

**Modelo de inventario multiperiodo para una red de distribución multiescalón y multi-ítem,
en el lenguaje de programación GAMS**

Carlos Andrés Poches Corredor

Natalia Andrea Tarazona Orduz

Trabajo de grado para optar por el título de Ingeniero Industrial

Director:

Javier Eduardo Arias Osorio

Magister en Administración

Universidad Industrial de Santander

Facultad de Ingeniería Fisicomecánicas

Escuela de Estudios Industriales y Empresariales

Bucaramanga

2020

Agradecimientos

A Dios, por darme salud y la oportunidad de cursar mis estudios profesionales.

A el profesor *Javier Eduardo Arias Osorio*, por su confianza, apoyo, paciencia y disposición.

A *Carlos Andrés* por su paciencia, amor y su esfuerzo durante el proyecto.

A mi familia que siempre me ayudan de una u otra manera.

A mis compañeros del grupo OPALO, por su constante colaboración y apoyo en todos los momentos.

A mis compañeros y amigos por estar en diferentes momentos de mi vida.

Natalia Andrea Tarazona Orduz

A Dios, por darme sabiduría para culminar esta etapa de mi vida.

A el profesor *Javier Eduardo Arias Osorio*, por instruirnos con su conocimiento y por la confianza brindada.

A Natalia Andrea por su amor, apoyo incondicional, esfuerzo y por permitirme soñar junto a ella.

A mi familia por todo su amor, apoyo y esfuerzo para culminar este camino.

A mis compañeros de grupo OPALO, Laura, Víctor, Fabian, Lina, Jennifer y Julio por sus consejos y colaboración.

A todos mis compañeros que hicieron parte de mi crecimiento personal.

Carlos Andrés Poches Corredor

Dedicatoria

A mi madre por la formación brindada y apoyarme en todos los procesos de mi vida.

A mi padre por su amor en cada una de sus aventuras.

A mi hermano por su maravilloso ejemplo y apoyo incondicional durante toda mi vida.

A mi abuela *Myriam* por ser mi segunda madre.

Natalia Andrea Tarazona Orduz

A mi madre por su gran amor, esfuerzo y por su apoyo incondicional en todo momento.

A mi padre y *Kathe* por acompañarme en este camino con amor.

A *Oliver* por cuidar de mi en cada momento y no dejarme nunca solo.

A mis hermanos *Megane, Matias* y *Thomas* por alegrar mi vida y por todo su amor.

A toda mi familia esto es para ustedes.

Carlos Andrés Poches Corredor

Contenido

	Pág.
Introducción	17
1. Justificación y planteamiento del problema.....	19
2. Objetivos.....	20
2.1 Objetivo General.....	20
2.2 Objetivos Específicos.....	20
3. Hipótesis	21
4. Metodología	21
4.1 Fase 1: <i>Definición del problema y recolección de datos</i> (Cumplimiento al objetivo 1). .	22
4.2 Fase 2: <i>Formulación del modelo matemático</i> (Cumplimiento al objetivo 2).	25
4.3 Fase 3: <i>Solución del modelo</i> (Cumplimiento al objetivo 3).....	26
4.4 Fase 4: <i>Prueba y mejora del modelo</i> (Cumplimiento al objetivo 4 y 5).	26
5. Marco Teórico.....	27
5.1 Logística.....	27
5.2 Cadena de suministro.....	27
5.3 Redes de distribución.....	27
5.3.1 Red de distribución de multiescalón.	28
5.3.2 Red de distribución multiperiodo.....	29
5.3.3 Red de distribución multi-ítem.	29

5.4 Inventarios.....	29
5.5 Tipos de inventario	29
5.6 Gestión o manejo de inventario	31
5.7 Modelos de gestión de inventarios.....	32
5.7.1 Modelos de gestión de inventarios determinísticos.	32
5.7.2 Modelos de gestión de inventarios no determinísticos.	32
5.8 Modelo matemático	33
5.9 Optimización matemática	35
6. Revisión de la literatura	36
7. Formulación del modelo matemático.....	43
7.1 Modelo base	44
7.2 Modelo 1	46
7.2.1 Índices	46
7.2.2 Parámetros.....	46
7.2.3 Variables	47
7.2.4 Función objetivo.	47
7.2.5 Restricciones	48
7.3 Modelo 2	50
7.3.1 Índices	51
7.3.2 Parámetros.....	52
7.3.3 Variables	53
7.3.4 Función objetivo.	54
7.3.5 Restricciones	54

7.4 Modelo 3	56
7.4.1 Índices	57
7.4.2 Parámetros.....	58
7.4.3 Variables	59
7.4.4 Función objetivo.	60
7.4.5 Restricciones	61
7.5 Modelo 4	63
7.5.1 Índices	64
7.5.2 Parámetros.....	65
7.5.3 Variables	66
7.5.4 Función objetivo.	67
7.5.5 Restricciones	68
8. Validación del modelo matemático	70
8.1 Resultados de optimización en EXCEL.....	72
8.2 Resultados de optimización de GAMS	75
8.3 Validación	78
9. Experimentación	79
9.1 Crecimiento del modelo.....	79
9.2 Variación de parámetros y análisis de sensibilidad	82
9.2.1 Experimentación 1.	83
9.2.2 Experimentación 2.	86
9.2.3 Experimentación 3.	86
9.2.4 Experimentación 4.	87

9.3 Comprobación de la hipótesis.....	88
9.3.1 Experimentación 1.	91
9.3.2 Experimentación 2.	93
9.3.3 Experimentación 3.	95
9.3.4 Experimentación 4.	97
10. Conclusiones.....	99
11. Recomendaciones	101
Referencias Bibliográficas	102

Lista de Figuras

	Pág.
<i>Figura 1.</i> Fases de la investigación.....	22
<i>Figura 2.</i> Secuenciación de pasos de la revisión de literatura	23
<i>Figura 3.</i> Ecuación de búsqueda para el Inventario Multiescalón.....	23
<i>Figura 4.</i> Ecuación de búsqueda para el Inventario Multiescalón Multi-ítem/Multiperiodo	24
<i>Figura 5.</i> Red de distribución multiescalón en serie.	28
<i>Figura 6.</i> Red de distribución multiescalón distribuida.....	28
<i>Figura 7</i> Representación del modelo 1	46
<i>Figura 8</i> Representación del modelo 2.....	51
<i>Figura 9</i> Representación del modelo 3.....	57
<i>Figura 10</i> Representación del modelo 4.....	64
<i>Figura 11.</i> Resumen de los datos de entrada para la validación.....	71
<i>Figura 12</i> Representación de los resultados de la optimización.....	72
<i>Figura 13</i> Resultados de excel para los inventarios	73
<i>Figura 14.</i> Resultados de excel para la binaria de pedir o fabricar	74
<i>Figura 15</i> Resultados de excel para las ventas perdidas.....	74
<i>Figura 16.</i> Resultados de excel para la función objetivo.....	74
<i>Figura 17</i> Resultados de GAMS para las ventas perdidas	75
<i>Figura 18.</i> Resultados de GAMS para los inventarios	76

Figura 19 Resultados de GAMS para las binarias de pedir o fabricar 77

Figura 20 Resultados de GAMS para la función objetivo 77

Figura 21. Gráfico del tiempo de ejecución respecto al crecimiento de los modelos 81

Figura 22. Variables respecto al crecimiento de los modelos 82

Figura 23. Analisis variación de la demanda $d_j=11$ 85

Figura 24. Análisis variación de la demanda $d_j=30$ 85

Figura 25. Gráfico costo total respecto al aumento en el costo de mantener inventario..... 86

Figura 26. Gráfico costo total respecto al aumento del costo de venta perdida..... 87

Figura 27. Gráfico costo total respecto al aumento de pedir o fabricar 88

Figura 28. Desagregación de los costos de mantener inventario 89

Figura 29. Restricción para comprobar el tiempo en CPU empleado para resolver el modelo ... 90

Figura 30. Restricción para un GAP relativo del 0.00001 90

Figura 31. Restricción para un tiempo de resolución máximo de 60 segundos 90

Figura 32. Gráfico experimentación 1, costos del modelo 3 y 4 frente al crecimiento del modelo..... 92

Figura 33. Gráfico experimentación 1, costos del modelo 3 y 4 frente al aumento de minoristas..... 93

Figura 34. Gráfico experimentación 2, costos del modelo 3 y 4 frente al crecimiento del modelo..... 94

Figura 35. Gráfico experimentación 2, costos del modelo 3 y 4 frente al aumento de minoristas..... 95

Figura 36. Gráfico experimentación 3, costos del modelo 3 y 4 frente al crecimiento del modelo..... 96

Figura 37. Gráfico experimentación 3, costos del modelo 3 y 4 frente al crecimiento de los minoristas..... 96

Figura 38. Gráfico experimentación 4, costos del modelo 3 y 4 frente al crecimiento del modelo..... 97

Figura 39. Gráfico experimentación 4, costos del modelo 3 y 4 frente al crecimiento de los minoristas..... 98

Lista de Tablas

	Pág.
Tabla 1. <i>Cumplimiento de objetivos</i>	18
Tabla 2. <i>Clasificación de modelos de Inventario Multiescalón</i>	42
Tabla 3. <i>Variación de la demanda</i>	84
Tabla 4. <i>Comparación de GAP relativo con y sin restricción de tiempo</i>	91

Resumen

Título: Modelo de inventario multiperiodo para una red de distribución multiescalón y multi-ítem*

Autores: Carlos Andrés Poches Corredor
Natalia Andrea Tarazona Orduz**

Palabras clave: Inventario, Red de distribución, Modelo matemático, Multiescalón, Sistema de inventario multiescalón, dos escalones, Multi-ítem, Tiempos de entrega.

Descripción:

La competencia entre las empresas dentro del mercado global se ha convertido en ventajas competitivas entre las cadenas de suministro. Uno de los objetivos primordiales de la cadena de suministro es determinar el nivel de inventario y la cantidad de reposición para reducir los costos al mínimo, sin afectar los niveles de servicio, para ello se necesita de una eficiente gestión de inventarios. Generalmente, cada uno de los miembros de la cadena da lugar a una estructura en la que el comportamiento de cualquiera de los elementos está relacionado con el rendimiento de todo el sistema, a raíz de esto, es clave analizar de forma conjunta los inventarios de los miembros de la cadena de suministro. Hoy en día existen muchas industrias con productos de diferentes requerimientos de almacenamiento, es por esto que una aplicabilidad importante para una cadena de suministro multi-ítem es decidir si un centro de distribución será o no especializado, debido a que los costos asociados son: ubicación del centro de distribución, y costo del mantenimiento de los productos.

Estas situaciones se representan a través de los modelos de inventario, y mediante su solución se pueden tomar decisiones operativas de cuándo y cuánto pedir. La presente investigación propone un diseño de una red de distribución multiescalón, multiperiodo, multi-ítem, con tiempos de entrega, utilizando programación lineal entera mixta (MILP). Dentro de esta investigación, se realizó la comparación de los costos en los que el centro de distribución maneja múltiples productos o se especializa por producto. Los resultados muestran que la mejor opción, son los centros de distribución multi-ítem, logrando realizar la mejor configuración de pedidos que minimice los costos totales de inventario.

* Proyecto de grado

** Facultad de ingeniería Físico Mecánicas. Escuela de Estudios Industriales y Empresariales. Programa de Ingeniería Industrial. Director M.sc. Javier Eduardo Arias Osorio

Abstract

Title: Multiperiod inventory model in a multiechelon and multi-ítem supply chain*

Authors: Carlos Andrés Poches Corredor
Natalia Andrea Tarazona Orduz**

Keywords: Inventory, Distribution Systems, Mathematical modelling, Mathematical model, Multiechelon, Multiechelon inventory system, Two-echelon, Multi-ítem, Multiproduct, Lead time.

Description:

Competition among companies within the global market have become competitive advantages between supply chains. One of the main objectives of the supply chain is to determine the level of inventory and the quantity of replacement to reduce costs to a minimum, without affecting service levels, which requires an efficient inventory management.

Generally speaking, each one of the members of the chain gives rise to a structure in which the behavior of any of the elements is related to the performance of the entire system, following this, it is key to jointly analyze the inventories of the members of the supply chain. Today there are many industries with products of different storage requirements, which is why an important applicability for a multi-item supply chain is to decide whether a distribution center will be specialized or not, due to the associated costs: location of the distribution center, and cost of product maintenance.

These situations are represented through inventory models, and through their solution operational decisions can be made like when and how much to order. The present investigation proposes a design of a multiechelon, multiperiod, multi-item distribution network, with delivery times, using mixed linear integer programming (MILP).

Within this investigation, a comparison was made of the costs in which the distribution center handles multiple products or specializes by product. The results have shown that the best option is the multi-item distribution centers, achieving the best order configuration that minimizes total inventory costs.

* Proyecto de grado

** Facultad de ingeniería Físico Mecánicas. Escuela de Estudios Industriales y Empresariales. Programa de Ingeniería Industrial. Director M.sc. Javier Eduardo Arias Osorio

Introducción

La gestión de la cadena de suministro hoy en día se presenta como un reto permanente siendo el objetivo de todas las empresas que buscan un incremento de la globalización y competitividad (Pal, Sana, & Chaudhuri, 2012). Las crecientes presiones competitivas y la globalización del mercado están obligando a las empresas a desarrollar cadenas de suministro que puedan responder rápidamente a las necesidades de los clientes. Para seguir siendo competitivas y disminuir el inventario, estas empresas deben utilizar la gestión de inventario de múltiples niveles de manera interactiva, al tiempo que reducen los costos operativos y mejoran el servicio al cliente (Gümüs & Güneri, 2007). Hoy en día, los investigadores han dado importancia al desarrollo de problemas de inventario de cadena de suministro basados en niveles múltiples más acorde a la realidad y considerando una sincronización de manejo de inventarios a lo largo de una cadena de suministros, sea esta interna o externa a la organización, puede considerar varios escalones y un manejo de inventario multi-ítem, donde en cadena de suministros como la de medicamentos y productos agrícolas (ambos productos perecederos) cobra importancia el tiempo de entrega y el almacenamiento de diferentes productos, además, una aplicabilidad importante para una cadena de suministro multi-ítem es decidir si un centro de distribución será o no especializado.

Por esta razón este estudio aborda la cadena de suministro de múltiples escalones, múltiples productos y con una demanda conocida y variable en múltiples periodos, donde se analizan las variaciones en las características consideradas al modelo para conocer las implicaciones en magnitud y desempeño de las decisiones logísticas, específicamente en manejo de

inventarios. Todo esto se lleva a cabo a partir del planteamiento de un modelo matemático de programación lineal entera mixta con demanda conocida y variable en múltiples periodos, que parte de conocer el modelo base de una red de dos escalones con una fábrica, un centro de distribución y un minorista (quien recibe la demanda del o de los clientes finales). Además, dentro de esta investigación, se analiza la comparación de los costos en los que el centro de distribución maneja múltiples productos o se especializa por producto.

Tabla 1.

Cumplimiento de objetivos

Objetivo	Cumplimiento
Efectuar una revisión de literatura sobre el problema de inventario multiescalón.	Capítulo 6, apéndices A y B.
Diseñar un modelo matemático de programación lineal entera mixta para el problema de inventario multiescalón y multi-ítem.	Capítulo 7, apéndices D, E, F, G y H.
Validar el modelo matemático planteado mediante el software GAMS/CPLEX.	Capítulo 8 y apéndice D.
Analizar la variación de condiciones sobre las características del modelo formulado, en cuanto a magnitud y desempeño.	Capítulo 9, apéndices I, J y K.
Elaborar un artículo de carácter publicable sobre la presente investigación.	Apéndice L

1. Justificación y planteamiento del problema

La gestión de inventarios es una necesidad en todas las organizaciones, siendo esto una herramienta clave para lograr cadenas de suministro competitivas. Muchas empresas solían administrar los inventarios de forma independiente. (Sbai & Berrado, 2018) sostienen que la adopción de una optimización de una sola etapa puede conducir a tener que dimensionar los inventarios al aplicar los modelos de inventario apropiados, pero no tiene en cuenta las interdependencias entre las diferentes etapas. Por lo tanto, múltiples actores en la cadena de suministro comenzaron a prestar más atención a la gestión de inventario de múltiples niveles como un enfoque de optimización global. Dentro de las industrias con múltiples escalones existen cadenas de suministro con productos de diferentes requerimientos de almacenamiento y decidir si un centro de distribución será o no especializado es una decisión estratégica de gran importancia, puesto que en este eslabón es donde los productos tienen periodos de almacenamiento más largos.

Según lo mencionado anteriormente y en base a la literatura, se decidió diseñar un modelo de inventarios de múltiples escalones con el objetivo de integrar a todos los miembros de la cadena, dando una mejor respuesta a la pregunta, cuándo pedir y cuánto pedir de forma que se optimicen los costos en las decisiones operativas, buscando dejar un modelo base para futuras adecuaciones de características de las industrias. Asimismo, es importante entender el comportamiento del modelo, de cómo va creciendo y tomando robustez a través del análisis de las variaciones en sus características con respecto a magnitud y desempeño. Por otro lado, para abordar la decisión estratégica de la especialización o no especialización de los centros de distribución, se le da al

modelo un enfoque de los costos fijos y variables asociados a los centros de distribución, para obtener como resultado los costos en los dos escenarios.

2. Objetivos

2.1 Objetivo General

Formular y evaluar un modelo matemático de inventario multiperiodo para una red de distribución multiescalón y multi-ítem con demanda conocida y variable en lenguaje de programación Gams.

2.2 Objetivos Específicos

- Efectuar una revisión de literatura sobre el problema de inventario multiescalón.
- Diseñar un modelo matemático de programación lineal entera mixta para el problema de inventario multiescalón y multi-ítem.
- Validar el modelo matemático planteado mediante el software GAMS/CPLEX.
- Analizar la variación de condiciones sobre las características del modelo formulado, en cuanto a magnitud y desempeño.
- Elaborar un artículo de carácter publicable sobre la presente investigación.

3. Hipótesis

En una red de distribución multiescalón, un modelo de inventarios multiperiodo, multi-ítem, con tiempos de entrega en las órdenes y centros de distribución especializados por productos, incide en menores costos, que si estos manejan todos los productos.

4. Metodología

La metodología utilizada para la investigación está basada en (Hillier & Lieberman, 2015), teniendo en cuenta que el alcance del proyecto es hasta la fase 4 en el que se valida el modelo como se puede observar en la *figura 12*.

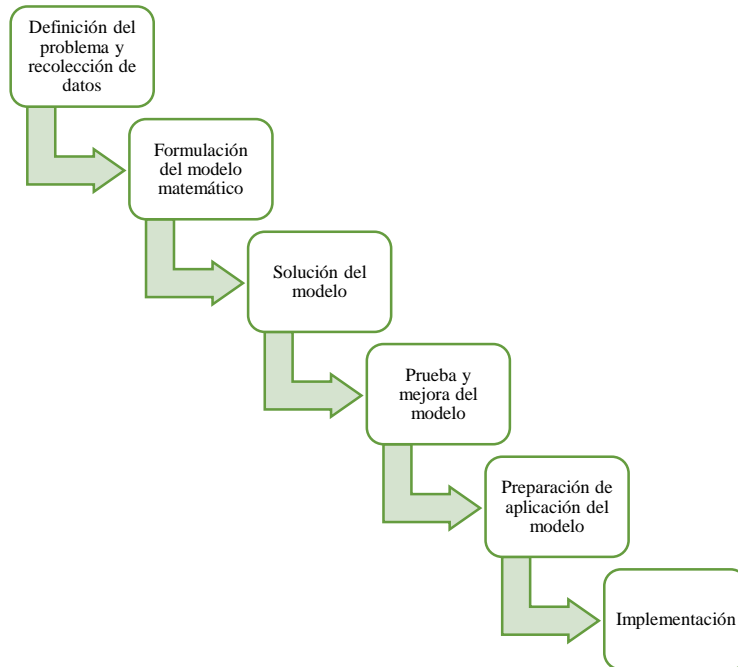


Figura 1. Fases de la investigación

4.1 Fase 1: *Definición del problema y recolección de datos* (Cumplimiento al objetivo 1).

En esta primera fase se estudió y analizó la actividad científica a nivel general del sistema de inventario y entorno al problema de inventario multiescalón con múltiples periodos o múltiples productos para obtener un acercamiento más preciso de las investigaciones antecesoras al problema tratado. A continuación, se muestran la secuenciación de pasos adoptados para el cumplimiento de la fase.

