

**PRUEBAS DE PRESIÓN Y CÁLCULO DE POTENCIAL PARA POZOS DE GAS**

**CRISTIAN MAURICIO POTOSI ROSERO**

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER  
FACULTAD DE INGENIERÍAS FISCOQUÍMICAS  
ESCUELA DE INGENIERÍA DE PETRÓLEOS  
BUCARAMANGA  
2016**

**PRUEBAS DE PRESIÓN Y CÁLCULO DE POTENCIAL PARA POZOS DE GAS**

**CRISTIAN MAURICIO POTOSI ROSERO**

**Trabajo de Grado para optar al título de  
Ingeniero de Petróleos**

**Director  
M.Sc. SAMUEL FERNANDO MUÑOZ NAVARRO  
Ingeniero de Petróleos**

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER  
FACULTAD DE INGENIERÍAS FISCOQUÍMICAS  
ESCUELA DE INGENIERÍA DE PETRÓLEOS  
BUCARAMANGA  
2016**

## DEDICATORIA

A Dios, por brindarme la oportunidad de vivir y cumplir cada una de las metas personales y académicas propuestas.

A mis padres Ruby y Mauricio, por ser los pilares fundamentales y mi polo a tierra en más de una ocasión, por brindarme amor y por cada una de las cosas maravillosas que hacen por mí.

A mi hermano Esteban, por apoyarme en mis sueños y por su gran ayuda durante estos años lejos de casa.

A mis abuelos, por su ternura e incomparable confianza a lo largo de este gran camino.

A mi compañero de lucha Jhonn, porque sin él no sería la persona que soy ahora.

## **AGRADECIMIENTOS**

Con el mayor de los gustos expreso mis agradecimientos a las personas que hicieron posible la culminación de este gran ciclo:

M. Sc. Samuel Fernando Muñoz Navarro, por su valiosa orientación en el desarrollo del trabajo, y por sus aportes como docente en mi formación profesional.

M. Sc. Olga Patricia Cancino, por dar a conocer la temática base para el desarrollo de este proyecto durante el pregrado.

Al cuerpo docente de la Universidad Industrial de Santander, por aportar con sus conocimientos a la construcción de un nuevo profesional.

A todos mis amigos y compañeros que me acompañaron en cada paso durante estos últimos 5 años.

## CONTENIDO

	Pág.
<b>INTRODUCCIÓN</b>	<b>17</b>
<b>1. ECUACIÓN DE DIFUSIVIDAD HIDRÁULICA</b>	<b>18</b>
1.1 PRINCIPIO DE CONSERVACIÓN DE MASA	18
1.2 ECUACIÓN DE MOVIMIENTO	21
1.3 ECUACIÓN DE ESTADO	22
1.4 APROXIMACIONES DE LA EDH	24
1.4.1 Presiones cuadradas	24
1.4.2 Pseudopresiones	24
1.4.3 Pseudotiempo	28
1.5 EDH PARA UN SISTEMA ANISOTRÓPICO	29
1.5.1 EDH para un sistema anisotrópico cartesiano	29
1.5.2 EDH para un sistema anisotrópico radial	32
1.6 PARÁMETROS ADIMENSIONALES	34
1.6.1 Para presión	34
1.6.2 Para presiones cuadradas	37
1.6.3 Para pseudopresiones	37
<b>2. SOLUCIÓN DE LA EDH</b>	<b>38</b>
2.1 SOLUCIÓN DE LA EDH SEGÚN EL ESTADO DE FLUJO	38
2.1.1 Estado estable	38

2.1.2 Estado pseudoestable	41
2.1.3 Estado transitorio	43
2.2 SOLUCIÓN DE LA EDH PARA FLUJO TURBULENTO	49
2.2.1 Daño a la formación	49
2.2.2 Estado estable	51
2.2.3 Estado pseudoestable	53
2.2.4 Estado transitorio	56
2.3 SOLUCIÓN DE LA EDH CON VARIABLES ADIMENSIONALES	57
<b>3. PRINCIPIO DE SUPERPOSICIÓN</b>	<b>60</b>
3.1 CAMBIOS EN LA TASA DE FLUJO	60
3.2 ESTIMACIÓN DE LOS EFECTOS DE POZOS VECINOS	61
3.3 ESTUDIO DE LÍMITES DE UN YACIMIENTO	62
3.4 ALMACENAMIENTO	67
3.5 RADIO DE INVESTIGACIÓN	68
3.6 TIEMPO DE ESTABILIZACIÓN	68
<b>4. PRUEBAS TRANSIENTES</b>	<b>69</b>
4.1 PRUEBA DE CAÍDA DE PRESIÓN ( <i>DRAWDOWN TEST</i> )	69
4.1.1 Prueba de caída de presión simple	70
4.1.2 Prueba de caída de presión con dos tasas	74
4.1.3 Prueba de caída de presión para límites del yacimiento	79
4.2 PRUEBA DE RESTAURACIÓN DE PRESIÓN ( <i>BUILD UP TEST</i> )	81
4.3 APLICACIÓN CONJUNTA DE LAS PRUEBAS TRANSIENTES	85

4.4 CÁLCULO DE LA PRESIÓN PROMEDIO DEL YACIMIENTO	91
4.4.1 Método de Horner – MBH (Mathews-Bronz-Hazebroek)	91
4.4.2 Método de Ramey y Cobb	93
4.4.3 Método de Dietz	93
4.4.4 Método MDH (Miller-Dietz-Hutchinson)	93
<b>5. CÁLCULO DEL POTENCIAL DE FLUJO DE UN POZO</b>	<b>98</b>
5.1 PRUEBA <i>FLOW AFTER FLOW</i>	98
5.2 PRUEBA ISÓCRONA	107
5.3 PRUEBA ISÓCRONA MODIFICADA	112
<b>6. CONCLUSIONES</b>	<b>116</b>
<b>7. RECOMENDACIONES</b>	<b>117</b>
<b>BIBLIOGRAFÍA</b>	<b>118</b>

## LISTA DE FIGURAS

	Pág.
Figura 1. Volumen de control del principio de conservación de masa.	18
Figura 2. Pseudopresión vs Presión.	27
Figura 3. Pseudopresiones vs presión para bajas presiones	28
Figura 4. Integral $e_i(x)$ .	46
Figura 5. Efecto del daño en la formación.	49
Figura 6. Influencia del daño.	50
Figura 7. Principio de superposición con cambios en la tasa de flujo.	60
Figura 8. Distribución pozos A, B y C.	61
Figura 9. Pozo imagen en falla sellante.	62
Figura 10. Pozo imagen en límite de presión constante.	63
Figura 11. Yacimiento con más de un límite.	64
Figura 12. Pozo A ejemplo 2.	65
Figura 13. Pozos imagen ejemplo 2.	65
Figura 14. <i>Drawdown Test</i> .	69
Figura 15. Prueba de caída de presión.	72
Figura 16. Datos caída de presión PanSystem.	73
Figura 17. Prueba de caída de presión en PanSystem.	73
Figura 18. Resultados prueba de caída de presión en PanSystem.	74
Figura 19. <i>Drawdown</i> de dos tasas.	74
Figura 20. Prueba de caída de presión con dos tasas.	78

Figura 21. Valores de $C_A$ y $t_{DA}$ .	80
Figura 22. <i>Build Up Test</i> .	81
Figura 23. Gráfico de Horner prueba ascenso de presión.	85
Figura 24. <i>Drawdown</i> y <i>Build Up</i> conjuntas.	86
Figura 25. Gráfico de Horner prueba conjunta.	88
Figura 26. Prueba conjunta período de flujo.	90
Figura 27. Gráfico de Horner.	92
Figura 28. Gráfico de MBH.	92
Figura 29. Gráfico de MDH.	94
Figura 30. Gráfico de Horner, cálculo presión promedio.	95
Figura 31. Método de Dietz, cálculo presión promedio.	97
Figura 32. Prueba <i>Flow after Flow</i> .	98
Figura 33. Método simplificado <i>flow after flow test</i> .	102
Figura 34. Método riguroso para $F=0,040$ .	103
Figura 35. Método riguroso para $F=0,047$ .	103
Figura 36. Ecuación empírica <i>flow after flow test</i> .	104
Figura 37. Datos prueba <i>flow after flow</i> PanSystem.	105
Figura 38. Prueba <i>flow after flow</i> PanSystem.	106
Figura 39. Prueba <i>flow after flow</i> método empírico PanSystem	106
Figura 40. Prueba Isócrona.	107
Figura 41. Gráfico prueba isócrona.	107
Figura 42. Prueba Isócrona PanSystem.	110
Figura 43. Datos prueba Isócrona PanSystem.	111

Figura 44. Resultados pruebas Isócrona PanSystem.	111
Figura 45. Prueba Isócrona Modificada.	112
Figura 46. Gráfico prueba isócrona modificada.	114

## LISTA DE TABLAS

	Pág.
Tabla 1. Datos cálculo de pseudopresión.	25
Tabla 2. Cálculo pseudopresiones.	26
Tabla 3. Valores de $e_i(x)$ para $0.000 < x < 0.209$ .	47
Tabla 4. Valores de $e_i(x)$ para $0.00 < x < 2.09$ .	48
Tabla 5. Valores de $e_i(x)$ para $2.0 < x < 10.9$ .	48
Tabla 6. Valores factor de forma de Dietz	55
Tabla 7. Datos Drawdown.	71
Tabla 8. Datos base caída de presión con dos tasas.	76
Tabla 9. Datos prueba de caída de presión con dos tasas.	77
Tabla 10. Datos base de la prueba de ascenso de presión.	83
Tabla 11. Datos prueba de ascenso de presión.	84
Tabla 12. Datos prueba conjunta.	87
Tabla 13. Datos gráfico de Horner, prueba conjunta.	88
Tabla 14. Pseudopresiones periodo de flujo.	89
Tabla 15. Datos cálculo presión promedio.	94
Tabla 16. Datos <i>flow after flow test</i> .	101
Tabla 17. Datos método simplificado <i>flow after flow test</i> .	101
Tabla 18. Datos método riguroso <i>flow after flow test</i> .	102
Tabla 19. Datos ecuación empírica <i>flow after flow test</i> .	104
Tabla 20. Datos prueba isócrona.	108

Tabla 21. Datos calculados prueba isócrona.	109
Tabla 22. Datos prueba isócrona modificada.	113
Tabla 23. Datos calculados prueba isócrona modificada.	113

## RESUMEN

**TÍTULO:** PRUEBAS DE PRESIÓN Y CÁLCULO DE POTENCIAL PARA POZOS DE GAS.<sup>1</sup>

**AUTOR:** CRISTIAN MAURICIO POTOSI ROSERO<sup>2</sup>

**PALABRAS CLAVE:** PRUEBAS DE PRESIÓN, CÁLCULO DE POTENCIAL, POZOS DE GAS.

### DESCRIPCIÓN:

La extracción de hidrocarburos es una de las actividades base de la economía global, los diferentes países buscan abastecerse de recursos energéticos para satisfacer la demanda de sus naciones. Por tal motivo en este documento se estudia el comportamiento del flujo de gas a partir de la ecuación de difusividad, con el objetivo de trabajar con parámetros que no son incluidos en los hidrocarburos de baja compresibilidad para así realizar predicciones y caracterizar el yacimiento mejorando la productividad.

En primera instancia se trabaja en la obtención de la ecuación de difusividad hidráulica a partir del balance de masa, una ecuación de flujo y una ecuación de estado, las cuales, con la inclusión de pseudopresiones se convierten en una herramienta base para el análisis del comportamiento del flujo de gas. Se presentan las soluciones de la ecuación de difusividad hidráulica para los diferentes estados de flujo, así como su aplicación en el análisis de pruebas de presión.

En el contenido de este se discuten los fundamentos teóricos del análisis de pruebas transientes, enfocándose en las pruebas de caída de presión, restauración de presión y la aplicación conjunta de las mismas; además de emplear diferentes métodos para el cálculo de la presión promedio y el potencial de flujo en yacimientos de gas. Finalmente se presentan ejemplos prácticos en la aplicación de las ecuaciones y la aplicación del software PanSystem en algunos de ellos.

---

<sup>1</sup> Trabajo de Grado

<sup>2</sup>Facultad de Ingenierías Físicoquímicas. Escuela de Ingeniería de Petróleos. Director: M.Sc. Samuel Fernando Muñoz Navarro, Ingeniero de Petróleos.

## ABSTRACT

**TITLE:** WELL TESTING AND CALCULATION OF GAS WELL POTENCIAL.<sup>3</sup>

**AUTHOR:** CRISTIAN MAURICIO POTOSI ROSERO<sup>4</sup>

**KEYWORDS:** WELL TESTING, WELL POTENCIAL, GAS WELL.

### DESCRIPTION:

The hydrocarbon production is one of the basic activities of the global economy; countries are looking for supplies of energy resources to face the demand of their nations. Therefore, in this document, the behavior of the gas flow is studied from the diffusivity equation, with the aim of working with parameters that are not included in the low compressibility hydrocarbons to make predictions and characterize the reservoir improving the productivity.

In the first instance, hydraulic diffusivity equation is obtained from mass balance, flow equation, state equation and the pseudopressure definition; these equations are the basic tool to analyze the gas flow behavior. The solutions for the hydraulic diffusivity equation and the well testing analysis are presented for the flow states.

The theoretical fundamentals of the transient well testing analysis are discussed, focusing on the drawdown test, build up test and the joint implementation of these; aside from using different methods for the average pressure and the flow potential calculation in gas reservoirs. Finally, practice examples are presented in the use of the equations and the PanSystem software use.

---

<sup>3</sup>BachelorThesis

<sup>4</sup>Facultad de Ingenierías Físicoquímicas. Escuela de Ingeniería de Petróleos. Director: M.Sc. Samuel Fernando Muñoz Navarro, Ingeniero de Petróleos.

## INTRODUCCIÓN

La principal fuente de energía que ayuda a la producción del yacimiento es la existencia de un diferencial de presión, por tanto es importante realizar pruebas que permitan a los ingenieros de petróleos elaborar planes de producción y control de los pozos, además de obtener características del yacimiento a la hora de realizar un análisis, las consideraciones y los cálculos en las diferentes actividades de la industria.

Debido a los elevados costos de producir hidrocarburos pesados, se opta invertir en hidrocarburos mucho más livianos como lo es el gas natural, el cual en comparación a otros hidrocarburos presenta un proceso de explotación más sencillo y un papel clave dentro de la matriz energética de la industria.

Las pruebas de presión son herramientas que ayudan a los ingenieros de petróleos a conocer más acerca de un yacimiento de hidrocarburos, en donde a partir de datos de presión y tiempo brindados por estas, y soportados con otras características petrofísicas previamente conocidas se puede obtener información de gran utilidad para las predicciones.

Los datos de presión son utilizados en todos los cálculos realizados en la industria, debido a que rigen el comportamiento del yacimiento, especialmente en los pozos de gas en donde se trabaja con muy altas presiones y los cambios de las mismas producen una variación significativa en el movimiento del volumen de hidrocarburo presente. Particularmente para pozos de gas las pruebas de presión buscan conseguir tres objetivos<sup>5</sup>: obtener parámetros del yacimiento, determinar si toda la longitud perforada del pozo de gas es también una zona de producción, y determinar el daño a la formación causado por perforación o completamiento.

Al analizar las pruebas de presión para pozos de gas, se observarán algunas variaciones en los principios físicos que rigen el comportamiento de los fluidos, como incorporar los efectos de la alta compresibilidad característica de este tipo de hidrocarburos, además de la inclusión de otros parámetros como un valor de viscosidad variable, pseudopresiones y el coeficiente de flujo de No-Darcy que trabaja con el flujo turbulento generado a altas velocidades; estos y otros conceptos serán estudiados a lo largo del trabajo junto con los procedimientos de análisis de pruebas de presión en pozos.

---

<sup>5</sup>Chaudhry, Amanat U.; Gas Well Testing Handbook; Gulf Professional Publishing, ELSEVIER, 2003.

## 1. ECUACIÓN DE DIFUSIVIDAD HIDRÁULICA

La ecuación básica que describe el comportamiento de un fluido dentro de un medio poroso es la ecuación de difusividad, la cual se deriva de tres principios físicos fundamentales: el principio de conservación de masa, una ecuación de movimiento y una ecuación de estado.

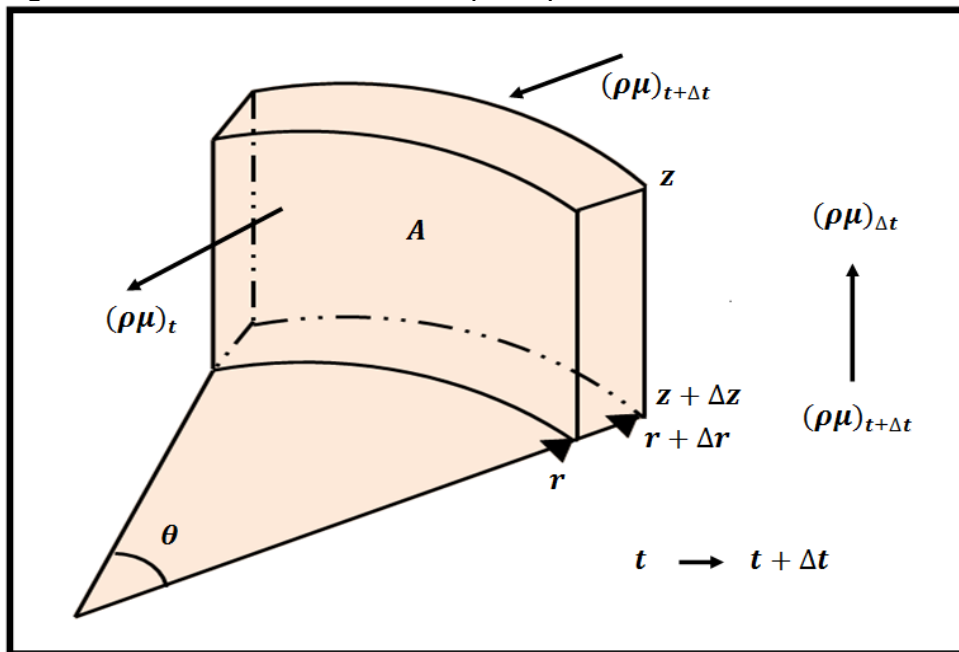
En un inicio, se trabajará con el flujo radial que genera el pozo, para luego generalizar la ecuación espacialmente en tres coordenadas.

### 1.1 PRINCIPIO DE CONSERVACIÓN DE MASA

Postula que la tasa de creación o destrucción de materia es igual a cero. Considerando un volumen de control ubicada en una región espacial como se muestra en la figura 1 se puede definir qué:

$$\begin{aligned} & [\text{Flujo másico que entra al volumen de control en un periodo } \Delta t] \\ & - [\text{Flujo másico que sale del volumen de control en un periodo } \Delta t] \\ & + [\text{Flujo másico de entrada o salida de fuentes o sumideros en un periodo } \Delta t] \\ & = [\text{Masa acumulada en el volumen de control en un periodo } \Delta t] \quad (1) \end{aligned}$$

Figura 1. Volumen de control del principio de conservación de masa.



Fuente: Modificado de Lee, J; Rollins, J; Spivey, J. *Pressure Transient Testing*. 2003.

Ahora, al analizar cada parte de la ecuación (1) para la coordenada  $r$ , el flujo másico que entra dentro del sistema es igual al producto de la densidad, la velocidad y el área transversal de entrada del modelo.

$$\dot{m}_{in} = (\rho u)_{r+\Delta r} A_{in}$$

Sustituyendo el valor del área en función del ángulo, radio y altura del modelo, se tiene que:

$$\dot{m}_{in} = (\rho u)_{r+\Delta r} (r+\Delta r) \theta \Delta z \quad (2)$$

El flujo másico que sale del sistema es similar al de entrada, con  $\Delta(\rho u_r)$  como el cambio en el flujo másico que ocurre en el volumen de control:

$$\dot{m}_{out} = (\rho u)_r A_{out}$$

Luego, se tendrá que el flujo másico de salida es:

$$\dot{m}_{out} = (\rho u)_r r \theta \Delta z \quad (3)$$

Al definir el flujo másico de entrada y salida en la dirección  $z$ , se tiene:

$$\dot{m}_{in} = \frac{1}{2} (\rho u)_{z+\Delta z} ((r+\Delta r)^2 - r^2) \theta \quad (4)$$

Para la masa de salida en  $z$  se define:

$$\dot{m}_{out} = \frac{1}{2} (\rho u)_z ((r+\Delta r)^2 - r^2) \theta \quad (5)$$

Se asume que no existen fuentes o sumideros en el volumen de control, y por tanto, el flujo másico neto propio de fuentes o sumideros es cero.

$$\dot{m}_{fte-sum} = 0 \quad (6)$$

El flujo másico acumulado en el volumen de control para un periodo de tiempo  $\Delta t$  está dado por el cambio en el producto del volumen poroso y la densidad del fluido para tiempos  $t$  y  $t + \Delta t$ , sobre el periodo de tiempo.

$$V_p = \frac{((r+\Delta r)^2 - r^2) \theta \Delta z \phi}{2}$$

Por tanto,

$$\dot{m}_a = \frac{|((r+\Delta r)^2 - r^2)\theta\Delta z\phi\rho|_{(t+\Delta t)} - |((r+\Delta r)^2 - r^2)\theta\Delta z\phi\rho|_t}{2\Delta t} \quad (7)$$

Al combinar las ecuaciones (2), (3), (4), (5), (6) y (7), se puede expresar la ecuación de conservación en la dirección r como:

$$(\rho u)_{r+\Delta r}(r+\Delta r)\theta\Delta z + \frac{(\rho u)_{z+\Delta z}((r+\Delta r)^2 - r^2)\theta}{2} - (\rho u)_r r\theta\Delta z - \frac{(\rho u)_z((r+\Delta r)^2 - r^2)\theta}{2} = \frac{|((r+\Delta r)^2 - r^2)\theta\Delta z\phi\rho|_{(t+\Delta t)} - |((r+\Delta r)^2 - r^2)\theta\Delta z\phi\rho|_t}{2\Delta t}$$

Dividiendo todo entre  $\frac{\theta((r+\Delta r)^2 - r^2)}{2}$ :

$$2 \frac{(\rho u)_{r+\Delta r}(r+\Delta r)\Delta z}{((r+\Delta r)^2 - r^2)} + (\rho u)_{z+\Delta z} - 2 \frac{(\rho u)_r r\Delta z}{((r+\Delta r)^2 - r^2)} - (\rho u)_z = \frac{|\Delta z\phi\rho|_{(t+\Delta t)} - |\Delta z\phi\rho|_t}{\Delta t}$$

Factorizando:

$$[(\rho u)_{r+\Delta r}(r+\Delta r) - (\rho u)_r r] \frac{2\Delta z}{((r+\Delta r)^2 - r^2)} + [(\rho u)_{z+\Delta z} - (\rho u)_z] = \frac{|\Delta z\phi\rho|_{(t+\Delta t)} - |\Delta z\phi\rho|_t}{\Delta t}$$

Sabiendo que:

$$(\rho u)_{r+\Delta r}(r+\Delta r) - (\rho u)_r r = (r\rho u)_{r+\Delta r} - (r\rho u)_r$$

Y dividiendo entre  $\Delta z$ , se tiene:

$$\frac{2[(r\rho u)_{r+\Delta r} - (r\rho u)_r]}{((r+\Delta r)^2 - r^2)} + \frac{[(\rho u)_{z+\Delta z} - (\rho u)_z]}{\Delta z} = \frac{|\phi\rho|_{(t+\Delta t)} - |\phi\rho|_t}{\Delta t}$$

Tomando límites en donde  $\Delta r$ ,  $\Delta z$  y  $\Delta t$  tienden a cero, y considerando que,

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

Se tiene:

$$\frac{2\Delta r}{((r+\Delta r)^2 - r^2)} \frac{\partial(r\rho u)_r}{\partial r} + \frac{\partial(\rho u)_z}{\partial z} = - \frac{\partial(\phi\rho)}{\partial t}$$

Simplificando:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial(r\rho u)_r}{\partial r} + \frac{\partial(\rho u)_z}{\partial z} = - \frac{\partial(\phi\rho)}{\partial t} \quad (8)$$

La ecuación (8) se conoce como la ecuación de continuidad, la cual enuncia el principio de conservación de masa en coordenadas r y z.

## 1.2 ECUACIÓN DE MOVIMIENTO

También conocida como ley de flujo, enuncia la relación existente entre la presión y la velocidad dentro del volumen de control. Generalmente se emplean ecuaciones empíricas, que para el caso de flujos en medios porosos se tiene a la ley de Darcy.

$$u_r = - \frac{k\rho}{\mu} \frac{\partial\Phi}{\partial r} \quad (9)$$

En donde el potencial de flujo está definido por:

$$\Phi = \int_{p_0}^p \frac{dp'}{\rho} + g(z-z_0) + \frac{\tilde{v}^2}{2} \quad (10)$$

En la anterior ecuación  $\int_{p_0}^p \frac{dp'}{\rho}$  consiste en el trabajo realizado por el flujo, mientras que  $g(z-z_0)$  se refiere al trabajo realizado por efecto de la gravedad y  $\tilde{v}^2$  a la velocidad microscópica del fluido.

Ahora, al combinar las ecuaciones (9) y (10):

$$\frac{\partial\Phi}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial r} \left[ \int_{p_0}^p \frac{dp'}{\rho} + g(z-z_0) + \frac{\tilde{v}^2}{2} \right]$$

Si se asumen los efectos de la gravedad como despreciables y la velocidad microscópica del fluido muy pequeña, se tiene:

$$\frac{\partial\Phi}{\partial r} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} \quad (11)$$

Reemplazando la ecuación (11) en la ecuación (9) se obtiene la ley de Darcy para el flujo radial:

$$u_r = -\frac{k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial r} \quad (12)$$

### 1.3 ECUACIÓN DE ESTADO

Relaciona el volumen o densidad con las condiciones de trabajo (presión y temperatura). Para este caso se asume condiciones isotérmicas, debido a que el flujo gaseoso posee una capacidad calórica generalmente despreciable en comparación al de la roca. El modelo más común es el modelo para un gas real PVT:

$$\rho = \frac{pM}{ZRT} \quad (13)$$

Al combinar las ecuaciones (8) y (12):

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \rho \frac{k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial r} \right)_r = \frac{\partial(\phi \rho)}{\partial t} \quad (14)$$

Ahora, al sustituir la ecuación (13) dentro de la ecuación (14):

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{pM}{ZRT} \frac{k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial r} \right)_r = \frac{\partial}{\partial t} \left( \phi \frac{pM}{ZRT} \right)$$

Tomando M, R y T como constantes, y para un caso especial en donde K puede tomarse también como constante:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{rp}{Z\mu} \frac{\partial p}{\partial r} \right)_r = \frac{1}{k} \frac{\partial}{\partial t} \left( \phi \frac{p}{Z} \right)$$

Se expande el lado derecho utilizando la regla del producto:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{rp}{Z\mu} \frac{\partial p}{\partial r} \right)_r = \frac{1}{k} \left[ \frac{p}{Z} \frac{\partial \phi}{\partial t} + \phi \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{p}{Z} \right) \right]$$

Utilizando la regla de la cadena para expandir nuevamente el lado derecho:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{rp}{Z\mu} \frac{\partial p}{\partial r} \right)_r = \frac{1}{k} \left[ \frac{p}{Z} \frac{\partial \phi}{\partial t} + \phi \frac{\partial}{\partial p} \left( \frac{p}{Z} \right) \frac{\partial p}{\partial t} \right]$$

Reescribiendo la ecuación:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{rp}{Z\mu} \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \frac{\phi p}{kZ} \frac{\partial p}{\partial t} \left[ \frac{1}{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial p} + \frac{Z}{p} \frac{\partial}{\partial p} \left( \frac{p}{Z} \right) \right] \quad (15)$$

El valor de la compresibilidad para un fluido gaseoso está definido en función de la densidad, así:

$$C_g = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial p}$$

Incluyendo la ecuación (13):

$$C_g = \frac{ZRT}{pM} \frac{\partial}{\partial p} \left( \frac{pM}{ZRT} \right) = \frac{Z}{p} \frac{\partial}{\partial p} \left( \frac{p}{Z} \right)$$

Por otro lado la compresibilidad de la formación se define como:

$$C_f = \frac{1}{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial p}$$

Dentro de un yacimiento de gas, la compresibilidad total es la suma de las compresibilidades del gas y la formación:

$$C_t = C_g + C_f = \frac{Z}{p} \frac{\partial}{\partial p} \left( \frac{p}{Z} \right) + \frac{1}{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial p} \quad (16)$$

Sustituyendo la ecuación (16) dentro de la ecuación (15) se obtiene finalmente la ecuación de difusividad para gas en términos de presión para un flujo radial:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{p}{Z\mu} \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \frac{\mu \phi C_t}{k} \frac{p}{Z\mu} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (17)$$

Al escribir la ecuación para tres dimensiones se obtiene la forma general de la ecuación de difusividad:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{p}{Z\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{p}{Z\mu} \frac{\partial p}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{p}{Z\mu} \frac{\partial p}{\partial z} \right) = \frac{\mu \phi C_t}{k} \frac{p}{Z\mu} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (18)$$

## 1.4 APROXIMACIONES DE LA EDH

Debido a que el comportamiento del flujo de gas es diferente al del petróleo, suposiciones de valores constantes de compresibilidad total del sistema y viscosidad del gas, no son viables para caracterizar su flujo. Por tal motivo, se desarrollaron aproximaciones matemáticas que tienen en cuenta la variación de estos valores respecto a la presión.

**1.4.1 Presiones cuadradas.** La primera aproximación sume que el cociente  $\frac{p}{Z\mu}$  es una función lineal de la presión.

$$\frac{p}{Z\mu} = ap$$

En donde a es constante.

Incluyendo esta definición dentro de las ecuaciones (17) y (18) se obtiene la ecuación de difusividad para gas en términos de presiones cuadradas para un flujo en las direcciones radial y tridimensional respectivamente.

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\partial(p^2)}{\partial r} \right)_r = \frac{\mu \phi C_t}{k} \frac{\partial(p^2)}{\partial t}$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial(p^2)}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial(p^2)}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial(p^2)}{\partial z} \right) = \frac{\mu \phi C_t}{k} \frac{\partial(p^2)}{\partial t}$$

Esta aproximación debe usarse para valores menores a 2500 psi debido a que para valores mayores se presenta un rango de error debido a su forma no lineal.

**1.4.2 Pseudopresiones.** La segunda aproximación consiste en una función matemática definida por una integral conocida como pseudopresión  $\psi$ .

$$\psi(p) = 2 \int_{p_b}^p \frac{p}{\mu Z} dp \quad (19)$$

A partir de la definición de pseudopresión de la ecuación (19) se pueden definir sus derivadas con respecto al tiempo y posición, ecuaciones (21), (22) y (23). Aplicando el teorema de Leibniz, ecuación (20):

$$\frac{\partial}{\partial x} \int_{a(x)}^{b(x)} f(x) dx = f(b) \frac{db(x)}{dx} - f(a) \frac{da(x)}{dx} \quad (20)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = \frac{2p}{\mu Z} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (21)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial r} = \frac{2p}{\mu Z} \frac{\partial p}{\partial r} \quad (22)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial z} = \frac{2p}{\mu Z} \frac{\partial p}{\partial z} \quad (23)$$

Ejemplo 1:

Calcular los valores de pseudopresión para un gas cuyas propiedades se muestran a continuación y encontrar la ecuación que relaciona presión y pseudopresión:

Tabla 1. Datos cálculo de pseudopresión.

Presión	Viscosidad	Z
Psia	cP	
400	0,014337	0,9733
800	0,014932	0,9503
1200	0,014723	0,9319
1600	0,016681	0,9189
2000	0,017784	0,9120
2400	0,019008	0,9113
2800	0,020329	0,9169
3200	0,021721	0,9282
3600	0,023151	0,9445
4000	0,024580	0,9647

Solución:

Para encontrar el valor de la integral se debe calcular el área bajo la curva multiplicando la diferencia de presiones por el promedio aritmético de  $\frac{2p}{\mu Z}$  para cada una de las presiones, finalmente se adiciona el valor del área anterior, es decir la pseudopresión anterior.

