EL USO DE CABRI GEOMETRY COMO APOYO EN EL APRENDIZAJE DE TRASLACIÓN DE FIGURAS GEOMÉTRICAS PARA ESTUDIANTES DE SEXTO GRADO.

ÓSCAR JULIÁN OSORIO FONTIVEROS
COD: 2051033

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS
ESCUELA DE MATEMÁTICAS
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
BUCARAMANGA
2010

EL USO DE CABRI GEOMETRY COMO APOYO EN EL APRENDIZAJE DE TRASLACIÓN DE FIGURAS GEOMÉTRICAS PARA ESTUDIANTES DE SEXTO GRADO.

ÓSCAR JULIÁN OSORIO FONTIVEROS

Trabajo de Grado para obtener el título de

Licenciado en Matemáticas

Director del proyecto:

CARLOS WILSON RODRÍGUEZ

Magister en Matemáticas

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER

FACULTAD DE CIENCIAS

ESCUELA DE MATEMÁTICAS

LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS

BUCARAMANGA

2010

AGRADECIMIENTOS

A Dios porque ha sido quien ha colmado mi vida de bendiciones y me ha dado la fuerza para seguir adelante.

A mi madre porque ha sido la persona que me ha ayudado en el transcurso de mi vida, me ha enseñado lo bueno y lo malo de la vida y porque ha sido quien ha luchado para poder brindarme lo que nunca tuvo.

A la profesora Rosalba Osorio por despertar en mí el interés por la geometría.

Al profesor Juan de Dios, quien siempre estuvo apoyándome en lo que necesité.

Al profesor Carlos Wilson Rodríguez quien con su apoyo, paciencia y palabras sabias me ayudo a realizar este excelente trabajo.

Al profesor Martín Acosta Gempeler por permitirme trabajar en su proyecto de investigación y por resolverme dudas cada vez que fue necesario.

TABLA DE CONTENIDO

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABLAS

RESUMEN

TITULO*:

EL USO DE CABRI GEOMETRY COMO APOYO EN EL APRENDIZAJE DE TRASLACIÓN DE FIGURAS GEOMÉTRICAS PARA ESTUDIANTES DE SEXTO GRADO.

AUTOR: OSORIO FONTIVEROS, Óscar Julián**

PALABRAS CLAVE:

1. Desplazamiento. 2. Cabri Geometry. 3. Exploración. 4. Estrategias.

Esta investigación se desarrolló en la Institución Educativa las Américas con los estudiantes de sexto grado. El trabajo estuvo centrado en el análisis de 4 actividades implementadas por la docente en el aula y una 5º actividad llamada: institucionalización en el tema de traslación de figuras geométricas, donde se plantean problemas y retos de búsqueda de mejores estrategias de solución.

La pregunta que dio origen a esta investigación fue: ¿Cómo el uso e implementación de Cabri Geometry en la calculadora TI92 ayuda en el proceso de aprendizaje, para estudiantes de sexto grado de la Institución Educativa las Américas, en el tema de traslación de figuras geométricas? Para dar respuesta a este interrogante me vi en la tarea de cumplir los siguientes objetivos: Analizar el diseño, planeación, ejecución y la efectividad de las actividades a desarrollar con respecto al tema de traslación de figuras geométricas, observar la receptividad y disponibilidad por parte del profesor al momento de utilizar el software, observar la receptividad y disponibilidad por parte de los alumnos, analizar las acciones y reflexiones de los estudiantes durante el desarrollo de las actividades para mirar que tan efectivas son al momento de aplicarlas en un salón de clase.

Este tipo de investigación, la información recolectada, el aporte de los autores leídos, me permitieron analizar y reflexionar sobre la forma como los estudiantes actúan y piensan al usar estrategias para la resolución de problemas, así como me permitió afirmar q el uso del software Cabri Geometry permitió que los alumnos identificaran las propiedades que caracterizan la traslación.

---

*Trabajo de grado

**Facultad de Ciencias - Escuela de Matemáticas, - Licenciatura en Matemáticas.
Director: RODRÍGUEZ, Carlos Wilson; Magister en Matemáticas.

SUMMARY

TITLE*:

THE USE OF CABRI GEOMETRY AS A LEARNING SUPPORT IN THE TRANSLATION OF GEOMETRIC FIGURES FOR SIXTH GRADE STUDENTS.

AUTHOR: OSORIO FONTIVEROS, Óscar Julián**

KEY WORDS:

1. Displacement. 2. Cabri Geometry. 3. Exploration. 4. Strategies.

This research was developed in the Institución Educativa las Américas with the sixth grade. The work was focused on the analysis of four activities implemented by the teacher in the classroom and a fifth activity called: institutionalization in the translation of geometric figures; where problems and challenges are presented concerning the search for better solution strategies.

The question that generated this project was: How does the use and implementation of cabri geometry in the calculator TI92 help in the process of learning for 6th degree students of the Institucion Educativa las Americas, considering geometric figures translation? In order to give an answer to this question I had to fulfill the following objectives: to analyze the design, planning, execution and effectiveness of the activities regarding geometric figures, to observe the receptivity and availability of the teacher at the moment of using the software, to observe the receptivity and availability of the students, to analyze the actions and reflections of the students during the development of the activities so as to check how effective they are at the moment of applying them in a classroom.

This kind of research, the information gathered and the contribution of the authors allowed me to analyze and contemplate the way students act and think while using strategies through problem solving. It also enabled me to state that the use of the software cabri geometry permitted the students identify the properties that characterize the translation.

*Working level
** Faculty of Science - School of Mathematics - Bachelor of Mathematics.
Director: Rodriguez, Carlos Wilson, MA in Mathematics.

INTRODUCCIÓN

La matemática es una de las áreas del conocimiento que requiere de mucha dedicación para su enseñanza y aprendizaje debido a su abstracción, lo que dificulta el anclaje de los nuevos conocimientos con los ya establecidos. Por esta razón el uso de nuevas tecnologías en el área de matemáticas ha jugado un papel fundamental ya que crean nuevos lenguajes y formas de representación.

> "En particular, los programas de geometría dinámica han revolucionado la manera de hacer matemáticas y la forma de enseñarlas, proporcionando contextos de aprendizaje con nuevas y potentes posibilidades de representación, buscando una interacción entre el conocimiento y la curiosidad del estudiante que lo lleven al desarrollo cognitivo y a potenciar su creatividad e imaginación" (MEN, 2004, p.25)[1].

Consiente de la necesitad por la que el sector educativo pasaba, el Ministerio de Educación Nacional, inició en marzo de 2000, el desarrollo de la fase piloto del proyecto de Incorporación de Nuevas Tecnologías al Currículo de Matemáticas de la educación básica y media, abriendo campo a usos más prácticos y efectivos con estas nuevas tecnologías en el aula de matemáticas. Este trabajo fue desarrollado bajo la constante coordinación de investigadores, matemáticos, profesores, asesores y administradores de proyectos.

[1] MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL (2004). Pensamiento Geométrico y Tecnologías Computacionales. Enlace editores Ltda. Santafé de Bogotá, D.C, abril.

Hoy en día un nuevo proyecto ha dado auge al llamado: **Proyecto Institucional de Usos de Geometría Dinámica**, a cargo del grupo EDUMAT de la Universidad Industrial de Santander y dirigido por el profesor Martín Eduardo Acosta Gempeler que tiene como fin capacitar a los profesores de la Institución educativa las Américas fomentando el uso de las nuevas tecnologías, mediante la utilización del software de geometría dinámica CABRI GEOMETRY en calculadoras TI 92. Me encuentro vinculado a este proyecto.

Contando con esto, estructuré la pregunta que desencadenó mi trabajo de grado, sabiendo de antemano que el tema a tratar es Traslación de figuras Geométricas: *¿Cómo el uso de Cabri Geometry ayuda en el proceso de aprendizaje, en el tema de traslación de figuras geométricas para estudiantes de sexto grado?*

Para dar respuesta a este interrogante me vi en la tarea de plantear los siguientes objetivos:

- Analizar el diseño, planeación, ejecución y la efectividad de las actividades a desarrollar con respecto al tema de traslación de figuras geométricas en el proyecto institucional del uso de la geometría dinámica,
- Observar y analizar la receptividad y disponibilidad por parte del profesor al momento de utilizar el software para la enseñanza de traslación de figuras geométricas.
- Observar y analizar la receptividad y disponibilidad por parte de los alumnos al momento de utilizar el software para el aprendizaje de traslación de figuras geométricas.

- Analizar las acciones y reflexiones de los estudiantes durante el desarrollo de las actividades, para mirar que tan efectivas son al momento de aplicarlas en un salón de clase.

Para el cumplimiento de los objetivos planteados realicé una investigación en el aula, trabajando con actividades diseñadas por el profesor Martín Acosta en Cabri Geometry.

En dichas actividades se planteaban situaciones problema, las cuales fueron resueltas por los estudiantes mediante la manipulación de diversas herramientas que se tenían al alcance gracias al software, además los estudiantes tenían libertad de resolverlas usando las estrategias que consideraran más convenientes. Me parece importante resaltar que la finalidad de las actividades era que los niños conocieran y entendieran las propiedades que caracterizan la traslación de figuras geométricas para así lograr la construcción conceptual de estas.

Sin duda alguna la realización de este proyecto es de gran utilidad para aquel docente que desee utilizar alguna(s) de las actividades analizadas, para corregir o establecer su rol en el aula de clase y para saber aprovechar la tecnología a la hora de enseñar.

Para terminar contaré brevemente como está estructurado el trabajo escrito.

En el primer capítulo llamado “PRELIMINARES” daré a conocer cuales fueron mis motivaciones para llevar a cabo la investigación y hablaré de la importancia de la utilización del software de geometría dinámica como apoyo en el aprendizaje de este tema.

En el segundo capítulo llamado “FUNDAMENTANCIÓN TEÓRICA” definiré como tal la traslación de figuras geométricas y la fundamentación didáctica de las actividades.

En el tercer capítulo llamado “METODOLOGÍA” explicaré cómo se llevó a cabo la investigación, basándome en la teoría de las situaciones didácticas de BROUSSEAU, usadas para el análisis a priori y el análisis a posteriori de las actividades.

En el cuarto capítulo llamado “ANÁLISIS DE LAS ACTIVIDADES” recogeré la experiencia en el aula, información recopilada mediante la toma de videos, fotografías, protocolos realizados para cada sesión y entrevistas realizadas a algunos estudiantes del salón de clase. Se realizará el análisis de la información recolectada, además en cada una de las actividades identificaré y describiré la(s) estrategia(s) utilizada(s) por los estudiantes en la solución de los problemas, así como las deficiencias y alcances que se presentaron en el desarrollo de cada una.

En el quinto capítulo llamado “CONCLUSIONES” mostraré los resultados positivos y negativos que se obtuvieron mediante la utilización de las actividades, y expondré mis ideas y contribuciones que considere de importancia, con el fin de que sean de utilidad para el proyecto.

1. PRELIMINARES

La enseñanza a los estudiantes es una labor que implica compromiso y dedicación, y al mismo tiempo una experiencia significativa tanto para el docente como para el alumno; esto lo vi reflejado cuando me encontraba matriculado en la asignatura Didáctica de la Geometría y la Trigonometría, donde con la orientación de nuestra profesora vivimos experiencias de enseñanza y aprendizaje enriquecedoras. Fue allí donde empecé a preguntarme si la mejor manera de facilitar la enseñanza de la geometría era mediante la utilización de herramientas tecnológicas con las cuales profesores y alumnos pudieran trabajar, sabiendo de antemano que no eran muchos los recursos al alcance que se tenían en las instituciones educativas y el tiempo que se dedicaba a esta área de la matemática era poco significativo.

Siguiendo el consejo de mi docente de Didáctica de la Geometría y la Trigonometría, de mis amigos cercanos y mi director de proyecto, decidí trabajar junto con profesores y alumnos en el Proyecto Institucional de Usos de Geometría Dinámica, a cargo del profesor Martín Eduardo Acosta Gempeler, cuyo objetivo es capacitar gradualmente a profesores de las instituciones educativas fomentando el uso de las nuevas tecnologías, en el cual se realizaron una serie de actividades (que requerían de la calculadora TI 92 y el software CABRI GEOMETRI para su desarrollo) en el tema especifico de Traslación de Figuras Geométricas. La planeación y el diseño de las actividades estuvo direccionado por el Profesor Martín Acosta Gempeler y fueron expuestas ante nosotros (alumnos de la Licenciatura en Matemáticas y Profesores de la Institución Educativa las Américas), con el fin de darnos a conocer el material sobre el cual íbamos a trabajar.

Viendo la oportunidad que este proyecto me brinda, considero que el uso de la tecnología en el aula es de vital importancia para el aprendizaje, más aún, nos brinda la oportunidad como docentes de analizar las estrategias utilizadas por los niños cuando resuelven situaciones propuestas.

En efecto, me vinculé al proyecto para realizar mi trabajo de grado. Realicé un análisis de las actividades resueltas por los estudiantes con el fin de saber *cómo poder lograr que los estudiantes de sexto grado del Colegio Las Américas conceptualicen la traslación de figuras geométricas mediante el uso del programa Cabri Geometry*.

Por tal motivo me planteé el siguiente objetivo, que sería mi guía durante el transcurso de la investigación: "*Analizar el diseño, planeación, ejecución y la efectividad de las actividades a desarrollar con respecto al tema de traslación de figuras geométricas en el proyecto institucional del uso de la geometría dinámica".*

2. FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

Como una estrategia para mejorar la calidad de la educación matemática y modernizar ambientes escolares, el Ministerio de Educación Nacional de Colombia adelanta desde el año 2000 el proyecto "Incorporación de Nuevas Tecnologías al Currículo de Matemáticas de la Educación Media de Colombia", con el cual se pretende aprovechar el potencial educativo que brindan las tecnologías computacionales, específicamente las calculadoras gráficas y algebraicas.[2]

Ciertamente, los programas de geometría dinámica han revolucionado la manera de hacer matemáticas y la forma de enseñarlas, puesto que proporcionan contextos de aprendizaje con nuevas y potentes posibilidades de representación. Estos programas tienen como principio base el estudio de los componentes fundamentales de las figuras geométricas, las relaciones entre éstos y las propiedades que presentan. A partir de la construcción de figuras geométricas se permite a los alumnos la exploración y manipulación directa y dinámica que conduce a la elaboración de conjeturas.

Ahora bien:

¿Qué es un software de Geometría Dinámica?

[2] MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL (2004). Pensamiento Geométrico y Tecnologías Computacionales. Enlace editores Ltda. Santafé de Bogotá, D.C, abril.

Un programa de geometría dinámica es un editor gráfico que da la posibilidad de dibujar diagramas geométricos en la pantalla del computador, en el que el usuario puede “agarrar con el ratón” un elemento del diagrama y arrastrarlo en la pantalla: el diagrama se redibuja de manera continua conservando intactas las relaciones geométricas que hayan sido declaradas en su construcción, así como todas las propiedades geométricas implícitas en ella. De esta manera, la naturaleza de las figuras que se hacen en un entorno de geometría dinámica es diferente a la de los dibujos que hacemos con papel y lápiz.

Para esta investigación se usó el software de geometría dinámica CABRI GEOMETRY cuya diferencia sustancial con ambientes de aprendizaje tradicionales estriba en la posibilidad de modificar la construcción realizada originalmente por medio de una función específica de las figuras:

- ARRASTRE: Es una característica de la geometría dinámica que no es posible de reproducir con papel y lápiz, el cual favorece la búsqueda de rasgos que se mantienen invariantes durante la deformación a la que sometemos la figura original.

