

**EL JUEGO EN EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO NUMÉRICO
EN ESTUDIANTES DE SÉPTIMO GRADO**

**MARCELA JAIMES MUÑOZ
YOLVI ADRIANA CÓRDOBA BUITRAGO**

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS
ESCUELA DE MATEMÁTICAS
BUCARAMANGA**

2008

**EL JUEGO EN EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO NUMÉRICO EN
ESTUDIANTES DE SÉPTIMO GRADO**

**MARCELA JAIMES MUÑOZ
YOLVI ADRIANA CÓRDOBA BUITRAGO**

Trabajo para optar al título de
Especialistas en Educación Matemática

Profesora Directora
MARTHA VITALIA CORREDOR MONTAGUT
Doctora Ingeniera de Telecomunicación

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS
ESCUELA DE MATEMÁTICAS
BUCARAMANGA
2008**

Dedicatoria

A Dios, Nuestro Padre Creador, quien con su bondad y la fuerza del Espíritu Santo nos permitió iniciar y culminar este trabajo para gloria de Él y gloria nuestra.

A mi MADRE quien con su apoyo y confianza siempre creyó en mí y me motivó a iniciar y culminar una meta más en mi vida profesional.

A mi hijo CARLOS ALBERTO quien es mi motor para seguir alcanzando metas y triunfos.

Yolvi A. Córdoba Buitrago

A mi MADRE por su amor, amistad, confianza y apoyo incondicional.

A mis ángeles, mi hermano y mi padre, quienes sin importar el frío de sus ausencias, siguen siendo el calor que abriga mi corazón, dos hermosos recuerdos y las fuentes de donde emanan mis fuerzas para continuar soñando y luchando... Para ellos también es este logro –porque el amor trasciende lo terrenal–.

Marcela Jaimes Muñoz

Agradecimientos

Las autoras expresan sus agradecimientos a:

A los estudiantes Daniela, Martín, Andrés, Jairo, Rafael, Fabián y Andrés Fernando por su colaboración y entrega en las actividades propuestas; Eduardo y Julio por su responsabilidad y apoyo en la experiencia con los medios audiovisuales; a la Rectora de Instituto San José de La Salle, Victoria Santos Rueda, por su colaboración y confianza.

A nuestra orientadora, Martha Vitalia, por la confianza depositada en nosotras, por sus aportes, colaboración y dedicación que fueron valiosos para la realización y culminación de este trabajo; a los profesores de la Especialización en Educación Matemática por contribuir a nuestra formación personal y profesional. A la profesora Sonia por las orientaciones dadas para pulir este trabajo.

Al los integrantes del Grupo de Educación Matemática (EDUMAT-UIS) por ayudar a mi formación personal y profesional; al Semillero Matemático por las experiencias vividas y su apoyo a lo largo de mi vida profesional. Al profesor Jorge Fiallo por las oportunidades brindadas y apoyo recibido. Al Club Matemático Euler y a sus integrantes, Claudia, Jorge y Michael, por su amistad, paciencia y apoyo incondicional.

Al profesor Gabriel Yáñez por su amistad y sus aportes acertados que fueron motivación y de gran ayuda en la culminación de este trabajo. Al profesor Carlos Zuluaga por su disposición y ayuda desinteresada, enriqueciendo nuestro saber.

A mis amigos y compañeros con quienes he compartido muy gratos momentos de mi vida. A mis familiares de quienes he recibido una palabra de aliento en los instantes que las he necesitado. A Fabiola por su apoyo, colaboración y cariño recibido.

...Y a todos aquellos que de una u otra forma nos ayudaron a alcanzar esta meta. Por ello muchas gracias.

Tabla de contenidos

	Pág.
Presentación	9
CAPITULO 1	
FUNDAMENTOS TEÓRICOS	12
1.1 EL JUEGO Y SUS FUNDAMENTOS	14
1.1.1 Bases Psicológicas	17
1.1.2 Bases Pedagógicas	34
1.2 LA MATEMÁTICA Y EL JUEGO	48
1.2.1 La Educación Matemática	51
1.2.2 Pensamiento Numérico y Sistemas Numéricos	58
CAPÍTULO 2	
LOS JUEGOS EN CLASE DE MATEMÁTICAS: LA PROPUESTA	64
2.1 DERROTERO DE LA PROPUESTA	68
2.1.1 La Prueba Diagnóstica	69
2.2 EL MATERIAL DIDÁCTICO: LOS JUEGOS	93
2.2.1 Juego de Bases	94
2.2.2 Juego de la Oca	95
2.2.3 Laberinto	99
2.2.4 Carrera de Observación	100
2.2.5 Juegos de Mesa	101
CAPÍTULO 3	
VISUALIZANDO EL JUEGO COMO ESCENARIO DE APRENDIZAJE	104
3.1 LA EXPERIENCIA DEL JUEGO EN EL PENSAMIENTO MATEMÁTICO	105
3.2 PRUEBA DE SALIDA	127
CONCLUSIONES	137
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	140
ANEXOS	143

Resumen

TÍTULO: EL JUEGO EN EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO NUMÉRICO EN ESTUDIANTES DE SÉPTIMO GRADO*

AUTORAS: JAIMES MUÑOZ, Marcela; CÓRDOBA BUITRAGO Yolvi Adriana**

PALABRAS CLAVES

Juegos – Aprendizaje – Operatoria – Desarrollo – Pensamiento – Numérico – Resolución – Problemas.

Esta investigación tuvo como objetivo “elaborar una propuesta de trabajo en el aula basada en el uso de juegos, que permita favorecer el desarrollo del pensamiento numérico en los estudiantes de séptimo grado”. A través de este trabajo pretendimos responder la pregunta: **¿Qué tener en cuenta en la aplicación de los juegos en el aula para favorecer el desarrollo del pensamiento numérico en los estudiantes de séptimo grado?**

La población estudiantil con la que se trabajó pertenece al Instituto San José de La Salle de Bucaramanga. Con ellos vivenciamos unos talleres basados en juegos donde su esencia tiene una fundamentación teórica como se expuso en el capítulo 1, pero también una concepción práctica actuante y concreta que se observa en el capítulo 2 y 3.

Se pudo apreciar el juego como estrategia de aprendizaje para el desarrollo del pensamiento matemático, es decir, se pretendió reforzar potencialidades intelectuales, sensitivas, afectivas, físicas del estudiante, de forma integral y armoniosa. Y para ello la herramienta principal consistió en el estímulo de su propia acción, colocándole en situaciones que fomenten el ejercicio de aquellas actividades que los motiven, los animen a implicarse y permitan el desarrollo de las actitudes básicas más características, que se puedan transmitir desde el interior de las clases para comprender las operaciones básicas en el conjunto de los números enteros.

*Trabajo de grado

**Facultad de Ciencias — Escuela de Matemáticas — Especialización en Educación Matemática — Directora: CORREDOR MONTAGUT, Martha Vitalia.

Summary

TITLE: GAME IN THE DEVELOPMENT OF THE NUMERIC THOUGHT IN STUDENTS OF SEVENTH GRADE*

AUTHORS JAIMES MUÑOZ, Marcela; CÓRDOBA BUITRAGO Yolvi Adriana**

KEY WORDS: Game. Learning. Operative. Develop. Thought. Numeric. Resolution. Problems.

This investigation had as objective to "elaborate a work proposal in the classroom based on the use of games that allows to favor the development of the numeric thought in the students of seventh grade." Through this work we sought to respond the question: **What do we have to keep in mind in the application of games in the classroom to favor the development of the numeric thought in the students of seventh grade?**

The student population in which we worked, belongs to Instituto San José de la Salle from Bucaramanga. With them, we developed some workshops based on games where their essence has a theoretical foundation as it was exposed in the chapter 1, but also a practical acting and concrete conception that can be seen in the chapter 2 and 3.

Game could be appreciated as a learning strategy for the development of the mathematical thought, that is to say, it was sought to reinforce intellectual, sensitive, affective, and physical potentialities of the student in an integral and harmonious way. And to get it, the main tool consisted on the stimulus of their own action, placing them in situations that foment the exercise of those activities that motivate and encourage them to be implied, and allow the development of the basic and outstanding characteristic attitudes that can be transmitted from the inner of the classes to understand the basic operations in the group of the whole numbers.

*Thesis

**Science Faculty — Mathematics School — Specialization in Mathematical Education — Director: CORREDOR MONTAGUT, Martha Vitalia.

Presentación

Los roles de quien enseña y de quien aprende han cambiado notablemente durante los últimos años, lo cual implica que los actores de los procesos de enseñanza y aprendizaje también deben comprometerse con el cambio. Entre los años 1901 y 1925 el profesor decía y los alumnos escuchaban, en la época de 1926 a 1950, el maestro explicaba y el estudiante entendía, entre 1950 y 1991, el docente demostraba y el discente aprendía. Después de 1991, el educador construye conocimiento junto al educando y este aprende significativamente y estamos en proceso de convertir al educador en mediador, cuyo propósito es transformar al educando en líder transformacional y competente en la sociedad puesto que se busca la formación de un profesional integral con valores y principios.

Dados los retos que pueden percibirse hoy para la educación, según lo dicho arriba, los docentes necesitan transformarse para que sus educandos también lo hagan, y esto se logra desde el interior de las clases, a partir de la motivación del maestro por generar cambio y de la mejora continua en la aplicación de estrategias metodológicas que contribuyan a cumplir con las metas actuales de la educación en relación con el enseñar a aprender, a vivir, a ser, a emprender y a convivir, esto es *“formar al ser humano en la madurez de sus procesos, para que construya el conocimiento y transforme su realidad socio-cultural, resolviendo problemas desde la innovación educativa”*¹.

Este trabajo nace de nuestra preocupación por utilizar una metodología diferente que posibilite a los estudiantes disfrutar su clase de matemática y el aprendizaje no solo contenido, sino de competencias que les permitan desenvolverse en su vida diaria. El trabajo se plantea aprovechando el conocimiento y la experiencia de las autoras en el campo de la matemática

¹ IAFRANCESCO, Giovanni. Pedagogía transformadora. Nuevos fundamentos para la transformación.

recreativa dentro de grupos de investigación² o en el desarrollo de actividades en las instituciones en las cuales han laborado.

Dada la inquietud del uso de principios y conceptos de la matemática recreativa y visualizando problemas de aprendizaje que tienen los estudiantes en el tema sobre “Operatoria de números enteros y aplicación mediante resolución de problemas”, se plantea la pregunta que orienta este trabajo: **¿Qué tener en cuenta en la aplicación de los juegos en el aula para favorecer el desarrollo del pensamiento numérico en los estudiantes de séptimo?** De la pregunta se deriva el objetivo general el cual es: “Elaborar una propuesta de trabajo en el aula basada en el uso de juegos que permita favorecer el desarrollo del pensamiento numérico en los estudiantes de séptimo grado”. Se puede apreciar que se plantea el juego como estrategia de aprendizaje para el desarrollo del pensamiento matemático, es decir, se pretende reforzar potencialidades intelectuales, sensitivas, afectivas, físicas del estudiante, de forma integral y armoniosa. Y para ello la herramienta principal consistirá en el estímulo de su propia acción, colocándole en situaciones que fomenten el ejercicio de aquellas actividades que los motiven, los animen a implicarse y permitan el desarrollo de las actitudes básicas más características, que se puedan transmitir desde el interior de las clases. La población estudiantil con la que se trabajó pertenece al Instituto San José de La Salle.

Como actividades preliminares de la Investigación, se hizo una prueba diagnóstica, con el propósito de observar los presaberes, “a estos jóvenes ya se les había explicado el tema a trabajar de la forma tradicional”. Se analizaron los resultados para escoger a los estudiantes de más bajo nivel para trabajar con ellos (siete en total). Además, como un hecho importante, se contó con el aval de la rectora del colegio y los padres de familia de los seleccionados para la actividad.

Posteriormente, se diseñaron los juegos y las actividades a realizar con éstos, que les permitieron a los estudiantes, ir construyendo el concepto de las operaciones y enfrentarse a situaciones que fácilmente se les presentan en la vida cotidiana. Esto hizo que los estudiantes nuevamente tuvieran contacto con las operaciones de una forma diferente, divertida y con muchas

²EDUMAT, grupo de Investigación en Educación Matemática de la Universidad Industrial de Santander.

posibilidades de comprender los conceptos. El trabajo se realizó en la jornada contraria a la que normalmente asisten los estudiantes, durante la cual se les presentaba un juego con sus respectivas actividades, se desarrollaban éstas y se hacía la respectiva autoevaluación para observar y, posteriormente, analizar el avance conceptual y la actitud del alumno en cada sesión.

Además, se realizaron grabaciones y se tomaron fotografías para capturar las interpretaciones y los aportes presentados en la actividad a favor del desarrollo de pensamiento numérico. Una vez aplicados los juegos y realizadas las respectivas actividades, se analizaron los datos recolectados durante cada sesión, para observar, cómo identificaban las características del conjunto numérico, construían o reconstruían el concepto de número entero, comprendían las operaciones y las aplicaban a situaciones de la vida diaria. Es importante destacar la detección del incremento de la motivación, el interés, la atención de parte de los estudiantes participantes en la experiencia.

Finalmente, se hizo una prueba de salida, de dos formas, una de la forma tradicional, y otra con actividades de matemática recreativa, con situaciones problemáticas, con el fin de observar si realmente los alumnos habían logrado hacer la trasposición de lo concreto a lo simbólico y habían alcanzado parte del objetivo deseado. Así, el documento está organizado en tres capítulos, el primero presenta algunos trabajos de insignes matemáticos que muestran la importancia del juego en el estudio de esta ciencia. El capítulo 2 expone y profundiza en los aspectos teóricos sobre los cuales se sustenta este proyecto en cuanto a teorías del juego y autores, relación de matemática y juego, pensamiento matemático, pensamiento numérico, delimitando así los objetivos de esta investigación. En el capítulo 3 se describen los juegos utilizados en la experiencia, la relación de actividades para la implementación de la propuesta y el análisis sobre cómo este proceso aportó a enriquecer el proceso de aprendizaje, donde los estudiantes aparte de jugar y divertirse se acercaron al concepto de número entero y comprendieron las operaciones que pueden realizarse con éstos. En la parte final presentamos las conclusiones relevantes y unas sugerencias o recomendaciones para futuros trabajos.

CAPITULO 1

FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Antecedentes

“La historia antigua no ha sido inclinada a preservar sino los elementos solemnes de la actividad científica, pero uno no puede menos de sospechar que muchas de las profundas cavilaciones de los pitagóricos, por ejemplo, alrededor de los números, tuvieron lugar jugando con configuraciones diferentes que formaban con las piedras. *El llamado problema bovino, de Arquímedes*, álgebra hecha con procedimientos rudimentarios, tiene cierto sabor lúdico, así como otras muchas de sus creaciones matemáticas originales. Euclides fue, al parecer, no solo el primer gran pedagogo que supo utilizar en una obra perdida llamada *Pseudaria* (Libro de Engaños) el gran valor didáctico en matemática de la sorpresa producida por la falencia y la aporía.

En la edad media *Leonardo de Pisa* (ca. 1170-ca. 1250), mejor conocido hoy y entonces como Fibonacci, cultivó una matemática numérica con sabor a juego con la que, gracias a las técnicas aprendidas de los árabes, asombró poderosamente a sus contemporáneos hasta el punto de ser proclamado oficialmente por el emperador Federico II como *Stupor Mundi*.³

En la edad moderna *Gerónimo Cardano* (1501-1576), el mejor matemático de su tiempo, escribió el *Liber de ludo aleae*⁴, un libro sobre juegos de azar, con el que se anticipó en más de un siglo a Pascal y Fermat en el tratamiento matemático de la probabilidad. En su tiempo, como inspirados en este espíritu lúdico, los duelos medievales a base de lanza y escudo dieron paso a los duelos intelectuales consistentes en resolver ecuaciones algebraicas cada vez más difíciles, con la participación masiva, y más o menos deportiva, de la población estudiantil, de Cardano mismo y otros contendientes famosos como Tartaglia y Ferrari.

A propósito de lo anterior, el famoso problema del Caballero de Meré, consistente en saber cómo deben ser las apuestas de dos jugadores que, habiendo de alcanzar n puntos con sus dados, uno ha obtenido p y el otro q puntos en una primera jugada, fue propuesto por Antoine Gombaud, Caballero de Meré (1610-1685) a Pascal (1623-1662). De la correspondencia entre éste y Fermat (1601-1665) a propósito del problema surgió la moderna teoría de la probabilidad.

Leibniz (1646-1716) fue un gran promotor de la actividad lúdica intelectual: “Nunca son los hombres más ingeniosos que en la invención de los juegos...Sería deseable que se hiciese un curso entero de juegos, tratados matemáticamente”, escribía en una carta en 1715. Y en particular comenta en otra carta en 1716

³ Asombro del mundo

⁴ Libro de los Juegos de Azar

EL JUEGO EN EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO NUMÉRICO EN ESTUDIANTES DE SÉPTIMO GRADO

lo mucho que le agrada el ya entonces popular solitario de la cruz, y lo interesante que le resulta jugarlo al revés.

En 1735, Euler (1707-1783), oyó hablar del problema de los siete puentes de Königsberg, sobre la posibilidad de organizar un paseo que cruzase todos y cada uno de los puentes una sola vez (camino euleriano). Su solución constituyó el comienzo de una nueva rama de la matemática, la teoría de grafos y con ella de la topología en general. También el espíritu matemático de la época de Euler participaba fuertemente del ánimo competitivo de la época de Cardano. *Johann Bernoulli* (1667-1748) lanza el problema de la braquistócrona como un reto a los mejores matemáticos de su tiempo. En este duelo participaron con ardor nada menos que Jakob Bernoulli (creador, precisamente con su solución al problema, del cálculo de variaciones) Leibniz, Newton y Huygens.

Se cuenta que *Hamilton* (1805-1865) solo recibió dinero directamente por una de sus publicaciones y ésta consistió precisamente en un juego matemático que comercializó con el nombre de *Viaje por el Mundo*. Se trataba de efectuar por todos los vértices de un dodecaedro regular, que representaban las ciudades de ese mundo, un viaje que no repitiese visitas a ciudades circulando por los bordes del dodecaedro y volviendo al punto de partida (camino hamiltoniano). Esto ha dado lugar a un problema interesante en teoría de grafos que admiten un camino hamiltoniano.

Los biógrafos de *Gauss* (1777-1855) cuentan que el *Princeps Mathematicorum* era un gran aficionado a jugar cartas y que cada día anotaba cuidadosamente las manos que recibía para analizarlas después estadísticamente.

Hilbert (1862-1943) uno de los grandes matemáticos de nuestro tiempo es responsable del teorema que tiene que ver con los juegos de disección: dos polígonos de la misma área admiten disecciones en el mismo número de triángulos iguales.

Finalmente, Jon Von Neumann (1903-1957), otro de los matemáticos más importantes de nuestro siglo, escribió Oskar Morgenstern en 1944 un libro titulado Teoría de Juegos y Conducta Económica. En él se analizan los juegos de estrategia donde aparece en particular el teorema de minimax, pieza fundamental para los desarrollos matemáticos sobre el comportamiento económico” (De Guzmán, 1984).

Con la anterior reseña histórica de los juegos en Matemáticas a través de la historia damos inicio a este documento que presentará en este apartado, en relación con la teoría del juego, los fundamentos psicológicos y pedagógicos que hacen del juego una herramienta para la enseñanza y se señalan sus beneficios para cualificar la acción de nuestro quehacer como maestros.

En cuanto al uso del juego como herramienta para el aprendizaje de la matemática, se expone las tres principales teorías de aprendizaje que enmarcan la propuesta y los principios de la Educación Matemática, donde se muestra la teoría en didáctica y pedagogía relacionada con el uso del juego, como estrategia para potenciar el pensamiento numérico en los estudiantes de séptimo grado y facilitar, a estudiantes de séptimo grado con bajo nivel académico, el aprendizaje de las operaciones básicas con números enteros.

Finalmente, se expone un marco teórico del pensamiento numérico, que es lo que específicamente se aborda en la propuesta, profundizando en el conjunto de los números enteros con sus propiedades y aplicaciones.

Invitamos a los lectores para iniciar este recorrido por un conocimiento aportado por personajes que en la historia de la psicología, la pedagogía, la didáctica y la matemática han contribuido de una u otra manera para que “el juego”, como herramienta de aprendizaje, tenga sentido y contribuya a que la experiencia propuesta en esta monografía logre el propósito de potenciar y desarrollar el pensamiento numérico en estudiantes de séptimo grado.

1.1 EL JUEGO Y SUS FUNDAMENTOS

Para ninguno es un secreto que nuestra vida es un constante juego donde le apostamos a encontrar la felicidad y en algunas oportunidades ganamos y otras perdemos, sin embargo, la escuela no educa para esto, la mayoría de las veces se limita a llenar las cabezas de los estudiantes de conocimiento sin importar el desenvolvimiento de éstos como personas y ciudadanos en diferentes situaciones de la vida.

La diferencia entre la vida y la escuela es que en la primera no nos podemos equivocar porque las consecuencias son graves y relevantes, mientras que en la escuela tenemos la oportunidad de contribuir a formar seres íntegros y realizados, ofreciendo experiencias de formación que les permitan cometer errores y aprender de ellos, sacar adelante proyectos colectivos, construir conceptos, resolver problemas, tomar decisiones, crear, innovar, buscar salida a situaciones complicadas, asumir retos, compartir con los otros, autoexigirse y autocorregirse en caso de presentar dificultades, siempre apostándole a conseguir las metas planteadas, para lo que es necesario seleccionar las mejores estrategias de enseñanza y aprendizaje, entre las cuales podemos señalar el juego.

DEFINICIÓN DE JUEGO

El Diccionario de la Real Academia Española señala el juego como *un ejercicio recreativo sometido a reglas, y en el cual se gana o se pierde*. Esta definición se ajusta para lo que se quiere fundamentar de acuerdo con la edad en que se aplicó la experiencia.

Sin embargo, es necesario tener en cuenta el concepto de juego desde varios puntos de vista ya que “el concepto de juego es amplio y a menudo ambiguo, sin embargo es absolutamente universal, plural, heterogéneo, flexible y necesario” (Gutiérrez, 2004); para sesgar el concepto contamos con las siguientes definiciones teniendo en cuenta que etimológicamente *juego* procede del latín “locum” (broma, diversión) y “ludus”, lúdica que es el acto de jugar.

Petrovski (citado por Elkonin, 1985) encuentra algunas diferencias del concepto de juegos entre diferentes pueblos. Dice que para los griegos la locución “juego” significaba las acciones propias de los niños; entre los hebreos, la palabra “juego” correspondía al concepto de broma y risa; entre los romanos “ludo” significaba alegría, jolgorio; entre los germanos la antigua palabra “spilan” significaba placer.

Posteriormente, la palabra juego empezó a significar en todas estas lenguas un grupo numeroso de acciones humanas que no requieren un trabajo arduo y proporcionan alegría y satisfacción. Veamos definiciones de los autores más representativos:

Tabla 1: Definiciones de juego de autores representativos

RUSSEL A (1970)	El juego es una actividad generadora de placer que no se realiza con una finalidad exterior a ella sino por sí misma
J. BRUNER (1986)	El juego ofrece al niño la oportunidad inicial y más importante de atreverse a pensar, a hablar y quizás incluso a ser el mismo.
JACQUIN, GUY (1958)	El juego es una actividad espontánea y desinteresada, que exige una regla libremente escogida que cumplir o un obstáculo deliberadamente puesto que vencer.
HUIZINGA (1972)	El juego en su aspecto formal, es una acción libre ejecutada y sentida como situada fuera de la vida corriente, pero que a pesar de todo, puede absorber por completo al jugador, sin que haya en ella ningún interés material ni se

EL JUEGO EN EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO NUMÉRICO
EN ESTUDIANTES DE SÉPTIMO GRADO

	obtenga en ella provecho alguno, se ejecuta dentro de un determinado tiempo y un determinado espacio, se desarrolla en un orden sometido a reglas y da origen asociaciones que tienden a rodearse de misterio o a disfrazarse para destacarse del mundo real.
BÜHLER, K	El juego es una actividad dotada de placer funcional, mantenida por él o en aras de él independientemente de lo que haga y de la relación de finalidad que tenga.
SPENCER, H (1983)	El juego es una actividad que realizan los seres vivos superiores sin un fin aparentemente utilitario, como medio para eliminar su exceso de energía.
ELKONIN, D. B. (1985)	Variedad de práctica social consistente en reproducir en acción, en parte o en su totalidad, cualquier fenómeno de la vida al margen de su propósito real.
ORTEGA, R.	Es la actividad propia del niño, donde construye su personalidad, mezcla aspectos fundamentales para su desarrollo, pues no solo le permite satisfacer sus necesidades vitales de acción y expresión, sino puede percibir sutilmente los rasgos de su entorno social. Los juegos adquieren un valor formativo, mediante ellos se aprovecha el gran deseo de aprender de los niños y se transmiten nuevos conocimientos, actitudes y habilidades o se desarrollan los ya existentes.
CHATEU, (1973)	Por el juego comienza el pensamiento propiamente humano, en el juego contemplamos, proyectamos, construimos. Esta fuente puede parecer en su origen muy poco abundante y muy pobre, pero es, sin embargo, por el juego que resume por doquiera la humanidad y es por el juego que la humanidad se desarrolla.
DEBESSA, M.	“El estudio del juego nos ofrece uno de los mejores observatorios desde el cual podemos lograr una visión de conjunto de la infancia. El juego permite percibir todo el niño a la vez en su vida afectiva, motriz, social o moral. Yo diría que el juego, como el lenguaje, aunque en otra forma, nos informa sobre las sucesivas estructuras mentales del niño. Se le puede considerar como uno de los estudios guías de la psicogenética”.
CLAPARÉDE	El juego es el trabajo, es el bien, es el deber, es el ideal de la vida, un niño que no sabe jugar, es un “pequeño viejo”, será un adulto que no sabrá pensar.
DIENNES Z.	Como una actividad libre; se juega porque se encuentra gusto en ello, se puede abandonar en cualquier momento, es una actividad superflua que produce placer, no es una tarea, no es necesidad física ni deber moral. El juego nos hace escapar de la vida corriente, es un “como si...”, oscila entre “en broma” y “en serio”, se cambia en cosa seria y lo serio en juego, tiene sus propias reglas, establecidas por los participantes.

Después de indagar en los diferentes pensamientos, nos damos cuenta que “el juego” es toda actividad natural, aprendida y formada intuitivamente, es agradable, proporciona placer, felicidad en un momento y sitio determinados, que permite al individuo mostrarse tal como es, reafirmando su personalidad, autoestima y de acuerdo al propósito con que se utiliza, se logra evolucionar en diferentes campos como lo psicológico, afectivo, social, biológico, educativo y tecnológico. Así, el interés de este trabajo es el uso educativo del juego como estrategia de

aprendizaje, razón por la cual se abordan las teorías que desde lo psicológico sustentan su uso como estrategia didáctica.

1.1.1 Bases Psicológicas

Tendremos en cuenta las teorías biológicas, teorías psico-afectivas, teorías cognitivas, teorías evolutivas, teorías funcionalistas y naturalistas con el fin de determinar el fundamento psicológico del juego.

Teorías Biológicas del Juego. Se desarrollaron durante la primera mitad del siglo XX, consideraban el juego como una liberación psicobiológica de energía vital para restablecer el equilibrio del organismo. Se basan en la condición instintiva que toda persona tiene como ser vivo. El juego posee una función biológica la cual permite comparar el comportamiento lúdico animal con el humano. Se consideran cuatro teorías en relación con este enfoque:

Teoría del exceso de energía. Spencer, 1897. Al observar Spencer los juegos de los animales llegó a concluir que el juego tiene por función gastar la energía sobrante, es decir, no agotada en actividades como la supervivencia y la caza. Escribió un tratado sobre este asunto en 1855. En uno de sus primeros libros, “Fundamentos de psicología” (1897), al indagar sobre la procedencia del impulso del juego, despliega su teoría de la siguiente manera:

“Hay un rasgo común que vincula las actividades denominadas juegos a las actividades estéticas y es que ni las unas ni las otras intervienen en los procesos vitales”. “El juego es una inversión artificial de la energía que al no tener aplicación natural, queda tan dispuesta para la acción que busca salida en actividades superfluas a falta de las auténticas” (Gutiérrez, 2004).

Como consecuencia de estas formulaciones se puede malinterpretar esto, afirmando que la pedagogía tradicional considera el juego como una pérdida de tiempo y por el contrario aleja a los niños de actividades verdaderamente importantes, teniendo en cuenta esto, a los niños llamados “indisciplinados” que ocupan parte de su tiempo en molestar “por exceso de energía”, para ellos es sólo diversión, aspecto que el docente debería aprovechar para planear actividades que los mantenga ocupados, los recree y, al mismo tiempo los forme integralmente.

Teoría de la Terapia de Restablecimiento. Lazarus, 1883. Lazarus dice, que parte del gran consumo de fuerza y energía que exige la vida laboral del hombre, hace necesaria una compensación. La recuperación no solo se puede alcanzar mediante el descanso, sino poniendo en movimiento las otras fuerzas que están pasivas durante el trabajo. Observa el juego como efecto recuperatorio y desde este punto de vista es una actividad que sirve para descargar y para restablecer energías consumidas en las actividades serias y útiles.

Esta teoría está pensada más para el adulto que para el niño; y para él, el juego es como un trabajo bajo otras condiciones y en unas circunstancias especiales, pero para los estudiantes con dificultades o con capacidades excepcionales donde las actividades normales de clase no gastaron toda su energía y no llenaron sus expectativas, el juego sirve como compensador y se convierte en una actividad académica bajo otras condiciones y sucesos exclusivos.

El Juego Anticipado Funcional. Groos, K. 1902. Con este filósofo y psicólogo, el juego es objeto de una investigación psicológica especial, es el primero en constatar el papel del juego como fenómeno de desarrollo del pensamiento y de la actividad. Se basa en los estudios de Darwin que indican que sobreviven las especies mejor adaptadas a las condiciones cambiantes del medio. Por ello el juego es una preparación para la vida adulta y la supervivencia, es un ejercicio preparatorio necesario para la maduración que no se alcanza sino al final de la niñez, y que en su opinión, sirve precisamente para jugar y prepararse para la vida.

Con la anterior aseveración, justificamos la necesidad de enfrentar al estudiante a retos que asemejen la vida adulta, y qué mejor que desde la niñez y la adolescencia vivenciadas en una institución educativa, le permitan desenvolverse para ganar o para perder, teniendo la posibilidad de una nueva oportunidad para crecer como persona y adaptarse al mundo desconocido que lo espera.

Teoría de la Derivación por Ficción. Claparède. Sostiene que el juego persigue fines ficticios, para poder vivir actividades que se realizan en la edad adulta y que los niños no pueden realizar,

por ser prohibidas, por no estar capacitados para ellas como los mayores. El juego tiene como función, permitir al individuo realizar su yo, desplegar su personalidad, seguir momentáneamente la línea de su mayor interés en el caso en el que no pueda hacerlo por medio de las actividades “serias”.

“Para el niño el juego es el trabajo, es el bien, es el deber, es el ideal de la vida. Es la única atmósfera en la cuál su ser psicológico puede respirar y en consecuencia puede actuar” (Gutiérrez, 2004).

El niño es un ser que juega y nada más. Claparède opina que el fondo del juego no está en la forma exterior del comportamiento, puede ser completamente igual si juega o no juega; está en la actitud interna del sujeto ante la realidad; estima que el síntoma más esencial del juego es la ficción, la conducta real se transforma en juego a causa de la ficción. Con este fundamento se justifica la necesidad de enfrentar al joven a cosas de la vida real por medio de situaciones simuladas (ficticias) en el juego.

Teorías psicoafectivas del juego

Tenemos entre sus representantes las siguientes:

Teoría del Juego Infantil. Freud, 1920. Trató de dar una explicación al comportamiento lúdico como proceso interno de naturaleza emocional, que implica a los instintos fundamentales esto es, el principio del placer o tendencia compulsiva hacia el gozo y el principio de muerte o tendencia hacia la destrucción y la ruptura. La teoría psicoanalítica es, una teoría de los afectos y las emociones profundas y el juego, como tal, se usa para el desarrollo psicoafectivo y sexual del niño y en su valor diagnóstico y terapéutico. El juego es la manifestación de tendencia o deseos reprimidos y ocultos, sirve para que se dé satisfacción a los instintos del ser humano mediante la sublimación, derivación motora o compensación. En el campo educativo podemos ver esta visión del juego, como forma de expresar los sentimientos reprimidos por el sujeto en su proceso. Freud inició el enfoque de “la teoría traumática del juego”. Otros personajes abordan este tema como: K. y Ch. Bühler enunciaron la teoría del placer funcional (el juego como actividad principalmente

psicomotriz orientada al perfeccionamiento) (1931); M. Klein conceptualizó por primera vez una técnica de análisis de niños mediante el juego (el juego es un lenguaje de símbolos que ha de ser interpretado como se interpretan los sueños) *Psicoanálisis de niños*, 1932; Winnicott tiene un modelo de interpretación del juego infantil, sostiene que el origen psicológico de la capacidad de jugar hay que buscarlo en la forma particular de relacionarse afectivamente el niño con su madre o persona que lo cuida de forma prolongada. Así, a través del juego, los objetos y las personas se estructuran en una representación interior lúdica y no lúdica; las lúdicas le proporcionan confianza y seguridad y las no lúdicas desconfianza y prevención.

En conclusión, el psicoanálisis ha aportado ideas populares como: A los niños hay que dejarlos que jueguen a solas, no interrumpir los juegos para que expresen todos los deseos reprimidos y descarguen todo lo bueno o lo malo y no afecte su vida o la de otros, pero esto ha perjudicado la integración del juego en la educación familiar y escolar, porque ha alejado a los adultos de los juegos infantiles, y ha hecho que los chicos creen que sus juegos son un mundo aparte y que los adultos no están interesados en algo que a ellos les interesa tanto, lo que no ha sido muy productivo educativamente. Pero mirando desde otro punto de vista, la teoría psicoanalítica da explicación de por qué hay estudiantes que se refugian en el juego con sus compañeros para ocultar de pronto desprendimiento de sus seres queridos o manifestación de una situación dolorosa o traumática en su vida, y que el maestro al no indagar la situación, juzga y tortura más.

Teorías cognitivas del juego

Se explicarán cuatro teorías, que contribuyen a este proyecto, porque hacen referencia a la formación semiótica y a su transición por la vida del niño y adolescente. Se intenta buscar la correlación entre juego-inteligencia. Ellas son la de Wallon, Vigotsky, Piaget y Bruner (1915).

Henry. Wallon (1879-1962). Psicólogo francés que realizó estudios de filosofía, letras y medicina y con su preparación funda y dirige el laboratorio de Psicología del niño en 1927, es

calificado como “el psicólogo de la infancia por excelencia”. En su obra *La evolución psicológica del niño* (1941), contiene un capítulo sobre el juego y en *Del acto al pensamiento* (1942), los capítulos sobre la relación del mito con la razón y del rito con la representación, ayudan a esclarecer aspectos de la experiencia lúdica. La emoción es un tema central para Wallon y se refiere a ella en el siguiente texto:

“A la emoción corresponde el papel de unir los individuos entre ellos por medio de sus reacciones más orgánicas y más íntimas, y esta confusión debe tener por consecuencia ulterior las oposiciones y los desdoblamientos de donde podrán surgir gradualmente las estructuras de la conciencia” (1941, p.169).

Un segundo aspecto central que Wallon desarrolla a partir de su teoría de la emoción, es el papel del “otro”. Por lo anterior es claro el papel que desempeña la emoción en los juegos, razón por la cual este tipo de actividades son interesantes y permite analizar el papel del otro en su ejecución.

