

**EFFECTO DE LÁSER INTENSO SOBRE LA ENERGÍA DE ENLACE DE UNA
DONADORA NEUTRA EN UN PUNTO CUÁNTICO AUTOENSAMBLADO
EN FORMA CILÍNDRICA**

JHON ELBER LEÓN PADILLA

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS
ESCUELA DE FÍSICA
Bucaramanga
2011**

**EFFECTO DE LÁSER INTENSO SOBRE LA ENERGÍA DE ENLACE DE UNA
DONADORA NEUTRA EN UN PUNTO CUÁNTICO AUTOENSAMBLADO
EN FORMA CILÍNDRICA**

JHON ELBER LEÓN PADILLA

**Trabajo de grado para optar
Al título de Físico**

**Director
HAROLD PAREDES GUTÉRRIZ
Físico, Ph.D**

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS
ESCUELA DE FÍSICA
Bucaramanga
2011**

Agradecimientos

Mis mas sinceros agradecimientos a todas las personas que contribuyeron de una u otra manera con este trabajo ,en especial a mis padres: Flor María Padilla Rojas y Libardo José León Rojas que siempre estuvieron hay para no dejarme caer en los momentos más difíciles ,a los profesores Harold Paredes Gutiérrez, Carlos Beltrán Ríos cuyos oportunos consejos, me sirvieron para crecer, no solamente académicamente si no como persona ,al profesor Ilia Mikhailov que más que un profesor es un maestro, su aporte y ayuda en esta tesis fue fundamental, agradezco de gran manera su disponibilidad de tiempo con el desarrollo de este proyecto.

Agradezco a mis amigos de carrera Leonardo Vega Vargas y Edwin Edgar Mozo Luis quienes estuvieron presente en el transcurso de la carrera y en esta última parte de la carrera, gracias por su amistad y por los consejos académicos

Tabla de contenido

	Pág
INTRODUCCIÓN	11
1. MODELO MATEMÁTICO.....	13
1.1 INTERACCIÓN DE PARTÍCULAS CARGADAS CON CAMPOS ELECTROMAGNÉTICOS.....	13
1.2 PARÁMETROS DEL MATERIAL Y GEOMETRÍA DEL PUNTO CUÁNTICO	189
1.3 PUNTOS CUÁNTICOS AUTOENSAMBLADOS.....	199
2.1 JUSTIFICACIÓN DEL MODELO MATEMÁTICO.....	211
2.2 APROXIMACIÓN ADIABÁTICA.....	255
2.3 MÉTODO DE BARRIDO TRIGONOMÉTRICO APLICADO MOVIMIENTO LENTO EN EL PLANO SAQD	¡Error! Marcador no definido.1
3. RESULTADOS.....	333
3.1 EFECTO DEL CAMPO DEL LÁSER INTENSO SOBRE UNA D^0 EN UN SAQD CON FORMA CILÍNDRICA PARA SU POTENCIAL DE CONFINAMIENTO FINITO.....	333
3.2 EFECTO DEL CAMPO DEL LÁSER INTENSO SOBRE LA ENERGÍA DE ENLACE DE UNA D^0 EN UN SAQD CON FORMA CILÍNDRICA EN FUNCIÓN DEL PARÁMETRO ALFA	355
3.3 EFECTO DEL CAMPO DEL LASER INTENSO SOBRE LA ENERGÍA DE ENLACE DE UNA D^0 EN UN SAQD CON FORMA CILÍNDRICA EN FUNCIÓN DEL RADIO.....	366
3.4 EFECTO DEL CAMPO DEL LÁSER INTENSO SOBRE LA FUNCIÓN DE ONDA DEL PLANO DE UNA D^0 EN UN SAQD CON FORMA CILÍNDRICA.....	377

3.5 EFECTO DEL CAMPO DEL LÁSER INTENSO SOBRE EL POTENCIAL EFECTIVO ONDA UNA D^0 EN UN SAQD CON FORMA CILINDRICA	388
4. CONCLUSIONES	400
CITAS BIBLIOGRÁFICAS.....	41
BIBLIOGRAFÍA.....	44

LISTA DE FIGURAS Y GRAFICAS

	Pág.
Fig 1. efecto del láser sobre el potencial de coulomb a grandes frecuencias	17
Fig 2. geometría del punto cuántico en forma cilíndrica.....	19
Fig 3. parámetros de red y brechas de energía de heteroestructuras de materiales binarios	20
Graf 1. Potencial de confinamiento en función de del parámetro alfa del láser, para un radio de 40nm y de altura $h = 4\text{nm}$	33
Graf 2. Energía de enlace de una donara en función de la amplitud del láser alfa	35
Graf 3. Energía de enlace en función de el radio externo del punto cuántico para diferente parámetros alfas ($\alpha = 0 - 3 \text{ nm}$) y altura $h = 4\text{nm}$	36
Graf 4. Función de onda radial para diferentes parámetros ($\alpha = 0 - 4\text{nm}$) y altura $h = 4\text{nm}$	37
Graf 5. Potencial efectivo de la donadora para diferentes parámetros alfas ($\alpha = 0 - 4\text{nm}$).....	38
Graf 6. Aumento del potencial efectivo de la Graf 5 para valores del radio ($\rho = 0 - 1.5(a^*)$).	38

RESUMEN

TÍTULO: EFECTO DE LÁSER INTENSO SOBRE LA ENERGÍA DE ENLACE DE UNA DONADORA NEUTRA EN UN PUNTO CUÁNTICO AUTOENSAMBLADO EN FORMA CILÍNDRICA*

AUTOR: JHON ELBER LEON PADILLA**

PALABRAS CLAVE: Punto cuántico auto-ensamblado, aproximación adiabática, aproximación dipolar

DESCRIPCIÓN: En este trabajo de grado se analiza el efecto de un láser intenso sobre la energía de enlace de una impureza donadora neutra (D^0) ubicada en el centro de un punto cuántico cilíndrico auto-ensamblado (SAQD) de $\text{In}_{0.55}\text{Ga}_{0.45}\text{As}/\text{Al}_{0.35}\text{Ga}_{0.65}\text{As}$.

La ecuación de Schrödinger para los sistemas de un electrón confinado en puntos cuánticos autoensamblados es resuelta por medio del método de aproximación adiabática, el cual permite separar el movimiento del electrón en una dirección vertical y otro en el plano perpendicular a dicha dirección y obteniendo un sistema de dos ecuaciones; las cuales se resuelven por el método de barrido trigonométrico encontrando la energía de enlace en función de la intensidad del láser y del radio del punto cuántico cilíndrico. Se muestra como el efecto del haz laser intenso, disminuye la energía de enlace de la donadora, debido al aumento en la separación del electrón respecto al ion donadora, esto se debe al incremento del valor esperado de la energía del electrón ligado a la impureza, también se afecta el potencial de confinamiento haciendo variable su forma a medida que se aumenta la intensidad del haz láser cambio en la forma del potencial de confinamiento a medida que se aumenta el potencial de confinamiento juega un rol importante ,para determinar la energía de enlace de la donadora.

* Trabajo de grado

** Facultad de Ciencias. Escuela de Física. Director: Dr. Harold Paredes Gutiérrez.

ABSTRACT

TITLE : EFFECT OF AN INTENSE LASER ON THE BINDING ENERGY OF A NEUTRAL DONOR IMPURITY IN A SELF-ASSEMBLED CYLINDRICAL QUANTUM*

AUTHOR: JHON ELBER LEON PADILLA**

KEY WORDS: Self-assembled quantum dot, adiabatic approximation, dipolar approximation.

DESCRIPTION: We analyze an intense laser effect on the binding energy of a neutral donor impurity (D^0) centered in a Self-Assembled cylindrical Quantum Dot made of $\text{In}_{0.55}\text{Ga}_{0.45}\text{As}/\text{Al}_{0.35}\text{Ga}_{0.65}\text{As}$.

The Schrödinger's equation for the system of an electron confined in self – assembled quantum dots were solved by means of the adiabatic approximation method, which allows to separate the movement of the electron in a vertical direction and the other one in a perpendicular plane to that direction in order to obtain two equations; both of them are solved by using the trigonometric sweep method finding the binding energy as a function of the laser intensity and the radius of the cylindrical quantum dot. We show how the effect of the intense laser beam, decreases the binding energy from the neutral donor. This is due to the increase in the electron separation according to the donor ion. As a result of the increase in the expected value of the energy of the electron linked to the impurity. The confinement potential is affected as well. This manages to change its shape as the intensity of the laser beam increases. This variation in the confinement potential plays an important role in order to determine the binding energy of the donor.

* Work Degree.