> “Estas funciones establecen una diferencia fundamental entre un entorno de papel y lápiz y un entorno de geometría dinámica, que es precisamente el dinamismo. Como las construcciones son dinámicas, las figuras en la pantalla adquieren una temporalidad: es decir: ya no son estáticas, sino móviles, y por lo tanto sus propiedades deberán estar presentes en todas las posibles posiciones que tomen en la pantalla. Así, la capacidad de arrastre de los objetos de una construcción favorece la búsqueda de propiedades de la figura, que permanecen “vivas” durante la deformación a la que se somete la figura

> original. Estas son las propiedades geométricas *invariantes.* El *objeto geométrico* queda definido entonces por dichas propiedades”.[3]

> “Hay una ganancia didáctica inmediata: quien explora en un ambiente dinámico, tiene a mano un instrumento para reconocer patrones de comportamiento invariantes. Ellos pueden conducir a consolidar un conocimiento matemático en construcción”. (Ibídem)

Debido a que en el proyecto trabajé el tema de traslación de figuras geométricas, presento entonces una definición:

2.1 TRASLACIÓN

Una **traslación** en el plano de vector ***v*** es un transformación lineal que asocia a cada punto **A** del plano un punto **A'** de forma que el vector **AA'** es un vector de igual magnitud dirección y sentido que ***v.***

La traslación es entonces una aplicación o transformación sobre el mismo espacio que tiene tres componentes constantes: magnitud, dirección y sentido. Si se construye la imagen de una serie de puntos por una traslación, las rectas que unen los puntos originales con sus imágenes son todas paralelas, la distancia entre cada punto y su imagen es la misma.

Estas son las características que se espera que los alumnos identifiquen por medio de la manipulación de figuras en la pantalla de Cabri.

---

[3] RUEDA, Karol y MONROY, Lilian (2009). *Conceptualización de la simetría axial y la traslación con la mediación del programa Cabri Geometry II*. Trabajo de grado.

2.2 FUNDAMENTACIÓN DIDÁCTICA

El análisis de las actividades realizadas fue basado en la teoría de las situaciones didácticas de BROUSSEAU en la cual intervienen tres elementos fundamentales: **alumno, profesor y medio.**

Alumno: Es el sujeto o jugador quien tiene la responsabilidad de aprender.

El Profesor: Es quien tiene una *responsabilidad*, desde el punto de vista del *saber* que circula en su clase. *¿Pero es responsable de qué y frente a quién?* La responsabilidad del profesor es garantizar que el alumno reconozca sus errores, más aún, el profesor es responsable de la verdad en la clase.

Medio: La definición de BROUSSEAU es: "El medio como conjunto de condiciones exteriores en las cuales vive y se desarrolla un individuo humano, juega un papel importante en la determinación de los conocimientos que el sujeto, su antagonista, debe desarrollar para controlar una situación de acción. Las teorías modernas le asignan un rol fundamental en los aprendizajes" (BROUSSEAU, 1988)[4]

Situación a-didáctica: Una situación a-didáctica es aquella en la cual el alumno se relaciona con el conocimiento de tal forma que busca por si mismo la solución de los problemas planteados, es decir, la situación es a-didáctica para el alumno sólo si es consciente de utilizar exclusivamente un razonamiento matemático sin buscar que el profesor le de indicaciones sobre los procedimientos correctos o incorrectos. Esta situación puede ser vivida por el alumno como investigador de un problema matemático.

En la situación a-didáctica el rol del profesor es crucial puesto que antes de la clase el profesor debe prever el problema, el medio, las retroacciones que puede

[4] MARGOLINAS, Claire (2009). La *importancia de lo Verdadero y lo Falso en la clase de Matemáticas*. División de Publicaciones UIS.

dar el medio y las posibles acciones del alumno. Durante la clase el profesor debe incitar al alumno a actuar, a tomar conciencia de las retroacciones del medio, a interpretar esas retroacciones. Debe abstenerse de dar la solución del problema debido a que es el alumno quien debe encontrar la solución.

En efecto, lo que caracteriza las fases a-didácticas no es el silencio del profesor, sino lo que él dice, así como la manera como interviene en la actividad[5].

Brousseau distingue tres tipos de situación a-didáctica:

Situación de acción (en la que el conocimiento está implícito en las acciones de los sujetos). Consiste básicamente en que el estudiante trabaje con un problema y con un conocimiento. Es decir, el estudiante interactúa con el medio didáctico, para llegar a la resolución de problemas y a la adquisición de conocimientos.

Dentro de las condiciones que una situación acción debería reunir para desembocar en una situación a-didáctica tenemos, por ejemplo, la formulación del problema: éste debe despertar el interés del estudiante, además el tipo de pregunta formulada debe ser tal que no tengan respuesta inmediata. De modo que sean realmente problemas para el estudiante, donde éste debe acercarse y trabajar en ellos como en una situación a-didáctica.

Este comportamiento debe darse sin la intervención del docente. Pero, si bien el proceso se lleva a cabo sin la intervención del docente, no implica que éste se aísle de este proceso. Pues es el docente quien prepara el medio didáctico,

---

[5] MARGOLINAS, Claire (2009). La *importancia de lo Verdadero y lo Falso en la clase de Matemáticas*. División de Publicaciones UIS. Pág. 39

plantea los problemas y enfrenta al estudiante a ese medio didáctico. Es en este entorno donde el docente ya no interviene.

Situación de **formulación:** En la que los sujetos explicitan verbalmente su pensamiento y sus estrategias, es decir, consiste en un trabajo en grupo, donde se requiere la comunicación de los estudiantes, se comparte la experiencia de la construcción del aprendizaje. Por eso, en este proceso es importante el control de la comunicación de las ideas.

En la situación de formulación hay un elemento que menciona Brousseau: la necesidad de que cada integrante del grupo participe del proceso, es decir, que todos se vean forzados a comunicar las ideas e interactuar con el medio didáctico.

Situación de demostración: En la que los sujetos utilizan el conocimiento para argumentar a favor o en contra de una afirmación, es decir, es aquella donde, una vez que los estudiantes han interactuado de forma individual o de forma grupal con el medio didáctico, se pone a juicio de un interlocutor el producto obtenido de esta interacción. Es decir, se valida lo que se ha trabajado, se discute con el docente acerca del trabajo realizado para cerciorarse si realmente es correcto.

En este proyecto se trabajó con las situaciones de acción, aunque también se tuvo en cuenta en algún momento las situaciones de formulación y demostración.

2.2.1 CONSTRUCCIÓN DE UNA SITUACIÓN A-DIDÁCTICA

En la construcción de una situación a-didáctica se debe plantear una tarea o un problema de manera que:

- Implique una(s) acción(es) del alumno sobre el medio.

- El alumno pueda validar o invalidar sus estrategias gracias a las retroacciones del medio.
- El alumno debe estar en capacidad de interpretar esas retroacciones para poder validar o invalidar sus acciones.

> "Según Margolinas, el elemento determinante del aprendizaje en las situaciones a-didácticas es la posibilidad de validación. En toda resolución de problemas debe darse la oportunidad de que los estudiantes reconozcan sus errores y cómo corregirlos; normalmente el profesor interviene directamente para señalar los errores y exponer la solución correcta (fase de evaluación según Margolinas). Pero existe la posibilidad de que el alumno decida sobre sus propias acciones, basado en sus conocimientos y en las retroacciones del medio (fase de validación, según Margolinas)"[6].

2.2.2 PROCESO DE INSTITUCIONALIZACIÓN:

Guy Brousseau introdujo el concepto de "institucionalización" bastante tarde en su construcción teórica.

> "Así fue que "descubrimos" (¡) lo que hacen los profesores en sus cursos pero que nuestro esfuerzo de sistematización había hecho inconfesable: deben tomar nota de lo que los alumnos hacen, describir lo que sucede y que está en relación con el conocimiento buscado, darle un estatus a los sucesos de la clase, como resultados de los alumnos y como resultados del profesor, asumir un objeto de enseñanza, identificarlo, relacionar esas producciones con los

[6] RUEDA, Karol y MONROY, Lilian (2009). *Conceptualización de la simetría axial y la traslación con la mediación del programa Cabri Geometry II*. Trabajo de grado.

> conocimientos de los demás (culturales, o del programa), indicar para qué pueden servir, [...]
>
> La identificación “oficial” del objeto de conocimiento por parte del alumno y del aprendizaje de los alumnos por parte del profesor es un fenómeno social muy importante y una fase esencial del proceso didáctico: Este doble reconocimiento es el objeto de la INSTITUCIONALIZACIÓN” (Guy Brousseau, 1987, p.47)

En particular, en la institucionalización el profesor retoma necesariamente su posición con relación al saber.

En este trabajo se tendrá como referencia la posibilidad de esta validación por parte de los estudiantes. Además trataré de identificar el funcionamiento a-didáctico de las actividades propuestas teniendo en cuenta el problema, la interacción del alumno con el medio y las acciones del alumno, al mismo tiempo se examinará el proceso de institucionalización, donde el profesor retoma necesariamente su posición con relación al saber.

2.2.3 CABRI GEOMETRY COMO MEDIO DE UN APRENDIZAJE POR ADAPTACIÓN

CABRI GEOMETRY es un software de geometría dinámica interactiva en tiempo real. Permite hacer la geometría de una manera muy particular donde el estudiante puede animar una figura desplazándola o deformándola y el resultado se presentará inmediatamente en la pantalla de la calculadora.

Esta libertad de movimiento permite rebasar los límites impuestos por el papel y el lápiz de la geometría tradicional. CABRI GEOMETRY es el medio material que junto con el problema crearán en el aula una situación a-didáctica que permitirá la construcción de conocimientos geométricos.

En este medio de trabajo el estudiante tiene la posibilidad de experimentar con una materialización de los objetos, de sus representaciones y de sus relaciones, de tal forma que los estudiantes puedan vivir un tipo de experimentación que no es posible tener de otra forma. En el cual el alumno puede realizar acciones, recibir retroacciones e interpretarlas ara que logren reconocer y predecir las propiedades de la traslación, gracias a las retroacciones dinámicas producto del arrastre.

2.2.4 EJEMPLO DE SITUACIÓN A-DIDÁCTICA DONDE CABRI ES EL MEDIO

A continuación presentaré un ejemplo de situación a-didáctica donde el estudiante debe interactuar con un **medio,** en este caso Cabri, en el cual realizará acciones y este (el medio) le ofrecerá retroacciones que debe interpretar para hallar la respuesta correcta al problema dado.

Actividad "triángulos y cuadrados"

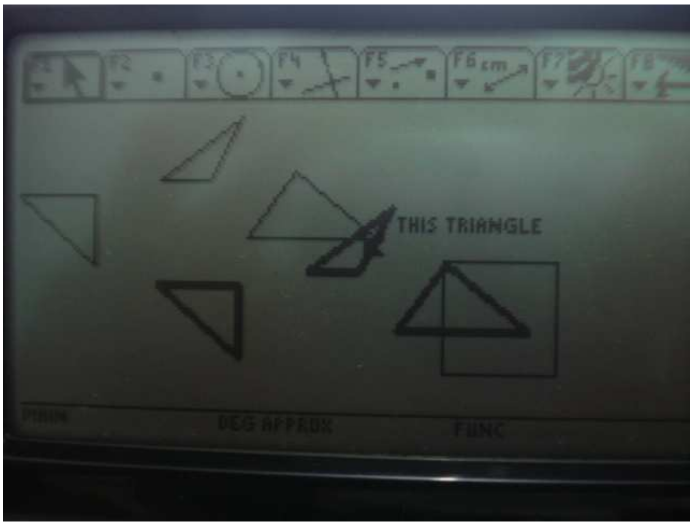


Figura 1. CABRI GEOMETRY: el medio

EL MEDIO: Está constituido por una figura de Cabri, en la que aparecen tres triángulos delgados cada uno de diferente tamaño, tres triángulos gruesos (imagen de los delgados por un vector que está oculto) y un cuadrado.

Gracias a la programación de Cabri, cuando se muevan los triángulos delgados, los gruesos se moverán también, manteniendo la magnitud, dirección y sentido del vector. Además, los triángulos gruesos no podrán arrastrarse directamente, mientras que los delgados sí. Esto es porque los triángulos gruesos fueron construidos como traslación de los delgados con respecto a un vector.

Tarea: llevar todos los triángulos dentro del cuadrado

ACCIONES DEL ALUMNO Y RETROACCIONES DEL MEDIO:

1. **Arrastrar los triángulos gruesos**
    - Los alumnos intentan arrastrar los triángulos gruesos.
    - Notan que es imposible porque el medio no se los permite.
    - Deben cambiar la estrategia.

2. **Arrastrar los triángulos delgados**
    - Los alumnos podrán arrastrar directamente los triángulos delgados y se darán cuenta que los triángulos gruesos también se mueven.
    - Se espera que arrastren los triángulos delgados hasta que los triángulos gruesos queden dentro del cuadrado.
    - Como los triángulos gruesos quedan dentro del cuadrado los delgados quedan por fuera de él (retroacción del medio)
    - El estudiante observa que los triángulos delgados quedan por fuera del cuadrado

3. **Arrastrar todos los triángulos dentro del cuadrado**
    - Los alumnos mueven los triángulos delgados para ver si se unen con los gruesos en algún lado de la pantalla
    - Los triángulos correspondientes no se unen en ningún lado de la pantalla.
    - El estudiante reconoce que la distancia que hay entre cada triángulo delgado y su correspondiente permanece constante en cualquier lugar de la pantalla y por eso no es posible unir cada triángulo delgado con su correspondiente triángulo grueso.

Como podemos ver los alumnos realizan una serie de acciones para mirar si es posible o no hacer la tarea pero se dan cuenta de que no es posible utilizando como argumento los conocimientos que estaban implícitos en la acción: no es posible colocar todos los triángulos en el cuadrado, pues al poner los delgados los gruesos se salen, y viceversa. Lo único que les falta por hacer es tratar de encontrar un lugar en la pantalla en donde los triángulos gruesos y delgados se puedan unir, y arrastrarán los triángulos delgados por toda la pantalla, pero al no poder lograrlo podrán concluir que los triángulos gruesos y delgados no se pueden unir puesto que entre ellos hay una distancia que siempre permanece constante.

3 METODOLOGÍA

Para la realización de mi trabajo de grado escogí el tema de Traslación de figuras geométricas usando el software CABRI GEOMETRY, el cual será empleado y orientado por la docente encargada del curso, quien se apoyará en el material didáctico brindado por **Proyecto Institucional de Usos de Geometría Dinámica**, a cargo del grupo EDUMAT de la Universidad Industrial de Santander.

Mi trabajo estará centrado en el análisis de las actividades implementadas por la docente en el aula, empleando una metodología de investigación denominada "Ingeniería Didáctica", la cual según Campos (2006)[7], "se utiliza para analizar

[7] http://cimm.ucr.ac.cr/cuadernos/cuaderno2/Cuadernos%202%20c%205.pdf

situaciones didácticas”, que consiste en confrontar el análisis a priori con el análisis a posteriori, basándose en las Teorías de las Situaciones Didácticas de BROSSEAU.

En la Ingeniería Didáctica se conocen cuatro fases:

Fase de Planeación: En la cual son necesarios los análisis preliminares respecto al cuadro teórico didáctico general y sobre los conocimientos didácticos adquiridos y relacionados con el tema, esto abarca consideraciones de índole epistemológica, cognitiva, didáctica, las concepciones de los estudiantes, de las dificultades y obstáculos que determinan su evolución.

Fase de Diseño: En esta fase, el docente, tiene como labor analizar las posibles restricciones que pudieran presentarse en la puesta en marcha de la situación didáctica. Para dicha labor se hace un análisis a priori de la situación a fin de determinar si lo propuesto contribuye en el control de los comportamientos de los estudiantes con base en hipótesis acerca de lo que harán los estudiantes.

Fase Experimental: Esta fase se inicia en el momento en que se da el contacto investigador/profesor/observador con el grupo de estudiantes objeto de la investigación, donde se observan, recolectan y analizan las secuencias de enseñanza.

Fase de Validación: La fase de validación es crucial en el proceso de investigación, debido a que es allí donde se validan las hipótesis planteadas en la fase de planeación, mediante la confrontación entre el análisis a priori realizado en la segunda fase con el análisis a posteriori generado de la puesta en marcha de la situación didáctica.

