

Flujo Armónico Radial Utilizando Modelos en el Dominio de la Frecuencia

José Miguel Roa Capacho y Julio Albeiro León Carvajal

Trabajo de Grado para Optar al Título de Ingeniero Electricista

Director

César Antonio Duarte Gualdrón

Doctor en ingeniería eléctrica y computacional

Codirector

Gabriel Alexis Malagón Carvajal

Doctor en ingeniería eléctrica

Universidad Industrial de Santander

Facultad de Ingenierías Fisicomecánicas

Escuela de Ingenierías Eléctrica, Electrónica y de Telecomunicaciones

Ingeniería Eléctrica

Bucaramanga

2023

Dedicatoria

A mis madre Fátima Ínes Capacho Portilla por su apoyo, motivación y paciencia los cuales me ayudaron a terminar con éxito este trabajo de grado, Gracias madre.

José Miguel Roa Capacho

Dedicatoria

A mis padres Luz Marina Carvajal y Luis David León por todo el apoyo, los consejos y la motivación que me brindaron, ya que me fueron de gran ayuda para superar los obstáculos que surgieron en la ejecución de la presente tesis.

En especial quiero agradecer a mi sobrina Maria Victoria León Manrique, quien fue mi mayor fuente de inspiración, fortaleza y motivación para culminar con éxito este trabajo.

Julio Albeiro León Carvajal

Agradecimientos

Damos gracias primeramente a Dios por la fortaleza y sabiduría brindadas, para lograr terminar con éxito esta importante etapa en nuestras vidas, agradecemos a nuestras familias especialmente a nuestros padres por el apoyo económico y moral que nos pudieron brindar y la paciencia que tuvieron, a nuestros amigos por las experiencias vividas que hicieron de estos años momentos inolvidables.

Un agradecimiento especial a nuestro codirector Gabriel Alexis Malagón, nuestro director César Antonio Duarte y compañero Edinson Fabián Adarme, por haber dedicado su valioso tiempo, conocimiento y experiencia para culminar con buen termino este proyecto.

Tabla de Contenido

	pág.
Introducción	15
1. Objetivos	17
1.1. Objetivo general	17
1.2. Objetivos específicos	17
2. Marco Teórico	18
2.1. Estado del arte	18
2.2. Descripción del problema	33
2.3. Motivación	34
3. Metodología para la estimación de flujo armónico	35
3.1. Barrido hacia atrás y hacia adelante	35
3.2. Modelo de la red	41
3.3. Modelos de carga	42
3.3.1. Modelo equivalente de Norton	43
3.3.2. Modelo de matriz de admitancias armónicamente acopladas	46
3.4. Tipos de cargas modeladas	48

3.5. Método para el ajuste de modelos	50
3.6. Implementación del método	54
4. Casos de análisis y resultados	57
4.1. Sistema de 4 barras	59
4.2. Sistema de 6 barras	64
4.3. Sistema de 13 barras	69
4.4. Desempeño del algoritmo diseñado	75
4.4.1. Evaluación del error	75
4.4.2. Error de desempeño	76
5. Conclusiones	81
6. Recomendaciones	83
Referencias Bibliográficas	83
Apéndices	88

Lista de Figuras

	pág.
Figura 1. Ejemplo del barrido Backward en un sistema radial de 9 barras	37
Figura 2. Corriente en la última línea del sistema	38
Figura 3. Ejemplo del barrido Forward en un sistema radial de 9 barras	39
Figura 4. Diagrama general del método <i>sweep Backward/Forward</i>	40
Figura 5. Modelo de línea media	42
Figura 6. Modelo equivalente de Norton	45
Figura 7. Modelo de matriz de admitancias armónicamente acopladas	47
Figura 8. Modelo equivalente circuital para cargas de tipo SMPS y CFL	49
Figura 9. Diagrama de flujo del método <i>Backward/Forward</i> modificado	57
Figura 10. Sistema radial de 4 Barras	59
Figura 11. Simulación del sistema de 4 barras	61
Figura 12. Señales de corrientes reconstruidas para el sistema de 4 barras	63
Figura 13. Sistema radial de 6 barras	64
Figura 14. Simulación del sistema de 6 barras	66
Figura 15. Señales de corrientes reconstruidas para el sistema de 6 barras	68
Figura 16. Sistema radial de 13 barras	69

Figura 17.	Simulación del sistema de 13 barras	71
Figura 18.	Señales de corrientes reconstruidas para el sistema de 13 barras	74
Figura 19.	MSE % obtenidos en el sistema de 4 barras	78
Figura 20.	MSE % obtenidos en el sistema de 6 barras	79
Figura 21.	MSE % obtenidos en el sistema de 13 barras	80
Figura 22.	Representación gráfica de una matriz bidimensional	91
Figura 23.	Representación gráfica de una hipermatriz	92

Lista de Tablas

	pág.
Tabla 1. Resumen de publicaciones sobre el estudio del flujo de potencia fundamental y armónico	31
Tabla 2. Parámetros para el modelamiento del circuito equivalente	50
Tabla 3. Distorsión armónica individual para armónicos impares	52
Tabla 4. Impedancia serie de las líneas de distribución	58
Tabla 5. Espectro armónico de tensión de la barra Slack	59
Tabla 6. Cargas implementadas en el sistema de 4 Barras	60
Tabla 7. Resultados de THD-v del sistema de 4 barras	61
Tabla 8. Resultados de THD-i del sistema de 4 barras	62
Tabla 9. Pérdidas de potencia en las líneas del sistema de 4 Barras	63
Tabla 10. Tiempos de simulación o convergencia para el sistema de 4 barras	64
Tabla 11. Cargas implementadas en el sistema de 6 Barras	65
Tabla 12. Resultados de THD-v en el sistema de 6 barras	67
Tabla 13. Resultados de THD-i en el sistema de 6 barras	67
Tabla 14. Pérdidas de potencia en las líneas del sistema de 6 Barras	67
Tabla 15. Tiempos de simulación o convergencia para el sistema de 6 barras	69

Tabla 16.	Cargas implementadas en el sistema de 13 Barras	70
Tabla 17.	Resultados de THD-v en el sistema de 13 barras	72
Tabla 18.	Resultados de THD-i en el sistema de 13 barras	72
Tabla 19.	Pérdidas de potencia en las líneas del sistema de 13 Barras	73
Tabla 20.	Tiempos de simulación o convergencia para el sistema de 13 barras	74
Tabla 21.	Tiempo de simulación o convergencia para la variación de cada señal de desempeño	81
Tabla 22.	MSE totales de desempeño obtenidos en el sistema radial de 4 barras, NEM	93
Tabla 23.	MSE totales de desempeño obtenidos en el sistema radial de 4 barras, modelo HCAM	93
Tabla 24.	MSE totales de desempeño obtenidos en el sistema radial de 6 barras, NEM	94
Tabla 25.	MSE totales de desempeño obtenidos en el sistema radial de 6 barras, modelo HCAM	94
Tabla 26.	MSE totales de desempeño obtenidos en el sistema radial de 13 barras, NEM	95
Tabla 27.	MSE totales de desempeño obtenidos en el sistema radial de 13 barras, modelo HCAM	96

Lista de Apéndices

	pág.
Apéndice A. Organización matricial de la información	88
Apéndice B. Arreglo matricial Multidimensional	91
Apéndice C. Tablas de MSE obtenidas en la validación del método diseñado	93
Apéndice D. Informe de los códigos de programación del Trabajo de Grado	97

Glosario

Ajustar juntar o encajar una cosa con otra adaptándolas y sin que quede espacio entre ellas.

Armónicos fasores de las señales de onda de tensión y/o corriente que se relacionan con las frecuencias que son múltiplos enteros de la frecuencia fundamental del sistema.

Barra punto de conexión de los elementos del sistema que se consideran para la solución del flujo de potencia eléctrica.

Distorsión son alteraciones en las señales de tensión y corriente, lo cual provoca que su forma de onda se aleje de la señal sinusoidal pura.

Metodología conjunto de métodos que se siguen en una investigación científica

Método procedimiento sistemático para alcanzar un resultado determinado.

Modelo hecho o fenómeno que se usa como idea para imitar, copiar o reproducir.

Optimización mejorar el funcionamiento de algo, usando de la mejor forma los recursos.

Solapamiento colocar o sobreponer una cosa sobre otra cubriéndola parcialmente.

Resumen

Título: Flujo armónico radial utilizando modelos en el dominio de la frecuencia. *

Autor: José Miguel Roa Capacho y Julio Albeiro León Carvajal. **

Palabras Clave: Cargas no lineales, Flujo de potencia armónico, Método de barrido Backward/Forward, Modelo equivalente de Norton, Modelos en el dominio de la frecuencia, Sistema eléctrico radial.

Descripción: El presente trabajo de grado busca diseñar e implementar un algoritmo de flujo armónico radial a partir de uno o dos métodos identificados en el estado del arte. Estos métodos pueden ser comparados entre sí utilizando, por ejemplo, un modelo en el dominio del tiempo o medidas experimentales en el laboratorio. Dentro de la experiencia de diseño se considera el desafío en la selección e implementación de un algoritmo para la estimación del flujo armónico en una red radial. Para ello se parte de la investigación y/o búsqueda en el estado del arte de métodos de solución de flujo armónico, acotando el problema exclusivamente para redes radiales y el uso de modelos de cargas agregadas en el dominio de la frecuencia. Una vez la investigación surta efecto, se considera la implementación de uno o dos algoritmos estimando el error de desempeño de estos en comparación, por ejemplo, de una simulación en el dominio del tiempo y/o medidas experimentales en el laboratorio. Una de las restricciones a considerar es la de tipo económico, debido a que los equipos para llevar a cabo los experimentos de laboratorio son costosos e involucran el uso de una fuente programable y equipos de medida como tarjetas de adquisición de datos. Sin embargo, esto puede ser solucionado mediante el uso de software de simulación en donde se obtienen las medidas de tensión y corriente sintéticas, o mediante el uso de las instalaciones de la universidad, la cual cuenta con estos equipos.

* Trabajo de grado.

** Facultad de Ingenierías Fisicomecánicas. Escuela de Ingenierías Eléctrica, Electrónica y de Telecomunicaciones.
Director: César Antonio Duarte Gualdrón, Doctorado en ingeniería eléctrica y computacional

Abstract

Title: Radial harmonic flow using frequency domain models.

Author: José Miguel Roa Capacho y Julio Albeiro León Carvajal. **

Keywords: Nonlinear loads, Harmonic power flow, Backward/Forward sweep method, Norton equivalent model, Frequency domain models, Radial electrical system.

Description: This degree project seeks to design and implement a radial harmonic flux algorithm based on one or two methods identified in the state of the art. These methods can be compared with each other using, for example, a time domain model or experimental measurements in the laboratory. Within the design experience, the challenge in the selection and implementation of an algorithm for the estimation of the harmonic flow in a radial network is considered. For this, it is based on the investigation and/or search in the state of the art of harmonic flow solution methods, delimiting the problem exclusively for radial networks and the use of aggregate load models in the frequency domain. Once the research takes effect, the implementation of one or two algorithms is considered, estimating the performance error of these in comparison, for example, to a simulation in the time domain and/or experimental measurements in the laboratory. One of the restrictions to consider is economic, since the equipment to carry out laboratory experiments is expensive and involves the use of a programmable source and measurement equipment such as data acquisition cards. However, this can be solved by using simulation software where synthetic voltage and current measurements are obtained, or by using the university's facilities, which have this equipment.

** Facultad de Ingenierías Fisicomecánicas. Escuela de Ingenierías Eléctrica, Electrónica y de Telecomunicaciones.
Director: Cesar Antonio Duarte Gualdrón, Doctorado en ingeniería eléctrica y computacional

Introducción

El problema de distorsión armónica en los sistemas eléctricos modernos ha venido en aumento debido al incremento de cargas de tipo no lineal, un ejemplo de ello son los dispositivos de electrónica de potencia, las cargas basadas en fuentes conmutadas y los sistemas de control, los cuales por causa de su alta eficiencia han sido ampliamente acogidos, este crecimiento preocupa a ingenieros y operarios de planificación de redes de las empresas de servicios públicos, ya que no es fácil precisar la aleatoriedad de la conexión de estas cargas. Debido a ello es indispensable la implementación de dispositivos que logren mitigar la distorsión armónica, como son los condensadores en derivación y los filtros pasivos de potencia (*PPF*), permitiendo mejorar la vida útil de algunos equipos.

En el caso de no implementar ninguna solución para disminuir la distorsión, los equipos o dispositivos empiezan a operar de forma inadecuada o sufrir graves daños, un caso común ocurre en los motores que son sometidos a señales de tensión distorsionadas, que pueden afectar el funcionamiento del motor, reduciendo el par motor de la máquina, lo cual genera vibraciones produciendo un aumento de calor y limitación de la carga de operación y pérdidas en el núcleo. Esto sucede también en los transformadores causando ruido y recalentamiento, en el caso de los conductores puede ocasionar pérdidas de potencia, provocando el calentamiento de conductores e interferencias en redes de comunicación de tipo Power Line Communication (*PLC*), entre otras.

De acuerdo con [Almeida and Kagan (2010)], los operadores de red (*OR*) necesitan una preparación adecuada para un futuro próximo en donde va a ser imprescindible predecir las distor-

siones armónicas presentes en los sistemas eléctricos ante la masiva conexión de cargas no lineales, y además evaluar la capacidad de las redes eléctricas existentes para adaptarse a estados de operación con una alta distorsión armónica, dentro de los límites establecidos por las reglamentaciones nacionales y los estándares internacionales.

Por esto es necesario la formulación e implementación de nuevos modelos que permitan caracterizar o representar de forma más adecuada los diferentes sistemas eléctricos de distribución. Estos modelos se dividen en dos tipos, por un lado están los modelos en el dominio del tiempo (*MDT*) y por otro los modelos en el dominio de la frecuencia (*MDF*). Debido al bajo tiempo computacional, los *MDF* son los más adecuados para ser implementados en algoritmos que permiten calcular el flujo de potencia armónico (*Harmonic power Flow - HPF*).

De este modo, en este trabajo de grado se implementa un algoritmo que incluye el análisis de sistemas radiales de distribución a múltiples frecuencias, y en el cual se incorporan modelos en el dominio de la frecuencia ajustados mediante un método basado en el álgebra de matrices para la caracterización de las cargas no lineales. Estos modelos corresponden al modelo equivalente de Norton y el modelo de matriz de admitancias armónicamente acopladas descritos en [Nassif et al. (2010)]. El algoritmo también evalúa los sistemas en cuanto a pérdidas de potencia y niveles de distorsión armónica en los diferentes puntos de la red.

1. Objetivos

A continuación, se describe el objetivo general y se desglosan los objetivos específicos del trabajo de grado.

1.1. Objetivo general

Implementar un método para el cálculo del flujo radial utilizando modelos en el dominio de la frecuencia para cargas agregadas en un punto de acople común.

1.2. Objetivos específicos

Realizar una síntesis del estado del arte clasificando métodos de cálculo, así como los modelos utilizados en el análisis del flujo armónico radial.

Diseñar e implementar un algoritmo para el análisis del flujo armónico radial tomando como punto de partida la información analizada en el estado del arte.

Comparar el algoritmo implementado calculando el error que se presenta en él, respecto a un modelo en el dominio del tiempo o con mediciones de laboratorio.

2. Marco Teórico

En este capítulo se exponen algunos métodos y modelos encontrados en la literatura que permiten plantear y resolver el problema de flujo de carga armónico en sistemas de distribución, además de esto se describe el problema al que se busca dar una solución, y la motivación del mismo.

2.1. Estado del arte

Los problemas de distorsión armónica presente en los sistemas de distribución puede provocar problemas de operación y un aumento significativo en las pérdidas de potencia, debido a ello es necesario encontrar un método eficiente para la estimación y evaluación de los efectos que se presentan debido a la presencia de señales distorsionadas de tensión y corriente en las redes radiales, algunos métodos que logran este propósito son el barrido hacia atrás/hacia adelante, la teoría de grafos, el método de inyección de corrientes y métodos basados en potencia activa y reactiva (PQ), sin embargo están orientados para frecuencia fundamental, o utilizan el modelo equivalente de fuente de corriente, el cual como se ha demostrado no responde adecuadamente a cambios en la distorsión de tensión en la barra, de acuerdo con [Malagon-Carvajal et al. (2016)].

Es por ello que en la revisión del estado de arte se busca examinar el método que implementan los autores en cada artículo, las ventajas y restricciones que estos presentan, una breve descripción del problema, mostrando el enfoque que se plantea en cada uno de los métodos, y los resultados que obtuvieron al implementarlos.

En [Almeida and Kagan (2010)] se discute sobre tres modelos diferentes, como lo es el modelo de fuente de corriente y el modelo equivalente de Norton tanto para el caso acoplado y

desacoplado, también se analiza la solidez de cada uno para la evaluación armónica de un sistema de potencia pequeño, el cual consiste en dos barras unidas por una línea, una de las barras contiene al alimentador y la otra a la carga. El primer modelo analizado fue el de fuente de corriente, el cual consiste en representar cada una de las cargas como fuentes de corriente independientes que contienen frecuencias múltiplo entero de la frecuencia fundamental describiéndolas como una serie de Fourier, considerando que la magnitud de cada una de las corrientes armónicas simplemente se escala con respecto a la magnitud de la corriente fundamental, y la fase se desplaza con respecto al ángulo de la corriente fundamental. Una característica de este modelado es que las componentes armónicas de las corrientes descritas no dependen de las componentes armónicas de la tensión en cada una de las barras del sistema, provocando que ellas respondan siempre con el mismo espectro armónico, lo cual genera cálculos erróneos al momento de evaluar la distorsión armónica presente en la red.

El segundo modelo se enfoca en el equivalente de Norton desacoplado, el cual busca superar la restricción del modelo de fuente de corriente, describiendo las cargas como fuentes de corriente independientes en paralelo con una carga definida en términos de admitancia, logrando así definir las corrientes totales que entran a las barras aplicando la ley de tensiones de Kirchoff (*LVK*) como la diferencia entre la contribución de una parte de las fuentes de corriente y el producto de las admitancias de las cargas con las tensiones de las barras. Cabe resaltar que en el modelo desacoplado la matriz de admitancias solo los valores de la diagonal principal son diferentes de cero.

El tercer modelo se basa en el equivalente de Norton acoplado, el cual se define de la misma

forma que el anterior modelo con la diferencia que la matriz de admitancias es completa y cada uno de los valores refleja cómo cada componente armónica de tensión afecta la componente armónica de corriente correspondiente. Los valores en la diagonal principal indican cómo cada componente de corriente se ve afectada por cada componente de tensión de la frecuencia correspondiente, y los valores fuera de la diagonal indican cómo la corriente armónica se ve afectada por las tensiones armónicas de las otras frecuencias consideradas en el análisis. Por último los autores comparan los tres modelos propuestos con un conjunto de medidas, concluyendo que el tercer modelo es el más adecuado al momento de modelar las cargas del sistema y calcular la distorsión armónica presente en la red eléctrica.

Por otra parte en [Yang and Le (2016)] los autores proponen un método de flujo de potencia armónica trifásico para sistemas de distribución radial desequilibrados, donde se divide en dos partes, la primera busca calcular el flujo de potencia fundamental, y la segunda parte cuantificar el flujo de potencia armónica, logrando realizar una superposición para obtener el flujo de potencia total en cada una de las barras del sistema. Para ello [Yang and Le (2016)] toma como referencia un nodo raíz o base (*slack*) y los demás son considerados buses, después define unas ecuaciones de rendimiento para el cálculo de la potencia fundamental, las cuales se definen a partir de criterios que se basan principalmente en la teoría de grafos, teniendo en cuenta la configuración del sistema y considerando que el proceso es iterativo. Posteriormente para el cálculo del flujo de potencia armónico se hace una configuración de matrices, donde algunas de ellas buscan contener todas las características eléctricas de los equipos y su configuración, y las demás buscan calcular las tensiones y corrientes armónicas en cada una de las barras, este proceso de cálculo no es iterativo.

Los resultados que se obtienen del flujo armónico total se denotan confiables, ya que el método implementado se compara con el estándar IEEE 13 barras, donde el error porcentual entre el método propuesto y el estándar es muy pequeño. Por último, los autores concluyen que el modelo es confiable para el diseño de conjuntos de filtros pasivos de potencia para sistemas de distribución en media tensión.

También en [Arabsalmanabadi et al. (2017)] proponen el cálculo del flujo de potencia armónico en sistemas radiales desequilibrados utilizando la teoría de grafos y la técnica de inyección de corriente, como desarrollo del problema lo primero que los autores realizan es la clasificación de los diferentes tipos de cargas lineales o no lineales, cargas constantes P & Q , I , Z . Para el cálculo de la topología del sistema, el modelo desarrolla dos matrices incidentes llamadas matriz A , la cual muestra la relación entre barras y los elementos de la red, y otra matriz incidente llamada k , la cual identifica una serie de ramas que define el camino entre una barra y una barra de referencia. Estas matrices se obtienen teniendo en cuenta algunas condiciones, y mediante la teoría de grafos se logra tener una relación de estas dos matrices. En el momento que el modelo empieza a iterar las tensiones de cada barra se suponen igual a 1 en por unidad, las fuentes de tensión que están conectadas al sistema pasan a ser fuentes de corriente, lo mismo que las cargas conectadas teniendo en cuenta la tensión de iteración y el modelo de ésta. A continuación, las nuevas tensiones se obtienen por medio de una serie de ecuaciones y se cuantifica el desajuste, el ciclo termina hasta que el error sea menor a un valor máximo permitido. El artículo muestra que el método es eficiente ya que se comparan con estándares de la IEEE de (13, 34, 37, 123 barras) y los resultados son satisfactorios, se destaca su alta flexibilidad y convergencia rápida.

Otro método empleado para el cálculo del flujo armónico utiliza el modelo general de fuente armónica, en [Zhang et al. (2021)] los autores plantean una red de un solo puerto donde los elementos que constituyen el sistema son cargas lineales y no lineales, el proceso principal consiste en introducir los parámetros de los componentes y los parámetros de la línea. Con ayuda de lo anterior se plantea la matriz de admitancia fundamental y la de cada frecuencia armónica. Con el método de Newton Raphson se calcula el flujo de potencia fundamental; disponiendo de este y teniendo el ángulo de potencia con los parámetros y topología de la red, se establece el modelo de fuente armónica para calcular el flujo de potencia armónica.

