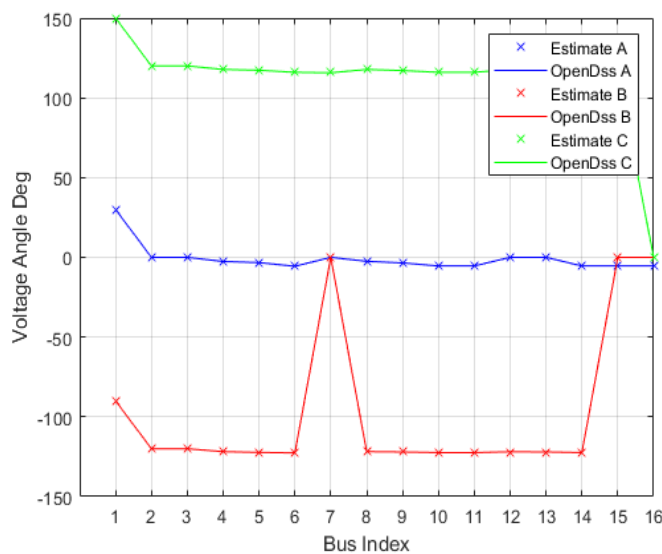
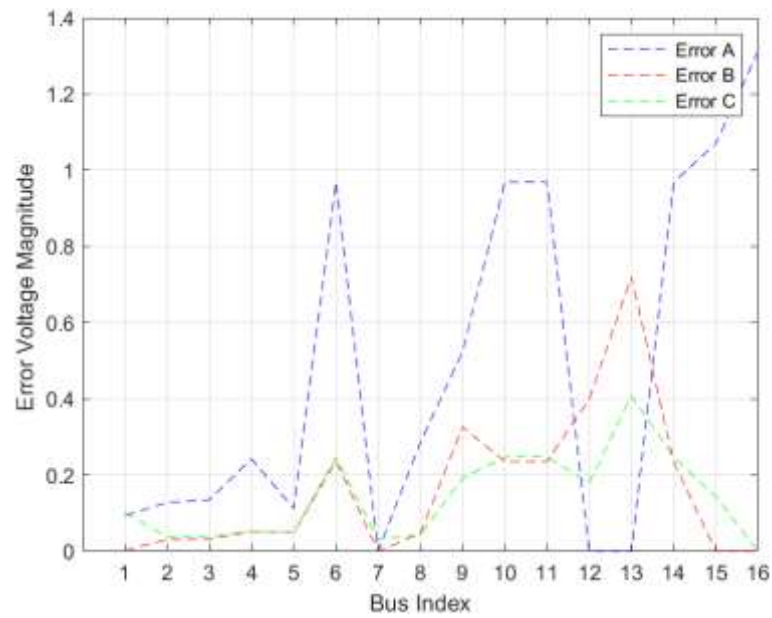
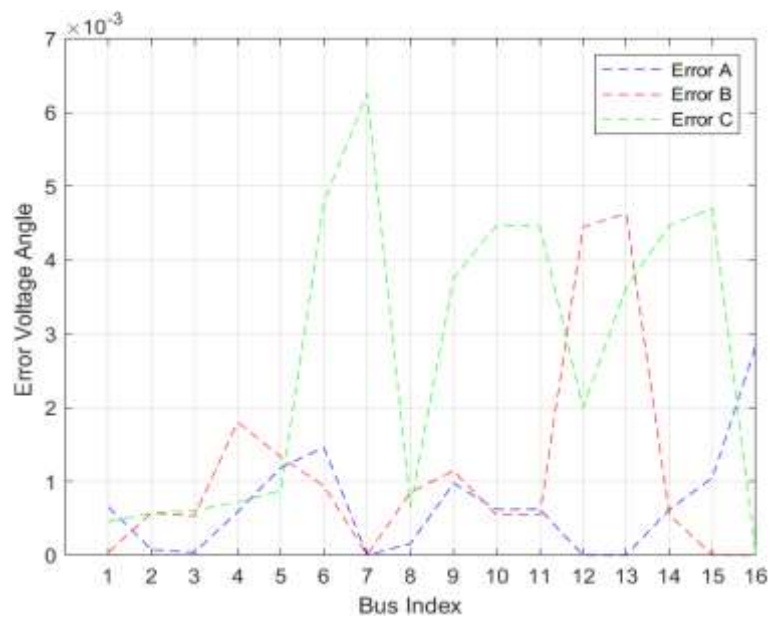


Figura 20.