Esta investigación se desarrolló en la Institución Educativa las Américas ubicada en la calle 33 nº 36-16; es una institución de carácter público cuya población consta de niños y niñas con edades entre 11 y 12 años, donde su estatus económico, en promedio, es de clase media. El grupo está conformado por 41 estudiantes a cargo de la profesora Nubia quien es una docente capacitada en el uso de cabri para la enseñanza.

La institución cuenta con una sala de matemáticas conformada de mesas, proyector y calculadoras suficientes para que los estudiantes se reúnan en pequeños grupos a realizar su trabajo.

El análisis lo efectué escogiendo tres grupos que llamé: GRUPO 1, GRUPO 2 y GRUPO 3. Cada grupo estaba conformado de tres a cuatro estudiantes; así mismo en cada uno de ellos traté de agrupar los estudiantes con desempeños académicos similares. Las sesiones fueron filmadas dentro del salón de matemáticas y se transcribieron los videos, se tomaron fotografías de los apuntes de los estudiantes para el correspondiente análisis.

Además, se cumplió con el conducto regular necesario para poder obtener el aval de las directivas de la institución educativa y los padres de familia para llevar el proyecto al aula.

Es necesario hacer la salvedad de que los estudiantes dejaron de lado el libro y el dictado y pasaron a ser autores de su propio aprendizaje y conocimiento a través de la interacción con el material expuesto a ellos.

Considero que este tipo de investigación me permitió analizar y reflexionar sobre la forma como los estudiantes actúan y piensan mientras transcurren las actividades.

Por último se realizó la redacción del informe final donde expresé, con base en las Teorías de las Situaciones Didácticas de BROSSEAU, los hallazgos encontrados y a partir de ello se dieron las conclusiones finales de este proyecto.

4 ANÁLISIS DE LAS ACTIVIDADES

Las actividades planteadas tienen como fin ayudar a los estudiantes de sexto grado a acercarse paso a paso a la construcción de los conceptos y al afianzamiento de las propiedades de la traslación de figuras geométricas. Dichas actividades son dadas en secuencia, de tal manera que con el paso de cada una de ellas los estudiantes vayan reconociendo las diversas propiedades y al mismo tiempo reconozcan los fenómenos visuales al estar en contacto con el software de geometría dinámica en el tema de Traslación. También es importante que los alumnos se conviertan en los reveladores de las características de las situaciones a las que reaccionan, y puedan identificar luego en cada caso si una figura es la imagen de otra por una traslación, y a predecir la magnitud, dirección y sentido del vector.

Para el desarrollo de las actividades no es necesario que el estudiante maneje el programa CABRI GEMETRY a la perfección, puesto que el docente que estará a cargo de ellos está capacitado para guiarles en su proceso y más aún para indicarles como aprender a manejarlo en caso que el alumno no tenga idea de cómo hacerlo. Además para dichas actividades se utilizaron algunas herramientas de fácil acceso y manejo como lo son: arrastre, compás, rotación, traslación, etc, las cuales fueron de vital ayuda para que el estudiante pueda reconocer que tipo de propiedades visuales aparecen en cada actividad y así mismo para que pueda verificar sus conjeturas.

Al momento de utilizar el software se obtiene una ganancia inmediata, debido a que el estudiante está frente a un dibujo en movimiento, es decir, podrá ver los cambios, fenómenos visuales y transformaciones que se le hagan a una figura, así como la posibilidad de arrastrar dichas figuras y observar su desplazamiento, una característica que sin duda alguna no se obtiene cuando se trabaja con papel y lápiz. De esta forma se trabaja con dinamismo y al mismo tiempo se mantiene al estudiante a la expectativa de lo que va a suceder; por ejemplo en el caso de dos figuras trasladadas con respecto a un vector, el estudiante podrá observar que el movimiento de las dos figuras es en la misma dirección, (es decir si una figura se mueve para arriba la otra también, si una figura se mueve para abajo la otra también, etc.) y que la distancia que separa las dos figuras es siempre constante.

Las actividades están diseñadas de tal manera que el alumno pueda identificar las propiedades y las pueda utilizar para resolver una tarea concreta, así como es importante señalar que la estructura del diseño de las actividades es la misma, en las cuales aparecen dos figuras (una es la traslación de la otra) pero el eje de simetría o el vector no está visible. Se espera que al manipular las figuras, los fenómenos de movimiento de las mismas hagan aparente esos objetos (teóricos) ocultos. En cada actividad se busca que los alumnos utilicen el conocimiento en la acción, que formulen sus estrategias, y que argumenten a favor o en contra de ciertas afirmaciones.

4.1 TRASLACIÓN

4.1.1 PRIMERA ACTIVIDAD DE TRASLACIÓN

Objetivo:

Que los alumnos identifiquen que al mover un triángulo, su imagen determinada por una traslación se mantendrá siempre a la misma distancia, es decir, que cada punto de la figura se traslada a una distancia fija, se desplaza en una dirección fija y en el mismo sentido. A diferencia de la simetría axial, donde las distancias entre cada triángulo y su imagen variaban. Además, el triángulo y su imagen por una traslación se mueven siempre en el mismo sentido.

Figuras iniciales:

Se han preparado en Cabri cuatro figuras: trasla1, trasla2, trasla3, trasla4. Cada una de esas figuras consta de tres cuadrados superpuestos de igual tamaño, tres triángulos delgados y tres triángulos gruesos que son imagen de los delgados por una traslación (observar la figura #1). En la figura trasla1 el vector es horizontal y el sentido hacia la derecha, en la figura trasla2 el vector es horizontal hacia la izquierda, en trasla3 el vector es vertical y hacia arriba (trasla4 hacia abajo), trasla5 a trasla8 vectores oblicuos con sentidos opuestos. Los vectores en cada trasla (1-8) están ocultos.

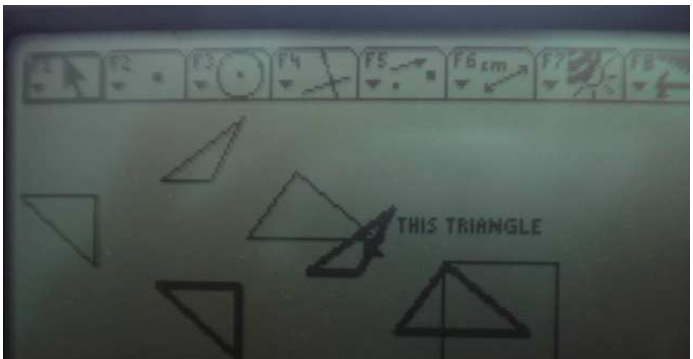


Figura 2. Trasla (1-8)

Tres cuadrados superpuestos

Descripción:

Los fenómenos visuales que se quiere que los alumnos descubran son los siguientes:

- Si una figura es traslación de otra, depende de esta. La figura imagen no puede arrastrarse, sólo se mueve cuando se mueve la figura original.

- La imagen del triángulo (la traslación) se mueve según como se mueva el original, que de hecho se puede mover en cualquier dirección y sentido. En concreto, queremos que los alumnos noten que al mover el triángulo delgado hacia la derecha (izquierda, arriba, abajo), el grueso se mueve también hacia la derecha (izquierda, arriba, abajo).

- Si una figura es traslación de otra, nunca Tres cuadrados superpuestos ntre ellas es constante.

Para que los alumnos identifiquen esos fenómenos visuales y se familiaricen con ellos, se les pedirá que realicen las siguientes tareas con las figuras trasla (1-8):

1. *Llevar los triángulos gruesos dentro del cuadrado*
2. *Llevar todos los triángulos dentro del cuadrado*
3. *Colocar los dos cuadrados en la pantalla de manera que puedan ponerse todos los triángulos delgados en uno y todos los gruesos en otro.*

Una vez terminadas las tareas con la figura trasla1, se les pide que abran la figura trasla2 y realicen las mismas tareas (en ese momento otro alumno podrá asumir el manejo de la calculadora). Luego harán las tareas con las otras figuras.

El profesor puede decidir organizar una puesta en común después de las tres tareas con la primera figura, o esperar a que todos hayan trabajado con las cuatro figuras. O bien puede que algunos alumnos vayan más rápido y esos podrán continuar con las otras figuras.

Para terminar la actividad, se organiza un concurso para que los alumnos traten de predecir la magnitud, dirección y sentido de la traslación. El concurso consta de una figura preparada en cabri con seis cuadrados: tres cuadrados gruesos y tres cuadrados delgados. Cada cuadrado grueso es traslación de un cuadrado delgado, así como consta de tres triángulos gruesos y tres triángulos delgados (*ver figura2. concuTrasla, pág. 33*), donde cada triángulo grueso es traslación de un triángulo delgado.

¿Qué deben hacer los alumnos?: Mover los cuadrados (delgados) hacia cualquier dirección en la pantalla de tal manera que en cada cuadrado grueso pueda ponerse un triángulo grueso y en cada cuadrado delgado pueda ponerse un triángulo delgado.

En este caso se utiliza el termino *predecir* porque “a ojo” tendrán que ubicar los cuadrados, de tal manera que al mover cada triángulo delgado, este y su traslación quede dentro de cada cuadrado correspondiente. Es decir cada triángulo grueso debe quedar dentro de cada cuadrado grueso y cada triángulo delgado debe quedar dentro de cada cuadrado delgado.

ANÁLISIS DE LA ACTIVIDAD PLANEADA

Análisis a priori de la primera actividad:

Primera tarea: llevar los triángulos gruesos dentro del cuadrado

El propósito de esta tarea es que los alumnos utilicen el arrastre para tratar de mover los triángulos.

Se espera que los estudiantes hagan rápidamente esta tarea, y que constaten que la distancia entre cada triángulo y su correspondiente es siempre la misma.

Segunda tarea: llevar <u>todos</u> los triángulos dentro del cuadrado

El propósito de esta tarea es que los niños constaten que debido a que la distancia entre un triángulo y su traslación es constante, no es posible meter todos los triángulos dentro de un cuadrado, en ningún lugar de la pantalla. Ellos dirán que es imposible realizar esta tarea, y podrán dar argumentos para demostrarlo. Si los alumnos no aclaran que es imposible para cualquier posición del cuadrado, el profesor deberá sugerirles que muevan el cuadrado para ver si en otra posición si es posible.

Tercera tarea: colocar los dos cuadrados en la pantalla de manera que puedan ponerse todos los triángulos delgados en uno y todos los gruesos en otro

El propósito de esta tarea es que los alumnos descubran que si se ponen los cuadrados en cualquier lugar de la pantalla, pero separados por la misma distancia que hay entre un triángulo y su correspondiente, entonces podrán ubicar todos los triángulos gruesos en uno y todos los delgados en otro. Es importante que el profesor se asegure de que los alumnos conciban la posibilidad de poner los cuadrados en otras posiciones, pero siempre a la misma distancia. Una vez que los alumnos le muestren los dos cuadrados con los triángulos dentro, debe preguntarles si es posible colocarlos en otras posiciones.

Concurso:

Una vez los alumnos se han familiarizado con los fenómenos visuales relativos a la traslación, se trata de que utilicen ese conocimiento para predecir la magnitud, dirección y sentido de la traslación.

Se organizan dos equipos dentro del salón, y se reúne cada equipo. El profesor explica que él escogerá un representante de cada equipo para realizar la tercera tarea con un archivo nuevo, diferente a los que ya han trabajado, y que además tiene seis cuadrados: tres gruesos y tres delgados. La tarea consistirá en colocar los cuadrados de manera que en cada cuadrado grueso pueda ponerse un triángulo grueso y en cada cuadrado delgado pueda ponerse un triángulo delgado. Cada equipo debe ponerse de acuerdo en una estrategia que les permita ganar, y asegurarse de que todos los miembros del equipo la comprendan, pues no saben a quién escogerá el profesor. Los representantes de cada equipo deberán trabajar en el retroproyector, ubicar los seis cuadrados sin mover los triángulos. Después de que el alumno haya puesto los seis cuadrados, el profesor u otro alumno podrá mover los triángulos para verificar si pueden colocarse uno grueso y uno delgado dentro de cada uno de ellos.

Si alguno de los representantes no logra resolver la tarea puede repetirse el concurso, hasta que los representantes puedan lograrlo. En ese momento puede organizarse una puesta en común para que los alumnos expliquen la estrategia ganadora.

La figura del concurso se llama concuTrasla (observar la figura #2), el profesor puede modificar el vector oculto para cada intento.

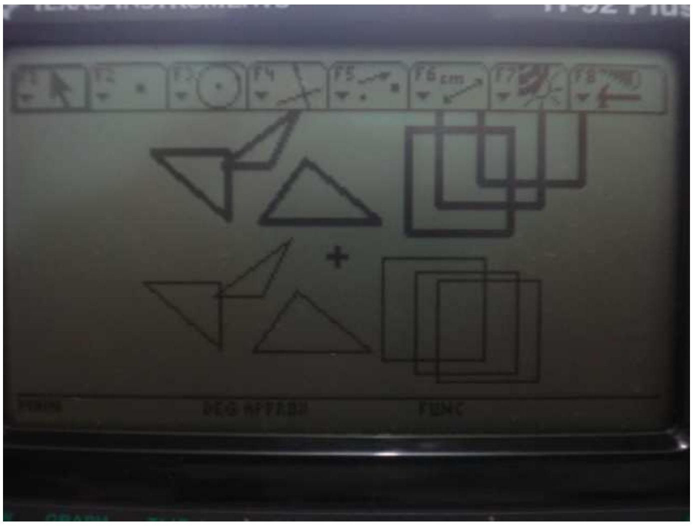


Figura 3. ConcuTrasla.

ANÁLISIS DEL DESARROLLO DE LA ACTIVIDAD

Análisis a posteriori: Veamos el siguiente dialogo donde los alumnos explican sus conjeturas con respecto a la actividad. Establecí unos criterios para reconocer en que momento habla el docente, el alumno y el observador, así como la duración de dicha actividad:

P: Profesor

E: estudiante

O: Observador (Óscar)

INICIO: 6:30AM

FINALIZACIÓN: 8:20AM

Primera tarea: llevar los triángulos gruesos dentro del cuadrado

En esta actividad los alumnos hicieron diversos comentarios, los más relevantes fueron:

GRUPO1

O: ¿Ya terminaron?

E2: si ya, mire, si se puede llevar el triángulo grueso al cuadrado.

O: ¿y cómo?

E2: moviendo el triángulo delgado hasta que el grueso llegue al cuadrado

O: haaaa, o sea que para llevar el triángulo grueso…

E2: se debe mover el delgado.

O:¿Cómo así?

E2: si, es que el grueso depende del delgado.

GRUPO2

E3: bueno, la primera tarea se puede hacer

O: y ¿cómo?

E3: llevé los triángulos gruesos al cuadrado moviendo los triángulos delgados.

GRUPO3

E4: en la primera tarea utilicé los triángulos delgados para mover los gruesos y así poder colocarlos dentro del cuadrado.

Un rasgo importante fue que ellos vieron la dependencia existente entre un triángulo y su correspondiente, explicando que cuando movían el triángulo delgado el grueso se movía inmediatamente y hacia la misma dirección, aunque en esta primera tarea no todos mencionaron que la distancia entre los triángulos correspondientes era siempre la misma.

Por medio de la experimentación y la interacción con el software pudieron constatar que la figura tenia unas propiedades aunque aún no poseían las bases suficientes para explicarlas. Este proceso lo señalo puesto que para dar sus argumentos los estudiantes utilizaron a grandes rasgos uno de los tres usos de conocimientos que señala Brousseau (acción: donde el conocimiento está implícito en el sujeto y resuelve el problema).

El rol de la docente hasta el momento había sido muy claro y acorde con la TSD[8] puesto que planteó la tarea de manera que implicó una acción del alumno sobre el medio; así como el manejo de la calculadora y la respuesta de los alumnos fue positiva y convincente para continuar con la actividad.

Segunda tarea: llevar <u>todos</u> los triángulos dentro del cuadrado

Algunos comentarios de los estudiantes fueron los siguientes

GRUPO1

E2: en la segunda tarea no se pueden llevar todos los triángulos al cuadrado

O: ¿y por qué?

E2: porque cada triángulo delgado con uno grueso se mueven hacia la misma dirección y conservan la misma distancia.