Para P=400 Psia:

$$\Psi_{p=400} = 2 \left( \frac{\frac{p}{\mu Z}_{p=400} + \frac{p}{\mu Z}_{p=0}}{2} \right) (400-0)$$

$$\Psi_{p=400} = 2 \left( \frac{28665+0}{2} \right) (400-0)$$

$$\Psi_{p=400} = 11466000 \text{ psia}^2/\text{cP} = 11,47 \text{ Mpsia}^2/\text{cP}$$

Para P=4000 Psia:

$$\Psi_{p=4000} = 2 \left( \frac{\frac{p}{\mu Z}_{p=4000} + \frac{p}{\mu Z}_{p=3600}}{2} \right) (4000-3600) + \Psi_{p=3600}$$

$$\Psi_{p=4000} = 2 \left( \frac{168689+164638}{2} \right) (4000-3600) + 744005821$$

$$\Psi_{p=4000} = 877336583 \text{ psia}^2/\text{cP} = 877,34 \text{ Mpsia}^2/\text{cP}$$

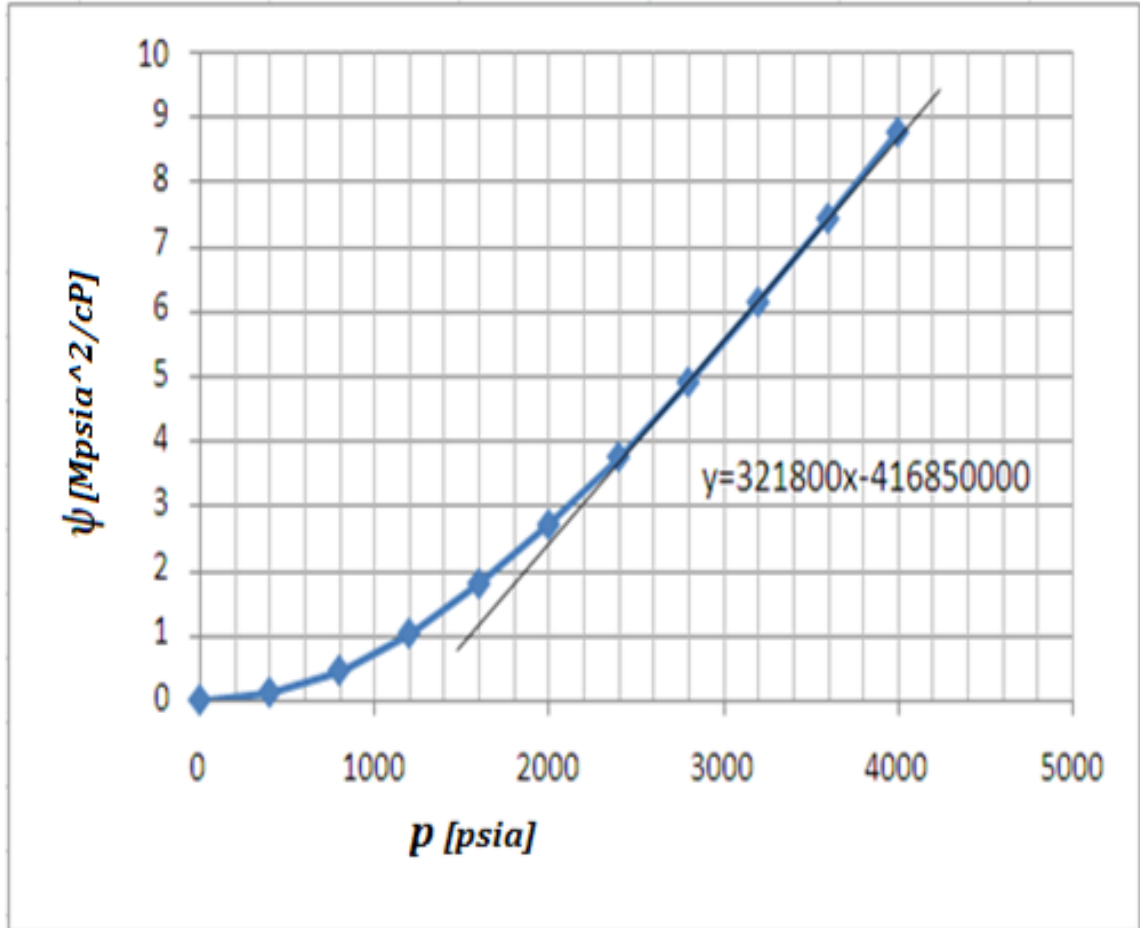
De esta manera se puede construir la tabla siguiente:

Tabla 2. Cálculo pseudopresiones.

Presión	Viscosidad	Z	$\frac{p}{\mu Z}$	$\Psi$
Psia	Cp		Psia/cP	MPsia <sup>2</sup> /cP
400	0,014337	0,9733	28665	11,46
800	0,014932	0,9503	56378	45,48
1200	0,014723	0,9319	87461	103,01
1600	0,016681	0,9189	104383	179,75
2000	0,017784	0,9120	123312	270,83
2400	0,019008	0,9113	138552	375,58
2800	0,020329	0,9169	150217	491,08
3200	0,021721	0,9282	158719	614,66
3600	0,023151	0,9445	164638	744,00
4000	0,024580	0,9647	168689	877,33

Realizando un gráfico de pseudopresión vs presión:

Figura 2. Pseudopresión vs Presión.



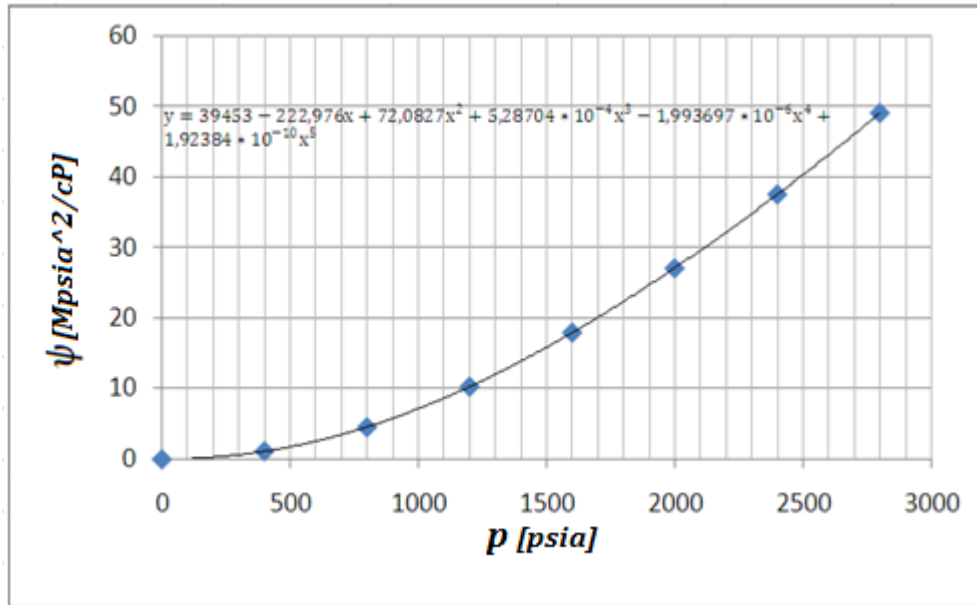
A partir de  $P=2800$  psia se observa un comportamiento lineal, por lo cual la pseudopresión estará definida por:

$$\psi=(0,3218p-416,85)*10^6 \text{ psia}^2/\text{cP} \quad (24)$$

Observando las presiones menores de 2800 psia, se tiene un comportamiento polinómico de la función, mostrado en la siguiente figura 3; en donde el polinomio que mejor modela el gráfico es:

$$\psi=39453-222,976p+72,0827p^2+5,28704*10^{-4}p^3-1,993697*10^{-6}p^4+1,92384*10^{-10}p^5 \text{ psia}^2/\text{cP}$$

Figura 3. Pseudopresión vs presión para bajas presiones.



Acoplando las ecuaciones (21), (22) y (23) dentro de las ecuaciones (17) y (18) se obtiene la ecuación de difusividad en las direcciones radial y tridimensional en términos de pseudopresiones.

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial \psi}{\partial r} \right)_r = \frac{\mu \phi C_t}{k} \frac{\partial \psi}{\partial t} \quad (25)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) = \frac{\mu \phi C_t}{k} \frac{\partial \psi}{\partial t} \quad (26)$$

**1.4.3 Pseudotiempo.** La ecuación de difusividad puede ser definida en función del pseudotiempo, el cual se enuncia a continuación:

$$t_{ap}(t) \int_0^t \frac{dt}{\mu C_t}$$

Ahora, aplicando el teorema de Leibniz de la ecuación (20), se obtiene el valor de la derivada del pseudotiempo con respecto al tiempo:

$$\frac{\partial t_{ap}}{\partial t} = \frac{1}{\mu C_t}$$

Aplicando la regla de la cadena:

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = \frac{\partial \psi}{\partial t_{ap}} \frac{\partial t_{ap}}{\partial t} = \frac{1}{\mu C_t} \frac{\partial \psi}{\partial t_{ap}}$$

Reemplazando lo anterior dentro de las ecuaciones (25) y (26) se obtiene la ecuación de difusividad en las direcciones radial y tridimensional en términos de pseudopresión y pseudotiempo:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) = \frac{\phi}{k} \frac{\partial \psi}{\partial t_{ap}}$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) = \frac{\phi}{k} \frac{\partial \psi}{\partial t_{ap}}$$

## 1.5 EDH PARA UN SISTEMA ANISOTRÓPICO

**1.5.1 EDH para un sistema anisotrópico cartesiano.** Para definir la ecuación de difusividad para un sistema anisotrópico cartesiano en donde el valor de la permeabilidad es diferente en las direcciones espaciales ( $k_x, k_y, k_z$ ), se parte de la ecuación correspondiente para dicho sistema:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( k_x \frac{p}{Z\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k_y \frac{p}{Z\mu} \frac{\partial p}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( k_z \frac{p}{Z\mu} \frac{\partial p}{\partial z} \right) = \mu \phi C_t \frac{p}{Z\mu} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (27)$$

En donde se define un nuevo sistema coordenado equivalente que permita trabajar el sistema anisotrópico como un isotrópico con la inclusión de una permeabilidad equivalente  $\hat{k}$ :

$$x' = \left( \frac{\hat{k}}{k_x} \right)^{\frac{1}{2}} x \quad (28)$$

$$y' = \left( \frac{\hat{k}}{k_y} \right)^{\frac{1}{2}} y \quad (29)$$

$$z' = \left( \frac{\hat{k}}{k_z} \right)^{\frac{1}{2}} z \quad (30)$$

Incluyendo el nuevo sistema coordenado dentro de la ecuación (27):

$$\frac{\partial}{\partial x'} \frac{\partial x'}{\partial x} \left( k_x \frac{p}{Z\mu} \frac{\partial p}{\partial x'} \frac{\partial x'}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y'} \frac{\partial y'}{\partial y} \left( k_y \frac{p}{Z\mu} \frac{\partial p}{\partial y'} \frac{\partial y'}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z'} \frac{\partial z'}{\partial z} \left( k_z \frac{p}{Z\mu} \frac{\partial p}{\partial z'} \frac{\partial z'}{\partial z} \right) = \mu \phi C_t \frac{p}{Z\mu} \frac{\partial p}{\partial t}$$

Relacionando el valor de las derivadas  $\frac{\partial x'}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial y'}{\partial y}$  y  $\frac{\partial z'}{\partial z}$  con las ecuaciones (28), (29) y (30) se tiene:

$$\frac{\partial}{\partial x'} \left( \frac{\hat{k}}{k_x} \right)^{\frac{1}{2}} \left( k_x \frac{p}{Z\mu} \frac{\partial p}{\partial x'} \left( \frac{\hat{k}}{k_x} \right)^{\frac{1}{2}} \right) + \frac{\partial}{\partial y'} \left( \frac{\hat{k}}{k_y} \right)^{\frac{1}{2}} \left( k_y \frac{p}{Z\mu} \frac{\partial p}{\partial y'} \left( \frac{\hat{k}}{k_y} \right)^{\frac{1}{2}} \right) + \frac{\partial}{\partial z'} \left( \frac{\hat{k}}{k_z} \right)^{\frac{1}{2}} \left( k_z \frac{p}{Z\mu} \frac{\partial p}{\partial z'} \left( \frac{\hat{k}}{k_z} \right)^{\frac{1}{2}} \right) = \mu \phi C_t \frac{p}{Z\mu} \frac{\partial p}{\partial t}$$

Simplificado la ecuación en función de una única permeabilidad equivalente:

$$\frac{\partial}{\partial x'} \hat{k} \left( \frac{p}{Z\mu} \frac{\partial p}{\partial x'} \right) + \frac{\partial}{\partial y'} \hat{k} \left( \frac{p}{Z\mu} \frac{\partial p}{\partial y'} \right) + \frac{\partial}{\partial z'} \hat{k} \left( \frac{p}{Z\mu} \frac{\partial p}{\partial z'} \right) = \mu \phi C_t \frac{p}{Z\mu} \frac{\partial p}{\partial t}$$

Se asume el valor de la permeabilidad equivalente como constante obteniendo así la ecuación de difusividad para un sistema anisotrópico de gas:

$$\frac{\partial}{\partial x'} \left( \frac{p}{Z\mu} \frac{\partial p}{\partial x'} \right) + \frac{\partial}{\partial y'} \left( \frac{p}{Z\mu} \frac{\partial p}{\partial y'} \right) + \frac{\partial}{\partial z'} \left( \frac{p}{Z\mu} \frac{\partial p}{\partial z'} \right) = \frac{\mu \phi C_t}{\hat{k}} \frac{p}{Z\mu} \frac{\partial p}{\partial t}$$

Utilizando el concepto de pseudopresión de la ecuación (19) se tiene:

$$\frac{\partial}{\partial x'} \left( \frac{\partial \psi}{\partial x'} \right) + \frac{\partial}{\partial y'} \left( \frac{\partial \psi}{\partial y'} \right) + \frac{\partial}{\partial z'} \left( \frac{\partial \psi}{\partial z'} \right) = \frac{\mu \phi C_t}{\hat{k}} \frac{\partial \psi}{\partial t}$$

En el proceso de transformación de un sistema coordenado a otro el área de drenaje muda de forma, pero su valor permanece constante; de esta manera si el volumen de drenaje inicial se asemeja a una esfera, y al representarlo en el nuevo sistema coordenado se obtiene un elipsoide, el volumen de drenaje de los dos sistemas debe ser el mismo.

Por tanto partiendo de la ecuación de la esfera se puede definir la ecuación equivalente para la elipse:

$$x^2 + y^2 + z^2 = r^2$$

Tomando los valores de x, y y z de las ecuaciones (28), (29) y (30), la anterior ecuación puede ser escrita como:

$$\left[ \left( \frac{k_x}{\hat{k}} \right)^{\frac{1}{2}} x' \right]^2 + \left[ \left( \frac{k_y}{\hat{k}} \right)^{\frac{1}{2}} y' \right]^2 + \left[ \left( \frac{k_z}{\hat{k}} \right)^{\frac{1}{2}} z' \right]^2 = r^2$$

Simplificando:

$$\left( \frac{k_x}{\hat{k}} \right) x'^2 + \left( \frac{k_y}{\hat{k}} \right) y'^2 + \left( \frac{k_z}{\hat{k}} \right) z'^2 = r^2$$

Adaptando la anterior ecuación con la forma general de la ecuación de un elipsoide, se tiene:

$$\frac{x'^2}{r^2 \left( \frac{\hat{k}}{k_x} \right)} + \frac{y'^2}{r^2 \left( \frac{\hat{k}}{k_y} \right)} + \frac{z'^2}{r^2 \left( \frac{\hat{k}}{k_z} \right)} = 1$$

$$\frac{x'^2}{a^2} + \frac{y'^2}{b^2} + \frac{z'^2}{c^2} = 1$$

En la anterior ecuación los valores de a, b y c, corresponden a:

$$a = r \left( \frac{\hat{k}}{k_x} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (31)$$

$$b = r \left( \frac{\hat{k}}{k_y} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (32)$$

$$c = r \left( \frac{\hat{k}}{k_z} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (33)$$

Teniendo en cuenta que los volúmenes de los dos sistemas deben ser iguales se cumple:

$$\Delta x \Delta y \Delta z = \Delta x' \Delta y' \Delta z'$$

Ahora, sustituyendo los valores de  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\Delta z$ ; de las ecuaciones (28), (29) y (30):

$$\Delta x' \Delta y' \Delta z' = \left( \frac{\hat{k}}{k_x} \right)^{\frac{1}{2}} \Delta x' \left( \frac{\hat{k}}{k_y} \right)^{\frac{1}{2}} \Delta y' \left( \frac{\hat{k}}{k_z} \right)^{\frac{1}{2}} \Delta z'$$

Se tiene el valor de la permeabilidad equivalente:

$$\hat{k} = \sqrt[3]{k_x k_y k_z} \quad (34)$$

Finalmente se comprueba que los dos volúmenes, correspondientes a la esfera y al elipsoide, utilizando las ecuaciones (31), (32), (33) y (34), son equivalentes como se muestra a continuación:

$$V_{\text{esfera}} = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$V_{\text{elipsoide}} = \frac{4}{3} \pi abc = \frac{4}{3} \pi r \left(\frac{\hat{k}}{k_x}\right)^{\frac{1}{2}} r \left(\frac{\hat{k}}{k_y}\right)^{\frac{1}{2}} r \left(\frac{\hat{k}}{k_z}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{4}{3} \pi r^3$$

**1.5.2 EDH para un sistema anisotrópico radial.** Para definir la ecuación de difusividad para un sistema anisotrópico radial en donde el valor de la permeabilidad es diferente en las direcciones espaciales ( $k_r, k_z$ ), se parte de la ecuación correspondiente para dicho sistema:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r k_r \frac{p}{Z\mu} \frac{\partial p}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( k_z \frac{p}{Z\mu} \frac{\partial p}{\partial z} \right) = \mu \phi C_t \frac{p}{Z\mu} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (35)$$

En donde se define un nuevo sistema coordenado equivalente que permita trabajar el sistema anisotrópico como un isotrópico con la inclusión de una permeabilidad equivalente  $\hat{k}$ :

$$r' = \left(\frac{\hat{k}}{k_r}\right)^{\frac{1}{2}} r \quad (36)$$

$$z' = \left(\frac{\hat{k}}{k_z}\right)^{\frac{1}{2}} z \quad (37)$$

Incluyendo el nuevo sistema coordenado dentro de la ecuación (35):

$$\frac{1}{r'} \frac{\partial}{\partial r'} \frac{\partial r'}{\partial r} \left( r k_r \frac{p}{Z\mu} \frac{\partial p}{\partial r'} \frac{\partial r'}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z'} \frac{\partial z'}{\partial z} \left( k_z \frac{p}{Z\mu} \frac{\partial p}{\partial z'} \frac{\partial z'}{\partial z} \right) = \mu \phi C_t \frac{p}{Z\mu} \frac{\partial p}{\partial t}$$

Relacionando el valor de  $r$  y de las derivadas  $\frac{\partial r'}{\partial r}$  y  $\frac{\partial z'}{\partial z}$  con los valores de las ecuaciones (36) y (37):

$$\frac{1}{r'} \left( \frac{\hat{k}}{k_r} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{\partial}{\partial r'} \left( \frac{\hat{k}}{k_r} \right)^{\frac{1}{2}} \left( r' \left( \frac{k_r}{\hat{k}} \right)^{\frac{1}{2}} k_r \frac{p}{Z\mu} \frac{\partial p}{\partial r'} \left( \frac{\hat{k}}{k_r} \right)^{\frac{1}{2}} \right) + \frac{\partial}{\partial z'} \left( \frac{\hat{k}}{k_z} \right)^{\frac{1}{2}} \left( k_z \frac{p}{Z\mu} \frac{\partial p}{\partial z'} \left( \frac{\hat{k}}{k_z} \right)^{\frac{1}{2}} \right) = \mu \phi C_t \frac{p}{Z\mu} \frac{\partial p}{\partial t}$$

Simplificado la ecuación en función de una única permeabilidad equivalente:

$$\frac{1}{r'} \frac{\partial}{\partial r'} \hat{k} \left( r' \frac{p}{Z\mu} \frac{\partial p}{\partial r'} \right) + \frac{\partial}{\partial z'} \hat{k} \left( \frac{p}{Z\mu} \frac{\partial p}{\partial z'} \right) = \mu \phi C_t \frac{p}{Z\mu} \frac{\partial p}{\partial t}$$

Se asume el valor de la permeabilidad equivalente como constante obteniendo así la ecuación de difusividad para un sistema anisotrópico de gas:

$$\frac{1}{r'} \frac{\partial}{\partial r'} \left( r' \frac{p}{Z\mu} \frac{\partial p}{\partial r'} \right) + \frac{\partial}{\partial z'} \left( \frac{p}{Z\mu} \frac{\partial p}{\partial z'} \right) = \frac{\mu \phi C_t}{\hat{k}} \frac{p}{Z\mu} \frac{\partial p}{\partial t}$$

Empleando el concepto de pseudopresión de la ecuación (21) se tiene:

$$\frac{1}{r'} \frac{\partial}{\partial r'} \left( r' \frac{\partial \psi}{\partial r'} \right) + \frac{\partial}{\partial z'} \left( \frac{\partial \psi}{\partial z'} \right) = \frac{\mu \phi C_t}{\hat{k}} \frac{\partial \psi}{\partial t} \quad (38)$$

Teniendo en cuenta que los volúmenes (cilindros) de los dos sistemas deben ser iguales se cumple:

$$\pi \Delta r^2 \Delta z = \pi \Delta r'^2 \Delta z'$$

Ahora, sustituyendo los valores de  $\Delta r'$  y  $\Delta z'$ ; de las ecuaciones (36) y (37):

$$\pi \Delta r'^2 \Delta z' = \pi \left( \frac{\hat{k}}{k_x} \right) \Delta r^2 \left( \frac{\hat{k}}{k_z} \right)^{\frac{1}{2}} \Delta z$$

Se tiene el valor de la permeabilidad equivalente:

$$\hat{k} = \sqrt[3]{k_r^2 k_z} \quad (39)$$

Finalmente, definiendo los efectos del flujo en la dirección  $z$  como despreciable en comparación a la dirección radial dentro del potencial de flujo, se puede definir la ecuación (38) como:

$$\frac{1}{r'} \frac{\partial}{\partial r'} \left( r' \frac{\partial \psi}{\partial r'} \right) = \frac{\mu \phi C_t}{\hat{k}} \frac{\partial \psi}{\partial t}$$

La anterior ecuación define un sistema radial anisotrópico con una permeabilidad equivalente  $\hat{k}$ , cuyo valor está definido por la ecuación (39).

La ecuación equivalente para un sistema radial isotrópico es:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) = \frac{\mu \phi C_t}{k} \frac{\partial \psi}{\partial t}$$

## 1.6 PARÁMETROS ADIMENSIONALES

Los parámetros adimensionales muestran una visión general del comportamiento de las variables medidas, más no un comportamiento físico exacto.

**1.6.1 Para presión.** Se definen las condiciones: inicial (CI), de contorno interna (CCI) y de contorno externa (CCE) como se muestra a continuación:

CI:

$$p_{t=0} = p_i$$

CCI: Caudal constante.

$$q = (v \cdot A)_r = \left( \frac{2\pi r k h}{\mu} \frac{\partial p}{\partial r} \right)_{r=r_w}$$

CCE:

$$p_{r=re} = p_i$$

Dividiendo las ecuaciones de estado para condiciones estándar y para cualquier escenario termodinámico, ecuaciones (40) y (41), se obtiene la ecuación (42):

$$p_{sc} q_{sc} t = n R T_{sc} Z_{sc} \quad (40)$$

$$p q t = n R T \bar{z} \quad (41)$$

$$\frac{p_{sc}q_{sc}}{pq} = \frac{T_{sc}}{T\bar{z}} \quad (42)$$

Introduciendo la ecuación (42) dentro de la condición de contorno interna:

$$\left( r \frac{\partial p}{\partial r} \right)_{r_w} = \frac{p_{sc}q_{sc}\bar{\mu}}{2\pi kh p} \frac{T\bar{z}}{T_{sc}} \quad (43)$$

Teniendo en cuenta que el diferencial de presión está definido por:

$$\Delta p = p_i - p$$

Se tiene:

$$r_D = r/r_w$$

$$\Delta p'_D = \frac{p_i - p}{p_i}$$

Con estos parámetros la ecuación (43) puede escribirse como:

$$\left( r_D \frac{\partial \Delta p'_D}{\partial r_D} \right)_{r_D=1} = - \frac{p_{sc}q_{sc}\bar{\mu}}{p_i 2\pi kh p} \frac{T\bar{z}}{T_{sc}} \quad (44)$$

Tomando el caudal adimensional como:

$$q_D = \frac{p_{sc}q_{sc}\bar{\mu}}{p_i 2\pi kh p} \frac{T\bar{z}}{T_{sc}}$$

Incluyendo la anterior ecuación dentro de la ecuación (44):

$$\left[ r_D \frac{\partial}{\partial r_D} \left( \frac{\Delta p'_D}{q_D} \right) \right]_{r_D=1} = -1$$

Tomando la caída de presión como:

$$\Delta p_D = \Delta p'_D / q_D = \frac{p_i - p}{p_i q_D}$$

Se tiene:

$$\left[ r_D \frac{\partial}{\partial r_D} (\Delta p_D) \right]_{r_D=1} = -1$$

Con lo anterior, la ecuación (17) puede escribirse como:

$$\frac{1}{r_D} \frac{\partial}{\partial r_D} \left[ r_D \frac{\partial}{\partial r_D} (\Delta p_D) \right] = \frac{\bar{\mu} \phi C_t r_w^2}{k} \frac{\partial}{\partial t} (\Delta p_D)$$

Definiendo el tiempo adimensional como:

$$t_D = \frac{kt}{\bar{\mu} \phi C_t r_w^2}$$

Se obtiene la ecuación de difusividad para gas expresada en términos de variables adimensionales:

$$\frac{1}{r_D} \frac{\partial}{\partial r_D} \left[ r_D \frac{\partial}{\partial r_D} (\Delta p_D) \right] = \frac{\partial}{\partial t_D} (\Delta p_D) \quad (45)$$

Las condiciones iniciales de esta ecuación son las siguientes:

CI:

$$\Delta p_{D(t_D=0)} = 0$$

CCI:

$$\left[ r_D \frac{\partial}{\partial r_D} (\Delta p_D) \right]_{r_D=1} = -1$$

CCE:

$$\Delta p_{D(r_D=\infty)} = 0$$

Las variables adimensionales de la ecuación (45) en unidades de campo están definidas así:

$$t_D = \frac{0.0002637kt}{\bar{\mu} \phi C_t r_w^2}$$

$$\Delta p_D = \frac{p_i - p}{p_i q_D}$$

$$q_D = \frac{7.085 \cdot 10^5 q_{sc} \bar{\mu} T \bar{z}}{p_i k h}$$

En donde: permeabilidad de la formación  $k$  en mD; tiempo  $t$  en horas; porosidad  $\phi$  en fracción; viscosidad promedio del gas  $\bar{\mu}$  en cp; temperatura del yacimiento  $T$  y la temperatura base  $T_{sc}$  en °R; factor de compresibilidad del gas a temperatura promedio  $\bar{C}_g$ ; la presión adimensional del yacimiento  $\Delta P_D$ , la presión inicial del yacimiento  $P_i$  y la presión base  $P_{sc}$  en psia; el espesor del yacimiento  $h$  en ft; el caudal de gas  $q_{sc}$  en mmscfd; y la compresibilidad total  $C_t$  en psi<sup>-1</sup>.

### 1.6.2 Para presiones cuadradas.

$$t_D = \frac{0.0002637kt}{\bar{\mu} \phi C_t r_w^2}$$

$$\Delta p_D = \frac{p_i^2 - p^2}{p_i^2 q_D}$$

$$q_D = \frac{1.417 \cdot 10^6 q_{sc} \bar{\mu} T \bar{z}}{p_i^2 k h}$$

### 1.6.3 Para pseudopresiones.

$$t_D = \frac{0.0002637kt}{\bar{\mu} \phi C_t r_w^2}$$

$$\Delta p_D = \frac{\psi_i - \psi_{wf}}{\psi_i q_D}$$

$$q_D = \frac{1.417 \cdot 10^6 q_{sc} T}{\psi_i k h}$$

## 2. SOLUCIÓN DE LA EDH

### 2.1 SOLUCIÓN DE LA EDH SEGÚN EL ESTADO DE FLUJO

**2.1.1 Estado estable.** En el estado estable la variación de la presión en cualquier punto del yacimiento con respecto al tiempo es igual a cero, debido a que existe una fuente externa que alimenta al yacimiento. Esta condición está dada por:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = 0 \quad (46)$$

Se definen las condiciones: inicial (CI), de contorno interna (CCI) y de contorno externa (CCE) como se muestra a continuación:

CI:

$$\Psi_{(r,t=0)} = \Psi_e$$

CCI: Caudal constante.

$$q = (v \cdot A)_r = \left( \frac{2\pi r k h}{\mu} \frac{dp}{dr} \right)_{r=r_w} = \left( \frac{\pi r k h z}{\rho} \frac{d\Psi}{dr} \right)_{r=r_w}$$

CCE:

$$\Psi_{(r=r_e,t)} = \Psi_e$$

Empleando la ecuación (46) dentro de la ecuación de difusividad radial en términos de pseudopresiones, ecuación (25), se tiene:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial \Psi}{\partial r} \right)_r = 0$$

Integrando la anterior ecuación:

$$r \frac{\partial \Psi}{\partial r} = c$$

En donde  $c$  es una constante de integración.

Sustituyendo la condición de contorno interna dentro de la anterior ecuación, se tiene:

$$r \frac{\partial \psi}{\partial r} = \frac{qp}{\pi khz}$$

Reescribiendo la ecuación en función del caudal en condiciones estándar:

$$r \frac{\partial \psi}{\partial r} = \left( \frac{p_{sc}}{T_{sc}} \right) \frac{q_{sc} T}{\pi kh}$$

Reescribiendo la anterior ecuación e integrando:

$$\int_{\psi_{wf}}^{\psi_e} d\psi = \left( \frac{p_{sc}}{T_{sc}} \right) \frac{q_{sc} T}{\pi kh} \int_{r_{wf}}^{r_e} \frac{1}{r} dr$$

$$\psi_e - \psi_{wf} = \left( \frac{p_{sc}}{T_{sc}} \right) \frac{q_{sc} T}{\pi kh} \ln \left( \frac{r_e}{r_{wf}} \right)$$

Así, el caudal a condiciones estándar estará definido por:

$$q_{sc} = \frac{\pi kh}{T} \left( \frac{T_{sc}}{p_{sc}} \right) \frac{(\psi_e - \psi_{wf})}{\ln \left( \frac{r_e}{r_{wf}} \right)}$$

Por tanto el caudal a condiciones estándar en unidades de campo será:

$$q_{sc} = 703 \cdot 10^{-6} \frac{kh(\psi_e - \psi_{wf})}{T \ln \left( \frac{r_e}{r_{wf}} \right)}$$

Con  $q_{sc}$  en Mscf/d,  $k$  en md,  $h$  en ft,  $\psi$  en  $\text{psi}^2/\text{cp}$ ,  $T$  en  $^{\circ}\text{R}$  y  $r$  en ft.

Los valores de pseudopresión están definidos en función de la viscosidad y el factor de compresibilidad, los cuales pueden calcularse a través de las correlaciones de Lee-Gonzales-Eakin en función de presión:

$$\mu_g = 10^{-4} K \exp \left[ X \left( \frac{\rho_g}{62.4} \right)^Y \right]$$

Los valores de  $K$ ,  $X$  y  $Y$  están dados por las siguientes correlaciones:

$$K = \frac{(9.4 + 0.02M_a)T^{1.5}}{209 + 19M_a + T}$$

$$X = 3.5 + \frac{986}{T} + 0.01M_a$$

$$Y = 2.4 - 0.2X$$

Con  $\mu_g$  en cp,  $\rho_g$  en lb/ft<sup>3</sup>,  $M_a$  en g/mol o lb/lbmol y  $T$  en °R.