Wallon (1942) aborda el problema de la simbolización discutiendo los trabajos de Levy Brühl y Ch Blondel donde establecen una ruptura tajante entre el pensamiento primitivo y el lógico. El análisis del mito y el rito establece un proceso mediante el cual se pasa de la inteligencia práctica, que él llama “de las situaciones”, a la inteligencia discursiva. Relaciona signo, símbolo, con la representación de objetos o situaciones donde se usan los simulacros y los juegos para acercarse más a ellas. Este se refiere al juego como una revelación de la gestación y afianzamiento de la función simbólica⁵ concluyendo que los juegos de los niños constituyen simulacros que facilitan el acceso y dominio del campo simbólico. Este proceso es al que a diario el niño se ve enfrentado para poder entender el conocimiento del mundo. Así, el autor en su libro *la evolución psicológica del niño*, menciona una clasificación que hace Bühler de los juegos infantiles: los juegos funcionales, los juegos de ficción, los de adquisición y por último los de fabricación. El autor describe en los párrafos siguientes el problema de la naturaleza del juego. Teniendo como referencia el trabajo y las actividades serias, afirma:

El juego no es, esencialmente, algo que no exige esfuerzo, en oposición a la labor cotidiana, pues a veces el juego exige que se empleen cantidades mucho más considerables de energías que las requeridas por una tarea obligatoria: por ejemplo, ciertas competencias deportivas e inclusive obras realizadas solitarias pero libremente [...] El juego tampoco se limita a utilizar las fuerzas que el trabajo no utiliza [...] No existen

⁵ La función simbólica es el poder de hallar a un objeto su representación y a esta representación un signo” (id., ibid., p.171)

EL JUEGO EN EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO NUMÉRICO EN ESTUDIANTES DE SÉPTIMO GRADO

actividades, por arduas que sean, que no puedan servir de motivo al juego. Muchos juegos buscan la dificultad, pero es menester que esta dificultad sea buscada por sí misma [...] Los temas que se proponen en el juego no deben tener su razón fuera de sí mismo. Se ha podido aplicar al juego la definición que ha dado Kant del arte: una finalidad sin fin, una realización que solo tiende a realizarse a sí misma. Desde el momento en que una actividad se vuelve utilitaria y se subordina como medio a un fin, pierde la atracción y los caracteres del juego. (1941, pp.76-77)

El juego tiene un componente esencial que es la ficción. El niño constantemente en el juego está en constante actividad, esto le permite ser consciente de la oportunidad que tiene de construir simulacros, donde se divierte con su libre fantasía respecto de las cosas y de la credulidad cómplice que logra imponer el adulto, pero esto es momentáneo, el niño se cansa y se esfuerza por alcanzar un nivel más alto de satisfacción.

Otro aspecto descrito por Wallon es la “imitación”. Lo describe así *“pues la comprensión infantil es tan solo una asimilación de otro a sí mismo, y de sí mismo a otro”* (pág. 92). Lo anterior explica el por qué en las edades tempranas los niños manifiestan en su juegos, el deseo de ser como sus personajes preferidos o las personas cercanas a ellos. Además los juegos manifiestan sentimientos encontrados con respecto a los personajes imitados.

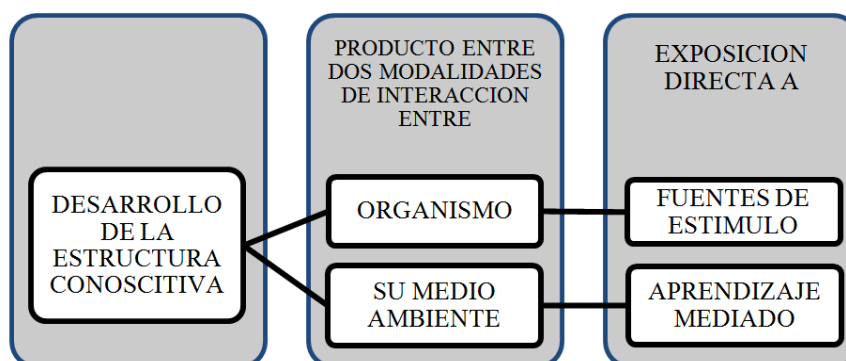
Lev Semenovich Vigotsky (1894-1934). Psicólogo bielorruso, estudió derecho en la Universidad de Moscú y además estudió filosofía e historia paralelamente. Participó en el congreso de Psicología de Leningrado y a partir de allí su nombre quedó ligado a los sucesos que marcaron el desarrollo de la psicología en la Unión Soviética.

Vigotsky no estaba de acuerdo con los enfoques que reducía la psicología y el aprendizaje a una simple acumulación de reflejos o relaciones entre estímulos y respuestas; para él existían rasgos concretamente humanos no reducibles a relaciones, tales como la conciencia y el lenguaje, que no podían desligarse de la psicología. Vigotsky le daba importancia al aprendizaje asociativo pero lo consideraba limitado. Para él, el conocimiento se construye por medio de operaciones y habilidades cognoscitivas que se inducen en la interacción social; señala que el desarrollo social del individuo depende del medio en el que éste se desenvuelve, ya que el desarrollo de las funciones psicológicas superiores se da primero en el plano social y después en el plano

individual. La transmisión y adquisición de conocimientos y patrones culturales es posible cuando de la interacción (plano interpsicológico) se llega a la “internalización” (plano intrapsicológico). A ese proceso de pasar de lo interpersonal a lo intrapersonal se lo denomina internalización. Vigotsky formuló la "ley genética general del desarrollo cultural" que consiste en que cualquier función presente en el desarrollo cultural del niño, aparece dos veces o en dos planos diferentes. Primero aparece en el plano social porque aparece entre las personas y como una categoría interpsicológica, y luego en el plano psicológico, aparece en el niño (sujeto de aprendizaje) como una categoría intrapsicológica.

Vigotsky concebía a la internalización como un proceso donde ciertos aspectos de la estructura de la actividad que se ha realizado en un plano externo pasan a ejecutarse en un plano interno. Vigotsky, afirma que todas las funciones psicológicas superiores son relaciones sociales internalizadas. Si para el conductismo mediacional, los estímulos y las respuestas mediadoras son, copias no observables de los estímulos y respuestas externas, para los mediadores vigotskyanos no son copias de las relaciones estímulos respuestas externas, ni un lazo más de las cadenas asociativas. Los mediadores son instrumentos que transforman la realidad en lugar de imitarla. Su función no es adaptarse pasivamente a las condiciones del medio, sino modificarlas activamente. El concepto vigotskyano de mediador se aproxima más al concepto de adaptación⁶ como un equilibrio entre asimilación y acomodación. Esta adaptación activa es basada en la interacción del sujeto con su entorno.

Figura 1. Estructura cognitiva



⁶ Concepción dada por Piaget.

La experiencia de Aprendizaje mediado es:

Figura 2. Aprendizaje mediado



Los 3 componentes de la interacción mediada son: Organismo receptor, el estímulo y el mediador.

Figura 3. Componentes de la interacción mediada

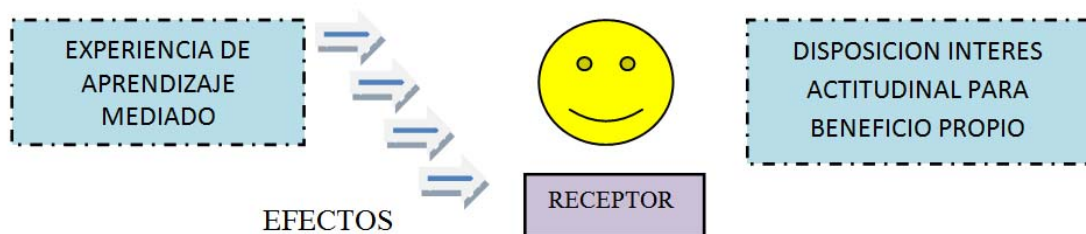
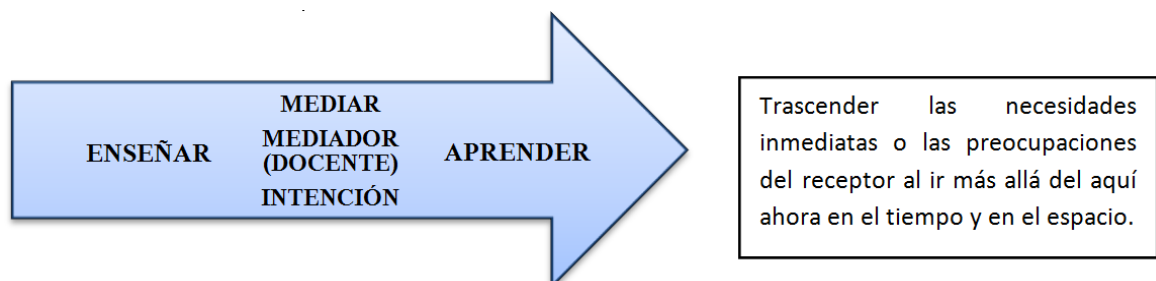


Figura 4. Relación de enseñar y aprender en la mediación



Los resultados son una construcción interna, que depende de una representación y también de un pensamiento inferencial por parte del niño (educando).

Vigotsky distingue dos clases de *instrumentos mediadores*, en función del tipo de actividad que posibilitan: la herramienta y los signos. Una herramienta modifica al entorno materialmente, mientras que el signo es un constituyente de la cultura y actúa como mediador en nuestras acciones. Existen sistemas de símbolos que permiten actuar sobre la realidad entre ellos se encuentra: el lenguaje, los sistemas de medición, la cronología, la aritmética, los sistemas de lectoescritura, etc. A diferencia de la herramienta, el signo o símbolo no modifica materialmente el estímulo, sino que modifica a la persona que lo utiliza como mediador y, en definitiva, actúa sobre la interacción de una persona con su entorno. Los medios de ayudar a la ejecución son: modelamiento, manejo de contingencias, instrucción, preguntas y estructuración cognoscitiva.

El modelamiento, manejo de contingencias y retroalimentación son los principales mecanismos para ayudar a los aprendices a través de las ZONAS DE DESARROLLO PRÓXIMO (ZDP)⁷. Los medios de ayuda en la ejecución específicamente lingüísticos (signos) son: instruir, preguntar, y estructuración cognoscitiva. La instrucción pide acciones específicas. Preguntar pide específicamente respuestas lingüísticas. La estructuración cognoscitiva no pide una respuesta específica, más bien, provee una estructura para organizar unos elementos con relación a otros. La estructuración cognoscitiva se refiere a proveer una estructura para el pensamiento y la acción. Puede ser una estructura de creencias, de operaciones mentales o de comprensión. Es una estructura organizativa que evalúa, agrupa y secuencia la percepción, la memoria y la acción.

Jean Piaget (1896-1980). Psicólogo Suizo, su cariño y comprensión por los niños lo llevaron a intentar penetrar su mundo. En 1920, Piaget un brillante biólogo y psicólogo, fue invitado a trabajar con niños de una escuela experimental de París con el propósito de llegar a estandarizar una prueba de lógica. Su tarea era la de tabular estadísticamente datos basándose en respuestas correctas a ciertas preguntas. Piaget prestó atención a lo que los niños realmente estaban

⁷Es la distancia entre el nivel de desarrollo, determinado por la capacidad de resolver independientemente un problema y el nivel de desarrollo potencial, determinado a través de la resolución de un problema bajo la guía de un adulto o en colaboración con un par más capacitado.

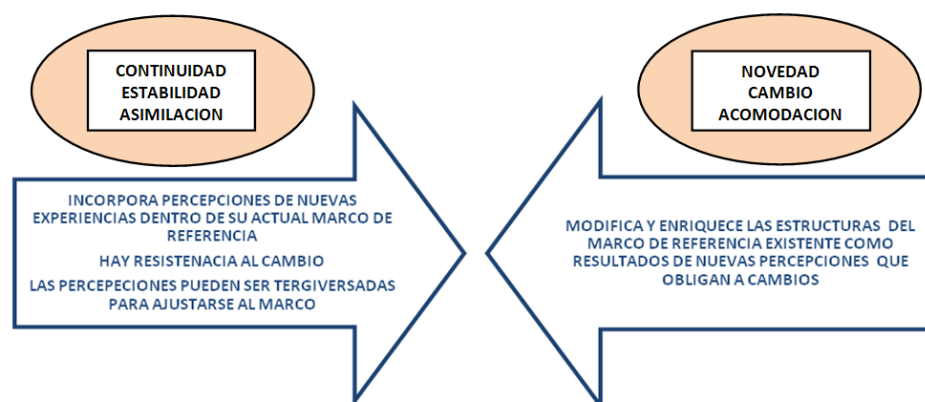
diciendo. Se fascinó tanto por los patrones surgidos en las respuestas incorrectas, que emprendió sus propios estudios, intentando poder revelar alguna vez el mecanismo del pensamiento detrás de esos errores. La fascinación lo llevó al estudio de toda una vida sobre cómo los niños ven el mundo- cómo organizan y reorganizan sus pensamientos acerca de lo que los rodea-.Desde entonces, Piaget publicó más de 35 libros y numerosos artículos en los que describió sus hallazgos.

Aún cuando Piaget se interesa mucho por lo que los niños saben, su mayor preocupación es cómo llegan al conocimiento que tienen. Piaget explica las diferencias entre la visión del mundo en los niños y la de los adultos; el escaso conocimiento que se tenía en ese entonces sobre el cerebro hizo que Piaget infiriera solamente diferencias externas, mentales, de sus observaciones del pensamiento infantil; explicó estas diferencias externas con argumentos que a él mismo le parecieron acertados. Estos conceptos se convirtieron más tarde en una extensa teoría sobre el desarrollo del pensamiento.

Para Piaget, el desarrollo intelectual es un proceso de reestructuración del conocimiento: El proceso comienza con una estructura o una forma de pensar propia de un individuo. Algún cambio externo o intrusiones en la forma ordinaria de pensar crean conflicto y desequilibrio. La persona compensa esa confusión y resuelve el conflicto mediante su propia actividad intelectual.

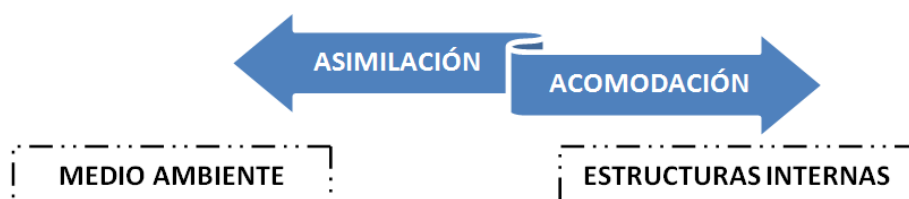
De todo esto resulta una nueva forma de pensar y estructurar las cosas; una manera que da nueva comprensión y satisfacción al sujeto. En una palabra, un estado de nuevo equilibrio. En el desarrollo del pensamiento y el aprendizaje infantil surgen dos procesos: la resistencia al cambio y la necesidad de este. El primero lleva a la estabilidad y el otro al crecimiento. Ambos procesos operan al mismo tiempo.

Figura 5. Asimilación – Acomodación



Los procesos anteriores son simultáneos porque si por ejemplo sólo existiera el proceso de asimilación, el individuo sólo tendría una manera de interpretar lo que percibe es decir sólo tendría una categoría estable para manejar la información que recibe. Por otro lado si el proceso de acomodación fuera el dominante, el ser humano aumentaría las categorías constantemente y no tendría la capacidad de asociación y clasificación y esto llevaría a dificultar la generalización. Entre estos procesos se hace una compensación de manera que las interacciones del niño con el ambiente conducen progresivamente a niveles superiores de entendimiento. A esta compensación intelectual activa con el medio ambiente, le llama Piaget *equilibrio*.

Figura 6: Influencia entre el medio ambiente y las estructuras internas



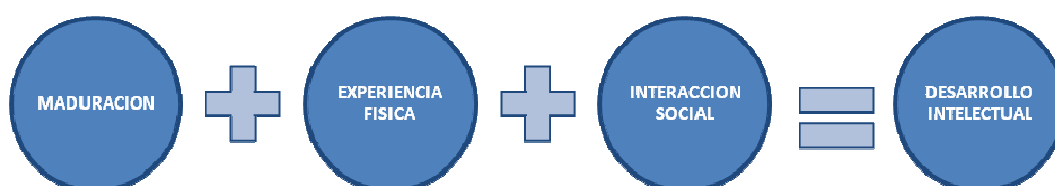
El equilibrio es la compensación de factores que actúan entre sí dentro y fuera del niño. La equilibración está constituida por procesos complementarios que operan simultáneamente. Estos procesos gemelos de asimilación y acomodación aplican simultáneamente para permitir que el niño alcance progresivamente estados superiores de equilibrio.

En cada nivel superior de comprensión, el niño está dotado de una estructura más alta o patrones de pensamiento más complejos; aunque cada nivel es más firme que el anterior, cada uno de ellos tiene un carácter temporal. Los patrones de pensamiento más fuertes, a su vez, generan más actividad intelectual al descubrir algunas incongruencias de otros patrones existentes.

Cuando las posibilidades para la interacción con el ambiente se extienden, el niño puede asimilar con mayor facilidad el ingreso de la información externa a un marco de referencia que no solo se ha dilatado, sino que también se ha completado más. Al enfrentarse de nuevo al ambiente, el niño recibe estímulos que desarrollan sus estructuras internas.

De este modo, el desenvolvimiento intelectual puede ser visualizado como un proceso continuo en espiral; uno en el que el equilibrio es la fuerza motora que subyace a esta adaptación del individuo al medio ambiente. Otros factores que afectan el desarrollo intelectual.

Figura 7. Factores que afectan al desarrollo intelectual.



Si el niño tiene más edad, es obvio que maneje más estructuras mentales y estas actúen en forma organizada. El sistema nervioso controla las capacidades disponibles en un determinado momento, y no alcanza su total madurez sino hasta que el niño cumpla 15 o 16 años. La maduración de las habilidades motoras y perceptivas también se completa a esa edad.

Es de aclararse que la sola maduración no es suficiente, pues esta es un índice claro del desarrollo intelectual, aún cuando el desarrollo intelectual del niño está en función de su edad, hay otros factores que mejoran esta capacidad. Cuánta más experiencia tenga un niño con objetos físicos de su medio ambiente, más probable es que desarrolle un conocimiento apropiado de ellos.

Un niño puede obtener conocimiento físico, -si identifica propiedades físicas- directamente a partir de la percepción de los objetos. Los niños derivan conocimiento lógico no de los objetos mismos, sino de su manipulación y de la estructuración interna de su acción.

Es necesario aclarar que el sólo tener en cuenta la experiencia física no es tampoco suficiente para el desarrollo intelectual, se necesita de otros factores para incrementar el desarrollo intelectual. Cuando los niños tengan oportunidad de actuar entre sí, con compañeros, padres o maestros, más puntos de vista escucharán. Esta experiencia estimula a los niños a pensar utilizando diversas opiniones y les enseña a ser objetivos en sus apreciaciones. Este tipo de interacción contribuye para enriquecer su información sobre costumbres, nombres, en fin todo lo que sea comportamiento social, pero también es cierto que algunos niños educados aisladamente, no están en desventaja para desarrollar un conocimiento físico del mundo que lo rodea.

Por todo lo anterior ningún factor aislado puede explicar el desarrollo intelectual por si mismo. Este último es una combinación de todos los siguientes factores: maduración, experiencias físicas, interacción social y equilibración. Y las interacciones entre ellos es lo que influye en este desarrollo. La equilibración es vista por Piaget como algo importante en la coordinación de estas interacciones. La equilibración es el factor fundamental de los cuatro que influyen en el desarrollo intelectual, coordina los otros tres. Involucra una interacción continua entre la mente y la realidad. El niño no solo asimila experiencias en su marco de trabajo mental existente, sino que también acomoda las estructuras de su marco de referencia en respuesta a su experiencia.

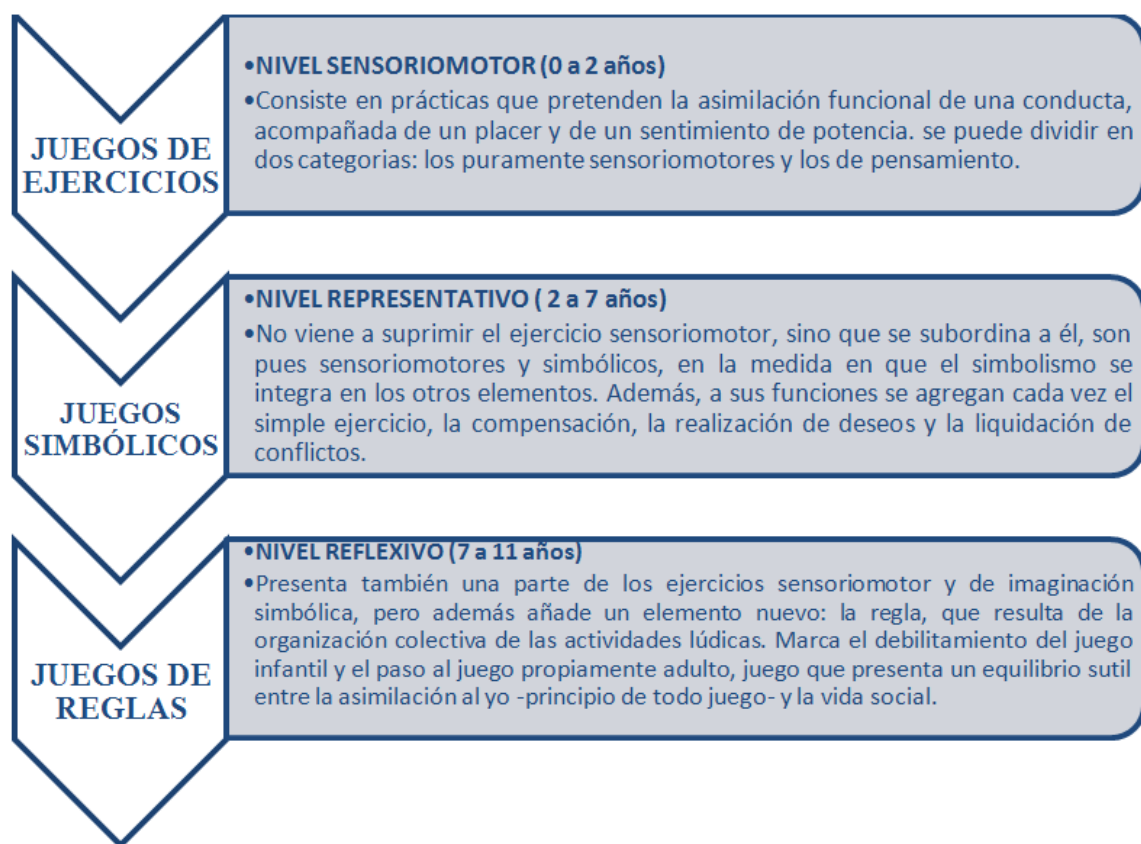
El repetir estas interacciones con el medio ambiente hace del niño el motor principal de su propio desarrollo. La actividad del niño no sólo le descubre nuevos problemas, iniciando con ellos el desequilibrio, sino que también actúa como solución, logrando un nivel superior del equilibrio. Como el niño juega un papel activo en el proceso, la equilibración se conoce como autorregulación. El niño es la causa principal de su propio desarrollo.

Para Piaget el proceso de elaboración interna del conocimiento infantil a través de una cantidad de interacciones repetidas y autocrecientes entre el marco de referencia mental y el medio

ambiente se conoce como **posición interaccionista**, de igual forma el papel activo del niño en la construcción de este conocimiento se conoce como **posición constructivista** en psicología del desarrollo.

El modelo que utilizó Piaget para seguir la evolución de la inteligencia lo utilizó para perseguir el nacimiento del juego. El ejercicio, el símbolo y la regla, constituyen para Piaget los tres grandes tipos de estructuras que caracterizan los juegos infantiles. Siguiendo su evolución en el tiempo, pueden clasificarse en juegos de ejercicios(o funcionales) en el periodo sensoriomotriz, juegos simbólicos (periodo preoperatorio) y juegos de reglas (periodo de las operaciones concretas), a los que Piaget añade los juegos de construcción como forma de transición entre los tres, y las conductas propiamente adaptadas. En el siguiente esquema observamos la clasificación y sus características:

Figura 8. Clasificación de los juegos según Piaget



Veamos cuál es la relación entre los tres.

Figura 9. Relación entre los tipos de juego



Él centra su análisis en el juego simbólico al que considera una actividad necesaria y esencial para la función semiótica. El surgimiento de esta se debe a la disociación de la función de asimilación respecto de la acomodación:

“Si en la representación cognoscitiva la asimilación está en equilibrio constante con la acomodación, en el símbolo lúdico la asimilación prevalece en las relaciones del sujeto con el significado y hasta en la construcción del significante mismo. Si es así, se ve entonces de antemano la afinidad que existe entre la asimilación simbólica, fuente del juego de ficción y la asimilación funcional, fuente del juego de ejercicio”.

Según Piaget (1982), la asimilación y la acomodación son dos procesos esenciales en la constitución de las formas primitivas y pre verbales de la inteligencia.

Teorías funcionalistas y naturalistas

Estas se refieren a todos los puntos de vista que muestran las posibilidades facilitadoras que el juego tiene para el desarrollo y la adquisición de habilidades motóricas y de uso de instrumentos. Entre los que aportaron están: Kohler (1935) donde afirma que vincular la actividad lúdica al uso

de instrumentos abrió un campo de estudio interesante y más adelante fue retomado por Bruner (1984) en sus estudios sobre juego y dominio instrumental.

En los trabajos sobre la influencia de las actitudes lúdicas en el dominio de tareas instrumentales y resolución de problemas prácticos, Bruner encontró que cuando los niños piensan que están jugando y, a su vez, están interesados en la resolución de problemas manipulativos, son más rápidos y más hábiles en conseguir la meta.

Una línea naturalista se puede encontrar presente en el estudio pionero de Groos (1901) donde se destaca la importancia de las actividades lúdicas para el aprendizaje de supervivencia y de mantenimiento de hábitos relacionales básicos. El juego proporciona el marco para que se constituyan los patrones básicos de comportamiento de los individuos inmaduros y lo capacitan para la lucha y la búsqueda de alimento.

Además, hay otras investigaciones etológicas que relacionan el juego con la conducta exploratoria y la curiosidad natural para la manipulación de objetos (Smith y Dutton, 1979; Eibl-Eibesfeldt, 1967). En este sentido, es importante recordar que considerar el juego como una actividad natural que los niños realizan espontáneamente les permite ponerse en contacto con lo que el entorno les ofrece. Los estímulos que tanto las otras personas como los objetos y escenarios proporcionan a la curiosidad indagatoria de los niños son imprescindibles para el juego.

Smith y sus colaboradores han desarrollado un conjunto de investigaciones que nos muestra hasta que punto la conducta lúdica de carácter supuestamente agresivo (persecución y pelea lúdica) resulta esencial para el aprendizaje y dominio de la vida de relación social, así como para el equilibrio emocional y la regulación de la propia agresividad. Practicar estas simulaciones de peleas y realizar ese juego rudo en el cual uno persigue y domina a otros, para pasar inmediatamente al ejercicio recíproco de dominio y sumisión alternativa, resulta importante para aprender a controlar la agresividad propia y ajena y a mantener la distancia real y emocional en las relaciones interpersonales.

Teorías Evolutivas

Establecen que el juego es un paso ineludible para el adecuado desarrollo evolutivo de la persona. Son teorías sustentadas desde la psicología operatoria.

La teoría de recapitulación. Stanley Hall. 1906. Psicólogo y educador americano de influencia darwiniana, ve en el juego la reproducción de formas antiguas. El juego desde este punto de vista supone la transcripción de la filogenia⁸ en la ontogenia⁹, es decir, los juegos serían de edad en edad la manifestación de las actividades que el curso de las civilizaciones ha acontecido en la especie humana. Así, el juego infantil mostraría el curso de la evolución desde los homínidos prehistóricos hasta el presente, y toda la historia de la especie humana estaría recapitulada en todo el desarrollo infantil. Para Hall, se da una sucesión regular en la evolución de los juegos, sus contenidos corresponden a actividades ancestrales y la función de éstos es la de rescatar a la especie humana de esas secuelas, acelerando al desarrollo de etapas superiores (origen biológico).

Teoría de la dinámica infantil. F. Buitendijk. 1933. Psicólogo y biólogo holandés, crea la teoría más ambiciosa de la época, y más representativa del pensamiento europeo del momento sobre el juego infantil. Afirma que la infancia explica el juego: El ser viviente juega porque aún es joven. Este autor determina cuatro rasgos primordiales de la infancia infantil que conduce al niño a jugar: La incoherencia sensoriomotriz o mental: La imprecisión de los movimientos; *la impulsividad*: Los niños lo mismo que los animales nunca están quietos, a causa de la impulsividad espontánea, que tiene fuentes internas; *la actitud patética ante la realidad*: Se relaciona con la distracción fácil de los niños, la tendencia que tiene a imitar y la inocencia que los distingue y *la timidez ante las cosas*: Son prevenidos y desconfiados hasta que se establece una clara relación del sujeto con el medio. Todos estos rasgos llevan al niño y al adolescente a jugar.

⁸ Origen y desarrollo evolutivo de las especies, y en general, de las estirpes de seres vivos.

⁹ Desarrollo del individuo, referido en especial al período embrionario.

Teoría del juego y el espacio potencial. D. W. Winnicott (1971). Pediatra y psicoanalista inglés, considera que el espacio potencial, es la zona localizada entre el niño y la madre, lugar que no se encuentra en su interior pero tampoco está fuera, es donde transcurre el juego. Este escenario lúdico se constituye a través de las relaciones que establece el niño con el denominado objeto transicional.

Teoría de juego como afirmación placentera. Chateau 1981. En su teoría dice que el juego, proporciona más que un placer sensual. Un placer moral. El juego es el único medio que tiene el niño para autoafirmarse. Jugando se desarrolla la capacidad intelectual al descubrir constantemente algo nuevo. Gracias al juego crecen el alma y la inteligencia. Por el juego, se desarrollan las funciones latentes, se comprende que el ser mejor dotado es también el que juega más y mejor.

1.1.2 Bases pedagógicas

Revisando las principales teorías de aprendizaje y teniendo en cuenta las características del trabajo, es necesario tener como fundamento el *constructivismo*, el cual señala la existencia de estructuras cognitivas internas y mira el aprendizaje como el proceso de transformación de éstas; acepta la existencia de una realidad independiente del que conoce. Así mismo, se sostiene que comprender es ubicar en una estructura más general, produciendo estructuras cada vez más complejas, por lo que es necesario tener en cuenta los conocimientos previos puesto que *“el aprendizaje significativo únicamente ocurre cuando quien aprende construye sobre su experiencia y conocimientos anteriores el nuevo conjunto de ideas que se dispone asimilar, es decir, cuando el nuevo conocimiento interactúa con los esquemas existentes”* (Cubero, 1995, 11).

Estas teorías son útiles para diseñar material conceptual sobre estructuras de información existentes, que suponen cambios amplios y estructurados de información. En este enfoque de trabajo se afirma que el significado se construye cuando es posible relacionar una idea con otra

existente en la estructura conceptual, por lo que las actividades de aula se centran en la exposición y en actividades para apoyar el aprendizaje por descubrimiento.

Se reconoce a Piaget como la figura más importante del *constructivismo psicológico*. Esta teoría se preocupa porque los estudiantes construyan sus estructuras mentales cuando interaccionan con el entorno, reaccionando a los factores perturbadores mediante procesos de asimilación y adaptación. Su foco pedagógico está orientado hacia tareas y actividades que pongan en juego el conocimiento existente y produzcan cambios. La teoría es útil para estructurar entornos de aprendizaje que permitan el desarrollo de ciertas estructuras conceptuales a través de la participación en tareas que promuevan la actuación de los alumnos; se preocupa por el conocimiento individual, como proceso de adaptación a la experiencia. El aprendizaje es el proceso para la construcción del significado por lo que se busca que las actividades de aula sean un reto para los estudiantes y generen conflicto cognitivo. La actividad del estudiante es la construcción de su conocimiento y el profesor busca favorecer un modelo del estudiante que fundamente sus decisiones.

De otro lado, el constructivismo social, fundamentado en las ideas de Vigotsky, tiene en cuenta las interacciones sociales, pero esencialmente desde una perspectiva psicológica. Supone que el poder del intelecto depende de herramientas sociales y culturalmente construidas, para apropiarse la cultura y la historia. Se ve la enseñanza como una actividad humana y social que se realiza en el contexto de marcos institucionales y culturales. Por lo tanto, el conocimiento es local y contextualizado. Esta teoría es útil para la comprensión de los mecanismos detallados de procesamiento de información en virtud de los cuales las interacciones sociales afectan el comportamiento. La interacción social y el papel de los pares son centrales en el aprendizaje, dando lugar a la noción de zona de desarrollo próximo. Dada la importancia que tienen los demás en el aprendizaje de cada participante, las actividades en el aula se basan en el trabajo colaborativo apoyado por herramientas y pares para lo que el profesor debe comunicar normas, valores y prácticas discursivas. La teoría de la actividad es un desarrollo posterior dentro de esta línea, en la que la zona de desarrollo próximo es un espacio en el que se desarrollan formas

sociales de intermediación y en la que se enfatiza en actividades de aprendizaje auténticas similares a las de los artesanos.

Para la *teoría social del aprendizaje*, éste es el motor de la práctica y la práctica es la historia de aprendizaje compartido (Winter, 1998). El aprendizaje surge de un proceso de negociación de significado a través de la relación simbiótica entre participación y materialización. A través de la *participación* se establecen relaciones con otras personas, se define la manera de formar parte de comunidades en las que se asumen compromisos y se desarrolla la propia identidad. A través de la *materialización es posible proyectar* los significados y percibirse como parte del mundo, de forma que se logre proyectar la experiencia en acciones concretas. Según esta teoría, el aprendizaje en la práctica se expresa en tres dimensiones: (1) la evolución de diferentes formas de compromiso mutuo en la negociación de significados; (2) el proceso de negociación en virtud del cual se comprende y afina una empresa conjunta en la que se establecen responsabilidades mutuas y se determina lo que se valora y (3) el desarrollo de un repertorio compartido en el que se producen recursos para la negociación de significado y se definen los tipos y estilos de discurso.

Las diferentes teorías del aprendizaje no son incompatibles entre sí. En algunos casos, se complementan pues se basan en enfoques, metáforas diferentes sobre cómo se da el proceso de aprendizaje y cómo apropián el conocimiento los seres humanos (Sfard, 1998). Cada teoría es como un foco de luz que ilumina y resalta diferentes aspectos del proceso de aprender.

En la perspectiva cognitiva, el centro de análisis son los mecanismos cognitivos del individuo, que se desarrollan; se supone la existencia de procesos y estructuras mentales que permiten explicar e interpretar las actuaciones de los sujetos. En general, se asume una actitud positivista, en el sentido de que la teoría se aplica a la práctica. En la perspectiva social, el centro de atención es el carácter evolutivo de las interacciones y el discurso. Teoría y práctica se relacionan de manera reflexiva. La perspectiva cognitiva no avanza en nociones como identidad, interacción social, ser miembro de una comunidad; por otro lado, propone mecanismos de aprendizajes muy precisos, pero con una visión muy estrecha. La perspectiva social sugiere métodos y visiones de

otro nivel y, aunque introduce nociones potentes como la de participación periférica legítima, su significado no se concreta con claridad (Schoenfeld, 1999).

Procesos de enseñanza y aprendizaje. Es necesario revisar los procesos de enseñanza y aprendizaje para recordar que el aprendizaje debe producir cambios duraderos, que el estudiante debe poder utilizar en otras situaciones lo que aprende, que la práctica se debe adecuar a lo que se tiene que aprender el alumno y se debe estar en constante reflexión para superar los errores. Por ejemplo Glaser (1992, pág.74) considera que una práctica reflexiva, basada en principios teóricos y no en una mera repetición,

“permite comprender lo que se está haciendo, recuperarse con rapidez y elegancia de los errores y aprovechar las oportunidades para obtener soluciones y descubrimientos más armoniosos y precisos. Ser experto se convierte así en algo más que pura eficiencia y los conocimientos, a medida que se adquieren, se convierten en un momento para aprender de la experiencia e interrogarla, de forma que acaban por reorganizarse abriendo el camino a nuevas ideas y acciones”.

