

**MODELO ANALÍTICO PARA PREDECIR EL COMPORTAMIENTO DE LA
INYECCIÓN CONTINUA DE VAPOR EN YACIMIENTOS ESTRATIFICADOS DE
CRUDO PESADO**

DIANA PATRICIA MERCADO SIERRA

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICOQUÍMICAS
ESCUELA DE INGENIERÍA DE PETRÓLEOS
BUCARAMANGA
2008**

**MODELO ANALÍTICO PARA PREDECIR EL COMPORTAMIENTO DE LA
INYECCIÓN CONTINUA DE VAPOR EN YACIMIENTOS ESTRATIFICADOS DE
CRUDO PESADO**

DIANA PATRICIA MERCADO SIERRA

Trabajo de grado presentado como requisito para obtener el título de Magíster en
Ingeniería de Hidrocarburos.

Avalado por el grupo de Investigación Recobro Mejorado en el marco del convenio de
cooperación tecnológica 004/2004 suscrito entre la Universidad Industrial de Santander
y ECOPETROL S.A. Instituto Colombiano del Petróleo.

MSc. SAMUEL FERNANDO MUÑOZ NAVARRO

Director

MSc. ANÍBAL ORDOÑEZ RODRIGUEZ

Co-Director

MSc. HÉCTOR HUGO PEREZ VEGA

Co-Director

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FISICOQUÍMICAS
ESCUELA DE INGENIERÍA DE PETRÓLEOS
BUCARAMANGA**

2008

A Dios

A mi ángel

A mi familia

A quienes creen en mí y me brindan su apoyo incondicional

Diana

AGRADECIMIENTOS

El autor de este trabajo expresa sus más sinceros agradecimientos a:

La **Dra. Ruby Arbelaez de Moncaleano** por su valiosa colaboración y orientación en cada una de las etapas de este proyecto.

El **MSc. Samuel Fernando Muñoz Navarro** por haber compartido su saber y experiencia para el logro de esta meta.

A **Karen Pachano** y **Emiliano Ariza** por su amistad, apoyo y sugerencias para el desarrollo de este proyecto

A los ingenieros **Robinson Jiménez, Nelson León, Claudia Delgadillo** y **Fernando Londoño** por haber hecho de mi permanencia en el Grupo de Investigación Recobro Mejorado una experiencia inolvidable y por creer que los milagros existen.

Al **Dr. S.M. Farouq Ali** por su orientación e interés en el desarrollo de este trabajo.

Al **Grupo de Investigación Recobro Mejorado** por haberse convertido en mi familia durante estos últimos tres años y por haber sido mi soporte en el logro de este objetivo.

A la **Universidad Industrial de Santander** por haberme dado la oportunidad de crecer personal y académicamente.

A todas y cada una de las personas que contribuyeron con un granito de arena para que este sueño sea hoy una dulce realidad.

CONTENIDO

Pág.

| | |
|---|----|
| Introducción..... | 1 |
| 1. Inyección continua de vapor | 3 |
| 1.1. Parámetros que afectan la inyección continua de vapor | 4 |
| 1.1.1. Parámetros de yacimiento. | 4 |
| 1.1.2. Parámetros operacionales. | 6 |
| 1.2. Evaluación de un proceso de inyección continua de vapor..... | 8 |
| 2. Modelos analíticos para inyección continua de vapor | 10 |
| 2.1. Modelo de Marx y Langenheim | 10 |
| 2.2. Modelo de Mandl y Volek..... | 16 |
| 2.3. Modelo de Cloosmann..... | 23 |
| 2.4. Fortalezas y debilidades de los modelos presentados..... | 27 |
| 3. Modelo analítico para inyección continua de vapor en yacimientos estratificados | 28 |
| 3.1. Planteamiento del problema | 28 |
| 3.2. Definición del sistema a modelar..... | 29 |
| 3.2.1. Zonas productoras..... | 30 |
| 3.2.2. Zonas no productoras. | 31 |
| 3.2.2.1. Intercalaciones de arcilla..... | 31 |
| 3.2.2.2. Formaciones adyacentes a los límites del sistema..... | 31 |
| 3.2.3. Inyección continua de vapor..... | 32 |
| 3.2.4. Condición inicial..... | 32 |
| 3.2.5. Condiciones de frontera. | 33 |
| 3.3. Planteamiento matemático | 33 |
| 3.3.1. Tasa de inyección de calor en la zona productora..... | 35 |
| 3.3.2. Tasa de pérdidas de calor. | 36 |

| | | |
|----------|--|-----|
| 3.3.2.1. | Pérdidas de calor hacia el overburden y underburden. | 37 |
| 3.3.2.2. | Pérdidas de calor hacia las intercalaciones de arcilla. | 53 |
| 3.3.3. | Tasa de acumulación de energía en la zona calentada. | 59 |
| 3.3.4. | Cálculos para la zona de vapor: caso 1. | 59 |
| 3.3.4.1. | Volumen de la zona calentada. | 59 |
| 3.3.4.2. | Tasa de desplazamiento de petróleo. | 66 |
| 3.3.4.3. | Tasa de pérdidas de calor acumuladas. | 67 |
| 3.3.4.4. | Tasa de pérdidas de calor instantáneas. | 69 |
| 3.3.5. | Cálculos para la zona de vapor: caso 2. | 70 |
| 3.3.5.1. | Volumen de la zona calentada. | 70 |
| 3.3.5.2. | Tasa de desplazamiento de petróleo. | 76 |
| 3.3.5.3. | Tasa de pérdidas de calor acumuladas. | 77 |
| 3.3.5.4. | Tasa de pérdidas de calor instantáneas. | 78 |
| 4. | Análisis de resultados. | 79 |
| 4.1. | Distribución de temperatura en el overburden y underburden. | 79 |
| 4.2. | Distribución de temperatura en las intercalaciones de arcilla. | 83 |
| 4.3. | Evaluación de los resultados obtenidos a partir del nuevo modelo analítico. | 87 |
| 4.3.1. | Descripción del yacimiento utilizado para evaluar los resultados obtenidos a partir del nuevo modelo analítico. | 87 |
| 4.3.2. | Descripción de la herramienta software diseñada para la evaluación del nuevo modelo analítico. | 90 |
| 4.3.3. | Descripción del modelo de simulación. | 99 |
| 4.3.4. | Evaluación de los resultados obtenidos para el caso 1. | 100 |
| 4.3.5. | Evaluación resultados obtenidos para el caso 2. | 104 |
| 4.3.6. | Predicción del comportamiento de la inyección continua de vapor. | 106 |
| | Conclusiones. | 109 |
| | Recomendaciones. | 110 |
| | Bibliografía. | 111 |

| | |
|--|-----|
| Anexo A. Rutina modelo de Marx y Langenheim | 115 |
| Anexo B. Rutina modelo de Mandl y Volek | 124 |
| Anexo C. Rutina modelo de Closmann | 137 |
| Anexo D. Rutina modelo analítico para inyección continua de vapor en yacimientos estratificados | 143 |

LISTA DE TABLAS

Pág.

| | |
|--|-----|
| Tabla 1. Fortalezas y debilidades de los modelos estudiados..... | 27 |
| Tabla 2. Propiedades de las zonas productoras..... | 88 |
| Tabla 3. Propiedades de las formaciones impermeables. | 88 |
| Tabla 4. Propiedades de los fluidos. | 89 |
| Tabla 5. Permeabilidades relativas..... | 89 |
| Tabla 6. Tasa de inyección de vapor en cada una de las arenas..... | 90 |
| Tabla 7. Tipos térmicos de roca. | 100 |

LISTA DE FIGURAS

| | Pág. |
|---|------|
| Figura 1. Inyección continua de vapor. | 3 |
| Figura 2 Distribución de temperatura..... | 12 |
| Figura 3. Suposiciones para el modelo de Marx y Langenheim | 13 |
| Figura 4. Representación esquemática del sistema modelado por Mandl-Volek..... | 17 |
| Figura 5. Sistema modelado por P. J. Closmann. | 24 |
| Figura 6. Comparación entre un yacimiento de una sola capa y uno de múltiples capas sometido a inyección continua de vapor. | 30 |
| Figura 7. Sistema a modelar. | 30 |
| Figura 8. Inyección continua de vapor en un yacimiento de una sola capa. | 33 |
| Figura 9. Volumen de control para el planteamiento del balance de calor. | 34 |
| Figura 10. Balance de energía para hallar la distribución de temperatura en el overburden. | 38 |
| Figura 11. Sistema a modelar para las intercalaciones de arcilla..... | 53 |
| Figura 12. Distribución de temperatura para el overburden. | 80 |
| Figura 13. Función error. | 81 |
| Figura 14. Temperatura en dos puntos ubicados a la misma distancia del contacto con la zona de vapor..... | 82 |
| Figura 15. Distribución de temperatura para dos valores de difusividad térmica del Overburden..... | 83 |
| Figura 16. Distribución de temperatura para las intercalaciones de arcilla. | 84 |
| Figura 17. Comparación de la distribución de temperatura para intercalaciones de diferente espesor..... | 86 |
| Figura 18. Comparación de la distribución de temperatura en el overburden y las intercalaciones de arcilla. | 86 |
| Figura 19. Menú de inicio de la hoja de cálculo para el modelo analítico. | 90 |
| Figura 20. Módulo de suposiciones del modelo. | 91 |
| Figura 21. Módulo de distribución de temperaturas: Overburden..... | 92 |

| | |
|--|-----|
| Figura 22. Módulo de distribución de temperaturas: Intercalaciones de arcilla..... | 93 |
| Figura 23. Módulo de datos de entrada para el caso 1. | 94 |
| Figura 24. Módulo de datos de entrada para el caso 2. | 95 |
| Figura 25. Módulo de resultados numéricos..... | 96 |
| Figura 26. Módulo de resultados gráficos. | 97 |
| Figura 27. Módulo para el cálculo de las raíces para el caso 1 y 2. | 98 |
| Figura 28. Enmallado de simulación..... | 99 |
| Figura 29. Resultados iniciales obtenidos a partir del modelo analítico para el caso 1. | 101 |
| Figura 30. Resultados obtenidos a partir del modelo analítico para el caso 1..... | 102 |
| Figura 31. Comportamiento de la tasa de producción de aceite para el caso 1. | 103 |
| Figura 32. Comportamiento del factor de recobro de aceite para el caso 1..... | 104 |
| Figura 33. Resultados iniciales obtenidos a partir del modelo analítico para el caso 2. | 104 |
| Figura 34. Comportamiento de la producción de aceite para el caso 2..... | 105 |
| Figura 35. Comportamiento del factor de recobro de aceite para el caso 2..... | 106 |
| Figura 36. Comportamiento de la tasa de producción de aceite de un yacimiento estratificado sometido a inyección continua de vapor..... | 107 |
| Figura 37. Comportamiento del factor de recobro de aceite de un yacimiento estratificado sometido a inyección continua de vapor..... | 108 |

TITULO MODELO ANALÍTICO PARA PREDECIR EL COMPORTAMIENTO DE LA INYECCIÓN CONTINUA DE VAPOR EN YACIMIENTOS ESTRATIFICADOS DE CRUDO PESADO*

AUTOR Diana Patricia Mercado Sierra[†]

PALABRAS CLAVE Modelo analítico, inyección continua de vapor, yacimientos estratificados, crudo pesado.

RESUMEN

La predicción del comportamiento de la inyección continua de vapor es fundamental para determinar la factibilidad de la utilización de este tipo de procesos en campo. Una de las herramientas más valiosas con las que cuenta la ingeniería de petróleos para evaluar la respuesta de un yacimiento a un proceso de recuperación son los modelos analíticos.

En la actualidad no se dispone de un modelo analítico que prediga el comportamiento de la inyección continua de vapor en yacimientos estratificados, con las características de los yacimientos del Magdalena Medio Colombiano. Por tal razón, surge la necesidad de plantear un nuevo modelo que tenga en cuenta la presencia de intercalaciones de arcilla, en formaciones que están siendo sometidas a inyección continua de vapor.

El desarrollo del modelo propuesto parte de modelos analíticos existentes, de los cuales se toman los principios físicos que gobiernan el flujo de calor y fluidos en el medio poroso. La estructuración del modelo fue realizada en tres etapas que comprenden la definición del sistema modelado, el desarrollo matemático y la evaluación de las expresiones obtenidas para el volumen de la zona calentada, las pérdidas de calor instantáneas y acumuladas, la tasa de producción y factor de recobro de aceite.

Este modelo tendrá gran aplicabilidad en la industria puesto que permitirá evaluar con mayor precisión y a bajo costo la factibilidad de usar la inyección continua de vapor como método de recuperación mejorada. Por otra parte cabe resaltar que la utilización de la recuperación con vapor en nuestros yacimientos podría aumentar en alrededor del 20% sus factores de recobro de aceite: lo cual tendría un impacto positivo en la economía de proyectos en los que se implemente dicho proceso.

* Trabajo de investigación.

[†] Facultad de Ingenierías Físicoquímicas, Escuela de Ingeniería de Petróleos, Samuel Fernando Muñoz Navarro, Aníbal Ordóñez Rodríguez y Héctor Hugo Pérez Vega.

TITLE ANALYTICAL MODEL TO PREDICT THE BEHAVIOUR THE STEAMFLOODING INTO STRATIFIED RESERVOIR OF HEAVY OIL [‡]

AUTHOR Diana Patricia Mercado Sierra [§]

KEYWORDS Analytical model, steamflooding, stratified reservoir, heavy oil.

ABSTRACT

The prediction of the behaviour of the steamflood is essential to determine the feasibility of using such processes in the field. One of the most valuable tools with which account the petroleum engineering to assess the response of a reservoir to a recovery process are the analytical models.

Currently there is not an analytical model to predict the behaviour of steamflood in stratified reservoirs, with the characteristics of the Colombian reservoirs of Magdalena Medio. For this reason, there is a need to raise a new model that takes into account the presence of interbedded clay, in formations that are being subjected to steamflood.

The development of the proposed model takes as its starting point existing analytical models, of which are taken the physical principles that govern the flow of heat and fluids in the porous media. The structuring of the model was conducted in three stage that include the definition of system modeling, mathematical development and evaluation of expressions obtained for the volume of the heated zone, heat losses and accumulated snapshots, the rate of production and oil recovery factor.

This model will have wide applicability in the industry, since it will allow assess more accurately and low cost the feasibility of using the steamflood as a method of recovery improved. Moreover, it is worth noting that the use of recovery steam in our reservoirs could increase about 20% of their oil recovery factor, which would have a positive impact on the economy of the oil recovery projects.

[‡] Research work.

[§] Faculty of Engineering Physical Chemistry, School of Petroleum Engineering, Samuel Navarro Fernando Munoz, Ordóñez Anibal Rodriguez Vega and Hector Hugo Perez.

INTRODUCCIÓN

Los modelos analíticos, son herramientas matemáticas que permiten realizar cálculos para predecir el comportamiento de procesos de recuperación mejorada sin requerir información detallada del yacimiento, lo que los hace muy atractivos en la etapa de selección del proceso de recuperación. En el caso de la inyección continua de vapor, los modelos más conocidos y usados son el de Marx y Langenheim¹ y Mandl y Volek², los cuales describen el crecimiento de la zona de vapor en yacimientos homogéneos de una sola capa. Sin embargo, hay que tener en cuenta que la mayoría de yacimientos de hidrocarburos son estratificados por lo cual el vapor ingresa simultáneamente a través de varias capas permeables.

El primer modelo que contempla la presencia de intercalaciones impermeables en el yacimiento fue presentado por Closmann³ en 1967. Este modelo considera un sin número de capas horizontales idénticas sometidas a inyección continua de vapor, las cuales se encuentran separadas por formaciones impermeables de igual espesor. Dadas las características tan idealizadas del sistema modelado por Closmann su aplicación es muy restringida. Desde entonces se han reportado varios estudios para establecer y cuantificar el efecto de las intercalaciones de arcilla en el comportamiento de la inyección continua de vapor, sobresaliendo el presentado por Prats^{4,5,6}; donde se muestran los resultados de una investigación para determinar el efecto que tiene en el volumen de la zona calentada, la transferencia de calor entre zonas cercanas donde se está inyectando vapor simultáneamente.

La selección del modelo analítico que se debe emplear para predecir la respuesta de un yacimiento a la inyección continua de vapor, depende de la similitud entre el

¹ Marx, J. W. y Langenheim, R. H. Reservoir heating by hot fluid injection. SPE 1266-G. 1959.

² MANDL, G. y VOLEK, C. W. Heat and mass transport in steam-drive processes. SPE 1896. 1967.

³ CLOSMANN, P. J. Steam zone growth during multiple-layer steam injection. SPE 1716. Marzo. 1967.

⁴ PRATS, Michael. The effect of heat transfer to a nearby layer on heat efficiency. SPE 69680. Septiembre 2001.

⁵ PRATS, Michael. The effect of heat transfer between nearby layers on the volume of the steam zones. SPE 69680. Junio 2002.

⁶ PRATS, Michael. Effect of steam injection into two nearby layers. Journal science & engineering. 39 (2003) 117-124.

yacimiento y el sistema modelado matemáticamente. Es así como se establece que los modelos analíticos existentes, no permiten describir aceptablemente la respuesta de un yacimiento estratificado como los encontrados en el Magdalena medio colombiano, cuyas formaciones productoras y no productoras no tienen las mismas características. Dada la importancia de los modelos analíticos en la etapa de selección de los procesos de recobro mejorado, surge la necesidad de desarrollar un nuevo modelo que permita predecir con mayor exactitud el comportamiento de la inyección continua de vapor en yacimientos estratificados de crudo pesado.

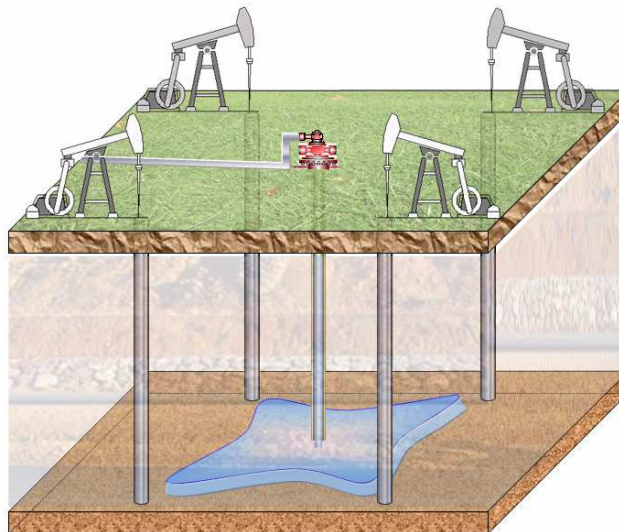
El nuevo modelo tiene en cuenta las consideraciones más significativas y aplicables presentadas en los modelos de Marx y Langenheim, Mandl y Volek y Closmann, de donde se toman los elementos de mayor significación para la descripción del flujo de calor en el medio poroso. Posteriormente, se define el sistema a modelar mediante una serie de suposiciones que fueron agrupadas en tres categorías que corresponden a las formaciones productoras, las formaciones no productoras y la inyección continua de vapor. Una vez definido el sistema a modelar fue necesario fijar las condiciones iniciales y de frontera del problema, las cuales permitirían obtener una solución particular para el mismo. Luego, se plantea un conjunto de balances de calor a partir de los cuales se obtiene una serie de ecuaciones integro-diferenciales que son resueltas usando la técnica de transformadas de Laplace. Finalmente, se establecen expresiones para el cálculo de parámetros como el volumen de la zona calentada, la tasa de producción de aceite, la tasa de pérdidas de calor y el factor de recobro de aceite los cuales son comparados con los resultados de una simulación numérica.

Este tipo de modelos tiene un gran impacto sobre la implementación futura de procesos de recuperación con inyección continua de vapor, puesto que se podría evaluar con mayor precisión y a bajo costo la factibilidad de aplicar este tipo de procesos. El hecho de evaluar con mayor exactitud la respuesta del yacimiento a la inyección genera menor incertidumbre en cuanto a los resultados obtenidos, lo cual hace que el uso de los modelos sea muy atractivo.

1. INYECCIÓN CONTINUA DE VAPOR

La inyección continua de vapor es un proceso de recuperación térmica en el cual vapor húmedo es inyectado a la formación en forma continua a través de varios pozos inyectoros, con el principal objetivo de generar un aumento en la temperatura promedio de la formación. El aumento de temperatura causa una significativa disminución en la viscosidad del aceite, lo cual permite que éste pueda ser desplazado con mayor facilidad desde la formación hacia los pozos productores, tal como se muestra en la figura 1.

Figura 1. Inyección continua de vapor.



Los procesos de inyección continua de vapor a diferencia de la estimulación con vapor, se caracterizan por presentar mayores factores de recobro de aceite. Este comportamiento se debe principalmente a que a que el volumen de la formación que es afectado por el proceso de calentamiento, es mayor en el proceso continuo. Sin embargo, debe tenerse en cuenta que la inyección continua de vapor es una técnica empleada para la recuperación de crudos de alta viscosidad y es muy probable que al

inicio del proyecto se tengan problemas de baja inyectividad de vapor en la zona de interés. Con el objetivo de mejorar la inyectividad inicial del vapor es muy común antes de empezar la inyección continua de vapor, realizar varios ciclos de estimulación¹¹.

Dentro de los mecanismos de recobro presentes durante la inyección de vapor se encuentran la reducción de la viscosidad, disminución de la saturación residual de aceite y el empuje por el vapor¹². La reducción en la viscosidad del aceite se presenta como consecuencia del aumento de la temperatura del sistema, generándose así un aumento en su movilidad. Al aumentar la movilidad del aceite, la resistencia al flujo disminuye, incrementando su tasa de producción. En la medida que el frente de vapor avanza en la formación, este pierde energía ocasionando la condensación del vapor. El vapor y el condensado tienen un efecto de empuje en la formación, de tal manera que el aceite presente en la zona de interés, es desplazado hacia el pozo productor¹³.

1.1. PARÁMETROS QUE AFECTAN LA INYECCIÓN CONTINUA DE VAPOR

La inyección continua de vapor es un proceso que está influenciado tanto por los parámetros operacionales propios de la técnica, como por las propiedades de la roca y los fluidos de la zona que está siendo sometida a dicho proceso, de allí la importancia de analizar la influencia ejercida por estos factores en el comportamiento de la inyección.

1.1.1. Parámetros de yacimiento. Los parámetros de yacimiento encierran las características propias de la formación que determinan la cantidad de fluido presente en la zona, al igual que los mecanismos que gobiernan el flujo de fluidos en el medio poroso. Aunque las propiedades del yacimiento no pueden ser modificadas por el ingeniero, estas deben ser estudiadas con detalle para establecer su influencia sobre el

¹¹ BOBERG, Thomas C. Thermal methods of oil recovery. United States of America, 1988. 411 p. (EXXON Monograph). ISBN 0-471-63300-3.

¹² HOFFMAN, B. T. and KOVSEK, A. R. Efficiency and oil recovery mechanisms steam injection into low permeability, hydraulically fractured reservoirs.

¹³ BOBERG, Thomas C. Thermal methods of oil recovery. United States of America, 1988. 411 p. (EXXON Monograph). ISBN 0-471-63300-3.

comportamiento de la inyección de vapor, de tal manera que se pueda establecer la factibilidad técnica de la aplicación de dicho proceso.

Dentro de los principales parámetros de yacimiento que se tienen en cuenta para la inyección continua de vapor están: la saturación de aceite, la porosidad de la roca, el espesor neto de la formación, la presencia de arcillas, la profundidad y presión de la formación de interés. A continuación se mencionará el efecto que tienen algunos de estos parámetros, sobre el comportamiento de la inyección continua de vapor.

Saturación de aceite y porosidad. La saturación de aceite y la porosidad de la roca son parámetros de gran importancia en el desarrollo de proyectos de recuperación mejorada, puesto que a partir de ellos se define la cantidad de aceite remanente en el yacimiento. Para que un proyecto de inyección de vapor sea económicamente atractivo, debe existir en el yacimiento suficiente cantidad de hidrocarburos recuperables para justificar la inversión. El volumen de aceite se expresa a partir de la relación definida por el producto de la porosidad y la saturación de aceite (ϕS_o), la cual según la **National Petroleum Council (NPC)** debe ser mayor a 0,1 para que el proyecto de inyección continua de vapor sea económicamente viable¹⁴.

Espesor de la formación. El efecto del espesor de la formación que está siendo invadida con vapor, está relacionado con la disminución en las pérdidas de calor hacia las formaciones adyacentes a medida que se incrementa el valor de este parámetro. El hecho de que exista una menor tasa de pérdidas de calor hacia las formaciones adyacentes; se ve reflejado en un aumento de la relación aceite-vapor y por tanto en la eficiencia térmica del proceso. El comportamiento antes descrito puede no ser válido para el caso en que el espesor de la formación es muy alto, ya que la eficiencia de barrido vertical puede disminuir como consecuencia de la segregación del vapor¹⁵.

¹⁴ BOBERG, Thomas C. Thermal methods of oil recovery. United States of America, 1988. 411 p. (EXXON Monograph). ISBN 0-471-63300-3.

¹⁵ IBID.

Profundidad¹⁶. El efecto de la profundidad a la cual se encuentra una formación que está siendo inundada con vapor se ve reflejado en las pérdidas de calor en el pozo y en la presión de inyección. A medida que la profundidad de una formación es mayor implica que el vapor tiene que recorrer una mayor distancia entre la cabeza del pozo y la cara de formación, es decir, existe una mayor área sobre la cual se presenta transferencia de calor hacia zonas de poco interés.

Generalmente en la medida en que aumenta la profundidad a la que se encuentra una zona de interés, su presión promedio también lo hace, generando que la presión de inyección se incremente. Observando las propiedades del vapor húmedo se sabe que entre mayor sea la presión a la que se encuentre el sistema, el contenido de calor que el vapor es capaz de transferir disminuye considerablemente.

Grado de estratificación. Un yacimiento estratificado es aquel que presenta variaciones en la permeabilidad vertical. Las zonas o estratos de diferente permeabilidad, generalmente exhiben continuidad lateral en el yacimiento o parte de él, de tal manera que procesos de desplazamiento pueden ser llevados a cabo. Cuando existe estratificación vertical el fluido desplazante barre más rápido las zonas más permeables dejando un volumen considerable de aceite en las zonas de menor permeabilidad, ocasionando una disminución en la relación aceite-vapor¹⁷.

1.1.2. Parámetros operacionales. Una vez se haya determinado que un yacimiento se constituye en un buen candidato para la aplicación de la inyección continua de vapor, como proceso de recuperación mejorada, se deben establecer los parámetros operacionales más adecuados para alcanzar la mayor eficiencia del proceso. Teniendo en cuenta que parámetros operacionales tales como la tasa, presión y calidad del vapor pueden ser ajustados a criterio de los ingenieros encargados del proyecto, es necesario establecer en forma clara el efecto que éstos tienen sobre el comportamiento del proceso.

¹⁶ BOBERG, Thomas C. Thermal methods of oil recovery. United States of America, 1988. 411 p. (EXXON Monograph). ISBN 0-471-63300-3.

¹⁷ CHIOU, R.C.S et al. South Belridge Tulare simulation study : Steamflood in a heterogeneous stratified reservoir. SPE 24633. Mayo 1995.

Tasa de inyección de vapor. La tasa a la cual el vapor es inyectado al yacimiento está sujeta a dos factores principalmente, que son la capacidad del generador y la capacidad de la formación de recibir el fluido inyectado. Cuando se selecciona la tasa de inyección de vapor, debe tenerse en cuenta que altas tasas de inyección contribuyen a que se presente una menor tasa de pérdidas de calor. Sin embargo, en la medida en que las tasas de inyección son muy altas, las presiones requeridas aumentan; lo cual genera mayores pérdidas de calor en el pozo y mayor esfuerzo en el revestimiento. Por otro lado debe tenerse en cuenta que a altas tasas de inyección puede presentarse una mayor canalización del vapor en el medio poroso, lo cual conlleva a menores eficiencias de recobro de aceite¹⁸.

Presión de inyección de vapor. A las condiciones a las que el vapor es inyectado en el yacimiento, éste se comporta en forma similar a un gas, ya que en la medida que aumenta la presión el volumen ocupado por el vapor es menor pero su temperatura aumenta, mejorando la eficiencia térmica en la formación¹⁹.

Calidad de vapor. En la medida que la calidad del vapor toma valores cercanos a uno, mayor es el contenido de calor que éste es capaz de transportar por unidad de masa de vapor²⁰. El hecho que la cantidad de calor que el vapor es capaz de transportar sea proporcional a su calidad, no es el único criterio que se debe tener en cuenta para seleccionar el valor de este parámetro. En la medida que la calidad del vapor se acerca a la unidad, se incurre en un incremento en el consumo de combustible para la generación del mismo y no se obtiene una ganancia significativa en la cantidad de calor que el vapor es capaz de transportar. Por otro lado, debe tenerse en cuenta que al inyectar vapor al yacimiento con calidades inferiores a uno, los sólidos disueltos presentes en el agua de alimentación del generador se depositan en la fase líquida del vapor, de tal manera que no pueden ocasionar un daño apreciable en el sistema de conducción del vapor.

¹⁸ BOBERG, Thomas C. Thermal methods of oil recovery. United States of America, 1988. 411 p. (EXXON Monograph). ISBN 0-471-63300-3.

¹⁹ IBID

²⁰ IBID

Espaciamiento entre pozos. Este parámetro tiene una incidencia directa sobre la duración del proyecto de inyección, ya que en la medida en que el espaciamiento entre pozos se reduce, el barrido del vapor en el yacimiento puede ser más uniforme, se disminuyen las pérdidas de calor y el tiempo requerido para alcanzar la máxima recuperación de aceite en un determinado volumen del yacimiento es menor²¹.

1.2. EVALUACIÓN DE UN PROCESO DE INYECCIÓN CONTINUA DE VAPOR

Actualmente, se considera que la manera más acertada de evaluar la factibilidad de implementar un proceso de recobro mejorado en un determinado yacimiento, es predecir su comportamiento bajo dicho esquema de recuperación, de tal forma que se pueda estudiar la respuesta del sistema al proceso y seleccionar el mejor programa de operación. La industria del petróleo cuenta con herramientas tales como los modelos numéricos, los modelos de analogías, los modelos físicos y los modelos analíticos, que permiten de una u otra manera predecir el comportamiento del yacimiento con cierta exactitud.

Los modelos numéricos, son herramientas que permiten describir el yacimiento en forma más aproximada, en comparación con los modelos de analogía y los modelos analíticos. En la etapa inicial de selección del proceso de recobro mejorado a ser implementado en un yacimiento, existe la tendencia a usar preferencialmente los modelos analíticos y de analogías para evaluar la prefactibilidad del proyecto. Esta tendencia obedece a que la construcción de un modelo de simulación requiere de gran cantidad de información de la estructura geológica del yacimiento, de las propiedades de la roca y los fluidos, de la interacción roca fluido, etc. La caracterización adecuada del yacimiento, al igual que la simulación, son procesos que implican gran inversión para la adquisición de la información requerida, costo en horas hombre y paquetes especializados.

²¹ BASHAM. Mike. Important modeling parameters for predicting steamflood performance. SPE 90713. September 2004.

Por otra parte, los modelos de analogías se fundamentan en un principio de similitud entre el yacimiento candidato a ser sometido al proceso de recuperación mejorada y yacimientos donde dicha técnica ya ha sido aplicada. La similitud entre las características de la estructura, propiedades de la roca y los fluidos dan un indicio acerca del comportamiento futuro de dicho proceso en el nuevo yacimiento. A pesar que estos modelos son más económicos, poseen la limitante que los principios estadísticos bajo los cuales se conciben no permiten que todos los parámetros de flujo de fluidos del yacimiento sean tenidos en cuenta, por lo que no se constituyen en un criterio definitivo a la hora de seleccionar la técnica de recuperación a implementar en determinado campo.

Los modelos físicos, son la reproducción escalada y simplificada de un yacimiento a partir de sistemas de menor tamaño. Estos permiten, a partir de leyes de escalamiento, obtener una aproximación cuantitativa de la respuesta del yacimiento a un proceso de desplazamiento además de representar los fenómenos físicos que ocurren en un proceso. Los modelos físicos pueden ser usados junto con los modelos analíticos y los modelos numéricos para disminuir el grado de incertidumbre de la toma de decisiones.

Los modelos analíticos, son herramientas matemáticas que permiten realizar cálculos para predecir el comportamiento de ciertos parámetros de los procesos de recuperación mejorada sin requerir información detallada del yacimiento, lo cual los hace muy atractivos en la etapa de selección del proceso de recuperación. Éstos están limitados en exactitud y flexibilidad en su uso debido a la "simplificación de fenómenos físicos que se presentan durante el proceso de recobro".

2. MODELOS ANALÍTICOS PARA INYECCIÓN CONTINUA DE VAPOR

Los modelos analíticos son herramientas preliminares de predicción que permiten obtener resultados rápidos de la respuesta de un yacimiento de hidrocarburos a procesos como la inyección continua de vapor. A lo largo de la historia de la ingeniería de petróleos diferentes modelos han sido desarrollados, por lo cual es necesario su estudio como precedente al planteamiento de cualquier nuevo modelo. Dicho estudio debe ser enfocado hacia el análisis de los principios físicos que gobiernan el flujo de calor y fluidos en el medio poroso, para posteriormente ser adaptados al sistema que se desea modelar.

A continuación, se presenta una descripción de las principales características de los modelos propuestos por Marx y Langenheim, Mandl y Volek y Closmann para posteriormente identificar sus fortalezas y debilidades.

2.1. MODELO DE MARX Y LANGENHEIM

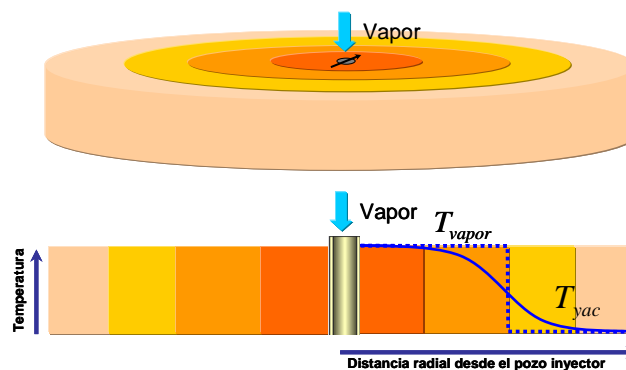
La necesidad de describir el comportamiento de un proceso de inyección de vapor, llevó a J. W. Marx y R. H. Langenheim (1959) a desarrollar uno de los modelos analíticos más importantes que hasta ahora han sido planteados para este tipo de procesos. El modelo parte de un balance de energía mediante el cual se obtiene una expresión para el cálculo del volumen de la zona que es calentada hasta la temperatura del vapor.

2.1.1. Suposiciones. El planteamiento matemático propuesto por Marx y Langenheim, parte de un conjunto de suposiciones a partir de las cuales se delimita el sistema modelado. Dichas suposiciones son presentadas a continuación:

- Sistema de flujo en una dimensión (Flujo lineal o radial según el sistema de coordenadas empleado).
- La inyección de vapor se realiza en un punto concéntrico del sistema.
- La zona donde el vapor es inyectado es homogénea y de espesor uniforme.
- Las propiedades físicas de la roca y los fluidos son constantes.
- La saturación de aceite en la zona calentada es igual a la saturación residual de aceite al vapor.
- El efecto de las fuerzas gravitacionales y de boyanza no es significativo, por tanto no se presenta drenaje gravitacional del vapor.
- La inyección de vapor se realiza a través de todo el espesor productor.
- En la zona de vapor no se presenta una caída apreciable de presión por lo cual se puede considerar que dicha zona permanece a una temperatura constante, es decir, la temperatura del vapor. El hecho que la caída de presión no sea apreciable conlleva a que las velocidades de flujo en el medio poroso sean lo suficientemente bajas para que el equilibrio de fases en el sistema de vapor húmedo pueda existir.
- La conductividad térmica vertical de tanto la zona productora como las formaciones adyacentes es finita, mientras que la conductividad térmica horizontal es cero. Este razonamiento conlleva a que el flujo de calor por conducción se de solo en la dirección vertical del sistema, despreciando el flujo de calor delante del frente de condensación.
- La tasa a la cual el vapor se inyecta a la formación, es constante.

- La distribución de temperatura en la zona calentada (línea continua, figura 2) puede ser aproximada a una función escalonada (línea punteada, figura 2) que va desde la temperatura del vapor hasta la temperatura del yacimiento.
- En la zona productora no existe un gradiente vertical de temperatura.
- Las pérdidas de calor de la zona calentada hacia las formaciones adyacentes se presentan solo en dirección vertical.
- Las formaciones adyacentes a la zona de interés son idénticas y de espesor infinito.
- Para tiempos mayores a cero la temperatura en el contacto entre la zona calentada y las formaciones adyacentes es igual a la temperatura del vapor.
- Al inicio de la inyección de vapor las formaciones adyacentes se encuentran a una temperatura igual a la temperatura del yacimiento.

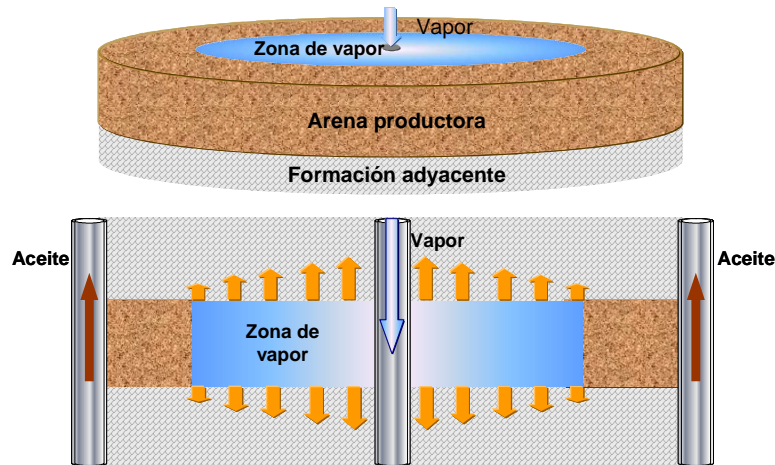
Figura 2 Distribución de temperatura



FUENTE: Modificado de: MARX, J. W and LANGENHEIM, R. H. Reservoir heating by hot fluid injection.

En la figura 3 se presenta en forma esquemática algunas de las suposiciones bajo las cuales fue desarrollado el modelo de Marx y Langenheim.

Figura 3. Suposiciones para el modelo de Marx y Langenheim



2.1.2. Relaciones matemáticas propuestas por Marx y Langenheim. La

principal contribución realizada por Marx y Langenheim radica en que obtuvieron diferentes expresiones para calcular parámetros como el volumen de la zona calentada, el volumen de aceite desplazado, la tasa de pérdidas de calor acumuladas e instantáneas y el área calentada al límite económico.

El **área calentada** es presentada en función de la tasa de ingreso de calor a la formación y las pérdidas de calor hacia las formaciones adyacentes, así:

$$A_c = \frac{\dot{Q}_i M_s h_{arena} \alpha_{ob}}{4K_{ob}^2 (T_v - T_r)} \left[e^{x^2} erfc(x) + \frac{2x}{\sqrt{\pi}} - 1 \right] \dots\dots\dots [2.1]$$

Donde

- A_c : Área calentada a la temperatura del vapor. [pie²]
- \dot{Q}_i : Tasa de ingreso de energía a la formación. Conociendo [BTU/h]
 que: $Q_i = \frac{350}{24} W [(h_w - h_r) + f_{st} L_v]$
- h_w : Entalpía del agua saturada [BTU/lb]
- h_r : Entalpía del agua a la temperatura del yacimiento [BTU/lb]
- L_v : Calor latente de vaporización [BTU/lb]

| | | |
|-----------------|--|----------------------------|
| f_{st} : | Calidad del vapor | [Fracción] |
| M_s : | Capacidad calórica volumétrica de la roca saturada. | [BTU/ pie ³ °F] |
| h_{arena} : | Espesor de la formación. | [pie] |
| α_{ob} : | Difusividad térmica de las formaciones adyacentes. | [pie ² /h] |
| K_{ob} : | Conductividad térmica de las formaciones adyacentes. | [BTU/ pie°F h] |
| T_v : | Temperatura del vapor. | [°F] |
| T_r : | Temperatura del yacimiento. | [°F] |
| x : | Argumento de la función error, $x = \left[\frac{2K_{ob}}{M_s h_t \sqrt{\alpha_{ob}}} \right] t^{1/2}$. | [Adimensional] |
| t : | Tiempo. | [h] |

Teniendo en cuenta que la inyección de vapor es realizada a través de todo el espesor productor, es posible definir el **volumen de la zona calentada** como el producto del área calentada por el espesor de la arena sometida a inyección.

$$V_c = \frac{\dot{Q}_i M_s h_{arena}^2 \alpha_{ob}}{4K_{ob}^2 (T_v - T_r)} \left[e^{x^2} \operatorname{erfc}(x) + \frac{2x}{\sqrt{\pi}} - 1 \right] \dots\dots\dots [2.2]$$

La **tasa de desplazamiento de aceite**, resultado de la inyección de vapor, está dada por la tasa a la cual el aceite móvil presente en la zona de vapor es desplazado y se expresa como:

$$q_o = 4.274 \frac{\dot{Q}_i \phi (S_o - S_{or})}{M_s (T_v - T_r)} e^{x^2} \operatorname{erfc}(x) \dots\dots\dots [2.3]$$

Donde:

| | | |
|----------|---|------------|
| q_o : | Tasa de desplazamiento de aceite. | [Bl/dia] |
| ϕ : | Porosidad. | [Fracción] |
| S_o : | Saturación de aceite al inicio de la inyección. | [Fracción] |

S_{or} : Saturación de aceite residual al vapor. [Fracción]

Las **pérdidas de calor acumuladas** a un determinado tiempo pueden ser determinadas a partir de un balance de calor, así:

$$\left[\begin{array}{c} \text{Calor inyectado} \\ \text{al tiempo } t \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} \text{Calor acumulado} \\ \text{al tiempo } t \end{array} \right] + \left[\begin{array}{c} \text{Calor perdido} \\ \text{al tiempo } t \end{array} \right]$$

Reemplazando cada uno de los términos del balance se obtiene que:

$$Q_{loss} = \dot{Q}_i t - M_s V_c (T_v - T_r) \quad \dots\dots\dots [2.4]$$

Donde:

- \dot{Q}_i : Tasa de inyección de calor. [BTU/h]
- t : Tiempo. [h]
- M_s : Capacidad calórica volumétrica de la roca saturada. [BTU/ pie³ °F]
- V_c : Volumen de la zona calentada. [pie³]
- T_v : Temperatura del vapor. [°F]
- T_r : Temperatura del yacimiento. [°F]
- Q_{loss} : Calor perdido al tiempo t [BTU]

El calor perdido a un tiempo t también puede ser expresado como una fracción del calor inyectado, así:

$$\%Q_{loss} = \frac{\dot{Q}_i t - M_s V_c (T_v - T_r)}{\dot{Q}_i t} * 100 \quad \dots\dots\dots [2.5]$$

La **tasa de pérdidas de calor instantáneas** se expresa como la fracción del calor inyectado que es transferido por conducción hacia las formaciones adyacentes, y se expresa como:

$$\dot{q}_{loss} = 1 - e^{-x^2} \operatorname{erfc}(x) \dots\dots\dots [2.6]$$

Donde \dot{q}_{loss} es la tasa de pérdidas de calor instantáneas en $[BTU/h]$.