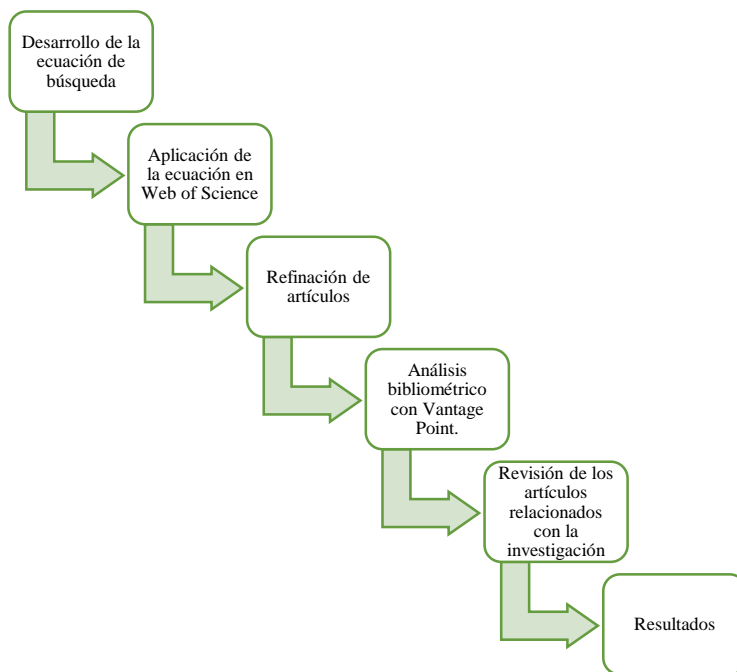


Figura 2. Secuenciación de pasos de la revisión de literatura

La ecuación de búsqueda fue generada inicialmente por medio de las palabras claves “*multi-echelon ó multiechelon*”, “*echelon inventory system*” las cuales se encontraban en el título, en el resumen o en las palabras claves del artículo. El problema multiescalón en gran medida ha sido abordado a través del LIRP (*Location Inventory Routing Problem*) y en la presente investigación se abarca únicamente el problema del inventario, por lo que palabras como “*location*”, “*allocation*”, “*routig*”, “*transportation*” fueron excluidas de la ecuación.

A partir de esto, se construyó la ecuación de búsqueda de la primera fase de la revisión general (el problema de inventario multiescalón), para la cual se obtuvo un total de 350 artículos.

TITLE-ABS-KEY (((Inventor* AND (Multiechelon OR multi-echelon)) OR "echelon inventory system") NOT (rout* OR transport* OR locatio* OR allocatio*))

Figura 3. Ecuación de búsqueda para el Inventario Multiescalón

Se realizó una segunda ecuación de búsqueda más específica (inventario multiescalón con múltiples periodos o múltiples productos) se añadieron las palabras claves “*Multi-ítem*”, “*Multi-product*”, “*Multiperiod*”, para la segunda ecuación de búsqueda se obtuvo un total de 44 artículos.

```
TITLE-ABS-KEY (((Inventor* AND (Multiechelon OR multi-echelon)) OR "echelon inventory system") NOT (rout* OR transport* OR locatio* OR allocatio*) AND (multi-item OR multi-product OR Multi-period))
```

Figura 4. Ecuación de búsqueda para el Inventario Multiescalón Multi-ítem/Multiperiodo

Con el fin de valorar la actividad científica por medio de indicadores de actividad y para conocer la incidencia del tema de investigación, se realizó un análisis bibliométrico a partir del software Vantage Point proporcionado por el grupo de investigación OPALO, el cual se aplicó a las dos ecuaciones de búsqueda obtenidas (ver apéndice B).

Posteriormente la recolección de datos se refinó por artículos y se realizó por medio de la base de datos Web of Science, a la que se tuvo acceso a través de los recursos electrónicos de la Universidad Industrial de Santander, además, se realizó una depuración manual primero por títulos, seguido del abstract en la cual se eliminaron los artículos que no tenían relevancia en esta investigación (Ver apéndice A).

Al contar con los artículos se procedió a leer la información obtenida, dando como resultado los extractos referentes a los modelos de inventario multiescalón y sus métodos de solución (comprensión de la estructura y aplicabilidad, identificando las características de los modelos), en base a esto se sintetizó formalmente la revisión sistemática de literatura en el capítulo 6.

4.2 Fase 2: *Formulación del modelo matemático (Cumplimiento al objetivo 2).*

En esta fase una vez comprendida la fundamentación teórica y las características de los modelos matemáticos de los inventarios multiescalón, se define la estructura del modelo con base a las variantes encontradas durante la revisión de literatura y a las condiciones especificadas, definiendo claramente el propósito del modelo, los parámetros, el conjunto de variables solución, restricciones que debe cumplir el modelo con el fin de identificar todas las características de este.

La formulación del modelo matemático se lleva a cabo a partir cuatro modelos en secuencia evolucionando las características uno a uno.

- **Modelo 1:** Formular modelo base de una red de dos escalones con una fábrica, un centro de distribución y un minorista, múltiples periodos y un solo producto.
- **Modelo 2:** Formular modelo de una red de dos escalones con una fábrica, n centros de distribución y m minoristas, múltiples periodos y un solo producto.
- **Modelo 3:** Formular modelo de una red de dos escalones múltiples periodos, multi-ítem con una fábrica, n centros de distribución y m minoristas.
- **Modelo 4:** Formular modelo de una red de dos escalones múltiples periodos, multi-ítem con una fábrica, n centros de distribución especializados por productos y m minoristas.

Una vez verificado la correcta relación entre la función objetivo, los parámetros, las variables y las restricciones del modelo, se presentan los modelos necesarios para realizar la comprobación de la hipótesis planteada en la investigación en el capítulo 3.

4.3 Fase 3: *Solución del modelo* (Cumplimiento al objetivo 3).

Posteriormente a la formulación del modelo, se escogió el software GAMS debido a sus ventajas en la modelización y optimización, además permite el estudio de los diferentes aspectos del problema, con solo pequeños cambios en el archivo de entrada.

Con el fin de obtener un modelo base válido (siendo esta la estructura de los otros modelos) se realiza en EXCEL el modelo base para unos datos de entrada específicos, para validar el algoritmo de GAMS, puesto que, al introducir dichas características deben ser consistentes con las del modelo base hecho en EXCEL.

4.4 Fase 4: *Prueba y mejora del modelo* (Cumplimiento al objetivo 4 y 5).

Teniendo en cuenta que la investigación está enfocada en la comprobación de la hipótesis planteada, en el capítulo 9 se realizan las experimentaciones necesarias.

En esta fase se sintetizan los aspectos y conclusiones más relevantes de la investigación, plasmados en un artículo con el formato propio de la revista *Annals of Operations Research*, la cual está realizando una edición especial con motivo de la conferencia CLAIO 2020, que realiza la invitación a “contribuciones recientes con un fuerte enfoque en los aspectos teóricos, prácticos o computacionales de la Investigación de Operaciones”.

5. Marco Teórico

5.1 Logística

Logística y gestión de la cadena de suministro, el proceso de gestión de material y la información fluye desde la fuente, a través de la empresa y hasta el cliente, ha sido reconocido como una parte importante de la estrategia organizacional.(Mellat-Parast & Spillan, 2014) .

5.2 Cadena de suministro

(Bernard J. La Londe and James M. Masters, 1994) propusieron que una cadena de suministro es un conjunto de empresas que transmiten materiales. Normalmente, varias empresas independientes participan en la fabricación de un producto y lo ponen en manos del usuario final en una cadena de suministro: productores de materias primas y componentes, producto los ensambladores, mayoristas, comerciantes minoristas y compañías de transporte son todos miembros de una cadena de suministro.

5.3 Redes de distribución

La distribución se refiere a los pasos a seguir para mover y almacenar un producto desde la etapa del proveedor hasta la del cliente en la cadena de suministro y ocurre entre cada par de etapas. Las

materias primas y los componentes se mueven de proveedores a fabricantes, mientras que los productos terminados se mueven del fabricante al consumidor final (Chopra, Meindl, Fernandez Molina, & Carril Villarreal, 2008).

5.3.1 Red de distribución de multiescalón. Un sistema de inventario de múltiples escalones es un sistema en el que un artículo llega al cliente final después de mover más de una etapa (Rau, Wu, & Wee, 2003b).

Serie

Son redes de distribución caracterizadas porque tienen como máximo un predecesor y un sucesor, en general, pueden ser más fáciles de trabajar que otros sistemas (Sbai & Berrado, 2018)



Figura 5. Red de distribución multiescalón en serie.

Distribuida

Este tipo de red se caracteriza por el aumento de numero de instalaciones paralelas a lo largo del flujo de material.

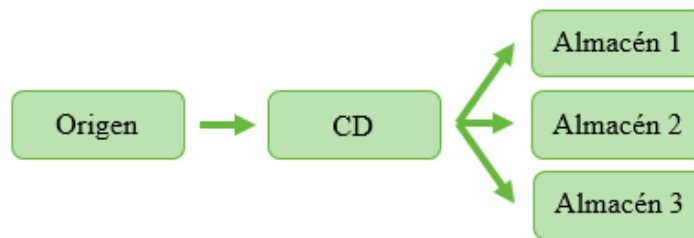


Figura 6. Red de distribución multiescalón distribuida.

.3.2 Red de distribución multiperiodo. El inventario multiperiodo es una generalización del inventario de un solo periodo, las existencias sobrantes, se pueden utilizar en el periodo actual y en el próximo. Por lo que es importante tener en cuenta en este modelo el tamaño del lote y cuando pedirlo teniendo en cuenta estos inventarios periodo a periodo. (Rykov, Singpurwalla, & Zubkov, 2017) .

5.3.3 Red de distribución multi-ítem. Es una red de distribución aplicada a las grandes empresas, en las cuales se distribuyen ampliamente varios artículos, los cuales se deben reponer conjuntamente para mantener la producción sin problemas.

5.4 Inventarios

De acuerdo con (Ballou, 2004) los inventarios son las diferentes acumulaciones de materias primas, provisiones, componentes, trabajo en proceso y productos terminados que se distribuyen en numerosos puntos a través del canal de producción y de logística de una empresa. Los inventarios se encuentran con mayor frecuencia en lugares como almacenes, patios, pisos de las tiendas, equipo de transporte y en los estantes de las tiendas minoristas. Tener estos inventarios incrementa costos anuales, entre 20 y 40% de su valor. Por lo tanto, administrar de forma óptima los niveles de inventario tiene un beneficio económico.

5.5 Tipos de inventario

Los inventarios pueden clasificarse en Cinco formas como lo define (Ballou, 2004).

Primera, los inventarios encontrados en ductos son los inventarios en tránsito, estos son aquellos que se encuentran transitando entre los diferentes niveles de la cadena de suministro. Estos pueden ser incluso mayores a los inventarios en los puntos de almacenamiento, en los casos en los que deben recorrer grandes distancias o cuando el movimiento entre nodos es lento. De igual manera los inventarios de producto en proceso en las diferentes operaciones de manufactura pueden ser considerados como inventario en ductos.

Segunda, los inventarios por especulación son existencias adquiridas tanto para especular con el precio de compra como para cumplir con los requerimientos de logística y operación. En el momento en el que este tipo de inventario se obtiene por especulaciones de precios durante periodos más allá de suplir las necesidades previsibles de operación, dichos inventarios resultantes responden más a asuntos financieros que a temas de compromiso de dirección logística. No obstante, la logística puede llegar a adquirir grandes cantidades debido a la anticipación a las ventas estacionales o de temporada o por actividades de compra inmediata.

Tercero, los inventarios de naturaleza regular o cíclica. Este es necesario para cumplir con la demanda promedio durante los tiempos de reaprovisionamiento sucesivos. Este stock durante el ciclo depende en gran medida del volumen de la producción, de las cantidades económicas del envío, de las limitaciones de espacio de almacenamiento, de los tiempos de reaprovisionamiento totales, de los programas de descuento por precio y cantidad, y de los costos de manejo de inventarios.

Cuarto, inventario de seguridad, el cual es creado como protección contra la variabilidad demanda de existencias y los tiempos totales de reaprovisionamiento. Dicha medida de seguridad o extra de inventario es adicional a las existencias que se encuentran regularmente para poder suplir las necesidades promedio de producción. Este inventario de seguridad se determina a través

de métodos estadísticos que se relacionan con la naturaleza aleatoria de la variabilidad existente. Es esencial pronosticar de manera correcta dichas cantidades para poder minimizar los costos que estos inventarios generan.

Quinto, el inventario obsoleto es aquel que se da cuando se mantiene durante un tiempo, parte del inventario el cual se deteriora, llega a caducar, se pierde o es robado. Dicho inventario se refiere como existencias obsoletas, stock muerto o perdido. Este tipo de inventario en su mayoría de veces se da en los mercados en los que los productos son de carácter perecedero, cuando, cuando no se tiene correcto control y pueden ser robados fácilmente.

5.6 Gestión o manejo de inventario

La gestión o manejo de inventario se encarga de vigilar los niveles óptimos de inventario regulando la cantidad de productos entrantes y de salida. Este plantea los tiempos de entrega y las cantidades de reaprovisionamiento, es decir se encarga de las decisiones sobre realizar pedidos según las políticas existentes en el entorno. La gestión de inventarios da respuesta a cuando se debe lanzar un pedido y en qué cantidades. El control del inventario científico es una forma importante de mejorar los beneficios de las empresas. Con el surgimiento de la cadena de suministro, la competencia entre empresas se ha convertido en la competencia entre las cadenas de suministro (Stock, Greis, & Kasarda, 1998).

5.7 Modelos de gestión de inventarios

Los modelos de inventario están clasificados según el grado de conocimiento que se tiene acerca de los datos. La definición según (Fuente García, 2008) de los modelos de gestión de inventarios se muestran a continuación:

5.7.1 Modelos de gestión de inventarios determinísticos. en los que la información es conocida con certeza, incluyendo la demanda y el tiempo de suministro.

- Existencia de descuentos por grandes cantidades.
- Aceptación o no de roturas de stock.
- Forma de llegada del pedido (en una sola entrega o progresivamente)
- Existencia de restricciones (espacio disponible, capital máximo en el stock, máxima inversión)
- Demanda con tasa variable.

5.7.2 Modelos de gestión de inventarios no determinísticos. En los que se dispone de varios valores estadísticos que definen la evolución de la demanda y/o tiempo de suministro (la media, desviación o conjunto de valores con frecuencias) pueden seguir o no una distribución estadística.

- Distribución de demanda no conocida.
- Distribución de demanda conocida (normal o poisson).
- Distribución del tiempo de suministro conocida (normal o poisson).
- Demanda y tiempo de suministro aleatorios.

5.8 Modelo matemático

Modelamiento matemático de investigación de operaciones posee una característica en la que involucra un conjunto de relaciones matemáticas (Ecuaciones, desigualdades, dependencias lógicas, entre otras cosas) que corresponden a relaciones que no son visibles a primera vista (tales como limitaciones tecnológicas, restricciones de mercadeo, leyes físicas, etc.).

Modelos de programación lineal

La programación lineal según (Mocholi Arce & Sala Garrido, 1993) se caracteriza por:

- La función objetivo es lineal:

$$h_1(X): a_{11} X_1 + a_{12} X_2 + \dots + a_{1n} X_n \leq b_1$$

$$h_2(X): a_{21} X_1 + a_{22} X_2 + \dots + a_{2n} X_n \leq b_2$$

.
.
.

$$h_m(X): a_{m1} X_1 + a_{m2} X_2 + \dots + a_{mn} X_n \leq b_m$$

- Las condiciones o restricciones del problema también son lineales.

$$X_i \geq 0$$

En notación matricial:

$$Max (Min) F(X) = C' \cdot X$$

$$s. a. A \cdot X \leq B$$

$$X \geq 0$$

Donde:

$$C' = (c_1, c_2 \dots, c_n)$$

$$X = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ X_n \end{bmatrix}$$

Son vectores de n componentes.

A es una matriz de orden $m \times n$, llamada también matriz técnica:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1b} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2b} \\ & \cdot & & \\ & \cdot & & \\ & \cdot & & \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix} = (P_1, P_2, P_3, \dots, P_n)$$

Siendo P_j el vector columna asociado con la variable x_j . B es el vector de términos independientes de m componentes.

$$B = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ b_n \end{bmatrix}$$

- El problema de programación lineal tiene las siguientes representaciones:

En forma canónica, las restricciones son desigualdades:

$$\mathbf{Max (Min) } F(X) = C' \cdot X$$

$$\mathbf{s. a. } A \cdot X \leq B$$

$$X \geq 0$$

$$\mathbf{Max (Min) } F(X) = C' \cdot X$$

$$\mathbf{s. a. } A \cdot X \geq B$$

$$X \geq 0$$

En forma estándar, en este caso las restricciones son igualdades:

$$\text{Max (Min) } F(X) = C' \cdot X$$

$$\text{s. a. } A \cdot X = B$$

$$X \geq 0$$

Modelos de programación lineal entera mixta

En estos modelos no solo se involucran representaciones de valores reales, sino que también se encuentran decisiones discretas con variables enteras y binarias.

5.9 Optimización matemática

La optimización matemática es una aplicación en la cual se resuelve un problema con limitaciones (Salazar González, 2001). Los modelos de optimización matemática se componen de:

- **Función objetivo:** Es la forma cuantitativa del problema que se desea optimizar (Maximizar o minimizar). $F(X)$ que es la descripción en términos matemáticos del objetivo final a conseguir.
- **Variables:** Son las decisiones que se pueden modificar para ver el efecto en la función objetivo. Reciben nombres instrumentales. Se denotan por X_i , o por el vector X .
- **Restricciones:** Son la relación entre algunas variables que se debe satisfacer.

Optimización de inventarios

El objetivo de la optimización del inventario es principalmente determinar el nivel de inventario razonable o la cantidad de reabastecimiento para minimizar el costo promedio por unidad de tiempo (Escalona, Ordóñez, & Marianov, 2015).

6. Revisión de la literatura

Un sistema de inventario de múltiples escalones es un sistema en el que un artículo llega al cliente final después de mover más de una etapa (Rau, Wu, & Wee, 2003a). El principal desafío en estos problemas es controlar los niveles de inventario al determinar el tamaño de las órdenes para cada escalón durante cada período para optimizar una función objetivo dada. (W.-Q. Zhou, Chen, & Ge, 2013).

Los primeros modelos de inventario multiescalón, se han desarrollado para el apoyo de la contingencia militar en la década de 1950. Los fundadores de la teoría del inventario multiescalón fueron (Clark & Scarf, 1960), antes de esta investigación todos los documentos se basaban en un solo escalón. Desde entonces, muchos otros sistemas de inventario de múltiples escalones han sido estudiados ampliamente.

(Moinzadeh, 2002) en su documento, considera un modelo de cadena de suministro que consta de un solo producto, un proveedor y varios minoristas. La demanda en los minoristas es aleatoria, pero estacionaria. Comparan el rendimiento del modelo con aquellos que no utilizan la información en su toma de decisiones, es decir, los sistemas que utilizan políticas de stock de instalación a través de una exposición numérica. (Marklund, 2002) plantea una nueva política de reposición $(\alpha 0, Q0)$ para un almacén el cual se encuentra en un sistema de distribución de dos niveles que consta de dicho almacén y un número arbitrario de minoristas no idénticos, el objetivo de esta es investigar la posible ganancia de usar dicha política en lugar de las políticas de tradicionales. En comparación con una política de stock de instalación, la política $(\alpha 0, Q0)$ utiliza

información sobre las situaciones de inventario y demanda en los minoristas para determinar cuándo se debe activar una orden de almacén.

(Chen & Lee, 2004) abordan la optimización de múltiples objetivos en la cadena de suministro con demanda incierta al igual que el precio del producto, entre los diferentes objetivos a tratar, se encuentra la distribución justa de los beneficios para todos los participantes de la red, niveles de inventario seguros, niveles máximos de servicio al cliente, robustez máxima para demanda incierta y que garantice los niveles máximos de aceptabilidad de las preferencias de vendedores y compradores sobre los precios de los productos. Para esto crea un modelo de programación no lineal entera mixta MINLP.

Las piezas de repuesto son la aplicación más usual para el modelo de inventario multiescalón ya que el servicio posterior a la venta es muy importante para el cliente en industrias como sistemas de información, fabricación de automóviles, computadoras y aeronaves. Las maquinas producen altos costos al momento de presentar grandes tiempos de inactividad, por lo tanto, se da la necesidad de atender rápidamente el reemplazo de piezas de repuesto. Para tener una mejor respuesta a estas necesidades, toma gran relevancia la distribución de inventario multiescalón. Por esto (Wong, Van Oudheusden, & Cattrysse, 2007) analizan un sistema de piezas de repuesto de artículos múltiples en dos niveles, con transbordos laterales entre los almacenes locales y entregas de emergencia desde el almacén central hacia los almacenes locales, para esto desarrollan una heurística para determinar el nivel de almacenamiento en los almacenes locales y en el almacén central con el que se busca minimizar el costo total del sistema y satisfacer las restricciones en los tiempos de espera máximos previstos en cada de los almacenes locales.

(Ben-Daya & Al-Nassar, 2008) desarrollan un modelo de coordinación de una cadena de suministro de tres niveles que involucra a proveedores, fabricantes y minoristas que se encuentra

integrada verticalmente, con este modelo se quiere una minimización de costos mediante una política en la que el lote producido en cada etapa se envía a la etapa posterior adyacente en envíos iguales además los envíos se realizan tan pronto como se producen y no es necesario esperar hasta que se produzca un lote completo. Por su parte (Haksever & Moussourakis, 2008) presentan un modelo de programación de enteros mixtos para ordenar artículos en sistemas de inventario de múltiples restricciones de múltiples productos de proveedores que ofrecen descuentos de cantidad incrementales. Este artículo trata sobre el caso de descuentos incrementales, y el objetivo es formular un apoyo a la toma de decisiones de cuanto pedir.

Mediante una metodología GRC la cual es una forma sólida de lidiar con la incertidumbre de la demanda sin utilizar métodos de predicción que puedan influir en la estabilidad del sistema (Aharon, Boaz, & Shimrit, 2009) desarrollan un instrumento para el control de las cadenas de suministro, examinando las cadenas de suministro en serie, que son los componentes básicos de cada tipo de cadena de suministro. El objetivo de dicho control trata de reducir el costo del sistema, bajo una demanda incierta, para hacerlo más rentable; Ese mismo año para la optimizar el inventario (Caggiano, Jackson, Muckstadt, & Rappold, 2009) enfocan su investigación en un modelo el cual busca cumplir con los requisitos de nivel de servicio a través del cálculo de la capacidad de las tasas de llenado del canal, en un sistema de distribución multi-ítem, multiescalón con tres escalones.