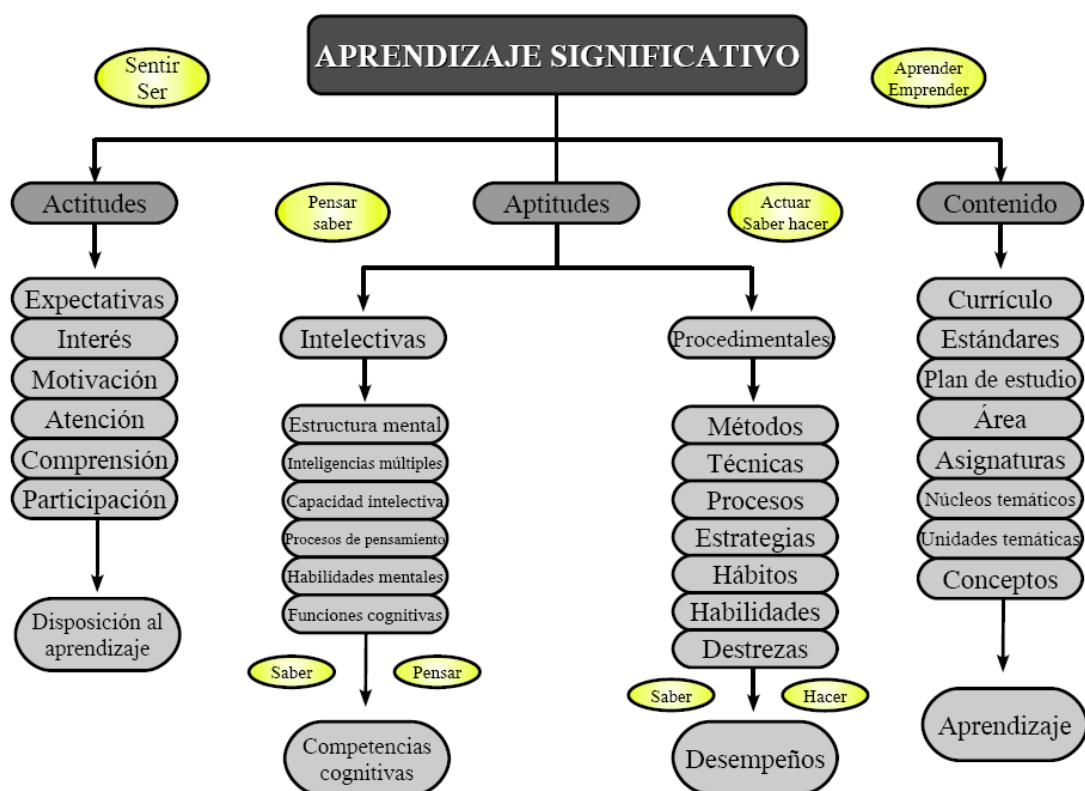
Toda situación de aprendizaje, sea implícito o explícito, espontáneo o inducido a través de la instrucción, puede analizarse a través de tres componentes básicos, que sintetizando la posición de diversos autores (por ej. R.Gagné, 1985; Reigeluth, 1983: o incluso Rescorla, 1980; Pozo.1990; Romero, 1995) podemos definir como:

Los resultados del aprendizaje, también llamados contenidos, que consistiría en lo que se aprende, o los cambios que producen dichos aprendizajes. La conducta humana presenta una riqueza y variedad casi ilimitadas, todas estas conductas en su mayoría son resultados del aprendizaje. Para nuestro contexto colombiano sabemos que los resultados del aprendizaje debe formar al individuo en cuatro aspectos: en lo cognitivo, lo actitudinal, lo aptitudinal y lo procedimental que tiene mucha semejanza con lo analizado anteriormente.

Los procesos del aprendizaje, que hacen referencia a la actividad mental de la persona que está aprendiendo, son los que tiene que ver con las funciones cognitivas, los procesos y las facultades mentales y auxiliares que apoyan el aprendizaje. Tomando como referencia el aprendizaje significativo y adaptándolo a nuestro quehacer pedagógico, observemos en forma sintetizada

como debe estar enfocado nuestro proceso de enseñanza para que los estudiantes vivan su proceso de aprendizaje y encuentren en el juego un recurso para ello.

Figura 10. Estructura del aprendizaje significativo¹⁰



En el desarrollo del Ser sabemos que nuestro propósito como maestros es el despertar las actitudes en los estudiantes como son:

Las Expectativas. El concepto de expectativa parte de los trabajos de Lewin y de Tolman. Expectativa es la valoración subjetiva de la posibilidad de alcanzar un objetivo particular. Bandura (1977, 1986) distingue dos clases de expectativas: **expectativa de eficacia** es la confianza de que uno puede realizar la conducta precisa y la **expectativa de resultado** es la confianza de que una determinada conducta dé un determinado resultado, una vez realizada. En la

¹⁰. IAFRANCESCO, Giovanni. Pedagogía transformadora. Nuevos fundamentos para la transformación. Colegio Santísima Trinidad, Bucaramanga 2006.

teoría del juego, un equilibrio de Nash¹¹ constituye una serie de expectativas correctas y estables mantenidas por los jugadores. Varios conceptos de solución de juegos como la racionalizabilidad, han sido propuestos de acuerdo al grado de conocimiento que los jugadores tienen sobre la expectativa de las acciones de otros jugadores. De esto podemos concluir que expectativa es lo que cada estudiante desea alcanzar con su proceso de aprendizaje.

El interés. De acuerdo con Hernández (1965), el buen maestro debe despertar y conservar el interés de los estudiantes con el fin de obtener los mejores resultados de su trabajo. De esta manera, el maestro dirigirá en principio la enseñanza como cosa de juego, tanteará los talentos de sus educandos y dirigirá la instrucción de acuerdo con las aptitudes y la etapa de crecimiento. Teniendo en cuenta lo anterior, Quintiliano consideró el juego como una alternativa a tener en cuenta en la labor del maestro y coincidió con Platón en la consideración de las aptitudes como fuente de interés.

La motivación. Dado que aprender implica cambiar y la mayor parte de los cambios en nuestra memoria necesitan mucha práctica, aprender, sobre todo de modo explícito, supone un esfuerzo que requiere buena dosis de motivación, en el sentido más literal o etimológicamente, de “moverse hacia” el aprendizaje. Para que los estudiantes perciban que un resultado del aprendizaje es significativo o tiene interés en sí mismo constituye otro móvil para aprender, que se conoce como motivación intrínseca. Aprender por la satisfacción personal de comprender y dominar algo implica que la meta o móvil del aprendizaje es precisamente aprender, y no obtener algo “a cambio del” aprendizaje. Pero cuando lo que mueve al aprendizaje es el deseo de aprender, sus efectos sobre los resultados obtenidos parecen ser más sólidos y consistentes que cuando el aprendizaje está movido por motivos más externos. Los motivos intrínsecos o el deseo de aprender están típicamente vinculados más a un aprendizaje constructivo, a la búsqueda del significado y sentido de lo que hacemos. Pero además de la motivación intrínseca hay otros motivos exteriores que permiten que el educando consiga algo a cambio de aprender. Esta es

¹¹ En teoría de juegos, se define el **equilibrio de Nash** (formulado por John Forbes Nash) como un modo de obtener una estrategia óptima para juegos que involucren a dos o más jugadores.

llamada motivación extrínseca donde el móvil para aprender está fuera de lo que se aprende, son sus consecuencias y no la propia actividad de aprender en sí.

La atención (Corredor, Pérez y Arbelàez, p. 35). Es el proceso que permite dedicar de manera especial las facultades intelectuales a un punto de interés determinado, dejando a un lado lo demás, permiten que el objeto, la situación, el problema, la actividad lleguen a nuestra conciencia de una manera más clara. La atención puede ser espontánea o voluntaria. Normalmente se presta atención a todo aquello que tenga que ver con nosotros y nuestros motivos e intereses, por lo que “una forma de atraer o llamar la atención de los aprendices, es presentarles materiales interesantes en la forma y en el contenido. La motivación es también un requisito para la atención, sobre todo cuando hay que mantenerla durante cierto tiempo” (POZO, 1999, pág.186)

La comprensión (op cit, p. 30). Es el resultado de un conjunto de procesos cognoscitivos y cognitivos, que permiten la integración correcta y duradera de un nuevo conocimiento a la estructura conceptual existente en la persona; la comprensión se demuestra cuando se es capaz de llevar a cabo una serie de acciones o desempeños donde se pone en evidencia que se ha captado un tópico y que, al mismo tiempo, se tiene un progreso en el mismo, es tener la competencia para construir conocimiento y desarrollar competencias, asimilarlos y aplicarlos en diversas formas y situaciones. En segundo lugar hay necesidad de hacer un recorrido en los términos educativos para indagar sobre la aptitudes intelectivas que hay que desarrollar en los estudiantes, entre estas tenemos que distinguir claramente la definición de pensamiento, estructura mental, capacidades intelectuales, procesos de pensamiento, habilidades mentales y las funciones cognitivas. Veamos:

Pensamiento. Dar una definición de pensamiento es algo difícil, pero tenemos claro que es una actividad mental no rutinaria que requiere esfuerzo, es también una capacidad de anticipar las consecuencias de la conducta sin realizarla. El pensamiento implica una actividad total del sistema cognitivo con ayuda de los mecanismos de memoria, atención, procesos de comprensión, aprendizaje, etc. Es una experiencia interna e intrasubjetiva. El pensamiento tiene características particulares que lo diferencian de otros procesos, como por ejemplo, que no necesita ver los

objetos para creer que existen, pero la más importante es su función de resolver problemas y razonar.

Para este trabajo es necesario tener claro lo anterior ya que nuestra misión es desarrollar pensamiento en los estudiantes. Además, no hay duda que todos los procesos mentales (pensamiento, ideas, imaginación, recuerdos, memoria, ilusiones o emociones en general), son procesos cerebrales, es decir, son un producto del funcionamiento cerebral, pero no es desconocido que los mecanismos cerebrales que generan estas actividades mentales, todavía están muy lejos de ser comprendidos por completo. La psicología cognitiva ha basado fundamentalmente sus investigaciones en tres aspectos que nos determinan cómo son los tipos de pensamiento:

El razonamiento deductivo. El pensamiento deductivo parte de categorías generales para hacer afirmaciones sobre casos particulares, va de lo general a lo particular; es una forma de razonamiento donde se infiere una conclusión a partir de una o varias premisas.

El pensamiento inductivo. Es aquel proceso en el que se razona partiendo de lo particular para llegar a lo general, justo lo contrario que con la deducción. La base de la inducción es la suposición de que si algo es cierto para algunos casos, también lo será en situaciones similares aunque no se hayan observado.

La solución de problemas. Este es otro importante aspecto en el que se han basado las investigaciones de la psicología cognitiva. Se puede decir que un problema es un obstáculo que se impone de una u otra forma ante nosotros, impidiéndonos ver lo que hay detrás. Algunos autores han intentado precisar estos términos. Gagné, definió la solución de problemas como:

“Una conducta ejercida en situaciones en las que un sujeto debe conseguir una meta, haciendo uso de un principio o regla conceptual”.

En términos generales, se entiende por solución de problemas, cualquier tarea que exija procesos de razonamiento relativamente complejos y no una mera actividad asociativa.

Comprender el lenguaje de la mente es una labor difícil, es necesario conocer primero toda la fisiología neuronal, cambios bioquímicos, etc., y luego los aspectos psicológicos, como los pensamientos, sentimientos, experiencias, etc.

Conseguir la integración de todos estos enfoques contribuye de manera fundamental para resolver tantos misterios sobre la mente humana, que todavía quedan por resolverse, pero que por el momento sabemos que están ahí y nuestro único propósito es desarrollar la inteligencia, aumentar la capacidad intelectual, desarrollar procesos de pensamiento, habilidades mentales y funciones cognitivas desde la escuela y específicamente desde las matemáticas.

En nuestro propósito es necesario retomar la teoría de las inteligencias múltiples, para entender y ayudar a los estudiantes, ya que como el campo de lo que es la inteligencia se amplía y se reconoce lo que se sabe intuitivamente: “que el ser brillante académicamente no lo es todo y esta es la razón por la cual algunas personas son triunfadores en unos aspectos y perdedores en otros”.

La **teoría de las inteligencias múltiples** es un modelo propuesto por Howard Gardner en el que la inteligencia no es vista como algo unitario, que agrupa diferentes capacidades específicas con distinto nivel de generalidad, sino como un conjunto de inteligencias múltiples, distintas e independientes. Gardner define la inteligencia como la "*capacidad de resolver problemas o elaborar productos que sean valiosos en una o más culturas*". Howard Gardner ha identificado ocho tipos distintos:

- ❖ **Inteligencia lingüística**, La que tienen los escritores, los poetas, los buenos redactores.
- ❖ **Inteligencia lógica-matemática**, la que se utiliza para resolver problemas de lógica y matemáticas. Es la inteligencia que tienen los científicos, esta se ha considerado como la única inteligencia.
- ❖ **Inteligencia espacial**, consiste en formar un modelo mental del mundo en tres dimensiones; es la inteligencia que tienen los marineros, los pilotos, los ingenieros, los cirujanos, los escultores, los arquitectos o los decoradores.

- ❖ **Inteligencia musical**, es aquella que permite desenvolverse adecuadamente a cantantes, compositores, músicos y bailarines.
- ❖ **Inteligencia corporal-cinestésica**, o la capacidad de utilizar el propio cuerpo para realizar actividades o resolver problemas. Es la inteligencia de los deportistas, los artesanos, los cirujanos y los bailarines.
- ❖ **Inteligencia intrapersonal**, es la que permite entenderse a sí mismo. No está asociada a ninguna actividad concreta (inteligencia emocional).
- ❖ **Inteligencia interpersonal**, la que permite entender a los demás; se la suele encontrar en los buenos vendedores, políticos, profesores o terapeutas (inteligencia emocional).
- ❖ **Inteligencia naturalista**, la utilizada cuando se observa y estudia la naturaleza, con el motivo de saber organizar, clasificar y ordenar. Es la que demuestran los biólogos o los herbolarios.

Para nosotras no es sorpresa que en cada salón de clase encontremos niños brillantes “los buenos en matemática”, pero también niños con otro tipo de inteligencia y que a la hora de desenvolverse en la vida no basta con tener una gran capacidad intelectual¹², sino aquel ser que se defiende en varios aspectos importantes de su formación integral. Además hay necesidad de definir la inteligencia como una capacidad para convertirla en una destreza que se puede desarrollar. Gardner no niega el componente genético, pero sostiene que esas potencialidades se van a desarrollar de una u otra manera dependiendo del medio ambiente, las experiencias vividas, la educación recibida, etc.

De lo anterior se deduce que todos los seres humanos están capacitados para el amplio desarrollo de su inteligencia, apoyados en sus capacidades y su motivación y que todos los seres humanos poseen las ocho inteligencias en mayor o menor medida. Gardner enfatiza el hecho de que todas las inteligencias son igualmente importantes y, según esto, el problema sería que el sistema escolar no las trata por igual sino que prioriza la lógico matemática y la lingüística, hasta el punto de negar la existencia de las demás.

¹² **Capacidad Intelectual** Grado en que están desarrolladas las más importantes habilidades de la estructura del intelecto: Comprensión, memoria, solución de problemas, toma de decisiones, y creatividad. Puede medirse, conocerse y desarrollarse.

Para Gardner es claro que sabiendo lo que se sabe sobre estilos de aprendizaje, tipos de inteligencia y estilos de enseñanza, es absurdo que se siga insistiendo que todos los alumnos aprendan de la misma manera. Todo esto hace que el juego como estrategia de enseñanza y aprendizaje, presente las matemáticas de forma diversa que permita al alumno asimilarla partiendo de sus capacidades y aprovechando sus puntos fuertes.

Finalmente, conviene recordar la importancia que tiene para el docente conocer¹³ cuáles procesos mentales, funciones cognitivas y facultades mentales pone en juego un estudiante en un proceso de aprendizaje, de forma que pueda orientar experiencias que no solamente estén dirigidas al desarrollo en el estudiante de competencias cognitivas, actitudinales y axiológicas, sino también competencias metacognitivas pues solamente de esta forma es posible brindarle espacios que le permitan formarse para continuar aprendiendo durante toda la vida.

El proceso de comprensión de contenidos y sentido de lo aprendido de forma significativa, exige un trabajo permanente de reflexión y regulación de las funciones cognitivas y los procesos mentales, tareas que son propias de la metacognición, pero que solamente es posible cuando los estudiantes aprenden a pensar racional y lógicamente y “desarrollan y amplían su capacidad a través de un campo de estrategias de pensamiento en si misma entrelazadas e interdependientes” (Splitter y Sharp 1996,38).

Lo anterior es posible si el profesor asume con responsabilidad su papel de mediador y es capaz de planificar y controlar el uso de estrategias que permitan el logro de todos esos fines y, de otro lado, si los estudiantes observan y reflexionan sobre el proceso que observan y participan activamente pues se sienten parte de ella.

¹³ Tomado de estrategias de enseñanza y aprendizaje(2007,pág. 25 - 40)

Bondades del juego desde la perspectiva pedagógica

El mundo fascinante que muestran los niños y las niñas en el juego y la fuerza motivadora que imprimen a sus actividades lúdicas están relacionadas con la curiosidad epistemológica natural del ser humano; por eso juego y aprendizaje están necesariamente relacionados.

No es fácil descubrir cuál es la relación que juego y aprendizaje mantienen entre sí. Las distintas culturas interpretan de forma particular el papel que el juego tiene en el desarrollo y en muchas oportunidades se ha confundido la función que este tiene como potenciador del cambio y la maduración en todos los sentidos. Aunque también es cierto que en algunas culturas, o en algunos periodos históricos, los juegos han sido interpretados como actividades interesantes y positivas para la infancia, no siempre ha ocurrido así.

En nuestro ambiente se va abriendo camino la idea del valor educativo de los juegos, pero aún lucha contra lo contrario: la idea de que los juegos son tiempo muerto, simples periodos de espera o pérdidas de tiempo. Todo ello, junto con la tendencia academicista e instructivista de nuestra tradición escolar, ha dificultado que el juego ocupe un papel relevante entre las actividades escolares, a pesar de que es una fuente de conocimiento natural y un escenario de continuo aprendizaje social.

Este trabajo tiene en cuenta las bondades que el juego tiene para el proceso educativo, entre las cuales tenemos:

- ❖ El juego infantil constituye un escenario, psicosocial donde se produce un tipo de comunicación rica y variada, que permite a los niños indagar en su propio pensamiento y pone a prueba sus conocimientos mediante el uso interactivo de objetos y conversaciones. Además, los juegos son procesos interactivos y comunicativos en los que participamos desde que nacemos, respondiendo a la demanda que recibimos de los adultos para actuar

de una forma especial divertida y estimulante, que nos permitirá tomarnos la vida un poco en broma, sin perder la compostura.

- ❖ Jugar es entrar en un mundo en el que, si uno se equivoca, no hay gran cosa que lamentar porque finalmente es sólo un juego.
- ❖ El carácter de ensayo del juego, o de proceso revocable cuando no logra el éxito, se convierte en verdadero triunfo cuando se culmina de forma exitosa.
- ❖ Es ésta una experiencia que proporciona al niño/a la seguridad necesaria para aprender a arriesgarse, creando situaciones nuevas, inventando recursos interesantes y evaluándose de forma tolerante y positiva. Todo ello ocurre porque el juego se produce en el clima de esa connotación emocional y afectiva que hace que todo sea más fácil y creativo. Este tipo de experiencia social y sus connotaciones personales aportan a la actividad lúdica parte de su potencialidad de aprendizaje en todos los dominios del desarrollo cognitivo, desde el manipulativo instrumental al simbólico, mental y lógico operativo.
- ❖ En el juego siempre hay un proceso negociador sobre normas y significados que refleja como el saber sobre las cosas es de origen social y el consenso sobre las ideas es necesario para sentirse seguro.
- ❖ La naturaleza del juego se convierte en una forma de conceptualizar y comunicar conocimientos para que el profesorado los utilice como herramienta educativa.
- ❖ Esta propuesta didáctica de utilización del juego como escenario pedagógico hace que se adopte una perspectiva de indagación y descubrimiento del comportamiento de los alumnos y alumnas. El profesor debe basar su práctica en la información que descubre sobre las formas en que sus alumnos progresan espontáneamente en sus juegos, elaborando a partir de ellos los nuevos proyectos.
- ❖ El juego infantil es un aliado en la tarea de investigación sobre la práctica educativa. Indagar sobre cómo se producen los conocimientos nuevos y rectifican errores conceptuales y de procedimiento entre sí, de forma sencilla y segura.
- ❖ El juego es un escenario espontáneo para el aprendizaje infantil, aprender a utilizarlo puede ser muy interesante para el profesorado que desarrolle su labor usando el juego como un potenciador en el desarrollo cognitivo, afectivo y socioemocional de los niños, y que desee aprovechar todos los recursos que este proceso evolutivo proporciona, porque

no hay que olvidar que el juego es en sí mismo, un ámbito natural destinado al desarrollo y al aprendizaje.

- ❖ Jugando se aprende a defenderse de posibles ataques, pero también se aprende a ser apacible y tierno con los otros, a descubrir sus intenciones y adaptarse a ellas, a alejarse si fuera necesario y a proteger al más débil. En los juegos se practica el complejo proceso de adecuar el pensamiento, la actitud y el comportamiento personal a las exigencias de los demás y de la situación social.
- ❖ La inmensa mayoría de juegos tienen lugar en el ámbito de las relaciones interpersonales entre iguales, en el que se aprende el dominio del conocimiento y las actitudes sociales y del que saldrán sentimientos y vínculos tan importantes como la amistad y el compañerismo, sin los cuales el desarrollo no podría concebirse en términos de equilibrio entre lo personal y lo social.
- ❖ La personalidad infantil durante los años preescolares se construye a través del ajuste armónico de un conjunto de factores que deben observarse como la conjunción de distintos planos, el psicomotor, el cognitivo y el afectivo (Ortega y Fernández, 1997) en lo que los juegos afectan y son afectados por ellos.
- ❖ El formato lúdico es el escenario, real y simbólico, rico en relaciones interpersonales, emocional y cognitivamente estimulantes, en el cual tiene lugar conversaciones interesantes sobre la vida y las cosas que en ella suceden, porque en él se negocian normas razonables y se hace en uso creativo de objetos, de los espacios y los tiempos. Dentro del formato, la disponibilidad personal (actitudes) de los jugadores para diseñar y desarrollar actividades es libre o auto aceptada.
- ❖ El juego es un factor espontáneo de educación y cabe un uso didáctico del mismo, siempre y cuando, la intervención no desvirtúe su naturaleza y estructura diferencial
- ❖ El juego que los niños realizan espontáneamente es una fuente de aprendizaje natural, que apoya el descubrimiento y la investigación que continuamente estos hacen sobre el mundo que les rodea. Todos los juegos tienen potencialidades educativas, porque en todos se aprenden cosas nuevas o se ponen en práctica conocimientos y habilidades ya adquiridas, lo que permite una experimentación que reforma y perfecciona conocimientos anteriores.

1.2 LA MATEMÁTICA Y EL JUEGO

Si se hace una retrospectiva a lo largo de la historia se encuentra que la matemática siempre ha sido protagonista en ella, pues a través del tiempo ha sido objeto o instrumento de la elaboración de pueblos enteros, ha facilitado el acercamiento al universo, al arte y ha despertado sentimientos como la curiosidad, apatía, el gusto, la pasión, etc., de muchos personajes que han intentado entenderla, aplicarla, estructurarla, enseñarla y buscarle más usos de los que tiene.

Al hacer una reflexión sobre la concepción que cada uno tiene de la matemática y recoger el resultado, quizá nunca se terminaría pues sería una larga y tediosa tarea, ya que en esta concepción influyen muchos factores de tipo epistemológico, psicológico, cognitivo, filosófico, etc. A continuación presentamos a groso modo algunas concepciones de la matemática¹⁴.

El Platonismo. Éste considera las matemáticas como un sistema de verdades que han existido desde siempre e independientemente del hombre. La tarea del matemático es descubrir esas verdades matemáticas, ya que en cierto sentido está “sometido” a ellas y las tiene que obedecer.

El Logicismo. Esta corriente de pensamiento considera que las matemáticas son una rama de la Lógica, con vida propia, pero con el mismo origen y método, que son parte de una disciplina universal que regiría todas las formas de argumentación.

El Formalismo. Esta corriente reconoce que las matemáticas son una creación de la mente humana y considera que éstas consisten solamente en axiomas, definiciones y teoremas como expresiones formales que se ensamblan a partir de símbolos, que son manipulados o combinados de acuerdo con ciertas reglas o convenios preestablecidos

El Intuicionismo. El Intuicionismo considera las matemáticas como el fruto de la elaboración que hace la mente a partir de lo que percibe a través de los sentidos y también como el estudio de

¹⁴ Lineamientos Curriculares en Matemáticas. Ministerio de Educación Nacional. 1998

esas construcciones mentales, cuyo origen o comienzo puede identificarse con la construcción de los números naturales.

El Constructivismo. El constructivismo está muy relacionado con el Intuicionismo pues considera que las matemáticas son una creación de la mente humana y que únicamente tienen existencia real aquellos objetos matemáticos que pueden ser contruidos por procedimientos finitos a partir de objetos primitivos.

Si bien se observa que las concepciones sobre la matemática son válidas, esta monografía se fundamenta en alguna de ellas. Puede afirmarse que la matemática es una ciencia dinámica, cambiante y compleja, por lo que su aprendizaje y enseñanza tienen cierto grado de dificultad que obligan a la reflexión permanente sobre cómo se enseña y cómo se aprende la matemática.

Hemos visto que generalmente la matemática se presenta de una forma fría, inmutable, lejana, difícil, alejada de la realidad y llevada a los estudiantes de una forma tradicional y poco interesante, lo que causa muchas de las dificultades en su aprendizaje. Creemos que un enfoque lúdico, que apoye la presentación formal de la matemática escolar es una de las posibles soluciones para lograr superar estas dificultades y crear una actitud positiva hacia su aprendizaje.

Es necesario aplicar estrategias innovadoras y creativas que permitan que el estudiante logre mejores resultados porque la matemática no es solo un conjunto de reglas y de cálculos tediosos, sino que considera instancias de asombro y admiración al descubrir las relaciones que se pueden establecer en ella, entre los elementos componentes de la misma matemática y entre esta y otras áreas del saber.

La educación que concebimos lleva a considerar, en nuestro papel de educadores, las dimensiones intelectual y afectiva del educando, y a la necesidad de respetar las peculiaridades de cada uno así como un trato igualitario e igualdad de oportunidades. Esto conlleva educar según las características de cada uno pero dentro de un determinado sistema social caracterizado por las relaciones que se generan en el aula.

Esta nueva perspectiva de la matemática, considera esta ciencia como uno de los elementos esenciales de nuestra época en el contexto sociocultural en el que nos desenvolvemos. Es una de las formas básicas de expresión mediante la cual dotamos de significado y organizamos nuestro mundo y es posible comunicar, interpretar, predecir y conjeturar. Su aceptación como algo presente en todas las formas de expresión humana ha superado su consideración de disciplina formal que se construye lejos de nosotros y de nuestros intereses.

Lo anterior nos lleva a la necesidad de profundizar y desarrollar su dimensión educativa y cambiar su papel en el sistema escolar, sobrepasando el tradicional esquema atribuido a esta disciplina, que muchas veces consistió en un elemento de discriminación y selección de los estudiantes. Así pues, la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas deben adoptar nuevos rumbos, y es de ellos de donde surge el concepto de Educación Matemática.

A principios del siglo XX ya se empezaba a hablar a nivel mundial de Educación Matemática, gracias al matemático alemán Félix Klein, con sus proyectos de renovación de la enseñanza media y con sus famosas lecciones sobre matemática elemental desde un punto de vista superior (1908). En los años 60 y 70 hubo otro gran movimiento acerca de la Educación Matemática al aparecer la “Matemática Moderna”, lo que permitió reflexionar sobre muchos conceptos y su forma de enseñarlos e interpretarlos, se hicieron cambios en las concepciones y aunque los conocimientos y la teoría seguían siendo importantes, sin dejarlos de un lado, aparecieron otras preocupaciones como incluir en las matemáticas el contexto, la sociedad, la formación integral y despertar el interés y la curiosidad del estudiante.

En los años 80 se hicieron algunas correcciones de los esquemas planteados en la década anterior y se trata de empezar a humanizar la matemática y a involucrar más su entorno.

1.2.1 La Educación Matemática

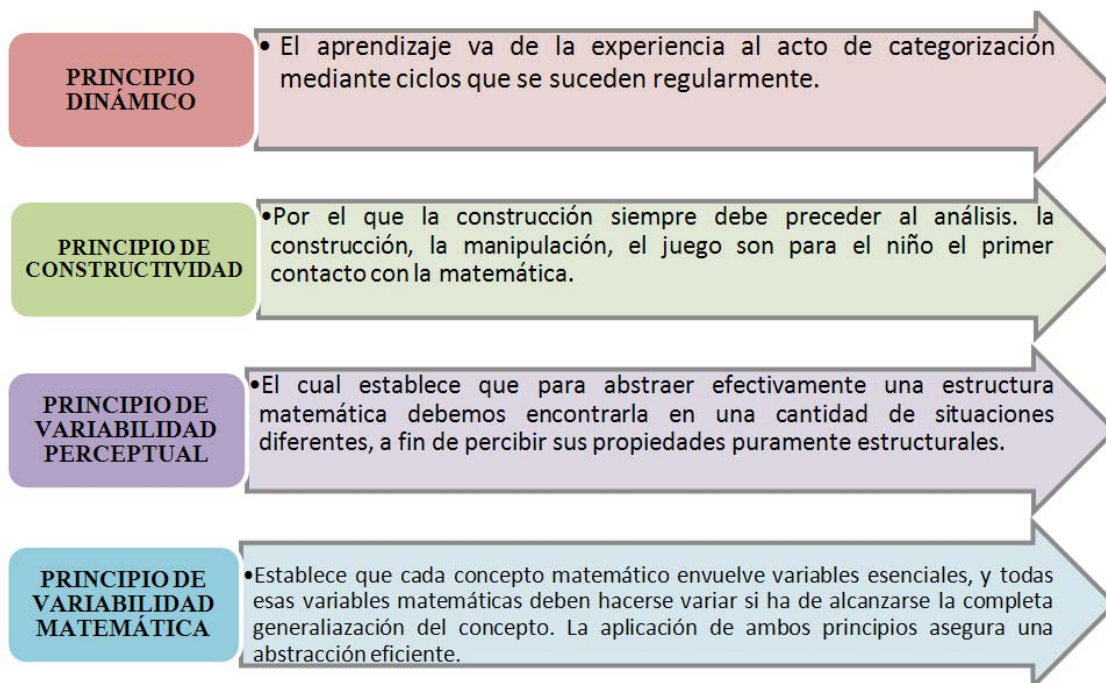
El campo de la Educación Matemática se debe concebir como la inmersión de fenómenos relacionados con las actividades humanas, sociales y culturales ordenadas y orientadas a hacer posible, desarrollar y optimizar la personalización, transmisión y creación de cultura matemática considerada como experiencia colectiva organizada.

Una de las finalidades primordiales de la Educación Matemática es preparar al individuo a participar activamente en la sociedad. Las características especiales del conocimiento matemático permiten que la educación matemática pueda dirigirse al fomento de la creatividad, el pensamiento crítico, la capacidad de aprender de modo autónomo lo que los estudiantes necesiten para la vida, y de aplicar este conocimiento para resolver situaciones problemáticas que se les presenten.

En general, lo que se pretende con las matemáticas es enseñar al niño a expresar matemáticamente las realidades circundantes, así, la matemática se presenta como un nuevo lenguaje, que lleva tras si un nuevo modo de pensar.

Para lograr sus objetivos, la educación matemática utiliza como un recurso de gran valor, la aplicación de experiencias. Toda situación partirá de una experiencia que se irá desarrollando con el apoyo experimental y a través del método de descubrimiento, teniendo en cuenta los principios básicos del aprendizaje de la matemática de Dienes (1977), podemos ver:

Figura 11. Principios básicos del aprendizaje de la matemática.



La preocupación más grande que existe hoy en día es la transmisión de los procesos de pensamiento propios de la matemática, ya que del conocimiento en sí siempre se ha hecho y lo que se pretende es buscar estrategias para que aprendan a desenvolverse en la sociedad resolviendo sus propios problemas sin pretender dar sólo importancia a su resultado sino al camino para llegar a su solución. Como una buena estrategia para aplicación de experiencias y como lo dicho anteriormente, para el aprendizaje de las matemáticas, una buena opción, sería el juego.

Importancia del juego en la Matemática

En un apartado anterior se señalaron las bondades del juego desde la parte psicológica y pedagógica, ahora veremos cómo esas bondades las podemos aplicar en matemáticas puesto que el juego:

EL JUEGO EN EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO NUMÉRICO
EN ESTUDIANTES DE SÉPTIMO GRADO

- ❖ Contribuye a desarrollar el espíritu constructivo, la imaginación y hasta la facultad de sistematizar, tan necesaria en el aprendizaje matemático.
- ❖ Estimula el conocimiento y el descubrimiento personal.
- ❖ Favorece la interacción social y, de manera muy efectiva la motivación.
- ❖ Colabora en el desarrollo de habilidades para comprender conceptos y términos matemáticos, detectar analogías, diferencias y similitudes, identificar elementos críticos y seleccionar datos y procedimientos correctos y además, cambiar la metodología de trabajo (estrategias del juego) cuando sea necesario.
- ❖ Proporciona bajo nivel de ansiedad y alta puntuación en autoestima con buenas relaciones con sus iguales.
- ❖ Favorece el desarrollo de la función simbólica cuando incluye el proceso de construcción de representaciones.
- ❖ Promueve el desarrollo de habilidades que favorecen la independencia intelectual del estudiante, la integración de temas, el trabajo grupal de investigación, el respeto de reglas y la utilización adecuada de la información.

Los juegos pueden ayudar al desarrollo de destrezas en:

- ❖ El reconocimiento de características.
- ❖ Contar
- ❖ El reconocimiento de numerales y de patrones.
- ❖ La práctica de operatoria
- ❖ La resolución de problemas.

Con respecto al juego, hay muchas clasificaciones, eso depende de los objetivos que se pretenden con él, aquí presentamos una opción que va acorde con la enseñanza de las matemáticas y tiene en cuenta la clasificación hecha por Piaget.

- ❖ *los juegos con objetos concretos*, además de tener una importante función motivadora, permiten al educando, mediante su propia actividad, tomar contacto con las estructuras matemáticas. La acción con los objetos le lleva primero a familiarizarse con el material y

progresivamente a observar regularidades, patrones y relación que preparan los procesos de abstracción y de generalización.

- ❖ *el juego simbólico*, junto con el desarrollo de la creatividad del niño, permite que la imaginación se una a la manipulación para descubrir las estructuras, las relaciones entre los elementos y la elaboración de conceptos matemáticos.
- ❖ *El juego con reglas* lleva al estudiante a efectuar deducciones mediante su aplicación sistemática, colaborando al desarrollo del pensamiento lógico; los juegos con reglas están en correspondencia directa con el modo de pensar matemático.

La presentación de los juegos debe ser motivadora tanto en su forma como en su contenido. Deben posibilitar el ser jugados y resueltos, cuando se presentan como problemas, en diferentes niveles, de acuerdo al desarrollo intelectual del niño. Deben ir desde la simple solución, hasta los modos superiores de generalización.

La programación de actividades lúdicas, basadas en una variedad de juegos con diversos materiales, permite considerar una amplia gama de objetivos a lograr y contenidos matemáticos probables de explorar. Para cerrar estas reflexiones en torno al juego y la educación matemática inicial, tomaremos a Martín Gardner (1988), un matemático que hizo de esta disciplina una instancia recreativa permanente, que nos permita reflexionar en torno a una de sus citas.

Al igual que las ciencias, las matemáticas son una especie de juego donde el universo hace de contrario. Los mejores matemáticos y los mejores profesores de matemática, son evidentemente quienes mejor comprenden las reglas del juego y gozan experimentando la emoción de jugar. No conozco otro método mejor para lograr la sensación de sorpresa que todos los grandes matemáticos sienten, y que todos los grandes profesores de matemática han sabido comunicar, que a través de juegos, rompecabezas, paradojas, trucos mágicos y demás recursos del repertorio de matemática recreativa.

Lo anterior apoya la premisa de que en matemática el juego constituye una poderosa estrategia de aprendizaje. En este trabajo en particular se toma el juego como estrategia para apoyar el aprendizaje de los niños que presentan dificultades de asimilación de conceptos relacionados con un tema específico (operaciones con números enteros).

La aversión hacia las matemáticas, tanto en adultos como en niños, está a menudo relacionada con la ansiedad y el miedo. Las actitudes negativas tienen diversos orígenes; según Macnab y Cummine (1992) las cinco de mayor importancia son:

- ❖ Percepciones generales y actitudes hacia las matemáticas.
- ❖ La presentación de las matemáticas en el aula.
- ❖ Las actitudes de los profesores de matemáticas hacia los alumnos.
- ❖ La forma escrita de las matemáticas.
- ❖ La naturaleza del pensamiento matemático.