Error de la Magnitud del fasor de Voltaje, IEEE 13 nodos, Caso B

**Figura 21.**

Error del Ángulo del fasor de Voltaje, IEEE 13 nodos, Caso B

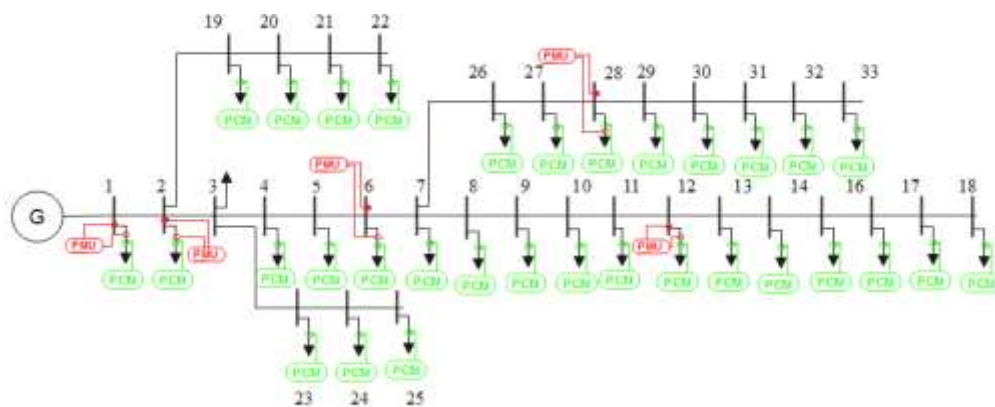


5.4. Sistema IEEE 33 nodos

El cuarto sistema de distribución se constituye por treinta y tres barras. El sistema trabaja a una tensión nominal de 12.66kV y una potencia aparente base de 1MVA. La información detallada de la construcción del sistema y sus cargas se presenta en Ghasemi y Moshtagh (2013). Para este sistema de prueba se presenta y compara la estimación de estado para dos casos con diferentes conjuntos de medidas.

Figura 22.

IEEE 33 nodos



En la Tabla 18 se muestran las potencias inyectadas asumidas para los diferentes nodos. El conjunto de mediciones de PMU se encuentra en la Tabla 19 y el conjunto de mediciones de corriente para el caso B, se encuentra en la Tabla 20.

Tabla 18.*Demanda de Carga*

Potencia de Datos históricos			
Bus	Fase	P(p.u)	Q(p.u)
01	(a)	1.2686	0.7848
02	(a)	-0.0333	-0.0200
03	(a)	-0.0300	-0.0133
04	(a)	-0.0400	-0.0267
05	(a)	-0.0200	-0.0100
06	(a)	-0.0200	-0.0067
07	(a)	-0.0664	-0.0332
08	(a)	-0.0646	-0.0323
09	(a)	-0.0191	-0.0064
10	(a)	-0.0189	-0.0063
11	(a)	-0.0141	-0.0094
12	(a)	-0.0188	-0.0110
13	(a)	-0.0185	-0.0108
14	(a)	-0.0369	-0.0246
15	(a)	-0.0184	-0.0031
16	(a)	-0.0184	-0.0061
17	(a)	-0.0183	-0.0061
18	(a)	-0.0274	-0.0122
19	(a)	-0.0300	-0.0133
20	(a)	-0.0300	-0.0133
21	(a)	-0.0300	-0.0133
22	(a)	-0.0300	-0.0133
23	(a)	-0.0300	-0.0167
24	(a)	-0.1400	-0.0667
25	(a)	-0.1400	-0.0667
26	(a)	-0.0200	-0.0083
27	(a)	-0.0199	-0.0083
28	(a)	-0.0194	-0.0065
29	(a)	-0.0382	-0.0223
30	(a)	-0.0631	-0.1894
31	(a)	-0.0469	-0.0219
32	(a)	-0.0656	-0.0312
33	(a)	-0.0187	-0.0125

Tabla 19.*Mediciones de PMU*

Voltaje (p.u)			
Bus	Fase	Magnitud	Ángulo
1	(a)	1.0000	0.00°
2	(a)	0.9971	0.00°
6	(a)	0.9518	0.10°
12	(a)	0.9223	-0.30°
18	(a)	0.9368	0.30°

Tabla 20.*Mediciones de Corriente*

Corriente (p.u)			
Bus	Fase	Magnitud	Ángulo
18	(a)	0.0329	155.40°
22	(a)	0.0331	155.93°
25	(a)	0.1599	154.46°

En esta prueba, el número de variables de estado y número de medidas son:

Tabla 21.*Número de variables y medidas*

Sistema “IEEE 33 Nodos”	
Numero de estados Totales	Número de medidas
198	228

Caso A

Para el primer caso del sistema de 33 nodos, se asume mediciones de tensión en la subestación, nodo 2, 6, 12 y 28 (PMU), corrientes de potencia estimada en todos los nodos restantes (pseudomedidas). Se estiman las variables de estado a partir de pseudomedidas basadas en la formulación dada por la expansión de las series de Taylor. En la Tabla 22 se observa la comparación entre los resultados de estimación y los valores reales para cada nodo.