** Faculty of Science. School of Physics. Director: Dr. Harold Paredes Gutierrez.

INTRODUCCIÓN

A finales de la década de los 80 científicos de la Texas instruments inc[1],lograron una cuantización completa del movimiento del electrón mediante la creación de estructuras cuasi-cero-bidimensionales conocidas como puntos cuánticos (quantum dots QDs). Los sistemas QDs son llamados frecuentemente átomos artificiales debido al confinamiento en las tres direcciones. Haciendo esto que tengan un comportamiento similar a los sistemas atómicos, pero con la posibilidad de poder controlar su forma, dimensiones, estructura de niveles energéticos, los cuales hacen de estos unos excelentes “mini-laboratorios”, bastante interesantes tanto para los físicos teóricos como para los experimentalistas [5]. Ideas prometedoras acerca de la aplicación tecnológica de los puntos cuánticos no se han hecho esperar: construcción de láseres semiconductores, creación de moléculas artificiales o dispositivos de almacenamiento de información con capacidades enormes, son de las más llamativas [6-7].Se han implementado varios métodos de obtención de QD's como por ejemplo: el grabado (etching) [1, 8-9]; usando campos eléctricos modulados espacialmente [10-11]; por interdifusión entre la barrera y el pozo cuántico [12]; en la forma de micro cristales semiconductores [13]; crecimiento selectivo [14]; y crecimiento auto-organizado [15]. Para todos los métodos mencionados el material preferido ha sido el GaAs/AlGaAs, aunque otros semiconductores como InAs/InGaAs también se han usado.El método de auto-cristalización, conocido como crecimiento auto-organizado, es el que produce los llamados *puntos cuánticos auto-ensamblados* [16-17] (Self-Assembled Quantum Dots, SAQD.) Este método consiste en la deposición del material utilizando la conocida técnica de *Molecular Beam Epitaxy* (MEB), que se utiliza en la fabricación de pozos cuánticos (QW's), pero en este caso el substrato tiene un constante de red diferente del material que se va crecer

epitaxialmente, lo que genera unas presiones superficiales que aumentan a medida que se añade cada mono capa. Para cierto espesor crítico el material sufre un transición, llamada transición de Stranski-Krastanow [18], en la cual el crecimiento del cristal deja de ser epitaxial y se forman, entonces, unas pequeñas “islas” de material de formas y tamaños regulares llamados SAQDs. El pequeño tamaño de los SAQDs, la homogeneidad de sus formas, la estructura cristalina sin efectos de borde y el conveniente proceso de crecimiento (sin la necesidad de la precisión en la deposición de electrodos o el grabado) son sus más grandes ventajas, lo cual surgen enormes aplicaciones en los campos como la electrónica y opto-electrónica [5]. En los últimos años se han reportado muchos trabajos relacionados con el efecto de un laser intenso sobre estructuras semiconductoras, Fanyao et al, han usado la teoría no perturbativa para calcular la energía de enlace de una impureza hidrogenoide en un hilo cuántico cilíndrico bajo el efecto de un haz laser de alta frecuencia [19] y con confinamiento infinito, también presentaron cálculos de la energía de enlace de una donadora centrada en un punto cuántico esférico bajo el efecto de un laser intenso [20] y con confinamiento infinito y finito, encontrando que la energía de enlace en este sistema decrece con el incremento de la amplitud del laser. Hasta el momento se han publicado varios artículos sobre el efecto de un laser sobre energía de enlace de impurezas donadoras en diferentes heteroestructuras como los anteriormente mencionados, pero en la actualidad no se han realización trabajos teóricos del efecto de un laser intenso sobre la energía enlace de impurezas donadoras en puntos cuánticos auto ensamblado SAQD. El objetivo del presente trabajo de grado es realizar el cálculo de la energía de enlace en presencia de un haz láser intenso en un punto cuántico auto ensamblado de $\text{In}_{0.55}\text{Ga}_{0.45}\text{As}/\text{Al}_{0.35}\text{Ga}_{0.65}\text{As}$. La energía de enlace se obtiene en función de la amplitud del láser y del radio del punto y utilizando el método de aproximación adiabática y barrido trigonométrico.

1. MODELO MATEMÁTICO

1.1 INTERACCIÓN DE PARTÍCULAS CARGADAS CON CAMPOS ELECTROMAGNÉTICOS

El Hamiltoniano de una partícula cargada bajo la acción de un campo electromagnético:

$$H = \frac{1}{2m} \left(\frac{\hbar}{i} \nabla + \frac{e}{c} A \right)^2 + V(r) \quad (1.1)$$

La ecuación de schrödinger es de la siguiente forma

$$\frac{1}{2m} \left(\frac{\hbar}{i} \nabla + \frac{e}{c} A \right)^2 \psi(r,t) + V(r)\psi(r,t) = E\psi(r,t) \quad (1.2)$$

La ecuación de schrödinger (1.2) aparentemente viola el principio de invariancia de gauge, puesto que $A(r,t)$ aparece en la ecuación (1.2), bajo la transformación:

$$A \rightarrow A + \nabla f \quad (1.3)$$

El Hamiltoniano toma la forma:

$$\frac{1}{2m} \left(\frac{\hbar}{i} \nabla + \frac{e}{c} A \right)^2 \rightarrow \frac{1}{2m} \left(\frac{\hbar}{i} \nabla + \frac{e}{c} A + \frac{e}{c} \nabla f \right)^2 \quad (1.4)$$

Es posible mantener la invariancia de gauge, usando el hecho que la función de onda cambia por un factor de fase

$$\Psi(r,t) \rightarrow e^{i\Lambda(r,t)} \psi(r,t) \quad (1.5)$$

La ecuación (1.5), representa a físicamente el cambio en la fase de la función de onda .esto gracias a que los fenómenos cuánticos no se ven afectados si cambiamos la fase de la función de onda

Desarrollando la parte derecha de la ecuación (1.4) y e igualando obtenemos el factor de fase

$$\Lambda = -\frac{ie}{\hbar c} f \quad (1.6)$$

Si reemplazamos el valor de la constante de fase, obtenemos la nueva función de onda con el factor de fase, ecuación (1.7)

$$\psi(r,t) \rightarrow e^{-\frac{ie}{\hbar c} f(r,t)} \psi(r,t) \quad (1.7)$$

$$\frac{1}{2m} \left(\frac{\hbar}{i} \nabla + \frac{e}{c} A \right)^2 \psi' + V(r)\psi' = E\psi' \quad (1.8)$$

$$\psi' = e^{-\frac{ie}{\hbar c} f(r,t)} \psi \quad (1.9)$$

Esta nueva función de onda nos permite incluir la invariancia de gauge para los campos electromagnéticos. Esta teoría y aplicando las transformaciones unitarias permitió a Hennerberger [21], en un artículo indispensable para este trabajo trasladar el efecto del láser al termino del de potencial en la ecuación de schrödinger

$$\frac{1}{2m^*} \left(\frac{\hbar}{i} \nabla + \frac{e}{c} A(t) \right)^2 \varphi(r,t) + V(r)\varphi(r,t) = i\hbar \frac{\partial \varphi(r,t)}{\partial t} \quad (1.10)$$

$$\Psi(r,t) = U\varphi(r,t) \quad (1.11)$$

$$U = \exp \left\{ \frac{i}{\hbar} \int_0^t \left[\frac{i\hbar e}{m^* c} A(\tau) \cdot \nabla + \frac{e^2 A^2(\tau)}{2m^* c} \right] d\tau \right\} = \exp \left\{ \frac{i}{\hbar} \int_0^t H_{\text{int}} d\tau \right\}, \quad (1.12)$$

La teoría aplicada hasta aquí es muy sencilla, como nosotros sabemos de la física matemática o teoría de grupos toda transformación unitaria equivale a una translación en una dimensión, el potencial tratado de esta manera sufre una translación

$$U = U_1 U_2 \quad (1.13)$$

Donde U_1 es el operador translación U_2 no es más que una constante

$$U_1 = \exp \left[- \int_{-\infty}^t \left[\frac{e}{m^* c} A(\tau) d\tau \cdot \nabla \right] \right] \quad (1.14)$$

$$U_2 = \exp \left\{ \frac{i}{\hbar} \int_{-\infty}^t \frac{e^2 A^2(\tau)}{2m^* c^2} d\tau \right\} \quad (1.15)$$

De esta manera el operador translación está definido por la ecuación (2.15)

$$U_1 = \exp \left\{ \vec{r} - \int_{-\infty}^t \frac{e \vec{A}(\tau)}{m^* c} d\tau \right\}, \quad (1.16)$$

$$\vec{\alpha} = - \frac{e}{m^* c} \int_0^t \vec{A}(\tau) d\tau, \quad (1.17)$$

El termino alfa ecuación (1.17) como se observa es un vector que me indica la dirección y magnitud de la translación, dada por la transformación unitaria para mirar su significado físico aprovechamos la relación que tiene este, con el vector potencial magnético y de esta manera obtenemos la ecuación:

$$\frac{d^2 \vec{\alpha}}{dt^2} = - \frac{e}{m^* c} \frac{d \vec{A}(\tau)}{dt} = \frac{e}{m^*} \vec{E}(t) \quad (1.18)$$

$\vec{\alpha}$: Físicamente se define como el desplazamiento clásico del electrón desde el centro del oscilación en un campo de radiación $\vec{E}(t)$. el efecto del laser solamente va estar dado en el término del potencial en la ecuación de schrödinger

$$\frac{1}{2m^*} \nabla^2 \Psi(r,t) + V(r + \vec{\alpha}) \Psi(r,t) = i\hbar \frac{\partial \Psi(r,t)}{\partial t} \quad (1.19)$$

Dado que en la ecuación anterior tenemos el efecto del láser, por el factor alfa, ya no en el término de la energía cinética de la ecuación semiclasica de Schrödinger, procedemos a dar una serie de especificaciones que harán más sencillo el desarrollo de nuestro problema.