Finalmente, Marx y Langenheim proponen que el **límite económico teórico**²² para el proceso de inyección de vapor se alcanza cuando el valor neto del petróleo desplazado por unidad de tiempo es igual al costo del calor inyectado por unidad de tiempo y puede ser obtenido a partir de la siguiente expresión:

$$e^{-x^2} \operatorname{erfc}(x) = 5.615 * 10^{-6} \frac{\$v M_s (T_v - T_r)}{\$o \phi (S_o - S_{or})} \dots\dots\dots [2.7]$$

Donde

- $\$o$: Valor del aceite. [dólares/Bl]
- $\$v$: Costo de la generación de calor que es inyectado al yacimiento. [dólares/MBTU]
- ϕ : Porosidad. [Fracción]
- S_o : Saturación de aceite al inicio de la inyección. [Fracción]
- S_{or} : Saturación de aceite residual al vapor. [Fracción]
- M_s : Capacidad calórica volumétrica de la roca saturada. [BTU/ pie³ ° F]
- T_v : Temperatura del vapor. [° F]
- T_r : Temperatura del yacimiento. [° F]
- x : Argumento de la función error. [Adimensional]

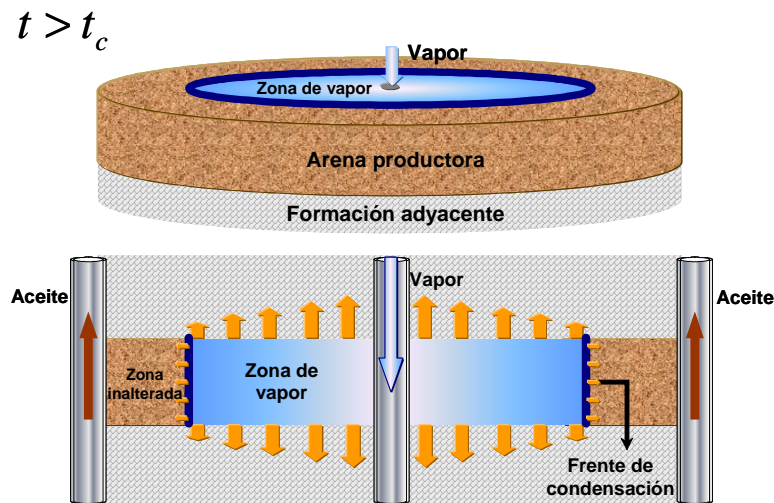
2.2. MODELO DE MANDL Y VOLEK

En el año 1967, G. Mandl y C. W. Volek después de haber analizado diferentes pruebas de campos sometidos a inyección continua de vapor, notaron que a partir de un

²² BAUTISTA, Ludy y GOMEZ, Julio. Inyección de vapor un método practico para su diseño. Proyecto de grado para optar por el título de Ingeniero de Petróleos. 1986.

determinado tiempo el modelo de Marx y Langenheim se alejaba del comportamiento real del yacimiento. Este fenómeno fue atribuido a que este modelo desprecia la transferencia de calor delante del frente de condensación, por lo cual quedó al descubierto la necesidad de estudiar el efecto del flujo de calor desde la zona de vapor hacia la zona inalterada, en el flujo de agua y aceite al igual que en la tasa de crecimiento de la zona de vapor. En la figura 4 se muestra una representación del sistema modelado por Mandl y Volek.

Figura 4. Representación esquemática del sistema modelado por Mandl-Volek



Fuente: Modificado de: MANDL, G and VOLEK, C. W. Heat and mass transport in steam-drive processes.

El principal interrogante que tuvo que ser resuelto por Mandl y Volek, fue establecer el tiempo al cual la transferencia de calor delante del frente de condensación tiene un efecto significativo sobre el crecimiento de la zona de vapor; éste es conocido como tiempo crítico. Para tiempos menores al tiempo crítico, el flujo de calor hacia la zona inalterada se da por conducción, mientras que para tiempos mayores se presenta la transferencia por conducción y convección, siendo este último mecanismo el que predomina en el comportamiento del proceso. Dado que la transferencia de calor por convección involucra el movimiento de fluidos, Mandl y Volek tuvieron que acoplar el flujo de masa y el flujo de calor en el modelamiento. Este acople fue realizado a partir de dos parámetros como lo son la capacidad calórica volumétrica y la viscosidad del

aceite, los cuales son función de la saturación de fluidos y la temperatura, respectivamente²³.

2.2.1. Suposiciones. Con el objetivo de introducir la transferencia de calor delante del frente de condensación en el modelamiento realizado previamente por Marx y Langenheim, Mandl y Volek plantearon las siguientes suposiciones adicionales:

- ❑ El frente de condensación es un plano perpendicular a los límites del sistema.
- ❑ La densidad, la viscosidad y el calor específico del aceite varían en función de la temperatura.
- ❑ El calor específico del agua y de la roca son constantes.
- ❑ La saturación promedio de aceite en la zona de vapor se mantiene constante.

2.2.2. Relaciones matemáticas propuestas por Mandl y Volek. Mandl y Volek obtuvieron una serie de expresiones que permiten calcular parámetros como el volumen de la zona calentada, el volumen de aceite desplazado, la tasa de pérdidas de calor acumuladas e instantáneas y el área calentada al límite económico para tiempos mayores al tiempo crítico.

Para el cálculo del **tiempo crítico** es necesario evaluar inicialmente la ecuación:

$$\beta = \left(1 + \frac{L_v f_{st}}{C_w (T_v - T_r)} \right)^{-1} \dots\dots\dots [2.8]$$

Donde

- β : Parámetro del modelo de Mandl y Volek. [Adimensional]
- L_v : Calor latente de vaporización [BTU/lb]

²³ MANDL, G. y VOLEK, C. W. Heat and mass transport in steam-drive processes. SPE 1896. 1967.

| | | |
|------------|-----------------------------|-------------|
| C_w : | Calor específico del agua | [BTU/lb °F] |
| f_{st} : | Calidad del vapor | [Fracción] |
| T_v : | Temperatura del vapor. | [° F] |
| T_r : | Temperatura del yacimiento. | [° F] |

A partir de un análisis de la velocidad del frente de condensación durante la inyección de vapor, Mandl y Volek establecieron que el parámetro β era equivalente a $\beta = e^{x_c^2} \operatorname{erfc}(x_c)$. Entonces por prueba y error se halla el valor de x_c para el cual la función error relacionada $e^{x_c^2} \operatorname{erfc}(x_c)$ se hace igual al valor de β calculado con la ecuación 2.8. Despejando el tiempo crítico de x_c se obtiene que:

$$t_c = \left(\frac{x_c M_s h_{arena} \sqrt{\alpha_{ob}}}{2K_{ob}} \right)^2 \dots\dots\dots [2.9]$$

Donde:

| | | |
|-----------------|--|----------------------------|
| t_c : | Tiempo crítico. | [h] |
| M_s : | Capacidad calórica volumétrica de la roca saturada. | [BTU/ pie ³ °F] |
| h_{arena} : | Espesor de la formación. | [pie] |
| α_{ob} : | Difusividad térmica de las formaciones adyacentes. | [pie ² /h] |
| K_{ob} : | Conductividad térmica de las formaciones adyacentes. | [BTU/ pie °F h] |
| x_c : | Argumento de la función error evaluado a t_c . | [Adimensional] |

El área calentada para $t > t_c$, se expresa como:

$$A_c = \frac{\dot{Q}_i M_s h_{arena} \alpha_{ob}}{4K_{ob}^2 (T_v - T_r)} \left[e^{x^2} \operatorname{erfc}(x) + \frac{2x}{\sqrt{\pi}} - 1 - \sqrt{\frac{x^2 - x_c^2}{\pi}} \left\{ \beta + \frac{x^2 - x_c^2 - 3}{3} e^{x^2} \operatorname{erfc}(x) - \frac{x^2 - x_c^2}{3\sqrt{\pi x^2}} \right\} \right] \dots\dots\dots [2.10]$$

Donde:

| | | |
|-----------------|--|-------------------------|
| A_c : | Área calentada a la temperatura del vapor. | $[pie^2]$ |
| \dot{Q}_i : | Tasa de ingreso de energía a la formación. Conociendo | $[BTU/h]$ |
| | que: $Q_i = \frac{350}{24} W [(h_w - h_r) + f_{st} L_v]$ | |
| h_w : | Entalpía del agua saturada | $[BTU/lb]$ |
| h_r : | Entalpía del agua a la temperatura del yacimiento | $[BTU/lb]$ |
| L_v : | Calor latente de vaporización | $[BTU/lb]$ |
| f_{st} : | Calidad del vapor | $[Fracción]$ |
| M_s : | Capacidad calórica volumétrica de la roca saturada. | $[BTU / pie^3 \circ F]$ |
| h_{arena} : | Espesor de la formación. | $[pie]$ |
| α_{ob} : | Difusividad térmica de las formaciones adyacentes. | $[pie^2/h]$ |
| K_{ob} : | Conductividad térmica de las formaciones adyacentes. | $[BTU / pie \circ Fh]$ |
| T_v : | Temperatura del vapor. | $[\circ F]$ |
| T_r : | Temperatura del yacimiento. | $[\circ F]$ |
| x : | Argumento de la función error. | $[Adimensional]$ |
| t : | Tiempo. | $[h]$ |
| x_c : | Argumento de la función error evaluado a t_c . | $[Adimensional]$ |

El **volumen de la zona calentada** estará dado por el producto del área calentada y el espesor de la arena inundada, así:

$$V_c = \frac{\dot{Q}_i M_s h_{arena}^2 \alpha_{ob}}{4 K_{ob}^2 (T_v - T_r)} \left[e^{x^2} \operatorname{erfc}(x) + \frac{2x}{\sqrt{\pi}} - 1 - \sqrt{\frac{x^2 - x_c^2}{\pi}} \left\{ \beta + \frac{x^2 - x_c^2 - 3}{3} e^{x^2} \operatorname{erfc}(x) - \frac{x^2 - x_c^2}{3\sqrt{\pi x^2}} \right\} \right] \quad [2.11]$$

La **tasa de desplazamiento de aceite**, se expresa como la tasa a la cual el aceite móvil presente en la zona de vapor es desplazado:

$$q_o = 4.274 \left[\frac{\dot{Q}_i \phi (S_o - S_{or})}{M_s (T_v - T_r)} \right] \left[\left(1 - \frac{(x^2 - x_c^2 - 2) \sqrt{x^2 - x_c^2}}{3\sqrt{\pi}} - \frac{x^2 - x_c^2 - 3}{6\sqrt{\pi(x^2 - x_c^2)}} \right) e^{x^2} \operatorname{erfc}(x) + \frac{1}{3\pi} \left(x^2 - x_c^2 - 2 + \frac{x_c^2}{2x^2} \right) \sqrt{\frac{x^2 - x_c^2}{x^2}} - \frac{\beta}{2\sqrt{\pi(x^2 - x_c^2)}} \right] \quad [2.12]$$

Donde:

- q_o : Tasa de desplazamiento de aceite. [Bl/dia]
- ϕ : Porosidad. [Fracción]
- S_o : Saturación de aceite al inicio de la inyección. [Fracción]
- S_{or} : Saturación de aceite residual al vapor. [Fracción]
- \dot{Q}_i : Tasa de inyección de calor. [BTU/h]
- M_s : Capacidad calórica volumétrica de la roca saturada. [BTU/pie³ °F]
- T_v : Temperatura del vapor. [°F]
- T_r : Temperatura del yacimiento. [°F]
- x : Argumento de la función error. [Adimensional]
- x_c : Argumento de la función error evaluado a t_c . [Adimensional]

La **tasa de pérdidas de calor acumuladas** está representada por la diferencia entre en calor que ingresa a la formación y el calor que se transfiere fuera de la zona de vapor, así:

$$Q_{loss} = \dot{Q}_i t - M_s V_c (T_v - T_r) \quad \dots\dots\dots [2.13]$$

Donde:

- \dot{Q}_i : Tasa de inyección de calor. [BTU/h]
- t : Tiempo. [h]
- M_s : Capacidad calórica volumétrica de la roca saturada. [BTU/pie³ °F]

| | | |
|--------------|-------------------------------|-----------|
| V_c : | Volumen de la zona calentada. | $[pie^3]$ |
| T_v : | Temperatura del vapor. | $[° F]$ |
| T_r : | Temperatura del yacimiento. | $[° F]$ |
| Q_{loss} : | Calor perdido al tiempo t | $[BTU]$ |

La **tasa de pérdidas de calor instantáneas** se expresa como la fracción del calor inyectado que es transferido fuera de la zona de vapor, y se expresa como:

$$q_{loss} = \dot{Q}_i - \dot{Q}_o \left[\left(1 - \frac{(x^2 - x_c^2 - 2)\sqrt{x^2 - x_c^2}}{3\sqrt{\pi}} - \frac{x^2 - x_c^2 - 3}{6\sqrt{\pi(x^2 - x_c^2)}} \right) e^{x^2} \operatorname{erfc}(x) + \frac{1}{3\pi} \left(x^2 - x_c^2 - 2 + \frac{x_c^2}{2x^2} \right) \sqrt{\frac{x^2 - x_c^2}{x^2}} - \frac{\beta}{2\sqrt{\pi(x^2 - x_c^2)}} \right] \dots \quad [2.14]$$

Donde \dot{q}_{loss} es la tasa de pérdidas de calor instantáneas en $[BTU/h]$.

Finalmente, utilizando el mismo planteamiento propuesto por Marx y Langenheim para el cálculo del **área calentada al límite económico**, se elaboró una nueva expresión usando las ecuaciones encontradas por Mandl y Volek, así:

$$\left[\left(1 - \frac{(x^2 - x_c^2 - 2)\sqrt{x^2 - x_c^2}}{3\sqrt{\pi}} - \frac{x^2 - x_c^2 - 3}{6\sqrt{\pi(x^2 - x_c^2)}} \right) e^{x^2} \operatorname{erfc}(x) + \frac{1}{3\pi} \left(x^2 - x_c^2 - 2 + \frac{x_c^2}{2x^2} \right) \sqrt{\frac{x^2 - x_c^2}{x^2}} - \frac{\beta}{2\sqrt{\pi(x^2 - x_c^2)}} \right] = 5.618 * 10^{-6} \left[\frac{USvM_s(T_v - T_r)}{USo\phi(S_o - S_{or})} \right] \quad [2.15]$$

Donde

| | | |
|---------|---|------------------|
| $\$o$: | Valor del aceite. | $[dólares/Bl]$ |
| $\$v$: | Costo de la generación de calor que es inyectado al yacimiento. | $[dólares/MBTU]$ |

| | | |
|------------|---|-----------------------------|
| ϕ : | Porosidad. | [Fracción] |
| S_o : | Saturación de aceite al inicio de la inyección. | [Fracción] |
| S_{or} : | Saturación de aceite residual al vapor. | [Fracción] |
| M_s : | Capacidad calórica volumétrica de la roca saturada. | [BTU/ pie ³ ° F] |
| T_v : | Temperatura del vapor. | [° F] |
| T_r : | Temperatura del yacimiento. | [° F] |
| x : | Argumento de la función error. | [Adimensional] |
| x_c : | Argumento de la función error evaluado a t_c . | [Adimensional] |

2.3. MODELO DE CLOSMANN

Los modelos analíticos desarrollados hasta el año 1967, habían sido propuestos para sistemas homogéneos de una sola capa. Sin embargo, la mayoría de yacimientos de hidrocarburos son estratificados, lo cual hace que el uso de dichos modelos sea muy limitado. Para efectuar predicciones en este tipo de yacimientos Philip. J. Closmann planteó una serie de relaciones matemáticas que permiten describir el desarrollo de múltiples zonas paralelas de vapor de igual espesor y separación uniforme²⁴, en sistemas menos idealizados.

2.3.1. Suposiciones. Closmann considera un yacimiento estratificado como el presentado en la figura 5, para cuyo modelamiento plantea las siguientes suposiciones:

- Las zonas de inundadas con vapor en el sistema tienen las mismas propiedades e igual espesor.
- Las zonas de vapor se encuentran separadas por capas impermeables de igual espesor.

²⁴ CLOSMANN, P. J. Steam zone growth during multiple-layer steam injection. SPE 1716. Marzo. 1967.

- Existe un número infinito de capas en la dirección vertical.
- El vapor entra en todas las zonas productoras a la misma tasa constante de inyección.
- La distribución de temperatura puede ser aproximada a una función escalonada que va desde la temperatura del vapor en la zona calentada hasta la temperatura del yacimiento en la zona inalterada.
- Las pérdidas de calor se presentan solo en dirección vertical hacia los límites de la zona de vapor.
- No existe transferencia de calor delante del frente de condensación.

Figura 5. Sistema modelado por P. J. Closmann.



FUENTE: Modificado de: CLOSMANN, P. J. Steam zone growth during multiple-layer steam injection.

2.3.2. Relaciones matemáticas propuestas por Closmann. El trabajo presentado por Closmann se centra únicamente en el desarrollo de una expresión para el cálculo del **volumen de la zona calentada**, la cual es presentada a continuación:

$$V_c = \frac{\dot{Q}_i l^2 M_{ob}}{M_s K_{ob} (T_v - T_r)} \left[\frac{K_{ob} t}{M_{ob} l^2 (1 + R)} + \frac{R}{12(1 + R)^2} - \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} e^{\left(\frac{-4\alpha_n^2 K_{ob} t}{M_{ob} l^2} \right)} \frac{1}{\alpha_n^2 B_n} \right] \dots\dots\dots [2.16]$$

Donde:

- V_c : Volumen de la zona calentada [pie³]
- Q_i : Tasa constante de inyección de calor por capas [BTU/dia]
- K_{ob} : Conductividad térmica de las formaciones impermeables [BTU/pie dia °F]
- M_{ob} : Capacidad calórica volumétrica de las formaciones impermeables [BTU/pie hr °F]
- M_s : Capacidad calórica volumétrica de la roca saturada [BTU/pie³ °F]
- h_{arena} : Espesor de la formación productora [pie]
- l : Espesor de las zonas impermeables [pie]
- R : Parámetro del modelo de Closmann. [Adimensional]

$$R = \frac{l M_{ob}}{h_{arena} M_s}$$

B_n : Parámetro del modelo de Closmann. [Adimensional]

$$B_n = \alpha_n^2 \frac{h_{arena} M_s}{l M_{ob}} + 1 + \frac{l M_{ob}}{h_{arena} M_s}$$

Tomando como referencia algunos de los planteamientos realizados por Marx y Langenheim y Mandl y Volek, se determinaron expresiones para el cálculo de parámetros como la tasa de desplazamiento de aceite y la tasa de pérdidas de calor acumuladas e instantáneas. Teniendo en cuenta que la **tasa de desplazamiento de aceite** [Bl/dia] es función de la variación del volumen de la zona calentada con respecto al tiempo, se obtuvo que:

$$q_0 = \frac{\dot{Q}_i l^2 M_{ob} \phi (S_o - S_{or})}{5.615 M_s K_{ob} (T_v - T_r)} \left[\frac{K_{ob}}{M_{ob} l^2 (1 + R)} + \frac{2 K_{ob}}{M_{ob} l^2} \sum_{n=1}^{\infty} e^{\left(\frac{-4\alpha_n^2 K_{ob} t}{M_{ob} l^2} \right)} \frac{1}{B_n} \right] \dots\dots\dots [2.17]$$

Asumiendo que no existe una interacción térmica entre las diferentes zonas de vapor del sistema, se establece que la **tasa de pérdidas de calor acumuladas** para cada una de las zonas inundadas, está dada por la diferencia entre el calor que ingresa y el calor que se transfiere fuera de la misma, así:

$$\dot{Q}_{loss} = \dot{Q}_i * t - \frac{\dot{Q}_i l^2 M_{ob}}{K_{ob}} \left[\frac{K_{ob} t}{M_{ob} l^2 (1+R)} + \frac{R}{12(1+R)^2} - \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{\left(\frac{-4\alpha_n^2 K_{ob} t}{M_{ob} l^2}\right)}}{\alpha_n^2 B_n} \right] \dots\dots [2.18]$$

Donde:

- \dot{Q}_{loss} : Calor perdido al tiempo t [BTU]
- \dot{Q}_i : Tasa constante de inyección de calor por capas [BTU/dia]
- t : Tiempo transcurrido después de iniciada la inyección. [dias]
- K_{ob} : Conductividad térmica de las formaciones impermeables [BTU/pie dia °F]
- M_{ob} : Capacidad calórica volumétrica de las formaciones impermeables [BTU/pie hr °F]
- M_s : Capacidad calórica volumétrica de la roca saturada [BTU/pie³ °F]
- h_{arena} : Espesor de la formación productora [pie]
- l : Espesor de las zonas impermeables [pie]
- R : Parámetro del modelo de Cloosmann. [Adimensional]
- B_n : Parámetro del modelo de Cloosmann. [Adimensional]

La tasa de **pérdida de calor instantánea** se define como la diferencia entre el calor que ingresa y el calor que se transfiere fuera de la zona de vapor por unidad de tiempo y se expresa como:

$$q_{loss} = \dot{Q}_i - \frac{\dot{Q}_i l^2 M_{ob}}{K_{ob}} \left[\frac{K_{ob}}{M_{ob} l^2 (1+R)} + \frac{2K_{ob}}{M_{ob} l^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{\left(\frac{-4\alpha_n^2 K_{ob} t}{M_{ob} l^2}\right)}}{B_n} \right] \dots\dots\dots [2.19]$$

2.4.FORTALEZAS Y DEBILIDADES DE LOS MODELOS PRESENTADOS

La identificación de las fortalezas y debilidades de los modelos de Marx y Langenheim, Mandl y Volek y Closmann (Tabla 1) fue realizada a partir de un estudio comparado de los mismos, en el cual se tuvo en cuenta parámetros como el origen, las causas que lo originaron, la esencia, la estructura, los componentes, la utilidad, el contexto y la importancia.

Tabla 1. Fortalezas y debilidades de los modelos estudiados.

| FORTALEZAS | MODELOS | | |
|---|---------|----|----|
| | 1 | 2 | 3 |
| Presenta un modelamiento básico de los fenómenos de transferencia de calor que ocurren en el yacimiento durante la inyección continua de vapor. | Si | Si | Si |
| No existe restricción en cuanto a la forma de la zona invadida por el vapor. | Si | Si | Si |
| Considera la transferencia de calor delante del frente de condensación. | No | Si | No |
| Requiere de poca información para su evaluación. | Si | Si | Si |
| Permite establecer un estimativo de los requerimientos de energía para el proceso. | Si | Si | Si |
| Describe el crecimiento de la zona de vapor en yacimientos estratificados. | No | No | Si |
| Tiene en cuenta la variación de las propiedades térmicas de los fluidos con la temperatura. | No | Si | No |
| DEBILIDADES | 1 | 2 | 3 |
| No describe en forma adecuada el comportamiento de la inyección después de la ruptura. | Si | Si | Si |
| No permite una descripción adecuada de la tasa de producción de aceite. | Si | Si | Si |
| No considera las pérdidas de calor por los fluidos producidos. | Si | Si | Si |
| Considera la transferencia de calor únicamente en una dimensión. | Si | Si | Si |
| Describe el comportamiento de la inyección continua de vapor en sistemas muy idealizados. | Si | Si | Si |
| Sobrestiman la respuesta del yacimiento a la inyección de vapor. | Si | Si | Si |
| Presenta problemas de exactitud a medida que disminuye la calidad del vapor. | Si | No | - |
| Considera que la eficiencia de desplazamiento es igual al 100%. | Si | Si | Si |

1. Modelo de Marx y Langenheim. 2. Modelo de Mandl y Volek. 3. Modelo de CLOsmann.

3. MODELO ANALÍTICO PARA INYECCIÓN CONTINUA DE VAPOR EN YACIMIENTOS ESTRATIFICADOS

Los modelos analíticos son descripciones matemáticas de procesos o fenómenos que se llevan a cabo en un yacimiento y tienen como objetivo tratar de predecir la respuesta de la formación bajo determinadas condiciones de explotación. Por ello, el desarrollo de un modelo analítico parte de la necesidad de comprender y describir un fenómeno en un área de estudio específica. Una vez se ha identificado el problema, es necesario definir claramente el sistema a modelar, del cual dependerá significativamente el éxito del modelamiento.

Además de la definición del sistema, es necesario realizar una serie de suposiciones relacionadas con sus componentes y el fenómeno a predecir, las cuales deben ser lo suficientemente simples para darles algún tipo de tratamiento matemático. Teniendo en cuenta que del modelamiento matemático resultan una serie de ecuaciones diferenciales que requieren de una solución particular para el sistema de interés, se deben plantear las condiciones iniciales y de frontera propias del fenómeno modelado. Una vez obtenido el modelo, se realizan predicciones que deben ser evaluadas a partir de datos que reflejen lo más exacto posible el comportamiento real del sistema.

3.1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

El uso de modelos analíticos para inyección continua de vapor está limitado principalmente por la comprensión de las suposiciones bajo las cuales fueron desarrollados; y por consiguiente la similitud entre el yacimiento y el sistema descrito por el modelo. En su mayoría, los modelos analíticos existentes están diseñados para yacimientos homogéneos, por lo cual tienen un alto nivel de incertidumbre en su respuesta ya que todos los yacimientos de hidrocarburos presentan cierto grado de

heterogeneidad. A pesar de esto, son una herramienta usada frecuentemente en la evaluación inicial de proyectos de inyección continua de vapor, puesto que permiten obtener aproximaciones de la respuesta del yacimiento a bajo costo y con poca información. Por ello, surge la necesidad de desarrollar nuevos modelos que tengan en cuenta el efecto de heterogeneidades como la presencia de intercalaciones de arcilla en el desempeño de la inyección continua de vapor.

La importancia de establecer el efecto de la presencia de intercalaciones de arcillas en el comportamiento de la inyección continua de vapor, se centra en poder predecir el crecimiento de la zona de vapor, debido a la relación existente entre el volumen de dicha zona con la tasa de producción de aceite. Modelos como los de Marx y Langenheim²⁵ y Mandl y Volek²⁶, evidencian la dependencia del crecimiento de la zona de vapor con las pérdidas de calor de la zona inundada hacia las formaciones adyacentes. En el caso de un yacimiento de una sola capa, las pérdidas de calor se producen hacia el **overburden** y **underburden** que para efectos de modelamiento son considerados sólidos semi-infinitos. Cuando se tienen yacimientos con presencia de intercalaciones de arcillas, existen varias zonas sometidas simultáneamente a inyección continua de vapor, por lo cual entre dos zonas de vapor las pérdidas de calor se producen hacia formaciones de espesor finito, generando un cambio en la dinámica de crecimiento de la zona de vapor en las áreas inundadas. Figura 6.

3.2.DEFINICION DEL SISTEMA A MODELAR

El modelo analítico propuesto considera una serie de zonas productoras horizontales que están siendo sometidas en forma simultánea a inyección continua de vapor y que se encuentran separadas entre si por formaciones impermeables. En la figura 7 se presenta un esquema del sistema en mención.

Las suposiciones planteadas para el desarrollo del modelo matemático correspondiente al sistema seleccionado, son presentadas en tres grupos así: zonas productoras, zonas no productoras e inyección continua de vapor.

²⁵ MARX, J.W. y LANGENHEIM, R.H. Reservoir Heating by Hot Fluid Injection. Trans. AIME. Vol. 216, 1959.

²⁶ MANDL, G. and VOLEK, C. W. Heat and mass transport in steam-drive processes. SPE 1896. 1967.

Figura 6. Comparación entre un yacimiento de una sola capa y uno de múltiples capas sometido a inyección continua de vapor.

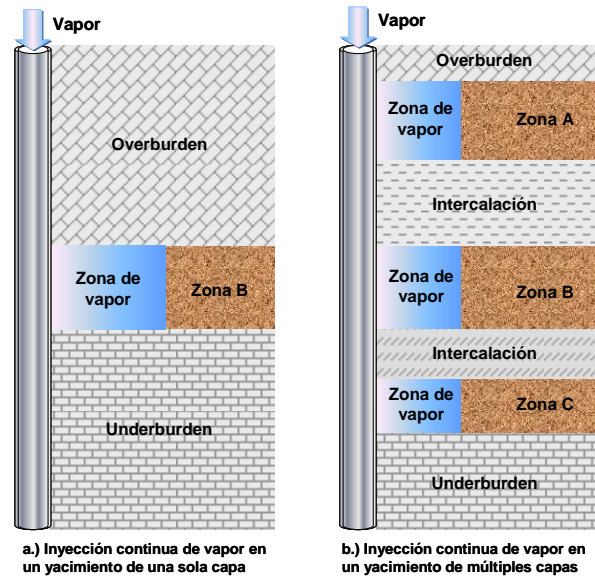


Figura 7. Sistema a modelar.



3.2.1. Zonas productoras. Las arenas productoras que conforman el sistema son consideradas zonas homogéneas de espesor uniforme, lo cual permite suponer un crecimiento uniforme de la zona de vapor al igual que una mayor estabilidad en el frente de inyección. En este caso en particular no se ha establecido ninguna restricción en cuanto al espesor de las arenas y tampoco se ha fijado un número límite de zonas

productas, siempre y cuando éstas se encuentren separadas por formaciones impermeables.

Dado que las propiedades térmicas de la roca, conductividad y difusividad térmica, gobiernan el flujo de calor en la misma, se asume para dichas zonas una conductividad térmica finita, de tal manera que se pueda garantizar que el equilibrio térmico se alcance una vez el vapor entra en contacto con el sistema roca-fluido.

3.2.2. Zonas no productoras. En el sistema a modelar se evidencia la presencia de dos tipos de formaciones no productoras, que son: las intercalaciones de arcilla y las formaciones adyacentes a los límites superior e inferior del sistema. A pesar que estas formaciones no aportan fluidos a la producción, su caracterización es de gran importancia, ya que existe una transferencia de calor hacia ellas desde las zonas que están siendo sometidas a inyección continua de vapor.

3.2.2.1. Intercalaciones de arcilla. Las intercalaciones de arcilla han sido definidas como formaciones horizontales de espesor uniforme y finito, con diferentes propiedades y espesores entre si. De igual forma, se ha establecido que la conductividad térmica horizontal es igual a cero y la conductividad térmica vertical tiene un valor finito diferente de cero, esto con el objetivo de considerar el flujo de calor por conducción solo en dirección vertical.

3.2.2.2. Formaciones adyacentes a los límites del sistema. A diferencia de las intercalaciones de arcilla, las formaciones adyacentes a los límites superior e inferior del sistema son consideradas zonas de espesor infinito, de tal manera que se pueda suponer que para cualquier tiempo es posible hallar a una determinada distancia del contacto con la zona de vapor, la temperatura inicial promedio del yacimiento.

3.2.3. Inyección continua de vapor. Teniendo en cuenta que en este caso el modelamiento incluye la respuesta del yacimiento a un proceso de recuperación mejorada, a continuación se presentan las suposiciones que definen las características de la inyección continua de vapor en cada una de las zonas productoras.

- ❑ La inyección de vapor se realiza en un punto concéntrico del sistema.
- ❑ El vapor ingresa simultáneamente en todas las zonas productoras a la misma tasa por unidad de volumen y a través de todo el espesor productor.
- ❑ No existe segregación gravitacional del vapor.
- ❑ El desplazamiento de vapor se efectúa en una sola dimensión.
- ❑ En la zona productora no existe un gradiente vertical de temperatura.
- ❑ En la zona de vapor no se presenta una caída apreciable de presión por lo cual se puede considerar que dicha zona permanece a una temperatura constante, es decir, la temperatura del vapor.
- ❑ La distribución de temperatura en la zona calentada puede ser aproximada a una función escalonada que va desde la temperatura del vapor en la zona de vapor hasta la temperatura del yacimiento en la zona inalterada.
- ❑ Las pérdidas de calor ocurren en dirección normal al límite horizontal de la zona de vapor.
- ❑ La transferencia de calor a través del frente de condensación es despreciable.

3.2.4. Condición inicial. Para el sistema modelado la condición inicial está dada por la temperatura de las zonas productoras, las intercalaciones de arcilla y las formaciones adyacentes a los límites del sistema justo antes de iniciar el proceso de

inyección continua de vapor. En este caso en particular se asume una temperatura inicial promedio en función de la temperatura de las zonas involucradas en el modelo, la cual se expresa como:

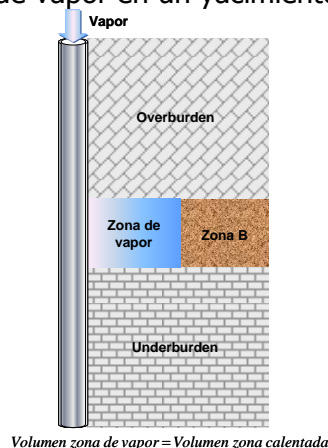
$$T(x, z) = T_r \quad t = 0 \quad \dots\dots\dots [3.1]$$

3.2.5. Condiciones de frontera. Como única condición de frontera para el sistema modelado, se ha establecido que durante la inyección continua de vapor, los contactos entre la zona de vapor y las zonas no productoras permanecen a la temperatura del vapor.

3.3. PLANTEAMIENTO MATEMÁTICO

Cuando un yacimiento de una sola capa como el presentado en la figura 8 es sometido a inyección continua de vapor, es posible suponer que el volumen de la zona de vapor es equivalente al volumen de la zona calentada, siempre y cuando la transferencia de calor delante del frente de condensación sea despreciable. Teniendo en cuenta que el volumen de la zona calentada puede ser determinado a partir de un balance de calor sobre la zona de vapor, es posible obtener una expresión para la tasa de desplazamiento de aceite en función de la variación del volumen de la zona de vapor.

Figura 8. Inyección continua de vapor en un yacimiento de una sola capa.

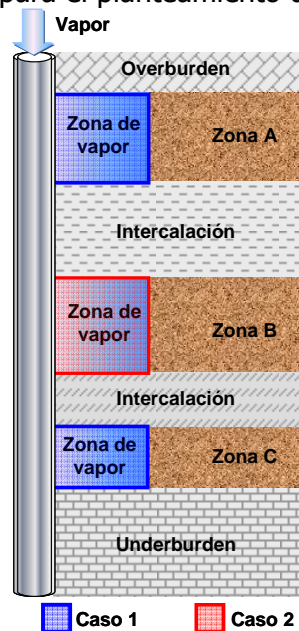


En el caso de yacimientos que presentan intercalaciones de arcilla y cuyas zonas productoras se encuentran sometidas a inyección continua de vapor en forma simultánea, es posible realizar el modelamiento como si se tratara de un arreglo en serie de yacimientos de una sola capa. Por ello, se establece la necesidad de plantear un balance de calor sobre cada una de las zonas de vapor presentes en el modelo, como se aprecia en la figura 9. En forma general, se identifican dos casos de estudio, que son:

Caso 1: La zona productora se encuentra limitada por una intercalación de arcilla y el **overburden** o **underburden**.

Caso 2: La zona de vapor está limitada por dos intercalaciones de arcilla.

Figura 9. Volumen de control para el planteamiento del balance de calor.



La principal diferencia entre los términos del balance de calor planteado para los casos 1 y 2 estará representada en el término que involucra las pérdidas de calor, ya que en el caso 1 éstas estarán dadas en una parte por el flujo de calor hacia una zona de espesor infinito y la otra parte hacia una zona de espesor finito. En el caso 2, las

pérdidas de calor estarán definidas por el flujo de calor hacia dos zonas de espesor finito.

Partiendo de la ley de conservación de energía se tiene que:

$$\left[\begin{array}{c} \text{Tasa de energía} \\ \text{inyectada} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} \text{Tasa de pérdidas} \\ \text{de energía} \end{array} \right] + \left[\begin{array}{c} \text{Tasa de acumulación de} \\ \text{energía en el sistema} \end{array} \right]$$

$$\dot{Q}_i = \dot{Q}_{loss} + \dot{Q}_s \dots\dots\dots [3.2]$$

Donde.

\dot{Q}_i : Tasa de inyección de calor. [BTU/h]

\dot{Q}_{loss} : Tasa de pérdidas de calor. [BTU/h]

\dot{Q}_s : Tasa de acumulación de energía en la zona calentada. [BTU/h]

3.3.1. Tasa de inyección de calor en la zona productora. \dot{Q}_i . La energía que ingresa a las zonas productoras estará representada únicamente por el calor transportado por el vapor que está siendo inyectado. Es importante resaltar, que a cada una de las zonas productoras se introduce solo una fracción del volumen total de vapor que llega al pozo, asumiendo que ingresa la misma cantidad de energía por unidad de espesor neto. Por tanto, se puede decir que la tasa de ingreso de energía a la formación depende de la tasa a la cual el vapor es inyectado, de las propiedades térmicas del mismo y del espesor de la arena sometida a inyección.

Matemáticamente la tasa de inyección de calor en cada una de las zonas productoras está dada por:

$$\dot{Q}_i = \left(\frac{350}{24} \right) W \frac{h_{arena}}{h_{neto}} [(h_w - h_r) + f_{st} L_v] \dots\dots\dots [3.3]$$

Donde.

| | | |
|---------------|--|------------|
| \dot{Q}_i : | Tasa de inyección de calor. | [BTU/h] |
| W : | Volumen equivalente de agua inyectada. | [Bl/dia] |
| h_w : | Entalpía del agua saturada. | [BTU/lb] |
| h_r : | Entalpía del agua a la temperatura del yacimiento. | [BTU/lb] |
| L_v : | Entalpía del vapor saturado. | [BTU/lb] |
| f_{st} : | Calidad del vapor. | [Fracción] |
| h_{arena} : | Espesor de la arena sometida a inyección. | [pies] |
| h_{neto} : | Espesor neto productor. | [pies] |

3.3.2. Tasa de pérdidas de calor. \dot{Q}_{loss} . En un sistema estratificado como el que se desea modelar, las pérdidas de calor están definidas por la cantidad de calor que por unidad de tiempo es transferida hacia las zonas no productoras. Dado que en las zonas no productoras no existe flujo de fluidos, la transferencia de calor se da por conducción.

Teniendo en cuenta que la conducción de calor es un proceso lento en rocas como las que encontramos asociadas a los yacimientos de hidrocarburos²⁷, el flujo de calor durante la inyección se da predominantemente en estado transitorio. Este comportamiento es generado por la existencia de una variación de la temperatura con el tiempo a través del espesor de las zonas no productoras.

Aunque en las zonas no productoras el flujo de calor se da en estado transitorio, el modelamiento para cuantificar la cantidad de calor transferida hacia el **overburden**, el **underburden** y las intercalaciones de arcilla no es el mismo, debido a que presentan grandes diferencias en cuanto a sus espesores y condiciones de frontera.

²⁷ BUTLER, Roger. Thermal recovery of oil and bitumen. Calgary: GravDrain Inc, 1998. ISBN 0-9682563-0-9.

3.3.2.1. Pérdidas de calor hacia el overburden y underburden. La transferencia de calor por conducción ya sea hacia el **overburden** y el **underburden** es descrita por la ley de Fourier (Ecuación 3.4). Esta ley determina que la tasa de flujo de calor a través de un sólido es proporcional a la conductividad térmica del material y a la distribución de temperatura con respecto a la distancia.

$$q = -K \frac{\partial T}{\partial z} \dots\dots\dots [3.4]$$

Donde

- q : Tasa de flujo de calor por unidad de área. [BTU/h pie²]
- K : Conductividad térmica del material. [BTU/h pie ° F]
- T : Temperatura. [° F]
- z : Longitud. [pie]

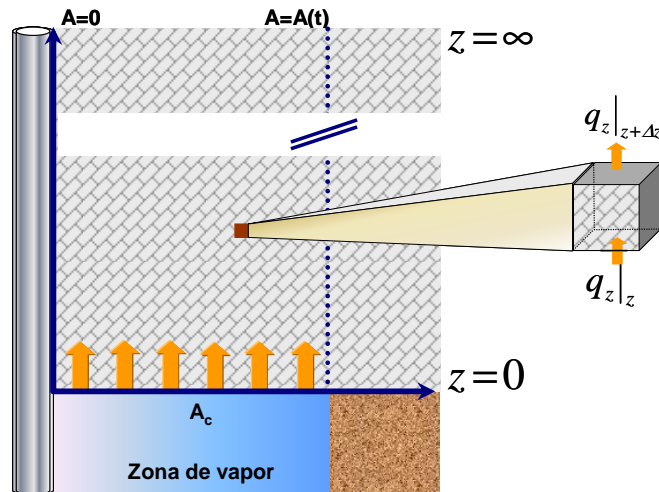
Puesto que la conductividad térmica es una propiedad que puede ser obtenida a partir de pruebas experimentales, es necesaria solo la determinación de la distribución de temperatura con respecto a la distancia.

Considerando que la transferencia de calor hacia el **overburden** o el **underburden** se da únicamente en dirección vertical, se sitúa un sistema de coordenadas sobre el contacto con la zona de vapor, tal como se observa en la figura 10. Con base en lo anterior y bajo la suposición que el espesor de éstas es infinito, puede decirse que dicha zona se extiende desde $z = 0$ hasta $z = \infty$. Entonces, la distribución de temperatura es establecida a partir de un balance de energía sobre un elemento de volumen perteneciente al **overburden** o al **underburden**, para el cual se considera solo el flujo unidimensional de calor.

Físicamente se espera que el gradiente de temperatura, en la región cercana a la zona calentada, tienda a disminuir en la medida en que se transfiera mas calor hacia los formaciones adyacentes. Esto como consecuencia del aumento de temperatura en tales zonas. Otro factor que debe tenerse en cuenta, es que a medida que aumenta el tiempo de inyección, y por tanto la cantidad de vapor que ingresa a la formación, el

área calentada se incrementa en la dirección de flujo. Al aumentar el área calentada aumenta la región que se encuentra en contacto con las formaciones adyacentes lo cual origina una mayor superficie a través de la cual se presentan pérdidas de calor.

Figura 10. Balance de energía para hallar la distribución de temperatura en el overburden.



A partir de las condiciones antes expuestas se realiza el balance de energía para un elemento de espesor Δz , así:

$$\left[\begin{array}{c} \text{Tasa de ingreso} \\ \text{de energía} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} \text{Tasa de pérdidas} \\ \text{de energía} \end{array} \right] + \left[\begin{array}{c} \text{Tasa de acumulación de} \\ \text{energía en el sistema} \end{array} \right]$$

$$q_z|_z - q_z|_{z+\Delta z} = \rho_{ob} c_{ob} \frac{\partial T}{\partial t} dz \quad \dots\dots\dots [3.5]$$

Donde

q : Tasa de flujo de calor. [BTU/h pie²]

ρ_{ob} : Densidad del **overburden**. [lb/ pie³]

c_{ob} : Calor específico del **overburden**. [BTU / lb ° F]

| | | |
|-------|--|----------------|
| $T :$ | Temperatura. | $[^{\circ} F]$ |
| $t :$ | Tiempo. | $[h]$ |
| $z :$ | Coordenada de referencia para el espesor del overburden . | $[pie]$ |

De la ley de Fourier se sabe que:

$$q_z|_z = -K_{ob} \frac{\partial T}{\partial z} \dots\dots\dots [3.6]$$

$$q_z|_{z+\Delta z} = -K_{ob} \frac{\partial T}{\partial z}|_{z+\Delta z} = -\left[K_{ob} \frac{\partial T}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_{ob} \frac{\partial T}{\partial z} \right) dz \right] \dots\dots\dots [3.7]$$

Reemplazando las ecuaciones 3.6 y 3.7 en la ecuación 3.5, y asumiendo que el **overburden** tienen una conductividad térmica constante, se obtiene que:

$$-K_{ob} \frac{\partial T}{\partial z} + \left[K_{ob} \frac{\partial T}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_{ob} \frac{\partial T}{\partial z} \right) dz \right] = \rho_{ob} c_{ob} \frac{\partial T}{\partial t} dz \dots\dots\dots [3.8]$$

Simplificando la expresión 3.8

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right) = \frac{\rho_{ob} c_{ob}}{K_{ob}} \frac{\partial T}{\partial t} \dots\dots\dots [3.9]$$

Conociendo que la difusividad térmica $\alpha_{ob} [pie^2/h]$ del material esta dada por

$$\alpha_{ob} = \frac{K_{ob}}{\rho_{ob} c_{ob}} \dots\dots\dots [3.10]$$

La difusividad térmica es una propiedad que determina la rapidez con la cual el calor se difunde a través de la formación. Altos valores de difusividad se alcanzan siempre y cuando exista una alta conductividad térmica -gran capacidad del medio para transferir calor- o una baja capacidad calórica volumétrica, lo cual puede significar que la

formación requiere de una menor cantidad de energía de la que está fluyendo a través de ella para aumentar su temperatura.

Reemplazando la ecuación 3.10 en la ecuación 3.9

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right) = \frac{1}{\alpha_{ob}} \frac{\partial T}{\partial t} \quad \dots\dots\dots [3.11]$$

La ecuación 3.11 representa en forma diferencial la dependencia de la temperatura en la dirección z con respecto al tiempo. Para poder definir la distribución de temperatura en función de la distancia es necesario solucionar la ecuación diferencial parcial de segundo orden. Puesto que la ecuación obtenida, es una expresión general empleada en muchos procesos de transferencia de calor en sólidos, es necesario establecer las condiciones específicas bajo las cuales ésta describe el flujo de calor durante la inyección de vapor.