Hablaremos un poco de cada una para tenerlas en cuenta en nuestro trabajo.

Percepciones generales y actitudes hacia las matemáticas. Estas son algunas de las percepciones transmitidas por los niños hacia la matemática.

- ❖ Las matemáticas se presentan generalmente para que se aprendan en una forma final, como producto, pulida sin referenciar su desarrollo histórico y, consecuentemente, pueden parecer sin motivos y arbitrarias.
- ❖ La matemática se ve ausente de cualquier clase de creatividad o de iniciativa personal.
- ❖ La matemática es un área en la que se hacen juicios, no solo sobre el intelecto, sino sobre la apreciación personal, es decir, que en esta asignatura las opiniones y puntos de vista personales no tienen importancia.
- ❖ Las matemáticas se consideran abstractas y no están relacionadas con la realidad, un misterio viable a pocos, una colección de reglas y hechos que deben ser recordados y memorizados, especialmente lo numérico.
- ❖ Las matemáticas son fijas, externas, intratables e irreales.

La presentación de las matemáticas en el aula tiene una gran importancia en las actitudes de los estudiantes, es uno de los factores que origina actitudes negativas hacia la asignatura. Como una de las respuestas posibles surge el desafío de incorporar al aula aspectos de matemática recreativa (nuevamente) como parte de una metodología activa, innovadora y actual,

indispensables para mejorar la educación matemática de los niños con dificultades de aprendizaje.

Las actitudes de los profesores de matemáticas hacia los estudiantes. Los profesores de matemáticas tenemos “fama” de ser áridos, sarcásticos e impacientes. Esto es debido a las concepciones expuestas por los estudiantes, para mejorar esa falencia es necesario crear situaciones de juego y de matemática recreativa, aquí la relación profesor-alumno es diferente a como se presenta en la clase tradicional. El profesor debe ser un guía que comparte, sugiere caminos para lograr algún resultado que puede no ser el final, sino alguno de los niveles de respuesta que el juego o la actividad recreativa le permite.

La forma escrita de las matemáticas. La forma escrita de las matemáticas o sea el lenguaje utilizado también ha sido un gran motivo para incrementar actitudes negativas hacia esta disciplina. La matemática tiene un lenguaje particular, específico, el cual simplifica, en algunos casos, la comunicación, y por otro lado clarifica y designa de una manera exacta, sin posible confusión, sus contenidos. Este desconocimiento del lenguaje matemático conlleva una serie de falencias para el estudiante que se convierten en problemas para la comprensión de los nuevos conceptos y repercute también en la poca comunicación entre profesor y alumno. Además, estos problemas de comunicación generan en él, una reacción de rechazo hacia las matemáticas, que en algunos casos es difícil de superar.

La naturaleza del pensamiento matemático. Aquí seremos un poco más explícitos y a groso modo veremos algunas interpretaciones del pensamiento matemático y por ende del pensamiento numérico, objeto de nuestro proyecto. Antes de hablar de pensamiento matemático, debemos departir acerca de procesos mentales y del pensamiento, entendiendo que este es una facultad propia del ser humano. Esta facultad común en los seres humanos, se enriquece cuando encuentra un contexto apropiado.

Una parte primordial en la educación deber ser el desarrollo del pensamiento, de aquí surgiría una pregunta ¿por qué enseñar a pensar? Para esta pregunta existen variadas respuestas, pero se

podrían decir que las exigencias del mundo de hoy le están planteando a la escuela la necesidad de proporcionar a sus estudiantes los elementos y estrategias básicas para el desarrollo del pensamiento.

Con respecto al pensamiento matemático hay muchas “interpretaciones” por así decirlo, aquí presentamos algunas de ellas.

- ❖ Reflexión espontánea que los matemáticos realizan sobre la naturaleza de su conocimiento y sobre la naturaleza de procesos de descubrimiento e invención de la matemática.
- ❖ Parte de un ámbito científico en el cual los conceptos y las técnicas matemáticas surgen y se desarrollan en la resolución de tareas.
- ❖ Se desarrolla en todos los seres humanos en el enfrentamiento cotidiano a múltiples tareas.
- ❖ Trata de todas las formas de construir ideas matemáticas, incluidas las que provienen de la vida cotidiana.
- ❖ Es un proceso mediante el cual podemos aumentar nuestro entendimiento del mundo que nos rodea y ampliar nuestras posibilidades de elección.

Si recopilamos todas esas ideas podríamos decir que el pensamiento matemático es un proceso que se desarrolla en todos los seres humanos y permite construir ideas y conceptos matemáticos para resolver situaciones de la vida cotidiana.

En lineamientos curriculares de matemáticas (1998), afirmados por los estándares básicos de matemáticas (2003), el MEN propone unos nuevos elementos teóricos y metodológicos. Estos elementos se pueden identificar al menos en dos aspectos básicos: La introducción de los diferentes tipos de pensamientos matemáticos (numérico, espacial, métrico, variacional y estadístico), y la importancia del desarrollo de unos procesos de aula que permitan el aprendizaje de las matemáticas en contextos significativos, tomando como eje central las situaciones problema.

1.2.2 Pensamiento Numérico y Sistemas Numéricos

En cualquier actividad de la vida cotidiana de una persona, se requiere del uso de la aritmética. El énfasis que se ha hecho en el estudio de los números ha ido cambiando a través de las diferentes propuestas curriculares. El énfasis que ahora hacemos en el estudio de los sistemas numéricos es el desarrollo del pensamiento numérico. Se puede decir que una de las herramientas para desarrollar dicho pensamiento son los sistemas numéricos.

En los lineamientos curriculares del Ministerio de Educación Nacional se habla del pensamiento numérico como un concepto más general que sentido numérico, el cual incluye no sólo éste, sino el sentido operacional, las habilidades y destrezas numéricas, las comparaciones, las estimaciones, los órdenes de magnitud, etcétera. En los Estándares Curriculares y de Evaluación para la Educación Matemática (NCTM, 1989), sentido numérico es “una intuición sobre los números que surge de todos los diversos significados del número” (página 38). Los autores de estos estándares afirman que los niños con sentido numérico comprenden los números y sus múltiples relaciones, reconocen las magnitudes relativas de los números y el efecto de las operaciones entre ellos, y han desarrollado puntos de referencia para cantidades y medidas.

El pensamiento numérico se adquiere gradualmente y va evolucionando en la medida en que los alumnos tienen la oportunidad de pensar en los números y de usarlos en contextos significativos, y se manifiesta de diversas maneras de acuerdo con el desarrollo del pensamiento matemático. En particular es fundamental la manera como los estudiantes escogen, desarrollan y usan métodos de cálculo, incluyendo cálculo escrito, cálculo mental, calculadoras y estimación, pues el pensamiento numérico juega un papel muy importante en el uso de cada uno de estos métodos. La invención de un algoritmo y su aplicación hace énfasis en aspectos del pensamiento numérico tales como la descomposición y la recomposición, y la comprensión de propiedades numéricas. Cuando se usa un algoritmo ya sea utilizando papel y lápiz o calculadora, el pensamiento numérico es importante cuando se reflexiona sobre las respuestas.

Otras situaciones que involucran el desarrollo del pensamiento numérico hacen referencia a la *comprensión del significado de los números*, a sus diferentes *interpretaciones y representaciones*, a la utilización de su poder descriptivo, al reconocimiento del valor (tamaño) absoluto y relativo de los números, a la apreciación del efecto de las distintas operaciones, al desarrollo de puntos de referencia para considerar números. En general, estos puntos de referencia son valores que se derivan del contexto y evolucionan a través de la experiencia escolar y extraescolar de los estudiantes.

Otro indicador valioso del pensamiento numérico es la utilización de las operaciones y de los números en la formulación y resolución de problemas y la comprensión de la relación entre el contexto del problema y el cálculo necesario, lo que da pistas para determinar si la solución debe ser exacta o aproximada y también si los resultados a la luz de los datos del problema son o no razonables. (Ministerio de Educación Nacional. 1998).

Como hemos visto anteriormente, hay muchas situaciones que involucran el pensamiento numérico, pero hay tres aspectos que debemos detenernos a observar, pues ayudan a desarrollar el pensamiento numérico, el cual es el objeto de nuestro trabajo, tales aspectos son:

1. Comprensión de los números y de la numeración.
2. Comprensión del concepto de las operaciones.
3. Cálculos con números y aplicaciones de números y operaciones.

Mencionaremos la 1 y la 3, pero el énfasis lo haremos en el segundo numeral, ya que es el tema de nuestra experiencia.

Comprensión de los Números y de la Numeración. La comprensión de conceptos numéricos apropiados se puede iniciar con la construcción por parte de los alumnos de los significados de los números, a partir de sus experiencias en la vida cotidiana, y con la construcción de nuestro sistema de numeración teniendo como base actividades de contar, agrupar y el uso del valor posicional. Los números tienen distintos significados para los niños de acuerdo con el contexto en

el que se emplean. En la vida real se utilizan de distintas maneras, entre las cuales están las siguientes (Rico, 1987):

- ❖ Como secuencia verbal.
- ❖ Para contar y expresar una cantidad de objetos o como cardinal.
- ❖ Para medir.
- ❖ Para marcar una posición o como ordinal.
- ❖ Como código o símbolo.
- ❖ Como una tecla para pulsar.

Comprensión del Concepto de las Operaciones. Una parte importante del currículo de matemáticas se dedica a la comprensión del concepto de las operaciones fundamentales de adición, sustracción, multiplicación y división entre números (diferentes conjuntos numéricos). Al respecto, los aspectos básicos que según varios investigadores (por ejemplo, NCTM, 1989; Dickson, 1991; Rico, 1987; McIntosh, 1992) se pueden tener en cuenta para construir el significado de las diferentes operaciones y que pueden dar pautas para orientar el aprendizaje de cada operación, tienen que ver con:

- ❖ Reconocer el significado de la operación en situaciones concretas, de las cuales emergen.
- ❖ Reconocer los modelos más usuales y prácticos de las operaciones.
- ❖ Comprender las propiedades matemáticas de las operaciones.
- ❖ Comprender el efecto de cada operación y las relaciones entre operaciones.

En el proceso de aprendizaje de cada operación hay que partir de las distintas acciones y transformaciones que se realizan en los diferentes contextos numéricos y diferenciar aquellas que tienen rasgos comunes, que luego permitan ser consideradas bajo un mismo concepto operatorio.

Cálculos con Números y Aplicaciones de Números y Operaciones: “La finalidad de los cálculos es la resolución de problemas. Por lo tanto, aunque el cálculo sea importante para las matemáticas y para la vida diaria, la era tecnológica en que vivimos nos obliga a replantear la forma en que se utiliza el cálculo hoy día. Hoy casi todos los cálculos complejos los hacen las calculadoras y los computadores. En muchas situaciones de la vida diaria, las respuestas se

calculan mentalmente o basta con una estimación, y los algoritmos con lápiz y papel son útiles cuando el cálculo es razonablemente simple” (NCTM, 1989). Tradicionalmente el trabajo con las operaciones en la escuela se ha limitado a que los niños adquieran destrezas en las rutinas de cálculo con lápiz y papel a través de los algoritmos formales, antes de saber aplicarlas en situaciones y problemas prácticos, muchas veces sin comprender ni los conceptos que los fundamentan ni el significado de las operaciones.

Si bien miramos algunas de las interpretaciones anteriores, nos damos cuenta de que son muchos los factores que intervienen en el pensamiento matemático, pero el más relevante sería la resolución de problemas.

La resolución y el planteamiento de problemas. A lo largo del estudio de este proyecto, hemos notado que para los diversos autores la actividad de resolver problemas ha sido considerada como un elemento importante en el desarrollo del pensamiento matemático y en el estudio de las matemáticas como tal.

De acuerdo con los lineamientos curriculares (1981), se afirma que la resolución de problemas debe ser el eje central del currículo de matemáticas, y como tal, debe ser un objetivo primario en la enseñanza y parte integral de la actividad matemática. Pero esto no significa que se constituya en un tópico aparte del currículo, deberá permearlo en su totalidad y proveer un contexto en el cual los conceptos y las herramientas sean aprendidos. A medida que los estudiantes van resolviendo problemas van ganando confianza en el uso de las matemáticas, van desarrollando una mente perseverante y el pensamiento, van aumentando la capacidad de comunicarse matemáticamente y de utilizar procesos de pensamiento de alto nivel.

Las investigaciones que han reconocido la resolución de problemas como una actividad muy importante para el aprendizaje de las matemáticas proponen considerar en el currículo de matemáticas aspectos como los siguientes:

- ❖ Formulación de problemas a partir de situaciones dentro y fuera de las matemáticas.
- ❖ Desarrollar y aplicar diversas estrategias para resolver problemas.

- ❖ Verificar e interpretar resultados teniendo en cuenta el problema original.
- ❖ Generalización de soluciones y estrategias para próximas situaciones.
- ❖ Adquisición de confianza en el uso significativo de las matemáticas (NCTM, 1988:71).

El reconocimiento que se le ha dado a la actividad de resolver problemas en el desarrollo de las matemáticas ha originado algunas propuestas sobre su enseñanza entre las cuales las más conocidas son las de los investigadores Polya y Alan Schoenfeld¹⁵. Para Polya (1965).

“resolver un problema es encontrar un camino donde allí no se conocía previamente camino alguno, encontrar la forma de salir de una dificultad, encontrar la forma de sortear un obstáculo, conseguir el fin deseado, que no es conseguible de forma inmediata, utilizando los medios adecuados”.

Polya describió las siguientes cuatro fases para resolver problemas:

- ❖ Comprensión del problema.
- ❖ Concepción de un plan.
- ❖ Ejecución del plan.
- ❖ Visión retrospectiva.

Para cada fase sugiere una serie de preguntas que el estudiante se puede hacer, o de aspectos que debe considerar para avanzar en la resolución del problema, para utilizar el razonamiento heurístico, el cual considera las estrategias para avanzar en problemas desconocidos y no usuales, como dibujar figuras, introducir una notación adecuada, aprovechar problemas relacionados, explorar analogías, trabajar con problemas auxiliares, reformular el problema, introducir elementos auxiliares en un problema, generalizar, especializar, variar el problema y trabajar hacia atrás.

Aunque los matemáticos reconocen en los trabajos de Polya actividades que ellos mismos realizan al resolver problemas, también plantean que las estrategias de pensamiento heurístico resultan demasiado abstractas y generales para el estudiante¹⁶.

Otra propuesta interesante acerca de la enseñanza de la resolución de problemas la plantea Miguel de Guzmán; en ella propone¹⁷ que “la enseñanza a partir de situaciones problemáticas

¹⁵ El análisis sobre los trabajos de estos dos investigadores, puede consultarse entre otros en A. Perkins, 1994 y Luz Manuel Santos, 1992

¹⁶ Lineamientos Curriculares en Matemáticas. Ministerio de Educación Nacional. 1998

pone el énfasis en los procesos de pensamiento, en los procesos de aprendizaje y toma los contenidos matemáticos, cuyo valor no se debe en absoluto dejar a un lado, como campo de operaciones privilegiado para la tarea de hacerse con formas de pensamiento eficaces. Se trata de considerar como lo más importante:

- ❖ Que el alumno manipule los objetos matemáticos.
- ❖ Que active su propia capacidad mental.
- ❖ Que reflexione sobre su propio proceso de pensamiento con el fin de mejorarlo conscientemente.
- ❖ Que, de ser posible, haga transferencias de estas actividades a otros aspectos de su trabajo mental.
- ❖ Que adquiera confianza en sí mismo.
- ❖ Que se divierta con su propia actividad mental.
- ❖ Que se prepare así para otros problemas de la ciencia y, posiblemente, de su vida cotidiana.
- ❖ Que se prepare para los nuevos retos de la tecnología y de la ciencia.

Existen varias razones para considerar la importancia de las situaciones problemáticas como contexto. Este autor menciona las siguientes:

- ❖ Porque es lo mejor que podemos proporcionar a nuestros jóvenes: capacidad autónoma para resolver sus propios problemas.
- ❖ Porque el mundo evoluciona muy rápidamente, los procesos efectivos de adaptación a los cambios de nuestra ciencia y de nuestra cultura no se hacen obsoletos.
- ❖ Porque el trabajo se puede hacer atrayente, divertido, satisfactorio, autorrealizador y creativo.
- ❖ Porque muchos de los hábitos que así se consolidan tienen un valor universal, no limitado al mundo de las matemáticas.
- ❖ Porque es aplicable a todas las edades.

¹⁷ Miguel de Guzmán, Enseñanza de las ciencias y de las matemáticas, Editorial Popular, Madrid, 1993, pág. 111.

CAPÍTULO 2

EL JUEGO COMO ESTRATEGIA PARA EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO NUMÉRICO: UNA PROPUESTA

"El juego y la belleza están en el origen de una gran parte de las matemáticas. Si los matemáticos de todos los tiempos se lo han pasado tan bien jugando y contemplando su juego y su ciencia, ¿por qué no tratar de aprenderla y comunicarla a través del juego y de la belleza?", De Guzmán.

Este capítulo hace referencia al uso del juego para desarrollar pensamiento numérico en los estudiantes, la propuesta encierra una prueba de entrada (diagnóstica), los talleres y juegos utilizados en la experiencia y la prueba de salida. Y, finalmente, se dejará ver el análisis de esta experiencia a luz de la fundamentación teórica expuesta anteriormente y de nuestras voces como investigadores y docentes.

La génesis de esta propuesta nace de la experiencia del uso de juegos que hemos tenido para la enseñanza de las matemáticas, nuestra intención es hacer un seguimiento real de sus bondades, observar y describir su contribución al desarrollo del pensamiento matemático en los estudiantes.

En nuestra experiencia como docentes hemos observado en las clases, el tedio, el aburrimiento, la pereza, la desmotivación, la falta de interés y de atención en lo que respecta a las matemáticas, lo cual conlleva al bajo rendimiento académico ocasionando en la mayoría de los casos que no se apropien de los conceptos, que no los apliquen y que no puedan resolver las situaciones que los rodean.

Además hemos notado la gran relación que existe entre la matemática y el juego, así como decía Miguel de Guzmán¹⁸ “Por una parte son muchos los juegos con un contenido matemático profundo y sugerente y por otra parte una gran porción de la matemática de todos los tiempos tiene un sabor lúdico que la asimila extraordinariamente al juego”. De esta manera y conjugando las ideas anteriores ya teníamos las herramientas para usar el juego (bien fundamentadas) como estrategia de enseñanza en estudiantes que por el método tradicional no se apropiaron del conocimiento matemático. Razón por la cual intentamos proponer una alternativa que ayude a los jóvenes a potenciar de una forma diferente sus capacidades cognitivas.

Los propósitos que pretendíamos con esta experiencia eran:

- ❖ Favorecer el desarrollo de pensamiento matemático (numérico) en los estudiantes de séptimo grado.
- ❖ Fusionar la teoría de juego (lúdica) con la matemática formal en un tema específico (enteros). Este conocimiento lo teníamos intuitivamente y quisimos fundamentarlo y aprovechar todas sus riquezas para aplicarlo en el aula.
- ❖ Reforzar el concepto de número entero en los estudiantes, de una forma no tradicional.
- ❖ Potenciar destrezas en los estudiantes tales como: El reconocimiento de características, contar, el reconocimiento de numerales y de patrones, la práctica de operatoria y la resolución de problemas con los números enteros.
- ❖ Crear en los estudiantes una visión diferente de las matemáticas presentándolas de una forma agradable y divertida para despertar en los estudiantes actitudes tales como: motivación, interés, comprensión, atención, entre otras.

En este proyecto, tomamos como referencia los Lineamientos Curriculares (MEN, 1998) y como hay muchos aspectos que ayudan al desarrollo del pensamiento numérico en el conjunto de los números enteros con sus relaciones y operaciones, nuestras actividades se centraron en los siguientes:

- ❖ Comprensión de las características de este conjunto.

¹⁸ “Juegos matemáticos en la enseñanza” Actas de las IV jornadas de Aprendizaje y Enseñanza de las matemáticas. Santa Cruz de Tenerife, 1984.

- ❖ Comprensión del concepto de las operaciones.
- ❖ Cálculos con números y aplicaciones.

Por supuesto sin dejar de lado la resolución de problemas.

Según los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (MEN, 1998), se entiende por competencia como conjunto de conocimientos, habilidades, actitudes, comprensiones y disposiciones cognitivas, socioafectivas y psicomotoras apropiadamente relacionadas entre sí para facilitar el desempeño flexible, eficaz y con sentido de una actividad en contextos relativamente nuevos y retadores. Esta noción supera la más usual y restringida que describe la competencia como saber hacer en contexto en tareas y situaciones distintas de aquellas a las cuales se aprendió a responder en el aula de clase.

En nuestro trabajo quisimos, además, potenciar algunas de las competencias básicas como:

- ❖ Formular, plantear, y resolver problemas a partir de situaciones de la vida cotidiana, de las otras ciencias y de las matemáticas mismas. Para esto se necesita que el estudiante analice la situación, identifique lo más importante y establezca relaciones entre sus partes y lo asemeje a situaciones parecidas. Este proceso requiere del uso de conceptos, procedimientos y diversos lenguajes para expresar las ideas matemáticas útiles, tratar y resolver los problemas asociados a dicha situación. Estas actividades requieren del razonamiento, pues exige argumentar y justificar los análisis y procedimientos realizados para validar las soluciones halladas.
- ❖ Utilizar algunas representaciones o sistemas de notación simbólica para crear, expresar y representar ideas matemáticas.
- ❖ Aplicar procedimientos y algoritmos matemáticos y conocer cómo, cuándo y por qué usarlos de manera flexible y eficaz. Así se vincula la habilidad procedimental con la comprensión conceptual que fundamenta esos procedimientos.

EL JUEGO EN EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO NUMÉRICO
EN ESTUDIANTES DE SÉPTIMO GRADO

De otra parte, los protagonistas de esta experiencia son 7 estudiantes del Instituto San José de La Salle, sus edades oscilan entre 10 y 11 años. Ellos fueron seleccionados mediante la prueba diagnóstica que se le aplicó a todo el curso (701).



Foto 1. De pie (izq. – der.) Martín Suárez, Andrés Fernando Ordóñez, Jairo Matamoros, Andrés Ferreira
Sentados: Rafael Jiménez, Daniela Bernal, Fabián Norberto Briceño

El grupo de estudiantes participantes de la experiencia (6 de ellos), se caracteriza por ser jóvenes apáticos a las matemáticas. Están dentro de los casos típicos de un salón normal de clase, algunos son inquietos, distraídos, dispersos, no participan en clase o lo hacen muy poco, incumplen con tareas y trabajos, muestran desinterés, se les dificultan las evaluaciones de todo tipo, debido al poco manejo de los conceptos matemáticos, a las dificultades para solucionar situaciones problemáticas y como consecuencia su rendimiento académico es muy bajo. Vale la pena destacar que la prueba diagnóstica refleja la realidad en ellos.

Teniendo en cuenta lo anterior, estamos de acuerdo con Good (1986) donde afirma que los alumnos menos capaces tienen menor grado de conceptualización y mayor práctica, menos oportunidades para pensar, menos autonomía, menos posibilidades de autoevaluación, una retroalimentación menos honesta y casuales y reciben menos respeto como alumnos individuales

con intereses y necesidades peculiares. Por lo tanto, los alumnos menos capaces tienen pocas posibilidades de desarrollar estrategias cognitivas fuertes y, probablemente, menos posibilidades aún de desarrollar estrategias metacognitivas (Jones, Palincsar, et al., 1987).

Por el contrario, uno de ellos es un estudiante participativo, inquieto, interesado en aprender, presenta trabajos y tareas, pero a la hora de contestar una evaluación se bloquea, no comprende ni interpreta lo que lee y se afana por entregar rápido, cosa que hace que los resultados no sean los esperados para sus características. Sin embargo este no deja de ser un problema para el aprendizaje de las matemáticas.

2.1 DERROTERO DE LA PROPUESTA

Para llevar a cabo esta experiencia, seguimos una serie de actividades que como hemos dicho anteriormente tenía como objetivo desarrollar el pensamiento matemático en los estudiantes de 7°.

- ❖ Diseño y aplicación de una prueba diagnóstica con la temática de operaciones básicas de números enteros y resolución de problemas.
- ❖ Estudio y selección de los juegos cuya temática coincidía con la planeación del currículo de 7°.
- ❖ Diseño y aplicación de los 5 juegos escogidos, para desarrollar las competencias mencionadas anteriormente y facilitar el desenvolvimiento en situaciones que lo rodean.
- ❖ Diseño y aplicación de una prueba de salida utilizando algunas representaciones o sistemas de notación simbólica para crear, expresar y representar ideas matemáticas, para modelar situaciones que se presentaron en la experiencia y pasarlas al lenguaje matemático
- ❖ Organización del material, obtenido y elaboración de un análisis confrontando la teoría con la práctica.

2.1.1 La Prueba Diagnóstica

La prueba diagnóstica (véase en Anexos) se realizó para identificar el nivel de desarrollo del pensamiento numérico, en relación con la temática a tratar, operatoria con números enteros; queríamos observar si los estudiantes tenían el concepto claro y basándose en él, podían construir el significado de las operaciones en situaciones concretas y reconocer los modelos más usuales y prácticas de las operaciones. Además, se pretendía que los estudiantes nos mostraran mediante el desarrollo de los ejercicios sus concepciones y el manejo de competencias en relación con el ordenamiento de números, la operatividad, solución de situaciones y cuán desarrollado tenían el pensamiento numérico¹⁹. Por esta razón los aspectos a observar en esta prueba fueron los siguientes:

- ❖ Comprensión de las características del conjunto de los enteros.
- ❖ Comprensión del concepto de operaciones con números enteros.
- ❖ Cálculos con números y aplicaciones.

Diseño. La prueba está conformada por 25 preguntas, que evalúan, en relación con el tema de los enteros: el concepto, las propiedades, el orden, las operaciones básicas y la resolución de problemas. Cada pregunta se planteó con 4 posibles respuestas, de las cuales solo una es la correcta (selección múltiple con única respuesta). Las opciones de respuestas ofrecidas, en su mayoría, permiten detectar algunos errores típicos que cometen los estudiantes. La prueba aplicada a los estudiantes aparece en el Anexo 1.

Aplicación. La prueba se aplicó a 44 estudiantes de séptimo grado del Instituto San José de La Salle, el día 20 de mayo de 2008 en la jornada de la tarde. Los estudiantes fueron instruidos en la forma que debían contestar la prueba, sin embargo, como pasa con todo tipo de prueba, se

¹⁹ El desarrollo del pensamiento numérico exige dominar progresivamente un conjunto de procesos, conceptos, proposiciones, modelos y teorías en diversos contextos, los cuales permiten configurar las estructuras conceptuales de los diferentes sistemas numéricos.

percibió cierta preocupación por parte de algunos estudiantes al ser evaluados en un tema visto, pero otros mostraron cierta tranquilidad ya que el mal resultado (situación preocupante al contestar una evaluación) no repercutiría en las notas académicas del periodo, al contrario, los buenos resultados sí serían considerados como nota del anterior control de aprendizaje²⁰.

Una vez aplicada la prueba, al realizar el estudio de la misma, se detectaron muchos más aspectos para analizar que los inicialmente definidos. Sin embargo, al hacer un análisis detallado de las dificultades presentadas por los estudiantes al responder la prueba, se concluyó que el mayor problema que presentaban era en el desarrollo de las operaciones básicas con números enteros. Los ítems de la prueba que más desconcierto causaron, fueron los numerales 4, 9, 10, 16, 18, 19 y 21, la mayoría ejercicios de operatoria.

Así mismo, en la pregunta 23 se percibió una falla pues se omitió la palabra consecutivos, lo que originó que casi todas las opciones planteadas fueran posibles respuestas por lo que esta pregunta se eliminó en el análisis. Esto fue posible, ya que algunos de los estudiantes se inquietaron al leer dicho numeral y no encontraban una respuesta precisa acorde a los conocimientos previos, muchos de ellos manifestaban que la respuesta no estaba en las opciones de respuesta y que si la “sustentaban” tendrían derecho al puntaje de la pregunta. Razón por la cual se les insinuó que la contestaran y que posteriormente se evaluaría el tratamiento a seguir.

²⁰ Evaluación institucional del Instituto San José de La Salle, los cuales se realizan dos por periodo (previo).

Análisis de los resultados obtenidos

La tabla 2 muestra el número de estudiantes que respondieron cada una de las opciones disponibles en cada pregunta.

Tabla 2. Tabulación de los resultados de la prueba diagnóstica

<i>Pregunta No.</i>	<i>Opciones de respuesta</i>					
	<i>A</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>Ns / Nr</i>	<i>Anulada</i>
1	5	25	12	1	1	0
2	1	19	16	2	5	1
3	37	2	3	1	1	0
4	4	3	12	22	3	0
5	6	0	36	1	0	1
6	36	1	4	1	2	0
7	14	4	5	15	6	0
8	1	4	33	4	1	1
9	29	10	1	0	1	3
10	13	20	3	6	1	1
11	19	7	5	11	2	0
12	10	17	8	6	3	0
13	1	8	18	7	10	0
14	6	2	34	1	1	0
15	3	9	1	30	0	1
16	5	16	2	16	4	1
17	9	7	13	6	9	0
18	19	5	5	8	7	0
19	13	14	5	1	11	0
20	2	5	4	25	8	0
21	12	13	4	2	13	0
22	1	31	4	3	5	0
23	5	11	6	14	7	0
24	8	6	15	5	10	0
25	7	24	3	3	7	0

Estudio de las Respuestas Erróneas

Para el análisis de respuestas se presentan los histogramas de frecuencias para cada una de las preguntas, algunas observaciones acerca de los errores cometidos por los estudiantes y algunos ejemplos.

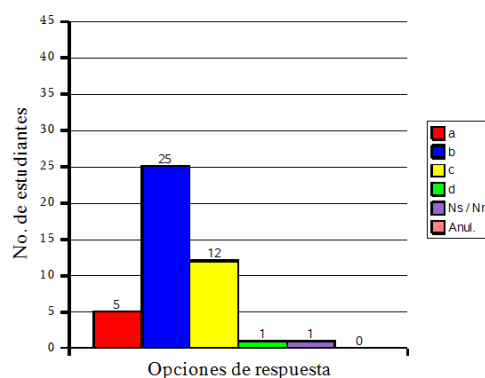
Pregunta No. 1

El 1 es:

- El módulo de la adición
- El módulo de la multiplicación
- La potencia de cualquier número elevado a la uno
- Un número que no pertenece a los enteros positivos.

De los 44 estudiantes el 56,82% saben que el 1 es el módulo de la multiplicación, la población restante desconoce no solamente que el 1 es el módulo de la multiplicación, sino además no tiene claro el concepto de módulo, lo que se puede percibir en el 11,36% (opción a) porque no comprenden que módulo es aquel número que al operarlo con cualquier otro debe dar el número inicial y el 27,27% saben que en la potenciación hay una propiedad donde al aplicar una potencia se obtiene como resultado uno (todo número elevado a la cero da uno).

Figura 12. Histogramas de frecuencias de la pregunta 1



a	b	c	d	Ns/Nr	Anul.
11,36%	56,82%	27,27%	2,27%	2,27%	0%

Pregunta No. 2

Si a es positivo y b es negativo, entonces:

- El producto de a y b es positivo
- El cociente de a y b es negativo
- La suma de a y b es negativa
- Las respuestas b y c son falsas.

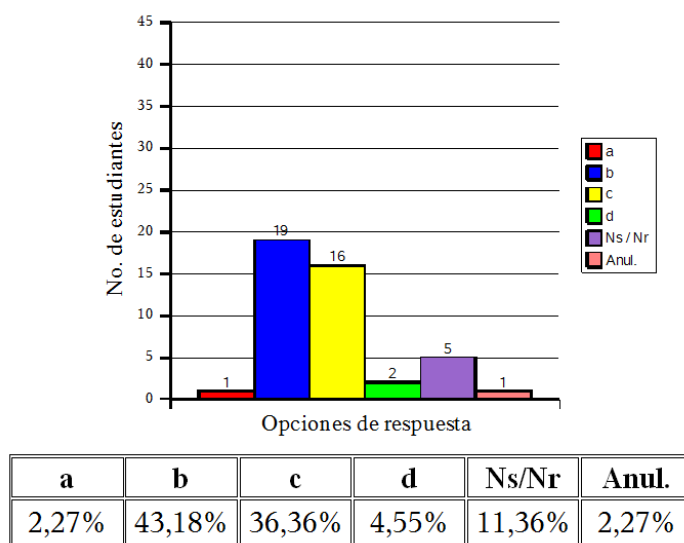


Figura 13. Histogramas de frecuencias de la pregunta 2

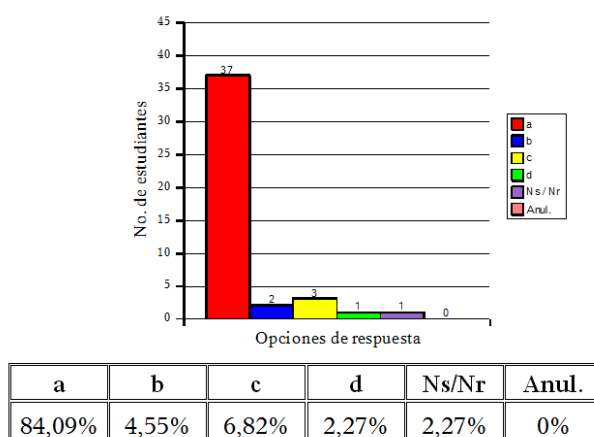
Sólo en un 43,18% acertaron la respuesta, el 36,36% contestaron que la suma de a y b es negativa cuando a es positivo y b es negativo, se les olvidó tener en cuenta el otro caso de la suma; y el 20,45% restante tiene errores marcados en operar un entero positivo y uno negativo. Como hemos mencionado uno de los problemas del desarrollo de pensamiento numérico es cuando los estudiantes presentan falencias en operaciones, aquí se observa que ellos siguen manejando las operaciones como si fueran números naturales, olvidando el comportamiento que tiene los números negativos al operarlos con otros, esto hace que el proceso sea mecánico y poco analítico.

Pregunta No. 3

Si a es un entero positivo y b es un entero negativo, entonces:

- a. $a > b$
- b. $a = b$
- c. $a < b$
- d. Ninguna de las anteriores

Figura 14. Histograma de frecuencias de la pregunta 3



En esta pregunta observamos que el 84,09% de la población reconoce que un entero positivo es siempre mayor a un entero negativo, el 16,91% presenta confusión existiendo un 4,55% que afirma que son iguales y un 6,82% que aseveran que el positivo es menor que el negativo. Estos errores se deben a que no tiene claro la utilización de representaciones o sistemas de notación simbólica para crear, expresar y representar ideas matemáticas, como en este caso la propiedad de orden de números enteros.

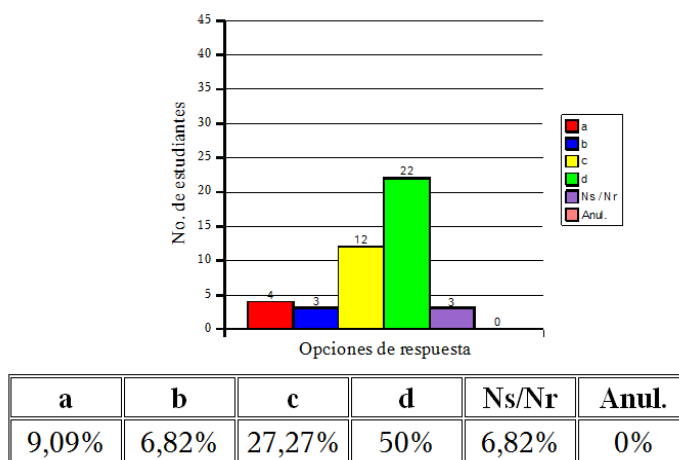
Pregunta No. 4

Los números enteros que tienen menor valor absoluto que 5 son:

- a. Únicamente los que están a la derecha del 5.
- b. Únicamente los que son mayores o iguales 5.
- c. Los menores que 5 y mayores que -5 .
- d. Los menores que 5.

EL JUEGO EN EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO NUMÉRICO
EN ESTUDIANTES DE SÉPTIMO GRADO

Figura 15. Histograma de frecuencias de la pregunta 4



En esta pregunta se reflejó el no tener clara la definición de valor absoluto pues sólo el 27,27 % acertaron la opción correcta y el 50% sólo consideran el valor absoluto de números positivos descuidando el valor absoluto de números negativos mayores que -5.