O: es decir, ¿quedan separados?

E2: si, por eso no se pueden meter todos en un cuadrado.

---

[8] Teoría de las Situaciones Didácticas de Brousseau.

GRUPO2

E3: la segunda tarea no se puede hacer

O: y ¿por qué?

E3: porque si movemos el triángulo delgado al un lado, también se mueve el triángulo grueso hacia esa misma dirección y por eso es imposible unir todos los triángulos para meterlos al cuadrado.

GRUPO3

En la segunda tarea no pude porque en ningún momento se unen.

O: en ningún momento se unen, pero ¿Quiénes?

E4: los triángulos gruesos con los delgados.

O: ah, bueno.

Efectivamente los alumnos manifestaron la imposibilidad de meter todos los triángulos (gruesos y delgados) dentro del cuadrado, para ellos fue imposible porque sabían que había algo que no dejaba unirlos todos en un mismo sitio, en repetidas ocasiones manifestaron que había una *distancia* que era la misma para todos ellos que no permitía que todos fueran introducidos en un cuadrado. Otros también constataron que debido a esto no podían meter los triángulos incluso cuando el cuadrado estaba en otro lugar diferente de la pantalla.

Fue allí donde los estudiantes se expresaron verbalmente y por escrito hablando del problema y su solución, lo que se conoce según Brousseau como uso de conocimiento por formulación.

El rol de la docente en este momento fue crucial ya que los estudiantes no se preocuparon por poner el cuadrado en otro lugar de la pantalla, por tal motivo les sugirió mover el cuadrado para que observaran si no se podía aún con el cuadrado en otra posición.

Tercera tarea: colocar los dos cuadrados en la pantalla de manera que puedan ponerse todos los triángulos delgados en uno y todos los gruesos en otro

Algunos comentarios fueron los siguientes:

GRUPO1

E2: ahí hice esto mire:

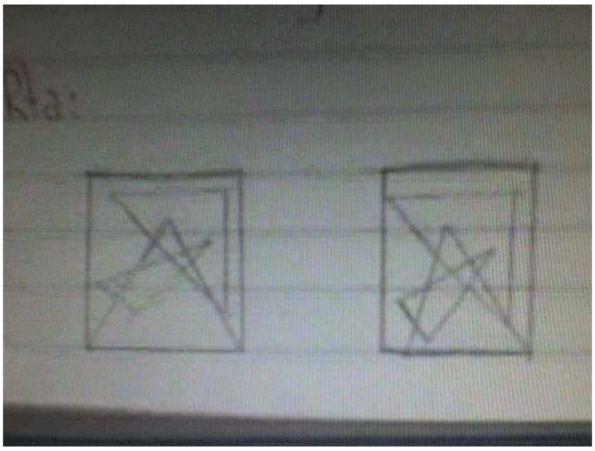


Figura 4. Trasla1. Construcción de los estudiantes

O: y ¿eso qué es?

E2: a un lado están los triángulos gruesos metidos en un cuadrado y al otro los delgados metidos dentro de otro cuadrado.

O: y ¿por qué así?

E2: porque era la única forma de ponerlos, porque los gruesos no se unen con los delgados

O: mmm bueno, muy bien

GRUPO2

E3: y la tercera tarea si se puede mire:

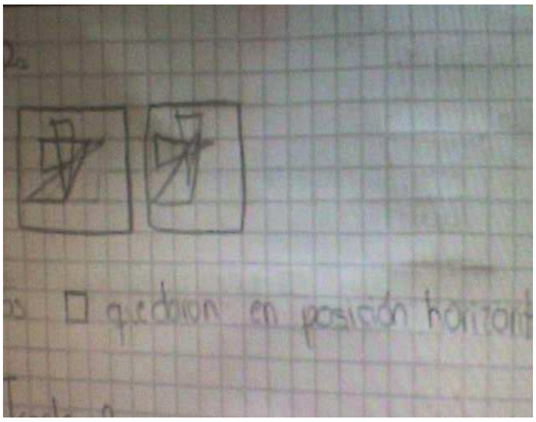


Figura 5. Trasla1. Construcción de los estudiantes

Los cuadrados quedan en posición horizontal

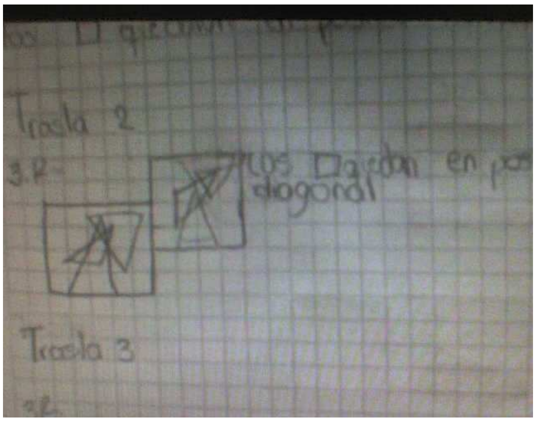


Figura 6. Trasla2. Construcción de los estudiantes

Los cuadrados quedan en posición diagonal

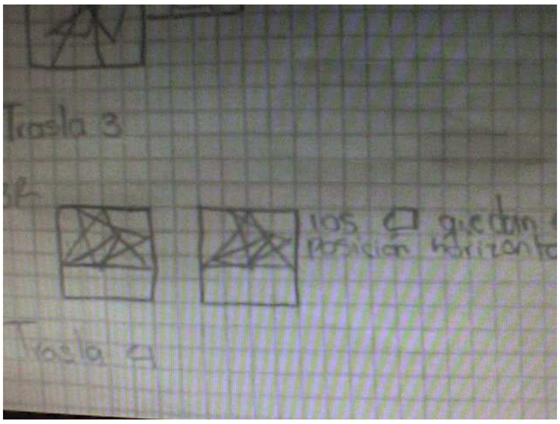


Figura 7. Trasla3. Construcción de los estudiantes

Los cuadrados quedan en posición vertical

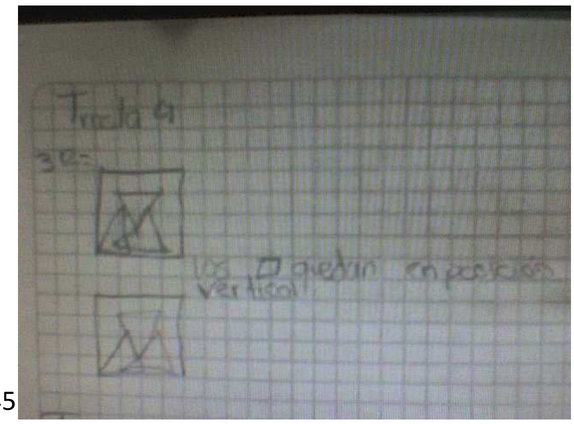


Figura 8. Trasla4. Construcción de los estudiantes

Los cuadrados quedan en posición horizontal

O: ok, muy bien, gracias muchachos, buen trabajo.

GRUPO3

E4: y en la tercera tarea si se puede, lo único que cambia en cada trasla(1-8) es que en uno es horizontal, en otro vertical y en otro oblicuo, así mire:

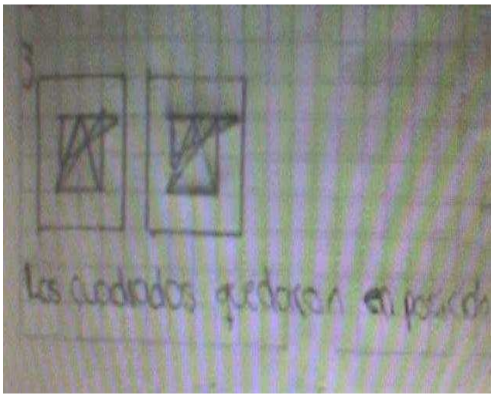


Figura 9. Trasla5. Construcción de los

Los cuadrados quedan en posición horizontal

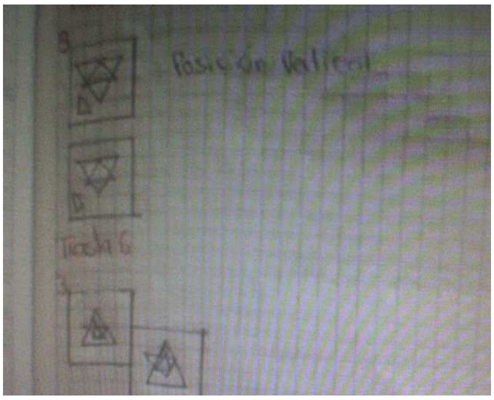


Figura 10. Trasla6. Construcción de los

Los cuadrados quedan en posición vertical y diagonal a la

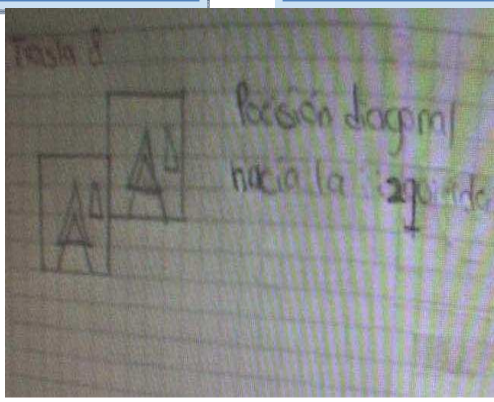


Figura 11. Trasla8. Construcción de los

Los cuadrados quedan en posición diagonal hacia la

Inicialmente los estudiantes para esta tarea notaron que al poner los dos cuadrados separados por la misma distancia que hay entre un triángulo y su correspondiente traslación, entonces podrían colocar todos los triángulos gruesos en uno y todos los delgados en otro. Del mismo modo a medida que cada grupo fue mostrando su trabajo, pudieron notar que si ponían los dos cuadrados en cualquier lugar de la pantalla, pero conservando la misma distancia que hay entre un triángulo y su correspondiente la tarea también tenía éxito.

Por tal motivo no fue necesario que la docente les preguntara si era posible colocarlos en otras posiciones, debido a que fueron ellos (los estudiantes) quienes descubrieron este fenómeno.

CONCLUSIONES

Es importante mencionar que para esta actividad los estudiantes manifestaron su total agrado, colaboración y al mismo tiempo trabajo en grupo.

También me parece importante destacar la labor de la docente pues durante el desarrollo de la actividad renunció a su responsabilidad específica del saber, donde, solo conservó indirectamente su poder como jefe del salón de clase guiando a los estudiantes a validar sus respuestas; es decir, su rol como docente fue de suma importancia para el desarrollo de la actividad, vivenciándola como una situación a-didáctica.

En cuanto al manejo del software lo hizo muy bien, explicando paso a paso como utilizar las herramientas; no hubo problema por parte de los estudiantes en seguir las instrucciones y para el desarrollo de la actividad se trabajo por grupos, lo que facilitó el manejo del grupo.

Por falta de tiempo el concurso no pudo ser desarrollado, debido a que se le prestó demasiada importancia al hecho de dejar a los alumnos interactuar con el software por un largo periodo de tiempo. Esta interacción trajo consigo el bloqueo de dos calculadoras por parte de los estudiantes motivo por el cual la clase se detuvo por unos minutos.

Aunque el concurso no pudo ser realizado quedaron ganancias fructuosas puesto que los estudiantes en todo momento se mostraron interesados participando activamente, discutiendo sobre las respuestas que ellos iban dando e indagando hasta encontrar la solución por si mismos. Me parece importante señalar que el objetivo de la actividad no era hacer todas las tareas en el tiempo estipulado sino que los alumnos pudieran identificar por si mismos, sin intervención de la docente, que cada triángulo se traslada a una distancia fija, se desplaza en una dirección fija y todos en el mismo sentido; aunque en realidad hasta este punto para los estudiantes estaba clara la idea de dependencia y la existencia de una distancia fija.

En fin, el diseño, planeación y ejecución de la actividad fueron un éxito puesto que contrastando el análisis a priori con el análisis a posteriori se puede evidencia que el objetivo de la actividad se cumplió a cabalidad. Además se pudo evidenciar que la construcción de esta actividad es un ejemplo claro de situación a-didáctica[9]

4.1.2 SEGUNDA ACTIVIDAD DE TRASLACIÓN

[9] Véase: 2.2.1 Construcción de una Situación A-didáctica. Pág. 21

Objetivo:

El propósito de esta actividad es que los alumnos se familiaricen con algunos fenómenos visuales relativos al movimiento de una figura y su traslación, y que puedan identificar la magnitud, la dirección y el sentido de la traslación.

Además, que los alumnos comiencen a considerar no solamente las figuras completas, sino sus componentes como vértices y lados.

Figuras iniciales:

Se han preparado en cabri ocho figuras: traslaa1, traslaa2, traslaa3, traslaa4, traslaa5, traslaa6, traslaa7, traslaa8

Cada una de esas figuras consta de tres triángulos: uno delgado, uno grueso y uno punteado. El triángulo grueso es traslación del delgado con respecto a un vector que está oculto, el triángulo punteado es congruente con el delgado, pero independiente de él. El triángulo delgado sólo puede arrastrarse agarrando dos de sus vértices, que producen movimientos diferentes: uno de los vértices permite desplazar el triángulo, el otro permite girar el triángulo alrededor de uno de los vértices. El triángulo punteado no puede moverse.

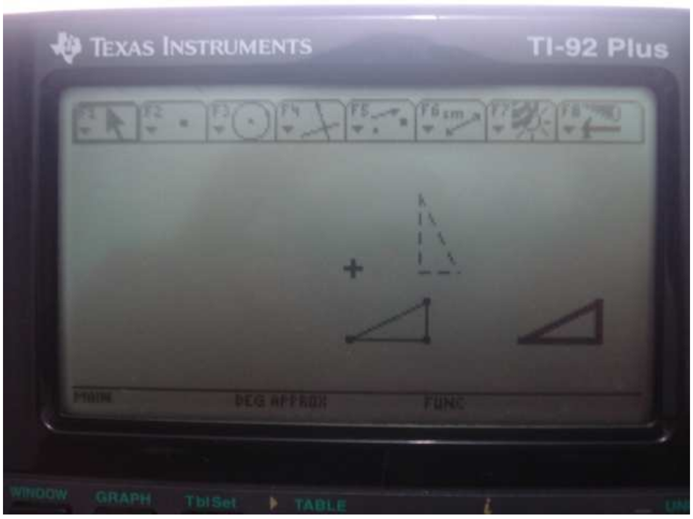


Figura 12. Trasla (a1-a8)

Descripción:

Los fenómenos visuales que se quiere que los alumnos descubran son los mismos que para la primera actividad, es decir:

- El triángulo trasladado depende del otro.
- Una figura y su traslación se mueven en el mismo sentido.
- La distancia entre una figura y su traslación es siempre la misma.

Además, en esta actividad queremos que identifiquen el siguiente fenómeno visual:

- Si una figura se hace girar, su traslación gira en el mismo sentido, claro está, conservando su ubicación en el pano.

Para que los alumnos identifiquen esos fenómenos visuales y se familiaricen con ellos, se les pedirá que realicen la siguiente tarea con las figuras:

1. Superponer el triángulo grueso en el triángulo punteado

En esta actividad el triángulo punteado sirve de guía para los estudiantes. ¿En qué sentido? Porque éste es quien les indica hacia dónde y cómo debe quedar el triángulo grueso (que es la traslación del triángulo delgado), teniendo en cuenta que el triángulo grueso debe quedar superpuesto en el triángulo punteado. Por esta razón el triángulo punteado no se puede mover porque es allí donde debe quedar superpuesto el triángulo grueso.

ANÁLISIS DE LA ACTIVIDAD PLANTEADA

Análisis a priori de la segunda actividad:

Tarea: superponer el triángulo grueso en el triángulo punteado

Los alumnos ya saben que para desplazar el triángulo grueso deben arrastrar el triángulo delgado. En este caso no pueden agarrar el triángulo de un lado, sino que deberán arrastrar los vértices.

Para realizar la tarea, no solamente deben llevar el triángulo grueso sobre el triángulo punteado (como lo hicieron en la primera actividad), sino que deben girarlo hasta que coincidan completamente; por lo tanto deben constatar que el giro del triángulo grueso es en el mismo sentido del giro del triángulo delgado.