Condición inicial. Considerando que al inicio de la inyección de vapor la temperatura en cualquier punto del **overburden** o el **underburden** es igual a la temperatura del yacimiento, se puede expresar la condición inicial para el sistema como:

$$T(z,0) = T_r \quad 0 \leq z \leq \infty \quad \dots\dots\dots [3.12]$$

Donde T_r es la temperatura del yacimiento en $^{\circ}F$.

Condiciones de frontera. En este caso en particular se definen dos condiciones de frontera. La primera establece que para cualquier tiempo mayor a cero la temperatura de la superficie que se encuentra en contacto con la zona calentada permanece igual a la temperatura del vapor.

$$T(0,t) = T_v \quad t > 0 \quad \dots\dots\dots [3.13]$$

Donde T_v es la temperatura del vapor en $^{\circ}F$.

La segunda condición de frontera establece que a cualquier tiempo, la temperatura en $z = \infty$ es igual a la temperatura del yacimiento.

$$T(\infty, t) = T_r \quad t \geq 0 \quad \dots\dots\dots [3.14]$$

Una vez establecidas la condición inicial y las condiciones de frontera para el sistema, se procede a obtener la solución de la ecuación 3.11. Teniendo en cuenta que la ecuación 3.11 es una ecuación diferencial parcial de segundo orden cuya solución por métodos analíticos es demasiado compleja, se hace necesario el uso de las transformadas de Laplace para facilitar su solución. El método de las transformadas de Laplace consiste en reducir la ecuación diferencial parcial de segundo orden a una ecuación diferencial ordinaria de segundo orden no homogénea, para la cual existen diversas técnicas analíticas por medio de las que puede llegar a la solución exacta.

Tomando la transformada de Laplace a ambos lados de la ecuación 3.11, se obtiene:

$$L\left\{\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right\} = L\left\{\frac{1}{\alpha_{ob}} \frac{\partial T}{\partial t}\right\} \quad \dots\dots\dots [3.15]$$

Ahora se determinan las transformadas de Laplace para cada uno de los términos de la ecuación.

Determinación de $L\left\{\frac{1}{\alpha_{ob}} \frac{\partial T}{\partial t}\right\}$

Considerando que la difusividad térmica del **overburden** es constante, ésta puede ir fuera de la transformada aplicando la propiedad de linealidad.

$$L\left\{\frac{1}{\alpha_{ob}} \frac{\partial T}{\partial t}\right\} = \frac{1}{\alpha_{ob}} L\left\{\frac{\partial T}{\partial t}\right\} \quad \dots\dots\dots [3.16]$$

Por definición la transformada de Laplace de una función está dada por:

$$L\{f(t)\} = f(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} f(t) dt \quad \dots\dots\dots [3.17]$$

Aplicando la definición de transformada para la ecuación 3.16, se tiene que:

$$L\left\{\frac{\partial T}{\partial t}\right\} = \int_0^{\infty} e^{-st} \frac{\partial T}{\partial t} dt \quad \dots\dots\dots [3.18]$$

Realizando un cambio de límite para la integral presentada en la ecuación 3.18

$$\int_0^{\infty} e^{-st} \frac{\partial T}{\partial t} dt = \lim_{P \rightarrow \infty} \int_0^P e^{-st} \frac{\partial T}{\partial t} dt \quad \dots\dots\dots [3.19]$$

Integrando por partes, se obtiene que:

$$L\left\{\frac{\partial T}{\partial t}\right\} = \lim_{P \rightarrow \infty} \left[e^{-st} T(z,t) \Big|_0^P + s \int_0^P e^{-st} T(z,t) dt \right]$$

$$L\left\{\frac{\partial T}{\partial t}\right\} = -T(z,0) + s \int_0^{\infty} e^{-st} T(z,t) dt$$

$$L\left\{\frac{\partial T}{\partial t}\right\} = -T(z,0) + sL\{T(z,t)\} \quad \dots\dots\dots [3.20]$$

Definiendo

$$U(z,s) = L\{T(z,t)\} \quad \dots\dots\dots [3.21]$$

Reescribiendo la ecuación 3.20 en términos de U y reemplazando $T(z,0)$ por la condición inicial del sistema se obtiene que:

$$L\left\{\frac{\partial T}{\partial t}\right\} = sU - T_r \quad \dots\dots\dots [3.22]$$

Determinación de $L\left\{\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right\}$

Usando la definición de transformada de Laplace para una función (ecuación 3.17) se tiene que:

$$L\left\{\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right\} = \int_0^\infty e^{-st} \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} dt \quad \dots\dots\dots [3.23]$$

Utilizando la regla de diferenciación de Leibnitz para la expresión 3.23.

$$L\left\{\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right\} = \frac{\partial^2}{\partial z^2} \int_0^\infty e^{-st} T dt \quad \dots\dots\dots [3.24]$$

En la ecuación 3.24, puede apreciarse claramente el término $L\{T\}$, entonces reemplazando se obtiene que:

$$L\left\{\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right\} = \frac{d^2 L\{T(z,t)\}}{dz^2} \quad \dots\dots\dots [3.25]$$

Haciendo uso de la definición mostrada en la ecuación 3.21, se realiza un cambio de variable para la ecuación 3.25.

$$L\left\{\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right\} = \frac{d^2 U}{dz^2} \quad \dots\dots\dots [3.26]$$

Reemplazando $L\left\{\frac{\partial T}{\partial t}\right\}$ y $L\left\{\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right\}$ en la ecuación 3.15, se obtiene que:

$$\alpha_{ob} \frac{d^2 U}{dz^2} = sU - T_r \quad \dots\dots\dots [3.27]$$

Reorganizando la ecuación 3.27 se llega a

$$\frac{d^2U}{dz^2} - \frac{sU}{\alpha_{ob}} = -\frac{T_r}{\alpha_{ob}} \dots\dots\dots [3.28]$$

Una vez se obtiene la ecuación diferencial ordinaria, ésta es resuelta mediante técnicas analíticas convencionales de solución. Partiendo del hecho que la solución de las ecuaciones diferenciales ordinarias no homogéneas está compuesta por una solución general correspondiente a la ecuación diferencial homogénea y una solución particular es necesario determinar cada una de ellas por separado.

Solución general. Para obtener la solución general de la ecuación 3.28, inicialmente se plantea la ecuación diferencial homogénea así:

$$\frac{d^2U}{dz^2} - \frac{sU}{\alpha_{ob}} = 0 \dots\dots\dots [3.29]$$

Puesto que la ecuación 3.29 es una ecuación diferencial lineal de coeficientes constantes, se halla el polinomio característico para expresar la solución de la forma $U = C_1e^{m_1z} + C_2e^{m_2z}$ donde m representa las raíces de dicho polinomio.

$$m^2 - \frac{s}{\alpha_{ob}} = 0$$

$$m_1 = \sqrt{\frac{s}{\alpha_{ob}}}$$

$$m_2 = -\sqrt{\frac{s}{\alpha_{ob}}}$$

Reemplazando las raíces del polinomio característico

$$U = C_1e^{z\sqrt{s/\alpha_{ob}}} + C_2e^{-z\sqrt{s/\alpha_{ob}}} \dots\dots\dots [3.30]$$

Donde C_1 y C_2 son constantes.

Solución particular. Para hallar la solución particular de la ecuación 3.28 se parte del supuesto que la solución tiene la forma

$$U = az + b \quad \dots\dots\dots [3.31]$$

Ahora se calcula la primera y segunda derivada de la ecuación 3.31 y se reemplazan en la ecuación 3.28

$$\frac{dU}{dz} = a \quad \dots\dots\dots [3.32]$$

$$\frac{d^2U}{dz^2} = 0 \quad \dots\dots\dots [3.33]$$

$$0 - \frac{s(az + b)}{\alpha_{ob}} = -\frac{T_r}{\alpha_{ob}} \quad \dots\dots\dots [3.34]$$

Reagrupando términos en la ecuación 3.34 se obtiene que:

$$\frac{-sa}{\alpha_{ob}} = 0$$

$$a = 0 \quad \dots\dots\dots [3.35]$$

$$\frac{-sb}{\alpha_{ob}} = \frac{-T_r}{\alpha_{ob}}$$

$$b = \frac{T_r}{s} \quad \dots\dots\dots [3.36]$$

Reemplazando a y b en la ecuación 3.31, se obtiene que la solución particular de la ecuación 3.28 es:

$$U = \frac{T_r}{s} \quad \dots\dots\dots [3.37]$$

Entonces, la solución de la ecuación 3.28 está dada por la suma de la solución general y la solución particular, así:

$$U = C_1 e^{z\sqrt{s/\alpha_{ob}}} + C_2 e^{-z\sqrt{s/\alpha_{ob}}} + \frac{T_r}{s} \quad \dots\dots\dots [3.38]$$

Finalmente para obtener la solución completa de la ecuación 3.28 se debe determinar el valor de las constantes C_1 y C_2 a partir de las condiciones de frontera para el sistema.

Para la condición: $T(\infty, t) = T_r \quad t \geq 0$.

Partiendo de la definición de $U(z, s)$ dada en la ecuación 3.21, ésta es evaluada para $T(\infty, t) = T_r$ obteniendo que:

$$U(\infty, s) = L\{T(\infty, t)\}$$

$$U(\infty, s) = L\{T_r\} \quad \dots\dots\dots [3.39]$$

Por definición se tiene que la transformada de Laplace de una constante está dada por:

$$L\{cte\} = \frac{cte}{s} \quad \dots\dots\dots [3.40]$$

Por tanto si se evalúa la transformada de Laplace de T_r se obtiene que:

$$L\{T_r\} = \frac{T_r}{s} \quad \dots\dots\dots [3.41]$$

Entonces

$$U(\infty, s) = \frac{T_r}{s} \quad \dots\dots\dots [3.42]$$

Es así como:

$$\frac{T_r}{s} = C_1 e^{\infty\sqrt{s/\alpha_{ob}}} + C_2 e^{-\infty\sqrt{s/\alpha_{ob}}} + \frac{T_r}{s} \dots\dots\dots [3.43]$$

Resolviendo la ecuación 3.43 se obtiene que

$$C_1 = 0 \dots\dots\dots [3.44]$$

Para la condición: $T(0,t) = T_v \quad t > 0$

Partiendo de la definición de $U(z,s)$ dada por la ecuación 3.21, ésta es evaluada para $T(0,t) = T_v$ obteniendo que:

$$U(0,s) = L\{T(0,t)\}$$

$$U(0,s) = L\{T_v\} \dots\dots\dots [3.45]$$

Evaluando la transformada de Laplace para la temperatura del vapor se tiene que:

$$L\{T_v\} = \frac{T_v}{s} \dots\dots\dots [3.46]$$

Entonces

$$U(0,s) = \frac{T_v}{s} \dots\dots\dots [3.47]$$

Por lo tanto

$$\frac{T_v}{s} = C_2 e^{-0\sqrt{s/\alpha_{ob}}} + \frac{T_r}{s} \dots\dots\dots [3.48]$$

Evaluando la ecuación 3.48 para C_2

$$C_2 = \frac{T_v - T_r}{s} \dots\dots\dots [3.49]$$

Reemplazando C_1 y C_2 en la ecuación 3.38

$$U(z,t) = \frac{(T_v - T_r)e^{-z\sqrt{\frac{s}{\alpha_{ob}}}}}{s} + \frac{T_r}{s} \dots\dots\dots [3.50]$$

La expresión anterior representa la transformada de Laplace de la distribución de temperatura en dirección z con respecto al tiempo. Para obtener la distribución de temperatura requerida se hace uso de las propiedades de las transformadas, determinando la transformada inversa de la ecuación 3.50

$$L^{-1}\{U(z,t)\} = L^{-1}\left\{\frac{(T_v - T_r)e^{-z\sqrt{\frac{s}{\alpha_{ob}}}}}{s}\right\} + L^{-1}\left\{\frac{T_r}{s}\right\} \dots\dots\dots [3.51]$$

Transformada inversa de $\frac{(T_v - T_r)e^{-z\sqrt{\frac{s}{\alpha_{ob}}}}}{s}$

A partir de tablas para transformadas inversas de Laplace, se obtiene que

$$(T_v - T_r)L^{-1}\left\{\frac{e^{-z\sqrt{\frac{s}{\alpha_{ob}}}}}{s}\right\} = (T_v - T_r)erfc\left(\frac{z}{2\sqrt{\alpha_{ob}t}}\right) \dots\dots\dots [3.52]$$

Definiendo

$$Y = \frac{z}{2\sqrt{\alpha_{ob}t}} \dots\dots\dots [3.53]$$

Reemplazando Y en la ecuación 3.53

$$(T_v - T_r)L^{-1} \left\{ \frac{e^{-z\sqrt{\frac{s}{\alpha_{ob}}}}}{s} \right\} = (T_v - T_r)erfc(Y) \dots\dots\dots [3.54]$$

Donde $erfc(Y)$ es la función error complementaria.

Transformada inversa de $L^{-1} \left\{ \frac{T_r}{s} \right\}$

Por definición

$$L^{-1} \left\{ \frac{1}{s} \right\} = 1 \dots\dots\dots [3.55]$$

Entonces

$$T_r L^{-1} \left\{ \frac{1}{s} \right\} = T_r \dots\dots\dots [3.56]$$

Reemplazando las ecuaciones 3.54 y 3.56 en 3.51

$$L^{-1} \{U(z, t)\} = (T_v - T_r)erfc(Y) + T_r \dots\dots\dots [3.57]$$

Reemplazando el valor de $U(z, t)$ en el miembro izquierdo de la ecuación 3.57 y hallando la transformada inversa, se obtiene que

$$L^{-1} \{L\{T(z, t)\}\} = T(z, t) \dots\dots\dots [3.58]$$

Reescribiendo la ecuación 3.57

$$T(z, t) = (T_v - T_r)erfc(Y) + T_r \dots\dots\dots [3.59]$$

La función error complementaria por definición es igual a

$$erfc(Y) = 1 - erf(Y) \quad \dots\dots\dots [3.60]$$

Donde $erf(Y)$ es la función error de Y .

Sustituyendo la función error complementaria en términos de la función error en la ecuación 3.60, se obtiene la distribución de temperatura para el **overburden** o el **underburden** con respecto al tiempo y la distancia:

$$T(z,t) = T_v - (T_v - T_r)erf(Y) \quad \dots\dots\dots [3.61]$$

Finalmente para obtener la variación de la temperatura con respecto a la distancia se reemplaza la definición de la función error dada por la expresión 62 en la ecuación 61

$$erf(Y) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^Y e^{-t^2} dt \quad \dots\dots\dots [3.62]$$

$$T(z,t) = T_v - (T_v - T_r) \left(\frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^Y e^{-t^2} dt \right) \quad \dots\dots\dots [3.63]$$

Derivando la ecuación 3.63

$$\frac{\partial T(z,t)}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} \left[T_v - (T_v - T_r) \left(\frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^Y e^{-t^2} dt \right) \right] \quad \dots\dots\dots [3.64]$$

Aplicando la regla de la cadena para el término que contiene la integral en la ecuación 3.64

$$\frac{\partial T(z,t)}{\partial z} = (T_v - T_r) \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{\partial}{\partial Y} \left(\int_0^Y e^{-t^2} dt \right) \frac{\partial Y}{\partial z} \quad \dots\dots\dots [3.65]$$

Entonces

$$\frac{\partial T(z,t)}{\partial z} = (T_v - T_r) \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left(e^{-Y^2} \right) \frac{\partial Y}{\partial z} \quad \dots\dots\dots [3.66]$$

Reemplazando el valor de Y en la ecuación 3.66

$$\frac{\partial T(z,t)}{\partial z} = (T_v - T_r) \frac{2}{\sqrt{\pi}} e^{-\left(\frac{z}{2\sqrt{\alpha_{ob}t}}\right)^2} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{z}{2\sqrt{\alpha_{ob}t}} \right)$$

$$\frac{\partial T(z,t)}{\partial z} = -\frac{(T_v - T_r)}{\sqrt{\pi\alpha_{ob}t}} e^{-\frac{z^2}{4\alpha_{ob}t}} \quad \dots\dots\dots [3.67]$$

Teniendo en cuenta que en este caso se desea conocer la cantidad de calor por unidad de área que es transferida desde la zona calentada hacia el **overburden** o el **underburden**, se evalúa la expresión propuesta por Fourier para la conducción de calor en el punto $z = 0$, entonces:

$$q_{ob} = -K_{ob} \left. \frac{dT}{dz} \right|_{z=0} \quad \dots\dots\dots [3.68]$$

De la ecuación 3.67 se obtiene el valor de la derivada de la temperatura con respecto a la distancia en el punto $z = 0$

$$\left. \frac{\partial T(z,t)}{\partial z} \right|_{z=0} = -\frac{(T_v - T_r)}{\sqrt{\pi\alpha_{ob}t}} e^{-\frac{0^2}{4\alpha_{ob}t}}$$

$$\left. \frac{\partial T(z,t)}{\partial z} \right|_{z=0} = -\frac{(T_v - T_r)}{\sqrt{\pi\alpha_{ob}t}} \quad \dots\dots\dots [3.69]$$

Reemplazando la ecuación 3.69 en la ecuación 3.68 se obtiene la tasa de pérdidas de calor por unidad de área y por unidad de tiempo, así:

$$q_{ob} = K_{ob} \frac{(T_v - T_r)}{\sqrt{\pi\alpha_{ob}t}} \quad \dots\dots\dots [3.70]$$

Si $A_c(t)$ es la extensión del área calentada a cualquier tiempo t , la tasa de pérdidas de energía hacia el **overburden** o el **underburden** estará dada por la sumatoria de las pérdidas de calor que se producen por unidad de área. Esto se puede expresar como:

$$\sum_{i=1}^a q_{obi} \Delta A_{ci} \dots\dots\dots [3.71]$$

Donde a representa el número de unidades de área en las cuales se ha dividido el área calentada total $A_c(t)$. Para determinar la tasa de pérdidas de calor se debe tener en cuenta que el área calentada está compuesta por infinidad de unidades de área haciéndose necesario calcular el límite de la sumatoria cuando n tiende a infinito.

$$\lim_{a \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^a q_{obi} \Delta A_{ci} = \int_0^{A_c(t)} q_{ob} dA_c \dots\dots\dots [3.72]$$

A partir de lo antes expuesto se puede decir que la tasa de pérdidas de energía por unidad de tiempo en cualquier instante t está dada por:

$$\dot{Q}_{loss\ ob} = \int_0^{A_c(t)} K_{ob} \frac{(T_v - T_r)}{\sqrt{\pi \alpha_{ob} t}} dA_c \dots\dots\dots [3.73]$$

Considerando que las pérdidas de calor a través de cualquier punto en el contacto entre la zona de vapor y el **overburden** o el **underburden** se inician una vez dicho punto alcanza la temperatura del vapor, se asume que el incremento de temperatura de T_r a T_v para un elemento infinitesimal de área dA_c se presenta a un tiempo u . Entonces, se puede decir que el tiempo durante el cual dicho elemento de área se ha mantenido a la temperatura del vapor está dado por la diferencia entre el tiempo transcurrido desde el inicio de la inyección de vapor y el tiempo en el que ocurre el cambio de temperatura; lo cual se representa como $(t - u)$ donde $t > u$. Con base en lo anterior y conociendo que el área calentada es función del tiempo, se puede realizar un cambio de variable en la ecuación 3.73, así:

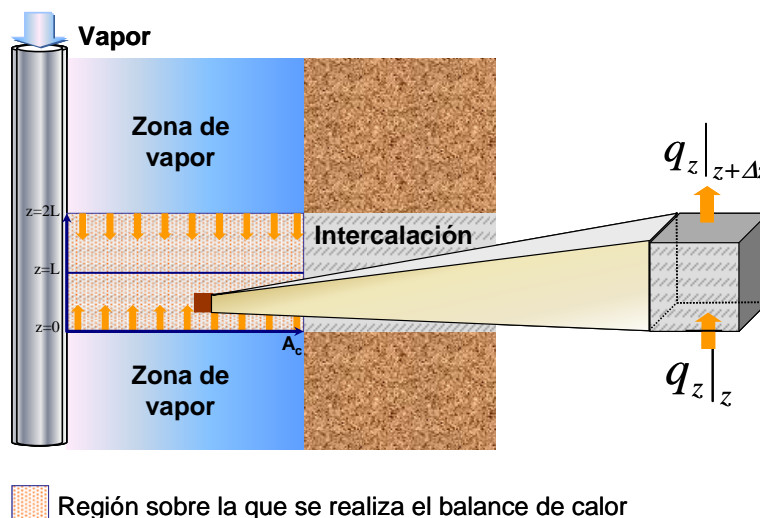
$$dA_c = \frac{dA_c}{du} du \quad \dots\dots\dots [3.74]$$

$$\dot{Q}_{loss\ ob} = \int_0^t K_{ob} \frac{(T_v - T_r)}{\sqrt{\pi\alpha_{ob}(t-u)}} \frac{dA_c}{du} du \quad \dots\dots\dots [3.75]$$

3.3.2.2. Pérdidas de calor hacia las intercalaciones de arcilla. Las pérdidas de calor hacia las intercalaciones de arcilla son determinadas siguiendo un planteamiento similar al realizado para las pérdidas de calor hacia el **overburden** o el **underburden**, estableciendo una diferencia en las condiciones de frontera.

En este caso en particular, el sistema de coordenadas es situado en el contacto con la zona de vapor ubicada en la base de la intercalación de arcilla. Dada la simetría del sistema, al encontrarse entre dos zonas de vapor, se define el espesor de la intercalación de arcilla igual al doble de la distancia mediada entre el contacto con la zona de vapor y el punto medio de la intercalación. En la figura 11 se presenta en forma esquemática el sistema a modelar para determinar la cantidad de calor por unidad de tiempo que es transferido desde la zona de vapor hacia la intercalación de arcilla.

Figura 11. Sistema a modelar para las intercalaciones de arcilla.



A partir de un balance de energía sobre un elemento de volumen perteneciente a la intercalación de arcilla, se obtiene la ecuación diferencial que describe el sistema de interés.

$$\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{1}{\alpha_{ar}} \frac{\partial T}{\partial t} \dots\dots\dots [3.76]$$

A continuación se definen las condiciones inicial y de frontera para resolver el problema particular de conducción de calor a través de las intercalaciones.

Condición inicial. Como condición inicial se establece que en un tiempo cero la intercalación de arcilla permanece a la temperatura inicial promedio del yacimiento, y se representa como:

$$T(z,0) = T_r \quad 0 \leq z \leq 2L \dots\dots\dots [3.77]$$

Condiciones de frontera. Como condiciones de frontera se define que la temperatura en los contactos entre las zonas de vapor y la intercalación de arcilla es igual a la temperatura de inyección del vapor, y se representa como:

$$T(0,t) = T_v \quad t > 0 \dots\dots\dots [3.78]$$

$$T(2L,t) = T_v \quad t > 0 \dots\dots\dots [3.79]$$

El hecho que las condiciones de frontera para las intercalaciones de arcilla sean las mismas implica, que mientras exista un flujo de calor en estado transitorio no existirá una interacción térmica entre las zonas de vapor que la limitan.

Una vez establecidas las condiciones inicial y de frontera es posible hallar la solución de la ecuación 3.76 mediante el método de separación de variables²⁸, para lo cual la ecuación se expresa de una forma más útil introduciendo la variable $\theta = T - T_v$.

Reescribiendo las ecuaciones 76 a la 79 en términos de θ , se obtiene que:

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} = \frac{1}{\alpha_{ar}} \frac{\partial \theta}{\partial t} \dots\dots\dots [3.80]$$

$$\theta_i = T_r - T_v \dots\dots \text{para } t = 0 \text{ y } 0 \leq z \leq 2L \dots\dots\dots [3.81]$$

$$\theta = 0 \dots\dots \text{para } t > 0 \text{ y } z = 0 \dots\dots\dots [3.82]$$

$$\theta = 0 \dots\dots \text{para } t > 0 \text{ y } z = 2L \dots\dots\dots [3.83]$$

Suponiendo una solución producto del tipo $\theta(z,t) = Z(z)\tau(t)$ se originan dos ecuaciones diferenciales.

$$\frac{d^2 Z}{dz^2} + \lambda^2 Z = 0 \dots\dots\dots [3.84]$$

$$\frac{d^2 \tau}{dt^2} + \alpha_{ar} \lambda^2 \tau = 0 \dots\dots\dots [3.85]$$

Donde λ^2 es la constante de separación. Para satisfacer las condiciones de frontera es necesario que $\lambda^2 > 0$, de manera que la solución adopta la forma:

$$\theta = (C_1 \cos \lambda z + C_2 \text{sen} \lambda z) e^{-\lambda^2 \alpha_{ar} t} \dots\dots\dots [3.86]$$

Evaluando la ecuación 3.86 para la condición dada en la ecuación 3.82:

$$0 = (C_1 \cos \lambda 0 + C_2 \text{sen} \lambda 0) e^{-\lambda^2 \alpha_{ar} t}$$

$$C_1 = 0 \dots\dots\dots [3.87]$$

²⁸ HOLMAN, J.P. Transferencia de calor. McGraw Hill. 1999.

Evaluando la ecuación 3.86 para la condición dada en la ecuación 3.83:

$$0 = ((0)\cos \lambda 2L + C_2 \text{sen} \lambda 2L) e^{-\lambda^2 \alpha_{ar} t}$$

Puesto que C_1 es cero, la única forma de satisfacer la igualdad es cuando $\text{sen}(\lambda 2L)$ se hace cero, considerando que bajo ninguna circunstancia $C_2 = 0$. Entonces:

$$\text{sen}(\lambda 2L) = 0 \quad \text{si} \quad \lambda = \frac{n\pi}{2L} \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Así, la solución estará dada por la serie:

$$\theta = \sum_{n=1}^{\infty} C_n e^{-\left[\frac{n\pi}{2L}\right]^2 \alpha_{ar} t} \text{sen} \frac{n\pi z}{2L} \dots\dots\dots [3.88]$$

Las constantes C_n son determinadas a partir de la condición inicial propuesta en la ecuación 81, así:

$$C_n = \frac{1}{L} \int_0^{2L} \theta_i \text{sen} \frac{n\pi z}{2L} dz = \frac{4}{n\pi} \theta_i \quad n = 1, 3, 5, \dots \dots\dots [3.89]$$

Finalmente la solución para la distribución de temperatura con respecto a la distancia y el tiempo será la serie

$$\frac{T - T_v}{T_r - T_v} = \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} e^{-\alpha_{ar} t \left[\frac{n\pi}{2L}\right]^2} \text{sen} \frac{n\pi z}{2L} \dots\dots\dots [3.90]$$

Donde $n = 1, 3, 5, 7, \dots, \infty$.

Puesto que en este caso se necesita determinar la variación de la temperatura con la distancia, se deriva la ecuación 3.90 con respecto a z .

$$\frac{\partial T}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} \left[T_v + \frac{4(T_r - T_v)}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} e^{-\alpha_{ar} t \left[\frac{n\pi}{2L} \right]^2} \operatorname{sen} \frac{n\pi z}{2L} \right]$$

$$\frac{\partial T}{\partial z} = \frac{4(T_r - T_v)}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\pi}{2L} e^{-\alpha_{ar} t \left[\frac{n\pi}{2L} \right]^2} \cos \frac{n\pi z}{2L}$$

$$\frac{\partial T}{\partial z} = \frac{2(T_r - T_v)}{L} \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\alpha_{ar} t \left[\frac{n\pi}{2L} \right]^2} \cos \frac{n\pi z}{2L} \dots\dots\dots [3.91]$$

Evaluando la derivada de la temperatura con respecto a z en $z = 0$.

$$\left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=0} = \frac{2(T_r - T_v)}{L} \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\alpha_{ar} t \left[\frac{n\pi}{2L} \right]^2} \cos \frac{n\pi(0)}{2L}$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=0} = \frac{2(T_r - T_v)}{L} \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\alpha_{ar} t \left[\frac{n\pi}{2L} \right]^2} \dots\dots\dots [3.92]$$

De la ley de Fourier se conoce que la tasa de pérdidas de calor hacia las intercalaciones de arcilla por unidad de área y por unidad de tiempo están dadas por:

$$q_{ar} = -K_{ar} \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=0} \dots\dots\dots [3.93]$$

Reemplazando la ecuación 3.92 en 3.93.

$$q_{ar} = \frac{2K_{ar}(T_v - T_r)}{L} \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\alpha_{ar} t \left[\frac{n\pi}{2L} \right]^2} \dots\dots\dots [3.94]$$

Para cuantificar el calor transferido hacia las intercalaciones de arcilla, se realiza la sumatoria de pérdidas de calor que se producen por cada elemento infinitesimal de área que compone el área calentada $A_c(t)$, así:

$$\sum_{i=1}^a q_{ari} \Delta A_{ci} \dots\dots\dots [3.95]$$

Donde a es el número de unidades de área en las cuales se ha dividido el área calentada.

Calculando el límite de la expresión 3.95 cuando el número de elementos infinitesimales tiende a infinito, se obtiene que:

$$\lim_{a \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^a q_{ari} \Delta A_{ci} = \int_0^{A_c(t)} q_{ar} dA_c \dots\dots\dots [3.96]$$

Reemplazando la ecuación 3.94 en 3.96.

$$Q_{loss ar} = \int_0^{A_c(t)} \frac{2K_{ar}(T_v - T_r)}{L} \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\alpha_{ar} t \left[\frac{n\pi}{2L} \right]^2} dA_c \dots\dots\dots [3.97]$$

De manera similar al caso del **overburden** y **underburden** se establece que las pérdidas de calor para un elemento de área se producen durante un tiempo $(t - u)$. Con base en esto se realiza un cambio de variable para la integral planteada en la ecuación 3.97.

$$Q_{loss ar} = \int_0^t \frac{2K_{ar}(T_v - T_r)}{L} \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\alpha_{ar}(t-u) \left[\frac{n\pi}{2L} \right]^2} \frac{dA_c}{du} du \dots\dots\dots [3.98]$$

Reorganizando términos se obtiene que:

$$Q_{loss ar} = \frac{2K_{ar}(T_v - T_r)}{L} \int_0^t \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\alpha_{ar}(t-u) \left[\frac{n\pi}{2L} \right]^2} \frac{dA_c}{du} du \dots\dots\dots [3.99]$$

3.3.3. Tasa de acumulación de energía en la zona calentada. \dot{Q}_s . La tasa de acumulación de energía en la zona calentada representa la cantidad de calor que por unidad de tiempo es empleada para llevar la formación junto con los fluidos intersticiales de la temperatura del yacimiento a la temperatura del vapor. Matemáticamente está dada por:

$$\dot{Q}_s = M_s h_{arena} (T_v - T_r) \frac{dA_c}{dt} \dots\dots\dots [3.100]$$

Donde

- \dot{Q}_s : Tasa de acumulación de energía en la zona calentada. [BTU/h]
- M_s : Capacidad calórica volumétrica de la roca saturada. [BTU/ pie³ ° F]
- h_{arena} : Espesor. [pies]
- T_v : Temperatura del vapor [° F]
- T_r : Temperatura del yacimiento [° F]
- A_c : Área transversal al flujo de calor. [pie²]
- t : Tiempo. [h]

3.3.4. Cálculos para la zona de vapor: Caso 1. A continuación se presenta el desarrollo realizado para obtener las expresiones para el volumen de la zona calentada, la tasa de desplazamiento de aceite y la tasa de pérdidas de calor acumuladas e instantáneas, para el caso en el que la zona de vapor se encuentra entre el **overburden** o **underburden** y una intercalación de arcilla.

3.3.4.1. Volumen de la zona calentada. Para determinar el volumen de la zona calentada se reemplazan cada uno de los términos que componen el balance de energía para la zona de vapor propuesto en la ecuación 3.2, así:

$$\left[\begin{matrix} \text{Tasa de energía} \\ \text{inyectada} \end{matrix} \right] = \left[\begin{matrix} \text{Tasa de pérdidas} \\ \text{de energía} \end{matrix} \right] + \left[\begin{matrix} \text{Tasa de acumulación de} \\ \text{energía en el sistema} \end{matrix} \right]$$

$$\dot{Q}_i = \int_0^t K_{ob} \frac{(T_v - T_r)}{\sqrt{\pi \alpha_{ob}(t-u)}} \frac{dA_c}{du} du + \frac{2K_{ar}(T_v - T_r)}{L} \int_0^t \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\alpha_{ar}(t-u) \left[\frac{n\pi}{2L} \right]^2} \frac{dA_c}{du} du + M_s h_{arena} (T_v - T_r) \frac{dA_c}{dt}$$

..... [3.101]

Teniendo en cuenta que el volumen de la zona de vapor estará dado por el producto entre el área calentada y el espesor de la zona inundada, la ecuación 3.101 es resuelta para $A_c(t)$. Puesto que la expresión obtenida es una ecuación integro-diferencial es necesario emplear la solución por transformadas de Laplace.

Tomando la transformada de Laplace de cada uno de los términos de la ecuación 3.101 se obtiene que:

$$L\{\dot{Q}_i\} = L\left\{ \int_0^t K_{ob} \frac{(T_v - T_r)}{\sqrt{\pi \alpha_{ob}(t-u)}} \frac{dA_c}{du} du \right\} + L\left\{ \frac{2K_{ar}(T_v - T_r)}{L} \int_0^t \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\alpha_{ar}(t-u) \left[\frac{n\pi}{2L} \right]^2} \frac{dA_c}{du} du \right\} + L\left\{ M_s h_{arena} (T_v - T_r) \frac{dA_c}{dt} \right\}$$

..... [3.102]

Por definición se sabe que:

$$L\left\{ \int_0^t f(t-u)G(u)du \right\} = L\{f(t)\}L\{G(t)\} \quad \dots\dots\dots [3.103]$$

$$L\left\{ \frac{df}{dt} \right\} = sL\{f\} - f(0) \quad \dots\dots\dots [3.104]$$

Utilizando las definiciones dadas en las ecuaciones 3.40, 3.103 y 3.104 en la ecuación 3.102.

$$\frac{\dot{Q}_i}{s} = [sL\{A_c(t)\} - A_c(0)]L\left\{K_{ob} \frac{(T_v - T_r)}{\sqrt{\pi\alpha_{ob}t}}\right\} + \frac{2K_{ar}(T_v - T_r)}{L} \sum_{n=1}^{\infty} L\left\{e^{-\alpha_{ar}t\left[\frac{n\pi}{2L}\right]^2}\right\} [sL\{A_c(t)\} - A_c(0)]$$

$$+ M_s h_{arena}(T_v - T_r)[sL\{A_c(t)\} - A_c(0)] \quad \dots\dots\dots [3.105]$$

La ecuación 3.105 puede ser simplificada si se tiene en cuenta que el área calentada al tiempo cero es cero.

$$\frac{\dot{Q}_i}{s} = \frac{K_{ob}(T_v - T_r)}{\sqrt{\alpha_{ob}}} sL\{A_c(t)\}L\left\{\frac{1}{\sqrt{\pi t}}\right\} + \frac{2K_{ar}(T_v - T_r)}{L} \left[\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{s + \alpha_{ar}\left[\frac{n\pi}{2L}\right]^2} \right] sL\{A_c(t)\} +$$

$$M_s h_{arena}(T_v - T_r)sL\{A_c(t)\} \quad \dots\dots\dots [3.106]$$

De las tablas de transformadas de Laplace se tiene que:

$$L\left\{\frac{1}{\sqrt{\pi t}}\right\} = \frac{1}{\sqrt{s}} \quad \dots\dots\dots [3.107]$$

Reemplazando la ecuación 3.107 en la ecuación 3.106 y reorganizando términos,

$$\frac{\dot{Q}_i}{s} = L\{A_c(t)\} \left[\frac{K_{ob}(T_v - T_r)}{\sqrt{\alpha_{ob}}} \sqrt{s} + \frac{2K_{ar}(T_v - T_r)}{L} \left[\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{s + \alpha_{ar}\left[\frac{n\pi}{2L}\right]^2} \right] s + M_s h_{arena}(T_v - T_r)s \right] \quad [3.108]$$

Puesto que el interés de este desarrollo se centra en la obtención del área calentada, se despeja el término que involucra $A_c(t)$.

$$L\{A_c(t)\} = \frac{\dot{Q}_i}{s \left[\frac{K_{ob}(T_v - T_r)}{\sqrt{\alpha_{ob}}} \sqrt{s} + \frac{2K_{ar}(T_v - T_r)}{L} \left[\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{s + \alpha_{ar}\left[\frac{n\pi}{2L}\right]^2} \right] s + M_s h_{arena}(T_v - T_r)s \right]} \quad [3.109]$$

Para obtener el área calentada es necesario hallar la transformada inversa de la ecuación 3.109. Pero inicialmente se desarrolla la serie presente en el denominador de la ecuación con el objetivo de simplificar su manejo.

Haciendo $C = \frac{\pi}{2L} \sqrt{\alpha_{ar}}$, se tiene que:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{s + C^2 n^2} = \frac{1}{s + C^2} + \frac{1}{s + 3^2 C^2} + \frac{1}{s + 5^2 C^2} + \dots \quad [3.110]$$

$n = 1, 3, 5, 7, \dots, \infty$

Multiplicando el lado derecho de la ecuación 3.110 por C^2/C^2 .

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{s + C^2 n^2} = \frac{C^2}{C^2} \left[\frac{1}{s + C^2} + \frac{1}{s + 3^2 C^2} + \frac{1}{s + 5^2 C^2} + \dots \right]$$

$n = 1, 3, 5, 7, \dots, \infty$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{s + C^2 n^2} = \frac{1}{C^2} \left[\frac{1}{\frac{s}{C^2} + 1} + \frac{1}{\frac{s}{C^2} + 3^2} + \frac{1}{\frac{s}{C^2} + 5^2} + \dots \right] \quad [3.111]$$

$n = 1, 3, 5, 7, \dots, \infty$

Haciendo $X^2 = \frac{s}{C^2}$ y reemplazando en 3.111.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{s + C^2 n^2} = \frac{1}{C^2} \left[\frac{1}{X^2 + 1} + \frac{1}{X^2 + 3^2} + \frac{1}{X^2 + 5^2} + \dots \right] \quad [3.112]$$

$n = 1, 3, 5, 7, \dots, \infty$

Utilizando las fórmulas 949 y 950 presentadas por Jolley en Summation of series²⁹, se tiene que:

²⁹ JOLLEY, L.B. Summation of series. Dover Publications. Inc., New York. 1961.

$$\frac{1}{C^2} \left[\frac{1}{X^2+1} + \frac{1}{X^2+3^2} + \frac{1}{X^2+5^2} + \dots \right] = \frac{1}{C^2} \frac{\pi}{4X} \tanh \frac{\pi X}{2} \dots \dots \dots [3.113]$$

Reemplazando X en 3.113

$$\frac{1}{C^2} \frac{\pi}{4X} \tanh \frac{\pi X}{2} = \frac{\pi}{4C \sqrt{s}} \tanh \frac{\pi \sqrt{s}}{2C} \dots \dots \dots [3.114]$$

Reemplazando la ecuación 3.114 en 3.109.

$$L\{A_c(t)\} = \frac{\dot{Q}_i}{s \left[\frac{K_{ob}(T_v - T_r)}{\sqrt{\alpha_{ob}}} \sqrt{s} + \frac{2K_{ar}\pi(T_v - T_r)}{4CL} \sqrt{s} \tanh \frac{\pi \sqrt{s}}{2C} + M_s h_{arena}(T_v - T_r)s \right]} \dots [3.115]$$

De la teoría de las transformadas de Laplace se sabe que a partir de $A_c(s)$ es posible hallar $A_c(t)$ mediante la utilización de técnicas de cálculo de la transformada inversa. En este caso en particular se utilizó la fórmula de inversión compleja^{30,31} para obtener el área calentada en función del tiempo, a partir de $A_c(s)$ dada por la ecuación 3.115.

$$A_c(t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} e^{ts} A_c(s) ds$$

$$A_c(t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} \frac{\dot{Q}_i e^{ts}}{s^2 \left[\frac{K_{ob}(T_v - T_r)}{\sqrt{s\sqrt{\alpha_{ob}}} + \frac{K_{ar}(T_v - T_r)}{\sqrt{s\sqrt{\alpha_{ar}}}} \text{Tanh} \left(\frac{L\sqrt{s}}{\sqrt{\alpha_{ar}}} \right) + M_s h_{arena}(T_v - T_r) \right]} ds \dots [3.116]$$

Para facilitar el manejo de la ecuación 3.116, se definen los siguientes términos.

$$C_1^* = \frac{K_{ob}(T_v - T_r)}{\sqrt{\alpha_{ob}}}$$

³⁰ SPIEGEL, Murray. Transformadas de Laplace. México: McGraw-Hill, 1998. ISBN 970-10-2171-1.
³¹ CARSLAW, H.S and JAEGER, J.C. Operational methods in applied mathematics. Great Britain: Oxford university press. 1943.

$$C_2^* = \frac{K_{ar}(T_v - T_r)}{\sqrt{\alpha_{ar}}}$$

$$C_3^* = M_s h_{arena}(T_v - T_r)$$

$$C_4^* = \frac{L}{\sqrt{\alpha_{ar}}}$$

$$A_c(t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} \frac{\dot{Q}_i e^{ts}}{s^2 \left[\frac{C_1^*}{\sqrt{s}} + \frac{C_2^*}{\sqrt{s}} \text{Tanh}(C_4^* \sqrt{s}) + C_3^* \right]} ds \quad \dots\dots\dots [3.117]$$

Para resolver la ecuación 3.117 es necesario aplicar el teorema de residuos, para lo cual se calculan los polos de la función. Los polos de la expresión 3.117, están definidos por los valores de s para los cuales su denominador se hace cero. Realizando un análisis superficial, es evidente que $s = 0$ se comporta como un polo doble, por lo cual nuestra atención se centra en el cálculo de polos adicionales.

Partiendo de la expresión:

$$\frac{C_1^*}{\sqrt{s}} + \frac{C_2^*}{\sqrt{s}} \text{Tanh}(C_4^* \sqrt{s}) + C_3^* = 0 \quad \dots\dots\dots [3.118]$$

Reemplazando $\omega = C_4^* \sqrt{s}$ en la ecuación 3.118

$$\frac{C_1^* C_4^*}{\omega} + \frac{C_2^* C_4^*}{\omega} \text{Tanh}(\omega) + C_3^* = 0$$

$$C_1^* C_4^* + C_2^* C_4^* \text{Tanh}(\omega) + \omega C_3^* = 0 \quad \dots\dots\dots [3.119]$$

La expresión 3.117 tiene infinitos polos en $s = \frac{\omega_n^2}{C_4^{*2}}$ donde ω_n son las raíces de la igualdad 3.119.