Tabla 22.*Estimaciones IEEE 33 nodos, Caso A*

IEEE 33 NODOS CASO A							
N	Fa	OpenDSS		Estimación		Error %	
		$ V_{pu} $	δ°	$ V_{pu} $	δ°	$ V_{pu} $	δ°
1	(a)	1.000	0.000	1.000	-0.007	0.0000	0.0114
2	(a)	0.997	0.000	0.997	0.006	0.0000	0.0108
3	(a)	0.983	0.100	0.983	0.076	0.0404	0.0421
4	(a)	0.976	0.200	0.976	0.132	0.0414	0.1181
5	(a)	0.969	0.200	0.969	0.191	0.0351	0.0164
6	(a)	0.952	0.100	0.952	0.101	0.0000	0.0018
7	(a)	0.949	-0.100	0.948	-0.127	0.0069	0.0465
8	(a)	0.936	-0.200	0.935	-0.251	0.0310	0.0888
9	(a)	0.930	-0.300	0.930	-0.297	0.0322	0.0058
10	(a)	0.925	-0.400	0.924	-0.326	0.0204	0.1288
11	(a)	0.924	-0.400	0.924	-0.316	0.0144	0.1471
12	(a)	0.922	-0.300	0.922	-0.300	0.0000	0.0003
13	(a)	0.917	-0.400	0.916	-0.358	0.1142	0.0732
14	(a)	0.915	-0.500	0.913	-0.428	0.1626	0.1260
15	(a)	0.913	-0.500	0.911	-0.456	0.1957	0.0762
16	(a)	0.912	-0.600	0.910	-0.471	0.2237	0.2260
17	(a)	0.910	-0.600	0.907	-0.539	0.2704	0.1064
18	(a)	0.910	-0.600	0.907	-0.546	0.2800	0.0949
19	(a)	0.997	0.000	0.996	-0.003	0.0179	0.0057
20	(a)	0.993	-0.100	0.992	-0.059	0.1375	0.0718
21	(a)	0.992	-0.100	0.991	-0.078	0.1627	0.0388
22	(a)	0.992	-0.100	0.990	-0.099	0.1861	0.0026
23	(a)	0.980	0.100	0.979	0.043	0.0694	0.0996
24	(a)	0.973	0.000	0.972	-0.050	0.1096	0.0876
25	(a)	0.970	-0.100	0.969	-0.097	0.1297	0.0054
26	(a)	0.950	0.200	0.950	0.137	0.0058	0.1104
27	(a)	0.948	0.200	0.947	0.191	0.0077	0.0152
28	(a)	0.937	0.300	0.937	0.300	0.0000	0.0008
29	(a)	0.929	0.400	0.928	0.376	0.0745	0.0425
30	(a)	0.926	0.500	0.925	0.480	0.1049	0.0342
31	(a)	0.922	0.400	0.920	0.402	0.1636	0.0034
32	(a)	0.921	0.400	0.919	0.380	0.1772	0.0352
33	(a)	0.921	0.400	0.919	0.371	0.1861	0.0500

En las figuras 23 y 24 se muestran las gráficas complementarias que indican una comparación entre los valores del estimador y los valores reales para el estado de cada nodo. En

las figuras 25 y 26 se muestran las gráficas de errores de estimación para la magnitud y ángulo del estado de cada nodo.

Figura 23.

