

**DESARROLLO DE UNA HERRAMIENTA SOFTWARE MEDIANTE EL USO DE
DIFERENCIAS FINITAS PARA ANALIZAR LA INESTABILIDAD DE POZOS,
APLICANDO LA TEORÍA ELÁSTICA.**

**CESAR FABIAN LOPEZ PEÑA
YAIR ANDRES QUINTERO PEÑA**

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERIAS FISICO-QUIMICAS
ESCUELA DE INGENIERIA DE PETROLEOS**

2007

**DESARROLLO DE UNA HERRAMIENTA SOFTWARE MEDIANTE EL USO DE
DIFERENCIAS FINITAS PARA ANALIZAR LA INESTABILIDAD DE POZOS,
APLICANDO LA TEORÍA ELÁSTICA.**

**CESAR FABIAN LOPEZ PEÑA
YAIR ANDRES QUINTERO PEÑA**

Trabajo de Grado para optar el título de Ing. de Petróleos

DIRECTORES

Ing. William Navarro Garcia

Docente UIS

M.Sc. Nestor F. Saavedra T.

Director Investigaciones ICP

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERIAS FISICO-QUIMICAS
ESCUELA DE INGENIERIA DE PETROLEOS**

2007

DEDICATORIA

Este trabajo esta especialmente dedicado a **Ana Lucinda Peña Armero**, la mejor de todas las amigas, la más grata y fiel compañera, amiga de mis amigos y la más grande y mejor de todas las madres. Mami, eres lo más grande y mas hermoso de mi vida. Y a mi padre **Cesar Hernando López**, que nunca ha dudado ni un instante de mis capacidades, con el amor a su familia y su inmenso corazón, se ha ganado mi total admiración y ha sembrado en mí, el anhelo de ser un gran hombre, como el. Muchas Gracias Padres.

A toda mi Familia: mis abuelos **Meliton Peña y Oliva Armero**, Hermanos, tíos y Primos; que han sido el mas grande y potente motor de mi vida, que me han llenado de hermosos recuerdos y son la motivación para realizar siempre las cosas bien y así poder disfrutar completamente esos momentos de compañía.

A todos mis amigos, que gracias a Dios son muchos y muy valiosos. A mis amigos de infancia, de juventud y espero que de siempre. A mis hermanos del alma: **Julián, Chavo, Carlos, Toquis, William, Pablito, Andrés, Porritas, Jeisson y Kini** que han hecho de Simijaca el mas agradable de todos los lugares del mundo, lleno de amistad y de alcohol, ustedes siempre podrán contar conmigo y estoy seguro que yo también lo puedo hacer con ustedes. A mis amigos de la Universidad que se han convertido en mis hermanos, compañeros de farra y verdaderos símbolos de amistad, a mi compañero de tesis **Yair Quintero (Jaider), Jaime, Víctor, Nacho, Favio, Tasco, Maoly y Nidia**.

A la familia Díaz Hernández, a la **Señora Margarita**, que nos expreso siempre un cariño de madre y de esta misma forma nosotros la admiramos, al **Señor Arturo** quien a punta de juegos de Tute cada vez que íbamos a estudiar a su casa, logro amasar una gran fortuna, claro que aparte de quitarnos la plata se convirtió en un gran amigo nuestro. Y a su hijo **Jaime**; que no parece de la familia (por que la familia es muy buena gente); además de ser un gran compañero de estudio ha sido un amigo inigualable.

Y por supuesto a **Yeigmy Paola Claro Pérez**, por brindarme todo su amor, compañía y

comprensión, que me han acompañado durante estos dos maravillosos años, y me han traído mucha suerte, eres la afortunada acreedora de mi amor.....Te amo

Cesar Fabián López Peña

DEDICATORIA

A la mujer que dejo todo atrás por llevarme a donde estoy, madre mía esto es por ti y principalmente para ti, por los grandes sacrificios que hiciste por sacarme adelante, por ser la persona que siempre ha apoyado mis sueños si importar que tan altos e inalcanzables puedan llegar a ser, infinitos agradecimientos.

A mis amigos incondicionales, casi hermanos, Cesar, Jaime, Yeigmy, Maoly, Nidia, Favio, Víctor, Nacho y Tasco, por haberme dado la oportunidad de su amistad, por las noches de farra que pasamos juntos, por los pocos malos momentos y por muchos excelentes momentos, por las jornadas exhaustivas de estudio en la “Morena”, por escucharme cuando necesite consejo y por permitirme hacer parte de sus penas.

A Doña Margarita por la confianza, cariño y calor de madre que siempre nos brindó y gracias a los cual siempre nos sentimos como en casa. A Don Arturo por ser nuestro compañero de juegos, por su confianza y consejos mil gracias.

A Cindy Juliana, por su cariño, compañía e incondicionalidad, por soportar mis ausencias y mis mal genios, por darme el honor y alegría de compartir todos estos años contigo, te amo y gracias por brindarme lo mismo.

Yair Andrés Quintero Peña

AGRADECIMIENTOS

Los autores presentamos los agradecimientos a todas las entidades y personas que colaboraron de la manera mas desinteresada para poder llevar a cabo este proyecto:

A Dios, por todas las bendiciones que cobijaron nuestro camino y las grandes experiencias vividas durante este recorrido.

A la escuela de Ingeniería de Petróleos, por todo el conocimiento brindado durante el desarrollo de nuestra carrera, así como a todos los profesores que de una u otra forma ayudaron a formarnos en nuestra profesión.

Al Ingeniero Néstor Fernando Saavedra, por la oportunidad de realizar este trabajo y por la confianza que ha tenido en nosotros.

Al grupo de investigación de “Estabilidad de Pozos”, por permitirnos desarrollar este proyecto con ustedes, y a cada uno de los integrantes del grupo de investigación, por la gran amistad brindada y por permitirnos crecer con ustedes.

A todos los amigos con los cuales compartimos esta etapa de nuestra vida, por la oportunidad de conocerlos y hacer parte de una historia común para todos.

CONTENIDO

INTRODUCCION.....	19
1. ASPECTOS GENERALES DE LA GEOMECANICA EN LA ESTABILIDAD DE POZO	22
1.1 GEOMECÁNICA	22
1.2. ESTABILIDAD DE POZOS.....	24
2. TEORIA DE ELASTICIDAD.....	27
2.1 TENSOR DE ESFUERZOS.....	28
2.2 ESFUERZOS INVARIANTES	30
2.3 ESFUERZOS PRINCIPALES	31
2.4 CRITERIOS DE FALLA	33
2.4.1 <i>Criterio de Falla de Mohr-Coulomb</i>	34
2.4.2 <i>Criterio de Falla de Drucker Prager</i>	36
2.4.3 <i>Efecto del Esfuerzo Intermedio</i>	37
2.4.4 <i>Criterio de Falla Tensil</i>	37
2.5 DEFORMACIONES.....	38
2.6 MODULOS ELÁSTICOS.....	39
2.6.1 <i>Módulo de Young (E)</i>	39
2.6.2 <i>Módulo de Poisson (ν)</i>	40
2.6.3 <i>Módulo Volumétrico (K)</i>	40
2.6.4 <i>Módulo de corte (G)</i>	40
2.7 ESFUERZOS IN-SITU.....	41
2.8 ECUACIONES DE EQUILIBRIO DE ESFUERZOS.....	44
2.9 ECUACIONES DE DEFORMACIÓN-DESPLAZAMIENTO	46
2.10 ECUACIONES ESFUERZO DEFORMACIÓN	47
3. GENERALIDADES SOBRE MODELAMIENTO NUMERICO DE YACIMIENTOS	49
3.1 ASPECTOS GENERALES DE UN MODELO NUMÉRICO DE ESTABILIDAD MECÁNICA DE POZO	49
3.2 TIPOS DE MODELOS.....	51
3.2.1 <i>Según Número de Dimensiones</i>	51
3.2.2 <i>Según el tipo de Yacimiento</i>	54
3.2.3 <i>Según el proceso de recuperación</i>	54
3.3 METODO DE ELEMENTOS FINITOS	55
3.4 EL MÉTODO DE DIFERENCIAS FINITAS	56
4. MODELAMIENTO NUMERICO DE LA ESTABILIDAD DE POZO	58
4.1 DESCRIPCION DEL SISTEMA	58

4.2	MODELO DIFERENCIAL	59
4.2.1	<i>Modelo de Deformación Geomecánica</i>	59
4.2.2	<i>Modelo de Falla</i>	64
4.3	MODELO NUMERICO	69
4.3.1	<i>Generación de Malla</i>	69
4.3.1	<i>Concepto de Stencil</i>	70
4.4	MODELO DE COMPUTADOR	73
4.4.1.	<i>Entrada y almacenamiento de datos</i>	73
4.4.2.	<i>Procesamiento de datos</i>	74
4.4.3.	<i>Post-procesamiento de datos</i>	75
4.4.4.	<i>Flujo de trabajo</i>	75
5.	DESCRIPCION DE LA HERRAMIENTA	79
5.1	DESCRIPCIÓN DE MÓDULOS.	80
5.2	VALIDACION DE RESULTADOS	82
6.	CONCLUSIONES	90
7.	RECOMENDACIONES	91
	REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	92
	NOMENCLATURA	119

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 Cuerpo sometido a una fuerza no paralela a la superficie.....	22
Figura 2.2 Criterio de falla de Mohr-Coulomb.....	29
Figura 2.3 Sistemas coordenados de un pozo inclinado.....	36
Figura 2.4 Estado de esfuerzos de un elemento infinitesimal.....	38
Figura 3.1 Esquema de un yacimiento enmarcado en un sistema de mallas.....	44
Figura 3.2 Modelo de una dimensión (a) Lineal, (b) vertical	46
Figura 3.3 Modelo de dos dimensiones (a) Horizontal, (b) Vertical.....	46
Figura 3.4 Modelo cartesiano en tres dimensiones.....	47
Figura 3.5 Modelo radial en tres dimensiones.....	48
Figura 4.1 Descripción del Sistema.....	53
Figura 4.2 Estado de esfuerzos en coordenadas cilíndricas.....	55
Figura 4.3 Malla discretizada en coordenadas cilíndricas.....	63
Figura 4.4 Stencil de la malla discretizada.....	65
Figura 4.5 Diagrama de bloques.....	72

Figura 5.1 Ventana segura de lodo obtenida para la formación A.....	77
Figura 5.2 Ventana segura de lodo obtenida para la formación B.....	78
Figura 5.3 Ventana segura de lodo para la formación A obtenida con el programa AGE.....	79
Figura 5.4 Ventana segura de lodo para la formación B obtenida con el programa AGE.....	80
Figura 5.5. Comparación de ventanas obtenidas con la herramienta y con el software AGE para la formación A.....	81
Figura 5.6. Comparación de ventanas obtenidas con la herramienta y con el software AGE para la formación B.....	81
Figura 5.7. Visualización de nodos fallados.....	82
Figura 5.7. Visualización del perfil de peso de lodo para varias formaciones.....	83

LISTA DE TABLAS

Tabla 1 Relación de módulos elásticos.....	35
Tabla 2. Datos de entrada para formación A.....	76
Tabla 3. Datos de entrada para formación B.....	77

LISTA DE ANEXOS

ANEXO A.....89

ANEXO B.....95

ANEXO C.....104

TITULO*: DESARROLLO DE UNA HERRAMIENTA SOFTWARE MEDIANTE EL USO DE DIFERENCIAS FINITAS PARA ANALIZAR LA INESTABILIDAD DE POZOS, APLICANDO LA TEORÍA ELÁSTICA.

AUTORES:** CESAR FABIAN LOPEZ PEÑA
YAIR ANDRES QUINTERO PEÑA

PALABRAS CLAVE: Elasticidad, Estabilidad de pozo, Distribución de Esfuerzos, Criterios de falla, Falla tensil, Falla por cizalladura, Ventana Segura de lodo

RESUMEN

La industria del petróleo es una de las más riesgosas inversiones, debido a las altas posibilidades que se tienen de no encontrar petróleo o incluso la cantidad de problemas que se pueden presentar durante el proceso de perforación. Ante esto cualquier tipo de estudio que pueda ayudar a disminuir el riesgo de que ocurran problemas o de alguna manera estar preparados para responder a estos es de gran ayuda.

Uno de los problemas que más ocasionan pérdidas tanto de tiempo como de dinero a nivel mundial durante el proceso de perforación, son los debidos a problemas de inestabilidad mecánica de la formación. La inestabilidad mecánica ocurre debido a una selección no apropiada de las condiciones de perforación, tales como trayectoria de perforación

(azimut e inclinación), densidad de lodo, ángulo de ataque; lo que incrementa substancialmente los costos en la etapa de perforación y aún en otras etapas como la cementación, toma de registros e incluso en la producción.

Con el desarrollo de este proyecto se pretende obtener una herramienta que por medio de de aplicación de la teoría elástica y desarrollo numérico, obtenga el rango de peso de lodo bajo el cual será seguro perforar las diferentes formaciones, teniendo en cuenta las condiciones de trayectoria, esfuerzos de la zona, y propiedades de las formaciones a perforar y de esta manera disminuir en cierta forma la incertidumbre durante el proceso de perforación.

* Proyecto de grado

** Facultad de Ingenierías Físico-Químicas, Escuela de Ingenierías de Petróleos.

Director: Ing. de petróleos William Navarro.

TITLE*: DEVELOPMENT OF A SOFTWARE TOOL BY MEANS OF THE USE OF FINITE DIFFERENCES TO ANALYZE THE WELL INSTABILITY, APPLYING THE ELASTIC THEORY.

AUTHORS:** CESAR FABIAN LOPEZ PEÑA
YAIR ANDRES QUINTERO PEÑA

KEYWORDS: Geomechanics, Elasticity, Wellbore Stability, Stresses Distribution, Failure Criteria, Tensile Failure, Shear Failure, Safe Mud Window.

ABSTRACT

The industry of petroleum is one of the riskiest investments, due to the high possibilities that are had of not finding petroleum or even the amount of problems that can be presented during the perforation process. Before this any type of study that can help to diminish the risk of which problems happen or somehow to be prepared to respond these is helpful.

One of the problems that more inflict casualties as much of time as of money at world-wide level during the perforation process, they are the had ones to problems of mechanical instability of the formation. The mechanical instability happens due to a nonappropriate selection of the conditions of perforation, such as perforation trajectory (azimuth and inclination), density of mud, angle of attack; what substantially increases the costs in the stage of perforation and still in other stages like the

cementation, taking of registries and even in the production.

With the development of this project it is tried to obtain a tool that by means of application of the elastic theory and numerical development, obtain the rank of mud weight under which he will be safe to perforate different the formation, considering the conditions of trajectory, efforts of the zone, and properties of the formation to perforate and this way to diminish in certain form the uncertainty during the perforation process.

* Project of Degree.

** Physical – Chemical Engineering Faculty Petroleum Engineering School.

Directors: Eng. Petroleum William Navarro.

INTRODUCCION

Las formaciones de roca en el subsuelo se encuentran bajo la acción de esfuerzos compresivos, tensiles o una combinación de ellos. Estos esfuerzos se denominan esfuerzos in situ y generalmente pueden ser descompuestos en tres componentes llamados esfuerzo vertical, esfuerzo horizontal máximo y esfuerzo horizontal mínimo. Las operaciones de perforación o producción causan distorsiones en el estado de esfuerzos in situ en la cara del pozo causando problemas de estabilidad como breakouts, derrumbes de pozo, ocasionados por fallas de colapso. También se pueden presentar pérdidas de circulación, producto de fallas tensiles, que pueden conllevar tanto a la pérdida parcial o total de hueco como a problemas posteriores en las operaciones de cementación, cañoneo y producción entre otras.

Cuando se perforan pozos en yacimientos de petróleo o gas, generalmente se presentan problemas de estabilidad de pozo, que causan a la industria pérdidas de tiempo y excesivos costos de operación que se estiman, están en un rango de 600 millones a 1 billón de dólares anuales (Fuente: AMOCO, Wellbore Stability, 2003).

Los problemas de estabilidad de pozo son causados por factores químicos como lo es la interacción entre el fluido de perforación y los fluidos de formación, mecánicos como breakouts, fracturamiento o colapso total del pozo, o como en muchos casos una combinación de estos, y son consecuencia de la potencialidad que tiene la roca de fallar por compresión o por tensión. Los factores químicos pueden ser controlados con un buen diseño de lodo que tenga en cuenta como interactuar este con la formación, los factores mecánicos juegan un papel más crítico en la fase de perforación, ya que las fallas ocasionadas por peso insuficiente de lodo para sostener la formación fácilmente puede llevar al la perdida total del pozo, trayectorias de perforación que lleven a perforar

formaciones altamente sensibles a la inestabilidad de la forma mas inadecuada lo cual aumentará la posibilidad de presencia de fallas.

Los problemas de estabilidad de pozo se acentúan más en áreas geológicamente complejas y son más notables aún en áreas tectónicamente activas como es el caso del Piedemonte llanero colombiano. Debido a estos problemas mencionados es necesario crear un modelo que represente el comportamiento mecánico de las rocas durante la perforación. En este proyecto se modela numéricamente la estabilidad mecánica de pozos, partiendo de las ecuaciones generales de equilibrio de esfuerzos para un cuerpo, de las cuales por medio de diferentes relaciones se determinará el nuevo estado de esfuerzos ocasionados por la perforación y por ende el peso de lodo necesario para perforar una determinada zona.

El objetivo final de este trabajo es obtener una herramienta software que por medio de características propias de una determinada formación y el estado de esfuerzos al que esta se encuentre sometida, se obtenga un rango de peso de lodo dentro del cual se pueda perforar sin ocasionar ningún tipo de problemas de tipo mecánico en la formación.

Para el primer capitulo se trataran de manera general sobre lo que es a geomecánica y la estabilidad de pozos, así como los diferentes campos en los que estas dos disciplinas son aplicadas. En el capitulo dos se abarcarán los temas mas importantes para un estudio geomecánico, como lo es los estados de esfuerzos, criterios de falla, deformaciones, conceptos que fueron la base para el inicio del modelamiento de este proyecto.

En el tercer capitulo se presentan generalidades de la simulación numérica de yacimientos, donde se describe la metodología de desarrollo de un modelo numérico y las

opciones más usadas. En el capítulo cuatro se desarrolla cada uno de los modelos establecidos para la construcción de la herramienta; físico, diferencial, matemático, de falla, de computador, y se muestran condiciones auxiliares utilizadas para dimensionar adecuadamente el problema. En el capítulo cinco se muestra una descripción de los principales aspectos de programación y de desarrollo en la construcción de la herramienta así como la verificación de resultados, comparando los resultados obtenidos por la herramienta desarrollada, con los resultados obtenidos por otra herramienta de análisis de estabilidad.

1. ASPECTOS GENERALES DE LA GEOMECANICA EN LA ESTABILIDAD DE POZO

1.1 GEOMECÁNICA

Con la introducción de la tecnología de adquisición de registros durante la perforación (LWD), se pueden obtener muchos más datos durante la perforación que sirven para la ubicación del pozo y para predecir los riesgos durante la perforación (perforación inteligente). Algunos ejemplos de esto son la geodirección, donde se ubican los pozos de acuerdo con las características geológicas de la reserva, o la geomecánica, donde se eligen las trayectorias y los pesos óptimos del lodo en la fase de planificación del pozo y luego se los revisa durante la perforación.

En la industria del petróleo, los geomecánicos se ocupan de las deformaciones y fallas de las rocas sedimentarias durante el ciclo de perforación y producción de hidrocarburos. Por ejemplo la inestabilidad del hueco, la generación de fracturas inducidas como el fracturamiento hidráulico, la producción de arena y el hundimiento de la superficie. En algunos casos, la extracción de hidrocarburos provoca la formación de nuevas fallas y fracturas o deslizamientos sobre fallas preexistentes.

La industria del petróleo es a nivel mundial uno de los negocios que mayor riesgo presenta, no solo por las probabilidades de encontrar zonas productoras, sino además por la gran cantidad de problemas que se pueden presentar durante procesos como perforación y producción que pueden llevar a la pérdida no solo de tiempo sino también de toda la inversión. Algunos de los eventos que ocasionan

mayores pérdidas son los asociados a inestabilidad química y mecánica o combinación de estos tales como pegadas, altas tasas de material rocoso producto de fallas de la formación, empaquetamientos, pérdidas de fluido de perforación entre otras.

Ante la necesidad de reducir o disminuir los problemas que se generan durante el proceso de perforación se empezaron a implementar diversos estudios de forma que sus resultados pudieran ser utilizados para prevenir o de alguna forma disminuir el efecto de los problemas de inestabilidad, uno de ellos es el campo de la geomecánica aplicada en áreas como ingeniería de producción, ingeniería de yacimientos y perforación.

La geomecánica se centra en el cálculo de algunos factores como lo son la presión de poro, propiedades mecánicas de las diferentes formaciones y estado de esfuerzos, puede determinarse por la combinación de estos el grado de inestabilidad que tendrá una formación durante el proceso de perforación. Algunas de las áreas en las cuales se implementan esta clase de estudios son:

- Predicción de presión de poro.
- Análisis y control de estabilidad de pozos.
- Diseño de operaciones de fracturamiento hidráulico.
- Análisis a yacimientos naturalmente fracturados.

Como objeto de este estudio se tomó la geomecánica aplicada a la estabilidad de pozos, con el fin de determinar los rangos seguros de peso de lodo bajo los cuales

se podría llegar a realizar una perforación de manera exitosa llegando a las formaciones de interés de la manera mas segura posible, disminuyendo al máximo los riesgos que podrían llegar a poner en riesgo el pozo.

1.2. ESTABILIDAD DE POZOS

La geomecánica es una herramienta que permite determinar el potencial de inestabilidad de un pozo con el propósito de disminuir los problemas relacionados con esta y con el propósito de perforar pozos lo mas estables posibles.

La inestabilidad de pozos ocurre por efectos mecánicos, químicos o por una combinación de ellos; causa problemas considerables en las operaciones de perforación, completamiento, evaluación de formaciones, cementación, registros y producción. Es un problema que se presenta a nivel mundial. Se estiman costos anuales que llegan al billón de dólares como consecuencia de colapsos de pozos, sidetracks, pérdida de herramientas y abandono de pozos antes de alcanzar la zona de interés, pérdidas de fluido de perforación. Este tema es de gran importancia para la perforación de pozos en el área del Piedemonte Colombiano debido a la alta complejidad estructural de la zona y por ende es tenido en cuenta a la hora de realizar el planeamiento de perforación de un nuevo pozo.

Los problemas de inestabilidad aparecen no sólo en pozos desviados (y/o horizontales) sino incluso en pozos verticales. Estos problemas se acentúan aún más cuando:

- Se perfora bajo condiciones de altas presiones y temperatura (HP/HT), lo que puede llevar a encontrar condiciones más críticas y por lo tanto aún más difícil de controlar.

- La existencia de la interacción química entre el fluido de perforación y la roca de formación, lo que ocasiona un debilitamiento de la formación lo que la hará mas sensible a la inestabilidad.
- La alta complejidad estructural de zona que esta siendo perforada, lo que influye en la presencia de fallas, formaciones repetidas, sobre-presiones lo cual es muy común en el Piedemonte colombiano y aún más en zonas tectónicamente activas.

Los problemas de inestabilidad de pozo más frecuentemente presentados durante la perforación y algunas de sus consecuencias se listan en seguida:

- Colapso del pozo, lo que se traduce a el derrumbamiento de las paredes del pozo lo cual trae problemas por las altas ratas de producción de material rocoso.
- Pérdida de circulación, ocasionadas por presentarse un alto diferencial de presión entre el fluido de perforación y el de formación, o por la inducción de fallas hidráulicas.
- Exceso de torques y altas presiones de bombeo en la perforación, ocasionados por posibles empaquetamientos que tienden a pegar la tubería y a obstruir el paso del fluido de perforación.
- Fallas de pozo inducidas por la perforación, como lo son los breackouts, fracturamientos, knowouts entre otros.

- Pobre cementación ocasionada por la alta irregularidad de las paredes del pozo, encontrar volúmenes en fondo para cementar mucho mayores a los calculados.

2. TEORIA DE ELASTICIDAD

El concepto de elasticidad se define como la propiedad que tienen los materiales a oponerse a la deformación ocasionada por un determinado estado de esfuerzos y volver a su estado inicial una vez estos esfuerzos desaparecen del sistema.

El análisis realizado por la teoría elástica considera el medio rocoso como un medio continuo en el cual existe una pequeña variación en las propiedades mecánicas, o en pocas palabras el material es considerado como totalmente sólido. La teoría elástica así mismo, tiene dos divisiones que están definidas por la forma en la cual se comporta el material sometido a la carga, comportamiento lineal y no lineal. En el comportamiento elástico lineal la grafica de esfuerzo contra deformación la relación es de tipo lineal, lo que quiere decir que el comportamiento de la propiedades mecánicas del material permanecen constantes en el tiempo, algo que es característico en sistemas en los cuales los cambios de las fuerzas son muy pequeños, mientras que para el comportamiento no lineal la relación de esfuerzo y deformación es variable dependiendo del estado de esfuerzos, lo que indica que las propiedades del material rocoso serán variables con el tiempo.