Entonces, la solución para el área calentada como función del tiempo está dada por:

$$A_c(t) = \sum \text{residuos de } \frac{\dot{Q}_i e^{ts}}{s^2 \left[\frac{C_1^*}{\sqrt{s}} + \frac{C_2^*}{\sqrt{s}} \text{Tanh}(C_4^* \sqrt{s}) + C_3^* \right]} \text{ en los polos } s = 0 \text{ y } s = \frac{\omega_n^2}{C_4^{*2}} \quad [3.120]$$

Residuo en el polo doble $s = 0$.

$$\lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{1!} \frac{d}{ds} \left[(s-0)^2 \frac{\dot{Q}_i e^{ts}}{s^2 \left[\frac{C_1^*}{\sqrt{s}} + \frac{C_2^*}{\sqrt{s}} \text{Tanh}(C_4^* \sqrt{s}) + C_3^* \right]} \right] = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{d}{ds} \left[\frac{\dot{Q}_i e^{ts}}{\left[\frac{C_1^*}{\sqrt{s}} + \frac{C_2^*}{\sqrt{s}} \text{Tanh}(C_4^* \sqrt{s}) + C_3^* \right]} \right]$$

$$\dot{Q}_i \lim_{s \rightarrow 0} \left\{ \frac{te^{ts}}{\left[\frac{C_1^*}{\sqrt{s}} + \frac{C_2^*}{\sqrt{s}} \text{Tanh}(C_4^* \sqrt{s}) + C_3^* \right]} + \frac{e^{ts} \left[\frac{C_1^*}{2\sqrt{s^3}} + \frac{C_2^*}{2\sqrt{s^3}} \text{Tanh}(C_4^* \sqrt{s}) - \frac{C_2^* C_4^*}{2s} \text{sech}^2(C_4^* \sqrt{s}) \right]}{\left[\frac{C_1^*}{\sqrt{s}} + \frac{C_2^*}{\sqrt{s}} \text{Tanh}(C_4^* \sqrt{s}) + C_3^* \right]^2} \right\}$$

$$\dot{Q}_i * 0 = 0$$

Residuo en el polo ($s = 0$) = 0 [3.121]

Residuo en el polo múltiple $s = \frac{\omega_n^2}{C_4^{*2}}$.

$$\lim_{s \rightarrow \frac{\omega_n^2}{C_4^{*2}}} \left(s - \frac{\omega_n^2}{C_4^{*2}} \right) \left\{ \frac{\dot{Q}_i e^{ts}}{s^2 \left[\frac{C_1^*}{\sqrt{s}} + \frac{C_2^*}{\sqrt{s}} \text{Tanh}(C_4^* \sqrt{s}) + C_3^* \right]} \right\} = \dot{Q}_i \lim_{s \rightarrow \frac{\omega_n^2}{C_4^{*2}}} \frac{e^{ts}}{s^2} * \lim_{s \rightarrow \frac{\omega_n^2}{C_4^{*2}}} \frac{s - \frac{\omega_n^2}{C_4^{*2}}}{\left[\frac{C_1^*}{\sqrt{s}} + \frac{C_2^*}{\sqrt{s}} \text{Tanh}(C_4^* \sqrt{s}) + C_3^* \right]}$$

$$\dot{Q}_i \lim_{s \rightarrow \frac{\omega_n^2}{C_4^{*2}}} \frac{e^{ts}}{s^2} = \frac{\dot{Q}_i C_4^{*4} e^{\frac{\omega_n^2}{C_4^{*2}} t}}{\omega_n^4}$$

$\lim_{s \rightarrow \frac{\omega_n^2}{C_4^{*2}}} \frac{s - \frac{\omega_n^2}{C_4^{*2}}}{\left[\frac{C_1^*}{\sqrt{s}} + \frac{C_2^*}{\sqrt{s}} \text{Tanh}(C_4^* \sqrt{s}) + C_3^* \right]}$ es una indeterminación del tipo $\frac{0}{0}$ por lo cual es

resuelto aplicando la regla de l'Hospital.

$$\lim_{s \rightarrow \frac{\omega_n^2}{C_4^{*2}}} \frac{s - \frac{\omega_n^2}{C_4^{*2}}}{\left[\frac{C_1^*}{\sqrt{s}} + \frac{C_2^*}{\sqrt{s}} \text{Tanh}(C_4^* \sqrt{s}) + C_3^* \right]} = \frac{\omega_n^3}{2C_4^{*3} [C_2^* \omega_n \text{sech}^2(\omega_n) - C_2^* \text{Tanh}(\omega_n) - C_1^*]}$$

$$\begin{aligned} \text{Residuo en el polo } \left(s = \frac{\omega_n^2}{C_4^{*2}} \right) &= \frac{\omega_n^3}{2C_4^{*3} [C_2^* \omega_n \operatorname{sech}^2(\omega_n) - C_2^* \operatorname{Tanh}(\omega_n) - C_1^*]} * \frac{\dot{Q}_i C_4^{*4} e^{\frac{\omega_n^2}{C_4^{*2}} t}}{\omega_n^4} \\ \text{Residuo en el polo } \left(s = \frac{\omega_n^2}{C_4^{*2}} \right) &= \frac{\dot{Q}_i C_4^{*4} e^{\frac{\omega_n^2}{C_4^{*2}} t}}{2\omega_n [C_2^* \omega_n \operatorname{sech}^2(\omega_n) - C_2^* \operatorname{Tanh}(\omega_n) - C_1^*]} \dots\dots\dots [3.122] \end{aligned}$$

Finalmente sumando los residuos en cada uno de los polos, se obtiene el área de la zona de vapor en función del tiempo.

$$\begin{aligned} A_c(t) &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\dot{Q}_i C_4^{*4} e^{\frac{\omega_n^2}{C_4^{*2}} t}}{2\omega_n [C_2^* \omega_n \operatorname{sech}^2(\omega_n) - C_2^* \operatorname{Tanh}(\omega_n) - C_1^*]} \\ A_c(t) &= \frac{\dot{Q}_i L}{2\sqrt{\alpha_{ar}} (T_v - T_r)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{\frac{\omega_n^2 \alpha_{ar} t}{L^2}}}{\omega_n \left[\frac{K_{ar}}{\sqrt{\alpha_{ar}}} \omega_n \operatorname{sech}^2(\omega_n) - \frac{K_{ar}}{\sqrt{\alpha_{ar}}} \operatorname{Tanh}(\omega_n) - \frac{K_{ob}}{\sqrt{\alpha_{ob}}} \right]} \dots [3.123] \end{aligned}$$

El volumen de la zona calentada será equivalente al producto del área de la zona de vapor y el espesor de la arena.

$$V_c(t) = \frac{\dot{Q}_i L h_{arena}}{2\sqrt{\alpha_{ar}} (T_v - T_r)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{\frac{\omega_n^2 \alpha_{ar} t}{L^2}}}{\omega_n \left[\frac{K_{ar}}{\sqrt{\alpha_{ar}}} \omega_n \operatorname{sech}^2(\omega_n) - \frac{K_{ar}}{\sqrt{\alpha_{ar}}} \operatorname{Tanh}(\omega_n) - \frac{K_{ob}}{\sqrt{\alpha_{ob}}} \right]} \dots [3.124]$$

3.3.4.2. Tasa de desplazamiento de petróleo. La tasa de desplazamiento de aceite, resultado de la inyección continua de vapor, está dada por la tasa a la cual el aceite móvil presente en la zona de vapor es desplazado y se expresa como:

$$q_o = 4.274 \frac{dV_c}{dt} \phi (S_o - S_{or}) \dots\dots\dots [3.125]$$

Donde.

| | | |
|---------------------|---|-----------------------|
| q_o : | Tasa de desplazamiento de aceite. | [Bl/dia] |
| $\frac{dV_c}{dt}$: | Tasa de cambio del volumen de la zona calentada con respecto al tiempo. | [pie ³ /h] |
| ϕ : | Porosidad. | [Fracción] |
| S_o : | Saturación de aceite al inicio de la inyección. | [Fracción] |
| S_{or} : | Saturación de aceite residual al vapor. | [Fracción] |

Para obtener la tasa de cambio del volumen de la zona calentada con respecto al tiempo es necesario derivar la ecuación 3.124.

$$\frac{dV_c}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{\dot{Q}_i L h_{arena}}{2\sqrt{\alpha_{ar}} (T_v - T_r)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{\frac{\omega_n^2 \alpha_{ar} t}{L^2}}}{\omega_n \left[\frac{K_{ar}}{\sqrt{\alpha_{ar}}} \omega_n \sec h^2(\omega_n) - \frac{K_{ar}}{\sqrt{\alpha_{ar}}} \text{Tanh}(\omega_n) - \frac{K_{ob}}{\sqrt{\alpha_{ob}}} \right]} \right)$$

$$\frac{dV_c}{dt} = \frac{\dot{Q}_i \sqrt{\alpha_{ar}} h_{arena}}{2(T_v - T_r)L} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\omega_n e^{\frac{\omega_n^2 \alpha_{ar} t}{L^2}}}{\frac{K_{ar}}{\sqrt{\alpha_{ar}}} \omega_n \sec h^2(\omega_n) - \frac{K_{ar}}{\sqrt{\alpha_{ar}}} \text{Tanh}(\omega_n) - \frac{K_{ob}}{\sqrt{\alpha_{ob}}}} \dots\dots\dots [3.126]$$

Reemplazando tasa de variación del volumen de la zona de vapor con el tiempo en la ecuación 3.125.

$$q_o = \frac{2.137 \dot{Q}_i \sqrt{\alpha_{ar}} h_{arena} \phi (S_o - S_{or})}{(T_v - T_r)L} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\omega_n e^{\frac{\omega_n^2 \alpha_{ar} t}{L^2}}}{\frac{K_{ar}}{\sqrt{\alpha_{ar}}} \omega_n \sec h^2(\omega_n) - \frac{K_{ar}}{\sqrt{\alpha_{ar}}} \text{Tanh}(\omega_n) - \frac{K_{ob}}{\sqrt{\alpha_{ob}}}} \quad [3.127]$$

3.3.4.3. Tasa de pérdidas de calor acumuladas. Las pérdidas de calor acumuladas en un determinado tiempo después de iniciada la inyección de vapor son determinadas a partir de un balance de calor, así:

$$\left[\begin{array}{c} \text{Calor inyectado} \\ \text{al tiempo } t \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} \text{Calor acumulado} \\ \text{al tiempo } t \end{array} \right] + \left[\begin{array}{c} \text{Calor perdido} \\ \text{al tiempo } t \end{array} \right]$$

Definiendo cada uno de los términos del balance como:

$$\left[\begin{array}{c} \text{Calor inyectado} \\ \text{al tiempo } t \end{array} \right] = \dot{Q}_i t \quad \dots\dots\dots [3.128]$$

$$\left[\begin{array}{c} \text{Calor acumulado} \\ \text{al tiempo } t \end{array} \right] = M_s V_c (T_v - T_r) \quad \dots\dots\dots [3.129]$$

$$\left[\begin{array}{c} \text{Calor perdido} \\ \text{al tiempo } t \end{array} \right] = Q_{loss} \quad \dots\dots\dots [3.130]$$

Donde

- \dot{Q}_i : Tasa de inyección de calor. [BTU/h]
- t : Tiempo. [h]
- M_s : Capacidad calórica volumétrica de la roca saturada. [BTU/pie³ °F]
- V_c : Volumen de la zona calentada. [pie³]
- T_v : Temperatura del vapor. [°F]
- T_r : Temperatura del yacimiento. [°F]
- Q_{loss} : Calor perdido al tiempo t [BTU]

Agrupando las ecuaciones 3.128, 3.129 y 3.130 dentro del balance de calor,

$$\dot{Q}_i t = M_s V_c (T_v - T_r) + Q_{loss} \quad \dots\dots\dots [3.131]$$

Despejando el término correspondiente al calor perdido, se tiene que:

$$Q_{loss} = \dot{Q}_i t - M_s V_c (T_v - T_r) \quad \dots\dots\dots [3.132]$$

El calor perdido a un tiempo t también puede ser expresado como una fracción del calor inyectado, así:

$$\% Q_{loss} = \frac{\dot{Q}_i t - M_s V_c (T_v - T_r)}{\dot{Q}_i t} * 100 \quad \dots\dots\dots [3.133]$$

3.3.4.4. Tasa de pérdidas de calor instantáneas. La tasa de pérdidas de calor instantáneas se expresan como:

$$\dot{q}_{loss} = [\text{Tasa de inyección de calor}] - [\text{Tasa de acumulación de calor}]$$

Donde \dot{q}_{loss} es la tasa de pérdidas de calor instantáneas en $[BTU/h]$.

La tasa de inyección de calor está dada por:

$$[\text{Tasa de inyección de calor}] = \dot{Q}_i \quad \dots\dots\dots [3.134]$$

Mientras que la tasa de acumulación de calor está dada por:

$$[\text{Tasa de acumulación de calor}] = M_s (T_v - T_r) \frac{dV_c}{dt} \quad \dots\dots\dots [3.135]$$

Donde

- M_s : Capacidad calórica volumétrica de la roca saturada. $[BTU/ pie^3 \circ F]$
- $\frac{dV_c}{dt}$: Tasa de cambio del volumen de la zona calentada con respecto al tiempo. $[pie^3/h]$
- T_v : Temperatura del vapor. $[^\circ F]$
- T_r : Temperatura del yacimiento. $[^\circ F]$

Reemplazando la tasa de cambio del volumen de la zona calentada con respecto al tiempo, por la expresión dada en la ecuación 3.126.

$$[\text{Tasa de acumulación de calor}] = \frac{2\dot{Q}_i M_s \sqrt{\alpha_{ar}} h_{arena}}{L} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\omega_n e^{-\frac{\omega_n^2 \alpha_{ar} t}{L^2}}}{\frac{K_{ar}}{\sqrt{\alpha_{ar}}} \omega_n \sec h^2(\omega_n) - \frac{K_{ar}}{\sqrt{\alpha_{ar}}} \text{Tanh}(\omega_n) - \frac{K_{ob}}{\sqrt{\alpha_{ob}}}}$$

..... [3.136]

Agrupando los términos y simplificando, se obtiene que:

$$\dot{q}_{loss} = \dot{Q}_i - \frac{2M_s \dot{Q}_i \sqrt{\alpha_{ar}} h_{arena}}{L} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\omega_n e^{-\frac{\omega_n^2 \alpha_{ar} t}{L^2}}}{\frac{K_{ar}}{\sqrt{\alpha_{ar}}} \omega_n \sec h^2(\omega_n) - \frac{K_{ar}}{\sqrt{\alpha_{ar}}} \text{Tanh}(\omega_n) - \frac{K_{ob}}{\sqrt{\alpha_{ob}}}} \dots\dots\dots [3.137]$$

3.3.5. Cálculos para la zona de vapor: Caso 2. Procediendo de manera similar al caso 1, se presentan los cálculos realizados para determinar el volumen de la zona calentada, la tasa de desplazamiento de aceite y la tasa de pérdidas de calor acumuladas e instantáneas cuando la zona de vapor se encuentra ubicada entre dos intercalaciones de arcilla.

3.3.5.1. Volumen de la zona calentada. El volumen de la zona calentada es definido a partir de un balance de calor, así:

$$\left[\begin{array}{c} \text{Tasa de energía} \\ \text{inyectada} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} \text{Tasa de pérdidas de energía} \\ \text{hacia las intercalaciones} \end{array} \right] + \left[\begin{array}{c} \text{Tasa de acumulación de} \\ \text{energía en el sistema} \end{array} \right]$$

$$\dot{Q}_i = \frac{2K_{ar1}(T_v - T_r)}{L_1} \int_0^t \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\alpha_{ar1}(t-u) \left[\frac{n\pi}{2L_1} \right]^2} \frac{dA_c}{du} du + \frac{2K_{ar2}(T_v - T_r)}{L_2} \int_0^t \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\alpha_{ar2}(t-u) \left[\frac{n\pi}{2L_2} \right]^2} \frac{dA_c}{du} du + M_s h_{arena} (T_v - T_r) \frac{dA_c}{dt}$$

..... [3.138]

A igual que en el caso 1, para resolver la ecuación 3.138 es necesario hallar la trasformada de Laplace de cada uno de los términos de la ecuación,

$$L\{\dot{Q}_i\} = L\left\{\frac{2K_{ar1}(T_v - T_r)}{L_1} \int_0^t \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\alpha_{ar1}t \left[\frac{n\pi}{2L_1}\right]^2} \frac{dA_c}{du} du\right\} + L\left\{\frac{2K_{ar2}(T_v - T_r)}{L_2} \int_0^t \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\alpha_{ar2}t \left[\frac{n\pi}{2L_2}\right]^2} \frac{dA_c}{du} du\right\} +$$

$$L\left\{M_s h_{arena} (T_v - T_r) \frac{dA_c}{dt}\right\} \dots\dots\dots [3.139]$$

Utilizando las definiciones dadas en las ecuaciones 3.40, 3.103 y 3.104 en la ecuación 3.139.

$$\frac{\dot{Q}_i}{s} = \frac{2K_{ar1}(T_v - T_r)}{L_1} \sum_{n=1}^{\infty} L\left\{e^{-\alpha_{ar1}t \left[\frac{n\pi}{2L_1}\right]^2}\right\} \left\{sL\{A_c(t)\} - A_c(0)\right\} + \frac{2K_{ar2}(T_v - T_r)}{L_2} \sum_{n=1}^{\infty} L\left\{e^{-\alpha_{ar2}t \left[\frac{n\pi}{2L_2}\right]^2}\right\}$$

$$* \left\{sL\{A_c(t)\} - A_c(0)\right\} + M_s h_{arena} (T_v - T_r) \left\{sL\{A_c(t)\} - A_c(0)\right\} \dots\dots\dots [3.140]$$

Reemplazando el valor del área calentada al tiempo cero $A_c(0) = 0$

$$\frac{\dot{Q}_i}{s} = \frac{2K_{ar1}(T_v - T_r)}{L_1} \left[\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{s + \alpha_{ar1} \left[\frac{n\pi}{2L_1}\right]^2} \right] sL\{A_c(t)\} + \frac{2K_{ar2}(T_v - T_r)}{L_2} \left[\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{s + \alpha_{ar2} \left[\frac{n\pi}{2L_2}\right]^2} \right] sL\{A_c(t)\}$$

$$+ M_s h_{arena} (T_v - T_r) sL\{A_c(t)\} \dots\dots\dots [3.141]$$

Reorganizando términos,

$$\frac{\dot{Q}_i}{s} = L\{A_c(t)\} \left[\frac{2K_{ar1}(T_v - T_r)}{L_1} \left[\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{s + \alpha_{ar1} \left[\frac{n\pi}{2L_1}\right]^2} \right] s + \frac{2K_{ar2}(T_v - T_r)}{L_2} \left[\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{s + \alpha_{ar2} \left[\frac{n\pi}{2L_2}\right]^2} \right] s + M_s h_{arena} (T_v - T_r) s \right]$$

$$\dots\dots\dots [3.142]$$

Despejando el término que involucra $A_c(t)$.

$$L\{A_c(t)\} = \frac{\dot{Q}_i}{s \left[\frac{2K_{ar1}(T_v - T_r)}{L_1} s \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{s + \alpha_{ar1} \left[\frac{n\pi}{2L_1} \right]^2} + \frac{2K_{ar2}(T_v - T_r)}{L_2} s \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{s + \alpha_{ar2} \left[\frac{n\pi}{2L_2} \right]^2} + M_s h_{arena} (T_v - T_r) s \right]} \quad [3.143]$$

Ahora las series presentes en el denominador de la ecuación 3.143 son reemplazadas por la expresión equivalente planteada en la ecuación 3.114.

$$L\{A_c(t)\} = \frac{\dot{Q}_i}{s \left[\frac{K_{ar1}(T_v - T_r)}{\sqrt{\alpha_{ar1}}} \sqrt{s} \operatorname{Tanh} \left(\frac{L_1 \sqrt{s}}{\sqrt{\alpha_{ar1}}} \right) + \frac{K_{ar2}(T_v - T_r)}{\sqrt{\alpha_{ar2}}} \sqrt{s} \operatorname{Tanh} \left(\frac{L_2 \sqrt{s}}{\sqrt{\alpha_{ar2}}} \right) + M_s h_{arena} (T_v - T_r) s \right]} \quad [3.144]$$

Para facilitar el manejo de la expresión 3.144 se definen los siguientes términos:

$$C'_1 = \frac{K_{ar1}(T_v - T_r)}{\sqrt{\alpha_{ar1}}}$$

$$C'_2 = \frac{K_{ar2}(T_v - T_r)}{\sqrt{\alpha_{ar2}}}$$

$$C'_3 = M_s h_{arena} (T_v - T_r)$$

$$C'_4 = \frac{L_1}{\sqrt{\alpha_{ar1}}}$$

$$C'_5 = \frac{L_2}{\sqrt{\alpha_{ar2}}}$$

$$L\{A_c(t)\} = \frac{\dot{Q}_i}{s [C'_1 \sqrt{s} \operatorname{Tanh}(C'_4 \sqrt{s}) + C'_2 \sqrt{s} \operatorname{Tanh}(C'_5 \sqrt{s}) + C'_3 s]} \quad [3.145]$$

Aplicando la fórmula de inversión compleja, se obtiene que el área calentada por el vapor está dada por la expresión:

$$A_c(s) = \frac{1}{2\pi i} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} e^{ts} \frac{\dot{Q}_i}{s^2 \left[\frac{C'_1}{\sqrt{s}} \text{Tanh}(C'_4 \sqrt{s}) + \frac{C'_2}{\sqrt{s}} \text{Tanh}(C'_5 \sqrt{s}) + C'_3 \right]} ds \quad \dots\dots\dots [3.146]$$

Realizando un análisis preliminar de la expresión 3.146, es evidente que $s = 0$ se comporta como un polo doble, motivo por el cual es necesario centrarse en la determinación de polos adicionales. Partiendo de la expresión:

$$\frac{C'_1}{\sqrt{s}} \text{Tanh}(C'_4 \sqrt{s}) + \frac{C'_2}{\sqrt{s}} \text{Tanh}(C'_5 \sqrt{s}) + C'_3 = 0 \quad \dots\dots\dots [3.147]$$

Teniendo en cuenta que la relación entre la tangente y la tangente hiperbólica de un ángulo está dada por³²:

$$\tanh u = -i \tan iu \quad \dots\dots\dots [3.148]$$

Reemplazando la expresión 3.148 en 3.147

$$\frac{C'_1}{\sqrt{-s}} \text{Tan}(C'_4 \sqrt{-s}) + \frac{C'_2}{\sqrt{-s}} \text{Tan}(C'_5 \sqrt{-s}) + C'_3 = 0 \quad \dots\dots\dots [3.149]$$

Definiendo $\omega' = \sqrt{-s}$ en 3.149.

$$C'_1 \text{Tan}(C'_4 \omega') + C'_2 \text{Tan}(C'_5 \omega') + C'_3 \omega' = 0 \quad \dots\dots\dots [3.150]$$

Entonces ω'_n son las raíces de la ecuación 3.150, por tanto encontramos polos múltiples en $s = -\omega_n'^2$.

Una vez obtenidos los polos de la función, se calculan los residuos, así:

³² ABRAMOWITZ, Milton y STEGUN, Irene. Handbook of mathematical tables. USA: National Bureau of standards applied mathematics series. 55, 1968. Library of congress catalog card number: 64-60036.

Residuo en el polo doble $s = 0$.

$$\lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{1!} \frac{d}{ds} \left[(s-0)^2 \frac{\dot{Q}_i e^{ts}}{s^2 \left[\frac{C'_1}{\sqrt{s}} \operatorname{Tanh}(C'_4 \sqrt{s}) + \frac{C'_2}{\sqrt{s}} \operatorname{Tanh}(C'_5 \sqrt{s}) + C'_3 \right]} \right] =$$

$$\lim_{s \rightarrow 0} \frac{d}{ds} \left[\frac{\dot{Q}_i e^{ts}}{\left[\frac{C'_1}{\sqrt{s}} \operatorname{Tanh}(C'_4 \sqrt{s}) + \frac{C'_2}{\sqrt{s}} \operatorname{Tanh}(C'_5 \sqrt{s}) + C'_3 \right]} \right] =$$

$$\lim_{s \rightarrow 0} \frac{\dot{Q}_i t e^{ts}}{\frac{C'_1}{\sqrt{s}} \operatorname{Tanh}(C'_4 \sqrt{s}) + \frac{C'_2}{\sqrt{s}} \operatorname{Tanh}(C'_5 \sqrt{s}) + C'_3} -$$

$$\lim_{s \rightarrow 0} \frac{\dot{Q}_i e^{ts} \left[\frac{-C'_1}{\sqrt{s}^3} \operatorname{Tanh}(C'_4 \sqrt{s}) + \frac{C'_1 C'_4}{2s} \operatorname{sech}^2(C'_4 \sqrt{s}) - \frac{C'_2}{\sqrt{s}^3} \operatorname{Tanh}(C'_5 \sqrt{s}) + \frac{C'_2 C'_5}{2s} \operatorname{sech}^2(C'_5 \sqrt{s}) \right]}{\left[\frac{C'_1}{\sqrt{s}} \operatorname{Tanh}(C'_4 \sqrt{s}) + \frac{C'_2}{\sqrt{s}} \operatorname{Tanh}(C'_5 \sqrt{s}) + C'_3 \right]^2}$$

$$\lim_{s \rightarrow 0} \frac{d}{ds} \left[\frac{\dot{Q}_i e^{ts}}{\frac{C'_1}{\sqrt{s}} \operatorname{Tanh}(C'_4 \sqrt{s}) + \frac{C'_2}{\sqrt{s}} \operatorname{Tanh}(C'_5 \sqrt{s}) + C'_3} \right] = \frac{\dot{Q}_i t}{C'_1 C'_4 + C'_2 C'_5 + C'_3} + \frac{\dot{Q}_i [C'_1 C'_4^3 + C'_2 C'_5^3]}{3(C'_1 C'_4 + C'_2 C'_5 + C'_3)^2}$$

Residuo en el polo ($s = 0$) = $\frac{\dot{Q}_i t}{C'_1 C'_4 + C'_2 C'_5 + C'_3} + \frac{\dot{Q}_i [C'_1 C'_4^3 + C'_2 C'_5^3]}{3(C'_1 C'_4 + C'_2 C'_5 + C'_3)^2}$ [3.151]

Residuo en el polo múltiple $s = -\omega_n'^2$.

$$\lim_{s \rightarrow -\omega_n'^2} (s + \omega_n'^2) \frac{\dot{Q}_i e^{ts}}{s^2 \left[\frac{C'_1}{\sqrt{s}} \operatorname{Tanh}(C'_4 \sqrt{s}) + \frac{C'_2}{\sqrt{s}} \operatorname{Tanh}(C'_5 \sqrt{s}) + C'_3 \right]} =$$

$$\lim_{s \rightarrow -\omega_n'^2} \frac{\dot{Q}_i e^{ts}}{s^2} * \lim_{s \rightarrow -\omega_n'^2} \frac{(s + \omega_n'^2)}{\frac{C'_1}{\sqrt{s}} \operatorname{Tanh}(C'_4 \sqrt{s}) + \frac{C'_2}{\sqrt{s}} \operatorname{Tanh}(C'_5 \sqrt{s}) + C'_3}$$

$$\lim_{s \rightarrow -\omega_n'^2} \frac{\dot{Q}_i e^{ts}}{s^2} = \frac{\dot{Q}_i e^{-\omega_n'^2 t}}{\omega_n'^4}$$

$\lim_{s \rightarrow -\omega_n'^2} \frac{(s + \omega_n'^2)}{\frac{C_1'}{\sqrt{s}} \text{Tanh}(C_4' \sqrt{s}) + \frac{C_2'}{\sqrt{s}} \text{Tanh}(C_5' \sqrt{s}) + C_3'}$ es una indeterminación del tipo $\frac{0}{0}$ por lo

cual debe ser resuelto aplicando la regla de l'Hospital.

$$\lim_{s \rightarrow -\omega_n'^2} \frac{(s + \omega_n'^2)}{\frac{C_1'}{\sqrt{s}} \text{Tanh}(C_4' \sqrt{s}) + \frac{C_2'}{\sqrt{s}} \text{Tanh}(C_5' \sqrt{s}) + C_3'} = \frac{-2\omega_n'^2}{\frac{C_1'}{\omega_n'} \text{Tan}(C_4' \omega_n') + C_1' C_4' \sec^2(C_4' \omega_n') + \frac{C_2'}{\omega_n'} \text{Tan}(C_5' \omega_n') + C_2' C_5' \sec^2(C_5' \omega_n')}$$

$$\lim_{s \rightarrow -\omega_n'^2} (s + \omega_n'^2) \frac{\dot{Q}_i e^{ts}}{s^2 \left[\frac{C_1'}{\sqrt{s}} \text{Tanh}(C_4' \sqrt{s}) + \frac{C_2'}{\sqrt{s}} \text{Tanh}(C_5' \sqrt{s}) + C_3' \right]} = \frac{e^{-\omega_n'^2 t} \dot{Q}_i}{\omega_n'^4} * \frac{-2\omega_n'^2}{\frac{C_1'}{\omega_n'} \text{Tan}(C_4' \omega_n') + C_1' C_4' \sec^2(C_4' \omega_n') + \frac{C_2'}{\omega_n'} \text{Tan}(C_5' \omega_n') + C_2' C_5' \sec^2(C_5' \omega_n')}$$

Residuo en el polo ($s = -\omega_n'^2$) = $\frac{-2\dot{Q}_i e^{-\omega_n'^2 t}}{C_1' \omega_n' \text{Tan}(C_4' \omega_n') + C_1' C_4' \omega_n'^2 \sec^2(C_4' \omega_n') + C_2' \omega_n' \text{Tan}(C_5' \omega_n') + C_2' C_5' \omega_n'^2 \sec^2(C_5' \omega_n')}$

[3.152]

Finalmente la solución para el área calentada esta dada por:

$A_c(t) = \sum \text{residuos de } \frac{\dot{Q}_i e^{ts}}{s^2 \left[\frac{C_1'}{\sqrt{s}} \text{Tanh}(C_4' \sqrt{s}) + \frac{C_2'}{\sqrt{s}} \text{Tanh}(C_5' \sqrt{s}) + C_3' \right]}$ en los polos $s = 0$ y $s = -\omega_n'^2$

$$A_c(t) = \frac{\dot{Q}_i}{(T_v - T_r)} \left[\frac{t}{M_{ar1} L_1 + M_{ar2} L_2 + M_s h_{arena}} + \frac{K_{ar1} L_1^3 \alpha_{ar2}^2 + K_{ar2} L_2^3 \alpha_{ar1}^2}{3\alpha_{ar1}^2 \alpha_{ar2}^2 [M_{ar1} L_1 + M_{ar2} L_2 + M_s h_{arena}]^2} - 2 * \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-\omega_n'^2 t}}{\frac{K_{ar1} \omega_n'}{\sqrt{\alpha_{ar1}}} \text{Tan}\left(\frac{L_1 \omega_n'}{\sqrt{\alpha_{ar1}}}\right) + \frac{K_{ar1} L_1 \omega_n'^2}{\alpha_{ar1}} \sec^2\left(\frac{L_1 \omega_n'}{\sqrt{\alpha_{ar1}}}\right) + \frac{K_{ar2} \omega_n'}{\sqrt{\alpha_{ar2}}} \text{Tan}\left(\frac{L_2 \omega_n'}{\sqrt{\alpha_{ar2}}}\right) + \frac{K_{ar2} L_2 \omega_n'^2}{\alpha_{ar2}} \sec^2\left(\frac{L_2 \omega_n'}{\sqrt{\alpha_{ar2}}}\right)} \right]$$

[3.153]

El volumen de la zona de vapor está dado por el producto entre el área calentada y el espesor de la arena inundada, así:

$$V_c(t) = \frac{\dot{Q}_i h_{arena}}{(T_v - T_r)} \left[\frac{t}{M_{ar1}L_1 + M_{ar2}L_2 + M_s h_{arena}} + \frac{K_{ar1}L_1^3\alpha_{ar2}^2 + K_{ar2}L_2^3\alpha_{ar1}^2}{3\alpha_{ar1}^2\alpha_{ar2}^2[M_{ar1}L_1 + M_{ar2}L_2 + M_s h_{arena}]^2} - 2^* \right] e^{-\omega_n^2 t} \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{K_{ar1}\omega'_n}{\sqrt{\alpha_{ar1}}} \text{Tan}\left(\frac{L_1\omega'_n}{\sqrt{\alpha_{ar1}}}\right) + \frac{K_{ar1}L_1\omega_n'^2}{\alpha_{ar1}} \sec^2\left(\frac{L_1\omega'_n}{\sqrt{\alpha_{ar1}}}\right) + \frac{K_{ar2}\omega'_n}{\sqrt{\alpha_{ar2}}} \text{Tan}\left(\frac{L_2\omega'_n}{\sqrt{\alpha_{ar2}}}\right) + \frac{K_{ar2}L_2\omega_n'^2}{\alpha_{ar2}} \sec^2\left(\frac{L_2\omega'_n}{\sqrt{\alpha_{ar2}}}\right) \right] \quad [3.154]$$

3.3.5.2. Tasa de desplazamiento de petróleo. La tasa de desplazamiento de aceite, resultado de la inyección continua de vapor, está dada por:

$$q_o = 4.274 \frac{dV_c}{dt} \phi(S_o - S_{or}) \quad [3.125]$$

La tasa de variación del volumen de la zona calentada con respecto al tiempo se obtiene derivando la expresión 3.154.

$$\frac{dV_c}{dt} = \frac{d}{dt} \left[\frac{\dot{Q}_i h_{arena}}{(T_v - T_r)} \left[\frac{t}{M_{ar1}L_1 + M_{ar2}L_2 + M_s h_{arena}} + \frac{K_{ar1}L_1^3\alpha_{ar2}^2 + K_{ar2}L_2^3\alpha_{ar1}^2}{3\alpha_{ar1}^2\alpha_{ar2}^2[M_{ar1}L_1 + M_{ar2}L_2 + M_s h_{arena}]^2} - 2^* \right] e^{-\omega_n^2 t} \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{K_{ar1}\omega'_n}{\sqrt{\alpha_{ar1}}} \text{Tan}\left(\frac{L_1\omega'_n}{\sqrt{\alpha_{ar1}}}\right) + \frac{K_{ar1}L_1\omega_n'^2}{\alpha_{ar1}} \sec^2\left(\frac{L_1\omega'_n}{\sqrt{\alpha_{ar1}}}\right) + \frac{K_{ar2}\omega'_n}{\sqrt{\alpha_{ar2}}} \text{Tan}\left(\frac{L_2\omega'_n}{\sqrt{\alpha_{ar2}}}\right) + \frac{K_{ar2}L_2\omega_n'^2}{\alpha_{ar2}} \sec^2\left(\frac{L_2\omega'_n}{\sqrt{\alpha_{ar2}}}\right) \right] \right] \quad [3.155]$$

$$\frac{dV_c}{dt} = \frac{\dot{Q}_i h_{arena}}{(T_v - T_r)} \left[\frac{1}{M_{ar1}L_1 + M_{ar2}L_2 + M_s h_{arena}} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-\omega_n^2 t}}{\omega'_n \sqrt{\alpha_{ar1}}} \left[\frac{K_{ar1}}{\omega'_n \sqrt{\alpha_{ar1}}} \text{Tan}\left(\frac{L_1\omega'_n}{\sqrt{\alpha_{ar1}}}\right) + \frac{K_{ar1}L_1}{\alpha_{ar1}} \sec^2\left(\frac{L_1\omega'_n}{\sqrt{\alpha_{ar1}}}\right) + \frac{K_{ar2}}{\omega'_n \sqrt{\alpha_{ar2}}} \text{Tan}\left(\frac{L_2\omega'_n}{\sqrt{\alpha_{ar2}}}\right) + \frac{K_{ar2}L_2}{\alpha_{ar2}} \sec^2\left(\frac{L_2\omega'_n}{\sqrt{\alpha_{ar2}}}\right) \right] \right] \quad [3.155]$$

Reemplazando la ecuación 3.155 en la expresión 3.125, se obtiene que la tasa de desplazamiento de aceite en barriles por día para el caso 2 es:

$$q_o = \frac{4.274\phi(S_o - S_{or})\dot{Q}_i h_{arena}}{(T_v - T_r)} \left[\frac{1}{M_{ar1}L_1 + M_{ar2}L_2 + M_s h_{arena}} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-\omega_n^2 t}}{\omega_n \sqrt{\alpha_{ar1}} \tan\left(\frac{L_1 \omega_n'}{\sqrt{\alpha_{ar1}}}\right) + \frac{K_{ar1} L_1}{\alpha_{ar1}} \sec^2\left(\frac{L_1 \omega_n'}{\sqrt{\alpha_{ar1}}}\right) + \frac{K_{ar2}}{\omega_n \sqrt{\alpha_{ar2}}} \tan\left(\frac{L_2 \omega_n'}{\sqrt{\alpha_{ar2}}}\right) + \frac{K_{ar} L_2}{\alpha_{ar2}} \sec^2\left(\frac{L_2 \omega_n'}{\sqrt{\alpha_{ar2}}}\right)} \right] \quad [3.156]$$

3.3.5.3. Tasa de pérdidas de calor acumuladas. Las pérdidas de calor acumuladas en un determinado tiempo después de iniciada la inyección de vapor son determinadas a partir de un balance de calor, así:

$$\left[\begin{array}{c} \text{Calor inyectado} \\ \text{al tiempo } t \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} \text{Calor acumulado} \\ \text{al tiempo } t \end{array} \right] + \left[\begin{array}{c} \text{Calor pérdida} \\ \text{al tiempo } t \end{array} \right]$$

Reemplazando cada uno de los términos del balance y despejando el término correspondiente a las pérdidas de calor se obtiene que:

$$Q_{loss} = \dot{Q}_i t - M_s V_{c(Caso2)} (T_v - T_r) \quad [3.157]$$

Donde V_c está dado por la ecuación 3.154.

Las pérdidas de calor acumuladas expresadas como un porcentaje del calor inyectado, están dadas por:

$$\% Q_{loss} = \frac{\dot{Q}_i t - M_s V_{c(Caso2)} (T_v - T_r)}{\dot{Q}_i t} * 100 \quad [3.158]$$

3.3.5.4. Tasa de pérdidas de calor instantáneas. La tasa de pérdidas de calor instantáneas se expresan como:

$$\dot{q}_{loss} = [\text{Tasa de inyección de calor}] - [\text{Tasa de acumulación de calor}]$$

Reemplazando cada uno de los términos en la anterior expresión, se tiene que:

$$\dot{q}_{loss} = \dot{Q}_i - M_s \dot{Q}_i h_{arena} \left[\frac{1}{M_{ar1} L_1 + M_{ar2} L_2 + M_s h_{arena}} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-\omega_n^2 t}}{\frac{K_{ar1}}{\omega_n \sqrt{\alpha_{ar1}}} \text{Tan} \left(\frac{L_1 \omega_n'}{\sqrt{\alpha_{ar1}}} \right) + \frac{K_{ar1} L_1}{\alpha_{ar1}} \sec^2 \left(\frac{L_1 \omega_n'}{\sqrt{\alpha_{ar1}}} \right) + \frac{K_{ar2}}{\omega_n \sqrt{\alpha_{ar2}}} \text{Tan} \left(\frac{L_2 \omega_n'}{\sqrt{\alpha_{ar2}}} \right) + \frac{K_{ar} L_2}{\alpha_{ar2}} \sec^2 \left(\frac{L_2 \omega_n'}{\sqrt{\alpha_{ar2}}} \right)} \right] \quad [3.159]$$

4. ANÁLISIS DE RESULTADOS

El desarrollo matemático a partir del cual se obtuvo el modelo analítico propuesto, permitió definir algunas expresiones para el cálculo de la distribución de temperatura en las zonas impermeables. Los resultados obtenidos son analizados en función de tres parámetros: tiempo, distancia y difusividad térmica de la roca, los cuales permiten una mejor comprensión de la transferencia de calor por conducción hacia el **overburden**, **underburden** y las intercalaciones de arcilla. Finalmente, se valoran los resultados obtenidos con el modelo analítico, a partir de los resultados conseguidos mediante simulación numérica. Para facilitar la evaluación del nuevo modelo se presenta una herramienta software desarrollada como una macro de Excel.

4.1. DISTRIBUCIÓN DE TEMPERATURA EN EL OVERBURDEN Y UNDERBURDEN

A partir del modelamiento propuesto por Marx y Langenheim para la transferencia de calor por conducción hacia el **overburden** o **underburden**, se estableció que la distribución de temperatura en función del tiempo y la distancia está dada por:

$$T(z, t) = T_v - (T_v - T_r) \operatorname{erf}\left(\frac{z}{2\sqrt{\alpha_{ob}t}}\right) \dots\dots\dots [4.1]$$

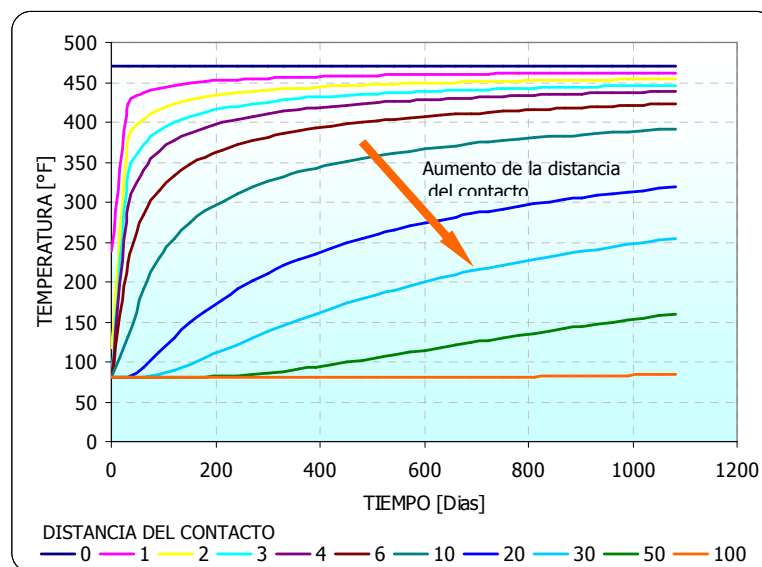
La ecuación 4.1 depende de cinco parámetros que son: la temperatura del vapor, la temperatura inicial promedio del yacimiento, la difusividad térmica, la distancia del contacto con la zona de vapor y el tiempo, donde los tres primeros permanecen invariables durante el proceso. Con base en lo anterior se enfoca el análisis inicial en torno a la distancia del contacto con la zona de vapor y el tiempo. Para ello, se evalúa la distribución de temperatura para un sistema con las siguientes características:

CASO BASE

| | |
|----------------------------|--------------------------------------|
| Difusividad térmica | $\alpha_{ob} = 0,03 \text{ pie}^2/h$ |
| Temperatura del vapor | $T_v = 470^\circ F$ |
| Temperatura del yacimiento | $T_r = 80^\circ F$ |

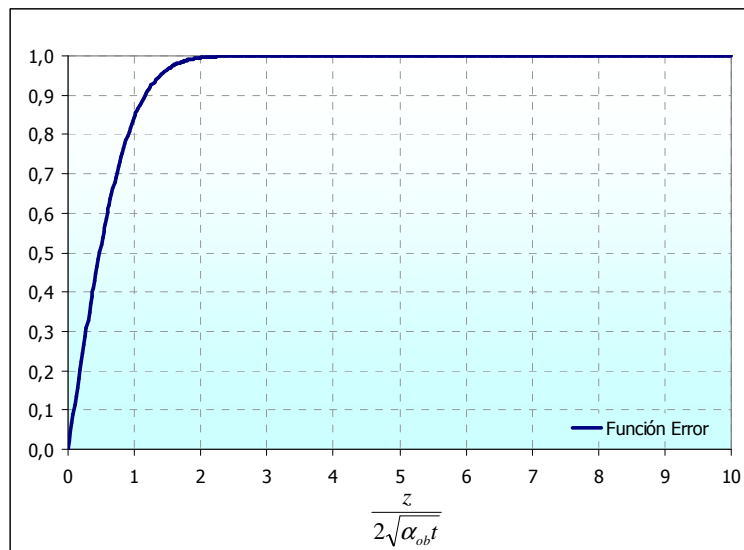
Los resultados son presentados en la figura 12.

Figura 12. Distribución de temperatura para el **overburden**.



De la distribución de temperatura calculada se infiere que la transferencia de calor por conducción es un mecanismo lento en rocas características de los yacimientos de hidrocarburos. Tomando como referencia la línea magenta, la cual representa un punto ubicado a una distancia de 1 pie del contacto de la zona de vapor con el **overburden**, se puede observar que a pesar de que se requieren de alrededor del 120 días para que dicho punto alcance una temperatura cercana a las 450 °F, después de tres años aun se encuentra 10 °F por debajo de la temperatura del vapor. Este comportamiento está gobernado por la función error (Figura 13), ya que en la medida en que el tiempo se incrementa, el argumento de la función error decrece generando que la función tienda lentamente a cero.

Figura 13. Función error.

