

Codificación y decodificación a partir del momento angular orbital de la luz y GNU Radio

Deiby Fernando Ariza Cadena

Trabajo de Grado para Optar el Título de Ingeniero Electrónico

Director

Omar Javier Tijero Rojas

Doctor en Ingeniería

Universidad Industrial de Santander

Facultad de Ingenierías Físico-Mecánicas

Escuela de Ingenierías Eléctrica, Electrónica y de Telecomunicaciones

Bucaramanga

2025

### **Dedicatoria**

A Dios, por la vida, por guiarme y cuidarme cada día.

A mi hija Aileen Sofía Ariza Gómez, por ser mi mayor motivación y alegría.

A mi esposa Jeimy Paola Gómez Fagua, mi amor, por su apoyo y su ternura que siempre me llena de felicidad.

A mi mama Silvia Cadena Grandas, por su esfuerzo, ejemplo y confianza inquebrantable.

A mis abuelos Margarita Grandas e Isaac Cadena, por su cuidado, cariño y ejemplo.

### **Agradecimientos**

Al Dr. Omar Javier Tijero Rojas, director de este trabajo de grado, por su orientación experta, dedicación y valiosos aportes.

A la Universidad Industrial de Santander y a mi escuela de Ingenierías Eléctrica, Electrónica y de Telecomunicaciones, por brindarme una excelente formación académica y un ambiente propicio para mi desarrollo profesional.

A todos quienes de alguna manera contribuyeron a la culminación exitosa de este proyecto.

## Tabla de Contenido

Introducción .....	12
1. Objetivos.....	13
1.1 Objetivo General.....	13
1.2 Objetivos Específicos.....	13
2. Marco teórico.....	14
2.1 Fundamentos de óptica.....	14
2.2 Fundamentos de óptica.....	15
2.3 Haces Laguerre-Gauss .....	16
2.4 Propagación en medio turbulento .....	18
2.4.1 Modelo de turbulencia de Kolmogorov .....	18
2.4.2 Método de pantallas de fase.....	19
2.4.3 Efectos sobre haces OAM.....	20
2.5 Ruido AWGN en canal óptico .....	20
2.6 Decodificación por proyección modal.....	21
2.7 Métrica de desempeño: coeficiente de correlación normalizado .....	21
3. Diseño e implementación.....	22
3.1 Arquitectura del sistema.....	22
3.1.1. Visión general .....	22
3.1.2 OAM Source y Encoder.....	23
3.1.3 Canal de propagación.....	24
3.1.4 Decoder y proyección modal .....	24
3.1.5 Sistema de análisis y visualización.....	24
3.1.6 Flujo completo del sistema .....	25
.....	26
3.1.7. Prueba de transmisión.....	26
3.2. Parámetros configurables.....	28
3.3 implementación computacional .....	29
3.3.1. Estructura de Código.....	29
3.3.2. Optimizaciones de desempeño.....	30
3.3.3 Métricas de eficiencia .....	30
4. Resultados y validación experimental.....	32

4.1. Validación del modelo de turbulencia atmosférica.....	32
4.1.1. Configuración del experimento de referencia.....	32
4.1.2. Configuración del simulador.....	33
4.1.3 Resultados de la validación.....	33
5. Conclusiones.....	37
5.1. Conclusiones por objetivos.....	37
5.2. Contribuciones.....	38
5.3. Impacto.....	39
6. Recomendaciones.....	40
6.1. Mejoras al sistema desarrollado.....	40
6.2. Líneas de investigación futura.....	40
6.3. Limitaciones del trabajo.....	41
6.3.1. Limitaciones del modelo físico.....	41
6.3.2. Limitaciones computacionales.....	42
Referencias bibliográficas.....	43

**Lista de Tablas**

<b>Tabla 1.</b> Parámetros configurables del sistema OAM	<b>29</b>
<b>Tabla 2.</b> Configuración del simulador para validación experimental	<b>33</b>
<b>Tabla 3.</b> Valores de NCC por magnitud modal y nivel de turbulencia	<b>34</b>

**Lista de Figuras**

<b>Figura 1.</b> Estructura helicoidal del frente de onda para modos OAM .....	16
<b>Figura 2.</b> Perfiles de intensidad y fase para haces Laguerre-Gauss.....	18
<b>Figura 3.</b> Interfaz gráfica de GNU Radio Companion del sistema OAM.....	23
<b>Figura 4.</b> Diagrama de flujo de OAM con modulación por signo .....	26
<b>Figura 5.</b> Resultado de comunicación digital bajo turbulencia débil.....	27
<b>Figura 6.</b> Resultado de comunicación digital bajo turbulencia fuerte .....	28
<b>Figura 7.</b> Coeficiente de correlación cruzada normalizado (NCC).....	34
<b>Figura 8.</b> Degradación de la estructura espacial del haz OAM multiplexado .....	36