Pregunta No. 5

El conjunto que está formado con los números que están a la derecha del -3 y a la izquierda de 4 es:

- $\{-2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$
- $\{-1, -2, -3, -4, \dots\}$
- $\{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$
- $\{-2, 1, 0, -1, 2, 3, 4\}$

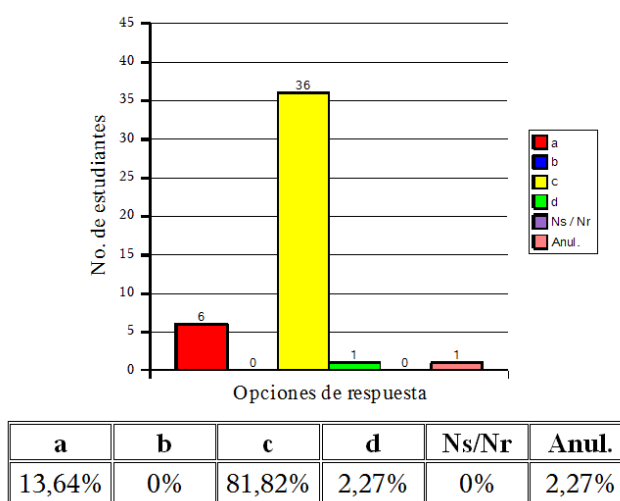


Figura 16. Histograma de frecuencias de la pregunta 5

En esta pregunta nos damos cuenta que el 81,82% contestó la opción **c**, saben cuál es el conjunto que está formado con los números que están a la derecha del -3 y a la izquierda de 4 esto implican que tiene bien definido el concepto de orden en un subconjunto de números enteros, el

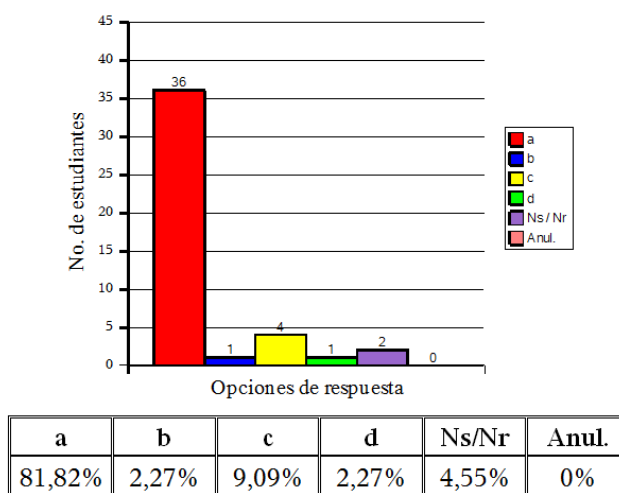
13,64% contestó la opción **a** sin darse cuenta de la trascendencia que tiene los puntos suspensivos en un conjunto de números, y el resto contestaron sin pensar de pronto o no interpretaron bien.

Pregunta No. 6

En una serie de 4 juegos los puntajes de Luis fueron, en su orden: -18. -15, -7, 2. Al observar estos puntajes, podemos decir:

- Luis fue mejorando porque los puntajes pasan de menor a mayor.
- El primer puntaje fue el mejor, porque ese es el mayor de los cuatro.
- Luis mejoró su puntaje, porque siempre aumentó 3 puntos.
- Luis fue mejorando porque los puntajes pasan de mayor a menor.

Figura 17. Histograma de frecuencias de la pregunta 6



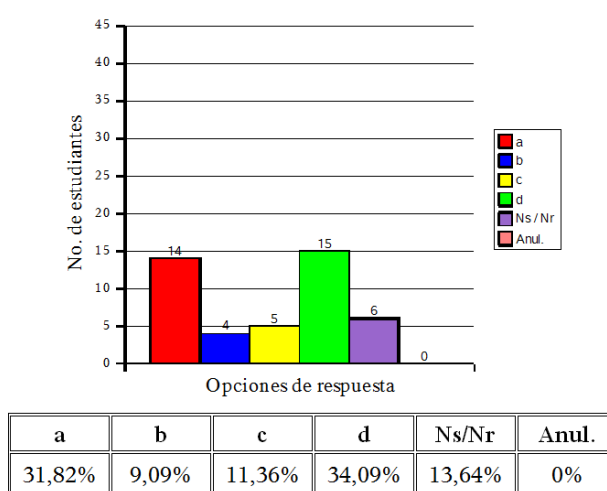
En esta pregunta el 81,82% refleja que los estudiantes tienen claro el concepto de orden en enteros y la trascendencia que tiene en una situación de la vida real. El 9,09% coincide en que los números van aumentando pero se equivoca en afirmar que siempre el aumento fue de 3 puntos lo que parece evidenciar un error de operaciones, el porcentaje mínimo restante tiene dificultades en este tema.

Pregunta No. 7

El enunciado correcto es:

- El producto de diez enteros negativos es negativo.
- El producto de ocho enteros positivos es negativo
- El producto de un número impar de enteros negativos es positivo
- El producto de un número par de enteros negativos es positivo

Figura 18. Histograma de frecuencias de la pregunta 7



En esta pregunta se refleja que solamente el 34,09% tiene claro que al multiplicar un número par de enteros negativos el resultado es positivo, seguidamente un 31,82% contestaron que el producto de diez enteros negativos da un negativo tal vez conservando el concepto de manejo de signos en suma y, en las otras respuestas se percibe confusión en el tema porque aún no lo tienen aprendido o no interpretaron la pregunta. Al manifestarles la inquietud, los estudiantes comentan que se confunden todavía con los signos reafirmandonos que tienen falencias en el concepto de las operaciones.

Pregunta No. 8

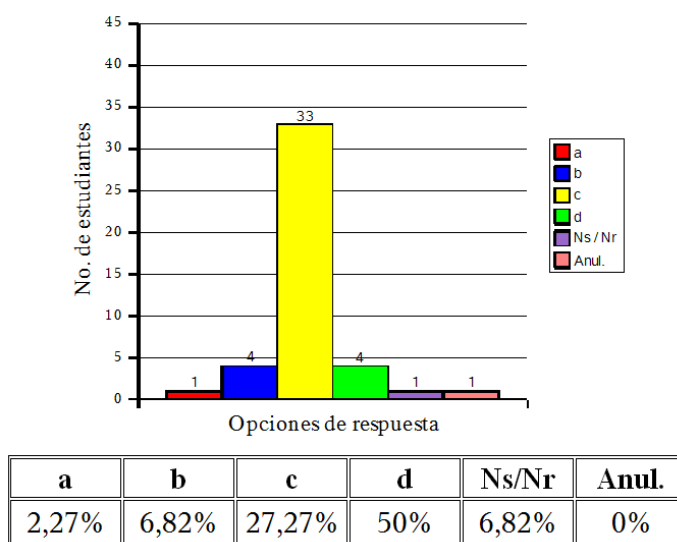
Con el número -289 se puede representar:

- 289 pasos a la derecha de una puerta
- 289 metros sobre el nivel del mar

EL JUEGO EN EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO NUMÉRICO
EN ESTUDIANTES DE SÉPTIMO GRADO

- c. 289 años antes de Cristo
- d. 289 metros de altura de una montaña

Figura 19. Histograma de frecuencias de la pregunta 8



En esta pregunta se refleja que sólo el 27,27% sabe el significado de un número negativo en una situaciones de la vida real, el porcentaje restante no tiene claro el concepto de entero negativo en una situación real o no logró trasponer situaciones de la vida real a conocimiento científico o no alcanzan ni siquiera a entender representaciones de la vida real.

Pregunta No. 9

Con ayuda del siguiente cuadro responda las preguntas 9 y 10.

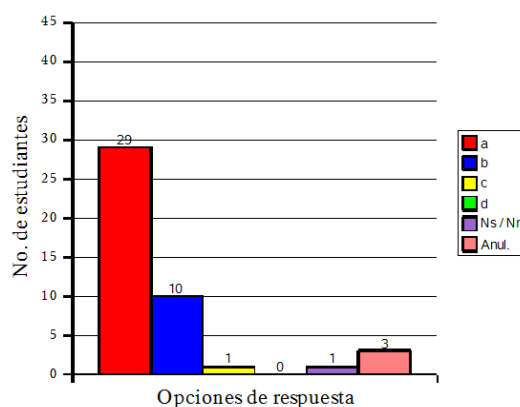
Ciudad	Temperatura Máxima	Temperatura Mínima
Montevideo	38	-8
La Paz	24	4
Santiago	29	-10
Caracas	38	5
Quito	30	-4
Bogotá	23	-3
Lima	29	-5

EL JUEGO EN EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO NUMÉRICO
EN ESTUDIANTES DE SÉPTIMO GRADO

¿Cuál ciudad tuvo el más alto rango de temperatura?

- a. Caracas
- b. Montevideo
- c. Santiago
- d. La Paz

Figura 20. Histograma de frecuencias de la pregunta 9



a	b	c	d	Ns/Nr	Anul.
65,91%	22,73%	2,27%	0%	2,27%	6,82%

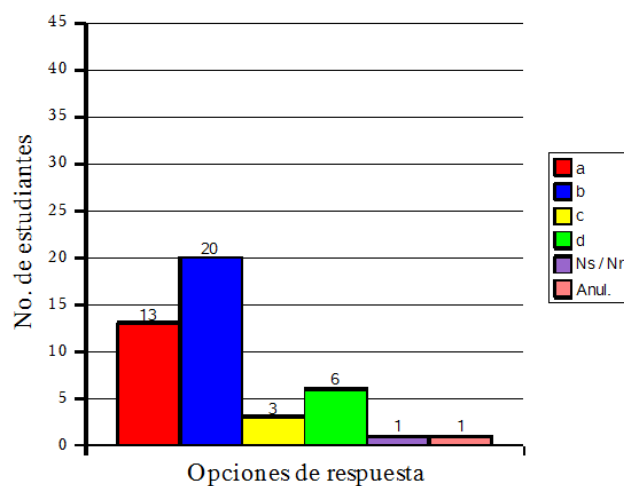
En esta pregunta se visualiza que los estudiantes posiblemente no reconocen el concepto de rango o si lo reconocen entonces tienen dificultades en la resta entre el valor máximo y el valor mínimo pues olvidaron que restar un número negativo es un caso especial de la suma y consiste en sumar el opuesto de un negativo es decir sumar un positivo, esto conlleva a las opciones equivocadas como: **a**, o **c**, solamente un 22,73% contesta correctamente.

Pregunta No. 10

¿Cuál es la diferencia entre la temperatura máxima y mínima de Lima?

- a. 34
- b. 24
- c. -24
- d. -34

Figura 21. Histograma de frecuencias de la pregunta 10



a	b	c	d	Ns/Nr	Anul.
29,55%	45,45%	6,82%	13,64%	2,27%	2,27%

Basándonos en el punto anterior nos damos cuenta que la dificultad tiene que ver con la realización de la resta de números enteros, pues el 45,45% la entienden como $29 - (-5)$ como $29 - 5 = 24$, el 6,82% la entienden como $29 - (-5) = -24$ y el 13,64% la entienden como $29 - (-5) = -34$, solamente el 29,55% acierta con la respuesta.

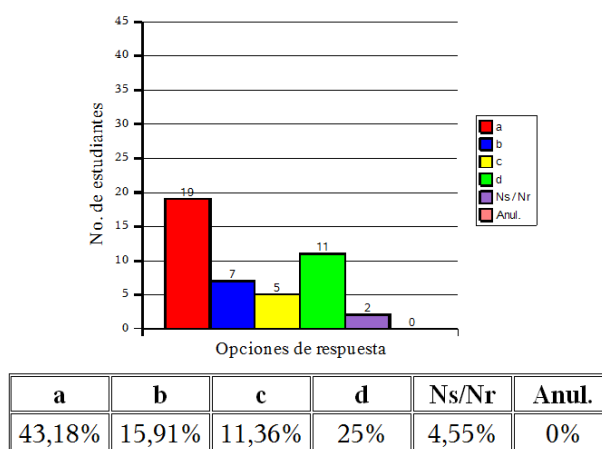
Pregunta No. 11

$(20 \div 10) \div 2 = 20 \div (10 \div 2)$ diga el nombre de esta propiedad y si se cumple para los enteros.

- Asociativa y no se cumple
- Distributiva y se cumple
- Distributiva y no cumple
- Asociativa y se cumple.

EL JUEGO EN EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO NUMÉRICO
EN ESTUDIANTES DE SÉPTIMO GRADO

Figura 22. Histograma de frecuencias de la pregunta 11



En esta pregunta el 43,18% contestó acertadamente la opción **a** garantizando el conocimiento del concepto de propiedad asociativa y la influencia del concepto de división en la misma, de igual forma se identificaron errores como un 15,91% marcó la **b** y un 11,36% marcó la **c**, mostrando el desconocimiento del significado de propiedad distributiva como tal. Así mismo, un 25% no comprende el concepto de división aplicado con la asociativa.

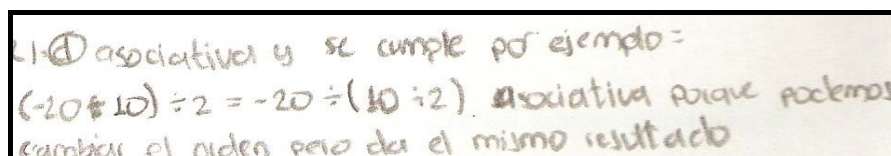


Figura 23. Este estudiante, presenta una confusión con las propiedades

Pregunta No. 12

Un auto está ubicado a 7m. a la derecha de un punto A, luego avanza 23m., retrocede 36m vuelve avanzar 19m. y retrocede 36m. ¿A qué distancia del punto A se encuentra?

- a. 23m
- b. -23m
- c. -24m
- d. -22m

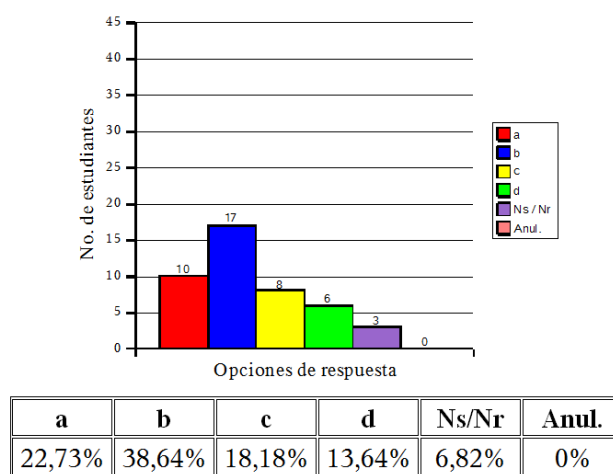


Figura 24. Histograma de frecuencias de la pregunta 12

Esta pregunta permite conocer el grado de comprensión del concepto de distancia. El 22,73% muestra un nivel claro de comprensión en el concepto de avanzar y retroceder, en una situación de la vida real modelando dicho concepto con la suma de números enteros, además el valor absoluto como medida de una distancia es preciso para este punto, cabe resaltar que el 38,64% marcó la opción **b** mostrando el desconocimiento de que una distancia negativa no tiene sentido afirmarlo, el 18,18% marcó la opción **c** y el 13,64% marcó la opción **d** dejando a la vista los errores de comprensión y relación en el avanzar metros o retroceder con la suma de enteros positivos y negativos .

Pregunta No. 13

El desplazamiento del auto fue:

- a. 30m
- b. 42m
- c. 114m
- d. 23m

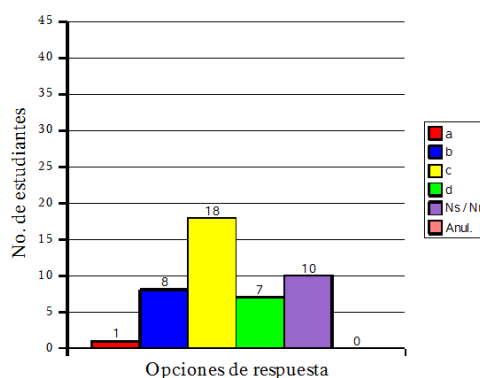


Figura 25. Histograma de frecuencias de la pregunta 13

a	b	c	D	Ns/Nr	Anul.
2,27%	18,18%	40,91%	15,91%	22,73%	0%

Esta pregunta nos permite comprender el grado de interpretación del significado de desplazamiento como metros recorridos sin importar el sentido y el 40,91% acertaron la opción **c**, el porcentaje restante 2,27% y 18,18% muestra error al contabilizar los metros desplazados teniendo en cuenta sólo los dos primeros movimientos como el caso de la opción **a** o **b**, y el 15,91% sigue pensando que desplazamiento es lo mismo que distancia recorrida con respecto al punto inicial después de los movimientos.

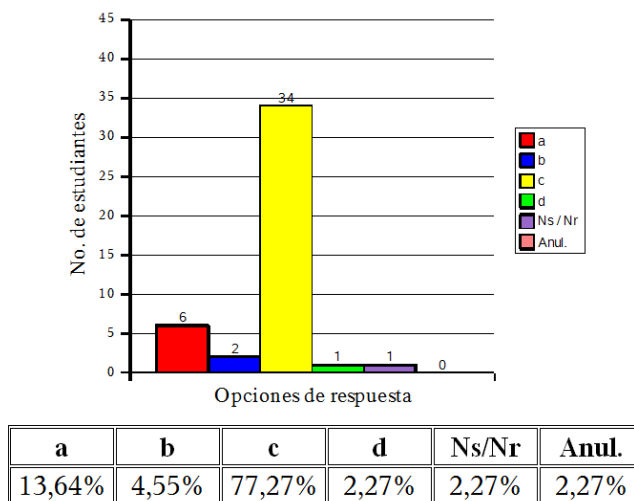
Pregunta No. 14

Una de las siguientes operaciones tiene un resultado incorrecto

- a. $(-16) + (-15) = -31$
- b. $(-16) + 15 = -1$
- c. $16 + (-15) = -1$
- d. $16 + 15 = 31$

EL JUEGO EN EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO NUMÉRICO
EN ESTUDIANTES DE SÉPTIMO GRADO

Figura 26. Histograma de frecuencias de la pregunta 14



Aquí nos damos cuenta que el 77,27% maneja correctamente la suma de números enteros, el porcentaje restante tiene errores al sumar enteros lo cual hace difícil la selección de la opción que muestra el resultado incorrecto.

Pregunta No. 15

Una persona bajo una estricta dieta, pasa en dos meses de 40kg a 50Kg. Con qué número representarías este cambio:

- a. 90
- b. -10
- c. -90
- d. 10

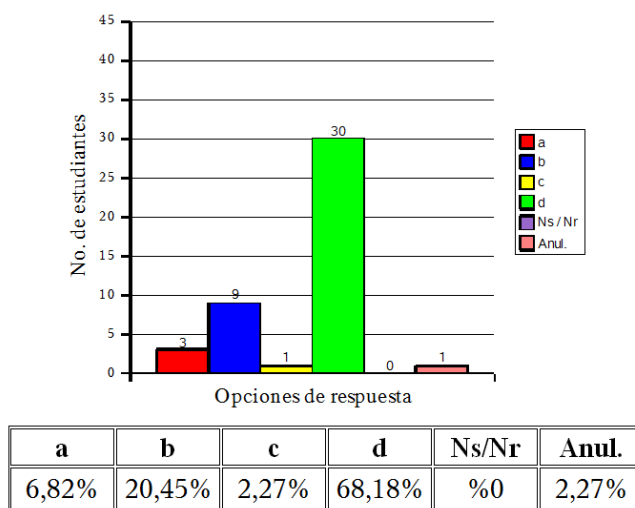


Figura 27. Histograma de frecuencias de la pregunta 15

Esta pregunta permite reconocer el uso de los números enteros para representar situaciones y nos damos cuenta que el 68,18% utiliza los números positivos para indicar ganancia en peso, el

EL JUEGO EN EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO NUMÉRICO
EN ESTUDIANTES DE SÉPTIMO GRADO

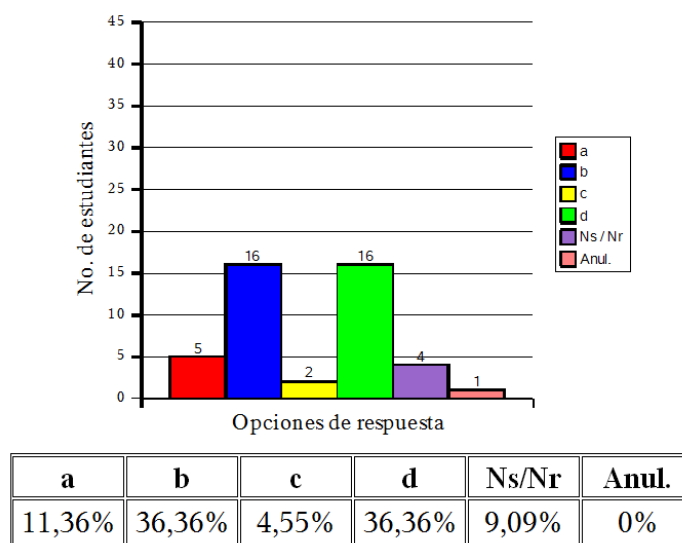
6,82% marca la opción **a** con esto mostrando la poca comprensión del enunciado y asociándolo a una suma, el 20,45% y el 2,27% asocia el cambio de peso como una pérdida siendo totalmente incoherente con la situación planteada. Vale la pena resaltar que para los estudiantes es más usual asociar una “estricta dieta” a una pérdida de peso más que a una ganancia, lo que se hizo evidente en el desarrollo de la prueba.

Pregunta No. 16

Si el sustraendo es -41 y la diferencia 18 entonces el minuendo es:

- a. 33
- b. -23
- c. -33
- d. 23

Figura 28. Histograma de frecuencias de la pregunta 16



En esta pregunta queremos observar la interpretación que tiene para detectar los términos de la resta, y hallar uno de ellos conociendo los otros dos, observamos que un 36,36% acertaron pero también un 36,36% marcaron la opción **d** mostrando error en el signo, el porcentaje restante mostró desatención o dificultades para restar, veamos un ejemplo:

EL JUEGO EN EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO NUMÉRICO
EN ESTUDIANTES DE SÉPTIMO GRADO

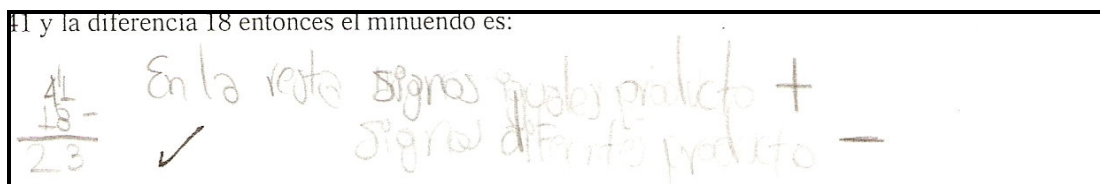


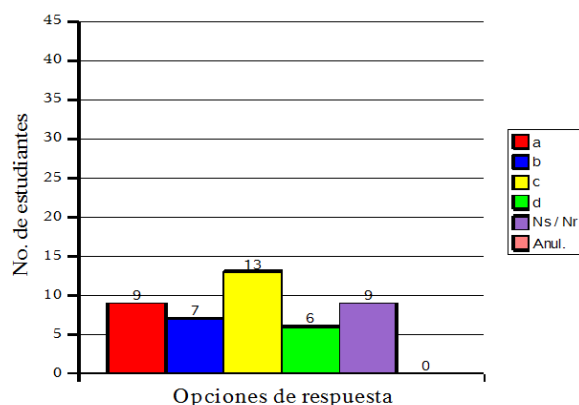
Figura 29. No tiene claridad en los términos de la resta y confunde las reglas de la suma con las de la multiplicación.

Pregunta No. 17

El resultado de $-[-5 + (3 - 4) + (-3 - 2) - (5 + 6 - 9) + 7]$:

- a. -6
- b. 2
- c. 6
- d. -2

Figura 30. Histograma de frecuencias de la pregunta 17



a	b	c	d	Ns/Nr	Anul.
20,45%	15,91%	29,55%	13,64%	20,45%	0%

En esta pregunta sólo el 29,55% sabe resolver una combinación de una suma o resta de enteros utilizando signos de agrupación, el 20,45% responde la opción *a* cometiendo error de signo, el 15,91% responde la opción *b* comete el error de resolver el paréntesis $(-3-2)$ como -1, el 13,64% además de cometer el error de la opción *b* no tiene el signo menos que está antes del corchete, y un 20,45% no sabe. Sin embargo, es importante advertir que es un ejercicio un poco complicado para los chicos de este grado.

EL JUEGO EN EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO NUMÉRICO
EN ESTUDIANTES DE SÉPTIMO GRADO

Observemos lo hecho

a) -6
 b) 2
 c) 6
 d) -2

$-[-5+(3-4)+(-3-2)-(5+6-9)+7]$ se sigue haciendo el
 $5+1+(-1)+2+7$ procedimiento hasta
 $6+(-1)+7$ que llega a 6.

18. El resultado de $-30+10\div5-15$ es:

Figura 31. Este presenta una confusión con los signos y además no maneja las operaciones básicas, cuadrando la respuesta.

$-[-5+(3-4)+(-3-2)-(5+6-9)+7]$ es:
 $-[-5+(-1)+(-5)-(2)+7]$
 $=[-5-1-5-2+7]$
 $[-5-1-5-2+7]=2$

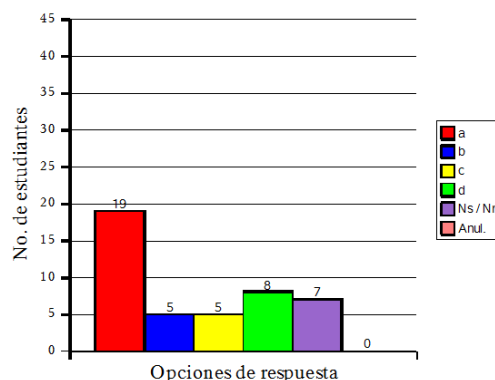
Figura 32. Cometió un error en el inicio del ejercicio, pero aplica bien la eliminación de signos de agrupación.

Pregunta No. 18

El resultado de $-30+10\div5-15$ es:

- a. -11
- b. 2
- c. -43
- d. -2

Figura 33. Histograma de frecuencias de la pregunta 18



a	b	c	d	Ns/Nr	Anul.
43,18%	11,36%	11,36%	18,18%	15,91%	0%

El 11,36% responde la opción **c** y es la correcta, el porcentaje restante comete errores al jerarquizar operaciones y errores en signos como los visualizados a continuación.

Handwritten student work showing a math problem: $-30 + 10 \div 5 - 15$ es: and the student's calculation: $-20 \div 5 = -4 - 15 = -11$. There is also a note "que llega a 6." written in red.

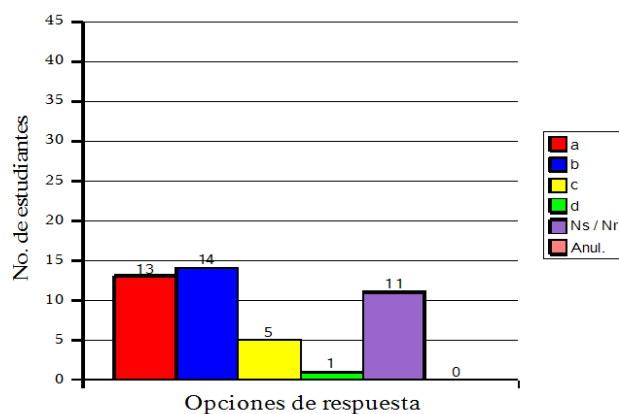
Figura 34. No maneja jerarquía de operaciones

Pregunta No. 19

El resultado $\frac{7 \times (-9) \times (-2)}{3 \times (-2)}$ de es:

- a. -21
- b. 21
- c. 3
- d. -3

Figura 35. Histograma de frecuencias de la pregunta 19



a	b	c	d	Ns/Nr	Anul.
29,55%	31,82%	11,36%	2,27%	25%	0%

En esta pregunta volvemos a notar errores marcados en multiplicar y dividir enteros pues solo un 29,55% marca la opción correcta.

EL JUEGO EN EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO NUMÉRICO
EN ESTUDIANTES DE SÉPTIMO GRADO

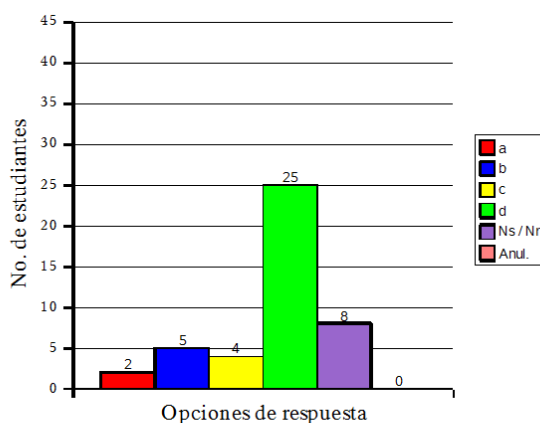
Figura 36. Hace operaciones bien pero no comprende cual respuesta marcar y no aplica signos.

Pregunta No. 20

María deposita el día lunes, en su libreta de ahorros, cuyo capital ascendía a \$123.000, la cantidad de \$12.670. El día miércoles por una urgencia, realiza un giro de \$ 56.000. ¿Cuál es el nuevo capital que posee?

- a. \$166330
- b. \$54330
- c. \$191670
- d. \$79670

Figura 37. Histograma de frecuencias de la pregunta 20



a	b	c	d	Ns/Nr	Anul.
4,55%	11,36%	9,09%	56,82%	18,18%	0%

En esta pregunta es claro ver que el 56,82%, reconoce el tipo de operaciones a realizar para resolver un problema de la vida real, así mismo realiza correctamente las operaciones entre los

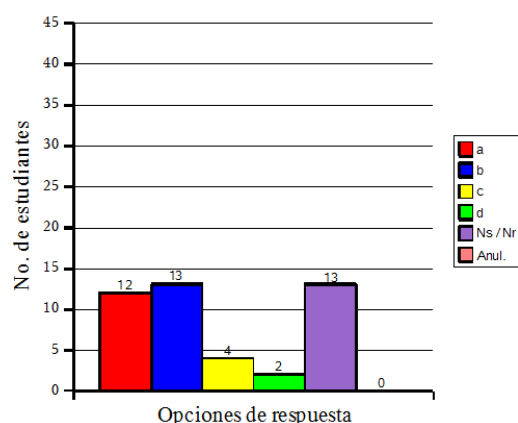
números enteros, el resto presenta dificultades de comprensión en este tema de importancia para el desenvolvimiento en la vida diaria.

Pregunta No. 21

Dada la siguiente serie numérica: $\dots -7, -4, -1, 2, 5$, ¿Cuál es la suma del número entero anterior a -7 con el número 5?

- a. -5
- b. -2
- c. 5
- d. 15

Figura 38. Histograma de frecuencias de la pregunta 21



a	b	c	d	Ns/Nr	Anul.
27,27%	29,55%	9,09%	4,55%	29,55%	0%

Es una pregunta de un nivel de dificultad mayor, pues sólo el 27,27% acertó la opción correcta el resto tiene fallas en la comprensión del enunciado.

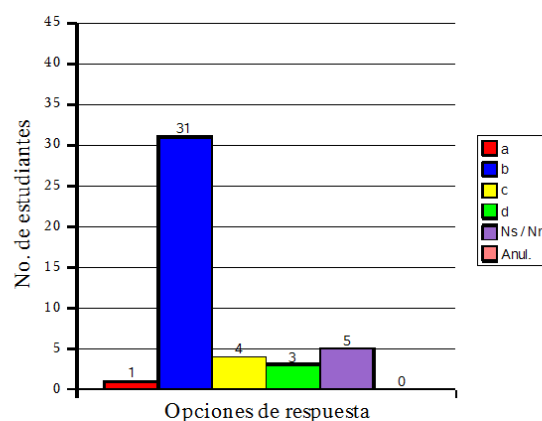
Pregunta No. 22

En la primera parada de un bus suben 7 personas, en la segunda suben 5 y bajan 2, en la tercera suben 9 y baja 1, en la cuarta parada baja la mitad de los pasajeros. ¿Cuántos pasajeros quedan en el bus?

EL JUEGO EN EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO NUMÉRICO
EN ESTUDIANTES DE SÉPTIMO GRADO

- a. 5
- b. 9
- c. 10
- d. 18

Figura 39. Histograma de frecuencias de la pregunta 22



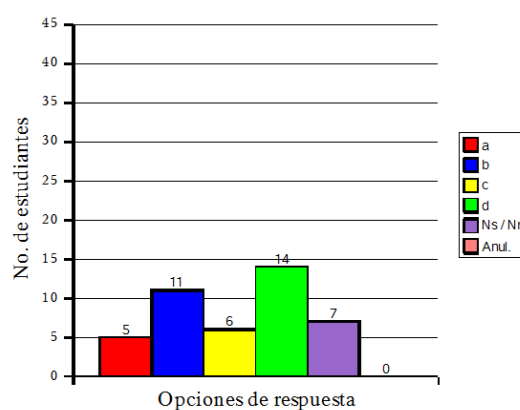
a	b	c	d	Ns/Nr	Anul.
2,27%	70,45%	9,09%	6,82%	11,36%	0%

En esta pregunta el 70,45% acierta la opción correcta, pues es un problema con números naturales y en este nivel se supone que el manejo es más claro, el porcentaje restante aún presenta dificultades de operatoria.

Pregunta No. 23

¿Cuántos números enteros hay entre dos números enteros?

- a. Ninguno
- b. 1
- c. 2
- d. Infinitos



a	b	c	d	Ns/Nr	Anul.
11,36%	25%	13,64%	31,82%	15,91%	0%

Figura 40. Histograma de frecuencias de la pregunta 23

En esta pregunta faltó especificar el intervalo de números enteros a tomar o si eran consecutivos, razón por la cual se prestó para confusiones, el 31% de los estudiantes contestó la única opción falsa de acuerdo a la situación, esto nos hace creer que no comprendieron muy bien la pregunta y que su respuesta fue asociada a que el conjunto de los enteros es infinito. Las respuestas de los demás ítems pueden ser verdaderas dependiendo de cómo la interprete el estudiante, cabe resaltar que estos tienen claro que entre dos números enteros hay un número finito de enteros o en los que contemplaron la opción *a* (11,36%) inclusive siguen teniendo claro que el conjunto es discreto. Por estas razones de confusión al responder, la pregunta se anula.

Pregunta No. 24

Si $a = 2$, $b = -5$ y $c = 4$; el valor de la expresión $a - b - c$ es:

- a. -7
- b. 11
- c. 3
- d. -3

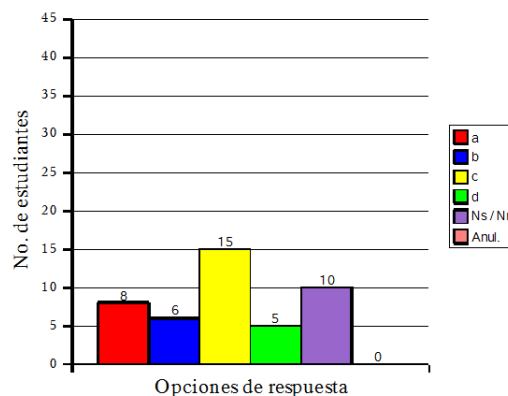


Figura 41. Histograma de frecuencias de la pregunta 24

a	b	c	d	Ns/Nr	Anul.
18,18%	13,64%	34,09%	11,36%	22,73%	0%

Hay errores en el uso del valor numérico de expresiones, porque los estudiantes no son capaces en este caso de pasar de lo general a lo particular además presentan errores en la resta de enteros, sólo el 34,09% acertó, quiere decir que no hay errores en este sentido.