Para determinar que tan susceptible a la inestabilidad es un determinado material es necesario conocer los desplazamientos de los diferentes puntos del material, para obtener esta información se debe empezar por determinar el estado de esfuerzos o tensor de esfuerzos al que esta sometido el mismo.

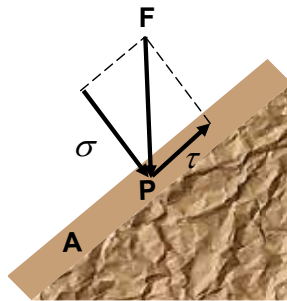
2.1 TENSOR DE ESFUERZOS

Si se tiene una fuerza F que actúa a través de un área A , como se aprecia en la figura 2.1, donde podemos definir el esfuerzo como la cantidad de fuerza ejercida por unidad de área por medio de la ecuación 2.1.

$$\sigma = \frac{F}{A} \quad 2.1$$

El esfuerzo producido por la fuerza F puede cambiar dependiendo de condiciones como el tamaño del área y del ángulo de inclinación que tenga esta. Cuando la fuerza aplicada no es perpendicular al área, se originan dos componentes de esfuerzo, una normal (σ) y una paralela o de cizalla (τ) como se muestra en la figura 2.1.

Figura 2.1 Cuerpo sometido a una fuerza no paralela a la superficie



Donde

A Área.

P Punto sobre el cual se realiza el análisis de fuerzas.

F Fuerza ejercida sobre el punto P.

σ Componente normal a la superficie A, producto de la descomposición de la

fuerza F.

τ Componente paralela a la superficie A, producto de la descomposición de la fuerza F.

Para poder conocer el estado de esfuerzos en un punto del cuerpo (P) es necesario hacer el análisis en las tres dimensiones ortogonales, es decir que si se tiene un plano de coordenadas cartesianas es necesario conocer las componentes de esfuerzos tanto en las direcciones x, y, z. Si se tiene una superficie normal al eje x, en la que actúa una fuerza que no es perpendicular al eje x, entonces se tendrán la componente normal (σ_x) y las dos de cizalla (τ_{xy}, τ_{xz}), representado vectorialmente por la relación 2.2.

$$(\sigma_x, \tau_{xy}, \tau_{xz}) \quad \mathbf{2.2}$$

También debe realizarse para las direcciones y, z; para agruparlo en forma matricial y obtener lo que es el tensor de esfuerzos que representa el estado completo de esfuerzos en el punto P como se puede apreciar en la ecuación 2.3.

$$\begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_z \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{xyz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix} \quad \mathbf{2.3}$$

Adicionalmente al estado de esfuerzos descrito anteriormente, es necesario conocer otra serie de esfuerzos como lo son las invariantes de esfuerzos, que mas adelante serán necesarios para el desarrollo de criterios de falla.

2.2 ESFUERZOS INVARIANTES

Los esfuerzos invariantes son aquellos que no cambian así se realice un cambio de ejes coordenados, como lo es el presentado en la ecuación 2.4a.

$$\bar{\sigma} = \frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{3} \quad \mathbf{2.4a}$$

Además de esta existen otras combinaciones de esfuerzos para producir otras invariantes como lo son las presentadas en las ecuaciones 2.4b a 2.4d.

$$I_1 = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z \quad \mathbf{2.4b}$$

$$I_2 = -(\sigma_x \sigma_y + \sigma_y \sigma_z + \sigma_z \sigma_x) + \tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2 \quad \mathbf{2.4c}$$

$$I_3 = \sigma_x \sigma_y \sigma_z + 2\tau_{xy} \tau_{yz} \tau_{zx} - \sigma_y \tau_{zx}^2 - \sigma_z \tau_{xy}^2 \quad \mathbf{2.4d}$$

Este esfuerzo (2.4a) físicamente produce en el cuerpo rocoso un cambio compresivo o tensil; pero además existen otros esfuerzos invariantes que producen distorsiones y cambios de volumen en la roca, estos esfuerzos son llamados desviatorios. Los esfuerzos desviatorios más comunes son presentados en las ecuaciones 2.5a y 2.5b.

$$J_1 = S_x + S_y + S_z \quad \mathbf{2.5a}$$

$$J_2 = -(S_x S_y + S_y S_z + S_z S_x) + S_{xy}^2 + S_{yz}^2 + S_{zx}^2 \quad \mathbf{2.5b}$$

La utilidad de estas invariantes será vista mas adelante en lo referido a modos de falla.

2.3 ESFUERZOS PRINCIPALES

Para una orientación especial del sistema de coordenadas, el tensor de esfuerzos presenta una condición particular; sus componentes de corte desaparecen, es decir, se hacen iguales a cero. Este sistema coordinado se conoce como sistemas de ejes principales y las componentes de esfuerzos normales se denominan esfuerzos principales; expresados generalmente por σ_1 , σ_2 y σ_3 como se puede apreciar en la ecuación 2.6.

$$[\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix} \quad 2.6$$

Los esfuerzos principales son determinados al resolver el una ecuación polinomial de orden tres que resulta de igualar a cero el determinante (2.7) de la diferencia entre el tensor de esfuerzos y el producto de la matriz identidad por σ que en este caso representará a los esfuerzos principales.

$$\left| \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix} - \sigma I \right| = 0 \quad 2.7$$

Donde I es la matriz identidad, por lo tanto la ecuación 2.2 queda de la siguiente forma:

$$\left| \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \sigma & 0 & 0 \\ 0 & \sigma & 0 \\ 0 & 0 & \sigma \end{bmatrix} \right| = 0 \quad 2.8$$

Resolviendo el determinante (2.8) se tiene:

$$\sigma^3 - I_1\sigma^2 - I_2\sigma - I_3 = 0 \quad 2.9$$

Donde I_1, I_2, I_3 representan cada una de las invariantes de esfuerzos.

La ecuación cúbica anterior es el caso general en el cual se presentara deformación volumétrica, siendo cada una de las raíces un esfuerzo principal. Uno de los inconvenientes que presenta esta ecuación es que no siempre todas las raíces solución son reales por lo cual es necesario aplicar la condición de deformación plana en la cual se asume que no hay deformación en el eje axial, esta solo se dará en el plano xy, con lo cual en el tensor de esfuerzos quedan cancelados los esfuerzos de cizalla en el plano vertical, esto puede ser representado en al ecuación 2.10.

$$\begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & 0 \\ \tau_{yx} & \sigma_y & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_z \end{pmatrix} \quad 2.10$$

Con este nuevo tensor se procede a obtener la nueva ecuación cúbica a resolver obteniendo lo siguiente:

$$\sigma^3 - (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)\sigma^2 + (\sigma_x\sigma_y + \sigma_y\sigma_z + \sigma_z\sigma_x - \tau_{xz}^2)\sigma - \sigma_z(\sigma_x\sigma_y - \tau_{xy}^2) = 0 \quad 2.11$$

Ahora aplicando métodos convencionales de solución de polinomios se encuentran las tres raíces solución a este polinomio que están representadas en las ecuaciones 2.12, 2.13 y 2.14.

$$\sigma_1 = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) + \frac{1}{2}\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2} \quad \mathbf{2.12}$$

$$\sigma_2 = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) - \frac{1}{2}\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2} \quad \mathbf{2.13}$$

$$\sigma_3 = \sigma_z \quad \mathbf{2.14}$$

De acuerdo a las anteriores ecuaciones independientemente de la configuración de esfuerzos a la que este sometido un punto se van a encontrar los tres esfuerzos principales necesarios para aplicar los diferentes criterios de falla más adelante, para determinar si el material que esta siendo sometido a estudio falla o no.

2.4 CRITERIOS DE FALLA

Ya que los criterios de falla relacionan parámetros como la resistencia tensil o compresiva de lo roca y el estados de esfuerzos de la misma en el momento de producirse la falla, es posible por medios de estos estudiar los problemas de estabilidad ya sea por fallas compresivas o tensiles. En particular, para la geomecánica aplicada a la estabilidad de pozos es de gran importancia a la hora de determinar cual es el rango de peso con el que se puede realizar un proceso de perforación, de tal manera que se eviten los problemas de estabilidad o al menos sean menores.

2.4.1 Criterio de Falla de Mohr-Coulomb

Básicamente este criterio plantea que la falla se iniciara en el momento en que el esfuerzo de corte exceda la suma de la resistencia cohesiva (S_o) y la resistencia a la fricción del plano de deslizamiento.

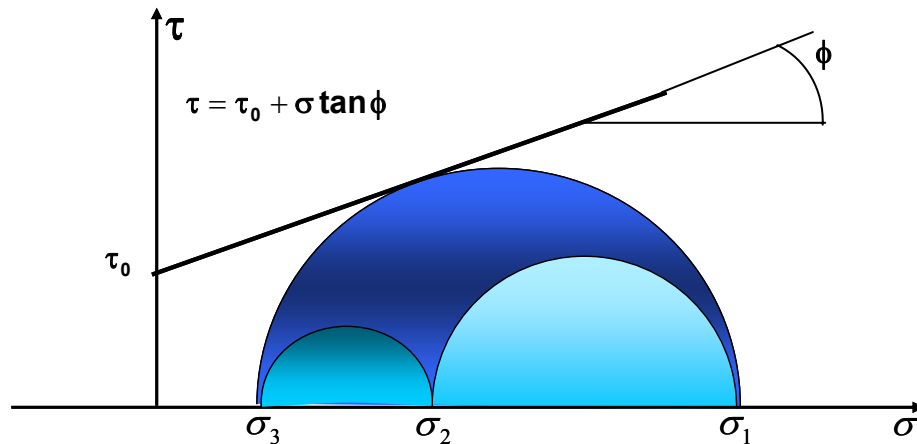
$$\tau = S_o + \text{Tan}(\varphi)\sigma \quad \mathbf{2.15}$$

Este criterio utiliza el círculo de Mohr, la falla se dará en el momento que la envolvente de falla toque el círculo como se puede ver en la figura 2.2. La envolvente de falla se puede obtener experimentalmente sometiendo una muestra a un esfuerzo normal constante y luego haciendo variar el esfuerzo de cizalla hasta que la muestra falle, este procedimiento se realiza para diferentes esfuerzos normales y los resultados son graficados obteniendo la envolvente. Es importante resaltar que en este criterio no se tiene en cuenta el esfuerzo principal intermedio, ya que cualquier cambio que se de en este no modificara el círculo externo que es el que se tiene en cuenta en el criterio, como se puede ver en la figura 2.2.

En el momento de la falla, los esfuerzos de cizalla según el círculo de Mohr y según la envolvente son iguales, por medio de esto es posible obtener una relación entre el ángulo de falla (φ) y el ángulo de inclinación de la envolvente (β).

$$\beta = \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \quad \mathbf{2.16}$$

Figura 2.2 Criterio de falla de Mohr-Coulomb



Fuente: Villadiego, D.; Mora, L. “Desarrollo de una herramienta para analizar la inestabilidad de pozo, mediante el uso de las teorías elástica y poroelástica: aplicación al Piedemonte colombiano”. 2005.

Conociendo esto, y aplicando algunos artificios matemáticos es posible modificar las anteriores expresiones de tal forma que se obtiene una versión final del criterio de Mohr-Coulomb como función de los esfuerzos y la cohesión como se puede ver en la ecuación 2.17.

$$\sigma_1 \geq C_0 + \sigma_3 \tan \beta^2 \tag{2.17}$$

La falla ocurrirá cuando se cumpla la expresión anterior, es decir que el esfuerzo principal máximo σ_1 sea mayor que la suma de la resistencia compresiva uniaxial y el producto del esfuerzo principal mínimo σ_3 con la tangente del ángulo de falla al cuadrado. Ya que trabajos anteriores han demostrado que los resultados obtenidos por este criterio de falla son bastante conservativos y presenta fácil implementación será utilizado en este trabajo.

2.4.2 Criterio de Falla de Drucker Prager

También llamado criterio de Von Mises, se basa en la existencia de dos invariantes de esfuerzos, una de desviatorios y otra de compresivos; la falla iniciara en el momento en que se cumpla la desigualdad (2.18).

$$\sqrt{J_2} > AI_1 + B \quad 2.18$$

Donde J_2 e I_1 son las invariantes de esfuerzos que vienen dadas por las ecuaciones 2.19a y 2.19b.

$$\sqrt{J_2} = \sqrt{\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}{6}} \quad 2.19a$$

$$I_1 = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} \quad 2.19b$$

Los valores A y B son constantes que dependen de propiedades de resistencia de la roca. Por medio de ajuste geométrico es posible obtener estas constantes superponiendo el criterio de falla de Mohr-Coulomb y el de Drucker Prager, de lo que se obtienen tres constantes, de la cuales la que permite mayor aproximación a los datos obtenidos por pruebas de laboratorio es:

$$A = \frac{2\sqrt{2} - \text{Sen}(\phi)}{3 - \text{Sen}(\phi)} \quad 2.20a$$

$$D = \frac{2\sqrt{2} \cdot S_o - \text{Cos}(\phi)}{3 - \text{Sen}(\phi)} \quad 2.20b$$

Algo importante para destacar de este criterio de falla es que tiene en cuenta todos los esfuerzos principales, a diferencia del de Mohr Coulomb.

2.4.3 Efecto del Esfuerzo Intermedio

Según resultados obtenidos en pruebas de laboratorio (triaxial) el esfuerzo principal intermedio tiene efecto sobre la resistencia de la roca. Lo que es necesario saber es que tan grande es este efecto, aquí es donde se debe tener cuidado a la hora de escoger un determinado criterio de falla, ya que el de MC no lo tiene en cuenta, lo que induciría un error en los cálculos. Mientras que el de DP si lo tiene en cuenta pero le da tanta importancia como al máximo y mínimo, lo que induciría también errores en el calculo por sobrestimación de este.

2.4.4 Criterio de Falla Tensil

Al igual que se presentan fallas compresivas, también se pueden dar tensiles, que se rigen por un criterio en el que dice que se iniciará la falla en el momento que el mínimo esfuerzo sea igual o menor a la resistencia tensil.

$$\sigma_3' \leq -T_o$$

2.21

Como se puede ver, para este criterio también es necesario conocer con anterioridad el ordenamiento de los esfuerzos ya que σ_3' representa el esfuerzo mínimo.

2.5 DEFORMACIONES

Si al aplicar una fuerza sobre un cuerpo rocoso que hace que la posición un una partícula de este cuerpo cambie, y esta posición no puede obtenidas por medio de rotación y/o traslación del cuerpo, se dice que el cuerpo se ha deformado. La deformación puede ser compresiva (positiva) o extensiva (negativa) según la fuerza externa que se aplique. Las deformaciones también pueden ser divididas en dos grandes tipos, las homogéneas y las heterogéneas. Se dice que una deformación es homogénea si toda parte del cuerpo es expuesta a una deformación del mismo tipo y en la misma dirección, y heterogénea si estas condiciones varían con respecto a la posición en el cuerpo.

Hay dos tipos de deformaciones, una relacionada con el cambio de la longitud del cuerpo (EC. 2.22), y otra relacionada con el cambio del ángulo recto de una partícula en un cuerpo (EC. 2.23), también llamada deformación de corte. Así como es posible establecer un tensor de esfuerzos para conocer las condiciones de un punto en un cuerpo, también se puede establecer un tensor de deformaciones que describa el estado general de deformación en cierto punto de análisis como se puede ver en la EC. 2.24.

$$\varepsilon = \frac{L - L_0}{L} \quad 2.22$$

$$\Gamma = \frac{1}{2} \tan \Psi \quad 2.23$$

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_x & \Gamma_{xy} & \Gamma_{xz} \\ \Gamma_{yx} & \varepsilon_y & \Gamma_{yz} \\ \Gamma_{zx} & \Gamma_{zy} & \varepsilon_z \end{pmatrix} \quad 2.24$$

También se puede obtener la disminución relativa de volumen de la roca representada en la EC. 2.25, esta ecuación es independiente de los ejes de referencia que se tomen por lo tanto es una invariante, al igual que esta hay otras invariantes de deformaciones muy comúnmente utilizadas que se presentan en las ecuaciones 2.26 y 2.27.

$$\varepsilon_v = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z \quad \mathbf{2.25}$$

$$J_2 = -(\varepsilon_x \varepsilon_y + \varepsilon_y \varepsilon_z + \varepsilon_z \varepsilon_x) + \Gamma_{XY}^2 + \Gamma_{YZ}^2 + \Gamma_{ZX}^2 \quad \mathbf{2.26}$$

$$J_3 = \varepsilon_x \varepsilon_y \varepsilon_z + 2\Gamma_{XY}\Gamma_{YZ}\Gamma_{ZX} - \varepsilon_y \Gamma_{ZX}^2 - \varepsilon_z \Gamma_{XY}^2 \quad \mathbf{2.27}$$

2.6 MODULOS ELÁSTICOS

La existencia de relaciones lineales entre los esfuerzos aplicados a una roca y las deformaciones resultantes es tratada en la teoría lineal elástica, aunque la mayoría de las rocas no presentan este comportamiento, es posible aproximarlos mediante incrementos infinitesimales del esfuerzo aplicado.

2.6.1 Módulo de Young (E).

Uno de los principales módulos elásticos utilizados es el de Young, el cual mide la rigidez del material, y está definido como la relación de esfuerzo a deformación bajo un estado de carga uniaxial (2.28).

$$E = \frac{\sigma_1}{\varepsilon_1} = \frac{G(3\lambda + 2G)}{\lambda + G} \quad \mathbf{2.28}$$

2.6.2 Módulo de Poisson (ν)

Básicamente es la relación de la deformación lateral ocasionada por una carga perpendicular aplicada y es la medida de la expansión lateral relativa a la contracción longitudinal. La relación esta definida así:

$$\nu = \frac{\lambda}{2(\lambda + G)} \quad 2.29$$

2.6.3 Módulo Volumétrico (K)

Este mide la respuesta del material ante un estado de carga hidrostática, lo que quiere decir que los tres esfuerzos normales tienen la misma magnitud, el modulo volumétrico viene dado por la ecuación 2.30.

$$K = \frac{E}{3(1 - 2\nu)} \quad 2.30$$

2.6.4 Módulo de corte (G)

Representa la medida de la resistencia de un cuerpo al cambio de forma, y es expresado como:

$$G = \frac{\text{Esfuerzo_de_corte}}{\text{Deformacion_de_corte}} = \frac{\tau}{\gamma} \quad 2.31$$

Considere una trayectoria de carga tal que $\sigma_x = -\sigma_y = \sigma$, σ_z , lo que se conoce como cizalladura pura, luego el Modulo de corte, G esta dado por:

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad 2.32$$

Específicamente en la teoría elástica lineal, con solo conocer dos de los módulos elásticos de la roca ya se pueden calcular los demás, la relación entre los diferentes módulos elásticos esta dada en la tabla 1.

Tabla 1 Relación de módulos elásticos

$E = 3K(1 - 2\nu)$	$K = \frac{1 + \nu}{3\nu} \lambda$	$\frac{\lambda}{\lambda + G} = 2\nu$
$E = 2G(1 + \nu)$	$K = \frac{2}{3} G \frac{1 + \nu}{1 - 2\nu}$	$\frac{G}{\lambda + G} = 1 - 2\nu$
$E = \frac{9KG}{3K + G}$	$K = \lambda + \frac{2}{3} G$	$\frac{\lambda + 2G}{\lambda + G} = 2(1 - \nu)$
$E = \frac{3\lambda + 2G}{\lambda + G} G$	$\nu = \frac{3K - 2G}{2(3K + G)}$	$\frac{3\lambda + 2G}{\lambda + G} = 2(1 + \nu)$
$E = \frac{\lambda}{\nu} (1 + \nu)(1 - 2\nu)$	$\frac{\lambda}{G} = \frac{2\nu}{1 - 2\nu}$	$\frac{3\lambda + 4G}{\lambda + G} = 2(2 - \nu)$

Tomado de “Petroleum related Rock Mechanics”. FJÆR, E. et al.

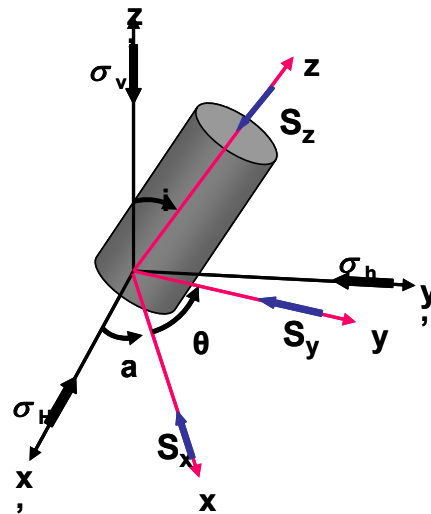
2.7 ESFUERZOS IN-SITU

Toda formación rocosa de subsuelo se encuentra sometida a un régimen de esfuerzos marcados por la zona en la cual se encuentre, en gran parte estos esfuerzos son el resultado de la actividad tectónica de la zona.

Ya que casi en su totalidad, los pozos petroleros cuentan con un cierto grado de

desviación tanto del eje vertical, como de la dirección del esfuerzo máximo horizontal (figura 2.3), es necesario realizar una rotación de ejes.

Figura 2.3 Sistemas coordenados de un pozo inclinado



Fuente: Villadiego, D.; Mora, L. “Desarrollo de una herramienta para analizar la inestabilidad de pozo, mediante el uso de las teorías elástica y poroelástica: aplicación al Piedemonte colombiano”. 2005.

Para realizar la transformación de esfuerzos in-situ a esfuerzos en función de inclinación y azimuth se utilizó el siguiente sistema de ecuaciones que es obtenido a través de rotación del sistema original de coordenadas (x',y',z') (figura 2.33).

$$S_x = l_{xx'}^2 \sigma_H + l_{xy'}^2 \sigma_h + l_{xz'}^2 \sigma_v$$

$$S_y = l_{yx'}^2 \sigma_H + l_{yy'}^2 \sigma_h + l_{yz'}^2 \sigma_v$$

$$S_z = l_{zx'}^2 \sigma_H + l_{zy'}^2 \sigma_h + l_{zz'}^2 \sigma_v$$

2.33

$$\begin{aligned}
S_{xy} &= l_{xx'}l_{yx'}\sigma_H + l_{xy'}l_{yy'}\sigma_h + l_{xz'}l_{yz'}\sigma_v \\
S_{yz} &= l_{yx'}l_{zx'}\sigma_H + l_{yy'}l_{zy'}\sigma_h + l_{yz'}l_{zz'}\sigma_v \\
S_{zx} &= l_{zx'}l_{xx'}\sigma_H + l_{zy'}l_{xy'}\sigma_h + l_{zz'}l_{zx'}\sigma_v
\end{aligned}$$

Donde S_x , S_y , S_z representan las componentes normales de los esfuerzos in-situ y S_{xy} , S_{yz} y S_{zx} las componentes de cizalla de los esfuerzos in situ. Además los términos l , representan los cosenos directores, con los que se realiza la rotación de esfuerzos.

$$\begin{bmatrix} l_{xx'} & l_{xy'} & l_{xz'} \\ l_{yx'} & l_{yy'} & l_{yz'} \\ l_{zx'} & l_{zy'} & l_{zz'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\alpha\cos i & \sin\alpha\cos i & -\sin i \\ -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ \cos\alpha\sin i & \sin\alpha\sin i & \cos i \end{bmatrix} \quad \mathbf{2.34}$$

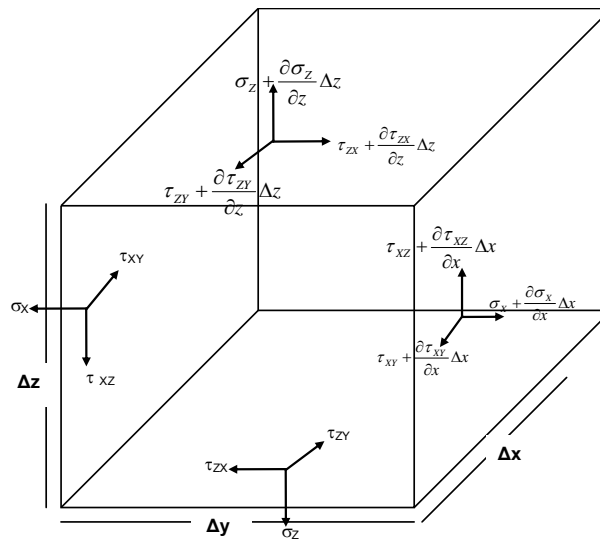
Donde “ i ” es el ángulo medido a partir un eje vertical y alfa es el ángulo medido a partir del esfuerzo máximo horizontal. Este sistema de ecuaciones es para un sistema de referencia de tipo cartesiano.

$$\begin{aligned}
\sigma_r &= S_x \cos^2 \theta + S_y \sin^2 \theta + 2S_{xy} \sin\theta \cos\theta \\
\sigma_\theta &= S_x \sin^2 \theta + S_y \cos^2 \theta - 2S_{xy} \sin\theta \cos\theta \\
\sigma_z &= S_z \\
\tau_{r\theta} &= (S_y - S_x) \sin\theta \cos\theta + S_{xy} (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) \\
\tau_{rz} &= S_{xy} \cos\theta + S_{yz} \sin\theta \\
\tau_{\theta z} &= S_{yz} \cos\theta - S_{xz} \sin\theta
\end{aligned} \quad \mathbf{2.35}$$

2.8 ECUACIONES DE EQUILIBRIO DE ESFUERZOS.

Todo cuerpo rocoso en subsuelo esta sometido a un estado de esfuerzos el cual se encuentra en equilibrio, para que este equilibrio se mantenga, se requiere que la resultante de todas las fuerzas sea igual a cero, esto produce un conjunto de requerimientos de simetría ($\tau_{xy} = \tau_{yx}$, $\tau_{yz} = \tau_{zy}$, $\tau_{xz} = \tau_{zx}$) para el tensor de esfuerzos, y también un conjunto de ecuaciones para los gradientes de esfuerzos llamadas las ecuaciones de equilibrio.