Ahora:

Una vez terminadas las tareas con la figura traslaa1, se les pide que abran la figura traslaa2 y realicen las mismas tareas (en ese momento otro alumno podrá asumir el manejo de la calculadora). Luego harán las tareas con las otras figuras.

El profesor puede decidir organizar una puesta en común después de las tres tareas con la primera figura, o esperar a que todos hayan trabajado con las cinco figuras. O bien puede que algunos alumnos vayan más rápido y esos podrán continuar con las otras figuras, mientras los demás se demoran más tiempo con las primeras. Es importante que en la puesta en común distintos grupos puedan hablar de su trabajo (si es posible todos los grupos), tanto los que terminaron todo como los que no lograron hacerlo. Le sugerimos al profesor pasar a exponer primero los grupos más atrasados, y terminar con los más adelantados. En la puesta en común los alumnos mostrarán lo que hicieron, el profesor consignará en el tablero las propiedades que se quiere que los alumnos identifiquen.

ANÁLISIS DEL DESARROLLO DE LA ACTIVIDAD

Tarea: superponer el triángulo grueso y el triángulo punteado

En esta actividad los alumnos pudieron familiarizarse con algunos fenómenos visuales relativos al movimiento de una figura y su traslación gracias a que veían el dinamismo de las figuras. Estos fueron sus aportes y conclusiones para el desarrollo de los ejercicios traslaa1-traslaa8:

GRUPO1:

E1: Óscar mire:

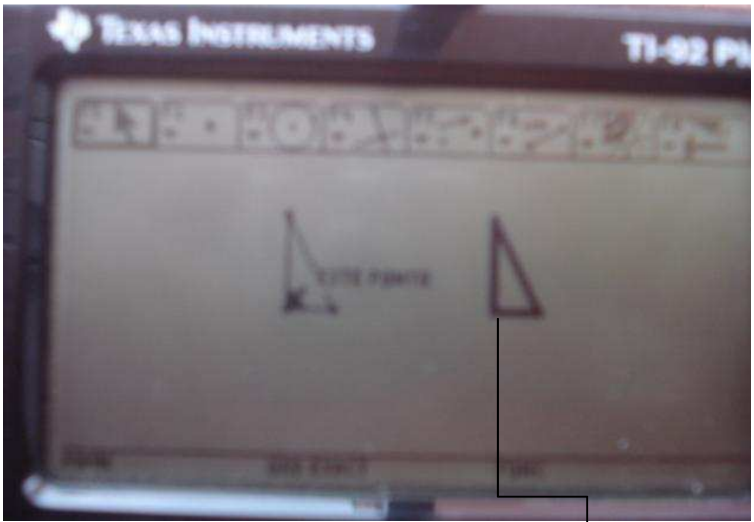


Figura 13. Trasla-a1. Construcción de los estudiantes en la calculadora.

Triangulo grueso superpuesto en el triangulo punteado

O: ¿Pudo mover el triángulo grueso?

E1: ¡No! Movimos el delgado

O: O sea que para mover el triángulo grueso ¿cual debemos mover?

E1: el triángulo delgado, Óscar

O: y al colocar el triángulo grueso sobre el punteado, ¿hacia que lado quedó el triángulo delgado?

E1: al lado izquierdo del triángulo grueso

Los estudiantes del GRUPO 1 se dieron cuenta que al igual que en la primera actividad el movimiento del triángulo grueso dependía del triángulo delgado, sabían que existía una relación entre ellos aunque aún no fueran capaces de explicarla, así como pudieron identificar hacia donde quedaba el triángulo delgado con respecto al triángulo grueso.

GRUPO 2:

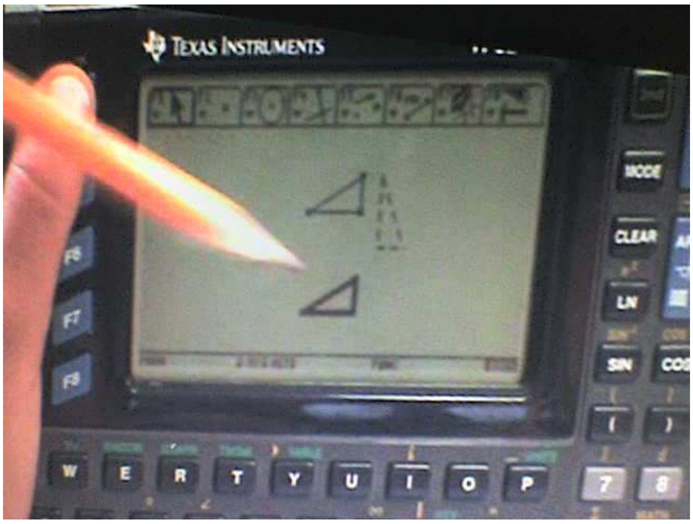


Figura 14. Trasla-a2. Construcción de los estudiantes en la calculadora

O: para poder mover el triángulo grueso ¿que debe hacer?

E1: debo mover el triángulo delgado

O: y ¿por qué no mueve el grueso?

E1: porque no se puede mover

O: ¿ya intentó mover el triángulo punteado?

E2: si pero no se puede mover

O: no se puede mover o ¿le dijeron que no se puede mover?

E2: no se puede mover, ya lo intenté y no se puede ni el triángulo grueso se puede mover porque no se deja coger. Para mover el triángulo grueso debo mover el triángulo delgado, es decir, hacia donde mueva el triángulo delgado se mueve el triángulo grueso.

O: muy bien, y ¿cómo cree que van a ser los otros trasla?

E2: en ***dirección*** diagonal hacia arriba, hacia abajo…

En el GRUPO 2 los estudiantes notaron además la imposibilidad de mover el triángulo punteado, así como predijeron como iban a ser los otros trasla utilizando la palabra ***dirección*** para referirse como iban a salir en la pantalla los triángulos.

El GRUPO 2 solo manifestó que para mover el triángulo grueso se debía mover el triángulo delgado pero no especificaron de donde se debía coger el triángulo delgado, es decir, no mencionaron la palabra vértice en ningún momento. Para ellos el hecho de mover el triángulo no tenía una diferencia significativa con la primera actividad, puesto que no argumentaron la imposibilidad de moverlo si se tomaba desde cualquier parte diferente de los vértices

GRUPO 3:

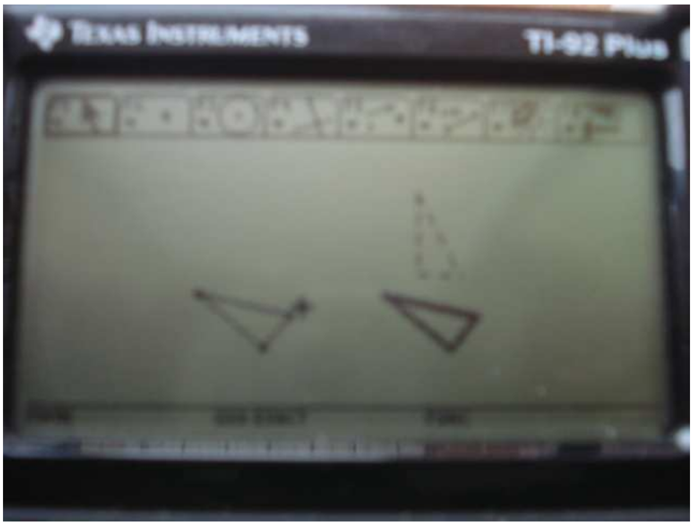


Figura 15. Trasla-a2. Construcción de los estudiantes del grupo3 en la calculadora

O: ¿de dónde mueve el triángulo delgado?

E: de las puntas

O: y ¿cómo se llaman esas puntas?

E: ***vértices***

O: y ¿cuántos vértices tiene un triángulo?

E: tres, pero en este triángulo solo puedo coger dos de sus vértices

O: cómo así ¿coger dos de los vértices?

E: sí, con un vértice lo giro y con el otro vértice lo muevo, para que el triángulo grueso se pueda mover como muevo el delgado.

El **GRUPO 3** fue un poco más adelante cuando se encontraban explicando el por qué del movimiento de los triángulos. Ellos pudieron establecer que un triángulo posee tres vértices, que en este caso dos de ellos son móviles, uno de forma circular y el otro hace que el triángulo se desplace. Es decir pudieron establecer una diferencia significativa en cuanto a la primera actividad de traslación.

PUESTA EN COMÚN[10]:

Para esta parte final de la actividad, la profesora retomó su labor como docente, dejando a un lado el papel que hasta el momento había desempeñado en clase, el de alumna, para comenzar la socialización del trabajo y establecer las conclusiones al respecto junto con los alumnos. Los resultados fueron los siguientes:

P: a ver escuchemos a Carlos, porque todo lo que diga Carlos será evaluado. El objetivo es colocar el triángulo grueso en el triángulo punteado, ¿Cómo lo hizo Carlos?, ¿qué sucede con el triángulo grueso?

E1: no se mueve

[10] Modalidad realizada con un proyector sobre el tablero.

P: muy bien no se mueve solo

E1: se mueve en la misma dirección del triángulo delgado

P: ¿cómo así?, ¿Qué permanece constante?

E: la distancia profesora… los triángulos grueso y delgado tiene la misma distancia

P: y ¿cómo demuestran eso?

En ese momento Mayra, una estudiante, toma una regla y mide la distancia existente entre cada triángulo (grueso y delgado) dando como resultado tres distancias distintas debido a que no midió correctamente de vértice a vértice, inmediatamente la profesora actúa:

Figura 16. Puesta en común de los Trasla (a1-a8)

P: Mayra pero yo tengo una pregunta no se que tan inteligente sea mi pregunta: ¿si en los puntos de arriba tiene 13 pulgadas por qué en los puntos de bajo tiene 10 pulgadas?

E2: porque Mayra tenía que medir la distancia existente entre cada vértice del triángulo delgado con su correspondiente del triángulo grueso.

En ese momento todos los estudiantes notan que la distancia es constante.

P: ha o sea: ¿que conclusión podemos sacar de ahí?

E2: debemos mover el triángulo delgado según la dirección en la que encontremos el triángulo punteado para poder mover el grueso

P: es decir:

E3: es decir: si el triángulo punteado está a la izquierda, entonces, movemos el triángulo delgado a la izquierda hasta que el triángulo grueso se superponga en el punteado.

Los estudiantes lograron notar que la distancia entre una figura y su traslación es siempre la misma. Notaron esos fenómenos visuales y al mismo modo se familiarizaron con ellos mediante la realización de las diferentes tareas con las figuras.

Así mismo mediante el trabajo en equipo y el dinamismo de la clase, los estudiantes fueron quienes asumieron una responsabilidad al hacer la actividad planteada, y fueron ellos mismos quienes notaron las propiedades que caracterizan una traslación.

Vemos así cómo los estudiantes tratan de responder a todas las preguntas lanzadas por la docente; en este momento la clase se torna como si fuese un campo de batalla, puesto que los estudiantes saben que todo lo que están haciendo está siendo evaluado, por tal motivo responden de manera segura tomando de base lo que experimentaron cuando se encontraban manipulando la calculadora. Es aquí donde utilizan lo que BROUSSEAU conoce como *tipo de uso del conocimiento,* en este caso*, de acción,* donde los estudiantes resuelven el problema con la utilización de un conocimiento que hasta el momento permanece implícito.

CONCLUSIONES

El grupo en general mostró interés para el desarrollo de la actividad, puesto que fue de total agrado el trabajo con software dinámico. En todo momento se vio la participación activa de cada uno de los estudiantes y más aún se pudo lograr la mayor parte del objetivo planteado, puesto que pudieron identificar el concepto de dependencia midiendo con regla la distancia de vértice a vértice del triángulo delgado al triángulo grueso, hablaron de dirección (en el momento en el que manifestaban la posición de los triángulos: horizontal, vertical, oblicua) y sentido (cuando decían si el triángulo trasladado, o sea, el triángulo grueso estaba a la derecha, izquierda, arriba o abajo) de la traslación[11].

En cuanto a la labor de la docente a cargo del curso, me parece importante resaltar que una vez más durante el desarrollo de la actividad y antes de hacer la puesta en común, renunció a su labor como educadora, tan solo hacía parte indirecta del salón de clase, es decir, siempre esperó que los alumnos hicieran un trabajo reflexivo sobre sus errores para que fueran ellos mismos quienes los corrigieran. Fue en la puesta en común donde la docente volvió a retomar su labor como docente y líder, haciendo preguntas a los estudiantes, haciéndoles dudar a cerca de lo que decían para saber que tan bien habían hecho las cosas.

La actividad fue totalmente exitosa pues hubo una <u>*situación a-didáctica*</u>[12], donde el alumno fue el investigador de un problema matemático y no de la forma tradicional donde el docente es quien le da herramientas y soluciones al alumno.

4.1.3 TERCERA ACTIVIDAD DE TRASLACIÓN

[11] Véase: Análisis del desarrollo de la segunda actividad de traslación. Pág. 50

[12] MARGOLINAS, Claire (2009). La *importancia de lo Verdadero y lo Falso en la clase de Matemáticas*. División de Publicaciones UIS. Pág. 36

Objetivo:

En las dos actividades anteriores los alumnos han aprendido a predecir de manera aproximada la magnitud, dirección y sentido de la traslación. El propósito de esta actividad es precisar esas características: específicamente, los alumnos deberán representar por medio de un vector la traslación.

Figuras iniciales:

Se han preparado en cabri nueve figuras: tras1a, tras2a, tras3a, tras4a, tras5a, tras6a, tras7a, tras8a, tras1b.

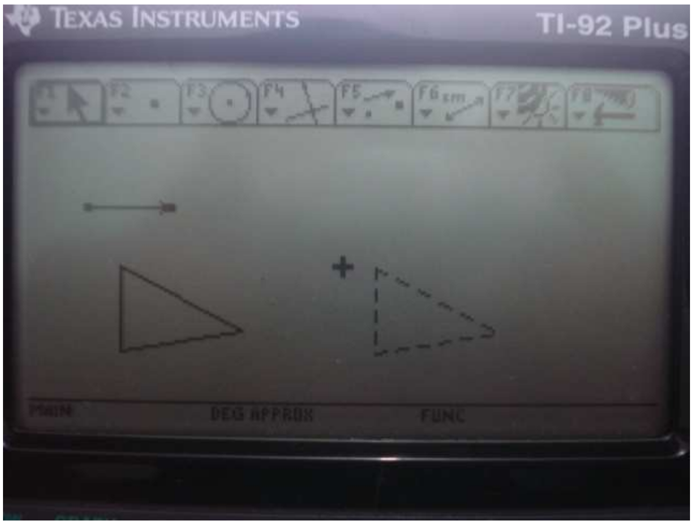


Figura 17. Tras (1a-8a)

Las figuras tras (1a-8a) están constituidas por dos triángulos, uno continuo y uno punteado (imagen del continuo por una traslación), y una flecha. El triángulo continuo puede arrastrarse por dos de sus vértices; uno lo desplaza en traslación, el otro en rotación alrededor de ese vértice. La flecha puede arrastrarse tomándola del medio o de los extremos, y puede cambiar su tamaño, su dirección y su sentido. Cuando la flecha es aproximadamente igual al vector de la traslación, se muestra un punto con el letrero ‘muy bien’.