Magnitud del fasor de Voltaje (p.u), IEEE 33 nodos, Caso A

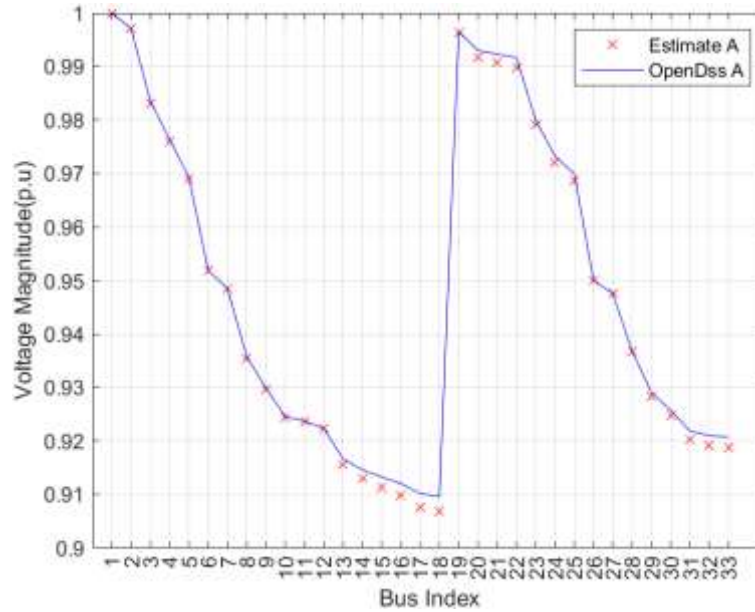


Figura 24.

Ángulo del fasor de Voltaje, IEEE 33 nodos, Caso A

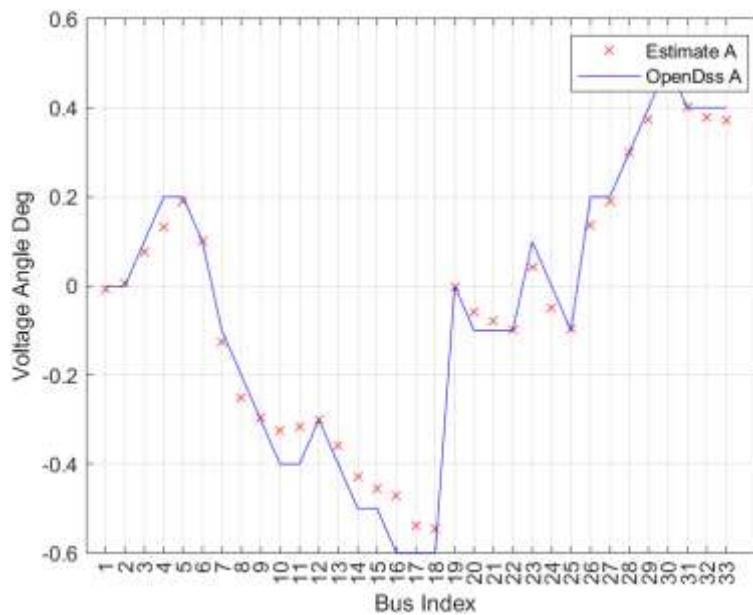
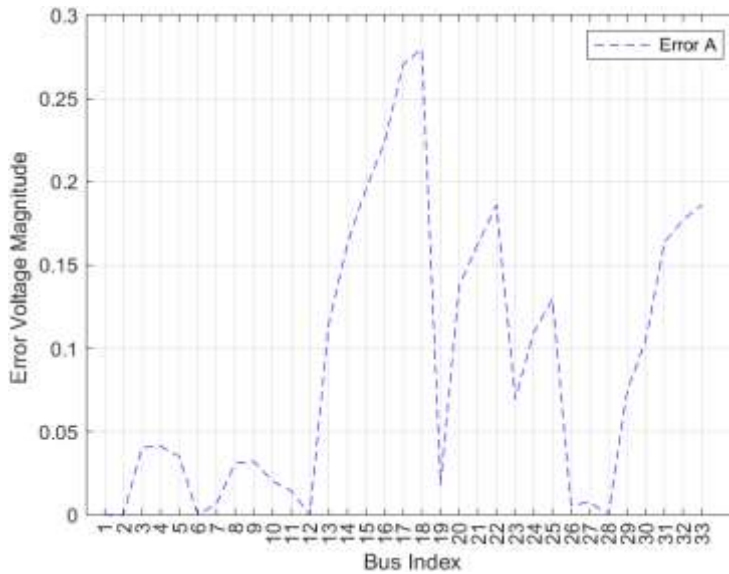
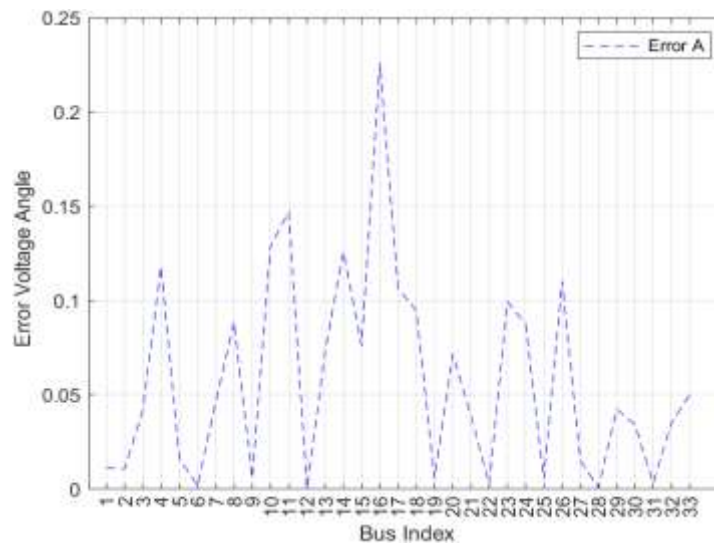


Figura 25.