En [Zhang et al. (2021)] resaltan que la ecuación de admitancias del sistema es completamente independiente al modelo general de fuente de corriente, y que el método no requiere un desarrollo iterativo complejo para la obtención de las tensiones y las corrientes armónicas. Para finalizar se realiza una simulación en el dominio del tiempo en *PSCAD/EMTDC* y los resultados que plantean los autores son satisfactorios con respecto al *MDT*.

Por otra parte, en [Variz et al. (2006)] calculan el flujo de corriente armónica utilizando el método de inyección de corrientes. Los autores plantean formulaciones basadas en ecuaciones de inyección, posteriormente se obtienen modelos con componentes armónicas de diferentes elementos como son las líneas de transmisión, los tipos de cargas, generadores síncronos y reactores controlados por tiristores que conforman una red trifásica. Cada uno de estos elementos aportan una ecuación armónica que va dirigida a una matriz jacobiana que contiene varias matrices de orden armónico en sub-sistemas en forma de bloques, la solución del método se resuelve por medio de Newton Raphson implementado en un programa computacional llamado MITCH, debido a la

gran complejidad y dimensión de la matriz jacobiana se ha utilizado un compilador C++, este se comprueba con el estándar IEEE de 14 barras adaptado para el análisis de armónicos y ha sido validado mediante comparaciones con modelos en el dominio del tiempo del programa *ATP/EM-PTP*. En el documento se realiza una anotación donde se describe que el método no es tan eficiente cuando en el sistema se agregan cargas no lineales y cargas desequilibradas.

Otro método similar se implementa en [Lin et al. (2004)], donde se desarrolla un modelo de carga trifásica de múltiples frecuencias. El problema se divide en dos sub-problemas, el cálculo de flujo de potencia fundamental (*FPF*), y del flujo de potencia armónico *HPF*, para el cálculo del *FPF* se tienen en cuenta modelos de dispositivos eléctricos y nodos fotovoltaicos en forma de inyección de corriente. Lo primero que se realiza en el cálculo de el *FPF* es identificar los buses fotovoltaicos, construir una matriz de admitancias en la cual se procede a calcular la inyección de corriente equivalente (*Equivalent Current Injection - ECI*) de las barras *PQ* especificados y calcular la potencia y la tensión para las barras donde se conoce la potencia activa y la tensión (*PV*), después se realiza el cálculo del vector de desajuste de *ECI* para las barras *PQ*, se resuelve la matriz de la parte real e imaginaria del desajuste de tensión, si este es menor a la tolerancia se encuentra la solución. Para el cálculo del *HPF* se plantea una matriz jacobiana armónica la cual se construye antes del proceso de iteración, se recalca que que solo se considera el aporte de corriente de las barras *PQ* con cargas no lineales. Por último, se realizan tres tipos de pruebas llamadas, prueba de precisión convergente, prueba de distorsión armónica y prueba de rendimiento, mostrando así resultados aceptables.

Otro método se implementa en [Rendón et al. (2005)], el cual los autores llaman penetra-

ción armónica iterativa y esta diseñado para sistemas de trasmisión, lo primero que realizan es el modelamiento de los elementos del sistema como los son generadores, transformadores, líneas, condensadores y cargas lineales y no lineales, donde el último tipo se clasifica en tres grupos: electrónicas o con control electrónico, basadas en descargas y cargas construidas con materiales ferromagnéticos. El modelamiento de las cargas no lineales en el artículo se considera importante debido a que un modelo aproximado de este tipo puede llevar a un tiempo de simulación más corto pero con resultados poco satisfactorios (*Técnica de solución por tramos*). Después de esto, realizan el planteamiento del sistema donde el número mínimo de incógnitas esta determinado por el número de nodos de carga del sistema y por el número de nodos de generación. El sistema se vuelve complejo dependiendo del número de cargas no lineales que se le adhieran. Para la metodología del *HPF* el problema es dividido en dos sub-problemas: en el primero se obtiene la solución de frecuencia fundamental el cual se resuelve aplicando un algoritmo de Newton Raphson y el segundo, el problema a frecuencia armónica. El método es ajustable al modelo propuesto por tramos de las cargas no lineales. Teniendo calculado el flujo de carga se tienen que encontrar las tensiones armónicas construyendo una matriz Y_{bus} para cada frecuencia. En las cargas no lineales las corrientes son absorbidas por el modelo y en el caso de las cargas lineales las corrientes son iguales a cero, si el modelo no considera la interacción armónica el proceso termina, si no, los nuevos valores de tensión armónica modifican los aportes de corrientes en las cargas no lineales por lo cual el proceso continua con estos nuevos valores.

Algunas recomendaciones dadas por los autores en [Rendón et al. (2005)] a la hora de la inicialización del proceso, es definir unos valores de amplitud y ángulo de fase a frecuencia

fundamental para las tensiones en las barras, que normalmente se selecciona en 1 en por unidad a 0° , y que los valores de magnitud de las tensiones armónicas en los elementos no lineales se asuman cercanos a 0,01 en por unidad y 0° , esta última no se toma de manera tan estricta, ya que depende del tipo de carga no lineal que se considere.

En [Ouali and Cherkaoui (2020)] se presenta un algoritmo de flujo de carga basado en el principio del barrido *Backward/Forward* flexible con los cambios de topología de la red y que es fácil de implementar, ya que no requiere ningún cálculo matricial y solo se implementan las ecuaciones lineales basadas en la formulación de las leyes de Kirchhoff. Para el análisis de flujo de carga se requiere dos tipos de entradas de datos para conocer las características o el estado de operación de la red eléctrica. Estas dos entradas son los datos de carga, los cuales buscan recopilar las inyecciones de potencia activa y los consumos de potencia activa y reactiva en cada nodo; y los datos de línea buscan representar las características de los conductores de la red. El método de análisis de flujo de carga se basa en tres pasos, el primero busca calcular las corrientes inyectadas a cada barra del sistema eléctrico, el segundo es el barrido hacia atrás, en donde se calcula la corriente desde la última barra o nodo hasta llegar al alimentador o barra de referencia *slack*, y por último, en el tercer paso se implementa el barrido hacia adelante, en donde se calculan las tensiones de todas las barras del sistema comenzando desde la barra *slack* hasta llegar al último nodo. Este método permite una reducción en el cálculo de flujo de carga, ya que las expresiones algebraicas usadas no se basan en funciones trigonométricas y no existen cálculos matriciales, y los datos necesarios para ejecutar el método se obtienen mediante el uso de medidores digitales y conectándolos a la red de infraestructura de medición avanzada.

También en [Rupa and Ganesh (2014)] se plantea un método de barrido *Backward/Forward* para el cálculo del flujo de potencia en sistemas de distribución radial, en el cual el barrido hacia atrás lo definen como el cálculo del flujo de corriente o potencia comenzando desde las últimas barras del sistema hasta llegar al nodo de referencia (*Slack*), y en el barrido hacia adelante o barrido directo se hace el cálculo de las tensiones en las barras comenzando desde el nodo de referencia hasta llegar a los últimos nodos. Este proceso determina las pérdidas de energía para cada ramal. Este método se compara con el estándar IEEE de 33 Barras, obteniendo porcentajes de error aceptables, lo cual permite concluir que el método se ajusta según lo requiera las condiciones del sistema, gracias a su facilidad de programación y ejecución.

Los métodos basados en el barrido *Backward/Forward* planteados en [Rupa and Ganesh (2014)] y [Ouali and Cherkaoui (2020)] están orientados al cálculo del flujo de potencia fundamental de los sistemas de distribución analizados, sin tener en cuenta el flujo de potencia armónico. No obstante el método de barrido hacia atrás/hacia adelante puede ser ajustado para que permita calcular el flujo armónico.

Como se propone en [Amini et al. (2019)], el cual según los autores puede obtener el flujo de carga armónico considerando distintos tipos de cargas y bancos de condensadores en una red radial, cabe resaltar que este método no es iterativo. [Amini et al. (2019)] plantean un modelo para cuatro tipos de cargas, donde se consideran las cargas lineales, no lineales y con compensación, esto permite considerar los efectos que provocan estos tipos de cargas en la red o sistema de distribución. Para las cargas lineales se definen dos tipos de escenarios, el primero consiste en una carga de tipo RL (*Resistencia-Inductancia*) serie y el segundo se describe como una carga también de

tipo RL en paralelo, las cargas no lineales se modelan como fuentes de corrientes independientes. Después se implementa el barrido hacia atrás calculando el flujo de corriente en las ramas comenzando desde los últimos nodos y terminando en el nodo raíz, y luego se realiza el barrido hacia adelante, el cual comienza en la barra *slack*, pasando por las demás y terminando en las barras de llegada, donde se calculan las tensiones en cada una ellas. Los resultados obtenidos son comparados con el estándar IEEE 69 barras, donde los índices de evaluación para la eficiencia del método se basan en la distorsión armónica total y las pérdidas totales de la red. Los autores mencionan en las conclusiones que el método de modelado de las cargas lineales afectan los resultados de la reconfiguración de la red, y que este se plantea en redes de distribución balanceados para observar el desequilibrio que tiene el sistema.

El método propuesto por [Teng and Chang (2007)] está basado en un algoritmo de barrido *Backward/Forward* ajustado para el cálculo de flujo armónico aplicado a alimentadores de distribución, separando en dos tipos las corrientes armónicas en las cargas, el primer tipo consiste en determinar las corrientes absorbidas por las cargas lineales y no lineales, y el segundo tipo va enfocado a las corrientes absorbidas por los bancos de capacitores en derivación. Para el cálculo de las corrientes en la red, se propone una serie de vectores de coeficientes para cada rama del sistema, después se plantean las matrices de corrientes armónicas en las cargas, y con ayuda del barrido hacia atrás se conocen las corrientes armónicas inyectadas a las barras. Por último, aplicando el barrido hacia adelante se calcula las tensiones armónicas en las barras del sistema. Teniendo lo anterior se cuantifica por separado con una configuración de matrices las corrientes armónicas de los capacitores y así conocer el estado de contaminación armónica en el sistema. Este método de-

muestra ser eficiente, ya que no requiere mucho tiempo en generar una solución, y se logra evitar el procedimiento de invertir la matriz de admitancia, en comparación con los métodos convencionales que implementan este procedimiento para converger en una solución.

Además en [Archundia-Aranda and Mota-Palomino (2010)], el método propuesto por los autores también se basa en el barrido *Backward/Forward* para sistemas distribución radiales. El diagrama de flujo que plantean se basa en una metodología de cuatro ítems principales para el estudio del problema. El primer paso es el cálculo del flujo de carga a frecuencia fundamental para ello se requiere encontrar las tensiones nodales, a esto los autores lo llaman un procesamiento nodal para conocer de antemano la relación nodal predecesor-sucesor, después realizan el cálculo de corrientes de nodo, lo cual consiste en encontrar todas las corrientes que demandan los nodos por todas las cargas que están conectadas en derivación, posteriormente se involucra el barrido hacia atrás el cual calcula el flujo de corriente ramal y después se realiza el cálculo del barrido hacia adelante calculando las tensiones nodales del sistema. Los pasos para el cálculo del flujo fundamental y el barrido (*Backward/Forward*) se ejecutan de manera iterativa hasta que la diferencia entre las tensiones sean menor que una tolerancia asignada o se alcance el número de iteraciones permitidas.

El segundo paso consiste en el modelado de la carga lineal, teniendo disponibles las tensiones nodales y las potencias complejas de las cargas se calcula la admitancia lineal. Este paso depende de la naturaleza de la carga y la información disponible. El tercer paso es la inicialización de tensiones armónicas en el cual se asume que los únicos dispositivos de derivación son las corrientes debidas a cargas no lineales, y que la distorsión de tensión en el nodo *slack* es cero, este

paso según los autores es muy simple y consiste en una iteración similar al barrido (*Backward/Forward*). Por último, se calcula las tensiones armónicas finales utilizando el procedimiento iterativo del fundamental y teniendo en cuenta que la inyección de corriente de las cargas no lineales son constantes durante el proceso. El método fue probado en una red de ocho nodos, en donde se destacan como ventajas importantes evitar la construcción e inversión de la matriz de red, y también su fácil comprensión, implementación y rendimiento computacional lo convierte en un método eficaz.

Para el modelado de cargas no lineales en el dominio de la frecuencia como lo son luces fluorescentes compactas (CFL), computadores portátiles (PC) y pantallas LCD [Nassif et al. (2010)] presenta tres modelos, el primero es el modelo de matriz de admitancias armónicamente acopladas (*Harmonically Coupled Admittance Matrix - HCAM*), el cual tiene como parámetros una matriz de corriente de corte $I_c(n)$, y dos pares de matrices de admitancia armónicamente acopladas $Y^+(n \times n)$ y $Y^-(n \times n)$, para de esta forma calcular la respuesta en corriente ($I_{(n)}$) de la carga en análisis ($I_{(n)} = I_{c(n)} + Y_{(n \times n)}^+ \times V_{(n)} + Y_{(n \times n)}^- \times V_{(n)}^*$), donde n representa el orden armónico impar. El segundo es el modelo equivalente de Norton acoplado (*Norton Equivalent Model - NEM*) el cual posee dos parámetros, la corriente de corte $I_c(n)$ y una matriz de admitancias $Y(n \times n)$, y siendo ($I_{(n)}$) la corriente de la carga ($I_{(n)} = I_{c(n)} + Y_{(n \times n)} \times V_{(n)}$), y el tercer modelo es el equivalente de Norton desacoplado, el cual posee los mismos parámetros que el modelo anterior, pero con la diferencia que en la matriz de admitancias solo los elementos de la diagonal principal se tienen en cuenta. [Nassif et al. (2010)] también presenta un procedimiento para la estimación de los parámetros de cada uno de los modelos a partir del método de mínimos cuadrados, el cual se basa principalmente en medidas de tensión de alimentación y de la corriente consumida por cada una

de las diferentes cargas que se encuentren en análisis. También se realizaron varios experimentos para la verificación tanto de los modelos como de la estimación de los parámetros de los modelos. Para ello se analizaron 12 lámparas fluorescentes compactas de diferentes marcas, la tensión nominal de cada una de ellas era de 120 V, y la corriente nominal dependía del consumo de energía de cada una. Para la implementación del método de mínimos cuadrados se utilizó un grupo de 24 medidas instantáneas y aleatorias tanto de tensión como de corriente para cada luminaria. La misma estrategia se implementó para computadores y monitores LCD, para la verificación de cada uno de los modelos y determinando cual de ellos se ajustaba lo más cerca posible al comportamiento armónico de los tres tipos de cargas que se analizaron. Las principales conclusiones que se obtienen es que el modelo equivalente de Norton desacoplado se ajusta a las formas de onda de las corriente medidas en las cargas con un alto coeficiente de correlación, para todo el conjunto de datos registrados; y la gran facilidad de integración de los modelos de las cargas no lineales para estudios de flujo armónico.

El uso de lámparas fluorescentes compactas ha venido en aumento ya que su consumo de energía es menor con respecto a lámparas o luminarias convencionales, pero uno de los problemas que tienen es que el nivel de distorsión armónica total de corriente (*THD-i*) en cada lámpara puede llegar a superar el 100%, lo cual puede llegar a generar problemas en los sistemas de distribución de energía. Debido a lo anterior en [Yong et al. (2009)] se implementó el modelo de matriz de admitancias armónicamente acopladas para lograr estimar tanto el espectro armónico de corriente y el *THD-i* de diferentes lámparas fluorescentes que se analizan, las cuales tenían un consumo entre 5 y 35 Watts, y su tensión nominal era de 120 o 240 Volts.

Para la verificación del modelo *HCAM* se utilizaron dos enfoques, el primero consiste en comparar los modelos con las medidas de corriente y tensión tomadas de varias lámparas fluorescentes, y el segundo precisar los modelos que pueden representar el efecto de atenuación de las lámparas.

Finalmente en la Tabla 1 se listan veinte artículos, donde se identifica en cada uno de ellos, el título, la referencia, el año, autores, y el método por el cual se calcula el flujo de potencia armónico y/o fundamental o los modelos utilizados para la representación de las cargas no lineales.

Tabla 1

Resumen de publicaciones sobre el estudio del flujo de potencia fundamental y armónico

Título	[Referencia, Año]	Autor	Método de análisis
Loop frame of reference based harmonic power flow for unbalanced radial distribution systems	[Yang and Le (2016)]	Nien Che Yang, Minh-Duy Le	Método basado en teoría de grafos
Fast network reconfiguration in harmonic polluted distribution network based on developed Backward/Forward sweep harmonic load flow	[Amini et al. (2019)]	Mohamadali Amini, Alireza Jalian, Milad Rahimi,	Método de barrido hacia atrás y hacia adelante (<i>Backward/Forward</i>)
Power Flow Analysis for Radial Distribution System Using Backward/Forward Sweep Method	[Rupa and Ganesh (2014)]	JA Michline Rupa, S Ganesh	Método de barrido hacia atrás y hacia adelante (<i>Backward/Forward</i>)
Backward/Forward Sweep-Based Harmonic Analysis Method for Distribution Systems	[Teng and Chang (2007)]	Jen-Hao Teng , Chuo-Yean Chang	Método de barrido hacia atrás y hacia adelante (<i>Backward/Forward</i>)
Harmonic Power Flow in Unbalanced and Polluted Radial Distribution Systems	[Arabsalmanabadi et al. (2017)]	Arabsalmanabadi Bitra, Javadi Alireza, Al-Haddad Kamal	Método basado en teoría de grafos e inyección de corriente

Harmonic Power Flow Calculation Method based on General Model of Harmonic Source	[Zhang et al. (2021)]	Zhang H, Li Y, Ai J, Huang W	Método basado en el modelo general de fuente armónica
Harmonic load flow method for radial distribution networks	[Archundia-Aranda and Mota-Palomino (2010)]	Archundia Aranda I, Mota Palomino R.O	Método de barrido hacia atrás y hacia adelante (<i>Backward/Forward</i>)
Harmonic load flow analysis of radial distribution system in presence of distributed generation	[Tagore (2017)]	Tagore Ashutosh Kumar, Gupta Atma Ram	Método de barrido hacia atrás y hacia adelante (<i>Backward/Forward</i>)
Three-Phase Harmonic Power Flow Using the Current Injection Method	[Variz et al. (2006)]	Variz AM, Pereira JLR, Carneiro Jr S, Gomes Barbosa Pedro	Método basado en inyección de corriente
Análisis de sistemas de distribución radiales bajo condiciones de polución armónica	[Rendón et al. (2005)]	Gallego Rendón Ramón Alfonso, Garcés Ruiz Alejandro, Galvis Manso Juan Carlos	Penetración armónica iterativa
Multiple-frequency three-phase load flow for harmonic analysis	[Lin et al. (2004)]	Whei-Min Lin, Tung-Sheng Zhan, Ming-Tong Tsay	Método basado en inyección de corriente
Harmonic Coupled Norton Equivalent Model for Modeling Harmonic-Producing Loads	[Almeida and Kagan (2010)]	Almeida, C. F. M. and Kagan, N	Método basado en Norton acoplado y desacoplado
An Improved Backward/Forward Sweep Power Flow Method Based on a New Network Information Organization for Radial Distribution Systems	[Ouali and Cherkaoui (2020)]	Ouali Saad, Cherkaoui Abdeljabba	Método de barrido hacia atrás y hacia adelante (<i>Backward/Forward</i>)
A New Approach for PV Nodes Using an Efficient Backward/Forward Sweep Power Flow Technique	[Suchite-Remolino et al. (2020)]	Suchite Remolino Abner, Ruiz Paredes Hector Francisco, Torres García Vicente	Método de barrido hacia atrás y hacia adelante (<i>Backward/Forward</i>)

Line independency-based network modelling for backward/forward load flow analysis of electrical power distribution systems	[Taheri et al. (2019)]	TAHERI Reyhaneh, KHAJE-ZADEH Alimorad, Rezaeian Koochi, Mohammad, ANARI Abbas	Método de barrido hacia atrás y hacia adelante (<i>Backward/Forward</i>)
A novel three-phase harmonic power flow algorithm for unbalanced radial distribution networks with the presence of D-STATCOM devices	[Satish et al. (2021)]	Satish Raavi, Vaisakh Kanchapogu, Abdelaziz Almoataz Y, El-Shahat Adel	Método basado en filtro D-STATCOM
Alternative Newton-Raphson power flow calculation in unbalanced three-phase power distribution systems	[Thongkrajay et al. (2006)]	Thongkrajay U, Poolsawat N, Ratniyomchai T, Kulworawanichpong T	Método basado en Newton-Raphson
Newton Power Flow Methods for Unbalanced Three-Phase Distribution Networks	[Sereeter et al. (2017)]	Sereeter Baljinnyam, Vuik Kees, Witteveen Cees	Método basado en Newton-Raphson
Measurement-based approach for constructing harmonic models of electronic home appliances	[Nassif et al. (2010)]	Alexandre Nassif, Jing Yong, Wilsun Xu	Método de mínimos cuadrados basado en medidas
A Frequency-Domain Harmonic Model for Compact Fluorescent Lamps	[Yong et al. (2009)]	Jing Yong, Liang Chen, Alexandre Nassif, Wilsun Xu	Estimación del THDi implementado el modelo HCAM

2.2. Descripción del problema

La distorsión armónica presente en los sistemas de distribución se ha incrementado desde las últimas décadas, debido al aumento masivo de las cargas no lineales, lo cual provoca una disminución significativa en la calidad de la energía eléctrica que llega a cada uno de los usuarios finales. La aparición tanto de tensiones como de corrientes distorsionadas en los equipos o dispositivos electrónicos que se encuentren conectados en las redes de distribución, pueden llegar a sufrir

fallas o daños, y además también puede llegar a existir un aumento en las pérdidas de potencia a nivel industrial. Debido a los diferentes problemas anteriormente descritos que pueden ocasionarse a causa de la distorsión armónica, los operadores de red han visto necesario implementar una estrategia para la estimación de la distorsión armónica y de las pérdidas de energía presentes en cada uno de los puntos de la red eléctrica, ya que si no se toman acciones para lograr mitigar estos problemas, los costos de operación del sistema sufren un aumento y se generarían multas a los diferentes operadores de las redes por parte de la CREG (*Comisión de Regulación de Energía y Gas*) por la mala calidad de la energía eléctrica que se está entregando a las diferentes cargas.