Figura 2.4 Estado de esfuerzos de un elemento infinitesimal



Fuente: Villadiego, D.; Mora, L. "Desarrollo de una herramienta para analizar la inestabilidad de pozo, mediante el uso de las teorías elástica y poroelástica: aplicación al Piedemonte colombiano". 2005.

Considerando un elemento infinitesimal de volumen (Fig. 2.4) en cuyas caras actúan esfuerzos normales y de cizalla, las fuerzas que actúan sobre el cuerpo en la dirección x son:

$$\begin{aligned}
\text{Fuerzas normales} & -\sigma_x \Delta y \Delta z + \left(\sigma_x + \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} \Delta x \right) \Delta y \Delta z \\
\text{Fuerzas de cizalla} & -\tau_{yx} \Delta x \Delta z + \left(\tau_{yx} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} \Delta y \right) \Delta x \Delta z \\
& -\tau_{zx} \Delta x \Delta y + \left(\tau_{zx} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \Delta z \right) \Delta x \Delta y \\
\text{Fuerzas de cuerpo} & \rho g_x \Delta x \Delta y \Delta z
\end{aligned} \tag{2.36}$$

Por medio de la aplicación de artificios matemáticos se llega a la ecuación que representan los cambios de las fuerzas (EC. .37)

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + \rho g_x = 0 \tag{2.37}$$

Haciendo un proceso similar al anterior, se encuentran las ecuaciones de equilibrio en las direcciones y y z.

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + \rho g_y = 0 \tag{2.38}$$

$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \rho g_z = 0 \tag{2.39}$$

Ya que el modelo físico que mejor representa nuestro problema no es el cartesiano es necesario tener las ecuaciones de equilibrio de esfuerzos en coordenadas cilíndricas que es el modelo que mejor se ajusta a la realidad del problema. Estas ecuaciones expresadas en coordenadas cilíndricas vienen dadas en las ecuaciones 2.40-2.41.

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{\theta r}}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{zr}}{\partial z} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0 \quad 2.40$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial r} + \frac{\partial \tau_{z\theta}}{\partial z} + \frac{2\tau_{r\theta}}{r} = 0 \quad 2.41$$

$$\frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{\theta z}}{\partial \theta} + \frac{2\tau_{rz}}{r} = 0 \quad 2.42$$

2.9 ECUACIONES DE DEFORMACIÓN-DESPLAZAMIENTO

El sistema de ecuaciones de equilibrio de esfuerzos no es suficiente para involucrar todas las variables involucradas. Esto se debe a que en el sistema se tiene un total de seis variables desconocidas con un total de tres ecuaciones para encontrarlos, por esto es necesario utilizar información adicional que, la cual puede ser obtenida de las ecuaciones de deformación desplazamiento. Las deformaciones en función de los desplazamientos están dadas en forma incremental para coordenadas cilíndricas por las siguientes ecuaciones:

$$\Delta \varepsilon_r = \frac{\partial \Delta U_r}{\partial r} \quad 2.43$$

$$\Delta \varepsilon_\theta = \frac{1}{r} \left(\Delta U_r + \frac{\partial \Delta U_\theta}{\partial \theta} \right) \quad 2.44$$

$$\Delta \varepsilon_z = \frac{\partial \Delta U_z}{\partial z} \quad 2.45$$

$$\Delta \Gamma_{r\theta} = \frac{1}{2r} \left(\frac{\partial \Delta U_r}{\partial \theta} - \Delta U_z \right) + \frac{\partial \Delta U_\theta}{\partial r} \frac{1}{2} \quad 2.46$$

$$\Delta \Gamma_{rz} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \Delta U_z}{\partial r} + \frac{\partial \Delta U_r}{\partial z} \right) \quad 2.47$$

$$\Delta\Gamma_{\theta z} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \Delta U_z}{\partial \theta} + \frac{\partial \Delta U_\theta}{\partial z} \right) \quad 2.48$$

En las ecuaciones anteriores $\Delta\varepsilon_r$, $\Delta\varepsilon_\theta$, $\Delta\varepsilon_z$ representan los incrementos de las deformaciones normales en las direcciones radial, tangencial y axial respectivamente, $\Delta\Gamma_{r\theta}$, $\Delta\Gamma_{rz}$, $\Delta\Gamma_{\theta z}$ son los incrementos de las deformaciones de cizalladura y finalmente ΔU_r , ΔU_θ , ΔU_z representan los incrementos de los desplazamientos en cada una de estas direcciones.

2.10 ECUACIONES ESFUERZO DEFORMACIÓN

La relación que existe entre los esfuerzos y las deformaciones esta dada por la ley de Hooke, que para los materiales isotrópicos puede ser expresada de la siguiente forma:

$$\Delta\sigma_\theta = \lambda\Delta\varepsilon_r + (\lambda + 2G)\Delta\varepsilon_\theta + \lambda\Delta\varepsilon_z \quad 2.49$$

$$\Delta\sigma_r = (\lambda + 2G)\Delta\varepsilon_r + \lambda\Delta\varepsilon_\theta + \lambda\Delta\varepsilon_z \quad 2.50$$

$$\Delta\sigma_z = \lambda\Delta\varepsilon_r + \lambda\Delta\varepsilon_\theta + (\lambda + 2G)\Delta\varepsilon_z \quad 2.51$$

$$\Delta\tau_{\theta z} = 2G\Delta\Gamma_{\theta z} \quad 2.52$$

$$\Delta\tau_{rz} = 2G\Delta\Gamma_{rz} \quad 2.53$$

$$\Delta\tau_{r\theta} = 2G\Delta\Gamma_{r\theta} \quad 2.54$$

En las anteriores relaciones el termino G indica el modulo de cizalla, λ es el parámetro de Lamé y $\Delta\varepsilon_r$, $\Delta\varepsilon_\theta$, $\Delta\varepsilon_z$, $\Delta\Gamma_{r\theta}$, $\Delta\Gamma_{rz}$, $\Delta\Gamma_{\theta z}$ indican las deformaciones tanto normales como de cizalla. Cada una de las ecuaciones anteriores es

aplicable a medios sólidos no porosos, lo que quiere decir que solo es aplicable al esqueleto sólido de un medio que sea poroso.

3. GENERALIDADES SOBRE MODELAMIENTO NUMERICO DE YACIMIENTOS

El comportamiento real de un yacimiento y todos los componentes que lo conforman pueden ser representados adecuadamente mediante un modelo determinado. En general, los modelos pueden ser clasificados como modelos físicos y modelos matemáticos. Los modelos físicos son reproducciones de laboratorio que buscan duplicar los procesos físicos que ocurren en el yacimiento. Los modelos matemáticos son conjuntos de ecuaciones que buscan describir teóricamente el comportamiento de los procesos que ocurren en el yacimiento. Algunos ejemplos de modelos físicos que en alguna época fueron utilizados en ingeniería de yacimientos son: los modelos potenciométricos, mallas eléctricas R-C (resistencia-conductancia) y los modelos electrolíticos. De otro lado, la ecuación de balance de materiales, la teoría de Buckley- Leverett y la simulación numérica de yacimientos son ejemplos de modelos matemáticos.

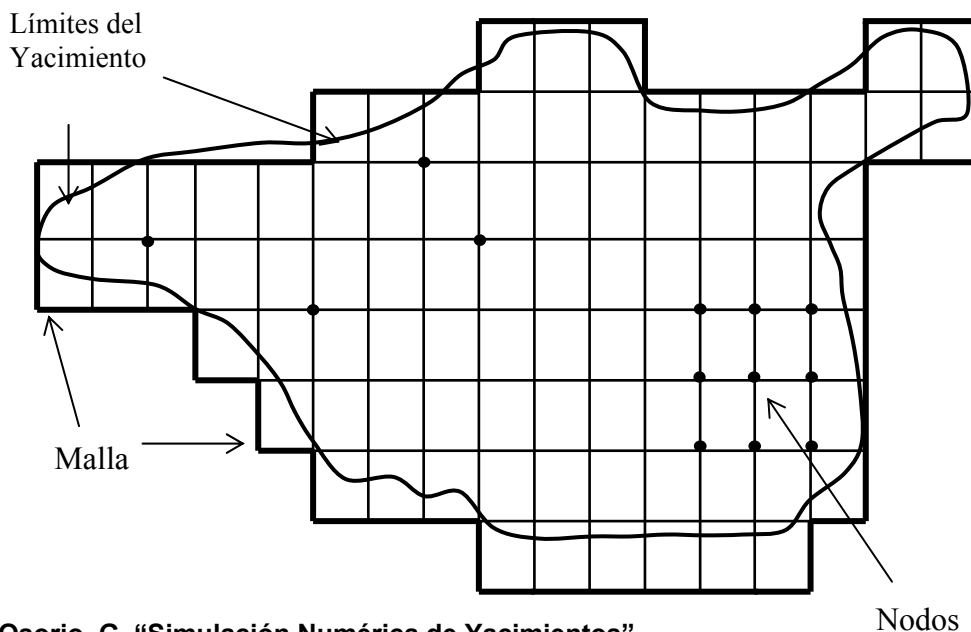
3.1 ASPECTOS GENERALES DE UN MODELO NUMÉRICO DE ESTABILIDAD MECÁNICA DE POZO

Un modelo matemático está constituido fundamentalmente de tres modelos: diferencial, numérico y de computador. El *modelo diferencial* está conformado por el conjunto de ecuaciones diferenciales que describen los procesos físicos asociados al sistema que se quiere representar, que en este caso están definidos por las ecuaciones de equilibrio que gobiernan la forma en la cual los esfuerzos varían de un punto a otro en un elemento de volumen infinitesimal.

Con la finalidad de dar solución al modelo diferencial, se hace necesario tratar el yacimiento como un sistema compuesto de un conjunto de bloques o celdas individuales, adyacentes entre sí, y un sistema de nodos. Para lograr este

objetivo, el yacimiento se enmarca en una malla conforme a su geometría como, por ejemplo, se ilustra en la Figura 3.1. A cada bloque se le asigna un valor específico de cada propiedad (por ejemplo, permeabilidad, espesor, porosidad, contenido de fluidos, elevación, viscosidad, densidad, y propiedades mecánicas de las rocas).

Figura 3.1 Esquema de un yacimiento enmarcado en un sistema de mallas.



Fuente: Osorio, G. "Simulación Numérica de Yacimientos".

Una vez asignada la ubicación de pozos y las propiedades de la roca en cada bloque, se plantean y se discretizan las ecuaciones que conforman el modelo de deformación geomecánica, de esta forma se genera un sistema con un alto número de ecuaciones discretas que constituyen el modelo numérico. Existen por lo menos tres formas de desarrollar este modelo: Diferencias finitas, Elementos finitos y Elemento de volumen de control.

La solución del sistema de ecuaciones que conforman el modelo numérico

requiere de un trabajo considerable. Por esta razón, se hace necesario escribir un programa de computador para su solución (utilizando alguna técnica numérica). A este programa de computador se le conoce como *modelo de computador*.

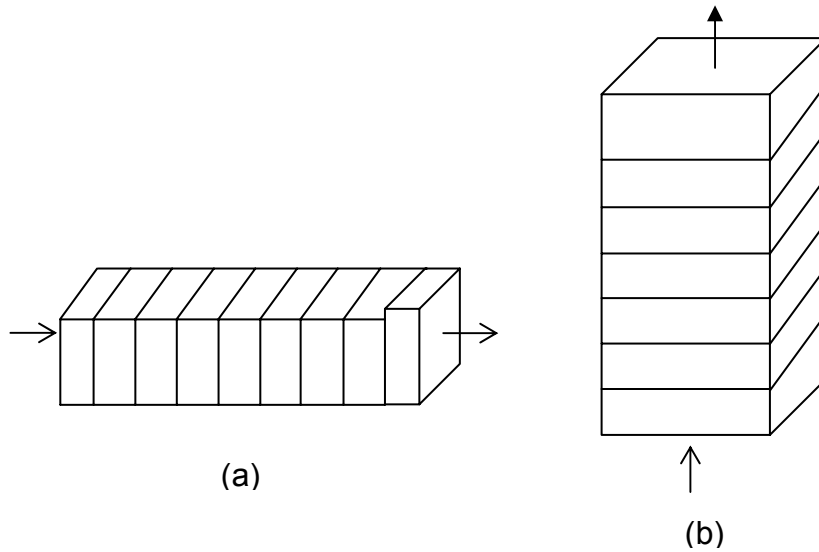
3.2 TIPOS DE MODELOS

En el modelamiento numérico de yacimientos suelen clasificarse de acuerdo al número de dimensiones, al tipo de yacimiento, y al proceso de recuperación simulado.

3.2.1 Según Número de Dimensiones

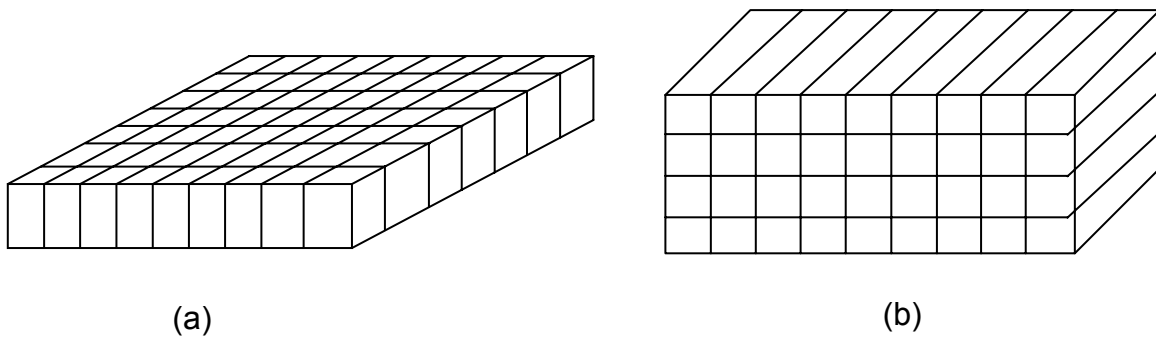
El modelo mas simple es el de dimensión cero, que considera el yacimiento como un tanque, en el que no hay variación espacial de las propiedades del fluido y de la roca. Un ejemplo de un modelo de dimensión cero es la ecuación de balance de materiales, ampliamente aplicada en el análisis de comportamiento de yacimientos. La unión de dos o más de estos tanques conforman un modelo de dimensión uno, asignando un valor único de propiedades de la roca y del fluido a cada tanque, permitiendo flujo a través de las caras adyacentes (ver figura 3.2).

Figura 3.2 Modelo de una dimensión (a) Lineal, (b) vertical



Los modelos de dos dimensiones permiten una descripción mas detallada del yacimiento. Se usan para principalmente para estudiar el yacimiento completo en casos donde el espesor de la formación es relativamente pequeño o no hay gran variación de las propiedades en la vertical. Los modelos areales usan normalmente coordenadas cartesianas, y también pueden se horizontales o verticales como se muestra en la Figura 3.3.

Figura 3.3 Modelo de dos dimensiones (a) Horizontal, (b) Vertical.



Los modelos en *tres dimensiones* pueden ser cartesianos o radiales, tal como se ilustra en las Figuras 3.4 y 3.5, respectivamente. Son los modelos de mayor versatilidad, pues permiten simular la variación de las propiedades de la roca y de las condiciones de flujo areal y verticalmente. Sin embargo, su aplicación es limitada debido a sus altos costos y a que requieren de una muy buena caracterización del yacimiento. Los modelos en coordenadas cilíndricas proporcionan una mejor definición cerca de la cara del pozo.

Para el modelo matemático desarrollado en este trabajo se utiliza una malla 3D en coordenadas cilíndricas con bloque irregular y nodo distribuido ya que en este caso se requiere observar con gran detalle los fenómenos ocurridos en la cara del pozo.

Figura 3.4 Modelo cartesiano en tres dimensiones.

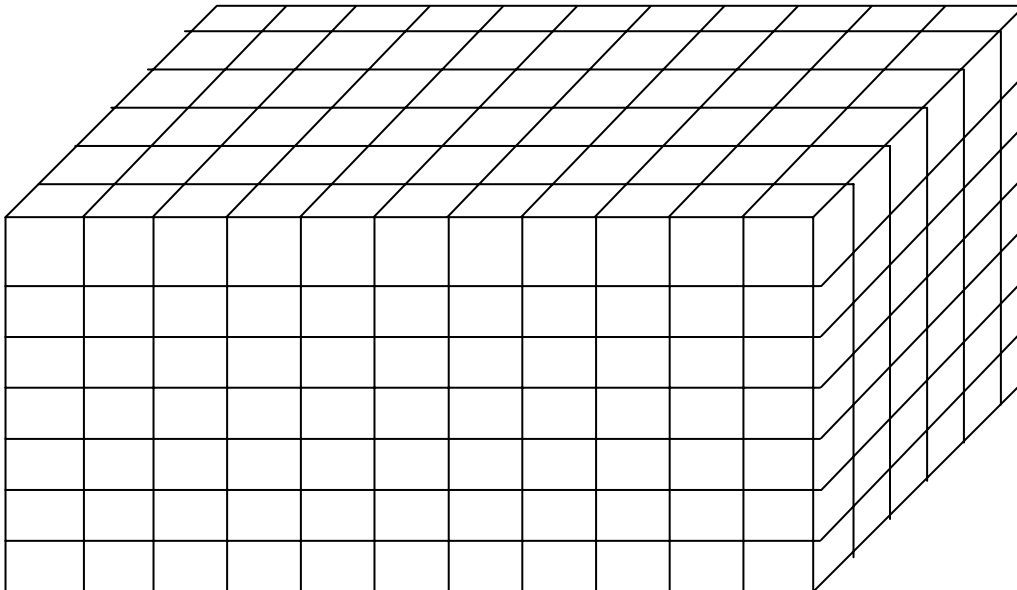
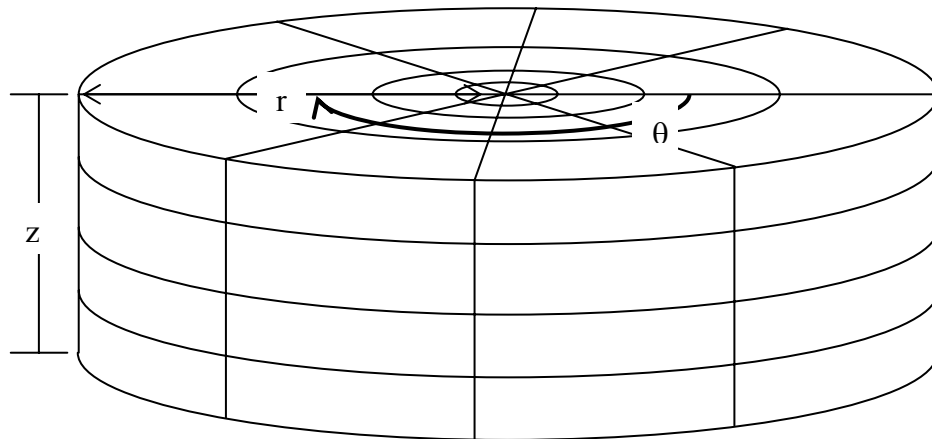


Figura 3.5 Modelo radial en tres dimensiones.



3.2.2 Según el tipo de Yacimiento

Los modelos también se pueden clasificar según el tipo de yacimiento, como modelos de yacimientos de gas, de yacimientos de petróleo negro y de yacimientos de condensado o petróleo volátil. En este trabajo no se profundiza en este tema ya que la teoría elástica considera el yacimiento como un continuo y no hay presencia de fluidos.

3.2.3 Según el proceso de recuperación

Los simuladores pueden ser clasificados de acuerdo a los mecanismos de recuperación del crudo. Los procesos tenidos en cuenta en esta clasificación son: recuperación primaria, simulación térmica, recuperación por desplazamientos miscibles e inyección de químicos y polímeros. El modelo desarrollado en esta investigación no incluye fluidos, por tanto tampoco incluye proceso de

recuperación.

3.3 METODO DE ELEMENTOS FINITOS

El método de los elementos finitos (MEF en castellano o FEM en inglés) es un método numérico muy general para la resolución de ecuaciones diferenciales muy utilizado en diversos problemas de ingeniería y física.

El método se basa en dividir el cuerpo, estructura o dominio (medio continuo) sobre el que están definidas ciertas ecuaciones integrales que caracterizan el comportamiento físico del problema en una serie de subdominios no intersectantes entre sí denominados elementos finitos. El conjunto de elementos finitos forma una partición del dominio también denominada discretización. Dentro de cada elemento se distinguen una serie de puntos representativos llamados nodos. Dos nodos son adyacentes si pertenecen al mismo elemento finito, además un nodo sobre la frontera de un elemento finito puede pertenecer a varios elementos, el conjunto de nodos considerando sus relaciones de adyacencia se llama *malla*.

Los cálculos se realizan sobre una malla o discretización creada a partir del dominio con programas especiales llamados generadores de mallas, en una etapa previa a los cálculos que se denomina pre-proceso. De acuerdo con estas relaciones de adyacencia o conectividad se relaciona el valor de un conjunto de variables incógnitas definidas en cada nodo y denominadas grados de libertad. El conjunto de relaciones entre el valor de una determinada variable entre los nodos se puede escribir en forma de sistema de ecuaciones lineales (o linealizadas), la matriz de dicho sistema de ecuaciones se llama matriz de rigidez del sistema. El número de ecuaciones de dicho sistema es proporcional al número de nodos.

Típicamente el método de los elementos finitos, se programa computacionalmente para calcular el campo de desplazamientos y posteriormente a través de relaciones cinemáticas y constitutivas las deformaciones y tensiones respectivamente, cuando se trata de un problema de mecánica de sólidos deformables o más generalmente un problema de mecánica de medios continuos . El método de los elementos finitos es muy usado debido a su generalidad y a la facilidad de introducir dominios de cálculo complejos (en dos o tres dimensiones). Además el método es fácilmente adaptable a problemas de difusión del calor, de mecánica de fluidos para calcular campos de velocidades y presiones (fluidodinámica CFD) o de campo electromagnético. Dada la imposibilidad práctica de encontrar la solución analítica de estos problemas, con frecuencia en la práctica ingenieril los métodos numéricos, y en particular los elementos finitos se convierten en la única alternativa práctica de cálculo.

Una importante propiedad del método es la convergencia, si se consideran particiones de elementos finitos sucesivamente más finas la solución numérica calculada converge rápidamente hacia la solución exacta del sistema de ecuaciones.

3.4 EL MÉTODO DE DIFERENCIAS FINITAS

El Método consiste en una aproximación de derivadas parciales por expresiones algebraicas envolviendo los valores de la variable dependiente en un limitado número de puntos seleccionados. Como resultado de la aproximación, la ecuación diferencial parcial que describe el problema es reemplazada por un número finito de ecuaciones algebraicas, escritas en términos de los valores de la variable dependiente en puntos seleccionados.

Las ecuaciones son lineales si las ecuaciones diferenciales parciales son también lineales. El valor de los puntos seleccionados se convierte en las incógnitas, en vez de la distribución espacial continua de la variable dependiente. El sistema de ecuaciones algebraicas debe ser resuelto y puede envolver un número largo de operaciones aritméticas. Antiguamente todos estos cálculos eran realizados manualmente, o por el uso de dispositivos mecánicos. En la actualidad, con el advenimiento de las computadoras electrónicas las operaciones son ejecutadas por medio de un programa de cómputo.