## **Lista de Apéndices**

**Los apéndices están disponibles en el Repositorio Institucional**

Apéndice A: Instalación y Configuración del Sistema

Apéndice B: Escenarios de Simulación y Configuraciones Predefinidas

Apéndice C: Fundamentos Matemáticos Adicionales

Apéndice D: Especificaciones Técnicas del Hardware de Referencia

Apéndice E: Licencia y Uso del Código

## Glosario

**Carga topológica ( $\ell$ ):** entero que indica cuántas veces la fase de un haz con momento angular orbital gira  $2\pi$  alrededor del eje de propagación.

**Coefficiente de correlación normalizado (NCC):** métrica que mide la similitud entre un modo recibido y un modo de referencia, compensando variaciones de potencia.

**Comunicación óptica en espacio libre (FSO):** tecnología que transmite datos mediante haces de luz que viajan por el aire sin necesidad de fibra óptica.

**Diafonía modal:** mezcla no deseada entre modos ópticos que reduce su ortogonalidad y afecta la detección correcta de la señal.

**GNU Radio:** entorno de software libre para crear sistemas de radio definidos por software mediante bloques modulares y procesamiento en Python.

**Haz, Laguerre–Gauss (LG):** tipo de haz óptico con estructura anular e intensidad nula en el centro, utilizado para generar modos con momento angular orbital.

**Kolmogorov, modelo de turbulencia:** descripción estadística de las fluctuaciones del índice de refracción del aire que afectan la propagación de la luz.

**Momento Angular Orbital (OAM):** propiedad de la luz asociada a la estructura helicoidal de su fase, que permite transmitir información en diferentes modos ópticos.

**Pantalla de fase:** mapa bidimensional que modela las perturbaciones que la turbulencia induce en el frente de onda durante la propagación.

**Parámetro  $C_n^2$ :** medida de la intensidad de la turbulencia atmosférica que describe las variaciones del índice de refracción del aire.

## Resumen

**Título:** Codificación y decodificación a partir del momento angular orbital de la luz y GNU Radio\*

**Autor:** Deiby Fernando Ariza Cadena\*\*

**Palabras Clave:** Momento Angular Orbital, Comunicaciones Ópticas, GNU Radio, Turbulencia Atmosférica, Haces Laguerre-Gauss, Proyección Modal, Correlación Normalizada.

### Descripción:

Se desarrolló una herramienta de simulación para la comunicación óptica en espacio libre basada en el Momento Angular Orbital (OAM) implementada en GNU Radio. Cada símbolo transmite hasta 4 bits mediante 4 canales OAM paralelos con  $|\ell| = 1, 2, 3, 4$ ; en cada canal, el signo codifica el bit:  $+\ell$  representa 1 y  $-\ell$  representa 0. El sistema es completamente configurable con 18 parámetros (número de canales, longitud de onda, potencia, aperturas TX/RX, nivel de turbulencia,

SNR), permitiendo análisis desde 1 hasta 4 modos por símbolo bajo diversas condiciones atmosféricas.

La arquitectura modular comprende: codificación bit-a-modo, simulación de turbulencia según el modelo de Kolmogorov con pantallas de fase ( $C_n^2 = 1 \times 10^{-16} \text{ m}^{-2/3}$ ), modelado de canal AWGN, decodificación por proyección modal vía correlación normalizada (NCC) y tableros de visualización múltiples. Bajo condiciones de laboratorio (láser HeNe  $\lambda = 633 \text{ nm}$ , propagación 10 m, SNR = 30 dB), las estructuras anulares modales y detección de signo se preservan con degradación moderada del frente de onda. Los resultados cuantitativos muestran NCC > 0.85 para turbulencia débil, validando el simulador contra datos experimentales publicados (Zhao et al., 2020) y estableciendo una línea base reproducible para investigación en comunicaciones ópticas OAM en espacio libre.