Como primera medida la ecuación (2.19), es una ecuación dependiente del tiempo todavía se hace complicada su solución, por esto es necesario utilizar el método desarrollado por Floquet [22], aplicado en el inverso de su frecuencia, obtenemos una ecuación de Schrödinger independiente del tiempo

$$\frac{1}{2m^*} \nabla^2 \Psi_0 + V(r; \alpha_0) \Psi_0 = E \Psi_0 \quad (1.20)$$

Para frecuencias grandes el término predominante de la serie de Floquet de la función es Ψ_0 , componente cero de Floquet. Esto hace una buena aproximación de la función de onda y E representa la cuasi energía correspondiente a esta función de onda.

En la ecuación (2.20), el término $V(r; \alpha_0)$ se llama “dressed potencial” traducido al español, potencial revestido, se define como:

$$V(\vec{r}; \alpha_0) = \frac{w}{2\pi} \int_0^{2\pi} V(\vec{r} + \vec{\alpha}_0) dt \quad (1.21)$$

Esta ecuación es general, pero se puede volver más simple si consideramos un pozo de potencial en dirección z , con ancho L , donde $L=2\ell$ dado por los autores por los autores [23], una forma de representar el pozo de potencial en dirección z es

$$V(z, \alpha_0) = \frac{V_0}{\pi} \left[\theta(\alpha_0 - z - \ell) \arccos\left(\frac{\ell + z}{\alpha_0}\right) + \theta\left(\alpha_0 + z - \frac{\ell}{2}\right) \arccos\left(\frac{\ell - z}{\alpha_0}\right) \right] \quad (1.22)$$

Donde $\theta(z)$ es la función de Heaviside.

Ahora para el potencial de coulomb sometido a frecuencias grandes dada por Ethoszky [24], como una buena aproximación tenemos:

$$V_c(\vec{r}; \alpha_0) = -\frac{ke^2}{2\epsilon} \left(\frac{1}{|\vec{r} + \vec{\alpha}|} + \frac{1}{|\vec{r} - \vec{\alpha}|} \right) \quad (1.23)$$

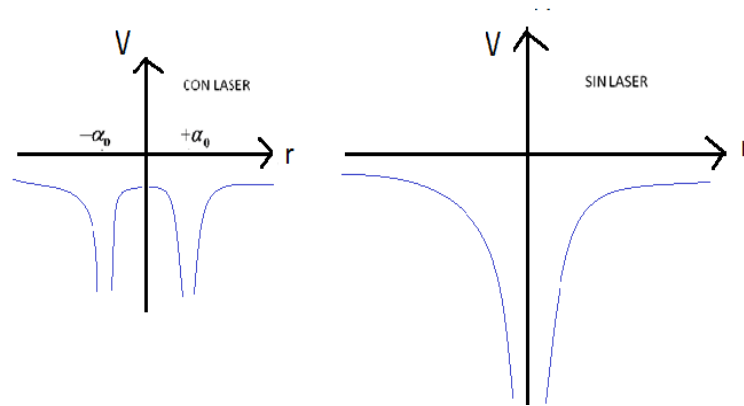


Fig 1. Efecto del láser sobre el potencial de coulomb a grandes frecuencias

En la figura anterior se ve gráficamente que sucede con el potencial de coulomb a grandes frecuencias.

El campo del láser es representado por una onda plana monocromática linealmente polarizada en dirección del eje z, bajo la aproximación dipolar. Esta aproximación justifica el rango de frecuencias que nos interesa (del visible al ultravioleta) consecuentemente. Tomamos el vector potencial electromagnético como:

$$\left(\vec{A} = A_0 \cos(\omega t + \varphi) \vec{K} \right) \dots \text{con} \dots (\varphi = 0) \quad (1.24)$$

$$\alpha(t) = \alpha_0 \sin(\omega t), \quad (1.25)$$

$$\alpha_0 = \alpha_0 \vec{K}, \quad (1.27)$$

$$\alpha_0 = \frac{eA_0}{mc\omega}, \quad (1.28)$$

Donde A_0 es la amplitud de la onda monocromática.

Se tiene una relación muy útil para caso experimental, esta es el parámetro alfa sub-cero en función de la frecuencia y de la intensidad del haz láser:

$$\alpha_0 = \left(\frac{I^2}{w^2} \right) * \left(\frac{e}{m^*} \right) * \left(\frac{8\pi}{c} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (1.29)$$

m^* : Masa efectiva del portador de carga

I : Intensidad del haz láser

c : Velocidad de la luz

w : Frecuencia del haz láser intenso

1.2 PARÁMETROS DEL MATERIAL Y GEOMETRÍA DEL PUNTO CUÁNTICO

En esta tesis se realizan los cálculos para un electrón y una donadora dentro de un SAQD de $In_{0.55}Al_{0.45}As / Al_{0.35}Ga_{0.65}As$, donde los puntos cuánticos de $In_{0.55}Al_{0.45}As$ están sumergidos dentro de una matriz de $Al_{0.35}Ga_{0.65}As$ [25]. Los parámetros físicos, a excepción desde luego del salto entre bandas de conducción, se toman del material correspondiente a la región interior del SAQD debido a que el confinamiento hace que el electrón se encuentre fundamentalmente en esta región. Estos parámetros son $\varepsilon = 12.71$ y $m^* = 0.076m_e$, siendo m_e la masa del electrón en el vacío [25]. El salto entre las bandas de conducción del electrón es $V_0 = 172 \text{ meV} \approx 40 \text{ Ry}^*$ [25].

El radio de Bohr efectivo correspondiente a estos parámetros del material es $a_0^* = 8.86 \text{ nm}$, el Rydberg efectivo es $\text{Ry}^* = 6.4 \text{ meV}$

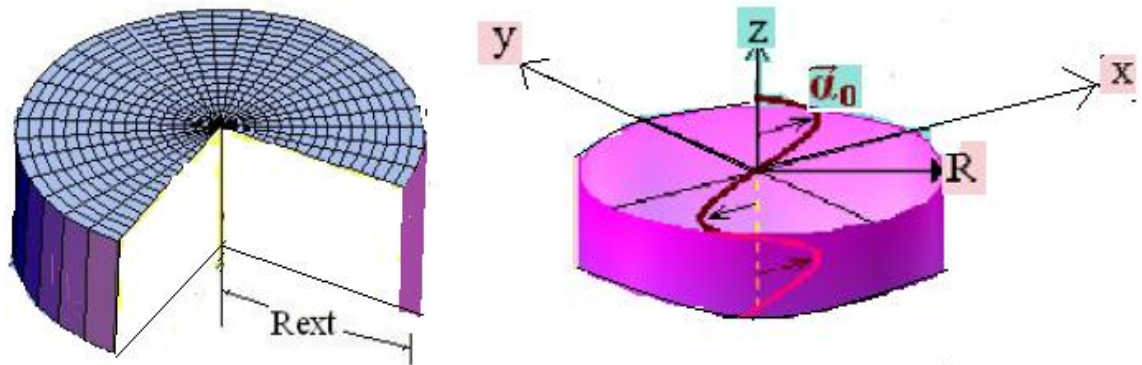


Fig 2. Geometría del punto cuántico en forma cilíndrica

1.3 PUNTOS CUÁNTICOS AUTOENSAMBLADOS

El desarrollo hecho en los últimos años en las técnicas de crecimiento de los sistemas cristalinos, ha dado como principal hecho factible la fabricación de heteroestructuras semiconductoras de tamaño nanométrico conocidos como puntos cuánticos, los cuales se forman a partir de dos semiconductores base que pueden ser binarios o ternarios. Los materiales que se utilicen para este propósito deben satisfacer ciertas condiciones dependiendo del método que se utilice. Por ejemplo, la técnica de crecimiento MBE demanda que los semiconductores tengan parámetros de red muy similares y brechas de energía diferentes, mientras que la técnica de Stranski-Krastanov [26-27], usada para la fabricación de SAQDs, demanda que los semiconductores tengan brechas de energía y parámetros de red diferentes., a fin de que se formen de manera espontánea una serie de islotes con diferentes morfologías y tamaños bien definidos