(Chang, Chiou, Yang, Chang, & Wang, 2010) analizan la ordenación conjunta de pedidos como mecanismo de coordinación, en un modelo multiescalón con una demanda determinista y descuentos por cantidad en la que se considera un proveedor, un vendedor y múltiples minoristas. Como resultado se muestra que la adopción de descuentos por cantidad que disminuye el costo de la cadena de suministro y la política de pedidos conjuntos es mejor que la política de compra

individual, mientras que (Engin Topan, Pelin Bayindir, & Tan, 2010) sugieren un modelo de solución exacta con el que buscan minimizará la suma de los costos fijos de inventario y de ordenamiento en piezas de repuesto. Consideran un sistema de inventario de dos niveles con varios artículos, el almacén central opera con una política (Q, R) mientras que los almacenes locales operan bajo una política con stock de base.

(Taleizadeh, Sadjadi, & Niaki, 2011) estudiaron un problema de cadena de suministro de varios proveedores con varios compradores, multi-ítem, restricciones de capacidad del comprador y restricciones de almacén del proveedor. Trabajaron con una demanda estocástica, y el tiempo que demora en llegar un pedido está relacionado linealmente con la cantidad del pedido realizado. El objetivo principal de esta investigación ha sido determinar la duración del período óptimo, el pedido en espera y cantidades de producción.

(Pal et al., 2012) realiza un modelo de inventario determinístico donde múltiples proveedores, un fabricante y múltiples minoristas son los miembros de la cadena, dicha cadena se encarga de la producción de diferentes productos, donde cada producto terminado se produce mediante la combinación del porcentaje fijo de varios tipos de materias primas y cada proveedor de materias primas puede suministrar solo un material, cada uno de los minoristas vende sus múltiples productos de acuerdo con su demanda en el mercado; para ese mismo año (Zhang, Song, Zhang, Wu, & Yin, 2012) consideran un problema de inventarios el cual cuenta con dos escalones y múltiples artículos, este se rige por una demanda estocástica. El problema es resuelto mediante dos tipos de modelos de optimización, un modelo estocástico y un modelo determinista, por una política de instalación (r, nQ) y por una política de escalón (r, nQ) , seguido de esto proponen un algoritmo genético híbrido con el que dan respuesta a los modelos propuestos, finalmente, los experimentos numéricos muestran que cuando la variación de la demanda aumenta, el escalón $(r,$

nQ) supera la política de instalación tanto para el modelo determinista como para el modelo estocástico. Por otra parte (E. Topan & Bayindir, 2012) continúan su investigación para el mismo problema de piezas de repuesto bajo el supuesto de la demanda de Poisson a una demanda de Poisson más realista y compuesta, proponen un procedimiento heurístico para los parámetros de política óptimos y un límite inferior para el costo asociado con los parámetros de política óptimos.

(W. Q. Zhou, Chen, & Ge, 2013) trabajaron en un modelo con una demanda aleatoria, la cual pertenece a una distribución de Poisson y con un control de inventario de múltiples escalones, de múltiples productos, aplicando la estrategia de reposición conjunta, la cual consiste en ordenar variedades de productos en un ciclo de pedido, con lo que se buscaba determinar la cantidad y el ciclo óptimo de pedido. (Tsai & Zheng, 2013) plantean un sistema de inventario reparable de dos escalones, que consiste en un almacén central en el escalón más alto y varios depósitos de campo en el escalón más bajo. (Guerrero, Yeung, & Guéret, 2013) analizan un sistema de un solo almacén, n-minoristas, multi-ítem con procesamiento por lotes y una nueva restricción en las políticas de pedidos para el cuidado de la salud. El objetivo es minimizar el valor de stock disponible en la cadena de suministro sujeto a limitaciones de capacidad, requisitos en posiciones de inventario mínimas, políticas de pedido por lotes. Este modelo está especialmente diseñado para productos no críticos con largas fechas de caducidad, como soluciones de infusión.

(Alimardani, Rafiei, & Rabbani, 2015) proponen políticas de control de inventario para cada uno de los escalones, integrándolos para crear una optimización global en la cadena de suministro, la cual cuenta con múltiples escalones, múltiples proveedores, varias plantas de fabricación y múltiples minoristas; Adicionalmente ese mismo año (Miranbeigi, Moshiri, Rahimi-Kian, & Razmi, 2015) utilizan un control predictivo descentralizado de un modelo, con el cual buscaban aumentar la satisfacción del cliente y la disminución de los costos, mediante el óptimo

dimensionamiento del tamaño del lote, para una cadena de suministro de múltiples escalones y múltiples productos.

Tres años más tarde (Engin Topan, Bayindir, & Tan, 2017) continúan su línea de investigación y en esta ocasión evalúan los almacenes locales bajo una política de stock base ($S - 1, S$) y el almacén central opera bajo política de cantidad de pedido (Q, R).

(Megahed & Goetschalckx, 2018) desarrollaron un modelo de programación estocástica de dos niveles para la planificación táctica integral de las cadenas de suministro bajo incertidumbre en la demanda y en la oferta. Incorporan penalizaciones de atrasos con estructuras de costes generales. Aplican esto a uno de los mayores fabricantes de aerogeneradores del mundo en el que como resultados muestran el impacto de la incertidumbre y la falta de confiabilidad del proveedor. (Hur, Keskin, & Schmidt, 2018) proponen un problema de control de inventario al final de la vida útil de las piezas de repuesto de aeronaves y desarrollan un algoritmo que calcula el tamaño del pedido final de los componentes. Al modelar el proceso de inventario como una cadena de Márkov de tiempo continuo, toman enfoques analíticos para el caso de uno o dos elementos, un enfoque de solución de forma cerrada y un método numérico. El algoritmo encuentra niveles de repuesto óptimo.

En la *tabla 1* se muestra una clasificación de los modelos más relevantes de la revisión del problema de inventario multiescalón.

Tabla 2.

Clasificación de modelos de Inventario Multiescalón

Estructura de la cadena		Serie	Distribuida
	Criterios		
Demanda	Estocástica	(Clark & Scarf, 1960)	(Zhou et al., 2013) (Moinzadeh, 2002) (Chen & Lee, 2004)
	Determinística	(Marklund, 2002)	(Marklund, 2002) (Pal et al., 2012) (Miranbeigi, Moshiri, Rahimi-Kian, & Razmi, 2015) (Alimardani, Rafiei, & Rabbani, 2015)
	Estática		(Zhou et al., 2013) (Moinzadeh, 2002)
	Entregas de emergencia		(Zhou et al., 2013)
Inventario	Revisión continua		(Moinzadeh, 2002) (Alimardani, Rafiei, & Rabbani, 2015)
	Revisión periódica		(Zhou et al., 2013) (Alimardani, Rafiei, & Rabbani, 2015)
	Reposición centralizada	(Marklund, 2002)	(Moinzadeh, 2002) (Marklund, 2002)
	Reposición descentralizada	(Marklund, 2002)	(Moinzadeh, 2002) (Marklund, 2002) (Miranbeigi, Moshiri, Rahimi-Kian, & Razmi, 2015)
Productos	Un producto	(Clark & Scarf, 1960)	(Clark & Scarf, 1960)

Estructura de la cadena		Serie	Distribuida
Criterios			
Multi-producto		(Marklund, 2002)	(Zhou et al., 2013) (Chen & Lee, 2004) (Marklund, 2002) (Pal et al., 2012) (Miranbeigi, Moshiri, Rahimi-Kian, & Razmi, 2015) (Alimardani, Rafiei, & Rabbani, 2015)
Criterios			
Escalones	2	(Marklund, 2002)	(Moinzadeh, 2002) (Marklund, 2002)
	3		(Zhou et al., 2013) (Alimardani, Rafiei, & Rabbani, 2015) (Pal et al., 2012)
	>3	(Clark & Scarf, 1960)	(Clark & Scarf, 1960) (Chen & Lee, 2004) (Miranbeigi, Moshiri, Rahimi-Kian, & Razmi, 2015)

7. Formulación del modelo matemático

En esta etapa se formulan los modelos matemáticos, se plantean los 4 modelos siguiendo la fase dos de la metodología planteada. A continuación, se definen las características de la red de distribución y posteriormente cada uno de los modelos y cómo evoluciona cada uno de estos con respecto a sus índices, parámetros y variables. Los modelos 1, 2, 3 y 4 se programaron en el

software de optimización GAMS versión win64 23.9.5, donde con la ayuda del *solver* CPLEX con el método de optimización Branch and cut, se encontraron las soluciones óptimas a través de programación lineal entera mixta (MIP).

7.1 Modelo base

El modelo base se realizó inicialmente de forma manual definiendo los parámetros y restricciones a las cuales estaría sujeto el modelo, posterior a esto se modelaron dichas restricciones, parámetros y variables en un Excel comprobando la consistencia de lo que se había planteado anteriormente (ver apéndice C).

7.2 Supuestos de la red de distribución

A continuación, se detallan los supuestos que la red de distribución multiescalón y multiperiodo comparte para todos los modelos.

1. El modelo abarca únicamente las decisiones de inventarios.
2. El objetivo del modelo es minimizar los costos en total de los tres eslabones de la cadena.
3. El modelo tendrá en cuenta los tiempos de entrega de los pedidos en cuanto al tiempo que demora en procesar la información de un eslabón al siguiente, el tiempo de fabricar o preparar el pedido para el eslabón 1 y 2, y el tiempo de transporte desde un eslabón al siguiente.
4. Los costos considerados son: Costo de pedir (o de producir en el caso del eslabón 1), costo de mantener inventario, costo por ventas perdidas.

5. El costo de venta perdida es considerado el costo de oportunidad asociado a la perdida generada al eslabón solicitante o al cliente en el caso del eslabón 3.
6. Los costos son iguales en cada periodo para cada eslabón.
7. Al tener existencias en el inventario, se puede decidir si suplir la orden o asumir el costo de la venta perdida.
8. Los pedidos se hacen únicamente al eslabón superior inmediato.
9. Las revisiones del inventario (así como los pedidos) se realizan al inicio del periodo.
10. En cada periodo la demanda del cliente llega al minorista (eslabón 3).
11. La demanda es determinística, conocida y variable en cada periodo.
12. En cada periodo un eslabón puede pedir unidades (o producir en el caso del eslabón 1).
13. La demanda se satisface con las existencias en bodega, no se contempla pedidos en backorder o pedidos abiertos
14. Las existencias en bodega (oferta) son tanto lo que viene de inventario que quedó al final del periodo anterior, así como las unidades que llegan al inventario en el periodo actual.
15. El pedido del minorista y del centro de distribución es fijo e igual a C unidades por periodo.
16. La planta produce a razón de C unidades por periodo.
17. Se cuenta con inventarios iniciales en el primer periodo.
18. La fábrica, los centros de distribución y los minoristas tienen depósitos, siendo su capacidad finita y conocida, puede ser diferente para cada uno.

7.2 Modelo 1

El modelo 1 está conformado por una red de dos escalones con una fábrica, un centro de distribución y un minorista, para múltiples periodos y un solo producto.



Figura 7 Representación del modelo 1

7.2.1 Índices

j : Índice de periodos ($1 \leq j \leq J$).

k : Índice de eslabones en la cadena ($1 \leq k \leq 3$).

7.2.2 Parámetros

D : Demanda del periodo j en el tercer eslabón.

$CINV_k$: Costo de mantener una unidad en inventario en el eslabón k .

CVP_k : Costo de una unidad en ventas perdidas en el eslabón k .

CP_k : Costo de producir un lote en el primer eslabón o realizar un pedido en el segundo y tercer eslabón.

CAP_k : Capacidad de almacenamiento en el eslabón k .

C: Cantidad fija de unidades a pedir o producir por día.

I_k : Inventario inicial en el eslabón k.

x: Tiempo de transporte del producto entre el eslabón 1 y 2, 2 y 3.

y: Tiempo de preparación del pedido en el segundo eslabón; tiempo de producción en el primer eslabón.

w: Tiempo que se tarda en procesar el pedido.

7.2.3 Variables

Z: Costo total del inventario.

I_{jk} : Inventario al final del periodo j en el eslabón k.

VP_{jk} : Ventas perdidas en el periodo j en el eslabón k.

B_{jk} : Variable binaria, toma el valor de 1 si al final del periodo j en el eslabón k se pide o se produce; 0 en caso contrario.

UP_{jk} : Unidades pedidas en el periodo j por el eslabón k.

UV_{jk} : Unidades vendidas en el periodo j por el eslabón k.

7.2.4 Función objetivo. La función objetivo busca minimizar los costos asociados a el manejo de inventario (costo de mantener, costo de venta perdida y costo de pedir).

$$Min Z = \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K \left((I_{jk} * CINV_k) + (VP_{jk} * CVP_k) + (B_{jk} * CP_k) \right) \quad (1)$$

7.2.5 Restricciones

$$I_{jk} = I_k \quad \text{Para } j = 1, \forall k \quad (2)$$

$$I_{jk} = I_{(j-1)k} \quad \text{Para } 2 \leq j \leq y + w, k = 1 \quad (3)$$

$$I_{jk} = I_{(j-1)k} - (C * B_{(j-y-w)(k+1)}) + VP_{(j-1)k} + (C * B_{(j-y-w)k})$$

$$\text{Para } y + w + 1 \leq j \leq J, k = 1 \quad (4)$$

$$I_{jk} = I_{(j-1)k} \quad \text{Para } 2 \leq j \leq y + w, k = 2 \quad (5)$$

$$I_{jk} = I_{(j-1)k} - (C * B_{(j-y-w)(k+1)}) + VP_{(j-1)k}$$

$$\text{Para } y + w + 1 \leq j \leq y + w + x, k = 2 \quad (6)$$

$$I_{jk} = I_{(j-1)k} - (C * B_{(j-y-w)(k+1)}) + VP_{(j-1)k} + (C * B_{(j-x-y-w)k} - VP_{(j-x-y)(k-1)})$$

$$\text{Para } x + y + w + 1 \leq j \leq J, k = 2 \quad (7)$$

$$I_{jk} = I_{(j-1)k} - D_{(j-1)} + VP_{(j-1)k} \quad \text{Para } 2 \leq j \leq x + y + w, k = 3 \quad (8)$$

$$I_{jk} = I_{(j-1)k} - D_{(j-1)} + VP_{(j-1)k} + (C * B_{(j-x-y-w)k} - VP_{(j-x-y)(k+1)})$$

$$\text{Para } x + y + w + 1 \leq j \leq J, k = 3 \quad (9)$$

$$I_{jk} \leq CAP_k \quad \text{Para } \forall j, \forall k \quad (10)$$

$$UP_{jk} = C * B_{pj_k} \quad \text{Para } \forall j, \forall k \quad (11)$$

$$UV_{jk} = D_j - VP_{jk} \quad \text{Para } \forall j, k = 3 \quad (12)$$

$$UV_{jk} = UP_{(j-1)(k+1)} - VP_{jk} \quad \text{Para } j > w, k = 2 \quad (13)$$

$$UV_{jk} = UP_{(j-1)(k+1)} - VP_{jk} \quad \text{Para } j > w, k = 1 \quad (14)$$

La restricción (2) indica los inventarios iniciales para todos los primeros periodos en los diferentes eslabones. Las restricciones (3) y (4) determinan el inventario de la fábrica en todos los

periodos y se divide en dos ecuaciones, para (3) el inventario actual es el inventario del periodo anterior debido a que antes de los tiempos de procesar la información de un pedido solicitante por el centro de distribución y el tiempo de fabricar el producto no habrán ventas, cuando esos tiempos hayan transcurrido es posible realizar ventas, por lo que a partir de ese momento el inventario actual de la fábrica como se muestra en (4) debe tener en cuenta el inventario del periodo anterior, restando los pedidos hechos anteriormente por el centro de distribución que se envían en ese periodo, adicionando las ventas perdidas del periodo anterior (ya que este producto sigue disponible), más las existencias de producto terminado si la fábrica tomo la decisión de producir periodos atrás.

Análogamente para los inventarios del centro de distribución y el minorista las ecuaciones se dividen según los tiempos.

En el centro de distribución, la restricción (5) el inventario será la revisión del periodo anterior únicamente porque no hay posibilidad de recibir inventario de la fábrica ni realizar ventas al minorista, mientras que según los tiempos de procesar la información y preparar el pedido, en la restricción (6) se pueden realizar ventas solicitadas anteriormente por los minoristas, quedando así, la revisión del inventario del periodo anterior, menos los pedidos solicitados por el minorista que son despachados en ese momento, más las unidades de ventas perdidas anteriores debido a que no salieron de inventario. La restricción (7) ya es posible además de realizar ventas al minorista, recibir productos de la fábrica, por esto está conformado por la misma ecuación (6) adicionando los pedidos realizados a la fábrica en periodos atrás que llegan.

El minorista como se observa en la ecuación (8) previamente a recibir inventario por el centro de distribución, se tiene el inventario del periodo anterior menos la demanda suplida en este, sumando las unidades que se tomen como ventas perdidas y no salen de inventario. Una vez es

posible recibir inventario desde el centro de distribución, la restricción (9) se denota como (8) adicionando los pedidos que llegan en ese momento, restado de las ventas perdidas del centro de distribución al momento de recibir el pedido por parte del minorista (debido a que si las ventas perdidas en el centro de distribución existieron al momento de que el minorista pidió, significa que este pedido no se suplió y estas mismas se restan para contrarrestar de que a pesar de pedir C unidades no llegan a inventario).

La restricción (10) indica que el inventario en cada periodo no puede superar la capacidad finita asociada a cada eslabón de la red de distribución.

Finalmente, las restricciones (11), (12), (13) y (14) son fuente de información que puede ser útil para la toma de decisiones. (11) nos muestra las unidades pedidas en cada periodo mientras que (12), (13) y (14) informan acerca de las unidades vendidas en cada periodo, estas últimas se dividen en tres ecuaciones debido a que en el minorista las unidades vendidas serán la demanda restando las ventas perdidas ya que estas no salen de inventario, y para el centro de distribución y el minorista, las unidades vendidas están dadas por las unidades pedidas del periodo anterior por el eslabón siguiente, restando las ventas perdidas de ese mismo periodo que no salen del inventario.

7.3 Modelo 2

El modelo 2 consta de una red de dos escalones con una fábrica, n centros de distribución y m minoristas, múltiples periodos y un solo producto.

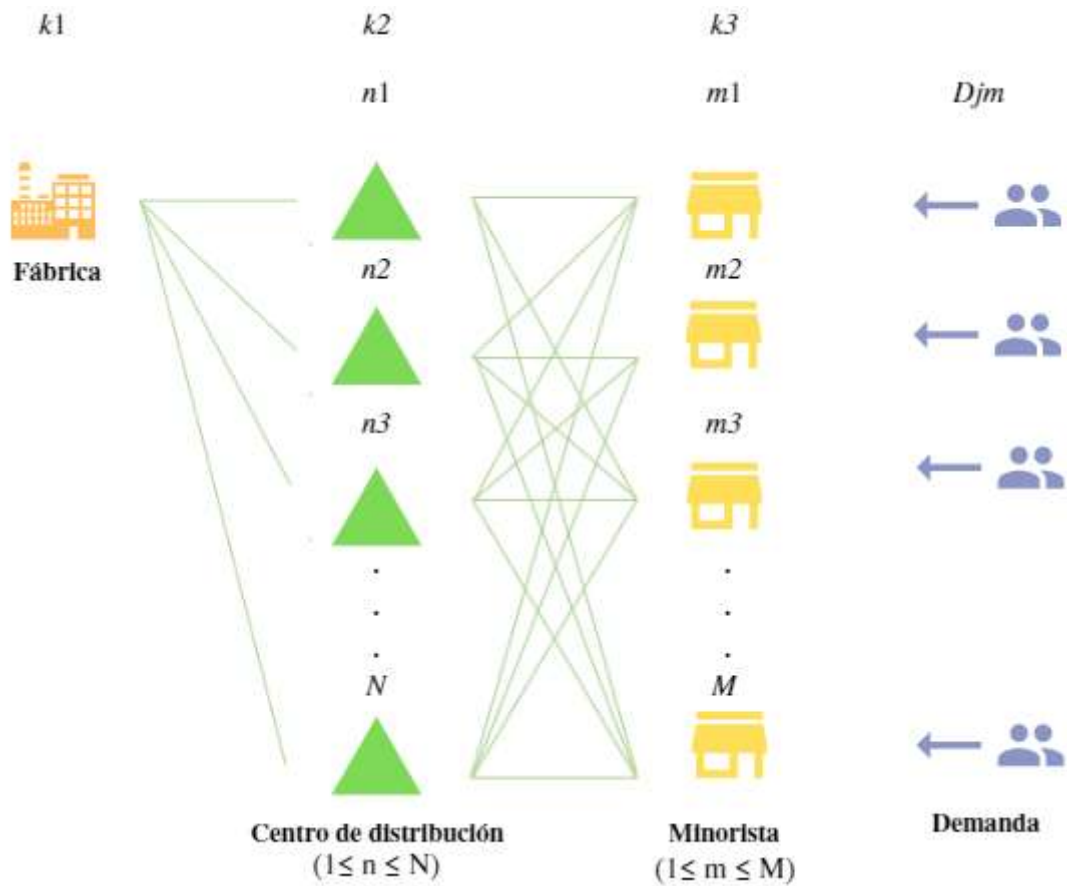


Figura 8 Representación del modelo 2

7.3.1 Índices

j : Índice de periodos ($1 \leq j \leq J$).

k : Índice de eslabones en la cadena ($1 \leq k \leq 3$).

m : Índice de minoristas ($1 \leq m \leq M$).

n : Índice de centros de distribución ($1 \leq n \leq N$).