Para el cálculo del factor de compresibilidad, existe la correlación de Standing que utiliza variables pseudoreducidas:

$$z = A + (1-A) \exp(-E) + FP_{pr}^G$$

Los valores de A, B, C, D, E, F y G están dados por las siguientes correlaciones:

$$A = 1.39(T_{pr} - 0.92)^{0.5} - 0.36T_{pr} - 0.101$$

$$B = (0.62 - 0.23T_{pr})P_{pr}$$

$$C = \left[ \frac{0.066}{T_{pr} - 0.86} - 0.037 \right] P_{pr}^2$$

$$D = \frac{0.32}{10^{9(T_{pr}-1)}} P_{pr}^6$$

$$E = B + C + D$$

$$F = 0.132 - 0.32 \text{Log} T_{pr}$$

$$G = 10^{0.3106 - 0.49T_{pr} + 0.18247T_{pr}^2}$$

El caudal a condiciones estándar también puede calcularse con la aproximación de presiones cuadradas, teniendo en cuenta que la viscosidad en cP y el factor de compresibilidad son valores medios entre  $P_e$  y  $P_{wf}$ .

$$q_{sc} = 703 \cdot 10^{-6} \frac{kh(P_e^2 - P_{wf}^2)}{\bar{\mu} \bar{z} T \ln\left(\frac{r_e}{r_{wf}}\right)}$$

**2.1.2 Estado pseudoestable.** En el estado pseudoestable la variación de la presión en cualquier punto del yacimiento es una función constante con respecto al tiempo, debido a esto el yacimiento entra en un proceso de declinación. Esta condición está dada por:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \text{cte}$$

Se definen las condiciones: inicial (CI), de contorno interna (CCI) y de contorno externa (CCE) como se muestra a continuación:

CI:

$$\Psi_{(r,t=0)} = \Psi_e$$

CCI: Caudal constante.

$$q = (v \cdot A)_r = \left( \frac{2\pi r k h}{\mu} \frac{dp}{dr} \right)_{r=r_w} = \left( \frac{\pi r k h z}{\rho} \frac{d\Psi}{dr} \right)_{r=r_w}$$

CCE:

$$\Psi_{(r=r_e)} = 0$$

El valor de la variación de presión en función del tiempo se obtendrá a partir del diferencial de volumen existente, de acuerdo a la ecuación de compresibilidad:

$$dv = -C_t V dp = -C_t \pi r_e^2 h \phi dp$$

Dividiendo por el diferencial de tiempo se tendrá:

$$\frac{dv}{dt} = -C_t \pi r_e^2 h \phi \frac{dp}{dt} = q$$

$$\frac{dp}{dt} = \frac{q}{-C_t \pi h \phi r_e^2}$$

Aplicando pseudopresiones:

$$\frac{d\Psi}{dt} = - \frac{2pq}{\mu z C_t \pi h \phi r_e^2}$$

Incluyendo la anterior ecuación dentro de la ecuación (25):

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) = - \frac{\bar{\mu} \phi C_t}{k} \frac{2pq}{\bar{\mu} z C_t \pi h \phi r_e^2} = - \frac{2pq}{\pi r_e^2 k h \bar{z}}$$

Integrando:

$$r \frac{\partial \psi}{\partial r} = - \frac{pqr^2}{\pi r_e^2 k h \bar{z}} + c$$

Utilizando la condición de contorno externa para calcular el valor de la constante de integración:

$$c = \frac{pq}{\pi k h \bar{z}}$$

Reemplazando el valor de la constante:

$$r \frac{\partial \psi}{\partial r} = - \frac{pqr^2}{\pi r_e^2 k h \bar{z}} + \frac{pq}{\pi k h \bar{z}}$$

Integrando:

$$\psi_e - \psi_{wf} = \frac{pq}{\pi k h \bar{z}} \left[ \ln \left( \frac{r_e}{r_{wf}} \right) - \frac{1}{2} + \frac{r_{wf}^2}{2r_e^2} \right]$$

Debido a que el valor de  $r_e$  es mucho mayor que  $r_{wf}$ , se puede despreciar el efecto del último término en la ecuación.

$$\psi_e - \psi_{wf} = \frac{pq}{\pi k h \bar{z}} \left[ \ln \left( \frac{r_e}{r_{wf}} \right) - \frac{1}{2} \right]$$

Resolviendo para el caudal en condiciones estándar:

$$q_{sc} = \frac{\pi k h (\psi_e - \psi_{wf}) T_{sc}}{T \left[ \ln \left( \frac{r_e}{r_{wf}} \right) - \frac{1}{2} \right] p_{sc}}$$

Utilizando unidades de campo:

$$q_{sc} = 703 \cdot 10^{-6} \frac{kh(\psi_e - \psi_{wf})}{T \left[ \ln \left( \frac{r_e}{r_{wf}} \right) - \frac{1}{2} \right]}$$

Con  $q_{sc}$  en Mscf/d,  $k$  en md,  $h$  en ft,  $\psi$  en psi<sup>2</sup>/cp,  $T$  en °R y  $r$  en ft.

La ecuación anterior puede expresarse en función de la presión media del yacimiento, dada por:

$$p_r = \frac{p_e + p_{wf}}{2}$$

$$q_{sc} = 703 \cdot 10^{-6} \frac{kh(\psi_{p_r} - \psi_{wf})}{T \left[ \ln\left(\frac{r_e}{r_{wf}}\right) - \frac{3}{4} \right]}$$

El caudal a condiciones estándar también puede calcularse con la aproximación de presiones cuadradas, teniendo en cuenta que la viscosidad en cP y el factor de compresibilidad son valores medios entre  $P_e$  y  $P_{wf}$ .

$$q_{sc} = 703 \cdot 10^{-6} \frac{kh(p_r^2 - p_{wf}^2)}{\bar{\mu} \bar{z} T \left[ \ln\left(\frac{r_e}{r_{wf}}\right) - \frac{3}{4} \right]}$$

**2.1.3 Estado transitorio.** El estado inestable o régimen transitorio de un pozo, se genera cuando este alcanza los límites del yacimiento o presenta una interferencia en el flujo debido a la acción de un pozo vecino. A pesar de que la capacidad de flujo de un pozo está definida a condiciones estabilizadas o pseudoestabilizadas, mucha información de importancia puede ser obtenida a partir de pruebas en el régimen transitorio, entre estas se incluye la permeabilidad, el daño de la formación, el coeficiente de turbulencia y la presión promedio del yacimiento.

En este estado, la variación de la presión con respecto al tiempo es variable, así:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \text{variable}$$

Se definen las condiciones: inicial (CI), de contorno interna (CCI) y de contorno externa (CCE) como se muestra a continuación:

CI:

$$\Psi_{(t_D=0)} = \Psi_i$$

CCI:

$$\lim_{r \rightarrow 0} r \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{q\mu}{2\pi kh} \rightarrow \lim_{r \rightarrow 0} r \frac{\partial \psi}{\partial r} = \frac{2p}{\mu z} \frac{q\mu}{2\pi kh}$$

CCE:

$$\Psi_{(r=\infty)} = \Psi_i$$

Para resolver la ecuación de difusividad, ecuación (25); se utiliza la transformada de Boltzmann con la inclusión de un nuevo parámetro s:

$$s = \frac{\emptyset \mu C_t r^2}{4kt}$$

A partir de la anterior ecuación se obtiene el valor de sus derivadas parciales:

$$\frac{\partial s}{\partial r} = \frac{\emptyset \mu C_t r}{2kt} \quad (47)$$

$$\frac{\partial s}{\partial t} = -\frac{\emptyset \mu C_t r^2}{2kt} \quad (48)$$

La ecuación (25) puede ser escrita en función de s:

$$\frac{1}{r} \frac{d}{ds} \left( r \frac{d\psi}{ds} \frac{\partial s}{\partial r} \right) \frac{\partial s}{\partial r} = \frac{\bar{\mu} \emptyset C_t}{k} \frac{d\psi}{ds} \frac{\partial s}{\partial t}$$

Sustituyendo las ecuaciones (47) y (48):

$$\frac{1}{r} \frac{\emptyset \bar{\mu} C_t r}{2kt} \frac{d}{ds} \left( \frac{\emptyset \bar{\mu} C_t r^2}{2kt} \frac{d\psi}{ds} \right) = - \left( \frac{\emptyset \bar{\mu} C_t r}{2kt} \right)^2 \frac{d\psi}{ds}$$

Empleando el valor de s para reducir la ecuación:

$$\frac{d}{ds} \left( s \frac{d\psi}{ds} \right) = -s \frac{d\psi}{ds}$$

Aplicando la regla de la cadena:

$$\frac{d\psi}{ds} + s \frac{d}{ds} \left( \frac{d\psi}{ds} \right) = -s \frac{d\psi}{ds}$$

Considerando  $\frac{d\psi}{ds} = \psi'$ , se observa que la ecuación anterior posee la forma de una ecuación diferencial ordinaria:

$$\psi' + s \frac{d\psi'}{ds} = -s\psi'$$

Y por tanto su solución está dada por:

$$\frac{d\psi'}{\psi'} = -\frac{s+1}{s} ds$$

Integrando:

$$\ln \psi' = -\ln s - 1 + c$$

$$\psi' = \frac{ce^{-s}}{s} \quad (49)$$

El valor de c puede ser obtenido a partir de la condición de contorno interna y del valor de s:

$$r \frac{\partial \psi}{\partial r} = r \frac{\partial \psi}{\partial s} \frac{\partial s}{\partial r} = 2s \frac{\partial \psi}{\partial s} = \frac{2p}{\bar{\mu} z} \frac{q\bar{\mu}}{2\pi kh}$$

$$2s\psi' = \frac{2p}{\bar{\mu} z} \frac{q\bar{\mu}}{2\pi kh}$$

Reemplazando el valor de  $\psi'$ :

$$2s \frac{ce^{-s}}{s} = \frac{2p}{\bar{\mu} z} \frac{q\bar{\mu}}{2\pi kh}$$

Resolviendo para c:

$$c = \frac{2p}{\bar{\mu} z} \frac{e^s q\bar{\mu}}{4\pi kh}$$

Teniendo en cuenta que r tiende a cero, se deduce que s como función de r también lo hace, por tanto el valor de c es:

$$c = \frac{2p}{\bar{\mu} z} \frac{q\bar{\mu}}{4\pi kh}$$

Reemplazando el valor de la constante dentro de la ecuación (49):

$$\psi' = \frac{2p}{\bar{\mu}z} \frac{q\bar{\mu}}{4\pi kh} \frac{e^{-s}}{s}$$

Integrando, usando la condición inicial y teniendo en cuenta que a  $t=0$ ,  $s$  tiende a infinito y a  $t$  diferente de 0,  $s$  tiene un valor definido:

$$\int_{\rho_i}^{\rho} d\psi = \frac{2p}{\bar{\mu}z} \frac{q\bar{\mu}}{4\pi kh} \int_{\frac{\phi\bar{\mu}C_t r^2}{4kt}}^{\infty} \frac{e^{-s}}{s} ds$$

Resolviendo la integral se obtiene la solución de la línea fuente:

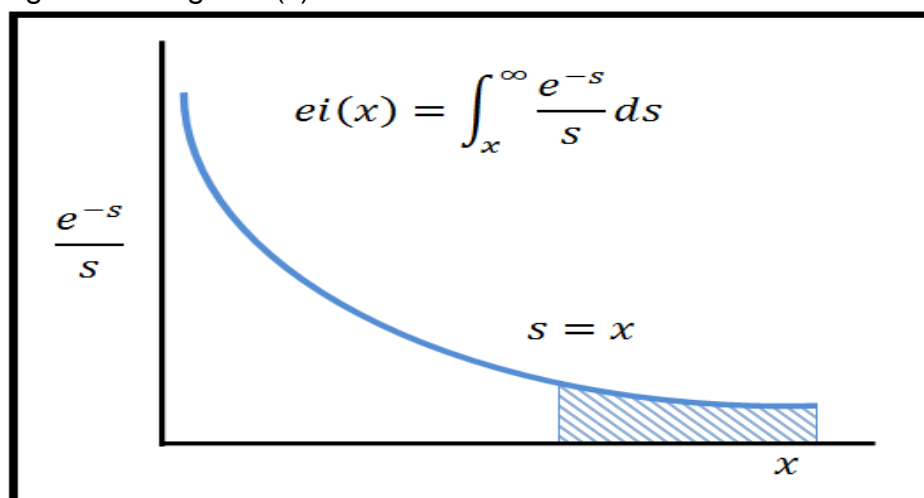
$$\psi = \psi_i - \frac{2p}{\bar{\mu}z} \frac{q\bar{\mu}}{4\pi kh} \int_{\frac{\phi\bar{\mu}C_t r^2}{4kt}}^{\infty} \frac{e^{-s}}{s} ds$$

Reescribiendo la ecuación anterior en función del caudal en condiciones estándar se tiene:

$$\psi = \psi_i - \frac{711q_{sc}T}{kh} \int_{\frac{\phi\bar{\mu}C_t r^2}{4kt}}^{\infty} \frac{e^{-s}}{s} ds = \psi_i - \frac{711q_{sc}T}{kh} \text{ei}\left(\frac{r_D^2}{4t_D}\right) \quad (50)$$

La integral es conocida como la integral exponencial  $\text{ei}(x)$  y toma valores grandes cuando  $x$  es pequeño, tal y como se muestra en la figura 4.

Figura 4. Integral  $\text{ei}(x)$ .



La función  $ei(x)$  puede se puede aproximar con una función logarítmica para valores de  $x < 0.01$ :

$$ei(x) = -\ln x - 0.5772$$

$$\gamma = e^{0.5772} = 1.781$$

En donde 0.5772 es la constante de Euler y por tanto la aproximación logarítmica sería:

$$ei(x) = -\ln(\gamma x) \quad x < 0.01$$

Los valores de  $ei(x)$  pueden ser obtenidos a partir de las tablas 3, 4 y 5, utilizando el valor de  $x$  respectivo.

Tabla 3. Valores de  $ei(x)$  para  $0.000 < x < 0.209$ .

<b><math>-Ei(-x)</math>, <math>0.000 &lt; x &lt; 0.209</math>, intervalo = 0.001</b>										
<b>X</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>
<b>0.00</b>	$\infty$	6.332	5.639	5.235	4.948	4.726	4.645	4.392	4.259	4.142
<b>0.01</b>	4.038	3.944	3.858	3.779	3.705	3.637	3.574	3.514	3.458	3.405
<b>0.02</b>	3.355	3.307	3.261	3.218	3.176	3.137	3.098	3.062	3.026	2.992
<b>0.03</b>	2.959	2.927	2.897	2.867	2.838	2.810	2.783	2.756	2.731	2.706
<b>0.04</b>	2.681	2.658	2.634	2.612	2.590	2.568	2.547	2.527	2.507	2.487
<b>0.05</b>	2.468	2.449	2.431	2.413	2.395	2.378	2.360	2.344	2.327	2.311
<b>0.06</b>	2.295	2.280	2.265	2.249	2.235	2.220	2.206	2.192	2.178	2.164
<b>0.07</b>	2.251	2.138	2.125	2.112	2.099	2.087	2.074	2.062	2.050	2.039
<b>0.08</b>	2.027	2.016	2.004	1.993	1.982	1.971	1.960	1.950	1.939	1.929
<b>0.09</b>	1.919	1.909	1.899	1.889	1.879	1.870	1.860	1.851	1.841	1.832
<b>0.10</b>	1.823	1.814	1.805	1.796	1.788	1.770	1.770	1.762	1.754	1.745
<b>0.11</b>	1.737	1.729	1.721	1.713	1.705	1.697	1.690	1.682	1.675	1.667
<b>0.12</b>	1.660	1.652	1.645	1.638	1.631	1.623	1.616	1.609	1.603	1.696
<b>0.13</b>	1.589	1.582	1.576	1.569	1.562	1.556	1.549	1.543	1.537	1.530
<b>0.14</b>	1.524	1.518	1.512	1.506	1.500	1.494	1.488	1.482	1.476	1.470
<b>0.15</b>	1.465	1.459	1.453	1.448	1.442	1.436	1.431	1.425	1.420	1.415
<b>0.16</b>	1.409	1.404	1.399	1.393	1.388	1.383	1.378	1.373	1.368	1.363
<b>0.17</b>	1.358	1.353	1.348	1.343	1.338	1.333	1.329	1.324	1.319	1.315
<b>0.18</b>	1.310	1.305	1.301	1.296	1.292	1.287	1.283	1.278	1.274	1.269
<b>0.19</b>	1.265	1.261	1.256	1.252	1.248	1.244	1.239	1.235	1.231	1.227
<b>0.20</b>	1.223	1.219	1.215	1.211	1.207	1.203	1.199	1.195	1.191	1.187

Fuente: Lee SPE well testing 1982.

Tabla 4. Valores de  $e_i(x)$  para  $0.00 < x < 2.09$ .

<b>-Ei(-x), 0.00 &lt; 2.09, intervalo = 0.01</b>										
<b>X</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>
<b>0.0</b>	$\infty$	4.0380	3.3548	2.9592	2.6813	2.4680	2.2954	2.1509	2.0270	1.9188
<b>0.1</b>	1.8230	1.7372	1.6596	1.5890	1.5242	1.4645	1.4092	1.3578	1.3099	1.2649
<b>0.2</b>	1.2227	1.1830	1.1454	1.1099	1.0763	1.0443	1.0139	0.9850	0.9574	0.9310
<b>0.3</b>	0.9057	0.8816	0.8584	0.8362	0.8148	0.7943	0.7745	0.7555	0.7372	0.7195
<b>0.4</b>	0.7024	0.6860	0.6701	0.6547	0.6398	0.6354	0.6114	0.5979	0.5848	0.5721
<b>0.5</b>	0.5598	0.5479	0.5363	0.5350	0.5141	0.5034	0.4931	0.4830	0.4732	0.5721
<b>0.6</b>	0.4544	0.4454	0.4366	0.4281	0.4197	0.4116	0.4036	0.3959	0.3884	0.3810
<b>0.7</b>	0.3738	0.3668	0.3600	0.3533	0.3468	0.3404	0.3342	0.3281	0.3221	0.3163
<b>0.8</b>	0.3107	0.3051	0.2997	0.2944	0.2892	0.2841	0.2791	0.2742	0.2695	0.2648
<b>0.9</b>	0.2602	0.2558	0.2514	0.2471	0.2429	0.2388	0.2348	0.2308	0.2270	0.2232
<b>1.0</b>	0.2194	0.2158	0.2122	0.2087	0.2053	0.2019	0.1986	0.1954	0.1922	0.1891
<b>1.1</b>	0.1861	0.1831	0.1801	0.1772	0.1744	0.1716	0.1689	0.1662	0.1636	0.1610
<b>1.2</b>	0.1585	0.1560	0.1536	0.1512	0.1488	0.1465	0.1442	0.1420	0.1398	0.1377
<b>1.3</b>	0.1355	0.1335	0.1314	0.1294	0.1274	0.1255	0.1236	0.1217	0.1199	0.1181
<b>1.4</b>	0.1163	0.1146	0.1129	0.1112	0.1095	0.1079	0.1063	0.1047	0.1032	0.1016
<b>1.5</b>	0.1002	0.0987	0.0972	0.0958	0.0944	0.0930	0.0917	0.0904	0.0890	0.0878
<b>1.6</b>	0.0865	0.0852	0.0840	0.0828	0.0816	0.0805	0.0793	0.0782	0.0771	0.0760
<b>1.7</b>	0.0749	0.0738	0.0728	0.0718	0.0708	0.0698	0.0679	0.0669	0.0669	0.0660
<b>1.8</b>	0.0651	0.0642	0.0633	0.0624	0.0616	0.0607	0.0599	0.0591	0.0583	0.0575
<b>1.9</b>	0.0567	0.0559	0.0552	0.0545	0.0537	0.0530	0.0523	0.0516	0.0509	0.0503
<b>2.0</b>	0.0496	0.0490	0.0483	0.0477	0.0471	0.0465	0.0459	0.0453	0.0448	0.0432

Fuente: Lee SPE *well testing* 1982.

Tabla 5. Valores de  $e_i(x)$  para  $2.0 < x < 10.9$ .

<b>-Ei(-x), 2.0 &lt; 10.9, intervalo = 0.1</b>										
<b>X</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>
<b>2</b>	4.89	4.26	3.72	3.25	2.84	2.49	2.19	1.92	1.69	1.48
<b>3</b>	1.30	1.15	1.01	8.94	7.89	6.87	6.16	5.45	4.82	4.27
<b>4</b>	3.78	3.35	2.97	2.64	2.34	2.07	1.84	1.64	1.45	1.29
<b>5</b>	1.15	1.02	9.08	8.09	7.19	6.41	5.71	5.09	4.53	4.04
<b>6</b>	3.60	3.21	2.86	2.55	2.28	2.03	1.82	1.62	1.45	1.29
<b>7</b>	1.15	1.03	9.22	8.24	7.36	6.58	5.89	5.26	4.71	4.21
<b>8</b>	3.77	3.37	3.02	2.70	2.42	2.16	1.94	1.73	1.55	1.39
<b>9</b>	1.24	1.11	9.99	8.95	8.02	7.18	6.44	5.77	5.17	4.64
<b>10</b>	4.15	3.73	3.34	3.00	2.68	2.41	2.16	1.94	1.74	1.56x60 <sup>60</sup>

Fuente: Lee SPE *well testing* 1982.

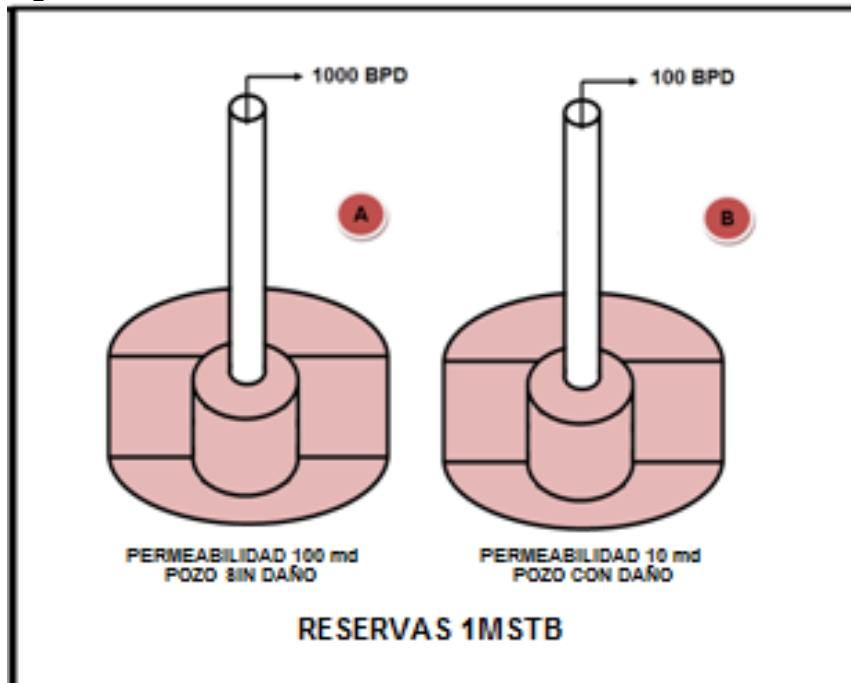
Teniendo en cuenta que  $r = r_w$ , entonces la ecuación (50) puede ser escrita como:

$$\psi_i = \psi_{wf} + \frac{711q_{sc}T}{kh} \ln \left( \frac{4kt}{\gamma\phi\bar{\mu}C_t r_w^2} \right)$$

## 2.2 SOLUCIÓN DE LA EDH PARA FLUJO TURBULENTO

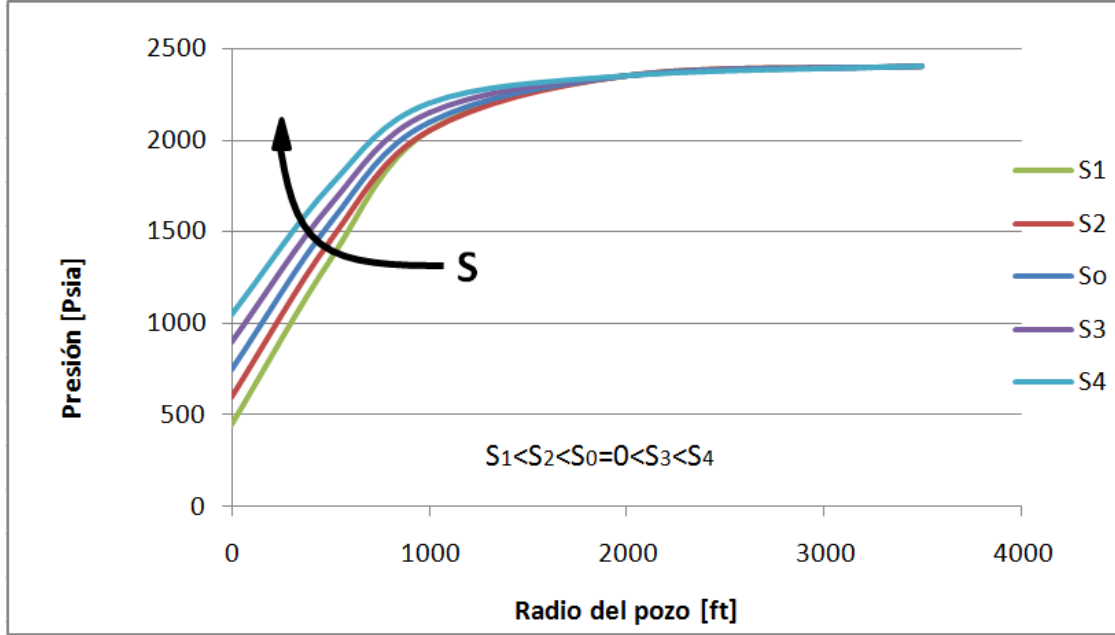
**2.2.1 Daño a la formación.** Durante los procesos de perforación y producción, la permeabilidad de la formación cerca de la cara del pozo experimenta una reducción en su valor, lo cual conlleva a una caída de presión. Este efecto se conoce como el factor *skin* o daño a la formación.

Figura 5. Efecto del daño en la formación.



El daño a la formación es una unidad adimensional, que al tomar un valor positivo muestra reducción de la permeabilidad (daño), un valor negativo significa incremento en la permeabilidad (estimulado) y un valor nulo representa la ausencia de cambios en el valor de la permeabilidad. El daño se encuentra directamente relacionado con la presión en el fondo del pozo, tal y como se muestra en la figura 6.

Figura 6. Influencia del daño.



En cuanto al radio del pozo, un daño positivo creará el efecto de tener un radio menor, mientras que un daño negativo creará un efecto de radio mayor. Dicho radio efectivo puede calcularse a partir de la siguiente ecuación:

$$r_{\text{efectivo}} = r_{\text{wf}} e^{-S}$$

Algunos factores causantes del daño son<sup>6</sup>:

- Invasión de los fluidos de perforación.
- Penetración parcial del pozo.
- Completamiento parcial.
- Taponamiento de las perforaciones.
- Precipitación orgánica/inorgánica.
- Densidad de perforación inadecuada o perforación limitada.
- Crecimiento bacteriano.

<sup>6</sup>ESCOBAR M., Freddy Humberto. Análisis Moderno De Presiones De Pozo. Neiva, Huila, Noviembre de 2003. Pág. 48.

- Dispersión de arcillas.
- Presencia de torta y cemento.
- Presencia de alta saturación de gas alrededor del pozo.

El daño a la formación se define por la siguiente ecuación en unidades de campo:

$$S = \frac{706 \cdot 10^{-6} kh}{q_{sc} T} \Delta \psi_s$$

$$\Delta \psi_s = \psi_{p_{wf}} - \psi_{p_{wf}} = \frac{q_{sc} TS}{706 \cdot 10^{-6} kh} \quad (51)$$

En donde  $\psi_{p_{wf}}$  es la presión en la cara del pozo sin efecto del daño y  $\psi_{p_{wf}}$  es la presión en la cara del pozo incluyendo el daño a la formación.

Cerca a la cara del pozo, el flujo de gas es extremadamente alto por lo que la ley de Darcy no representa totalmente este comportamiento. Debido a esto se define el flujo de no Darcy a través de la siguiente ecuación:

$$\frac{dp}{dr} = -\frac{\mu}{k} v + \beta \rho v^2$$

El parámetro  $\beta$  es conocido como el parámetro de turbulencia de la formación, tiene unidades de  $ft^{-1}$  y se calcula experimentalmente o por medio de la siguiente ecuación:

$$\beta = \frac{1,88 \cdot 10^{10}}{\phi^{0,53} k^{1,47}}$$

**2.2.2 Estado estable.** Dentro de la ecuación de flujo de no Darcy, la velocidad macroscópica del fluido puede ser expresada en términos del factor volumétrico de formación del gas.

$$\frac{dp}{dr} = \frac{\mu}{k} \left( \frac{q_{sc} B_g}{2\pi r h} \right) + \beta \rho \left( \frac{q_{sc} B_g}{2\pi r h_p} \right)^2 \quad (52)$$

Con  $h_p$  definida como la distancia entre los cañoneos.

La densidad y el factor volumétrico de formación del gas están dados por:

$$\rho_g = \frac{29p\gamma_g}{zRT}$$

$$B_g = \frac{Tz\rho_{sc}}{pT_{sc}}$$

Reemplazando en la ecuación (52):

$$\frac{dp}{dr} = \frac{\mu z}{p} \left( \frac{q_{sc} T}{2\pi k r h} \right) \frac{p_{sc}}{T_{sc}} + \frac{z}{p} \frac{29\beta T \gamma_g}{R} \left( \frac{q_{sc}}{2\pi h p} \right)^2 \left( \frac{p_{sc}}{T_{sc}} \right)^2 \frac{1}{r^2}$$

Simplificando e integrando:

$$2 \int \frac{p}{\mu z} dp = \left( \frac{q_{sc} T}{4\pi k h} \right) \frac{p_{sc}}{T_{sc}} \frac{dr}{r} + \frac{29\beta T \gamma_g}{R} \left( \frac{q_{sc}}{2\pi h p} \right)^2 \left( \frac{p_{sc}}{T_{sc}} \right)^2 \frac{1}{\mu r^2} dr \quad (53)$$

Considerando que el efecto del flujo de no Darcy es importante apenas en la proximidad del pozo y teniendo en cuenta que  $\frac{dp}{dt}$  es nula para el estado estable:

$$2 \int_{p_{wf}}^{p_e} \frac{p}{\mu z} dp = \frac{q_{sc} T}{703 \cdot 10^{-6} k h} \ln \left( \frac{r_e}{r_w} \right) + \frac{3.166 \cdot 10^{-12} \beta T \gamma_g q_{sc}^2}{h_p^2 \mu_{wf} r_{wf}}$$

Empleando pseudopresiones:

$$\psi_e - \psi'_{wf} = \frac{q_{sc} T}{703 \cdot 10^{-6} k h} \ln \left( \frac{r_e}{r_w} \right) + \frac{3.166 \cdot 10^{-12} \beta T \gamma_g q_{sc}^2}{h_p^2 \mu_{wf} r_{wf}}$$

Sumando la anterior ecuación con la ecuación (51):

$$\psi_e - \psi_{wf} = \frac{q_{sc} T}{703 \cdot 10^{-6} k h} \left[ \ln \left( \frac{r_e}{r_w} \right) + S \right] + \frac{3.166 \cdot 10^{-12} \beta T \gamma_g q_{sc}^2}{h_p^2 \mu_{wf} r_{wf}}$$

Reagrupando se obtiene la solución de la ecuación de difusividad para el estado estable teniendo en cuenta el daño a la formación y el flujo de no Darcy en unidades de campo:

$$\psi_e - \psi_{wf} = \frac{1422 q_{sc} T}{k h} \left[ \ln \left( \frac{r_e}{r_w} \right) + S + D q_{sc} \right] \quad (54)$$

Donde  $Dq_{sc}$  se interpreta como la tasa dependiente del daño de la formación. La expresión  $D$  es el coeficiente de flujo de no Darcy y está dado por:

$$D = \frac{2.226 \cdot 10^{-15} \beta \gamma_g kh}{h_p^2 \mu_{wf} r_{wf}}$$

Para definir el valor del caudal a condiciones estándar se reescribe la ecuación (54) como una ecuación cuadrática:

$$\psi_e - \psi_{wf} = a q_{sc} + b q_{sc}^2$$

En donde:

$$a = \frac{1422T}{kh} \left[ \ln \left( \frac{r_e}{r_w} \right) + S \right]$$

$$b = \frac{1422T}{kh} D$$

Y por tanto su solución estará dada por:

$$q_{sc} = \frac{-a + \sqrt{a^2 + 4b(\psi_e - \psi_{wf})}}{2b}$$

**2.2.3 Estado pseudoestable.** Partiendo de la ecuación (53) y considerando que el efecto del flujo de no Darcy es importante apenas en la proximidad del pozo, e integrando con respecto a la presión media:

$$2 \int_{p_{wf}}^{p_r} \frac{p}{\mu z} dp = \frac{q_{sc} T}{703 \cdot 10^{-6} kh} \left[ \ln \left( \frac{r_e}{r_w} \right) - \frac{3}{4} \right] + \frac{3.166 \cdot 10^{-12} \beta T \gamma_g q_{sc}^2}{h_p^2 \mu_{wf} r_{wf}}$$

Empleando pseudopresiones:

$$\psi_r - \psi'_{wf} = \frac{q_{sc} T}{703 \cdot 10^{-6} kh} \left[ \ln \left( \frac{r_e}{r_w} \right) - \frac{3}{4} \right] + \frac{3.166 \cdot 10^{-12} \beta T \gamma_g q_{sc}^2}{h_p^2 \mu_{wf} r_{wf}}$$

Sumando la anterior ecuación con la ecuación (51):

$$\psi_r - \psi_{wf} = \frac{q_{sc} T}{703 \cdot 10^{-6} kh} \left[ \ln \left( \frac{r_e}{r_w} \right) - \frac{3}{4} + S \right] + \frac{3.166 \cdot 10^{-12} \beta T \gamma_g q_{sc}^2}{h_p^2 \mu_{wf} r_{wf}}$$

Reagrupando se obtiene la solución de la ecuación de difusividad para el estado pseudoestable teniendo en cuenta el daño a la formación y el flujo de no Darcy en unidades de campo:

$$\psi_r - \psi_{wf} = \frac{1422 q_{sc} T}{kh} \left[ \ln \left( \frac{r_e}{r_w} \right) - \frac{3}{4} + S + D q_{sc} \right] \quad (55)$$

En donde  $D$  está dado por:

$$D = \frac{2.226 \cdot 10^{-15} \beta \gamma_g kh}{h_p^2 \mu_{wf} r_{wf}}$$

Para definir el valor del caudal a condiciones estándar se reescribe la ecuación (55) como una ecuación cuadrática:

$$\psi_r - \psi_{wf} = a q_{sc} + b q_{sc}^2$$

En donde:

$$a = \frac{1422 T}{kh} \left[ \ln \left( \frac{r_e}{r_w} \right) - \frac{3}{4} + S \right]$$

$$b = \frac{1422 T}{kh} D$$

Y por tanto su solución estará dada por:

$$q_{sc} = \frac{-a + \sqrt{a^2 + 4b(\psi_r - \psi_{wf})}}{2b}$$










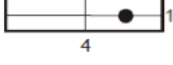









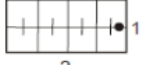




En el estado pseudoestable, la geometría del yacimiento tiene influencia en la ecuación de difusividad, por lo que se realiza la inclusión de un nuevo factor que permite generalizar la solución de la ecuación (55) para otras geometrías. Ese factor es conocido como el factor de forma de Dietz  $C_A$  y para su inclusión se modifica el término logarítmico de la ecuación, así:

$$\psi_r - \psi_{wf} = \frac{1422q_{sc}T}{kh} \left[ \frac{1}{2} \ln \left( \frac{4\pi r_e^2}{4\pi r_w^2 e^{\frac{3}{2}}} \right) + S + Dq_{sc} \right]$$

$$\psi_r - \psi_{wf} = \frac{1422q_{sc}T}{kh} \left[ \frac{1}{2} \ln \left( \frac{4A}{\gamma 31.6 r_w^2} \right) + S + Dq_{sc} \right]$$

En donde  $A$  es el área de drenaje y  $\gamma$  es la constante de euler (1.781).