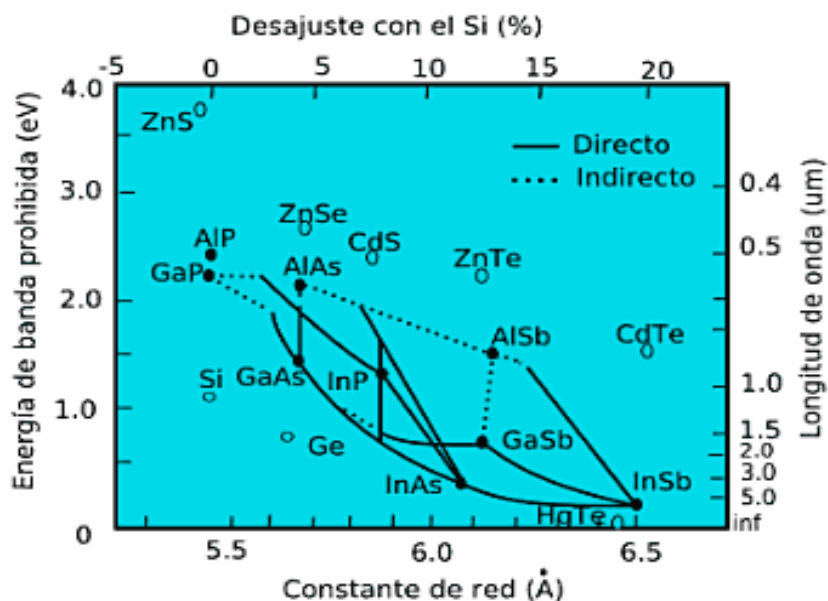


Fig 3. Parámetros de red y brechas de energía de heteroestructuras de materiales binarios

Los materiales más comúnmente usados para fabricar QDs mediante MBE son InAs y GaAs, cuyos parámetros de red difieren en un 7.2%. El tamaño y forma de los QDs depende principalmente de factores tales como: intensidad de la tensión entre las capas, discontinuidad en las constantes de red, temperatura y velocidad de crecimiento. Bajo ciertas condiciones es posible lograr un control preciso de la geometría de los QDs y de su posición, al punto tal que ahora se pueden fabricar redes periódicas con puntos cuánticos [28]. Usando técnicas estructurales como: Microscopia de fuerza atómica [29], barrido y tunelamiento [30], reflexión electrónica a altas energías [31] y microscopia electrónica de transmisión [32]

2. MARCO TEÓRICO Y METODOLOGÍA

2.1 JUSTIFICACIÓN DEL MODELO MATEMÁTICO

El problema general de analizar el movimiento de una red cristalina con sus electrones es sumamente complicado. Esto se debe a que el Hamiltoniano de tal sistema incluye dentro de sus variables la posición y el momento del gran número de electrones y núcleos que conforman el cristal. Por estos motivos se hizo necesario tomar aproximaciones para resolver el problema del movimiento de los electrones en una red cristalina

APROXIAMCION DE MASA EFECTIVA

Para calcular la energía de enlace de una donadora neutra bajo el efecto de un laser intenso de ($In_{0.55}Al_{0.45}As / Al_{0.35}Ga_{0.65}As$), se plantea el Hamiltoniano

$$\tilde{H}\Psi = \left[-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + \beta(\vec{r}) - \frac{e^2}{r} + v(z) \right] \Psi = \tilde{E}\Psi \quad (2.1)$$

–

Donde tenemos que (m) es la masa de la partícula, $\beta(\vec{r})$ es potencial cristalino periódico que obedece a la siguiente ley

$$\beta(\vec{r}) = \beta(\vec{r} + \sum_i n_i \vec{a}_i), \quad (2.2)$$

Donde tenemos que \vec{r} es un punto de la red, ni es un entero $i=1,2,3\dots k$, los vectores de la base de la red bravais. Los respectivos termino potencial de coulomb y de confinamiento. Después de plantear nuestro problema buscamos llegar a un Hamiltoniano de la forma:

$$H\Psi = \left[-\frac{\hbar^2}{2m^*} \nabla^2 - \frac{e^2}{r} + v(z) \right] \Psi = E\Psi \quad (2,3)$$

En esta ecuación se observa que el nuevo Hamiltoniano cambia solamente en la masa, la cual es una masa efectiva (nos proporciona información de la red), a continuación procederemos a calcular gracias a esta aproximación obviamos el termino $\beta(\vec{r})$ y nos concentramos a resolver la ecuación (2.3). Si lo planteado anteriormente bajo el método de aproximación adiabática resulta cierto es necesario que el siguientes términos correspondan de la siguiente manera:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + \beta(\vec{r}) \rightarrow -\frac{\hbar^2}{2m^*} \nabla^2 \quad (2.4)$$

Para llevar a cabo esta transformación tomamos de la ecuación (2.1) el siguiente termino:

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + \beta(\vec{r}) \right] \tilde{\Psi} = \tilde{E}_c \tilde{\Psi} \quad (2.5)$$

Donde tenemos que $\tilde{\Psi}$ es la función de bloch y \tilde{E}_c la energía del electro asociada al banda de conducción. al aplicar $\Psi = u_{\alpha,k}(\vec{r}) e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}}$ encontramos que satisface la siguiente ecuación:

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 - i\frac{\hbar^2}{m} (\vec{k} \nabla) + \beta(\vec{r}) \right] u_{\alpha,k} = \left[E_{\alpha}(\vec{k}) - \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \right] u_{\alpha,k}, \quad (2.6)$$

Donde el subíndice alfa indica el número de la banda de energía y \vec{k} el vector de onda. Si notamos las estructuras de bandas del material $In_{0.55}Al_{0.45}As / Al_{0.35}Ga_{0.65}As$, observamos que para $\vec{k} = 0$ la la transición electrónica se da del máximo de la banda de valencia, al mínimo de la banda de conducción, llamado transición de gap directo. de esto tenemos que cuando $\vec{k} \rightarrow 0$ podemos transformar la ecuación (2.6) en:

$$\left[H_c + \beta(\vec{k}) \right] u_{\alpha,0} = \varepsilon_c u_{\alpha,0}, \quad (2.7)$$

De aquí tenemos que

$$H_c = \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + \beta(\vec{r}) \right] \quad (2.8)$$

$$\beta(\vec{k}) = -i \frac{\hbar^2}{m} (\vec{k} \cdot \nabla) + \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \rightarrow 0 \text{ cuando } \vec{k} \rightarrow 0 \quad (2.9)$$

Entonces como $\beta(\vec{k})$ se hace pequeño comparado con los otros termino del Hamiltoniano, se tomo este término como un potencial perturbativo y se aplica el método perturbativo ala ecuación (2.7), obteniendo el valor de la energía en el mínimo de la banda de conducción

$$\tilde{E}_c = E_c(\vec{0}) + \frac{\hbar^2 k^2}{2m} + \frac{\hbar^2}{2m} \int_{V_0} \frac{\left| u_{v,0}^* \vec{k} \cdot \vec{P} u_{v,0} \right|^2}{E_c(\vec{0}) - E_v(\vec{0})} dV_0 \quad (2.10)$$

Donde $\vec{k} \cdot \vec{P} = -i\hbar k_j \cdot P_j$, $E_c(\vec{0}) - E_v(\vec{0}) = E_g$, y E_g es la brecha de energía o el gap del material

Con esto reescribamos la ecuación (2.10)

$$\tilde{E}_c = E_c(\vec{0}) + \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*} \quad (2.11)$$

Donde

$$\frac{1}{m^*} = \left[\frac{1}{m} + 2 \int_{V_0} \frac{\|u_{v,0}^* P_j u_{v,0}\|^2}{E_g} dV_0 \right] \quad (2.12)$$

$\frac{1}{m^*}$ Es el llamado tensor de masa efectiva. Como se dijo anteriormente esta cantidad tiene información de la red expresada en la componente del momento y el gap del material

De la ecuación (2.11) y reemplazando en (2.7) obtenemos,

$$\left[H_c + \beta(\vec{k}) \right] \Psi = \left[E_c(\vec{0}) + \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*} \right] \Psi \quad (2.13)$$

Por lo tanto podemos tomar la ecuación (3.1) Y transformarla de la siguiente manera

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + \beta(\vec{r}) \rightarrow H_c + \beta(\vec{k}) \rightarrow E_c(\vec{0}) + \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*} \quad (2.14)$$

De las anteriores ecuaciones, el nuevo Hamiltoniano queda de la forma:

$$H \Psi = \left[-\frac{\hbar^2}{2m^*} \nabla^2 + \beta(\vec{r}) - \frac{e^2}{r} + v(z) \right] \Psi = E \Psi \quad (2.15)$$

2.2 APROXIMACIÓN ADIABÁTICA

Existe un método aproximado de solución que separa un movimiento rápido transversal del movimiento relativamente lento en dirección paralela. Este método se conoce como **aproximación adiabática** y se basa en que la altura del SAQD es bastante más pequeña que su diámetro ($d_0 = 0.1R_{ext}$) Haciendo que el confinamiento en dirección perpendicular sea mucho mayor que el confinamiento lateral y que, por lo tanto, el movimiento transversal dé una contribución a la energía total mucho más relevante.

$$H = \nabla^2 + V_{conf}(\rho, z, \alpha) + \eta V_{coul}(\rho, z, \alpha) \quad (2.16)$$