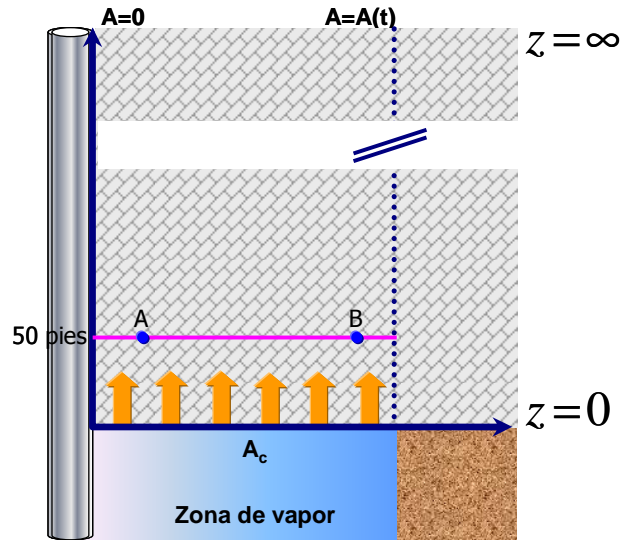


Si ahora se toma como referencia un punto ubicado a 100 pies de distancia del contacto con la zona de vapor, se puede observar que después de 800 días el aumento de temperatura es apenas perceptible. El hecho que en el **overburden** o **underburden** la temperatura aumente lentamente, implica que siempre existirá un alto gradiente de temperatura. Partiendo de la ley para la transferencia de calor por conducción propuesta por Fourier, se puede establecer que el flujo de calor hacia dichas zonas será alto en virtud del gradiente de temperatura existente. La importancia de la comprensión de este fenómeno se centra en la administración del calor durante la inyección de vapor, ya que se debe establecer claramente la cantidad de calor empleada para calentar los fluidos de interés y cuanto de ese calor se está perdiendo hacia zonas que no aportan a la producción.

Otro aspecto que se debe tener en cuenta de la transferencia de calor por conducción hacia el **overburden**, es el hecho que todos los puntos de un mismo plano ubicado a la misma distancia del contacto con la zona de vapor no se encuentran a la misma temperatura. Esto se debe a que todos los puntos no han estado sometidos durante el mismo tiempo al efecto de la inyección de vapor. En la figura 14 se muestra un plano ubicado a una distancia de 50 pies del contacto con la zona de vapor, y se establece que el punto A ha estado sometido a un cambio de temperatura durante 500 días, mientras que el punto B lo ha estado durante 50 días, como consecuencia del

crecimiento de la zona de vapor. Tomando como base la figura 12, se puede decir que el punto A se encuentra a aproximadamente 104°F, mientras que el punto B se encuentra aun a 80°F.

Figura 14. Temperatura en dos puntos ubicados a la misma distancia del contacto con la zona de vapor.



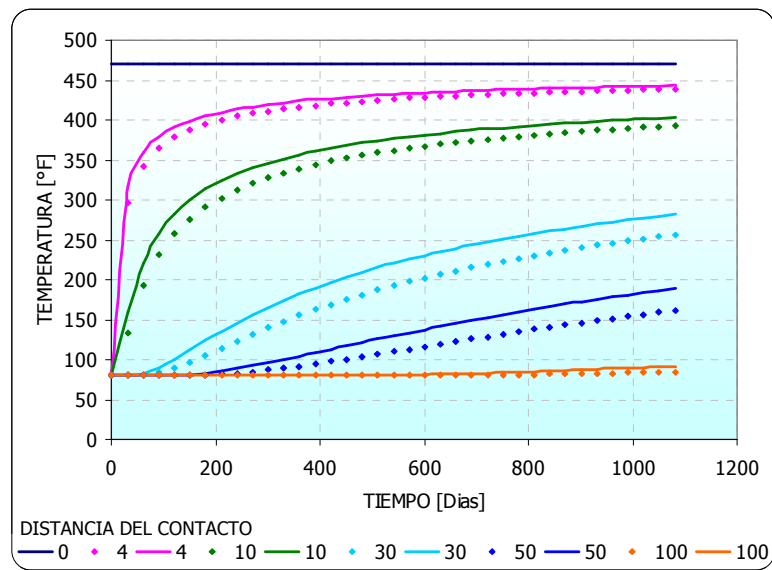
La difusividad térmica es una propiedad característica de la roca, que gobierna el flujo de calor a través de ella. Por ello, a pesar de que esta propiedad se considera constante durante la inyección de vapor, ésta varía de un yacimiento a otro. Es así como se consideraron dos casos de estudio:

| CASO 1 | CASO 2 |
|--|--|
| $\alpha_{ob} = 0,0317 \text{ pie}^2/h$ | $\alpha_{ob} = 0,0414 \text{ pie}^2/h$ |
| $T_v = 470^\circ F$ | $T_v = 470^\circ F$ |
| $T_r = 80^\circ F$ | $T_r = 80^\circ F$ |

En la figura 15 se aprecia que a valores más altos de difusividad térmica, el aumento de temperatura en cualquier punto del **overburden** es mayor. Este comportamiento se debe a que un valor alto de difusividad es resultado de una alta conductividad térmica o de una baja capacidad calórica volumétrica. Una alta conductividad térmica

indica que el medio es capaz de transferir rápidamente el calor que fluye a través de dicha formación, mientras que la baja capacidad calórica muestra que se requiere de una menor cantidad de energía para aumentar en un grado Fahrenheit la temperatura de la zona.

Figura 15. Distribución de temperatura para dos valores de difusividad térmica del Overburden.



Caso 1: Línea discontinua **Caso 2:** Línea continua.

4.2. DISTRIBUCIÓN DE TEMPERATURA EN LAS INTERCALACIONES DE ARCILLA

A partir del balance de calor realizado para las intercalaciones de arcilla, se obtuvo que la temperatura en función de la distancia y el tiempo para dichas zonas está dada por:

$$\frac{T - T_v}{T_r - T_v} = \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} e^{-\alpha_{ar} t \left[\frac{n\pi}{2L} \right]^2} \text{sen} \left(\frac{n\pi z}{2L} \right) \quad \dots \quad [4.2]$$

En la ecuación 4.2 se observa que la temperatura depende de la función seno, la cual es una función periódica. La aparición de esta función es una consecuencia directa de haber definido que las intercalaciones de arcilla se comportan como sólidos

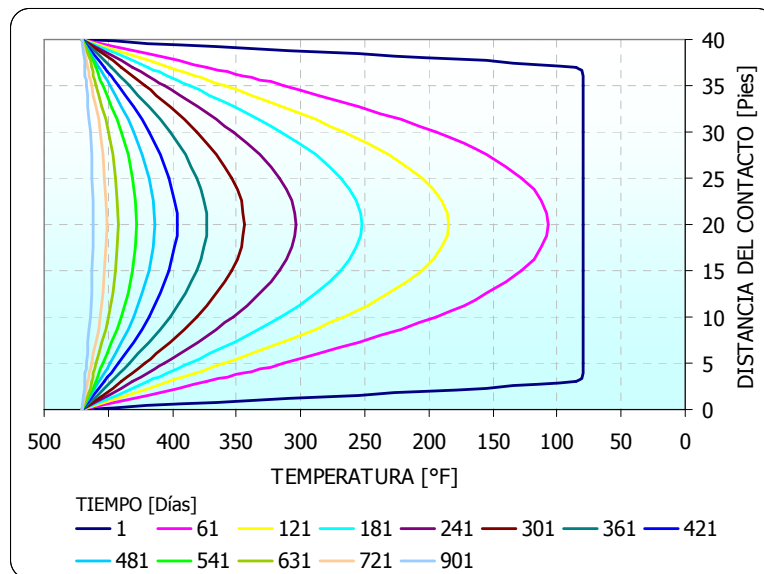
homogéneos simétricos con respecto a un eje ubicado en el punto medio. De la misma manera, la simetría refleja el hecho que la intercalación de arcilla se encuentra entre dos zonas de vapor, por tanto los puntos equidistantes de los contactos arena-arcilla estarán a la misma temperatura. Considerando un sistema con las siguientes características:

CASO BASE

| | |
|----------------------------|--|
| Difusividad térmica | $\alpha_{ar} = 0,03 \text{ pie}^2 / h$ |
| Temperatura del vapor | $T_v = 470^\circ F$ |
| Temperatura del yacimiento | $T_r = 80^\circ F$ |
| Espesor de la arcilla | $l = 40 \text{ pies}$ |

Se obtiene la distribución de temperatura presentada en la figura 16.

Figura 16. Distribución de temperatura para las intercalaciones de arcilla.



De la figura 16 es posible observar que la arcilla requiere de alrededor de tres años para alcanzar la temperatura del vapor en un plano perpendicular al contacto con las zonas inundadas, lo cual se constituye en un claro reflejo de lo lenta que puede llegar a ser la transferencia de calor por conducción en este tipo de materiales. Este

comportamiento tiene serias implicaciones en el modelamiento de las pérdidas de calor desde la zona de vapor hacia las intercalaciones de arcilla.

Teniendo en cuenta que los modelos analíticos como el desarrollado, solo describen el comportamiento de la inyección continua de vapor antes de la ruptura; y que ésta se puede llegar a presentar en los dos primeros años de vida del proyecto, es muy probable que a través de las intercalaciones persista un gradiente de temperatura diferente de cero. Lo anterior permite establecer que la transferencia de calor en las intercalaciones se presenta en un régimen de flujo no estacionario descrito por la ley de Fourier.

La distribución de temperatura además de estar influenciada por las propiedades térmicas de la roca, es afectada por el espesor de la intercalación; con el objetivo de observar este parámetro se plantearon los siguientes casos de estudio, cuyos resultados son presentados en la figura 17:

| CASO 1 | CASO 2 |
|--|--|
| $\alpha_{ar} = 0,0307 \text{ pie}^2/h$ | $\alpha_{ar} = 0,0307 \text{ pie}^2/h$ |
| $T_v = 470^\circ F$ | $T_v = 470^\circ F$ |
| $T_r = 80^\circ F$ | $T_r = 80^\circ F$ |
| $L = 20 \text{ pies}$ | $L = 40 \text{ pies}$ |

Como puede apreciarse en la figura 17 a medida que se reduce el espesor de la intercalación de arcilla, el aumento de temperatura en cualquier punto del sistema es mayor. Partiendo del principio de conservación de energía y conociendo que el flujo de calor se da únicamente desde la zona de vapor hacia la intercalación se puede decir que en el caso 1 existe una mayor cantidad de calor disponible por unidad de volumen para elevar la temperatura del sistema.

Finalmente, si se compara la distribución de temperatura para planos equidistantes del contacto con la zona de vapor, pero uno ubicado en el **overburden** y otro en una

intercalación de arcilla se observará un comportamiento como el descrito en la figura 18.

Figura 17. Comparación de la distribución de temperatura para intercalaciones de diferente espesor.

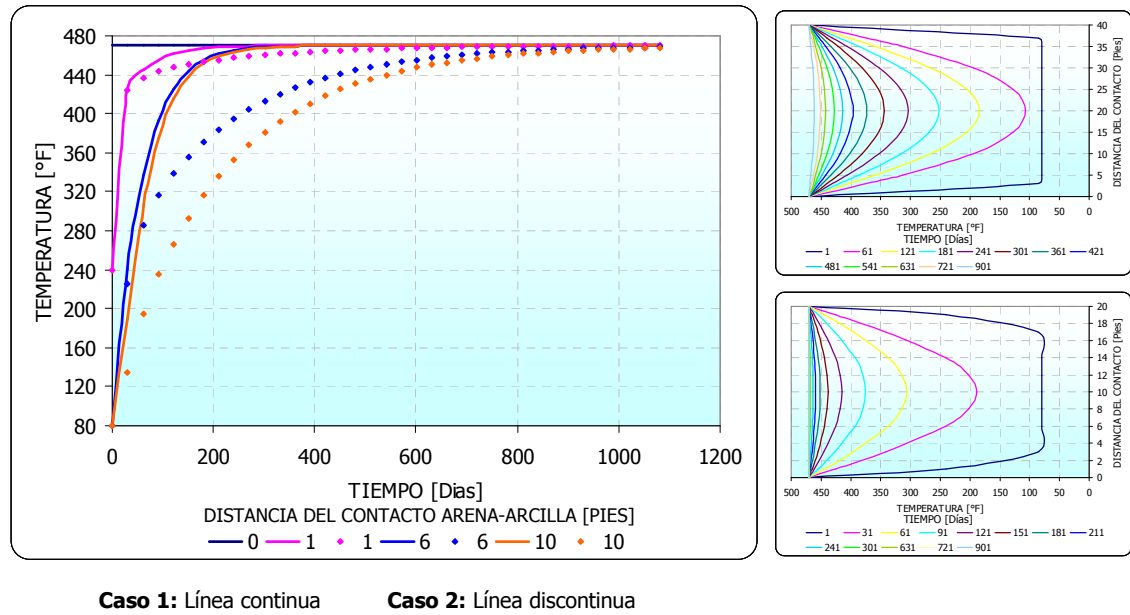
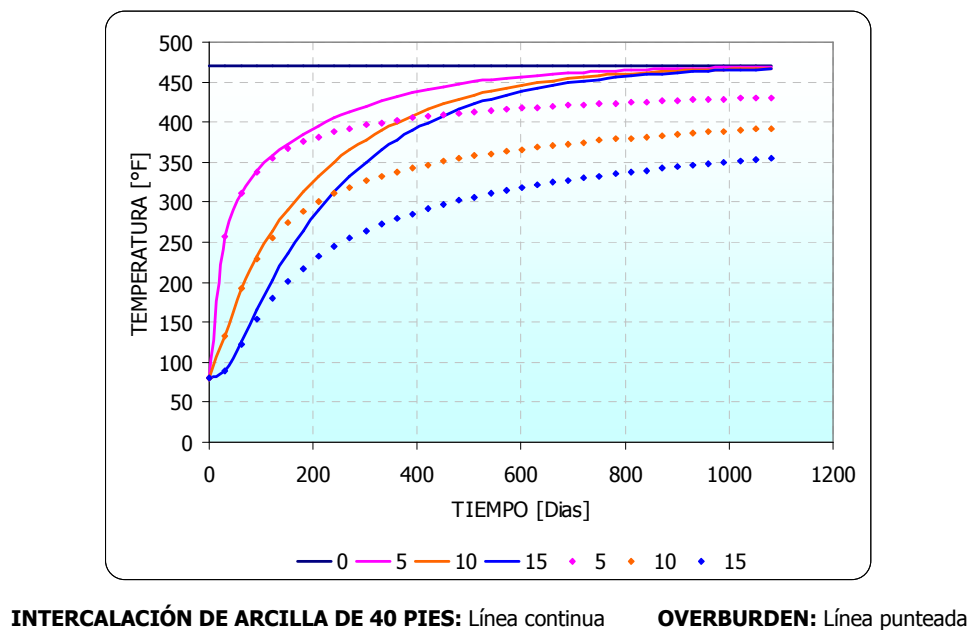


Figura 18. Comparación de la distribución de temperatura en el **overburden** y las intercalaciones de arcilla.



En la figura 18 se aprecia claramente que aunque el **overburden** y la intercalación de arcilla tienen las mismas propiedades térmicas, en un mismo punto en un determinado tiempo la temperatura en la intercalación tiende a ser mayor. Este efecto en la distribución de temperatura para las intercalaciones de arcilla, es generado por la existencia de dos superficies a través de las cuales está ingresando calor hacia la formación; además el **overburden** se comporta como un sólido de espesor infinito y las intercalaciones de arcilla se comportan como sólidos de espesor finito.

4.3.EVALUACIÓN DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS A PARTIR DEL NUEVO MODELO ANALÍTICO

La evaluación de los resultados obtenidos a partir del modelo analítico se realizó por medio de simulación numérica, teniendo en cuenta que esta técnica es la que presenta mayor exactitud a la hora de describir el comportamiento de un yacimiento cuando es sometido a inyección de vapor.

4.3.1. Descripción del yacimiento utilizado para evaluar los resultados obtenidos a partir del nuevo modelo analítico. El modelo analítico propuesto fue diseñado con el objetivo de predecir el comportamiento de la inyección continua de vapor en yacimientos estratificados. Por tal razón, se diseñó el presente modelo conceptual de yacimiento^{33,34} que trata de agrupar las principales características relacionadas con la geología del yacimiento, propiedades térmicas de la roca y los fluidos, propiedades de los fluidos y las características de la interacción roca-fluido propias de un yacimiento colombiano candidato a ser sometido a inyección continua de vapor.

El modelo representa un arreglo de inyección de cinco puntos invertido con un área de 2,5 acres. El tope de la formación se encuentra ubicado a 1365 pies de profundidad, la

³³ DUITAMA DURÁN, Jorge. Estandarización de los procedimientos de perforación en los pozos del campo Jazmín. Proyecto de grado para optar por el título de Ingeniero de Petróleos. 2005.

³⁴ SALAS BONILLA, Alexander. Análisis de las operaciones de cementación, empaquetamiento con grava y los fluidos de perforación para un pozo tipo en el caso Jazmín. Proyecto de grado para optar por el título de Ingeniero de Petróleos. 2005.

temperatura inicial promedio es de 105 °F y la presión de referencia es de 890 psi a 1600 pies. El yacimiento está compuesto principalmente por cinco arenas productoras y cuatro intercalaciones de arcilla cuyas características son resumidas en las tablas 2 y 3, respectivamente. En la tabla 3 se presentan adicionalmente las propiedades del **overburden** (OB) y **underburden** (UB). De igual manera, se ha definido que el volumen poroso se encuentra ocupado por agua y aceite cuyas características son resumidas en la tabla 4.

Tabla 2. Propiedades de las zonas productoras.

| Arena | Conductividad térmica [BTU/h pie °F] | Difusividad térmica [pie ² /h] | Permeabilidad [mD] | Porosidad [%] | Espesor [pies] |
|--------------------------------------|--------------------------------------|---|--------------------------------|---------------|----------------|
| A1 | 1.32 | 0.0341 | 889 | 26.10 | 55 |
| A2 | 1.11 | 0.0302 | 924 | 26.40 | 67 |
| A3 | 1.43 | 0.0362 | 699 | 23.40 | 42 |
| A4 | 1.23 | 0.0328 | 768 | 24.70 | 50 |
| A5 | 1.15 | 0.0315 | 789 | 25.00 | 67 |
| Propiedades promedio de la matriz | | | | | |
| Compresibilidad [psi ⁻¹] | | 2.38E-05 | Densidad [gr/cm ³] | | 2.08 |

Tabla 3. Propiedades de las formaciones impermeables.

| Arcilla | Conductividad térmica [BTU/h pie °F] | Difusividad térmica [pie ² /h] | Espesor [pies] |
|---------|--------------------------------------|---|----------------|
| IA1 | 1.1158 | 0.0279 | 20 |
| IA2 | 1.1158 | 0.0279 | 30 |
| IA3 | 1.2840 | 0.0321 | 25 |
| IA4 | 1.2840 | 0.0321 | 35 |
| OB | 1.2500 | 0.0313 | Infinito |
| UN | 1.2500 | 0.0313 | Infinito |

Además de las propiedades de la roca y los fluidos del yacimiento, es necesario establecer la interacción roca-fluido, la cual es determinada a partir de las curvas de permeabilidad relativa, cuyos valores son presentados en la tabla³⁵ 5. Dentro de los parámetros operacionales se establece un proceso de inyección continua de vapor durante 3 años, donde el vapor se inyecta a una temperatura de 570 °F, una presión

³⁵ BASHAM. Mike. Important modeling parameters for predicting steamflood performance. SPE 90713. September 2004.

de 1200 psi y una calidad del 65 % en la cara de la formación. La tasa de inyección se ha establecido como una función del área y el espesor en una relación de $1.5 \text{ BTU/Dia Acre pie}$, tal como se muestra en la tabla 6.

Tabla 4. Propiedades de los fluidos.

| PROPIEDADES DEL AGUA | |
|---|-----------------|
| Propiedades estándar | |
| PROPIEDADES DEL ACEITE | |
| Peso molecular [Lb/Lbmol] | 600 |
| Densidad [Lb/pie ³] | 61.81 |
| Gravedad API | 11.3 |
| Factor volumétrico [bl/STB] | 1.04 |
| Compresibilidad [psi ⁻¹] | 5.11 E-6 |
| Coefficiente de expansión térmica [°F ⁻¹] | 0.00039 |
| Temperatura [°F] | Viscosidad [cp] |
| 75 | 4200 |
| 100 | 1100 |
| 150 | 130 |
| 200 | 33 |
| 250 | 12.5 |
| 300 | 6.4 |
| 350 | 3.8 |
| 500 | 1.6 |
| 600 | 1.4 |
| 700 | 1.3 |

Tabla 5. Permeabilidades relativas.

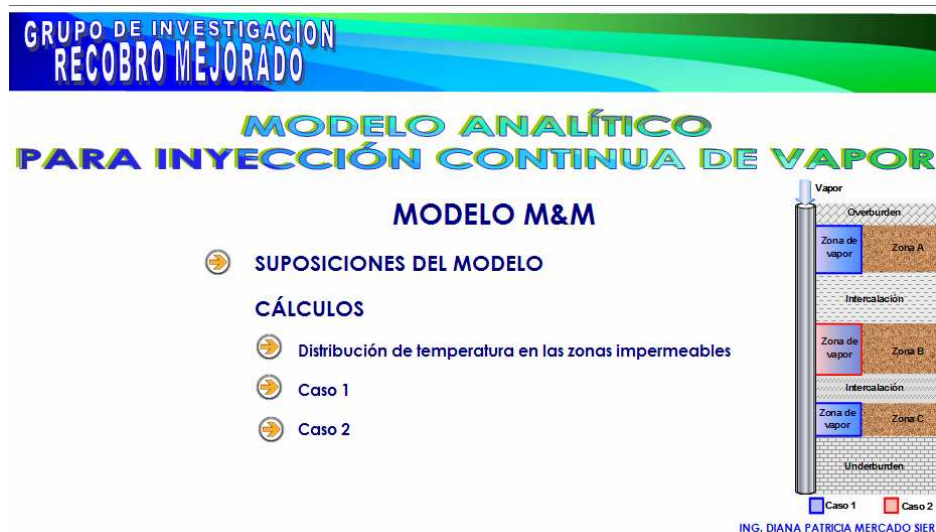
| TABLA AGUA-ACEITE | | | TABLA LÍQUIDO-GAS | | | |
|-------------------|----------|-----------|-------------------|----------|-----------|-----------|
| S_w | k_{rw} | k_{row} | S_L | k_{rg} | k_{rog} | P_{coq} |
| 0.27 | 0.000 | 1.000 | 0.58 | 0.51 | 0.000 | 1.000 |
| 0.42 | 0.002 | 0.990 | 0.59 | 0.50 | 0.005 | 0.952 |
| 0.51 | 0.004 | 0.800 | 0.65 | 0.35 | 0.030 | 0.667 |
| 0.56 | 0.006 | 0.600 | 0.68 | 0.30 | 0.040 | 0.524 |
| 0.62 | 0.008 | 0.400 | 0.71 | 0.25 | 0.060 | 0.381 |
| 0.65 | 0.010 | 0.300 | 0.74 | 0.20 | 0.080 | 0.238 |
| 0.68 | 0.012 | 0.200 | 0.78 | 0.15 | 0.130 | 0.048 |
| 0.72 | 0.014 | 0.100 | 0.83 | 0.10 | 0.190 | -0.191 |
| 0.80 | 0.021 | 0.000 | 1.00 | 0.00 | 1.000 | -1.00 |

Tabla 6. Tasa de inyección de vapor en cada una de las arenas.

| Arena | Tasa de inyección de vapor [Bl/día] |
|-------|-------------------------------------|
| A1 | 206 |
| A2 | 251 |
| A3 | 158 |
| A4 | 188 |
| A5 | 251 |

4.3.2. Descripción de la herramienta software diseñada para la evaluación del nuevo modelo analítico. Con el objetivo de facilitar los cálculos realizados con el modelo analítico propuesto, se diseñó una hoja de cálculo en Excel en la cual se usó el lenguaje de programación de Visual Basic. El código fuente desarrollado para la herramienta se presenta en el anexo D. La hoja de cálculo cuenta con un menú inicial desde el cual se puede acceder a los módulos que contienen las suposiciones del modelo, los cálculos para las distribuciones de temperatura en el **overburden** y las intercalaciones de arcilla, los cálculos para el caso 1 y caso 2, tal como se muestra en la figura 19.

Figura 19. Menú de inicio de la hoja de cálculo para el modelo analítico.



El módulo que contiene las suposiciones del modelo se estructuró de tal manera que el usuario pueda establecer las situaciones bajo las cuales puede usar el modelo analítico propuesto. Las suposiciones son agrupadas en cuatro categorías que corresponden a las zonas productoras, las intercalaciones de arcilla, el **overburden** y la inyección continua de vapor. Figura 20.

Figura 20. Módulo de suposiciones del modelo.

**GRUPO DE INVESTIGACIÓN
RECROBRO MEJORADO**

SUPOSICIONES DEL MODELO M&M

ZONAS PRODUCTORAS.
Las arenas productoras que conforman el sistema son consideradas zonas homogéneas de espesor uniforme, lo cual permite suponer un crecimiento uniforme de la zona de vapor al igual que una mayor estabilidad en el frente de inyección. En este caso en particular no se ha establecido ninguna restricción en cuanto al espesor de las arenas y tampoco se ha fijado un número límite de zonas productoras, siempre y cuando éstas se encuentren separadas por formaciones impermeables.

Dado que las propiedades térmicas de la roca, conductividad y difusividad térmica, gobiernan el flujo de calor en la misma, se asume para dichas zonas una conductividad térmica infinita de tal manera que se pueda garantizar que el equilibrio térmico se alcance una vez el vapor entra en contacto con el sistema roca-fluido.

INTERCALACIONES DE ARCILLA
Las intercalaciones de arcilla han sido definidas como formaciones horizontales de espesor uniforme y finito, con diferentes propiedades y espesores entre sí. De igual forma, se ha establecido que la conductividad térmica horizontal es igual a cero y la conductividad térmica vertical tiene un valor finito diferente de cero, esto con el objetivo de considerar el flujo de calor por conducción solo en dirección vertical.

FORMACIONES ADYACENTES A LOS LÍMITES DEL SISTEMA
A diferencia de las intercalaciones de arcilla, las formaciones adyacentes a los límites superior e inferior del sistema son consideradas zonas de espesor infinito, de tal manera que se pueda suponer que para cualquier tiempo es posible hallar a una determinada distancia del contacto con la zona de vapor, la temperatura inicial promedio del yacimiento.

INYECCIÓN CONTINUA DE VAPOR

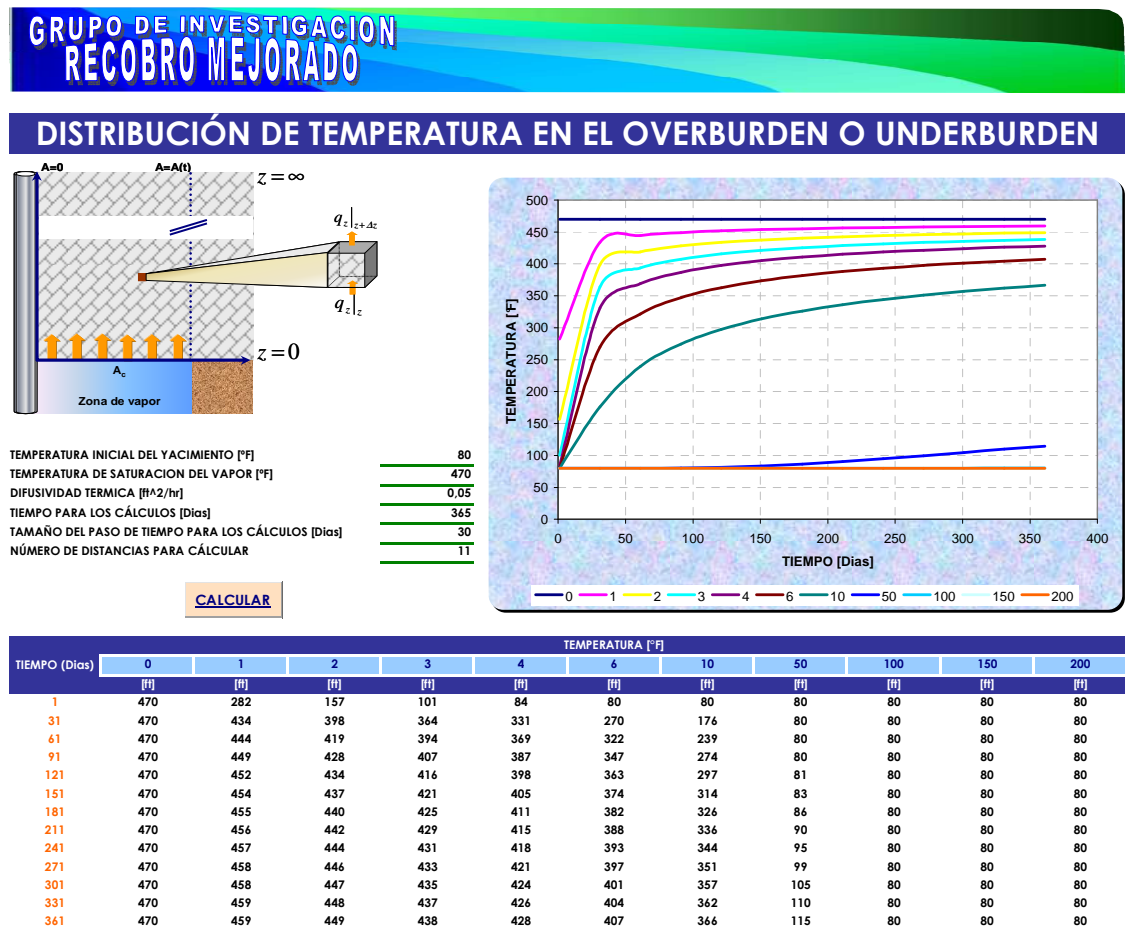
- ☒ La inyección de vapor se realiza en un punto concéntrico del sistema.
- ☒ El vapor ingresa simultáneamente en todas las zonas productoras a la misma tasa por unidad de volumen y a través de todo el espesor productora.
- ☒ No existe segregación gravitacional del vapor.
- ☒ El desplazamiento de vapor se efectúa en una sola dimensión.
- ☒ En la zona productora no existe un gradiente vertical de temperatura.
- ☒ En la zona de vapor no se presenta una caída apreciable de presión por lo cual se puede considerar que dicha zona permanece a una temperatura constante, es decir, la temperatura del vapor.
- ☒ La distribución de temperatura en la zona calentada puede ser aproximada a una función escalonada que va desde la temperatura del vapor en la zona de vapor hasta la temperatura del yacimiento en la zona inalterada.
- ☒ Las pérdidas de calor ocurren en dirección normal al límite horizontal de la zona de vapor.
- ☒ La transferencia de calor a través del frente de condensación es despreciable.
- ☒ La temperatura de las zonas productoras, las intercalaciones de arcilla y las formaciones adyacentes a los límites del sistema justo antes de iniciar el proceso de inyección continua de vapor.
- ☒ Durante la inyección continua de vapor, los contactos entre la zona de vapor y las zonas no productoras permanecen a la temperatura del vapor.

La distribución de temperaturas en función del tiempo y la distancia es presentada en el tercer módulo. Éste le permite al usuario establecer el límite de tiempo hasta el cual desea obtener información y cada cuanto desea visualizarla. Los resultados son presentados de forma numérica y gráfica tal como se observa para el **overburden** en la Figura 21 y para las intercalaciones de arcilla en la Figura 22.

El módulo correspondiente a los cálculos para el caso 1, se encuentra subdividido en tres secciones que son: datos de entrada, tabla de resultados y gráficas. La sección de datos de entrada (Figura 23) le permite al usuario ingresar la información del yacimiento, **overburden** o **underburden**, intercalación de arcilla y variables

operacionales requeridas para la evaluación del modelo analítico. En el caso que el usuario no disponga de datos relacionados con la temperatura del yacimiento, capacidad calórica volumétrica y propiedades térmicas del vapor, puede utilizar subrutinas adicionales para el cálculo de dichos parámetros.

Figura 21. Módulo de distribución de temperaturas: **Overburden**.



En la figura 24 se presenta la sección de datos de entrada para el módulo de cálculos del caso 2. Esta sección tiene las mismas características del caso 1, diferenciándose en el hecho que el usuario debe ingresar las propiedades de dos intercalaciones de arcilla.

Una vez es ingresada la información de entrada se procede a la evaluación del modelo presionando el botón de comando ubicado en la parte inferior de la hoja. Éste botón

ejecuta el código generando la información relacionada con el área calentada, pérdidas de calor, producción de aceite y factor de recobro, la cual es publicada en forma numérica en una tabla como la mostrada en la figura 25. Los datos de la sección de resultados numéricos son presentados de manera gráfica como se aprecia en la figura 26. Las secciones de resultados son iguales para el caso 1 y 2.

Figura 22. Módulo de distribución de temperaturas: Intercalaciones de arcilla.

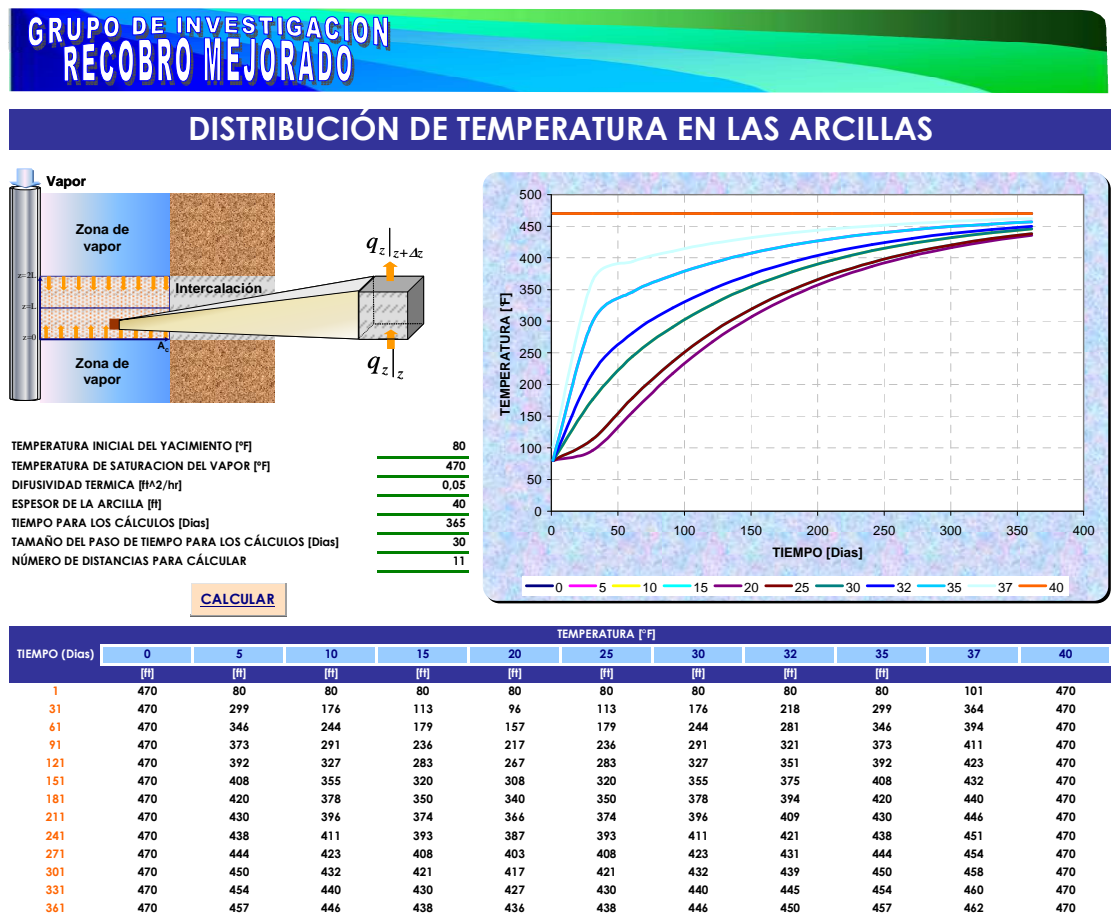


Figura 23. Módulo de datos de entrada para el caso 1.

GRUPO DE INVESTIGACIÓN RECOBRO MEJORADO

DATOS DE ENTRADA

INFORMACIÓN DEL YACIMIENTO

| | | | |
|-------------------------------|------|---|------|
| FACTOR VOLUMETRICO DEL ACEITE | 1,04 | SATURACION DE ACEITE [Fracción] | 0,73 |
| EFICIENCIA DE BARRIDO | 1,00 | SATURACION IRREDUCIBLE DE ACEITE [Fracción] | 0,10 |
| AREA DEL PATRON [Acres] | 2,5 | SATURACION DE AGUA [Fracción] | 0,27 |
| POROSIDAD [Fracción] | 0,25 | TEMPERATURA INICIAL DEL YACIMIENTO [°F] | 105 |

CALCULAR LA TEMPERATURA DEL YACIMIENTO

| | | |
|---|--|-------|
| TEMPERATURA AMBIENTE [°F] | | |
| GRADIENTE GEOTERMICO [°F/ft] | | |
| PROFUNDIDAD [ft] | | 1365 |
| CAPACIDAD CALORICA VOLUMETRICA DE LA ROCA SATURADA [BTU/ft ³ °F] | | 37,30 |

Si conoce los valores requeridos para calcular la capacidad calorica volumetrica de la roca saturada introduzcalos en las casillas correspondientes, de lo contrario marque x en la casilla "CALCULE" e ingrese el valor de la gravedad API del crudo.

| | | | |
|---------|---|---|--|
| CALCULE | X | DENSIDAD DEL ACEITE [Lb/ft ³] | |
| | | CALOR ESPECIFICO DEL ACEITE [BTU/Lb-°F] | |
| | | DENSIDAD DEL AGUA [Lb/ft ³] | |
| | | CALOR ESPECIFICO DEL AGUA [BTU/Lb-°F] | |
| | | DENSIDAD DE LA ROCA [Lb/ft ³] | |
| | | CALOR ESPECIFICO DE LA ROCA [BTU/Lb-°F] | |
| | | GRAVEDAD API DEL CRUDO | |

| | | |
|---|--|-------|
| NÚMERO DE ZONAS PRODUCTORAS | | 3 |
| ESPOSOR TOTAL SOMETIDO A INYECCIÓN CONTINUA DE VAPOR [ft] | | 180,0 |
| ESPOSOR DE LA ARENA PRODUCTORA [ft] | | 60 |

INFORMACIÓN DEL OVERBURDEN O UNDERBURDEN

| | | |
|---|--|-------|
| CONDUCTIVIDAD TERMICA [BTU/hr ft °F] | | 1,12 |
| CAPACIDAD CALORICA [BTU/ft ³ °F] | | 40,00 |
| DIFUSIVIDAD TERMICA [ft ² /hr] | | 0,03 |

INFORMACIÓN DE LA INTERCALACIÓN DE ARCILLA

| | | |
|---|--|-------|
| CONDUCTIVIDAD TERMICA [BTU/hr ft °F] | | 1,12 |
| CAPACIDAD CALORICA [BTU/ft ³ °F] | | 40,00 |
| DIFUSIVIDAD TERMICA [ft ² /hr] | | 0,03 |
| ESPOSOR [ft] | | 30 |

VARIABLES OPERACIONALES

| | | |
|--|--|------|
| VOLUMEN EQUIVALENTE DE AGUA INYECTADO [B]/día] | | 750 |
| CALIDAD DEL VAPOR [Fracción] | | 0,65 |
| PRESION DE INYECCION [Psia] | | 1100 |

| | | |
|--|--|--------|
| TEMPERATURA DE SATURACION DEL VAPOR [°F] | | 556,40 |
| ENTALPIA DEL AGUA SATURADA [BTU/lb] | | 556,98 |
| ENTALPIA DEL AGUA A LA TEMPERATURA DEL YACIMIENTO [BTU/lb] | | 48 |
| CALOR LATENTE DE VAPORIZACION [BTU/lb] | | 629,66 |

CLICK AQUÍ PARA CALCULAR RAICES

| | | |
|--|--|-----------------------------|
| | | NÚMERO DE RAICES CALCULADAS |
| | | 1 |

NÚMERO DE VALORES DE TIEMPO PARA REALIZAR LOS CALCULOS

| | | |
|--|--|----|
| | | 30 |
|--|--|----|

INGRESAR VALORES

CLICK AQUÍ PARA INICIAR CALCULOS

MODELO M&M CASO 1

RESULTADOS

VALORES INTRODUCIDOS POR EL USUARIO
 VALORES QUE PUEDEN SER INTRODUCIDOS POR EL USUARIO O CALCULADOS POR EL PROGRAMA
 VALORES CALCULADOS POR EL PROGRAMA

Figura 24. Módulo de datos de entrada para el caso 2.

GRUPO DE INVESTIGACION RECOBRO MEJORADO

DATOS DE ENTRADA

INFORMACIÓN DEL YACIMIENTO

| | | | |
|-------------------------------|------|---|------|
| FACTOR VOLUMETRICO DEL ACEITE | 1,04 | SATURACION DE ACEITE [Fracción] | 0,73 |
| EFICIENCIA DE BARRIDO | 1,00 | SATURACION IRREDUCIBLE DE ACEITE [Fracción] | 0,10 |
| AREA DEL PATRON [Acres] | 2,5 | SATURACION DE AGUA [Fracción] | 0,27 |
| POROSIDAD [Fracción] | 0,25 | TEMPERATURA INICIAL DEL YACIMIENTO [°F] | 105 |

CALCULAR LA TEMPERATURA DEL YACIMIENTO

| | |
|---|-------|
| TEMPERATURA AMBIENTE [°F] | |
| GRADIENTE GEOTERMICO [°F/ft] | |
| PROFUNDIDAD [ft] | 1365 |
| CAPACIDAD CALORICA VOLUMETRICA DE LA ROCA SATURADA [BTU/ft ³ °F] | 37,30 |

Si conoce los valores requeridos para calcular la capacidad calorica volumetrica de la roca saturada introduzcalos en las casillas correspondientes, de lo contrario marque x en la casilla "CALCULE" e ingrese el valor de la gravedad API del crudo.

| | | | |
|---------|---|---|--|
| CALCULE | X | DENSIDAD DEL ACEITE [Lb/ft ³] | |
| | | CALOR ESPECIFICO DEL ACEITE [BTU/Lb-°F] | |
| | | DENSIDAD DEL AGUA [Lb/ft ³] | |
| | | CALOR ESPECIFICO DEL AGUA [BTU/Lb-°F] | |
| | | DENSIDAD DE LA ROCA [Lb/ft ³] | |
| | | CALOR ESPECIFICO DE LA ROCA [BTU/Lb-°F] | |
| | | GRAVEDAD API DEL CRUDO | |

CALCULAR

| | |
|---|-------|
| NÚMERO DE ZONAS PRODUCTORAS | 3 |
| ESPOSOR TOTAL SOMETIDO A INYECCIÓN CONTINUA DE VAPOR [ft] | 180,0 |
| ESPOSOR DE LA ARENA PRODUCTORA [ft] | 60 |

INFORMACIÓN DE LA INTERCALACIÓN DE ARCILLA 1

| | |
|---|-------|
| CONDUCTIVIDAD TERMICA [BTU/hr ft °F] | 1,12 |
| CAPACIDAD CALORICA [BTU/ft ³ °F] | 40,00 |
| DIFUSIVIDAD TERMICA [ft ² /hr] | 0,03 |
| ESPOSOR [ft] | 30 |

INFORMACIÓN DE LA INTERCALACIÓN DE ARCILLA 2

| | |
|---|-------|
| CONDUCTIVIDAD TERMICA [BTU/hr ft °F] | 1,12 |
| CAPACIDAD CALORICA [BTU/ft ³ °F] | 40,00 |
| DIFUSIVIDAD TERMICA [ft ² /hr] | 0,03 |
| ESPOSOR [ft] | 30 |

VARIABLES OPERACIONALES

| | |
|--|--------|
| VOLUMEN EQUIVALENTE DE AGUA INYECTADO [Bbl/día] | 750 |
| CALIDAD DEL VAPOR [Fracción] | 0,65 |
| PRESION DE INYECCION [Pscia] | 1100 |
| TEMPERATURA DE SATURACION DEL VAPOR [°F] | 556,40 |
| ENTALPIA DEL AGUA SATURADA [BTU/lb] | 556,98 |
| ENTALPIA DEL AGUA A LA TEMPERATURA DEL YACIMIENTO [BTU/lb] | 48 |
| CALOR LATENTE DE VAPORIZACION [BTU/lb] | 629,66 |
| NÚMERO DE RAICES CALCULADAS | 1 |
| NÚMERO DE VALORES DE TIEMPO PARA REALIZAR LOS CALCULOS | 30 |

CLICK AQUÍ PARA CALCULAR RAICES

INGRESAR VALORES

CLICK AQUÍ PARA INICIAR CALCULOS

MODELO M&M CASO 2

RESULTADOS

———— VALORES INTRODUCIDOS POR EL USUARIO

- - - - VALORES QUE PUEDEN SER INTRODUCIDOS POR EL USUARIO O CALCULADOS POR EL PROGRAMA

===== VALORES CALCULADOS POR EL PROGRAMA

GRM Grupo de Investigación Recobro Mejorado

95

Diana Patricia Mercado Sierra

Figura 25. Módulo de resultados numéricos.