El presente trabajo de grado busca la formulación de un algoritmo que pueda dar solución a la estimación de distorsión armónica y de las pérdidas de energía, a partir de modelos en el dominio de la frecuencia para caracterizar las cargas no lineales y la implementación de un método iterativo que permita la estimación de los espectros armónicos tanto de tensión en las barras y de corrientes en las líneas del sistema de distribución radial.

2.3. Motivación

Cuando se analiza o trabaja en una red de componentes eléctricos en la cual están conectados múltiples dispositivos electrónicos, es común encontrar que las formas de onda de tensión y corriente a menudo están distorsionadas por la presencia de cargas de tipo no lineal. Para la evaluación de los niveles de distorsión armónica de tensión y corriente presentes en el sistema de potencia se ha vuelto indispensable contar con herramientas o métodos que estimen los espectros armónicos de las tensiones en las barras y corrientes en las líneas de manera adecuada ante diferentes condiciones de operación, para así poder analizar la calidad de la potencia eléctrica que

está siendo entregada a cada uno de los usuarios, verificando que los niveles de distorsión estén cumpliendo con los límites máximos propuestos por las normas vigentes.

3. Metodología para la estimación de flujo armónico

En este capítulo se enuncia la metodología que se implementa para la estimación del flujo armónico en sistemas de distribución radial. Para ello se usa el barrido hacia atrás/hacia adelante (*sweep Backward/Forward*), el cual es un método iterativo que calcula las tensiones en barras y corrientes en las líneas presentes en la red. También se expone el modelo utilizado para representar las líneas, los modelos en el dominio de la frecuencia para caracterizar las cargas no lineales, los diferentes tipos de cargas utilizadas en los sistemas de distribución analizados, el método utilizado para el ajuste de parámetros de los modelos que representan las cargas y por último la descripción detallada del algoritmo implementado.

3.1. Barrido hacia atrás y hacia adelante

Una de las estrategias más utilizadas actualmente para la estimación del flujo de potencia presente en los sistemas de distribución es el barrido hacia atrás/hacia adelante (*sweep Backward/Forward*), el cual cuenta con varias ventajas con respecto a los métodos tradicionales, una de ellas es la fácil implementación en cualquier sistema sin importar la cantidad de barras y líneas que tenga. También está el poco tiempo de cómputo que emplea el método para la convergencia y así encontrar el valor de las variables que se están analizando en el sistema, y por último debido a la matemática sencilla que se implementa se logra evitar problemas de complejidad provocados por la cantidad de variables que se desean analizar.

Algunos autores como [Rupa and Ganesh (2014)] y [Ouali and Cherkaoui (2020)] presentan el barrido *Backward/Forward* aplicado a sistemas radiales, pero el análisis que realizan solo es a frecuencia fundamental. Este hecho es tenido en cuenta en [Amini et al. (2019)] y [Teng and Chang (2007)], pero no involucran un orden armónico considerable, ya que solo utilizan los primeros cuatro armónicos impares (1^{st} , 3^{rd} , 5^{th} y 7^{th}), evitando así el análisis de muchos estados de operación que se presentan en los sistemas. Además, no implementan modelos para las cargas de tipo no lineal adecuados, como lo son el modelo equivalente de Norton y el modelo de matriz de admitancia armónicamente acopladas.

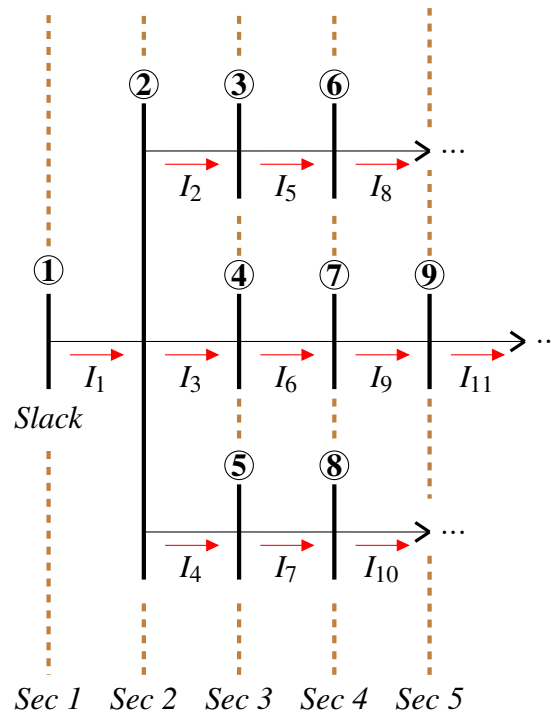
De acuerdo a la revisión bibliográfica que se realiza en este trabajo de grado, para la implementación del método de barrido primero se deben tener en cuenta las siguientes consideraciones:

- Esta estrategia o método solo se aplica a sistemas de distribución con características de tipo radial.
- Conocer la topología de la red como lo es la cantidad de barras y líneas de distribución presentes en el sistema, y además cual de todas es la barra de referencia (*Slack*).
- Saber a cuales barras están conectadas las cargas y los parámetros de los modelos implementados en cada una de ellas para poder así estimar su respuesta en corriente frente a una tensión de alimentación definida.
- El método en principio fue formulado para calcular las variables de los sistemas solo a frecuencia fundamental.

Para la implementación del método *sweep Backward/Forward* primero se definen y se nombran las barras y líneas de distribución del sistema eléctrico, para ello se divide en secciones (*Sec*) la red como se muestra en la Figura (1), comenzando desde las barras que se encuentren a la izquierda y de forma consecutiva hasta llegar a las últimas barras que estén a la derecha, teniendo en cuenta que si hay más de una barra en cada sección éstas se nombran de arriba hacia abajo. Este mismo procedimiento se aplica para nombrar las líneas. Después se define tanto el inicio como el final de cada una de las líneas, se fijan los parámetros del modelo de línea a implementar, como lo es la impedancia serie y/o la admitancia en derivación, también se especifican los parámetros de cada tipo de carga del sistema, los cuales pueden ser la corriente o demanda y la tensión de alimentación.

Figura 1

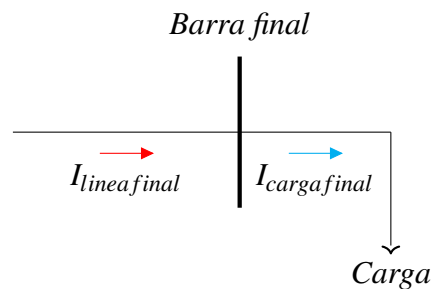
Ejemplo del barrido *Backward* en un sistema radial de 9 barras



Teniendo toda la información anteriormente explicada, comienza el proceso iterativo en donde se inicializan las tensiones en todas las barras a un mismo valor el cual lo define la barra *Slack*, de esta forma se obtiene la corriente que consume cada carga (I_n), donde n es igual al número total de barras presentes en el sistema, y de esta forma se inicia con el barrido hacia atrás (*Backward*), el cual está basado básicamente en la ley de corrientes de kirchhoff (*Kirchhoff's Current Law - K.C.L.*) y consiste en calcular el espectro armónico de las corrientes de todas las líneas del sistema (I_{n-1}^{line}), para ello se determinan las corrientes que circulan por las últimas líneas, ya que son iguales a las corrientes que consumen las cargas que están conectadas en las últimas barras como se observa en la Figura (2), y partiendo desde ese punto se calculan las corrientes hasta llegar a la primera línea empleando la Ecuación (1), en donde I_k^{line} corresponde a cada corriente que está después de la línea que se esté analizando.

Figura 2

Corriente en la última línea del sistema



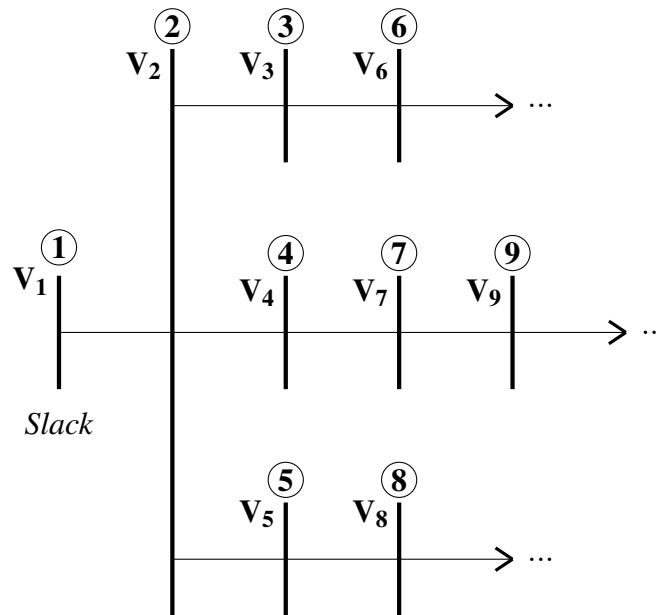
Nota: El valor de la corriente de la última línea va ser igual al valor de la carga conectada a la barra final ($I_{linea final} = I_{carga final}$).

$$I_{n-1}^{line} = I_n + \sum_{k=1}^n I_k^{line} \quad (1)$$

Continuando con el proceso iterativo, el siguiente paso es aplicar el barrido hacia adelante (*Forward*), el cual se basa en la ley de tensiones de kirchhoff (*Kirchhoff's Voltage Law - K.V.L.*) y se detalla en la Figura (3), consiste principalmente en calcular las tensiones en cada barra del sistema (V_{n+1}) disponiendo de las corrientes calculadas en las líneas, para realizar este cálculo es necesario conocer la tensión en la barra anterior (V_n) a la que se esté analizando, su impedancia (Z_n^{line}) y su corriente de línea (I_n^{line}), de esta forma se implementa la Ecuación (2). Cabe resaltar que este procedimiento se realiza desde la barra *Slack* hasta llegar a las barras finales y teniendo en cuenta que la barra de referencia siempre debe tener el mismo valor de tensión en cada iteración.

Figura 3

Ejemplo del barrido Forward en un sistema radial de 9 barras



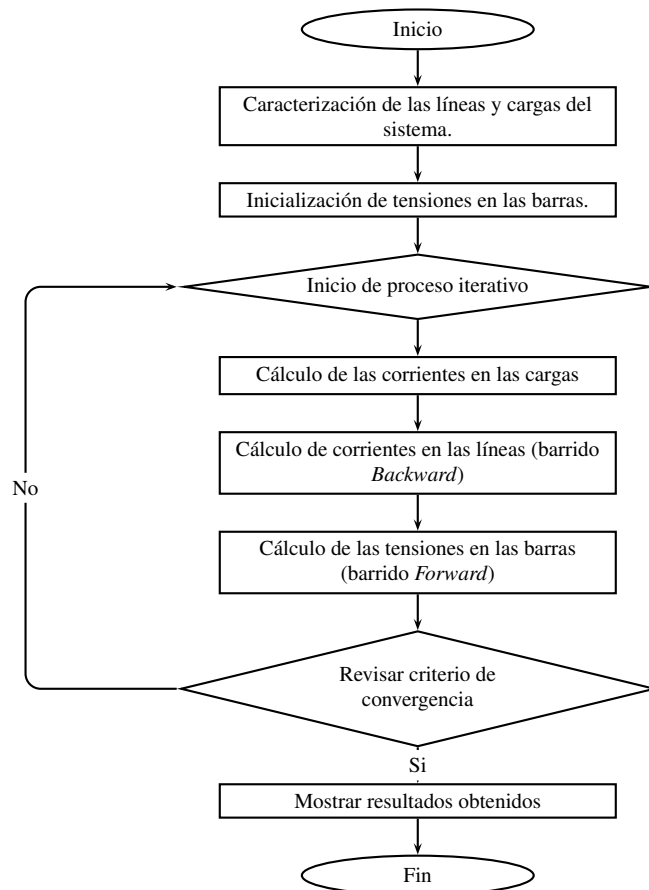
$$V_{n+1} = V_n - Z_n^{line} \times I_n^{line} \quad (2)$$

Luego de realizar la primera iteración, las tensiones calculadas se toman como las nuevas tensiones de inicialización y de nuevo se aplica el proceso anteriormente expuesto, hasta que el criterio de convergencia tenga un error mínimo definido por una tolerancia establecida, es decir, cuando el error de la última iteración en comparación con la anterior sea menor que la tolerancia.

En la Figura (4) se detalla el diagrama de flujo en el que se resume todo el proceso anteriormente expuesto, para la implementación de la estrategia del barrido hacia atrás/hacia adelante estableciendo los pasos más importantes.

Figura 4

Diagrama general del método *sweep Backward/Forward*



3.2. Modelo de la red

La red de distribución eléctrica hace parte del sistema de suministro de energía y su función consiste en el transporte de dicha energía desde las subestaciones de distribución hasta los puntos de consumo o usuarios finales. Esta red está compuesta por líneas con parámetros y características propias acordes a la operación de cada sistema de distribución, y se dividen en dos tipos: aéreas y subterráneas. Para modelar las líneas se hace uso de uno de los tres modelos que existen actualmente, los cuales son:

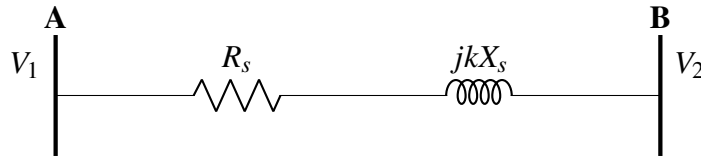
- **Modelo de línea corta:** Este modelo solo cuenta con una inductancia en serie como parámetro, ya que no se tienen en cuenta fenómenos como el efecto corona y las pérdidas de potencia o energía, debido a que la resistencia serie de la línea se asume despreciable.
- **Modelo de línea media:** Los parámetros que caracterizan a este modelo son los de una resistencia e inductancia en serie, en donde a comparación del modelo anterior sí se consideran las pérdidas de potencia.
- **Modelo de línea larga:** Para este modelo sí se toman en cuenta tanto el efecto corona como las pérdidas de potencia, y es por ello que sus parámetros son los de una impedancia en serie y una rama de derivación, la cual está definida como una admitancia que está conectada en cada una de las barras en donde se encuentra la línea.

Para el presente trabajo de grado se implementa el modelo de línea media debido a que se analizan sistemas de distribución radiales de baja tensión como se muestra en la Figura (5), en

donde uno de los propósitos es estimar de la forma más acertada las pérdidas de potencia presentes en las líneas del sistema, las cuales pueden aumentar debido a la conexión de múltiples usuarios residenciales y sus cargas no lineales.

Figura 5

Modelo de línea media



Este modelo cuenta con una impedancia serie ($Z_{s,k}$), la cual está compuesta por una resistencia serie (R_s) y una reactancia inductiva serie (X_s) como se muestra en la Ecuación (3), este último valor está en función de la variable k , la cual corresponde a cada armónico impar ($k = 1, 3, 5, \dots, h$), dónde h representa el orden armónico máximo que se desea analizar.

Se adopta tanto el modelo circuital y matemático mostrados anteriormente debido a que pueden existir ordenes armónicos en el sistema.

$$Z_{s,k} = R_s + jkX_s \quad (3)$$

3.3. Modelos de carga

Los modelos en el dominio de la frecuencia (*MDF*) son empleados esencialmente para dar solución a tres problemas principales, el primero es la estimación armónica de las señales de tensión y corriente, el segundo los tiempos computacionales de los modelos y el tercero la estimación de los parámetros que conforman los modelos en el dominio del tiempo. Los fenómenos de diver-

idad se definen como la cancelación parcial de las corrientes distorsionadas, de un número m de cargas conectadas al mismo nodo, y los fenómenos de atenuación-amplificación son el aumento de la distorsión armónica de la corriente total ante la conexión de m cargas no lineales en el mismo punto de acople común, o una disminución de la misma respectivamente. Estos fenómenos pueden generar un gran impacto en la estimación del espectro armónico de la señal de corriente que se esté analizando, y por consiguiente en el cálculo de la distorsión armónica, ya que no se calcula de forma adecuada la magnitud y/o ángulo de fase de cada armónico presente en la señal.

Dos modelos que dan solución a los problemas anteriormente mencionados son el modelo equivalente de Norton (*Norton Equivalent Model - NEM*) y el modelo de matriz de admitancias armónicamente acopladas (*Harmonically Coupled Admittance Matrix - HCAM*), ya que logran caracterizar de una forma adecuada las cargas de tipo no lineal y tienen grandes ventajas con respecto a los modelos en el dominio del tiempo (*MDT*), como lo es la estimación de los parámetros que conforman el modelo a partir de medidas de tensión y corriente de múltiples estados de operación de las cargas, y el tiempo de computo para la estimación de la corriente de carga ante variaciones en la tensión de alimentación.

3.3.1. Modelo equivalente de Norton

Uno de los modelos más importantes que actualmente se utilizan para caracterizar las cargas no lineales es el modelo equivalente de Norton (*Norton Equivalent Model - NEM*), el cual es planteado e implementado en [Nassif et al. (2010)] y [Almeida and Kagan (2010)], para casos de análisis a múltiples frecuencias. Este modelo está compuesto en general por un vector de corriente $I_{(k)}$ y uno que define la tensión de alimentación $V_{(k)}$, un vector que representa la respuesta en

corriente $I_{r(k)}$ para una tensión de referencia $V_{r(k)}$, y por último una matriz de admitancias $Y_{(k \times k)}$, donde $k = 1, 3, 5, \dots, h$, siendo h el armónico impar máximo. La ecuación matemática que describe el papel que juega cada parámetro del modelo es la Ecuación (4), y su representación matricial se describe en la Ecuación 5.

$$I_{(k)} = I_{r(k)} + Y_{(k \times k)} \cdot [V_{(k)} - V_{r(k)}]$$

$$I_{(k)} = I_{r(k)} + Y_{(k \times k)} \cdot \Delta V_{(k)} \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_3 \\ I_5 \\ \vdots \\ I_\varphi \\ \vdots \\ I_h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Ir_1 \\ Ir_3 \\ Ir_5 \\ \vdots \\ Ir_\varphi \\ \vdots \\ Ir_h \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{13} & Y_{15} & \cdots & Y_{1\delta} & \cdots & Y_{1h} \\ Y_{31} & Y_{33} & Y_{35} & \cdots & Y_{3\delta} & \cdots & Y_{3h} \\ Y_{51} & Y_{53} & Y_{55} & \cdots & Y_{5\delta} & \cdots & Y_{5h} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{\varphi 1} & Y_{\varphi 3} & Y_{\varphi 5} & \cdots & Y_{\varphi \delta} & \cdots & Y_{\varphi h} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{h1} & Y_{h3} & Y_{h5} & \cdots & Y_{h\delta} & \cdots & Y_{hh} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V_1 \\ \Delta V_3 \\ \Delta V_5 \\ \vdots \\ \Delta V_\delta \\ \vdots \\ \Delta V_h \end{bmatrix} \quad (5)$$

Existen formulaciones en las que se asumen que los parámetros de tensión de referencia $V_{r(k)}$ y corriente de referencia $I_{r(k)}$ son conocidos o desconocidos, en este último caso la Ecuación (4) puede ser reescrita a un modelo reducido como el que se muestra en la Ecuación (6), en donde

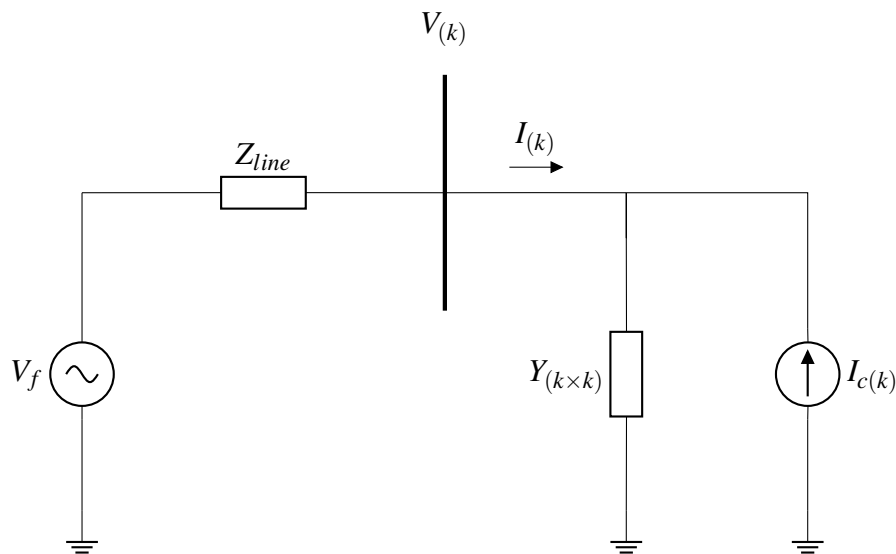
$I_{c(k)}$ es el vector de la corriente de corte y $V_{(k)}$ representa el vector de la tensión de alimentación.

$$I_{(k)} = I_{c(k)} + Y_{(k \times k)} \cdot V_{(k)} \quad (6)$$

La representación circuital del modelo equivalente de Norton acoplado se detalla en la Figura 6 y la ecuación matricial que lo define es la Ecuación (7), en donde se observa que el tamaño de los vectores de corriente es $k = 1, 3, 5, \dots, \varphi, \dots, h$, y para el vector de tensiones el tamaño es de $k = 1, 3, 5, \dots, \delta, \dots, h$. Para la matriz de admitancias, la cual contiene toda la información del comportamiento de la carga, el tamaño $(k \times k)$ depende del orden armónico de las medidas de tensión y corriente que se hayan tomado, por ejemplo al elegir el elemento $Y_{\varphi\delta}$ de la matriz esto indica que es la admitancia al analizar el φ armónico de corriente con el δ armónico de tensión.