La condición de convergencia es difícil de verificar, ya que esta condición establece que la solución de la ecuación numérica se aproxima a la solución con ecuación diferencial parcial original si todos los intervalos finitos tienden a cero. Esto puede ser demostrado en forma general en algunos casos simples, como los problemas en una dimensión, para los cuales la solución numérica puede ser expresada en forma cerrada. En muchas aplicaciones en la práctica de ingeniería, es imposible probar la convergencia en forma rigurosa. De allí que es usualmente considerado suficiente si el procedimiento numérico ha sido verificado con respecto a una variedad de soluciones analíticas.

4. MODELAMIENTO NUMERICO DE LA ESTABILIDAD DE POZO

En este capítulo se describen cada uno de los modelos desarrollados para solucionar numéricamente el problema de estabilidad mecánica de pozos mediante el uso de la teoría elástica.

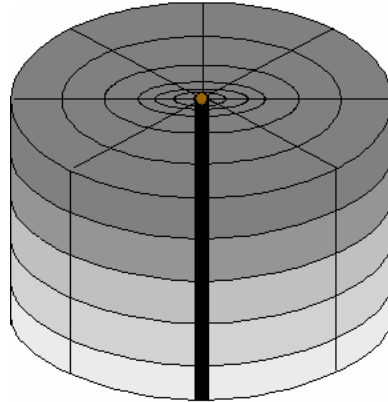
4.1 DESCRIPCION DEL SISTEMA

Como ya se menciona el modelo físico dará tanto las características, como limitaciones físicas bajo los cuales va a trabajar la herramienta, estas son:

- El yacimiento se divide radialmente en cilindros concéntricos de espesor variable, verticalmente se divide en estratos y tangencialmente en longitudes de arco.
- En el centro del modelo se ubica un único pozo que se perfora ya sea de forma vertical o inclinada, a través del cual no ocurre flujo de fluidos.
- El sistema es elástico e isotérmico donde la elasticidad es de tipo lineal.

El modelamiento se desarrollo utilizando un sistema de coordenadas cilíndricas. El modelo físico esta representado en la figura 4.1.

Figura 4.1 Descripción del Sistema



4.2 MODELO DIFERENCIAL

El modelo diferencial consta de dos partes principalmente, una que describe la deformación geomecánica del sistema, y el modelo de falla.

4.2.1 Modelo de Deformación Geomecánica

Este modelo describe la deformación ocasionada en la roca cuando se realiza un cambio en los esfuerzos a los que esta estaba sometida, en un sistema de coordenadas cilíndricas. Las ecuaciones que conforman este modelo se escriben en términos de incrementos de los desplazamientos en lugar de valores totales. Este modelo parte de tres sistemas de ecuaciones que son:

- Ecuaciones de equilibrio

- Ecuaciones de esfuerzo-deformación.
- Ecuaciones de deformación-desplazamiento.

Ecuaciones de Equilibrio de Esfuerzos: Gobiernan la forma en la cual los esfuerzos varían de un punto a otro en un elemento de volumen infinitesimal en coordenadas cilíndricas. Ver figura 4.2. Estas ecuaciones ya antes mencionadas en forma incremental se expresan de la siguiente forma:

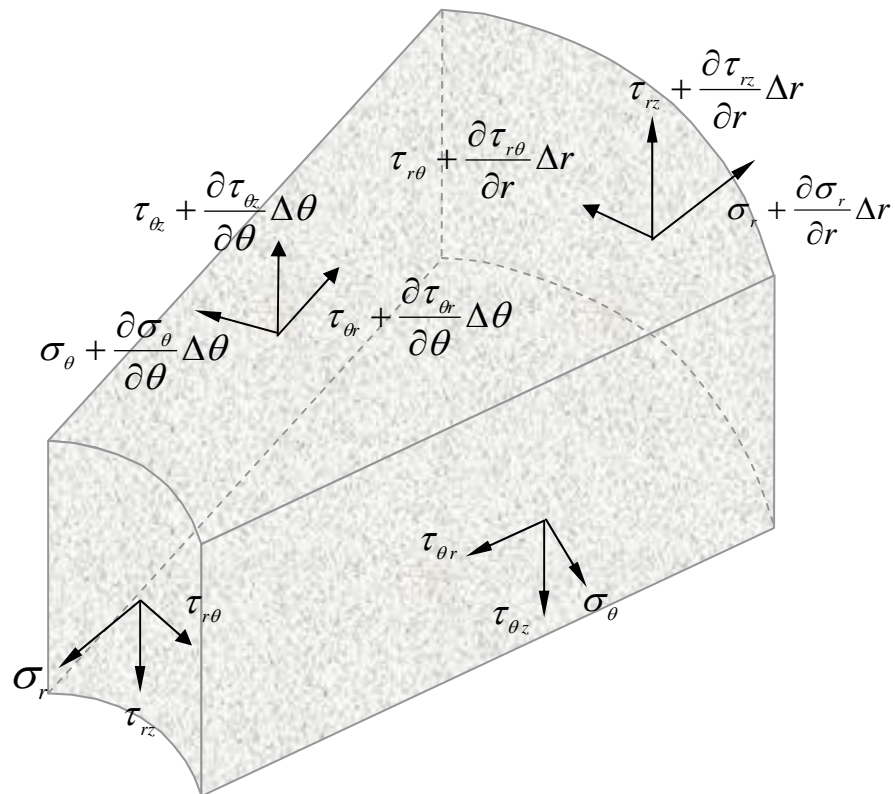
$$\frac{\partial \sigma_r^0}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{r\theta}^0}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{rz}^0}{\partial z} + \frac{\sigma_r^0 - \sigma_\theta^0}{r} + \frac{\partial \Delta \sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Delta \tau_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial \Delta \tau_{rz}}{\partial z} + \frac{\Delta \sigma_r - \Delta \sigma_\theta}{r} = 0$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_\theta^0}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{r\theta}^0}{\partial r} + \frac{\partial \tau_{z\theta}^0}{\partial z} + \frac{2\tau_{r\theta}^0}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Delta \sigma_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial \Delta \tau_{r\theta}}{\partial r} + \frac{\partial \Delta \tau_{z\theta}}{\partial z} + \frac{2\Delta \tau_{r\theta}}{r} = 0$$

4.1

$$\frac{\partial \sigma_z^0}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{rz}^0}{\partial r} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \tau_{\theta z}^0}{\partial \theta} + \frac{\tau_{rz}^0}{r} + \frac{\partial \Delta \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \Delta \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \Delta \tau_{\theta z}}{\partial \theta} + \frac{\Delta \tau_{rz}}{r} = 0$$

Figura 4.2 Estado de esfuerzos en coordenadas cilíndricas.



Fuente: Osorio.G. Curso “Aspectos geomecánicos del fracturamiento hidráulico”.

Donde el término Δ representa las expresiones en forma incremental, y los términos que tienen el superíndice $_0$ representan los esfuerzos totales iniciales en las direcciones dadas, es decir el valor de los esfuerzos antes de la deformación de la roca.

Ecuaciones de esfuerzo-deformación: Para materiales isotrópicos la relación entre

esfuerzos y deformaciones en coordenadas cilíndricas de manera incremental es descrita así:

$$\Delta\sigma_r = 2 \cdot G\Delta\varepsilon_r + \lambda \cdot \Delta\varepsilon_v$$

$$\Delta\sigma_\theta = 2 \cdot G\Delta\varepsilon_\theta + \lambda \cdot \Delta\varepsilon_v$$

$$\Delta\sigma_z = 2 \cdot G\Delta\varepsilon_z + \lambda \cdot \Delta\varepsilon_v$$

$$\Delta\tau_{r\theta} = 2 \cdot G\Delta\gamma_{r\theta}$$

$$\Delta\tau_{rz} = 2 \cdot G\Delta\gamma_{rz}$$

$$\Delta\tau_{\theta z} = 2 \cdot G\Delta\gamma_{\theta z}$$

4.2

Estas ecuaciones representan la variación de los esfuerzos en función de las deformaciones, donde:

σ_r , σ_θ y σ_z representan los esfuerzos normales en coordenadas cilíndricas y los esfuerzos de cizalla son representados por $\tau_{r\theta}$, τ_{rz} y $\tau_{\theta z}$. Otros valores encontrados en estas ecuaciones son:

G : Modulo de cizalladura

λ : Parámetro de lamé

ε_v : Deformación volumétrica.

$$\varepsilon_v = \varepsilon_r + \varepsilon_\theta + \varepsilon_z$$

Ecuaciones deformación-desplazamiento: Debido a que el sistema de ecuaciones de equilibrio no son suficientes para relacionar todas las variables involucradas σ_r , σ_θ , σ_z , $\tau_{r\theta}$, τ_{rz} y $\tau_{\theta z}$ es necesario utilizar información adicional que proporcionan las ecuaciones deformación – desplazamiento y las ecuaciones

esfuerzo – deformación, estas últimas serán mostradas más adelante.

Las deformaciones en función de los desplazamientos están dadas en forma incremental para coordenadas cilíndricas por las siguientes ecuaciones:

$$\Delta \varepsilon_r = \frac{\partial \Delta U_r}{\partial r}$$

$$\Delta \varepsilon_\theta = \frac{1}{r} \left(\Delta U_r + \frac{\partial \Delta U_\theta}{\partial \theta} \right)$$

$$\Delta \varepsilon_z = \frac{\partial \Delta U_z}{\partial z}$$

$$\Delta \gamma_{r\theta} = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{r} \left(\frac{\partial \Delta U_r}{\partial \theta} - \Delta U_\theta \right) + \frac{\partial \Delta U_\theta}{\partial r} \right]$$

4.3

$$\Delta \gamma_{rz} = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial \Delta U_z}{\partial r} + \frac{\partial \Delta U_r}{\partial z} \right]$$

$$\Delta \gamma_{\theta z} = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial \Delta U_z}{\partial \theta} + \frac{\partial \Delta U_\theta}{\partial z} \right]$$

Los incrementos de las deformaciones normales en coordenadas cilíndricas son denotadas como $\Delta \varepsilon_r$, $\Delta \varepsilon_\theta$ y $\Delta \varepsilon_z$ y los incrementos de las deformaciones de corte como $\Delta \gamma_{r\theta}$, $\Delta \gamma_{rz}$ y $\Delta \gamma_{\theta z}$ y los términos ΔU_r , ΔU_θ , ΔU_z representan los incrementos de los desplazamientos en las direcciones radial, tangencial y axial respectivamente.

Agrupando, simplificando y redistribuyendo las ecuaciones (4.1, 4.2 y 4.3) es posible llegar a un nuevo sistema de ecuaciones:

$$\left[\frac{\partial \sigma_r^0}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{\theta r}^0}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{zr}^0}{\partial z} + \frac{\sigma_r^0 - \sigma_{\theta}^0}{r} \right] + \left(\frac{\lambda + G}{r} \right) \frac{\partial^2 \Delta U_{\theta}}{\partial r \partial \theta} + (\lambda + G) \frac{\partial^2 \Delta U_z}{\partial r \partial z} + (\lambda + G) \frac{\partial^2 \Delta U_r}{\partial r^2} + \frac{G}{r^2} \frac{\partial^2 \Delta U_r}{\partial \theta^2} + G \frac{\partial^2 \Delta U_r}{\partial z^2} + \left(\frac{\lambda + 2G}{r} \right) \frac{\partial \Delta U_r}{\partial r} - \left(\frac{\lambda + 3G}{r^2} \right) \frac{\partial \Delta U_{\theta}}{\partial \theta} - \left(\frac{\lambda + 2G}{r^2} \right) \Delta U_r + \frac{\partial(\alpha \Delta P)}{\partial r} = 0 \quad 4.4$$

$$\left[\frac{\partial \sigma_r^0}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{\theta r}^0}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{zr}^0}{\partial z} + \frac{\sigma_r^0 - \sigma_{\theta}^0}{r} \right] + \left(\frac{\lambda + G}{r} \right) \frac{\partial^2 \Delta U_{\theta}}{\partial r \partial \theta} + \left(\frac{\lambda + G}{r} \right) \frac{\partial^2 \Delta U_z}{\partial \theta \partial z} + G \frac{\partial^2 \Delta U_{\theta}}{\partial r^2} + \left(\frac{\lambda + 2G}{r^2} \right) \frac{\partial^2 \Delta U_{\theta}}{\partial \theta^2} + G \frac{\partial^2 \Delta U_{\theta}}{\partial z^2} + \left(\frac{\lambda + 4G}{r^2} \right) \frac{\partial \Delta U_r}{\partial \theta} + \frac{G}{r} \frac{\partial \Delta U_{\theta}}{\partial r} - \frac{G}{r^2} \Delta U_{\theta} + \frac{\partial(\alpha \Delta P)}{\partial \theta} = 0 \quad 4.5$$

$$\left[\frac{\partial \sigma_r^0}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{\theta r}^0}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{zr}^0}{\partial z} + \frac{\sigma_r^0 - \sigma_{\theta}^0}{r} \right] + (\lambda + G) \frac{\partial^2 \Delta U_r}{\partial r \partial z} + \left(\frac{\lambda + G}{r} \right) \frac{\partial^2 \Delta U_{\theta}}{\partial \theta \partial z} + G \frac{\partial^2 \Delta U_z}{\partial r^2} + \frac{G}{r^2} \frac{\partial^2 \Delta U_z}{\partial \theta^2} + (\lambda + 2G) \frac{\partial^2 \Delta U_z}{\partial z^2} + \left(\frac{\lambda + G}{r} \right) \frac{\partial \Delta U_r}{\partial z} - \frac{G}{r} \frac{\partial \Delta U_z}{\partial r} + \frac{\partial(\alpha \Delta P)}{\partial z} = 0 \quad 4.6$$

Las ecuaciones anteriores describen el estado geomecánico de la roca en coordenadas cilíndricas en función de los desplazamientos en dirección radial, tangencial y axial. El desarrollo del modelo diferencial se encuentra en el ANEXO A.

4.2.2 Modelo de Falla

Una vez que se han determinado los desplazamientos, es necesario conocer, bajo estas condiciones, que secciones del pozo presentaran problemas de estabilidad, para esto se implementa un modelo de falla que aplica diferentes criterios según sea la necesidad o el criterio del usuario. Para el modelo de falla se tienen tres posibles criterios a utilizar.

- Criterio de falla por tensión.
- Criterio de falla por compresión de Mohr-Coulomb.

4.4.2.1 Criterio de falla por tensión

El criterio considera iniciada una falla por tensión cuando el mínimo esfuerzo σ_3 en la pared del pozo es menor que la resistencia a la tensión de la formación.

$$P_{mw} \geq \sigma_{3i,j,k} + |T_o| \quad 4.7$$

Donde:

T_o = Resistencia a la tensión de la roca.

$\sigma_{3i,j,k}$ = Esfuerzo principal menor.

P_{mw} = Presión ejercida por el peso del lodo

Si el nodo i cumple con la ecuación (1), se dice que el nodo esta fracturado.

4.4.2.2 Criterio de falla por compresión de Mohr – Coulomb

La aplicación del criterio de falla de Mohr - Coulomb en la predicción de fallas de corte en la estabilidad de pozo ha proporcionado resultados bastante conservativos; lo que junto con su facilidad para aplicarlo, lo han convertido en el criterio más popular. El criterio de falla de Mohr-Coulomb expresado en función de esfuerzos principales y la Cohesión de la roca queda de la siguiente manera:

$$\sigma_{1i,j,k} \geq Co_{i,j,k} + \sigma_{3i,j,k} \tan \beta^2 \quad 4.8$$

La falla ocurrirá cuando se cumpla la expresión anterior, es decir que el esfuerzo principal máximo σ_1 sea mayor que la suma de la resistencia compresiva uniaxial y el producto del esfuerzo principal mínimo σ_3 con la tangente del ángulo de falla al cuadrado

Ya teniendo los modelos es necesario definir las condiciones auxiliares, tanto iniciales como frontera.

4.2.2 Condiciones iniciales

Las incógnitas en el sistema de ecuaciones diferenciales planteado son los incrementos de los desplazamientos, como los valores de los desplazamientos en el tiempo inicial no son conocidos, se deben utilizar valores en forma incremental, así los incrementos en los desplazamientos en las direcciones r , θ y z al tiempo cero son cero, es decir:

$$\Delta U_r(r, \theta, z, 0) = 0$$

$$\Delta U_\theta(r, \theta, z, 0) = 0$$

$$\Delta U_z(r, \theta, z, 0) = 0$$

4.9

Los esfuerzos de cizalla iniciales son considerados igual a cero, ya que se asume que el sistema de coordenadas r , θ y z esta alineado inicialmente con la orientación de esfuerzos principales.

4.2.4 Condiciones de frontera

Para iniciar se tienen las siguientes suposiciones sobre el modelo:

- Deformación en el límite exterior e inferior del yacimiento igual a cero.
- Hay un esfuerzo constante en tiempo y espacio actuando en el límite interno en los nodos que están siendo perforados.
- Esfuerzo vertical constante actuando sobre el límite superior del yacimiento.

Condiciones en dirección radial

Limite interno de los nodos:

$$\Delta U_n \Big|_{i=0} = \Delta U_n \Big|_{i=1} \quad \mathbf{4.10}$$

El modelo diferencial es transformado a un modelo numérico por aproximaciones centrales usando diferencias finitas, para el calculo del desplazamiento en el nodo $i=1$, se tienen en cuenta los valores de $i=2$ y de un nodo ficticio $i=0$, en este trabajo el valor de este nodo es igual al nodo en la cara del pozo.

Limite externo ($r=r_e$): Condición tipo Dirichlet.

$$\Delta U_n \Big|_{r=r_e} = 0 \quad \mathbf{4.11}$$

Se asume que la perforación no afecta el estado de esfuerzos en el límite externo

del yacimiento entonces no se produce un incremento de los desplazamientos.

Condiciones en dirección tangencial

En la dirección tangencial no es posible diferenciar un límite físico ya que el sistema es continuo en esta dirección. Sin embargo, es posible proponer expresiones que satisfagan el modelo mediante condiciones periódicas. Los desplazamientos en el plano límite $\theta=0$, serán iguales a los desplazamientos del plano real $\theta=n\theta$, debido a que espacialmente corresponden a la misma posición.

$$\Delta U_n \Big|_{\theta=0} = \Delta U_n \Big|_{\theta=n\theta} \quad \mathbf{4.12}$$

En esta ecuación $n = r, \theta, z$.

Condiciones en dirección vertical

Se asumirá que la dirección positiva del eje vertical es hacia abajo y que en la base del yacimiento ($z = z_{inferior}$), la roca es demasiado dura para sufrir deformación. Por esto se aplica una condición tipo Dirichlet.

$$\Delta U_n \Big|_{z=z_{inferior}} = 0 \quad \mathbf{4.13}$$

En el límite superior ($z = z_{superior}$) se supondrá que actúa un esfuerzo vertical constante igual al peso de los estratos superiores (el incremento de este esfuerzo es cero); por tanto, las componentes del incremento del esfuerzo vertical es cero, además se asume que los esfuerzos de cizalla son nulos.

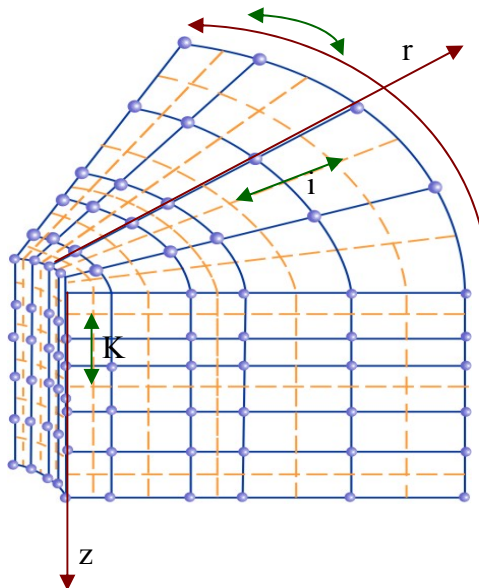
4.3 MODELO NUMERICO

Para transformar las ecuaciones diferenciales continuas a una forma discreta se utiliza el método de aproximación en diferencias finitas centrales sobre un sistema de malla irregular con nodos distribuidos (Ver ANEXO B).

4.3.1 Generación de Malla

El yacimiento es representado por una malla con espaciamiento irregular y nodo distribuido, en coordenadas cilíndricas, (ver Figura 4.3) Para generar la malla en coordenadas cilíndricas es necesario definir cada coordenada de los nodos.

Figura 4.3 Malla discretizada en coordenadas cilíndricas.



Para la coordenada radial puede obtenerse la distribución de los radios a través de toda el área que se crea va a estar influenciada por problemas de estabilidad,

comenzando con el nodo que representa la cara del pozo hasta el límite externo de la progresión geométrica propuesta por Aziz y Settari:

$$\frac{r_{i+1}}{r_i} = \left(\frac{r_a}{r_w} \right)^{\frac{1}{N-1}} \quad 4.14$$

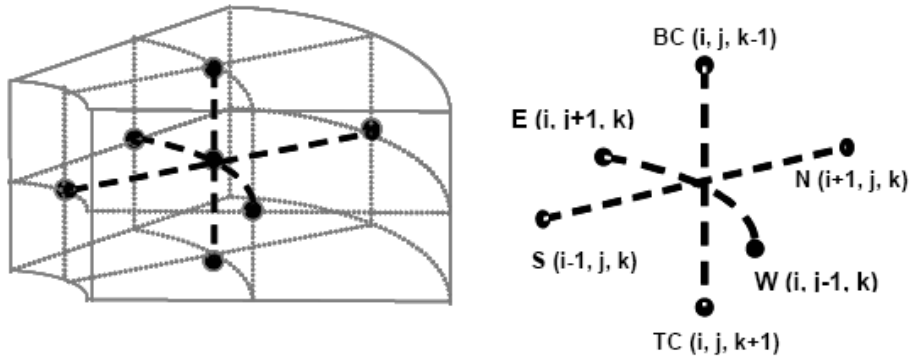
Donde N es el número de nodos en los cuales se desea dividir el área influenciada en la dirección radial, r_a es el radio externo de esta área afectada, la cual será estimada de acuerdo a criterio propio del interesado, para este trabajo será utilizado un radio máximo de 10 pies medidos desde la cara de pozo, ya que la influencia de estos fenómenos no superaran este valor, y r_w es el radio del pozo. La coordenada tangencial puede determinarse utilizando una distribución uniforme de nodos a lo largo de la circunferencia del pozo, donde las fronteras ínter bloque se ubican en el punto medio de la distancia de los nodos.

La coordenada vertical se puede definir según las fronteras de estratificación, ubicando las fronteras ínter bloque en los puntos medios de los nodos.

4.3.1 Concepto de Stencil

El modelo de deformación mecánica, se pueden escribir en forma de stencil, Este concepto permite expresar los modelos numéricos en forma generalizada. En el caso de una malla cilíndrica como la utilizada en este trabajo, el stencil conecta el nodo estudiado con los nodos anterior y posterior en las direcciones r , θ y z , y es representado en la Figura 4.4. Donde las conexiones entre nodos están expresadas por los siguientes términos: C, BC, TC, W, E, N, S. que se relacionan con los lados así:

Figura 4.4 Stencil de la malla discretizada



C = Central

BC = Central inferior

TC = Central Superior

E = Este

W = Oeste

N = Norte

S = Sur

Así, la primera ecuación del modelo de deformación mecánica, que es la ecuación radial, en forma de stencil queda así:

$$\begin{aligned}
 &BC_{r i,j,k} \Delta U_{r i,j,k-1} + TC_{r i,j,k} \Delta U_{r i,j,k+1} + E_{r i,j,k} \Delta U_{r i,j+1,k} + W_{r i,j,k} \Delta U_{r i,j-1,k} \\
 &+ N_{r i,j,k} \Delta U_{r i+1,j,k} + S_{r i,j,k} \Delta U_{r i-1,j,k} + C_{r i,j,k} \Delta U_{r i,j,k}^1 = F_{r i,j,k}
 \end{aligned}
 \tag{4.15}$$

Donde el termino BC_r reúne todos los términos que acompañan al incremental de desplazamiento en dirección radial (ΔU_r) con subíndices (i,j,k-1), así, la relación de los demás términos, con los subíndices del incremental del desplazamiento en dirección radial son:

TC_r : (l,j,k+1)

C_r : (l,j,k)

E_r : (l,j+1,k)

W_r : (l,j-1,k)

N_r : (i+1,j,k)

S_r : (i-1,j,k)

Y F , reúne todos los términos independientes, es decir los términos que están acompañando a los incrementales en dirección tangencial y axial.