Error de la Magnitud del fasor de Voltaje, IEEE 33 nodos, Caso A

**Figura 26.**

Error del Ángulo del fasor de Voltaje, IEEE 33 nodos, Caso A

**Caso B**

Para el primer caso del sistema de 33 nodos, se asume mediciones de tensión en la subestación, nodo 2, 6, 12 y 28 (PMU), corrientes de potencia estimada en todos los nodos restantes (pseudomedidas). Se estiman las variables de estado a partir de pseudomedidas basadas

en la formulación idealizada o con valores nominales de tensión. En la Tabla 23 se observa la comparación entre los resultados de estimación y los valores reales para cada nodo.

Tabla 23.

Estimaciones IEEE 33 nodos, Caso B

IEEE 33 NODOS CASO B							
Nod	Fa	OpenDSS		Estimación		Error %	
		$ V_{pu} $	δ°	$ V_{pu} $	δ°	$ V_{pu} $	δ°
1	(a)	1.000	0.000	1.000	-0.006	0.0002	0.0112
2	(a)	0.997	0.000	0.997	0.006	0.0001	0.0110
3	(a)	0.983	0.100	0.985	0.129	0.1189	0.0506
4	(a)	0.976	0.200	0.977	0.163	0.0585	0.0638
5	(a)	0.969	0.200	0.969	0.206	0.0073	0.0105
6	(a)	0.952	0.100	0.952	0.102	0.0021	0.0027
7	(a)	0.949	-0.100	0.949	-0.080	0.0200	0.0345
8	(a)	0.936	-0.200	0.936	-0.186	0.0675	0.0246
9	(a)	0.930	-0.300	0.930	-0.272	0.0084	0.0481
10	(a)	0.925	-0.400	0.924	-0.326	0.0266	0.1299
11	(a)	0.924	-0.400	0.924	-0.317	0.0221	0.1444
12	(a)	0.922	-0.300	0.922	-0.300	0.0005	0.0007
13	(a)	0.917	-0.400	0.916	-0.346	0.0862	0.0949
14	(a)	0.915	-0.500	0.913	-0.400	0.1245	0.1743
15	(a)	0.913	-0.500	0.911	-0.432	0.1946	0.1193
16	(a)	0.912	-0.600	0.910	-0.446	0.2415	0.2692
17	(a)	0.910	-0.600	0.907	-0.507	0.2986	0.1620
18	(a)	0.910	-0.600	0.907	-0.506	0.2953	0.1641
19	(a)	0.997	0.000	0.996	-0.034	0.0695	0.0602
20	(a)	0.993	-0.100	0.988	-0.297	0.5438	0.3431
21	(a)	0.992	-0.100	0.986	-0.364	0.6320	0.4606
22	(a)	0.992	-0.100	0.985	-0.432	0.7093	0.5795
23	(a)	0.980	0.100	0.983	0.209	0.3408	0.1908
24	(a)	0.973	0.000	0.982	0.411	0.8535	0.7165
25	(a)	0.970	-0.100	0.981	0.511	1.1108	1.0669
26	(a)	0.950	0.200	0.950	0.129	0.0446	0.1241
27	(a)	0.948	0.200	0.947	0.178	0.0675	0.0378
28	(a)	0.937	0.300	0.937	0.299	0.0023	0.0018
29	(a)	0.929	0.400	0.929	0.384	0.0251	0.0272
30	(a)	0.926	0.500	0.926	0.476	0.0276	0.0422
31	(a)	0.922	0.400	0.917	0.467	0.4511	0.1169
32	(a)	0.921	0.400	0.915	0.453	0.5650	0.0923
33	(a)	0.921	0.400	0.914	0.414	0.6645	0.0239

En las figuras 27 y 28 se muestran las gráficas complementarias que indican una comparación entre los valores del estimador y los valores reales para el estado de cada nodo. En las figuras 29 y 30 se muestran las gráficas de errores de estimación para la magnitud y ángulo del estado de cada nodo.

Figura 27.