Para electrón desacoplado tenemos $\eta=0$, y para la donadora $\eta=1$

De la teoría expuesta del efecto de un laser intenso sobre nano estructuras, se toma que el termino de coulumb con buena aproximación se divide en dos termino simétricos, ecuación (2.17), si hacemos en esta ecuación alfa igual a cero ,obtenemos nuestro potencial de coulomb normal a bajas frecuencias

$$V_{coul}(\rho, z, \alpha) = - \left(\frac{1}{\sqrt{\rho^2 + (z - \alpha)^2}} + \frac{1}{\sqrt{\rho^2 + (z + \alpha)^2}} \right) \quad (2.17)$$

$$V(z, \alpha_o) = \frac{V_o}{\pi} \left[\theta(\alpha_o - z - \ell) \arccos s \left(\frac{\ell + z}{\alpha_o} \right) + \theta \left(\alpha_o + z - \frac{\ell}{2} \right) \arccos s \left(\frac{\ell - z}{\alpha_o} \right) \right] \quad (2.18)$$

$$H\psi(\rho, z, \alpha) = E(\alpha)\psi(\rho, z, \alpha) \quad (2.19)$$

Resolviendo la ecuación de Schrödinger y solucionando el problema de valores propios de la ecuación (2.19)

Teniendo en cuenta la aproximación adiabática para puntos cuánticos auto ensamblados

Podemos expresar la nueva función de onda como el producto de dos funciones de onda

$$\psi(\rho, z, \alpha) = f(\rho, z, \alpha)R(\rho, \alpha) \quad (2.20)$$

Reemplazando (2.20) en (2.19)

Se separa la ecuación en un movimiento rápido en el (z) y un movimiento lento en el plano

La ecuación Schrödinger queda de la siguiente manera

Para el movimiento rápido en el eje z

$$-\frac{d^2 f}{dz^2} + V_{conf}(z, \alpha)f(\rho, z, \alpha) = E_z(\alpha)f(\rho, z, \alpha) \quad (2.21)$$

La ecuación (2.21) se resuelve utilizando barrido trigonométrico

$$f(z) = A(z)\cos \mathcal{G}(z); \quad f'(z) = A(z)\sin \mathcal{G}(z) \quad (2.22)$$

$$\mathcal{G}'(z) = -[\sin^2 \mathcal{G}(z) + u(z, \alpha)\cos^2 \mathcal{G}(z)] \quad (2.23)$$

Y aplicando las condiciones de contorno para nuestro caso (2.25)

$$u(z, \alpha) = (E_z(\alpha) - V_{conf}(z, \alpha)) \quad (2.24)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{G}(0) &= 0 \\ \mathcal{G}(l + \alpha_0) &= ar \cot \mathcal{G}(\sqrt{V_0 - E}) \end{aligned} \quad (2.25)$$

$$A(z) = \exp \left\{ \int_0^z \left[[1 - u(z, \alpha)] \sin \mathcal{G}(z) \cos \mathcal{G}(z) \right] dz \right\}; \quad (2.26)$$

Resolviendo la ecuación como el problema de cauchy de valores de la frontera con las condiciones impuestas en se resuelve la ecuación través del método de rounge kutta, encontrando $E_z(\alpha)$. Ahora resolviendo para el movimiento lento en el plano tenemos que la ecuación de Schrödinger queda de la siguiente forma

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial}{\partial \rho} \right) R(\rho, \alpha) - \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 R(\rho, \alpha)}{\partial \phi^2} + V_{eff} R(\rho, \alpha) = (E_{D^0} - E_z(\alpha)) R(\rho, \alpha) \quad (2.27)$$

Donde tenemos que el término $V_{coul}(\rho, z, \alpha)$ es el término coulomb bajo el efecto del laser dado por la ecuación (2.18).

$$R(\rho, \alpha) = e^{im\phi} P_m(\rho) \quad (2.28)$$

Sustituyendo (2.28) en (2.27)

$$\frac{d^2 P_m(\rho)}{d\rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{dP_m(\rho)}{d\rho} + (E(\eta=1) - E_z(\alpha) - V_{eff} - \frac{m^2}{\rho^2}) P_m(\rho) = 0 \quad (2.29)$$

Para la donadora

¹ Como se está analizando el nivel base, éste habrá de ser un nivel con momento angular nulo (Nivel s) y por tanto $m=0$

$$E = E(\eta = 1) - E_z(\alpha), \quad (2.30)$$

Para electrón desacoplado:

$$E = E(\eta = 0) - E_z(\alpha) \quad (2.31)$$

$$\frac{d^2 P_m(\rho)}{d\rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{dP_m(\rho)}{d\rho} + (E - V_{eff} - \frac{m^2}{\rho^2}) P_m(\rho) = 0 \quad (2.32)$$

Esta ecuación se puede resolver a través del método nuevamente de barrido trigonométrico, pero antes de eso tenemos que hacer un cambio de variable debido a la ecuación presenta una singularidad de segundo orden debido al término $\frac{m^2}{\rho^2}$.

$$\frac{d^2 P_m(\rho)}{d\rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{dP_m(\rho)}{d\rho} + (E - V_{eff} - \frac{m^2}{\rho^2}) P_m(\rho) = 0 \quad (2.33)$$

Las propiedades del $V_{eff}(\rho)$ cambian de la siguiente manera.

$$V_{eff}(\rho) \begin{cases} v_{eff}(\rho), \text{ para } \dots \rho < R_0 \\ V_0, \text{ para } \dots \rho > R_0 \end{cases} \quad (2.34)$$

Región I $E = V_0$

$$\frac{d^2 P_m(\rho)}{d\rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{dP_m(\rho)}{d\rho} - \left(\frac{m^2}{\rho^2} + \gamma^2\right) P_m(\rho) = 0 \quad (2.35)$$

$$\gamma^2 = \sqrt{V_0 - E} \quad (2.36)$$

Hacemos un cambio de variable $x = \gamma\rho$ obtenemos la ecuación modificada de Bessel

$$\frac{d^2 P_m(x)}{dx^2} + \frac{1}{x} \frac{dP_m(x)}{dx} - \left(1 + \frac{m^2}{x^2}\right) P_m(x) = 0 \quad (2.37)$$

La solución de la ecuación anterior es: $P_m(x) = a_1 I_m(x) + a_2 K_m(x)$, y como la función de onda tiene que cumplir el principio de finitud el término $I_m(x \rightarrow \infty) \rightarrow \infty$, para tener una solución que pueda converger tenemos que $a_1 = 0$, entonces la solución queda de la forma:

$$P_m(\rho) = a K_m(\gamma\rho), \quad (2.38)$$

Derivando con respecto a ρ obtenemos:

$$P'_m(\rho) = a\gamma K'_m(\gamma\rho), \quad (2.39)$$

Tomando el cociente entre esas dos ecuaciones

$$\frac{P'_m(\rho)}{P_m(\rho)} = \gamma \frac{K'_m(\gamma\rho)}{K_m(\gamma\rho)} \quad (2.40)$$

Región II $V_{eff}(\rho) = v_{eff}(\rho)$

La ecuación (2.29) queda de la forma:

$$\frac{d^2 P_m(\rho)}{d\rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{dP_m(\rho)}{d\rho} + (E - v_{eff}(\rho) - \frac{m^2}{\rho^2}) P_m(\rho) = 0 \quad (2.41)$$

Donde tenemos que el término de potencial efectivo

$$v_{eff}(\rho, z, \alpha) = \int_{-\infty}^{\infty} f^2(z, \alpha) V_{coul}(\rho, z, \alpha) dz \quad (2.42)$$

Sustituyendo la ecuación (2.43) en la ecuación (2.32) quitamos la singularidad de segundo orden de la ecuación (2.32)

$$P_m(\rho) = \rho^m g_m(\rho), \quad (2.43)$$

Derivando la ecuación (2.43) y dividiendo esta por la misma función obtenemos la siguiente relación

$$\frac{P'_m(\rho)}{P_m(\rho)} = \frac{g'_m(\rho)}{g_m(\rho)} + \frac{m}{\rho} \quad (2.44)$$

Reemplazando las ecuaciones obtenemos en R_0

$$\frac{g'_m(R_0)}{g_m(R_0)} = \gamma \frac{K'_m(\gamma R_0)}{K_m(\gamma R_0)} - \frac{m}{R_0} \quad (2.45)$$

La ecuación (2.32) removiendo la singularidad queda de la siguiente manera

$$\frac{d^2 g(\rho)}{d\rho^2} + \frac{(2m+1)}{\rho} \frac{dg(\rho)}{d\rho} + [E - v_{eff}(\rho)] g(\rho) = 0 \quad (2.46)$$

2.3 MÉTODO DE BARRIDO TRIGONOMÉTRICO APLICADO MOVIMIENTO LENTO EN EL PLANO SAQD

Utilizando las notaciones:

$$w(\rho) = \frac{(2m+1)}{\rho}; \quad \alpha(\rho) = E - v_{\text{eff}}(\rho) \quad (2.47)$$