---

\* Trabajo de Grado

\*\* Escuela de Ingenierías Eléctrica, Electrónica y de Telecomunicaciones. Director: Dr. Omar Javier Tíjaro Rojas

## Abstract

**Title:** Encoding and Decoding from Orbital Angular Momentum of Light and GNU Radio\*

**Author:** Deiby Fernando Ariza Cadena\*\*

**Key Words:** Orbital Angular Momentum, Optical Communications, GNU Radio, Atmospheric Turbulence, Laguerre-Gauss Beams, Modal Projection, Normalized Correlation.

### Description:

A simulation tool for free-space optical communication based on Orbital Angular Momentum (OAM) was developed and implemented in GNU Radio. Each symbol transmits up to 4 bits via 4 parallel OAM channels with  $|\ell| = 1, 2, 3, 4$ ; in each channel, the sign encodes the bit:  $+\ell$  represents 1 and  $-\ell$  represents 0. The system is fully configurable with 18 parameters (channel count, wavelength, power, transmitter/receiver aperture, turbulence strength, SNR), enabling analysis from 1 to 4 modes persymbol under diverse atmospheric conditions.

The modular pipeline comprises: bit-to-mode encoding, turbulence simulation according to the Kolmogorov model with phase screens ( $C_n^2 = 1 \times 10^{-16} \text{ m}^{-2/3}$ ), AWGN channel modeling, modal-projection decoding via normalized cross-correlation (NCC), and multi-dashboard visualization. Under laboratory conditions ( $\lambda = 633 \text{ nm}$  HeNe laser, 10 m propagation, 30 dB SNR), modal ring structures and sign detection are preserved with moderate wavefront degradation. Quantitative results show  $\text{NCC} > 0.85$  for weak turbulence, validating the simulator against published experimental data (Zhao et al., 2020) and establishing a reproducible baseline for OAM free-space optical communications research.

---

\* Bachelor Thesis

\*\* School of Electrical, Electronic and Telecommunications Engineering. Director: Dr. Omar Javier Tijero Rojas

## Introducción

La demanda de mayor capacidad de transmisión de datos en sistemas de telecomunicaciones continúa creciendo de manera sostenida, impulsada por aplicaciones como video de ultra alta definición, computación en la nube, e internet de las cosas. Las comunicaciones ópticas han respondido tradicionalmente mediante la explotación de diversos grados de libertad de la luz: amplitud, fase, polarización y frecuencia (multiplexación por división de longitud de onda, WDM). En años recientes, el Momento Angular Orbital (OAM) de la luz ha ganado atención como recurso adicional para multiplexación espacial (multiplexación por división de modo, MDM), ofreciendo la posibilidad de transmitir múltiples canales de información independientes sobre un mismo haz óptico sin interferencia mutua (Allen et al., 1992; Willner et al., 2015).

El OAM surge de la estructura helicoidal del frente de onda, caracterizada por una singularidad de fase en el eje de propagación (Allen et al., 1992). A diferencia del momento angular de espín asociado a la polarización, el OAM puede tomar valores enteros ilimitados ( $\ell=0,\pm 1,\pm 2,\pm 3, \dots$ ), donde  $\ell$  representa la carga topológica del haz. Esta propiedad permite codificar información en estados ortogonales mutuamente distinguibles, incrementando potencialmente la eficiencia espectral del canal sin requerir ancho de banda adicional (Gibson et al., 2004; Wang et al., 2012).

Los haces Laguerre-Gauss (LG) constituyen soluciones analíticas de la ecuación de onda paraxial que poseen OAM bien definido (Allen et al., 1992; Siegman, 1973). Estos haces presentan una distribución de intensidad anular con un mínimo central (vórtice óptico) y una fase que varía helicoidalmente con  $\ell$  revoluciones completas de  $2\pi$  radianes en el plano transversal.

## 1. Objetivos

### 1.1 Objetivo General

Desarrollar una simulación de codificación y decodificación basada en el Momento Angular Orbital (OAM) de la luz utilizando Python y GNU Radio, para analizar su comportamiento en presencia de distorsión y ruido causados por el medio de transmisión óptico.

### 1.2 Objetivos Específicos

1. Estudiar y modelar un sistema de transmisión óptica en espacio libre basado en OAM, representando sus componentes clave en un entorno de simulación con Python y GNU Radio.
2. Diseñar e implementar una arquitectura modular de simulación que integre bloques de codificación, modelado de canal con ruido y distorsión, y decodificación de señales OAM.
3. Simular diferentes condiciones de propagación atmosférica para analizar el impacto del ruido y la distorsión sobre la estabilidad de las cargas topológicas y la integridad de la señal.
4. Analizar los resultados obtenidos en la simulación, destacando las métricas de desempeño y documentando la herramienta como base para investigaciones futuras.