GRUPO DE INVESTIGACION RECOBRO MEJORADO

| Nº | TIEMPO [Días] | ÁREA CALENTADA [Acres] | RADIO CALENTADO [ft] | VOLUMEN DE LA ZONA CALENTADA [Pebals] | TASA DE ACEITE DESPLAZADO [ft/día] | TASA DE ACEITE PRODUCIDO [ft/día] | PERDIDAS DE CALOR ACUMULADAS [W/ft³] | PERDIDAS DE CALOR ACUMULADAS [%] | PERDIDAS DE CALOR INSTANTÁNEAS [W/ft³] | % PERDIDAS DE CALOR INSTANTÁNEAS [%] | ACEITE CUMULATIVO PRODUCIDO [ft] | FACTOR DE RECOBRO DE ACEITE |
|----|---------------|------------------------|----------------------|---------------------------------------|------------------------------------|-----------------------------------|--------------------------------------|----------------------------------|--|--------------------------------------|----------------------------------|-----------------------------|
| 1 | 0 | 0.00 | 0.00 | 0.00E+00 | 0 | 0 | 0 | 0.00% | 0.00 | 0.00% | 0 | 0.00% |
| 2 | 0 | 0.00 | 0.10 | 1.57E+00 | 46 | 44 | 0 | 57.72% | 38.36 | 57.72% | 0 | 0.00% |
| 3 | 0 | 0.00 | 0.17 | 4.78E+00 | 46 | 44 | 0 | 57.72% | 38.36 | 57.72% | 0 | 0.00% |
| 4 | 0 | 0.00 | 0.25 | 1.07E+01 | 46 | 44 | 0 | 57.72% | 38.36 | 57.72% | 0 | 0.00% |
| 5 | 0 | 0.00 | 0.34 | 2.00E+01 | 46 | 44 | 0 | 57.72% | 38.36 | 57.72% | 1 | 0.00% |
| 6 | 0 | 0.00 | 0.44 | 3.30E+01 | 46 | 44 | 1 | 57.72% | 38.36 | 57.72% | 1 | 0.00% |
| 7 | 0 | 0.00 | 0.54 | 5.00E+01 | 46 | 44 | 1 | 57.72% | 38.36 | 57.72% | 1 | 0.00% |
| 8 | 0 | 0.00 | 0.64 | 7.12E+01 | 46 | 44 | 2 | 57.72% | 38.36 | 57.72% | 2 | 0.00% |
| 9 | 0 | 0.00 | 0.75 | 9.79E+01 | 46 | 44 | 2 | 57.72% | 38.36 | 57.72% | 3 | 0.00% |
| 10 | 0 | 0.00 | 0.87 | 1.32E+02 | 46 | 44 | 3 | 57.72% | 38.36 | 57.72% | 4 | 0.00% |
| 11 | 0 | 0.00 | 1.01 | 1.77E+02 | 46 | 44 | 4 | 57.72% | 38.36 | 57.72% | 5 | 0.00% |
| 12 | 0 | 0.00 | 1.17 | 2.38E+02 | 46 | 44 | 6 | 57.72% | 38.36 | 57.72% | 7 | 0.00% |
| 13 | 0 | 0.00 | 1.37 | 3.24E+02 | 46 | 44 | 8 | 57.72% | 38.36 | 57.72% | 9 | 0.00% |
| 14 | 0 | 0.00 | 1.62 | 4.52E+02 | 46 | 44 | 11 | 57.72% | 38.36 | 57.72% | 13 | 0.01% |
| 15 | 0 | 0.00 | 1.93 | 6.42E+02 | 46 | 44 | 16 | 57.72% | 38.36 | 57.72% | 18 | 0.01% |
| 16 | 1 | 0.00 | 2.30 | 9.18E+02 | 46 | 44 | 22 | 57.72% | 38.35 | 57.72% | 26 | 0.01% |
| 17 | 1 | 0.00 | 2.77 | 1.32E+03 | 46 | 44 | 32 | 57.72% | 38.35 | 57.72% | 37 | 0.02% |
| 18 | 1 | 0.00 | 3.34 | 1.93E+03 | 46 | 44 | 47 | 57.72% | 38.35 | 57.71% | 54 | 0.03% |
| 19 | 2 | 0.00 | 4.05 | 2.83E+03 | 46 | 44 | 69 | 57.72% | 38.35 | 57.71% | 80 | 0.04% |
| 20 | 3 | 0.00 | 4.93 | 4.19E+03 | 46 | 44 | 102 | 57.71% | 38.34 | 57.70% | 118 | 0.06% |
| 21 | 4 | 0.00 | 6.03 | 6.27E+03 | 46 | 44 | 153 | 57.71% | 38.34 | 57.69% | 177 | 0.09% |
| 22 | 6 | 0.00 | 7.40 | 9.46E+03 | 46 | 44 | 231 | 57.70% | 38.33 | 57.68% | 266 | 0.14% |
| 23 | 7 | 0.00 | 8.13 | 1.14E+04 | 46 | 44 | 278 | 57.70% | 38.32 | 57.67% | 321 | 0.16% |
| 24 | 8 | 0.01 | 8.74 | 1.32E+04 | 46 | 44 | 322 | 57.69% | 38.31 | 57.66% | 372 | 0.19% |
| 25 | 10 | 0.01 | 9.41 | 1.53E+04 | 46 | 44 | 373 | 57.69% | 38.31 | 57.65% | 431 | 0.22% |
| 26 | 11 | 0.01 | 10.06 | 1.75E+04 | 46 | 44 | 427 | 57.68% | 38.30 | 57.64% | 493 | 0.25% |
| 27 | 13 | 0.01 | 10.71 | 1.98E+04 | 46 | 44 | 483 | 57.67% | 38.29 | 57.62% | 558 | 0.29% |
| 28 | 14 | 0.01 | 11.35 | 2.23E+04 | 46 | 44 | 543 | 57.67% | 38.28 | 57.61% | 627 | 0.32% |
| 29 | 16 | 0.01 | 12.02 | 2.50E+04 | 46 | 44 | 609 | 57.66% | 38.27 | 57.60% | 703 | 0.36% |
| 30 | 18 | 0.01 | 12.71 | 2.79E+04 | 46 | 44 | 680 | 57.65% | 38.26 | 57.58% | 785 | 0.40% |
| 31 | 19 | 0.01 | 13.05 | 2.94E+04 | 46 | 44 | 717 | 57.65% | 38.26 | 57.57% | 829 | 0.42% |
| 32 | 20 | 0.01 | 13.46 | 3.13E+04 | 46 | 44 | 763 | 57.64% | 38.25 | 57.57% | 882 | 0.45% |
| 33 | 22 | 0.01 | 14.01 | 3.39E+04 | 46 | 44 | 825 | 57.64% | 38.24 | 57.55% | 955 | 0.49% |
| 34 | 24 | 0.02 | 14.63 | 3.70E+04 | 46 | 44 | 900 | 57.63% | 38.23 | 57.54% | 1042 | 0.53% |
| 35 | 26 | 0.02 | 15.33 | 4.06E+04 | 46 | 44 | 988 | 57.62% | 38.22 | 57.52% | 1143 | 0.58% |
| 36 | 27 | 0.02 | 15.69 | 4.25E+04 | 46 | 44 | 1034 | 57.62% | 38.21 | 57.51% | 1197 | 0.61% |
| 37 | 29 | 0.02 | 16.19 | 4.53E+04 | 46 | 44 | 1101 | 57.61% | 38.20 | 57.49% | 1275 | 0.65% |
| 38 | 30 | 0.02 | 16.50 | 4.70E+04 | 46 | 44 | 1144 | 57.60% | 38.20 | 57.49% | 1325 | 0.68% |
| 39 | 31 | 0.02 | 16.81 | 4.88E+04 | 46 | 44 | 1187 | 57.60% | 38.19 | 57.48% | 1374 | 0.70% |
| 40 | 33 | 0.02 | 17.27 | 5.16E+04 | 46 | 44 | 1253 | 57.59% | 38.18 | 57.46% | 1452 | 0.74% |
| 41 | 35 | 0.02 | 17.89 | 5.53E+04 | 46 | 44 | 1343 | 57.58% | 38.17 | 57.44% | 1557 | 0.80% |
| 42 | 38 | 0.03 | 18.62 | 5.99E+04 | 46 | 45 | 1455 | 57.57% | 38.16 | 57.42% | 1687 | 0.86% |
| 43 | 39 | 0.03 | 18.77 | 6.09E+04 | 46 | 45 | 1478 | 57.57% | 38.15 | 57.42% | 1714 | 0.88% |
| 44 | 39 | 0.03 | 18.96 | 6.21E+04 | 46 | 45 | 1509 | 57.57% | 38.15 | 57.41% | 1750 | 0.90% |
| 45 | 41 | 0.03 | 19.34 | 6.46E+04 | 46 | 45 | 1568 | 57.56% | 38.14 | 57.40% | 1819 | 0.93% |
| 46 | 44 | 0.03 | 19.95 | 6.87E+04 | 46 | 45 | 1668 | 57.55% | 38.13 | 57.38% | 1935 | 0.99% |
| 47 | 47 | 0.03 | 20.80 | 7.47E+04 | 46 | 45 | 1812 | 57.53% | 38.11 | 57.35% | 2105 | 1.08% |
| 48 | 52 | 0.03 | 21.85 | 8.25E+04 | 46 | 45 | 1999 | 57.52% | 38.08 | 57.31% | 2323 | 1.19% |
| 49 | 58 | 0.04 | 23.06 | 9.19E+04 | 46 | 45 | 2225 | 57.49% | 38.05 | 57.26% | 2588 | 1.32% |
| 50 | 59 | 0.04 | 23.22 | 9.31E+04 | 46 | 45 | 2254 | 57.49% | 38.04 | 57.25% | 2623 | 1.34% |
| 51 | 65 | 0.04 | 24.44 | 1.03E+05 | 47 | 45 | 2495 | 57.46% | 38.01 | 57.20% | 2906 | 1.49% |
| 52 | 73 | 0.05 | 25.90 | 1.16E+05 | 47 | 45 | 2798 | 57.43% | 37.97 | 57.14% | 3263 | 1.67% |
| 53 | 82 | 0.05 | 27.41 | 1.30E+05 | 47 | 45 | 3129 | 57.40% | 37.92 | 57.07% | 3654 | 1.87% |
| 54 | 90 | 0.06 | 28.72 | 1.42E+05 | 47 | 45 | 3431 | 57.36% | 37.88 | 57.00% | 4012 | 2.05% |
| 55 | 100 | 0.07 | 30.27 | 1.58E+05 | 47 | 45 | 3805 | 57.32% | 37.82 | 56.92% | 4457 | 2.28% |
| 56 | 111 | 0.07 | 31.99 | 1.77E+05 | 47 | 45 | 4243 | 57.28% | 37.76 | 56.83% | 4980 | 2.55% |
| 57 | 120 | 0.08 | 33.21 | 1.91E+05 | 47 | 45 | 4545 | 57.24% | 37.72 | 56.76% | 5365 | 2.75% |
| 58 | 132 | 0.09 | 34.80 | 2.09E+05 | 47 | 45 | 5005 | 57.20% | 37.65 | 56.66% | 5893 | 3.02% |
| 59 | 146 | 0.10 | 36.72 | 2.33E+05 | 47 | 45 | 5558 | 57.14% | 37.57 | 56.54% | 6560 | 3.34% |
| 60 | 151 | 0.10 | 37.30 | 2.40E+05 | 47 | 45 | 5731 | 57.12% | 37.55 | 56.51% | 6770 | 3.46% |
| 61 | 164 | 0.11 | 38.85 | 2.61E+05 | 47 | 46 | 6202 | 57.07% | 37.48 | 56.40% | 7342 | 3.74% |
| 62 | 178 | 0.12 | 40.50 | 2.83E+05 | 48 | 46 | 6727 | 57.01% | 37.40 | 56.29% | 7981 | 4.08% |
| 63 | 181 | 0.12 | 40.90 | 2.89E+05 | 48 | 46 | 6855 | 57.00% | 37.38 | 56.26% | 8139 | 4.14% |
| 64 | 193 | 0.13 | 42.25 | 3.08E+05 | 48 | 46 | 7301 | 56.95% | 37.32 | 56.16% | 8684 | 4.44% |
| 65 | 208 | 0.14 | 43.87 | 3.33E+05 | 48 | 46 | 7853 | 56.89% | 37.24 | 56.04% | 9345 | 4.79% |
| 66 | 212 | 0.14 | 44.33 | 3.40E+05 | 48 | 46 | 8011 | 56.87% | 37.21 | 56.00% | 9561 | 4.89% |
| 67 | 225 | 0.15 | 45.71 | 3.61E+05 | 48 | 46 | 8499 | 56.82% | 37.14 | 55.89% | 10165 | 5.20% |
| 68 | 243 | 0.16 | 47.53 | 3.90E+05 | 48 | 46 | 9162 | 56.74% | 37.04 | 55.75% | 10991 | 5.42% |
| 69 | 264 | 0.18 | 49.60 | 4.25E+05 | 48 | 46 | 9941 | 56.66% | 36.93 | 55.57% | 11967 | 6.12% |
| 70 | 273 | 0.18 | 50.45 | 4.40E+05 | 48 | 47 | 10271 | 56.62% | 36.88 | 55.49% | 12383 | 6.34% |
| 71 | 286 | 0.19 | 51.66 | 4.61E+05 | 49 | 47 | 10748 | 56.57% | 36.80 | 55.39% | 12986 | 6.65% |

Teniendo en cuenta que el modelo requiere del cálculo de algunas raíces para expresiones propias de cada caso, se diseñó un módulo adicional que permite el uso de la herramienta solver de Excel para encontrar dichas raíces. Éste módulo es presentado en la figura 27.

Figura 26. Módulo de resultados gráficos.

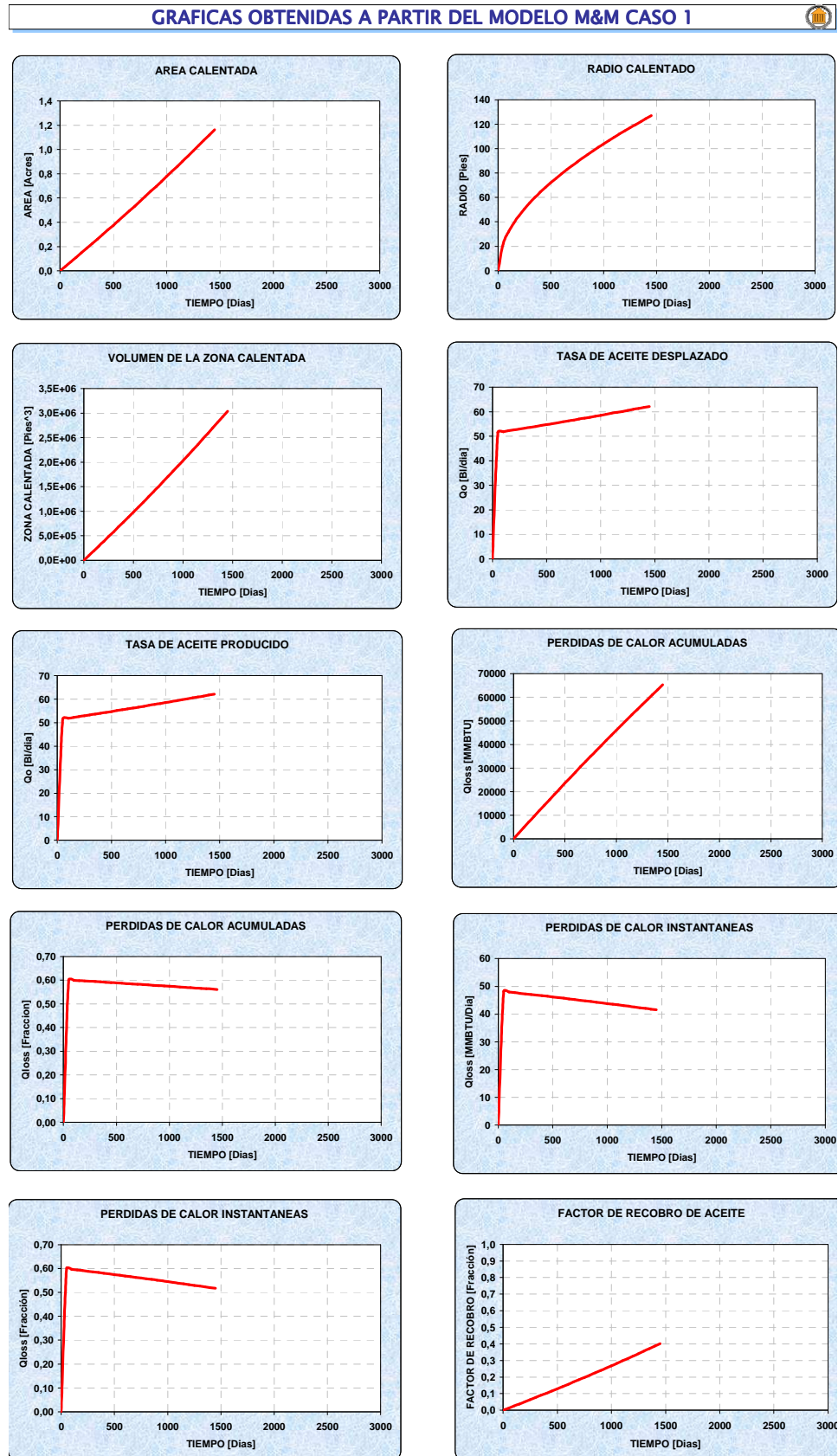
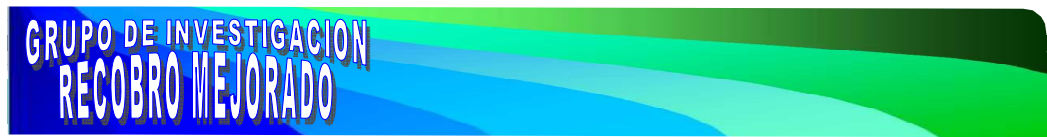
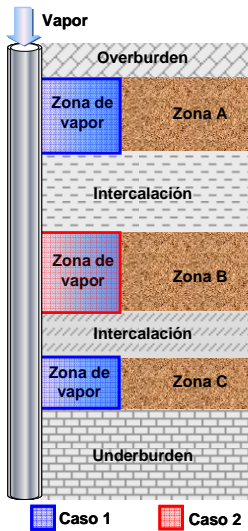


Figura 27. Módulo para el cálculo de las raíces para el caso 1 y 2.



DATOS DE ENTRADA



| | |
|---|-------|
| ZONAS PRODUCTORAS | |
| CAPACIDAD CALORICA [BTU/ft ³ °F] | 37,30 |
| ESPESOR [ft] | 60 |
| INTERCALACIÓN DE ARCILLA 1 | |
| CONDUCTIVIDAD TERMICA [BTU/hr ft °F] | 1,12 |
| CAPACIDAD CALORICA [BTU/ft ³ °F] | 40,00 |
| DIFUSIVIDAD TERMICA [ft ² /hr] | 0,03 |
| ESPESOR [ft] | 30 |
| INTERCALACIÓN DE ARCILLA 2 | |
| CONDUCTIVIDAD TERMICA [BTU/hr ft °F] | 1,12 |
| CAPACIDAD CALORICA [BTU/ft ³ °F] | 40,00 |
| DIFUSIVIDAD TERMICA [ft ² /hr] | 0,03 |
| ESPESOR [ft] | 30 |
| OVERBURDEN O UNDERBURDEN | |
| CONDUCTIVIDAD TERMICA [BTU/hr ft °F] | 1,12 |
| CAPACIDAD CALORICA [BTU/ft ³ °F] | 40,00 |
| DIFUSIVIDAD TERMICA [ft ² /hr] | 0,03 |
| VARIABLES OPERACIONALES | |
| TEMPERATURA INICIAL DEL YACIMIENTO [°F] | 105 |
| TEMPERATURA DE SATURACION DEL VAPOR [°F] | 556 |

CASO 1 **CASO 2**
[Click para volver a la hoja de datos](#)

CASO 1

$$C_1^* C_4^* + C_2^* C_4^* \text{Tanh}(\omega) + \omega C_3^* = 0$$

| | |
|----|---------|
| C1 | 3016 |
| C2 | 3016 |
| C3 | 1010238 |
| C4 | 90 |

Cálculo de las raíces usando solver para valores de omega entre el mínimo y el máximo valor presentado.

| | MIN | MAX |
|-----------|-------|------|
| Intervalo | -2,50 | 2,50 |

| OMEGA | FUNCIÓN |
|--------------|---------|
| -0,212076811 | 0,000 |

| OMEGA | FUNCIÓN |
|----------------|---------|
| 1 -0,212076811 | 0 |

CASO 2

$$C_1' \text{Tan}(C_4' \omega') + C_2' \text{Tan}(C_3' \omega') + C_3' \omega' = 0$$

| | |
|----|---------|
| C1 | 3016 |
| C2 | 3016 |
| C3 | 1010238 |
| C4 | 90 |
| C5 | 90 |

Cálculo de las raíces usando solver para valores de omega entre el mínimo y el máximo valor presentado.

| | MIN | MAX |
|-------------|-------|------|
| Intervalo 1 | -0,02 | 0,02 |
| Intervalo 2 | -0,02 | 0,02 |

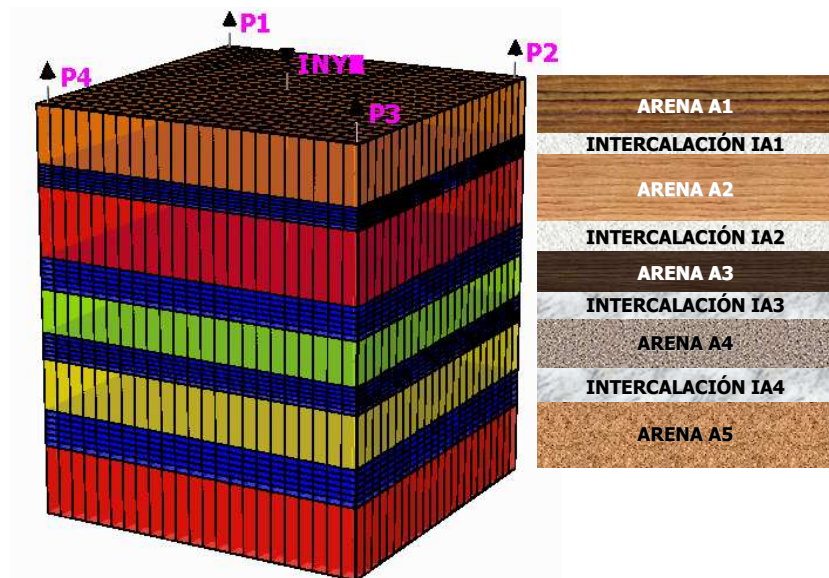
| OMEGA | FUNCIÓN |
|----------|---------|
| 2,06E-02 | 0,000 |

| OMEGA | FUNCIÓN |
|------------|---------|
| 1 2,06E-02 | 0 |

4.3.3. Descripción del modelo de simulación. A partir del yacimiento conceptual ya presentado, se construyó un modelo de simulación con el cual se evaluaron los resultados del modelo analítico. Para el desarrollo del estudio en mención se empleó el simulador de procesos térmicos STARS³⁶ de CMG³⁷.

En este caso en particular se usó un enmallado cartesiano de 23*23*9, con refinamiento cartesiano en dirección K de 6 para las capas 2,4 y 6 que representan las arcillas (Figura 28). Adicionalmente se tuvo en cuenta que en las intercalaciones de arcilla no existe flujo de fluidos, por lo que éstas fueron representadas como bloques térmicos en los que como su nombre lo indica, solo se realizan los cálculos relacionados con el balance de calor. Por otra parte, fue necesario definir siete tipos de roca térmica de tal manera que se pudieran representar las diferencias en las propiedades térmicas de cada una de las formaciones involucradas en el sistema. La distribución de los tipos de roca térmicas es presentada en la tabla 7.

Figura 28. Enmallado de simulación.



³⁶ Steam, Thermal and Advanced Processes Reservoir Simulator

³⁷ Computer Modelling Group.

Tabla 7. Tipos térmicos de roca.

| TIPO TÉRMICO DE ROCA | FORMACIÓN |
|----------------------|-----------------------|
| 1 | Arena A1 |
| 2 | Arena A2 |
| 3 | Arena A3 |
| 4 | Arena A4 |
| 5 | Arena A5 |
| 6 | Intercalación IA1-IA2 |
| 7 | Intercalación IA2-IA4 |

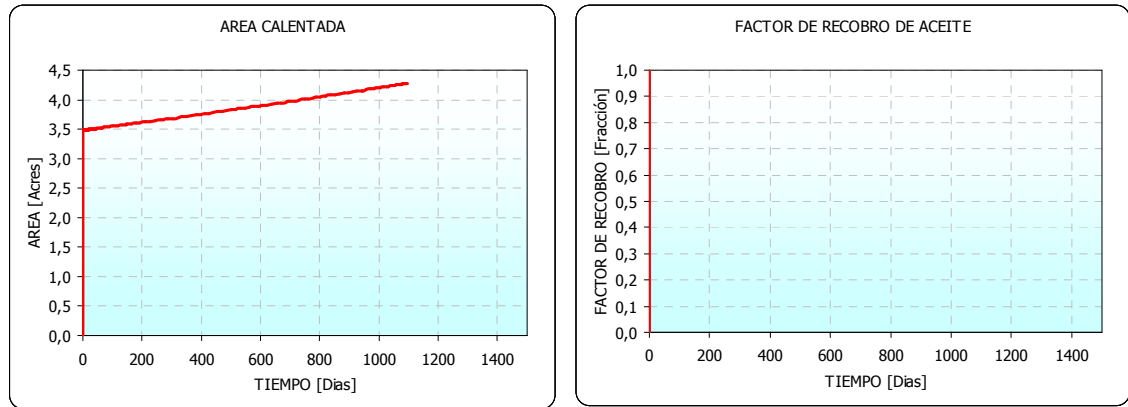
Debido a que las intercalaciones IA1 e IA2 tienen las mismas propiedades térmicas, éstas son representadas por el mismo tipo térmico de roca. De igual manera se procedió con las intercalaciones IA3 e IA4. Cabe aclarar que la opción de definir diferentes tipos térmicos de roca únicamente permite establecer diferencias en propiedades como la compresibilidad, propiedades térmicas y pérdidas de calor hacia la sobrecarga³⁸.

4.3.4. Evaluación de los resultados obtenidos para el caso 1. La evaluación inicial de los resultados arrojados por el modelo fue realizada por separado para cada uno de los casos planteados. Teniendo en cuenta que el caso 1 representa las zonas productoras que se encuentran ubicadas entre el **overburden** o el **underburden** y una intercalación de arcilla, se evaluó el modelo para la arena A1. En la figura 29 se graficaron el área calentada y el factor de recobro de aceite en función del tiempo.

De los resultados mostrados para el factor de recobro de aceite y el área calentada, se establece a simple vista que el modelo no se ajusta físicamente a la respuesta que se pudiera encontrar en una arena petrolífera. Teniendo en cuenta que el factor de recobro de aceite depende del área calentada, se centrará el análisis en este último parámetro.

³⁸ Guía para el usuario STARS. Computer Modelling Group. 2007.

Figura 29. Resultados iniciales obtenidos a partir del modelo analítico para el caso 1.



A pesar que el área calentada para tiempos mayores a cero, presenta una tendencia acorde con la respuesta esperada para una arena sometida a inyección continua de vapor en la que se considera un desplazamiento tipo pistón sin fugas, el valor inicial sobrepasa el área de 2.5 acres definida para el arreglo de inyección. Por otra parte es importante considerar que el área calentada a tiempo cero es cero. Con base en lo anterior se propuso un ajuste del modelo analítico para el caso 1, el cual se realizó para el volumen de la zona calentada toda vez que el área calentada es equivalente al volumen calentado dividido por el espesor de la arena. El ajuste consistió en definir que el volumen de la zona calentada a cualquier tiempo t es equivalente al volumen calculado inicialmente, menos el volumen de la zona calentada al tiempo cero. Entonces la ecuación 3.124 presentada en el capítulo 3 es modificada, resultando que:

$$V_c(t) = V_c(t)_{inicial} - V_c(0)$$

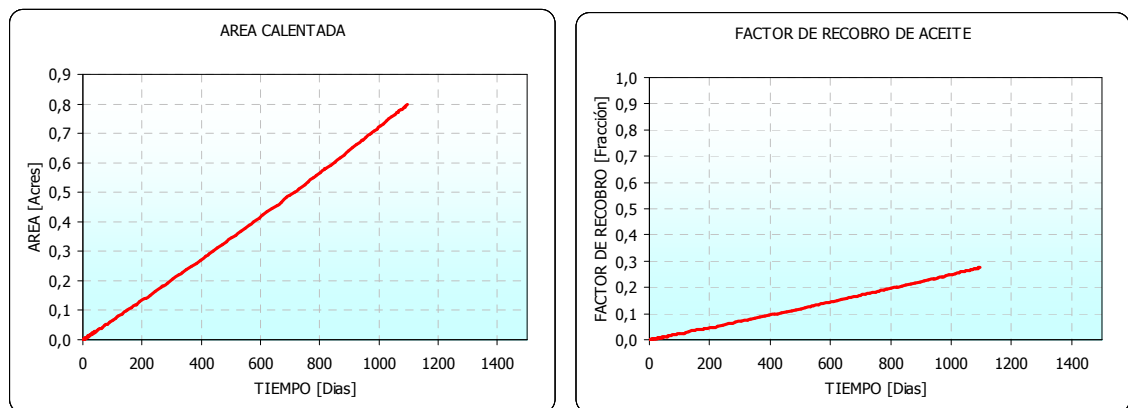
$$V_c(t)_{inicial} = \frac{\dot{Q}_i L h_{arena}}{2\sqrt{\alpha_{ar}}(T_v - T_r)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-\frac{\omega_n^2 \alpha_{ar} t}{L^2}}}{\omega_n \left[\frac{K_{ar}}{\sqrt{\alpha_{ar}}} \omega_n \operatorname{sech}^2(\omega_n) - \frac{K_{ar}}{\sqrt{\alpha_{ar}}} \operatorname{Tanh}(\omega_n) - \frac{K_{ob}}{\sqrt{\alpha_{ob}}} \right]}$$

$$V_c(0) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\omega_n \left[\frac{K_{ar}}{\sqrt{\alpha_{ar}}} \omega_n \operatorname{sech}^2(\omega_n) - \frac{K_{ar}}{\sqrt{\alpha_{ar}}} \operatorname{Tanh}(\omega_n) - \frac{K_{ob}}{\sqrt{\alpha_{ob}}} \right]}$$

$$V_c(t) = \frac{\dot{Q}_i L h_{arena}}{2\sqrt{\alpha_{ar}}(T_v - T_r)} \left[\frac{\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-\frac{\omega_n^2 \alpha_{ar} t}{L^2}}}{\omega_n \left[\frac{K_{ar}}{\sqrt{\alpha_{ar}}} \omega_n \operatorname{sech}^2(\omega_n) - \frac{K_{ar}}{\sqrt{\alpha_{ar}}} \operatorname{Tanh}(\omega_n) - \frac{K_{ob}}{\sqrt{\alpha_{ob}}} \right]}}{1} \right] \quad [3.124]$$

Con la nueva expresión obtenida para el caso 1, el modelo es evaluado nuevamente para la arena A1 obteniéndose los resultados presentados en la figura 30.

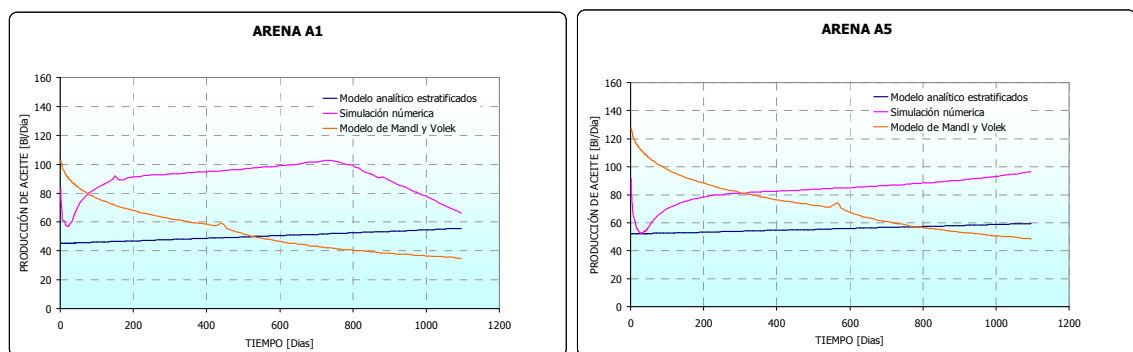
Figura 30. Resultados obtenidos a partir del modelo analítico para el caso 1.



Puesto que los resultados presentan una mayor coherencia física con el fenómeno que se desea predecir, se procede a realizar la comparación de la respuesta para las arenas A1 y A5 con el modelo analítico para el caso 1, la simulación numérica y el modelo de Mandl y Volek. A pesar que el modelo de Mandl y Volek fue desarrollado para yacimientos homogéneos de una sola capa, en este caso es empleado para predecir el comportamiento de cada una de las arenas, como si estas se encontraran ubicadas entre dos formaciones impermeables de espesor infinito. Con esto se busca confirmar la necesidad de considerar en el modelamiento las intercalaciones como formaciones de espesor finito.

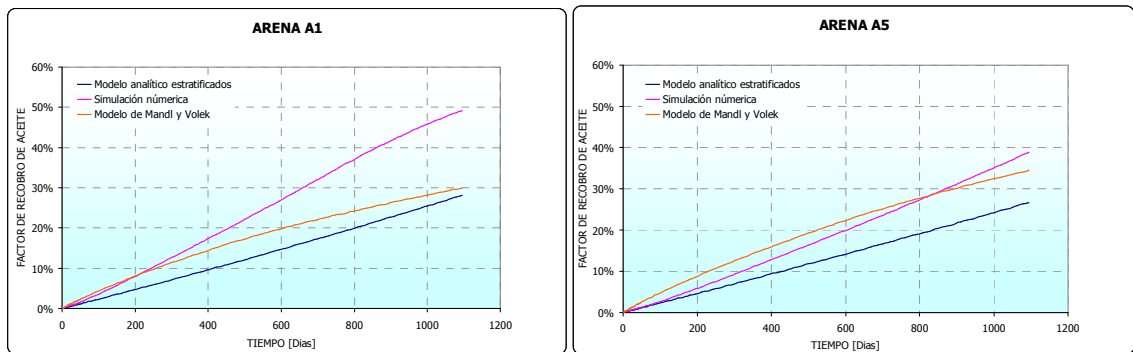
En la figura 31 se puede observar que la tasa de producción de aceite calculada a partir de los modelos analíticos se encuentra por debajo de la predicha por la simulación numérica. Esta subestimación de la tasa de producción de aceite se debe a que los modelos analíticos asumen que a través de la formación existe un gradiente de presión suficiente para que los fluidos sean producidos a la tasa predicha, mientras que el simulador tiene en cuenta cuantitativamente el efecto de este parámetro. La caída de la curva de producción predicha por el simulador para la arena A1 puede ser asociada con la ruptura del vapor en los pozos productores, por lo cual la respuesta de los modelos analíticos debe ser analizada hasta este punto. Con base en lo anterior se puede establecer que el modelo analítico para yacimientos estratificados muestra una tendencia más acorde con la respuesta de la arena. Esta apreciación se ratifica con mayor claridad en el caso de la arena 5, en el que aun no se aprecia la ruptura del vapor. La diferencia en los tiempos de ruptura entre la arena A1 y A5 es una consecuencia de la distribución de presiones existente en el modelo de simulación, la cual fue calculada con base en la profundidad de las arenas.

Figura 31. Comportamiento de la tasa de producción de aceite para el caso 1.



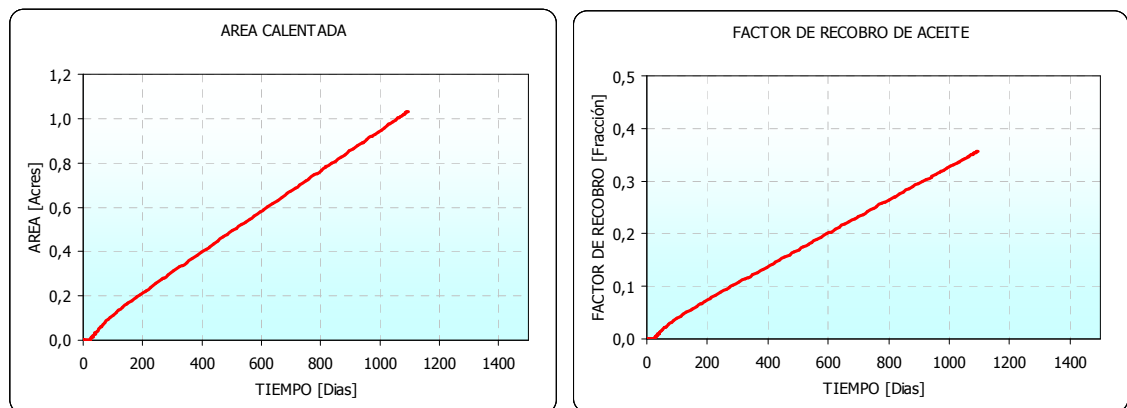
Realizando un análisis a partir del factor de recobro de aceite presentado en la figura 32, se puede decir que en este caso el modelo de Mandl y Volek aunque no se ajusta al tipo de yacimiento simulado describe cuantitativamente de manera más aceptable el comportamiento de este parámetro. El hecho que el modelo analítico para yacimientos estratificados describa mejor cualitativamente los parámetros seleccionados, se constituye en un serio indicio de que el ajuste usado para el caso 1 castiga demasiado la respuesta del mismo.

Figura 32. Comportamiento del factor de recobro de aceite para el caso 1.



4.3.5. Evaluación resultados obtenidos para el caso 2. La evaluación del modelo analítico propuesto para el caso 2, fue realizada por separado para las arenas A2, A3 y A4, teniendo en cuenta que éstas se encuentran ubicadas entre dos intercalaciones de arcilla. Inicialmente, la evaluación preliminar se hizo para la arena A3, cuyos resultados son mostrados en la figura 33.

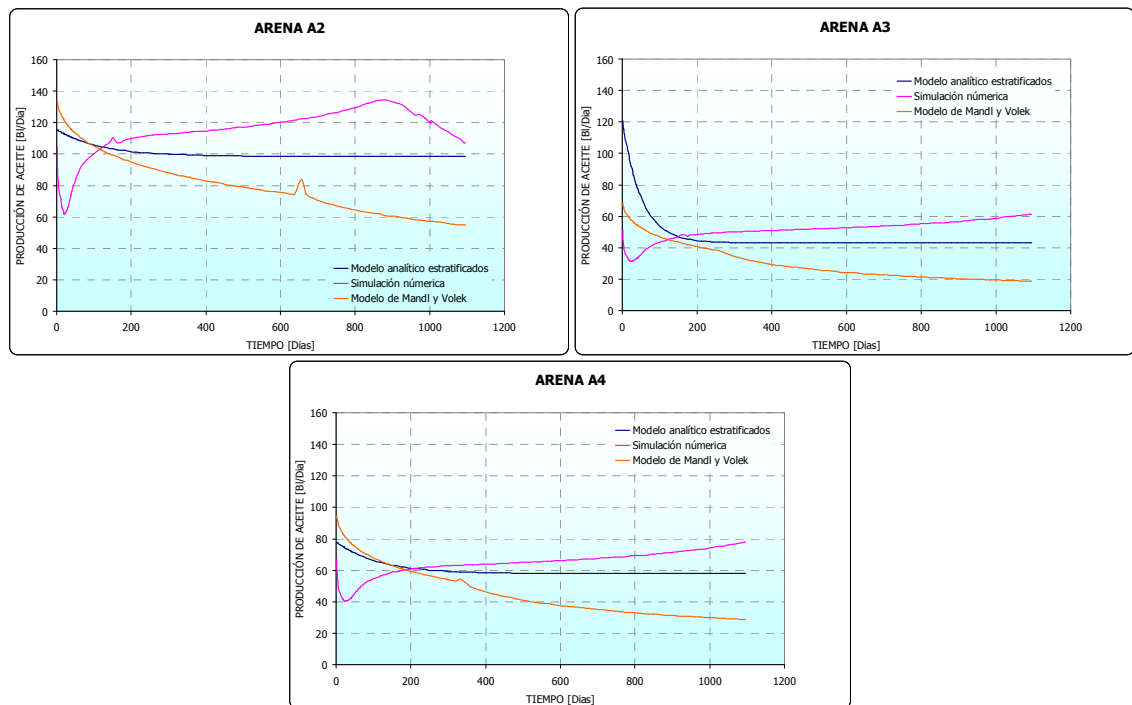
Figura 33. Resultados iniciales obtenidos a partir del modelo analítico para el caso 2.



De la gráfica anterior se puede decir que los resultados para el caso 2, son coherentes físicamente con la respuesta que la arena A3 pudiera tener a la inyección continua de vapor. Por tal razón se procede a realizar la comparación con la simulación numérica y el modelo de Mandl y Volek, sin realizarle ningún tipo de ajuste al nuevo modelo.

En la figura 34 se aprecia que el modelo propuesto representa de manera aceptable el comportamiento de la inyección continua de vapor en arenas que se encuentran ubicadas entre dos intercalaciones de arcilla. La respuesta presenta una mayor tendencia a la obtenida con la simulación, en la medida en que el espesor de las intercalaciones se hace mayor. Esto se debe a la suposición bajo la cual fue desarrollado el modelo, en la cual se establece durante la inyección la existencia de un flujo de calor en estado no estacionario en estas formaciones. En cuanto a los resultados presentados por el modelo de Mandl y Volek, es claro que este no describe adecuadamente el fenómeno que se desea predecir.

Figura 34. Comportamiento de la producción de aceite para el caso 2.

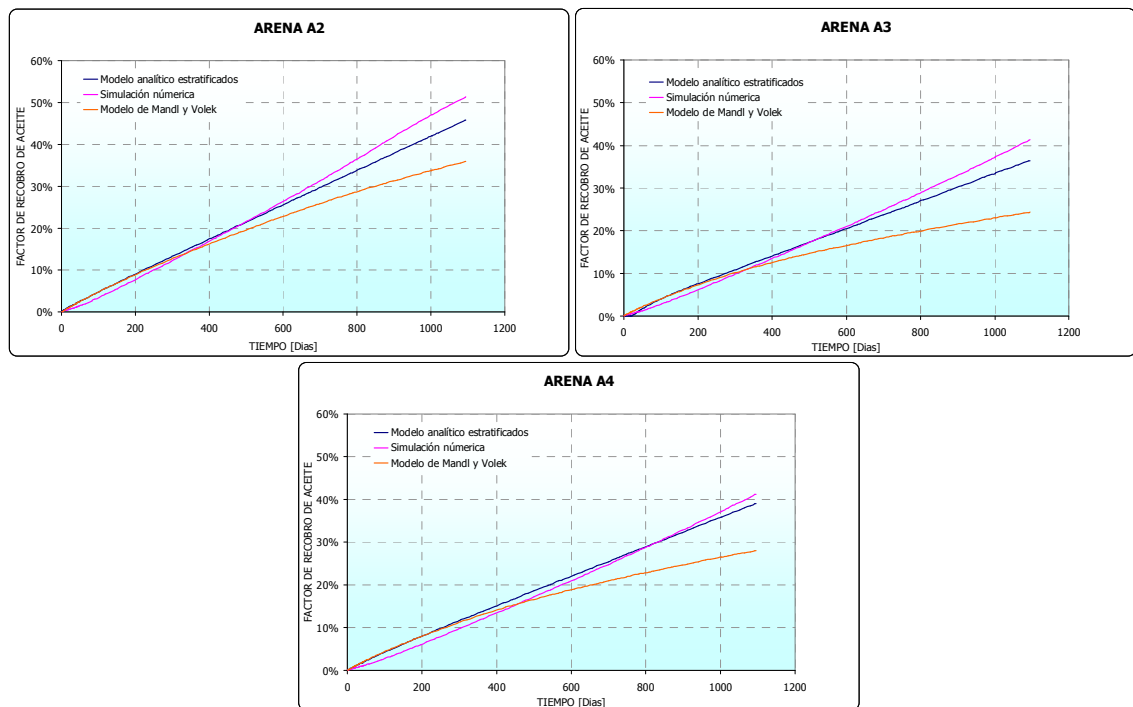


Tomando como referencia el factor de recobro de aceite presentado en la figura 35, se puede decir que el modelo describe en forma aceptable el comportamiento de dicho parámetro. El hecho que la respuesta del modelo se encuentre por debajo de la simulada se le atribuye a que el simulador permite representar algunos fenómenos que matemáticamente no podían ser incluidos dentro del modelamiento. Dentro de dichos fenómenos se encuentran la caída de presión a través de la formación, el efecto de la

presión sobre las propiedades del vapor, la condensación del vapor y la interacción roca fluido.