Rescribiremos el problema de contorno en la forma simplificada:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 g(\rho)}{d\rho^2} + w(\rho) \frac{dg(\rho)}{d\rho} + \alpha(\rho) g(\rho) &= 0 \quad \rho < R_0; \\ g'(0) &= 0 \\ \frac{g'_m(\rho)}{g_m(\rho)} &= \gamma \frac{K'_m(\gamma\rho)}{K_m(\gamma\rho)} - \frac{m}{R_0} \end{aligned} \quad (2.48)$$

El método de barrido trigonométrico consiste en que el problema de contorno (2.48) se reduce a un problema de Cauchy para una ecuación diferencial de primer orden utilizando la barrido trigonométrico:

$$g(\rho) = A(\rho) \text{Cos } \theta(\rho); \quad g'(\rho) = A(\rho) \text{Sen } \theta(\rho) \quad (2.49)$$

Sustituyendo (3.48) en (3.47) y excluyendo de esta ecuación la función $A(\rho)$ después de una serie de transformaciones algebraicas se obtiene la siguiente ecuación de primera orden para la función $\theta(\rho)$:

$$\theta'(\rho) = - \left[\text{Sen}^2 \theta(\rho) + (E - v_{\text{eff}}(\rho)) \text{Cos}^2 \theta(\rho) + \frac{(2m+1)}{\rho} \text{Sen } \theta(\rho) \text{Cos } \theta(\rho) \right] \quad (2.50)$$

Con la condición inicial,

$$\theta(0) = 0 \quad (2.51)$$

En este problema se desconoce la energía de la donadora E que se considera como un parámetro y la solución del problema de Cauchy (2.49) en el punto $\rho = R_0$ se puede considerarse como una función de tres variables

$\theta(\rho = R_0) = \theta(R_0, E, \alpha)$ que según la segunda condición de frontera de (2.48) debe satisfacer la siguiente relación:

$$\text{Tan } \theta(R_0) = \gamma \frac{K'_m(\gamma R_0)}{K_m(\gamma R_0)} - \frac{m}{R_0} \quad (2.52)$$

La cual se puede considerarse como una ecuación trascendente respecto a la desconocida energía E .

Utilizando las relaciones de recurrencia para las funciones de Bessel la ecuación trascendente (3.46) puede ser transformada a una forma más apropiada:

$$\theta(R_0) + \text{Tan}^{-1} \left[\gamma \frac{K_{m+1}(\gamma R_0)}{K_m(\gamma R_0)} \right] = 0 \quad ^2 \quad (2.53)$$

Una vez resuelto el problema de Cauchy (2.42) y encontrada la energía de la donadora E de la ecuación trascendente la función $A(\rho)$ puede ser calculada a través de la siguiente cuadratura:

$$A(\rho) = \text{Exp} \left\{ \int_0^\rho \left[(1 - E + v_{\text{eff}}(\rho)) \text{Sen } \theta(\rho) \text{Cos } \theta(\rho) - \frac{(2m+1)}{\rho} \text{Cos}^2 \theta(\rho) \right] d\rho \right\} \quad (2.54)$$

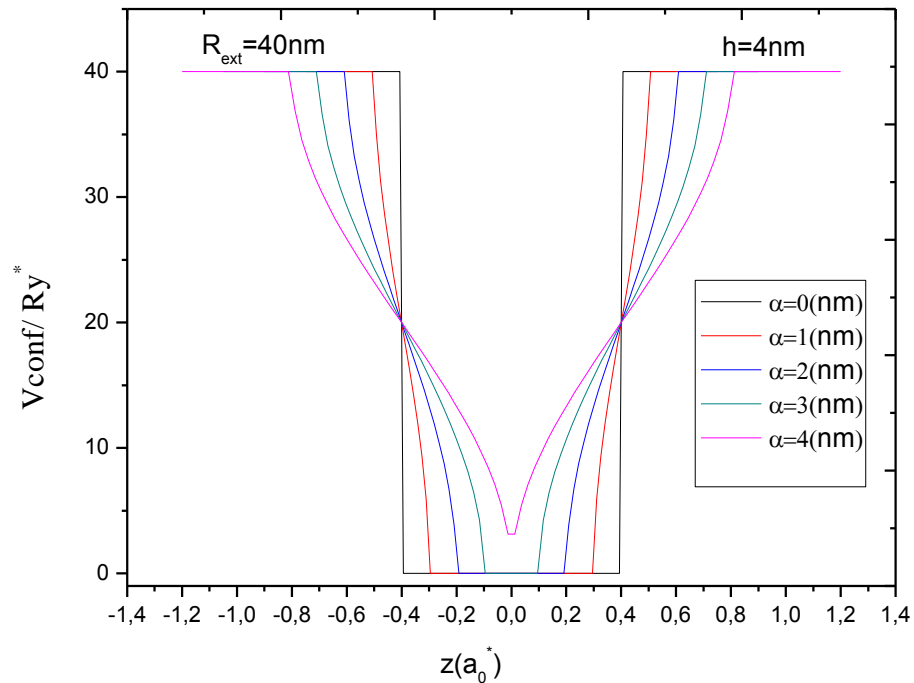
Conociendo las ecuaciones que se van a resolver, puede hacerse uso de métodos numéricos (método de runge- kutta) para solucionar el problema de la donadora y a si encontrar la energía del estado base de la donadora .si repetimos estos mismos cálculos para electrón desacoplado esto es haciendo $\eta = 0$, de esta manera podemos encontrar la energía de enlace de la donadora centrada en punto cuántico en forma cilíndrica bajo el efecto de un láser intenso, de la siguiente forma

$$E_b(D^0) = E(\eta = 0) - E(\eta = 1) \quad (2.55)$$

² Como se está analizando el nivel base, éste habrá de ser un nivel con momento angular nulo (Nivel s) y por tanto $m = 0$

3. RESULTADOS

3.1 EFECTO DEL CAMPO DEL LÁSER INTENSO SOBRE UNA D^0 EN UN SAQD CON FORMA CILÍNDRICA PARA SU POTENCIAL DE CONFINAMIENTO FINITO

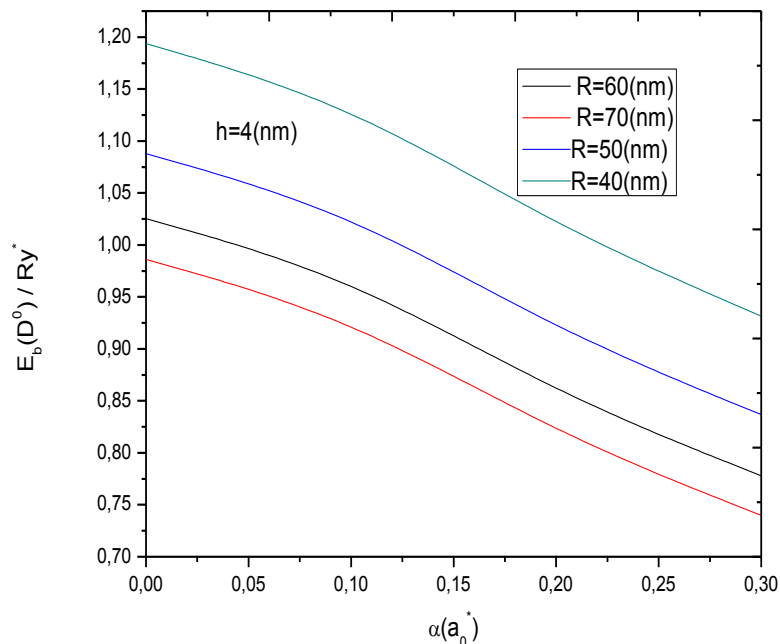


Graf 1. Potencial de confinamiento en función de del parámetro alfa del láser, para un radio de 40nm y de altura $h=4nm$.

En el desarrollo de la aplicación del láser sobre nano estructuras, se hizo necesario también modificar el potencial de confinamiento del portador de carga, como lo muestra la grafica 1, se observa la variación del potencial de

confinamiento del portador de carga a medida que aumentamos el término alfa que incluye una dependencia con la frecuencia y la intensidad del láser, mostrando la variación de este potencial de confinamiento para alfas que varían de 1 - 4 nanómetros, como estamos trabajando con un punto cuántico cilíndrico auto ensamblado de altura h se puede observar que en la dirección transversal podemos suponer que se forma un pozo de potencial cuyo ancho del pozo no es más que la altura del punto cuántico. De la gráfica 1, observamos que el potencial de confinamiento, presenta unas regiones en las cuales cambia la forma de este potencial, estas regiones son $L-\alpha < z < L+\alpha$, donde L es longitud del pozo cuántico. En nuestro caso esa longitud es igual a la altura h del punto cuántico auto ensamblado de forma cilíndrica. Para el caso con $\alpha=4$ (nm) y altura $h=4$ (nm), se observa en la gráfica con el mayor convergencia hacia el centro del pozo, todo esto en unidades de radio de Bohr, por esta variación de la forma de potencial fue imposible resolver el problema del movimiento transversal en forma analítica, y se necesitó resolver por barrido trigonométrico.