7.3.2 Parámetros

D_{jm} : Demanda del periodo j , para el minorista m .

$CINV_p$: Costo de mantener una unidad en inventario en el primer eslabón.

$CINV_{cd_n}$: Costo de mantener una unidad en inventario en el segundo eslabón, para el centro de distribución n .

$CINV_{m_m}$: Costo de mantener una unidad en inventario en el tercer eslabón, para el minorista m .

CVP_p : Costo de una unidad en ventas perdidas en el primer eslabón.

CVP_{cd_n} : Costo de una unidad en ventas perdidas en el segundo eslabón, para el centro de distribución n .

CVP_{m_m} : Costo de una unidad en ventas perdidas en el tercer eslabón, para el minorista m .

CP_p : Costo de producir un lote en el primer eslabón.

CP_{cd_n} : Costo de realizar un pedido en el segundo eslabón, en el centro de distribución.

CP_{m_m} : Costo de realizar un pedido en el tercer eslabón, del minorista m al centro de distribución n .

CAP_p : Capacidad de almacenamiento en el primer eslabón.

CAP_{cd_n} : Capacidad de almacenamiento en el segundo eslabón, en el centro de distribución n .

CAP_{m_m} : Capacidad de almacenamiento en el tercer eslabón, en el centro de distribución m .

C : Cantidad fija de unidades a pedir o producir por día.

IIP : Inventario inicial en el primer eslabón.

IIC_{jkn} : Inventario inicial en el primer periodo, segundo eslabón, para el centro de distribución n .

$I_{m_{jkm}}$: Inventario inicial en el primer periodo, tercer eslabón, para el minorista m .

X : Tiempo de transporte del producto entre el eslabón 1 y 2, 2 y 3.

Y : Tiempo de preparación del pedido en el segundo eslabón; tiempo de producción en el primer eslabón.

W : Tiempo que se tarda en procesar el pedido.

7.3.3 Variables

Z : Costo total del inventario.

$I_{p_{jk}}$: Inventario al final del periodo j en el primer eslabón.

$I_{cd_{jkn}}$: Inventario al final del periodo j en el segundo eslabón, para el centro de distribución n .

$I_{m_{jkm}}$: Inventario al final del periodo j en el tercer eslabón, para el minorista m .

$VP_{p_{jkn}}$: Ventas perdidas en el periodo j en el primer eslabón al centro de distribución n .

$VP_{cd_{jkmn}}$: Ventas perdidas en el periodo j en el segundo eslabón, del centro de distribución n al minorista m .

$VP_{m_{jkm}}$: Ventas perdidas en el periodo j en el tercer eslabón, para el minorista m .

$B_{p_{jk}}$: Variable binaria, toma el valor de 1 si al final del periodo j en el primer eslabón se produce; 0 en caso contrario.

$B_{n_{jkn}}$: Variable binaria, toma el valor de 1 si al final del periodo j en el segundo eslabón el centro de distribución n realiza pedido; 0 en caso contrario.

$B_{m_{jkmn}}$: Variable binaria, toma el valor de 1 si al final del periodo j en el tercer eslabón el minorista m realiza pedido al centro de distribución n ; 0 en caso contrario.

$UP_{p_{jk}}$: Unidades pedidas por la planta, en el periodo j del eslabón k .

UPcd_{jkn}: Unidades pedidas por el centro de distribución n, en el periodo j del eslabón k.

UPm_{jkmn}: Unidades pedidas por el minorista m hacia el centro de distribución n, en el periodo j del eslabón k.

UVp_{jkn}: Unidades vendidas por la planta al centro de distribución n, en el periodo j del eslabón k.

UVcd_{jkmn}: Unidades vendidas por el centro de distribución n al minorista m, en el periodo j del eslabón k.

UVM_{jkkm}: Unidades vendidas por el minorista m, en el periodo j del eslabón k.

7.3.4 Función objetivo. La función objetivo busca minimizar los costos asociados a el manejo de inventario (costo de mantener, costo de venta perdida y costo de pedir).

$$\begin{aligned} \text{Min } Z = & \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K ((I_{p_{jk}} * CINV_p) + \sum_{n=1}^N (VP_{p_{jkn}} * CVP_p) + (B_{p_{jk}} * CP_p) + \\ & \sum_{n=1}^N ((I_{cd_{jkn}} * CINV_{cd_n}) + \sum_{m=1}^M (VP_{cd_{jknm}} * CVP_{cd_n}) + (B_{cd_{jkn}} * CP_{cd_n})) + \\ & \sum_{m=1}^M ((I_{m_{jkkm}} * CINV_{m_m}) + (VP_{m_{jkkm}} * CVP_{m_m}) + \sum_{n=1}^N (B_{m_{jkmn}} * CP_{m_{mn}}))) \end{aligned} \quad (15)$$

7.3.5 Restricciones

$$I_{p_{jk}} = I_p \quad \text{Para } j = 1, k = 1 \quad (16)$$

$$I_{cd_{jkn}} = I_{cd_{jkn}} \quad \text{Para } j = 1, k = 2, \forall n \quad (17)$$

$$I_{m_{jkkm}} = I_{m_{jkkm}} \quad \text{Para } j = 1, k = 3, \forall m \quad (18)$$

$$I_{p_{jk}} = I_{p_{(j-1)k}} \quad \text{Para } 2 \leq j \leq y + w, k = 1 \quad (19)$$

$$I_{p_{jk}} = I_{p_{(j-1)k}} - \sum_{n=1}^N (C * B_{cd_{(j-y-w)(k+1)n}} - VP_{p_{(j-1)kn}}) + (C * B_{p_{(j-y-w)k}})$$

$$\text{Para } y + w + 1 \leq j \leq J, k = 1 \quad (20)$$

$$Icd_{jkn} = Icd_{(j-1)kn} \quad \text{Para } 2 \leq j \leq y + w, k = 2, \forall n \quad (21)$$

$$Icd_{jkn} = Icd_{(j-1)kn} - \sum_{m=1}^M (C * Bm_{(j-y-w)(k+1)mn} - VPcd_{(j-1)knm})$$

$$\text{Para } y + w + 1 \leq j \leq y + w + x, k = 2, \forall n \quad (22)$$

$$Icd_{jkn} = Icd_{(j-1)kn} - \sum_{m=1}^M (C * Bm_{(j-y-w)(k+1)mn} - VPcd_{(j-1)knm}) +$$

$$+(C * Bcd_{(j-x-y-w)kn} - VPP_{(j-x-y)(k-1)n}) \quad \text{Para } x + y + w + 1 \leq j \leq J, k = 2, \forall n \quad (23)$$

$$Im_{jkm} = Im_{(j-1)km} - D_{(j-1)m} + VPM_{(j-1)km} \quad \text{Para } 2 \leq j \leq x + y + w, k = 3, \forall m \quad (24)$$

$$Im_{jkm} = Im_{(j-1)km} - D_{(j-1)m} + VPM_{(j-1)km} + \sum_{n=1}^N (C * Bm_{(j-x-y-w)kmn} -$$

$$VPcd_{(j-x-y)(k+1)nm})$$

$$\text{Para } x + y + w + 1 \leq j \leq J, k = 3, \forall m \quad (25)$$

$$Ip_{jk} \leq CAPp \quad \text{Para } \forall j, \forall k \quad (26)$$

$$Icd_{jkn} \leq CAPcd_n \quad \text{Para } \forall j, \forall k, \forall n \quad (27)$$

$$Im_{jkm} \leq CAPm_m \quad \text{Para } \forall j, \forall k, \forall m \quad (28)$$

$$UPm_{jkmn} = C * Bm_{jkmn} \quad \text{Para } \forall j, k = 3 \quad (29)$$

$$UPcd_{jkn} = C * Bcd_{jkn} \quad \text{Para } \forall j, k = 2 \quad (30)$$

$$UPp_{jk} = C * Bp_{jk} \quad \text{Para } \forall j, k = 1 \quad (31)$$

$$UVM_{jkm} = D_{jm} - VPM_{jkm} \quad \text{Para } \forall j, k = 3 \quad (32)$$

$$UVcd_{jkmn} = UPM_{(j-1)(k+1)mn} - VPcd_{jkmn} \quad \text{Para } j > w, k = 2 \quad (33)$$

$$UVp_{jkn} = UPcd_{(j-1)(k+1)n} - VPP_{jkn} \quad \text{Para } j > w, k = 1 \quad (34)$$

Las restricciones (16), (17) y (18) indican los inventarios iniciales para cada uno de los miembros de la cadena. Como se menciona en el modelo 1, las ecuaciones de inventarios en un

momento dado se dividen según los tiempos de entrega (Tiempo de transporte del producto, tiempo de preparación del pedido y tiempo que se tarda en procesar el pedido) por consiguiente las ecuaciones mantienen la misma estructura pero adicionando los índices que corresponden a los múltiples centros de distribución y minoristas; dicho esto las restricciones (19) y (20) indican el inventario para la fábrica, (21), (22) y (23) el inventario de los centros de distribución y las restricciones (24) y (25) el inventario de los minoristas. Las (26), (27) y (28) restringe la capacidad de almacenamiento para la fábrica, cada centro de distribución y minorista.

Las restricciones de información que pueden brindar ayuda a la toma de decisiones están dadas por las unidades pedidas y unidades vendidas. Las restricciones (29), (30) y (31) son las unidades pedidas para cada eslabón, y las restricciones (32), (33) y (34) son las unidades vendidas en cada periodo para cada eslabón.

7.4 Modelo 3

El modelo 3 consta de una red de dos escalones, múltiples periodos, multi-ítem con una fábrica, n centros de distribución y m minoristas. En este modelo los centros de distribución no están especializados, por lo que manejan todos los productos. En base a la hipótesis planteada para realizar la comparación entre centro de distribución especializado y centro de distribución multi-ítem, se modificó el costo de mantener inventario en el centro de distribución, este está conformado por unos costos fijos asociados a la ubicación del centro de distribución y costos variables asociados al mantenimiento del producto que a su vez dependen de las unidades en inventario.

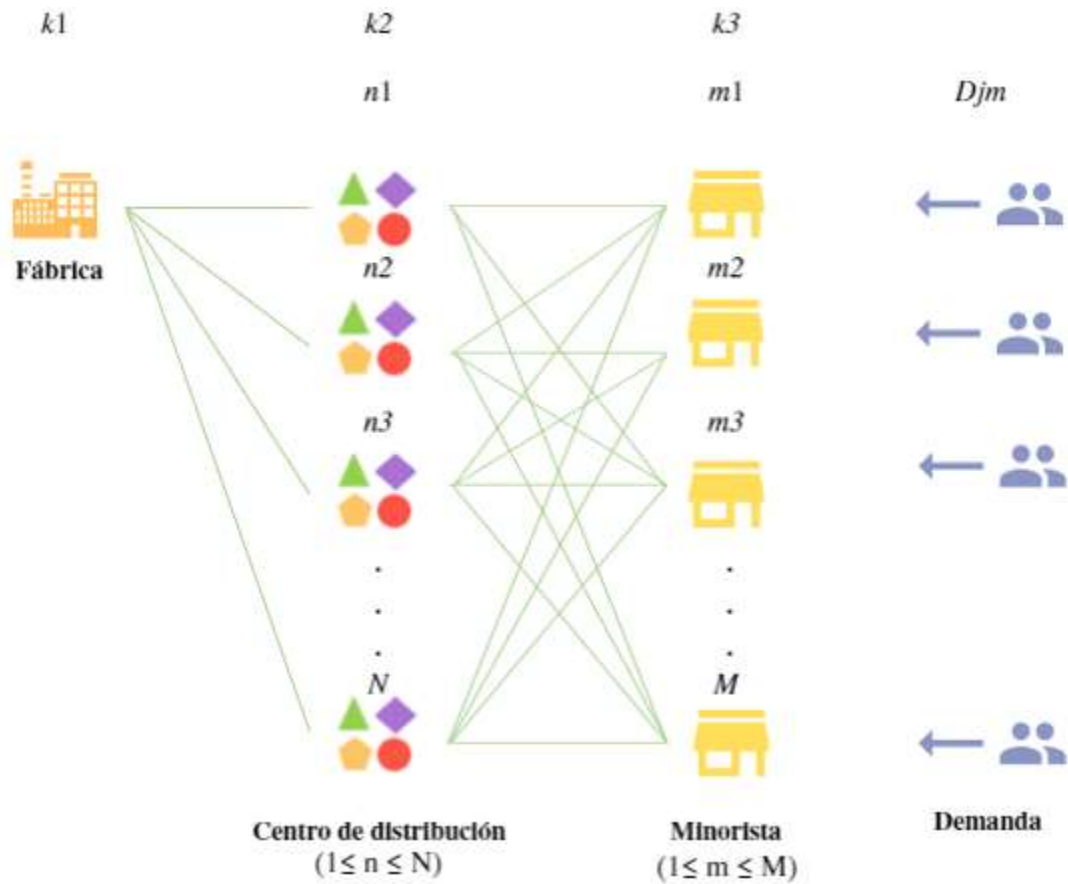


Figura 9 Representación del modelo 3

7.4.1 Índices

j : Índice de periodos ($1 \leq j \leq J$).

k : Índice de eslabones en la cadena ($1 \leq k \leq 3$).

m : Índice de minoristas ($1 \leq m \leq M$).

n : Índice de centros de distribución ($1 \leq n \leq N$).

p : Índice de productos en la cadena de suministro ($1 \leq p \leq P$).

7.4.2 Parámetros

D_{jmp} : Demanda en el periodo j , para el minorista m del producto p .

$CINV_{pp}$: Costo de mantener una unidad del producto p en inventario para el primer eslabón.

CF_n : Costo fijo asociado al centro de distribución n según su ubicación.

CP_p : Costo de mantedamiento por unidad de producto p .

$CINV_{mmp}$: Costo de mantener una unidad en inventario en el tercer eslabón, en el minorista m para el producto p .

CVP_{pp} : Costo de una unidad en ventas perdidas en el primer eslabón, para el producto p .

$CVP_{cd_{np}}$: Costo de una unidad en ventas perdidas en el segundo eslabón, en el centro de distribución n , para el producto p .

CVP_{mmp} : Costo de una unidad en ventas perdidas en el tercer eslabón, en el minorista m , para el producto p .

CP_p : Costo de producir un lote del producto p en el primer eslabón.

$CP_{cd_{np}}$: Costo de realizar un pedido en el segundo eslabón, en el centro de distribución n para el producto p .

CP_{mmp} : Costo realizar un pedido en el tercer eslabón, del minorista m hacia el centro de distribución n , del producto p .

CAP_{pp} : Capacidad de almacenamiento para el producto p en el primer eslabón.

$CAP_{cd_{np}}$: Capacidad de almacenamiento en el segundo eslabón, en el centro de distribución n para el producto p .

CAP_{mmp} : Capacidad de almacenamiento en el tercer eslabón, en el centro de distribución m para el producto p .

C: Cantidad fija de unidades a pedir o producir por día.

$I_{p_{jkp}}$: Inventario inicial en el primer eslabón, para el producto p.

$I_{cd_{jkn}}$: Inventario inicial en el segundo eslabón, para el centro de distribución n, del producto p.

$I_{m_{jkm}}$: Inventario inicial en el tercer eslabón, para el minorista m, del producto p.

X: Tiempo de transporte del producto entre el eslabón 1 y 2, 2 y 3.

Y: Tiempo de preparación del pedido en el segundo eslabón; tiempo de producción en el primer eslabón.

W: Tiempo que se tarda en procesar el pedido.

7.4.3 Variables

Z: Costo total del inventario.

$I_{p_{jkp}}$: Inventario al final del periodo j en el primer eslabón, para el producto p.

$I_{cd_{jkn}}$: Inventario al final del periodo j en el segundo eslabón, para el centro de distribución n, del producto p.

$I_{m_{jkm}}$: Inventario al final del periodo j en el tercer eslabón, para el minorista m, del producto p.

$VP_{p_{jkp}}$: Ventas perdidas en el periodo j en el primer eslabón hacia el centro de distribución n del producto p.

$VP_{cd_{jkn}}$: Ventas perdidas en el periodo j en el segundo eslabón para el centro de distribución n hacia el minorista m del producto p.

VP_{mjkm_p} : Ventas perdidas en el periodo j en el tercer eslabón, para el minorista m , del producto p .

$B_{p_{jk_p}}$: Variable binaria, toma el valor de 1 si al final del periodo j en el primer eslabón se produce el producto p ; 0 en caso contrario.

$B_{cd_{jknp}}$: Variable binaria, toma el valor de 1 si al final del periodo j en el segundo eslabón el centro de distribución n realiza pedido del producto p ; 0 en caso contrario.

$B_{m_{jkmp}}$: Variable binaria, toma el valor de 1 si al final del periodo j en el tercer eslabón el minorista m realiza pedido del producto p , al centro de distribución n ; 0 en caso contrario.

$UP_{p_{jk_p}}$: Unidades pedidas para producir por la planta, en el periodo j del eslabón k para el producto p .

$UP_{cd_{jknp}}$: Unidades pedidas por el centro de distribución n , en el periodo j del eslabón k para el producto p .

$UP_{m_{jkmp}}$: Unidades pedidas por el minorista m al centro de distribución n , en el periodo j del eslabón k para el producto p .

$UV_{p_{jknp}}$: Unidades vendidas por la planta al centro de distribución n , en el periodo j del eslabón k para el producto p .

$UV_{cd_{jkmp}}$: Unidades vendidas por el centro de distribución n al minorista m , en el periodo j del eslabón k para el producto p .

$UV_{m_{jkmp}}$: Unidades vendidas por el minorista m a sus clientes, en el periodo j del eslabón k para el producto p .

7.4.4 Función objetivo. La función objetivo busca minimizar los costos asociados a el manejo de inventario (costo de mantener, costo de venta perdida y costo de pedir).

$$\begin{aligned}
 \text{Min } Z = & \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K (\sum_{p=1}^P ((I_{pjkp} * CINV_{pp}) + \sum_{n=1}^N (VP_{pjknp} * CVP_{pp}) + (B_{pjkp} * CP_{pp}))) + \\
 & \sum_{n=1}^N \sum_{p=1}^P \left(((Icd_{jknmp} * CP_p) + CF_n) + \sum_{m=1}^M (VPcd_{jknmp} * CVPcd_{np}) + (Bcd_{jknmp} * \right. \\
 & \left. CPcd_{np}) \right) + \sum_{m=1}^M (\sum_{p=1}^P ((Im_{jkmp} * CINV_{mp}) + (VP_{mjkmp} * CVP_{mp}))) + \\
 & \sum_{n=1}^N \sum_{p=1}^P (Bm_{jkmnp} * CPM_{mnp})) \quad (35)
 \end{aligned}$$

7.4.5 Restricciones

$$I_{pjkp} = I_{pjkp} \quad \text{Para } j = 1, k = 1, \forall p \quad (36)$$

$$Icd_{jknmp} = Icd_{jknmp} \quad \text{Para } j = 1, k = 2, \forall n, \forall p \quad (37)$$

$$Im_{jkmp} = Im_{jkmp} \quad \text{Para } j = 1, k = 3, \forall m, \forall p \quad (38)$$

$$I_{pjkp} = I_{p(j-1)kp} \quad \text{Para } 2 \leq j \leq y + w, k = 1, \forall p \quad (39)$$

$$\begin{aligned}
 I_{pjkp} = I_{p(j-1)kp} - \sum_{n=1}^N (C * Bcd_{(j-y-w)(k+1)np} - VP_{p(j-1)knmp}) + (C * B_{p(j-y-w)kp}) \\
 \text{Para } y + w + 1 \leq j \leq J, k = 1, \forall p \quad (40)
 \end{aligned}$$

$$Icd_{jknmp} = Icd_{(j-1)knmp} \quad \text{Para } 2 \leq j \leq y + w, k = 2, \forall n, \forall p \quad (41)$$

$$\begin{aligned}
 Icd_{jknmp} = Icd_{(j-1)knmp} - \sum_{m=1}^M (C * Bm_{(j-y-w)(k+1)mnp} - VPcd_{(j-1)knmp}) \\
 \text{Para } y + w + 1 \leq j \leq y + w + x, k = 2, \forall n, \forall p \quad (42)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Icd_{jknmp} = Icd_{(j-1)knmp} - \sum_{m=1}^M (C * Bm_{(j-y-w)(k+1)mnp} - VPcd_{(j-1)knmp}) \\
 + (C * Bcd_{(j-x-y-w)knmp} - VP_{p(j-x-y)(k-1)np}) \\
 \text{Para } x + y + w + 1 \leq j \leq J, k = 2, \forall n, \forall p \quad (43)
 \end{aligned}$$

$$Im_{jkmp} = Im_{(j-1)kmp} - D_{(j-1)mp} + VPm_{(j-1)kmp}$$

Para $2 \leq j \leq x + y + w, k = 3, \forall m, \forall p$ (44)

$$Im_{jkmp} = Im_{(j-1)kmp} - D_{(j-1)mp} + VPm_{(j-1)kmp} + \sum_{n=1}^N (C * Bm_{(j-x-y-w)kmnp} - VPcd_{(j-x-y)(k+1)nmp})$$

Para $x + y + w + 1 \leq j \leq J, k = 3, \forall m, \forall p$ (45)

$$Ip_{jkp} \leq CAPp_p \quad \text{Para } \forall j, \forall k, \forall p \quad (46)$$

$$Icd_{jknp} \leq CAPcd_{np} \quad \text{Para } \forall j, \forall k, \forall n, \forall p \quad (47)$$

$$Im_{jkmp} \leq CAPm_{mp} \quad \text{Para } \forall j, \forall k, \forall m, \forall p \quad (48)$$

$$UPm_{jkmnp} = C * Bm_{jkmnp} \quad \text{Para } \forall j, k = 3 \quad (49)$$

$$UPcd_{jknp} = C * Bcd_{jknp} \quad \text{Para } \forall j, k = 2 \quad (50)$$

$$UPp_{jkp} = C * Bp_{jkp} \quad \text{Para } \forall j, k = 1 \quad (51)$$

$$UVm_{jkmp} = D_{jmp} - VPm_{jkmp} \quad \text{Para } \forall j, k = 3 \quad (52)$$

$$UVcd_{jkmnp} = UPm_{(j-1)(k+1)mnp} - VPcd_{jkmnp} \quad \text{Para } j > w, k = 2 \quad (53)$$

$$UPp_{jknp} = UPcd_{(j-1)(k+1)np} - VPP_{jknp} \quad \text{Para } j > w, k = 1 \quad (54)$$

Las restricciones (36), (37) y (38) ofrecen la información de los inventarios iniciales en el periodo para cada uno de los eslabones.