La figura tras1b tiene los dos triángulos, no aparece la flecha (que los alumnos deberán construir) y hay un círculo con un punto sobre él. Al mover el punto sobre el círculo, el vector que define la traslación cambia de dirección, sentido y magnitud (aunque permanece oculto) y por lo tanto el triángulo punteado cambia de posición

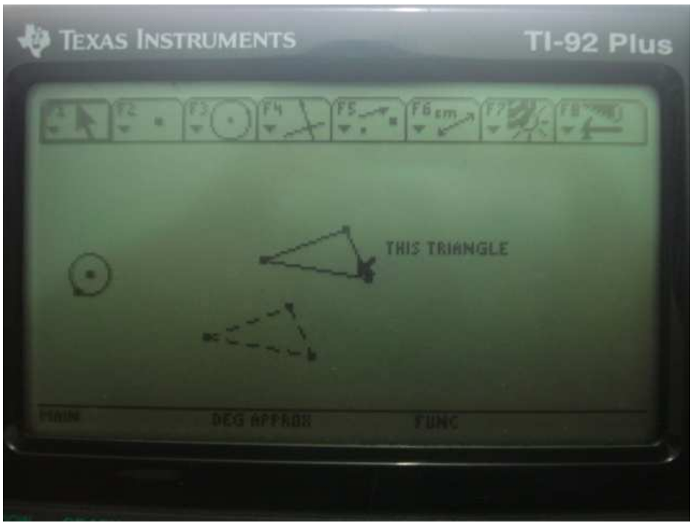


Figura 18. Tras1b

Descripción:

Lo que queremos que los alumnos comprendan es que si se dibujan flechas entre cada punto de la figura original y su correspondiente imagen por la traslación, esas flechas serán paralelas, tendrán la misma medida y el mismo sentido.

ANÁLISIS DE LA ACTIVIDAD PLANTEADA

Análisis a priori de la tercera actividad

Primera tarea:

Con la figura tras1a-8a: ‘en estas figuras, el triángulo punteado es el resultado de trasladar el triángulo continuo; e alumno deberá modificar la flecha para que esta represente el movimiento del triángulo’.

Se espera que los alumnos desplacen la flecha hasta colocarla entre dos puntos correspondientes de los triángulos. En ese momento debe aparecer el letrero ‘muy bien’ en alguna parte de la pantalla de la calculadora.

Segunda tarea: logrando la mayor precisión posible

Una vez hayan trabajado las figuras tras (1a-8a), el profesor organiza la puesta en común y termina mostrando la figura tras1b. En este caso el docente asume el mando de la clase de nuevo para dar las especificaciones pertinentes.

Seguidamente el docente debe mostrarle a la clase que se trata nuevamente de representar el movimiento por medio de una flecha que se llama vector, y muestra la herramienta para construirla. Construye un vector cualquiera y luego le pide a un alumno que modifique ese vector para que represente el movimiento. Una vez que el alumno lo hace (aproximadamente correcto), anuncia que va a verificar la precisión, y construye la traslación del triángulo continuo por el vector dibujado. ¿Cómo lo hace? Por medio de la calculadora, con la modalidad: traslación. Es decir la calculadora se encarga de hacer la respectiva traslación del triángulo continuo por el vector dibujado.

Después de felicitar al alumno, mueve el punto sobre el círculo, de manera que el triángulo punteado se mueve, y ya no coincide con la imagen del continuo por el vector dibujado. Finalmente les explica a los alumnos que ahora el problema es construir el vector de tal manera que siempre represente el movimiento del triángulo, aunque se mueva el punto sobre el círculo, y los deja trabajar en grupos.

Finalmente, organiza una puesta en común para asegurarse de que todos comprenden que deben construir el vector entre dos puntos correspondientes, y que si trazan varios vectores, todos serán paralelos, tendrán el mismo sentido y la misma medida.

ANÁLISIS DEL DESARROLLO DE LA ACTIVIDAD

Esta actividad se realizó en dos sesiones puesto que una sola no fue suficiente para su desarrollo.

Primera tarea:

Para el comienzo de la actividad la docente fue muy clara con las instrucciones para llevar a cabo la actividad, estos fueron los aportes de los estudiantes:

P: ¿Qué pasa cuando cogen la flecha de la puntica?

E: se estira la flecha, profe

P: ahh bueno, y ¿qué sucede cuando se cogen de la barrita?

E: se mueve, la puedo llevar para cualquier lado de la pantalla.

Para los estudiantes no fue difícil notar que la flecha se podía alargar, reducir o mover hacia cualquier parte de la pantalla; esta fue una de las cosas que notaron aún cuando la profesora no había hecho la pegunta al respecto.

Antes del desarrollo de la actividad la docente dijo a los estudiantes que con cada una de las ocho figuras debían escribir:

- ¿En qué posición están los triángulos?

- ¿Dónde está el triangulo punteado?
- ¿Hacia dónde apunta la flechita?

GRUPO1

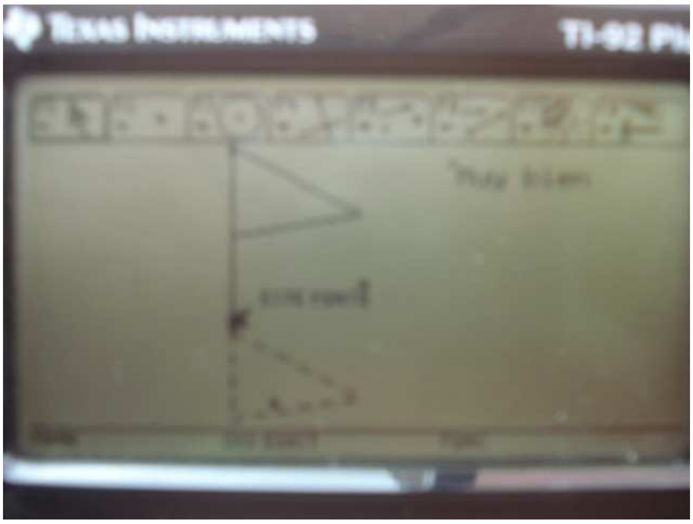


Figura 19 Trasla-3a. Construcción de los estudiantes en la calculadora

P: Daniela en el *trasla3a* ¿en qué posición están los triángulos?

E1: en posición vertical

P: y ¿Dónde está el triángulo punteado?

E1: debajo del triángulo continuo

P: y la flecha ¿hacia dónde está apuntando?

E1: hacia abajo

P: muy bien

O: ¿Dónde inicia la flecha y dónde termina?

E: inicia en un *vértice* del *triángulo continuo* y termina en el otro *vértice* del *triángulo punteado*.

Daniela, junto a los otros estudiantes del primero grupo pudieron llevar a cabo el desarrollo de las ocho figuras sin problema alguno, para ellos no fue difícil responder a las preguntas que la docente había formulado porque:

- Distinguían posiciones (vertical y horizontal)
- Sabían que el triángulo punteado siempre estaba separado del triángulo continuo. Algunos de los estudiantes manifestaron que este hecho se debía a que el triángulo punteado era el resultado de trasladar el triángulo continuo.
- Podían expresar que la dirección de la flecha siempre apuntaba hacia donde se encontraba el triángulo punteado.
- Además utilizaron un tipo de palabras técnicas para definir estos fenómenos como: vértice, triángulo continuo y punteado.

Hasta el momento los estudiantes llevan en su estructura cognitiva un proceso de ***asimilación***[13], porque estamos hablando de una conducta nueva para el individuo que debe integrarse a esquemas anteriores (en este caso los esquemas son las actividades de traslación que hasta el momento se les ha dado a conocer.)

[13] Véase: BROUSSEAU, G (2007). Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas. 1ª edición. Buenos Aires: libros del zorzal. pág. 42.

GRUPO 2

O: ¿En qué posición están los triángulos?

E2: horizontales

O: ¿por qué la flecha inicia en un unto del triangulo liso y termina en otro punto del triangulo punteado?

E2: porque esos triángulos son el mismo.

O: ¿como así?

E2: sí, es el mismo sino que se movió.

O: y ¿la actividad quedó bien hecha?

E2: si, porque me salió el letrero que dice: muy bien.

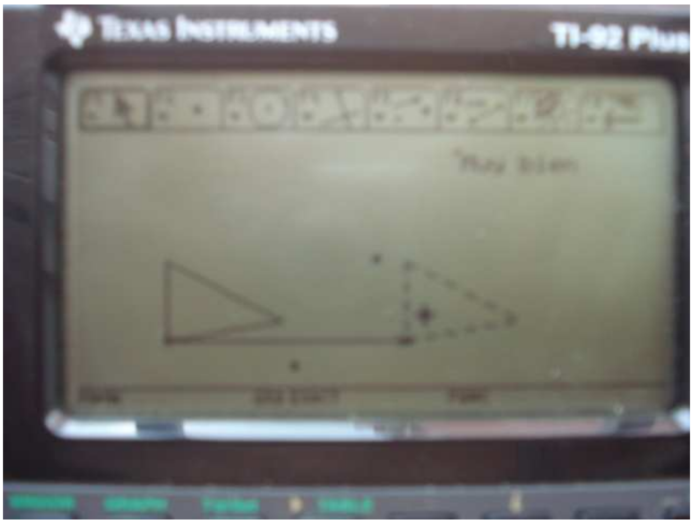


Figura 20 Trasla-1a. Construcción de los estudiantes en la calculadora

Los estudiantes del GRUPO 2 reconocieron, al igual que el GRUPO 1, la posición en la que se encontraban los triángulos, el continuo con respecto al punteado y viceversa, así como fueron un poco más adelante puesto que aseguraron que los dos triángulos eran el mismo, con la única diferencia que el punteado se había movido hacia donde estaba la flecha.

Esta respuesta, aunque parece muy lógica para nosotros es una de las de las que no esperaba escuchar tan pronto por parte de los estudiantes, puesto que al argumentar de esta manera me estaban confirmando intrínsecamente que estaban aprendiendo por adaptación[14] lo que en realidad es una traslación, pero:

Solo se dejaban guiar por lo que la calculadora les mostraba; es decir, tan solo trasladaban el vector hasta que la calculadora les mostrara el letrero: muy bien, y no de un punto específico del triángulo continuo hasta el triángulo punteado.

Segunda tarea: logrando la mayor precisión posible

Habiendo terminado el trabajo con las ocho figuras, *Tras (1a-8a)*, la docente retoma el salón de clase haciendo una breve explicación de la nueva figura a trabajar, en este caso la figura es *Tras1b.* Para tal actividad toma la calculadora y explica en qué consiste la figura, siguiendo las pautas del análisis a priori de dicha tarea. Para llamar la atención de ellos les dice que esta construcción es un poco más complicada de hacer, y les da la siguiente pauta:

Se trata de hacer una construcción correcta donde al mover el punto sobre el circulo no se desbarate todo el trabajo realizado; es decir, ubicar los vectores en el lugar indicado.

---

[14] MARGOLINAS, Claire (2009). La *importancia de lo Verdadero y lo Falso en la clase de Matemáticas*. División de Publicaciones UIS. Pág. 134

En ese momento los grupos asumen el manejo de las calculadoras; veamos lo que sucedió:

GRUPO 3:

O: ¿Qué debe hacer con la figura *Tras1b*?

E3: debo hacer un vector desde un vértice del triángulo continuo hasta el otro del triángulo punteado

O: ¿y luego?

E3: Mover el punto sobre el círculo para saber si la figura se daña

O: inténtelo

E3: ¡se dañó!

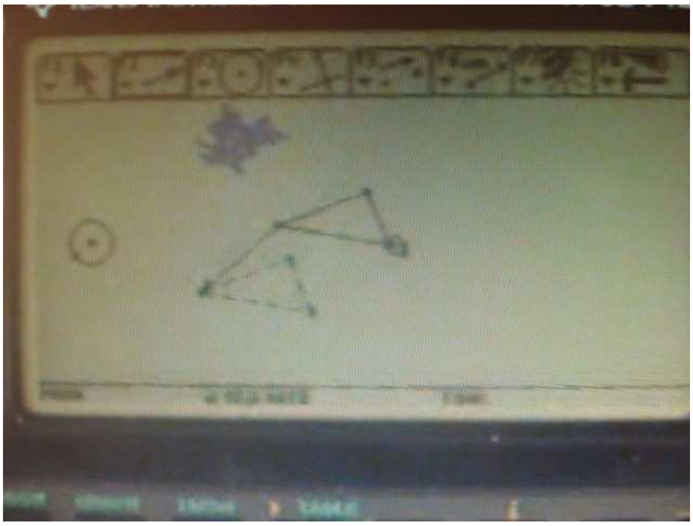


Figura 21 Tras 1b. Construcción hecha por el grupo3

O: entonces ¿qué debe hacer?

E3: me falta hacer otros dos vectores desde los otros dos vértices del triángulo continuo hasta los otros dos del triángulo punteado

O: Ok, inténtelo

E3: sí, así si es mírelo, lo muevo y me resulta la tarea.

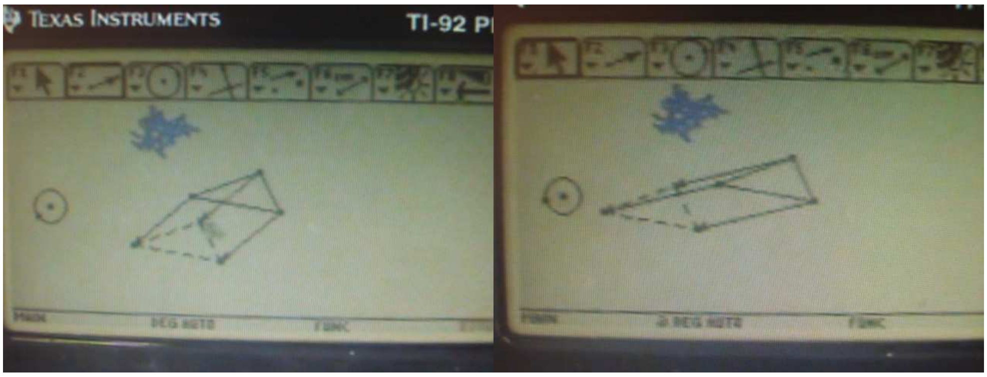


Figura 22 Tras 1b. Construcción hecha y verificada por el grupo3.

O: excelente, ¿Qué puede observar?, ¿hay algo que me hace pensar que la figura está bien?

E3: pues no estoy segura, pero creo que las líneas, o sea los vectores deben estar separados de tal manera que nunca se toquen.

O: y ¿Cómo se llaman esas líneas que nunca se tocan?

E3: perpend… no, no, ¡paralelas!

O: ahh, muy bien.

Para esta actividad los estudiantes construyeron el vector entre dos puntos correspondientes desde triángulo continuo hasta el triángulo punteado. Del mismo modo pudieron ver que si trazan varios vectores (para tal caso trazaron solo tres, cada uno desde un vértice el triángulo continuo hasta su correspondiente) todos serán paralelos, con el mismo sentido, pero no habían nombrado aún que también tenían la misma medida.

Para que pudieran ver que los vectores tenían la misma medida fue necesario sugerirles que midieran la longitud de cada “flecha”, como muchos de ellos la llamaban, y sacaran conclusiones al respecto. Luego de haberles dado la indicación, pudieron reconocer que era necesario que los vectores tuvieran la misma longitud argumentando que si no era así la figura se desbarataba.

Creíamos que ver el paralelismo para los estudiantes sería muy difícil, pero no lo fue, debido a que con la docente habían trabajado este término anteriormente lo que facilitó el desarrollo de la actividad.

CONCLUSIONES

Al realizar la puesta en común de las primeras ocho figuras se pudo observa que hubo ganancias fructuosas en el desarrollo de la actividad puesto que:

- Los estudiantes realizaron la tarea en un tiempo menor al que habíamos estipulado, lo que nos permitió constatar que este tipo de actividades no iban a resultar difíciles de realizar.
- Manifestaron que para este tipo de actividades la estrategia ganadora era calcular *“a ojo”* la distancia del triángulo continuo al triángulo punteado para poner el vector desde puntos correspondientes entre ellos.

Por otra parte un hecho que me llamó demasiado la atención fue que los estudiantes solo se dejaban guiar por lo que la calculadora les mostraba; es decir, tan solo trasladaban el vector hasta que la calculadora les mostrara el letrero: muy bien, y no de un punto específico del triángulo continuo hasta el triángulo punteado. Al notar este hecho inmediatamente le comenté a la docente, quien intervino con el objetivo de ayudarles a entender el por qué de este fenómeno; ¿Cómo lo hizo?, tomó una figura al azar y puso la flecha en diferentes partes de la pantalla haciendo notarles a los estudiantes que el letrero que decía: *muy bien* seguía apareciendo. Gracias a esta ayuda los estudiantes manifestaron que el hecho radicaba en que la flecha está calculando la distancia en la que se desplazó el triángulo continuo, es decir ese fue el movimiento que tuvo el triángulo continuo hasta llegar a la posición del triángulo punteado.