La segunda ecuación diferencial del modelo de deformación mecánica en forma de stencil esta representada así:

$$\begin{aligned}
 & BC_{\theta_{i,j,k}} \Delta U_{\theta_{i,j,k-1}} + TC_{\theta_{i,j,k}} \Delta U_{\theta_{i,j,k+1}} + E_{\theta_{i,j,k}} \Delta U_{\theta_{i,j+1,k}} + W_{\theta_{i,j,k}} \Delta U_{\theta_{i,j-1,k}} \\
 & + N_{\theta_{i,j,k}} \Delta U_{\theta_{i+1,j,k}} + S_{\theta_{i,j,k}} \Delta U_{\theta_{i-1,j,k}} + C_{\theta_{i,j,k}} \Delta U_{\theta_{i,j,k}} = F_{\theta_{i,j,k}}
 \end{aligned}
 \tag{4.16}$$

En este caso los términos del stencil reúne los términos que acompañan el incremental del desplazamiento en dirección tangencial (ΔU_θ), y F reúne los términos que acompañan los incrementales en las direcciones radial y axial (ΔU_r , ΔU_z).

La tercera ecuación del modelo de deformación mecánica en forma de stencil es:

$$\begin{aligned}
 & BC_{z i,j,k} \Delta U_{z i,j,k-1} + TC_{z i,j,k} \Delta U_{z i,j,k+1} + E_{z i,j,k} \Delta U_{z i,j+1,k} + W_{z i,j,k} \Delta U_{z i,j-1,k} \\
 & + N_{z i,j,k} \Delta U_{z i+1,j,k} + S_{z i,j,k} \Delta U_{z i-1,j,k} + C_{z i,j,k} \Delta U_{z i,j,k} = F_{z i,j,k}
 \end{aligned}
 \tag{4.17}$$

En este caso los términos del stencil reúne los términos que acompañan el incremental del desplazamiento en dirección axial (ΔU_z), y F reúne los términos que acompañan los incrementales en las direcciones radial y tangencial ($\Delta U_r, \Delta U_\theta$). Cada ecuación forma una matriz cuadrada, cuya cantidad de elementos depende de la cantidad de nodos que se quiera utilizar, esta matriz es diagonalmente dominante compuesta por ocho diagonales. Estos sistemas de ecuaciones por lo general, contienen una gran cantidad de elementos por lo que es conveniente utilizar el método de Gauss Seidel para dar solución a los sistemas de ecuaciones.

4.4 MODELO DE COMPUTADOR

Una vez se han obtenido tanto las ecuaciones que describen el sistema, como las fronteras que lo limitan, se procede a elaborar un modelo computacional por medio del cual se obtendrá la solución al sistema de ecuaciones planteado, aplicando el método o criterio a elección propia, para nuestro caso, se implementaron métodos numéricos, los cuales serán programados en lenguaje FORTRAN 90. Profundizando un poco en el esquema básico del ordenador, se muestran a continuación las secciones del programa:

4.4.1. Entrada y almacenamiento de datos

Esta sección del programa tiene como fin la lectura de los datos de discretización, propiedades de la roca del yacimiento y datos de perforación a partir de los archivos de datos creados previamente. El programa considera los siguientes tipos de datos:

Datos de malla: Contiene los datos necesarios para la generación de la malla, tales como radio de pozo, radio externo del yacimiento, número de nodos, espesor de estratos, entre otros.

Datos propiedades: Contienen las tablas de las propiedades mecánicas de la roca.

Datos de inicio: contiene los parámetros de convergencia del simulador al igual que los esfuerzos presentes en yacimiento al momento de iniciar la perforación.

Datos criterios: contiene los parámetros involucrados en el criterio de falla tales como ángulos de fricción interna y cohesión de la roca.

4.4.2. Procesamiento de datos

En esta sección del programa se efectúan todos los cálculos requeridos para simular numéricamente la estabilidad mecánica de pozos. El procedimiento es el siguiente:

- ✓ Cálculo de los nodos perforados.

- ✓ Cálculo de los stencil para cada matriz de desplazamientos.

- ✓ Cálculos de las condiciones de frontera.
- ✓ Solución numérica del sistema de ecuaciones no lineales.
- ✓ Cálculos de las deformaciones, desplazamientos y esfuerzos.
- ✓ Cálculos de las propiedades mecánicas de la roca ante el nuevo cambio en el estado de esfuerzos.
- ✓ Al obtener la solución, se aplican los criterios de falla correspondientes para conocer los nodos de posible falla.

4.4.3. Post-procesamiento de datos

En esta sección del programa tiene como objetivo generar los archivos de resultados respectivos del simulador.

4.4.4. Flujo de trabajo

El algoritmo mostrado en forma de diagrama que representa en forma general el procedimiento seguido por el simulador se presenta en la figura 1, Y su descripción es la siguiente.

1. Inicialmente se ingresan los datos de entrada con los cuales el programa obtiene las propiedades iniciales de la roca.
2. Se asignan valores iniciales a los desplazamientos en cada dirección.

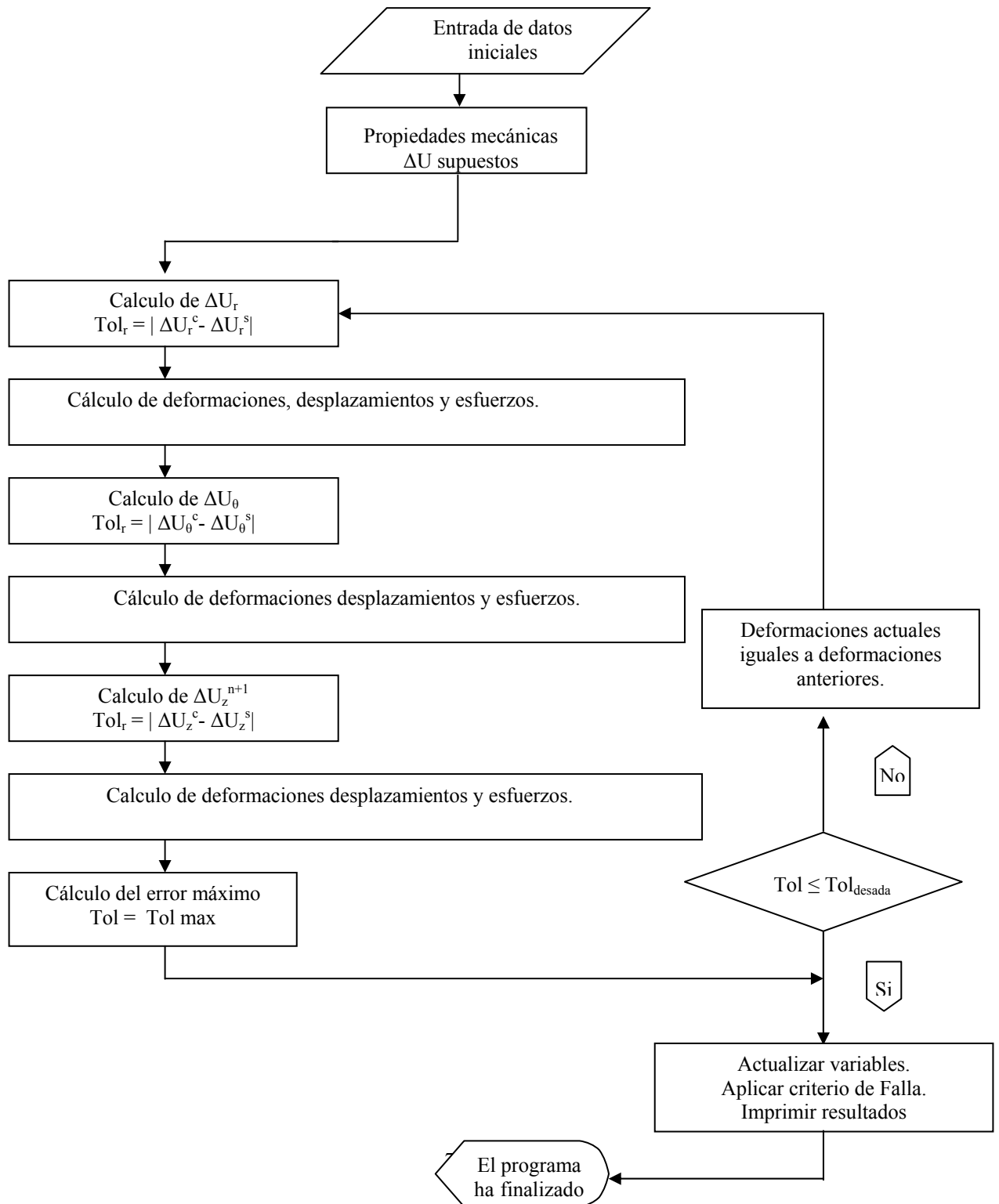
3. Se calculan las propiedades mecánicas.
4. Con los valores supuestos del paso dos para las variables dependientes ΔU_θ y ΔU_z se calcula la matriz de coeficientes, el vector de términos independientes respectivo y las condiciones de límite para la ecuación de desplazamientos en dirección radial ΔU_r . Se halla la solución para esta variable y se calcula una tolerancia de la forma como esta mostrada en el diagrama.
5. Con los desplazamientos obtenidos, se calculan las deformaciones y posteriormente los esfuerzos.
6. Teniendo en cuenta la solución ΔU_r y el valor del paso dos para la variable ΔU_z se calcula la matriz de coeficientes, el vector de términos independientes respectivo y las condiciones límite para la ecuación de desplazamientos en dirección tangencial ΔU_θ . Se halla la solución para esta variable, se calcula la tolerancia y se repite el paso 5.
7. Con los nuevos valores de ΔU_r y ΔU_θ se calculan las matrices de coeficientes de ΔU_z , el vector de términos independientes respectivo y las condiciones de límite para la ecuación de desplazamiento en dirección vertical ΔU_z . Se halla la solución para esta variable, se calcula la tolerancia y se repite el paso 5.
8. Se determina una tolerancia global, esta toma el más alto valor de las tolerancias encontradas anteriormente.
9. Este procedimiento se repite, tomando las deformaciones encontradas como las iniciales, hasta que la tolerancia global sea menor a la tolerancia deseada.

10. Se determina los nodos de posibles fracturas utilizando los criterios de falla correspondientes. Estos nodos se almacenan en una matriz, asignando el valor de 1.0 para los nodos que presentan fracturas y el valor de 0.0 para los nodos no fracturados.

11. Se imprimen los resultados.

El diagrama de bloques que representa el esquema del programa es mostrado en la figura 3.6.

Figura 4.5 Diagrama de bloques



5. DESCRIPCION DE LA HERRAMIENTA

Como ya se menciona anteriormente, debido a la alta complejidad de las ecuaciones que constituyen el modelo diferencial que reproduce los fenómenos que ocurren durante el proceso de perforación en la roca, es necesario implementar un métodos de solución numéricos que permitan llegar a la solución del problema sin tener que realizar suposiciones que a pesar de simplificar el problema puedan afectar la exactitud de los datos obtenidos.

El escoger como método de solución un método numérico, trae ventajas en cuanto a solución del problema, pero también trae ciertos ítems que es necesario tener en cuenta. La cantidad de operaciones que debe realizar una herramienta de tipo numérica para llegar a una solución es excesivamente grande y se requiere de un lenguaje que de gran robustez para el procesamiento de datos y realización de gran cantidad de operaciones, ante esto se escogió el lenguaje de programación FORTRAN 90, ya que es un lenguaje de tipo científico diseñado especialmente para realizar cálculos complejos y de gran magnitud, además este lenguaje en la industria del petrolero tiene un muy bien historial en cuanto a simuladores comerciales como lo es el Eclipse.

Para poder llevar un mejor orden durante el proceso de programación, y que además fuera mas fácil de ubicar los problemas del código, se decidió hacerlo por medio de módulos, de tal forma que en cada uno de ellos solo estaría contenida una parte de la solución del problema y que además no se extendiera todo el código en un solo módulo.

El proyecto realizado consta de dos archivos ejecutable, el primero de ellos el ejecutable de FORTRAN, el cual es el encargado del procesamiento de datos y el

segundo que es el ejecutable de la interfaz de usuario, el cual es el encargado de direccionar los archivos de entrada al ejecutable de FORTRAN y de graficar los resultados obtenidos por el mismo. Adicionalmente, toda la información tanto de entrada como de salida es manejada a través de archivos planos. Para la ejecución del programa el único archivo que es necesario es el de entrada de datos, mientras que los de salida se generan automáticamente al terminar la corrida.

5.1 DESCRIPCIÓN DE MÓDULOS.

Básicamente el programa está dividido en un programa principal y siete subrutinas en las cuales se realizan cada uno de los procesos necesarios para que el programa se ejecute correctamente y resuelva el sistema de ecuaciones planteados

- **Distancias:** Este módulo es el programa principal, en el básicamente lo que se hace es llamar a cada una de las subrutinas, de acuerdo al orden necesario para resolver el sistema de ecuaciones y además también se realiza el dimensionamiento de los diferentes vectores y matrices que son necesarios en el programa.
- **Subrutina 1:** En esta subrutina se realizan dos procesos, en la primera sección se realiza la lectura de todos los datos de entrada del programa, así como la asignación de estos valores a variables definidas dentro del programa. En la segunda parte en base a la información leída del archivo de texto, se procede a realizar el dimensionamiento de la malla de simulación en el cual se realiza el cálculo y almacenamiento de las distancias y distribución de todos los nodos dentro del espacio a simular.

- **Subrutina 2:** Este modulo realiza todo el procesamiento de los esfuerzos in situ. Como primer proceso, de acuerdo a los datos leídos del archivo de entrada (esfuerzos y trayectoria), se realiza el cálculo del nuevo valor de esfuerzos de acuerdo a la inclinación y azimut del pozo.

A continuación, ya que el modelo físico es más fácil de representar en coordenadas cilíndricas, se procede a realizar el cálculo de estos esfuerzos en la cara de pozo como función del ángulo barrido en la misma.

- **Stencil:** Esta es la subrutina más importante del programa, en esta se procede a dar solución a cada una de las ecuaciones por medio de la aplicación del método iterativo de Gauss-Seidel, obteniendo y almacenando el valor de los desplazamientos para cada uno de los nodos que componen la malla de simulación.
- **Deformaciones-esfuerzos:** En este modulo, en base a los desplazamientos calculados en el modulo de stencil, se procede a calcular las deformaciones y posteriormente la nueva distribución de esfuerzos en el sistema que esta siendo analizando.
- **Criterios de falla:** Acá, con los cálculos de esfuerzos realizados en el modulo anterior, con los cuales se realiza el calculo de los esfuerzos principales para poder aplicar los criterios de falla tanto por compresión como por tensión. Finalmente se publican en los archivos “fallados.txt” el valor de los peso de lodo limite para realizar una perforación segura y en el archivo “nodos fallados.txt” cuales de los nodos de la malla de simulación fallan bajo un determinado peso de lodo.

5.2 VALIDACION DE RESULTADOS

Para la validación de la herramienta desarrollada, se utilizaran datos reales de modelos geomecánicos realizados a pozos del Piedemonte Colombiano. Dentro de estos datos tenemos propiedades mecánicas, estado de esfuerzos y ubicación de la formación en profundidad; datos necesarios para obtener la ventana de estabilidad para la formación en cuestión.

Ya obtenida la ventana operacional con la herramienta desarrollada, esta se compara con los resultados obtenidos por otra herramienta (Análisis Geomecánico de Estabilidad. AGE).

A continuación se presentan los datos de entrada de cada una de las pruebas realizadas. Estas pruebas se realizaron con las propiedades características que describen el comportamiento de las formaciones. En las tablas 2-3 se dan los datos para alimentar la herramienta desarrollada dentro de los cuales se incluye el dimensionamiento de la malla, estado de esfuerzos, propiedades mecánicas y ubicación de la formación.

Tabla 2. Datos de entrada para formación A.

re (fts)	rw (ft)	nodos r	nodos θ	nodos z	Tope (fts)	Base (fts)	Espesor (fts)
20	0.875	6	16	10	8600	10200	1600
G	Lambda	Co (psi)	AFI	RT (psi)	Hmax (psi/ft)	Hmin (psi/ft)	Ev (psi/ft)
2238119,385	2127266,63	3353	32	3790	1	0,71	1,1

Tabla 3. Datos de entrada para formación B.

re (fts)	rw (fts)	nodos r	nodos θ	nodos z	Tope (fts)	Base (fts)	Espesor (fts)
10	0.7	6	16	10	10750	13850	3100
G	Lambda	Co (psi)	AFI	RT (psi/ft)	Hmax (psi/ft)	Hmin (psi/ft)	Ev (psi/ft)
2542586.4	2165906.93	5000	28	1581	1.04	0.823	1.04

A continuación de muestra en las figuras 5.1-5.2, las ventanas operacionales de peso de lodo seguro para cada una de las pruebas realizadas.

Figura 5.1 Ventana segura de lodo obtenida para la formación A.

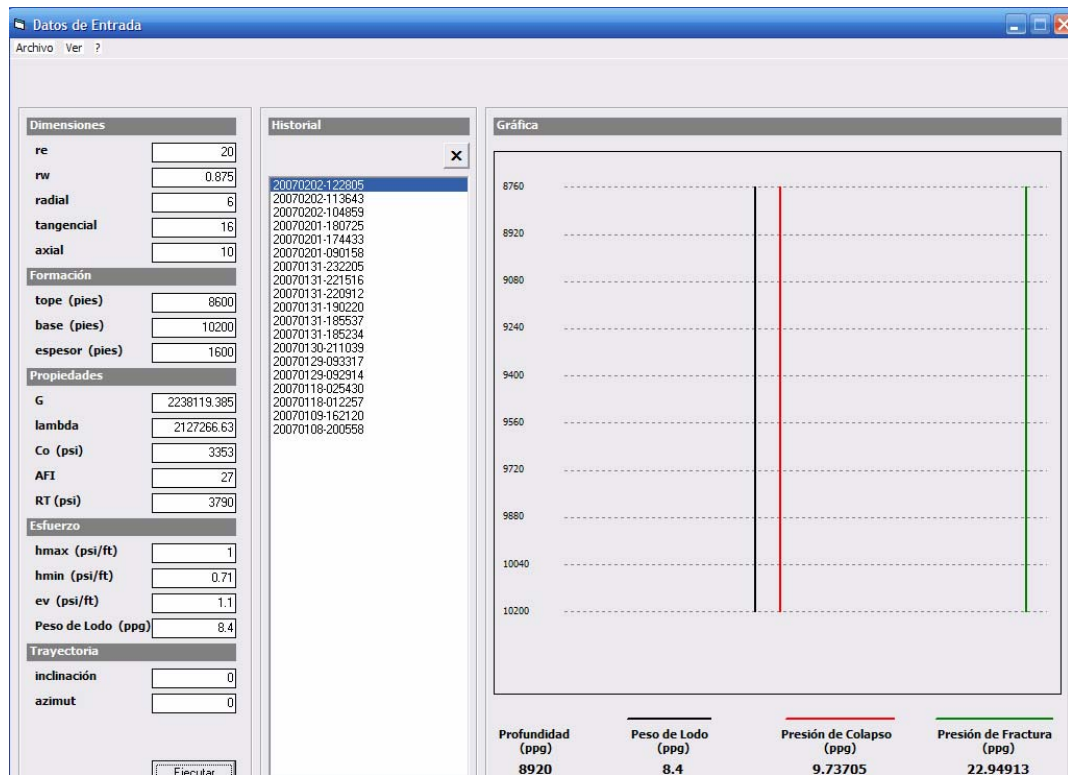
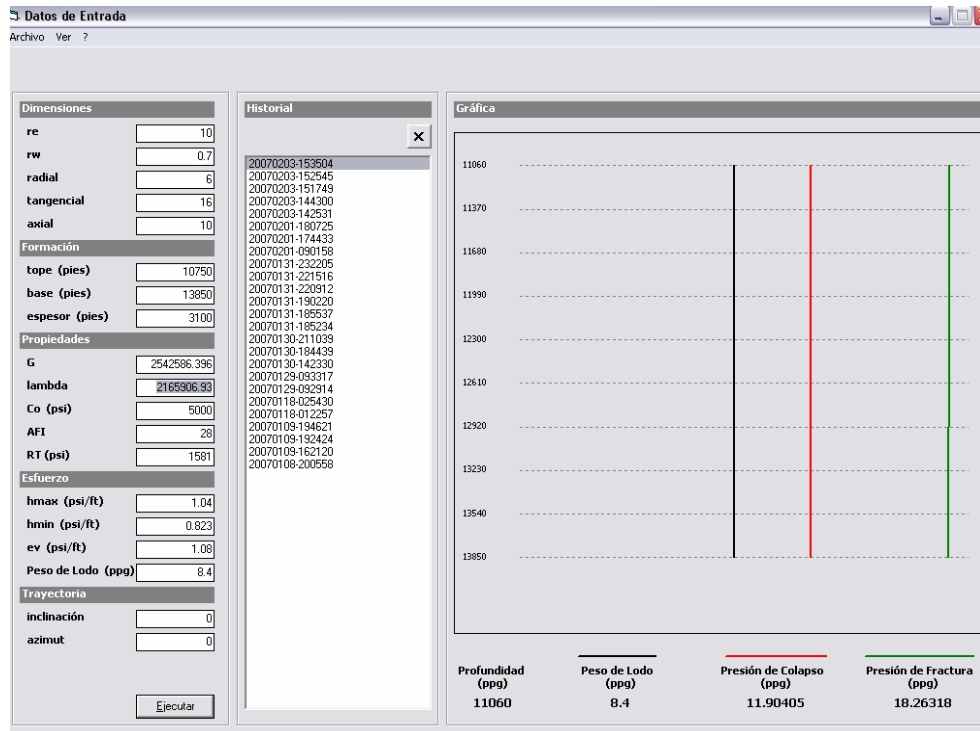


Figura 5.2 Ventana segura de lodo obtenida para la formación B.



Ahora se precede a realizar los cálculos para las mismas formaciones, utilizando la herramienta software AGE (Análisis Geomecánico Estabilidad), cargándole como datos de entrada los mismos valores utilizados en el Wellbore Stability Numerical Simulator. Los resultados de esto son mostrados en las figuras 5.3-5.4.

Figura 5.3 Ventana segura de lodo para la formación A obtenida con el programa AGE.

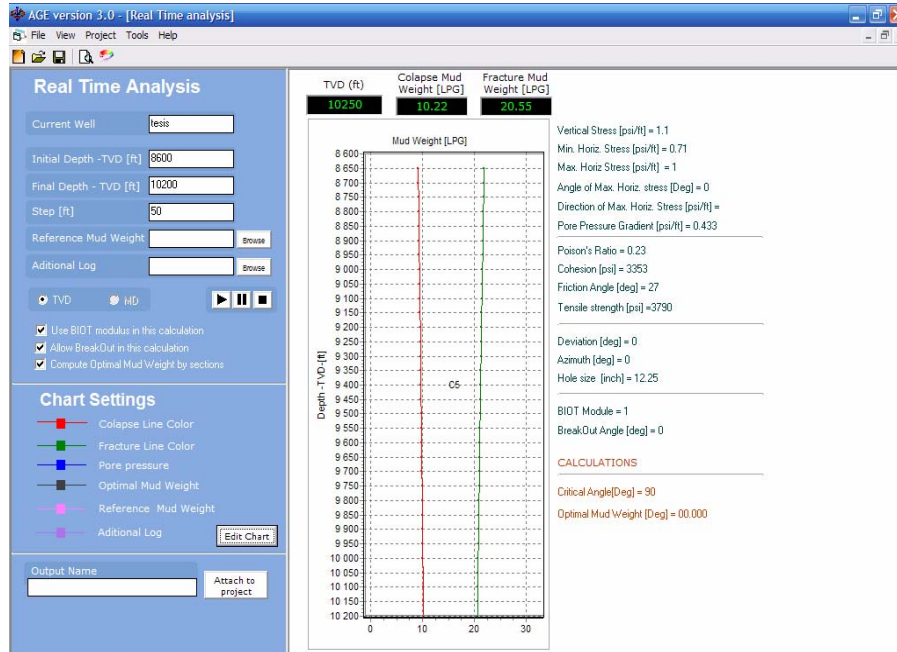
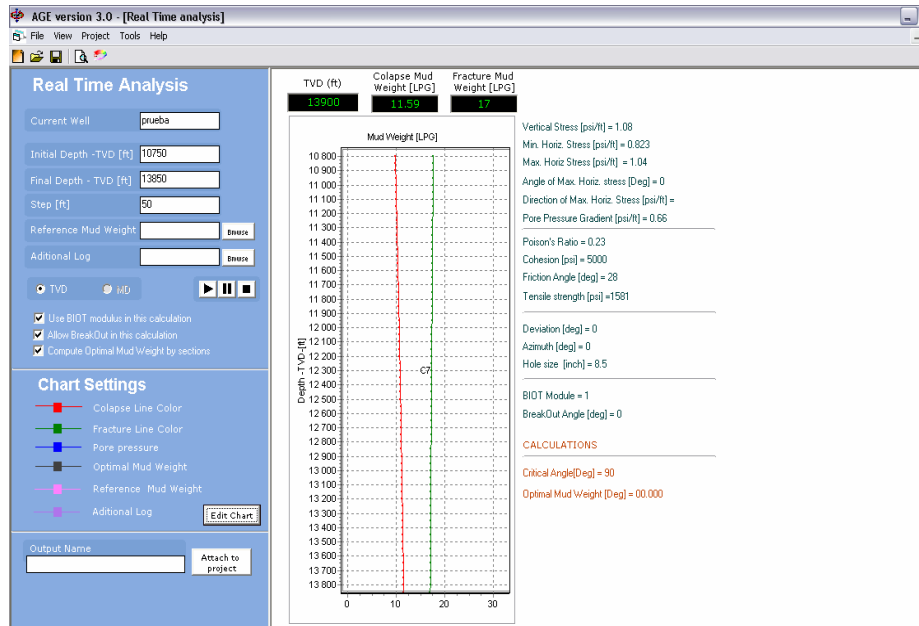


Figura 5.4 Ventana segura de lodo para la formación B obtenida con el programa AGE.