Figura 6

Modelo equivalente de Norton



$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_3 \\ I_5 \\ \vdots \\ I_\varphi \\ \vdots \\ I_h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Ic_1 \\ Ic_3 \\ Ic_5 \\ \vdots \\ Ic_\varphi \\ \vdots \\ Ic_h \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{13} & Y_{15} & \cdots & Y_{1\delta} & \cdots & Y_{1h} \\ Y_{31} & Y_{33} & Y_{35} & \cdots & Y_{3\delta} & \cdots & Y_{3h} \\ Y_{51} & Y_{53} & Y_{55} & \cdots & Y_{5\delta} & \cdots & Y_{5h} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{\varphi 1} & Y_{\varphi 3} & Y_{\varphi 5} & \cdots & Y_{\varphi \delta} & \cdots & Y_{\varphi h} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{h1} & Y_{h3} & Y_{h5} & \cdots & Y_{h\delta} & \cdots & Y_{hh} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_3 \\ V_5 \\ \vdots \\ V_\delta \\ \vdots \\ V_h \end{bmatrix} \quad (7)$$

3.3.2. Modelo de matriz de admitancias armónicamente acopladas

El modelo de matriz de admitancias armónicamente acopladas (*Harmonically Coupled Admittance Matrix - HCAM*) ha sido utilizado para modelar convertidores, hornos de arco, puentes rectificadores monofásicos y trifásicos, y cargas domésticas según [Almeida and Kagan (2010)].

Este modelo está compuesto por un vector de corriente de la carga $I_{(k)}$ y uno de tensión $V_{r(k)}$, un par de matrices armónicamente acopladas $Y_{(k \times k)}^+$ y $Y_{(k \times k)}^-$, un vector de la corriente de referencia $I_r(k)$ y un vector de tensión de referencia $V_r(k)$, la interacción de cada uno de los parámetros del modelo se detalla en la Ecuación (8).

$$\begin{aligned} I_{(k)} &= I_{r(k)} + Y_{(k \times k)}^+ \cdot [V_{(k)} - V_{r(k)}] + Y_{(k \times k)}^- \cdot [V_{(k)}^* - V_{r(k)}^*] \\ I_{(k)} &= I_{r(k)} + Y_{(k \times k)}^+ \cdot \Delta V_{(k)} + Y_{(k \times k)}^- \cdot \Delta V_{(k)}^* \end{aligned} \quad (8)$$

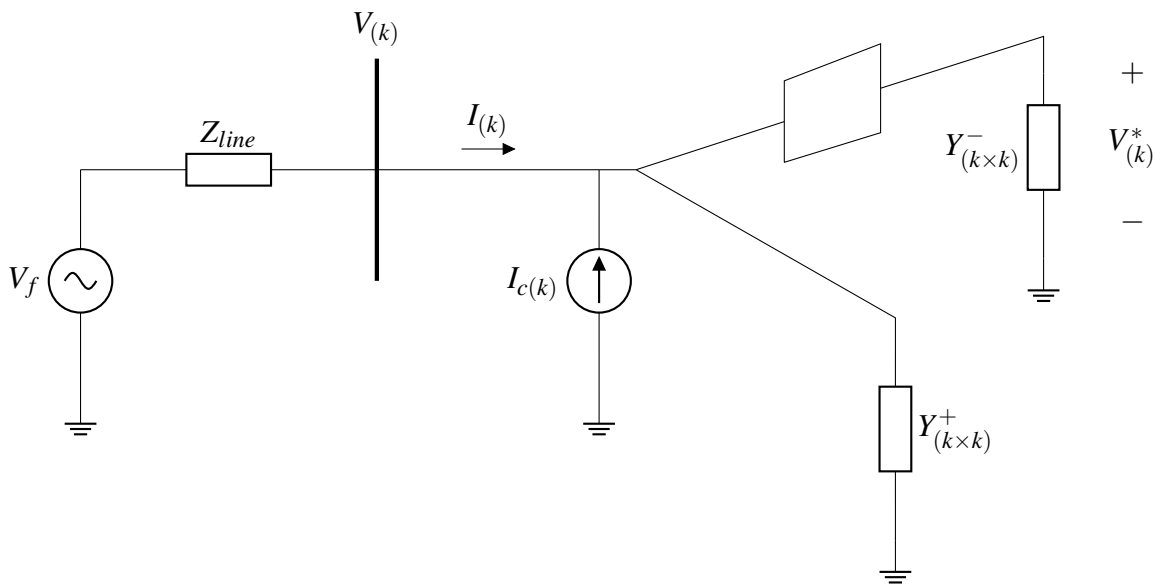
Teniendo en cuenta las formulaciones explicadas en *NEM*, la Ecuación (8) se modifica asumiendo como parámetros desconocidos la corriente de referencia y el par de matrices de admitancias, logrando reescribir el modelo como se muestra en la Ecuación (9), en donde $I_{c(k)}$ representa el vector de corriente de corte y $V_{(k)}^*$ representa el vector del valor conjugado de la tensión de alimentación.

$$I_{(k)} = I_{c(k)} + Y_{(k \times k)}^+ \cdot V_{(k)} + Y_{(k \times k)}^- \cdot V_{(k)}^* \quad (9)$$

En la Figura 7 se aprecia la representación circuital del modelo *HCAM*, y en la Ecuación (10) se detalla la formulación de su ecuación matricial, en donde el tamaño k de cada uno de los parámetros se define de la misma forma que en el modelo *NEM*.

Figura 7

Modelo de matriz de admitancias armónicamente acopladas



$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_3 \\ I_5 \\ \vdots \\ I_\varphi \\ \vdots \\ I_h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Ic_1 \\ Ic_3 \\ Ic_5 \\ \vdots \\ Ic_\varphi \\ \vdots \\ Ic_h \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Y_{11}^+ & Y_{13}^+ & Y_{15}^+ & \cdots & Y_{1\delta}^+ & \cdots & Y_{1h}^+ \\ Y_{31}^+ & Y_{33}^+ & Y_{35}^+ & \cdots & Y_{3\delta}^+ & \cdots & Y_{3h}^+ \\ Y_{51}^+ & Y_{53}^+ & Y_{55}^+ & \cdots & Y_{5\delta}^+ & \cdots & Y_{5h}^+ \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{\varphi 1}^+ & Y_{\varphi 3}^+ & Y_{\varphi 5}^+ & \cdots & Y_{\varphi \delta}^+ & \cdots & Y_{\varphi h}^+ \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{h1}^+ & Y_{h3}^+ & Y_{h5}^+ & \cdots & Y_{h\delta}^+ & \cdots & Y_{hh}^+ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_3 \\ V_5 \\ \vdots \\ V_\delta \\ \vdots \\ V_h \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Y_{11}^- & Y_{13}^- & Y_{15}^- & \cdots & Y_{1\delta}^- & \cdots & Y_{1h}^- \\ Y_{31}^- & Y_{33}^- & Y_{35}^- & \cdots & Y_{3\delta}^- & \cdots & Y_{3h}^- \\ Y_{51}^- & Y_{53}^- & Y_{55}^- & \cdots & Y_{5\delta}^- & \cdots & Y_{5h}^- \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{\varphi 1}^- & Y_{\varphi 3}^- & Y_{\varphi 5}^- & \cdots & Y_{\varphi \delta}^- & \cdots & Y_{\varphi h}^- \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{h1}^- & Y_{h3}^- & Y_{h5}^- & \cdots & Y_{h\delta}^- & \cdots & Y_{hh}^- \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{1*} \\ V_{3*} \\ V_{5*} \\ \vdots \\ V_{\delta*} \\ \vdots \\ V_{h*} \end{bmatrix} \quad (10)$$

3.4. Tipos de cargas modeladas

Existen cargas no lineales monofásicas de tipo domésticas que están basadas en fuentes de alimentación conmutadas (*Switch-Mode Power Supply - SMPS*) como son electrodomésticos, dispositivos electrónicos y equipos de iluminación, en [Djokic and Collin (2014)] plantean tres tipos de cargas los cuales son: cargas SMPS sin corrección del factor de potencia (*no-PFC*), con corrección del factor de potencia pasivo (*p-PFC*) y luminarias de tipo CFL (*con corrección del factor de potencia activo, a-PFC*).

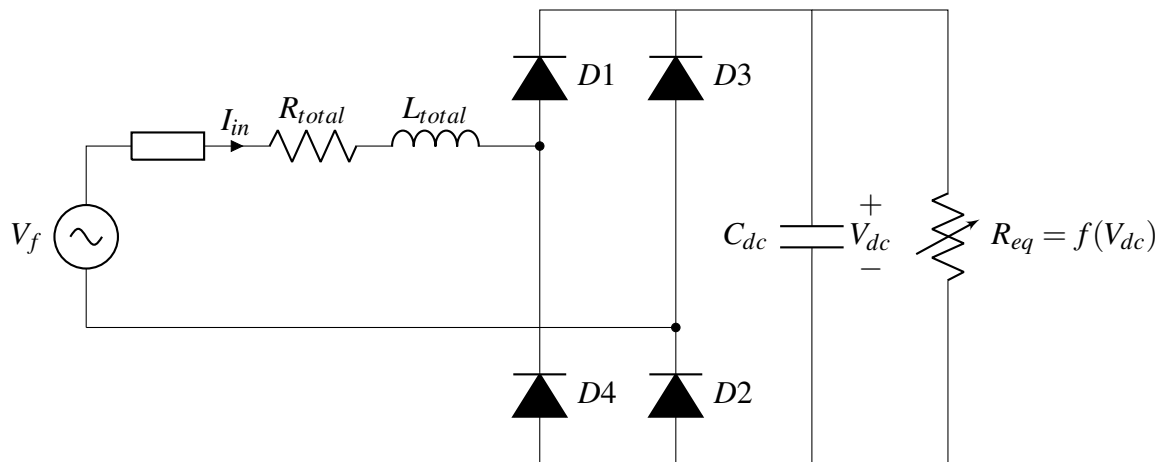
El modelo circuital que logra representar los tres tipos de cargas se observa en la Figura 8, el cual se caracteriza principalmente por una resistencia e inductancia de entrada (R_{total} y L_{total}), un puente rectificador de diodos, un capacitor de enlace (C_{dc}) y una resistencia variable (R_{eq}) que esta en función de la tensión presente en el capacitor (V_{dc}) y que puede calcularse a partir de la

Ecuación (11), donde P_{dc} representa la potencia de consumo de la carga.

$$R_{eq} = \frac{V_{dc}^2}{P_{dc}} \quad (11)$$

Figura 8

Modelo equivalente circuital para cargas de tipo SMPS y CFL



En la Tabla 2 se observa los valores de los parámetros para los tres tipos de cargas, en donde cada uno de ellos es representado por una distribución de tipo normal o uniforme, para aquellos parámetros con una distribución normal los valores μ y σ corresponden al valor típico o medio y a la desviación estándar respectivamente, y para aquellos con distribución uniforme se define un rango de valores, en el cual se tiene una alta probabilidad de elegir un valor que corresponda a un equipo de uno o varios fabricantes. Cabe resaltar que estos valores son planteados en [Djokic and Collin (2014)], en donde se usa un enfoque que se basa en la inspección de dispositivos reales, la revisión de las fichas técnicas de los fabricantes, el ajuste de parámetros a partir de datos medidos y una simulación más detallada de las características eléctricas importantes.

Para efectos de simplicidad del presente trabajo de grado también en la Tabla 2 se definen las cargas anteriormente expuestas como tipo 1, 2 o 3, en donde por medio de una función de densidad de probabilidad y teniendo en cuenta la distribución de los parámetros para cada tipo de carga, se construyó aleatoriamente un conjunto de cincuenta (50) cargas con parámetros circuitales diferentes, el cual contiene los tres tipos, y considerando que la idea principal es conectar una carga distinta en cada una de las barras de los sistemas radiales que se analizarán más adelante.

Tabla 2

Parámetros para el modelamiento del circuito equivalente

Tipo	Carga	Parámetros	Distribución	Valores (p.u)
1	no-PFC	X_{Cdc}	<i>Normal</i>	$\mu = 0,036; \sigma = 0,54$
		R_{total}	<i>Uniforme</i>	[0,0015 – 0,0019]
	SMPS	X_{Ltotal}	<i>Uniforme</i>	$[2,97 \times 10^{-6} - 8,91 \times 10^{-6}]$
		P_{dc}	<i>Normal</i>	$\mu = 0,5; \sigma = 0,16$
2	p-PFC	X_{Cdc}	<i>Normal</i>	$\mu = 0,036; \sigma = 0,54$
		R_{total}	<i>Uniforme</i>	[0,0077 – 0,0094]
	SMPS	X_{Ltotal}	<i>Normal</i>	$\mu = 0,0371; \sigma = 0,019$
		P_{dc}	<i>Normal</i>	$\mu = 0,5; \sigma = 0,16$
3	CFL	X_{Cdc}	<i>Normal</i>	$\mu = 0,25; \sigma = 3,75$
		R_{total}	<i>Uniforme</i>	[0,9 – 1,1]
		X_{Ltotal}	<i>Constante</i>	$3,92 \times 10^{-5}$
		P_{dc}	<i>Uniforme</i>	[0,87 – 1,02]

3.5. Método para el ajuste de modelos

Para la estimación de los parámetros que describen a *NEM* y al modelo *HCAM*, los cuales caracterizan al conjunto de las cincuenta cargas elegidas aleatoriamente al final de la Sección 3.4, se utilizó un método formulado en [Nassif et al. (2010)] que está basado en álgebra matricial, considerando las ecuaciones modificadas por [Malagón (2020)].

El enfoque implementado en [Nassif et al. (2010)] está dirigido a la utilización de medidas de tensión y corriente en la carga, y debido a ello se vuelve necesario un método que permita obtener un conjunto de medidas ante diferentes estados de operación, a través del barrido en frecuencia (*Frequency Sweep Process - FSP*) con el experimento de un armónico a la vez, en el cual se varía la tensión de alimentación de la carga.

El proceso *FSP* puede ser implementado mediante medidas o simulaciones en el modelo del tiempo en la carga, y consiste en la variación sistemática de la magnitud y ángulo de fase de la tensión alrededor de un punto de operación, el cual generalmente es la tensión fundamental, de esta forma se almacenan los datos tanto de la tensión como de la respuesta de corriente de la carga ante cada variación realizada.

El experimento de un armónico a la vez realiza variaciones sobre cada armónico hasta llegar al máximo orden armónico h que se desea analizar, ya que consiste inicialmente en la variación de la componente fundamental (V_1), y después ir adicionando cada armónico, de esta forma se superponen tanto V_1 y V_k , donde k representa cada armónico impar ($k = 3, 5, \dots, h$) del espectro armónico de la señal de tensión. Este experimento tiene como ventajas la organización matricial de la información, ya que las matrices de tensión $[V]$ y de corriente $[I]$ se representan a partir de las Ecuaciones (A.1) y (A.2) respectivamente, y también garantiza que cada una de las filas de las matrices son linealmente independientes.

Por otro lado, cuando no es conocida la zona de operación de las cargas se hace uso de límites normativos, para el presente trabajo de grado se hace uso de la norma *UN 50160-2015*, en donde se establece los porcentajes máximos para la distorsión armónica individual (*Single Har-*

monic Distortion-SHI) de los armónicos, como se detalla en la Tabla 3. Para realizar la variación sistemática de la tensión teniendo en cuenta la norma anteriormente nombrada se tienen en cuenta las siguientes consideraciones:

Tabla 3

Distorsión armónica individual para armónicos impares

Armónicos Impares			
No múltiplos de 3		Múltiplos de 3	
Armónicos de Orden h	Uh[%]	Armónicos de Orden h	Uh[%]
5	3,0	3	3,0
7 - 11	2,5	9	1,5
13 - 17	2,0	15 - 21	0,5
19 - 23	1,5	>21	0,3
25	1,0	-	-
>25	0,5	-	-

- Primero se fija la tensión fundamental con una regulación y ángulo de fase de 0% y 0° respectivamente, después la regulación de tensión es gradualmente definida en 20 pasos, es decir, la regulación comienza desde 0% hasta el límite superior establecido por la norma ANSI C84.1, el cual es de 5%.
- Se toma como referencia la componente fundamental de la tensión de alimentación, con amplitud nominal y ángulo de fase de 0°, y se realizan las variaciones superponiendo el tercer armónico a la tensión de referencia, estableciendo previamente una serie de pasos en magnitud ($p=20$), desde 0.1% hasta el límite establecido por el estándar $U_h=3\%$, y en ángulo de fase ($\sigma=72$) desde 0° a 360°.

- El procedimiento anterior se realiza para cada armónico impar ($3^{rd}, 5^{th}, \dots, h$) superponiendo la componente fundamental de la tensión un armónico a la vez. Por último, para cada procedimiento se almacenan las medidas de la tensión de alimentación y la respuesta en corriente para luego llevarlas al dominio de la frecuencia.

Para la estimación de los parámetros de los modelos, se hace uso de la Ecuación (12), la cual fue planteada por [Malagón (2020)], y la cual busca la estimación de los parámetros de los modelos *NEM* y *HCAM* implementando el criterio de mínimos cuadrados aplicado al caso matrices con números complejos. Cabe resaltar que el superíndice H en la ecuación corresponde a la operación Hermitian.

$$X = B A^H (A A^H)^{-1} \quad (12)$$

Para el caso del modelo equivalente de Norton, donde los parámetros desconocidos son la corriente de corte (I_c) y la matriz de admitancia (Y), estos se calculan a partir de la ecuación anterior reemplazando $X = [I_c \ Y]$, $B = I$ y $A = [1 \ V^T]^T$, lo cual genera la Ecuación (13) descrita por las matrices $[V]$ e $[I]$ que corresponden a las matrices complejas de tensión y corriente halladas con el método de barrido en frecuencia. Los superíndices T y $*$ corresponden a la matriz transpuesta y conjugada respectivamente.

$$[I_c \ Y] = I [1 \ V^T]^* \left([1 \ V^T]^T [1 \ V^T]^* \right)^{-1} \quad (13)$$

En el caso del modelo de matrices armónicamente acopladas y considerando como parámetros desconocidos la corriente de corte (I_c) y el par de matrices (Y^+) y (Y^-), se reemplazan en la Ecuación (12) $X = [I_c Y^+ Y^-]$, $B = I$ y $A = [1 V^T V^H]^T$, obteniendo así la Ecuación (14).

$$[I_c Y^+ Y^-] = I [1 V^T V^H]^* \left([1 V^T V^H]^T [1 V^T V^H]^* \right)^{-1} \quad (14)$$

3.6. Implementación del método

La presente sección describe el algoritmo modificado del barrido *Backward/Forward*, en el cual se involucran los modelos y métodos descritos en las secciones anteriores para la estimación de corrientes en las líneas y tensiones en las barras, en un sistema de distribución radial en el cual se tienen cargas no lineales.

En la Sección 3.2 se detalla el modelo tanto circuital como matemático para caracterizar las líneas de distribución, para la aplicación de este modelo para el análisis de un sistema eléctrico donde existen múltiples frecuencias, es necesario la construcción de una hipermatriz Z_{line} (ver *Apéndice B*), la cual tiene un tamaño de $h \times h \times L$, donde h representa el orden armónico y L la cantidad de líneas presentes en la red. Cada capa de Z_{line} es descrita por la Ecuación (3), en donde se considera que cada una de ellas solo tiene elementos en su diagonal principal; también dichas capas deben estar ordenadas de forma consecutiva, para ello se enumeran utilizando el mismo proceso que se plantea en la Sección 3.1, donde se nombran las corrientes que circulan en las líneas.

Siguiendo con la implementación del método, se lleva a cabo el barrido en frecuencia con el

experimento de un armónico a la vez para cada una de las cincuenta cargas, en donde las medidas de tensión y corriente obtenidas se utilizan para la estimación de los parámetros de *NEM* y del modelo *HCAM*, empleando las Ecuaciones (13) y (14).

Para el caso en donde se implementa el modelo equivalente de Norton se construye la hipermatriz I_c que tiene como tamaño $k \times 1 \times C$, donde C representa la cantidad de cargas presentes en todo el sistema de distribución en análisis, y en la cual se almacenan todas las corrientes de corte de las cargas que se están analizando. También se plantea la hipermatriz Y , la cual contiene las matrices de admitancia de las cargas y su tamaño debe de ser de $k \times k \times C$, y para el caso del modelo de matriz de admitancias armónicamente acopladas se construyen tres (3) hipermatrices, la primera es I_c la cual se describe igual que en *NEM*, la segunda y tercer hipermatriz corresponden a Y^+ y Y^- respectivamente, las cuales también tienen un tamaño de $k \times k \times C$.

Después de tener compilada toda la información anterior, se comienza a implementar la estrategia *Backward/Forward* y comienza el proceso iterativo, en donde primero se inicializan las tensiones en todas las barras del sistema, para ello se crea la hipermatriz V_n que contiene en cada una de sus capas el espectro armónico de las tensiones, y su tamaño es de $h \times h \times B$, siendo B la cantidad total de barras presentes en la red; normalmente el espectro armónico de todas las barras para su inicialización es igual al que está presente en la barra de referencia *Slack*.

Para la implementación del barrido *Backward* se considera que las variables de la Ecuación (1) presentan algunos cambios y es reescrita en la Ecuación (15), en donde I_p^{line} es una hipermatriz que contiene en cada una de sus capas el espectro armónico de las líneas anteriores a I_{n-1}^{line} , en esta segunda hipermatriz se guardan las corrientes de cada línea a medida que ejecuta este barrido, y

por último I_n es la hipermatriz que contiene el espectro armónico de corriente de todas las cargas que estén conectadas a la red, donde n es igual al número total de barras presentes en el sistema.

$$I_{n-1}^{line} = I_n + \sum_{k=1}^n I_p^{line} \quad (15)$$

Lo mismo sucede en el barrido *Forward* en donde la Ecuación (2), la cual es reescrita de la siguiente forma:

$$V_{n+1} = V_n - Z_{line} \times I_n^{line} \quad (16)$$

Donde V_n representa la capa n de la hipermatriz de las tensiones en las barras anteriores a la tensión V_{n+1} , y Z_{line} representa la hipermatriz que contiene la información de las líneas de distribución. Es importante resaltar que después de terminar el barrido *Forward* se reinicia la tensión en la barra *Slack*, ya que esta siempre se mantiene igual en todas las iteraciones que se realicen, para garantizar que sus valores no cambien, y lleguen a afectar el barrido *Forward*.