Tabla 6. Valores factor de forma de Dietz.

	Stabilized conditions			Stabilized conditions			
	$\ln C_A$	$C_A$	for $\frac{kt}{\phi\mu c_A} >$	$\ln C_A$	$C_A$	for $\frac{kt}{\phi\mu c_A} >$	
bounded reservoirs							
	3.45	31.6	0.1	 1	2.38	10.8	0.3
	3.43	30.9	0.1	 1	1.58	4.86	1.0
	3.45	31.6	0.1	 1	0.73	2.07	0.8
	3.32	27.6	0.2	 1	1.00	2.72	0.8
	3.30	27.1	0.2	 1	-1.46	0.232	2.5
	3.12	21.9	0.4	 1	-2.16	0.115	3.0
 1	3.12	22.6	0.2	 1	1.22	3.39	0.6
 2	1.68	5.38	0.7	 1	1.14	3.13	0.3
 4	0.86	2.36	0.7	 1	-0.50	0.607	1.0
 5	2.56	12.9	0.6	 1	-2.20	0.111	1.2
 1	1.52	4.57	0.5	 4	-2.32	0.098	0.9
				In water-drive reservoirs			
					2.95	19.1	0.1
				In reservoirs of unknown production character			
					3.22	25	0.1

Fuente: BEGGS, H. Dale. Gas Production Operations. Oil and Gas Consultants International Inc. Tulsa, Oklahoma. 1984. Pág. 58

El valor de 31.6 corresponde al factor de forma de Dietz para un yacimiento circular con un pozo en el centro.

Así la ecuación para el estado pseudoestable en función del factor de forma de Dietz, incluyendo daño a la formación y flujo de no Darcy es:

$$\psi_r - \psi_{wf} = \frac{1422q_{sc}T}{kh} \left[ \frac{1}{2} \ln \left( \frac{4A}{\gamma C_A r_w^2} \right) + S + Dq_{sc} \right]$$

Partiendo de la ecuación:

$$\psi_r - \psi_{wf} = \frac{pqT}{\pi kh \bar{z}} \left[ \frac{1}{2} \ln \left( \frac{4A}{\gamma C_A r_w^2} \right) + S + Dq_{sc} \right]$$

Y sumando el balance volumétrico en función de pseudopresiones:

$$(\psi_i - \psi_r) C_t A h \phi = \frac{2p}{\bar{\mu} \bar{z}} qt \quad (56)$$

Se tiene:

$$\psi_i - \psi_{wf} = \frac{2p}{\bar{\mu} \bar{z}} \frac{qT}{2\pi kh} \left[ \frac{1}{2} \ln \left( \frac{4A}{\gamma C_A r_w^2} \right) + 2\pi \frac{kt}{\phi \bar{\mu} C_t A} + S + Dq_{sc} \right]$$

En unidades de campo la anterior ecuación puede ser escrita como:

$$\psi_i - \psi_{wf} = \frac{1422q_{sc}T}{kh} \left[ \frac{1}{2} \ln \left( \frac{4A}{\gamma C_A r_w^2} \right) + 2\pi \frac{kt}{\phi \bar{\mu} C_t A} + S + Dq_{sc} \right] \quad (57)$$

**2.2.4 Estado transitorio.** A partir de la solución de la línea fuente, se puede incluir el factor de daño si se suma con la ecuación (51):

$$\psi_i - \psi_{wf} = \frac{711q_{sc}T}{kh} \left[ \ln \left( \frac{4kt}{\gamma \phi \bar{\mu} C_t r_w^2} \right) + 2S \right]$$

Incluyendo el flujo de no Darcy dentro de la ecuación y definiendo el daño total  $S'$ , se tiene:

$$\psi_i - \psi_{wf} = \frac{711q_{sc}T}{kh} \left[ \ln \left( \frac{4kt}{\gamma \phi \bar{\mu} C_t r_w^2} \right) + 2S' \right] \quad (58)$$

La anterior es la solución de la ecuación de difusividad para el estado transitorio teniendo en cuenta daño de la formación y el flujo de no Darcy en unidades de campo. En donde:

$$S' = S + Dq_{sc}$$

Para definir el valor del caudal a condiciones estándar se reescribe la ecuación (56) como una ecuación cuadrática:

$$\psi_i - \psi_{wf} = aq_{sc} + bq_{sc}^2$$

En donde:

$$a = \frac{711T}{kh} \left[ \ln \left( \frac{4kt}{\gamma \phi \bar{\mu} C_t r_w^2} \right) + 2S \right]$$

$$b = \frac{711T}{kh} 2D$$

Y por tanto su solución estará dada por:

$$q_{sc} = \frac{-a + \sqrt{a^2 + 4b(\psi_i - \psi_{wf})}}{2b}$$

### 2.3 SOLUCIÓN DE LA EDH CON VARIABLES ADIMENSIONALES

Se define las variables adimensionales a emplear:

$$r_D = r/r_{wf}$$

$$t_D = \frac{kt}{\phi \bar{\mu} C_t r_w^2}$$

$$\psi_D = \frac{kh}{1422q_{sc}T} (\psi_i - \psi_{wf}) - S'$$

Empleando las variables adimensionales dentro de la ecuación del estado pseudoestable, ecuación (57), se tiene:

$$\frac{kh}{1422q_{sc}T}(\psi_i - \psi_{wf}) - S' = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{4A}{\gamma C_A r_w^2} \right) + 2\pi \frac{kt}{\phi \bar{\mu} C_T A}$$

$$\psi_D = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{4A}{\gamma C_A r_w^2} \right) + 2\pi \frac{kt}{\phi \bar{\mu} C_T A}$$

Se define un tiempo adimensional modificado en función del área de drenaje:

$$t_{DA} = t_D \frac{r_w^2}{A} = \frac{kt}{\phi \bar{\mu} C_T A}$$

Sustituyendo, se obtiene la solución para el estado pseudoestable en variables adimensionales:

$$\psi_D = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{4A}{\gamma C_A r_w^2} \right) + 2\pi t_{DA} \quad (59)$$

Para el estado transitorio, se parte de la ecuación (58), incluyendo las variables adimensionales, así:

$$\frac{kh}{711q_{sc}T}(\psi_i - \psi_{wf}) - 2S' = \ln \left( \frac{4kt}{\gamma \phi \bar{\mu} C_T r_w^2} \right)$$

$$\psi_D = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{4t_D}{\gamma} \right) = \frac{1}{2} \ln(t_D + 0.809) \quad (60)$$

El tiempo que demora el yacimiento en pasar del estado transitorio al estado pseudoestable es muy corto y puede aproximarse a partir de igualar las ecuaciones (59) y (60):

$$\frac{1}{2} \ln \left( \frac{4A}{\gamma C_A r_w^2} \right) + 2\pi t_{DA} = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{4t_D}{\gamma} \right)$$

$$4\pi t_{DA} = \ln \left( \frac{C_A r_w^2 t_D}{A} \right)$$

$$\frac{4\pi t_D r_w^2}{A} = \ln\left(\frac{C_A r_w^2 t_D}{A}\right)$$

$$e^{\frac{4\pi t_D r_w^2}{A}} = \frac{C_A r_w^2 t_D}{A}$$

$$e^{4\pi t_{DA}} = C_A t_{DA}$$

De esta manera, se observa que el tiempo para alcanzar el estado pseudoestable depende únicamente del factor de forma.

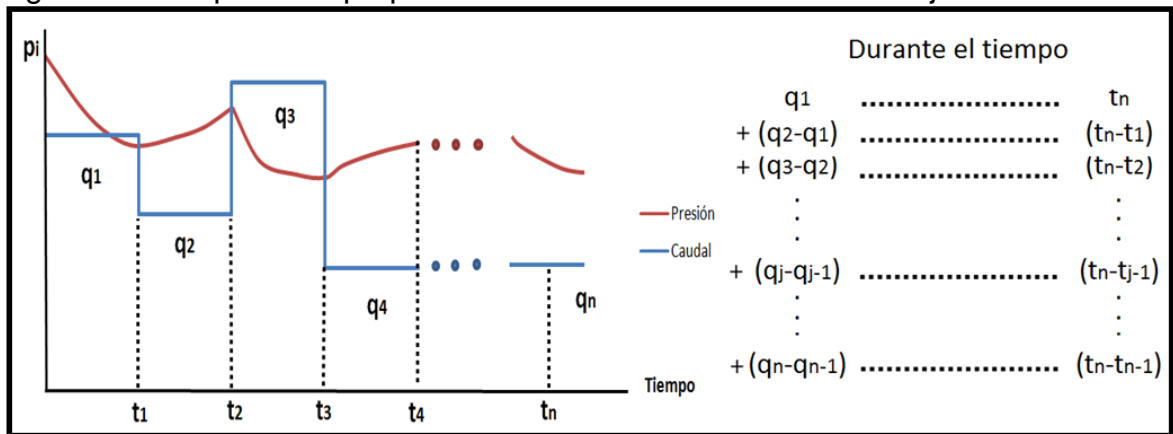
### 3. PRINCIPIO DE SUPERPOSICIÓN

El principio de superposición indica que la sumatoria de las soluciones particulares de una ecuación diferencial lineal de segundo grado, es también una solución de esta. Para el yacimiento, la suma de diferentes efectos que pueden afectar su la solución de la ecuación son importantes para el análisis del comportamiento de la presión.

#### 3.1 CAMBIOS EN LA TASA DE FLUJO

En la Figura 7 se observa el caso de variación en la tasa de flujo, en donde a diferentes caudales de producción, existe un comportamiento diferente en la caída de presión.

Figura 7. Principio de superposición con cambios en la tasa de flujo.



Para cada periodo de flujo, se define un periodo de tiempo a partir de la generación del caudal hasta un tiempo  $t_n$ ; y a partir del principio de superposición se tiene:

$$\frac{kh}{1422T} (\psi_i - \psi_{wf}) = q_{sc} (\psi_{D(P_D)} + S')$$

$$\frac{kh}{1422T} (\psi_i - \psi_{wf}) = (q_{sc1} - 0) (\psi_{D(t_{Dn}-0)} + S') + (q_{sc2} - q_{sc1}) (\psi_{D(t_{Dn}-t_{D1})} + S') + \dots$$

$$+ (q_{scj} - q_{sc(j-1)}) (\psi_{D(t_{Dn}-t_{D(j-1)})} + S') + \dots + (q_{scn} - q_{sc(n-1)}) (\psi_{D(t_{Dn}-t_{D(n-1)})} + S')$$

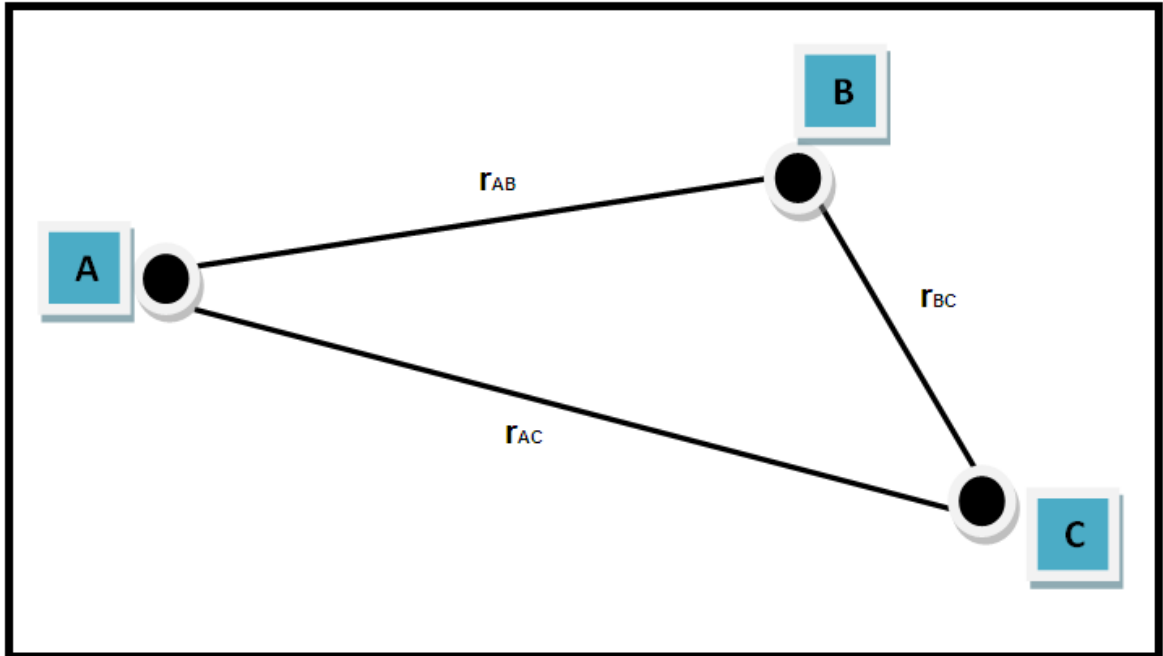
Reescribiendo la ecuación anterior:

$$\psi_i - \psi_{wf} = \frac{1422T}{kh} \left[ \sum_{j=1}^n [(q_{scj} - q_{sc(j-1)}) \psi_{D(t_{Dn} - t_{D(j-1)})}] + q_{scn} S' \right]$$

### 3.2 ESTIMACIÓN DE LOS EFECTOS DE POZOS VECINOS

Debido a la presencia de otros pozos en el yacimiento, la caída de presión de cada pozo, debe ser estimada a partir de los efectos generados por cada uno de ellos en el pozo actual.

Figura 8. Distribución pozos A, B y C.



En la Figura 8, se tienen tres pozos A, B y C. La caída de presión del pozo A estará dada por la sumatoria de la caída de presión generada por su producción ( $\Delta\psi_{AA}$ ), junto con el efecto de los pozos B ( $\Delta\psi_{BA}$ ) y C ( $\Delta\psi_{CA}$ ) en él. Así:

$$\Delta\psi_{AA} = \frac{711q_{scA}T}{kh} \left[ \ln \left( \frac{4kt}{\gamma\phi\bar{\mu}C_t r_w^2} \right) + 2S_A' \right]$$

$$\Delta\psi_{BA} = \frac{711q_{scB}T}{kh} \text{ei} \left( \frac{r_{DBA}^2}{4t_D} \right)$$

$$\Delta\psi_{CA} = \frac{711q_{scC}T}{kh} \text{ei} \left( \frac{r_{DCA}^2}{4t_D} \right)$$

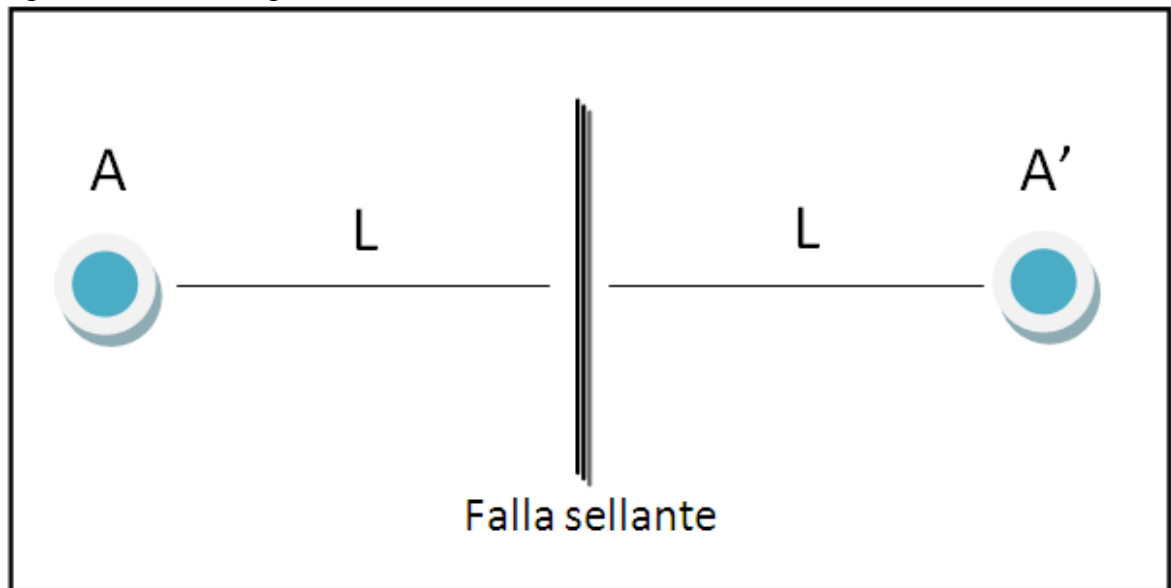
$$\Delta\psi_{\text{Total en A}} = \psi_i - \psi_{wfA} = \Delta\psi_{AA} + \Delta\psi_{BA} + \Delta\psi_{CA}$$

De forma análoga se puede plantear la caída de presión para los pozos B y C.

### 3.3 ESTUDIO DE LOS LÍMITES DE UN YACIMIENTO

Se tienen en cuenta dos tipos de límites, el primero siendo de no flujo (falla sellante) cuyo efecto es igual al de un pozo imagen (A') idéntico al pozo original (A) localizado a igual distancia de la falla, pero en sentido opuesto; tal como se muestra en la Figura 9.

Figura 9. Pozo imagen en falla sellante.



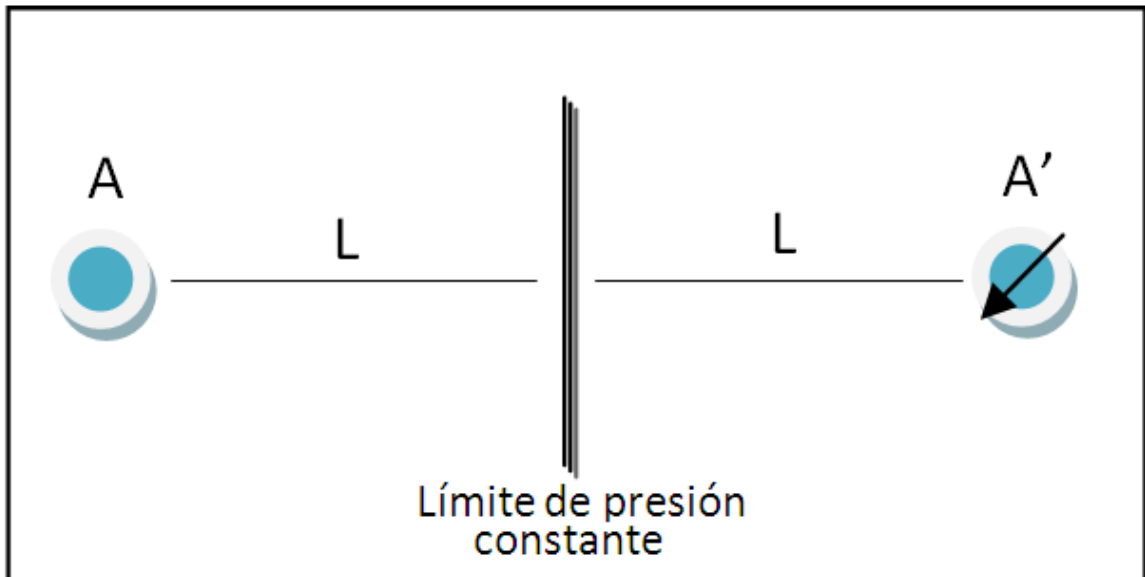
Para este caso la caída de presión en el pozo A estará dada por:

$$\psi_i - \psi_{wfA} = \frac{711q_{scA}T}{kh} \left[ \ln \left( \frac{4kt}{\gamma\phi\bar{\mu}C_t r_w^2} \right) + 2S_{A'} \right] + \frac{711q_{scA}T}{kh} \text{ei} \left( 948 \frac{\phi\bar{\mu}C_t (2L)^2}{kt} \right)$$

El segundo tipo de límite se conoce como límite de presión constante, el cual genera un pozo imagen a igual distancia del límite, pero en sentido contrario. La diferencia existente con la falla sellante radica en el sentido del caudal, tal y como se muestra en la siguiente ecuación:

$$\psi_i - \psi_{wfA} = \frac{711q_{scA}T}{kh} \left[ \ln \left( \frac{4kt}{\gamma \phi \bar{\mu} C_t r_w^2} \right) + 2S_{A'} \right] - \frac{711q_{scA}T}{kh} \text{ei} \left( 948 \frac{\phi \bar{\mu} C_t (2L)^2}{kt} \right)$$

Figura 10. Pozo imagen en límite de presión constante.



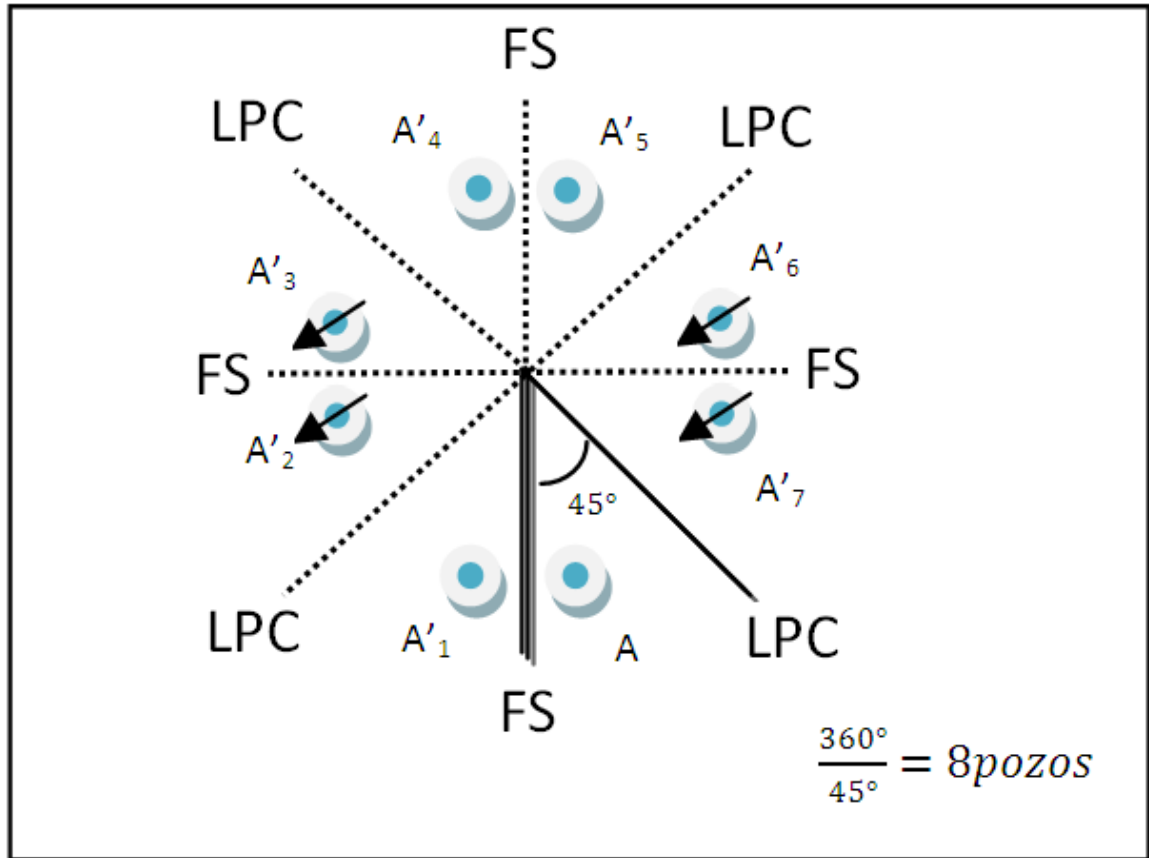
Cuando existe más de un límite dentro del yacimiento, se debe evaluar el número de pozos y de acuerdo a la naturaleza del límite, definir si cada uno aporta o no a la caída de presión del pozo a evaluar.

$$\# \text{ de pozos} = \frac{360^\circ}{\text{ángulo entre límites}}$$

En la Figura 11 se observa la presencia de un límite de presión constante y de una falla sellante, formando un ángulo de 45° entre ellos. Debido a esto el yacimiento siente el efecto de 8 pozos alrededor de los límites; y la caída de presión en el pozo A estará dada por:

$$\Delta\psi_{\text{Total en A}} = \Delta\psi_{AA} + \Delta\psi_{A_1A} - \Delta\psi_{A_2A} - \Delta\psi_{A_3A} + \Delta\psi_{A_4A} + \Delta\psi_{A_5A} - \Delta\psi_{A_6A} - \Delta\psi_{A_7A}$$

Figura 11. Yacimiento con más de un límite.

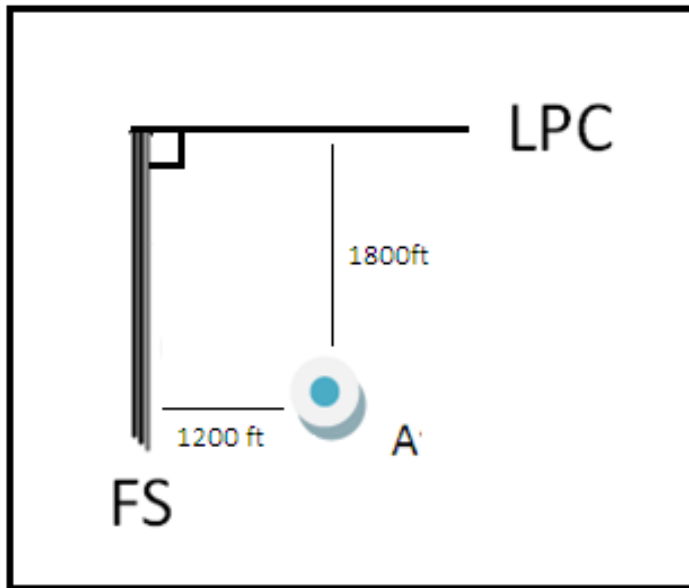


Ejemplo 2:

Calcular  $\Delta\psi_{\text{Total}}$  para el pozo A comprendido entre dos límites como se muestra en la figura 12, para  $t=150\text{hr}$  y un caudal de  $40\text{MMscf/d}$

La presión inicial de yacimiento es de 4290 psia, la permeabilidad es de 200 mD, la porosidad del 15%, el espesor de 50ft, el radio del pozo es de 0.3ft, la temperatura es de 200°F, la viscosidad inicial es de 0.0222795 cp, la compresibilidad del gas es de  $0.000169 \text{ psia}^{-1}$ , la compresibilidad total de 0.000176  $\text{psia}^{-1}$ , el factor volumétrico de formación es de 0.004151  $\text{ft}^3/\text{scf}$ , el factor de compresibilidad inicial de 0.954884, la gravedad específica de 0.65 y el daño total es de 9.

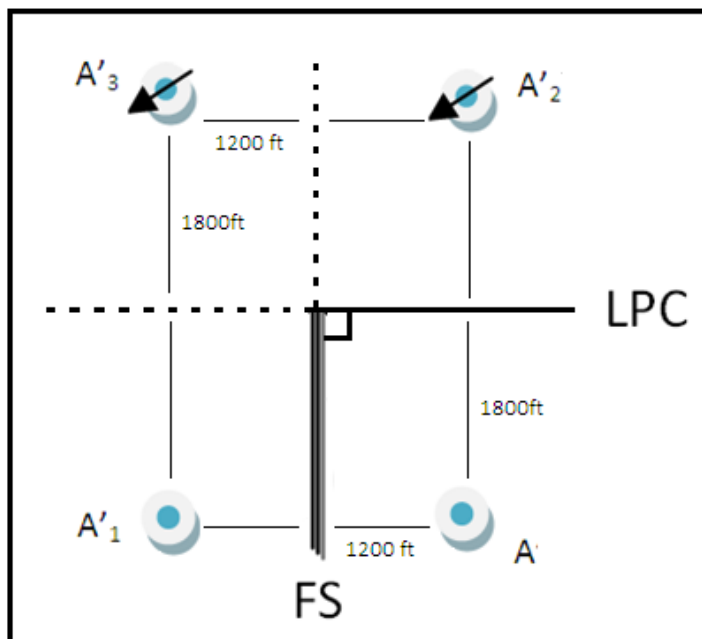
Figura 12. Pozo A ejemplo 2.



Solución:

Debido a la existencia de límites, se debe analizar el número de pozos imagen y el comportamiento de cada 1 tal como se muestra a continuación:

Figura 13. Pozos imagen ejemplo 2.



Por tanto:

$$\Delta\psi_{\text{Total en A}} = \Delta\psi_{AA} + \Delta\psi_{A'1A} - \Delta\psi_{A'2A} - \Delta\psi_{A'3A}$$

Se calcula cada  $\Delta\psi$  teniendo en cuenta la distancia entre los pozos y su naturaleza, inyector (caudal negativo) o productor (caudal positivo).

$$\Delta\psi_{AA} = \frac{711q_{sCA}T}{kh} \left[ \ln \left( \frac{4kt}{\gamma\phi\bar{\mu}C_t r_w^2} \right) + 2S_A' \right]$$

$$\Delta\psi_{AA} = \frac{711 \cdot 40000 \cdot 660}{200 \cdot 50} \left[ \ln \left( \frac{4 \cdot 200 \cdot 150}{1,781 \cdot 0,15 \cdot 0,022795 \cdot 0,000173 \cdot 0,3^2} \right) + 2 \cdot 9 \right]$$

$$\Delta\psi_{AA} = 86093387,75 \text{ psia}^2/\text{cp}$$

$$\Delta\psi_{AA'1} = \frac{711q_{sCA}T}{kh} \text{ei} \left( 948 \frac{\phi\bar{\mu}C_t(L_{AA'1})^2}{kt} \right)$$

$$\Delta\psi_{AA'1} = \frac{711 \cdot 40000 \cdot 660}{200 \cdot 50} \text{ei} \left( 948 \frac{0,15 \cdot 0,022795 \cdot 0,000173 (2400)^2}{200 \cdot 150} \right) = 1877040 \cdot 1,660$$

$$\Delta\psi_{AA'1} = 3115886,4 \text{ psia}^2/\text{cp}$$

$$\Delta\psi_{AA'2} = -\frac{711q_{sCA}T}{kh} \text{ei} \left( 948 \frac{\phi\bar{\mu}C_t(L_{AA'2})^2}{kt} \right)$$

$$\Delta\psi_{AA'2} = -\frac{711 \cdot 40000 \cdot 660}{200 \cdot 50} \text{ei} \left( 948 \frac{0,15 \cdot 0,022795 \cdot 0,000173 (2400)^2}{200 \cdot 150} \right) = -1877040 \cdot 1,0763$$

$$\Delta\psi_{AA'2} = -2020258,152 \text{ psia}^2/\text{cp}$$

$$\Delta\psi_{AA'3} = -\frac{711q_{sCA}T}{kh} \text{ei} \left( 948 \frac{\phi\bar{\mu}C_t(L_{AA'3})^2}{kt} \right)$$

$$\Delta\psi_{AA'3} = \frac{-711 \cdot 40000 \cdot 660}{200 \cdot 50} \text{ei} \left( 948 \frac{0,15 \cdot 0,022795 \cdot 0,000173 (4327)^2}{200 \cdot 150} \right) = -1877040 \cdot 0,7943$$

$$\Delta\psi_{AA^3} = -1490932,872 \text{ psia}^2/\text{cp}$$

Finalmente:

$$\Delta\psi_{\text{Total en A}} = 86093387,75 + 3115886,4 - 2020258,152 - 1490932,872$$

$$\Delta\psi_{\text{Total en A}} = 85698983,13 \text{ psia}^2/\text{cp} = 85,7 \text{ Mpsia}^2/\text{cp}$$

### 3.4 ALMACENAMIENTO<sup>7</sup>

El efecto de almacenamiento genera el aumento de caudal en la vida temprana del pozo, debido a la presencia de fluido antes del flujo. El efecto del almacenamiento está asociado con una variación continua en la tasa de flujo de la formación. Una solución para este efecto, es asumir una tasa de almacenamiento en el pozo por unidad de presión como constante. Esta constante es conocida como el coeficiente de almacenamiento C; y está dado por:

$$C = V_w * C_g$$

En donde C es el coeficiente de almacenamiento,  $V_w$  es el volumen de gas en el *tubing* en  $\text{ft}^3$  y  $C_g$  es la compresibilidad del gas evaluada a presión y temperatura medias en el pozo en  $\text{psi}^{-1}$ .