Realmente no esperábamos una respuesta como tal, es más, creímos que lo conveniente sería decirles el por qué de este hecho, pero algo nos hizo dudar y ponerles el ejemplo para que fueran ellos quienes descubrieran esta propiedad.

En muchas ocasiones esto suele suceder, que nos limitamos a pensar por los estudiantes creyendo que por ser tan solo alumnos no tiene la capacidad de expresarse de tal manera que nos convenzan con sus argumentos. Ésta actividad, en especial, nos dejó claro, a la docente Nubia y a mi, que debemos preguntarle a los estudiantes antes de darle la solución de un problema.

En fin, la actividad salió como la planeamos, aunque hubo ciertos deslices que ocurrieron en su desarrollo. La docente, los estudiantes y el medio se prestaron para que la actividad tomara un rumbo de situación a-didáctica porque:

- La tarea planteada implicó una acción de alumno, no rechazaron ni se opusieron en ningún momento a utilizar el software para llevar a cabo la actividad. Por el contrario este tipo de actividades (dinámicas) despertaban más interés para ellos.

- Los alumnos pudieron validar sus estrategias, notaron que la flecha tenía un nombre particular (vector), así como identificaron la magnitud, dirección y sentido de la traslación.

- La docente supo manejar el curso y aún cuando veía que los alumnos no llegaban a la solución del problema no les decía la respuesta ni tampoco les mostraba el procedimiento a hacer, tan solo los orientaba y les ponía situaciones parecidas para les fuera más fácil legar a la solución.

El tiempo y el manejo del software no se vieron afectados en ningún momento, ni siquiera cuando los estudiantes no prestaban atención al manipular las calculadoras.

SUGERENCIAS

No pensar por los estudiantes, es decir, ante todo preguntarles el por qué de cada procedimiento. A veces escuchamos de ellos cosas que no parecen coherentes cuando en la mayoría de los caso lo son, solo que no hablan con las palabras indicadas y es en ese momento donde nuestra labor como docentes hace su aporte para descifrar y acomodar lo que nos quieren decir.

En algunas calculadoras el letrero: *muy bien* no aparece cuando la actividad está hecha, por tal motivo se le sugiere al docente enseñarle al alumno que cuando termine la actividad, con la herramienta arrastre, mueva la pantalla puesto que el letrero aparece pero a veces muy retirado de la figura.

Si los estudiantes no han trabajado el concepto de paralelismo se debe ser muy cauteloso como docente en ese momento, ya que ver esto para ellos resulta complicado.

4.1.4 CUARTA ACTIVIDAD DE TRASLACIÓN

Objetivo:

El propósito de esta actividad es precisar las condiciones para construir la imagen de una figura por una traslación. Específicamente, que los alumnos construyan rectas paralelas y utilicen el compás para asegurar la misma medida.

Figuras iniciales:

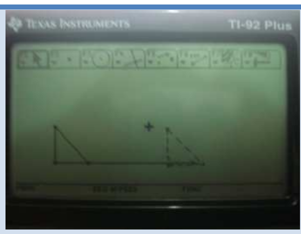
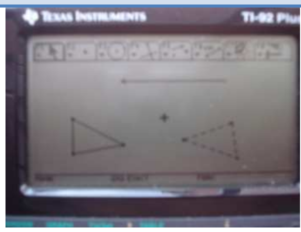
Se han preparado en cabri nueve figuras: trasc1, trasc2, trasc3, trasc4, trasc5, trasc6, trasc7, trasc8, trasd1.

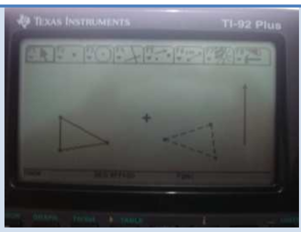
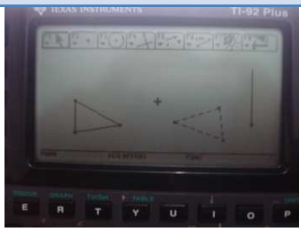
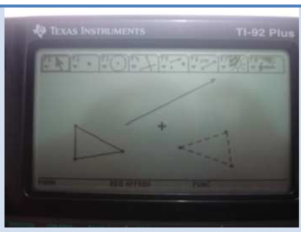
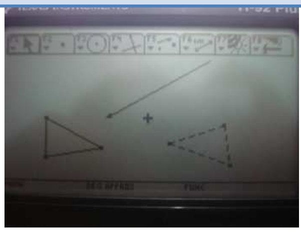
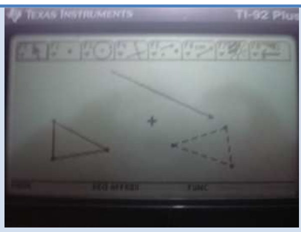
Las figuras tras (c1-c8) están constituidas por:

- dos triángulos, uno continuo y uno punteado.
- un vector, que sólo es posible agarrar por la mitad para desplazarlo por toda la pantalla (este arrastre mantiene invariantes las características del vector).

El triángulo punteado puede arrastrarse por dos de sus vértices; uno lo desplaza en traslación, el otro en rotación. Cuando el triángulo punteado está aproximadamente sobre la imagen del triángulo continuo por el vector, aparece un punto con el letrero ‘muy bien’.

A continuación veremos en la siguiente tabla las figuras:

LISTA DE FIGURAS	DESCRIPCIÓN
 ***Figura 23. Tras C1.***	En la figura, el vector representa un movimiento, con dirección horizontal y sentido hacia la derecha.
 ***Figura 24. Tras C2.***	En la figura, el vector representa un movimiento, con dirección horizontal y sentido hacia la izquierda.

 ***Figura 25. Tras C3.***	En la figura, el vector representa un movimiento, con dirección vertical y sentido hacia arriba.
 ***Figura 26. Tras C4.***	En la figura, el vector representa un movimiento, con dirección vertical y sentido hacia abajo.
 ***Figura 27. Tras C5.***	En la figura, el vector representa un movimiento, con dirección oblicuo derecha y sentido hacia arriba.
 ***Figura 28. Tras C6.***	En la figura, el vector representa un movimiento, con dirección oblicuo izquierda y sentido hacia abajo.
 ***Figura 29. Tras C7.***	En la figura, el vector representa un movimiento, con dirección oblicuo derecha y sentido hacia abajo.

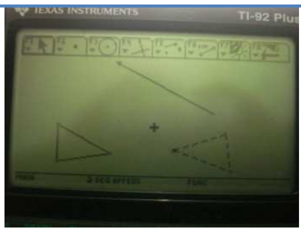
 *Figura 30. Tras C8.*	En la figura, el vector representa un movimiento, con dirección oblicuo izquierda y sentido hacia arriba.

Tabla 1. **Características de la traslación en cada figura**

La figura trasd1 tiene un triángulo continuo, un vector y un círculo con un punto. El punto sobre el círculo modifica el vector.

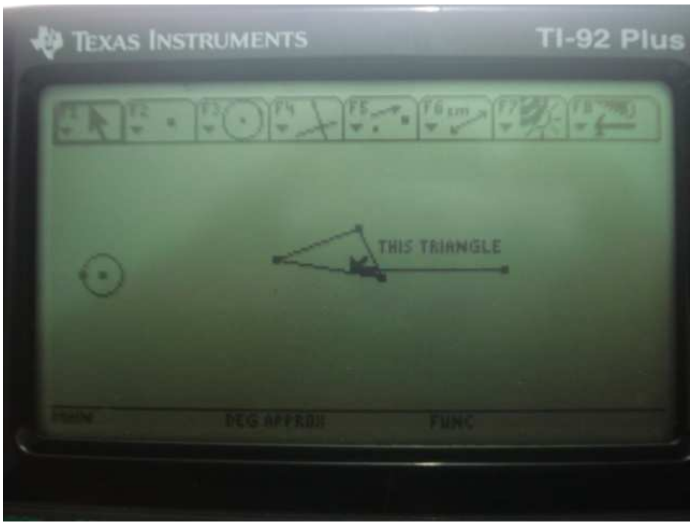


Figura 31. Tras D1.

Descripción:

Queremos que los alumnos comprendan que para que una figura sea imagen de otra por una traslación, las rectas que unen puntos correspondientes deben ser paralelas y la distancia entre puntos correspondientes debe ser la misma.

También queremos que los alumnos comprendan que no importa la posición del vector en la pantalla, a diferencia de la posición del eje de simetría. El vector puede estar en cualquier lugar de la pantalla, lo que cuenta es su magnitud, su dirección y su sentido.

En esta actividad los alumnos deben pasar de una problemática de colocar el triángulo 'aproximadamente' a colocarlo de manera exacta, y que se mantenga la precisión al modificar el vector.

ANÁLISIS DE LA ACTIVIDAD PLANEADA

Análisis a priori de la primera actividad:

Primera tarea:

Se realiza con las figuras tras (1c-8c): Donde el vector representa un movimiento. Los alumnos deben mover el triángulo punteado para mostrar la posición que ocupará el triángulo continuo al hacer ese movimiento.

Se espera que los alumnos desplacen el triángulo hasta la posición que ellos anticipan de la imagen del triángulo continuo. En ese momento debe aparecer el letrero 'muy bien'.

Los alumnos pueden utilizar la siguiente estrategia: desplazar el vector para colocarlo a partir de uno de los vértices del triángulo continuo, y luego desplazar el triángulo punteado para que el vértice correspondiente quede al final del vector. Esto implica que los alumnos reconocen que cada par de puntos correspondientes define el mismo vector. Esta es una estrategia ganadora.

Segunda tarea: logrando la construcción exacta.

Una vez hayan trabajado las figuras tras (1c-8c), el profesor organiza la puesta en común y termina mostrando la figura tras1d. Le pide a un alumno que construya un triángulo que sea la traslación del triángulo continuo con respecto al vector, y verifica utilizando la herramienta 'traslación'. Esta construcción el alumno la hace a ‘ojo’ es decir dibujando un triángulo parecido al que se tiene en la pantalla[15]. Si el triángulo construido no coincide con esta imagen, permite que el alumno lo ajuste hasta que coincidan exactamente. Luego mueve el punto sobre el círculo, de manera que el vector cambie, y muestra que el triángulo construido ya no coincide con la imagen del triángulo dado. Entonces borra el triángulo construido por el alumno, y la imagen de verificación, y explica que se trata de hacer una construcción que siempre coincida con la imagen, incluso cuando se mueve el punto sobre el círculo.

Es posible que algunos alumnos tracen segmentos ‘a ojo’, que cumplen las condiciones de la traslación, pero al mover el vector esos segmentos dejan de ser paralelos y de igual magnitud que el vector. El profesor debe plantear la pregunta: ‘¿qué es lo que se pierde al mover el punto sobre el círculo?’. Los alumnos podrán expresar con sus propios términos el paralelismo (‘los segmentos no están iguales al vector, el vector se torció, etc.’) Entonces el profesor les pedirá a algunos alumnos que muestren cómo debería estar el segmento con respecto al vector. A continuación, el profesor mostrará cómo usar la herramienta ‘recta paralela’ para obtener el dibujo que ellos esperan. Finalmente les pedirá a todos que lo construyan en los grupos, y que los compañeros comprueben desplazando el punto sobre el círculo.

Una vez que han construido rectas paralelas al vector por los vértices del triángulo, podrán ubicar de manera aproximada puntos sobre las rectas, y así construir la imagen del triángulo. El profesor deberá asegurarse de que los alumnos identifican claramente el problema: ¿qué es lo que no está funcionando? Los alumnos deberán responder en sus propias palabras que las distancias entre puntos correspondientes deben ser iguales a la longitud del vector. Sólo después de que los alumnos hayan identificado claramente la necesidad de lograr la

---

[15] Hasta el momento el alumno no sabe construir un triángulo congruente con un triángulo dado, lo que se le pide es que dibujen el triángulo que ellos creen que es traslación de uno dado.

equidistancia con el vector, el profesor les mostrará cómo usar la herramienta compás, y explicará por qué el círculo asegura la equidistancia (un círculo está formado por todos los puntos que están a igual distancia del centro, por lo tanto los dos puntos que están sobre la recta y el círculo están a igual distancia del centro).

El profesor también podrá explicarles a los alumnos cómo obtener el paralelismo utilizando regla y escuadra y cómo utilizar el compás para obtener la equidistancia.

ANÁLISIS DEL DESARROLLO DE LA ACTIVIDAD

Primera tarea:

Antes de comenzar a realizar la tarea la docente da las indicaciones recordándoles que el movimiento del triángulo continuo está representado por el triángulo punteado. Con esta explicación pretendíamos que tan solo tomaran el triángulo delgado y lo movieran pero vaya sorpresa cuando observamos que los estudiantes estaban moviendo el triángulo continuo y no el punteado como lo se había indicado.

Lo sucedido no fue algo esperado, lo que nos hizo pensar rápidamente (a la docente y a mi) para retomar de nuevo el rumbo de la actividad, creyendo que la mejor alternativa era la explicación de la actividad por medio del proyector.

Luego de la explicación revisamos el trabajo hecho por los estudiantes y esta fue la sorpresa:

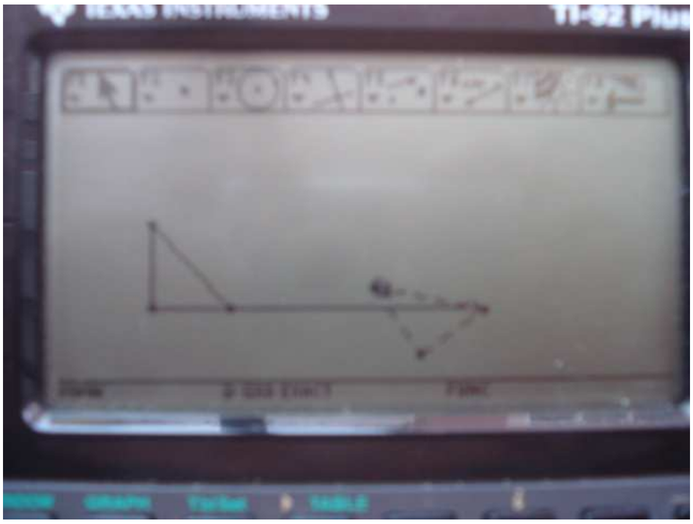


Figura 32. Tras 1c. Construcción de los estudiantes sin girar el triángulo punteado

P: ¿muchachos esta construcción está bien hecha?

E1: no profe porque no sale el letrero: *muy bien*

P: entonces ¿qué debemos hacer?

E2: mover el triángulo continuo porque está mal puesto

P: ahh ¿El triángulo punteado?

E1: nooo es el punteado porque el continuo no lo debemos mover.

Efectivamente hacia falta hacer de nuevo la aclaración de que el triángulo continuo no se debía mover puesto que era el que íbamos a trasladar. Luego de dar dicha indicación estos fueron los resultados:

GRUPO 1

O: explíqueme lo que pudieron hacer

E3: giramos el triángulo punteado

O: ¿Cómo así?

E3: pues giramos el punteado porque cuando pusimos la cola de la flecha en el triángulo continuo nos dimos cuenta que la cabeza de la flecha quedaba en un punto del triángulo punteado pero no en el punto que era sino en otro.

O: ¿o sea?

E3: o sea que tocaba voltearlo porque en las figuras de traslación los triángulos quedan iguales y no volteados.

O: y ¿Cómo se llama la flecha?

E3: vector

O: y ¿ese mismo vector me sirve para ponerlos en los otros puntos del triángulo?