Este proceso iterativo se repite hasta que el error absoluto entre la iteración nueva y la anterior de la magnitud de tensión en todas las barras del sistema es menor o igual a una tolerancia definida (T), como se detalla a continuación:

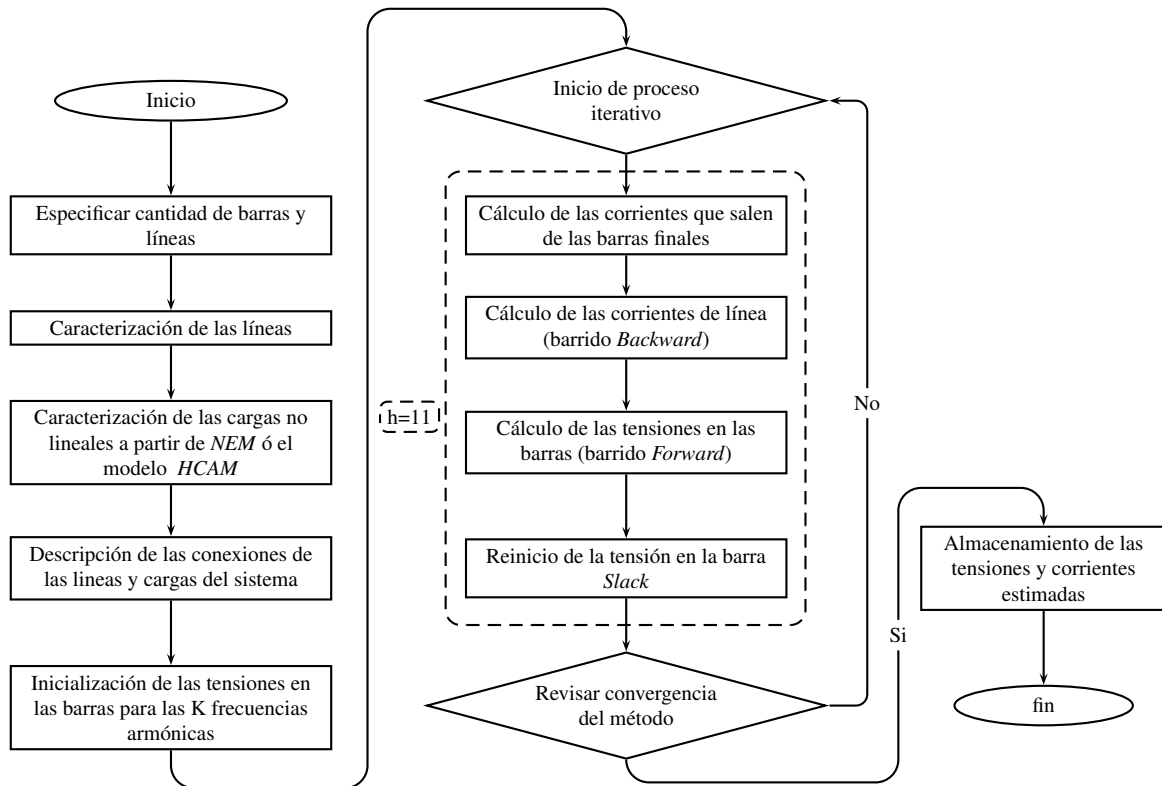
$$|V_n - V_{n-1}| \leq T, \quad (17)$$

Por último, en la Figura 9 se describe el diagrama de flujo del algoritmo *Backward/Forward* ajustado, donde se detallan todas las consideraciones explicadas anteriormente, y como debe ser el

proceso para lograr estimar las corrientes en las líneas y las tensiones en las barras cuando existen h -ésimas frecuencias armónicas impares presentes en las red.

Figura 9

Diagrama de flujo del método Backward/Forward modificado



4. Casos de análisis y resultados

En este capítulo son expuestos los resultados obtenidos para tres sistemas monofásicos radiales de distribución que están compuestos por 4, 6 y 13 barras, y que son analizados implementando el método descrito en la Sección 3.6, en donde para cada uno de estos sistemas se estimó el espectro armónico de corriente y tensión presente en las líneas y en las barras respectivamente, empleando un análisis a múltiples frecuencias para 11 ordenes armónicos (1^{st} , 3^{rd} , 5^{th} , 7^{th} , ..., 21^{st}).

También a partir de las estimaciones anteriores se calcula la distorsión armónica total de tensión y corriente ($THD-v$ y $THD-i$) y las pérdidas de potencia presente en las líneas, ya que son efectos que se presentan en los sistemas ante la conexión de cargas no lineales.

Para el análisis de los tres sistemas radiales se asume una tensión nominal de 220 V, una frecuencia fundamental de 50 Hz y en la Tabla 4 se observa los parámetros de resistencia y reactancia inductiva serie a frecuencia fundamental, los cuales constituyen los modelos de línea media para los tres sistemas de distribución, los cuales son tomados de [Djokic and Collin (2014)].

Tabla 4

Impedancia serie de las líneas de distribución

Parámetro	Valor
Resistencia serie (Rs) [mΩ]	7,6
Reactancia inductiva serie (Xs) [mΩ]	5,0

Para los sistemas en análisis se diseñan dos escenarios diferentes, el primero consiste en definir un espectro armónico de tensión en la barra *Slack*, el cual se detalla en la Tabla 5, tomando los límites de distorsión armónica individual para el tercer y quinto armónico establecidos por la norma *UN 50160-2015*, cabe resaltar que para los demás ordenes armónicos (7^{th} , 9^{th} , 11^{th} , ..., 21^{st}) se definieron con una magnitud de cero, evitando que la $THD-v$ en cada una de las barras de los sistemas supere el 5%, el cual es un límite establecido por la norma anteriormente mencionada. En este escenario se estiman los porcentajes de distorsión armónica total de tensión y corriente, y las pérdidas de energía.

Por último, en el segundo escenario se evalúa el error de desempeño utilizando un conjunto

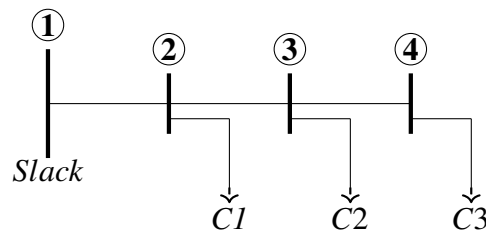
Tabla 5*Espectro armónico de tensión de la barra Slack*

Componente armónica	Magnitud [V]	Ángulo de fase [°]
Fundamental	220	0
3 rd	6,6	0
5 rd	6,6	0

de 10 mil señales de tensión diferentes, para así estimar los errores medios cuadráticos planteados en [Malagón (2020)] de las señales de corriente que circulan por las líneas de cada sistema radial, obtenidas tanto en la simulación en el dominio del tiempo, e implementando el método diseñado utilizando el *NEM* y el modelo *HCAM* para las cargas.

4.1. Sistema de 4 barras

Para observar el desempeño del algoritmo implementado se inicia por un sistema pequeño en cascada, evaluando el tiempo y la cantidad de iteraciones en que tarda en converger el método, dicho sistema se muestra en la Figura 10, el cual consta de cuatro (4) barras incluyendo la barra de referencia, tres (3) líneas y tres (3) cargas.

Figura 10*Sistema radial de 4 Barras*

Los cuatro (4) parámetros que describen las cargas no lineales en el dominio del tiempo, cuya representación circuital es igual a la que se muestra en la Figura 8 y se detallan en la Tabla

6, en ella también se observan los tipos de cargas, los cuales se describen en la Sección 3.4, y la barra a la que está conectada cada una de las cargas.

Tabla 6

Cargas implementadas en el sistema de 4 Barras

N° Barra	Tipo	Parámetro	Valor
2	3	Cdc [μF]	2,754
		Ltotal [mH]	0,600
		Rtotal [Ω]	10,502
		Pdc [W]	11,144
3	3	Cdc [μF]	2,602
		Ltotal [mH]	0,600
		Rtotal [Ω]	9,599
		Pdc [W]	9,824
4	2	Cdc [μF]	398,550
		Ltotal [mH]	25,086
		Rtotal [Ω]	1,810
		Pdc [W]	42,199

Para evaluar el error utilizando el modelo *HCAM* y a *NEM* al momento de estimar la *THD-i* en cada una de las líneas del sistema, la *THD-v* en cada una de las barras y las pérdidas de potencia que se producen en las líneas, se diseña una simulación en el dominio del tiempo en el programa *Simulink* como se muestra en la Figura 11, en el cual se obtienen medidas de las tensiones presentes en las barras y corrientes que circulan por las líneas.

Las medidas adquiridas se llevan al dominio de la frecuencia, obteniendo así el espectro armónico tanto de la magnitud como del ángulo de fase para cada una de ellas, calculando el *THD-v*. Los resultados de distorsión total de tensión obtenidos a través de los dos modelados en el dominio de la frecuencia y del modelo en el dominio del tiempo se observan en la Tabla 7, en la

cual la columna uno en cada una de sus filas representa cada una de las barras del sistema, en la columna dos se detalla el porcentaje de $THD-v$ estimado con la simulación realizada en *Simulink*, y en la tercera columna se encuentran la estimación del $THD-v$ obtenido implementado el método diseñado con los dos modelados utilizados. En esta tabla se aprecia que el Modelo Equivalente de Norton (*NEM*) logra una mejor estimación del $THD-v$ que el modelo de Matriz de Admitancias Armónicamente Acopladas (*HCAM*), ya que tiene un error relativo menor, pero de forma general los dos modelos tienen un comportamiento adecuado con errores despreciables.

Figura 11
Simulación del sistema de 4 barras

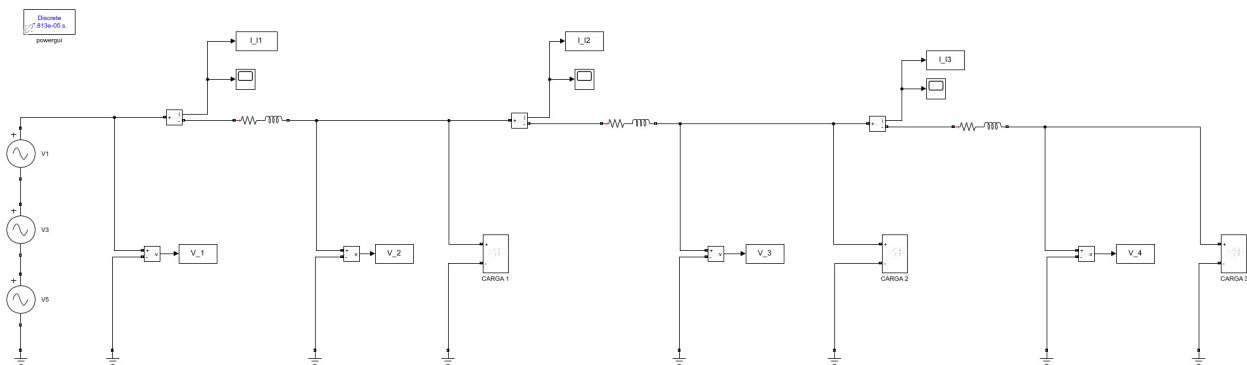


Tabla 7
Resultados de $THD-v$ del sistema de 4 barras

N° Barra	Distorsión Armónica Total de Tensión ($THD-v$) %			Error relativo %	
	Simulink	NEM	HCAM	Simulink-NEM	Simulink-HCAM
1	4,243	4,243	4,243	0	0
2	4,242	4,242	4,242	$0,462 \times 10^{-4}$	$1,612 \times 10^{-4}$
3	4,242	4,242	4,242	$0,218 \times 10^{-4}$	$3,632 \times 10^{-4}$
4	4,242	4,242	4,242	$0,779 \times 10^{-4}$	$4,444 \times 10^{-4}$

Para el cálculo del error relativo (E_r) se hace uso de la Ecuación (18), donde V_r representa los resultados obtenidos con el modelado en el dominio del tiempo, y V_e representa los valores estimados con el modelado en el dominio de la frecuencia a partir del algoritmo diseñado.

$$E_r = \frac{|V_r - V_e|}{V_r} \times 100 \% \quad (18)$$

El proceso anteriormente descrito también se utiliza para la estimación de $THD-i$, y las pérdidas de potencia (P) presentes en el sistema utilizando la Ecuación (19), donde I_{rms} y R representan el valor de la corriente eficaz y la resistencia de la línea respectivamente. Estos resultados se detallan en las Tablas 8 y 9, en ellas se resalta que el modelo $HCAM$ al ser implementado en el algoritmo, en general se ajusta mejor para estos dos casos, ya que el error relativo obtenido es levemente menor con respecto a el NEM . Cabe destacar que esto se debe a la línea que se desea analizar y del tipo de carga presente en cada barra.

$$P = I_{rms}^2 \times R \quad (19)$$

Tabla 8

Resultados de THD-i del sistema de 4 barras

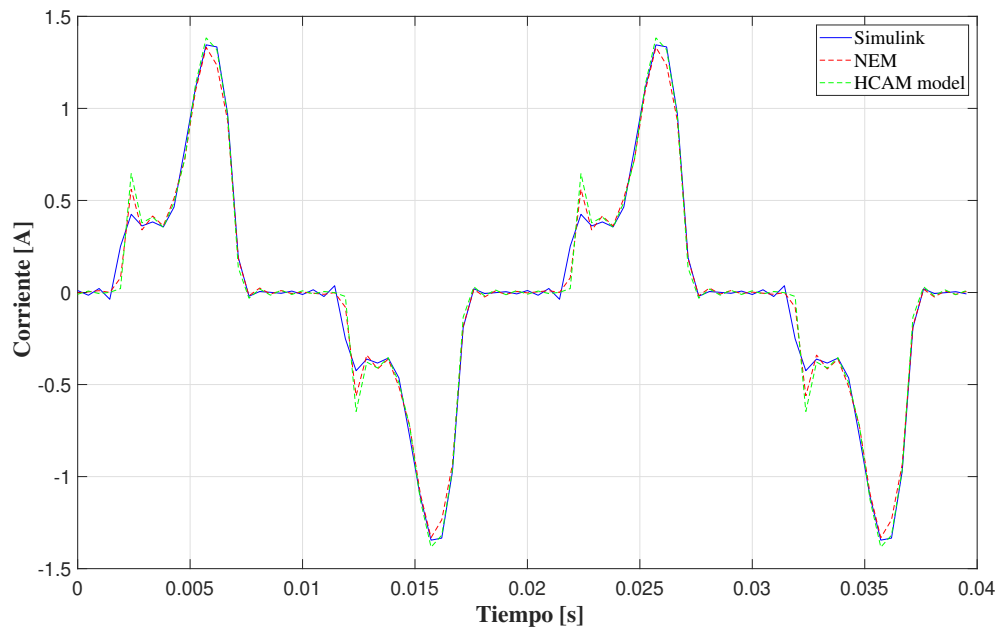
N° línea	Distorsión Armónica Total de Corriente (THD-i) %			Error relativo %	
	Simulink	NEM	HCAM	Simulink-NEM	Simulink-HCAM
1	67,659	66,347	70,138	1,940	3,663
2	84,232	80,505	84,422	4,425	0,225
3	105,210	101,940	106,580	3,113	1,101

Tabla 9
Pérdidas de potencia en las líneas del sistema de 4 Barras

N° línea	Pérdidas de potencia en las líneas [mW]			Error Relativo %	
	Simulink	NEM	HCAM	Simulink-NEM	Simulink-HCAM
1	2,634	2,507	2,710	4,833	2,878
2	2,301	2,107	2,287	8,427	0,620
3	2,141	1,871	2,049	12,633	4,292

Para observar el comportamiento de la corriente que entrega la barra *Slack* y poder comparar las señales estimadas a través del algoritmo con la señal medida en la simulación, se hace una reconstrucción de cada una de ellas, las cuales observan en la Figura 12, en donde se aprecia la similitud entre los modelos en el dominio de la frecuencia aplicando el método diseñado y el modelo en el dominio del tiempo.

Figura 12
Señales de corrientes reconstruidas para el sistema de 4 barras



Además en la Tabla 10 se muestra el tiempo que tarda en converger el método utilizando cada modelo en el dominio de la frecuencia, lo cual ocurrió en la tercera iteración, y también el tiempo que tarda la simulación en ejecutarse, resaltando que el tiempo de la simulación es 55 veces más grande con respecto a los tiempos de ejecución del algoritmo diseñado.

Tabla 10

Tiempos de simulación o convergencia para el sistema de 4 barras

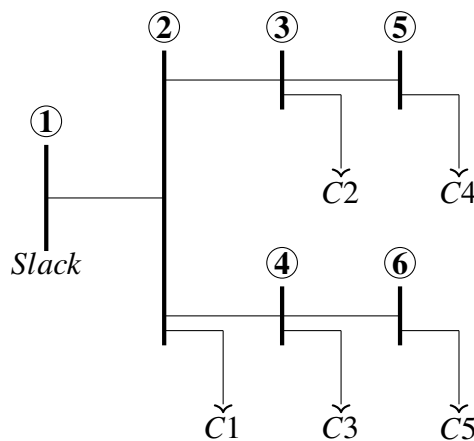
	Dominio del tiempo		Dominio de la frecuencia	
	Simulink	NEM	HCAM	
Tiempo de simulación o convergencia [ms]	2038,150	36,889	39,334	

4.2. Sistema de 6 barras

Para analizar el comportamiento de un sistema y el rendimiento del método implementado ante la conexión de cargas de un solo tipo en una red radial con varias bifurcaciones, se construye el sistema que se observa en la Figura 13, el cual consta de seis (6) barras, cinco (5) líneas dos por cada bifurcación y cinco (5) cargas una por cada barra.

Figura 13

Sistema radial de 6 barras



Los parámetros que describen las cinco cargas presentes en el sistema se detallan en la Tabla 11, allí se evidencia que la red está compuesta por cargas tipo 2, las cuales son las cargas que consumen la mayor potencia con respecto a los otros dos tipos.

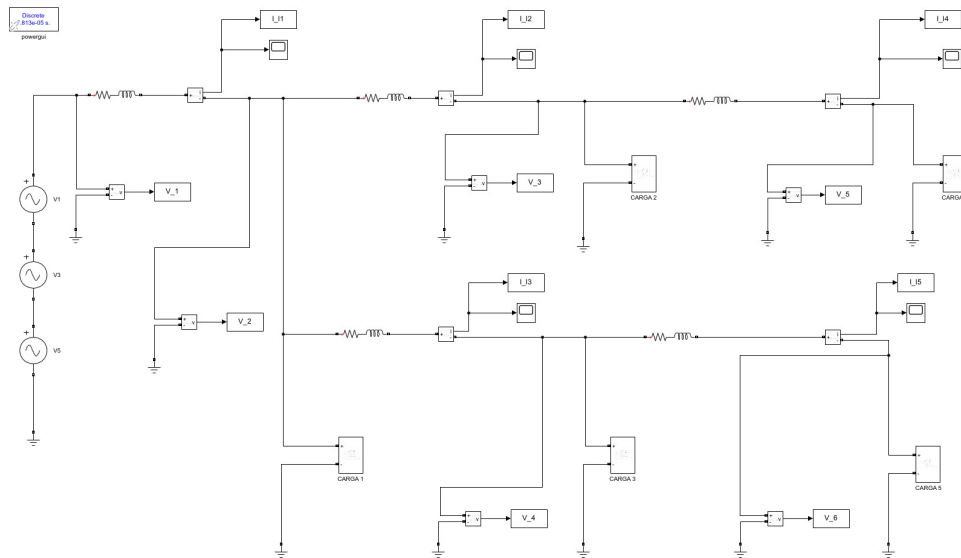
Tabla 11

Cargas implementadas en el sistema de 6 Barras

N° Barra	Tipo	Parámetro	Valor
2	2	Cdc [μF]	447,660
		Ltotal [mH]	24,768
		Rtotal [Ω]	1,867
		Pdc [W]	108,160
3	2	Cdc [μF]	398,550
		Ltotal [mH]	25,086
		Rtotal [Ω]	1,810
		Pdc [W]	42,199
4	2	Cdc [μF]	419,940
		Ltotal [mH]	25,151
		Rtotal [Ω]	1,857
		Pdc [W]	94,455
5	2	Cdc [μF]	398,550
		Ltotal [mH]	25,086
		Rtotal [Ω]	1,810
		Pdc [W]	42,199
6	2	Cdc [μF]	419,940
		Ltotal [mH]	25,151
		Rtotal [Ω]	1,857
		Pdc [W]	94,455

Para el presente sistema también se diseña una simulación en el dominio del tiempo como se muestra en la Figura 14, en la cual se conectan medidores en cada una de las barras y líneas del sistema, para obtener las medidas de tensiones y corriente respectivamente.

Figura 14
Simulación del sistema de 6 barras



Los resultados de distorsión armónica total de tensión y corriente estimados a través de los modelos en el dominio de la frecuencia y del modelo en el dominio del tiempo se observan en las Tablas 12 y 13, logrando resaltar que el algoritmo diseñado implementando el *NEM* y el modelo *HCAM* para el cálculo de la *THD-v* tienen un buen desempeño, ya que el error relativo se encuentra por el orden de $10^{-3} \%$, pero para el caso de la *THD-i* el modelo equivalente de Norton tiene un valor ligeramente superior respecto al modelo de matriz de admitancias, ya que el máximo error relativo de todas las líneas no supera el 2,34 %.

Además en la Tabla 14 se presentan las pérdidas de potencia en cada línea del sistema, obteniendo así resultados favorables de los modelos frecuenciales. Cabe resaltar que el error relativo presente en los modelos difiere bastante dependiendo de la línea que se desee analizar, pero *NEM* logra sobresalir ya que en el error en las tres quintas partes de las líneas es menor con respecto al error que se calcula implementado el modelo *HCAM* en el algoritmo diseñado.