En unidades adimensionales, el coeficiente de almacenamiento se expresa como:

$$C_D = \frac{0.159C}{\phi h C_g r_w^2}$$

La tasa de flujo de fluido de la formación puede ser obtenida a partir de:

$$q = q_{sc} \left[ 1 - C_D \frac{\partial}{\partial t_D} (\Delta p_D) \right]_{\text{wellbore}}$$

El tiempo en el cual los efectos del almacenamiento son significantes es:

$$t_{ws} = 60 C_D$$

El tiempo en horas el cual los efectos del almacenamiento son insignificantes es:

---

<sup>7</sup>CHAUDHRY, Amanat U. Gas Well Testing Handbook. Advanced TWPSOM Petroleum Systems, Inc. Houston, Texas. 2003. Pág. 68.

$$t_{wis} = \frac{36177\mu C}{kh}$$

### 3.5 RADIO DE INVESTIGACIÓN

El radio de investigación tiene diversos usos en el análisis y diseño de pruebas de presión:

- Proveer una guía para el diseño de la prueba.
- Estimar el tiempo requerido para evaluar la zona de interés en la formación.
- Estimar el tiempo medio requerido para alcanzar el flujo estabilizado.

Un yacimiento infinito puede ser considerado como un yacimiento cerrado, con un límite  $r$ , el cual crecerá a medida que el valor del tiempo adimensional también lo hace. Este valor variable de  $r$  se define como el radio de investigación y está dado por la siguiente expresión:

$$r_{inv} = \sqrt{\frac{0.00105kt}{\phi\mu C_t}}$$

El radio de investigación sirve como herramienta dentro de los yacimientos con más de un límite, para definir si cada uno de los pozos imagen generados tienen un efecto en el pozo origen. De esta forma si la distancia entre el pozo imagen y el pozo origen es mayor al radio de investigación, no se considerará el efecto de dicho pozo.

### 3.6 TIEMPO DE ESTABILIZACIÓN

Para un pozo ubicado en el centro de un área cilíndrica de radio  $r_e$ , se tiene que el tiempo en horas requerido para alcanzar la estabilización se cumple cuando  $r_{inv} = r_e$ , por tanto:

$$t_s = \frac{948\phi\mu C_t r_e^2}{k}$$

## 4. PRUEBAS TRANSIENTES

Estas pruebas realizadas en el estado transitorio permiten evaluar varias propiedades del yacimiento, como permeabilidad, factor de daño, coeficiente de turbulencia y presión media. Si estas pruebas se prolongan hasta el estado pseudoestable es posible calcular el volumen poroso del yacimiento.

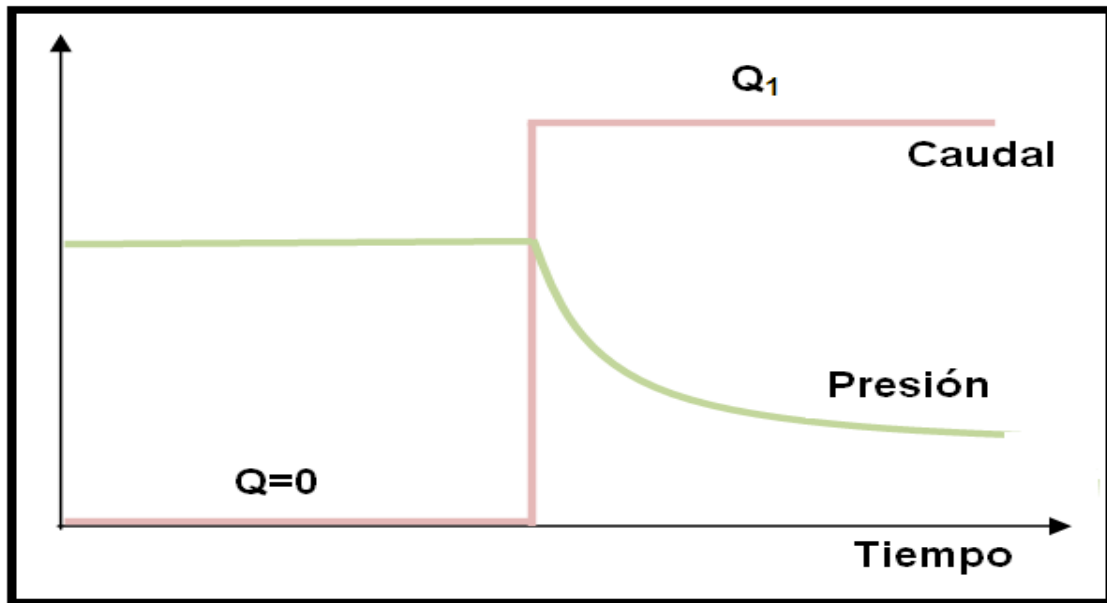
### 4.1 PRUEBA DE CAÍDA DE PRESIÓN (*DRAWDOWN TEST*)

Al inicio de la prueba el pozo se encuentra cerrado, para luego ser puesto en producción a caudal constante bajo una presión estable previamente alcanzada en el cierre. Las presiones de fondo son registradas en función del tiempo.

Las ventajas de esta prueba radican en que no se detiene la producción del yacimiento y se obtienen buenos resultados en la evaluación de los límites del mismo. En cuanto a las desventajas se encuentra la dificultad de mantener un caudal constante, así mismo alcanzar condiciones estabilizadas del yacimiento también lo es.

El comportamiento de la presión de fondo y del caudal en función del tiempo se muestra en la figura 14.

Figura 14. *Drawdown Test*.



**4.4.1 Prueba de caída de presión simple.** La solución del estado transitorio enunciada en la ecuación (58) se puede reescribir como:

$$\psi_i - \psi_{wf} = \frac{1637q_{sc}T}{kh} \left[ \log t + \log \left( \frac{k}{\phi \bar{\mu} C_t r_w^2} \right) - 3.23 + 0.87S' \right]$$

Graficando  $\psi_{wf}$  vs  $\log t$  con puntos tomados del estado transitorio y asumiendo que la anterior ecuación tiene la forma:

$$\psi_{wf} = -m \log t + b$$

Así la pendiente y el intercepto con el eje de las ordenadas estarán dados respectivamente por:

$$m = \frac{1637q_{sc}T}{kh}$$

$$b = \psi_i - \frac{1637q_{sc}T}{kh} \left[ \log \left( \frac{k}{\phi \bar{\mu} C_t r_w^2} \right) - 3.23 + 0.87S' \right]$$

Por tanto, los valores de permeabilidad y daño pueden ser calculados así:

$$k = \frac{1637q_{sc}T}{mh}$$

$$S' = 1.15 \left[ \frac{(\psi_i - \psi_{wf1hr})}{m} - \log \left( \frac{k}{\phi \bar{\mu} C_t r_w^2} \right) + 3.23 \right]$$

Para tiempos muy largos, la solución del estado transitorio no es válida, por tanto se debe evaluar el tiempo adimensional dentro de este rango, siendo  $t_{DS}$  el tiempo adimensional necesario para la estabilización.

$$0.3 < t_D = 0.000264 \frac{kt}{\phi \bar{\mu} C_t A} < t_{DS}$$

Con el área medida en ft<sup>2</sup>.

Ejemplo 3:

Un pozo de gas en un yacimiento infinito está produciendo con una tasa constante de 6.148 MMscf/d. La presión inicial es de 3945 psia, la temperatura de 710°R, la gravedad específica de 0.732, la viscosidad de 0.02458 cp, la compresibilidad total de 0.00023 psia<sup>-1</sup>, la porosidad es de 0.137, el radio del pozo es de 0,4271 y el espesor de 41ft. Calcular la permeabilidad y el daño total a partir de los datos registrados; y utilizar el software PanSystem para encontrar permeabilidad y el daño real, con base a las pseudopresiones generadas por el modelo sintético.

Tabla 7. Datos Drawdown.

<b>Tiempo</b>	<b>Pwf</b>	<b><math>\Psi_{wf}</math></b>
<b>hr</b>	<b>Psia</b>	<b>MPsia<sup>2</sup>/cp</b>
-	3965,00	861
0	1810,65	221
1	1755,45	209
5	1745,25	207
10	1735,55	204
30	1720,51	199
50	1720,15	196
80	1719,80	194
100	1719,00	192
120	1718,40	191
150	1718,10	190
180	1717,80	188
200	1717,50	188

Solución:

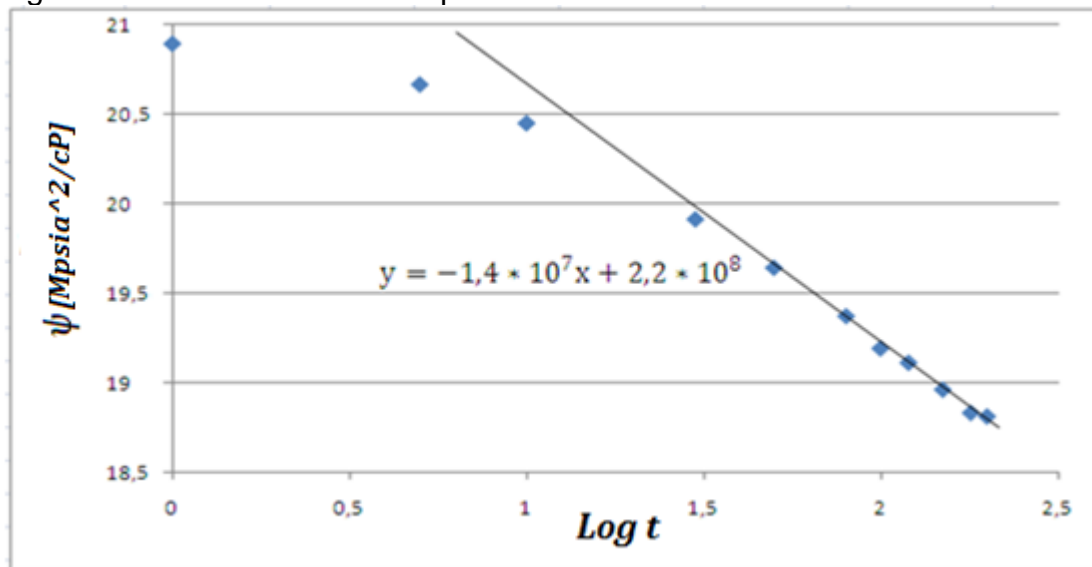
Para encontrar la permeabilidad y el daño se procede a realizar un gráfico  $\psi_{wf}$  vs  $\text{Log } t$ , de tal manera que se consiga el mejor ajuste de los puntos con comportamiento lineal. Dicha pendiente permitirá calcular la permeabilidad

$$m=14252777,2=\frac{1637q_{sc}T}{kh}$$

$$k=\frac{1637q_{sc}T}{mh}=\frac{1637*6148*710}{14252777,2*41}$$

$$k=12,23 \text{ mD}$$

Figura 15. Prueba de caída de presión.



El daño total será a partir de la pseudopresión tomada a 1hr sobre la línea recta:

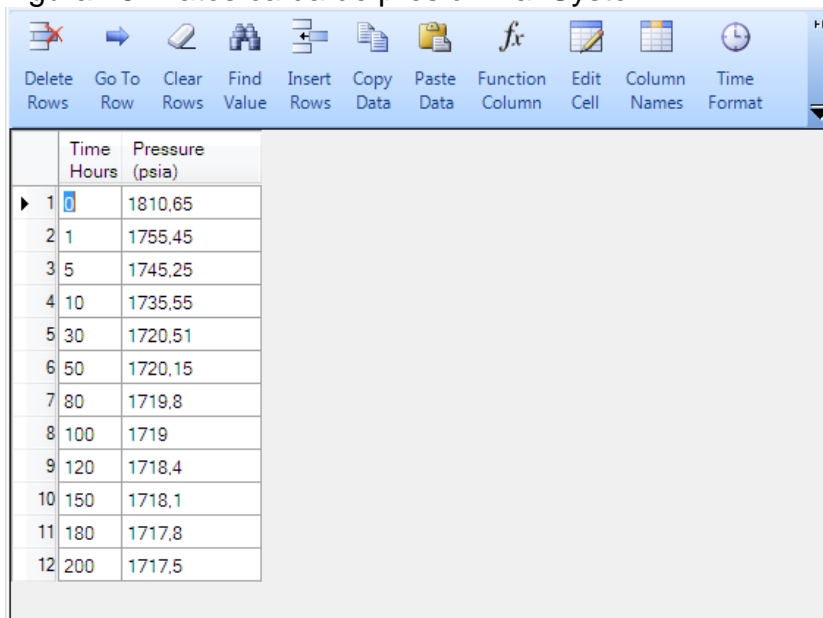
$$S'=1.15 \left[ \frac{(\psi_i - \psi_{wf1hr})}{m} - \log \left( \frac{k}{\phi \bar{\mu} C_t r_w^2} \right) + 3.23 \right]$$

$$S'=1.15 \left[ \frac{(861120000-220635468,3)}{14252777,2} - \log \left( \frac{12,23}{0,137*0,02458*0,00023*0,4271^2} \right) + 3.23 \right]$$

$$S' = 40,23$$

Para analizar la prueba en el software PanSystem, se comienza ingresando los datos de tiempo y presión de fondo:

Figura 16. Datos caída de presión PanSystem.

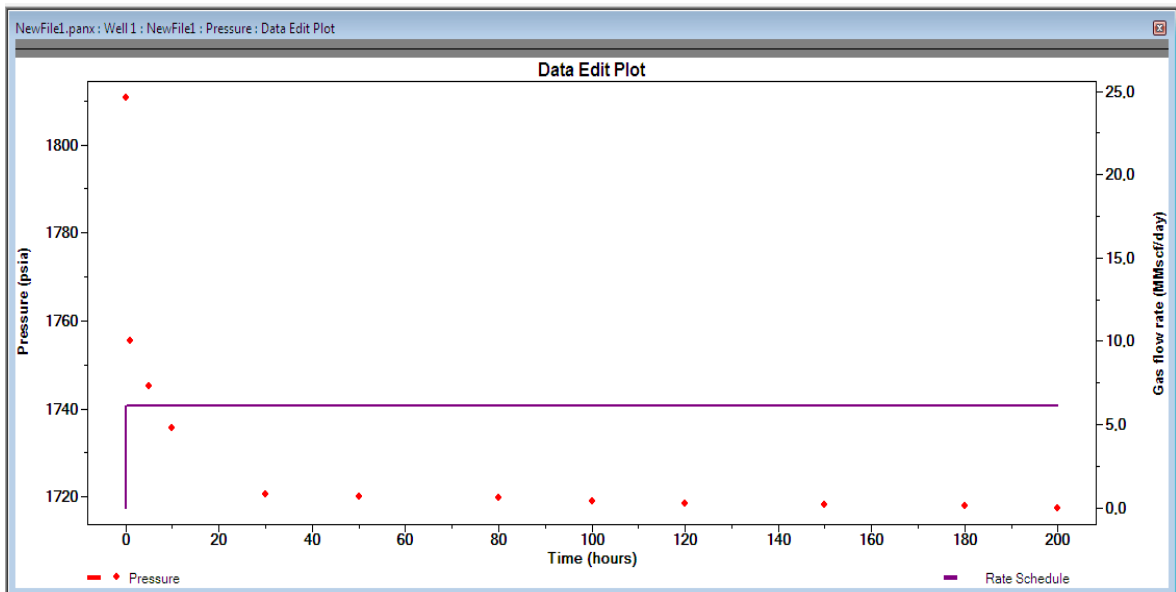


	Time Hours	Pressure (psia)
▶ 1	0	1810,65
2	1	1755,45
3	5	1745,25
4	10	1735,55
5	30	1720,51
6	50	1720,15
7	80	1719,8
8	100	1719
9	120	1718,4
10	150	1718,1
11	180	1717,8
12	200	1717,5

Fuente: Software PanSystem 2011.

El gráfico característico de la prueba se muestra a continuación:

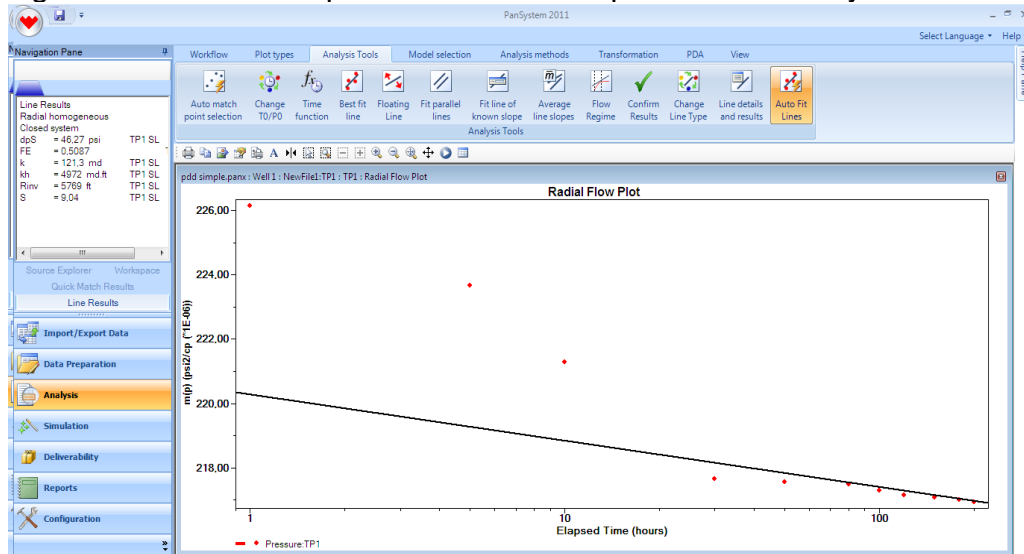
Figura 17. Prueba de caída de presión en PanSystem.



Fuente: Software PanSystem 2011.

En el análisis de la prueba, se genera el gráfico semilog para trazar una recta en aquellos puntos que presentan un comportamiento lineal para obtener los valores de presión y daño.

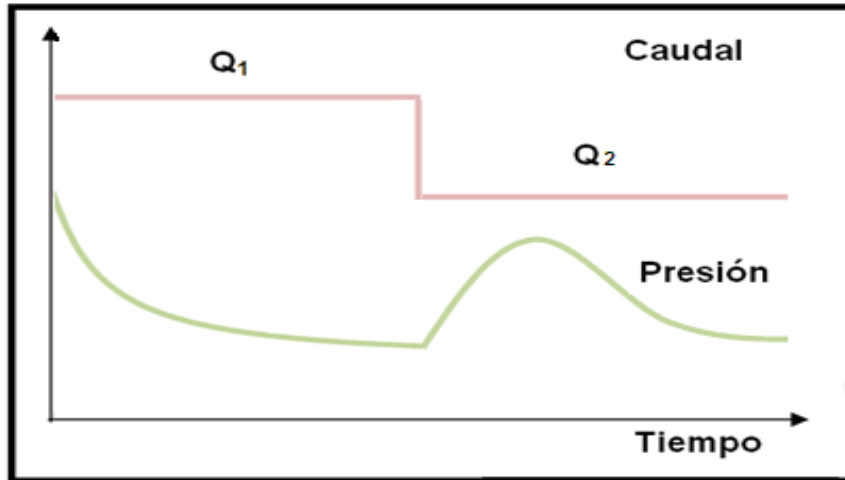
Figura 18. Resultados prueba de caída de presión en PanSystem.



Fuente: Software PanSystem 2011.

**4.1.2 Prueba de caída de presión con dos tasas.** En este tipo de prueba el periodo de flujo toma dos valores diferentes de caudal; de esta forma al tomar un punto en cada uno de los dos periodos de flujo, se puede obtener el valor de los coeficientes de turbulencia y del factor *skin* S del pozo.

Figura 19. Drawdown de dos tasas.



Su análisis es igual al de las pruebas simples, obteniéndose un valor para la pendiente y corte con el eje de las ordenadas para cada caudal, para proceder al cálculo de la permeabilidad y el daño total.

Empleando el principio de superposición en el tiempo, de manera general para n tasas, se tiene:

$$\frac{\psi_i - \psi_{wf}}{q_{scn}} = \frac{1637T}{kh} \sum_{j=1}^n \frac{(q_{scj} - q_{scj-1})}{q_{scn}} \log(t - t_{j-1}) + \frac{1637T}{kh} \left[ \log\left(\frac{k}{\phi \bar{\mu} C_t r_w^2}\right) - 3.23 + 0.87S' \right]$$

Acoplando la anterior ecuación para dos tasas:

$$\psi_i - \psi_{wf} = \frac{1637q_{sc2}T}{kh} \left[ \frac{q_{sc1}}{q_{sc2}} \log(t) + \frac{(q_{sc2} - q_{sc1})}{q_{sc2}} \log(t - t_1) + \log\left(\frac{k}{\phi \bar{\mu} C_t r_w^2}\right) - 3.23 + 0.87S' \right]$$

Reorganizando la anterior ecuación:

$$\psi_{wf} = \psi_i - \frac{1637q_{sc1}T}{kh} \left[ \frac{q_{sc2}}{q_{sc1}} \log(\Delta t) + \log\left(\frac{t_1 + \Delta t}{\Delta t}\right) \right] - \frac{1637q_{sc2}T}{kh} \left[ \log\left(\frac{k}{\phi \bar{\mu} C_t r_w^2}\right) - 3.23 + 0.87S' \right]$$

Graficando  $\psi_{wf}$  vs  $\left[ \frac{q_{sc2}}{q_{sc1}} \log(\Delta t) + \log\left(\frac{t_1 + \Delta t}{\Delta t}\right) \right]$  en un plano cartesiano, se obtiene el valor de la pendiente y por tanto el de la permeabilidad:

$$m = -\frac{1637 q_{sc1} T}{kh}$$

$$k = -\frac{1637 q_{sc1} T}{mh}$$

El valor del daño es calculado a partir de la siguiente ecuación:

$$S' = 1.151 \left[ \frac{q_{sc1}}{q_{sc1} - q_{sc2}} \frac{\psi_{wf1hr} - \psi_{wf0}}{m} - \log\left(\frac{k}{\phi \bar{\mu} C_t r_w^2}\right) + 3.23 \right]$$

En donde  $\psi_{wf0}$  es medido a  $\Delta t=0$  (tiempo en el que la tasa cambia) y  $\psi_{wf1hr}$  se mide a  $\Delta t=1hr$  sobre la extrapolación de la línea recta.

Ejemplo 4:

Se realizó una prueba de caída de presión a dos tasas, la primera durante 6hr a 28MMscf/d y la segunda durante 52hr a 21.3MMscf/d. La presión inicial del yacimiento es de 2925 psia, la densidad del gas es de 0.732, la temperatura es de 710°R, el espesor 41ft, la compresibilidad total de 0.000274 psia<sup>-1</sup>, la viscosidad es de 0.0186 cp, el radio del pozo es de 0.25ft y la porosidad es de 0.137.

Se tienen los siguientes datos de tiempo-pseudopresión:

Tabla 8. Datos base caída de presión con dos tasas.

Tiempo	$\psi_{wf}$
hr	Mpsia <sup>2</sup> /cp
1,00	444,26
1,25	444,01
1,50	443,89
2,00	443,23
2,50	442,10
3,00	441,27

4,00	440,31
5,00	439,51
6,00	438,71
7,00	436,35
8,00	436,61
9,00	436,79
10,00	435,69
11,00	435,21
12,00	433,29
14,00	431,19
16,00	427,27
18,00	423,25
20,00	425,21
24,00	422,37
28,00	418,21
32,00	417,05
36,00	416,79
40,00	415,20
44,00	414,01
48,00	412,95
52,00	410,12

Calcular el daño total del pozo.

Solución:

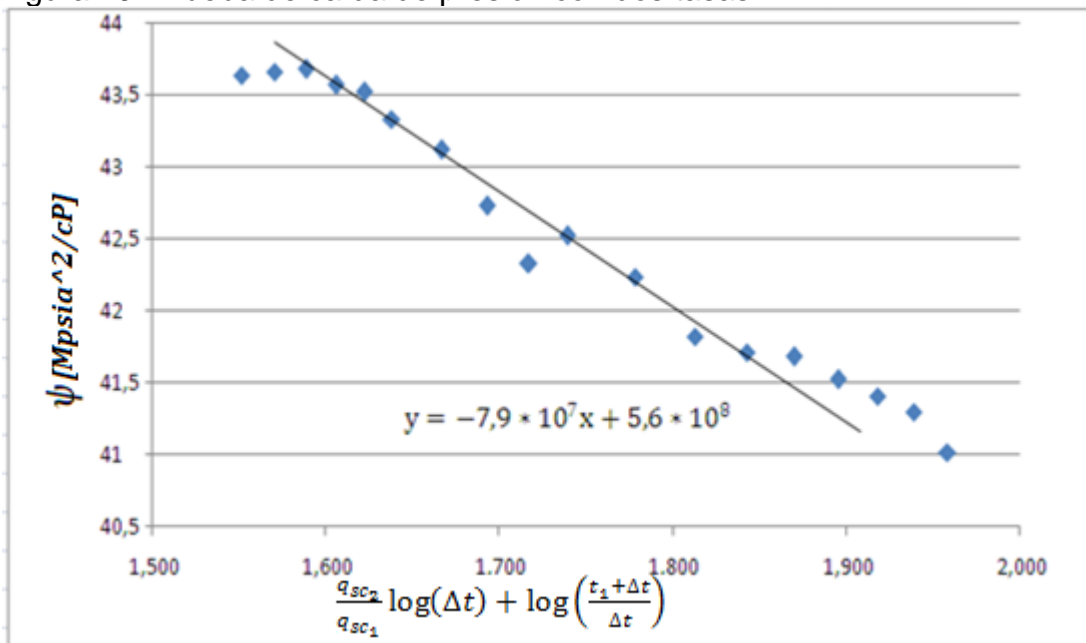
Se realiza un gráfico  $\psi_{wf}$  vs  $\left[ \frac{q_{sc2}}{q_{sc1}} \log(\Delta t) + \log\left(\frac{t_1 + \Delta t}{\Delta t}\right) \right]$  para así encontrar la permeabilidad a partir de la pendiente.

Tabla 9. Datos prueba de caída de presión con dos tasas.

$\psi_{wf}$	$t$	$\log(\Delta t)$	$\log\left(\frac{t_1 + \Delta t}{\Delta t}\right)$	$\left[ \frac{q_{sc2}}{q_{sc1}} \log(\Delta t) + \log\left(\frac{t_1 + \Delta t}{\Delta t}\right) \right]$
psia <sup>2</sup> /cp	hr			
436,35	7,00	0,845	0,908	1,551
436,61	8,00	0,903	0,883	1,570
436,79	9,00	0,954	0,863	1,588
435,69	10,00	1,000	0,845	1,606
435,21	11,00	1,041	0,830	1,622

433,29	12,00	1,079	0,817	1,638
431,19	14,00	1,146	0,795	1,667
427,27	16,00	1,204	0,777	1,693
423,25	18,00	1,255	0,762	1,717
425,21	20,00	1,301	0,749	1,739
422,37	24,00	1,380	0,728	1,778
418,21	28,00	1,447	0,711	1,812
417,05	32,00	1,505	0,698	1,843
416,79	36,00	1,556	0,686	1,870
415,20	40,00	1,602	0,676	1,895
414,01	44,00	1,643	0,668	1,918
412,95	48,00	1,681	0,660	1,939
410,12	52,00	1,716	0,653	1,958

Figura 20. Prueba de caída de presión con dos tasas.



$$m = -79219512,2 = \frac{1637q_{sc1} T}{kh}$$

$$k = -\frac{1637q_{sc1} T}{mh} = \frac{1637 \cdot 28000 \cdot 710}{79219512,2 \cdot 41}$$

$$k = 10,02 \text{ mD}$$

El valor del daño es calculado a partir de la pseudopresión en el cambio de tasa ( $\psi_{wf0}$ ) y la pseudopresión a 1hr en la extrapolación de la línea recta:

$$S' = 1.151 \left[ \frac{q_{sc1}}{q_{sc1} - q_{sc2}} \frac{\psi_{wf1hr} - \psi_{wf0}}{m} - \log \left( \frac{k}{\phi \bar{\mu} C_T r_w^2} \right) + 3.23 \right]$$

$$S' = 1.151 \left[ \frac{\frac{28000}{28000 - 21300} \frac{440182097,6 - 438710000}{79219512,2}}{\log \left( \frac{10,02}{0,137 \cdot 0,0186 \cdot 0,000274 \cdot 0,25^2} \right)} + 3.23 \right]$$

$$S' = -5,89$$

**4.1.3 Prueba de caída de presión para límites del yacimiento.** Esta prueba corresponde a un *drawdown* que es prolongado hasta estabilizar el flujo, alcanzando el estado pseudoestable. La solución de la ecuación de difusividad para el estado pseudoestable permite calcular el área en ft<sup>2</sup>:

$$\psi_i - \psi_{wf} = \frac{1422q_{sc} T}{kh} \left[ \frac{1}{2} \ln \left( \frac{4A}{\gamma C_A r_w^2} \right) + 2\pi \frac{kt}{\phi \bar{\mu} C_T A} + S' \right] \quad (61)$$

En donde un gráfico  $\Delta\psi$  vs  $t$  permite obtener la pendiente  $m$ :

$$m = \frac{2,36q_{sc} T}{\phi \bar{\mu} C_T A h}$$

Ejemplo 5:

Se realizó una prueba de caída de presión en un pozo que produce en estado pseudoestable con el fin de calcular el área de drenaje. Asumir que no existe flujo turbulento en la formación y que no hay daño alrededor del pozo. Calcular la presión de fondo del pozo requerida para producir a una tasa de 1500Mscf/d.

Algunos datos del pozo son: Permeabilidad 1.5 mD, porosidad 10%, presión media 4500 psia, temperatura 250°F, espesor 30ft, área de drenaje 21.8 acres, radio del pozo 0.33ft, densidad del gas 0.65. El pozo posee la siguiente geometría:

Solución:

Se realiza el cálculo de la pseudopresión media a partir de la ecuación (24).




$$\Psi = (0.3457p - 414.76) \cdot 10^6 \text{ psia}^2/\text{cp}$$

$$\bar{\Psi} = (0.3457 \cdot 4500 - 414.76) \cdot 10^6$$

$$\bar{\Psi} = 1140890000 \text{ psia}^2/\text{cP}$$

Utilizando las tablas del factor de forma se seleccionan los valores de  $C_A$  y  $t_{DA}$  para esa geometría.

Figura 21. Valores de  $C_A$  y  $t_{DA}$

	$\ln C_A$	$C_A$	Stabilized conditions for $\frac{kt}{\phi\mu c_A} >$
	2.38	10.8	0.3 $t_{DA}$
	1.58	4.86	1.0
	0.73	2.07	0.8

Se procede a utilizar la ecuación (61):

$$\Psi_i - \Psi_{wf} = \frac{1422q_{sc}T}{kh} \left[ \frac{1}{2} \ln \left( \frac{4A}{\gamma C_A r_w^2} \right) + 2\pi t_{DA} + S' \right]$$

$$\psi_{wf} = \bar{\psi} - \frac{1422q_{sc}T}{kh} \left[ \frac{1}{2} \ln \left( \frac{4A}{\gamma C_A r_w^2} \right) + 2\pi t_{DA} + S' \right]$$

$$\psi_{wf} = 1140890000 - \frac{1422 \cdot 1500 \cdot 710}{1,5 \cdot 30} \left[ \frac{1}{2} \ln \left( \frac{4 \cdot 21,8}{1,781 \cdot 10,8 \cdot 0,33^2} \right) + 2\pi \cdot 0,3 + 0 \right]$$

$$\psi_{wf} = 1014709045 \text{ psia}^2/\text{cP}$$

Se obtiene el valor de la presión a partir de la pseudopresión utilizando la ecuación (24).

$$\Psi = (0.3457p - 414.76) \cdot 10^6 \text{ psia}^2/\text{cP}$$

$$P_{wf} = \frac{\Psi \cdot 10^{-6} + 414.76}{0,3457} \text{ psia}$$

$$P_{wfq=1500} = 4135 \text{ psia}$$

## 4.2 PRUEBA DE RESTAURACIÓN DE PRESIÓN (*BUILD UP TEST*)

También conocida como prueba de ascenso de presión. Al inicio de la prueba el pozo se encuentra produciendo a una tasa constante durante un tiempo  $t_1$ , para luego ser cerrado en un periodo  $\Delta t$ . Las presiones de fondo son registradas en función del tiempo.