Magnitud del fasor de Voltaje (p.u), IEEE 33 nodos, Caso B

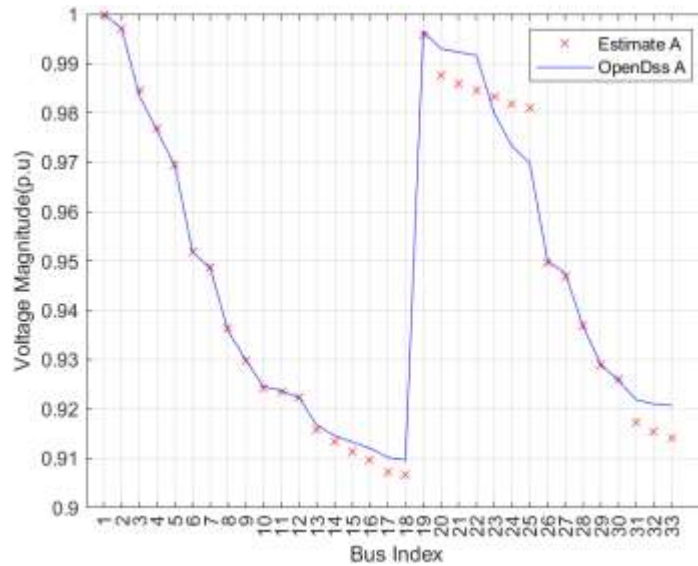


Figura 28.

Ángulo del fasor de Voltaje , IEEE 33 nodos, Caso B

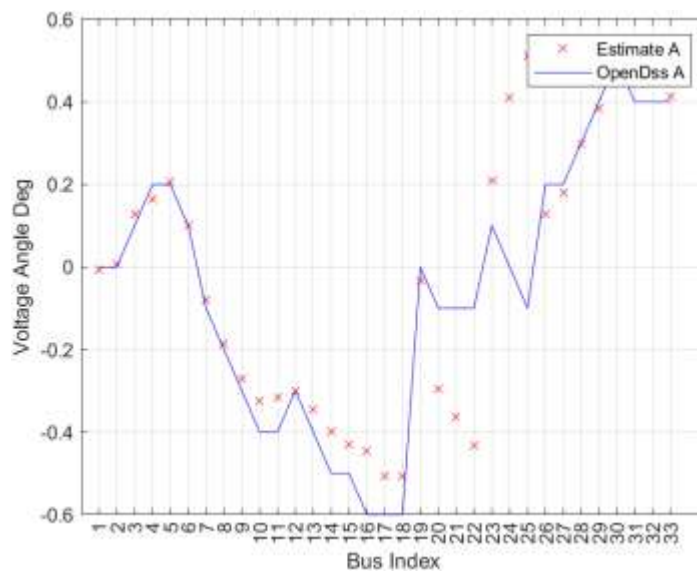
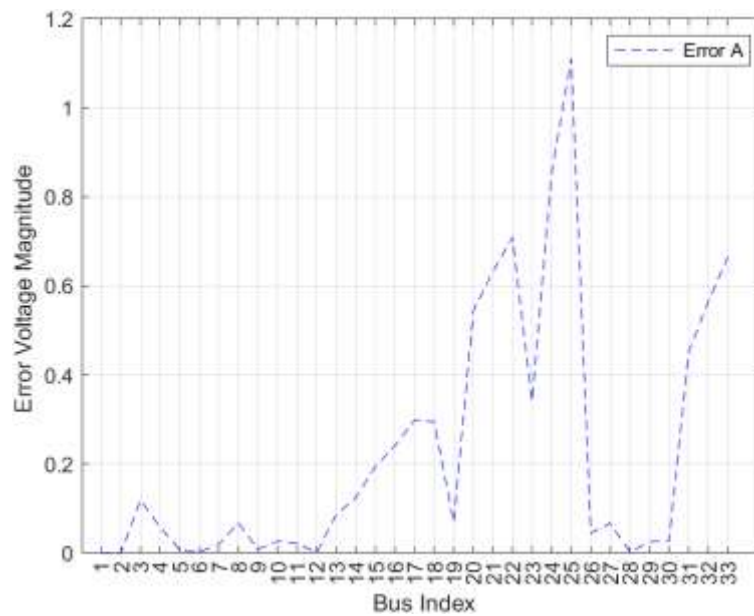
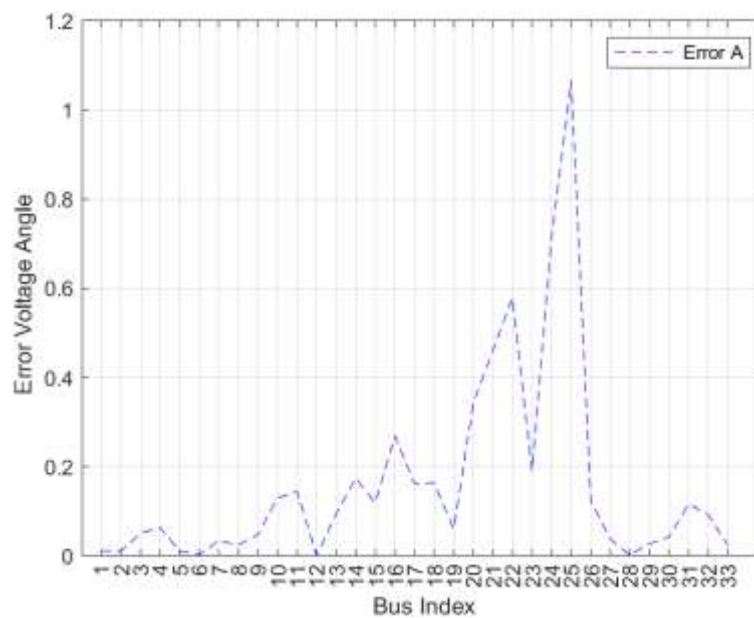