## 2. Marco teórico

Este capítulo presenta la base matemática del sistema OAM. Se documentan los modelos de propagación paraxial, Momento Angular Orbital, haces Laguerre-Gauss, turbulencia atmosférica según el modelo de Kolmogorov, ruido AWGN, proyección modal y métricas de desempeño.

### 2.1 Fundamentos de óptica

Para un campo eléctrico monocromático  $E(r, t) = E(r)e^{-i\omega t}$ , la ecuación de Helmholtz establece:

$$\nabla^2 E + k^2 E = 0 \quad (1)$$

donde  $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{c}$  es el número de onda.

Bajo aproximación paraxial (propagación predominante en  $z$ ), el campo se descompone como  $E(r) = u(x, y, z)e^{ikz}$ , obteniendo la ecuación de onda paraxial (Saleh & Teich, 2019):

$$2ik \frac{\partial u}{\partial z} + \nabla_{\perp}^2 u = 0 \quad (2)$$

donde  $\nabla_{\perp}^2 = \partial^2 / \partial x^2 + \partial^2 / \partial y^2$ .

El haz Gaussiano fundamental ( $\ell = 0, p = 0$ ) tiene distribución de intensidad (Siegman, 1986):

$$I(r, z) = I_0 \left( \frac{w_0}{w(z)} \right)^2 \exp\left(-\frac{2r^2}{w^2(z)}\right) \quad (3)$$

donde  $w(z) = w_0 \sqrt{1 + (z/z_R)^2}$  con  $z_R = \frac{\pi w_0^2}{\lambda}$  la longitud de Rayleigh.

## 2.2 Fundamentos de óptica

El OAM (Orbital Angular Momentum) es un grado de libertad del campo electromagnético asociado a la estructura espacial del frente de onda (Allen et al., 1992). Un haz con OAM presenta dependencia azimutal de fase  $e^{i\ell\phi}$ , donde  $\ell$  es la carga topológica, generando una estructura helicoidal característica del frente de onda. El momento angular por fotón está cuantizado:

$$L_z = \ell \hbar \quad (4)$$

A diferencia del SAM (espín, restringido a  $\pm\hbar$ ), el OAM toma valores enteros ilimitados ( $\ell=0,\pm 1,\pm 2, \dots$ ), constituyendo un espacio infinito-dimensional para multiplexación (Willner et al., 2015).

Los modos OAM son ortogonales:

$$\langle E_\ell | E_{\ell'} \rangle = \int_0^{2\pi} e^{i\ell\phi} e^{-i\ell'\phi} d\phi = 2\pi\delta_{\ell,\ell'} \quad (5)$$

Esta ortogonalidad permite multiplexar canales independientes sobre un mismo haz sin interferencia (MDM, Mode Division Multiplexing), habilitando sistemas de comunicación de alta capacidad (Krenn et al., 2014; Y. Zhao et al., 2021).