Tabla 12*Resultados de THD-v en el sistema de 6 barras*

N° Barra	Distorsión Armónica Total de Tensión (THD-v) %			Error relativo %	
	Simulink	NEM	HCAM	Simulink-NEM	Simulink-HCAM
1	4,243	4,243	4,243	0	0
2	4,247	4,247	4,247	$1,264 \times 10^{-3}$	$3,042 \times 10^{-3}$
3	4,248	4,248	4,248	$3,197 \times 10^{-3}$	$1,521 \times 10^{-3}$
4	4,249	4,249	4,249	$1,177 \times 10^{-3}$	$5,561 \times 10^{-3}$
5	4,248	4,248	4,248	$4,167 \times 10^{-3}$	$0,759 \times 10^{-3}$
6	4,250	4,250	4,250	$1,133 \times 10^{-3}$	$6,828 \times 10^{-3}$

Tabla 13*Resultados de THD-i en el sistema de 6 barras*

N° línea	Distorsión Armónica Total de Corriente (THD-i) %			Error relativo %	
	Simulink	NEM	HCAM	Simulink-NEM	Simulink-HCAM
1	87,497	86,375	90,181	1,282	3,068
2	104,350	101,920	106,570	2,328	2,124
3	85,368	85,214	89,146	0,179	4,425
4	104,350	101,910	106,560	2,336	2,120
5	85,365	85,212	89,144	0,179	4,427

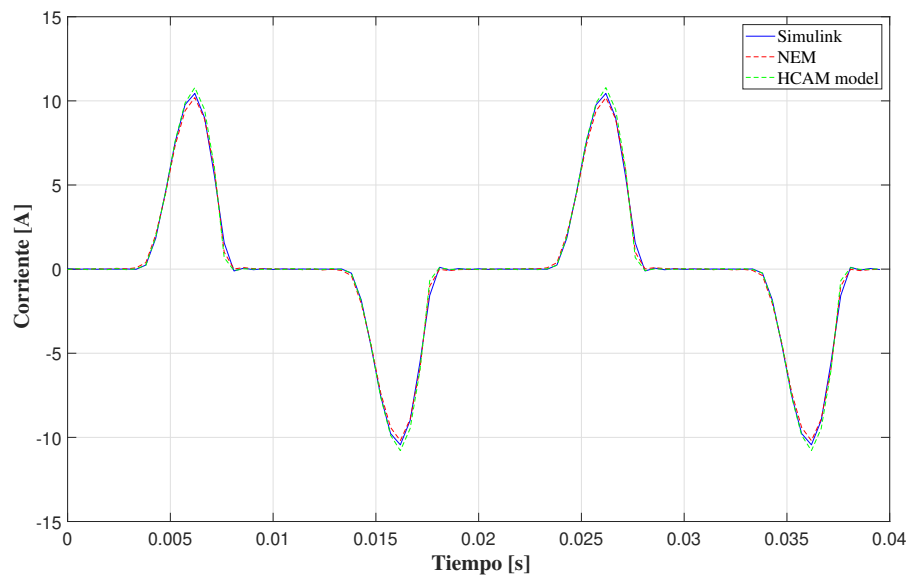
Tabla 14*Pérdidas de potencia en las líneas del sistema de 6 Barras*

N° línea	Pérdidas de potencia en las líneas [mW]			Error Relativo %	
	Simulink	NEM	HCAM	Simulink-NEM	Simulink-HCAM
1	144,880	139,890	153,030	3,442	5,630
2	9,117	7,482	8,197	17,936	10,098
3	34,225	34,464	37,810	0,699	10,475
4	2,279	1,870	2,049	17,941	10,096
5	8,555	8,612	9,453	0,705	10,483

Al igual que en el sistema de cuatro (4) barras, para este caso de análisis se realiza una reconstrucción de las señales de corriente que entrega la barra *Slack* tanto para la simulación realizada en *Simulink* como para los dos modelados implementados en el algoritmo, como se observa en la Figura 15. En ella se detalla que el perfil de la gráfica no es tan distorsionado debido a que se están simulando cargas del mismo tipo, igualmente la gran similitud que se aprecia entre el *NEM* y el modelo *HCAM* con respecto a el modelo en el dominio del tiempo es bastante favorable.

Figura 15

Señales de corrientes reconstruidas para el sistema de 6 barras



Asimismo en la Tabla 15 se evidencia los tiempos de convergencia para los modelos en el dominio de la frecuencia implementando el método y para el tiempo que tarda la simulación en ejecutarse, en donde se muestra el gran beneficio de implementar a *NEM* y el modelo *HCAM* para el análisis del sistema, ya que sus tiempos de convergencia son 64 veces menores con respecto al modelo en el dominio del tiempo.

Tabla 15

Tiempos de simulación o convergencia para el sistema de 6 barras

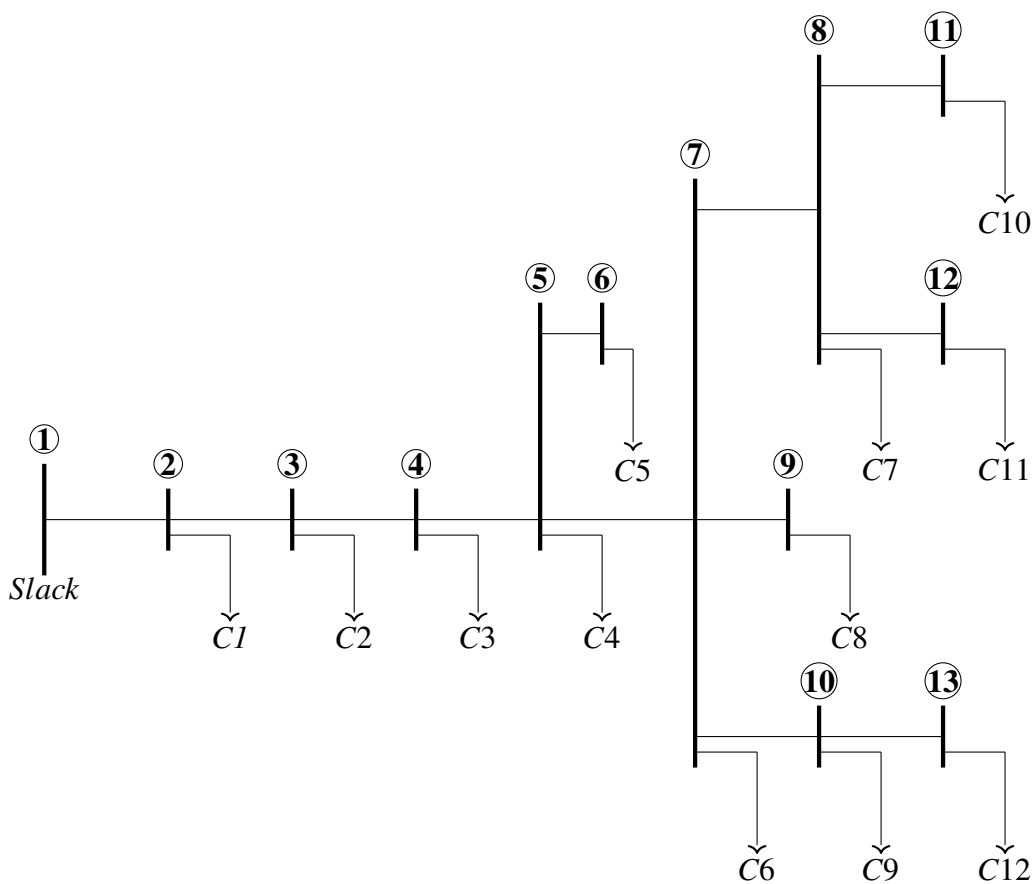
	Dominio del tiempo		Dominio de la frecuencia	
	Simulación	NEM	HCAM	
Tiempo de simulación o convergencia [ms]	2893,720	45,243	52,697	

4.3. Sistema de 13 barras

Por último, para analizar el comportamiento de un sistema complejo, se implementa una topología que involucra un total de trece (13) barras como se detalla en la Figura 16.

Figura 16

Sistema radial de 13 barras



Esta red se analiza con la finalidad de estudiar el algoritmo *Backward/Forward* en una red que integra varias bifurcaciones, este sistema consta de doce (12) líneas, con un número total de tres (3) bifurcaciones y doce (12) cargas en total.

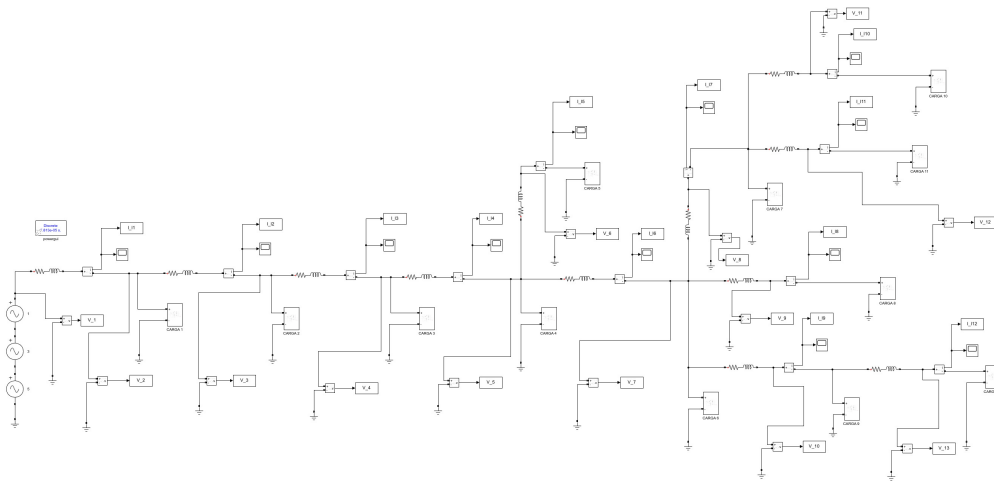
La Tabla 16 detalla el tipo de cargas conectadas, en donde se observa que predominan las cargas tipo 2 ya que se busca estudiar su comportamiento en sistemas radiales complejos, y además analizar el desempeño del algoritmo al implementar las cargas tipo 1 y 3, ya que tienen una potencia menor a los 15 Watts y normalmente tienen una gran distorsión armónica en corriente.

Tabla 16
Cargas implementadas en el sistema de 13 Barras

N ^o Barra	Tipo	Parámetro	Valor	N ^o Barra	Tipo	Parámetro	Valor
2	1	Cdc [μF]	2,754	3	3	Cdc [μF]	2,864
		Ltotal [mH]	0,600			Ltotal [mH]	0,601
		Rtotal [Ω]	10,503			Rtotal [Ω]	9,861
		Pdc [W]	11,144			Pdc [W]	10,208
4	1	Cdc [μF]	2,604	5	1	Cdc [μF]	2,680
		Ltotal [mH]	0,600			Ltotal [mH]	0,600
		Rtotal [Ω]	10,370			Rtotal [Ω]	9,964
		Pdc [W]	10,950			Pdc [W]	10,358
6	2	Cdc [μF]	433,090	7	3	Cdc [μF]	2,834
		Ltotal [mH]	25,216			Ltotal [mH]	0,507
		Rtotal [Ω]	1,738			Rtotal [Ω]	9,850
		Pdc [W]	101,640			Pdc [W]	10,192
8	3	Cdc [μF]	2,601	9	2	Cdc [μF]	447,640
		Ltotal [mH]	0,600			Ltotal [mH]	24,768
		Rtotal [Ω]	9,598			Rtotal [Ω]	1,867
		Pdc [W]	9,824			Pdc [W]	108,160
10	2	Cdc [μF]	398,550	11	2	Cdc [μF]	398,550
		Ltotal [mH]	25,086			Ltotal [mH]	25,086
		Rtotal [Ω]	1,810			Rtotal [Ω]	1,810
		Pdc [W]	42,199			Pdc [W]	42,199
12	2	Cdc [μF]	447,640	13	2	Cdc [μF]	395,550
		Ltotal [mH]	24,768			Ltotal [mH]	25,086
		Rtotal [Ω]	1,867			Rtotal [Ω]	1,810
		Pdc [W]	108,160			Pdc [W]	42,199

Como se ha venido implementado para los dos sistemas radiales anteriores, se realiza una simulación en el dominio del tiempo (Figura 17) para compararla con los modelados utilizados en el algoritmo. Se tomaron medidas de tensión y de corriente por medio de medidores conectados al sistema, destacando que los resultados obtenidos en la Tabla 17 de $THD-v$ para los dos modelados se muestran confiables, ya que al comparar los errores relativos son despreciables (orden de $10^{-3} \%$).

Figura 17
Simulación del sistema de 13 barras



Para el caso del $THD-i$, el modelo equivalente de Norton se sigue ajustando mejor respecto al modelo de matrices armónicamente acopladas, por lo cual se infiere de forma general que a medida que el sistema se vuelve más complejo el modelo de Norton es el más adecuado para caracterizar las cargas no lineales, y con la implementación del barrido *Backward/Forward* se convierte en un método con un buen desempeño para obtener los espectros armónicos de las corrientes y tensiones, y de esta forma estimar el flujo armónico y el nivel de distorsión presentes en un sistema distribución radial.

Tabla 17*Resultados de THD-v en el sistema de 13 barras*

N° Barra	Distorsión Armónica Total de Tensión (THD-v) %			Error relativo %	
	Simulink	NEM	HCAM	Simulink-NEM	Simulink-HCAM
1	4,243	4,243	4,243	0	0
2	4,246	4,246	4,245	$4,968 \times 10^{-3}$	$13,418 \times 10^{-3}$
3	4,249	4,249	4,248	$10,989 \times 10^{-3}$	$26,521 \times 10^{-3}$
4	4,254	4,253	4,252	$17,331 \times 10^{-3}$	$38,699 \times 10^{-3}$
5	4,258	4,257	4,256	$24,467 \times 10^{-3}$	$50,278 \times 10^{-3}$
6	4,259	4,258	4,257	$26,700 \times 10^{-3}$	$52,473 \times 10^{-3}$
7	4,261	4,259	4,259	$29,808 \times 10^{-3}$	$58,965 \times 10^{-3}$
8	4,263	4,261	4,260	$32,652 \times 10^{-3}$	$62,807 \times 10^{-3}$
9	4,263	4,261	4,260	$31,815 \times 10^{-3}$	$60,548 \times 10^{-3}$
10	4,261	4,259	4,259	$30,785 \times 10^{-3}$	$62,107 \times 10^{-3}$
11	4,263	4,261	4,260	$33,179 \times 10^{-3}$	$64,393 \times 10^{-3}$
12	4,264	4,263	4,262	$34,646 \times 10^{-3}$	$64,287 \times 10^{-3}$
13	4,261	4,259	4,259	$31,297 \times 10^{-3}$	$63,679 \times 10^{-3}$

Tabla 18*Resultados de THD-i en el sistema de 13 barras*

N° línea	Distorsión Armónica Total de Corriente (THD-i) %			Error relativo %	
	Simulink	NEM	HCAM	Simulink-NEM	Simulink-HCAM
1	74,405	73,601	77,188	1,080	3,740
2	76,436	75,421	79,053	1,328	3,423
3	78,457	77,324	81,011	1,445	3,255
4	80,543	79,261	83,003	1,593	3,054
5	83,302	83,345	87,379	0,051	4,894
6	82,758	80,994	84,778	2,131	2,442
7	80,461	79,037	82,781	1,769	2,884
8	82,214	82,228	86,260	0,017	4,922
9	103,880	101,240	106,290	2,541	2,134
10	103,880	101,260	106,290	2,523	2,322
11	82,186	82,218	86,254	0,039	4,950
12	103,880	101,220	106,280	2,556	2,312

Respecto a las pérdidas de potencia presentes en el sistema, las cuales se detallan en la Tabla 19, el *NEM* vuelve a ser más adecuado a la hora de caracterizar las cargas para la estimación de las pérdidas en las líneas por medio del barrido *Backward/Forward*. Cabe resaltar que al observar las líneas finales de la red, el modelo *HCAM* tiende a ser más preciso, esto se debe al tipo de carga conectada en las barras finales y que el algoritmo utilizado no es tan eficiente en estos puntos del sistema.

Tabla 19

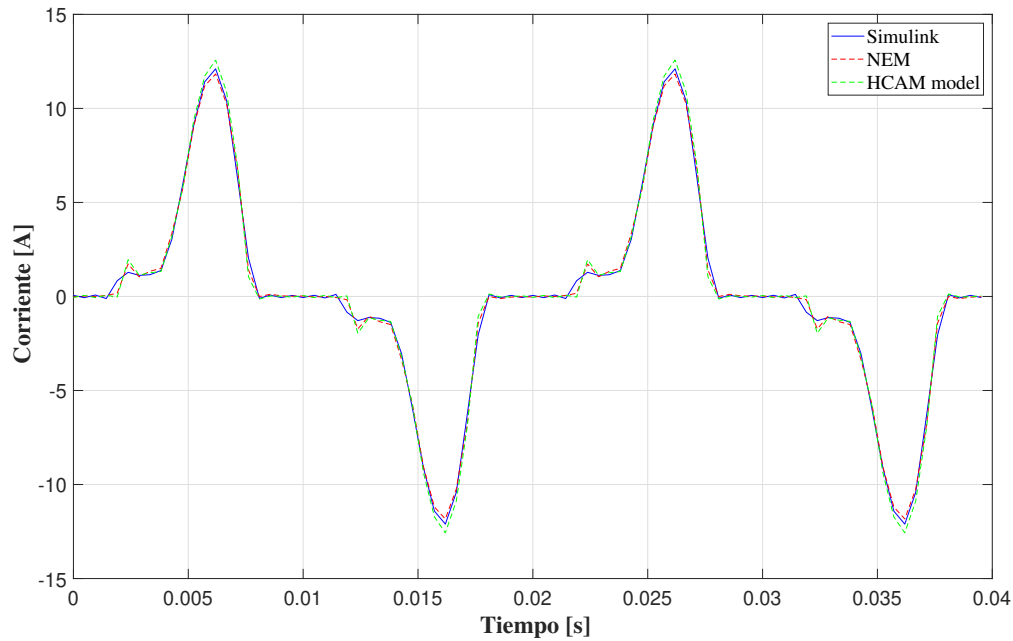
Pérdidas de potencia en las líneas del sistema de 13 Barras

N° línea	Pérdidas de potencia en las líneas [mW]			Error Relativo %	
	Simulink	NEM	HCAM	Simulink-NEM	Simulink-HCAM
1	204,190	200,020	218,330	2,039	6,928
2	202,160	197,550	215,840	2,282	6,764
3	200,440	195,230	213,520	2,603	6,522
4	198,790	193,110	211,420	2,858	6,355
5	9,579	9,829	10,825	2,615	13,008
6	120,430	114,730	125,630	4,737	4,319
7	22,574	22,022	24,117	2,444	6,837
8	10,634	11,055	12,187	3,959	14,599
9	9,042	7,412	8,189	17,964	9,427
10	2,260	1,855	2,047	17,938	9,413
11	10,629	11,054	12,186	3,999	14,656
12	2,260	1,854	2,047	17,978	9,417

Se realizan las reconstrucciones de las señales de corriente que entrega la barra *Slack* como se muestra en la Figura 18, en donde se percibe una similitud entre los modelados implementados en el algoritmo diseñado, con el modelo o simulación en el dominio de tiempo, ya que las tres formas de onda de las señales se solapan.

Figura 18

Señales de corrientes reconstruidas para el sistema de 13 barras



Por último, respecto a los tiempos de simulación y de convergencia expuestos en la Tabla 20, se enfatiza la alta favorabilidad que existe al usar modelos en el dominio de la frecuencia dentro del algoritmo, ya que a la hora de incrementar la complejidad y topología de la red, el tiempo de simulación del modelo en el dominio del tiempo se eleva de forma exponencial a comparación de los modelos en el dominio de la frecuencia, los cuales son inmediatos, ya que su tiempo de convergencia está en el orden de los milisegundos.

Tabla 20

Tiempos de simulación o convergencia para el sistema de 13 barras

	Dominio del tiempo		Dominio de la frecuencia	
	Simulación		NEM	HCAM
Tiempo de simulación o convergencia [ms]	5027,856		66,532	72,481

4.4. Desempeño del algoritmo diseñado

Para estimar el desempeño del algoritmo diseñado y de los dos modelos implementados basados en el álgebra matricial, se emplea un conjunto de 10 mil señales de tensión aleatorias, las cuales se denominan señales de desempeño. Estas señales se construyen de tal forma que cada una de ellas estuviera compuesta por un orden armónico máximo de $h = 11$, el cual involucra los primeros once armónicos impares incluyendo el fundamental, y donde cada uno de estos armónicos no debe superar los límites de distorsión armónica individual establecidos por la norma *UN 50160-2015*.

Posteriormente usando el barrido *Backward/forward* con el modelo *HCAM* y el *NEM*, y las simulaciones realizadas en el dominio del tiempo, se obtienen los espectros armónicos de corriente para cada línea presente en los tres sistemas radiales que se analizaron anteriormente ante cada una de las 10 mil variaciones de tensión, para el caso de las simulaciones se tomaron las medidas y se llevaron al dominio de la frecuencia.

4.4.1. Evaluación del error

Para la evaluación del error, se tienen en cuenta tres ecuaciones tomadas de [Malagón (2020)], con las cuales se calculan tres tipos de Error Medio Cuadrático (*Mean Squared Error - MSE*), estas ecuaciones son:

- MSE TOTAL

$$MSE [\%] = \frac{\sum_{k=1}^h |I_k - I_{Fk}|^2}{\sum_{k=1}^h |I_k|^2} \times 100 \% \quad (20)$$

- MSE Individual de Magnitud

$$MSE_k^m [\%] = \frac{[|I_k| - |I_{Fk}|]^2}{\sum_{k=1}^h |I_k|^2} \times 100\% \quad (21)$$

- MSE de desajuste Individual debido al error de Fase

$$MSE_k^{\Delta\Theta} [\%] = \frac{|I_k - I_{Fk}|^2 - [|I_k| - |I_{Fk}|]^2}{\sum_{k=1}^h |I_k|^2} \times 100\% \quad (22)$$

En donde I_k es la señal de cada línea del sistema obtenida a través de la medición realizada en la simulación, y la cual teniendo en cuenta el teorema de Parseval debe ser planteada como se muestra en la Ecuación (23).

$$I_k = \frac{I_{(sim)}^2}{2} \quad (23)$$

Y I_{Fk} es la señal de corriente de cada línea estimada con el barrido *Backward/forward* e implementando los dos modelados, y debe plantearse como se muestra en la Ecuación (24).

$$I_{Fk} = \frac{I_{(bar)}^2}{2} \quad (24)$$

4.4.2. Error de desempeño

El error de desempeño busca calcular la eficiencia del algoritmo diseñado, el cual está basado en álgebra matricial, ante simulaciones realizadas basadas en el modelo circuital equivalente de las cargas de tipo *SMPS*, el cual se describe en la Sección 3.4, estimando la respuesta en corriente

de cada línea ante cada variación de las señales de desempeño.