Aunque el modelo no tiene en cuenta los fenómenos antes mencionados, puede describir más detalladamente el flujo de calor hacia las formaciones impermeables, por lo cual se constituye en una herramienta valiosa para determinar los requerimientos de calor en el proyecto. Cabe resaltar que los parámetros comparados se seleccionaron teniendo en cuenta que cada herramienta permitiera la visualización de dichos resultados.

Figura 35. Comportamiento del factor de recobro de aceite para el caso 2.



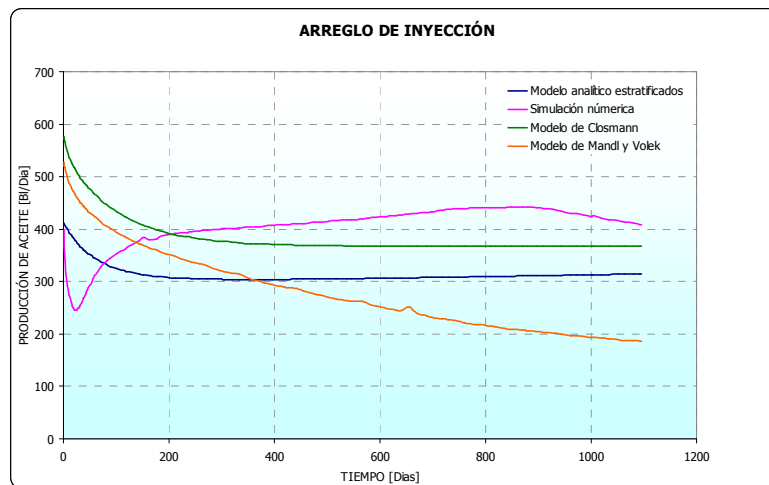
4.3.6. Predicción del comportamiento de la inyección continua de vapor.

Partiendo del hecho que los parámetros obtenidos para cada una de las arenas son aditivos, es posible evaluar de manera global el comportamiento de la inyección continua de vapor en todo el sistema. Para esto se usaron además de la simulación y los modelos de Mandl y Volek y el modelo para estratificados, el modelo propuesto por Closmann. Este último modelo fue incluido teniendo en cuenta que

considera un yacimiento con presencia de intercalaciones de arcilla. Puesto que Closmann establece que las arenas y las formaciones impermeables son idénticas entre sí, se evaluó tomando valores promedio de las propiedades de las arenas y arcillas presentadas para el modelo conceptual de yacimiento, manteniendo el mismo volumen original de hidrocarburos.

En la figura 36, se presenta la tasa de producción de aceite obtenida a partir de cada una de las herramientas señaladas. En este caso es posible observar que mediante el modelo de Closmann se logra una mayor representatividad de la respuesta arrojada por la simulación numérica, sin embargo los resultados obtenidos a partir del modelo analítico propuesto se consideran aceptables. Lo anterior se ve igualmente reflejado en el comportamiento del factor de recobro de aceite mostrado en la figura 37.

Figura 36. Comportamiento de la tasa de producción de aceite de un yacimiento estratificado sometido a inyección continua de vapor.

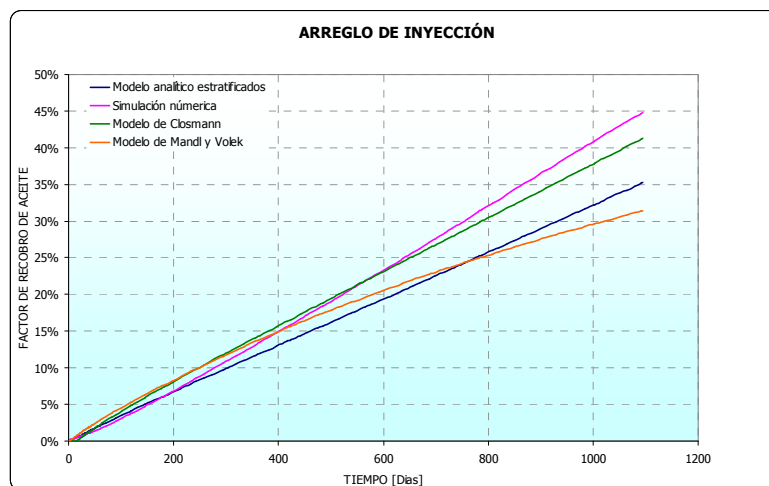


Es importante tener en cuenta que el modelo de Closmann solo nos permite tener una aproximación de la respuesta de todo el sistema, por lo cual no es posible evaluar la inyección continua de vapor de forma independiente en cada una de las capas sometidas a inyección continua de vapor. Como consecuencia de lo anterior, no se puede tener una buena aproximación en cuanto al flujo de calor que se está produciendo hacia cada una de las intercalaciones de arcilla, la tasa de crecimiento de

la zona de vapor y el volumen de aceite recuperado en cada una de las arenas productoras.

En cuanto al modelo de Mandl y Volek, a pesar que tiene una respuesta muy similar al modelo para estratificados en cuanto al factor de recobro, no describe adecuadamente la tasa de producción de aceite. Si se considera que la tasa de producción de aceite depende de la variación del volumen de la zona calentada con respecto al tiempo, se puede inferir que en este caso no describe el crecimiento de la zona de vapor en yacimientos con presencia de intercalaciones de arcilla.

Figura 37. Comportamiento del factor de recobro de aceite de un yacimiento estratificado sometido a inyección continua de vapor.



Finalmente, si se observan en conjunto los resultados obtenidos para cada uno de los modelos se puede decir que el nuevo modelo propuesto describe de forma mas aproximada el comportamiento de la inyección continua de vapor en yacimientos estratificados, ya que mantiene respuestas aceptables en todos los parámetros que se tomaron como referencia en la comparación.

CONCLUSIONES

A partir del desarrollo de la presente investigación se pudo establecer que:

- El análisis cuantitativo del flujo de calor a través de cada uno de los elementos que componen un yacimiento estratificado permite estructurar modelos que predigan de manera mas aproximada el comportamiento de la inyección continua de vapor.
- La transferencia de calor en rocas como las que componen los yacimientos de hidrocarburos es lenta, lo cual genera la existencia de altos gradientes de temperatura que favorecen las pérdidas de energía hacia zonas que no aportan fluidos a la producción.
- EL hecho que el modelo analítico propuesto describa la tendencia de la tasa de producción de aceite predicha mediante simulación numérica, permite establecer de manera indirecta que el modelo es confiable para evaluar parámetros como el crecimiento de la zona de vapor con el tiempo y las pérdidas de calor acumuladas e instantáneas que se producen durante la inyección.
- El modelo analítico propuesto describe de manera mas aproximada el comportamiento de parámetros como el área calentada, tasa de producción de aceite, pérdidas de calor y factor de recobro de aceite en yacimientos estratificados de crudo pesado, en los que se mantiene un flujo de calor en estado no estacionario a través de las arcillas.

RECOMENDACIONES

Con base en los resultados obtenidos de la presente investigación se recomienda:

- ❑ Evaluar los resultados del modelo analítico propuesto con datos de una prueba piloto realizada en un yacimiento estratificado de crudo pesado sometido a inyección continua de vapor.
- ❑ Realizar un estudio de sensibilidad de parámetros que permita establecer el efecto de la secuencia de inyección en diferentes arenas de un campo sometido a inyección continua de vapor.
- ❑ Plantear un nuevo modelo analítico que considere el flujo de calor en estado estacionario a través de las arcillas, de tal manera que se establezca el efecto de la interacción térmica entre formaciones que son sometidas de manera simultánea a inyección de vapor.
- ❑ Ajustar el modelo analítico para tiempos de inyección mayores al tiempo de ruptura.
- ❑ Estructurar un nuevo modelo analítico que considere la transferencia de calor a través del frente de condensación, además del efecto de la caída de presión a través del yacimiento.

BIBLIOGRAFÍA

1. ABRAMOWITZ, Milton y STEGUN, Irene. Handbook of mathematical tables. USA: National Bureau of standards applied mathematics series. 55, 1968. Library of congress catalog card number: 64-60036.
2. ADIVARAHAN, P., KUNII, D. and SMITH, J. M. Heat transfer in porous rocks through which single-phase fluids are flowing. SPE 368. 1962.
3. ALI, S. M. Farouq and MELDAU, Robert F. Current steamflood field experience. SPE 7546. 1978.
4. ALI, S. M. Farouq and MELDAU, Robert F. Current steamflood technology. SPE 7183. 1979.
5. ALI, S. M. Farouq. Steam injection theories-A unified approach. SPE 10746. 1982.
6. ATKINSON, P. G. and RAMEY, Henry J., Jr. Problems of heat transfer in porous media. SPE 6792. 1977.
7. AYDELOTTE, S. Robert. A simplified predictive model for steamdrive performance. SPE 10748. 1983.
8. BASHAM. Mike. Important modeling parameters for predicting steamflood performance. SPE 90713. September 2004.
9. BAUTISTA, Ludy y GOMEZ, Julio. Inyección de vapor un método practico para su diseño. Proyecto de grado para optar por el titulo de Ingeniero de Petróleos. 1986.

10. BOBERG, Thomas C. Thermal methods of oil recovery. United States of America, 1988. 411 p. (EXXON Monograph). ISBN 0-471-63300-3.
11. BUTLER, Roger. Thermal recovery of oil and bitumen. Calgary: GravDrain Inc, 1998. ISBN 0-9682563-0-9.
12. CARSLAW, H.S and JAEGER, J.C. Operational methods in applied mathematics. Great Britain: Oxford university press. 1943.
13. CHANDRA, S. and MAMORA, D. D. Improved steamflood analytical model. SPE/PS-CIM/CHOA 97870 PS2005-393. 2005.
14. CONNAUGHTON, Charles R. and CRAWFORD, Paul B. An improved reservoir conduction heating model. SPE 2979. 1970.
15. CHIOU, R.C.S et all. South Belridge Tulare simulation study: Steamflood in a heterogeneous stratified reservoir. SPE 24633. Mayo 1995.
16. CLOSMANN, P. J. Steam zone growth during multiple-layer steam injection. SPE 1716. Marzo. 1967.
17. DUITAMA DURÁN, Jorge. Estandarización de los procedimientos de perforación en los pozos del campo Jazmín. Proyecto de grado para optar por el título de Ingeniero de Petróleos. 2005.
18. Guía para el usuario STARS. Computer Modelling Group. 2007.
19. HOFFMAN, B. T. and KOVSEK, A. R. Efficiency and oil recovery mechanisms steam injection into low permeability, hydraulically fractured reservoirs.
20. JOLLEY, L.B. Summation of series. Dover Publications. Inc., New York. 1961.
21. MARX, J. W. y LANGENHEIM, R. H. Reservoir heating by hot fluid injection. SPE 1266-G. 1959.

22. MANDL, G. y VOLEK, C. W. Heat and mass transport in steam-drive processes. SPE 1896. 1967.
23. NEUMAN, C. H. A mathematical model of the steam drive process-Applications. SPE 4757. 1975.
24. NEUMAN, C. H. A mathematical model of the steam drive process-Applications. SPE 5495.
25. PRATS, Michael. The effect of heat transfer to a nearby layer on heat efficiency. SPE 69680. Septiembre 2001.
26. PRATS, Michael. The effect of heat transfer between nearby layers on the volume of the steam zones. SPE 69680. Junio 2002.
27. PRATS, Michael. Effect of steam injection into two nearby layers. Journal science & engineering. 39 (2003) 117-124.
28. PRATS, Michael. Thermal recovery. 2 ed. New York: Society of petroleum Engineers, 1986. 283 p. (Henry L. Doherty Series; no.7). ISBN 0-89520-314-6.
29. SALAS BONILLA, Alexander. Análisis de las operaciones de cementación, empaquetamiento con grava y los fluidos de perforación para un pozo tipo en el caso Jazmín. Proyecto de grado para optar por el título de Ingeniero de Petróleos. 2005.
30. SATTER, Abdus and PARRISH, David R. A two-dimensional analysis of reservoir heating by steam injection. SPE 2515. 1971.
31. SPIEGEL, Murray. Transformadas de Laplace. México: McGraw-Hill, 1998. ISBN 970-10-2171-1.
32. SPILLETTE, Arthur G. Heat transfer during hot fluid injection into an oil reservoir. JCPT 65-04-06. 1965.

33. SZASZ, S. E. and THOMAS, G. W. Principles of heavy oil recovery. JCPT 65-04-03. 1965.
34. THOMAS, G. W. Approximate methods for calculating the temperature distribution during hot fluid injection. JCPT 67-04-02. 1967.
35. THOMAS, G. W. A simplified model of conduction heating in systems of limited permeability. SPE 951. 1964.
36. YORTSOS, Y. C. and GAVALAS, G.R. Analytical modelling of oil recovery by steam injection: Part I-Upper bounds. SPE 8148. 1981.
37. YORTSOS, Y. C. and GAVALAS, G.R. Analytical modelling of oil recovery by steam injection: Part 2- asymptotic and approximate solutions. SPE 8149. 1981.
38. YORTSOS, Yanis. Distribution of fluid phases within the steam zone in steam-injection processes. SPE 11273. 1984.
39. VAN LOOKEREN, J. Calculation methods for linear and radial steam flow in oil reservoirs. SPE 6788. 1983.
40. VINSOME, P. K. W. and WESTERVELD, J. A simple method for predicting cap and base rock heat losses in thermal reservoir simulators. JCPT 80-03-04. 1980.
41. VOGEL, J. V. Simplified heat calculations for steamfloods. SPE 11219. 1984.
42. WILLHITE, G. P., DRANOFF, J. S. and SMITH, J.M. Heat transfer perpendicular to fluid flow in porous rocks. SPE 608. 1963.

ANEXO A. RUTINA MODELO DE MARX Y LANGENHEIM

Los modelos analíticos presentan la ventaja que pueden ser programados para efectuar cálculos relacionados con el fenómeno que describen de una manera rápida y sencilla. A continuación se presenta la estructura del programa diseñado para realizar los cálculos a partir del modelo de Marx-Langenheim para inyección de vapor.

A.1. DECLARACION DE VARIABLES

| | | |
|-----------------|--|-------------------------|
| Q_i : | Tasa constante de inyección de calor | BTU/hr |
| W : | Volumen equivalente de agua inyectada como vapor | Bl/dia |
| h_w : | Entalpía del agua saturada | BTU/lb |
| h_r : | Entalpía del agua a la temperatura del yacimiento | BTU/lb |
| L_v : | Calor latente de vaporización | BTU/lb |
| x : | Calidad del vapor | <i>Fracción</i> |
| x_{erf} : | Término de la función error | <i>Adimensional</i> |
| k_{ob} : | Conductividad térmica de las formaciones adyacentes | $BTU/pie\ hr\ ^\circ F$ |
| M_{ob} : | Capacidad calórica volumétrica de las formaciones adyacentes | $BTU/pie\ hr\ ^\circ F$ |
| M_s : | Capacidad calórica volumétrica de la roca saturada | $BTU/pie^3\ ^\circ F$ |
| h : | Espesor de la formación productora | <i>pie</i> |
| α_{ob} : | Difusividad térmica de las formaciones adyacentes | pie^2/hr |
| t : | Tiempo transcurrido desde el inicio de la inyección de vapor (<i>matriz de almacenamiento</i>) | <i>hr</i> |
| A : | Área calentada (<i>matriz de almacenamiento</i>) | pie^2 |
| T_v : | Temperatura del vapor | $^\circ F$ |

| | | |
|----------------|--|---------------------------|
| T_r : | Temperatura del yacimiento | $^{\circ}F$ |
| r_c : | Radio calentado (<i>matriz de almacenamiento</i>) | <i>pie</i> |
| V : | Volumen de la zona calentada (<i>matriz de almacenamiento</i>) | <i>pie³</i> |
| q_o : | Tasa de desplazamiento de aceite (<i>matriz de almacenamiento</i>) | <i>Bl/día</i> |
| ϕ : | Porosidad | <i>Fracción</i> |
| S_o : | Saturación de aceite al inicio de la inyección | <i>Fracción</i> |
| S_{or} : | Saturación residual de aceite a la inyección de vapor | <i>Fracción</i> |
| Q_o : | Tasa de producción de aceite (<i>matriz de almacenamiento</i>) | <i>BF/día</i> |
| E : | Eficiencia de barrido | <i>Fracción</i> |
| B_o : | Factor volumétrico del aceite | <i>Bl/BF</i> |
| Q_{loss} : | Pérdidas de calor acumuladas (<i>matriz de almacenamiento</i>) | <i>BTU</i> |
| $\%Q_{loss}$: | Porcentaje de pérdidas de calor acumuladas (<i>matriz de almacenamiento</i>) | <i>Fracción</i> |
| dA | Variación del área calentada con respecto al tiempo | <i>pie²/hr</i> |
| q_{loss} : | Pérdidas de calor instantáneas (<i>matriz de almacenamiento</i>) | <i>BTU/hr</i> |
| $\%q_{loss}$: | Porcentaje de pérdidas de calor instantáneas (<i>matriz de almacenamiento</i>) | <i>Fracción</i> |
| N : | Volumen de aceite al inicio de la inyección de vapor | <i>BF</i> |
| AP : | Área del arreglo | <i>Acres</i> |
| NP : | Aceite producido (<i>matriz de almacenamiento</i>) | <i>BF</i> |
| FR : | Factor de recobro de aceite (<i>matriz de almacenamiento</i>) | <i>Fracción</i> |
| US_v : | Costo de la energía | <i>Dólar/MMBTU</i> |
| US_o : | Valor del aceite | <i>Dólar/Bl</i> |
| A_{le} : | Área calentada al límite económico | <i>Acres</i> |
| r_{cle} : | Radio calentado al limite económico | <i>pies</i> |

| | | |
|------------|--|-----------|
| t_{le} : | Tiempo requerido para alcanzar el limite económico | <i>hr</i> |
| t_b : | Tiempo de ruptura | <i>hr</i> |
| a_1 | Constante de la aproximación de Hastings para el cálculo de la función error | |
| a_2 | Constante de la aproximación de Hastings para el cálculo de la función error | |
| a_3 | Constante de la aproximación de Hastings para el cálculo de la función error | |
| a_4 | Constante de la aproximación de Hastings para el cálculo de la función error | |
| a_5 | Constante de la aproximación de Hastings para el cálculo de la función error | |
| P | Constante de la aproximación de Hastings para el cálculo de la función error | |
| t_{erf} | Variable para la aproximación de Hastings para el cálculo de la función error | |
| i : | Recorredor de vectores y matrices | |
| Nvt : | Número de valores de tiempo para los cuales se desea hacer los cálculos | |
| $erfctot$ | $e^{x_{erf}^2} erfcx_{erf} + \frac{2x_{erf}}{\sqrt{\pi}} - 1$ | |
| $erfce$ | $e^{x_{erf}^2} erfcx_{erf}$ | |
| $erfc$ | Función error complementaria [$erfcx_{erf}$] | |
| erf | Función error [$erfx_{erf}$] | |
| Con | Contador | |
| $merf$ | Cálculos que involucran la función error (<i>matriz de almacenamiento</i>) | |
| $erfcele$ | $e^{x_{erf}^2} erfcx_{erf}$ Evaluado al limite económico | |
| $erfctotb$ | $e^{x_{erf}^2} erfcx_{erf} + \frac{2x_{erf}}{\sqrt{\pi}} - 1$ al tiempo de ruptura | |

A.2. INFORMACION INTRODUCIDA POR EL USUARIO

| | | | | |
|-------|---------------|----------|-------|-------|
| W | k_{ob} | T_v | E | USo |
| h_w | M_s | T_r | B_o | |
| h_r | h | ϕ | AP | |
| L_v | α_{ob} | S_o | Nvt | |
| x | $t[i]$ | S_{or} | USv | |

A.3. CÁLCULOS REALIZADOS

Cálculo de la tasa de inyección de calor

$$Q_i = \frac{350}{24} W [(h_w - h_r) + xL_v]$$

Cálculos generales

For $i = 1$ to Nvt

- ❖ Cálculo de x_{erf} para $t[i]$

$$x_{erf} = \left[\frac{2k_{ob}}{M_s h \sqrt{\alpha_{ob}}} \right] t[i]^{1/2}$$

- ❖ Cálculo de la función error y error complementaria

La función error y error complementaria son determinadas a partir de la aproximación de Hastings, tomando como residuo un valor de $1.5 \cdot 10^{-7}$ para $x_{erf} \leq 3$ y un polinomio de cuarto grado obtenido $x_{erf} > 3$

If $x_{erf} \leq 3$ then

$$P = 0.3275911$$

$$a_1 = 0.254829592$$

$$a_2 = -0.284496736$$

$$a_3 = 1.421413741$$

$$a_4 = -1.453152027$$

$$a_5 = 1.061405429$$

$$t_{erf} = \frac{1}{1 + Px_{erf}}$$

$$erf = 1 - (a_1 t_{erf} + a_2 t_{erf}^2 + a_3 t_{erf}^3 + a_4 t_{erf}^4 + a_5 t_{erf}^5) e^{-x_{erf}^2} + 0.00000015$$

If $x_{erf} = 0$ then

$$erf = 0$$

End if

$$erfc = 1 - erf$$

$$erf_{ce} = erfc * e^{x_{erf}^2}$$

$$erf_{ctot} = erf_{ce} + \frac{2x_{erf}}{\sqrt{\pi}} - 1$$

Else

$$erf_{ce} = 0.00006x_{erf}^4 - 0.002x_{erf}^3 + 0.0256x_{erf}^2 - 0.1558x_{erf} + 0.4654$$

$$erf_{ctot} = erf_{ce} + \frac{2x_{erf}}{\sqrt{\pi}} - 1$$

$$erfc = \frac{erf_{ce}}{x_{erf}^2}$$

$$erf = 1 - erfc$$

❖ Cálculo del área calentada

$$A[i] = \frac{Q_i M_s h \alpha_{ob}}{4k_{ob}^2 (T_v - T_r)} erf_{ctot}$$

❖ Cálculo del radio calentado para un sistema radial

$$r_c[i] = \sqrt{\frac{A[i]}{\pi}}$$

❖ Cálculo del volumen de la zona calentada

$$V[i] = A[i] * h$$

❖ Cálculo de la tasa de desplazamiento de aceite

If $t[i] > 0$ then

$$q_o[i] = 4.273 \left[\frac{Q_i \phi (S_o - S_{or})}{M_s (T_v - T_r)} \right] \text{erf}ce$$

Else

$$q_o[i] = 0$$

End If

- ❖ Cálculo de la tasa de producción de aceite

If $t[i] > 0$ then

$$Q_o[i] = 4.273 \left[\frac{Q_i \phi (S_o - S_{or})}{M_s (T_v - T_r)} \right] \text{erf}ce \left(\frac{E}{B_o} \right)$$

Else

$$Q_o[i] = 0$$

End If

- ❖ Cálculo de las pérdidas de calor acumuladas

$$Q_{loss}[i] = (Q_i * t[i]) - (V[i] M_s (T_v - T_r))$$

If $t[i] > 0$ then

$$\% Q_{loss}[i] = \frac{Q_{loss}[i]}{Q_i * t[i]}$$

Else

$$\% Q_{loss} = 0$$

End If

- ❖ Cálculo de las pérdidas de calor instantáneas

$$dA = \frac{Q_i * \text{erf}ce}{M_s h (T_v - T_r)}$$

$$q_{loss}[i] = Q_i - (M_s h (T_v - T_r) dA)$$

$$\% q_{loss} = \frac{q_{loss}}{Q_i}$$

- ❖ Cálculo del factor de recobro de aceite

$$N = \frac{43560 * AP * h * \phi * S_o}{5.615 B_o}$$

$$NP[i] = \frac{A[i] * h * \phi * (S_o - S_{or})}{5.615 B_o} E$$

$$FR[i] = \frac{NP[i]}{N}$$

- ❖ Criterio de parada cuando el área calentada igual a el área del patrón

If $(A[I]/43560) \leq AP$ then

Imprima " $A[i]/43560$ "

Imprima " $r_c [i]$ "

Imprima " $V [i]$ "

Imprima " $q_o [i]$ "

Imprima " $Q_o [i]$ "

Imprima " $Q_{loss} [i]/1000000$ "

Imprima " % $Q_{loss} [i]$ "

Imprima " $q_{loss} [i]/1000000$ "

Imprima " % $q_{loss} [i]$ "

Imprima " $NP [i]$ "

Imprima " $FR [i]$ "

Else

$i = Nvt$

End if

Next i

Cálculo del área calentada al límite económico

- ❖ Generación de la tabla para la función error

$x_{erf} = -0.01$

Con=0

While $x_{erf} \leq 10$

$x_{erf} = x_{erf} + 0.01$

Con= Con+1

$merf(Con,1) = x_{erf}$

If $x_{erf} \leq 3$ then

$$t_{erf} = \frac{1}{1 + Px_{erf}}$$

$$erf = 1 - (a_1 t_{erf} + a_2 t_{erf}^2 + a_3 t_{erf}^3 + a_4 t_{erf}^4 + a_5 t_{erf}^5) e^{-x_{erf}^2} + 0.00000015$$

If $x_{erf} = 0$ then

$$erf = 0$$

End if

$$erfc = 1 - erf$$

$$erfce = erfc * e^{x_{erf}^2}$$

$$erfctot = erfce + \frac{2x_{erf}}{\sqrt{\pi}} - 1$$

Else

$$erfce = 0.00006x_{erf}^4 - 0.002x_{erf}^3 + 0.0256x_{erf}^2 - 0.1558x_{erf} + 0.4654$$

$$erfctot = erfce + \frac{2x_{erf}}{\sqrt{\pi}} - 1$$

$$erfc = \frac{erfce}{x_{erf}^2}$$

$$erf = 1 - erfc$$

End if

$$merf(Con,2) = erfce$$

$$merf(Con,3) = erfctot$$

Wend

❖ Cálculo del área calentada al limite económico

$$erfcele = 5.618 * 10^{-6} \left[\frac{USvM_s (T_v - T_r)}{USo\phi(S_o - S_{or})} \right]$$

For $i = 1$ to Con

$$merf(i,4) = Abs[merf(i,2) - erfcele]$$

If $1 < i < Con$ then

If $merf(i,4) < merf(i-1,4)$ then

$$x_{erf} = merf(i,1)$$

End If

End If

Next i

$$A_{le} = \frac{Q_i M_s h \alpha_{ob}}{4k_{ob}^2 (T_v - T_r)} \left[\operatorname{erfc} \left(\frac{r_{cle}}{\sqrt{\pi t_{le}}} \right) + \frac{2x_{erf}}{\sqrt{\pi}} - 1 \right]$$

- ❖ Cálculo del radio calentado al límite económico

$$r_{cle} = \sqrt{\frac{A_{le}}{\pi}}$$

- ❖ Tiempo requerido para alcanzar el límite económico

$$t_{le} = \left[\frac{x_{erf} M_s h \sqrt{\alpha_{ob}}}{2k_{ob}} \right]^2$$

Cálculo del tiempo de ruptura

$$\operatorname{erfc} \left(\frac{r_{cle}}{\sqrt{\pi t_b}} \right) = \frac{4 * 43560 * AP * k_{ob}^2 * (T_v - T_r)}{Q_i * M_s * h * \alpha_{ob}}$$

For $i = 1$ to Con

$$\operatorname{merf}(i,5) = \operatorname{Abs}[\operatorname{merf}(i,3) - \operatorname{erfc} \left(\frac{r_{cle}}{\sqrt{\pi t_b}} \right)]$$

If $1 < i < \text{Con}$ then

If $\operatorname{merf}(i,5) < \operatorname{merf}(i-1,5)$ then

$$x_{erf} = \operatorname{merf}(i,1)$$

End If

End If

Next i

$$t_b = \left[\frac{x_{erf} M_s h \sqrt{\alpha_{ob}}}{2k_{ob}} \right]^2$$

ANEXO B. RUTINA MODELO DE MANDL Y VOLEK

Los modelos analíticos presentan la ventaja que pueden ser programados para efectuar cálculos relacionados con el fenómeno que describen de una manera rápida y sencilla. A continuación se presenta la estructura del programa diseñado para realizar los cálculos a partir del modelo de Mandl y Volek para inyección de vapor.

B.1. DECLARACION DE VARIABLES

| | | |
|-----------------|--|-------------------------------|
| Q_i : | Tasa constante de inyección de calor | <i>BTU/hr</i> |
| W : | Volumen equivalente de agua inyectada como vapor | <i>Bl/dia</i> |
| h_w : | Entalpía del agua saturada | <i>BTU/lb</i> |
| h_r : | Entalpía del agua a la temperatura del yacimiento | <i>BTU/lb</i> |
| L_v : | Calor latente de vaporización | <i>BTU/lb</i> |
| C_w : | Calor específico del agua | <i>BTU/lb °F</i> |
| x : | Calidad del vapor | <i>Fracción</i> |
| x_{erf} : | Término de la función error | <i>Adimensional</i> |
| k_{ob} : | Conductividad térmica de las formaciones adyacentes | <i>BTU/pie hr °F</i> |
| M_{ob} : | Capacidad calórica volumétrica de las formaciones adyacentes | <i>BTU/pie hr °F</i> |
| M_s : | Capacidad calórica volumétrica de la roca saturada | <i>BTU/pie³ °F</i> |
| h : | Espesor de la formación productora | <i>pie</i> |
| α_{ob} : | Difusividad térmica de las formaciones adyacentes | <i>pie²/hr</i> |
| t : | Tiempo transcurrido desde el inicio de la inyección de vapor (<i>matriz de almacenamiento</i>) | <i>hr</i> |
| t_c : | Tiempo crítico | <i>hr</i> |

| | | |
|----------------|--|-----------------|
| A : | Área calentada (<i>matriz de almacenamiento</i>) | pie^2 |
| T_v : | Temperatura del vapor | $^{\circ}F$ |
| T_r : | Temperatura del yacimiento | $^{\circ}F$ |
| r_c : | Radio calentado (<i>matriz de almacenamiento</i>) | pie |
| V : | Volumen de la zona calentada (<i>matriz de almacenamiento</i>) | pie^3 |
| q_o : | Tasa de desplazamiento de aceite (<i>matriz de almacenamiento</i>) | Bl/dia |
| ϕ : | Porosidad | <i>Fracción</i> |
| S_o : | Saturación de aceite al inicio de la inyección | <i>Fracción</i> |
| S_{or} : | Saturación residual de aceite a la inyección de vapor | <i>Fracción</i> |
| Q_o : | Tasa de producción de aceite (<i>matriz de almacenamiento</i>) | BF/dia |
| E : | Eficiencia de barrido | <i>Fracción</i> |
| B_o : | Factor volumétrico del aceite | Bl/BF |
| Q_{loss} : | Pérdidas de calor acumuladas (<i>matriz de almacenamiento</i>) | BTU |
| $\%Q_{loss}$: | Porcentaje de pérdidas de calor acumuladas (<i>matriz de almacenamiento</i>) | <i>Fracción</i> |
| dA | Variación del área calentada con respecto al tiempo | pie^2/hr |
| q_{loss} : | Pérdidas de calor instantáneas (<i>matriz de almacenamiento</i>) | BTU/hr |
| $\%q_{loss}$: | Porcentaje de pérdidas de calor instantáneas (<i>matriz de almacenamiento</i>) | <i>Fracción</i> |
| N : | Volumen de aceite al inicio de la inyección de vapor | BF |
| AP : | Área del arreglo | <i>Acres</i> |
| NP : | Aceite producido (<i>matriz de almacenamiento</i>) | BF |
| FR : | Factor de recobro de aceite (<i>matriz de almacenamiento</i>) | <i>Fracción</i> |
| US_v : | Costo de la energía | $Dólar/MMBTU$ |
| US_o : | Valor del aceite | $Dólar/Bl$ |
| A_{le} : | Área calentada al límite económico | <i>Acres</i> |

| | | |
|-------------|---|--------|
| r_{cle} : | Radio calentado al limite económico | $pies$ |
| t_{le} : | Tiempo requerido para alcanzar el limite económico | hr |
| t_b : | Tiempo de ruptura | hr |
| β : | Parámetro modelo de Mandl y Volek | |
| a_1 | Constante de la aproximación de Hastings para el cálculo de la función error | |
| a_2 | Constante de la aproximación de Hastings para el cálculo de la función error | |
| a_3 | Constante de la aproximación de Hastings para el cálculo de la función error | |
| a_4 | Constante de la aproximación de Hastings para el cálculo de la función error | |
| a_5 | Constante de la aproximación de Hastings para el cálculo de la función error | |
| P | Constante de la aproximación de Hastings para el cálculo de la función error | |
| t_{erf} | Variable para la aproximación de Hastings para el cálculo de la función error | |
| i : | Recorredor de vectores y matrices | |
| Nvt : | Número de valores de tiempo para los cuales se desea hacer los cálculos | |
| $erfctot$ | $e^{x_{erf}^2} erfcx_{erf} + \frac{2x_{erf}}{\sqrt{\pi}} - 1$ | |
| $erfce$ | $e^{x_{erf}^2} erfcx_{erf}$ | |
| $erfc$ | Función error complementaria $[erfcx_{erf}]$ | |
| erf | Función error $[erfx_{erf}]$ | |
| Con | Contador | |
| $merf$ | Cálculos que involucran la función error (<i>matriz de almacenamiento</i>) | |

$$\begin{aligned}
 & \left[\left(1 - \frac{(x_{erf}^2 - x_{erfc}^2 - 2)\sqrt{x_{erf}^2 - x_{erfc}^2}}{3\sqrt{\pi}} - \frac{x_{erf}^2 - x_{erfc}^2 - 3}{6\sqrt{\pi(x_{erf}^2 - x_{erfc}^2)}} \right) erfce + \right. \\
 erfcele & \left. \frac{1}{3\pi} \left(x_{erf}^2 - x_{erfc}^2 - 2 + \frac{x_{erfc}^2}{2x_{erf}^2} \right) \sqrt{\frac{x_{erf}^2 - x_{erfc}^2}{x_{erf}^2}} - \frac{\beta}{2\sqrt{\pi(x_{erf}^2 - x_{erfc}^2)}} \right] \\
 & \text{Evaluado al limite económico} \\
 erfctotb & \left[erfctot - \sqrt{\frac{x_{erf}^2 - x_{erfc}^2}{\pi}} \left\{ \beta + \frac{x_{erf}^2 - x_{erfc}^2 - 3}{3} erfce - \frac{x_{erf}^2 - x_{erfc}^2}{3\sqrt{\pi x_{erf}^2}} \right\} \right] \\
 & \text{al tiempo de ruptura}
 \end{aligned}$$

B.2. INFORMACION INTRODUCIDA POR EL USUARIO

| | | | | |
|-------|---------------|----------|-------|-------|
| W | k_{ob} | T_v | E | USo |
| h_w | M_s | T_r | B_o | C_w |
| h_r | h | ϕ | AP | |
| L_v | α_{ob} | S_o | Nvt | |
| x | $t[i]$ | S_{or} | USv | |

B.3. CÁLCULOS REALIZADOS

Cálculo de β

$$\beta = \left(1 + \frac{L_v x}{C_w (T_v - T_r)} \right)^{-1}$$

Cálculo del tiempo crítico

- ❖ Cálculo de la matriz que contiene la función error relacionada.

La función error y error complementaria son determinadas a partir de la aproximación de Hastings, tomando como residuo un valor de $1.5 \cdot 10^{-7}$ para $x_{erf} \leq 3$ y un polinomio de cuarto grado obtenido $x_{erf} > 3$

$$x_{erf} = -0.01$$

$$\text{Con} = 0$$

$$\text{While } x_{erf} \leq 10$$

$$x_{erf} = x_{erf} + 0.01$$

$$\text{Con} = \text{Con} + 1$$

$$\text{merf}(\text{Con}, 1) = x_{erf}$$

$$\text{If } x_{erf} \leq 3 \text{ then}$$

$$P = 0.3275911$$

$$a_1 = 0.254829592$$

$$a_2 = -0.284496736$$

$$a_3 = 1.421413741$$

$$a_4 = -1.453152027$$

$$a_5 = 1.061405429$$

$$t_{erf} = \frac{1}{1 + Px_{erf}}$$

$$\text{erf} = 1 - (a_1 t_{erf} + a_2 t_{erf}^2 + a_3 t_{erf}^3 + a_4 t_{erf}^4 + a_5 t_{erf}^5) e^{-x_{erf}^2} + 0.00000015$$

$$\text{If } x_{erf} = 0 \text{ then}$$

$$\text{erf} = 0$$

$$\text{End if}$$

$$\text{erfc} = 1 - \text{erf}$$

$$\text{erfce} = \text{erfc} * e^{x_{erf}^2}$$

$$\text{erfctot} = \text{erfce} + \frac{2x_{erf}}{\sqrt{\pi}} - 1$$

$$\text{Else}$$

$$\text{erfce} = 0.00006x_{erf}^4 - 0.002x_{erf}^3 + 0.0256x_{erf}^2 - 0.1558x_{erf} + 0.4654$$

$$\text{erfctot} = \text{erfce} + \frac{2x_{erf}}{\sqrt{\pi}} - 1$$

$$\text{erfc} = \frac{\text{erfce}}{x_{erf}^2}$$

$$\text{erf} = 1 - \text{erfc}$$

End if

$$merf(Con,2) = erfce$$

$$merf(Con,3) = erfctot$$

Wend

- ❖ Se calcula el valor de x_{erfc} conociendo que $\beta = e^{x_{erf}^2} erf(x_{erf})$

For $i = 1$ to Con

If $abs(\beta - merf(i,2)) < 0.01$ then

$$x_{erfc} = merf(i,1)$$

$$erfctotcrit = merf(i,3)$$

$i = Con$

End if

Next i

- ❖ Se calcula el valor del tiempo crítico

$$t_c = \left(\frac{x_{erfc} M_s h \sqrt{\alpha_{ob}}}{2K_{ob}} \right)^2$$

Cálculo de la tasa de inyección de calor

$$Q_i = \frac{350}{24} W [(h_w - h_r) + xL_v]$$

Cálculos generales

For $i = 1$ to Nvt

- ❖ Cálculo de x_{erf} para $t[i]$

$$x_{erf} = \left[\frac{2k_{ob}}{M_s h \sqrt{\alpha_{ob}}} \right] t[i]^{1/2}$$

- ❖ Cálculo de la función error y error complementaria

La función error y error complementaria son determinadas a partir de la aproximación de Hastings, tomando como residuo un valor de $1.5 \cdot 10^{-7}$ para $x_{erf} \leq 3$ y un polinomio de cuarto grado obtenido $x_{erf} > 3$

If $x_{erf} \leq 3$ then

$$P = 0.3275911$$

$$a_1 = 0.254829592$$

$$a_2 = -0.284496736$$

$$a_3 = 1.421413741$$

$$a_4 = -1.453152027$$

$$a_5 = 1.061405429$$

$$t_{erf} = \frac{1}{1 + Px_{erf}}$$

$$erf = 1 - (a_1 t_{erf} + a_2 t_{erf}^2 + a_3 t_{erf}^3 + a_4 t_{erf}^4 + a_5 t_{erf}^5) e^{-x_{erf}^2} + 0.00000015$$

If $x_{erf} = 0$ then

$$erf = 0$$

End if

$$erfc = 1 - erf$$

$$erfce = erfc * e^{x_{erf}^2}$$

$$erfctot = erfce + \frac{2x_{erf}}{\sqrt{\pi}} - 1$$

Else

$$erfce = 0.00006x_{erf}^4 - 0.002x_{erf}^3 + 0.0256x_{erf}^2 - 0.1558x_{erf} + 0.4654$$

$$erfctot = erfce + \frac{2x_{erf}}{\sqrt{\pi}} - 1$$

$$erfc = \frac{erfce}{x_{erf}^2}$$

$$erf = 1 - erfc$$

❖ Cálculo del área calentada

If $t[i] \leq t_c$ then

$$A[i] = \frac{Q_i M_s h \alpha_{ob}}{4k_{ob}^2 (T_v - T_r)} erfctot$$

Else

$$A[i] = \frac{Q_i M_s h \alpha_{ob}}{4k_{ob}^2 (T_v - T_r)} \left[\operatorname{erfc} \operatorname{tot} - \sqrt{\frac{x_{erf}^2 - x_{erfc}^2}{\pi}} \left\{ \beta + \frac{x_{erf}^2 - x_{erfc}^2 - 3}{3} \operatorname{erfc} e - \frac{x_{erf}^2 - x_{erfc}^2}{3\sqrt{\pi x_{erf}^2}} \right\} \right]$$

End if

- ❖ Cálculo del radio calentado para un sistema radial

$$r_c [i] = \sqrt{\frac{A[i]}{\pi}}$$

- ❖ Cálculo del volumen de la zona calentada

$$V[i] = A[i] * h$$

- ❖ Cálculo de la tasa de desplazamiento de aceite

If $t[i] \leq t_c$ then

If $t[i] > 0$ then

$$q_o [i] = 4.273 \left[\frac{Q_i \phi (S_o - S_{or})}{M_s (T_v - T_r)} \right] \operatorname{erfc} e$$

Else

$$q_o [i] = 0$$

End If

Else

$$q_o [i] = 4.273 \left[\frac{Q_i \phi (S_o - S_{or})}{M_s (T_v - T_r)} \right] \left[\left(1 - \frac{(x_{erf}^2 - x_{erfc}^2 - 2) \sqrt{x_{erf}^2 - x_{erfc}^2}}{3\sqrt{\pi}} - \frac{x_{erf}^2 - x_{erfc}^2 - 3}{6\sqrt{\pi(x_{erf}^2 - x_{erfc}^2)}} \right) \operatorname{erfc} e + \frac{1}{3\pi} \left(x_{erf}^2 - x_{erfc}^2 - 2 + \frac{x_{erfc}^2}{2x_{erf}^2} \right) \sqrt{\frac{x_{erf}^2 - x_{erfc}^2}{x_{erf}^2}} - \frac{\beta}{2\sqrt{\pi(x_{erf}^2 - x_{erfc}^2)}} \right]$$

End if

- ❖ Cálculo de la tasa de producción de aceite

If $t[i] > 0$ then

$$Q_o [i] = q_o [i] \left(\frac{E}{B_o} \right)$$

Else

$$Q_o [i] = 0$$

End If

- ❖ Cálculo de las pérdidas de calor acumuladas

$$Q_{loss}[i] = (Q_i * t[i]) - (V[i]M_s(T_v - T_r))$$

If $t[i] > 0$ then

$$\%Q_{loss}[i] = \frac{Q_{loss}[i]}{Q_i * t[i]}$$

Else

$$\%Q_{loss} = 0$$

End If

- ❖ Cálculo de las pérdidas de calor instantáneas

If $t[i] \leq t_c$ then

$$dA = \frac{Q_i * erfce}{M_s h(T_v - T_r)}$$

$$q_{loss}[i] = Q_i - (M_s h(T_v - T_r)dA)$$

Else

$$q_{loss}[i] = \dot{Q}_i - \dot{Q}_i \left[\left(1 - \frac{(x_{erf}^2 - x_{erfc}^2 - 2)\sqrt{x_{erf}^2 - x_{erfc}^2}}{3\sqrt{\pi}} - \frac{x_{erf}^2 - x_{erfc}^2 - 3}{6\sqrt{\pi}(x_{erf}^2 - x_{erfc}^2)} \right) erfce + \frac{1}{3\pi} \left(x_{erf}^2 - x_{erfc}^2 - 2 + \frac{x_{erfc}^2}{2x_{erf}^2} \right) \sqrt{\frac{x_{erf}^2 - x_{erfc}^2}{x_{erf}^2}} - \frac{\beta}{2\sqrt{\pi}(x_{erf}^2 - x_{erfc}^2)} \right]$$

End if

$$\%q_{loss} = \frac{q_{loss}}{Q_i}$$

- ❖ Cálculo del factor de recobro de aceite

$$N = \frac{43560 * AP * h * \phi * S_o}{5.615B_o}$$

$$NP[i] = \frac{A[i] * h * \phi * (S_o - S_{or})}{5.615B_o} E$$

$$FR[i] = \frac{NP[i]}{N}$$

- ❖ Criterio de parada cuando el área calentada igual a el área del patrón

If $(A[I]/43560) \leq AP$ then

Imprima "A[i]/43560"
 Imprima "r_c[i]"
 Imprima "V[i]"
 Imprima "q_o[i]"
 Imprima "Q_o[i]"
 Imprima "Q_{loss}[i]/1000000"
 Imprima "%Q_{loss}[i]"
 Imprima "q_{loss}[i]/1000000"
 Imprima "%q_{loss}[i]"
 Imprima "NP[i]"
 Imprima "FR[i]"
 Imprima "t_c"

Else

i = Nvt

End if

Next i

Cálculo del tiempo de ruptura

- ❖ Cálculo del área calentada al tiempo crítico.

$$A_{crit} = \frac{Q_i M_s h \alpha_{ob}}{4k_{ob}^2 (T_v - T_r) 43560} \text{erfctotcri } t$$

- ❖ Cálculo de la matriz de la función error relacionada.