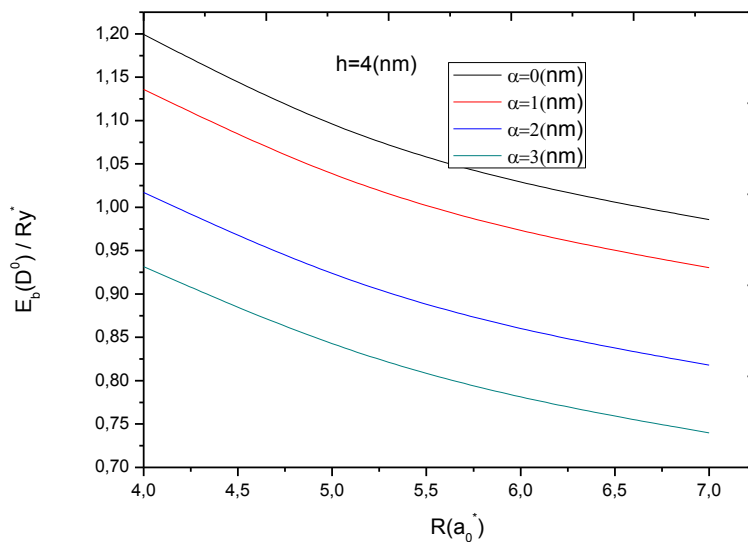
3.2 EFECTO DEL CAMPO DEL LÁSER INTENSO SOBRE LA ENERGÍA DE ENLACE DE UNA D^0 EN UN SAQD CON FORMA CILÍNDRICA EN FUNCIÓN DEL PARÁMETRO ALFA



Graf 2. Energía de enlace de una donara en función de la amplitud del laser alfa

La grafica 2 muestra la variación de la energía de enlace de una donadora neutra centrada en un QD en función del parámetro alfa, diferentes valores del radio del punto cuántico ($R = 40 - 70$ nm) y altura $h = 4$ (nm). Se observa, a medida que se aumenta el parámetro alfa la energía de enlace disminuye monótonamente y además se observa que la energía de enlace se hace menor a medida que aumentamos el valor del radio del QD. Este comportamiento principalmente se debe al efecto del láser que es deslocalizar el electrón respecto a la impureza donadora, produciendo con esto que la energía de enlace de la donadora disminuya.

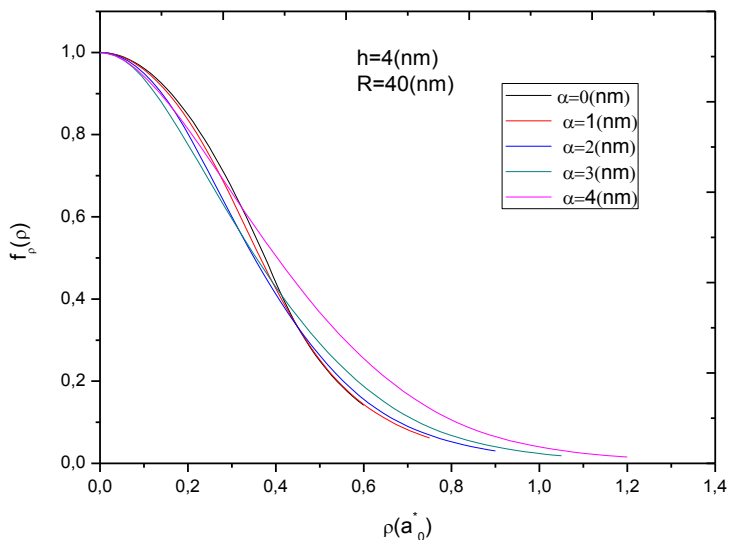
3.3 EFECTO DEL CAMPO DEL LÁSER INTENSO SOBRE LA ENERGÍA DE ENLACE DE UNA D^0 EN UN SAQD CON FORMA CILÍNDRICA EN FUNCIÓN DEL RADIO



Graf 3. Energía de enlace en función de el radio externo del punto cuántico para diferente parámetros alfas ($\alpha = 0 - 3$ nm) y altura $h=4$ nm

En la grafica 3 , se presenta la variación de la energía de enlace del punto cuántico SAQD, en forma cilíndrica, variando el radio del punto, como es bien sabido los puntos cuánticos SAQD varían sus radios de 40-70 nm ,esta es la razón por la cual la grafica en el de las abscisas solamente varia en este rango de valores, observando que la energía de enlace disminuye a medida que aumentamos el radio del punto cuántico, además de eso observamos que para un mismo valor de radio ,y a medida que aumentamos el valor de alfa .la energía de enlace de la donadora neutra disminuye.de esta manera hasta llegar al valor del radio máximo 70nm.

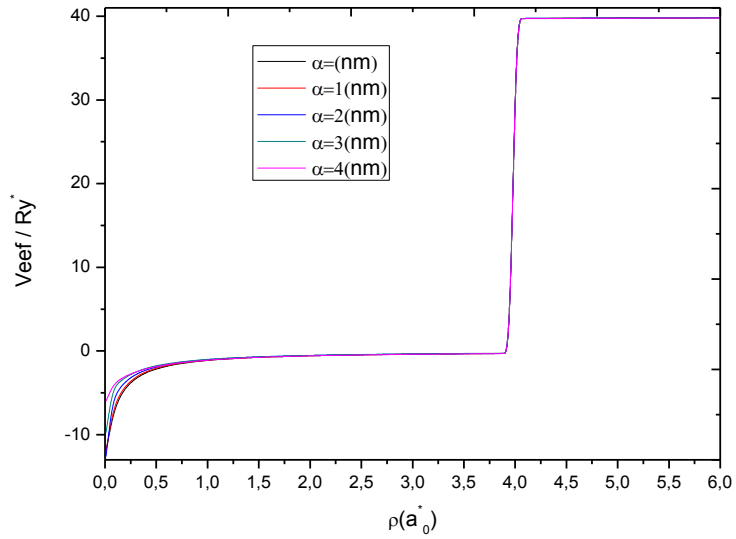
3.4 EFECTO DEL CAMPO DEL LÁSER INTENSO SOBRE LA FUNCIÓN DE ONDA DEL PLANO DE UNA D^0 EN UN SAQD CON FORMA CILÍNDRICA



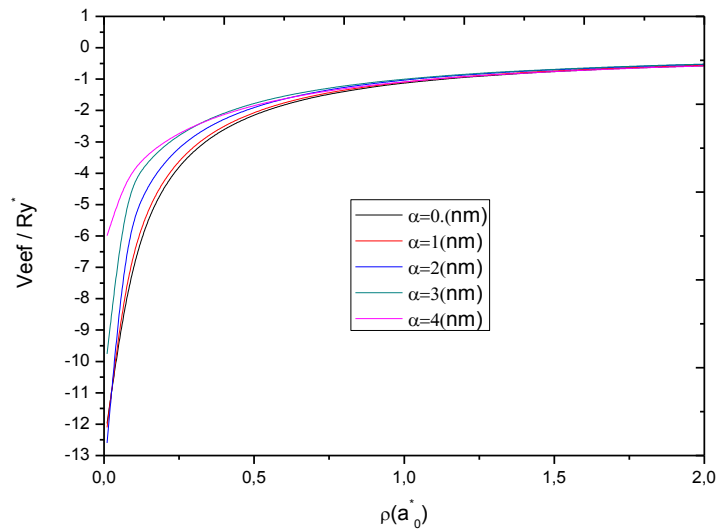
Graf 4. Función de onda radial para diferentes parámetros ($\alpha = 0 - 4$ nm) y altura $h= 4$ nm.

La grafica anterior de a función de onda radial, observamos como la función de onda aumenta, a medida que nos acercamos al centro del pozo, la función de onda empieza a aumentar hasta que logra su máximo en el eje central del pozo, como conocemos el comportamiento de la función de onda radial es posible ,sin calcular la densidad de probabilidad .que de hecho depende de la función de onda al cuadrado ,podemos afirmar que existe mayor probabilidad de encontrar el electrón libre sobre el eje de simetría del punto cuántico, esta probabilidad de encontrar el electrón cerca al eje de simetría disminuye al aumentar la intensidad del láser.

3.5 EFECTO DEL CAMPO DEL LÁSER INTENSO SOBRE EL POTENCIAL EFECTIVO ONDA UNA D^0 EN UN SAQD CON FORMA CILINDRICA



Graf 5. Potencial efectivo de la donadora para diferentes parámetros alfas ($\alpha = 0 - 4$ nm).



Graf 6. Aumento del potencial efectivo de la Graf 5 para valores del radio ($\rho = 0 - 1.5 a_0$).

En las graficas de energía potencial efectiva versus ρ observamos como la interacción de Coulomb confina el movimiento electrónico en una región cercana al eje de simetría del SAQD, el efecto del láser hace que a medida que aumentamos el parámetro alfa, disminuye la energía de la donadora.