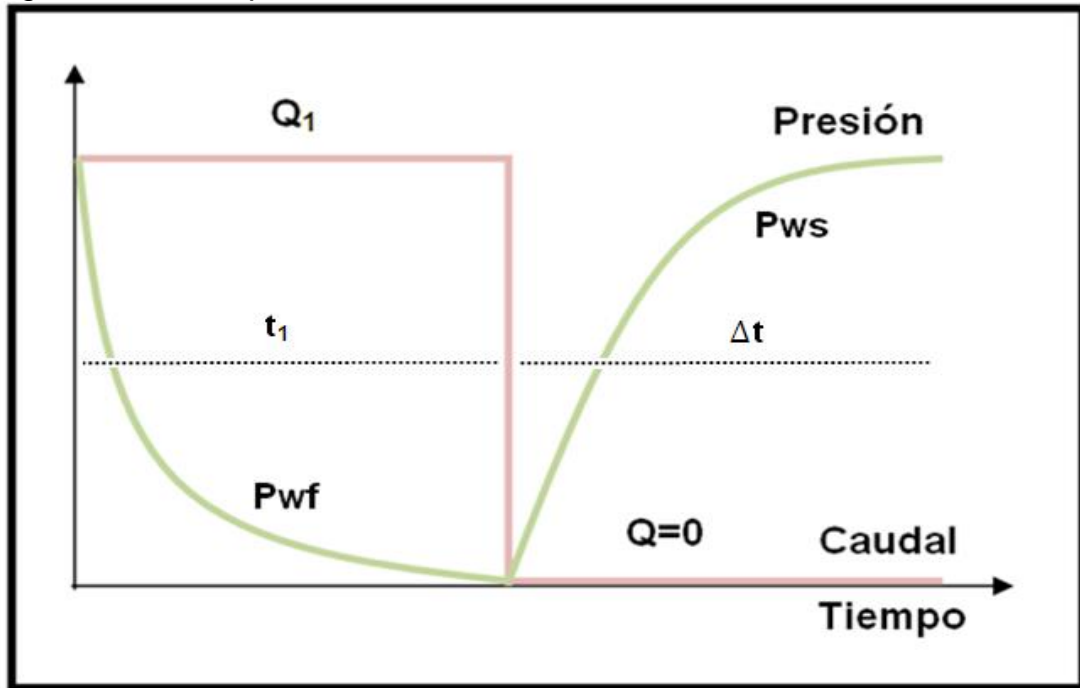
Las ventajas de esta prueba radican en que en el segundo periodo, la tasa constante es fácilmente conseguida debido a su valor nulo (pozo cerrado). En cuanto a las desventajas se encuentra la dificultad de mantener un caudal constante en el primer periodo, además de la pérdida de producción debido al cierre del pozo.

El comportamiento de la presión de fondo y del caudal en función del tiempo se muestra en la figura 22.

Esta prueba es analizada como un *drawdown* de dos tasas con caudal igual a cero. Así, aplicando el principio de superposición se tiene que para el primer

periodo la diferencia de caudales será igual a  $q$  y el periodo de tiempo  $t_{D1} + \Delta t_D$ ; y para el segundo periodo la diferencia de caudales será  $-q$  y el periodo de tiempo  $\Delta t_D$ .

Figura 22. *Build Up Test*.



Por tanto:

$$\frac{kh}{1422q_{sc}T}(\psi_i - \psi_{wf}) = \psi_{D(t_{D1} + \Delta t_D)} - \psi_{D(\Delta t_D)}$$

Incluyendo la solución de la ecuación de difusividad para el estado transitorio y sumando y restando  $\frac{1}{2} \ln(t_{D1} + \Delta t_D)$ :

$$\frac{kh}{1422q_{sc}T}(\psi_i - \psi_{wf}) = \psi_{D(t_{D1} + \Delta t_D)} - \frac{1}{2} \ln\left(\frac{4t_{D1}}{\gamma}\right) \pm \frac{1}{2} \ln(t_{D1} + \Delta t_D)$$

Reescribiendo la ecuación anterior:

$$\frac{kh}{1422q_{sc}T}(\psi_i - \psi_{wf}) = \frac{1}{2} \ln\left(\frac{t_1 + \Delta t}{\Delta t}\right) + \psi_{D(t_{D1} + \Delta t_D)} - \frac{1}{2} \ln\left(\frac{4(t_{D1} + \Delta t)}{\gamma}\right)$$

Teniendo en cuenta que el tiempo que el pozo permanece cerrado es muy corto se tiene que:

$$\ln(t_{D1} + \Delta t_D) \cong \ln(t_{D1})$$

$$\Psi_{D(t_{D1} + \Delta t_D)} \cong \Psi_{D(t_{D1})}$$

$$\frac{kh}{1422q_{sc}T} (\psi_i - \psi_{wfLIN}) = \frac{1}{2} \ln\left(\frac{t_1 + \Delta t}{\Delta t}\right) + \psi_{D(t_{D1})} - \frac{1}{2} \ln\left(\frac{4t_{D1}}{Y}\right)$$

Por tanto para un tiempo de cierre pequeño la diferencia de pseudopresiones  $(\psi_i - \psi_{wf})$  tiene un comportamiento lineal con  $\ln\left(\frac{t_1 + \Delta t}{\Delta t}\right)$ . El resultado de graficar estos dos parámetros se denomina gráfico de Horner, en donde  $\psi_{wfLIN}$  es leída en la extrapolación de la línea recta.

Utilizando logaritmo base 10 se obtiene:

$$\frac{kh}{1422q_{sc}T} (\psi_i - \psi_{wfLIN}) = 1.151 \log\left(\frac{t_1 + \Delta t}{\Delta t}\right) + \psi_{D(t_{D1})} - \frac{1}{2} \ln\left(\frac{4t_{D1}}{Y}\right)$$

Realizando una gráfica de  $-\psi_{wf}$  vs  $\ln\left(\frac{t_1 + \Delta t}{\Delta t}\right)$  se obtiene una línea recta cuya pendiente permite calcular el valor de la permeabilidad:

$$m = \frac{1637q_{sc}T}{kh}$$

$$k = \frac{1637q_{sc}T}{mh}$$

Para encontrar el valor del daño total se parte de la solución de la ecuación de difusividad para el estado transitorio y del valor de la pseudopresión calculada a partir de  $\Delta t = 1$ :

$$\frac{kh}{1422q_{sc}T} (\psi_i - \psi_{wf}) = \Psi_{D(t_{D1})} + S'$$

$$\frac{kh}{1422q_{sc}T} (\psi_i - \psi_{wf1hr}) = 1.151 \log\left(\frac{t_1 + \Delta t}{\Delta t}\right) + \psi_{D(t_{D1})} - \frac{1}{2} \ln\left(\frac{4t_{D1}}{Y}\right)$$

Por tanto el daño total está dado por:

$$S' = 1.151 \left[ \left( \frac{\Psi_{wf1hr} - \Psi_{wfs}}{m} \right) - \log\left(\frac{k}{\phi \mu C_t r_w^2}\right) + 3.23 \right] \quad (62)$$

En donde  $\psi_{wfs}$  es la pseudopresión medida en el momento del cierre;  $\psi_{wf1hr}$  es la pseudopresión tomada de la aproximación lineal del gráfico de Horner para  $\Delta t = 1hr$ ; y  $m$  es el valor de la pendiente  $\frac{1637q_{sc}T}{hk}$ .

Ejemplo 5:

Un pozo que producía con un caudal constante de 6.148MMscf/d fue cerrado durante un periodo de 147.12hr. Los datos de tiempo y pseudopresión se muestran a continuación:

Tabla 10. Datos base de la prueba de ascenso de presión.

Tiempo	$\psi_{wfs}$	Tiempo	$\psi_{wfs}$
Hr	Mpsia <sup>2</sup> /cp	Hr	Mpsia <sup>2</sup> /cp
1,00	291,31	70,00	539,11
5,00	471,96	80,00	544,48
10,00	484,72	90,00	549,42
20,00	500,16	100,00	554,63
30,00	511,28	111,00	557,73
40,00	519,92	121,00	561,73
50,00	527,12	131,00	565,90
60,00	533,92	147,12	571,43

Calcular la permeabilidad y el daño total, si se tienen la siguiente información: presión al momento del cierre 1735 psia, pseudopresión en el momento del cierre 201,25 Mpsia<sup>2</sup>/cp, temperatura 250°F, espesor 54ft, porosidad 0.179, compresibilidad total 0.00023 psia<sup>-1</sup>, viscosidad 0.02345 cp, presión inicial 3700psia y la producción acumulada 11.382MMscf.

Solución:

Se realiza el análisis de la prueba a partir del gráfico de Horner, para esto se necesita conocer el tiempo de producción, calculable a partir de la producción acumulada y el caudal.

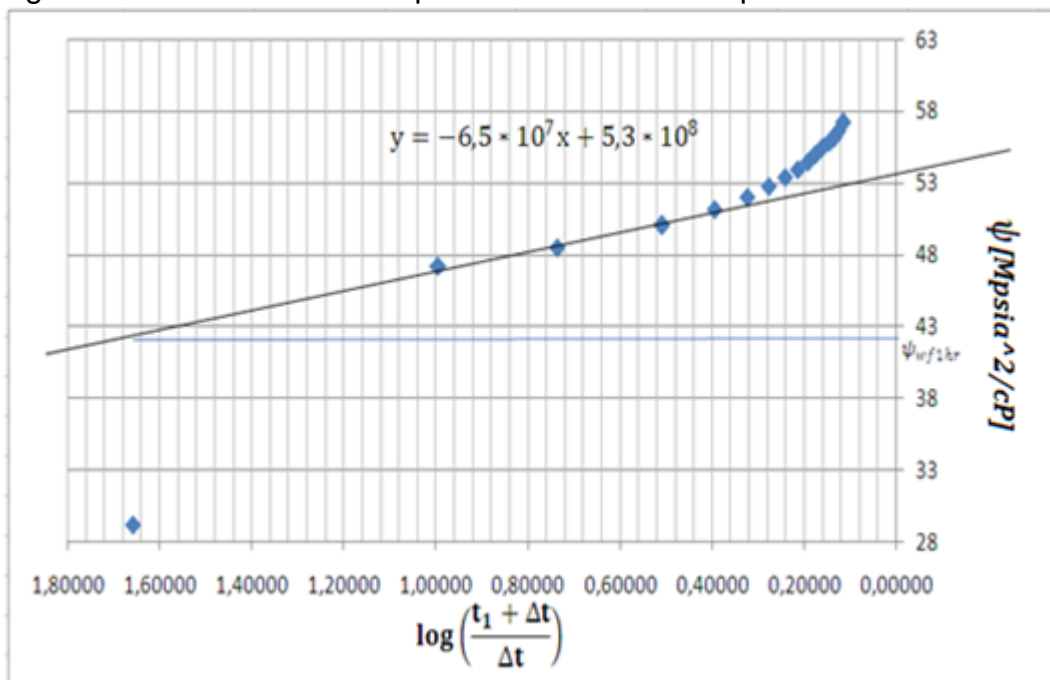
$$t_p = \frac{11,382}{6,148} = 1,85 \text{ días} = 44,4hr$$

A partir del tiempo producido se calculan los valores para el gráfico de Horner:

Tabla 11. Datos prueba de ascenso de presión.

Tiempo Hr	$\Psi_{wfs}$ Mpsia <sup>2</sup> /cp	$\log\left(\frac{t_1+\Delta t}{\Delta t}\right)$
1,00	291,31	1,65706
5,00	471,96	0,99476
10,00	484,72	0,73560
20,00	500,16	0,50786
30,00	511,28	0,39445
40,00	519,92	0,32428
50,00	527,12	0,27600
60,00	533,92	0,24055
70,00	539,11	0,21333
80,00	544,48	0,19173
90,00	549,42	0,17416
100,00	554,63	0,15957
111,00	557,73	0,14613
121,00	561,73	0,13575
131,00	565,90	0,12676
147,12	571,43	0,11454

Figura 23. Gráfico de Horner prueba de ascenso de presión.



$$k = \frac{1637qT}{mh} = \frac{1637 \cdot 6148 \cdot 710}{65499491,93 \cdot 54}$$

$$k = 2,02 \text{ mD}$$

$$S' = 1.151 \left[ \left( \frac{\Psi_{wf1hr} - \Psi_{wfs}}{m} \right) - \log \left( \frac{k}{\phi \bar{\mu} C_t r_w^2} \right) + 3.23 \right]$$

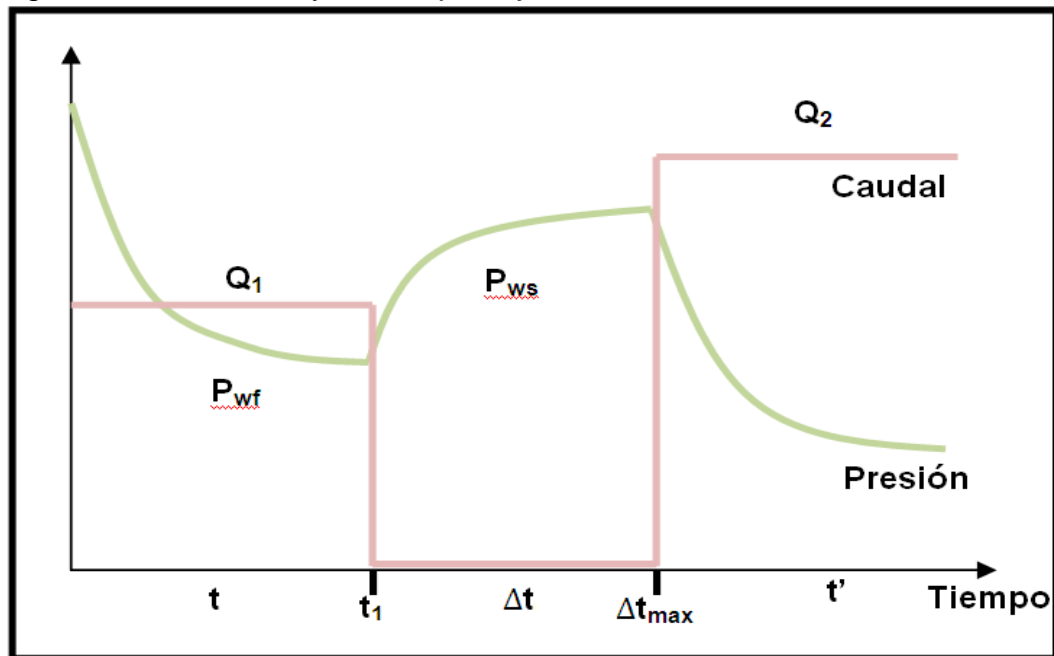
$$S' = 1.151 \left[ \left( \frac{420000000 - 201250000}{65499491,93} \right) - \log \left( \frac{2,02}{0,119 \cdot 0,02345 \cdot 0,00023 \cdot 0,4271^2} \right) + 3.23 \right]$$

$$S' = -0,77$$

### 4.3 APLICACIÓN CONJUNTA DE LAS PRUEBAS TRANSIENTES

Al aplicar conjuntamente pruebas de caída y ascenso de presión, se puede obtener los parámetros a través de una única pruebas.

Figura 24. Drawdown y Build Up conjuntas.



La figura 24 muestra dos pruebas de caída de presión separadas por una de ascenso de presión. A partir de la parte de ascenso ( $t_1-\Delta t_{max}$ ):

$$\frac{kh}{1422q_{sc}T}(\psi_i-\psi_{wfLIN})=1.151 \log\left(\frac{t_1+\Delta t}{\Delta t}\right)+\psi_{D(t_{D1})}-\frac{1}{2} \ln\left(\frac{4t_{D1}}{\gamma}\right)$$

Con el gráfico de Horner se puede calcular la permeabilidad y el daño será calculado a partir de la ecuación (62).

En el periodo (0- $t_1$ ) se utiliza la ecuación obtenida para prueba de caída de presión simple y se calcula  $k$  y  $S'_1$  como se discutió en la teoría.

$$\psi_i-\psi_{wf}=\frac{1637q_{sc1}T}{kh}\left[\log t+\log\left(\frac{k}{\phi\bar{\mu}C_t r_w^2}\right)-3.23+0.87S'_1\right]$$

De igual forma se trabaja con el segundo periodo de flujo ( $\Delta t_{max}-t'$ ):

$$\psi_i-\psi_{wf}=\frac{1637q_{sc2}T}{kh}\left[\log t+\log\left(\frac{k}{\phi\bar{\mu}C_t r_w^2}\right)-3.23+0.87S'_2\right]$$

En donde el daño total estará dado por:

$$S'_2=1.15\left[\frac{(\psi_{ws1hr}-\psi_{wf1hr})}{m}-\log\left(\frac{k}{\phi\bar{\mu}C_t r_w^2}\right)+3.23\right]$$

Los valores de ( $\psi_{ws1hr}$  y  $\psi_{wf1hr}$ ) son calculados para  $t'=1hr$ . ( $\psi_{ws1hr}$  se calcula con la extrapolación lineal de la curva de ascenso de presión, por tanto es común tomar el último valor del cierre. Por otro lado  $\psi_{wf1hr}$  es fácilmente calculada con la segunda prueba de caída de presión.

Ejemplo 6:

Se realizó una prueba compuesta por dos periodos de flujo y uno de cierre así: Primero el pozo fue colocado en producción por 3 horas a una tasa de 40MMscf/d, luego fue cerrado por 8 horas y finalmente se abrió por 3 horas a una tasa de 60MMscf/d. Los resultados se muestran a continuación:

Tabla 12. Datos prueba conjunta.

Tiempo	Pwf	Pwf	Tiempo	Pws
--------	-----	-----	--------	-----

Hr	Psia	Psia	Hr	Psia
	Q1=40MMscf/d	Q2=60MMscf/d		Q=0MMscf/d
0,75	3602	3076	0,50	4100
1,00	3596	3066	1,00	4255
1,25	3591	3059	1,50	4263
1,50	3587	3053	2,00	4267
1,75	3583	3048	2,50	4269
2,00	3580	3043	3,00	4271
2,25	3577	3038	3,50	4272
2,50	3575	3036	4,00	4274
3,00	3570	3029	5,00	4276
			6,00	4277
			7,00	4278
			8,00	4279

El área del yacimiento es de 200 acres, la porosidad del 15%, el espesor de 50ft, el radio del pozo es de 0.3ft, la temperatura es de 200°F, la viscosidad inicial es de 0.0222795 cp, la compresibilidad del gas es de 0.000169 psia<sup>-1</sup>, y la gravedad específica de 0.65.

Teniendo en cuenta que la pseudopresión para este yacimiento se encuentra definida por la siguiente expresión:

$$\Psi = (0.3457p - 414.76) \cdot 10^6 \text{ psia}^2/\text{cp}$$

- A partir de los datos de cierre determinar la permeabilidad y la presión inicial.
- A partir de los datos de flujo recalculer el valor de la permeabilidad y el coeficiente de turbulencia F y el daño.

Solución:

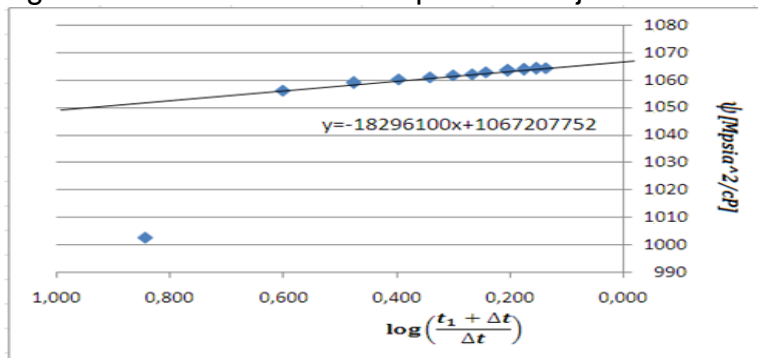
- En el periodo de cierre a partir del gráfico de Horner se puede encontrar la pendiente de la recta generada.

Tabla 13. Datos gráfico de Horner, prueba conjunta.

Tiempo	Pws	$\Psi_{ws}$	$\log\left(\frac{t_1 + \Delta t}{\Delta t}\right)$
Hr	Psia	Mpsia <sup>2</sup> /cp	t1=3
0,50	4100	1002,61	0,845

1,00	4255	1056,19	0,602
1,50	4263	1058,95	0,477
2,00	4267	1060,34	0,398
2,50	4269	1061,03	0,342
3,00	4271	1061,72	0,301
3,50	4272	1062,07	0,269
4,00	4274	1062,76	0,243
5,00	4276	1063,45	0,204
6,00	4277	1063,79	0,176
7,00	4278	1064,14	0,155
8,00	4279	1064,49	0,138

Figura 25. Gráfico de Horner prueba conjunta.



A partir de la pendiente se define el valor de permeabilidad:

$$m = -18296100 = -\frac{1637q_{sc1}T}{kh}$$

$$k = \frac{1637 \cdot 40000 \cdot 660}{18296100 \cdot 50} = 47,24 \text{ mD}$$

Para el cálculo de la presión inicial, se observa que los puntos tienen un buen ajuste con la línea recta que representa el comportamiento real, por lo tanto, el corte con el eje de las ordenadas representará la pseudopresión inicial, y a partir de ella se podrá calcular presión inicial:

$$\psi_i = 1067,21 \text{ Mpsia}^2/\text{cp}$$

$$P_i = 4286.86 \text{ psia}$$

Este valor físicamente es correcto debido a que es mayor al último valor del cierre.

b. A partir de los datos de flujo se calcula las pseudopresiones:

Tabla 14. Pseudopresiones periodo de flujo.

Tiempo	Log t	Pwf	Pwf	$\Psi_{wf}$	$\Psi_{wf}$
hr	hr	Psia	Psia	MPsia <sup>2</sup> /cp	MPsia <sup>2</sup> /cp
		Q1=40MMscf/d	Q2=60MMscf/d	Q1=40MMscf/d	Q2=60MMscf/d
0,75	-0,125	3602	3076	830,45	648,61
1,00	0,000	3596	3066	828,37	645,15
1,25	0,097	3591	3059	826,64	642,73
1,50	0,176	3587	3053	825,26	640,66
1,75	0,243	3583	3048	823,88	638,93
2,00	0,301	3580	3043	822,84	637,20
2,25	0,352	3577	3038	821,80	635,47
2,50	0,398	3575	3036	821,11	634,78
3,00	0,477	3570	3029	819,38	632,36

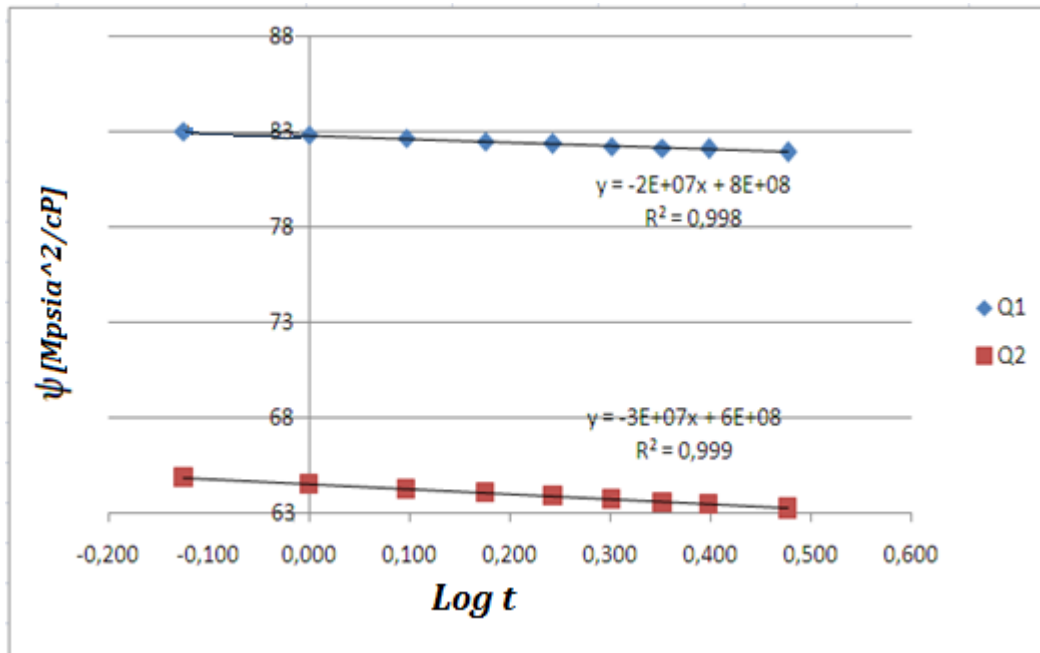
Se realiza el gráfico de  $\Psi_{wf}$  vs log t para cada uno de los periodos de flujo.

La permeabilidad puede ser calculada de cada periodo de flujo:

$$k = \frac{1637q_{sc1}T}{m_1h} = \frac{1637*40000*660}{18376080*50} = 47,04 \text{ mD}$$

$$k = \frac{1637q_{sc2}T}{m_2h} = \frac{1637*60000*660}{26989867*50} = 48,04 \text{ mD}$$

Figura 26. Prueba conjunta periodo de flujo.



Se calcula el daño total para los dos periodos de flujo:

$$S'_1 = 1.15 \left[ \frac{(\psi_i - b)}{m_1} - \log \left( \frac{k}{\phi \bar{\mu} C_t r_w^2} \right) + 3.23 \right]$$

$$S'_1 = 1.15 \left[ \frac{(1067207752 - 828377200)}{18376080} - \log \left( \frac{47,04}{0,15 * 0,022795 * 0,000173 * 0,3^2} \right) + 3.23 \right] = 8,372655$$

$$S'_2 = 1.15 \left[ \frac{(\psi_{wslast} - \psi_{wf1hr})}{m_2} - \log \left( \frac{k}{\phi \bar{\mu} C_t r_w^2} \right) + 3.23 \right]$$

$$S'_2 = 1.15 \left[ \frac{(1064490300 - 645156200)}{26989867} - \log \left( \frac{48,04}{0,15 * 0,022795 * 0,000173 * 0,3^2} \right) + 3.23 \right] = 11,29355$$

A partir de estos dos valores de daño, se establece un sistema de ecuaciones con la estructura  $S' = S + DQ$ :

$$S'_1 = S + DQ_1$$

$$8,372655 = S + D * 40000$$

$$S'_2 = S + DQ_2$$

$$11,29355=S+D*60000$$

Resolviendo el sistema se tiene:

$$S=2,53$$

$$D=1,46*10^{-4} \text{ d/Mscf}$$

El factor de turbulencia se calcula a partir de D:

$$F = \frac{1422TD}{kh} = \frac{1422*660*1,46*10^{-4}}{47,24*50} = 0,058 \frac{\text{psia}^2}{\text{cp}} / \left( \frac{\text{Mscf}}{\text{d}} \right)^2$$

#### 4.4 CÁLCULO DE LA PRESIÓN PROMEDIO DEL YACIMIENTO

La presión promedio del yacimiento es definida como aquella presión generada a un periodo de cierre infinito. Esta presión sirve para caracterizar y predecir el comportamiento de un yacimiento.

**4.4.1 Método de Horner – MBH (Mathews-Bronz-Hazebroek).** En el gráfico de Horner, figura 26, se pueden identificar el comportamiento real del yacimiento a tiempo de cierre infinito y la extrapolación a infinito para tiempo de cierre corto.

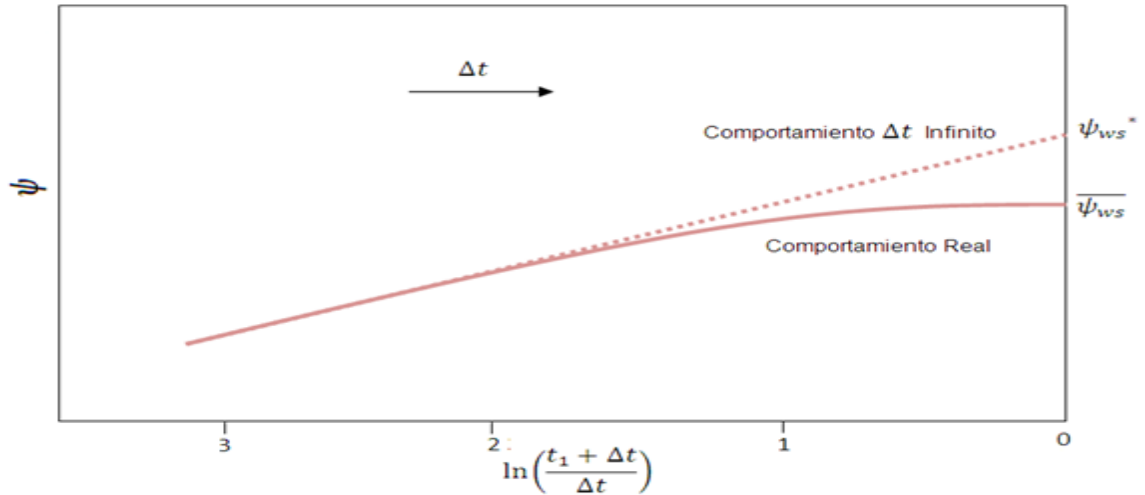
En el caso de una prueba en donde  $t_1$  es corto y el yacimiento considerado como infinito,  $\psi_{ws}^*$  corresponde a la pseudopresión en función de la presión inicial. Debido a que si se toma la solución de la ecuación de difusividad para el estado transitorio como válida para un yacimiento infinito y considerando  $t_1$  despreciable frente al cierre infinito:

$$\frac{kh}{1422q_{sc}T} (\psi_i - \psi_{ws}^*) = 0$$

Y por tanto los valores de  $\psi_i$  y  $\psi_{ws}^*$  son iguales.

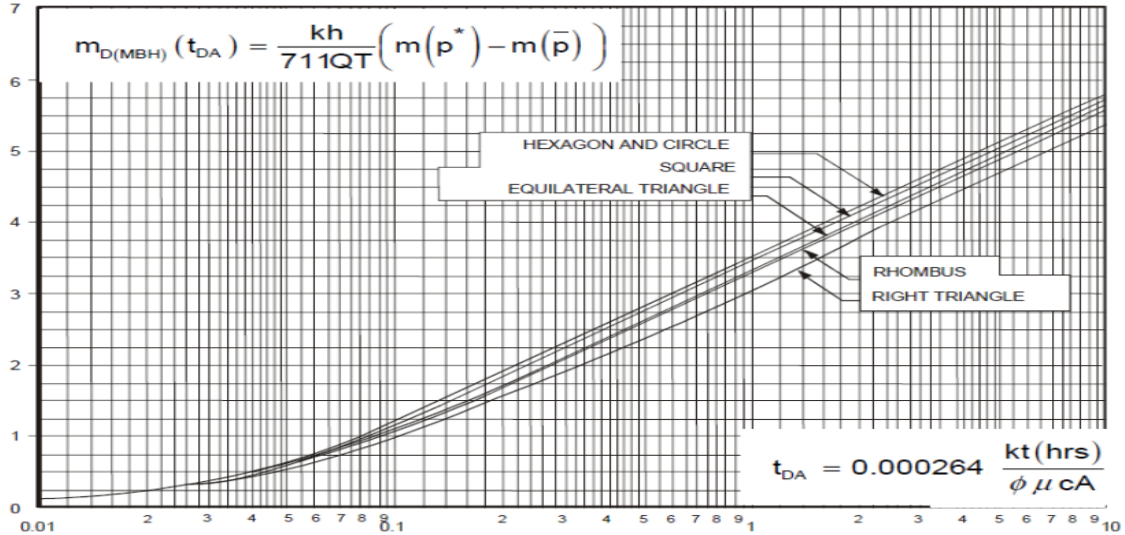
Cuando no se aplica esta condición, el valor de  $\psi_{ws}^*$  carece de significado físico, por lo que se emplea el gráfico de MBH, figura 27, en donde a partir del tiempo adimensional y conociendo la geometría del yacimiento se obtiene el valor de  $\psi_{wsMBH}$ . Este nuevo valor junto al valor de  $\psi_{ws}^*$  permiten calcular la presión promedio del yacimiento  $\overline{\psi_{ws}}$ .

Figura 27. Gráfico de Horner.



Fuente: Modificado de CHAUDHRY, Amanat U. Gas Well Testing Handbook. Advanced TWPSOM Petroleum Systems, Inc. Houston, Texas. 2003. Pág. 339.

Figura 28. Gráfico de MBH



Fuente: BEGGS, H. Dale. Gas Production Operations. Oil and Gas Consultants International Inc. Tulsa, Oklahoma. 1984. Pág. 76.

**4.4.2 Método de Ramey Y Cobb.** Se realiza el cálculo del término  $\left(\frac{t_1 + \Delta t}{\Delta t}\right)$  en función del factor de forma:

$$\frac{t_1 + \Delta t}{\Delta t} = C_A t_{DA}$$

Para factor de forma pequeños o flujo en el estado transitorio se emplea:

$$\frac{t_1 + \Delta t}{\Delta t} = 4\pi t_{DA}$$

Con el valor del término obtenido  $\left(\frac{t_1 + \Delta t}{\Delta t}\right)$  se entra al gráfico de Horner para leer pseudopresión. La presión calculada a partir de la pseudopresión leída corresponde a la presión promedio del yacimiento.

**4.4.3 Método de Dietz.** Dietz utiliza el gráfico de  $P_{wf}$  vs  $\text{Log}\Delta t$  para encontrar directamente la presión promedio, para esto se calcula un nuevo tiempo con el que se leerá dicha presión:

$$t^* = \frac{\phi \mu_g C_t A}{0.0002637 C_A k}$$

**4.4.4 Método MDH (Miller-Dietz-Hutchinson).** Este método es diseñado para pozos con geometría circular o cuadrada y con pozos en el centro, en donde se ha alcanzado el estado pseudoestable antes de la prueba.