Figura 29.

Error de la Magnitud del fasor de Voltaje, IEEE 33 nodos, Caso B

**Figura 30.**

Error del Ángulo del fasor de Voltaje, IEEE 33 nodos, Caso B



6. Discusión de resultados

En la práctica, el uso de mediciones de tensión y de corriente, más el uso de pseudomedidas, pueden llevar a obtener un nivel de precisión bastante alto con respecto a la información obtenida de los sistemas eléctricos. En la Tabla 31 se muestra los resultados de errores cuadráticos y absolutos para la estimación en comparación con los datos reales para las variables de estado.

Tabla 24.

Parametros de Error

Sistema de prueba		EMS %	REMS %
		Error absoluto medio	Error Cuadrático medio
4 Nodos	Caso A	0.05420	0.11710
	Caso B	0.00055	0.00093
13 Nodos	Caso A	0.13610	0.20050
	Caso B	0.08610	0.14050
33 Nodos	Caso A	0.00140	0.00119
	Caso B	0.00170	0.00260

Estos errores indican que la estimación es buena cuando los supuestos de cargas iniciales para cada nodo son cercanos a los valores reales, esto quiere decir que, al aumentar el número de medidas reales y directas, se mejora la precisión e incertidumbre del estimador de estado lineal. Lo cual se puede observar en los casos de estudio donde se reemplaza pseudomedidas por mediciones directas de corriente. En las Tabla 32 y 33 se muestran algunos parámetros importantes en el análisis del error. Estos se muestra los resultados de errores cuadráticos y absolutos para la estimación en comparación con los datos reales para las variables de estado.

Tabla 25.*Parametros de Error, IEEE 13 nodos*

IEEE 13 Nodos		
Parámetro	Taylor	Idealizado
Error Max	2.2365	1.3115
Error min	0	0
Percentil 25	0.0009	0.0006
Percentil 50	0.0067	0.0041
Percentil 75	0.3346	0.1391
Percentil 95	1.7266	0.9688

Tabla 26.*Parametros de Error, IEEE 33 nodos*

IEEE 33 Nodos		
Parámetro	Taylor	Idealizado
Error Max	0.2800	1.1108
Error Min	0.000004	0.000134
Percentil 25	0.0108	0.0246
Percentil 50	0.0445	0.0778
Percentil 75	0.1181	0.2692
Percentil 95	0.2242	0.7439

7. Conclusiones

Este artículo recopila información de métodos actuales presentados en la literatura científica donde abordan soluciones para la estimación de estado usando un modelo lineal. Se encuentra una clara línea a seguir y una tendencia bastante marcada al uso de medidas fasoriales y la implementación de mediciones históricas de potencia (pseudomedidas).

Además, el documento presenta un algoritmo para la estimación de estado en sistemas de distribución basándose en una formulación lineal, donde involucra diferentes tipos de medición y pseudomedición haciéndolo muy factible para la simulación e implementación en otros sistemas de distribución.

Los casos de estudio en los diferentes sistemas demuestran la eficacia del algoritmo debido a que el máximo error en la estimación de magnitud de tensión logra ser del 0.35%, de igual manera se concluye que la estimación de estado es menos precisa en aquellos nodos que se encuentran más lejos de las mediciones de sincrofasores.