¿ Son similares los átomos y moléculas que se obtienen en punto cuántico auto ensamblado a los análogos de la física atómica y nuclear?. Primero cabe mencionar que en los átomos reales el movimiento electrónico se encuentra restringido a un pequeño volumen del átomo, caso contrario al encontrado en los SAQD. El movimiento electrónico se encuentra en región de volumen mayor. Además, cabe mencionar que en los SAQD y en caso general en las heteroestructuras el potencial no es central si no corresponde a una obstrucción impuestas por las dimensiones de los materiales semiconductores, dando lugar a las propiedades conocidas, que hacen de estos, unos excelentes materiales para optoelectrónica y demás aplicaciones electrónicas.

4. CONCLUSIONES

En conclusión presentamos algunos resultados de esta tesis:

Haciendo uso de la aproximación adiabática que permitió separar el movimiento tridimensional en un movimiento bidimensional en el plano, y otro transversal en el eje z, los dos movimientos fueron resueltos por barrido trigonométrico tanto para el electrón desacoplado, como para la donadora neutra, encontrando que su respectiva energía de enlace disminuye, cuando se aumenta la intensidad del láser.

Un análisis detallado de las graficas nos brinda la certeza del total acuerdo de nuestros resultados con respecto a la literatura que se maneja sobre este tema; podemos observar como para $\alpha=0$, sin efecto del láser, a medida que aumenta el radio disminuye la energía de enlace, pues se disminuye el confinamiento geométrico de la donadora, mostrando validez con muchos trabajos realizados sin efectos de laser. No obstante, si aumentamos la intensidad del laser (el parámetro alfa) se observa como la energía de enlace de la donadora disminuye, lo que constata que el efecto del laser cumple la función de deslocalizar el electrón con respecto al ion de la donadora, produciendo la respectiva disminución de su energía de enlace.

Por otro lado, del análisis grafico se observa que el laser deslocaliza la impureza a medida que aumenta la intensidad del mismo; efecto originado principalmente por el incremento del valor esperado de la energía del electrón ligado a la impureza donadora.

CITAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Reed, M. A., Bate, R. T., Bradshaw, K., Duncan, W. M., Frensley, W., Lee, J.W., Smith, H. D., *Spatial quantization in GaAs-AlGaAs multiple quantum dots*, J. Vacuum Sci. Technol. B, **4**, 358 (1986).
- [2] Chang, L. L., Esaki, L., Tsu, R., *Resonant tunneling in semiconductor double barriers*, Appl. Phys. Lett. **24**, 8227 (1994).
- [3] Dingle, R., Wiegmann, W., Henry, C. H., *Quantum states of confined carriers in very thin $Al_xGa_{1-x}As$ -GaAs- $Al_xGa_{1-x}As$ heterostructures*, Phys. Rev. Lett. **33**, 827 (1974).
- [4] Petroff, P. M., Gossard, A. C., Logan, R. A., Wiegmann, W., *Toward quantum well wires: Fabrication and optical properties*, Appl. Phys. Lett. **41**, 635 (1982).
- [5] Jacak, L., Hawrylak, P., Wójs, A., *Quantum dots*, Springer-Verlag, Berlin (1998).
- [6] Ashoori, R. C., *Electrons in artificial atoms*, Nature **379**, 413 (1996).
- [7] Reed, M. A., *Quantum dots*, Sci. Am., January (1993).
- [8] Demel, T., Heitmann, D., Grambow, P., Ploog, K., *Non-local dynamic response and level crossings in quantum-dot structures*, Phys. Rev. Lett. **64**, 788 (1990).
- [9] Smith, T. P., Lee, K. Y., Knoedler, C. M., Hong, J. M., Kern, D. P., *Electronic spectroscopy of zero-dimensional systems*, Phys. Rev. B **45**, 14156 (1992).
- [10] Ashoori, R. C., Störmer, H. L., Weiner, J. S., Pfeifer, L. N., Pearton, S. J., Baldwin, K. W., West, K., *Single-electron capacitance spectroscopy of discrete quantum levels*, Phys. Rev. Lett. **68**, 3088 (1992).
- [11] Ashoori, R. C., Störmer, H. L., Weiner, J. S., Pfeifer, L. N., Baldwin, K. W., West, K., *N-electron ground state energies of a quantum dot in magnetic field*, Phys. Rev. Lett. **71**, 613 (1993).
- [12] Brunner, K., Bockelmann, U., Abstreiter, G., Walther, G., Böhm, G., Tränkle, G., Weimann, G., *Photoluminescence from a single GaAs/AlGaAs quantum dot*, Phys. Rev. Lett. **69**, 3216 (1992).

- [13] Ekimov, A. I., Efros, A. L., Onushenko, A. A., *Quantum size effect in semiconductor microcrystals*, Solid State Comm. **56**, 921 (1985).
- [14] Fukui, T., Ando, S., Tokura, Y., *GaAs tetrahedral quantum dot structures fabricated using selective area MOVCD*, Appl. Phys. Lett. **58**, 2018 (1991).
- [15] Petroff, P. M., Denbaars, S. P., *MBE and MOCVD growth and properties of self-assembling quantum dot arrays in III-V semiconductor structures*, Superlattices and Microstructures **15**, 15 (1994).
- [16] Raymond, S., Fafard, S., Poole, P. J., Wójs, A., Hawrylak, P., Charbonneau, S., Leonard, D., Leon, R., Petroff, P. M., Merz, J. L., *State filling and time resolved photoluminescence of excited states in $In_{1-x}Ga_xAs/GaAs$ self-assembled quantum dots*, Phys. Rev. B **54**, 11548 (1996).
- [17] Marzin, J. Y., Gérard, J. M., Izraël, A., Barrier, D., Bastard, G., *Photoluminescence of single InAs quantum dots obtained by self-organized growth on GaAs*, Phys. Rev. Lett. **73**, 716 (1994).
- [18] Stranski, I. N., von Krastanow, L., Akad. Wiss. Let. Mainz Math. Natur K1 IIb **146**, 797 (1989).
- [19] F.QU, A.L.A.Fonseca, O.A.C.Nunes, Phys. Rev. B **54** (1996)
- [20] F.QU, A.L.A.Fonseca, O.A.C.Nunes, J Appl Phys. **82** (1997) 1236;
- [21] W.C.Hennerberger, Phys. Rev. Lett. **21**, 838 (1968)
- [22] M.Gravilla and J.Z.Kaminski, Phys. Rev. Lettera **52**, 613 (1984)
- [23] F.M.SLima, M.A.Amato, O.A.C.Nunes, A.L.A.Fonseca, B.G.Enders, E, F.Dasilva Jr. JAppl.Phys. **105** (2009) 123111.
- [24] F. Ehlotzky, Can. J. Phys. **63**, 907 _1985_; Phys. Lett. A **126**, 524 (1988)
- [25] K. L. Janssens, F. M. Peeters and V. A. Schweigert, *Phys. Rev. B* **63**, 205311 (2001); I. Vurgaftman, J. R. Meyer and L. R. Ram-Mohan. *Applied Physics Review* **89**, 5815 (2001).
- [26] L.Jacak, P.hawrylak, and A.wojs, quantum dots, berlin (1998)
- [27] T.Chakraborty, quantum dots, elsevier, amsterdam (1999)
- [28] Y.Nakamura, N.Ikeda, Y.Sugimoto, H.nakamura, s.ohkouchi, and, K.Asakawa, phys .Sat.Sol.(b) **238**, 237 (2003).

- [29] J.H.Zhu, K.brunner, and G.Abstreiter, *appl.phya.lett.* 72,424(1998).
- [30] W.Wu, J.R.Tucker, G.S.Solomon, and J.S.harris, *Appl.Phys.Lett.* 68,523 (1996)
- [31] Y.Nabetani, T.Ishikawa, S.Noda, and A.sasaki, *J.Appl.phys.* 76,347(1994)
- [32] J.Zou, X.Z.Liao, D.J:H:Cockayne, and R.Leon, *Phys.Rev.B.* 59,12279(1990)

BIBLIOGRAFÍA

BRANSDEN. B. H. JOACHAIN. C. J. Quantum Mechanics. 2nd Edition. ENGLAND: Prentice Hall: 2000. P 803. [QC174.12.B74]

DAVES, Jhon H. The physics of low-dimensional semiconductors. United Kingdom: Crambridge University Press, 1997. P. 438. [QC611.8.L68039].

GRIFFITHS. David J. Introduction to Electrodynamics. 3rd Ed. New Jersey: Prentice Hall: 1999. P. 562. [OC680.G74].

HARRISON Paul. Quantum Wells, Wires and Dots. Theoretical and computational Physics of semiconductor Nanostructures. Second Edition. United Kingdom: Wiley-Interscience. 2005. P 482.

L. Landau. E. Lifshitz. Curso Abreviado de Física Teórica. Libro I. Mecánica y Electrodinámica. 2nd Ed. MOSCU: Editorial Mir: 1979. P. 271.

STEPHEN GASIOROWICZ, Quantum Physics, 1nd edition (Wiley, New York, 1974).