Para ello se utilizan las figuras de tipo *Box-Plot*, en donde se observan el *MSE* total, el de magnitud y el de ajuste debido al error de ángulo de fase. Estas figuras se dividen en 4 secciones (*Cuartiles*) que representan de manera ascendente los porcentajes de los datos de error:

- Error o valor Mínimo
- 25 % (1st Cuartil - Q1)
- 50 % (Mediana - Q2)
- 75 % (3rd Cuartil Q3)
- Error o valor Máximo

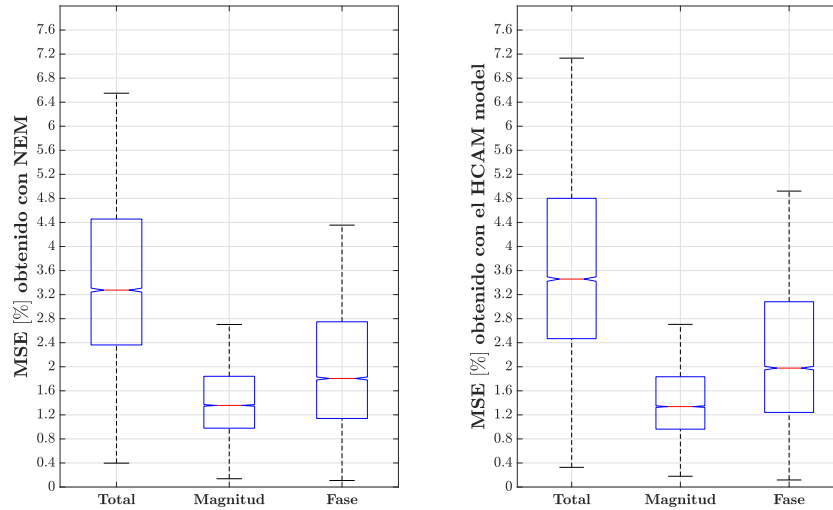
Para el análisis de los tipos de *MSE* anteriormente explicados en los tres sistemas radiales, se elaboran dos gráficas *Box-Plot* para cada uno de ellos, en donde se evidencian en las Figuras 19, 20 y 21 los casos favorable y el desfavorable de cada una de las redes. En estas figuras se resalta que los casos desfavorables se encuentran en las líneas más alejadas de la barra *Slack*, pero también se tiene en cuenta que el error influye de acuerdo al tipo de carga que esté conectada a las últimas barras del sistema y de la potencia que consume cada una de ellas, ya que se evidencia en la Tabla 25 (ver Anexo C) que a mayor potencia de consumo en las cargas el error es menor.

Además en las tablas que se encuentran en el Anexo C, se precisa que el valor máximo del *MSE* total en algunas líneas de los tres sistemas no supera el 7,13 %, asimismo el rango intercuartílico que se obtuvo en cada línea no supera el valor de 2,33 %, esto quiere decir que la dispersión

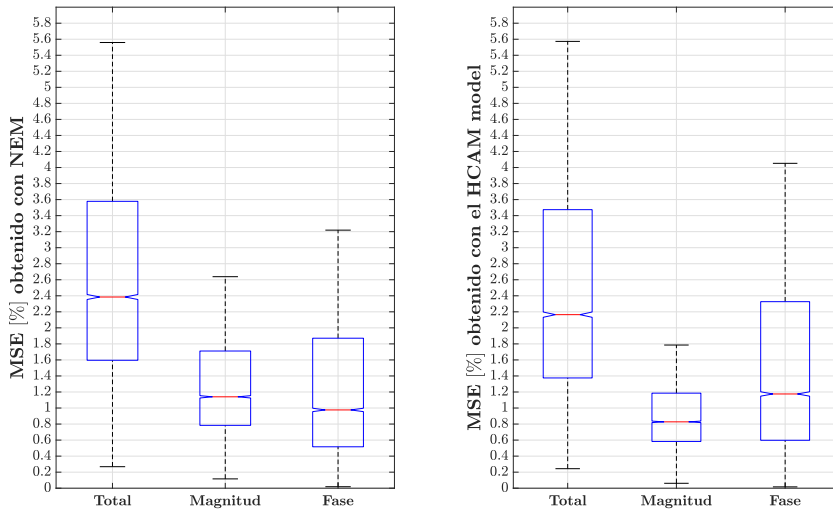
de los datos están cerca a el valor de la mediana, y que el 50% de los mismos están uniformemente distribuidos dentro de los cuartiles Q1 y Q3.

Figura 19

MSE % obtenidos en el sistema de 4 barras

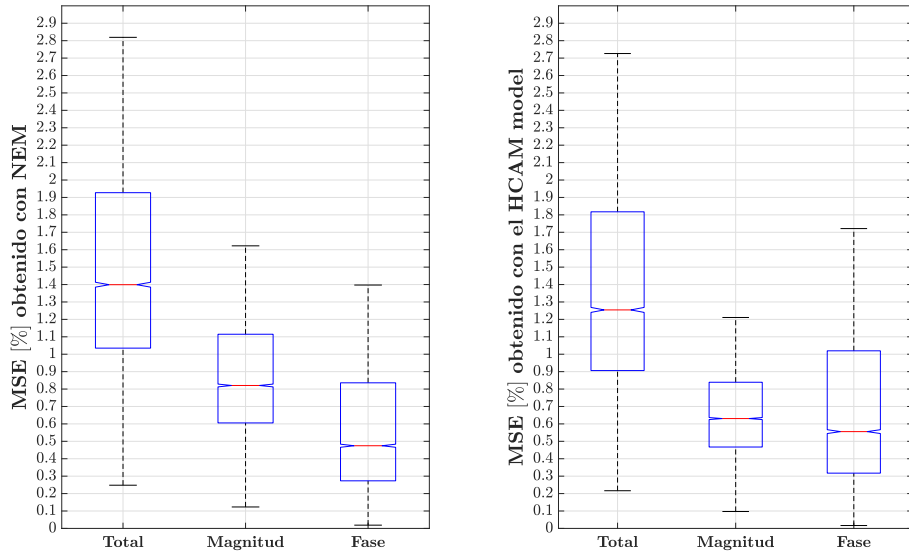


(a) *MSE % obtenidos en la línea 1*

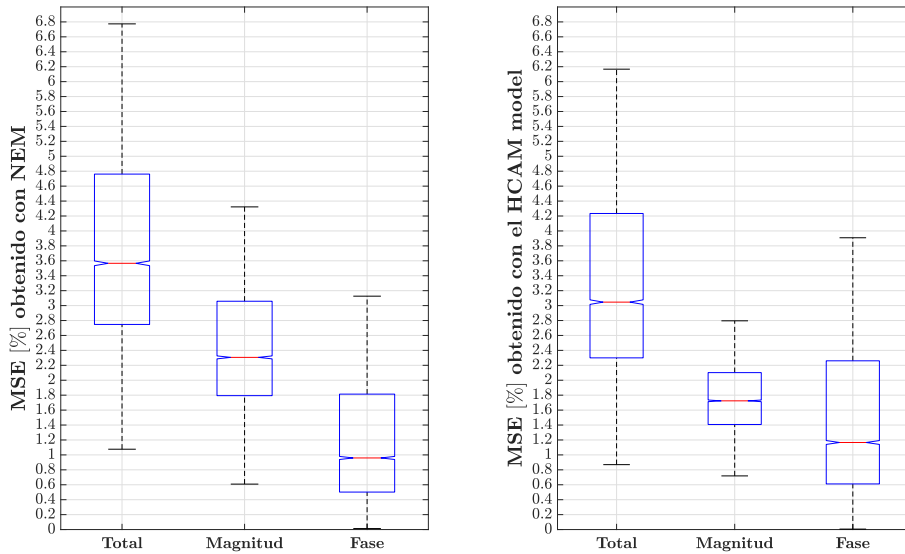


(b) *MSE % obtenidos en la línea 3*

Figura 20
MSE % obtenidos en el sistema de 6 barras



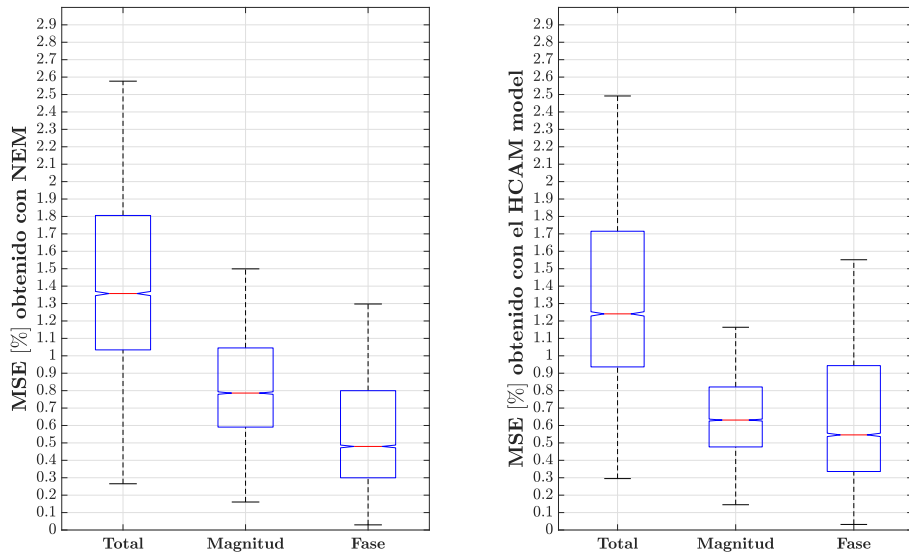
(a) *MSE % obtenidos en la línea 1*



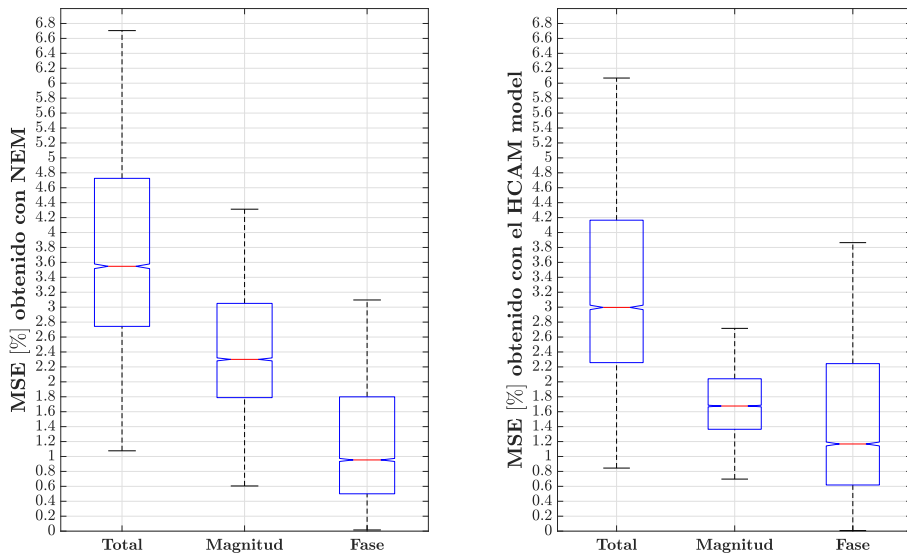
(b) *MSE % obtenidos en la línea 4*

Figura 21

MSE % obtenidos en el sistema de 13 barras



(a) *MSE % obtenidos en la línea 1*



(b) *MSE % obtenidos en la línea 12*

Por último, en la Tabla 21 se detallan los tiempos de convergencia o de simulación que tardaron los modelados implementados en el método diseñado o los modelos en el dominio de tiempo respectivamente, ante la variación de las señales de desempeño en los sistemas radiales de 3, 6 y 13 barras. En la tabla también se resalta la gran ventaja respecto a los tiempos computacionales que tienen los modelos en el dominio de la frecuencia implementando el algoritmo diseñado ante los modelos en el dominio del tiempo.

Tabla 21

Tiempo de simulación o convergencia para la variación de cada señal de desempeño

	Sistemas de análisis	Modelos en el dominio del tiempo	Modelo en el dominio de la frecuencia	
		Simulink [horas]	NEM [segundos]	HCAM [segundos]
Tiempo de simulación	4 Barras	8,230	44,571	47,568
	6 Barras	14,542	72,879	75,312
ó convergencia	13 Barras	30,540	157,404	172,956

5. Conclusiones

Las diferentes metodologías para la estimación del estado armónico en un sistema de distribución radial permiten realizar un análisis ante cambios de estado de operación, tales como, la conexión o desconexión de cargas no lineales, y/o variaciones en la tensión de alimentación. Para el diseño de un algoritmo que incluya estos análisis es necesario superar tres problemas: la optimización del método, la inclusión de modelos precisos para la caracterización de cargas, y el tiempo de simulación para encontrar la solución de las variables que se estén analizando.

Con la finalidad de superar estos problemas se diseña el barrido *Backward/Forward* modificado, que se implementa en tres sistemas de distribución radiales diferentes, y a partir de los

resultados obtenidos se resaltan las siguientes conclusiones:

- Se interpretan las tablas de distorsión armónica total, tanto de tensión como de corriente, y las pérdidas de potencia para los tres sistemas radiales analizados, destacando que la estimación del $THD-v$ que se obtiene a través del algoritmo implementando el modelo de matriz de admitancias armónicamente acopladas y el modelo equivalente de Norton, tienen un buen desempeño, ya que los errores relativos son menores al 0,1 % llegándolos a considerar despreciables. Para el caso de la $THD-i$ y de las pérdidas de potencia, se resalta que el NEM al implementarlo en el algoritmo tiene mejores resultados para sistemas más complejos como el de 13 barras, ya que en términos generales los errores relativos son mínimos en la mayoría de las líneas del sistema, se considera que en las líneas en donde el modelo $HCAM$ fue más eficiente, es debido al tipo de carga conectada a las últimas barras de los sistemas, y a la cantidad de potencia que consume cada una de ellas.
- En las gráficas de corriente reconstruidas de los tres sistemas, se detalla el solapamiento de las tres señales obtenidas tanto con el algoritmo diseñado implementando los modelados, y las simulaciones realizadas, lo cual indica un buen desempeño del algoritmo al estimar el espectro armónico de corriente presente en la primera línea de cada sistema, además se pudo destacar que esta corriente en los sistemas de 4 y 13 barras presenta alta distorsión armónica respecto al de 6 barras, evidenciando una alta proliferación de cargas tipo 1 y 3.
- El método diseñado de barrido *Backward/Forward* tiene un buen desempeño, ya que al realizar 10 mil variaciones en la tensión de la barra *Slack* para los tres sistemas, y estimando las

corrientes de cada línea ante cada variación para así compararlas con las corrientes obtenidas en la simulación, el error medio cuadrático total en la mayoría de las señales no supera el 2,33 %, resaltando que en algunas señales llega hasta el 7 %. Además, los tiempos de convergencia al implementar el algoritmo para cada sistema son más rápidos en comparación de las simulaciones realizadas en el programa *Simulink*, ya que al utilizar los modelados en el método para el caso del sistema radial de 13 barras tardan aproximadamente 173 segundos, y el modelo en el dominio del tiempo tarda un total de 30 horas.

6. Recomendaciones

Se deja abierta la posibilidad de avanzar este trabajo de grado, enfocándolo hacia un análisis de flujo armónico en sistemas de distribución trifásicos desbalanceados con topología radial, así como la ejecución de los modelos utilizados y del modelo tensorial para la caracterización de las cargas no lineales.

También se considera el diseño de un algoritmo que involucre la implementación de un método mejor que el barrido *Backward/Forward*, como lo puede ser un método basado en la teoría de grafos.

Por último, uno de los avances más importantes que se proyecta, es el análisis de cargas de mayor potencia, y que sean de tipo lineal y no lineal, además que existan múltiples cargas conectadas en cada una de las barras de un sistema de media tensión de 13,8 o 34,5 kV.

Referencias Bibliográficas

- Almeida, C. F. M. and Kagan, N. (2010). Harmonic coupled norton equivalent model for modeling harmonic-producing loads. In *Proceedings of 14th International Conference on Harmonics and Quality of Power - ICHQP 2010*, pages 1–9.
- Amini, M., Jalilian, A., and Pour Behbahani, M. R. (2019). Fast network reconfiguration in harmonic polluted distribution network based on developed backward/forward sweep harmonic load flow. *Electric Power Systems Research*, 168:295–304.
- Arabsalmanabadi, B., Javadi, A., and Al-Haddad, K. (2017). Harmonic power flow in unbalanced and polluted radial distribution systems. In *2017 IEEE International Conference on Industrial Technology (ICIT)*, pages 1504–1509. IEEE.
- Archundia-Aranda, I. and Mota-Palomino, R. (2010). Harmonic load flow method for radial distribution networks. In *Proceedings of 14th International Conference on Harmonics and Quality of Power - ICHQP 2010*, pages 1–5.
- Djokic, S. Z. and Collin, A. J. (2014). Cancellation and attenuation of harmonics in low voltage networks. In *2014 16th International Conference on Harmonics and Quality of Power (ICHQP)*, pages 137–141.
- Lin, W.-M., Zhan, T.-S., and Tsay, M.-T. (2004). Multiple-frequency three-phase load flow for harmonic analysis. *IEEE Transactions on Power Systems*, 19(2):897–904.

- Malagon-Carvajal, G., Bello-Pena, J., Ordonez-Plata, G., and Duarte, C. (2016). A comparison between circuit-based and harmonic-current-source models for compact fluorescent lamps. In *2016 17th International Conference on Harmonics and Quality of Power (ICHQP)*, pages 379–385.
- Malagón, G. (2020). Métodos de modelado y simulación para la estimación de la distorsión de cargas basadas en fuentes conmutadas considerando variaciones de la tensión de alimentación. In *Tesis doctoral*, volume 200, pages 137–141. Repositorio UIS.
- Nassif, A., Yong, J., and Xu, W. (2010). Measurement-based approach for constructing harmonic models of electronic home appliances. *IET generation, transmission & distribution*, 4(3):363–375.
- Ouali, S. and Cherkaoui, A. (2020). An improved backward/forward sweep power flow method based on a new network information organization for radial distribution systems. *Journal of electrical and Computer Engineering*, 2020.
- Rendón, G., Ruiz, R. A., Manso, A., and Carlos, J. (2005). Análisis de sistemas de distribución radiales bajo condiciones de polución armónica. *Revista de Ingeniería*.
- Rupa, J. M. and Ganesh, S. (2014). Power flow analysis for radial distribution system using backward/forward sweep method. *International Journal of Electrical, Computer, Electronics and Communication Engineering*, 8(10):1540–1544.
- Satish, R., Vaisakh, K., Abdelaziz, A. Y., and El-Shahat, A. (2021). A novel three-phase harmonic

power flow algorithm for unbalanced radial distribution networks with the presence of d-statcom devices. *Electronics*, 10(21):2663.

Sereeter, B., Vuik, K., and Witteveen, C. (2017). Newton power flow methods for unbalanced three-phase distribution networks. *Energies*, 10(10):1658.

Suchite-Remolino, A., Ruiz-Paredes, H. F., and Torres-García, V. (2020). A new approach for pv nodes using an efficient backward/forward sweep power flow technique. *IEEE Latin America Transactions*, 18(06):992–999.

Tagore, Ashutosh Kumar y Gupta, A. R. (2017). Análisis de flujo de carga armónica del sistema de distribución radial en presencia de generación distribuida. In *2017 Conferencia internacional sobre alimentación y control de accionamiento integrado (ICPEDC)*, pages 147–151.

Taheri, R., Khajezadeh, A., Rezaeian Koochi, M., and Anari, A. (2019). Line independency-based network modelling for backward/forward load flow analysis of electrical power distribution systems. *Turkish Journal of Electrical Engineering & Computer Sciences*.

Teng, J.-H. and Chang, C.-Y. (2007). Backward/forward sweep-based harmonic analysis method for distribution systems. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 22(3):1665–1672.

Thongkrajay, U, Poolsawat, N, Ratniyomchai, T, and Kulworawanichpong, T. (2006). Alternative newton-raphson power flow calculation in unbalanced three-phase power distribution systems. In *5th WSEAS International Conference on Applications of Electrical Engineering*, pages 24–29. Citeseer.

- Variz, A., Pereira, J., Jr, S., and Gomes Barbosa, P. (2006). Three-phase harmonic power flow using the current injection method. *IEEE International Conference on Harmonics and Power Quality*.
- Yang, N.-C. and Le, M.-D. (2016). Loop frame of reference based harmonic power flow for unbalanced radial distribution systems. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 77:128–135.
- Yong, J., Chen, L., Nassif, A. B., and Xu, W. (2009). A frequency-domain harmonic model for compact fluorescent lamps. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 25(2):1182–1189.
- Zhang, H., Li, Y., Ai, J., and Huang, W. (2021). Harmonic power flow calculation method based on general model of harmonic source. In *The 10th Renewable Power Generation Conference (RPG 2021)*, volume 2021, pages 232–238. IET.

Apéndices

Apéndice A. Organización matricial de la información

Para almacenar la información recolectada en el método de barrido en frecuencia se construyen matrices que almacenen todos los datos en el dominio de la frecuencia, es por ello que, se crean dos matrices que contengan la información de la tensión de alimentación y de la respuesta de corriente de la carga en la que se implementó el barrido. La matriz $[V]$ que se detalla en la Ecuación (A.1) y que contiene los fasores de tensión, tiene dimensiones de $((n \times n) \times (p \times o))$ donde p y o son los valores máximos de las variaciones en magnitud $k = 1, 2, 3, \dots, p$ y en ángulo de fase $j = 1, 2, 3, \dots, o$, y n es el orden armónico impar máximo que se desee analizar.

Cada señal de tensión está compuesta por una cantidad de armónicos impares h para $v = 1, 3, 5, \dots, h$ y un total de n posiciones (*filas*) en la matriz, y cada señal nueva $s = 1, 2, 3, \dots, h$ que es originada por la combinación del valor fundamental de tensión y un nuevo armónico impar v es organizada inmediatamente después de cada variación y en la misma columna.