Ahora, se precede a comparar los resultados obtenidos con las dos herramientas para ver que tan diferentes son. Estas comparaciones son mostradas en las figuras 5.5-5.6.

Como se puede apreciar, la diferencia que existe entre cada una de las líneas es mínima, aunque si existe, esta diferencia esta asociada al tipo de solución que se le da al problema, ya que la solución numérica tiene en cuenta todos los términos que componen las ecuaciones del modelo sin realizar simplificaciones. En las figuras 5.5 y 5.6 las líneas roja y verde hacen referencia a las presiones de colapso y de fractura respectivamente, calculadas con el software AGE. Y las líneas azules corresponden a estas mismas presiones calculadas con la herramienta desarrollada en este trabajo.

Figura 5.5. Comparación de ventanas obtenidas con la herramienta y con el software AGE para la formación A.

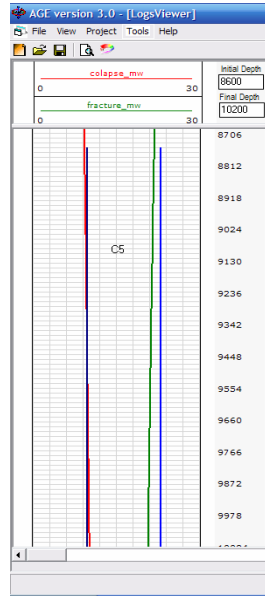
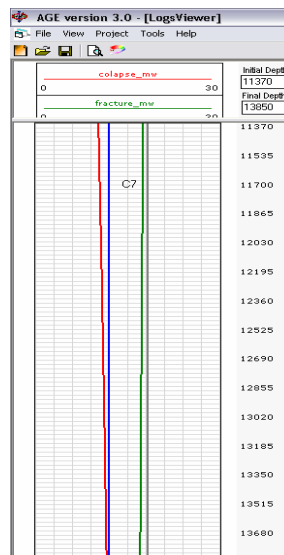
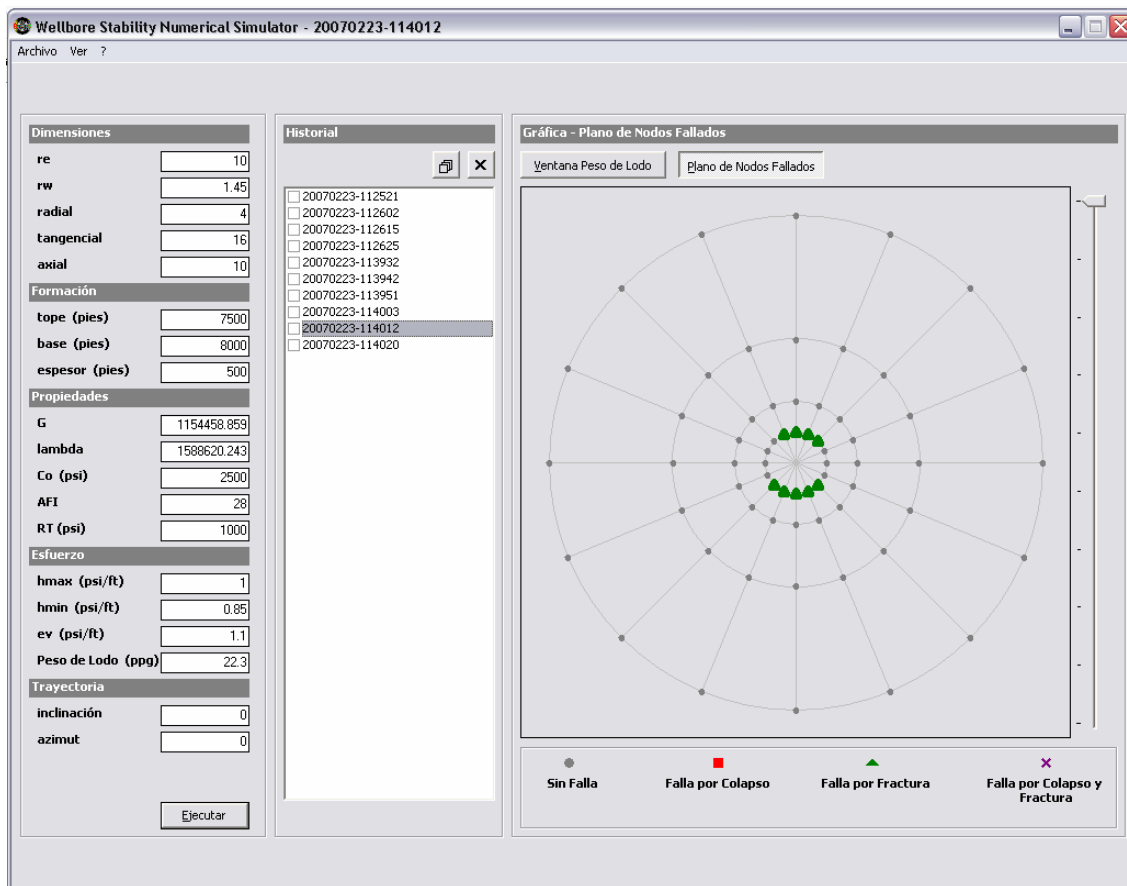


Figura 5.6. Comparación de ventanas obtenidas con la herramienta y con el software AGE para la formación B.



Adicionalmente a las graficas anteriores, la herramienta cuenta con la visualización de planta de la malla de simulación, en la que se pueden identificar los nodos que fallan bajo un determinado peso de lodo y el tipo de falla que se presenta. Esta opción es presentada en la figura 4.7.

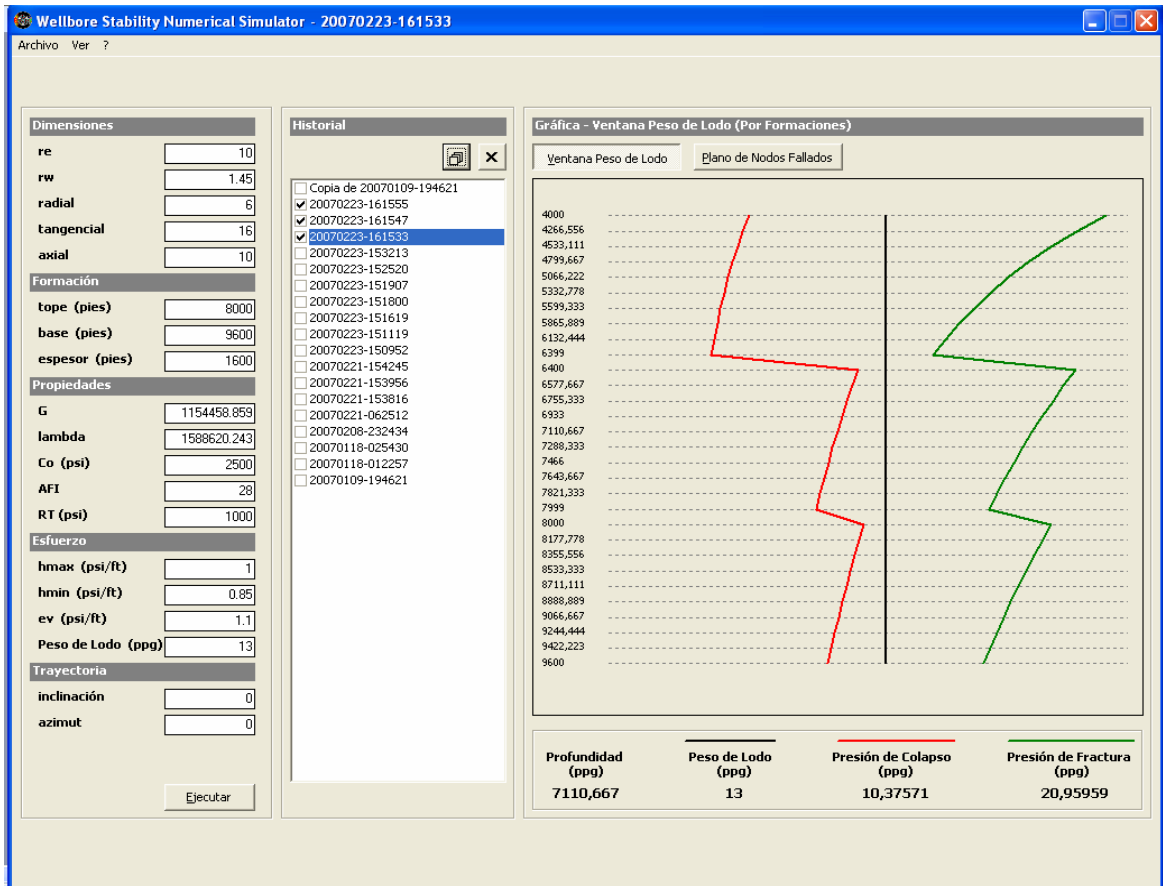
Figura 5.7. Visualización de nodos fallados.



De acuerdo a lo anterior, bajo las condiciones descritas en los datos de entrada y utilizando un peso de lodo de 22.3 ppg se presentara una falla de tipo tensil en los nodos marcados con triángulos verdes.

Ya que solo es posible realizar una corrida por formación litológica, se dispone de la opción de visualizar en una sola grafica el resultado obtenidos en otras corridas y así obtener el perfil de peso de lodo para varias formaciones, esto puede verse en la figura 5.7. La línea roja representa el perfil de presión de colapso, lo que indica que no debe utilizarse un peso de lodo inferior a este. La línea verde representa el perfil de presión de fractura, marcando el límite de peso de lodo por encima del cual se generarán fallas tensiles en la roca, y la línea negra que representa el peso de lodo que se desea utilizar.

Figura 5.7. Visualización del perfil de peso de lodo para varias formaciones.



6. CONCLUSIONES

Debido a que los problemas de estabilidad de pozo se presentan en las cercanías a la cara del pozo. La malla utilizada para discretizar el modelo de deformación geomecánica necesariamente debe tener bloques irregulares con un mayor refinamiento cerca de la cara del pozo para realizar un análisis más representativo.

El refinamiento dado por el número de nodos en dirección axial no afecta los resultados finales de presiones de colapso y de fractura, lo cual indica que el efecto del desplazamiento en dirección z no tiene un efecto considerable en la redistribución de esfuerzos cercana a la cara del pozo.

Los resultados arrojados por la herramienta en cuanto a las presiones de colapso y de fractura, son muy similares a los mostrados por herramientas analíticas, indicando que la solución analítica es mas fácil de implementar arrojando resultados hoy aceptados en la industria petrolera, sin embargo obtener un modelo numérico de estabilidad de pozo es fundamental al realizar análisis de cantidad de cavings producidos por fallas compresivas o de colapso, longitud de fracturas o de fallas por tensión, y orientación de esfuerzos.

La metodología seguida para el desarrollo de este modelo es tan solo un punto de vista, ya que existen múltiples formas y combinaciones para resolver este problema, esta elección será exclusiva del interesado.

7. RECOMENDACIONES

La solución dada por este trabajo es solo una manera de ver el problema, es necesario realizar un análisis más profundo que incluya más efectos y fenómenos que puedan acercar aún más a la realidad los resultados obtenidos.

Algunos de los efectos que es necesario incorporar son los contemplados por teorías como la térmica la cual adiciona la pérdida de resistencia del material rocoso por la diferencia de temperatura entre el fluido de perforación el la formación, y la química la cual adiciona la influencia que tiene el intercambio de iones entre el fluido de perforación y el fluido de la formación sobre la generación de problemas de estabilidad.

Es necesario avanzar también a una teoría más compleja como la poroelástica para poder incluir la influencia que tiene el fluido contenido en los poros de la formación sobre la distribución de esfuerzos.

Realizar un análisis de sensibilidad a todas las variables incluidas en el problema, y de esta forma determinar cual es el grupo de variables que mas influyen en la generación de problemas de estabilidad de pozo.

Realizar pruebas en el laboratorio de rocas para la obtención de las propiedades mecánicas, y de esta forma tener una mayor confiabilidad de los datos que va a ser introducidos al programa y así mismo los resultados obtenidos por este.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- FJAER. Erling, HOLT. Rune M, HORSRUD. Per and RAAEN. Arne M. "Petroleum related Rock Mechanics. Elsevier, Amsterdam. 1996.
- VILLADIEGO, D.; MORA, L. Desarrollo de una herramienta para analizar la inestabilidad de pozo, mediante el uso de las teorías elástica y poroelástica: Aplicación al piedemonte Colombiano. Tesis de grado, Universidad Industrial de Santander. 2005
- ROEGIERS. J,C. "Formation Characterization: Rock Mechanics" University of Oklahoma.
- SANCHEZ, Marisela Ph.D. Curso de formación avanzada "Introducción a la geomecánica petrolera".
- OSORIO, José G. Seminario: Aspectos geomecanicos de la estabilidad de pozos.
- MAURY Vicent. Rock Mechanics
- OSORIO GALLEGO, José Gildardo. Notas para un curso de aplicaciones geomecánicas a la estabilidad de pozo. Universidad Nacional de Colombia. Medellín 2004.
- SUGAR LAND LEARNING CENTER, Rock Mechanics.

- TORRES, Manuel Ernesto. Determinación de esfuerzos in situ en la cordillera oriental de Colombia.
- CASTILLA, J.; VASQUEZ, H. Modelamiento numérico de la estabilidad mecánica de pozos. Tesis de grado. Universidad Nacional de Colombia sede Medellín. Medellín 2004.
- Osorio Gallego, Ph D. "Notas sobre simulación numérica de yacimientos". Gildardo Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín. 2002.
- K. Azis and A. Setari. Elsevier Petroleum Reservoir simulation.
- GARCIA. M. Felix. Lenguaje de programación Fortran 90. Editorial Paraninfo. Madrid, España. 1999
- C. Fairhurst. "On the determination of the state of stress in rock masses". SPE 1062. 1975
- S. Ottesen. "A multidisciplinary approach to in-situ stress determination and its application to wellbore stability analysis".SPE 21915. 1991
- M. Frydman and S. da Fontoura. "Modeling aspects of wellbore stability in Shales". SPE 69529. 2001
- M. Frydman and S. da Fontoura. "Probabilistic analysis of wellbore stability during drilling". SPE 78179. 2002

- S.F. Matringe, R. Juanes. "Tracing streamlines on unstructured grids from finite volume discretizations". SPE 103295. 2006

ANEXO A

MODELO DIFERENCIAL DE DEFORMACION GEOMECANICA EN COORDENADAS CILINDRICAS

Como ya se menciona las ecuaciones que representan el cambio de esfuerzos de un punto a otro son las ecuaciones de equilibrio cuando se distorsiona un sistema mediante la perforación de un pozo.

A.1 Ecuaciones de Equilibrio

Considerando un elemento de volumen infinitesimal en coordenadas cilíndricas como el mostrado en la figura 3.3, se realiza un balance de fuerzas en las direcciones r, θ, z . Teniendo en cuenta que:

$$\sigma = \frac{F}{A}, \text{ por lo tanto } F = \sigma \cdot A$$

σ = Esfuerzo

F = Fuerza

A = Area

Efectuando la sumatoria de fuerzas en dirección radial, ($\sum \text{Fuerzas} = 0$), efectuando los productos, agrupando términos semejantes, dividiendo la ecuación

resultante entre el volumen total del elemento, $r.dr.d\theta.dz$, se obtiene:

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \tau_{\theta r}}{\partial \theta} \cdot \cos \frac{\partial \theta}{2} + \frac{\partial \tau_{zr}}{\partial z} + \frac{\sigma_r}{r} - \frac{2\sigma_\theta}{r \cdot \partial \theta} \cdot \text{sen} \frac{\partial \theta}{2} = 0$$

Debido a que $d\theta$ es muy pequeño ($d\theta \rightarrow 0$), entonces $\text{sen} \frac{\partial \theta}{2} \cong \frac{\partial \theta}{2}$ y $\cos \frac{\partial \theta}{2} \cong 1$

Por tanto:

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{\theta r}}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{zr}}{\partial z} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0 \quad \text{A.1}$$

Realizando un procedimiento similar se obtienen las ecuaciones respectivas en dirección tangencial y vertical, así:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial r} + \frac{\partial \tau_{z\theta}}{\partial z} + \frac{2\tau_{r\theta}}{r} = 0 \quad \text{A.2}$$

$$\frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{\theta z}}{\partial \theta} + \frac{2\tau_{rz}}{r} = 0 \quad \text{A.3}$$

Las ecuaciones A.1, A.2, A.3, conforman el sistema de ecuaciones de equilibrio. En estas ecuaciones σ_r , σ_θ y σ_z son los esfuerzos normales en dirección radial, tangencial y vertical respectivamente; y $\tau_{r\theta} = \tau_{\theta r}$; $\tau_{rz} = \tau_{zr}$; $\tau_{\theta z} = \tau_{z\theta}$ son los esfuerzos de cizalladura en los planos r- θ , r-z y θ -z respectivamente; las igualdades son debidas a que el elemento de volumen no presenta rotación.

El sistema de ecuaciones de equilibrio presenta tres ecuaciones con seis incógnitas (σ_r , σ_θ , σ_z , $\tau_{r\theta}$, τ_{rz} y $\tau_{z\theta}$), por tanto es un sistema subdimensionado y es necesario utilizar información adicional, la cual la proporciona las ecuaciones de esfuerzo – deformación y deformación – desplazamiento.

A.2 Ecuaciones de esfuerzo - deformación

Las expresiones que relacionan los esfuerzos y las deformaciones en un medio isotropico están dadas por:

$$\Delta\sigma_r = 2 \cdot G\Delta\varepsilon_r + \lambda \cdot \Delta\varepsilon_v \quad \mathbf{A.4}$$

$$\Delta\sigma_\theta = 2 \cdot G\Delta\varepsilon_\theta + \lambda \cdot \Delta\varepsilon_v \quad \mathbf{A.5}$$

$$\Delta\sigma_z = 2 \cdot G\Delta\varepsilon_z + \lambda \cdot \Delta\varepsilon_v \quad \mathbf{A.6}$$

$$\Delta\tau_{r\theta} = 2 \cdot G\Delta\gamma_{r\theta} \quad \mathbf{A.7}$$

$$\Delta\tau_{rz} = 2 \cdot G\Delta\gamma_{rz} \quad \mathbf{A.8}$$

$$\Delta\tau_{\theta z} = 2 \cdot G\Delta\gamma_{\theta z} \quad \mathbf{A.9}$$

En estas ecuaciones:

$$\lambda = \frac{\nu \cdot E}{(1 + \nu) \cdot (1 - 2\nu)} : \text{ Constante de Lamé.}$$

$$G = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{E}{(1 + \nu)} \right) : \text{ Modulo de rigidez o modulo de elasticidad en cizalladura}$$

$$\varepsilon_v = \varepsilon_r + \varepsilon_\theta + \varepsilon_z : \text{ Deformación volumétrica}$$

E : Modulo de Young.

ν : Relación de Poisson.

A.3 Relaciones deformación - desplazamiento

Las relaciones entre las deformaciones y los desplazamientos presentes en un medio sólido están dadas por:

$$\Delta\varepsilon_r = \frac{\partial\Delta U_r}{\partial r} \quad \mathbf{A.10}$$

$$\Delta\varepsilon_\theta = \frac{1}{r} \left(\Delta U_r + \frac{\partial\Delta U_\theta}{\partial\theta} \right) \quad \mathbf{A.11}$$

$$\Delta\varepsilon_z = \frac{\partial\Delta U_z}{\partial z} \quad \mathbf{A.12}$$

$$\Delta\gamma_{r\theta} = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{r} \left(\frac{\partial\Delta U_r}{\partial\theta} - \Delta U_\theta \right) + \frac{\partial\Delta U_\theta}{\partial r} \right] \quad \mathbf{A.13}$$

$$\Delta\gamma_{rz} = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial\Delta U_z}{\partial r} + \frac{\partial\Delta U_r}{\partial z} \right] \quad \mathbf{A.14}$$

$$\Delta\gamma_{\theta z} = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial\Delta U_z}{\partial\theta} + \frac{\partial\Delta U_\theta}{\partial z} \right] \quad \mathbf{A.15}$$

Donde U_r , U_θ y U_z son los desplazamientos en dirección radial, tangencial y axial respectivamente.

La solución de las ecuaciones sin el termino incremental (Δ), implica tener un conocimiento de la variación total de los desplazamientos desde la formación del yacimiento hasta el momento del estudio. Como se desconoce esta información, las ecuaciones del modelo de deformación geomecánica se deben expresar en función de los incrementos de los desplazamientos.

Así, primero reemplazando las relaciones deformación desplazamiento (Ecuaciones A.10 – A.15) , en las ecuaciones de esfuerzo – deformación (Ecuaciones A.4 – A.9), se obtienen ecuaciones de esfuerzos normales y de cizalla en función de los desplazamientos, y ahora acoplando las nuevas relaciones con las ecuaciones de equilibrio, se obtiene:

$$\begin{aligned}
 & 2G \cdot \frac{\partial^2 \Delta U_r}{\partial r^2} + \lambda \cdot \frac{\partial^2 \Delta U_r}{\partial r^2} + \frac{\lambda}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial \Delta U_\theta}{\partial \theta} \right) + \lambda \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial \Delta U_z}{\partial z} \right) + \frac{G}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 \Delta U_r}{\partial \theta^2} \\
 & - \frac{G}{r^2} \cdot \frac{\partial \Delta U_\theta}{\partial \theta} + \frac{G}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\partial \Delta U_\theta}{\partial r} \right) + G \cdot \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial \Delta U_z}{\partial r} \right) + G \cdot \frac{\partial^2 \Delta U_r}{\partial z^2} + \frac{2G}{r} \cdot \frac{\partial \Delta U_r}{\partial r} \\
 & + \frac{\lambda}{r} \cdot \frac{\partial \Delta U_r}{\partial r} - \frac{2G}{r^2} \cdot \Delta U_r - \frac{2G}{r^2} \cdot \frac{\partial \Delta U_\theta}{\partial \theta} - \frac{\lambda}{r^2} \cdot \Delta U_r - \frac{\lambda}{r^2} \cdot \frac{\partial \Delta U_\theta}{\partial \theta} = 0
 \end{aligned} \tag{A.16}$$

$$\begin{aligned}
& G \cdot \frac{\partial^2 \Delta U_\theta}{\partial r^2} + \frac{2G}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 \Delta U_\theta}{\partial \theta^2} + \frac{\lambda}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 \Delta U_\theta}{\partial \theta^2} + G \cdot \frac{\partial^2 \Delta U_\theta}{\partial z^2} + \frac{\lambda}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\partial \Delta U_r}{\partial r} \right) \\
& + \frac{\lambda}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\partial \Delta U_z}{\partial z} \right) + \frac{G}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial \Delta U_r}{\partial \theta} \right) + \frac{G}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial \Delta U_z}{\partial \theta} \right) + \frac{G}{r} \cdot \frac{\partial \Delta U_\theta}{\partial r} + \frac{\lambda}{r^2} \cdot \frac{\partial \Delta U_r}{\partial \theta} \\
& + \frac{3G}{r^2} \cdot \frac{\partial \Delta U_r}{\partial \theta} - \frac{3G}{r^2} \cdot \Delta U_\theta = 0
\end{aligned} \tag{A.17}$$

$$\begin{aligned}
& \lambda \cdot \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial \Delta U_r}{\partial r} \right) + G \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial \Delta U_r}{\partial z} \right) + \frac{\lambda}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial \Delta U_\theta}{\partial \theta} \right) + \frac{G}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\partial \Delta U_\theta}{\partial z} \right) + 2G \cdot \frac{\partial^2 \Delta U_z}{\partial z^2} \\
& + \lambda \cdot \frac{\partial^2 \Delta U_z}{\partial z^2} + G \cdot \frac{\partial^2 \Delta U_z}{\partial r^2} + \frac{G}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 \Delta U_z}{\partial \theta^2} + \frac{G}{r} \cdot \frac{\partial \Delta U_z}{\partial r} + \frac{G}{r} \cdot \frac{\partial \Delta U_r}{\partial z} + \frac{\lambda}{r} \cdot \frac{\partial \Delta U_r}{\partial z} = 0
\end{aligned} \tag{A.18}$$

Las ecuaciones A.16 – A.18 constituyen el sistema de ecuaciones geomecánicas para un medio sólido en función de los desplazamientos, dimensionado con tres ecuaciones y tres incógnitas.