Siguiendo el mismo comportamiento de los modelos anteriores, las ecuaciones de balance de inventario se obtienen según los tiempos estipulados en el modelo además de un nuevo subíndice como conjunto de los productos existentes en la cadena de distribución, siendo así, las restricciones (39) y (40) muestran el inventario de la fábrica, las restricciones (41), (42) y (43) indican el

inventario para los centros de distribución y las restricciones (44) y (45) se encargan de los inventarios en los minoristas.

Las (46), (47) y (48) restringe la capacidad de almacenamiento para la fábrica, cada centro de distribución y minorista, por cada uno de los productos. Las restricciones (49), (50) y (51) son las unidades pedidas para cada eslabón, y las restricciones (52), (53) y (54) son las unidades vendidas en cada periodo para cada eslabón.

7.5 Modelo 4

El modelo 4 es una red de dos escalones múltiples periodos, multi-ítem con una fábrica, n centros de distribución especializados por producto y m minoristas. Este modelo tiene la misma estructura que el modelo 3, excepto por una restricción, la cual especializa los centros de distribución por producto. Este modelo junto con el modelo 3 son la base para la comprobación de la hipótesis planteada en la investigación.

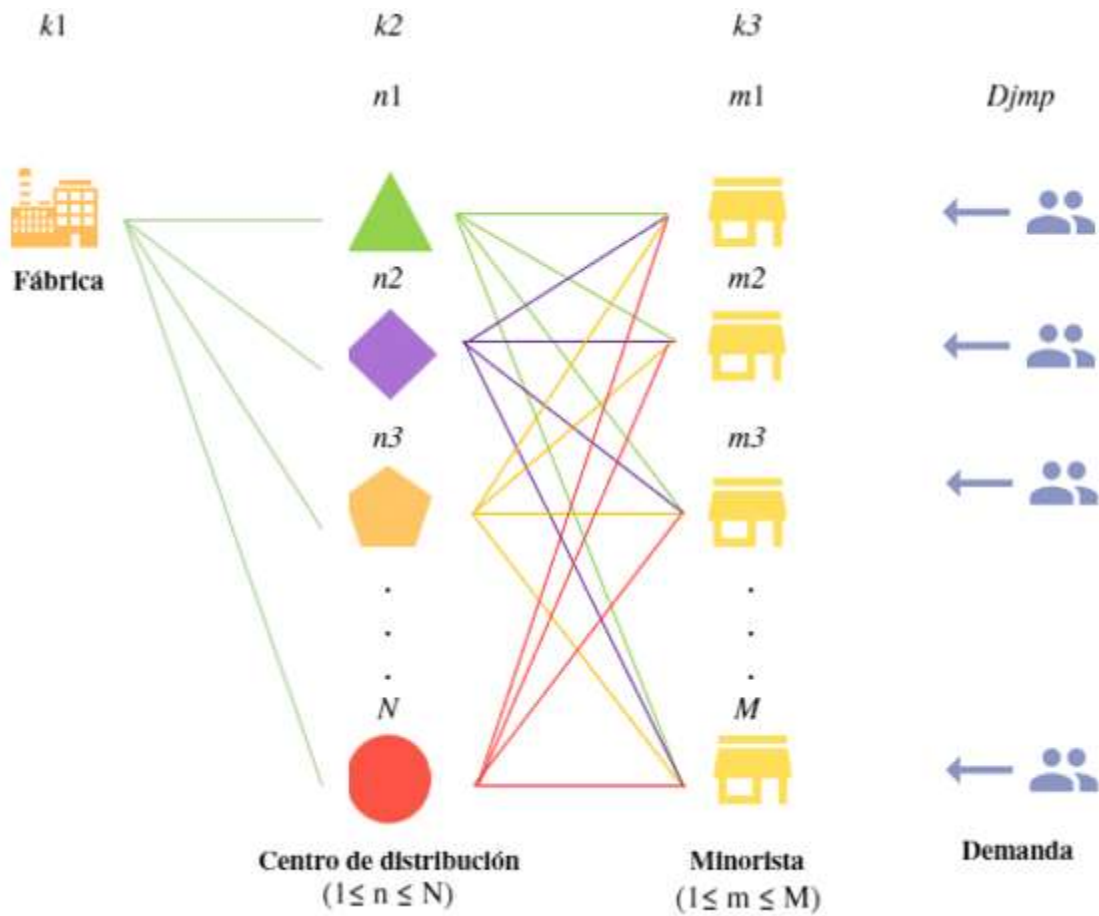


Figura 10 Representación del modelo 4

7.5.1 Índices

j: Índice de periodos ($1 \leq j \leq J$).

k: Índice de eslabones en la cadena ($1 \leq k \leq 3$).

m: Índice de minoristas ($1 \leq m \leq M$).

n: Índice de centros de distribución ($1 \leq n \leq N$).

p: Índice de productos en la cadena de suministro ($1 \leq p \leq P$).

7.5.2 Parámetros

D_{jmp} : Demanda en el periodo j , para el minorista m del producto p .

$CINV_{pp}$: Costo de mantener una unidad del producto p en inventario para el primer eslabón.

CF_n : Costo fijo asociado al centro de distribución n según su ubicación.

CP_p : Costo de mantedamiento por unidad de producto p .

$CINV_{mmp}$: Costo de mantener una unidad en inventario en el tercer eslabón, en el minorista m para el producto p .

CVP_{pp} : Costo de una unidad en ventas perdidas en el primer eslabón, para el producto p .

$CVP_{cd_{np}}$: Costo de una unidad en ventas perdidas en el segundo eslabón, en el centro de distribución n , para el producto p .

CVP_{mmp} : Costo de una unidad en ventas perdidas en el tercer eslabón, en el minorista m , para el producto p .

CP_p : Costo de producir un lote del producto p en el primer eslabón.

$CP_{cd_{np}}$: Costo de realizar un pedido en el segundo eslabón, en el centro de distribución n para el producto p .

CP_{mmp} : Costo realizar un pedido en el tercer eslabón, del minorista m hacia el centro de distribución n , del producto p .

CAP_{pp} : Capacidad de almacenamiento para el producto p en el primer eslabón.

$CAP_{cd_{np}}$: Capacidad de almacenamiento en el segundo eslabón, en el centro de distribución n para el producto p .

CAP_{mmp} : Capacidad de almacenamiento en el tercer eslabón, en el centro de distribución m para el producto p .

C: Cantidad fija de unidades a pedir o producir por día.

$I_{p_{jkp}}$: Inventario inicial en el primer eslabón, para el producto p.

$I_{cd_{jkn}}$: Inventario inicial en el segundo eslabón, para el centro de distribución n, del producto p.

$I_{m_{jkm}}$: Inventario inicial en el tercer eslabón, para el minorista m, del producto p.

PCD_{np} : Producto p asignado al centro de distribución n.

X: Tiempo de transporte del producto entre el eslabón 1 y 2, 2 y 3.

Y: Tiempo de preparación del pedido en el segundo eslabón; tiempo de producción en el primer eslabón.

W: Tiempo que se tarda en procesar el pedido.

7.5.3 Variables

Z: Costo total del inventario.

$I_{p_{jkp}}$: Inventario al final del periodo j en el primer eslabón, para el producto p.

$I_{cd_{jkn}}$: Inventario al final del periodo j en el segundo eslabón, para el centro de distribución n, del producto p.

$I_{m_{jkm}}$: Inventario al final del periodo j en el tercer eslabón, para el minorista m, del producto p.

$VP_{p_{jkp}}$: Ventas perdidas en el periodo j en el primer eslabón hacia el centro de distribución n del producto p.

$VP_{cd_{jkn}}$: Ventas perdidas en el periodo j en el segundo eslabón, para el centro de distribución n hacia el minorista m del producto p.

VP_{mjkm} : Ventas perdidas en el periodo j en el tercer eslabón, para el minorista m , del producto p .

B_{pjk} : Variable binaria, toma el valor de 1 si al final del periodo j en el primer eslabón se produce el producto p ; 0 en caso contrario.

B_{cdjkn} : Variable binaria, toma el valor de 1 si al final del periodo j en el segundo eslabón el centro de distribución n realiza pedido del producto p ; 0 en caso contrario.

B_{mjkm} : Variable binaria, toma el valor de 1 si al final del periodo j en el tercer eslabón el minorista m realiza pedido del producto p , al centro de distribución n ; 0 en caso contrario.

UP_{pjk} : Unidades pedidas para producir por la planta, en el periodo j del eslabón k para el producto p .

UP_{cdjkn} : Unidades pedidas por el centro de distribución n , en el periodo j del eslabón k para el producto p .

UP_{mjkm} : Unidades pedidas por el minorista m al centro de distribución n , en el periodo j del eslabón k para el producto p .

UV_{pjk} : Unidades vendidas por la planta al centro de distribución n , en el periodo j del eslabón k para el producto p .

UV_{cdjkn} : Unidades vendidas por el centro de distribución n al minorista m , en el periodo j del eslabón k para el producto p .

UV_{mjkm} : Unidades vendidas por el minorista m a sus clientes, en el periodo j del eslabón k para el producto p .

7.5.4 Función objetivo. La función objetivo busca minimizar los costos asociados a el manejo de inventario (costo de mantener, costo de venta perdida y costo de pedir).

$$\begin{aligned}
 \text{Min } Z = & \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K (\sum_{p=1}^P ((I_{p_{jkp}} * C_{INV_{pp}}) + \sum_{n=1}^N (VP_{p_{jkn}} * CV_{pp}) + (B_{p_{jkp}} * CP_{pp}))) + \\
 & \sum_{n=1}^N \sum_{p=1}^P \left(((I_{cd_{jkn}} * CP_p) + CF_n) + \sum_{m=1}^M (VP_{cd_{jknmp}} * CV_{cd_{np}}) + (B_{cd_{jkn}} * \right. \\
 & \left. CP_{cd_{np}}) \right) + \sum_{m=1}^M (\sum_{p=1}^P ((I_{m_{jkmp}} * C_{INV_{mp}}) + (VP_{m_{jkmp}} * CV_{mp}))) + \\
 & \sum_{n=1}^N \sum_{p=1}^P (B_{m_{jkmnp}} * CP_{mnp})) \quad (55)
 \end{aligned}$$

7.5.5 Restricciones

$$I_{p_{jkp}} = I_{p_{jkp}} \quad \text{Para } j = 1, k = 1, \forall p \quad (56)$$

$$I_{cd_{jkn}} = I_{cd_{jkn}} \quad \text{Para } j = 1, k = 2, \forall n, \forall p \quad (57)$$

$$I_{m_{jkmp}} = I_{m_{jkmp}} \quad \text{Para } j = 1, k = 3, \forall m, \forall p \quad (58)$$

$$I_{p_{jkp}} = I_{p_{(j-1)kp}} \quad \text{Para } 2 \leq j \leq y + w, k = 1, \forall p \quad (59)$$

$$\begin{aligned}
 I_{p_{jkp}} = & I_{p_{(j-1)kp}} - \sum_{n=1}^N ((C * B_{cd_{(j-y-w)(k+1)np}} - VP_{p_{(j-1)kn}}) * PCD_{np}) + (C * B_{p_{(j-y-w)kp}}) \\
 & \text{Para } y + w + 1 \leq j \leq J, k = 1, \forall p \quad (60)
 \end{aligned}$$

$$I_{cd_{jkn}} = I_{cd_{(j-1)kn}} \quad \text{Para } 2 \leq j \leq y + w, k = 2, \forall n, \forall p \quad (61)$$

$$\begin{aligned}
 I_{cd_{jkn}} = & I_{cd_{(j-1)kn}} - \sum_{m=1}^M ((C * B_{m_{(j-y-w)(k+1)mnp}} - VP_{cd_{(j-1)knmp}}) * PCD_{np}) \\
 & \text{Para } y + w + 1 \leq j \leq y + w + x, k = 2, \forall n, \forall p \quad (62)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 I_{cd_{jkn}} = & I_{cd_{(j-1)kn}} - \sum_{m=1}^M ((C * B_{m_{(j-y-w)(k+1)mnp}} - VP_{cd_{(j-1)knmp}}) * PCD_{np}) \\
 & + (C * B_{cd_{(j-x-y-w)kn}} - VP_{p_{(j-x-y)(k-1)np}}) * PCD_{np} \\
 & \text{Para } x + y + w + 1 \leq j \leq J, k = 2, \forall n, \forall p \quad (63)
 \end{aligned}$$

$$Im_{jkmp} = Im_{(j-1)kmp} - D_{(j-1)mp} + VPm_{(j-1)kmp}$$

$$\text{Para } 2 \leq j \leq x + y + w, k = 3, \forall m, \forall p \quad (64)$$

$$Im_{jkmp} = Im_{(j-1)kmp} - D_{(j-1)mp} + VP_{(j-1)kmp}$$

$$+ \sum_{n=1}^N ((C * Bm_{(j-x-y-w)kmnp} - VPcd_{(j-x-y)(k+1)nmp}) * PCD_{np})$$

$$\text{Para } x + y + w + 1 \leq j \leq J, k = 3, \forall m, \forall p \quad (65)$$

$$Ip_{jkp} \leq CAPp_p$$

$$\text{Para } \forall j, \forall k, \forall p \quad (66)$$

$$Icd_{jknp} \leq CAPcd_{np}$$

$$\text{Para } \forall j, \forall k, \forall n, \forall p \quad (67)$$

$$Im_{jkmp} \leq CAPm_{mp}$$

$$\text{Para } \forall j, \forall k, \forall m, \forall p \quad (68)$$

$$UPm_{jkmnp} = C * Bm_{jkmnp}$$

$$\text{Para } \forall j, k = 3 \quad (69)$$

$$UPcd_{jknp} = C * Bcd_{jknp}$$

$$\text{Para } \forall j, k = 2 \quad (70)$$

$$UPp_{jkp} = C * Bp_{jkp}$$

$$\text{Para } \forall j, k = 1 \quad (71)$$

$$UVM_{jkmp} = D_{jmp} - VPm_{jkmp}$$

$$\text{Para } \forall j, k = 3 \quad (72)$$

$$UVcd_{jkmnp} = UPm_{(j-1)(k+1)mnp} - VPcd_{jkmnp}$$

$$\text{Para } j > w, k = 2 \quad (73)$$

$$UPp_{jknp} = UPcd_{(j-1)(k+1)np} - VPP_{jknp}$$

$$\text{Para } j > w, k = 1 \quad (74)$$

$$BCD_{jknp} \leq PCD_{np}$$

$$\text{Para } \forall j, \forall k, \forall n, \forall p \quad (75)$$

Las restricciones (56), (57) y (58) ofrecen la información de los inventarios iniciales en el periodo para cada uno de los eslabones.

Las restricciones (59) y (60) muestran el inventario de la fábrica, las restricciones (61), (62) y (63) indican el inventario para los centros de distribución y las restricciones (64) y (65) se encargan de los inventarios en los minoristas.

Las (66), (67) y (68) restringe la capacidad de almacenamiento para la fábrica, cada centro de distribución y minorista, por cada uno de los productos.

Las restricciones (69), (70) y (71) son las unidades pedidas para cada eslabón, y las restricciones (72), (73) y (74) son las unidades vendidas en cada periodo para cada eslabón.

Finalmente, la restricción (75) aplica la especialización por producto para los diferentes centros de distribución (especializándose máximo en un producto por centro de distribución). Esta restricción se encarga de asegurar que si un centro de distribución tiene asignado un producto en específico (en el parámetro PCD ese centro de distribución para ese producto es 1), la restricción muestra que la binaria de pedido de producto para ese centro de distribución tiene que ser menor que el PCD, es decir, para el caso en que PCD es 1, esta binaria podrá tomar los valores de 1 o 0 (decidir si pedir o no pedir), sin embargo, si ese centro de distribución no tiene asignado ese producto, o sea en el parámetro PCD ese centro de distribución para ese producto es 0, la binaria restringirá que sea menor que el PCD y obligará al modelo a tomar el valor de 0 inhibiendo los pedidos de ese producto para ese centro de distribución.

8. Validación del modelo matemático

Como se mencionó en el capítulo anterior, inicialmente se formuló el modelo en EXCEL resolviendo un modelo base a través de la herramienta *solver* para unos datos de entrada específicos con el fin de encontrar la misma solución óptima al formular el modelo en GAMS.

Para la validación del modelo 1, se tuvo en consideración una fábrica, un centro de distribución y un minorista en un análisis de 11 periodos. El minorista tiene una demanda conocida de 15 unidades por periodo. La información de pedidos solicitados por los eslabones 2 y 3 tarda en llegar

al eslabón anterior en 1 periodo, para el eslabón 1 y 2, es decir, el fabricante y el minorista, existe un tiempo de fabricación/preparación del pedido de 1 periodo y finalmente se tiene en cuenta el tiempo de envío del pedido entre el eslabón 1-2 y 2-3 de 2 periodos, de fábrica a centro de distribución o de centro de distribución a minorista. La fábrica produce lotes de 20, por lo tanto, la fábrica y el centro de distribución despachan pedidos del mismo tamaño del lote. El costo de mantener una unidad de inventario es 3 unidades monetarias, el costo de una unidad en ventas perdidas es 3 unidades monetarias y el costo de pedir o fabricar es de 60 unidades monetarias por lote de 20 unidades.