Para cada elemento $V_{v_s}^{kj}$ de la matriz $[V]$, las señales $s = 2n - 1$ son producidas por las variaciones de tensión k y ángulo de fase j , donde cada elemento debe ser organizado columna a columna, y para los elementos para cada armónico impar v en cada señal de tensión s se organizan fila a fila.

En el caso de la matriz de corriente $[I]$, los elementos $I_{\mu_s}^{kj}$ para cada armónico $\mu = 1, 3, 5, \dots, h$ y para cada variación posible s , son organizados fila a fila; y cada señal nueva de corriente s causada por una tensión de alimentación distorsionada debe ser almacenada inmediatamente después

de la matriz $[V]$, es una matriz totalmente llena, y esto se debe a que la corriente tiene respuesta en todo el espectro armónico a comparación de la tensión, la cual solo posee dos componentes armónicas en el espectro por cada variación realizada.

$$\begin{aligned}
 [I] = & \begin{bmatrix}
 \begin{bmatrix} I_{1_1}^{11} \\ I_{3_1}^{11} \\ \vdots \\ I_{\mu_1}^{11} \\ \vdots \\ I_{h_1}^{11} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} I_{1_1}^{12} \\ I_{3_1}^{12} \\ \vdots \\ I_{\mu_1}^{12} \\ \vdots \\ I_{h_1}^{12} \end{bmatrix} & \dots & \begin{bmatrix} I_{1_1}^{1j} \\ I_{3_1}^{1j} \\ \vdots \\ I_{\mu_1}^{1j} \\ \vdots \\ I_{h_1}^{1j} \end{bmatrix} & \dots & \begin{bmatrix} I_{1_1}^{k1} \\ I_{3_1}^{k1} \\ \vdots \\ I_{\mu_1}^{k1} \\ \vdots \\ I_{h_1}^{k1} \end{bmatrix} & \dots & \begin{bmatrix} I_{1_1}^{kj} \\ I_{3_1}^{kj} \\ \vdots \\ I_{\mu_1}^{kj} \\ \vdots \\ I_{h_1}^{kj} \end{bmatrix} & \dots & \begin{bmatrix} I_{1_1}^{po} \\ I_{3_1}^{po} \\ \vdots \\ I_{\mu_1}^{po} \\ \vdots \\ I_{h_1}^{po} \end{bmatrix} \\
 \begin{bmatrix} I_{1_s}^{11} \\ I_{3_s}^{11} \\ \vdots \\ I_{\mu_s}^{11} \\ \vdots \\ I_{h_s}^{11} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} I_{1_s}^{12} \\ I_{3_s}^{12} \\ \vdots \\ I_{\mu_s}^{12} \\ \vdots \\ I_{h_s}^{12} \end{bmatrix} & \dots & \begin{bmatrix} I_{1_s}^{1j} \\ I_{3_s}^{1j} \\ \vdots \\ I_{\mu_s}^{1j} \\ \vdots \\ I_{h_s}^{1j} \end{bmatrix} & \dots & \begin{bmatrix} I_{1_s}^{k1} \\ I_{3_s}^{k1} \\ \vdots \\ I_{\mu_s}^{k1} \\ \vdots \\ I_{h_s}^{k1} \end{bmatrix} & \dots & \begin{bmatrix} I_{1_s}^{kj} \\ I_{3_s}^{kj} \\ \vdots \\ I_{\mu_s}^{kj} \\ \vdots \\ I_{h_s}^{kj} \end{bmatrix} & \dots & \begin{bmatrix} I_{1_s}^{po} \\ I_{3_s}^{po} \\ \vdots \\ I_{\mu_s}^{po} \\ \vdots \\ I_{h_s}^{po} \end{bmatrix} \\
 \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \dots & \vdots & \dots & \vdots & \dots & \vdots \\
 \begin{bmatrix} I_{1_h}^{11} \\ I_{3_h}^{11} \\ \vdots \\ I_{\mu_h}^{11} \\ \vdots \\ I_{h_h}^{11} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} I_{1_h}^{12} \\ I_{3_h}^{12} \\ \vdots \\ I_{\mu_h}^{12} \\ \vdots \\ I_{h_h}^{12} \end{bmatrix} & \dots & \begin{bmatrix} I_{1_h}^{1j} \\ I_{3_h}^{1j} \\ \vdots \\ I_{\mu_h}^{1j} \\ \vdots \\ I_{h_h}^{1j} \end{bmatrix} & \dots & \begin{bmatrix} I_{1_h}^{k1} \\ I_{3_h}^{k1} \\ \vdots \\ I_{\mu_h}^{k1} \\ \vdots \\ I_{h_h}^{k1} \end{bmatrix} & \dots & \begin{bmatrix} I_{1_h}^{kj} \\ I_{3_h}^{kj} \\ \vdots \\ I_{\mu_h}^{kj} \\ \vdots \\ I_{h_h}^{kj} \end{bmatrix} & \dots & \begin{bmatrix} I_{1_h}^{po} \\ I_{3_h}^{po} \\ \vdots \\ I_{\mu_h}^{po} \\ \vdots \\ I_{h_h}^{po} \end{bmatrix}
 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{A.2}$$

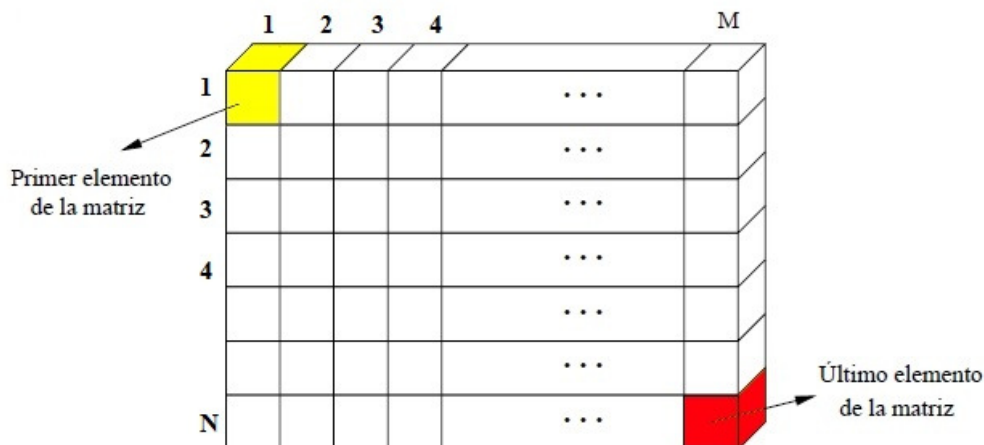
Apéndice B. Arreglo matricial Multidimensional

Un arreglo matricial multidimensional o hipermatriz, son matrices que están compuestas por tres o más dimensiones, lo cual quiere decir que existe un conjunto de matrices o capas de igual tamaño en donde cada una va superpuesta a la anterior.

Las matrices normales o matrices bidimensionales ($N \times M$) son vectores distribuidos en forma rectangular, ya sean por filas o columnas, para construir una matriz en *MATLAB*, se definen vectores fila y ordenándolos de arriba hacia abajo hasta la última fila, logrando definir la primera y última posición de la matriz (1,1) y (N,M) respectivamente, lo anterior se observa de forma gráfica en la Figura (22).

Figura 22

Representación gráfica de una matriz bidimensional



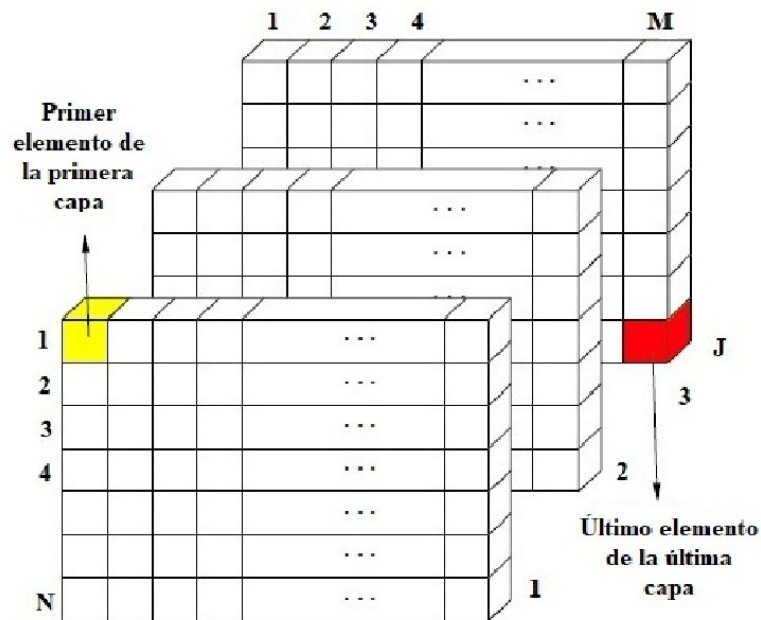
Nota: Tomado del sitio web <https://paginadec.webcindario.com/old/arreglos-casificacion.html>

Teniendo claro el concepto de como implementar una matriz, la construcción de una hipermatriz de tres o más dimensiones debe estar definida como $N \times M \times J$, donde N y M corresponden al número de filas y columnas respectivamente de cada capa de la hipermatriz, y J define la can-

tividad de capas que existen dentro de ella, como se detalla en la Figura 23. Este tipo de arreglo matricial tiene como ventaja la posibilidad de representar una gran cantidad de información de forma ordenada en un solo conjunto.

Figura 23

Representación gráfica de una hipermatriz



Nota: Tomado del sitio web <https://paginadec.webcindario.com/old/arreglos-casificacion.html>

Apéndice C. Tablas de MSE obtenidas en la validación del método diseñado

A continuación, se exponen las tablas de los MSE obtenidos en el proceso de la validación del algoritmo diseñado, para cada uno de los tres sistemas radiales que son analizados, detallando los errores mínimos y máximos, los tres cuartiles ($Q1$, $Q2$ y $Q3$), y el índice inter-cuartil.

Tabla 22

MSE totales de desempeño obtenidos en el sistema radial de 4 barras, NEM

N° línea	Tipo de Error	Mínimo	Q1	Q2	Q3	Máximo	IQR
1	MSE Total	0,397	2,362	3,275	4,456	6,549	2,094
	MSE Magnitud	0,137	0,978	1,343	1,841	2,703	0,862
	MSE Fase	0,108	1,140	1,779	2,748	4,355	1,608
2	MSE Total	0,332	1,551	2,224	3,181	4,811	1,630
	MSE Magnitud	0,126	0,725	1,023	1,478	2,221	0,749
	MSE Fase	0,046	0,591	0,993	1,754	2,913	1,163
3	MSE Total	0,268	1,595	2,284	3,578	5,559	1,982
	MSE Magnitud	0,116	0,783	1,139	1,711	2,638	0,927
	MSE Fase	0,018	0,516	0,976	1,870	3,218	1,354

Tabla 23

MSE totales de desempeño obtenidos en el sistema radial de 4 barras, modelo HCAM

N° línea	Tipo de Error	Mínimo	Q1	Q2	Q3	Máximo	IQR
1	MSE Total	0,327	2,467	3,458	4,801	7,1321	2,333
	MSE Magnitud	0,179	0,962	1,337	1,834	2,705	0,875
	MSE Fase	0,117	1,240	1,977	3,081	4,921	1,840
1	MSE Total	0,217	1,447	2,124	3,221	4,965	1,744
	MSE Magnitud	0,119	0,628	0,853	1,165	1,701	0,537
	MSE Fase	0,064	0,668	1,141	2,110	3,557	1,447
1	MSE Total	0,243	1,375	2,164	3,474	5,573	2,099
	MSE Magnitud	0,061	0,583	0,827	1,185	1,785	0,602
	MSE Fase	0,016	0,597	1,175	2,326	4,052	1,729

Tabla 24*MSE totales de desempeño obtenidos en el sistema radial de 6 barras, NEM*

N° línea	Tipo de Error	Mínimo	Q1	Q2	Q3	Máximo	IQR
1	MSE Total	0,248	1,035	1,339	1,927	2,819	0,892
	MSE Magnitud	0,123	0,605	0,820	1,114	1,622	0,509
	MSE Fase	0,018	0,273	0,474	0,835	1,397	0,562
2	MSE Total	1,076	2,748	3,566	4,761	6,773	2,013
	MSE Magnitud	0,609	1,793	2,306	3,058	4,322	1,264
	MSE Fase	0,014	0,502	0,959	1,814	3,126	1,318
3	MSE Total	0,256	0,978	1,291	1,740	2,507	0,768
	MSE Magnitud	0,089	0,513	0,692	0,921	1,327	0,407
	MSE Fase	0,012	0,308	0,519	0,868	1,428	0,560
4	MSE Total	1,076	2,747	3,566	4,761	6,773	2,013
	MSE Magnitud	0,608	1,793	2,306	3,058	4,322	1,264
	MSE Fase	0,013	0,502	0,959	1,814	3,126	1,312
5	MSE Total	0,256	0,971	1,291	1,740	2,509	0,769
	MSE Magnitud	0,089	0,513	0,692	0,921	1,328	0,407
	MSE Fase	0,012	0,308	0,518	0,867	1,425	0,559

Tabla 25*MSE totales de desempeño obtenidos en el sistema radial de 6 barras, modelo HCAM*

N° línea	Tipo de Error	Mínimo	Q1	Q2	Q3	Máximo	IQR
1	MSE Total	0,206	0,906	1,254	1,817	2,726	0,911
	MSE Magnitud	0,086	0,467	0,630	0,839	1,210	0,371
	MSE Fase	0,016	0,317	0,555	1,019	1,721	0,702
2	MSE Total	0,869	2,300	3,047	4,232	6,165	1,932
	MSE Magnitud	0,593	1,408	1,724	2,109	2,797	0,694
	MSE Fase	0,006	0,611	1,166	2,259	3,906	1,648
3	MSE Total	0,222	0,987	1,354	1,909	2,831	0,922
	MSE Magnitud	0,084	0,466	0,633	0,860	1,253	0,393
	MSE Fase	0,028	0,386	0,637	1,075	1,764	0,689
4	MSE Total	0,869	2,299	3,046	4,233	6,166	1,934
	MSE Magnitud	0,593	1,407	1,724	2,102	2,796	0,694
	MSE Fase	0,006	0,611	1,166	2,260	3,908	1,649
5	MSE Total	0,221	0,987	1,354	1,910	2,832	0,922
	MSE Magnitud	0,084	0,466	0,633	0,860	1,253	0,393
	MSE Fase	0,028	0,385	0,637	1,075	1,765	0,609

Tabla 26*MSE totales de desempeño obtenidos en el sistema radial de 13 barras, NEM*

N° línea	Tipo de Error	Mínimo	Q1	Q2	Q3	Máximo	IQR
1	MSE Total	0,265	1,034	1,357	1,805	2,576	0,771
	MSE Magnitud	0,133	0,590	0,786	1,045	1,499	0,454
	MSE Fase	0,029	0,299	0,479	0,799	1,297	0,500
2	MSE Total	0,246	0,983	1,305	1,766	2,548	0,783
	MSE Magnitud	0,134	0,576	0,771	1,035	1,494	0,459
	MSE Fase	0,017	0,266	0,437	0,760	1,255	0,494
3	MSE Total	0,244	0,959	1,290	1,755	2,550	0,796
	MSE Magnitud	0,140	0,572	0,769	1,040	1,509	0,468
	MSE Fase	0,016	0,246	0,413	0,742	1,237	0,498
4	MSE Total	0,240	0,943	1,281	1,762	2,580	0,818
	MSE Magnitud	0,132	0,567	0,768	1,047	1,528	0,480
	MSE Fase	0,017	0,234	0,403	0,740	1,246	0,506
5	MSE Total	0,251	0,903	1,201	1,612	2,321	0,709
	MSE Magnitud	0,093	0,461	0,622	0,826	1,181	0,365
	MSE Fase	0,017	0,311	0,505	0,826	1,340	0,514
6	MSE Total	0,284	1,021	1,401	1,942	2,861	0,920
	MSE Magnitud	0,112	0,327	0,852	1,174	1,721	0,547
	MSE Fase	0,023	0,241	0,423	0,795	1,348	0,554
7	MSE Total	0,231	0,915	1,244	1,720	2,525	0,805
	MSE Magnitud	0,117	0,541	0,738	1,011	1,481	0,470
	MSE Fase	0,014	0,323	0,399	0,729	1,225	0,496
8	MSE Total	0,241	0,845	1,130	1,522	2,198	0,676
	MSE Magnitud	0,100	0,423	0,574	0,762	1,102	0,339
	MSE Fase	0,021	0,306	0,488	0,791	1,276	0,485
9	MSE Total	1,076	2,742	3,547	4,725	6,705	1,983
	MSE Magnitud	0,657	1,787	2,299	3,048	4,309	1,261
	MSE Fase	0,015	0,500	0,954	1,800	3,099	1,299
10	MSE Total	1,074	2,739	3,545	4,720	6,699	1,980
	MSE Magnitud	0,606	1,785	2,297	3,045	4,306	1,260
	MSE Fase	0,016	0,501	0,955	1,799	3,096	1,297
11	MSE Total	0,242	0,845	1,131	1,523	2,200	0,677
	MSE Magnitud	0,100	0,422	0,574	0,762	1,101	0,339
	MSE Fase	0,021	0,307	0,489	0,793	1,278	0,485
12	MSE Total	1,076	2,748	3,547	4,725	6,704	1,982
	MSE Magnitud	0,605	1,788	2,300	3,050	4,312	1,264
	MSE Fase	0,015	0,500	0,953	1,799	3,096	1,298

Tabla 27*MSE totales de desempeño obtenidos en el sistema radial de 13 barras, modelo HCAM*

N° línea	Tipo de Error	Mínimo	Q1	Q2	Q3	Máximo	IQR
1	MSE Total	0,295	0,936	1,240	1,715	2,491	0,778
	MSE Magnitud	0,145	0,476	0,631	0,821	1,163	0,344
	MSE Fase	0,013	0,335	0,546	0,943	1,551	0,607
2	MSE Total	0,235	0,873	1,173	1,660	2,446	0,787
	MSE Magnitud	0,130	0,453	0,606	0,796	1,139	0,343
	MSE Fase	0,014	0,297	0,497	0,907	1,517	0,610
3	MSE Total	0,232	0,838	1,139	1,644	2,450	0,805
	MSE Magnitud	0,110	0,441	0,594	0,787	1,132	0,345
	MSE Fase	0,012	0,276	0,473	0,896	1,515	0,616
4	MSE Total	0,209	0,812	1,123	1,639	2,465	0,826
	MSE Magnitud	0,089	0,430	0,583	0,777	1,123	0,347
	MSE Fase	0,012	0,263	0,466	0,898	1,530	0,634
5	MSE Total	0,247	0,975	1,333	1,861	2,745	0,885
	MSE Magnitud	0,081	0,450	0,619	0,854	1,258	0,404
	MSE Fase	0,025	0,390	0,628	1,030	1,669	0,640
6	MSE Total	0,212	0,835	1,171	1,731	2,626	0,896
	MSE Magnitud	0,077	0,443	0,606	0,810	1,177	0,367
	MSE Fase	0,011	0,265	0,489	0,978	1,675	0,705
7	MSE Total	0,198	0,789	1,095	1,606	2,422	0,816
	MSE Magnitud	0,082	0,411	0,561	0,753	1,095	0,342
	MSE Fase	0,011	0,262	0,463	0,884	1,505	0,622
8	MSE Total	0,220	0,946	1,297	1,810	2,674	0,864
	MSE Magnitud	0,078	0,435	0,607	0,848	1,261	0,413
	MSE Fase	0,020	0,383	0,608	0,983	1,581	0,600
9	MSE Total	0,845	2,258	2,998	4,167	6,074	1,909
	MSE Magnitud	0,558	1,365	1,677	2,042	2,718	0,677
	MSE Fase	0,008	0,618	1,168	2,245	3,869	1,627
10	MSE Total	0,844	2,258	2,998	4,166	6,074	1,908
	MSE Magnitud	0,558	1,365	1,677	2,041	2,715	0,676
	MSE Fase	0,008	0,619	1,169	2,245	3,872	1,627
11	MSE Total	0,220	0,948	1,301	1,815	2,680	0,868
	MSE Magnitud	0,078	0,436	0,609	0,851	1,265	0,415
	MSE Fase	0,021	0,384	0,610	0,986	1,587	0,602
12	MSE Total	0,885	2,257	2,997	4,165	6,069	1,908
	MSE Magnitud	0,558	1,364	1,676	2,041	2,716	0,677
	MSE Fase	0,008	0,618	1,168	2,244	3,865	1,626

Apéndice D. Informe de los códigos de programación del Trabajo de Grado

Este apéndice contiene la descripción general de los códigos de programación hechos en el programa *Matlab*, los cuales fueron implementados en el desarrollo del trabajo de grado:

- I. Anexo 1: Contiene la información de la conexión de todas las líneas de distribución presentes en el sistema, indicando la barra de inicio y la barra de llegada de cada una de ellas.
- II. Anexo 2: Archivo de *Matlab* que permite la definición de los parámetros del Modelo Equivalente de Norton (*NEM*) para caracterizar cada una de las cargas no lineales presentes en el sistema radial.
- III. Anexo 3: Archivo de *Matlab* que permite la definición de los parámetros del modelo de matriz de admitancias armónicamente acopladas (*HCAM*) para caracterizar cada una de las cargas no lineales presentes en el sistema radial.
- IV. Anexo 4: Contiene el archivo de *Matlab* del método diseñado utilizando el Modelo Equivalente de Norton para la caracterización de las cargas no lineales, para la obtención de los espectros armónicos de tensión en cada una de las barras, y los espectros armónicos de corriente en cada una de las líneas de distribución del sistema radial.
- V. Anexo 5: Contiene el archivo de *Matlab* del método diseñado utilizando el modelo de matriz de admitancias armónicamente acopladas para la caracterización de las cargas no lineales, para la obtención de los espectros armónicos de tensión en cada una de las barras, y los espectros armónicos de corriente en cada una de las líneas de distribución del sistema radial.