ANEXO B

METODOLOGIA DE DISCRETIZACION EN DIFERENCIAS FINITAS Y MODELO NUMERICO

La solución numérica de las ecuaciones presentes en el modelo de deformación mecánica se obtiene sólo para puntos discretos en el sistema. Para transformar las ecuaciones diferenciales continuas a una forma discreta se utiliza el método de aproximación en diferencias finitas sobre un sistema de malla irregular con nodos distribuidos.

Dentro de las ecuaciones diferenciales del modelo de deformación se encuentran derivadas de primer y segundo orden, que pueden ser mixtas, para estas derivadas se usan aproximaciones centrales de diferencias finitas.

B.1 Discretización de una derivada de segundo orden mixto.

Un término que generalmente aparece en las ecuaciones del modelo a resolver es de la siguiente forma: $\frac{\partial}{\partial r} \left[T \cdot \frac{\partial}{\partial s} (U \cdot V) \right]_{m,n}$, el cual está evaluado en el punto $(r, s) = (r_m, s_n)$ y donde T es un término no lineal. La forma discretizada de este término es:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial r} \left[T \cdot \frac{\partial}{\partial s} (U \cdot V) \right] \Big|_{m,n} &\cong F_m \cdot F_n \{ T_{m+1/2,n} \cdot [U_{m+1/2,n+1/2} (V_{m,n} + V_{m,n+1} + V_{m+1,n+1} + V_{m+1,n}) \\ &- U_{m+1/2,n-1/2} \cdot (V_{m,n} + V_{m+1,n} + V_{m+1,n-1} + V_{m,n-1})] - T_{m-1/2,n} \cdot [U_{m-1/2,n+1/2} \cdot \\ &(V_{m,n} + V_{m,n+1} + V_{m-1,n+1} + V_{m-1,n}) - U_{m-1/2,n-1/2} \cdot (V_{m,n} + V_{m,n-1} + V_{m-1,n-1} + V_{m-1,n})] \} \end{aligned} \quad \text{B.1}$$

Los términos F_m y F_n se definen así:

$$F_m = \frac{1}{(\Delta r_m + \Delta r_{m-1})} \quad \text{B.2}$$

$$F_n = \frac{1}{(\Delta s_n + \Delta s_{n-1})} \quad \text{B.3}$$

Esta forma de derivada se puede presentar en la discretización según se realice o no la derivada más interna (derivada de $U \cdot V$ respecto a s).

B.2 Discretización de una derivada de primer orden

La ecuación toma la forma:

$$\left[\frac{\partial}{\partial r} (T \cdot V) \right] \Big|_m \cong F_m \cdot T_{m+1/2} \cdot (V_{m+1} + V_m) - F_m \cdot T_{m-1/2} \cdot (V_m + V_{m-1}) \quad \text{B.4}$$

B.3 Discretización de una derivada de segundo orden

$$\frac{\partial}{\partial r} \left[T \cdot \frac{\partial V}{\partial r} \right] \Big|_m \cong 2 \cdot C_m \cdot T_{m+1/2} \cdot (V_{m+1} - V_m) - 2 \cdot C_{m-1} \cdot T_{m-1/2} \cdot (V_m - V_{m-1}) \quad \text{B.5}$$

En donde se han definido los siguientes términos:

$$C_m = \frac{F_m}{\Delta r_m} = \frac{1}{\Delta r_m \cdot (\Delta r_m + \Delta r_{m-1})} \quad \text{B.6}$$

$$C_{m-1} = \frac{F_m}{\Delta r_{m-1}} = \frac{1}{\Delta r_{m-1} \cdot (\Delta r_m + \Delta r_{m-1})} \quad \text{B.7}$$

B.4 Discretización de una derivada de segundo orden mixto

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial r} \left[T \cdot \frac{\partial V}{\partial s} \right]_{m,n} &\cong F_m \cdot F_n \cdot T_{m+1/2,n} \cdot (V_{m,n+1} + V_{m+1,n+1} - V_{m+1,n-1} - V_{m,n-1}) \\ &- F_m \cdot F_n \cdot T_{m-1/2,n} \cdot (V_{m,n+1} + V_{m-1,n+1} - V_{m,n-1} - V_{m-1,n-1}) \end{aligned} \quad \text{B.8}$$

B.5 Discretización de una derivada de primer orden.

$$\left[\frac{\partial V}{\partial r} \right]_m = F_m \cdot (V_{m+1} - V_{m-1}) \quad \text{B.9}$$

B.6 Discretización de la primera ecuación de deformación geomecánica.

La primera ecuación de deformación geomecánica (ecuación A.16) determinada en el ANEXO A es escrita a continuación:

$$\begin{aligned}
& 2G \cdot \frac{\partial^2 \Delta U_r}{\partial r^2} + \lambda \cdot \frac{\partial^2 \Delta U_r}{\partial r^2} + \frac{\lambda}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial \Delta U_\theta}{\partial \theta} \right) + \lambda \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial \Delta U_z}{\partial z} \right) + \frac{G}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 \Delta U_r}{\partial \theta^2} \\
& - \frac{G}{r^2} \cdot \frac{\partial \Delta U_\theta}{\partial \theta} + \frac{G}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\partial \Delta U_\theta}{\partial r} \right) + G \cdot \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial \Delta U_z}{\partial r} \right) + G \cdot \frac{\partial^2 \Delta U_r}{\partial z^2} + \frac{2G}{r} \cdot \frac{\partial \Delta U_r}{\partial r} \\
& + \frac{\lambda}{r} \cdot \frac{\partial \Delta U_r}{\partial r} - \frac{2G}{r^2} \cdot \Delta U_r - \frac{2G}{r^2} \cdot \frac{\partial \Delta U_\theta}{\partial \theta} - \frac{\lambda}{r^2} \cdot \Delta U_r - \frac{\lambda}{r^2} \cdot \frac{\partial \Delta U_\theta}{\partial \theta} = 0
\end{aligned} \tag{A.16}$$

La ecuación A.16 es discretizada aplicando la teoría expuesta anteriormente. La primera ecuación del modelo de deformación mecánica, en forma de stencil queda así:

$$\begin{aligned}
& BC_{r_{i,j,k}} \Delta U_{r_{i,j,k-1}} + TC_{r_{i,j,k}} \Delta U_{r_{i,j,k+1}} + E_{r_{i,j,k}} \Delta U_{r_{i,j+1,k}} + W_{r_{i,j,k}} \Delta U_{r_{i,j-1,k}} \\
& + N_{r_{i,j,k}} \Delta U_{r_{i+1,j,k}} + S_{r_{i,j,k}} \Delta U_{r_{i-1,j,k}} + C_{r_{i,j,k}} \Delta U_{r_{i,j,k}} = F_{r_{i,j,k}}
\end{aligned} \tag{B.10}$$

Cada uno de los términos anteriores que acompañan los incrementos de los desplazamientos se describen a continuación:

$$BC = 2 \cdot C_{k-1} \cdot G$$

$$S = \frac{2 \cdot G \cdot C_{j-1}}{r_{i,j,k}^2}$$

$$W = 4 \cdot G \cdot C_{i-1} + 2 \cdot \lambda \cdot C_{i-1} - \frac{2 \cdot G}{r_{i,j,k}} \cdot F_i - \frac{\lambda}{r_{i,j,k}} \cdot F_i$$

$$E = 4 \cdot G \cdot C_i + 2 \cdot \lambda \cdot C_i + \frac{2 \cdot G}{r_{i,j,k}} \cdot F_i + \frac{\lambda}{r_{i,j,k}} \cdot F_i$$

$$N = \frac{2 \cdot G}{r_{i,j,k}^2} \cdot C_j$$

$$TC = 2 \cdot G \cdot C_k$$

$$C = -4 \cdot G \cdot C_i - 4 \cdot G \cdot C_{i-1} - 2\lambda C_i - 2\lambda C_{i-1} - N - S - TC - BC - \frac{2 \cdot G}{r_{i,j;k}^2} - \frac{\lambda}{r_{i,j;k}^2}$$

$$\begin{aligned} F = & \frac{\lambda}{r_{i,j,k}} F_i \cdot F_j (\Delta U_{\theta_{i,j+1,k}} + \Delta U_{\theta_{i+1,j+1,k}} - \Delta U_{\theta_{i+1,j-1,k}} - \Delta U_{\theta_{i,j-1,k}}) \\ & - \frac{\lambda}{r_{i,j,k}} F_i \cdot F_j (\Delta U_{\theta_{i,j+1,k}} + \Delta U_{\theta_{i+1,j+1,k}} - \Delta U_{\theta_{i+1,j-1,k}} - \Delta U_{\theta_{i,j-1,k}}) - \frac{G}{r_{i,j,k}^2} F_j (\Delta U_{\theta_{i,j+1,k}} - \Delta U_{\theta_{i,j-1,k}}) \\ & + \frac{G}{r_{i,j,k}} F_j \cdot F_i (\Delta U_{\theta_{i+1,j,k}} + \Delta U_{\theta_{i+1,j+1,k}} - \Delta U_{\theta_{i-1,j+1,k}} - \Delta U_{\theta_{i-1,j,k}}) \\ & - \frac{G}{r_{i,j,k}} F_j \cdot F_i (\Delta U_{\theta_{i+1,j,k}} + \Delta U_{\theta_{i+1,j+1,k}} - \Delta U_{\theta_{i-1,j,k}} - \Delta U_{\theta_{i-1,j-1,k}}) - \frac{2G}{r_{i,j,k}^2} F_j \cdot \Delta U_{\theta_{i,j+1,k}} \\ & + \frac{2G}{r_{i,j,k}^2} F_j \cdot \Delta U_{\theta_{i,j-1,k}} - \frac{\lambda}{r_{i,j,k}^2} F_j \cdot \Delta U_{\theta_{i,j+1,k}} + \frac{\lambda}{r_{i,j,k}^2} F_j \cdot \Delta U_{\theta_{i,j-1,k}} \\ & + \lambda \cdot F_i \cdot F_k (\Delta U_{z_{i,j,k+1}} + \Delta U_{z_{i+1,j,k+1}} - \Delta U_{z_{i+1,j,k-1}} - \Delta U_{z_{i,j,k-1}}) \\ & - \lambda \cdot F_i \cdot F_k (\Delta U_{z_{i,j,k+1}} + \Delta U_{z_{i-1,j,k+1}} - \Delta U_{z_{i,j,k-1}} - \Delta U_{z_{i-1,j,k-1}}) \\ & + F_k \cdot F_i \cdot G (\Delta U_{z_{i+1,j,k}} + \Delta U_{z_{i+1,j,k+1}} - \Delta U_{z_{i-1,j,k+1}} - \Delta U_{z_{i-1,j,k}}) \\ & - F_k \cdot F_i \cdot G (\Delta U_{z_{i+1,j,k}} + \Delta U_{z_{i+1,j,k-1}} - \Delta U_{z_{i-1,j,k}} - \Delta U_{z_{i-1,j,k-1}}) + F_i (\sigma_{r_{i+1,j,k}}^0 - \sigma_{r_{i-1,j,k}}^0) \\ & + \frac{F_j}{r_{i,j,k}} (\tau_{\theta_{i,j+1,k}}^0 - \tau_{\theta_{i,j-1,k}}^0) + F_k (\tau_{z_{i,j,k+1}}^0 - \tau_{z_{i,j,k-1}}^0) + \left(\frac{\sigma_{r_{i,j,k}}^0 - \sigma_{\theta_{i,j,k}}^0}{r_{i,j,k}} \right) \end{aligned}$$

B.7 Discretización de la segunda ecuación de deformación geomecánica.

La segunda ecuación de deformación geomecánica (ecuación A.17) determinada en el ANEXO A es escrita a continuación:

$$\begin{aligned}
& G \cdot \frac{\partial^2 \Delta U_\theta}{\partial r^2} + \frac{2G}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 \Delta U_\theta}{\partial \theta^2} + \frac{\lambda}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 \Delta U_\theta}{\partial \theta^2} + G \cdot \frac{\partial^2 \Delta U_\theta}{\partial z^2} + \frac{\lambda}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\partial \Delta U_r}{\partial r} \right) \\
& + \frac{\lambda}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\partial \Delta U_z}{\partial z} \right) + \frac{G}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial \Delta U_r}{\partial \theta} \right) + \frac{G}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial \Delta U_z}{\partial \theta} \right) + \frac{G}{r} \cdot \frac{\partial \Delta U_\theta}{\partial r} + \frac{\lambda}{r^2} \cdot \frac{\partial \Delta U_r}{\partial \theta} \\
& + \frac{3G}{r^2} \cdot \frac{\partial \Delta U_r}{\partial \theta} - \frac{3G}{r^2} \cdot \Delta U_\theta = 0
\end{aligned} \tag{A.17}$$

La ecuación A.17 es discretizada aplicando la teoría expuesta anteriormente. la segunda ecuación del modelo de deformación mecánica, en forma de stencil queda así:

$$\begin{aligned}
& BC_{\theta_{i,j,k}} \Delta U_{\theta_{i,j,k-1}} + TC_{\theta_{i,j,k}} \Delta U_{\theta_{i,j,k+1}} + E_{\theta_{i,j,k}} \Delta U_{\theta_{i,j+1,k}} + W_{\theta_{i,j,k}} \Delta U_{\theta_{i,j-1,k}} \\
& + N_{\theta_{i,j,k}} \Delta U_{\theta_{i+1,j,k}} + S_{\theta_{i,j,k}} \Delta U_{\theta_{i-1,j,k}} + C_{\theta_{i,j,k}} \Delta U_{\theta_{i,j,k}} = F_{\theta_{i,j,k}}
\end{aligned} \tag{B.11}$$

Cada uno de los términos anteriores que acompañan los incrementos de los desplazamientos se describen a continuación:

$$BC = 2 \cdot C_{k-1} \cdot G$$

$$S = \frac{4 \cdot G \cdot C_{j-1}}{r_{i,j,k}^2} + \frac{2 \cdot \lambda \cdot C_{j-1}}{r_{i,j,k}^2}$$

$$W = 2 \cdot G \cdot C_{i-1} - \frac{G}{r_{i,j,k}} \cdot F_i$$

$$E = 2 \cdot G \cdot C_i + \frac{G}{r_{i,j,k}} \cdot F_i$$

$$N = \frac{4 \cdot G}{r_{i,j,k}^2} \cdot C_j + \frac{2 \cdot \lambda}{r_{i,j,k}^2} \cdot C_j$$

$$TC = 2 \cdot G \cdot C_k$$

$$\begin{aligned}
C &= -2 \cdot G \cdot C_i - 2 \cdot G \cdot C_{i-1} - N - S - TC - BC - \frac{3 \cdot G}{r_{i,j,k}^2} \\
F &= F_j \cdot F_i \frac{\lambda}{r_{i,j,k}} (\Delta U_{ri+1,j,k} + \Delta U_{ri+1,j+1,k} - \Delta U_{ri-1,j+1,k} - \Delta U_{ri-1,j,k}) \\
&- F_j \cdot F_i \frac{\lambda}{r_{i,j,k}} (\Delta U_{ri+1,j,k} + \Delta U_{ri+1,j-1,k} - \Delta U_{ri-1,j,k} - \Delta U_{ri-1,j-1,k}) \\
&+ F_j \cdot F_k \frac{\lambda}{r_{i,j,k}} (\Delta U_{Zi,j,k+1} + \Delta U_{Zi,j+1,k+1} - \Delta U_{Zi,j+1,k-1} - \Delta U_{Zi,j,k-1}) \\
&- F_j \cdot F_k \frac{\lambda}{r_{i,j,k}} (\Delta U_{Zi,j,k+1} + \Delta U_{Zi,j-1,k+1} - \Delta U_{Zi,j,k-1} - \Delta U_{Zi,j-1,k-1}) \\
&+ F_i \cdot F_j \frac{G}{r_{i,j,k}} (\Delta U_{Zi,j+1,k} + \Delta U_{Zi+1,j+1,k} - \Delta U_{Zi+1,j-1,k} - \Delta U_{Zi,j-1,k}) \\
&- F_i \cdot F_j \frac{G}{r_{i,j,k}} (\Delta U_{Zi,j+1,k} + \Delta U_{Zi-1,j+1,k} - \Delta U_{Zi,j-1,k} - \Delta U_{Zi-1,j-1,k}) \\
&+ F_j \frac{\lambda}{r_{i,j,k}^2} (\Delta U_{ri,j+1,k} - \Delta U_{ri,j-1,k}) + F_j \frac{3 \cdot G}{r_{i,j,k}^2} (\Delta U_{ri,j+1,k} - \Delta U_{ri,j-1,k}) \\
&+ F_k \cdot F_j \frac{G}{r_{i,j,k}} (\Delta U_{Zi,j+1,k} + \Delta U_{Zi,j+1,k+1} - \Delta U_{Zi,j-1,k+1} - \Delta U_{Zi,j-1,k}) \\
&+ F_k \cdot F_j \frac{G}{r_{i,j,k}} (\Delta U_{Zi,j+1,k} + \Delta U_{Zi,j+1,k-1} - \Delta U_{Zi,j-1,k} - \Delta U_{Zi,j-1,k-1}) \\
&+ \frac{F_j}{r_{i,j,k}} (\sigma_{\theta i,j+1,k}^0 - \sigma_{\theta i,j-1,k}^0) + F_i (\tau_{r\theta i+1,j,k}^0 - \tau_{r\theta i-1,j,k}^0) + F_k (\tau_{z\theta i,j,k+1}^0 - \tau_{z\theta i,j,k-1}^0) \\
&+ \frac{2 \cdot \tau_{r\theta i,j,k}^0}{r_{i,j,k}}
\end{aligned}$$

B.8 Discretización de la tercera ecuación de deformación geomecánica.

La tercera ecuación de deformación geomecánica (ecuación A.18) determinada en el ANEXO A es escrita a continuación:

$$\begin{aligned}
& \left[\frac{\partial \sigma_z^0}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{rz}^0}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{\theta z}^0}{\partial \theta} + \frac{\tau_{rz}^0}{r} \right] \lambda \cdot \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial \Delta U_r}{\partial r} \right) + G \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial \Delta U_r}{\partial z} \right) \\
& + \frac{\lambda}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial \Delta U_\theta}{\partial \theta} \right) + \frac{G}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\partial \Delta U_\theta}{\partial z} \right) + 2G \cdot \frac{\partial^2 \Delta U_z}{\partial z^2} + \lambda \cdot \frac{\partial^2 \Delta U_z}{\partial z^2} + G \cdot \frac{\partial^2 \Delta U_z}{\partial r^2} \\
& + \frac{G}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 \Delta U_z}{\partial \theta^2} + \frac{G}{r} \cdot \frac{\partial \Delta U_z}{\partial r} + \frac{G}{r} \cdot \frac{\partial \Delta U_r}{\partial z} + \frac{\lambda}{r} \cdot \frac{\partial \Delta U_r}{\partial z} = 0
\end{aligned} \tag{A.18}$$

La ecuación A.18 es discretizada aplicando la teoría expuesta anteriormente. la tercera ecuación del modelo de deformación mecánica, en forma de stencil queda así:

$$\begin{aligned}
& BC_{z_{i,j,k}} \Delta U_{z_{i,j,k-1}} + TC_{z_{i,j,k}} \Delta U_{z_{i,j,k+1}} + E_{z_{i,j,k}} \Delta U_{z_{i,j+1,k}} + W_{z_{i,j,k}} \Delta U_{z_{i,j-1,k}} \\
& + N_{z_{i,j,k}} \Delta U_{z_{i+1,j,k}} + S_{z_{i,j,k}} \Delta U_{z_{i-1,j,k}} + C_{z_{i,j,k}} \Delta U_{z_{i,j,k}} = F_{z_{i,j,k}}
\end{aligned} \tag{B.12}$$

Cada uno de los términos anteriores que acompañan los incrementos de los desplazamientos se describen a continuación:

$$BC = 4 \cdot C_{k-1} \cdot G + 2 \cdot C_{k-1} \cdot \lambda$$

$$S = \frac{2 \cdot G \cdot C_{j-1}}{r_{i,j,k}^2}$$

$$W = 2 \cdot G \cdot C_{i-1} - \frac{G}{r_{i,j,k}} \cdot F_i$$

$$E = 2 \cdot G \cdot C_i + \frac{G}{r_{i,j,k}} \cdot F_i$$

$$N = \frac{2 \cdot G}{r_{i,j,k}^2} \cdot C_j$$

$$TC = 4 \cdot G \cdot C_k + 2 \cdot \lambda \cdot C_k$$

$$C = -N - S - TC - BC - 2 \cdot G \cdot C_i - 2 \cdot G \cdot C_{i-1}$$

$$\begin{aligned} F &= \lambda \cdot F_k \cdot F_i \left(\Delta U_{ri+1,j,k} + \Delta U_{ri+1,j,k+1} - \Delta U_{ri-1,j,k+1} - \Delta U_{ri-1,j,k} \right) \\ &\quad - \lambda \cdot F_k \cdot F_i \left(\Delta U_{ri+1,j,k} + \Delta U_{ri+1,j,k-1} - \Delta U_{ri-1,j,k} - \Delta U_{ri-1,j,k-1} \right) \\ &\quad + G \cdot F_i \cdot F_k \left(\Delta U_{ri,j,k+1} + \Delta U_{ri+1,j,k+1} - \Delta U_{ri+1,j,k-1} - \Delta U_{ri,j,k-1} \right) \\ &\quad - G \cdot F_i \cdot F_k \left(\Delta U_{ri,j,k+1} + \Delta U_{ri-1,j,k+1} - \Delta U_{ri,j,k-1} - \Delta U_{ri-1,j,k-1} \right) \\ &\quad + F_k \cdot \frac{G}{r_{i,j,k}} \left(\Delta U_{ri,j,k+1} - \Delta U_{ri,j,k-1} \right) + F_k \cdot \frac{\lambda}{r_{i,j,k}} \left(\Delta U_{ri,j,k+1} - \Delta U_{ri,j,k-1} \right) \\ &\quad + F_k \cdot F_j \frac{\lambda}{r_{i,j,k}} \left(\Delta U_{\theta i,j+1,k} + \Delta U_{\theta i,j+1,k+1} - \Delta U_{\theta i,j-1,k+1} - \Delta U_{\theta i,j-1,k} \right) \\ &\quad - F_k \cdot F_j \frac{\lambda}{r_{i,j,k}} \left(\Delta U_{\theta i,j+1,k} + \Delta U_{\theta i,j+1,k-1} - \Delta U_{\theta i,j-1,k} - \Delta U_{\theta i,j-1,k-1} \right) \\ &\quad + F_j \cdot F_k \frac{G}{r_{i,j,k}} \left(\Delta U_{\theta i,j,k+1} + \Delta U_{\theta i,j+1,k+1} - \Delta U_{\theta i,j+1,k-1} - \Delta U_{\theta i,j,k-1} \right) \\ &\quad - F_j \cdot F_k \frac{G}{r_{i,j,k}} \left(\Delta U_{\theta i,j,k+1} + \Delta U_{\theta i,j-1,k+1} - \Delta U_{\theta i,j,k-1} - \Delta U_{\theta i,j-1,k-1} \right) \\ &\quad + F_k \left(\sigma_{Zi,j,k+1}^0 - \sigma_{Zi,j,k-1}^0 \right) + F_i \left(\tau_{rZi+1,j,k}^0 - \tau_{rZi-1,j,k}^0 \right) + \frac{F_j}{r_{i,j,k}} \left(\tau_{\theta Zi,j+1,k}^0 - \tau_{\theta Zi,j-1,k}^0 \right) \\ &\quad + \frac{\tau_{rZi,j,k}^0}{r_{i,j,k}} \end{aligned}$$

ANEXO C

MANUAL DE USUARIO

La herramienta desarrollada durante este proyecto tiene como objetivo obtener datos que puedan ser útiles a la hora de realizar un análisis de estabilidad, como lo es el rango de peso de lodo seguro para perforar las diferentes formaciones de subsuelo.