En este método se elabora un gráfico  $\psi_{ws}$  vs  $\Delta t$ , del cual se escogerá un punto  $(\Delta t_N, \psi_{wsN})$  sobre la línea recta. Luego de esto se calcula el valor de  $\Delta t_D$ :

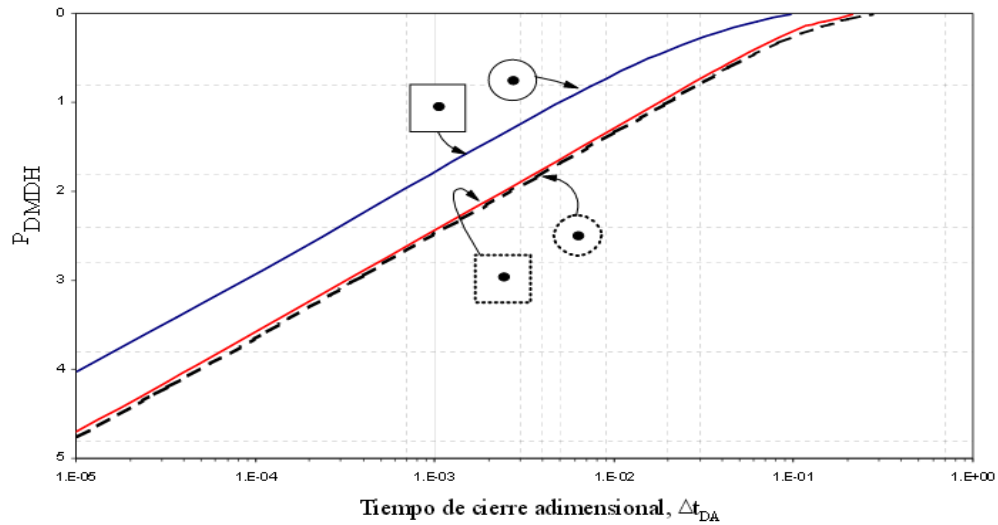
$$\Delta t_D = \frac{0.0002637k}{\phi \mu_g C_t A} \Delta t_N$$

El valor de la pseudopresión en función de la presión promedio estará dado por la siguiente ecuación, en donde  $P_{DMDH}$  es leída en la figura 28:

$$\overline{\psi}_{ws} = \psi_{wsN} + \frac{m}{1.1513} P_{DMDH}$$

Para límites de no flujo se debe utilizar las curvas superiores, para límites de presión constante las inferiores.

Figura 29. Gráfico de MDH



Fuente: ESCOBAR M., Freddy Humberto. Análisis Moderno De Presiones De Pozo. Neiva, Huila, Noviembre de 2003. Pág. 205.

#### Ejemplo 7:

Una prueba de ascenso de presión fue desarrollada en un pozo de un yacimiento finito de gas. Sabiendo que la tasa de producción es de 30MMscf/d, la producción acumulada de  $10^5$ Mscf, la temperatura es de  $605^\circ\text{R}$ , el factor de compresibilidad de 0.850, la viscosidad 0.12cP, compresibilidad total  $0.000436 \text{ psia}^{-1}$ , espesor 54ft, porosidad 18%, radio del pozo 0.3333ft y el área de drenaje 640 acres; asumiendo que el pozo se encuentra en el centro de un yacimiento circular y con los datos registrados en la tabla siguiente:

Tabla 15. Datos cálculo presión promedio.

$\Delta t$ hr	$P_{ws}$ Psia	$\text{Log} \left( \frac{t_p + \Delta t}{\Delta t} \right)$	$P_{ws}^2$ psia <sup>2</sup>
0	1742	-	3034564
1	1865	3,3804	3478225
3	1979	2,9036	3916441
6	2023	2,6031	4092529
10	2054	2,3820	4218916
15	2079	2,2068	4322241
22	2102	2,0414	4418404
34	2128	1,8549	4528384
45	2145	1,7348	4601025
65	2170	1,5786	4708900
126	2190	1,3010	4796100

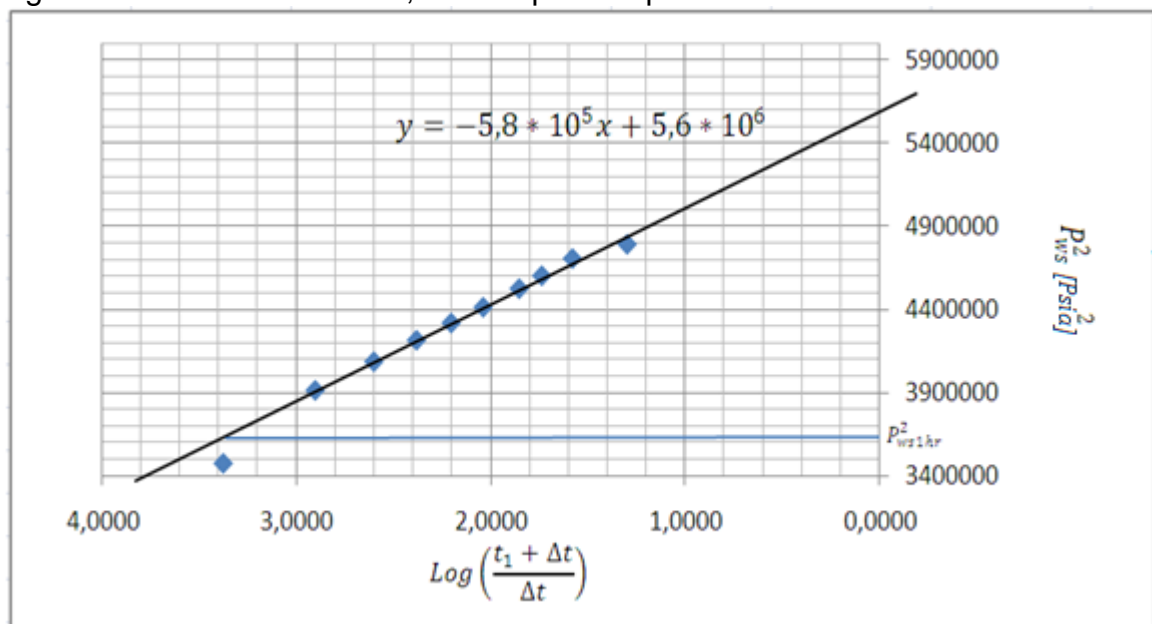
Calcular la presión promedio del yacimiento utilizando presiones cuadradas y los siguientes métodos:

- Método de Horner-MBH.
- Método de Ramey y Cobb.
- Método de Dietz.
- Método MDH.

Solución:

- Realizando el gráfico de Horner:

Figura 30. Gráfico de Horner, cálculo presión promedio.



Se observa que los puntos se acoplan perfectamente con la recta, por esto la presión media del yacimiento puede calcularse usando el corte con las ordenas en la extrapolación de la línea:

$$\bar{P}^2 = 5610764 \text{ psia}^2$$

$$\bar{P} = 2369 \text{ psia}$$

b. A partir de la pendiente en el gráfico de Horner se obtiene el valor de la permeabilidad:

$$k = \frac{1637qT}{mh} = \frac{1627 \cdot 1000 \cdot 605}{583525 \cdot 54} = 31,24 \text{ mD}$$

Se calcula el término  $\text{Log}\left(\frac{t_1 + \Delta t}{\Delta t}\right)$  a partir del factor de forma:

$$t_p = \frac{24 \cdot 10^5}{1000} = 2400 \text{ hr}$$

$$t_{DA} = 0,000264 \cdot \frac{kt_p}{\phi \mu C_t A} = \frac{0,000264 \cdot 31,24 \cdot 2400}{0,18 \cdot 0,12 \cdot 0,000436 \cdot 640 \cdot 43560} = 0,075$$

$$\text{Log}\left(\frac{t_1 + \Delta t}{\Delta t}\right) = \text{Log}(C_A t_{DA}) = \text{Log}(31,6 \cdot 0,075) = 0,37$$

Con el valor encontrado se entra al gráfico de Horner y se lee la presión cuadrada:

$$\bar{P}^2 = 5400000 \text{ psia}^2$$

$$\bar{P} = 2224 \text{ psia}$$

c. Para encontrar la presión a partir del método de Dietz, se realiza un gráfico  $P_{wf}$  vs  $\text{Log}\Delta t$ .

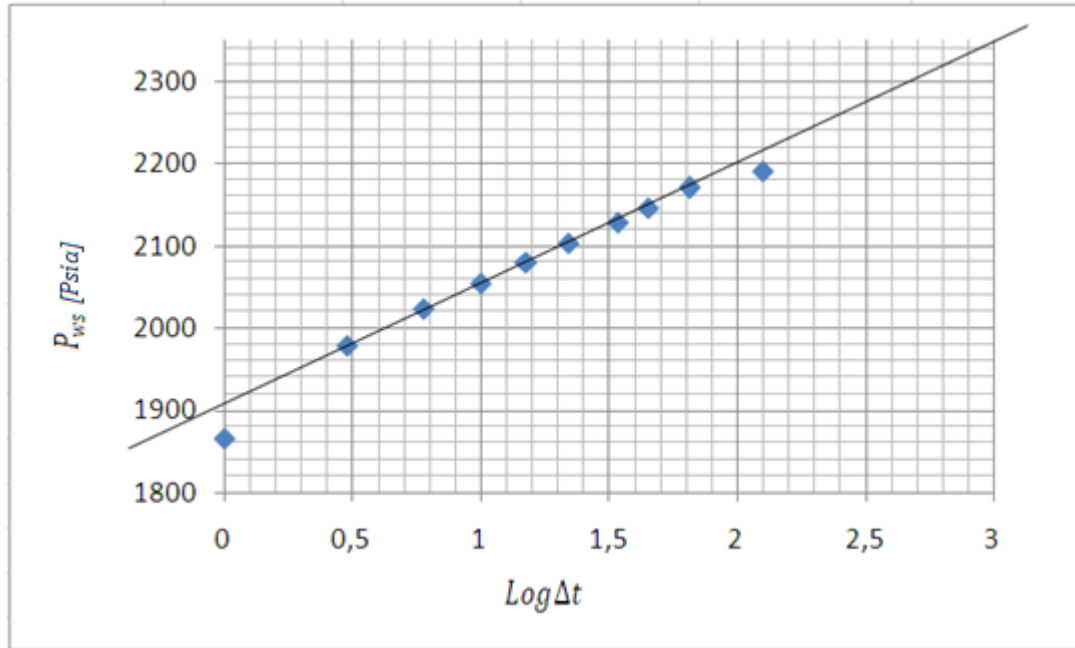
Se calcula un tiempo  $t^*$  para leer la presión sobre la línea recta:

$$t^* = \frac{\phi \mu_g C_t A}{0,0002637 C_A k} = \frac{0,18 \cdot 0,12 \cdot 0,000436 \cdot 640 \cdot 43560}{0,0002637 \cdot 31,6 \cdot 31,24} = 1008,56 \text{ hr}$$

$$\text{Log} t^* = 3$$

$$\bar{P} = 2350 \text{ psia}$$

Figura 31. Método de Dietz, cálculo presión promedio.



d. En el método MDH, a partir del gráfico usado en Dietz, se selecciona un punto sobre la línea recta, para este caso el punto será  $\Delta t_N = 6\text{hr}$ ,  $P_{wsN} = 2023\text{psia}$ . Se procede a calcular el valor de  $\Delta t_D$ :

$$\Delta t_D = \frac{0.0002637k}{\phi \mu_g C_t A} \Delta t_N = \frac{0.0002637 * 31,24}{0,18 * 0,12 * 0,000436 * 640 * 43560} * 6 = 1,88 * 10^{-4}$$

Se calcula la presión promedio a partir del valor de  $P_{DMDH}$  leído en la figura 29 y del valor de la pendiente de la línea recta.

$$\bar{P} = P_{wsN} + \frac{m}{1.1513} P_{DMDH} = 2023 + \frac{146.7}{1.1513} * 3$$

$$\bar{P} = 2405\text{psia}$$

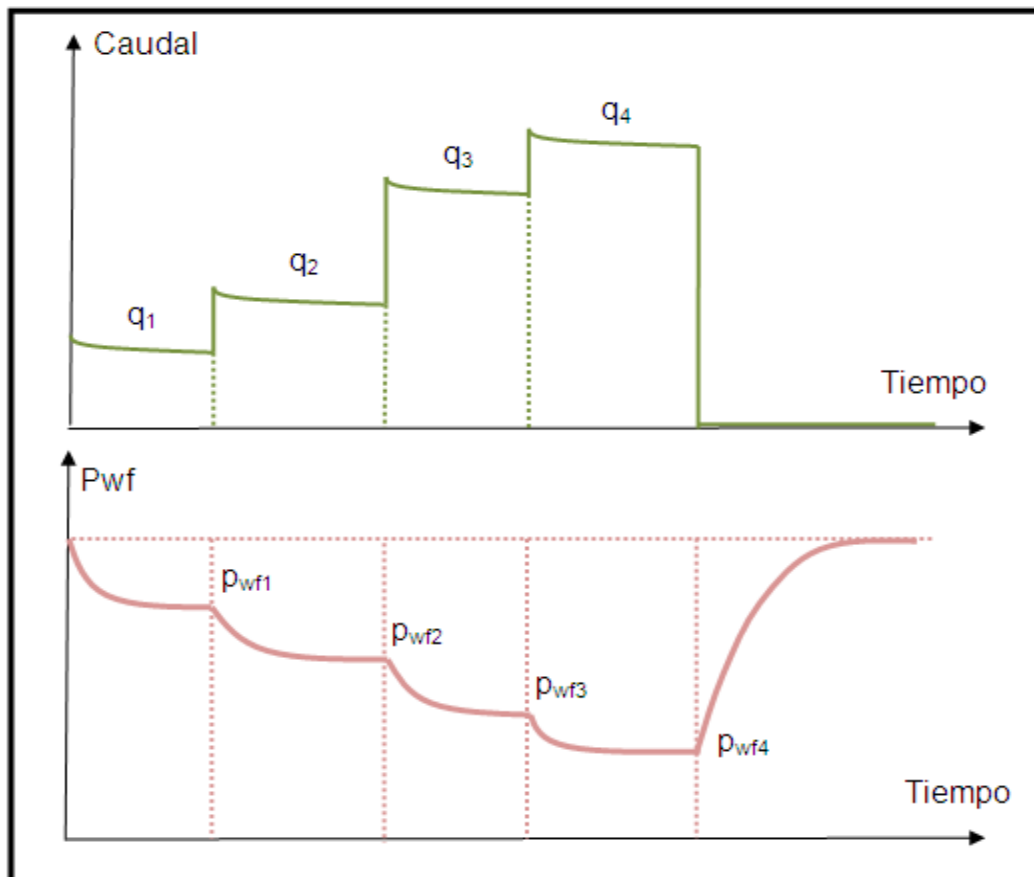
## 5. CÁLCULO DEL POTENCIAL DE FLUJO DE UN POZO

El potencial de flujo de un pozo se define como la tasa de producción que se generaría si el pozo se depletara hasta alcanzar la presión en superficie. Aunque el valor de esta tasa no será alcanzado en la práctica, sirve como base para la interpretación de la vida útil del yacimiento. Para su cálculo se utilizan diferentes pruebas, algunas de ellas se estudiarán a continuación.

### 5.1 PRUEBA *FLOW AFTER FLOW*

En esta prueba el pozo es puesto en producción, luego de obtener caudal y presión de fondo estabilizadas, se mide caudal y presión. Se realiza el mismo procedimiento modificando la tasa de producción  $n$  veces (por lo general 4). El cambio en el flujo no necesariamente debe ser proporcional.

Figura 32. Prueba *Flow after flow*.



Para analizar esta prueba se utiliza el principio de superposición, en donde a partir de la solución del estado pseudoestable para  $\psi_D$  en cada intervalo se tiene:

$$\psi_D = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{4A}{\gamma C_A r_w^2} \right) + 2\pi t_{DA}$$

Combinando con el principio de superposición:

$$\frac{kh}{1422T} (\psi_i - \psi_{wfn}) = 2\pi \sum_{j=1}^n q_{scj} \Delta(t_{Dn} - t_{Dj-1}) + q_{scn} \left( \frac{1}{2} \ln \left( \frac{4A}{\gamma C_A r_w^2} \right) + S + Dq_{scn} \right)$$

Dividiendo por el caudal, transformando el tiempo adimensional en tiempo real, incluyendo el término de turbulencia F y reorganizando, se obtiene la ecuación del análisis riguroso para el pseudoestable:

$$\frac{\psi_i - \psi_{wfn} - Fq_{scn}^2}{q_{scn}} = \frac{2.359T}{\phi \mu_g C_t Ah} \sum_{j=1}^n \frac{q_{scj}}{q_{scn}} \Delta(t_n - t_{j-1}) + \frac{1422T}{kh} \left( \frac{1}{2} \ln \left( \frac{4A}{\gamma C_A r_w^2} \right) + S \right) \quad (63)$$

Realizando un gráfico  $\frac{\psi_i - \psi_{wfn} - Fq_{scn}^2}{q_{scn}}$  vs  $\sum_{j=1}^n \frac{q_{scj}}{q_{scn}} \Delta(t_n - t_{j-1})$  se obtiene una recta cuya pendiente y corte con el eje de las ordenadas estarán dados respectivamente por:

$$m = \frac{2.359T}{\phi \mu_g C_t Ah}$$

$$b = \frac{1422T}{kh} \left( \frac{1}{2} \ln \left( \frac{4A}{\gamma C_A r_w^2} \right) + S \right)$$

El método simplificado está dado por:

$$\frac{\psi_i - \psi_{wfn}}{q_{scn}} = \frac{1422T}{kh} \left( \frac{1}{2} \ln \left( \frac{4A}{\gamma C_A r_w^2} \right) + S \right) + Fq_{scn} \quad (64)$$

Realizando un gráfico  $\frac{\psi_i - \psi_{wfn}}{q_{scn}}$  vs  $q_{scn}$  se obtiene una recta cuya pendiente corresponde al valor de F y el corte con las ordenadas al valor del primer término del lado derecho de la ecuación.

Cuando el yacimiento se encuentra en el estado transitorio, la combinación de la solución de la ecuación de difusividad con el principio de superposición da como resultado la ecuación del análisis riguroso para el transitorio:

$$\frac{\psi_i - \psi_{wfn} - Fq_{scn}^2}{q_{scn}} = \frac{1637T}{kh} \sum_{j=1}^n \frac{\Delta q_{scj}}{q_{scn}} \log(t_n - t_{j-1}) + \frac{1637T}{kh} \left( \log \left( \frac{k}{\phi \mu_g C_t r_w^2} \right) - 3.23 + 0.87S \right)$$

Realizando un gráfico  $\frac{\psi_i - \psi_{wfn} - Fq_{scn}^2}{q_{scn}} vs \sum_{j=1}^n \frac{\Delta q_{scj}}{q_{scn}} \log(t_n - t_{j-1})$  se obtiene una recta de cuya pendiente y corte con el eje de las ordenadas se podrá obtener información del yacimiento.

Existe además una ecuación empírica de menor precisión que las anteriores ecuaciones, pero que puede ser utilizada en estas pruebas:

$$q_{sc} = C(\psi_i - \psi_{wf})^n \quad (65)$$

En donde C es el coeficiente de flujo que depende de la permeabilidad, factor de forma, área, daño, viscosidad y factor de compresibilidad; y n está relacionado directamente con el tipo de flujo, siendo el valor de 0,5 para flujo turbulento y un valor de 1 para flujo de Darcy.

Esta ecuación es aplicada a partir de la línea recta del gráfico  $Log(\Delta\psi) vs Log(q_{sc})$ , obteniendo el valor de n como inverso de la pendiente, y el valor de Ca partir del corte. Una vez calculados C y n, se reemplazan los datos en la ecuación evaluando el potencial de flujo AOF (máximo caudal) para  $P_{wf}=14.7$ psia.

Ejemplo 8:

Una prueba *flow after flow* fue realizada en un pozo durante 48 horas. Asumiendo que la pseudopresión por encima de 3000 psia sigue la relación lineal:

$$\Psi = (0.3457p - 414.76) * 10^6 \text{psia}^2/\text{cp}$$

La presión inicial de yacimiento es de 4290 psia, la porosidad del 15%, el espesor de 50ft, el radio del pozo es de 0.3ft, la temperatura es de 200°F, la viscosidad inicial es de 0.0222795 cp, la compresibilidad del gas es de 0.000169 psia<sup>-1</sup>, la compresibilidad total de 0.000176 psia<sup>-1</sup>, el factor volumétrico de formación es de 0.004151 ft<sup>3</sup>/scf, el factor de compresibilidad inicial de 0.954884 y la gravedad específica de 0.65.

Tabla 16. Datos *flow after flow test*.

Caudal	Tiempo cumulativo	Pwf
Mscfd/d	Horas	Psia
10000	12	4182
20000	24	4047
30000	36	3884
40000	48	3694

- Empleando el método simplificado calcular el valor del coeficiente de no Darcy F.
- Empleando el método riguroso estimar un valor aproximado del área de drenaje usando los valores de F calculado y medido ( $0,040 \text{ psia}^2/\text{cp}/(\text{Mscf}/\text{d})^2$ ).
- Determinar si la suposición de estado pseudoestable es consistente para cada periodo de flujo, suponiendo que el yacimiento es circular con el pozo en el centro y la permeabilidad es de 100 mD.
- Calcular el potencial de flujo del pozo a través de la ecuación empírica y utilizando el software PanSystem 2011.

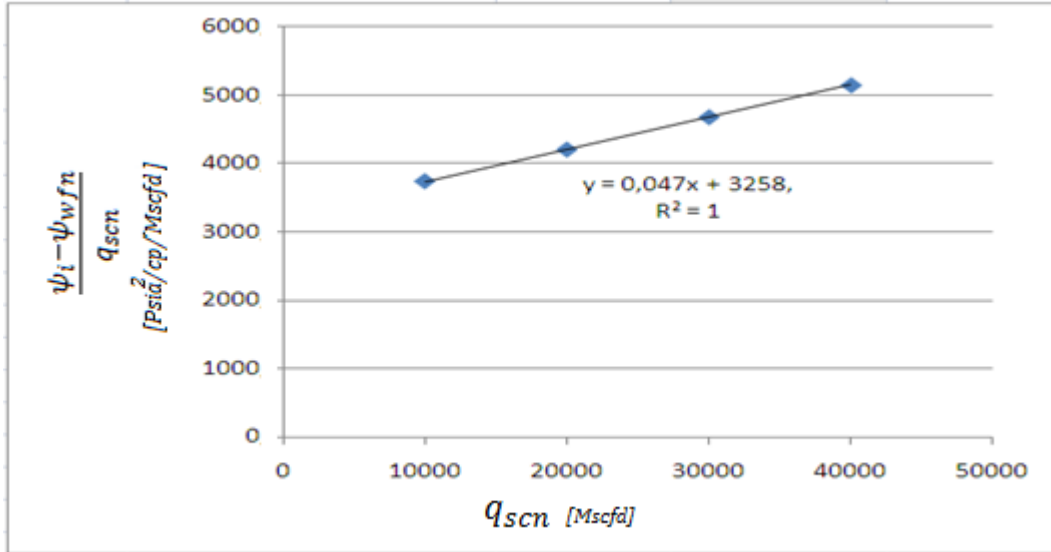
Solución:

- A partir de la ecuación (64) se realiza el gráfico de  $\frac{\psi_i - \psi_{wfn}}{q_{scn}}$  vs  $q_{scn}$  para el método simplificado, en donde el valor de la pendiente corresponde a F.

Tabla 17. Datos método simplificado *flow after flow test*.

Caudal	Tiempo cumulativo	Pwf	$\Psi_{wf}$	$\frac{\Psi_i - \Psi_{wfn}}{q_{scn}}$
10000	12	4182	1030,97	3733,6
20000	24	4047	984,30	4200,3
30000	36	3884	927,95	4678,5
40000	48	3694	862,27	5150,9

Figura 33. Método simplificado *flow after flow test*.



Por tanto el valor de F es de 0,047 psia<sup>2</sup>/cp/(Mscf/d)<sup>2</sup>

b. Empleando la ecuación (63) y realizando un gráfico  $\frac{\psi_i - \psi_{wfn} - Fq_{scn}^2}{q_{scn}}$  vs  $\sum_{j=1}^n \frac{q_{scj}}{q_{scn}} \Delta(t_n - t_{j-1})$  se obtiene una recta cuya pendiente será función del área.

Tabla 18. Datos método riguroso *flow after flow test*.

Caudal	Tiempo	$\frac{\psi_i - \psi_{wfn} - Fq_{scn}^2}{q_{scn}}$	$\frac{\psi_i - \psi_{wfn} - Fq_{scn}^2}{q_{scn}}$	$\sum_{j=1}^n \frac{q_{scj}}{q_{scn}} \Delta(t_n - t_{j-1})$
		F=0,047	F=0,040	
10000	12	3263,6	3333,6	12,0
20000	24	3260,3	3400,3	18,0
30000	36	3268,5	3478,5	24,0
40000	48	3270,9	3550,9	30,0

Figura 34. Método riguroso para F=0,040.

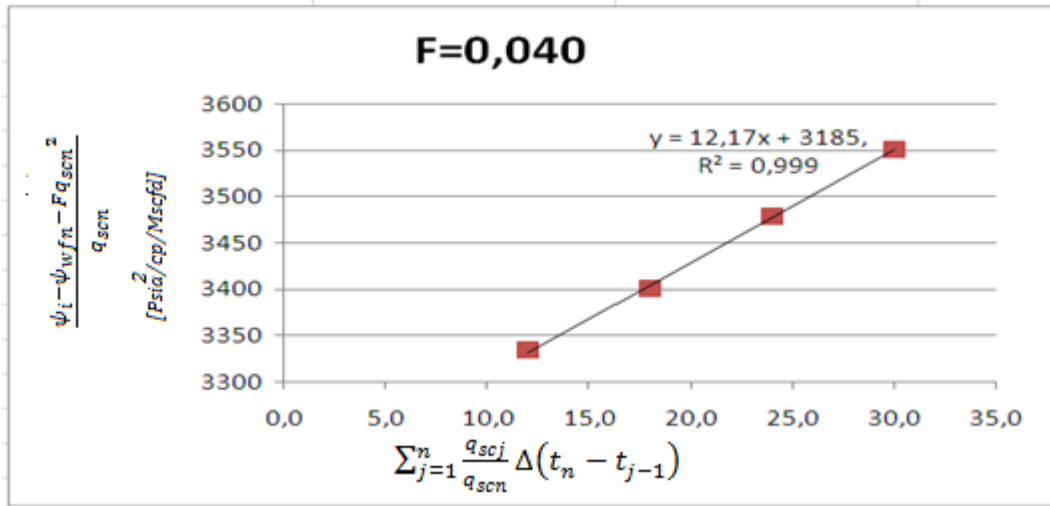
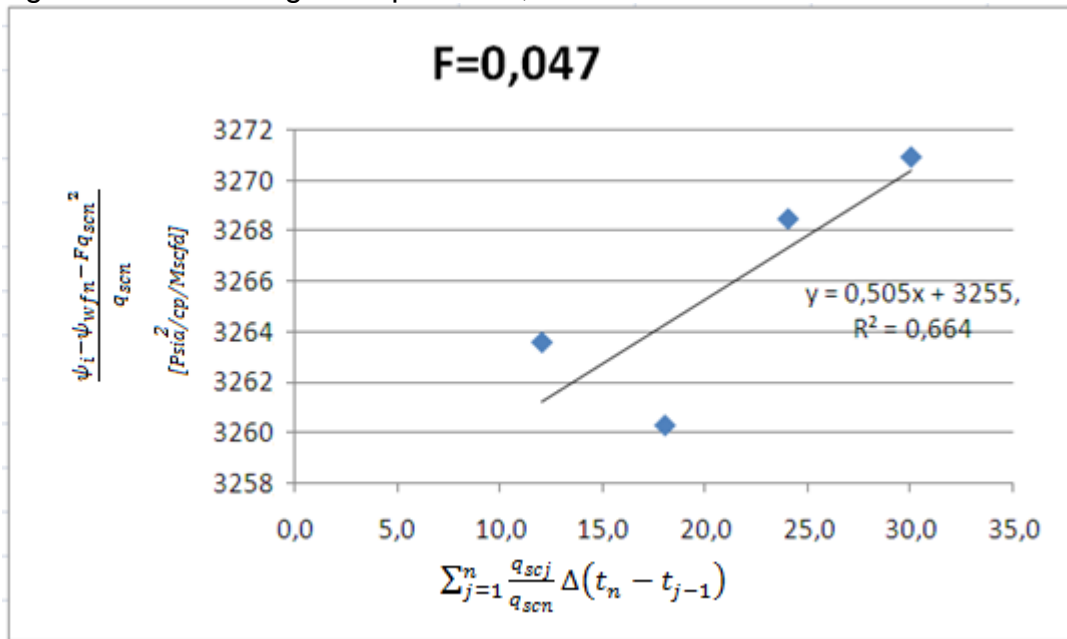


Figura 35. Método riguroso para F=0,047.



Como se observa en las anteriores gráficas, para el valor de F encontrado por el método simplificado no siempre existe un buen ajuste para los datos, debido a que el método riguroso tiene una base teórica más fuerte, por lo tanto el área para este caso debe ser encontrada a partir del valor F=0,040.

$$m=12,17 = \frac{2,359T}{\phi \mu C_g Ah}$$

$$A = \frac{2,359 \cdot 660}{12,17 \cdot 0,2 \cdot 0,022795 \cdot 0,000169 \cdot 50} = 4423390 \text{ft}^2 = 100 \text{Acres}$$

c. Para determinar si los periodos de flujo han alcanzado el estado pseudoestable, se parte de la figura 6, en donde se muestra el tiempo adimensional requerido para alcanzar dicho estado para cada geometría. Para este caso el tiempo requerido es 0,1. Por tanto:

$$t_{DA} = 0,1 = \frac{0,000264kt}{\phi \mu C_g A}$$

$$t = \frac{0,1 \cdot 0,2 \cdot 0,022795 \cdot 0,000169 \cdot 50}{0,000264 \cdot 100} = 9,69 \text{hr}$$

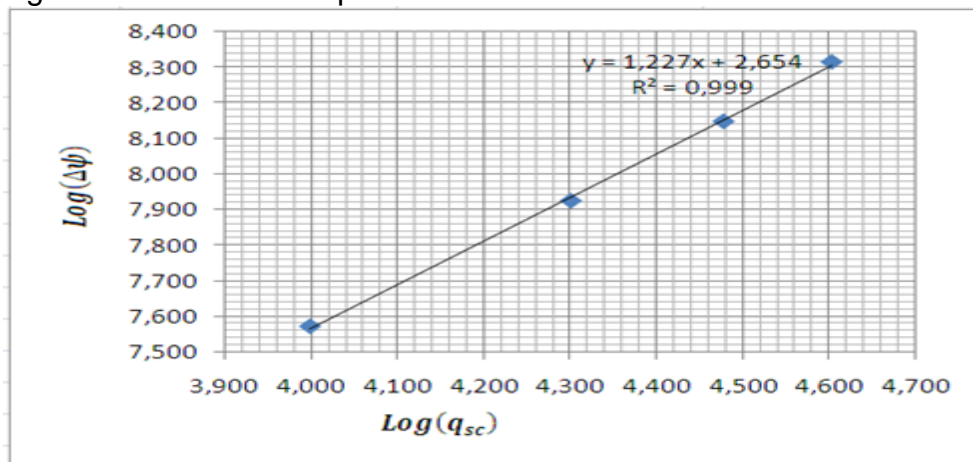
Este valor es inferior al primer tiempo, por lo cual la suposición del flujo pseudoestable es correcta.

d. A partir de la ecuación empírica (65), se realiza el gráfico  $\text{Log}(\Delta\psi)$  vs  $\text{Log}(q_{sc})$ .

Tabla 19. Datos ecuación empírica *flow after flow test*.

$\text{Log}(q_{sc})$	$\text{Log}(\Delta\psi)$
4,000	7,572
4,301	7,924
4,477	8,147
4,602	8,314

Figura 36. Ecuación empírica *flow after flow test*.



El valor del inverso de la pendiente corresponde al exponente n:

$$n = \frac{1}{m} = \frac{1}{1,227} = 0,814996$$

El coeficiente de flujo C es calculado a partir del corte de la recta.

$$\text{Log}(\Delta\psi) = \frac{1}{n} \text{Log}(q_{sc}) - \frac{1}{n} \text{Log}(C)$$

$$-\text{Log}(C) = 2,654 * 0,814996$$

$$C = 6,87 * 10^{-3} \frac{\text{MMscf}}{\text{d}} / \left( \frac{\text{psia}^2}{\text{cp}} \right)$$

De tal forma la ecuación empírica para este problema será:

$$q_{sc} = 6,87 * 10^{-3} (\Delta\psi)^{0,814996}$$

Se calcula el potencial de flujo  $a\psi_i = 1068303000\psi_{wf} = -409678210 \text{ psia}^2/\text{cp}$  correspondiente a 14,7psia:

$$\text{AOF} = 6,87 * 10^{-3} (1068303000 + 409678210)^{0,814996} = 204 \text{ MMscf/d}$$

Empleando el simulador PanSystem a partir del yacimiento presentado se ingresan los datos para crear la prueba *flow after flow*, tal como se muestra a continuación:

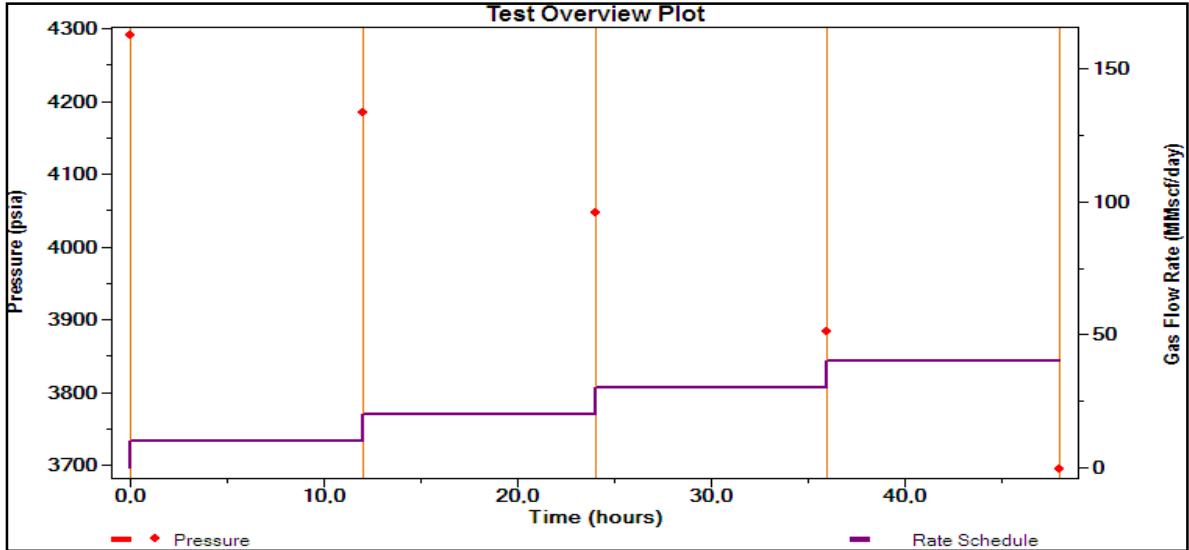
Figura 37. Datos prueba *flow after flow* PanSystem.