Pregunta No. 25

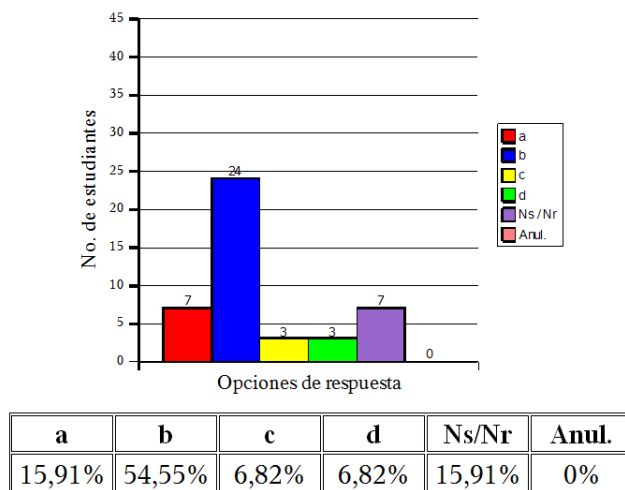
Los dos números que faltan en el cuadrado mágico son:

- a. -2 y -10
- b. -2 y 10
- c. -2 y 3
- d. 2 y 10

	4	0	-3
3	-8	0	4
-7	-3		-1
5	6	-11	-1

Recuerde que en el cuadrado mágico la suma de cada una de las filas, columnas y diagonales es la misma. (No es posible repetir números)

Figura 42. Histograma de frecuencias de la pregunta 25



El 54,55% acierta en la solución, nuevamente se observa que hay problemas en operatoria con enteros, específicamente en suma de enteros. También se necesita que el estudiantes analice la situación, identifique los más importante y establezca relaciones entre sus partes y lo asemeje a situaciones parecidas. Este proceso requiere del uso de conceptos, procedimientos y diversos lenguajes para expresar las ideas matemáticas útiles y tratar y resolver los problemas asociados a dicha situación. Este ítem requiere del razonamiento, pues exige argumentar y justificar los análisis y procedimientos realizados para validar las soluciones halladas. Hubo respuestas de preguntas anuladas porque los estudiantes marcaban más de una opción.

Al analizar la prueba en general, notamos que la mayor falencia que presentan los estudiantes es en la comprensión de conceptos de operaciones y características de este conjunto; siendo esto aspectos importantes en el desarrollo de pensamiento numérico.

2.2 EL MATERIAL DIDÁCTICO: LOS JUEGOS

El material didáctico de este proyecto está estructurado por juegos que se diseñaron –o se adaptaron- con el propósito de que sirvieran como mediadores y facilitadores de la comprensión de la operatividad en el campo de los números enteros siendo aquellos escogidos de acuerdo con los aspectos seleccionados para desarrollar el pensamiento numérico de los estudiantes de séptimo grado. Además, al momento de su elección y diseño, se usaron materiales asequibles garantizando con ello su aplicabilidad en otros contextos educativos.

Así, para el estudio de las operaciones con números enteros planteamos cinco juegos de reglas donde el principal fin es comprender y practicar la suma, resta, multiplicación y división ya que de esta manera los estudiantes podrán enfrentarse a la resolución de situaciones problemáticas usando las operaciones como estrategia de solución.

De otra parte, en cada uno de los juegos tuvimos en cuenta ciertos propósitos que apuntaban a desarrollar el pensamiento matemático de los estudiantes y también a mejorar su actitud frente a la matemática, estos son:

- ❖ Favorecer el desarrollo de pensamiento matemático (numérico) en los estudiantes de séptimo grado.
- ❖ Reforzar en los estudiantes, mediante el uso de una estrategia no tradicional, el concepto de número entero.
- ❖ Potenciar destrezas en los estudiantes tales como: el reconocimiento de características, contar, el reconocimiento de numerales y de patrones, la práctica de operatoria y la resolución de problemas con los números enteros.
- ❖ Crear en los estudiantes una visión diferente de las matemáticas presentándolas de una forma agradable y divertida para despertar actitudes como la motivación, el interés, la comprensión, la atención, entre otras.

Todo esto para que el estudiante con sus conocimientos, habilidades, actitudes, comprensiones y disposiciones cognitivas, socio-afectivas y psicomotoras pueda desempeñarse en forma libre, apropiada y con sentido en actividades en contextos relativamente nuevos y retadores, en situaciones distintas a las cuales se aprendió a responder en las aulas de clase.

2.2.1 Juego de Bases

Objetivo: Reforzar el concepto de la suma, la resta, la multiplicación y la división de números enteros en forma concreta.

Materiales:

- ❖ Juego de fichas positivas y negativas
- ❖ Taller por base (ver Anexos)

El juego consiste en pasar por cada una de las bases (cuatro) que corresponden a las operaciones básicas –suma, resta, multiplicación y división. Todos salen de la base uno, desarrollan los talleres correspondientes y avanzan a la siguiente y así sucesivamente para todas las bases. Todos los jugadores DEBEN utilizar el material dado. Gana el primero en pasar por todas las bases y hacer el mayor número posible de puntos.

Reglas del juego

1. La competencia es individual.
2. Todos los jugadores inician en la base 1.
3. Los jugadores realizan la actividad propuesta y se desplazan a la siguiente base.
4. El tiempo máximo para permanecer en cada base es de 30 minutos.
5. El estudiante que realice la actividad de cada base en forma correcta, completa y en el menor tiempo, se gana 25 puntos.

EL JUEGO EN EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO NUMÉRICO
EN ESTUDIANTES DE SÉPTIMO GRADO

6. Si a un jugador se le terminan los 30 minutos y no ha culminado con toda la actividad entonces debe suspenderla y pasar a la siguiente base, se le contabiliza la cantidad de preguntas contestadas en forma correcta y se le entregan 2 puntos por cada acierto.
7. A todo jugador que intente copiar a un compañero, se le quitan 5 puntos.
8. Gana el jugador que obtenga más puntos.

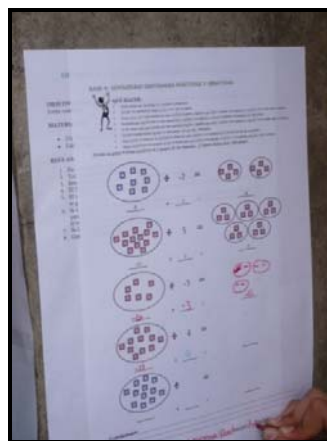


Foto 2. Materiales utilizados en el juego (fichas y taller)

2.2.2 Juego de la Oca

Objetivos:

- ❖ Representación gráfica de la suma de enteros mediante avances y retrocesos.
- ❖ Realizar sumas, restas, multiplicaciones y divisiones de números enteros para cumplir un fin específico (meta).

Materiales:

- ❖ Tablero gigante de la oca
- ❖ Dados icosaedros
- ❖ Fichas gigantes
- ❖ Acertijos manipulables (penitencias)
- ❖ Tarjetas de preguntas
- ❖ Pincel y vinilos



Foto 3. Fichas y dados

El Juego de la Oca es un juego de mesa tradicional, que se juega con dos o más jugadores. Cada uno de ellos avanza su ficha por un tablero en forma de espiral con 63 casillas. Las casillas están numeradas del 1 al 63 y en cada una hay un dibujo. Los jugadores lanzan un dado y el que saque el mayor número positivo, será el primero en comenzar el juego, cada uno escoge su ficha y parten de salida.

Dependiendo de la casilla en la que se caiga se puede lograr avanzar o por el contrario retroceder y en algunas de ellas está indicado una pregunta matemática (operaciones), un castigo o un premio. En su turno cada jugador tira dos dados que le indican el número de casillas que hay que avanzar.

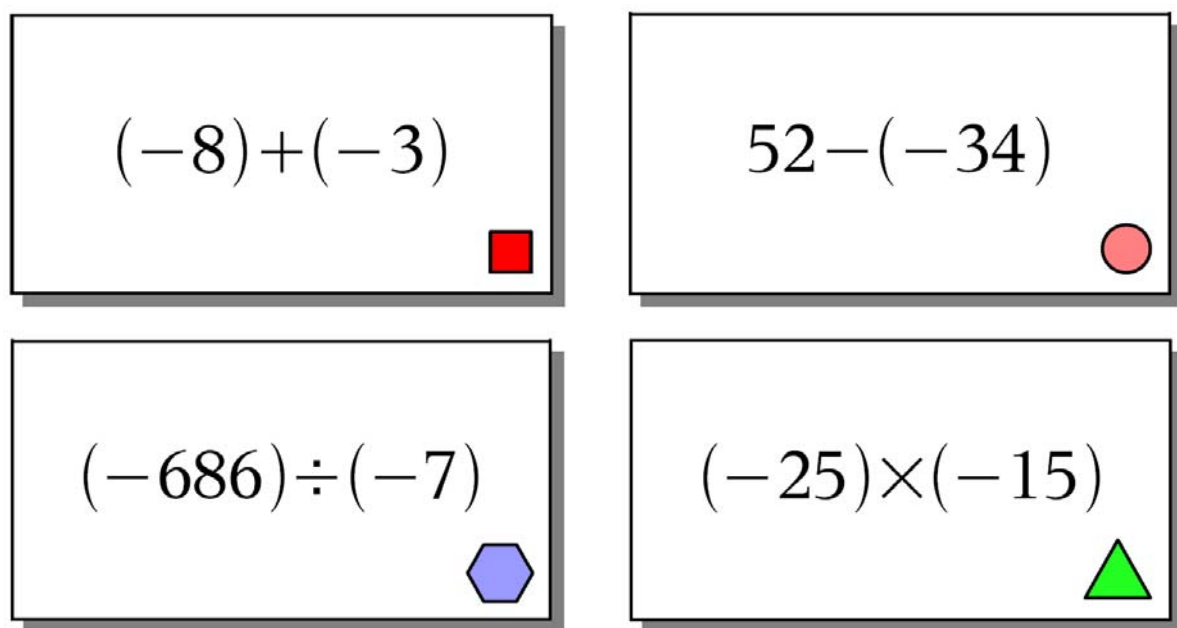


Figura 43. Tarjetas de preguntas

Las reglas del juego, están muy definidas, no obstante, al ser un juego popular ha tenido muchas adaptaciones. En algunos casos han cambiado el número de casillas, aunque, lo mas frecuente, es cambiar los símbolos para adaptarlos al fin propuesto. En nuestro caso, solo se cambió de símbolos en las casillas y la forma de los dados (icosaedros).

En el tablero hay varios tipos de casillas:

- ❖ **Casillas con un signo de +.** Cuando se llega a una casilla +, el jugador avanzará, en el mismo turno, hasta la siguiente casilla +.
- ❖ **Casillas con un signo -.** Cuando se llega a una casilla -, el jugador retrocederá, en el mismo turno, hasta la casilla - anterior. En caso de que no exista una casilla - anterior, es decir, que sea la primera, entonces el jugador irá al inicio del juego.
- ❖ **Figuras geométricas:** el jugador tiene 5 minutos para resolver la operación. En caso de contestar correctamente recibirá 2 puntos, de lo contrario, en el siguiente turno lanzará con un solo dado. Las figuras indican las siguientes operaciones:
 - Los cuadrados: sumas de enteros
 - Los círculos: restas de enteros.
 - Los triángulos: multiplicaciones de enteros.
 - Los hexágonos: divisiones de enteros.

Otras figuras: los regalos (5 puntos), las calaveras (penitencias), los prohibidos (ceda el turno)

Penitencias

- ❖ Jueguitos de matemática recreativa como: logicubo, pirámide Cleo, balas de Morgan, torre de Hanoi, salto del sapo, y pirámide Esfinge.
- ❖ “Sacar petróleo” (poner el dedo en el piso y girar sobre él).
- ❖ Pintar la cara con vinilos.



Foto 4. Jueguitos de matemática recreativa

Reglas para usar los dados

1. Cuando le corresponda el turno a un jugador, debe lanzar ambos dados.
2. El jugador usará el número de la cara que quedará arriba cuando haga el lanzamiento.

EL JUEGO EN EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO NUMÉRICO
EN ESTUDIANTES DE SÉPTIMO GRADO

3. Si la cara que quede arriba es azul, el jugador que está en turno podrá avanzar el número que esté en ella.
4. Si la cara que quede arriba es roja, el jugador que está en turno retrocederá el número que esté en ella.



Foto 5. Tablero del juego de la oca

Reglas del juego

- ❖ Se puede jugar con 2 o más jugadores.
- ❖ Cada jugador tiene asignado una ficha con su respectivo color.
- ❖ Para saber cuál jugador empieza el juego, todos lanzarán un solo dado y comenzará aquel al que le haya salido el número azul más grande. Seguirá el jugador que esté sentado a su derecha.
- ❖ Cada jugador tendrá una ficha que irá moviendo sobre el tablero.
- ❖ Cada jugador, en su turno, deberá lanzar ambos dados y avanzar o retroceder según haya sido su tirada.
- ❖ En caso de contestar correctamente (la operación indicada) recibirá 2 puntos, de lo contrario, en el siguiente turno lanzará solo con un dado.
- ❖ Gana el primero que llegue a la casilla 63 (meta).
- ❖ El equipo ganador recibirá 50 puntos.

2.2.3 Laberinto

Objetivos:

- ❖ Realizar sumas, restas, multiplicaciones y divisiones de números enteros para cumplir un fin específico (llegar al personaje asignado).
- ❖ Trabajar en equipo.

Materiales:

- ❖ Tablero gigante de laberinto.
- ❖ Huellas de colores para cada equipo.
- ❖ Tablero de operaciones.

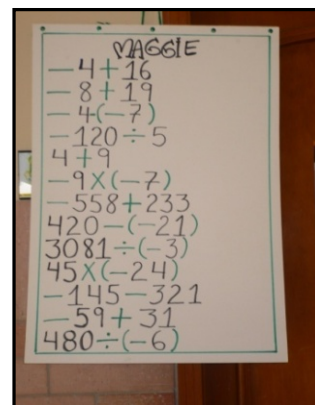


Foto 6. Tablero de operaciones

El juego consiste en resolver ciertas operaciones que hay en un tablero, ir buscando y colocando unas huellas para delimitar el camino y llegar al personaje asignado. Los jugadores una vez hayan encontrado el camino deben recorrerlo con todo el equipo, amarrado de los cordones de los zapatos. El primer equipo en atravesar el laberinto y llegar al personaje, ganará.

Reglas del juego

1. Se puede jugar hasta con 3 equipos, de máximo 3 jugadores.
2. Los equipos resuelven las operaciones, buscan el resultado en el tablero y van marcando o pegando las huellitas para hacer el camino.
3. Al terminar las operaciones correctamente, todos los integrantes del equipo deben recorrer el camino formado, amarrados de los cordones de los zapatos.
4. Cada equipo ganará 5 puntos por operación correcta.
5. Gana el primero que atraviese el camino y llegue a su destino (Lisa, Maggie o Bart Simpson).
6. El equipo ganador recibirá 50 puntos.



Foto 7. Tablero gigante del laberinto

2.2.4 Carrera de observación

Objetivos:

- ❖ Realizar sumas, restas, multiplicaciones y divisiones de números enteros mediante situaciones problemáticas.
- ❖ Trabajar en equipo.

Materiales:

- ❖ 4 pruebas de matemática recreativa. (crucientero, hexagonomanía, cuadrado mágico y mensaje oculto).
- ❖ 4 pistas (ahorcado, sopa de letras, adivina, descubra).
- ❖ Marcadores y cartulina.
- ❖ Salida, meta, podio.
- ❖ 1 banderín por equipo con su respectivo color.
- ❖ Manillas para cada integrante, con su respectivo color.

Se escogen los equipos participantes, cada equipo recibe un banderín y unas manillas con un color diferente para cada uno de sus integrantes. Cada equipo parte de un mismo lado (SALIDA), después de realizar la primera pista (ahorcado) que lo lleva al sitio donde se encuentra la primera

prueba, allí cada docente acompañante les dará la respectiva prueba, la resuelven y solo así podrán buscar la siguiente pista que los llevará al siguiente lugar (prueba) y así sucesivamente.

Una vez resueltas todas las pruebas respectivas, todos los integrantes del equipo deben dirigirse a la META y clavar el banderín en el podio en el respectivo orden de llegada. Ganará aquel equipo que haya superado todas las pruebas y llegue de primer lugar.

Reglas del juego

1. Cada equipo debe cargar en todo momento el banderín, de lo contrario se anulará una prueba.
2. Por resolver cada prueba, el equipo ganará 10 puntos.
3. El equipo ganador recibirá 25 puntos.



Foto 8. Cuadrado Mágico (prueba)



Foto 9. Hexagonomanía (prueba)

2.2.5 Juegos de Mesa

Los juegos de mesa son un divertido pasatiempo para practicar en familia y con amigos. A diferencia de la mayoría de deportes, suelen ser menos exigentes en cuanto a que no requieren un lugar especial para jugar, solo necesitan el material escogido para jugar. Algunos juegos de estos son los juegos de rol. A continuación presentamos dos de ellos.

EN LÍNEA CON LOS ENTEROS

Objetivo:

Practicar, en forma individual, las cuatro operaciones con enteros.

Materiales:

- ❖ Dos dados, uno con los números del 1 al 6 positivos y el otro con los números del 1 al 6 negativos.
- ❖ Tableros de 3 x 4 con números enteros.
- ❖ Fichas de colores para usar como marcadores.



Foto 10. Tablero ganador (tres en línea diagonal)

El juego consiste en obtener los números enteros del tablero combinando los números que muestran dos dados. Uno de ellos representan los números negativos y el otro los números positivos.

Cada jugador, por turno, lanza los dados y combinando los números que resultan mediante una de las cuatro operaciones conocidas, trata de obtener uno de los números del tablero. Si lo obtiene, coloca una de sus fichas en el lugar del tablero que corresponde. Gana aquel que haya marcado tres números en línea (vertical, horizontal o diagonal).

Reglas del juego

1. Participan 2 estudiantes. Ellos eligen la forma para determinar quién empieza el juego.
2. Gana el que primero obtiene 3 de sus fichas en línea.

LOS CIEN NÚMEROS

Objetivo:

- ❖ Practicar secuencias de operaciones combinadas y aplicar correctamente las reglas de prioridad de las operaciones y del uso de paréntesis.

EL JUEGO EN EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO NUMÉRICO
EN ESTUDIANTES DE SÉPTIMO GRADO

Materiales:

- ❖ Tablero de 10 x 10 con números positivos y números negativos.
- ❖ Fichas de colores distintos para cada uno de los participantes.
- ❖ Cuatro dados con números del 1 al 6 positivos y del -1 al -6.

Los participantes determinaran el número de partidas a realizar. El juego consiste en tapar en el tablero de los 100 números todos aquellos números que se puedan obtener con los puntos que salgan en una tirada de los cuatro dados y efectuando tres operaciones. Deberán tapar con sus fichas el máximo de números que pueden lograr en cada uno de sus turnos. Ganará aquel que tenga más números tapados.

Reglas del juego

1. Participan 2 a 4 estudiantes.
2. Los alumnos deberán expresar por escrito todas las operaciones que realizan usando correctamente la simbología correspondiente.
3. Gana el jugador que haya puesto mayor número de fichas en el tablero.
4. Cada casilla sólo puede ser tapada una vez.

Por ejemplo, si un participante obtiene en un tiro de los dados, los siguientes puntos:

3 3 -2 -5

Se pueden obtener varios números entre otros:

$$\begin{aligned}-3 \times -3 + 2 \times 5 &= 19 \\ -3 + -3 + 2 + 5 &= 1 \\ (-3 + -3 + 2) \times 5 &= -20 \\ -3 \times 5 - 3 \times 2 &= -21 \\ -3 \times 2 \times 5 \div -3 &= 10 \\ (5 - 2) \times -3 \times -3 &= 27\end{aligned}$$



Foto 11. Tablero cien números

Los números 19, 1, -20, 21, 10, 27, son algunos de los que el participante puede tapar en su tablero.

CAPÍTULO 3

VISUALIZANDO EL JUEGO COMO ESCENARIO DE APRENDIZAJE

“La vida ha de ser vivida jugando el más bello juego, para congraciarse con los dioses... y conseguir la victoria”, Platón.

El aprendizaje de la matemática debe ser hoy por hoy una experiencia agradable a través de la cual los niños participantes del proceso de enseñanza-aprendizaje sean sujetos y no objetos en el mismo. Así, el juego se presenta como un escenario atractivo desde el cual el profesor tiene la opción de posibilitar un aprendizaje –e incluso una enseñanza– feliz y agradable realizando, de esta manera, su ejercicio pedagógico de manera reflexiva tanto a nivel educativo como matemático ya que él es quien debe delimitar el juego hasta cierto punto para que este se convierta en matemática seria.

De esta manera, en este punto del informe de la investigación realizada, pretendemos dejar ver el proceso matemático que los niños vivenciaron y cómo los juegos favorecieron, de una u otra forma, la operatividad en los números enteros y el pensamiento matemático. Además, realizaremos paralelamente el análisis del desempeño de los niños convirtiéndose, entonces, este capítulo en eje transversal del análisis de la propuesta diseñada.

3.1 LA EXPERIENCIA DEL JUEGO EN EL PENSAMIENTO MATEMÁTICO

En este apartado describiremos cada momento o episodio que tuvo lugar en actividad diseñada usando como plataforma cada uno de los juegos narrados y explicados anteriormente. Del mismo modo, iremos juego tras juego abordando el desempeño de los sujetos de la investigación y analizando los aciertos y desaciertos que se dieron como resultado de la propuesta del juego como herramienta en el desarrollo del pensamiento matemático.



Fotos 12. Estudiantes manipulando material y respondiendo los talleres.

Juego de Bases

Todos los estudiantes se presentaron en el sitio y hora indicada, con la expectativa de saber qué era lo que iban a hacer. Llegaron con la idea de asistir a clase formal, enfrentarse a pruebas escritas tradicionales. Este fue uno de los primeros aciertos, se relajaron un poco al saber que la experiencia iba a realizarse en un sitio diferente al aula y que prácticamente lo que iban a hacer todo el tiempo era jugar (palabras que no comprendieron en el momento, mostrando incredulidad). Al inicio estaban un poco tímidos, al ser presentados al equipo de trabajo²¹ uno de ellos dijo “nosotros somos los burros” en un tono jocoso y espontáneo, pero a la vez con algo de verdad, ya que se sentían excluidos por su bajo rendimiento académico. En ese instante se les

²¹ El equipo de trabajo está conformado por Yolvi y Marcela (profesora del grupo observado), autoras de la experiencia; Julio (fotógrafo) y Eduardo (camarógrafo), estudiantes de 11° del Instituto San José de La Salle.

aclaró que el tener dificultades con las matemáticas no quería decir que valía el calificativo mencionado, sino que eran estudiantes que no habían aprendido de la forma convencional y que íbamos a experimentar de otra forma, mediante juegos. Además se les hizo un breve recuento de los horarios, fechas y generalidades de las sesiones (un juego por cada encuentro).

Tomando lo dicho por Barratta-Lorton:

“Puesto que la matemática es hecha por seres humanos y existe solamente en sus mentes, debe ser engendrada y vuelta a engendrar en la mente de cada persona que la aprende. En este sentido, la matemática solo puede ser aprendida si es creada”.

Se inició con el primer juego, denominado “juego de bases”, se dieron a conocer las reglas del juego, la metodología, el tiempo, las bases (4) y se explicó el uso del material. Vale la pena recalcar que este juego se hizo individual, para detectar y aclarar las dificultades que presentan sobretodo con el manejo de signos.

Este juego según la clasificación de Piaget es una combinación del juego simbólico y de reglas ya que se presenta la oportunidad de que el estudiante actúe libremente, construya su conocimiento para que pueda entenderlo usando material manipulativo para simbolizar luego la situación con matemáticas, además a los jóvenes se les dio tiempo para reflexionar acerca de las ideas que se les ocurrían y las relaciones que descubrieron. Piaget afirma que el aprendizaje activo no implica una manipulación de materiales físicos sin razón. En lugar de esto hace hincapié en la interacción que debe existir entre la mente y los materiales –lo que se llama una coordinación entre la actividad física y la mental– para formar el conocimiento lógico y no el mecánico. Veamos que sucedió en cada base.

Base No. 1

Todos los jugadores parten de esta base, se les entrega un taller con la actividad a realizar. Aquí se pretende que los estudiantes comprendan el concepto de suma de cantidades positivas y

negativas representadas por fichas, cada uno con material suficiente para el desarrollo de la misma.

Se notó, que algunos estudiantes no usaron el material, sino utilizaron los conceptos “aprendidos” en clase, esto sucedió debido al proceso de equilibrio que ocurre en la mente del joven cuando se enfrenta a una situación nueva. Allí ocurren dos procesos clave, el de asimilación y el de acomodación, procesos explicados con detenimiento en el capítulo 2. Aunque en algunos jóvenes, el incorporar nuevas percepciones a los conocimientos ya formados, presentaron confusión al ajustarlo a los presaberes para solucionar situaciones nuevas, dado que no tenían claros los conceptos, siguieron cometiendo errores. Ante la insistencia de los docentes en el uso de los conceptos, ya que era fundamental reforzar estos y comprender el manejo de los signos con números enteros para las demás sesiones. Los jóvenes que lo utilizaron correctamente avanzaron a la siguiente base sin dificultades; sin embargo, dos de los estudiantes por no comprender las instrucciones y utilizar el material facilitado –tercos– se estancaron obligando a los docentes a retroalimentar el proceso.

Dos estudiantes realizaron correctamente la actividad aunque al dar la conclusión no llegaron a la generalización esperada, esto confronta lo dicho por Piaget y Barratta-Lorton “enseñar de lo concreto a lo abstracto” debe ser interpretado como un objetivo a largo plazo con el fin de que las abstracciones tengan sentido para los jóvenes en el salón de clases, pues como es sabido en las clases anteriores se enseñó hablando y se le proporcionó al joven las propiedades o reglas para adicionar enteros como una forma de facilitar la discusión. Pero, enseñar hablando puede no tener sentido si se lleva a cabo en ausencia de la experiencia directa con objetos. Veamos otras acciones realizadas por los jóvenes que reafirman lo dicho anteriormente:

Uno de ellos no tuvo en cuenta la propiedad invertiva de la adición, siendo ésta la regla de oro dada inicialmente para el manejo del material. Por el contrario, uno de ellos aplicó la regla en todos los casos siendo inválida o no aplicable para el cuarto caso. Los demás cometieron errores graves en matemáticas como conteo y suma de naturales y percibimos que carecen de atención, concentración y presentan dificultades en seguir instrucciones.

Base No. 2

A esta base llegaron rápidamente los dos estudiantes que manipularon el material y contestaron correctamente las operaciones de la base anterior. Aquí se pretende que los estudiantes comprendan el concepto de resta de cantidades positivas y negativas representadas por fichas y que sean capaces de interpretar la sustracción en términos de la adición de un opuesto.

En esta base ninguno de los estudiantes acertó en todas las operaciones, esto es entendible porque en sus presaberes traen muy marcado que la resta es un proceso en la que se “quitan” elementos y es complicado hacerles comprender que el símbolo de resta significa opuesto de la cantidad que antecede. Nuevamente hay algunos que ni siquiera resolvieron la resta de naturales (enteros positivos). Se observa que el estudiante se confunde con la suma de cantidades de igual signo y no tiene en cuenta el signo de la resta.

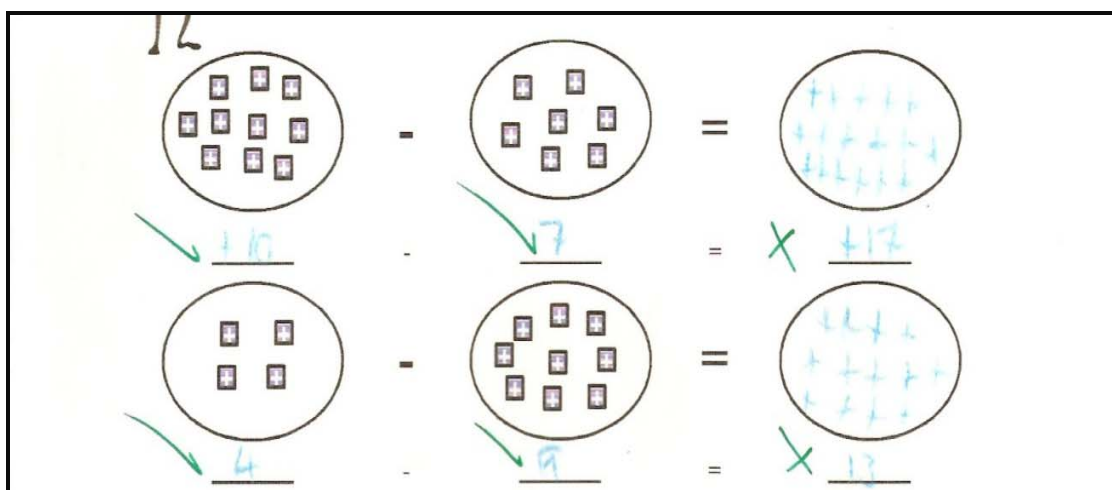


Figura 44. El estudiante no comprende el manejo del material y pareciera que solo sabe sumar enteros, sin tener en cuenta el signo presentado.

En este caso el participante muestra que tiene la idea de restar enteros, pero el opuesto se lo aplica es al resultado.

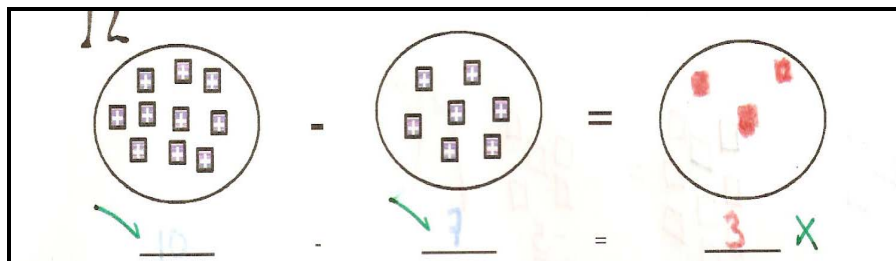


Figura 45. En este caso el participante muestra que tiene la idea de restar enteros, pero el opuesto se lo aplica es al resultado.

Hay un caso especial y recurrente donde se muestra que hay serios problemas matemáticos y como se dice anteriormente de atención y concentración.

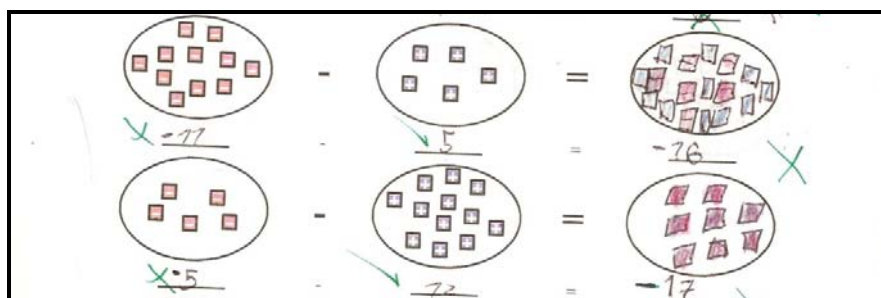


Figura 46. Aquí el estudiante no comprendió el manejo del material, además no tiene claridad entre los números positivos y negativos o posiblemente no estaba atento a la explicación.

Base No. 3

El objetivo de esta base es que comprendan que la multiplicación es la suma de sumandos iguales y por medio del manejo de sus opuestos llegar a deducir la ley de los signos de la multiplicación. En esta base fue necesario presentar ciertos ejemplos de las situaciones.

Hemos podido ver que la multiplicación es una operación en la que los estudiantes cometen pocos errores, ya que como lo dijimos anteriormente es la suma de sumandos iguales. Sin embargo, se presentan dificultades cuando uno de los factores es negativo, ya que el concepto de opuesto algunos todavía después de pasar por las bases anteriores, aún no lo tienen. Hay otros errores como de conteo, tablas de multiplicar y la no interpretación de la información

previamente dada. Se resalta que los estudiantes repiten como “loros” las reglas aprendidas, sin lograr comprensión alguna. En esta base ninguno de los jugadores acertó en todas las situaciones.

Base No. 4

Aquí se busca que el estudiante comprenda que dividir los elementos de un conjunto es repartir en grupos los elementos de un conjunto dado y el objetivo es buscar el número de elementos de cada grupo (cociente). Aparte de las dificultades expuestas en las bases anteriores, cabe resaltar las siguientes: En el segundo ejercicio intencionalmente se presenta una situación en la que el conjunto (dividendo) no se puede dividir en la cantidad de grupos (divisor) exactamente. La respuesta esperada era que los estudiantes dijeran que no se podía hacer o que sólo hicieran los grupos que se podían y mencionaran los elementos sobrantes, lo que hicieron únicamente dos alumnos.

Terminada la actividad, por ser la primera y la encargada de reforzar los conceptos, se hizo una retroalimentación de todo el proceso, ya que muchos de ellos por no usar el material, contestaron de forma incorrecta, dándole a cada uno la oportunidad de corregir los errores. Para la mayoría de los estudiantes fue útil la retroalimentación, porque reconocieron los errores obtenidos y corrigieron gráfica y simbólicamente, algunos por su escasa capacidad cognitiva, no hicieron el ejercicio ni comprendieron lo que tenían que hacer.



Foto 13. Estudiantes en la retroalimentación y corrigiendo sus errores.

Vale la pena resaltar que esta primera actividad elevó el nivel de motivación y autoestima en los estudiantes que obtuvieron mayor puntaje en el juego y en todos despertó la curiosidad e interés para las próximas sesiones, haciendo preguntas como ¿mañana a qué horas, profe? Sin embargo, el objetivo del juego no se logró en todos los participantes, aunque dos de ellos mostraron un desempeño aceptable, de lo anterior volvemos a insistir en lo expresado por Piaget: “el conocimiento no es una copia de la realidad. Conocer un evento, no es simplemente mirarlo para hacer luego una copia mental o tener una imagen de ellos. Conocer es modificar, transformar el objeto y comprender este proceso de transformación; entender la forma en que el objeto es construido. Cualquier operación es por ello la esencia del conocimiento, es una acción interiorizada que modifica el objeto del conocimiento”, además, ya es claro que el paso de lo concreto a lo abstracto para algunos estudiantes es un proceso largo.

Al final de la actividad se les entregó un formato de evaluación para que manifestaran todos los aspectos del juego percibidos por ellos. Al respecto los estudiantes manifestaron que los aspectos positivos observados fueron: “fue muy interesante porque se hizo con los signos remplazando los números”, “la lúdica que hicimos”, “me ayudó a mejorar mi aprendizaje”, “la forma como nos explicaron, incluso fue al aire libre”, “la forma de jugar es superchévere, es algo diferente”, “competimos unos con otros, pero a la vez aprendimos sobre los enteros”, “aprendimos más que en el salón”.

Con respecto a lo negativo, la mayoría expresó que “nada”, uno de ellos “más actividades en grupo” y otro “explicar cada día más y mejor”, casualmente este fue uno de los estudiantes que no logró el objetivo y presenta serias dificultades. Así mismo, mencionaron que aprendieron la operación que más se le dificultaba a cada uno, “el valor de los números enteros” a reforzar las operaciones, que no solo se puede trabajar simbólicamente sino con signos (haciendo referencia a las fichas, lo concreto).

En general les gustó mucho la actividad, lo más relevante fue la forma como se presentó el tema, en juego; también la competencia y el uso de material concreto para representar los números enteros. Aunque los estudiantes tuvieron muchos errores, ya detectados desde el salón de clase,

esta fue una buena oportunidad para que comprendieran –aunque no todos de la misma forma– sus propios errores y el concepto de operaciones con enteros.

Durante el desarrollo de la actividad cada uno de ellos mostró sus rasgos de personalidad y su capacidad cognitiva y cómo abordar el siguiente juego. De acuerdo con los resultados, es necesario reforzar a los estudiantes en seguir instrucciones y leer y comprender lo escrito y es importante que el material concreto sea utilizado, manipulado con suficiente tiempo en la clase de matemática para enseñar conceptos y que los estudiantes entiendan las reglas por sí mismos y no necesiten que el docente las diga.

Juego de la Oca

Esta es la segunda sesión, nuevamente es importante mencionar la puntualidad de cada uno de los estudiantes, esto muestra el compromiso y el deseo de participar en el juego propuesto. Con este juego se pretendía representar gráficamente la suma de enteros mediante avances y retrocesos, creándole la necesidad de recordar y utilizar las operaciones en especial suma, sin descuidar las otras, mediante los ejercicios propuestos durante todo el juego.