Inventario Inicial		Tiempos de espera en periodos			Minorista	Distribuidor	Fabricante	D _j		
II1	= 20	x	=	2	CINV _k	3	3	3	1	15
II2	= 20	y	=	1	CVF _k	3	3	3	2	15
II3	= 20	w	=	1	CP _k	60	60	60	3	15
					C	20			4	15
									5	15
									6	15
									7	15
									8	15
									9	15
									10	15

Figura 11. Resumen de los datos de entrada para la validación

8.1 Resultados de optimización en EXCEL

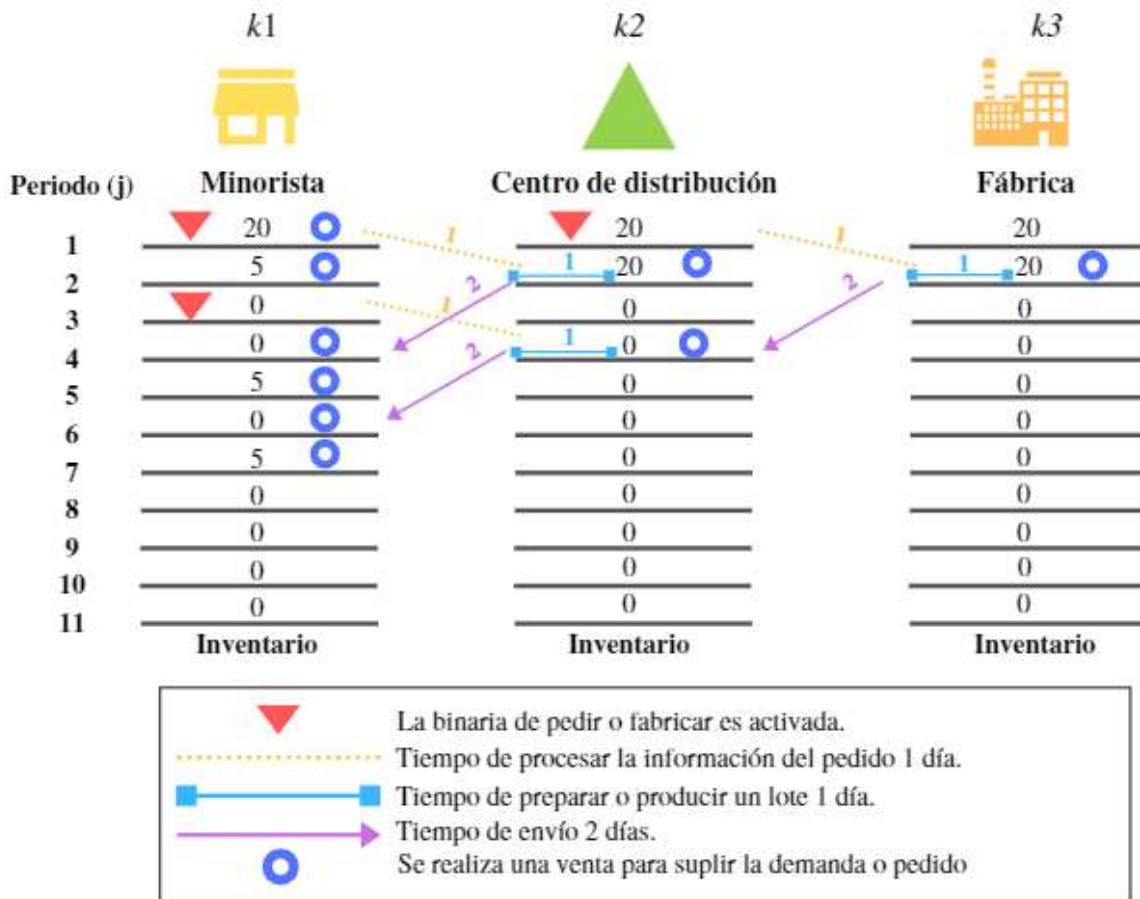


Figura 12 Representación de los resultados de la optimización

El periodo 1 muestra los inventarios iniciales de 20 para todos los eslabones, el minorista supe la demanda de los clientes y realiza pedido junto con el centro de distribución, a partir de ese momento existen inventarios en tránsito. En el periodo 2 todos realizan ventas por lo que esas unidades se descuentan al inventario del siguiente periodo, en ese momento el centro de distribución se encuentra preparando una orden y la fábrica realizando la producción para enviar. Para el periodo 3 ya se descontaron las ventas del periodo anterior y el minorista toma la decisión

de realiza un pedido. En el periodo 4 reciben pedidos tanto el centro de distribución como el minorista (órdenes que se realizaron cuatro periodos atrás), además ambos eslabones realizan ventas, el centro de distribución vende el lote de 20 unidades y el minorista suple la demanda del cliente de 15 unidades por lo que eso se descuenta el siguiente periodo. En el periodo 5 se descuentan las ventas del periodo anterior a los pedidos que llegaron en ese mismo periodo por lo que el minorista queda con 5 unidades en inventario, estas las vende para cumplir con una tercera parte de la demanda de los clientes. Para el periodo 6 llega el ultimo pedido que se encontraba en tránsito, siendo este para el minorista (que realizo esta orden 4 periodos atrás), así mismo en ese mismo periodo cumple con la demanda y se le descuenta el periodo siguiente, es por esto por lo que en el periodo 7 se registran 5 unidades restantes las cuales se venden para cumplir con la tercera parte de la demanda del minorista durante el periodo. En los periodos restantes el modelo toma la decisión de asumir las ventas perdidas para no tener un aumento en los costos.

I_k	35	40	40
N_k	1	2	3
I1	20	20	20
I2	5	20	20
I3	0	0	0
I4	0	0	0
I5	5	0	0
I6	0	0	0
I7	5	0	0
I8	0	0	0
I9	0	0	0
I10	0	0	0
I11	0	0	0

Figura 13 Resultados de excel para los inventarios

b_{jk}	2	1	0
$j \setminus k$	1	2	3
1	1	1	0
2	0	0	0
3	1	0	0
4	0	0	0
5	0	0	0
6	0	0	0
7	0	0	0
8	0	0	0
9	0	0	0
10	0	0	0

Figura 14. Resultados de excel para la binaria de pedir o fabricar

VB_{jk}	90	0	0
$j \setminus k$	1	2	3
1	0	0	0
2	10	0	0
3	15	0	0
4	0	0	0
5	10	0	0
6	0	0	0
7	10	0	0
8	15	0	0
9	15	0	0
10	15	0	0

Figura 15 Resultados de excel para las ventas perdidas

Función Objetivo
795

Figura 16. Resultados de excel para la función objetivo

8.2 Resultados de optimización de GAMS

Se procesaron los mismos datos de entrada, en el código del modelo 1 y se verifico que la respuesta optima es la mejor posible. A continuación, se muestran los resultados óptimos de la función objetivo y las variables de inventario, ventas perdidas y la binaria de pedir o fabricar.

---- VAR VP Ventas perdidas en el periodo j en el eslabón k				
	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
1 .1	.	.	+INF	3.000
1 .2	.	.	+INF	3.000
1 .3	.	.	+INF	3.000
2 .1	.	.	+INF	15.000
2 .2	.	.	+INF	6.000
2 .3	.	10.000	+INF	.
3 .1	.	.	+INF	12.000
3 .2	.	.	+INF	6.000
3 .3	.	15.000	+INF	.
4 .1	.	.	+INF	9.000
4 .2	.	.	+INF	3.000
4 .3	.	.	+INF	3.000
5 .1	.	.	+INF	3.000
5 .2	.	.	+INF	6.000
5 .3	.	10.000	+INF	.
6 .1	.	.	+INF	3.000
6 .2	.	.	+INF	6.000
6 .3	.	.	+INF	3.000
7 .1	.	.	+INF	.
7 .2	.	.	+INF	9.000
7 .3	.	10.000	+INF	.
8 .1	.	.	+INF	EPS
8 .2	.	.	+INF	6.000
8 .3	.	15.000	+INF	.
9 .1	.	.	+INF	9.000
9 .2	.	.	+INF	3.000
9 .3	.	15.000	+INF	.
10.1	.	.	+INF	6.000
10.2	.	.	+INF	EPS
10.3	.	15.000	+INF	.
11.1	.	.	+INF	3.000
11.2	.	.	+INF	3.000
11.3	.	.	+INF	3.000

Figura 17 Resultados de GAMS para las ventas perdidas

```

---- VAR I Inventario al final del periodo j en el eslabón k

```

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
1 .1	.	20.000	+INF	.
1 .2	.	20.000	+INF	.
1 .3	.	20.000	+INF	.
2 .1	.	20.000	+INF	.
2 .2	.	20.000	+INF	.
2 .3	.	5.000	+INF	.
3 .1	.	.	+INF	.
3 .2	.	.	+INF	.
3 .3	.	.	+INF	3.000
4 .1	.	.	+INF	.
4 .2	.	.	+INF	3.000
4 .3	.	.	+INF	6.000
5 .1	.	.	+INF	.
5 .2	.	.	+INF	3.000
5 .3	.	5.000	+INF	.
6 .1	.	.	+INF	.
6 .2	.	.	+INF	3.000
6 .3	.	.	+INF	6.000
7 .1	.	.	+INF	.
7 .2	.	.	+INF	6.000
7 .3	.	5.000	+INF	.
8 .1	.	.	+INF	.
8 .2	.	.	+INF	.
8 .3	.	.	+INF	3.000
9 .1	.	.	+INF	15.000
9 .2	.	.	+INF	3.000
9 .3	.	.	+INF	3.000
10.1	.	.	+INF	.
10.2	.	.	+INF	.
10.3	.	.	+INF	3.000
11.1	.	.	+INF	.
11.2	.	.	+INF	6.000
11.3	.	.	+INF	6.000

Figura 18. Resultados de GAMS para los inventarios

```

---- VAR B Variable binaria toma el valor de 1 si al final del periodo j en el
          eslabón k se pide o se produce 0 en caso contrario

```

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
1 .1	.	.	1.000	243.000
1 .2	.	1.000	1.000	-180.000
1 .3	.	1.000	1.000	EPS
2 .1	.	.	1.000	183.000
2 .2	.	.	1.000	-120.000
2 .3	.	.	1.000	EPS
3 .1	.	.	1.000	123.000
3 .2	.	.	1.000	-60.000
3 .3	.	1.000	1.000	60.000
4 .1	.	.	1.000	63.000
4 .2	.	.	1.000	60.000
4 .3	.	.	1.000	EPS
5 .1	.	.	1.000	3.000
5 .2	.	.	1.000	60.000
5 .3	.	.	1.000	EPS
6 .1	.	.	1.000	-57.000
6 .2	.	.	1.000	120.000
6 .3	.	.	1.000	-60.000
7 .1	.	.	1.000	-117.000
7 .2	.	.	1.000	120.000
7 .3	.	.	1.000	EPS
8 .1	.	.	1.000	123.000
8 .2	.	.	1.000	-60.000
8 .3	.	.	1.000	60.000
9 .1	.	.	1.000	63.000
9 .2	.	.	1.000	EPS
9 .3	.	.	1.000	120.000
10.1	.	.	1.000	3.000
10.2	.	.	1.000	60.000
10.3	.	.	1.000	60.000
11.1	.	.	1.000	3.000
11.2	.	.	1.000	60.000

Figura 19 Resultados de GAMS para las binarias de pedir o fabricar

```

          LOWER      LEVEL      UPPER      MARGINAL
---- VAR Z          -INF      795.000      +INF      .

```

Z Costo total del inventario

```

**** REPORT SUMMARY :
          0      NONOPT
          0      INFEASIBLE
          0      UNBOUNDED

```

EXECUTION TIME = 0.015 SECONDS 2 Mb WEX239-239 Nov 9, 2012

Figura 20 Resultados de GAMS para la función objetivo

8.3 Validación

La solución óptima para EXCEL y GAMS arrojaron los mismos costos totales, siendo estas 795 unidades monetarias; la programación de pedidos y producción dada por la binaria obtienen la misma configuración, el estado de inventario para todos los eslabones es igual del mismo modo las ventas perdidas. Sin embargo, pese a que los resultados obtenidos por EXCEL y GAMS son consistentes en todas sus variables respuesta, en la formulación de los modelos se difiere en el número de eslabón asignado a cada uno de los miembros en la cadena. Para el modelo base en EXCEL los minoristas, el centro de distribución y la fábrica están ubicados en los eslabones uno, dos y tres respectivamente mientras que en GAMS la fábrica, el centro de distribución y el minorista están ubicados en el eslabón uno, dos y tres respectivamente. Este cambio busca que en el modelo matemático los eslabones tengan el orden que lleva la cadena de suministro con respecto al producto, comenzando la producción desde la fábrica, enviando productos hacia el centro de distribución y posteriormente al minorista.

Una vez validado el modelo base y como los modelos siguientes son una modificación de este, y las modificaciones a su vez son consistentes, hay una estructura sólida para estimar que en base a esto estarían validados los modelos 2, 3 y 4.

Además de lo anterior mencionado, se realizó una revisión manual de los resultados en los modelos 2, 3, y 4 (ver apéndice D) , corriendo el código en GAMS con los mínimos tamaños posibles de los sets, para evaluar el correcto envío en función de los pedidos, los tiempos de llegada de órdenes y salida por ventas en los inventarios. El modelo 2 se rectificó para 2 centros de distribución y 2 minoristas. El modelo 3 para 2 centros de distribución, 2 minoristas y 2 productos, al igual que el modelo 4 pero con la especialización de los centros de distribución.

9. Experimentación

9.1 Crecimiento del modelo

Cada uno de los modelos representa situaciones diferentes, además de la posibilidad de observar el crecimiento de cada uno de estos y como adoptan distintas características que representan las industrias. El modelo 1 da a apertura para realizar el análisis y estudiar el comportamiento del modelo en relación con sus parámetros.

Para representar las situaciones de las industrias y poder realizar experimentaciones más acertadas es necesario añadir características, puesto que además de que se tienen múltiples eslabones, cada uno de ellos cuentan con múltiples centros de distribución y minoristas, para esto se formuló el modelo 2, en donde los parámetros tienen en cuenta la información de cada uno de los miembros de la cadena dentro de cada eslabón y se amplía en relación con sus variables de existencias en inventario, ventas perdidas y costos de pedido para los múltiples centros de distribución y minoristas. En los datos de entrada de los costos se tienen tres diferentes parámetros, cada uno de estos para los tres eslabones. En el caso de los costos de mantener, cada miembro de la cadena tiene distintitos costos. Los costos de pedir en el caso de los minoristas dependen del centro de distribución al que se le realiza el pedido. El parámetro de ventas perdidas se da según sea el caso del miembro de la cadena de suministro.

La gestión de inventarios de múltiples productos en cadenas de suministro con dos eslabones existe ampliamente en los sistemas de producción y/o distribución. A raíz de esto se aborda dentro

de la red de distribución los múltiples productos, obteniendo así los modelos 3 y 4, que han sido derivados del modelo 2, permitiendo observar el crecimiento en las variables y tiempos de ejecución, dando como resultado modelos más robustos y acordes a la realidad.

En la gestión de inventarios de los modelos multi producto se tiene en cuenta el almacenamiento de cada uno de estos, donde el costo de mantener inventario en el centro de distribución está conformado por unos costos fijos asociados a la ubicación del centro de distribución y costos variables asociados al mantenimiento del producto, que a su vez dependen de las unidades en inventario. En base a esto surge la pregunta de si un centro de distribución será o no especializado en busca de optimizar los costos generados por el inventario.

El modelo 3, tiene centros de distribución no especializados, por lo que manejan todos los productos. El modelo 4 tiene la misma estructura que el modelo 3, excepto por una restricción, la cual especializa los centros de distribución por producto. Este modelo junto con el modelo 3 son la base para la comprobación de la hipótesis planteada en la investigación.

Para demostrar el crecimiento del modelo se realizó un experimento entre los diferentes modelos los cuales nos permitían compararlos a cada uno bajo las mismas condiciones de variación, partiendo del modelo 1 el cual es el modelo de menor tamaño en donde sus escalones cuentan con la cantidad mínima en cada uno de los eslabones de la cadena, siendo así, un minorista, un centro de distribución y un fabricante para un total de 164 variables con un tiempo de ejecución de 0,094 segundos.

Los modelos 2, 3 y 4 se tabularon aumentando en una unidad los minoristas y centros de distribución al mismo tiempo y los productos para el caso de los modelos 3 y 4. Posterior a esto se realizaron histogramas del crecimiento respecto al tiempo de ejecución y al aumento de número de variables (ver apéndice K).

Los tiempos de ejecución brindan una idea del tiempo que tarda en ofrecer la solución en función de los datos de entrada, como se puede observar en la *figura 21*, es por esto por lo que los tiempos son mayores a medida que aumentan los datos de entrada y tanto el modelo 2, 3 y 4 tienen una línea de tendencia polinómica, lo que indica que, a grandes rasgos, corresponde a la clase de problemas que es soluble en una computadora.

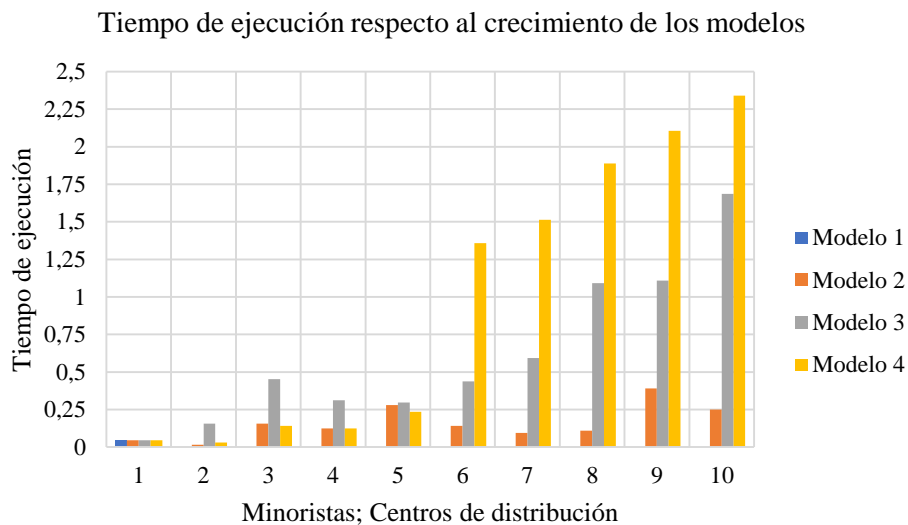


Figura 21. Gráfico del tiempo de ejecución respecto al crecimiento de los modelos

El número de variables en los modelos en función de los datos de entrada crece de manera lineal como se observa en la *figura 22*, para todos los modelos se tiene el mismo número de variables en su índice mínimo, todos parten de 1 fabrica, 1 centro de distribución, 1 minorista y 1 producto, con un total de 164 variables. Se puede observar como el añadir nuevos índices para el caso del modelo 2 índice de numero de minoristas y centros de distribución, aumenta el número de variables. En los modelos 3 y 4 en el que se tiene productos aumenta significativamente el número de variables, para estos dos modelos el número de variables es el mismo a razón de que la

especialización de los centros de distribución añade una restricción y un parámetro nuevo, sin afectar las variables del modelo.

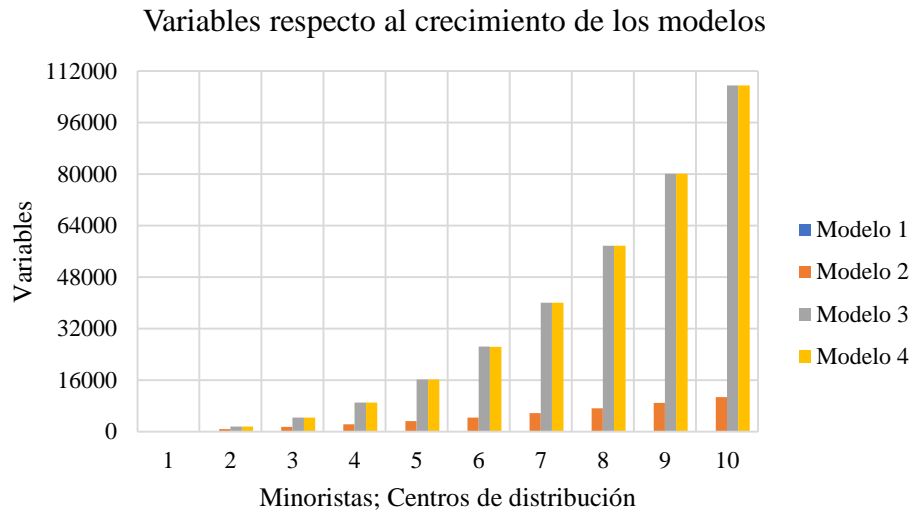


Figura 22. Variables respecto al crecimiento de los modelos

9.2 Variación de parámetros y análisis de sensibilidad

Para efectos de estudio del comportamiento por el que se rige el modelo, un proceso clave es la variación de parámetros y análisis de sensibilidad que muestra los efectos producidos por cambios realizados y que impacto genera sobre los resultados debido a que en los modelos de programación lineal la mayoría de los parámetros son supuestos o estimaciones, y es importante saber cuándo y cómo se va a afectar la función de costo. Para este se realizaron 4 experimentaciones variando diferentes parámetros para obtener la relación entre ellos y la función objetivo. Estas experimentaciones se realizaron sobre el modelo 1 en GAMS, realizando la tabulación de los resultados en EXCEL (Ver apéndice I).

9.2.1 Experimentación 1. En esta experimentación, se realizaron pruebas entorno a la demanda. La demanda se varió en una unidad desde 1 hasta 90, para diferentes tamaños de lote de pedido. El comportamiento de la demanda se muestra a continuación.

- Cuando la función objetivo disminuye sus costos de forma lineal por cada unidad más en la demanda, sin cambiar la configuración de pedidos. Esto se debe a que cada unidad más en la demanda, en este segmento, disminuye una unidad de inventario para cada periodo, a su vez disminuyendo los costos de mantener inventario.
- Cuando la demanda es alta, las unidades que se mantienen en inventario son siempre las mínimas, es decir el costo de mantener inventario será siempre el mismo, por lo cual el aumento de unidades en demanda se ira para ventas perdidas, incrementando su costo.

Para los datos de entrada evaluados (igual a los del modelo base), se observa el comportamiento mencionado anteriormente.

Cuando la demanda es menor a 6 unidades, una unidad de aumento en la demanda disminuye la función de costo total en 165 unidades monetarias, cuando la demanda es mayor a 11 unidades, una unidad de aumento en la demanda aumenta los costos totales en 21 unidades monetarias. En esta prueba la configuración de unidades pedidas por el minorista y centro de distribución, además de las producidas por la fábrica siempre es la misma para todas las demandas, debido al bajo costo de venta perdida por unidad.

Tabla 3.

Variación de la demanda

Dj	Costo optimo total	Delta
1	1635	
2	1470	-165
3	1305	-165
4	1140	-165
5	975	-165
6	810	-165
7	732	-78
8	708	-24
9	699	-9
10	690	-9
11	711	21
12	732	21
13	753	21
14	774	21
15	795	21

Como se puede ver en las *figuras 23 y 24* el porcentaje de costo generado por mantener unidades en inventario disminuye a medida que aumenta la demanda, esto debido a que el modelo aumenta la cantidad de ventas perdidas, generando en estas un mayor costo.

Por otro lado se puede deducir que la demanda es pull, debido a que el minorista es el que determina las necesidades y genera los pedidos a lo largo de la cadena mediante la demanda, teniendo siempre el mayor porcentaje de unidades pedidas.