Por lo cual, se puede concluir que el conocimiento de los ángulos de fase a partir de las mediciones de los sincrofasores mejora el proceso de estimación del estado en los sistemas de distribución estudiados logrando que el estimador que se presenta sea una alternativa confiable para la estimación tradicional.

Referencias bibliográficas

- Chen, Y., Kong, X., Yong C., Ma X, y Yu L. (2019) Distributed State Estimation for Distribution Network with Phasor Measurement Units Information. *Energy Procedia*, 158, 4129-4134.
- Farajollahi, M., Shahsavari, A., y Mohsenian-Rad, H., (2019). Linear Distribution System State Estimation Using Synchrophasor Data and Pseudo-Measurement. *International Conference on Smart Grid Synchronized Measurements and Analytics (SGSMA)*, 1-6, doi: 10.1109/SGSMA.2019.8784644.
- Garces, A. (2016) A Linear Three-Phase Load Flow for Power Distribution Systems, *IEEE Transactions on Power Systems*, 31(1), 827-828, doi: 10.1109/TPWRS.2015.2394296.
- Ghasemi S., y Moshtagh J. (2013) Radial distribution systems reconfiguration considering power losses cost and damage cost due to power supply interruption of consumers. *International Journal on Electrical Engineering and Informatics*. 5(3).
- Haughton, D. A., & Heydt, G. T. (2013). A linear state estimation formulation for smart distribution systems. *IEEE Transactions on Power Systems*, 28(2), 1187-1195. doi: /10.1109/TPWRS.2012.2212921
- Hussein, M.A., y Sultan, A.J., (2018). Enhancement of State Estimation Power System Based Hybrid Algorithm, *1st Annual International Conference on Information and Sciences (AiCIS)*, 164-169, doi: 10.1109/AiCIS.2018.00040
- IEEE Distribution System Analysis Subcommittee, (2006). IEEE 4 Node Test Feeder.
- IEEE Distribution Planning Working Group Report. (1991). Radial distribution test feeders, *IEEE Transactions on Power Systems*, 6(3), 975-985.

- Jones, K. D., Thorp J. S., y Gardner, R. M., (2013). Three-phase linear state estimation using Phasor Measurements. *IEEE Power & Energy Society General Meeting*, 1-5, doi: 10.1109/PESMG.2013.6672516.
- Kong, X., Chen, Y., Xu, T., Wang, C., Yong, C., Li, P., & Yu, L. (2018). A Hybrid State Estimator Based on SCADA and PMU Measurements for Medium Voltage Distribution System. *Applied Sciences*, 8(9), 1527. doi:10.3390/app8091527
- Madani, M. et al. (2011) PMU placement considerations — A roadmap for optimal PMU placement. *2011 IEEE/PES Power Systems Conference and Exposition*, 1-7, doi: 10.1109/PSCE.2011.5772601.
- Pau, M., Pegoraro, P. y Sullis, S., 2013. Efficient Branch-Current-Based Distribution System State Estimation Including Synchronized Measurements. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 62(9), 2419-2429.
- Sun, L., Ju, Yang, Y., Ge S., y Fang, Q., (2018). Two-Stage Linear State Estimation for Active Distribution Networks, *2nd IEEE Conference on Energy Internet and Energy System Integration (EI2)*, 1-7, doi: 10.1109/EI2.2018.8582160.
- Volkov, V. y Demyanov, D., (2019) Optimal Estimation of the Linear Functional of State Variables of a Dynamic System. *2019 XXI International Conference Complex Systems: Control and Modeling Problems (CSCMP)*, 640-643, doi: 10.1109/CSCMP45713.2019.8976873.
- William, D. Stevenson, J.R, (1975) Elements of Power System Analysis, *Load Flow: North Carolina*. 176-189.
- Yanjun, Z., Jun, L. Yongguang, L., Ran L., y Xiaolei, M., (2016) A method of state estimation with variable weights iteration based on piecewise linear weight function. *China*

International Conference on Electricity Distribution (CICED), 1-4, doi: 10.1109/CICED.2016.7576165.

Zarco, P. J., y Gomez, A. (1999). Estimación de Estados y de Parámetros en Redes Eléctricas. *Estimación de Estados y de Parámetros en Redes Eléctricas*. 1-24.

Zarco, P. J., y Gomez, A. (1999). Métodos de Estimación de Estado. *Estimación de Estados y de Parámetros en Redes Eléctricas*. 25-44.

Zhang, L. and Kexing, L. (2020). A novel complex linear state estimator for smart power distribution systems: methodology and implementation. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems* 123.