Se inició con la explicación minuciosa de las reglas del juego ya que era necesario comprenderlas para el buen desarrollo de este, además se notó en el transcurso de la explicación que muchos de ellos ya iban armando su estrategia de juego y haciendo conjeturas del color de la cara que deberían sacar para progresar y llegar pronto a la meta. Tenían muy claro que el color rojo indicaba retroceder y el azul avanzar. Para dar la orden de salida lanzan un solo dado y el primero que juega es aquel que obtuvo el mayor número entero y de ahí en adelante se ordenan por su derecha en orden descendente. Es de notar que con esto se refuerza intuitivamente el orden de los enteros, siendo los mismos jugadores quienes indican el orden del lanzamiento. Tres de ellos con la suerte a su favor lograron avanzar, los demás no contaron con ella y después de muchos lanzamientos lograron despegar. En este juego se resaltan las siguientes cosas:

Al inicio, hubo la necesidad de recordarles cada vez que hacían un lanzamiento, cuántas eran las casillas que avanzaban y cuántas las que retrocedían y, al mismo tiempo, realizaban los desplazamientos indicados por los dados. Después de varias jugadas, algunos vieron la necesidad de aplicar intuitivamente la suma de enteros -situación que refleja el proceso de asimilación y acomodación justo para lo que Piaget lo diseñó para hallar un equilibrio entre los presaberes y las nuevas experiencias- para no demorarse mucho ni realizar tantos desplazamientos. Después de esto se notó que algunos de los que no habían jugado mucho o no habían asociado los desplazamientos a la suma de números enteros, trataron de imitar a sus compañeros no siempre logrando hacer correctamente la operación lo cual nos ratifica lo dicho por Wallon (pág. 92) donde afirma que “la comprensión infantil es tan solo una asimilación de otro a sí mismo, y de sí mismo a otro” y en este caso donde algunos jugadores no están seguros de sus conocimientos lo único que les queda es intentar “como sea” jugar, lo cual hace que despierte el interés de manera intrapersonal cosa que no se logra en las clases tradicionales porque ahí el interés es del maestro no del estudiante.

A pesar de que el juego era individual²² fue bastante enriquecedor para ellos, ya que al avanzar o retroceder alguno de los jugadores en forma incorrecta, inmediatamente los otros le hacían caer en cuenta del error –casi todos hacían las operaciones para poder hacerlo– obligándolo a rectificar la operación, varios lo hacían antes que sus compañeros intervinieran.



Foto 14. Estudiantes jugando la Oca

²² Se sigue la secuencia con el juego anterior para seguir reforzando la suma de enteros donde más dificultades fueron observadas en ellos.

Lo anterior nos pone de presente la teoría de Gross, que afirma que el juego es la oportunidad que se tiene para enfrentarse a situaciones donde se gana o se pierde pero al mismo tiempo se tiene la oportunidad de enmendar los errores, acción que prepara inconscientemente para la vida. Recordaron de su experiencia, algunas propiedades vistas en clase, tales como la invertiva de la adición y la vivenciaron en el momento en que uno de los jugadores obtuvo con un dado un número y con el otro su opuesto, obligándolo a no realizar ningún movimiento con su ficha.

A medida que se avanza en la experiencia, vamos observando ciertas, falencias y problemas, que difícilmente se pueden observar en una clase dada la cantidad de estudiantes, por ejemplo, hay un estudiante que desde la anterior sesión presenta problemas graves con sus presaberes y además no escribe el lenguaje matemático en forma adecuada como símbolos de las operaciones y orden en los términos de las operaciones.

Figura 47. Al parecer hace operaciones sin analizar cuál es la pertinente, además ubica los números en la multiplicación prestándose posiblemente a confusiones.

Casi todos los jugadores, hacían las operaciones para agilizar el juego, no quedarse de sus compañeros y demostrar que ya sabían “sumar”, sin embargo dos de ellos no lo lograron, cabe resaltar que si bien no operaron enteros, sí siguieron muy bien las instrucciones (avanzar - retroceder) y lograron tener avance en el juego sin importarles la burla de sus compañeros.

Con respecto a las operaciones realizadas en el juego²³ y la sesión anterior, los estudiantes tienen un progreso, en el desarrollo de ellas, aplicando en su mayoría el manejo de signos. En este juego

²³ Tipo casillas con figuras geométricas (ver propuesta).

hay una mezcla de azar, conocimiento, reglas, emoción, distracción, competencia, alegría, que hace que el juego como tal se convierta en una herramienta útil, que capte por completo la atención de los estudiantes y facilite cumplir el objetivo propuesto, sin dejar de lado la matemática como tal, representada en el propio objetivo del juego y en los jueguitos matemáticos presentados en las penitencias. Inicialmente las penitencias sólo eran los jueguitos matemáticos, pero a lo largo del juego observamos que faltaba ponerle algo más de “picardía”, esto nos indujo a crear otra penitencia²⁴, la cual fue disfrutada al máximo por los estudiantes.

El docente juega un papel importante en la realización del juego, ya que es el encargado de animar, impulsar, retroalimentar y mediar todas las situaciones presentadas, para llevar a los jugadores a conseguir el objetivo propuesto. Pero además hace que se convierta en parte del juego y lo disfrute tanto como los jugadores.

Los aspectos positivos destacados por los estudiantes fueron los siguientes: La agilidad mental, las actividades matemáticas, el movimiento, la “recocha”, el juego, las penitencias; entre los aspectos negativos sólo hubo uno: “Que no todos estuvieran pendientes de su turno y se demoraran”; aprendieron en la experiencia a contar mentalmente y operaciones con enteros. La actividad les gustó ya que les pareció muy interesante, se rieron bastante, se divirtieron, aprendieron mucho y reforzaron operaciones con números enteros.



Fotos 15. Algunas penitencias

²⁴ Pintarse la cara con vinilos.

En el desarrollo de los juegos los jóvenes poco a poco se van desenvolviendo y muestran los verdaderos rasgos de su personalidad o hacen notorias las características de sus compañeros. Lo anterior lo confirma Groos al afirmar que “el juego es pre ejercicio de funciones necesarias para la vida adulta, porque contribuye en el desarrollo de funciones y capacidades que preparan al niño para poder realizar las actividades que desempeñará en la vida adulta. Esta tesis de la anticipación funcional ve en el juego un ejercicio preparatorio necesario para la maduración que no se alcanza sino al final de la niñez, y que en su opinión, esta sirve precisamente para jugar y de preparación para la vida”.

Este juego en particular contaba con penitencias, regalos, operaciones que permitían que los jugadores expresen sus sentimientos de alegría, satisfacción, frustración, además le inyectaban emoción a la actividad. Con este juego se logra que los estudiantes comprendan el orden en los números enteros, la adición y sus propiedades de una manera intuitiva y aplicada de tal manera que se vean en la necesidad de utilizarlas para poder jugar, además permite que el jugador se enfrente a otro tipo de retos todos encaminados al desarrollo del pensamiento numérico.

Juego del Laberinto

En este juego los participantes trabajaban en equipo, esto con el fin de intercambiar conocimientos, corregirse y explicarse entre ellos, esto es bien sabido en nuestro quehacer como docentes, ya que en nuestras aulas se presenta muy a menudo que en ciertas ocasiones, los jóvenes no entienden el lenguaje matemático utilizado por el docente, pero si le entienden muy bien al compañero la explicación. La intención de este juego era reforzar el concepto de las operaciones con números enteros y fomentar el trabajo en equipo entre los participantes.

El juego inicia como los anteriores, haciendo una breve explicación de las reglas, siendo éstas negociadas (puntaje por operación) y dando la opción de escoger el equipo de trabajo, –esto sugerido por el ganador del juego anterior “si yo gané el pasado juego, puedo escoger el grupo, cierto profe” –, el personaje a encontrar (Bart, Lisa y Maggie) sí fueron escogidos por los

EL JUEGO EN EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO NUMÉRICO
EN ESTUDIANTES DE SÉPTIMO GRADO

docentes, teniendo en cuenta el número de operaciones y la cantidad de estudiantes. Posteriormente, cada grupo se dirige hacia su tablero de operaciones, planeando su propia estrategia para agilizar el juego y ganar.

Sin planearlo, los grupos se formaron como queríamos inicialmente, clasificados según el desempeño observado hasta el momento, esto con el fin de sacar al máximo sus potencialidades, respetando el ritmo de trabajo individual. El juego se prestaba para que se fueran corrigiendo los errores cometidos, ya que si realizaban alguna operación incorrecta, el resultado no aparecería en el laberinto, obligándolos a rectificar lo hecho. Esto muestra que los estudiantes estaban en el umbral de la zona de desarrollo próximo estudiado por Vigotsky y fundamentado en el capítulo 2 debido a que los estudiantes tenían la posibilidad de autocorregirse por la misma intención del juego y por la realimentación de sus compañeros.



Foto 16. Realizando operaciones y ubicando los resultados en el laberinto

Al principio no lograban acoplarse ni encontraban la mejor estrategia para el juego, todos realizaban las mismas operaciones e iban a pegar las huellas en los resultados del laberinto. Poco a poco fueron mejorando su técnica y su forma de trabajo, proponiendo estrategias como: repartirse las operaciones, ir una sola persona a buscar y pegar las huellas, terminar todas las operaciones primero en grupo, luego ir a buscar y pegar las huellas mientras el otro revisaba las

operaciones. Sin embargo el equipo de los jóvenes con más falencias observadas poco logró acoplarse y no crearon ninguna estrategia.

El equipo ganador, mostró organización, estrategia, propiedad y firmeza en el desarrollo de las operaciones cometiendo cero errores en los resultados. Anteriormente mencionamos que los grupos habían quedado organizados según su rendimiento, al finalizar el juego observamos que así mismo fueron los resultados. A los jóvenes con más bajos rendimiento, se les envió al personaje con menos operaciones, sin embargo, fueron los últimos en terminar y los que cometieron más errores (persisten en los signos) que el otro equipo. Se exalta que el trabajo colaborativo entre ellos permitió que algunas operaciones estuvieran correctas.

Hasta este momento de la actividad en general, podíamos decir que había cuatro estudiantes que mejoraban su desempeño paulatinamente en la realización de operaciones y poco a poco se involucraban más en los juegos despertándose el sentido de competencia que había entre ellos. Nuevamente los estudiantes manifestaron el agrado por el juego presentado, afirmando y resaltando el gusto por la realización de operaciones, agilidad mental y manual y uso de estrategias en grupo.

Los estudiantes aprendieron a salir de un laberinto, a trabajar en grupo, y a realizar operaciones con números enteros. No les gustó el enredo que tuvieron algunos al buscar las operaciones en el laberinto –claro, como las iban a encontrar si las tenían incorrectas-, ni amarrarse los zapatos. Al planear el juego creímos que demorarían más de lo esperado, sin embargo el desarrollo fue rápido. Lo que nos hace pensar que se debió colocar más condiciones o un nivel más alto de dificultad en las operaciones.

Carrera de Observación

El propósito de esta actividad era seguir reforzando la operatoria de números enteros, mediante situaciones problemáticas. El juego consiste en superar ciertos obstáculos (situaciones

problemáticas) y encontrar pistas que les indique a los estudiantes el camino a seguir para llegar a la meta. Se hacen equipos, sugeridos por los docentes y se les explica las reglas y la metodología del juego. Cada uno con un color representativo (amarillo, azul y rojo), todas las rutas eran diferentes y cada equipo tenía un tutor acompañante.

Con las pistas se pretendía impregnarle al juego un poco de emoción y suspenso, así mismo era como un premio que se ganaba por superar un obstáculo y de esa forma se veía el avance en el juego. En la primera pista, el ahorcado, los jóvenes debían ser muy precisos en decir las letras y recordar cuales son las letras y vocales más usadas al formar palabras y al mismo tiempo los sitios del colegio.

La siguiente pista, sopa de letras, era de observación ya que había muchas letras y solo una posible palabra completa; la siguiente era una imagen que hacía que la relacionaran con el sitio a donde se dirigían, desarrollando en ellos lectura de gráficas, bastante importante en matemáticas y por último “descubra” que pretendía asociar un par de palabras para luego hacer corresponder los números de dichas letras a la palabra principal.

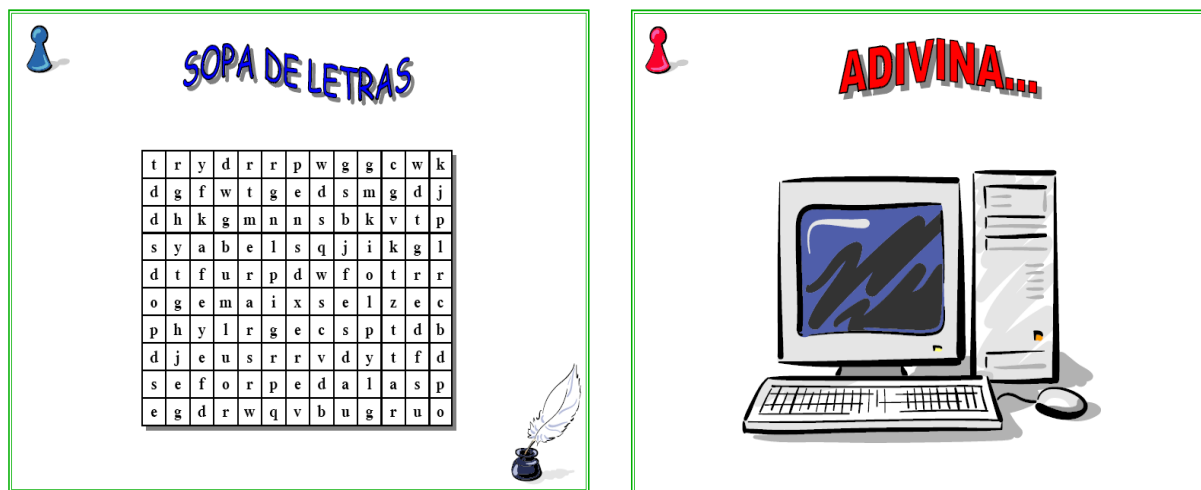


Figura 48. Pistas 2 y 3

EL JUEGO EN EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO NUMÉRICO
EN ESTUDIANTES DE SÉPTIMO GRADO

Con relación a las pistas notamos que los estudiantes, no leen, tienen problemas de ortografía, de asociación y poca cultura general, además les falta ingenio, malicia, atención. Sin embargo, trataron de hacerlo de la mejor forma posible y de acuerdo a sus fortalezas aportaban en cada una de ellas.

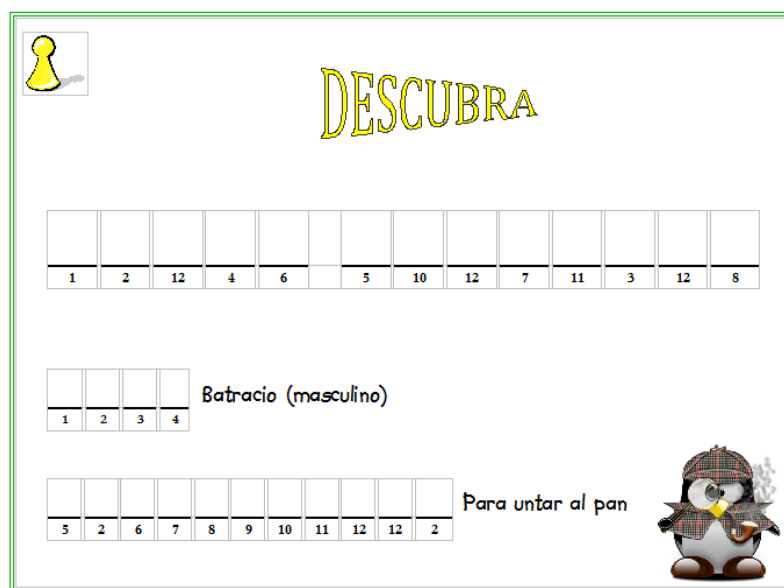


Figura 49. Pista 4

Las situaciones presentadas eran cuatro, cada sitio tenía una con diferente grado de dificultad. El crucentero era una de ellas, en él se pretendía fomentar el interés en la precisión del lenguaje matemático empleado, que recordaran algunos términos y símbolos de las operaciones, que encontraran la diferencia entre la simbología utilizada en las operaciones y la simbología de los números enteros (positivo - más), concepto de operaciones, resultados de operaciones expresados en letras, propiedades. También contribuíamos un poco en ortografía, comprensión lectora, seguimiento de instrucciones.

Percibimos que algunos de los estudiantes presentan dificultades en utilizar apropiadamente el lenguaje matemático, no conocen los términos de ciertas operaciones, reinciden en operar mal los signos, presentan falencias en la comprensión lectora y ortografía.

El cuadrado mágico, es ese tipo de problema donde el estudiante tiene que comprender la situación, razonar y resolver las sumas sencillas de números enteros. El cuadrado mágico sirve, además de marco de referencia, como una excusa para que el estudiante pueda comprobar lo correcto de los resultados que obtiene. Los estudiantes abordaron el problema de buena manera, cada uno trataba por momentos de manipular el material, realizaba las sumas requeridas, y si no tenía suerte, seguía el otro o se ayudaban entre todos; en otro equipo sólo uno manipuló el material sin embargo su compañero aportaba, haciéndolo caer en cuenta de los errores cometidos, en algunos momentos habían pequeñas confrontaciones. Aunque la participación fue de grupo, la perseverancia requerida en este juego solo la tuvo uno de los jugadores quien finalmente lo resolvió. Otro equipo, los estudiantes acomodaron las sumas posibles de dos en dos para tener una idea de la suma mágica pero primero con las tarjetas del cuadrado, también mientras uno manipulaba el material, el otro lo intentaba con papel y lápiz, una muy buena estrategia.



Foto 17. Estudiantes resolviendo las situaciones problemáticas
(cuadrado mágico y hexagonomanía)

La siguiente situación se llama “Hexagonomanía”, aparte de las operaciones a realizar, tenían que acomodar las fichas de tal forma que cada lado común de los hexágonos coincidiera, debían buscar resultados iguales en operaciones diferentes.

Nuevamente la operatoria es la más importante del juego (objeto de nuestro trabajo), para esta situación se necesitaba agilidad mental, astucia, observación, memoria, estrategia, habilidades que poco a poco iban adquiriendo en el transcurso del juego, tuvieron ciertas dificultades en la

EL JUEGO EN EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO NUMÉRICO
EN ESTUDIANTES DE SÉPTIMO GRADO

estrategia aplicada, algunos hicieron todas las operaciones, otros solamente las grandes, ejercitando la mente, se rescata el trabajo en equipo y todos llegaron a la solución.

MENSAJE OCULTO

Descifra este mensaje, para ello debes descubrir a que operación corresponde cada n° y darás con la letra correspondiente hasta formar el mensaje oculto. Debes respetar el orden de prioridades.

69 -3 -11

-3 60 -5 -48 -3 -11

-5 26

31 -1 5 17 -46

-46 -5

11 31 -5 -1 5 -3

31 26 5 17 31 11 31 25 26

-4 -5 25 0 -5 5 -1 31 11 -3

-11 -3 60 -5 26

16 17 -5

-5 69

-84 -5 9 -3 -4 25 26 25

-5 -11

0 -3 -2 25 -1

16 17 -5

-5 69

11 17 -3 -46 -1 -3 -46 25

-2

16 17 -5

-5 69

5 -1 31 -3 26 -4 17 69 25

-2

16 17 -5

25 -46 -1 -3

11 25 26 5 -5 26 -5 -1

0 -3 -11

0 31 -5 69

11 25 26

-5 69

0 31 -11 0 25

0 -3 5 -5 -1 31 -3 69



A	$5+2-8-2$	E	$-2+3+4-10$	J	$8 \times (-4+(-2))$	O	$-50 \div -2$	T	$12-10+1+2$
B	$59+10-9$	G	$4 \times 9-40$	L	$-59+128$	Q	$8 \times (-2) \times (-1)$	U	$12-2+10-3$
C	$121 \div (11)$	H	-2×42	M	$50+0-50$	R	$(47-100+2) \div 51$	X	$81 \div (-9)$
D	$-40-2-2-2$	I	$102 \div 2-20$	N	$39 \div 3 \times 2$	S	$39-50$	Y	$2 \times (-1)$

Figura 50. Prueba 4

Por último, el mensaje oculto que permitía que reforzaran operaciones y los resultados fueran asociados a letras, que posteriormente formarían un mensaje. Además, posibilitaba al jugador rectificar las operaciones, pues si el resultado era incorrecto, este se asociaba a otra letra y posiblemente la palabra a formar carecería de sentido. Aquí hubo diversas estrategias, una de ellas fue repartirse las operaciones, hacerlas todas y luego ubicar las letras para hallar el mensaje, otro aparte de repartir las operaciones iba colocando las letras de una vez y ya con un poco de astucia trataban de ponerle sentido al mensaje sin resolverlas todas. En uno de los grupos por un error en el resultado se estancaron y les tocó volver a corregirla.

Los estudiantes manifestaron que fue muy interesante porque era “de pensar” de mucha agilidad, destreza y de trabajo en grupo. Con respecto a lo negativo, algunos comentaron que el cuadrado

mágico fue difícil y un niño en especial dijo “mi compañero” se entendió poco conmigo en el juego como equipo”.

Manifiestan que aprendieron a resolver operaciones –esto lo expresan los que todavía presentan dificultades en operatoria–, a repasar, “a tener paciencia y no salirse de quicio, “que debemos hacer operaciones para encontrar los resultados” a hacer cuadrados mágicos.

En toda esta carrera comprobamos las teorías de Chateau, que afirma que el juego proporciona un placer, con este se autoafirma su personalidad y capacidad intelectual, y se comprueba que el que tiene más claro los conocimientos es el que mejor desempeño tiene. Este es el juego que más puntos tuvo a favor para comprobar lo dicho a lo largo del capítulo 2.



Foto 18. Podio

Al final todos los equipos lograron el objetivo, llegar a la meta. Este juego fue muy emocionante, los jugadores corrieron, se preocuparon por encontrar las pistas, llegaron a exasperarse por no encontrar la solución y al culminar toda la carrera y clavar la bandera en el podio fue muy emocionante.

Juegos de Mesa

Nuestros propósitos con este juego era inducir al estudiante a proponer operaciones con los números sugeridos por los lanzamientos de los dados, que descubrieran la cantidad de resultados posibles y que evaluaran a sus compañeros. Este presentaba un nivel alto de complejidad, ya que como mencionamos anteriormente eran varios aspectos por observar y tenía 2 grados de dificultad.

En esta sesión no se explicaron las instrucciones, se les entregó una hoja con las reglas y ellos tenían que interpretarlas y entenderlas para poder jugar. Esto con el fin de contribuir al desarrollo de la competencia lectora e interpretativa de los estudiantes y de esta manera enfrentarlos a situaciones cotidianas.

EN LÍNEA CON LOS ENTEROS

Este se jugaba en parejas y ganaba aquel que consiguiera colocar tres fichas en línea, para conseguirlo tenían que combinar los números que resultaban del lanzamiento de los 2 dados mediante una de las cuatro operaciones conocidas, aprovechando cada oportunidad de jugar.



Foto 19. Der. Estudiantes creando y resolviendo operaciones. **Izq.** solución del juego.

Era interesante observar cómo los estudiantes, con más propiedad se atrevían a corregir y juzgar a sus compañeros, cuestionando el resultado de las operaciones y algunos después del turno de su rival les mostraban la operación que dejaron de hacer, creando conciencia en ellos y obligándolos a estar más atentos al realizar las operaciones. Algunos inclusive no aceptaban las correcciones y hacían el comentario que el tablero estaba mal o les faltaban signos, siendo un poco tercos en no corregir la operación planteada por ellos porque se sentían seguros de lo aprendido en el transcurso de la experiencia.

Analizando los ejercicios propuestos por los jugadores, notamos que hubo uno que los planteó y solucionó en forma correcta, tres de ellos garantizaron un 70% de la solución planteada, utilizando todas o la mayoría de las operaciones, uno de ellos sólo utilizó sumas presentando errores en la mitad de las soluciones y el otro planteó varios ejercicios con distintas operaciones pero la mayoría incorrectas.

LOS CIENTO NÚMEROS

De acuerdo al desempeño presentado por los estudiantes en el primer juego, se agruparon en dos equipos, los ganadores y los perdedores. A cada grupo se le entregó un tablero con cuatro dados, (dos con números positivos y dos con los mismos números pero negativos) donde el propósito de este era tapar en el tablero todos aquellos resultados que se puedan obtener con los números que salgan en una tirada con los cuatro dados y utilizando como mínimo tres operaciones (grado de dificultad), era válido usar paréntesis, propiedades, etc. Se contabilizaba el tiempo y ganaba el jugador que pusiera más fichas en el tablero.

Aquí el que más proponía y claro tenía el manejo de operaciones con enteros era el que más posibilidades tenía de ganar, el azar utilizado era sólo para elegir los números. Era indispensable tener claro la jerarquía de operaciones y astucia para ubicar signos y paréntesis en los números, de forma en que se corriera el menor riesgo posible de equivocarse. Intuitivamente los estudiantes estaban trabajando con polinomios aritméticos y manejo de signos de agrupación.

EL JUEGO EN EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO NUMÉRICO
EN ESTUDIANTES DE SÉPTIMO GRADO



Foto 20. Grupos jugando.

El mismo juego les daba la oportunidad de hacer el mayor número de ejercicios, sin embargo, muy pocos hacían más de dos por lanzamiento. El grupo de los ganadores jugó animadamente, mientras el de los perdedores en ocasiones se aburrían, por las falencias que aún presentaban, solo uno de ellos hacía el papel de juez con sus compañeros.

El grado de dificultad era alto, sin embargo, aunque hubo errores los estudiantes se enfrentaron y se defendieron en el planteamiento de ejercicios, algunos plantearon polinomios, mientras otros agruparon los números de dos en dos realizando las operaciones en forma independiente para luego hacer la operación final.

A los estudiantes les gustó interactuar con sus compañeros, ser jueces, competir y aunque el juego era individual, ellos asemejan o hacen referencia al trabajo en grupo y la mecánica del juego. No les gustó la indisciplina que algunos hicieron y el manejo de los tiempos al desarrollar las operaciones. Igualmente, aprendieron a proponer operaciones y combinarlas para obtener resultados diferentes, a hacer operaciones y a no desconcentrarse en los juegos.

A pesar que este era el último juego, uno de ellos seguía teniendo problemas con seguir instrucciones, pues se limitaba a imitar lo que hacían sus compañeros, la atención y concentración eran muy pocas, los demás ya no le tenían paciencia, juzgándolo con severidad.

En síntesis, considerando todo lo vivido en estas actividades lúdicas, nos dimos cuenta que en su esencia tienen una fundamentación teórica profunda como se expuso en el capítulo 2, pero también una concepción práctica, actuante y concreta. Sus objetivos llevan a la estimulación de las relaciones cognoscitivas, afectivas, verbales, psicomotores, sociales, la mediación socializadora del conocimiento y la provocación de una reacción activa, creativa de los alumnos y además la posibilidad de convertir el acto de educar en un compromiso consciente, intencional y transformador de la sociedad.

3.2 PRUEBA DE SALIDA

Esta fue la última prueba que se les hizo a los estudiantes y se realizó con el fin de indagar qué tanto avanzaron los siete jóvenes en su proceso de conceptualización de los números enteros para lograr determinar el progreso en el desarrollo del pensamiento numérico que tuvieron, después de enfrentarse a una serie de juegos donde se les permitió actuar con libertad, estar en constante movimiento y acción, y lo más importante con una actitud muy diferente a la de las clases normales, pero aprendiendo y enfrentándose a situaciones diarias.

El objetivo siguió siendo el mismo que en la prueba diagnóstica, pues era necesario conservar el horizonte para poder determinar los verdaderos efectos.

Recordemos entonces los aspectos a observar:

- ❖ Comprensión de las características del conjunto de los enteros
- ❖ Comprensión del concepto de operaciones con números enteros
- ❖ Cálculos con números y aplicaciones (situaciones problemáticas)

Diseño. La prueba está diseñada en dos partes, la primera corresponde a 6 preguntas de selección múltiple con única respuesta y 4 de completar frases y la segunda parte son 4 situaciones muy parecidas a las vividas en los juegos.

Para contestar estas preguntas los estudiantes tienen que realizar procesos de análisis, síntesis, comparación, concreción, abstracción y generalización, combinando la atención, la voluntad y la motivación intrínseca para mostrar sus competencias frente a este tipo de actividades.

Aplicación. La prueba se aplicó a los 7 estudiantes que participaron en todo el proceso de la experiencia. Se citaron y ellos muy cumplidores de su deber llegaron a tiempo y relajados a pesar que sabían que se enfrentarían a una prueba escrita. Se les explicó el tipo de prueba, las clases de pregunta y el objetivo a conseguir, y ellos muy concientes iniciaron su prueba final.

Análisis de los resultados obtenidos

Pregunta No. 1

El número entero que se asocia con la situación de avanzar nueve unidades a la derecha y retroceder 10 unidades a la izquierda es:

- a. 1
- b. -1
- c. 19
- d. -19

Con esta pregunta se pretendía determinar el uso de los números enteros para representar un avanzar y un retroceder de unidades, teniendo como presaberes lo experimentado en el juego de la oca, tres estudiantes contestaron la opción verdadera (*b*), mientras que dos de ellos contestaron la opción *a* teniendo confusión en el signo, los restantes contestaron la opción *d* mostrando así un desconocimiento total de lo que significa avanzar y retroceder. Es sorprendente ver como uno de los estudiantes que contestó bien fue uno de los que en la prueba diagnóstica obtuvo uno de los más bajos puntajes. En esta pregunta el estudiante debe ser competente para utilizar alguna representación o sistema de notación simbólica para crear, expresar y representar ideas matemáticas.

Pregunta No. 2

Al restar un número positivo de un número negativo, el signo de su diferencia es:

- a. Positivo
- b. Negativo
- c. Depende del número con mayor valor absoluto
- d. Ninguna de las anteriores

En este ítem se pretende que el estudiante generalice una de las situaciones que se puede presentar en la sustracción de enteros, pues aquí se muestra claramente que mediante el análisis, los rasgos o nexos comunes y esenciales de la sustracción de enteros los abstraen de los casos particulares e individuales, y por último con ayuda de la síntesis y la deducción, los transforman en conocimientos generalizados, conceptuales, sobre dichas operaciones y situaciones.

Observando los resultados nos dimos cuenta que tres estudiantes contestaron que la diferencia es negativa es decir la opción *b* (correcta), uno contestó la opción *a* donde muestra que no interpreta el enunciado y se confunde al tomar el minuendo y el sustraendo y al confundirse la diferencia da positiva; tres estudiantes contestaron la opción *c* donde muestran claramente que olvidaron el sentido de la resta y de este modo dejaron de lado cambiar al opuesto del sustraendo, concluyendo así lo que no es.

Pregunta No. 3

Laura debe entregar una circular en el Edificio Estrella, para tal fin, toma el ascensor en el cuarto piso, sube 2 pisos y luego 3 pisos más, después baja 6 pisos y finalmente baja 3 pisos. ¿En qué piso se encuentra Laura?

- a. En el primer piso
- b. En la portería (representa el piso 0)
- c. En el sótano 1
- d. En el sótano 2

Aquí el estudiante se enfrenta a la solución de un problema, donde puede recurrir a una gráfica para representar la situación o contestarlo en su mente, es una situación donde vivencia el uso de los enteros positivos para representar los pisos que se suben y los pisos que se bajan con enteros negativos, con esto se necesita que el estudiante analice la situación, identifique lo más importante, establezca relaciones entre sus partes y lo asemeje a situaciones parecidas; se requiere del uso del razonamiento, pues exige justificar los análisis y procedimientos realizados para validar la solución.

Cuatro estudiantes contestaron la opción correcta (*b*) con la sorpresa que entre ellos están dos de los estudiantes que durante toda la actividad mostraron un desempeño menor que el resto del grupo, uno de ellos contestó la opción *c* presentando confusión o desatención en los movimientos y quedando ubicado en el piso que no corresponde faltando precisión al contar, al igual que los otros dos estudiantes que marcaron *d*, opción que indica que los estudiantes no manejaron el conteo de los pisos como debía ser y su respuesta está más lejana que la verdadera o todavía no comprenden el contexto de bajar y subir representado con estos números.

Pregunta No. 4

¿Cuántos números enteros hay entre dos números enteros consecutivos?

- a. Ninguno
- b. 1
- c. 2
- d. Infinitos

Esta pregunta fue la misma pregunta 23 de la prueba diagnóstica, pero aquí se le quito la ambigüedad que allí se presentó, llevando a los estudiantes a cierta confusión, mientras que aquí estaba claro que era entre dos enteros consecutivos, aún así sólo un estudiante contestó acertadamente, 2 contestaron la opción *b* y 4 la opción *c* mostrando con esto total desconocimiento el significado de entero consecutivo. El estudiante que contestó acertadamente es aquel que sobresalió en toda la experiencia con juegos.

Pregunta No. 5

El producto de 5 enteros negativos da como resultado un número:

- a. Positivo
- b. Negativo
- c. Depende del número con mayor valor absoluto
- d. Ninguna de las anteriores

Esta pregunta la contestaron todos acertadamente superando enormemente el resultado de la pregunta 7 en la prueba diagnóstica, donde se enfatizó en el producto de números enteros y aquí se mostró avance en esta generalización de un caso particular del producto de enteros.

Pregunta No. 6

El resultado de $45 \times (-3) + 15 \div 3$ es:

- a. -120
- b. -130
- c. 130
- d. -135

Aquí se quiere que el estudiante muestre su competencia para operar números enteros, pero especialmente en la determinación del orden de las operaciones ya que después de darse cuenta que tenía que dividir o multiplicar, estas operaciones se harían primero y luego las sumas o las restas, aquí sólo aplicaron esa teoría 2 estudiantes, el resto se equivocó en signos o en conteo.

Las preguntas 7 a 10 corresponden a de completar frases. Escriba la palabra que completa la frase.

Pregunta No. 7

Las ganancias se asocian con números _____

Sólo un estudiante contestó acertadamente, 5 contestaron que enteros sin darse cuenta que los positivos sirven para representar ganancias pero también los enteros negativos sirven para representar pérdidas, faltó ser más preciso al responder, y el faltante no encontró palabra alguna para dicha pregunta.

Las preguntas siete y ocho requieren de un alto manejo de conceptualización de números enteros y aplicación real de estos, pero también un alto grado de atención y precisión.

Pregunta No. 8

Los retrocesos se representan con números enteros _____

Aquí 5 estudiantes contestaron acertadamente y 2 no encontraron palabra para contestar, siendo muy extraño porque ya habían tenido experiencias previas similares a ésta en el juego de la oca, de pronto fue más problema de distracción que de conocimiento y sobre todo en los estudiantes que contestaron incorrectamente, que hasta el momento han mostrado un desempeño bueno.

En las preguntas 9 y 10 el interés era conocer el desempeño en encontrar algún término de la multiplicación apuntando así a la competencia para aplicar procedimientos y algoritmos, donde se visualiza la habilidad procedimental con la comprensión conceptual que fundamentan estos procedimientos.

Pregunta No. 9

8 es el factor de -72 porque $-72 = 8 \times$

En esta pregunta tres estudiantes acertaron, 2 presentaron error de signo, 1 error al multiplicar y 1 no respondió, aunque lo esperado era que no presentaran errores.

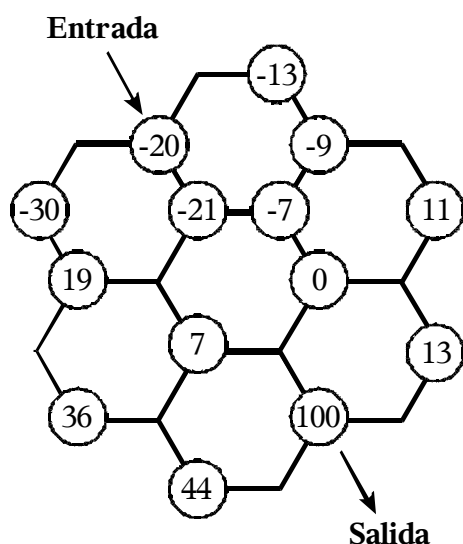
Pregunta No. 10

El número multiplicado por -10 da como resultado _____

Esta pregunta se eliminó porque está incompleto el enunciado para contestarla correctamente, aquí los estudiantes empezaron a preguntar que no entendían, lo que nos obligó a revisar nuevamente el enunciado y nos dimos cuenta que así como se había redactado era ambigua.