Dj	11	Costo total de la cadena	711
COSTOS DE LA CADENA			
<i>Costo de hacer pedido</i>		25%	
Minorista	120	66,67%	
Distribuidor	60	33,33%	
Fabricante	0	0,00%	
	180		
<i>Costo de mantener</i>		54%	
Minorista	141	37,01%	
Distribuidor	120	31,50%	
Fabricante	120	31,50%	
	381		
<i>Costo por ventas perdidas</i>		21%	
Minorista	150	100,00%	
Distribuidor	0	0,00%	
Fabricante	0	0,00%	
	150		
			<i>Cantidad de Unidades Pedidas al</i>
Minorista			110
Distribuidor			40
Fabricante			20
			170
			<i>Cantidad de Unidades Vendidas por</i>
Minorista			60
Distribuidor			40
Fabricante			20
			120
			<i>Cantidad de Ventas perdidas por</i>
Minorista			50
Distribuidor			0
Fabricante			0
			50

Figura 23. Análisis variación de la demanda dj=11

Dj	30	Costo total de la cadena	1200
COSTOS DE LA CADENA			
<i>Costo de hacer pedido</i>		15%	
Minorista	120	66,67%	
Distribuidor	60	33,33%	
Fabricante	0	0,00%	
	180		
<i>Costo de mantener</i>		25%	
Minorista	60	20,00%	
Distribuidor	120	40,00%	
Fabricante	120	40,00%	
	300		
<i>Costo por ventas perdidas</i>		60%	
Minorista	720	100,00%	
Distribuidor	0	0,00%	
Fabricante	0	0,00%	
	720		
			<i>Cantidad de Unidades Pedidas al</i>
Minorista			300
Distribuidor			40
Fabricante			20
			360
			<i>Cantidad de Unidades Vendidas por</i>
Minorista			60
Distribuidor			40
Fabricante			20
			120
			<i>Cantidad de Ventas perdidas por</i>
Minorista			240
Distribuidor			0
Fabricante			0
			240

Figura 24. Análisis variación de la demanda dj=30

9.2.2 Experimentación 2. Para analizar los costos de mantener el inventario se aumentaron estos costos en una unidad desde 3 hasta 90. El aumento del costo de inventario no incide en la configuración del modelo, por esto el aumento en el costo total siempre estará dado por el incremento dado en el costo de inventario.

Para los datos de entrada de la prueba, como se puede ver en la *figura 25*, aumenta lineal; una unidad de aumento en los costos de inventario implica un aumento de 115 unidades monetarias en los costos totales.

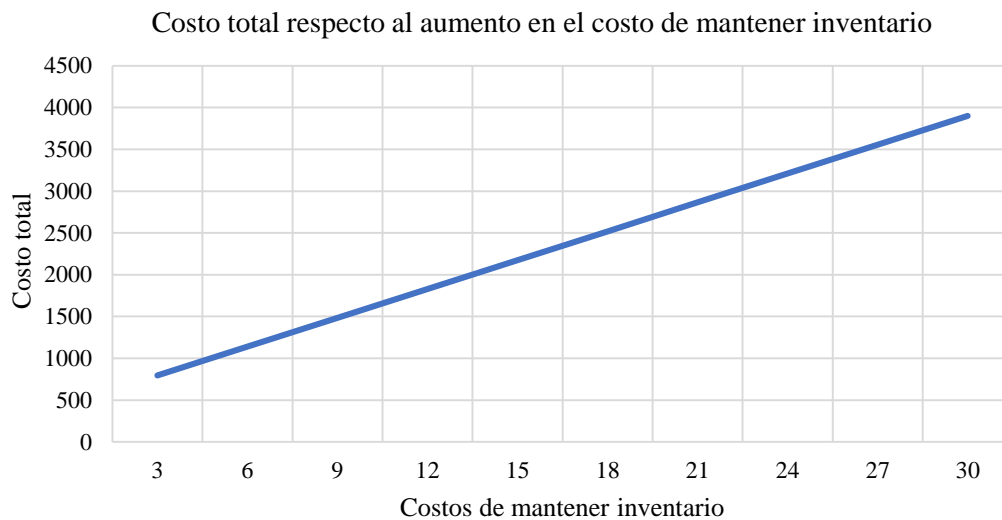


Figura 25. Gráfico costo total respecto al aumento en el costo de mantener inventario

9.2.3 Experimentación 3. La experimentación 3 se realizó entorno a las ventas perdidas, estas se aumentaron en una unidad desde 1 hasta 30. La cantidad de unidades pedidas aumenta a medida que aumenta el costo de venta perdida por unidad, tratando de suplir la demanda. Esto se puede traducir, en que el nivel de servicio está directamente relacionado con el costo de las ventas perdidas. Por su puesto, cuando el costo de ventas perdidas es alto, se realizarán los máximos

pedidos posibles, por lo que, a partir de ahí, el aumento de una unidad monetaria en los costos de ventas perdidas aumentará los costos totales del inventario de forma lineal.

Como se observa en la *figura 26*, para los datos de esta experimentación, a partir de los costos de venta perdida en 36 unidades monetarias, se tienen los máximos pedidos, en este momento el aumento del costo total en relación con las ventas perdidas se comporta de manera lineal, el aumento de una unidad en el costo de las ventas perdidas implica un aumento de 35 unidades monetarias en los costos totales de inventario.

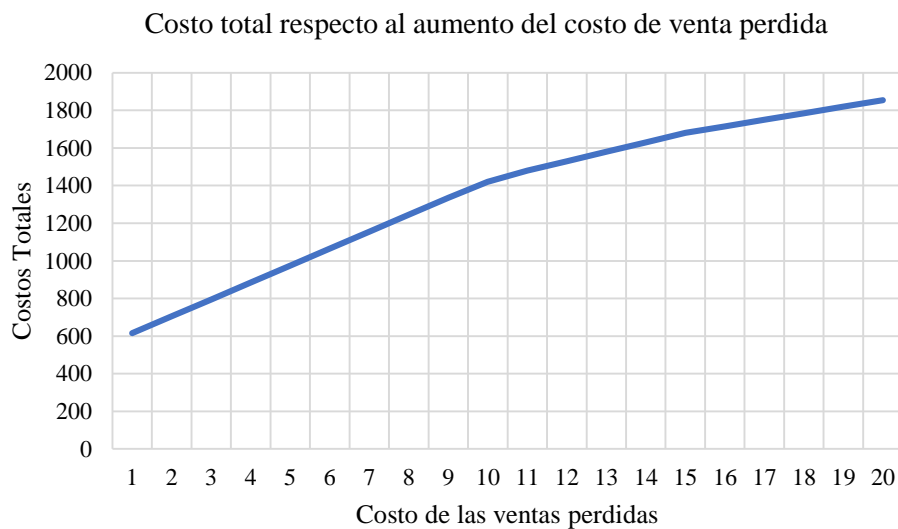


Figura 26. Gráfico costo total respecto al aumento del costo de venta perdida

9.2.4 Experimentación 4. Respecto a los costos de realizar un pedido o de fabricar se disminuyeron en 3 unidades, desde 60 hasta 3. Al igual que los costos de mantener inventario en la experimentación 2, la configuración del modelo no se ve afectado por los cambios en el costo de pedir o fabricar, siendo así, el aumento de costo total de la cadena con respecto a el aumento de del costo de pedir o fabricar, tiene una relación lineal como se muestra en la *figura 27*.

Para los datos de entrada utilizados, el aumento de una unidad en el costo de pedir o fabricar aumenta la función objetivo en 3 unidades monetarias.

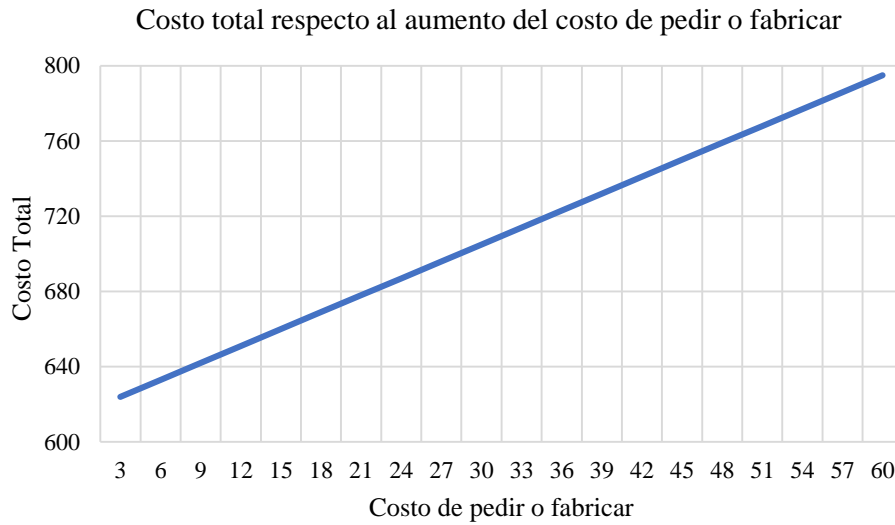


Figura 27. Gráfico costo total respecto al aumento de pedir o fabricar

9.3 Comprobación de la hipótesis

Inicialmente se probaron los modelos con los mismos costos, dejando correr el modelo con los mismos datos y el valor de la solución óptima es el mismo para el modelo 3 que el modelo 4, debido a que el modelo buscaba la misma configuración de las binarias, pero a diferentes centros de distribución y los costos eran iguales para cualquier pedido, obteniéndose siempre el mismo resultado. Partiendo de esto, como se observa en la formulación matemática del modelo, se desagregaron los costos de almacenar inventario en el centro de distribución entre costos fijos y costos variables. Los costos fijos dependiendo de cada centro de distribución asociados al depósito y su ubicación; los costos variables están asociados a los productos que se mantienen, quedando

estos últimos denotados por el costo de mantener inventario del producto p multiplicado por las unidades en inventario de producto p .

Costo de mantener inventario en el centro de distribución

$$CF_n + CV_p$$



$$CV_p = C_p * I_{jkn_p}$$

Figura 28. Desagregación de los costos de mantener inventario

Esta modificación sirve para que el modelo pueda ejecutar configuraciones en base a los pedidos, en relación con dichos costos asociados a cada centro de distribución, decidir cuanto pedir para disminuir costos de pedido según el centro de distribución y el producto a mantener o decidir no pedir para disminuir costos de inventario y asumir el costo de venta perdida.

Al realizar el análisis con la modificación, las ventas perdidas estaban muy bajas y no se realizaba ninguna toma de decisiones ni pedidos por lo que se utilizaba el inventario inicial, se despachaba y finalizaba la configuración, asumiendo los demás como ventas perdidas. Es por esto por lo que se decidió aumentar las ventas perdidas en un valor en el que se tuviera un nivel de servicio alto para que se obligara al modelo a tomar decisiones de pedir con la condición de cumplir al cliente o en su defecto castigar los costos con un valor considerable.

Al requerir de más iteraciones para llegar a la óptima respuesta el tiempo computacional subió considerablemente superando los 1000 segundos en cada ejecución (este tiempo se obtuvo a través de la restricción como se observa en la *figura 29*), este aumento a razón de que en los modelos se

tenía estipulado un gap de 0.00001, es decir, el modelo buscaba hasta que la solución óptima difiera solamente en un 0.001% de la mejor solución posible ver *figura 30*.

```
Display Modelol.resusd;
```

Figura 29. Restricción para comprobar el tiempo en CPU empleado para resolver el modelo

```
OPTION OPTCR=0.00001;
```

Figura 30. Restricción para un GAP relativo del 0.00001

Para disminuir estos tiempos se añadió la restricción de que se obtenga la solución en máximo 60 segundos ver *figura 31*.

```
Option reslim=60;
```

Figura 31. Restricción para un tiempo de resolución máximo de 60 segundos

Para asegurar que esta respuesta estuviera siendo no muy lejana a la óptima se comparó el porcentaje en que se difiere de la mejor solución para los casos en que el tiempo es mayor a 1000 segundos y cuando máximo puede tardar en 60 segundos, para los datos de entrada que más tiempo tenían.

Tabla 4.

Comparación de GAP relativo con y sin restricción de tiempo

	Tiempo de ejecución	GAP relativo
Restricción del GAP	<1000	0.00001
Restricción de tiempo	60	0.002790

Como el GAP relativo no aumento significativamente con la nueva restricción de tiempo, lo más probable es que el modelo realizara iteraciones muy cerca de la respuesta durante la mayor parte del tiempo, a raíz de esto, para la toma de datos se dejó la restricción de tiempo máximo de 60 segundos.

Para la comprobación de la hipótesis se plantearon 4 experimentaciones para cada una de estas se realizaron varias pruebas (ver apéndice J). A continuación, se describe cada una.

9.3.1 Experimentación 1. En la primera experimentación se ubicaron los productos con un costo de mantener más alto, en los centros de distribución más económicos en costosos fijos.

Una vez realizado este análisis se decide realizar la toma de datos para comparar los costos de la especialización o no especialización del centro de distribución; para el análisis de datos se probó con un aumento en una unidad en los cd, los minoristas y los productos.

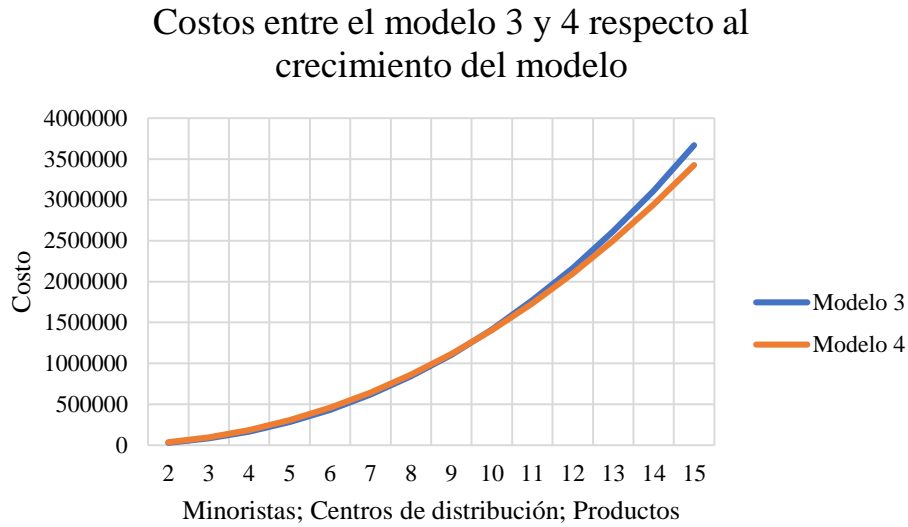


Figura 32. Gráfico experimentación 1, costos del modelo 3 y 4 frente al crecimiento del modelo

Quando están ubicados los productos con costos variables más altos, en los centros de distribución con costos fijos más económicos siempre que el nivel de servicio este alto, es decir, las ventas perdidas sean costosas, la mejor opción es tener centros de distribución multi-ítem, debido la posibilidad de configuraciones de pedidos que puede realizar el modelo buscando la solución menos costosa, mientras que en los centros de distribución especializados el modelo, tiene menos posibilidades en la configuración y tiene menos campo de elección los pedidos estando restringido por la especialización. A partir de 10 minoristas, 10 centros de distribución y 10 productos, los costos del modelo 4 son menores porque al tener las ventas pérdidas de 100 no son suficientes para garantizar un alto nivel de servicio ya que los costos de algunos productos superan este valor, el modelo decide llevar la demanda de los minoristas a ventas perdidas por lo que a partir de ahí no se toman en cuenta los datos.

La segunda parte del experimento se realiza aumentando en una unidad los minoristas con los centros de distribución y los productos son constantes.

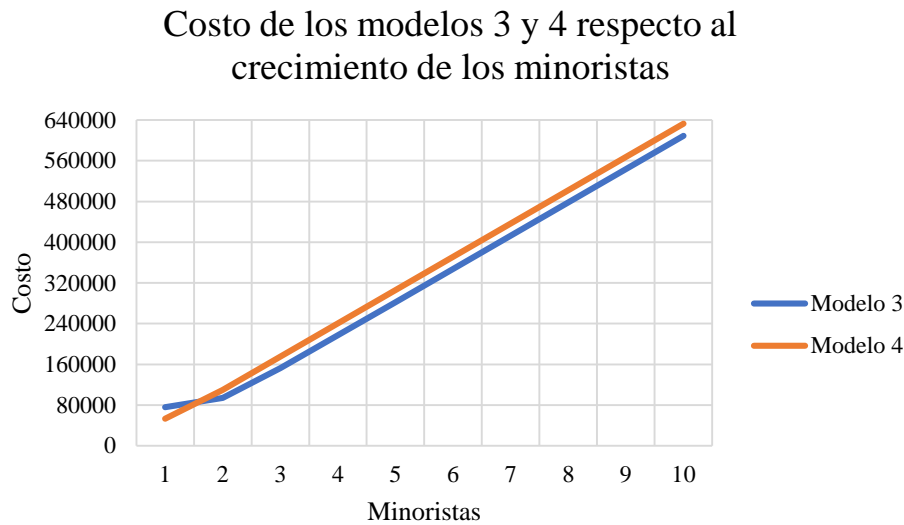


Figura 33. Gráfico experimentación 1, costos del modelo 3 y 4 frente al aumento de minoristas

Para 1 minorista, 5 centro de distribución y 5 productos, es más costoso el modelo 3 por la condición de la demanda y los inventarios iniciales, sin embargo, existe un sesgo en ese dato debido a que el minorista en este caso se queda con muchas unidades generando altos costos de inventario. Se puede concluir que el centro de distribución multi-ítem sigue siendo menos costoso que el especializado independientemente del número de minoristas.

9.3.2 Experimentación 2. La segunda experimentación se realizó con los costó de mantener cada producto igual y los centros de distribución tienen costos fijos diferentes. Caso que podría darse cuando los productos tienen características de mantenimiento iguales, pero los centros de distribución en ubicaciones con costo de los depósitos diferentes. Como se observa en la *figura*

34, los costos del modelo con centros de distribución multi-ítem tienen menores costos, de manera similar que en el experimento 1, el modelo tiene mayor oportunidad de decidir, hasta encontrar la configuración menos costosa.

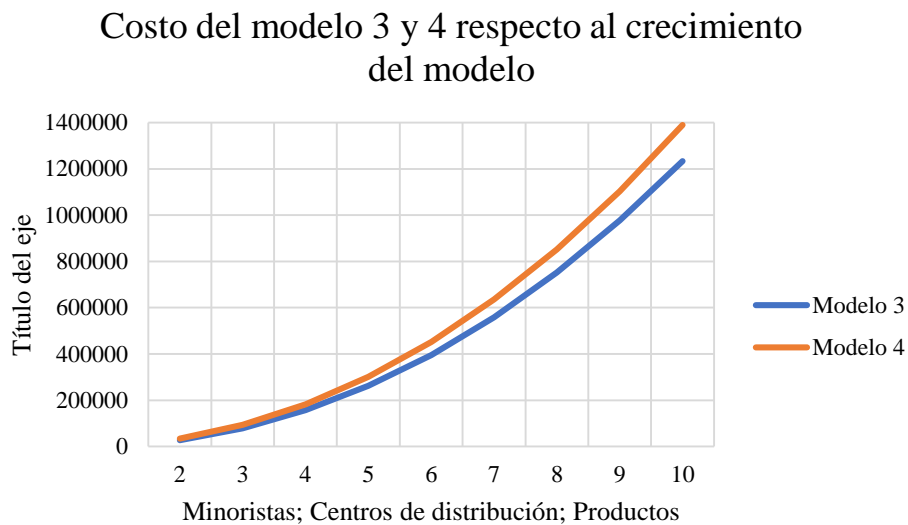


Figura 34. Gráfico experimentación 2, costos del modelo 3 y 4 frente al crecimiento del modelo

La segunda fase del experimento, para valores diferentes de minoristas muestra la misma tendencia lineal que en experimento 1, mostrando de igual forma menores costos en el modelo con centros de distribución multi-ítem.

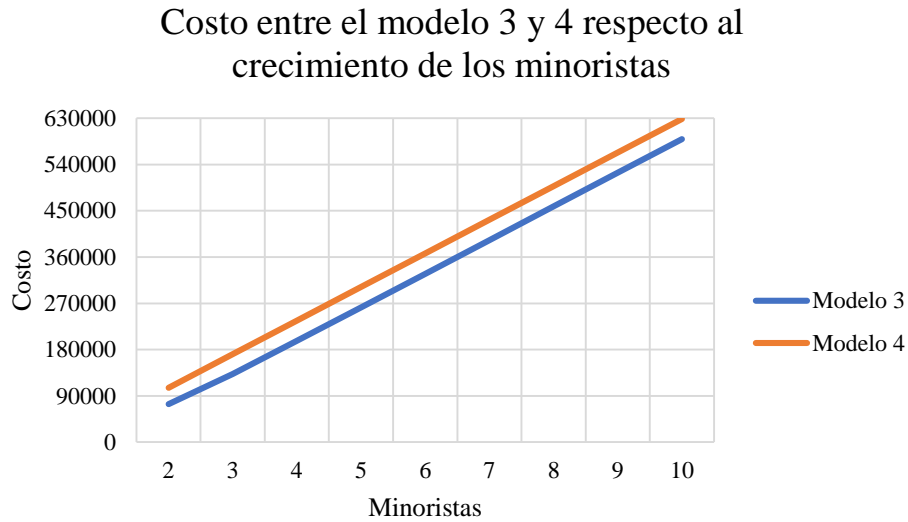


Figura 35. Gráfico experimentación 2, costos del modelo 3 y 4 frente al aumento de minoristas

9.3.3 Experimentación 3. Esta experimentación se realizó con los costó de mantener inventarios diferentes y los centros de distribución tienen costos fijos iguales. Los costos de mantener inventarios diferentes se pueden dar cuando las características del mantenimiento son muy diferentes entre productos. En este experimento se corrobora que los resultados de las experimentaciones anteriores siguen siendo consistentes para diferente comportamiento de los costos, como se observa en la *figura 36* es menos costoso tener centros de distribución multi-ítem. Al igual que en las experimentaciones anteriores el comportamiento al aumentar los minoristas muestra la misma grafica con tendencia lineal en relación con los costos óptimos.