E4: si claro siempre y cuando sean los puntos correspondientes

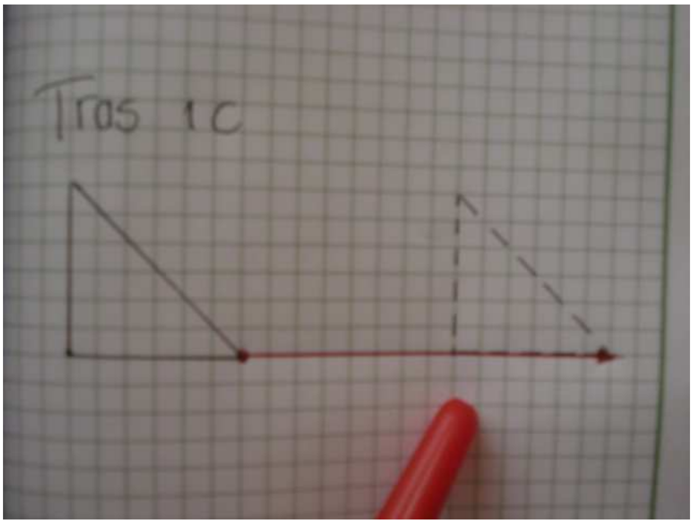


Figura 33. Tras 1c. Construcción de los estudiantes girando el triángulo punteado hecha en el cuaderno

Luego de realizar las ocho figuras se hizo una puesta en común donde los estudiantes sacaron una conclusión grandiosa, estas fueron sus palabras:

“Lo que pasa es que las figuras de traslación son diferentes a las de simetría axial porque en traslación el triángulo punteado queda en la misma posición del triángulo continuo, mientas que en simetría quedan al revés o más bien invertidas”

Esta conclusión nos dejó sin palabras a la docente y a mí, pues después de ver que los estudiantes no movían el triángulo correcto pensamos que la actividad no iba ser desarrollada como estaba planeada.

Hasta el momento la actividad había tomado rumbo de situación a-didáctica, puesto que fueron los estudiantes, mediante sus indagaciones, quienes resolvieron la actividad y trabajaron con las ocho figuras. El hecho de que hubiera habido problemas con el manejo de las figuras en un principio no quiere decir que haya sido malo; al contrario este hecho fue muy bueno ya que es en ese preciso momento donde los estudiantes se dan cuenta del error y lo corrigen para no volverlo a cometer. Este proceso es parte de una situación a-didáctica donde el estudiante tiene que hacer uso de los conocimientos que adquirió. Cuando logre resolver el problema, se ha logrado el cometido, porque, entonces, quiere decir que entendió los conocimientos y los puso en práctica (lo que sería lo ideal). Es decir, no solamente que repita acciones en una serie de ejercicios que son similares.

Segunda tarea: logrando la construcción exacta.

Para esta tarea fue necesario hacerla en otra sesión, debido a que por inconvenientes, el tiempo estipulado no alcanzó. La docente inicia la clase recordando lo hecho con las figuras Tras (1c-8c) pero al parecer no llama la atención de los estudiantes entonces recurre a abrir el archivo: Tras d1 (mostrándola en el proyector); Veamos lo que sucedió en el desarrollo de esta actividad:

P: haber muchachos ¿Qué ven en el tablero?

E1: un triángulo continuo, un círculo con un punto y un vector

P: ¿qué creen que nos hace falta para tener el taller completico?

E1: otro triángulo

P: otro triángulo que me indique ¿qué?

E2: hacia donde se movió el triángulo continuo

P: según ¿Quién…? el vector muchachos no lo olviden.

En este momento podemos observar que la intención de la docente por hacer que la clase alcance para el desarrollo total de la actividad hace que sea ella quien concluya que el vector es el que determina hacia donde se movió el triángulo continuo, y no los estudiantes como se deseaba.

Inmediatamente la docente dice que necesita un muchacho para que sea él quien desarrolle la actividad frente a sus compañeros. Al cabo de unos minutos un estudiante pasó a realizar la actividad.

¿Cómo se realizó la actividad?

Durante la clase el alumno estuvo frente a sus compañeros haciendo la construcción siguiendo las pautas que la docente daba mientras que el resto de los estudiantes, sentados en sus respectivos puestos, seguían la construcción en sus calculadoras.

La actividad no trajo consigo problemas de ningún tipo, puesto que los estudiantes iban siguiendo las instrucciones que la docente daba para su desarrollo. Es decir, al parecer la actividad tomó un rumbo excelente en términos de manejo del grupo, manejo del tiempo y manejo del software.

De lo anterior, teniendo en cuenta las TSD de BROUSSEAU, puedo asegurar que:

La actividad (segunda tarea) no tomó rumbo de situación a-didáctica puesto que los estudiantes no fueron investigadores del problema matemático, llegaron a la solución del problema pero no por sus propios medios sino porque en este caso fue la docente quien asumió la resolución del problema viendo de antemano las dificultades que tenía el grupo para llegar a dicha solución, por lo cual se vio la necesidad de indicar cual era el procedimiento que debían seguir los estudiantes. Con ello no permitió la construcción del conocimiento por parte de los estudiantes, aunque aparentemente ellos hayan entendido todo perfectamente.

CONCLUSIONES

Aunque hubo problemas para el desarrollo de la primera tarea, porque los estudiantes estaban moviendo el triángulo equivocado, se pudo realizar el trabajo de las ocho figuras en un tiempo de dos horas.

Vemos que aunque la construcción de la segunda tarea era más difícil que la construcción de la primera, el tiempo de ejecución fue mejor *¿por qué?* Porque la primera tarea si se manejo como debía ser, ya que fueron los estudiantes quienes llegaron a la solución del problema mientras que en la segunda tarea tan solo siguieron una secuencia o pasos que fueron dados por la docente a cargo.

Esto hace pensar que el trabajo hecho en la segunda tarea fue aprendido por los estudiantes, aunque los estudiantes no fueron autores de la construcción de su propio conocimiento.

SUGERENCIAS

- Me parece importante mencionar que sería necesario modificar el diseño de la primera tarea, de tal manera que cuando el archivo esté abierto no sea posible para los estudiantes mover el triángulo continuo, puesto que aunque se les den las indicaciones siempre van a intentar mover todo lo que aparece en la pantalla; *¿por qué?* Porque como se trabaja con un software de geometría dinámica, es este dinamismo el que despierta en los estudiantes el deseo por mover todo lo que pueden visualizar.

- En cuanto al tiempo de la actividad, creo conveniente dedicarle para esta primera tarea una sesión completa de dos horas. Este sería el tiempo indicado para cubrir a cabalidad el objetivo de la tarea teniendo en cuenta que se debería hacer una puesta en común por parte del docente luego de que los estudiantes hayan trabajado.

- La construcción de la segunda actividad es complicada pero no imposible de obtener por los estudiantes, lo que requiere de un tiempo extra, es decir, hablo de utilizar dos sesiones, cada una de dos horas, para poder cumplir el objetivo a cabalidad y los más importante aún para que sean los estudiantes quien hagan la construcción.

4.2 INSTITUCIONALIZACIÓN

A continuación se describirá paso a paso como se llevó a cabo el proceso de institucionalización de las actividades analizadas.

4.2.1 INSTITUCIONALIZACIÓN DE LAS ACTIVIDADES DE TRASLACIÓN

Para el proceso de institucionalización se retomaron las actividades de traslación para que los fenómenos visuales que los estudiantes identificaron fueran relacionados con el lenguaje formal del concepto de traslación de una figura geométrica.

OBJETIVO

Lograr que los estudiantes lleven al lenguaje formal las actividades que realizaron y ubicarlos dentro del contexto de las transformaciones isométricas.

ANÁLISIS DEL DESARROLLO DE LA ACTIVIDAD

El movimiento que los estudiantes estudiaron y analizaron en el transcurso de las actividades se llama traslación que corresponde a una transformación isométrica. Como se fue descubriendo a lo largo de las actividades en esta transformación lo que ocurre es que una figura se traslada o desliza cierto espacio siguiendo una dirección y sentido.

En este proceso el manejo de la calculadora fue suspendido, esto fue lo que dijo la docente:

P: Bueno muchachos, ahora no vamos a trabajar con la calculadora, lo que vamos a hacer es saber el sentido de la implementación de las actividades.

P: Cuando hablamos de distancia y dirección, hablamos de elementos que tiene una traslación.

P: ¿Quién era el elemento que nos daba la pauta para hacer el trabajo en la calculadora?

E1: el vector

P: haber muchachos y para ustedes ¿Qué es TRASLACIÓN?

E2: moverse de un lado a otro

E3: trasladar es mover

E4: trasladar es cambiar de lugar

P. muy bien muchachos, traslación es mover de un lado a otro pero debe tener unos criterios, y ¿Quién me da esos criterios?

E: el vector

P: el vector me da un sentido, que me lo indica la cabeza de la flecha (arriba, abajo, derecha e izquierda)

P: ¿que más debemos tener?, ¿cuando trazo el vector, la línea que nos da?

E6: la dirección profesora

P: o sea que la dirección depende de la inclinación que tenga la línea (horizontal, vertical, diagonal)

P. ahora, cuando yo mido el vector, ¿Cómo se llama eso?

E7: una magnitud

P: ahora si con esos tres elementos definamos lo que es una traslación

Aún cuando ya reconocían el vector y sabían que este tenía magnitud, dirección y sentido, para los estudiantes resultó difícil la construcción de una definición

Junto con la ayuda de la docente los estudiantes llegan a las siguientes conclusiones:

- Dirección: es la inclinación de la recta que puede ser: vertical, horizontal, diagonal o inclinada.
- Todas las rectas paralelas a una misma recta conforman la dirección.
- Sentido: Es la posibilidad de desplazamiento sobre la recta. Este desplazamiento puede ser hacia arriba, abajo, izquierda o derecha.
- Magnitud: Es la distancia que separa a un punto de otro punto que es imagen por una traslación, es decir, es la medida de esa distancia que hay de un lugar a otro.

Estas definiciones son solo intuitivas pero no formales, son definiciones que la docente creyó convenientes para que los alumnos se familiarizaran con lo que habían aprendido durante las actividades.

Luego de estas definiciones la docente pregunta: ¿Quién tiene las anteriores características en una traslación? Y en coro responden la mayoría de los estudiantes: ¡el vector! , que lo representamos mediante una recta.

P: el vector se nombra con una letra mayúscula cualquiera y sobre ella una flecha. Se nombra con dos letras que indican el inicio y fin de la traslación.

Luego experimentan en el cuaderno traslaciones pero inicialmente empiezan trasladando puntos

P: trasladar un punto en forma inclinada, más o menos 45º, 3 cm a la derecha.

E: ¿hacia donde?

P: hacia abajo

La clase termina haciendo traslaciones de algunas figuras geométricas conocidas como triángulos, cuadrados y otros polígonos.

CONCLUSIONES

Para los estudiantes resultó difícil escribir de manera formal las propiedades que caracterizan una traslación. Si bien es cierto ellos asimilaron bien que las actividades correspondían a una traslación pero los demás términos no fueron familiares para ellos y les costaba emplearlos para describir los fenómenos observados en las actividades.

Sin embargo lograron expresarse con sus propias palabras y en su lenguaje cuando la profesora les preguntaba conceptos tales como: magnitud, dirección y sentido.

Gracias al software fue posible para los estudiantes entender la diferencia que existía entre dirección y sentido de un vector. Para ellos no fue difícil entender estas características porque ya las habían identificado durante el desarrollo de las actividades.

5. CONCLUSIONES GENERALES

Gracias a la utilización de software se pudo constatar que para los alumnos el dinamismo juega un papel importante al momento de aprender, para ellos no fue difícil darse cuenta que podían arrastrarse las figuras hacia cualquier dirección de la pantalla para que ocupara distintas posiciones lo les permitió visualizar y verbalizar algunas propiedades características de la traslación como sucedió en la **primera actividad de traslación-primera tarea: llevar los triángulos gruesos dentro del cuadrado**. Los estudiantes se dieron cuenta de que los triángulos no se comportaban de la misma manera que en las actividades de simetría, es decir, donde las distancias entre cada triángulo y su imagen variaban. Por el contrario visualizaron que: cada figura y su traslación se mueven siempre en la misma dirección y sentido.

Otra ganancia evidente en la utilización del software fue que gracias al diseño de las actividades no hubo necesidad que los alumnos conocieran el manejo de Cabri ya que durante el desarrollo de las actividades la herramienta mas utilizada por ellos fue el arrastre que se convirtió en el arma potente para evidenciar los fenómenos físicos y propiedades geométricas de la traslación.

El dinamismo del software permitió a los estudiantes una gran libertad para explorar, observar, conjeturar, verificar propiedades, resultados y reconocer patrones de comportamiento invariantes. Esto fue posible en gran medida ya que el software se apoya primordialmente basándose en el aprendizaje visual.

Las actividades planeadas condujeron a los estudiantes a reconocer otras características de la traslación tales como: La traslación de una figura se mueve según como se mueva el original, pero este se puede mover hacia cualquier dirección y sentido. Esta conclusión fue posible tras haber realizado la segunda tarea-primera actividad de traslación: **Llevar todos los triángulos dentro del cuadrado.**

La labor de la profesora de intervenir de manera indirecta dio excelentes resultados debido a que durante cada actividad esto sirvió para motivar la formulación de las estrategias por parte de los estudiantes, quienes veían la profesora como una alumna más de la clase. Por tal motivo les dio más seguridad a la hora de responder preguntas y mostrar sus estrategias así estas estuvieran erradas. Este hecho se vio reflejado porque los estudiantes no sentían la presión de ser calificados con mala nota si su respuesta no era la indicada.

Del mismo se vio durante el desarrollo de cada actividad cómo los estudiantes iban asimilando los fenómenos visuales asociados con las transformaciones, de manera que al llegar a la fase de institucionalización, los conceptos teóricos pudieran tener una base en la experiencia de los alumnos, y adquirieran más fácilmente sentido para ellos.

Durante la fase de institucionalización se pudo evidenciar que aún así después de que los estudiantes hubieran trabajado con las actividades de traslación, les resultaba verdaderamente difícil expresar los conceptos, que habían aprendido por si mismos, con un lenguaje formal. Todo el tiempo se expresaron en su propio lenguaje, que corresponde al usado por ellos en las actividades, evidenciando un reconocimiento de las propiedades características de la traslación.

Al tratar de introducir un lenguaje ‘oficial’ para nombrar las propiedades, los alumnos no se encontraron dudosos al momento de expresarse sino en la forma como debían escribir las propiedades.

6. BIBLIOGRAFIA

[1] MARGOLINAS, Claire. La *importancia de lo Verdadero y lo Falso en la clase de Matemáticas*. Ediciones UIS, Bucaramanga, 2009.

[2] CASTIBLANCO Piaba A. Celia. Proyecto “*Incorporación de Nuevas Tecnologías al Currículo de Matemáticas de la Educación Media de Colombia*” y sus avances. Ministerio de Educación Nacional. Bogotá, 2002.

[3] LLOREDA Mera F. José. Formación de Docentes sobre el Uso de Nuevas Tecnologías en el Aula de Matemáticas. Ministerio de Educación Nacional. 2005.

[4] BROUSSEAU, G. Théorie des Situations Didactiques, La Pensée sauvage, Grenoble. 1998.

[5] MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. Pensamiento Geométrico y Tecnologías Computacionales. Enlace editores Ltda. Santafé de Bogotá, D.C, abril, 2004.

[6] OSORIO, Rosalba. *Hacia una Didáctica de la Geometría*. Notas de clase. Universidad Industrial de Santander. Bucaramanga, 2002.

[7] UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA. Proyecto departamental de formación de docentes en el área de matemáticas, Situaciones y estrategias didácticas que contribuyen al desarrollo del pensamiento geométrico. Huila, 2006.

[8] RUEDA, Karol y MONROY, Lilian. *Conceptualización de la simetría axial y la traslación con la mediación del programa Cabri Geometry II*. Universidad industrial de Santander (UIS). Facultad de ciencias. Bucaramanga 2009.

[9] VAQUERO, Elkin y RICO, José. *“Construcción de las rectas y puntos notables del triangulo por medio del programa matemático Carmetal”.* Universidad industrial de Santander (UIS). Facultad de ciencias. Bucaramanga 2009.

[10] BROUSSEAU, G *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas.* 1ª edición. Buenos Aires: libros del zorzal. 2007.