A continuación se analizará la segunda parte que se refiere a juegos de papel y lápiz pero que nos aporta el avance de los chicos evaluado de otra manera más acorde al esfuerzo realizado durante la experiencia. Veamos:

Situación No. 11

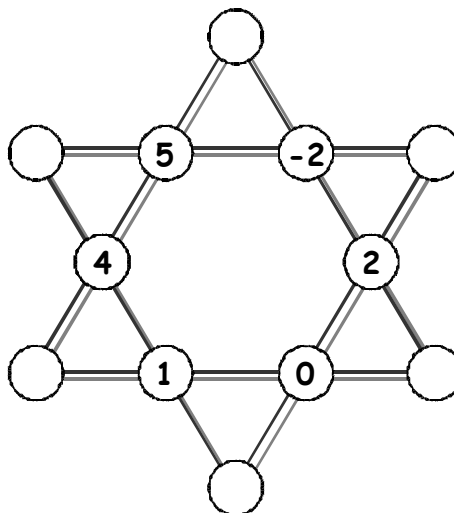


Para salir del laberinto de números enteros se debe avanzar sobre los lados del hexágono, pasando siempre a un número mayor.

Para contestar esta actividad se requiere que el estudiante conozca el orden de los números enteros, necesita atención, análisis, astucia y rapidez para lograr atravesarlo en las condiciones habladas. En esta situación todos los estudiantes acertaron con el camino, lo que nos muestra que la capacidad para resolver problemas es considerada como un elemento importante en el desarrollo del pensamiento matemático.

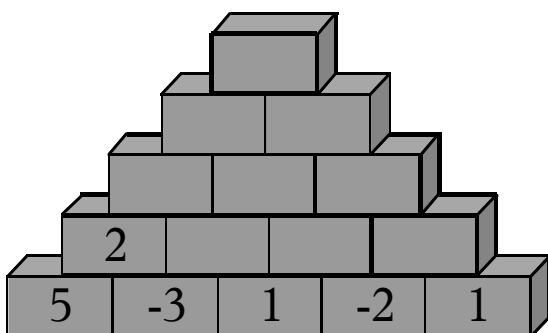
Situación No. 12

En la estrella mágica, la suma de los enteros a lo largo de cada línea es -2. Completar la estrella mágica usando números enteros diferentes entre 6 y -6



En esta situación hubo mayor dificultad para responder, pues el nivel de complejidad es más alto, se requiere atención, capacidad para pensar numéricamente. Se debe conocer el efecto de cada operación y las relaciones entre ellas, además no había material manipulable para que fuese más rápido y más concreto, por lo tanto debió ser un poco más difícil y ninguno la completó.

Situación No. 13



Completa con números enteros la siguiente pirámide teniendo en cuenta que el número de una casilla es igual a la suma de los números de las dos casillas inferiores.

EL JUEGO EN EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO NUMÉRICO
EN ESTUDIANTES DE SÉPTIMO GRADO

Esta actividad tiene la particularidad de ser un instrumento para comprobar que el estudiante adiciona correctamente números enteros en forma simbólica y pasa al punto donde el estudiante se obliga a practicar el algoritmo de la adición, y no tiene derecho a cometer errores pues como eran niveles los estudiantes se equivocaban en un nivel inferior y de ahí en adelante todo quedaba mal, por lo tanto exigía precisión en las acciones. Aquí se contabilizaron la cantidad de errores cometidos y esto fueron los resultados: 2 estudiantes contestaron acertadamente, con un error, 1 con tres errores y el resto presentó dificultades desde el inicio.

Situación No. 12

1		2		3	
4			5	B	
	6				8
A		F		7	
			C		E
	D				

Horizontales	Verticales
1. Número entero mayor que -9 y menor que -7	A. Dos números enteros consecutivos mayores que 5
2. Número que está 7 unidades a la izquierda de 0 en la recta numérica	B. Mayor número negativo
3. Dos números enteros consecutivos cuya suma es 13.	C. Números enteros consecutivos negativos menores que -6
4. Números enteros mayores o iguales que -5 y menores que -3	D. Número entero mayor que -1 y menor que 1
5. Número que en la recta numérica esta 9 unidades a la izquierda de 3.	E. Número que está 10 unidades a la derecha de -5
6. Número que está 5 unidades a la derecha de -4	F. Números enteros que están a la misma distancia de 0 en la recta numérica.
7. Número neutro.	
8. Menor número positivo.	

En esta situación nuevamente se comprueba uno de los propósitos, reforzar el concepto de número entero en los estudiantes de una forma no tradicional, potenciar en el estudiante el

EL JUEGO EN EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO NUMÉRICO
EN ESTUDIANTES DE SÉPTIMO GRADO

reconocimiento de características como el reconocimiento de numerales y de patrones, la práctica de operatoria y la resolución de problemas.

Se necesita capacidad de análisis, concreción comprensión, habilidad numérica, expresada en la solución de este crucinúmero. Se evaluó por cada respuesta acertada de un total de 14 numerales. Hubo un estudiante que solo acertó en una operación, otro con ocho aciertos, dos con nueve aciertos, uno con once aciertos y los que más presentaron fueron doce aciertos.

La gran mayoría falló en la búsqueda de los números exactos que cumplían con las características que les pedían sobre todo el encontrar entre uno y otro como son los numerales 4, D, E, F, de pronto por desatención o porque el manejar varias características al tiempo le es más complicado y se confundió.

En conclusión, todos progresaron en sus habilidades numéricas con los números enteros (hubo más respuestas acertadas que en la prueba inicial), siendo capaces de enfrentarse a una prueba escrita sin temores, motivados y dando y mostrando lo mejor de cada uno.

En términos generales, la prueba se calificó y se obtuvieron los siguientes puntajes así:

Puntos	40/50	35/50	34/50	29/50	29/50	23/50	15/50
% Aprobado	80%	70%	68%	60%	60%	46%	30%

Como nos damos cuenta 5 de los 7 lograron alcanzar un 60% o más de aprobación en esta prueba y a nivel general, estos 5 jóvenes mostraron un progreso en su desempeño en toda la experiencia. Los dos estudiantes que no lograron al menos llegar a un 60% de aprobación son aquellos que consideramos tienen problemas más marcados de aprendizaje y lograríamos avanzar un poco más si se dedica una mayor cantidad de tiempo a llenar todos los vacíos que a lo largo de su formación han ido quedando y que ahora y más adelante se van a usar, además son jóvenes que necesitan que se les ejercite la atención, la voluntad, pues son muy distraídos y pierden el hilo de las clases con mucha facilidad.

Conclusiones

Al culminar este trabajo nos dimos cuenta de muchas situaciones que son importantes para nuestro quehacer pedagógico y para el proceso de desarrollo del pensamiento numérico en los estudiantes de séptimo grado:

1. El juego es un estímulo al aprendizaje, el juego es alegría, es una actividad libre, el estudiante juega un papel activo, él actúa motivado, situado en un momento y en un espacio donde se siguen algunas reglas que son acordadas y donde el alumno está abierto a la variedad de relaciones personales.
2. El juego representa un factor de integración social, es un modelo de permanente interactuar y gozar, pero al mismo tiempo es un espacio que apoya la formación en valores pues los estudiantes participan en experiencias de seguimiento y cumplimiento de reglas previamente establecidas, y muestran sus capacidades de organización y responsabilidad dentro de un grupo de trabajo.
3. Con el juego el estudiante se enfrenta a retos, situaciones problema donde su objetivo es encontrar la forma de salir de las dificultades, sortear los obstáculos y conseguir el fin deseado como lo manifiesta Polya, lo que enfrenta al estudiante a un modelo de la vida misma donde a veces se pierde y otras se gana, pero también se tiene posibilidad de mejorar, cambiar o enmendar los errores cometidos, siempre rodeados de personas que con su experiencia y conocimientos corrigen y hacen caer en la cuenta de los aciertos y desaciertos que se tienen.
4. Con el juego se desarrolla el pensamiento ya que el estudiante tiene la posibilidad de manipular material, activar su propia capacidad mental, reflexionar constantemente sobre su propio proceso de pensamiento con el fin de mejorarlo, permite transferir situaciones anteriores a experiencias nuevas, adquiere confianza en si mismo, se divierte con su propia actividad mental, se prepara para otros problemas de la ciencia y de la vida cotidiana, tal como lo afirma Miguel de Guzmán.

5. Utilizando el juego con fines específicos logramos probar desde nuestra experiencia que no es una pérdida de tiempo, sino por el contrario es una herramienta valiosa que si se sabe utilizar aporta mucho al desenvolvimiento de los jóvenes y sobretodo el desarrollo de funciones cognitivas básicas, entre las que se destaca el pensamiento numérico.
6. En las clases es necesario permitir que el estudiante se enfrente a situaciones a partir de las cuales pueda identificar las propiedades y características de los conceptos, así como construirlos mediante la mediación del profesor, para lo que es necesario dar tiempo para pensar, comprender, hacer, actuar y transformar.
7. La matemática recreativa aporta una serie de actividades útiles y acordes a las temáticas y competencias que se desean desarrollar en los estudiantes, y en ningún momento se salen de los planes académicos del área.
8. Con el juego potenciamos las competencias básicas en matemáticas de una manera agradable y divertida.

RECOMENDACIONES PARA FUTUROS TRABAJOS

Este trabajo se realizó sólo con 7 estudiantes pero somos consientes de la realidad vivida en las instituciones donde el número de estudiantes por grupo son alrededor de 40 estudiantes, deseamos sugerir algunas variantes para poder realizar los juegos con esta cantidad de personas sin perder el horizonte:

- El juego de bases si se utiliza antes de enseñar el concepto de números enteros, se debería trabajar cada base en sesiones separadas. De lo contrario se haría el circuito de las operaciones teniendo en cuenta que este material se debería haber manipulado anteriormente en clase.

EL JUEGO EN EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO NUMÉRICO
EN ESTUDIANTES DE SÉPTIMO GRADO

- Al iniciar el tema de los números enteros es necesario utilizar variado y suficiente material, dedicando el suficiente tiempo para que el estudiante sea quien manipule y descubra la forma de operar los números enteros.
- Dependiendo del tiempo es necesario planear pequeños juegos que conduzcan a objetivos pequeños, pues sabemos que las clases son de 60 minutos o máximo de 120 minutos, entonces la idea es usar este espacio con cosas cortas y no con actividades extensas e inconclusas.
- Habrá necesidad de dividir el grupo en varios equipos donde cada equipo tenga su propio material y cada equipo vivencie la actividad lúdica.
- La carrera de observación con bastantes estudiantes se puede hacer pero es necesario implementar más bases y más rutas para evitar congestión y agilizar el proceso.
- Los juegos de mesa se aconseja primero jugarlos entre todos junto al maestro para entenderlo y luego si organizar los grupos.
- Después de cada juego hay necesidad de hacer retroalimentación para reafirmar lo que se desea lograr y así mirar los aciertos y los tropiezos presentados.
- No abusar de la herramienta, usarla sólo cuando lo amerite y se vea que es indispensable para que el estudiante desarrolle pensamiento.

Referencias Bibliográficas

AEBLI, H. (2001) *Factores de la enseñanza que favorecen el aprendizaje autónomo*. 5° ed. Madrid: Narcea S.A.

CANTORAL, R.; FARFÁN, R. et al. (2006). *Desarrollo de Pensamiento Matemático*. México: Trillas.

CASAS, E. (1998). *Juegos matemáticos. La magia del ingenio*. 1° ed. Santafé de Bogotá: Magisterio.

COFRÉ, A.; TAPIA, L. (2006). *Matemática recreativa en el aula. Propuesta para hacer más gratas las clases*. 3° ed. México: Alfaomega.

CORREDOR, M.; PÉREZ, M.; ARBELÁEZ, R. (2007). *Estrategias de enseñanza y aprendizaje*. Bucaramanga: CEDEUIS.

DE GUZMÁN, M. (1984). *Juegos matemáticos en la enseñanza*. Recuperado el 7 de mayo de 2008 <http://www.sectormatematica.cl/articulos/juegosmaten.pdf>

DE GUZMÁN, M.; GIL, D. (1993). *Enseñanza de las ciencias y las matemáticas. Tendencias e innovaciones*. Madrid: Editorial Popular.

DE LA PAZ, G. (1997). *La enseñanza de las Matemáticas*. Recuperado el 8 de mayo de 2008 de <http://www.monografias.com/trabajos22/matematicas/matematicas.shtml>

FERRERO, L. (1991). *El juego y la matemática*. Madrid: Editorial la Muralla.

GALLEGO, R. (1999). *Competencias cognoscitivas. Un enfoque epistemológico, pedagógico y didáctico*. Colombia: Editorial Magisterio.

GUTIÉRREZ, M. (2004). *Las bondades del juego, pero...* Escuela Abierta. Recuperado el 7 mayo de 2008 de www.ceuandalucia.com/escuelaabierta/pdf/articulos_ea7/mgutierrez_ea7.pdf

JONES, B.; PALINCSAR, A.; OYLE, D. y CARR, E. (1987). *Estrategias para enseñar a aprender*. Argentina: Aique.

LABINOWICZ (1982). *Pensamiento, aprendizaje y enseñanza*. Ed. Introducción a Piaget. México: Fondo Educativo Interamericano.

LAVEGA, P. (sin fecha). *La dimensión psicológica del juego*. Recuperado el 28 de abril de 2008 de http://www.praxiologiamotriz.inefc.es/PDF/Joc_Psicologia.pdf

MEN, Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos Curriculares*. Santafé de Bogotá.

_____ (2006). *Estándares Básicos de competencias en Matemáticas*. Santafé de Bogotá.

NCTM (2003). *Principios y estándares para la educación matemática*. 1º ed. español. Granada: Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales.

NUNES, P. (1995). *Educación lúdica. Técnicas y juegos pedagógicos*. Santa fe de Bogotá: San Pablo.

OBANDO, G.; VANEGAS, M.; VÁSQUEZ, N. (2003). *Pensamiento numérico y sistemas numéricos*. 2º ed. módulo 1: Medellín: Universidad de Antioquia, Facultad de Educación.

ORTEGA, R. (1999). *Jugar y aprender. Una estrategia de intervención educativa*. 4° ed. Sevilla: Díada Editora.

POZO, J. (1996). *Aprendices y maestros. La nueva cultura del aprendizaje*. Madrid. Alianza.

REYES, R. (1998). *El juego. Procesos de desarrollo y socialización. Contribución de la psicología*. 2° ed. Santafé de Bogotá: Editorial Magisterio.

RODRÍGUEZ, L. (2004). *La teoría del aprendizaje significativo*. Recuperado el 12 de junio de 2008 de <http://cmc.ihmc.us/papers/cmc2004-290.pdf>

SHARDAKOV, M.N. (1968). *Desarrollo del pensamiento escolar*. 1° ed .esp. México: Grijalbo.

SKEMP, R. (1999). *Psicología del aprendizaje de las matemáticas*. 3° ed. Madrid: Morata.

TAPIA, A. (2000). *Motivación y aprendizaje en el aula. Cómo enseñar a pensar*. Madrid: Santillana, 2000.

ZULUAGA, C. (2002). *Calendario Matemático 1997-2002*. Santafé de Bogotá: Laboratorio Colombia Aprendiendo.

Anexos

EL JUEGO EN EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO NUMÉRICO
EN ESTUDIANTES DE SÉPTIMO GRADO

PRUEBA DIAGNÓSTICA
UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
GRADO 7°
Mayo de 2008



Anexo a este cuadernillo encontrará, una hoja de respuestas y una para operaciones.

Conteste cada pregunta en la HOJA DE RESPUESTAS, marcando con una X la respuesta correcta, según el análisis efectuado a la situación planteada. No se permite utilizar corrector ni borrones.

El tiempo estipulado para el desarrollo de las preguntas es de **90 minutos**.

Ejemplo

1. La descomposición en factores primos de 480 es:

- a) $2^5 \cdot 3 \cdot 5$
- b) $2^5 \cdot 3^2 \cdot 5$
- c) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$
- d) Ninguna de las anteriores

La respuesta correcta es la identificada con la letra a; por lo tanto así es como debería registrarla en su HOJA DE RESPUESTAS.

1.	☒	b	c	d
----	-------------------------------------	---	---	---

NOTA: Recuerde que punto sin sustentar no vale.

HOJA DE RESPUESTAS

NOMBRES: _____ APELLIDOS: _____
EDAD: _____ SEXO: _____ FECHA: _____

1.	a	b	c	d
2	a	b	c	d
3	a	b	c	d
4	a	b	c	d
5	a	b	c	d
6	a	b	c	d
7	a	b	c	d
8	a	b	c	d
9	a	b	c	d
10	a	b	c	d
11	a	b	c	d



14	a	b	c	d
15	a	b	c	d
16	a	b	c	d
17	a	b	c	d
18	a	b	c	d
19	a	b	c	d
20	a	b	c	d
21	a	b	c	d
22	a	b	c	d
23	a	b	c	d
24	a	b	c	d

EL JUEGO EN EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO NUMÉRICO
EN ESTUDIANTES DE SÉPTIMO GRADO

1. El 1 es:

- a) El módulo de la adición
- b) El módulo de la multiplicación
- c) La potencia de cualquier número elevado a la uno
- d) Un número que no pertenece a los enteros positivos.

2. Si a es positivo y b es negativo, entonces:

- a) El producto de a y b es positivo
- b) El cociente de a y b es negativo
- c) La suma de a y b es negativa
- d) Las respuestas b y c son falsas.

3. Si a es un entero positivo y b es un entero negativo, entonces:

- a) $a > b$
- b) $a = b$
- c) $a < b$
- d) Ninguna de las anteriores

4. Los números enteros que tienen menor valor absoluto que 5 son:

- a) Únicamente los que están a la derecha del 5.
- b) Únicamente los que son mayores o iguales 5.
- c) Los menores que 5 y mayores que -5.
- d) Los menores que 5.

5. El conjunto que está formado con los números que están a la derecha del -3 y a la izquierda de 4 es:

- a) $\{-2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$
- b) $\{-1, -2, -3, -4, \dots\}$
- c) $\{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$
- d) $\{-2, 1, 0, -1, 2, 3, 4\}$

En una serie de 4 juegos los puntajes de Luis fueron, en su orden: -18, -15, -7, 2. Al observar estos puntajes, podemos decir:

- a) Luis fue mejorando porque los puntajes pasan de menor a mayor.
- b) El primer puntaje fue el mejor, porque ese es el mayor de los cuatro.
- c) Luis mejoró su puntaje, porque siempre aumentó 3 puntos.
- d) Luis fue mejorando porque los puntajes pasan de mayor a menor.

7. El enunciado correcto es:

- a) El producto de diez enteros negativos es negativo.
- b) El producto de ocho enteros positivos es negativo
- c) El producto de un número impar de enteros negativos es positivo
- d) El producto de un número par de enteros negativos es positivo

8. Con el número -289 se puede representar:

- a) 289 pasos a la derecha de una puerta
- b) 289m sobre el nivel del mar
- c) 289 años antes de Cristo
- d) 289m de altura de una montaña

Con ayuda del siguiente cuadro responda las preguntas 9 y 10.

Ciudad	Temperatura Máxima	Temperatura Mínima
Montevideo	38	-8
La Paz	24	4
Santiago	29	-10
Caracas	38	5
Quito	30	-4
Bogotá	23	-3
Lima	29	-5

9. ¿Cuál ciudad tuvo el más alto rango de temperatura?

- a) Caracas
- b) Montevideo
- c) Santiago
- d) La Paz

10. ¿Cuál es la diferencia entre la temperatura máxima y mínima de Lima?

- a) 34
- b) 24
- c) -24
- d) -34

11. $(20 \div 10) \div 2 = 20 \div (10 \div 2)$ diga el nombre de esta propiedad y si se cumple para los enteros.

- a) Asociativa y no se cumple
- b) Distributiva y se cumple
- c) Distributiva y no cumple
- d) Asociativa y se cumple.

Un auto está ubicado a 7 m. a la derecha de un punto A, luego avanza 23 m., retrocede 36m. vuelve avanzar 19 m. y retrocede 36 m.

12. ¿A qué distancia del punto A se encuentra?

- a) 23m
- b) -23m
- c) -24m
- d) -22m

13. El desplazamiento del auto fue:

- a) 30m
- b) 42m
- c) 114m
- d) 23m

14. Una de las siguientes operaciones tienen un resultado incorrecto

- a) $(-16) + (-15) = -31$
- b) $(-16) + 15 = -1$
- c) $16 + (-15) = -1$
- d) $16 + 15 = 31$

15. Una persona bajo una estricta dieta, pasa en dos meses de 40kg a 50Kg. Con qué número representarías este cambio:

- a) 90
- b) -10
- c) 90
- d) 10

16. Si el sustraendo es -41 y la diferencia 18 entonces el minuendo es:

- a) 33
- b) -23
- c) -33
- d) 23

17. $-[-5+(3-4)+(-3-2)-(5+6-9)+7]$ tiene como resultado:

- a) -6
- b) 2
- c) 6
- d) -2

18. El resultado de $-30+10\div5-15$ es:

- a) -11
- b) 2
- c) -43
- d) -2

19. El resultado de $\frac{7 \times (-9) \times (-2)}{3 \times (-2)}$ es:

- a) -21
- b) 21
- c) 3
- d) -3

20. María deposita el día lunes, en su libreta de ahorros, cuyo capital ascendía a \$123.000, la cantidad de \$12.670. El día miércoles por una urgencia, realiza un giro de \$ 56.000. ¿Cuál es el nuevo capital que posee?

- a) \$166330
- b) \$54330
- c) \$191670
- d) \$79670

21. Dada la siguiente serie numérica: $\dots -7, -4, -1, 2, 5, \dots$ ¿Cuál es la suma del número entero anterior a -7 con el número 5?

- a) -5
- b) -2
- c) 5
- d) 15

22. En la primera parada de un bus suben 7 personas, en la segunda suben 5 y bajan 2, en la tercera suben 9 y baja 1, en la cuarta parada baja la mitad de los pasajeros. ¿ Cuántos pasajeros quedan en el bus ?

- a) 5
- b) 9
- c) 10
- d) 18

23. ¿Cuántos números enteros hay entre dos números enteros ?

- a) Ninguno
- b) 1
- c) 2
- d) Infinitos

24. Si $a = 2$, $b = -5$ y $c = 4$; el valor de la expresión $a - b - c$ es:

- a) -7
- b) 11
- c) 3
- d) -3

Los dos números que faltan en el cuadrado mágico son:

- a) -2 y -10
- b) -2 y 10
- c) -2 y 3
- d) 2 y 10

	4	0	-3
3	-8	0	4
-7	-3		-1
5	6	-11	-1

Recuerde que en el cuadrado mágico la suma de cada una de las filas, columnas y diagonales es la misma. (no es posible repetir números)

ÉXITOS ☺

BASE 1: SUMA DE CANTIDADES POSITIVAS Y NEGATIVAS

★ QUÉ HACER:



- Representar con las fichas los conjuntos propuestos.
- Reunir los elementos de los 2 conjuntos.
- Recordar el criterio del inverso aditivo que una ficha positiva $+$ y una negativa $-$ se anulan es decir desaparecen.
- Decidir cuantas fichas quedan y de que tipo. Dibujarlas.
- Representar en números la cantidad de fichas de cada conjunto y el resultado de la adición de las dos cantidades.
- Sacar conclusiones de acuerdo al tipo de fichas que representan los sumandos y al resultado obtenido.

	+		=	
_____		_____	=	_____
	+		=	
_____		_____	=	_____
	+		=	
_____		_____	=	_____
	+		=	
_____		_____	=	_____

Conclusiones:

EL JUEGO EN EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO NUMÉRICO
EN ESTUDIANTES DE SÉPTIMO GRADO

BASE 2: RESTANDO CANTIDADES POSITIVAS Y NEGATIVAS

★ QUÉ HACER:



- Representar con las fichas los conjuntos propuestos.
- Recordar que restar una cantidad de fichas significa cambiarlas por la misma cantidad de fichas pero de sus opuestos.
- Reunir los elementos de los 2 conjuntos.
- Recordar el criterio del inverso aditivo que una ficha positiva y una negativa se anulan es decir desaparecen.
- Decidir cuantas fichas quedan y de que tipo. Dibujarlas.
- Sacar conclusiones de acuerdo al tipo de fichas que representan el minuendo, el sustraendo y al resultado obtenido.

	-		=	
	-		=	
	-		=	
	-		=	
	-		=	
	-		=	
	-		=	

Conclusiones: _____

BASE 3: MULTIPLICANDO CANTIDADES POSITIVAS Y NEGATIVAS

★ QUÉ HACER:



- Representar con las fichas los conjuntos propuestos.
- Aumentar la cantidad de fichas en las veces que se indica
- recuerda que una multiplicación es una suma abreviada
- Si las veces está representada por una cantidad negativa, significa que debes cambiar a los opuestos y repetir las veces que se indican.
- Decidir cuantas fichas quedan y de que tipo. Dibujarlas.
- Representar en números la cantidad de fichas de cada conjunto y el resultado de la adición de las dos cantidades.
- Sacar conclusiones de acuerdo al tipo de fichas que representan los factores y al resultado obtenido.

$$2 \times 3 = \text{2 veces 3} \quad \text{simbólicamente}$$

$$2 \times \begin{array}{c} \oplus \oplus \\ \oplus \end{array} = \begin{array}{c} \oplus \oplus \\ \oplus \end{array} + \begin{array}{c} \oplus \oplus \\ \oplus \end{array} = 6 = 2 \times 3$$

$$2 \times \begin{array}{c} \ominus \\ \ominus \ominus \end{array} = \begin{array}{c} \ominus \\ \ominus \ominus \end{array} + \begin{array}{c} \ominus \\ \ominus \ominus \end{array} = -6 = 2 \times (-3)$$

$$-2 \times \begin{array}{c} \oplus \oplus \\ \oplus \end{array} = \begin{array}{c} \ominus \\ \ominus \ominus \end{array} + \begin{array}{c} \ominus \\ \ominus \ominus \end{array} = -6 = (-2) \times 3$$

$$-2 \times \begin{array}{c} \ominus \\ \ominus \ominus \end{array} = \begin{array}{c} \oplus \oplus \\ \oplus \end{array} + \begin{array}{c} \oplus \oplus \\ \oplus \end{array} = 6 = (-2) \times (-3)$$

$$8 \times \begin{array}{c} \ominus \ominus \\ \ominus \ominus \ominus \end{array}$$

$$-3 \times \begin{array}{c} \ominus \ominus \ominus \\ \ominus \ominus \end{array}$$

$$-4 \times \begin{array}{c} \oplus \oplus \oplus \\ \oplus \oplus \oplus \end{array}$$

$$5 \times \begin{array}{c} \oplus \oplus \oplus \\ \oplus \oplus \end{array}$$

Conclusiones:

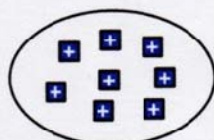
BASE 4: DIVIDIENDO CANTIDADES POSITIVAS Y NEGATIVAS

★ QUÉ HACER:



- Representar con las fichas los conjuntos propuestos.
- Dividir la cantidad de fichas en las veces que se indica.
- Si las veces está representada por una cantidad negativa, significa que debes cambiar a los opuestos y repartir en las veces que se indican.
- Recuerda que una división es una repartición en grupos y el objetivo es buscar el número de elementos de cada grupo.
- Si las veces está representado por una cantidad negativa, significa que debes cambiar a los opuestos y repartir en los grupos que se indican.
- Decidir cuantas fichas quedan en cada grupo y de que tipo. Dibujarlas.
- Representar en números la cantidad de fichas de cada conjunto y el resultado de la división de las dos cantidades.
- Sacar conclusiones de acuerdo al tipo de fichas que representan el dividendo, el divisor y al resultado obtenido como cociente.

Dividir un grupo 8 fichas positivas en 2 grupos de sus opuestos. ¿Cuántas fichas tiene cada grupo?



$$\div -2 =$$



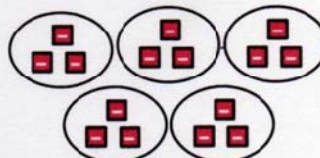
8

$$\div -2 =$$

-4



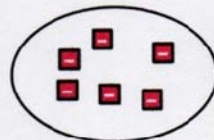
$$\div 5 =$$



-15

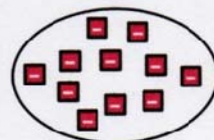
$$\div 5 =$$

-3



$$\div -3 =$$

$$\div \text{_____} =$$



$$\div 4 =$$

$$\div \text{_____} =$$



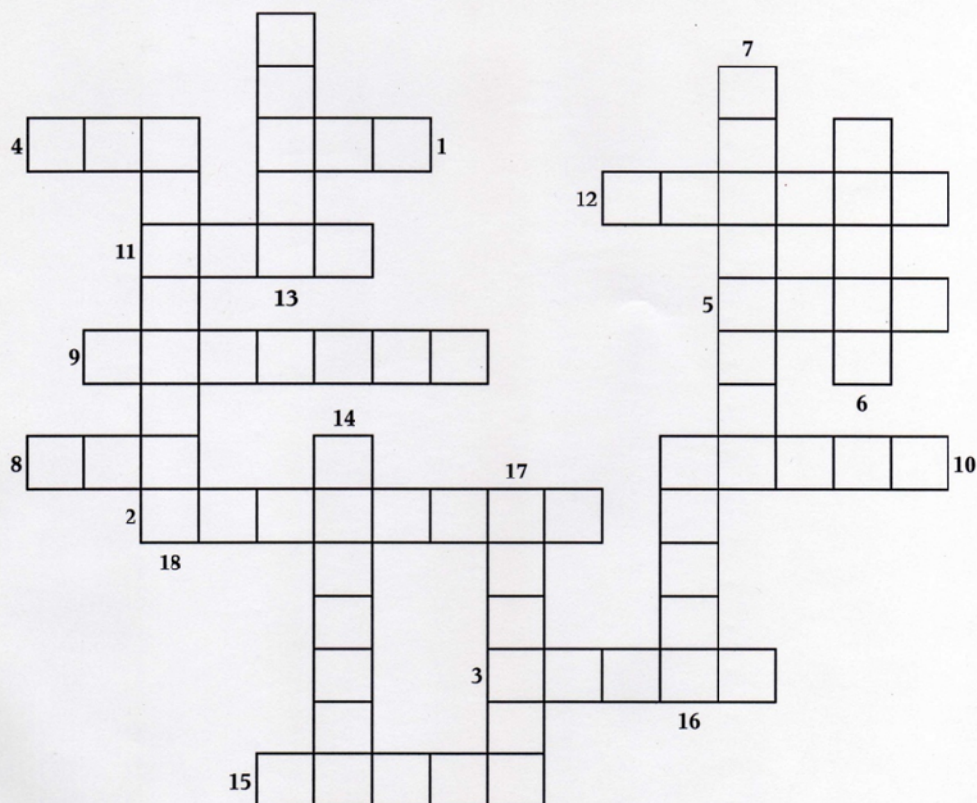
$$\div 3 =$$

$$\div \text{_____} =$$

Conclusiones: _____

EL JUEGO EN EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO NUMÉRICO
EN ESTUDIANTES DE SÉPTIMO GRADO

CRUCI -ENTEROS



- 1) El producto de dos números negativos tiene como resultado un número con signo _____.
- 2) El signo del resultado de la operación $30 + (-12)$ es _____.
- 3) Al dividir $(-81) \div (-9)$ el resultado es _____.
- 4) El módulo de la multiplicación es el _____.
- 5) El resultado de $(-18) \div (-6)$ es _____.
- 6) El signo del número que da como resultado $10 \times (-8)$ es _____.
- 7) El signo del resultado de la operación $(-30) + 12$ es _____.
- 8) Signo usado para la multiplicación _____.
- 9) La operación que permite reunir 2 cantidades sin importar sus signos se llama _____.
- 10) Al sumar una cantidad negativa y otra positiva se restan los números y se deja el signo del número con _____ valor absoluto.
- 11) El resultado de $(-6) + 6$ es _____.
- 12) En las operaciones con números enteros son importantes los _____.
- 13) La _____ es un caso especial de la adición de **Z**.
- 14) La acción que permite agrupar en montoncitos con igual cantidad de unidades equivale a _____.
- 15) Al realizar $(-4) + 17$ el resultado es _____.
- 16) todo número entero tiene _____ absoluto positivo.
- 17) El resultado de $(-4) \times (-5)$ es _____.
- 18) El resultado de la operación $(-3) \times 4$ se llama _____.

EL JUEGO EN EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO NUMÉRICO
EN ESTUDIANTES DE SÉPTIMO GRADO

PRUEBA FINAL
UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
GRADO 7º
Junio de 2008



*"Fracasamos sólo porque nos damos por vencidos demasiado pronto,
el hombre es una criatura solucionadora de problemas"*
Anónimo.

Esta prueba está diseñada en dos partes, la primera corresponde a preguntas de selección múltiple con única respuesta y a frases para completar, y la segunda parte a juegos numéricos.

1. El número entero que se asocia con la situación de avanzar nueve unidades a la derecha y retroceder 10 unidades a la izquierda es:
 - a) 1
 - b) -1
 - c) 19
 - d) -19
 2. Al restar un número positivo de un número negativo, el signo de su diferencia es:
 - a) Positivo
 - b) Negativo
 - c) Depende del número con mayor valor absoluto
 - d) Ninguna de las anteriores
 3. Laura debe entregar una circular en el Edificio Estrella, para tal fin, toma el ascensor en el cuarto piso, sube 2 pisos y luego 3 pisos más, después baja 6 pisos y finalmente 3 pisos. ¿En qué piso se encuentra Laura?
 - a) En el primer piso
 - b) En la portería (representa el piso 0)
 - c) En el sótano 1
 - d) En el sótano 2
 4. ¿Cuántos números enteros hay entre dos números enteros consecutivos?
 - a) Ninguno
 - b) 1
 - c) 2
 - d) Infinitos
 5. El producto de 5 enteros negativos da como resultado un número:
 - a) Positivo
 - b) Negativo
 - c) Depende del número con mayor valor absoluto
 - d) Ninguna de las anteriores
 6. El resultado de $45 \times (-3) + 15 \div 3$ es:
 - a) -120
 - b) -130
 - c) 130
 - d) -135
- Escriba la palabra que completa la frase.
7. Las ganancias se asocian con números _____
 8. los retrocesos se representan con números enteros _____
 9. 8 es el factor de -72 porque $-72 = 8 \times \square$
 10. El número multiplicado por -10 da como resultado _____

TABLA DE RESPUESTAS

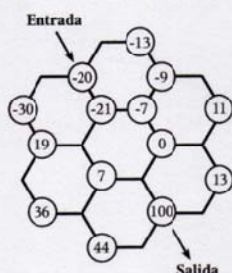
Señale aquí sus respuestas:

- ✓ Evite los borrones y el corrector.
- ✓ Respuesta ambigua será anulada.
- ✓ Sólo valen las opciones marcadas aquí.
- ✓ Se puede, pero no se aceptan reclamos si se marca con lápiz.

	1	2	3	4	5	6
a)						
b)						
c)						
d)						



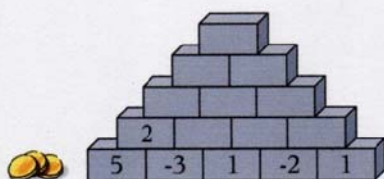
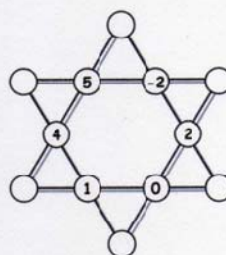
GANEMOS PUNTOS...



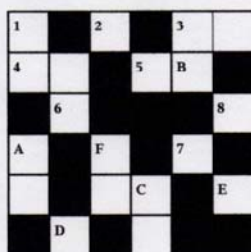
Para salir del laberinto de números enteros se debe avanzar sobre los lados del hexágono, pasando siempre a un número mayor.



En la estrella mágica, la suma de los enteros a lo largo de cada línea es -2. Completar la estrella mágica usando números enteros diferentes entre 6 y -6



Completa con números enteros la siguiente pirámide teniendo en cuenta que el número de una casilla es igual a la suma de los números de las dos casillas inferiores.



Horizontales

- Número entero mayor que -9 y menor que -7
- Número que está 7 unidades a la izquierda de 0 en la recta numérica
- Dos números enteros consecutivos cuya suma es 13.
- Números enteros mayores o iguales que -5 y menores que -3
- Número que en la recta numérica está 9 unidades a la izquierda de 3.
- Número que está 5 unidades a la derecha de -4
- Número neutro.
- Menor número positivo.

Verticales

- Dos números enteros consecutivos mayores que 5
- Mayor número negativo
- Números enteros consecutivos negativos menores que -6
- Número entero mayor que -1 y menor que 1
- Número que está 10 unidades a la derecha de -5
- Números enteros que están a la misma distancia de 0 en la recta numérica.