For i = 1 to Con

If merf(i,1) > x_{erfc} then

$$\text{merf}(i,5) = \left[\text{erfctot} - \sqrt{\frac{x_{erf}^2 - x_{erfc}^2}{\pi}} \left\{ \beta + \frac{x_{erf}^2 - x_{erfc}^2 - 3}{3} \text{erfce} - \frac{x_{erf}^2 - x_{erfc}^2}{3\sqrt{\pi x_{erf}^2}} \right\} \right]$$

$$merf(i,6) = \left[\left(1 - \frac{(x_{erf}^2 - x_{erfc}^2 - 2)\sqrt{x_{erf}^2 - x_{erfc}^2}}{3\sqrt{\pi}} - \frac{x_{erf}^2 - x_{erfc}^2 - 3}{6\sqrt{\pi}(x_{erf}^2 - x_{erfc}^2)} \right) erfce + \frac{1}{3\pi} \left(x_{erf}^2 - x_{erfc}^2 - 2 + \frac{x_{erfc}^2}{2x_{erf}^2} \right) \sqrt{\frac{x_{erf}^2 - x_{erfc}^2}{x_{erf}^2}} - \frac{\beta}{2\sqrt{\pi}(x_{erf}^2 - x_{erfc}^2)} \right]$$

End if

Next *i*

- ❖ Función error relacionada evaluada al tiempo de ruptura

$$erfctotb = \frac{4 * 43560 * AP * k_{ob}^2 * (T_v - T_r)}{Q_i * M_s * h * \alpha_{ob}}$$

If $A_{crit} > AP$ then

For $i = 1$ to Con

If $Abs[merf(i,3) - erfctotb] < 0.01$ then

$$x_{erf} = merf(i,1)$$

End if

Next *i*

Else

For $i = 1$ to Con

If $Abs[merf(i,5) - erfctotb] < 0.01$ then

$$x_{erf} = merf(i,1)$$

End if

Next *i*

End if

$$t_b = \left[\frac{x_{erf} M_s h \sqrt{\alpha_{ob}}}{2k_{ob}} \right]^2$$

Cálculo del área calentada al límite económico

- ❖ Cálculo del área calentada al límite económico

$$erfcele = 5.618 * 10^{-6} \left[\frac{USvM_s (T_v - T_r)}{USo\phi(S_o - S_{or})} \right]$$

If $A_{crit} > AP$ then

For $i = 1$ to Con

$$merf(i,7) = Abs[merf(i,2) - erfcele]$$

If $1 < i < Con$ then

If $merf(i,7) < merf(i-1,7)$ then

$$x_{erf} = merf(i,1)$$

$$erfctotle = merf(i,3)$$

End If

End If

Next i

Else

For $i = 1$ to Con

$$merf(i,7) = Abs[merf(i,6) - erfcele]$$

If $1 < i < Con$ then

If $merf(i,7) < merf(i-1,7)$ then

$$x_{erf} = merf(i,1)$$

$$erfctotle = merf(i,3)$$

End If

End If

Next i

End if

- ❖ Tiempo requerido para alcanzar el límite económico

$$t_{le} = \left[\frac{x_{erf} M_s h \sqrt{\alpha_{ob}}}{2k_{ob}} \right]^2$$

- ❖ Área calentada.

If $t_{le} \leq t_c$ then

$$A_{le} = \frac{Q_i M_s h \alpha_{ob}}{4k_{ob}^2 (T_v - T_r)} \left[erfcele + \frac{2x_{erf}}{\sqrt{\pi}} - 1 \right]$$

Else

$$A[i] = \frac{Q_i M_s h \alpha_{ob}}{4k_{ob}^2 (T_v - T_r)} \left[\operatorname{erfc} \left(\frac{x_{erf}^2 - x_{erfc}^2}{\pi} \right) \left\{ \beta + \frac{x_{erf}^2 - x_{erfc}^2 - 3}{3} \operatorname{erfc} \left(\frac{x_{erf}^2 - x_{erfc}^2}{3\sqrt{\pi x_{erf}^2}} \right) \right\} \right]$$

End if

- ❖ Cálculo del radio calentado al límite económico

$$r_{cle} = \sqrt{\frac{A_{le}}{\pi}}$$

ANEXO C. RUTINA MODELO DE CLOSMANN

Los modelos analíticos presentan la ventaja que pueden ser programados para efectuar cálculos relacionados con el fenómeno que describen de una manera rápida y sencilla. A continuación se presenta la estructura del programa diseñado para realizar los cálculos a partir del modelo de Closmann.

C.1. DECLARACIÓN DE VARIABLES

| | | |
|-----------------|--|-------------------------------|
| Q_i : | Tasa constante de inyección de calor por capas | <i>BTU/dia</i> |
| W : | Volumen equivalente de agua inyectada como vapor | <i>Bl/dia</i> |
| h_w : | Entalpía del agua saturada | <i>BTU/lb</i> |
| h_r : | Entalpía del agua a la temperatura del yacimiento | <i>BTU/lb</i> |
| L_v : | Calor latente de vaporización | <i>BTU/lb</i> |
| x : | Calidad del vapor | <i>Fracción</i> |
| k_{ob} : | Conductividad térmica de las formaciones adyacentes | <i>BTU/pie dia °F</i> |
| M_{ob} : | Capacidad calórica volumétrica de las formaciones adyacentes | <i>BTU/pie hr °F</i> |
| M_s : | Capacidad calórica volumétrica de la roca saturada | <i>BTU/pie³ °F</i> |
| h : | Espesor de la formación productora | <i>pie</i> |
| l : | Espesor de las zonas impermeables | <i>pie</i> |
| α_{ob} : | Difusividad térmica de las formaciones adyacentes | <i>pie²/dia</i> |
| B_n : | Variable adimensional. | |
| R : | Variable adimensional. | |
| α_n : | Raíces de la expresión $\alpha + RTan(\alpha) = 0$ (<i>matriz de almacenamiento</i>) | |
| t : | Tiempo transcurrido desde el inicio de la inyección de | <i>dias</i> |

| | | |
|----------------|--|-------------|
| | vapor (<i>matriz de almacenamiento</i>) | |
| A : | Área calentada (<i>matriz de almacenamiento</i>) | pie^2 |
| T_v : | Temperatura del vapor | $^{\circ}F$ |
| T_r : | Temperatura del yacimiento | $^{\circ}F$ |
| r_c : | Radio calentado (<i>matriz de almacenamiento</i>) | pie |
| V : | Volumen de la zona calentada (<i>matriz de almacenamiento</i>) | pie^3 |
| q_o : | Tasa de desplazamiento de aceite (<i>matriz de almacenamiento</i>) | Bl/dia |
| ϕ : | Porosidad | Fracción |
| S_o : | Saturación de aceite al inicio de la inyección | Fracción |
| S_{or} : | Saturación residual de aceite a la inyección de vapor | Fracción |
| Q_o : | Tasa de producción de aceite (<i>matriz de almacenamiento</i>) | BF/dia |
| E : | Eficiencia de barrido | Fracción |
| B_o : | Factor volumétrico del aceite | Bl/BF |
| Q_{loss} : | Pérdidas de calor acumuladas (<i>matriz de almacenamiento</i>) | BTU |
| $\%Q_{loss}$: | Porcentaje de pérdidas de calor acumuladas (<i>matriz de almacenamiento</i>) | Fracción |
| dV : | Variación del volumen de la zona calentada con respecto al tiempo | pie^2/dia |
| q_{loss} : | Pérdidas de calor instantáneas (<i>matriz de almacenamiento</i>) | BTU/dia |
| $\%q_{loss}$: | Porcentaje de pérdidas de calor instantáneas (<i>matriz de almacenamiento</i>) | Fracción |
| N : | Volumen de aceite al inicio de la inyección de vapor | BF |
| AP : | Área del arreglo | $Acres$ |
| NP : | Aceite producido (<i>matriz de almacenamiento</i>) | BF |
| FR : | Factor de recobro de aceite (<i>matriz de almacenamiento</i>) | Fracción |
| Nz_p : | Número de zonas productoras sometidas ha inyección | |

continua de vapor

i : Recorredor de vectores y matrices

Nvt : Número de valores de tiempo para los cuales se desea hacer los cálculos

Nrc : Número de raíces calculadas para la expresión

$Suma$: *Adimensional*
 Sumatoria $\sum_{n=1}^{Nrc} e^{\left(\frac{-4\alpha_n^2 k_{ob} t}{M_{ob} t^2}\right)} \alpha_n^2 B_n$

$Sumadv$: *Adimensional*
 Sumatoria $\sum_{n=1}^{Nrc} e^{\left(\frac{-4\alpha_n^2 k_{ob} t}{M_{ob} t^2}\right)} B_n$

C.2. INFORMACIÓN INTRODUCIDA POR EL USUARIO

| | | | | | |
|-------|----------|--------|-------|----------|-------|
| W | k_{ob} | T_v | E | x | Nzp |
| h_w | M_s | T_r | B_o | $t[i]$ | l |
| h_r | h | ϕ | AP | S_{or} | Nvt |
| L_v | M_{ob} | S_o | | | |

C.3. CÁLCULOS REALIZADOS

Cálculo de la tasa de inyección de calor por capas.

$$Q_i = 350W[(h_w - h_r) + xL_v]$$

Cálculos de las raíces de la expresión $\alpha + RTan(\alpha) = 0$.

$Con = 0$

$Nrc = 1000$

For $i = 1$ to Nrc

$$n = (2 * Con) + 1$$

$$\alpha_n[i] = \frac{n\pi}{2}$$

$Con = Con + 1$

Next i

Cálculos generales

- ❖ Cálculo del volumen de la zona calentada.

$$\Lambda = \frac{Q_i l^2 M_{ob}}{M_s k_{ob} (T_v - T_r)}$$

$$R = \frac{l M_{ob}}{h M_s}$$

For i to Nvt

$$Suma = 0$$

$$Sumadv = 0$$

For $j=1$ to Nrc

$$B_n = \alpha_n^2 [j] \frac{h M_s}{l M_{ob}} + 1 + \frac{l M_{ob}}{h M_s}$$

$$Sum = \frac{e^{\left(\frac{-4\alpha_n^2 [j] k_{ob} t [i]}{M_{ob} l^2}\right)}}{\alpha_n^2 B_n}$$

$$Suma = Suma + Sum$$

$$Sumdv = \frac{e^{\left(\frac{-4\alpha_n^2 [j] k_{ob} t [i]}{M_{ob} l^2}\right)}}{B_n}$$

$$Sumadv = Sumadv + Sumdv$$

Next j

$$V[i] = \Lambda \left[\frac{k_{ob} t [i]}{M_{ob} l^2 (1 + R)} + \frac{R}{12(1 + R)^2} - \frac{1}{2} Suma \right]$$

If $V[i] < 0$ then

$$V[i] = 0$$

End if.

- ❖ Cálculo del área calentada

$$A[i] = \frac{V[i]}{h}$$

- ❖ Cálculo del volumen total inundado

$$V_t [i] = V_i [i] * Nzp$$

- ❖ Cálculo del radio calentado para un sistema radial

$$r_c [i] = \sqrt{\frac{A[i]}{\pi}}$$

- ❖ Cálculo de la tasa de desplazamiento de aceite

$$dV = \Lambda \left[\frac{k_{ob}}{M_{ob} l^2 (1+R)} + \frac{2k_{ob}}{M_{ob} l^2} Sumadv \right]$$

$$q_o [i] = \frac{\phi(S_o - S_{or})dV}{5.615}$$

If $t[i] < 0$ then

$$q_o [i] = 0$$

End if

- ❖ Cálculo de la tasa de producción de aceite

$$Q_o [i] = q_o [i] \left(\frac{E}{B_o} \right)$$

- ❖ Cálculo de las pérdidas de calor acumuladas e instantáneas para una capa.

$$Q_{loss} [i] = (Q_i * t[i]) - (V[i]M_s (T_v - T_r))$$

If $t[i] = 0$ then

$$\% Q_{loss} = 0$$

$$q_{loss} [i] = 0$$

$$\% q_{loss} = 0$$

Else

$$\% Q_{loss} [i] = \frac{Q_{loss} [i]}{Q_i * t[i]}$$

$$q_{loss} [i] = Q_i - (M_s (T_v - T_r) dV)$$

$$\%q_{loss} = \frac{q_{loss}}{Q_i}$$

End if

- ❖ Cálculo del factor de recobro de aceite.

$$N = \frac{43560 * AP * h * \phi * S_o}{5.615B_o}$$

$$NP[i] = \frac{A[i] * h * \phi * (S_o - S_{or})}{5.615B_o} E$$

$$FR[i] = \frac{NP[i]}{N}$$

- ❖ Criterio de parada cuando el área calentada igual a el área del patrón

If $(A[i]/43560) \leq AP$ then

Imprima "A[i]/43560"

Imprima "r_c[i]"

Imprima "V[i]"

Imprima "q_o[i]"

Imprima "Q_o[i]"

Imprima "Q_{loss}[i]/1000000"

Imprima "%Q_{loss}[i]"

Imprima "q_{loss}[i]/1000000"

Imprima "%q_{loss}[i]"

Imprima "NP[i]"

Imprima "FR[i]"

Else

i = Nvt

End if

Next i

ANEXO D. RUTINA MODELO ANALÍTICO PARA INYECCIÓN CONTINUA DE VAPOR EN YACIMIENTOS ESTRATIFICADOS

Los modelos analíticos presentan la ventaja que pueden ser programados para efectuar cálculos relacionados con el fenómeno que describen de una manera rápida y sencilla. A continuación se presenta la estructura del programa diseñado para realizar los cálculos a partir del modelo analítico para inyección continua de vapor en yacimientos estratificados de crudo pesado.

D.1. CASO 1

D.1.1. DECLARACIÓN DE VARIABLES

| | | |
|-----------------|--|---------------------------|
| Q_i : | Tasa constante de inyección de calor por capas | <i>BTU/hr</i> |
| W : | Volumen equivalente de agua inyectada como vapor | <i>Bl/dia</i> |
| h_w : | Entalpía del agua saturada | <i>BTU/lb</i> |
| h_r : | Entalpía del agua a la temperatura del yacimiento | <i>BTU/lb</i> |
| L_v : | Calor latente de vaporización | <i>BTU/lb</i> |
| x : | Calidad del vapor | <i>Fracción</i> |
| k_{ob} : | Conductividad térmica del overburden o underburden. | <i>BTU/pie hr °F</i> |
| M_{ob} : | Capacidad calórica volumétrica del overburden o underburden. | <i>BTU/pie hr °F</i> |
| α_{ob} : | Difusividad térmica del overburden o underburden. | <i>pie²/hr</i> |
| k_{ar} : | Conductividad térmica de la arcilla. | <i>BTU/pie hr °F</i> |
| M_{ar} : | Capacidad calórica volumétrica de la arcilla. | <i>BTU/pie hr °F</i> |

| | | |
|-----------------|---|-------------------------------|
| α_{ar} : | Difusividad térmica de la arcilla. | pie^2/hr |
| l : | 0.5*Espesor de la arcilla. | pie |
| M_s : | Capacidad calórica volumétrica de la roca saturada | $BTU/pie^3 \text{ } ^\circ F$ |
| h : | Espesor de la formación productora. | pie |
| h_t : | Espesor total productor. | pie |
| t : | Tiempo transcurrido desde el inicio de la inyección de vapor (<i>matriz de almacenamiento</i>) | <i>dias</i> |
| ω : | Raíces de la expresión $C_1^*C_4^* + C_2^*C_4^*Tanh(\omega) + \omega C_3^* = 0$, donde: $C_1^* = \frac{K_{ob}(T_v - T_r)}{\sqrt{\alpha_{ob}}}$, $C_2^* = \frac{K_{ar}(T_v - T_r)}{\sqrt{\alpha_{ar}}}$, $C_3^* = M_s h(T_v - T_r)$ y $C_4^* = \frac{l}{\sqrt{\alpha_{ar}}}$. | |
| A : | Área calentada (<i>matriz de almacenamiento</i>) | pie^2 |
| T_v : | Temperatura del vapor | $^\circ F$ |
| T_r : | Temperatura del yacimiento | $^\circ F$ |
| r_c : | Radio calentado (<i>matriz de almacenamiento</i>) | pie |
| V : | Volumen de la zona calentada (<i>matriz de almacenamiento</i>) | pie^3 |
| q_o : | Tasa de desplazamiento de aceite (<i>matriz de almacenamiento</i>) | Bl/dia |
| ϕ : | Porosidad | <i>Fracción</i> |
| S_o : | Saturación de aceite al inicio de la inyección | <i>Fracción</i> |
| S_{or} : | Saturación residual de aceite a la inyección de vapor | <i>Fracción</i> |
| Q_o : | Tasa de producción de aceite (<i>matriz de almacenamiento</i>) | BF/dia |
| E : | Eficiencia de barrido | <i>Fracción</i> |
| B_o : | Factor volumétrico del aceite | Bl/BF |
| Q_{loss} : | Pérdidas de calor acumuladas (<i>matriz de almacenamiento</i>) | BTU |

| | | |
|----------------|--|-----------------------------|
| $\%Q_{loss}$: | Porcentaje de pérdidas de calor acumuladas (<i>matriz de almacenamiento</i>) | Fracción |
| dV : | Variación del volumen de la zona calentada con respecto al tiempo | pie^2/dia |
| q_{loss} : | Pérdidas de calor instantáneas (<i>matriz de almacenamiento</i>) | BTU/dia |
| $\%q_{loss}$: | Porcentaje de pérdidas de calor instantáneas (<i>matriz de almacenamiento</i>) | Fracción |
| N : | Volumen de aceite al inicio de la inyección de vapor | BF |
| AP : | Área del arreglo | Acres |
| NP : | Aceite producido (<i>matriz de almacenamiento</i>) | BF |
| FR : | Factor de recobro de aceite (<i>matriz de almacenamiento</i>) | Fracción |
| Nzp : | Número de zonas productoras sometidas ha inyección continua de vapor | |
| i : | Recorredor de vectores y matrices | |
| Nvt : | Número de valores de tiempo para los cuales se desea hacer los cálculos | |
| Nrc : | Número de raíces calculadas para la expresión | |
| $Suma$: | Sumatoria | $^{\circ}Fpie^2h^{1/2}/BTU$ |

$$\sum_{n=1}^{Nrc} \frac{e^{\frac{\omega[n]^2 \alpha_{ar} t}{L^2}}}{\omega[n] \left[\frac{K_{ar}}{\sqrt{\alpha_{ar}}} \omega[n] \sec h^2(\omega[n]) - \frac{K_{ar}}{\sqrt{\alpha_{ar}}} \operatorname{Tanh}(\omega[n]) - \frac{K_{ob}}{\sqrt{\alpha_{ob}}} \right]}$$

| | | |
|----------|-----------|-----------------------------|
| $Sumadv$ | Sumatoria | $^{\circ}Fpie^2h^{1/2}/BTU$ |
|----------|-----------|-----------------------------|

$$\sum_{n=1}^{Nrc} \frac{\omega[n] e^{\frac{\omega[n]^2 \alpha_{ar} t}{L^2}}}{\left[\frac{K_{ar}}{\sqrt{\alpha_{ar}}} \omega[n] \sec h^2(\omega[n]) - \frac{K_{ar}}{\sqrt{\alpha_{ar}}} \operatorname{Tanh}(\omega[n]) - \frac{K_{ob}}{\sqrt{\alpha_{ob}}} \right]}$$

D.1.2. INFORMACIÓN INTRODUCIDA POR EL USUARIO

W k_{ob} T_v E x Nzp

| | | | | | |
|-------|-------------|--------|-------|----------|----------|
| h_w | M_s | T_r | B_o | $t[i]$ | l |
| h_r | h | ϕ | AP | S_{or} | Nvt |
| L_v | M_{ob} | S_o | h_t | k_{ar} | M_{ar} |
| Nrc | $\omega[]$ | | | | |

D.1.3. CÁLCULOS REALIZADOS

- ❖ Difusividad térmica del overburden o underburden.

$$\alpha_{ob} = \frac{k_{ob}}{M_{ob}}$$

- ❖ Difusividad térmica de la arcilla.

$$\alpha_{ar} = \frac{k_{ar}}{M_{ar}}$$

Cálculo de la tasa de inyección de calor por capas.

$$Q_i = \frac{350Wh}{24h_t} [(h_w - h_r) + xL_v]$$

Cálculos generales

- ❖ Cálculo del volumen de la zona calentada.

$$\Lambda = \frac{Q_i h}{2\sqrt{\alpha_{ar}}(T_v - T_r)}$$

For i to Nvt

$$Suma = 0$$

$$Sumadv = 0$$

For $j = 1$ to Nrc

$$Sum = \frac{e^{\frac{\omega[j]^2 \alpha_{ar} t[i]}{L^2}}}{\omega[j] \left[\frac{K_{ar}}{\sqrt{\alpha_{ar}}} \omega[j] \operatorname{sech}^2(\omega[j]) - \frac{K_{ar}}{\sqrt{\alpha_{ar}}} \operatorname{Tanh}(\omega[j]) - \frac{K_{ob}}{\sqrt{\alpha_{ob}}} \right]}$$

$$Suma = Suma + Sum$$

$$Sumdv = \frac{\omega[j] e^{\frac{\omega[j]^2 \alpha_{ar}}{L^2} t[i]}}{\left[\frac{K_{ar}}{\sqrt{\alpha_{ar}}} \omega[j] \operatorname{sech}^2(\omega[j]) - \frac{K_{ar}}{\sqrt{\alpha_{ar}}} \operatorname{Tanh}(\omega[j]) - \frac{K_{ob}}{\sqrt{\alpha_{ob}}} \right]}$$

$$Sumadv = Sumadv + Sumdv$$

Next j

If $t[i] = 0$ then

$$Suma_0 = Suma$$

Enf If

$$V[i] = \Lambda[Suma - Suma_0]$$

- ❖ Cálculo del área calentada

$$A[i] = \frac{V[i]}{h}$$

- ❖ Cálculo del radio calentado para un sistema radial

$$r_c[i] = \sqrt{\frac{A[i]}{\pi}}$$

- ❖ Cálculo de la tasa de desplazamiento de aceite

$$dV = \frac{\dot{Q}_i \sqrt{\alpha_{ar}} h}{2(T_v - T_r) l} Sumadv$$

$$q_0[i] = 4.274 \phi (S_o - S_{or}) dV$$

If $t[i] = 0$ then

$$q_o[i] = 0$$

End if

- ❖ Cálculo de la tasa de producción de aceite

$$Q_o[i] = q_0[i] \left(\frac{E}{B_o} \right)$$

- ❖ Cálculo de las pérdidas de calor acumuladas e instantáneas para una capa.

$$Q_{loss}[i] = (Q_i * t[i]) - (V[i]M_s(T_v - T_r))$$

If $t[i] = 0$ then

$$\% Q_{loss} = 0$$

$$q_{loss}[i] = 0$$

$$\% q_{loss} = 0$$

Else

$$\% Q_{loss}[i] = \frac{Q_{loss}[i]}{Q_i * t[i]}$$

$$q_{loss}[i] = Q_i - (M_s(T_v - T_r)dV)$$

$$\% q_{loss} = \frac{q_{loss}}{Q_i}$$

End if

- ❖ Cálculo del factor de recobro de aceite.

$$N = \frac{43560 * AP * h * \phi * S_o}{5.615B_o}$$

$$NP[i] = \frac{A[i] * h * \phi * (S_o - S_{or})}{5.615B_o} E$$

$$FR[i] = \frac{NP[i]}{N}$$

- ❖ Criterio de parada cuando el área calentada igual a el área del patrón

If $(A[i]/43560) \leq AP$ then

Imprima " $A[i]/43560$ "

Imprima " $r_c[i]$ "

Imprima " $V[i]$ "

Imprima " $q_o[i]$ "

Imprima " $Q_o[i]$ "

Imprima " $Q_{loss}[i]/1000000$ "

Imprima " $\%Q_{loss}[i]$ "

```

        Imprima " $q_{loss}[i]/1000000$ "
        Imprima "% $q_{loss}[i]$ "
        Imprima " $NP[i]$ "
        Imprima " $FR[i]$ "
    Else
         $i = Nvt$ 
    End if
Next  $i$ 

```

D.2. CASO 2

D.2.1. DECLARACIÓN DE VARIABLES

| | | |
|------------------|---|-----------------------|
| Q_i : | Tasa constante de inyección de calor por capas | BTU/hr |
| W : | Volumen equivalente de agua inyectada como vapor | Bl/dia |
| h_w : | Entalpía del agua saturada | BTU/lb |
| h_r : | Entalpía del agua a la temperatura del yacimiento | BTU/lb |
| L_v : | Calor latente de vaporización | BTU/lb |
| x : | Calidad del vapor | Fracción |
| k_{ar1} : | Conductividad térmica de la arcilla 1. | $BTU/pie\ hr^\circ F$ |
| M_{ar1} : | Capacidad calórica volumétrica de la arcilla 1. | $BTU/pie\ hr^\circ F$ |
| α_{ar1} : | Difusividad térmica de la arcilla 1. | pie^2/hr |
| l_1 : | 0.5*Espesor de la arcilla 1. | pie |
| k_{ar2} : | Conductividad térmica de la arcilla 2. | $BTU/pie\ hr^\circ F$ |
| M_{ar2} : | Capacidad calórica volumétrica de la arcilla 2. | $BTU/pie\ hr^\circ F$ |
| α_{ar2} : | Difusividad térmica de la arcilla 2. | pie^2/hr |
| l_2 : | 0.5*Espesor de la arcilla 2. | pie |

| | | |
|-----------------|---|---------------------------------|
| M_s : | Capacidad calórica volumétrica de la roca saturada | $BTU / pie^3 \text{ } ^\circ F$ |
| h : | Espesor de la formación productora. | pie |
| h_t : | Espesor total productora. | pie |
| t : | Tiempo transcurrido desde el inicio de la inyección de vapor (<i>matriz de almacenamiento</i>) | <i>dias</i> |
| ω : | Raíces de la expresión $C'_1 Tan(C'_4 \omega) + C'_2 Tan(C'_5 \omega) + C'_3 \omega = 0$ donde $C'_1 = \frac{K_{ar1}(T_v - T_r)}{\sqrt{\alpha_{ar1}}}, C'_2 = \frac{K_{ar2}(T_v - T_r)}{\sqrt{\alpha_{ar1}}}, C'_3 = M_s h(T_v - T_r)$ $, C'_4 = \frac{l_1}{\sqrt{\alpha_{ar1}}} \text{ y } C'_5 = \frac{l_2}{\sqrt{\alpha_{ar2}}}$ | $h^{-1/2}$ |
| A : | Área calentada (<i>matriz de almacenamiento</i>) | pie^2 |
| T_v : | Temperatura del vapor | $^\circ F$ |
| T_r : | Temperatura del yacimiento | $^\circ F$ |
| r_c : | Radio calentado (<i>matriz de almacenamiento</i>) | pie |
| V : | Volumen de la zona calentada (<i>matriz de almacenamiento</i>) | pie^3 |
| q_o : | Tasa de desplazamiento de aceite (<i>matriz de almacenamiento</i>) | B/dia |
| ϕ : | Porosidad | <i>Fracción</i> |
| S_o : | Saturación de aceite al inicio de la inyección | <i>Fracción</i> |
| S_{or} : | Saturación residual de aceite a la inyección de vapor | <i>Fracción</i> |
| Q_o : | Tasa de producción de aceite (<i>matriz de almacenamiento</i>) | BF/dia |
| E : | Eficiencia de barrido | <i>Fracción</i> |
| B_o : | Factor volumétrico del aceite | Bl/BF |
| Q_{loss} : | Pérdidas de calor acumuladas (<i>matriz de almacenamiento</i>) | BTU |
| $\% Q_{loss}$: | Porcentaje de pérdidas de calor acumuladas (<i>matriz de almacenamiento</i>) | <i>Fracción</i> |

| | | |
|----------------|--|--------------------------|
| dV : | Variación del volumen de la zona calentada con respecto al tiempo | pie^2/dia |
| q_{loss} : | Pérdidas de calor instantáneas (<i>matriz de almacenamiento</i>) | BTU/dia |
| $\%q_{loss}$: | Porcentaje de pérdidas de calor instantáneas (<i>matriz de almacenamiento</i>) | Fracción |
| N : | Volumen de aceite al inicio de la inyección de vapor | BF |
| AP : | Área del arreglo | <i>Acre</i> s |
| NP : | Aceite producido (<i>matriz de almacenamiento</i>) | BF |
| FR : | Factor de recobro de aceite (<i>matriz de almacenamiento</i>) | Fracción |
| Nzp : | Número de zonas productoras sometidas ha inyección continua de vapor | |
| i : | Recorredor de vectores y matrices | |
| Nvt : | Número de valores de tiempo para los cuales se desea hacer los cálculos | |
| Nrc : | Número de raíces calculadas para la expresión | |
| $Suma$: | Sumatoria | $hr pie^2 \circ F / BTU$ |

$$\sum_{n=1}^{Nrc} \frac{e^{-\omega_n^2 t[i]}}{\frac{K_{ar1} \omega_n}{\sqrt{\alpha_{ar1}}} \operatorname{Tan}\left(\frac{l_1 \omega_n}{\sqrt{\alpha_{ar1}}}\right) + \frac{K_{ar1} l_1 \omega_n^2}{\alpha_{ar1}} \sec^2\left(\frac{l_1 \omega_n}{\sqrt{\alpha_{ar1}}}\right) + \frac{K_{ar2} \omega_n}{\sqrt{\alpha_{ar2}}} \operatorname{Tan}\left(\frac{l_2 \omega_n}{\sqrt{\alpha_{ar2}}}\right) + \frac{K_{ar2} l_2 \omega_n^2}{\alpha_{ar2}} \sec^2\left(\frac{l_2 \omega_n}{\sqrt{\alpha_{ar2}}}\right)}$$

| | | |
|----------|-----------|-------------------------------|
| $Sumadv$ | Sumatoria | $pie^2 \circ F / BTUhr^{1/2}$ |
|----------|-----------|-------------------------------|

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\omega[j]^2 e^{-\omega[j]^2 t[i]}}{\frac{K_{ar1} \omega[j]}{\sqrt{\alpha_{ar1}}} \operatorname{Tan}\left(\frac{l_1 \omega[j]}{\sqrt{\alpha_{ar1}}}\right) + \frac{K_{ar1} l_1 \omega[j]^2}{\alpha_{ar1}} \sec^2\left(\frac{l_1 \omega[j]}{\sqrt{\alpha_{ar1}}}\right) + \frac{K_{ar2} \omega[j]}{\sqrt{\alpha_{ar2}}} \operatorname{Tan}\left(\frac{l_2 \omega[j]}{\sqrt{\alpha_{ar2}}}\right) + \frac{K_{ar2} l_2 \omega[j]^2}{\alpha_{ar2}} \sec^2\left(\frac{l_2 \omega[j]}{\sqrt{\alpha_{ar2}}}\right)}$$

D.2.2. INFORMACIÓN INTRODUCIDA POR EL USUARIO

| | | | | | |
|-------|-------------|--------|-------|-----------|-----------|
| W | k_{ar1} | T_v | E | x | Nzp |
| h_w | M_s | T_r | B_o | $t[i]$ | l_1 |
| h_r | h | ϕ | AP | S_{or} | Nvt |
| L_v | M_{ar1} | S_o | h_t | k_{ar2} | M_{ar2} |
| Nrc | $\omega[]$ | l_2 | | | |

D.2.3. CÁLCULOS REALIZADOS

- ❖ Difusividad térmica de las arcillas.

$$\alpha_{ar1} = \frac{k_{ar1}}{M_{ar1}}$$

$$\alpha_{ar2} = \frac{k_{ar2}}{M_{ar2}}$$

Cálculo de la tasa de inyección de calor por capas.

$$Q_i = \frac{350Wh}{24h_t} [(h_w - h_r) + xL_v]$$

Cálculos generales

- ❖ Cálculo del volumen de la zona calentada.

$$\Lambda = \frac{Q_i h}{(T_v - T_r)} \left[\frac{t[i]}{M_{ar1} l_1 + M_{ar2} l_2 + M_s h} + \frac{K_{ar1} l_1^3 \alpha_{ar2}^2 + K_{ar2} l_2^3 \alpha_{ar1}^2}{3 \alpha_{ar1}^2 \alpha_{ar2}^2 [M_{ar1} l_1 + M_{ar2} l_2 + M_s h]^2} \right]$$

For i to Nvt

$$Suma = 0$$

$$Sumadv = 0$$

For $j = 1$ to Nrc

$$Sum = \frac{e^{-\omega[j]^2 t[i]}}{\frac{K_{ar1} \omega[j]}{\sqrt{\alpha_{ar1}}} \text{Tan} \left(\frac{l_1 \omega[j]}{\sqrt{\alpha_{ar1}}} \right) + \frac{K_{ar1} l_1 \omega[j]^2}{\alpha_{ar1}} \sec^2 \left(\frac{l_1 \omega[j]}{\sqrt{\alpha_{ar1}}} \right) + \frac{K_{ar2} \omega[j]}{\sqrt{\alpha_{ar2}}} \text{Tan} \left(\frac{l_2 \omega[j]}{\sqrt{\alpha_{ar2}}} \right) + \frac{K_{ar2} l_2 \omega[j]^2}{\alpha_{ar2}} \sec^2 \left(\frac{l_2 \omega[j]}{\sqrt{\alpha_{ar2}}} \right)}$$

$$Suma = Suma + Sum$$

$$Sumdv = \frac{\omega[j]^2 e^{-\omega[j]^2 t[i]}}{\frac{K_{ar1} \omega[j]}{\sqrt{\alpha_{ar1}}} \tan\left(\frac{l_1 \omega[j]}{\sqrt{\alpha_{ar1}}}\right) + \frac{K_{ar1} l_1 \omega[j]^2}{\alpha_{ar1}} \sec^2\left(\frac{l_1 \omega[j]}{\sqrt{\alpha_{ar1}}}\right) + \frac{K_{ar2} \omega[j]}{\sqrt{\alpha_{ar2}}} \tan\left(\frac{l_2 \omega[j]}{\sqrt{\alpha_{ar2}}}\right) + \frac{K_{ar2} l_2 \omega[j]^2}{\alpha_{ar2}} \sec^2\left(\frac{l_2 \omega[j]}{\sqrt{\alpha_{ar2}}}\right)}$$

$$Sumadv = Sumadv + Sumdv$$

Next j

$$V[i] = \Lambda - 2 \frac{Q_i h}{(T_v - T_r)} Suma$$

- ❖ Cálculo del área calentada

$$A[i] = \frac{V[i]}{h}$$

- ❖ Cálculo del radio calentado para un sistema radial

$$r_c[i] = \sqrt{\frac{A[i]}{\pi}}$$

- ❖ Cálculo de la tasa de desplazamiento de aceite

$$dv = \frac{Q_i h}{(T_v - T_r)} \left[\frac{1}{M_{ar1} l_1 + M_{ar2} l_2 + M_s h} + 2 Sumadv \right]$$

$$q_0[i] = 4.274 \phi (S_o - S_{or}) dV$$

If $t[i] = 0$ then

$$q_o[i] = 0$$

End if

- ❖ Cálculo de la tasa de producción de aceite

$$Q_o[i] = q_0[i] \left(\frac{E}{B_o} \right)$$

- ❖ Cálculo de las pérdidas de calor acumuladas e instantáneas para una capa.

$$Q_{loss}[i] = (Q_i * t[i]) - (V[i]M_s(T_v - T_r))$$

If $t[i] = 0$ then

$$\% Q_{loss} = 0$$

$$q_{loss}[i] = 0$$

$$\% q_{loss} = 0$$

Else

$$\% Q_{loss}[i] = \frac{Q_{loss}[i]}{Q_i * t[i]}$$

$$q_{loss}[i] = Q_i - (M_s(T_v - T_r)dV)$$

$$\% q_{loss} = \frac{q_{loss}}{Q_i}$$

End if

- ❖ Cálculo del factor de recobro de aceite.

$$N = \frac{43560 * AP * h * \phi * S_o}{5.615B_o}$$

$$NP[i] = \frac{A[i] * h * \phi * (S_o - S_{or})}{5.615B_o} E$$

$$FR[i] = \frac{NP[i]}{N}$$

- ❖ Criterio de parada cuando el área calentada igual a el área del patrón

If $(A[i]/43560) \leq AP$ then

Imprima " $A[i]/43560$ "

Imprima " $r_c[i]$ "

Imprima " $V[i]$ "

Imprima " $q_o[i]$ "

Imprima " $Q_o[i]$ "

Imprima " $Q_{loss}[i]/1000000$ "

Imprima " $\%Q_{loss}[i]$ "

```

        Imprima " $q_{loss}[i]/1000000$ "
        Imprima " $\%q_{loss}[i]$ "
        Imprima " $NP[i]$ "
        Imprima " $FR[i]$ "
    Else
         $i = Nvt$ 
    End if
Next  $i$ 

```

D.3. DISTRIBUCIÓN DE TEMPERATURA EN EL OVERBURDEN Y UNDERBURDEN

D.3.1. DECLARACIÓN DE VARIABLES

| | | |
|-----------------|---|-------------|
| α_{ob} : | Difusividad térmica del overburden o underburden. | pie^2/hr |
| T_v : | Temperatura del vapor. | $^{\circ}F$ |
| T : | Temperatura. | $^{\circ}F$ |
| T_r : | Temperatura del yacimiento. | $^{\circ}F$ |
| t : | Tiempo total para los cálculos. | hr |
| Δt : | Paso de tiempo. | hr |
| N_z : | Número de distancias del contacto entre la zona de vapor y el overburden o underburden. | |
| z : | Distancia para realizar los cálculos. | pie |
| a_1 : | Constante de la aproximación de Hastings para el cálculo de la función error. | |
| a_2 : | Constante de la aproximación de Hastings para el cálculo de la función error. | |
| a_3 : | Constante de la aproximación de Hastings para el cálculo de la función error. | |

- a_4 : Constante de la aproximación de Hastings para el cálculo de la función error.
- a_5 : Constante de la aproximación de Hastings para el cálculo de la función error.
- P : Constante de la aproximación de Hastings para el cálculo de la función error.
- t_{erf} : Variable para la aproximación de Hastings para el cálculo de la función error.
- x_{erf} : Argumento de la función error.
- $erfctot$:
$$e^{x_{erf}^2} erfcx_{erf} + \frac{2x_{erf}}{\sqrt{\pi}} - 1.$$
- $erfce$:
$$e^{x_{erf}^2} erfcx_{erf}.$$
- $erfc$: Función error complementaria $[erfcx_{erf}]$.
- erf : Función error $[erfx_{erf}]$.

D.3.2. INFORMACIÓN INTRODUCIDA POR EL USUARIO

T_r T_v α_{ob} t Δt Nz

z

D.3.3. CÁLCULOS REALIZADOS

For $i = 1$ to Nz

$tiempo = 24$

$con = 0$

 While $tiempo \leq t$

$$x_{erf} = \frac{z}{2\sqrt{tiempo\alpha_{ob}}}$$

- ❖ Cálculo de la función error

La función error es determinada a partir de la aproximación de Hastings, tomando como residuo un valor de $1.5 * 10^{-7}$ para $x_{erf} \leq 3$ y un polinomio de cuarto grado obtenido para $x_{erf} > 3$

If $x_{erf} \leq 3$ then

$$P = 0.3275911$$

$$a_1 = 0.254829592$$

$$a_2 = -0.284496736$$

$$a_3 = 1.421413741$$

$$a_4 = -1.453152027$$

$$a_5 = 1.061405429$$

$$t_{erf} = \frac{1}{1 + Px_{erf}}$$

$$erf = 1 - (a_1 t_{erf} + a_2 t_{erf}^2 + a_3 t_{erf}^3 + a_4 t_{erf}^4 + a_5 t_{erf}^5) e^{-x_{erf}^2} + 0.00000015$$

If $x_{erf} = 0$ then

$$erf = 0$$

End if

$$erfc = 1 - erf$$

$$erfce = erfc * e^{x_{erf}^2}$$

$$erfctot = erfce + \frac{2x_{erf}}{\sqrt{\pi}} - 1$$

Else

$$erfce = 0.00006x_{erf}^4 - 0.002x_{erf}^3 + 0.0256x_{erf}^2 - 0.1558x_{erf} + 0.4654$$

$$erfctot = erfce + \frac{2x_{erf}}{\sqrt{\pi}} - 1$$

$$erfc = \frac{erfce}{x_{erf}^2}$$

$$erf = 1 - erfc$$

End if

$$T = T_v - (T_v - T_r) \operatorname{erf}$$

$$\text{tiempo} = \text{tiempo} + \Delta t$$

$$\text{con} = \text{con} + 1$$

Wend

Next *i*

D.4. DISTRIBUCIÓN DE TEMPERATURA EN LAS ARCILLAS

D.4.1. DECLARACIÓN DE VARIABLES

| | | |
|-----------------|--|-------------|
| α_{ar} : | Difusividad térmica de la arcilla. | pie^2/hr |
| T_v : | Temperatura del vapor. | $^{\circ}F$ |
| T : | Temperatura. | $^{\circ}F$ |
| T_r : | Temperatura del yacimiento. | $^{\circ}F$ |
| t : | Tiempo total para los cálculos. | hr |
| L : | 0,5*Espesor de la arcilla. | pie |
| Δt : | Paso de tiempo. | hr |
| Nz : | Número de distancias del contacto entre la zona de vapor y la arcilla. | |
| z : | Distancia para realizar los cálculos. | pie |

D.4.2. INFORMACIÓN INTRODUCIDA POR EL USUARIO

| | | | | | |
|-------|-------|---------------|-----|------------|------|
| T_r | T_v | α_{ar} | t | Δt | Nz |
| z | L | | | | |

D.4.3. CÁLCULOS REALIZADOS

For $i = 1$ to N_z

$tiempo = 24$

$con = 0$

While $tiempo \leq t$

$sumat = 0$

For $j = 1$ to 1000 step 2

$$suma = \frac{1}{j} e^{-\alpha_a \cdot tiempo \left[\frac{j\pi}{2L} \right]^2} \text{sen} \frac{j\pi z}{2L}$$

$sumat = sumat + suma$

Next j

$$T = \frac{4(T_r - T_v)}{\pi} sumat + T_v$$

$tiempo = tiempo + \Delta t$

$con = con + 1$

Wend

Next i