Esta herramienta está compuesta por dos elementos, el primero es el ambiente visual diseñado en Visual Basic, que tiene como función direccionar los diferentes archivos que genera el programa, así como generar un archivo de entrada tipo texto para que sea leído por la unidad de procesamiento. El segundo elemento es el encargado del procesamiento de los datos, en esta unidad FORTRAN lee la información almacenada en el archivo de entrada, en base a esta procede a realizar los diversos cálculos de los cuales publica una serie de archivos tipo texto en los cuales está consignada la información necesaria para realizar cada una de las gráficas requeridas. Es importante resaltar que para esta herramienta, es que el esfuerzo máximo horizontal siempre estará orientado hacia el primer nodo de la malla de simulación, y el esfuerzo mínimo horizontal a noventa grados de este.

Para realizar la descripción del funcionamiento del programa, así como cada uno de los ítems que componen la interfaz de usuario, se dividirá la misma en tres secciones principales, la sección de entrada de datos, que contiene todos los datos que requiere la herramienta para realizar una corrida; la segunda contiene la visualización de cada uno de los ítems requeridos como lo son los diferentes valores de presión, tanto de colapso como de fractura; y por último una sección de

historial donde se almacena datos de corridas anteriores.

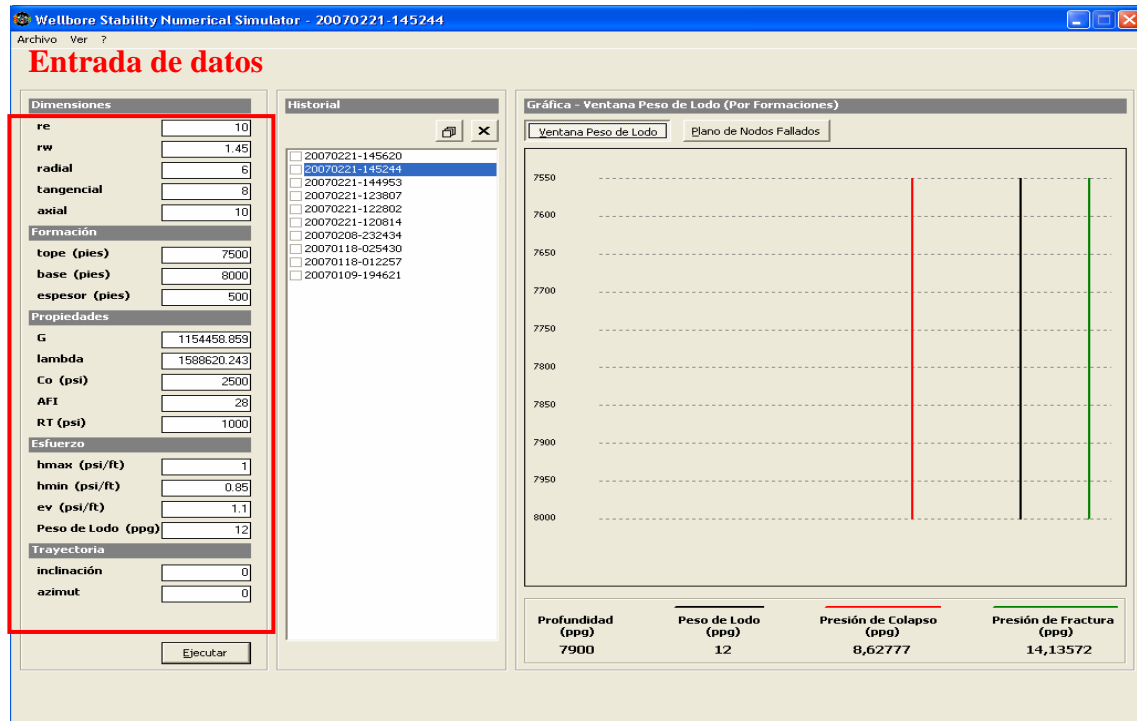
Entrada de datos

- **Dimensiones:** Contiene los datos los necesarios para realizar el dimensionamiento de la malla. Los dos primero ítems representan el radio del pozo (r_w), y el radio externo (r_e) de la malla al cual los efectos de la perturbación de esfuerzos es nulo, estos dos valores deben ser ingresados con unidades de pies.

Los tres términos restantes representan la forma en la cual va a ser subdividido el espacio de simulación, teniendo el número de nodos en dirección radial, representado por la casilla llamada “radial”, el número de nodos en dirección tangencial, notada en la casilla llamada “tangencial”, y el número de nodos en la dirección axial en la casilla llamada “axial”. Cada uno de estos términos indica el número de puntos en cada una de las direcciones en los cuales van a ser solucionadas cada una de las ecuaciones del modelo desarrollado para esta herramienta.

- **Formación:** En esta parte están consignados los datos que indican la posición en profundidad de la formación a analizar, dentro de estos datos están el tope y la base de la formación, así como el espesor neto de la formación a simular. Estos datos son necesarios para realizar el calculo de los esfuerzos en cada uno de los puntos de la malla como función de la profundidad en la que se encuentran cada uno de los nodos, así como para determinar el espaciamentos vertical de cada nodo como función del numero de nodos en dirección vertical.

- **Propiedades:** En esta sección se consignan los datos que caracterizan una determinada formación, entre estos están los módulos elásticos (G y Lambda). Se tienen también los valores de la resistencia a la compresión o cohesión (Co), el valor de la resistencia a la tracción (T) y el valor del ángulo de fricción interna del material (AFI).
- **Esfuerzo:** Contiene el los valores que indican el régimen de esfuerzos al que esta sometido el intervalo a ser simulado como función de los esfuerzos in-situ. Dentro de estos datos se tienen el máximo esfuerzo horizontal (hmax), el mínimo esfuerzo horizontal (hmin) y el esfuerzo vertical o de overburden (ev), que son los tres esfuerzos in-situ que determinan el régimen bajo el cual se va a realizar la simulación. Además se tiene el valor del peso de lodo que deseamos utilizar para perforar la zona en cuestión, y de esta forma poder determinar si la formación fallará si es perforada con el mismo.
- **Trayectoria:** Contiene los datos que indican la trayectoria con la cual el pozo perforará la formación en cuestión. Estos datos son el ángulo medido entre un eje vertical y el eje del pozo, el cual es denominado inclinación o desviación vertical, así como el valor del ángulo medido entre el la ubicación del máximo esfuerzo horizontal y el eje del pozo denominado azimut o desviación horizontal.



Historial

En esta sección se almacenan todos los datos de corridas anteriores, tanto el registro de datos de entrada como las graficas obtenidas a partir de los archivos de salida. Básicamente esta sección esta compuesta por tres partes, el almacenamiento, borrado y visualización de archivos de múltiples historiales. En la opción para borrado de historiales (botón con la X), para realizar el borrado de archivos se selecciona el archivo a eliminar y de presiona el botón de borrado (X).

Cada vez que se realiza una corrida, la herramienta crea una carpeta que contiene una serie de archivos en formato .txt, los cuales contienen toda la información, tanto de entrada como de salida de todas las corridas realizadas, en caso de necesitarle los valores puntuales con los cuales se generan las graficas que se presentan en la interfaz de usuario.

Adicionalmente, se tiene un botón que tiene como función la visualización de las diferentes ventanas archivadas en varios historiales para ver el comportamiento en profundidad de diferentes formaciones en la misma ventana, para visualizar esta ventana necesario en la ventana donde están las diferentes corridas, señalar cada una de las ventanas que deseamos adjuntar, terminado esto oprimir el botón de visualización ubicado al lado del botón de borrado.

Botón de visualización de ventanas

Historial

Botón de borrado de archivos

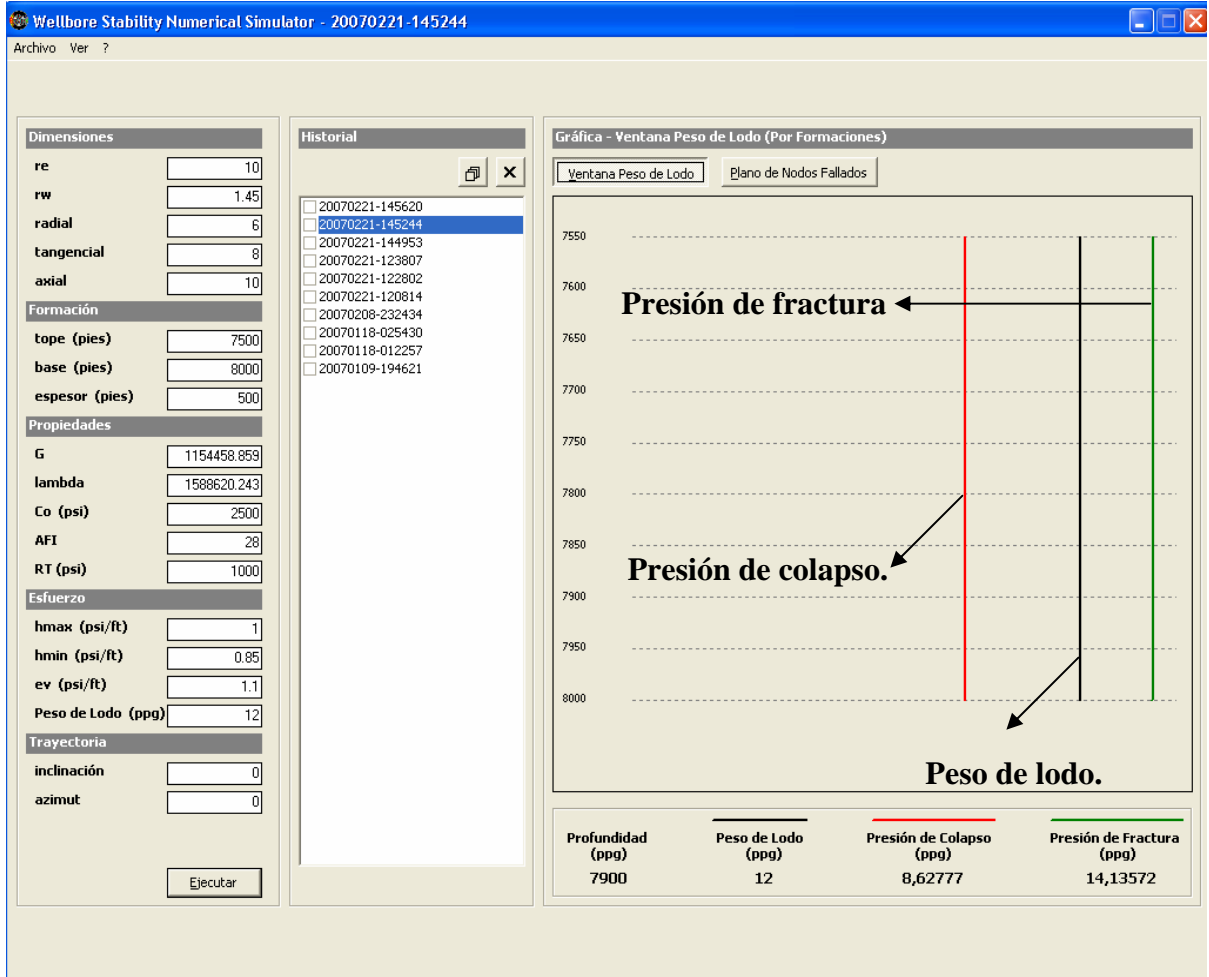
Gráfica - Ventana Peso de Lodo (Por Formaciones)

Profundidad (ppg)	Peso de Lodo (ppg)	Presión de Colapso (ppg)	Presión de Fractura (ppg)
7900	12	8,62777	14,13572

Graficas

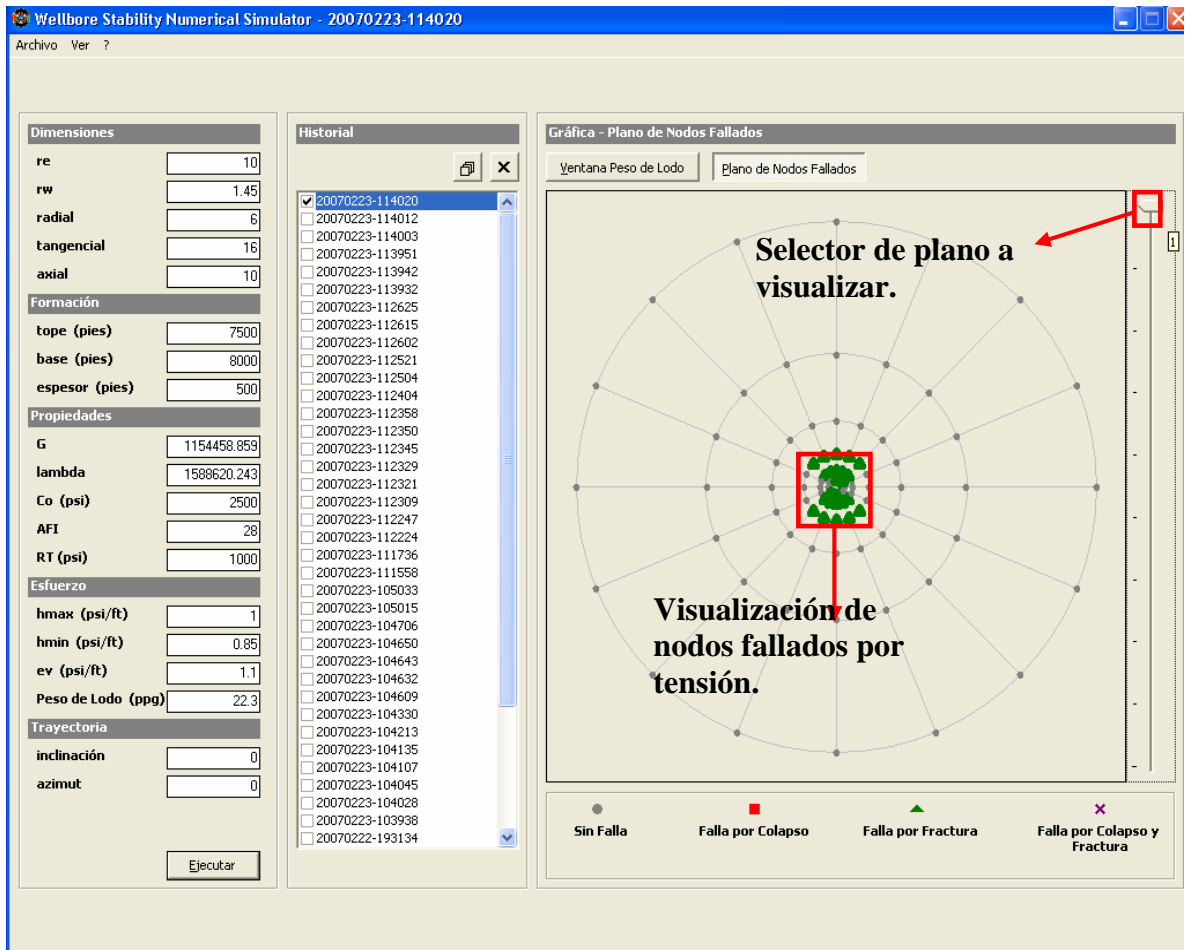
El modulo de visualización de datos consta de 3 posibles gráficas, las cuales son hechas en base a los resultados arrojados por el simulador.

- **Ventana peso de lodo:** Esta gráfica es realizada en base a los pesos máximos y mínimos bajo los cuales puede ser perforada una formación sin que se presente fallas ni compresivas ni tensiles. Esta grafica esta comprendida por 3 líneas, donde la línea roja indica el peso de lodo mínimo o presión de colapso, lo que traduce que el pozo debe ser perforado con un peso de lodo por encima de esta línea. La línea verde indica el peso de lodo máximo o presión de fractura bajo el cual el pozo puede ser perforado sin que se presenten fallas tensiles, e indica que el pozo debe ser perforado con un peso de lodo inferior al representado en esta línea para que la formación no falle por tensión. La línea negra indica el peso de lodo que el usuario quiere implementar para perforar la formación, para evitar inestabilidad este peso de lodo debe estar en el intervalo comprendido entre la línea de colapso y la de fractura, claro que hay un caso especial en el cual no existe ventana segura para perforación y se presenta cuando la presión de colapso queda por encima de la presión de fractura.

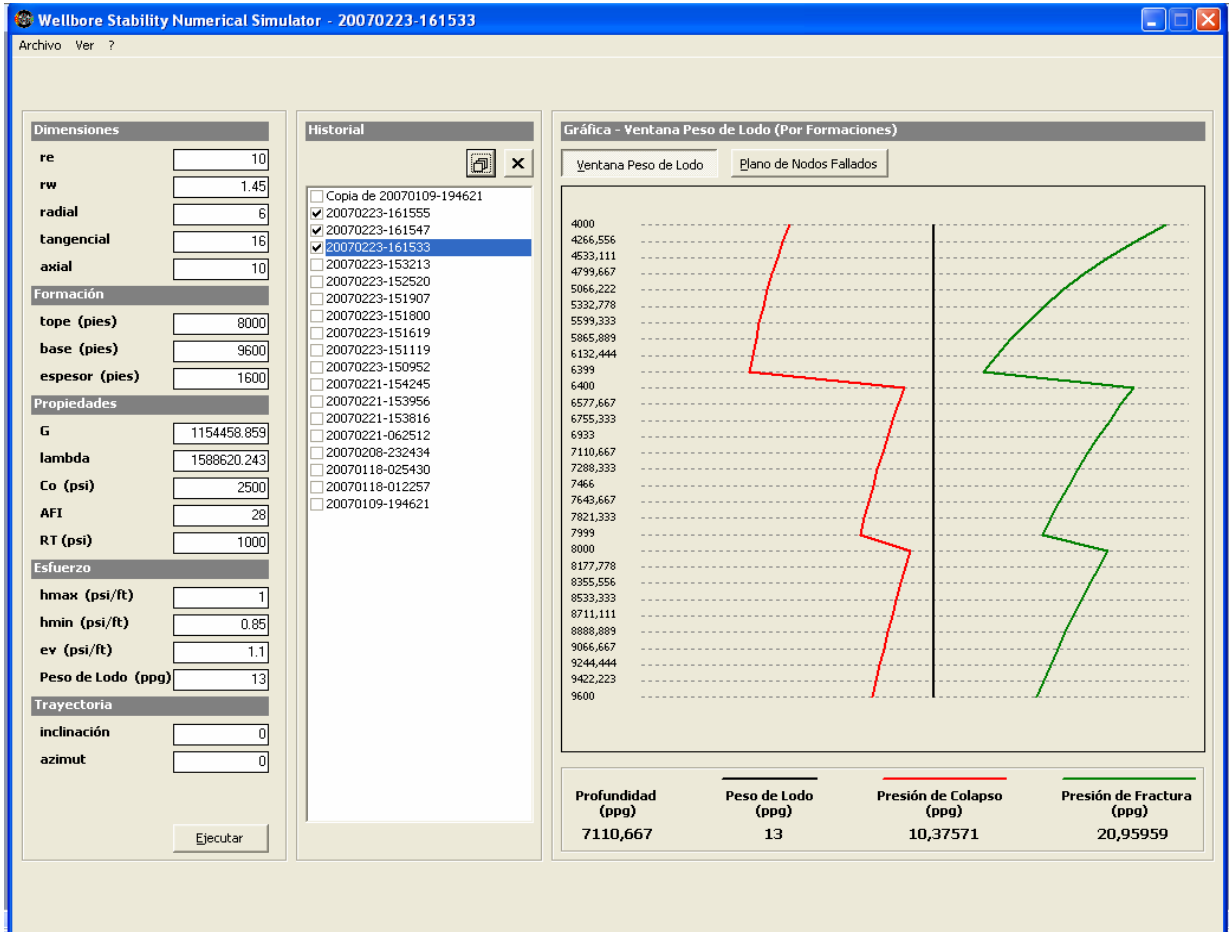


- Plano de nodos fallados:** En esta grafica se visualiza capa a capa que nodos fallan en caso de que eso ocurra y de ser así que tipo de falla se presentan en cada uno de estos nodos ya sea compresiva o tensíl. Esta grafica consta de una vista en planta de la malla de simulación en la cual se marcan de diferentes colores los nodos que la componen, siendo de color rojo los nodos que fallan por colapso, verdes los que fallan por fractura y grises los que no fallan. Además, puede visualizarse los nodos de todas las capas de la malla

de simulación por medio de un botón de selección ubicado en la parte superior derecha de la gráfica.



- **Ventana de lodo acoplada:** Por medio de esta opción es posible acoplar las diferentes ventanas obtenidas en diferentes corridas anteriores y cuya información este almacenada en los archivos de historial. Para el uso de esta opción se eligen los historiales que se desean graficar y se procede a oprimir el botón para graficar ubicado en la parte superior del historial al lado del botón del eliminar archivos.



Seleccionados los archivos a visualizar, se reproduce una grafica compuesta por cada una de las ventanas de peso de lodo de las diferentes formaciones.

NOMENCLATURA

σ	Esfuerzo total.
σ_N	Esfuerzo normal.
$\bar{\sigma}$	Esfuerzo promedio
I_1, I_2, I_3	Invariantes de esfuerzos
J_1, J_2, J_3	Invariantes de esfuerzos deviatoricos
τ	Esfuerzo de corte o de cizalla
ε	Deformación
u, v, w	Desplazamientos de la partícula
\vec{r}	Vector de posición
Γ	Deformación de cizalla
Ψ	Desplazamiento de cizalla
C	Matriz de módulos elásticos
E	Módulo de Young
ν	Relación de Poisson.
λ	Parámetro de Lamé
G	Módulo de corte
K	Módulo Volumétrico.
ε_v	Deformación volumétrica
σ'	Esfuerzo efectivo.
σ_h	Esfuerzo horizontal mínimo.
σ_H	Esfuerzo horizontal máximo.
σ_v	Esfuerzo vertical.
σ_1	Esfuerzo principal máximo.
σ_2	Esfuerzo principal intermedio.
σ_3	Esfuerzo principal mínimo.

S_x, S_y, S_z	Transformación de los esfuerzos in situ
S_{xy}, S_{xz}, S_{yz}	Transformación de los esfuerzos in situ
σ_θ	Esfuerzo tangencial
σ_z	Esfuerzo axial
σ_r	Esfuerzo Radial
$\tau_{r\theta}$	Esfuerzos de cizalla en el plano r en la dirección direcciones θ
τ_{rz}	Esfuerzos de cizalla en el plano r en la dirección direcciones z
$\tau_{\theta z}$	Esfuerzo de cizalla en el plano θ en dirección z
$\varepsilon_r, \varepsilon_\theta, \varepsilon_z$	Deformaciones normales en las direcciones r, θ y z respectivamente
$\gamma_{r\theta}$	Deformación de cizalla en el plano r en dirección θ
γ_{rz}	Deformación de cizalla en el plano r en dirección z
$\gamma_{\theta z}$	Deformación de cizalla en el plano θ en dirección z
ε_v	Deformación volumétrica
Ur	Desplazamiento en la dirección radial
Uθ	Desplazamiento en la dirección tangencial
Uz	Desplazamiento en la dirección vertical
σ_{xyz}	Esfuerzos en coordenadas locales
p_w	Presión hidrostática ejercida por el lodo.
θ	Posición angular alrededor del pozo medida desde el esfuerzo horizontal máximo.
R	Radio del pozo.
φ_z	Ángulo de Inclinación del pozo
φ_y	Azimut del pozo.
θ_r	Angulo de dirección de los esfuerzos principales.
r_i, r	Distancia radial medida hacia la formación
T_o	Resistencia de la roca a tensión

φ	Ángulo de fricción interna.
C_o	Cohesión.
UCS	Resistencia Compresiva Uniaxial.
BC	Componente del stencil que representa la variable ubicada encima de la celda de referencia
S	Componente del stencil que representa la variable ubicada al sur de la celda de referencia
W	Componente del stencil que representa la variable ubicada al oeste de la celda de referencia
N	Componente del stencil que representa la variable ubicada al norte de la celda de referencia
TC	Componente del stencil que representa la variable ubicada debajo de la celda de referencia
C	Componente del stencil que representa la variable dependiente ubicada en la celda de referencia
E:	Componente del stencil que representa la variable ubicada al este de la celda de referencia
F:	Componente del stencil de términos independientes

SUBINDICES

i,j,k:	Ubicación de los nodos en las direcciones r, θ y z respectivamente
i,j,k:	Índice de malla en las direcciones r, θ y z, respectivamente
1,2,3:	Índice de los esfuerzos principales mayor, intermedio y menor, respectivamente
e:	Externo
w:	Pozo

s: Supuesto

c: Calculado