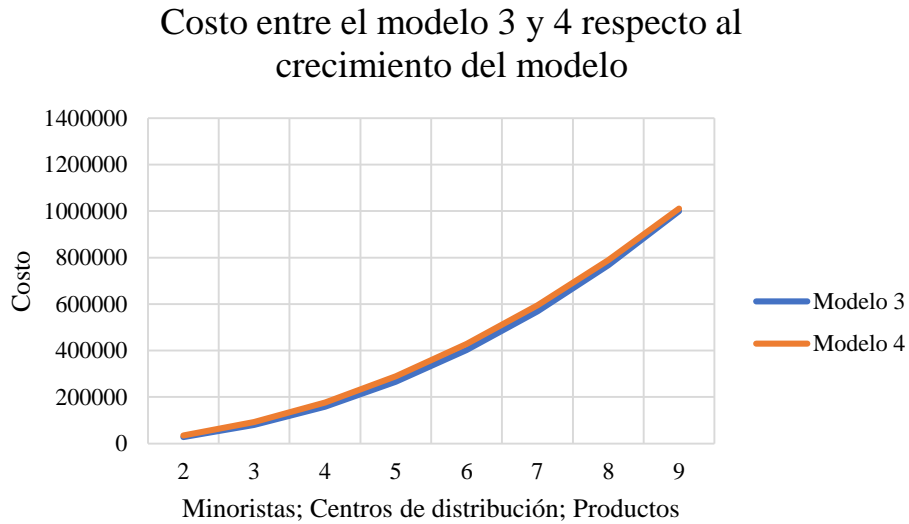


Figura 36. Gráfico experimentación 3, costos del modelo 3 y 4 frente al crecimiento del modelo

La segunda fase del experimento, para valores diferentes de minoristas muestra la misma tendencia lineal que en experimento 1 y 2, mostrando de igual forma menores costos en el modelo con centros de distribución multi-ítem.

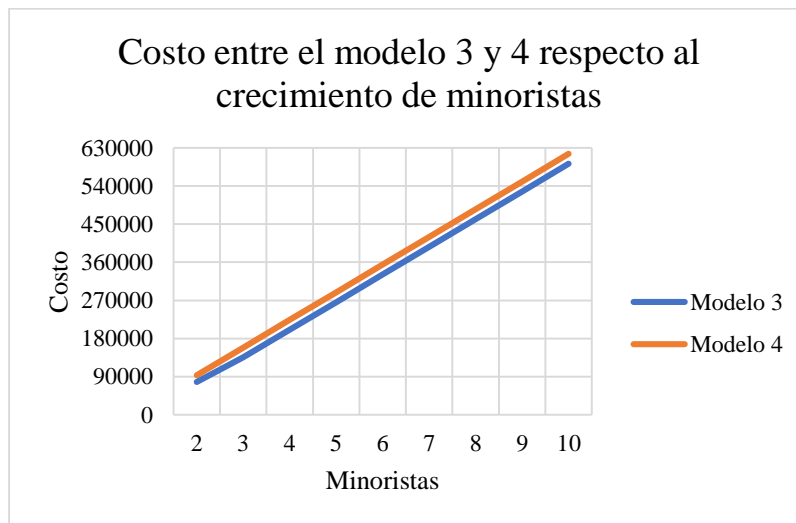


Figura 37. Gráfico experimentación 3, costos del modelo 3 y 4 frente al crecimiento de los minoristas

9.3.4 Experimentación 4. Finalmente se probaron los modelos con las mismas características en los costos fijos y los costos variables, que se podrían presentar cuando los productos tengan características de almacenamiento aproximadamente iguales y los centros de distribución costos dependiendo de su ubicación aproximadamente iguales. Se obtuvo la misma conclusión que en los demás experimentos, mostrando que el centro de distribución multi-ítem va a presentar menores costos en cualquiera de los escenarios para estos modelos en específico.

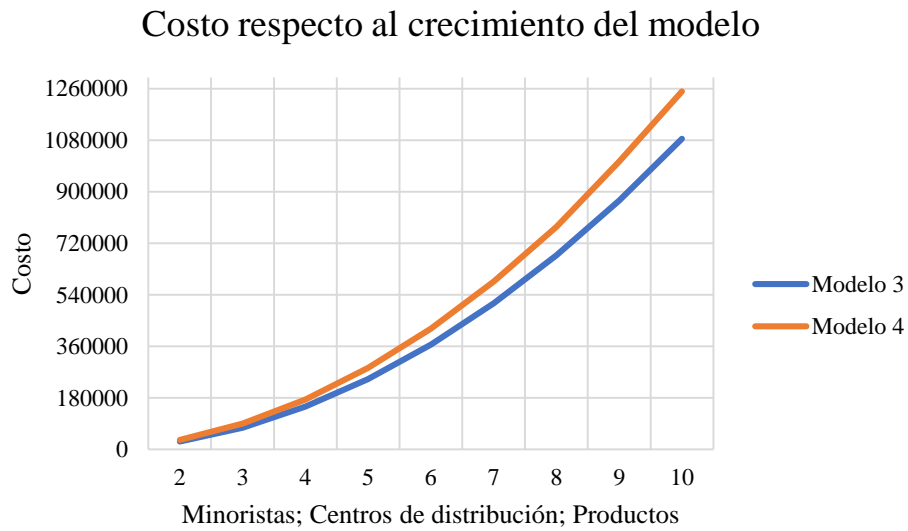


Figura 38. Gráfico experimentación 4, costos del modelo 3 y 4 frente al crecimiento del modelo

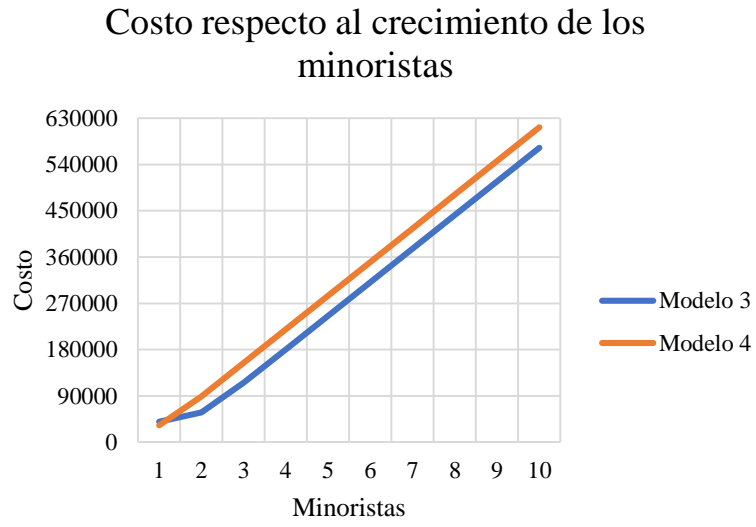


Figura 39. Gráfico experimentación 4, costos del modelo 3 y 4 frente al crecimiento de los minoristas

10. Conclusiones

En el presente trabajo, se evidencia como el modelo de inventario multiescalón, busca la reducción de costos asociados al inventario a través de la disminución de los niveles de inventario, menor inventario a manejar se traduce en la disminución de los costos incurridos destinados a la gestión de este. Además, la importancia de la inclusión de los tiempos de entrega en el modelo (tiempo de procesar el pedido, tiempo de preparación o fabricación del pedido y tiempo de envío), ofrecen una respuesta más satisfactoria a la pregunta, ¿Cuánto pedir? y ¿Cuándo pedir? de forma que se optimicen los costos en las decisiones operativas.

En base a la comparación de los cuatro modelos, agregar características propias de las redes de distribución en la industria (tales como múltiples minoristas, centros de distribución y productos), muestra un crecimiento significativamente alto en relación con sus variables y tiempos computacionales.

Con respecto al método de solución, se obtuvieron soluciones exactas debido a la linealidad de los modelos, además de que los tiempos computacionales tienen una tendencia polinómica, por esta razón se optó por utilizar el software GAMS con el solucionador CPLEX con el método de optimización Branch and cut, a través de programación lineal entera mixta (MIP), en vista que GAMS permite construir y solucionar modelos de gran tamaño con alta complejidad, así mismo permitiendo someter los modelos matemáticos a diferentes escenarios y variaciones, obteniendo así, una herramienta que junto al modelado brinda un apoyo para la toma de decisiones.

La variación de parámetros realizada permitió identificar el análisis de sensibilidad de los parámetros con relación a la función objetivo, mostrando un comportamiento lineal en los costos de mantener inventario y los costos de pedir o fabricar. Las ventas perdidas en relación con el costo de mantener inventario son quienes definen el nivel de servicio, asimismo la configuración que toma el modelo, ya que, si uno de estos costos es muy alto, el modelo busca la configuración en la cual disminuya al máximo estos costos tratando de mantener al mínimo las unidades asociadas a este costo.

La hipótesis de la investigación sostiene que “en una red de distribución multiescalón, un modelo de inventarios multiperiodo, multi-ítem y con tiempos de entrega en las ordenes, con centros de distribución especializados por productos incide en menores costos, que si estos manejan todos los productos”. Para probar esta hipótesis, se formularon dos modelos de programación lineal entera mixta (modelo 3 con centros de distribución multi-ítem, modelo 4 con centros de distribución especializados) para comparar los diferentes escenarios los cuales llevaron al rechazo de esta, siempre que el nivel de servicio este alto, es decir, las ventas perdidas sean costosas, la mejor opción es tener centros de distribución multi-ítem, debido la posibilidad de configuraciones de pedidos que puede realizar el modelo buscando la solución menos costosa, mientras que en los centros de distribución especializados, el modelo tiene menos posibilidades en la configuración y tiene menos campo de elección de los pedidos estando restringido por la especialización, siendo esta conclusión válida y consistente para los diferentes escenarios propuestos en la experimentación.

11. Recomendaciones

La creación de material académico de inventario multiescalón ha tenido una tendencia incremental de acuerdo con la revisión de literatura, es oportuno incluir nuevas características que modelen situaciones específicas como un sector de la industria, características de los productos como productos perecederos o con deterioro, función multiobjetivo, redes de recolección o logística inversa, incluso, integrar los otros dos problemas logísticos principales de la red de distribución de la cadena de suministro, es decir, localización de instalaciones y ruteo entre actores; por este motivo el modelo queda disponible para realizar diferentes modificaciones y pruebas que aporten a la investigación.

Teniendo en cuenta que la investigación enfoca en su modelo la configuración de pedidos con las características de tiempos de entrega, esto podría analizarse para diferentes enfoques, tales como los modelos de la cadena de suministro con 3 escalones, que son aún más limitados donde en el primer eslabón estarían los proveedores, por lo que investigar acerca de cómo los tiempos de pedido pueden afectar la producción desde un nuevo primer eslabón sugieren nuevos campos de investigación.

Los minoristas están regidos por una demanda determinista y uniforme, por lo que ver el efecto de la demanda probabilística para este eslabón de la cadena podría hacer más acertada la respuesta del modelo entorno a las decisiones operativas de la red de distribución.

Referencias Bibliográficas

- Aharon, B.-T., Boaz, G., & Shimrit, S. (2009). Robust multi-echelon multi-period inventory control. *European Journal of Operational Research*, 199(3), 922–935. <https://doi.org/10.1016/J.EJOR.2009.01.058>
- Alimardani, M., Rafiei, H., & Rabbani, M. (2015). A novel approach toward coordinated inventory management of an agile multi-echelon multi-product supply chain. *Cogent Engineering*, 2(1). <https://doi.org/10.1080/23311916.2015.1025596>
- Ballou, R. H. (2004). *Logística Administración de la cadena de suministro 5ta Edición - Ronald H. Ballou*. Retrieved from https://www.academia.edu/16236982/Logistica_Administracion_de_la_cadena_de_suministro_5ta_Edicion_-_Ronald_H._Ballou
- Barragán, E., & Pineda, L. (2015). *ESTUDIO Y DESARROLLO DE UN MODELO MATEMÁTICO PARA EL PROBLEMA DE INVENTARIO Y RUTEO (IRP)*.
- Ben-Daya, M., & Al-Nassar, A. (2008). An integrated inventory production system in a three-layer supply chain. *Production Planning and Control*, 19(2), 97–104. <https://doi.org/10.1080/09537280801895930>
- Bernard J. La Londe and James M. Masters. (1994). *35 EMERGING LOGISTICS STRATEGIES: BLUEPRINTS FOR THE NEXT CENTURY Identifying Key Logistics Strategies*.
- Caggiano, K. E., Jackson, P. L., Muckstadt, J. A., & Rappold, J. A. (2009). Efficient computation of time-based customer service levels in a multi-item, multi-echelon supply chain: A practical approach for inventory optimization. *European Journal of Operational Research*, 199(3), 744–749. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2008.08.002>

- Camacho, J. (2018). *PROBLEMA DE LOCALIZACIÓN, RUTEO E INVENTARIOS LIRP*.
- Chang, C. Ter, Chiou, C. C., Yang, Y. W., Chang, S. C., & Wang, W. (2010). A three-echelon supply chain coordination with quantity discounts for multiple items. *International Journal of Systems Science*, 41(5), 561–573. <https://doi.org/10.1080/00207720903072340>
- Chen, C.-L., & Lee, W.-C. (2004). Multi-objective optimization of multi-echelon supply chain networks with uncertain product demands and prices. *Computers & Chemical Engineering*, 28(6–7), 1131–1144. <https://doi.org/10.1016/J.COMPHEMENG.2003.09.014>
- Chopra, S., Meindl, P., Fernandez Molina, A. S., & Carril Villarreal, M. del P. (2008). *Administración de la cadena de suministro: estrategia, planeación y operación*. Pearson Educacion.
- Clark, A. J., & Scarf, H. (1960). Optimal Policies for a Multi-Echelon Inventory Problem. *Management Science*, 6(4), 475–490. <https://doi.org/10.1287/mnsc.6.4.475>
- Escalona, P., Ordóñez, F., & Marianov, V. (2015). Joint location-inventory problem with differentiated service levels using critical level policy. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 83, 141–157. <https://doi.org/10.1016/J.TRE.2015.09.009>
- Fuente García, D. de la. (2008). *Ingeniería de organización en la empresa dirección de operaciones*. Ediciones de la Universidad de Oviedo, Servicio de Publicaciones.
- González, C., & Nieves, J. (2018). *OPTIMIZACIÓN DE INVENTARIO DE DOS ESCALONES I Solución del problema de optimización de inventario de dos escalones con demanda estocástica para una red de distribución de un solo producto*.
- Guerrero, W. J., Yeung, T. G., & Guéret, C. (2013). Joint-optimization of inventory policies on a multi-product multi-echelon pharmaceutical system with batching and ordering constraints. *European Journal of Operational Research*, 231(1), 98–108. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2013.05.030>
- Gümüs, A. T., & Güneri, A. F. (2007). Multi-echelon inventory management in supply chains with uncertain demand and lead times: Literature review from an operational research perspective.

Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture, 221(10), 1553–1570. <https://doi.org/10.1243/09544054JEM889>

Haksever, C., & Moussourakis, J. (2008). Determining order quantities in multi-product inventory systems subject to multiple constraints and incremental discounts. *European Journal of Operational Research*, 184(3), 930–945. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2006.12.019>

Hillier, F. S., & Lieberman, G. J. (2015). *Investigación de operaciones*. Retrieved from [https://www.biblio.uade.edu.ar/client/es_ES/biblioteca/search/detailnonmodal/ent:\\$002f\\$002fSD_ILS\\$002f0\\$002fSD_ILS:318978/ada?qu=Murrieta+Murrieta%2C+Jesús+Elmer.+tr.&ic=true](https://www.biblio.uade.edu.ar/client/es_ES/biblioteca/search/detailnonmodal/ent:$002f$002fSD_ILS$002f0$002fSD_ILS:318978/ada?qu=Murrieta+Murrieta%2C+Jesús+Elmer.+tr.&ic=true)

Hur, M., Keskin, B. B., & Schmidt, C. P. (2018). End-of-life inventory control of aircraft spare parts under performance based logistics. *International Journal of Production Economics*, 204, 186–203. <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2018.07.028>

Marklund, J. (2002). Centralized inventory control in a two-level distribution system with Poisson demand. *Naval Research Logistics*, 49(8), 798–822. <https://doi.org/10.1002/nav.10040>

Megahed, A., & Goetschalckx, M. (2018). Tactical supply chain planning under uncertainty with an application in the wind turbines industry. *Computers and Operations Research*, 100, 287–300. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2017.12.015>

Mellat-Parast, M., & Spillan, J. E. (2014). Logistics and supply chain process integration as a source of competitive advantage: An empirical analysis. *International Journal of Logistics Management*, 25(2), 289–314. <https://doi.org/10.1108/IJLM-07-2012-0066>

Miranbeigi, M., Moshiri, B., Rahimi-Kian, A., & Razmi, J. (2015). Demand satisfaction in supply chain management system using a full online optimal control method. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 77(5–8), 1401–1417. <https://doi.org/10.1007/s00170-014-6513-0>

Mocholi Arce, M., & Sala Garrido, R. (1993). *Programación lineal : metodología y problemas*. Tebar Flores.

Pal, B., Sana, S. S., & Chaudhuri, K. (2012). A three layer multi-item production–inventory model

- for multiple suppliers and retailers. *Economic Modelling*, 29(6), 2704–2710. <https://doi.org/10.1016/J.ECONMOD.2012.08.022>
- Rau, H., Wu, M.-Y., & Wee, H.-M. (2003a). Integrated inventory model for deteriorating items under a multi-echelon supply chain environment. *International Journal of Production Economics*, 86(2), 155–168. [https://doi.org/10.1016/S0925-5273\(03\)00048-3](https://doi.org/10.1016/S0925-5273(03)00048-3)
- Rau, H., Wu, M.-Y., & Wee, H.-M. (2003b). Integrated inventory model for deteriorating items under a multi-echelon supply chain environment. *International Journal of Production Economics*, 86(2), 155–168. [https://doi.org/10.1016/S0925-5273\(03\)00048-3](https://doi.org/10.1016/S0925-5273(03)00048-3)
- Rykov, V. V., Singpurwalla, N. D., & Zubkov, A. M. (2017). *Analytical and computational methods in probability theory: First International Conference, ACMPT 2017, Moscow, Russia, October 23-27, 2017, proceedings*.
- Salazar González, J. J. (2001). *Programación matemática*. Retrieved from <https://www.buscalibre.com.co/libro-programacion-matematica/9788479785048/p/3065061>
- Sbai, N., & Berrado, A. (2018). A literature review on multi-echelon inventory management: the case of pharmaceutical supply chain. *MATEC Web of Conferences*, 200, 00013. <https://doi.org/10.1051/mateconf/201820000013>
- Stock, G. N., Greis, N. P., & Kasarda, J. D. (1998). Logistics, strategy and structure. *International Journal of Operations & Production Management*, 18(1), 37–52. <https://doi.org/10.1108/01443579810192772>
- Taleizadeh, A. A., Sadjadi, S. J., & Niaki, S. T. A. (2011). Multiproduct EPQ model with single machine, backordering and immediate rework process. *European J. of Industrial Engineering*, 5(4), 388. <https://doi.org/10.1504/ejie.2011.042738>
- Topan, E., & Bayindir, Z. P. (2012). Multi-item two-echelon spare parts inventory control problem with batch ordering in the central warehouse under compound Poisson demand. *Journal of the Operational Research Society*, 63(8), 1143–1152. <https://doi.org/10.1057/jors.2011.125>
- Topan, Engin, Bayındır, Z. P., & Tan, T. (2017). Heuristics for multi-item two-echelon spare parts inventory control subject to aggregate and individual service measures. *European Journal of*

Operational Research, 256(1), 126–138. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2016.06.012>

Topan, Engin, Pelin Bayindir, Z., & Tan, T. (2010). An exact solution procedure for multi-item two-echelon spare parts inventory control problem with batch ordering in the central warehouse. *Operations Research Letters*, 38(5), 454–461. <https://doi.org/10.1016/j.orl.2010.05.006>

Tsai, S. C., & Zheng, Y. X. (2013). A simulation optimization approach for a two-echelon inventory system with service level constraints. *European Journal of Operational Research*, 229(2), 364–374. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2013.03.010>

Wong, H., Van Oudheusden, D., & Cattrysse, D. (2007). Two-echelon multi-item spare parts systems with emergency supply flexibility and waiting time constraints. *IIE Transactions (Institute of Industrial Engineers)*, 39(11), 1045–1057. <https://doi.org/10.1080/07408170601091873>

Zhang, Y., Song, S., Zhang, H., Wu, C., & Yin, W. (2012). A hybrid genetic algorithm for two-stage multi-item inventory system with stochastic demand. *Neural Computing and Applications*, 21(6), 1087–1098. <https://doi.org/10.1007/s00521-011-0658-7>

Zhou, W.-Q., Chen, L., & Ge, H.-M. (2013). A multi-product multi-echelon inventory control model with joint replenishment strategy. *Applied Mathematical Modelling*, 37(4), 2039–2050. <https://doi.org/10.1016/J.APM.2012.04.054>