	Duration hr	Start Pressure psia	End Pressure psia	Rate MMscf/day
1	12	4290	4182	10
2	24	4182	4047	20
3	36	4047	3884	30
4	48	3884	3694	40
5				
6				

Fuente: Software PanSystem 2011.

Una vez ingresados los datos se observa claramente los diferentes periodos de flujo de la prueba.

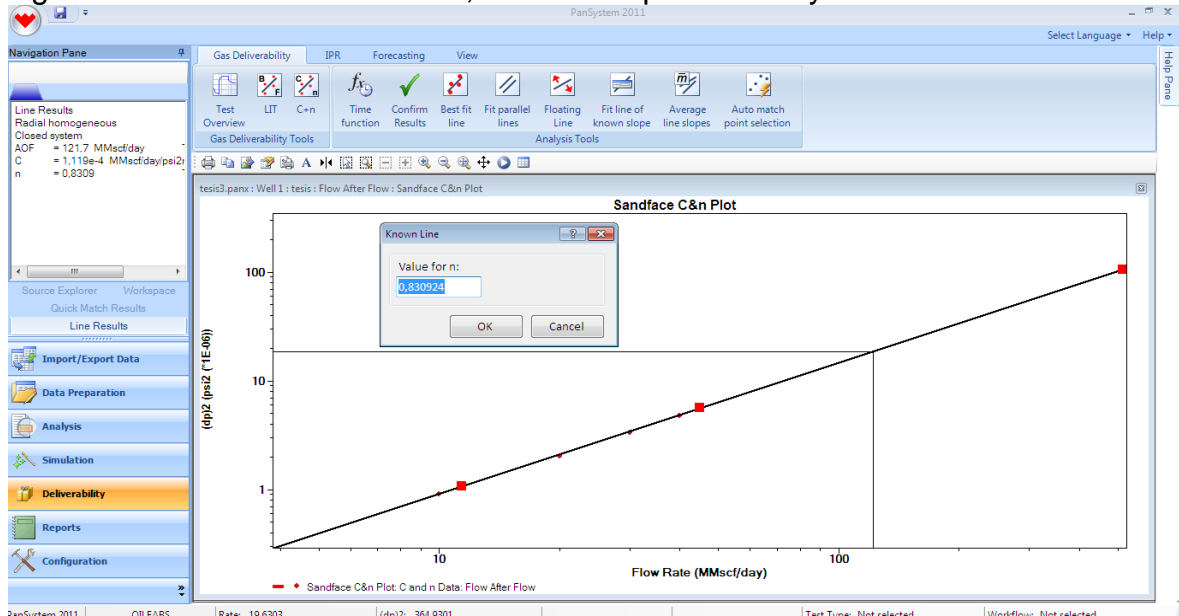
Figura38. Prueba *flow after flow* PanSystem.



Fuente: Software PanSystem 2011.

Aplicando el método de la ecuación empírica traza la recta con los puntos obtenidos, para así generar automáticamente los valores de n, C y AOF.

Figura 39. Prueba *flow after flow*, método empírico PanSystem.

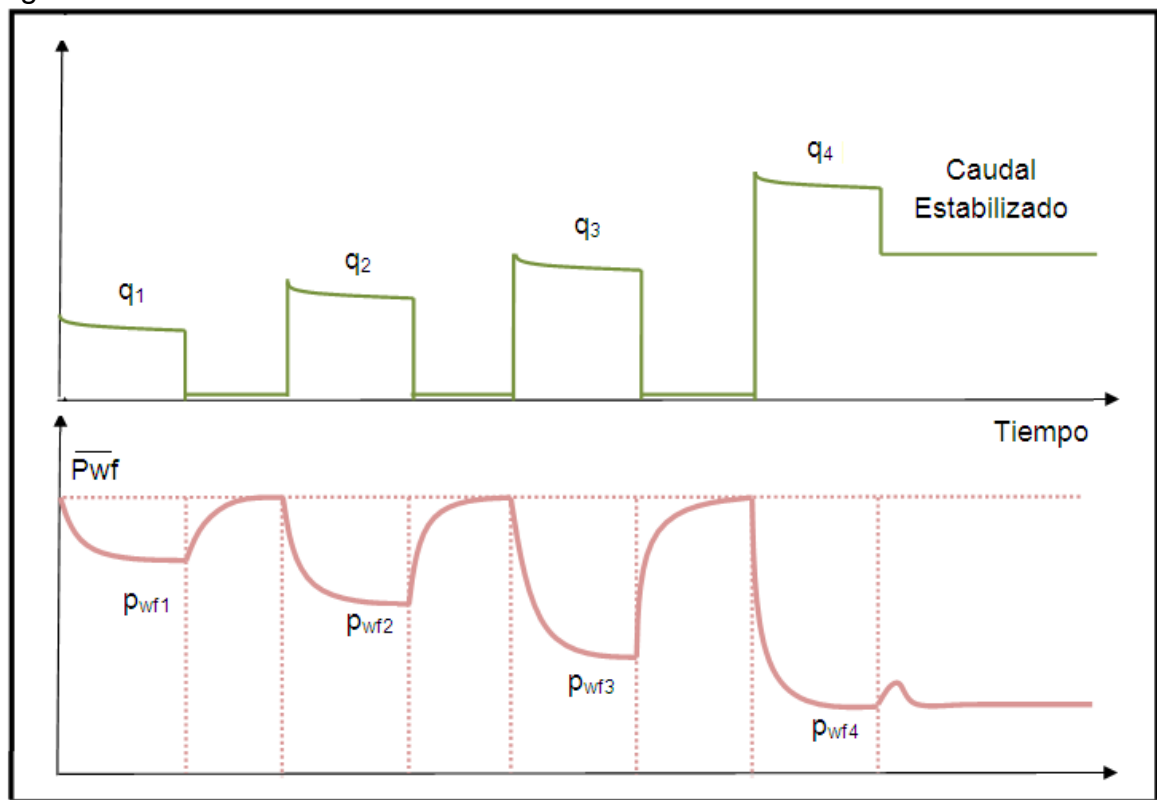


Fuente: Software PanSystem 2011.

## 5.2 PRUEBA ISÓCRONA

En esta prueba el pozo es puesto en producción a una tasa específica, después de cierto periodo de tiempo definido se mide la presión de fondo y el caudal. Luego de esto el pozo se cierra hasta restablecer la presión. Este procedimiento se repite para otras aberturas, teniendo en cuenta que los periodos de tiempo de flujo deben ser iguales. En el último periodo, se abre el pozo hasta obtener un flujo estabilizado.

Figura 40. Prueba Isócrona



El objetivo de esta prueba radica en la obtención de parámetros para caracterizar el flujo estabilizado, sin que el pozo llegue a producir el tiempo suficiente para alcanzar el flujo estabilizado.

La principal ventaja es que se requiere menos tiempo para lograr estabilizar la presión después de un periodo de flujo corto, en comparación al tiempo necesario para conseguir el estado pseudoestable en cada etapa de la prueba *flow after flow*.

Para el análisis de esta prueba se emplea la fórmula empírica estudiada anteriormente:

$$q_{sc} = C(\psi_i - \psi_{wf})^n$$

En donde para cada intervalo de tiempo se grafica  $\text{Log} \Delta \psi$  vs  $\text{Log} q_{sc}$ , obteniendo el valor de n como inverso de la pendiente, siendo igual para cada recta, y el valor de C al reemplazar el punto estabilizado en la ecuación, debido a que este varía con respecto al tiempo. Una vez calculados C y n, se reemplazan los datos en la ecuación evaluando el potencial de flujo AOF (máximo caudal) para  $P_{wf}=14.7$ psia.

Cuando no existe información para calcular los valores de pseudopresiones, o se tienen presiones bajas, se puede acoplar la anterior ecuación a presiones cuadradas, así:

$$q_{sc} = C(P_i^2 - P_{wf}^2)^n$$

Ejemplo 9:

Una prueba isócrona fue desarrollada en un pozo localizado en un yacimiento cuya presión promedio es de 1950 psia. El pozo produce durante cuatro periodos de flujo. La presión de fondo y el caudal son calculados durante los periodos de 3hr y 6hr para cada intervalo. Una prueba prolongada fue desarrollada por un periodo de 72hr a una tasa de 6MMscf/d, en este periodo la presión de fondo fue de 1150 psia. Los valores medidos se muestran a continuación:

Tabla 20. Datos prueba isócrona.

<b>Caudal</b>	<b>Pwf para t=3hr</b>	<b>Pwf para t=6hr</b>	<b>t para Pwf=Pprom</b>
<b>MMscf/d</b>	<b>Psia</b>	<b>Psia</b>	<b>hr</b>
2,5	1793	1761	0
3,3	1757	1657	7
5,0	1623	1510	15
6,3	1505	1320	25

a. Calcular el potencial de flujo del pozo a través de la fórmula empírica y utilizando el software PanSystem.

b. Determinar si el efecto de la turbulencia es significativo.

Solución:

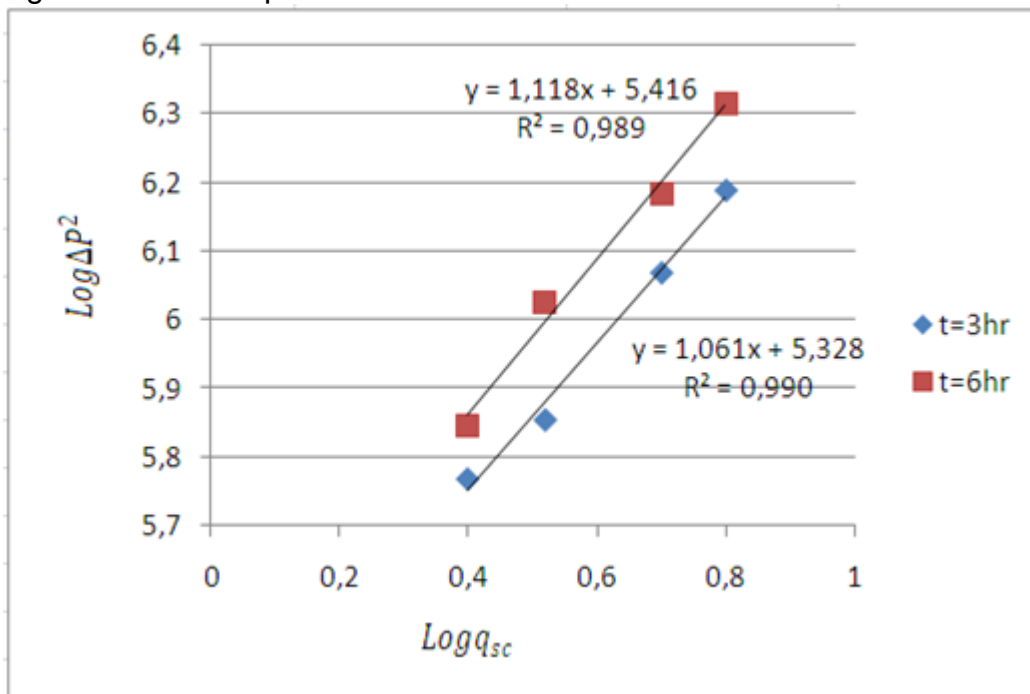
a. Existen dos periodos de tiempo no estabilizados, por lo cual se debe calcular la diferencia de presiones cuadradas para realizar el gráfico  $\text{Log}\Delta P^2$  vs  $\text{Log}q_{sc}$ .

Tabla 20. Datos calculados prueba isócrona.

Log q	Log $\Delta P^2$ t=3hr	Log $\Delta P^2$ t=6hr
0,39794001	5,76911948	5,84595276
0,51851394	5,85457990	6,02401376
0,69897000	6,06758077	6,18252878
0,79934055	6,18680806	6,31388830

De tal manera se obtienen dos gráficos con pendientes similares:

Figura 41. Gráfico prueba isócrona.



Tomando el valor de 1.0895 como valor promedio para la pendiente, se tiene que n es:

$$n = \frac{1}{m} = \frac{1}{1.0895} = 0.91785$$

El valor de C es calculado a partir del punto estabilizado:

$$C = \frac{q}{(P_i^2 - P_{wf}^2)^n} = \frac{6}{(1950^2 - 1150^2)^{0.91785}}$$

$$C = 8,1097 \cdot 10^{-6} \frac{\text{MMscf}}{\text{d}} / \text{psia}^2$$

La ecuación empírica para este problema será:

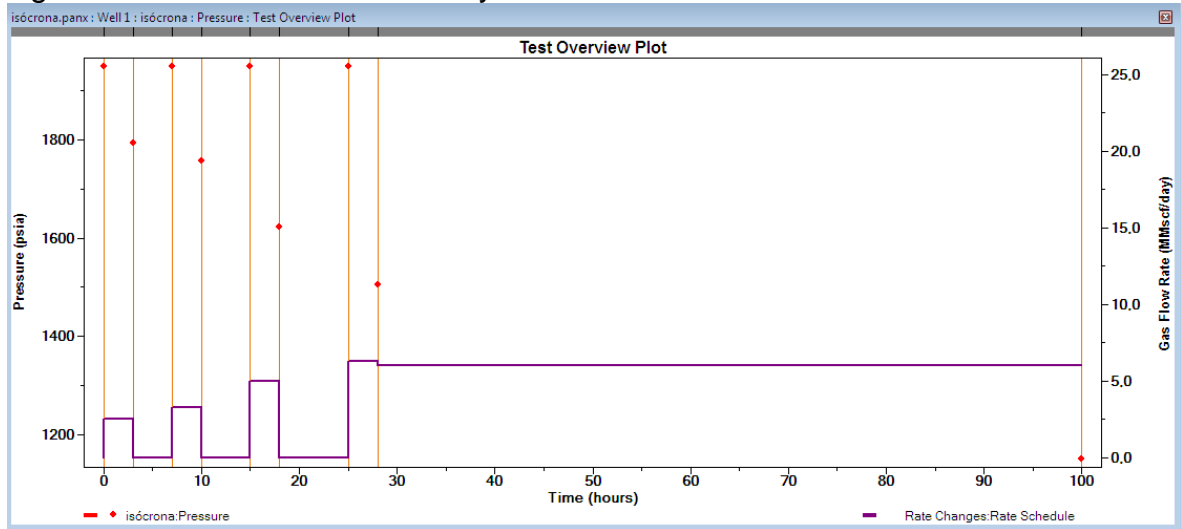
$$q = 8.1097 \cdot 10^{-6} (P_i^2 - P_{wf}^2)^{0.91785}$$

Evaluando para el potencial de flujo:

$$q = 8.1097 \cdot 10^{-6} (1950^2 - 14,7^2)^{0.91785} = 8.88 \text{ MMscf/d}$$

Para desarrollar el problema en el software PanSystem, una vez incluidos los datos dentro del programa, se obtendrá el siguiente comportamiento representativo de la prueba:

Figura 42. Prueba Isócrona PanSystem



Fuente: Software PanSystem 2011.

Para realizar el análisis del potencial de flujo, se procede a ingresar los datos dentro de la prueba isócrona, seleccionando la presión promedio del yacimiento como presión inicial de cada periodo de flujo, a excepción del estabilizado cuya presión de inicio corresponde a la presión final del periodo de flujo anterior:

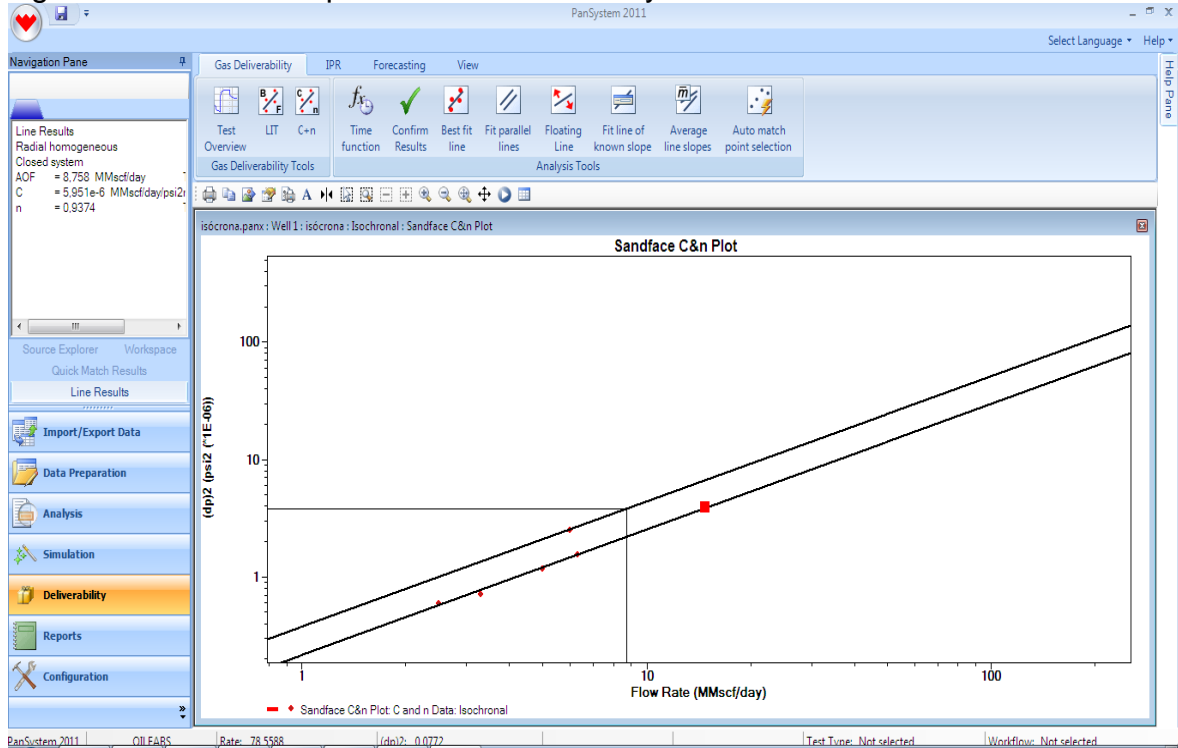
Figura 43. Datos prueba Isócrona PanSystem.

	Duration hr	Start Pressure psia	End Pressure psia	Rate MMscf/day	Buildup/Draw own/Extende
1	3	1950	1793	2,5	D
2	3	1950	1757	3,3	D
3	3	1950	1623	5,0	D
4	3	1950	1505	6,3	D
5	72	1505	1150	6	E
6					
7					
8					
9					
10					

Fuente: Software PanSystem.

Se traza una línea recta a través de los puntos buscando el mejor ajuste, para luego ser desplazada sobre el punto estabilizado y efectuar el cálculo automático de los coeficientes  $n$  y  $C$ ; y del potencial de flujo AOF.

Figura 44. Resultados prueba Isócrona PanSystem.



Fuente: Software PanSystem 2011.

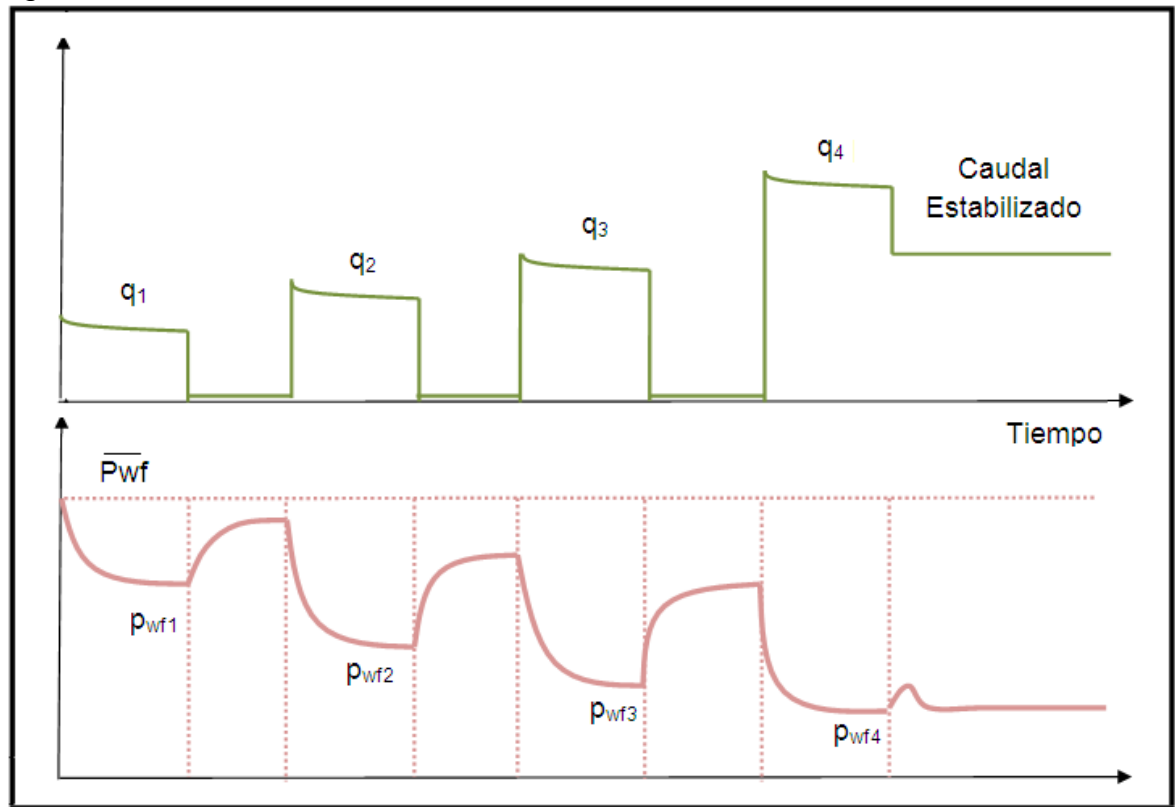
b. Para evaluar el efecto de la turbulencia se debe analizar el valor de  $n$ , teniendo en cuenta que un valor cercano a 0,5 corresponde a flujo turbulento, mientras que un valor cercano a 1 corresponde a flujo Darcy. En este caso, el valor de  $n$  es cercano a 1, por lo cual los efectos de la turbulencia pueden ser despreciados.

### 5.3 PRUEBA ISÓCRONA MODIFICADA

La prueba isócrona modificada trabaja con el mismo desarrollo y análisis de la prueba isócrona normal (tomar periodos de flujo de igual duración, con un último valor estabilizado) con algunas diferencias:

- Los periodos de cierre son reducidos y de igual duración, y por tanto no se alcanza la presión media del yacimiento.
- Posee una duración menor a la prueba isócrona normal.
- La precisión de esta prueba es menor a la isócrona normal.

Figura 45. Prueba Isócrona Modificada.



Ejemplo 10:

Una prueba isócrona modificada fue desarrollada en un pozo localizado en un yacimiento cuya presión promedio es de 1950 psia. El pozo produce durante cuatro periodos de flujo. La presión de fondo y el caudal son calculados durante los periodos de 3hr para cada intervalo. Una prueba prolongada fue desarrollada por un periodo de 72hr a una tasa de 6MMscf/d, en este periodo la presión de fondo fue de 1010 psia. Los valores medidos se muestran a continuación:

Tabla 22. Datos prueba isócrona modificada.

<b>Caudal</b>	<b>Pwf</b>	<b>t para Pws</b>	<b>Pws</b>
<b>MMscf/d</b>	<b>psia</b>	<b>Hr</b>	<b>psia</b>
2,5	1793	0	1950
3,3	1749	6	1947
5,0	1588	12	1941
6,3	1467	18	1918

- Calcular el potencial de flujo del pozo a través de la fórmula empírica.
- Calcular el porcentaje de error para el potencial de flujo comparado con el calculado en el ejemplo 9.

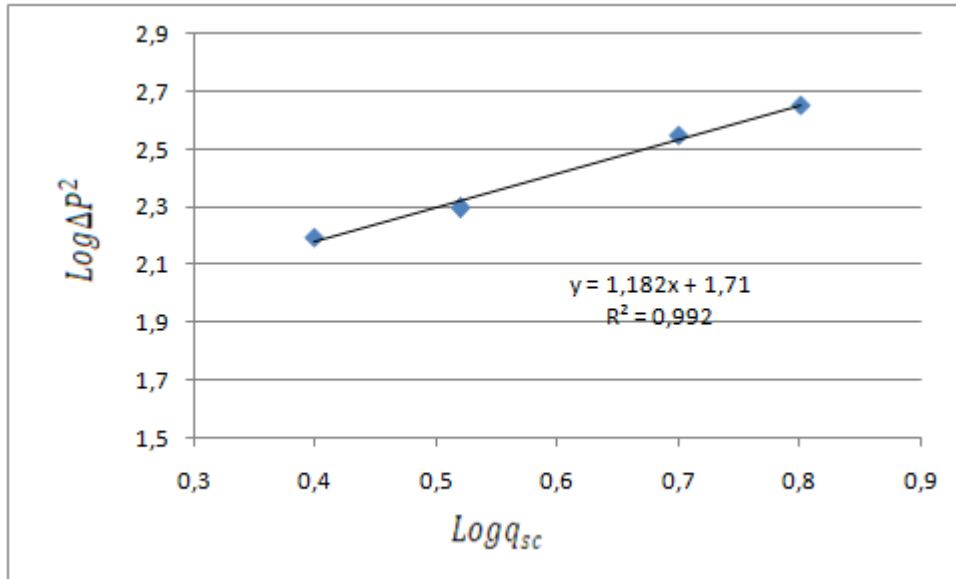
Solución:

- Existen dos periodos de tiempo no estabilizados, por lo cual se debe calcular la diferencia de presiones cuadradas para realizar el gráfico  $Log\Delta P^2 vs Logq_{sc}$ .

Tabla 23. Datos calculados prueba isócrona modificada.

<b>Log q</b>	<b>Log <math>\Delta P^2</math></b>
0,39794001	2,19589965
0,51851394	2,29666519
0,69897000	2,54777471
0,79934055	2,65417654

Figura 46. Gráfico prueba isócrona modificada.



Tomando el valor de 1.118 como valor para la pendiente, se tiene que n es:

$$n = \frac{1}{m} = \frac{1}{1.118} = 0.84602$$

El valor de C es calculado a partir del punto estabilizado:

$$C = \frac{q}{(P_i^2 - P_{wf}^2)^n} = \frac{6}{(1918^2 - 1010^2)^{0.84602}}$$

$$C = 2,2016 \cdot 10^{-5} \frac{\text{MMscf}}{\text{d}} / \text{psia}^2$$

La ecuación empírica para este problema será:

$$q = 2.2016 \cdot 10^{-5} (P_i^2 - P_{wf}^2)^{0.84602}$$

Evaluando para el potencial de flujo:

$$q = 2.2016 \cdot 10^{-5} (1950^2 - 14,7^2)^{0.84602} = 8.12 \text{ MMscf/d}$$

b. Comparando con el valor de AOF=8.88MMScf/d del ejemplo 9:

$$\text{diferencia entre métodos} = \frac{8.88 - 8.12}{8.88} * 100 = 8.56\%$$

Por tanto, para este ejemplo, la prueba isócrona modificada tiene una diferencia del 8.56% con la prueba isócrona normal.

## 6. CONCLUSIONES

Se consiguió caracterizar matemáticamente el flujo de gas por medio de la ecuación de difusividad hidráulica en sus diferentes formas, y encontrando las soluciones de la misma para los estados estable, pseudoestable y transitorio. En el desarrollo de las soluciones se excluyeron suposiciones realizadas para el flujo de aceite, tales como una baja compresibilidad del fluido y flujo laminar, a través de la inclusión de pseudopresiones y el coeficiente de turbulencia implícito en el daño total.

Se observó mediante la aplicación de ejemplos, que la función pseudopresión permite simplificar la ecuación de flujo para gases, permitiendo obtener respuestas con cálculos rápidos que pueden ser corroboradas por medio de software, como es el caso de PanSystem en este trabajo.

Conocer las propiedades de los fluidos y petrofísicas del yacimiento se convierte en la base para el éxito en la interpretación y análisis de pruebas de presión; y posterior cálculo de la permeabilidad de la formación.

La variación del coeficiente de turbulencia  $F$  genera un porcentaje elevado de error que se verá representado al momento de realizar las gráficas y buscar un ajuste en la línea recta para encontrar los valores de las otras propiedades.

## 7. RECOMENDACIONES

Para un análisis más exacto en el planteamiento matemático de las soluciones de la ecuación de difusividad hidráulica, se recomienda evaluar la componente  $z$  de la ecuación, redefiniendo las condiciones inicial, de contorno interno y de contorno externo.

Dar continuidad a los estudios de pruebas de presión y cálculo de potencial en otro tipo de hidrocarburos más complejos, como es el caso de los hidrocarburos no convencionales, presentando el desarrollo de la ecuación de difusividad hidráulica y sus soluciones para el análisis en yacimientos con diferentes esquemas de porosidad y flujo

## BIBLIOGRAFÍA

BEGGS, H. Dale. Gas Production Operations. Oil and Gas Consultants International Incs. Tulsa, Oklahoma. 1984.

CHAUDHRY, Amanat U. Gas Well Testing Handbook. Advanced TWPSOM Petroleum Systems, Inc. Houston, Texas. 2003.

CORREA JAIMES, Fabio Ricardo. Desarrollo De Una Metodología Para Interpretar Pruebas De Presión Tomadas Con Herramientas Convencionales. Aplicación Campo Colorado. Tesis de grado. Universidad Industrial de Santander. 2008.

ESCOBAR M., Freddy Humberto. Análisis Moderno De Presiones De Pozo. Neiva, Huila, Noviembre de 2003.

HORNER, Roland N. Modern Well Test Analysis. A Computer-Aided Approach. Stanford University. 1990.

LEE, J; ROLLINS, J; SPIVEY, J. Pressure Transient Testing. SPE Textbook series vol.9. Richardson, Texas. 2003.

LEE, John; WATTENBARGER, Robert A. Gas Reservoir Engineering. Texas A&M University. Richardson, TX. 1996.

MATTAR, Louis. Well Test Interpretation. Course Outline. Fekete Associates Inc. 2004.

METNAMI, Mabruk. Effective Pressure Formulation for Gas Well Test Analysis. SPE 68109. Bahrain. Marzo de 2001.

MEUNIER, D.F.; KABIR, C.S.; WITTMANN, M.J. Gas Well Test Analysis: Use of Normalized Pseudovariabes. SPE 13082. Houston, Texas. 1967.

OROZCO GARCÍA, Sergio Miguel. Fundamentos Para Pruebas De Presión Y Cálculo De Potencial Para Pozos De Gas. Tesis Profesional. Universidad Nacional Autónoma De México. 2010.

PACHÓN ORDÓÑEZ, Yessika Fernanda; GODÍN SIERRA, Francisco Javier. Realización E Interpretación De Una Prueba De Restauración De Presión En Un Pozo Con Bombeo Mecánico. Caso Práctico Campo Colorado. Tesis de grado. Universidad Industrial de Santander. 2011.

RAMÍREAZ JUÁREZ, Juan Manuel; ZEPEDA ALCANTAR, Jesús Guillermo. Manual De Interpretación De Pruebas De Variación De Presión En Pozos De Gas. Tesis de grado. Universidad Nacional Autónoma De México. Agosto de 2009.

ROJAS GÓMEZ, Manuel Alejandro. Metodología Para El Registro Y Análisis De Una Prueba De Presión En Pozos Exploratorios De Gas: Aplicación Campo Colombiano. Tesis de grado. Universidad Industrial de Santander. 2012.

SONG, Bo. Pressure Transient Analysis And Production Analysis For New Albany Shale Gas Wells. Tesis de maestría. Texas A&M University. Agosto de 2010.

TIAB, Djebbar. Gas Reservoir Engineering. The University of Oklahoma. Norman, Oklahoma, U.S.A. 2000.