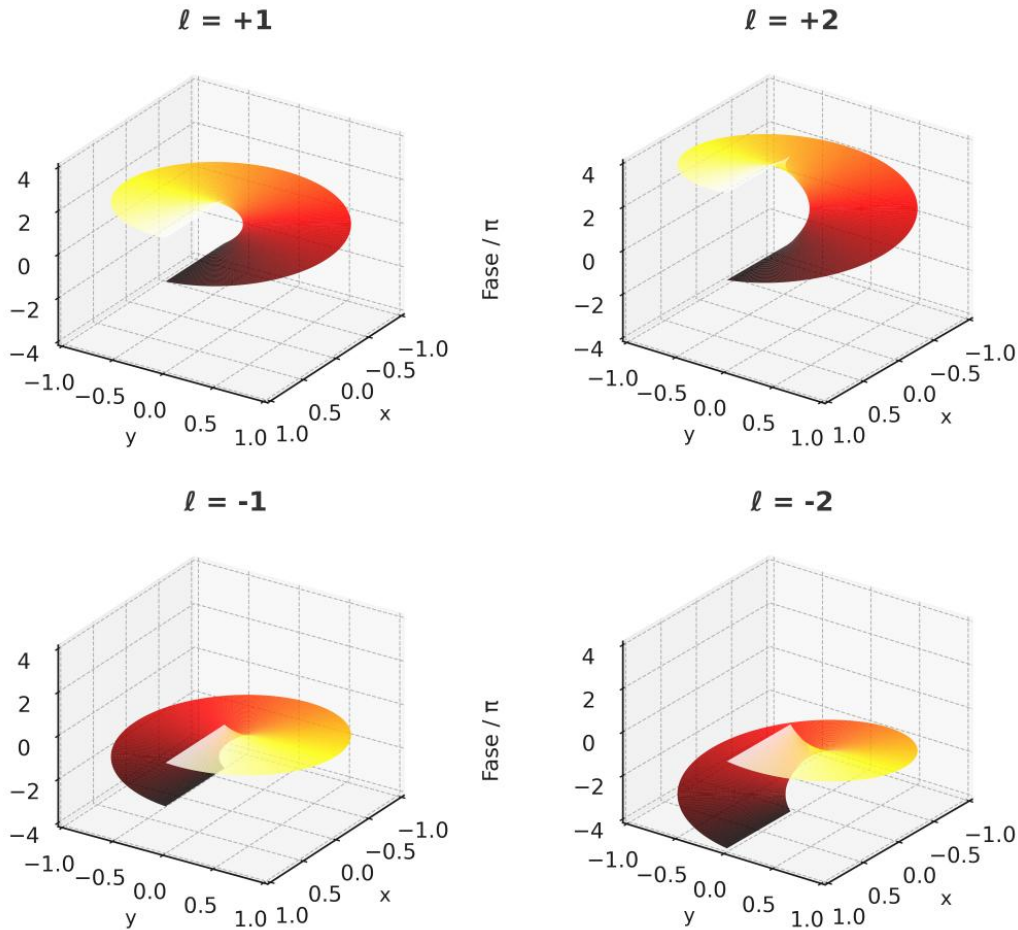
La estructura tridimensional del frente de onda con OAM es fundamental para comprender su comportamiento en propagación y detección. Para  $\ell = +1$ , la fase avanza  $2\pi$  radianes al completar una revolución azimutal ( $\phi: 0 \rightarrow 2\pi$ ), mientras que para  $\ell = +2$  avanza  $4\pi$  radianes. Los modos negativos ( $\ell < 0$ ) presentan helicidad opuesta (rotación contraria), como se ilustra en la Figura 1.

El frente de onda describe una superficie helicoidal en el espacio tridimensional, donde la fase acumulada depende directamente de la carga topológica. La singularidad de fase en el eje de propagación ( $r = 0$ ) es característica de todos los modos con  $\ell \neq 0$ , manifestándose como un vórtice óptico con intensidad nula en el centro (Allen et al., 1992). Esta estructura topológica persiste

durante la propagación en espacio libre y es robusta ante perturbaciones moderadas, propiedad que la hace atractiva para comunicaciones ópticas.

**Figura 1**

*Estructura helicoidal del frente de onda para modos OAM*



*Nota.* La fase realiza  $|\ell|$  revoluciones completas de  $2\pi$  radianes en el plano transversal.

### 2.3 Haces Laguerre-Gauss

Los haces Laguerre-Gauss (LG) son soluciones exactas de la ecuación paraxial Ec. (2) con OAM bien definido (Allen et al., 1992). En coordenadas cilíndricas ( $r, \phi, z$ ):

$$E_{lp}(r, \phi, z) = \frac{C_{lp}}{w(z)} \left( \frac{r\sqrt{2}}{w(z)} \right)^{|\ell|} L_p^{|\ell|} \left( \frac{2r^2}{w^2(z)} \right) e^{-r^2/w^2(z)} e^{-ikr^2/(2R(z))} e^{i\ell\phi} e^{i(2p+|\ell|+1)\psi(z)} \quad (6)$$

donde  $\ell$  es la carga topológica,  $p$  el índice radial,  $L_p^{|\ell|}(x)$  el polinomio de Laguerre generalizado,  $w(z) = w_0 \sqrt{1+(z/z_R)^2}$  el radio del haz,  $R(z) = z(1 + (z/z_R)^2)$  el radio de curvatura, y  $\psi(z) = \arctan(z/z_R)$  la fase de Gouy.

Para  $p = 0$  (modos radialmente fundamentales, utilizados en este trabajo), la distribución de intensidad es:

$$I_{l0}(r, z) = I_0 \left( \frac{w_0}{w(z)} \right)^2 \left( \frac{r\sqrt{2}}{w(z)} \right)^{2|\ell|} e^{-2r^2/w^2(z)} \quad (7)$$

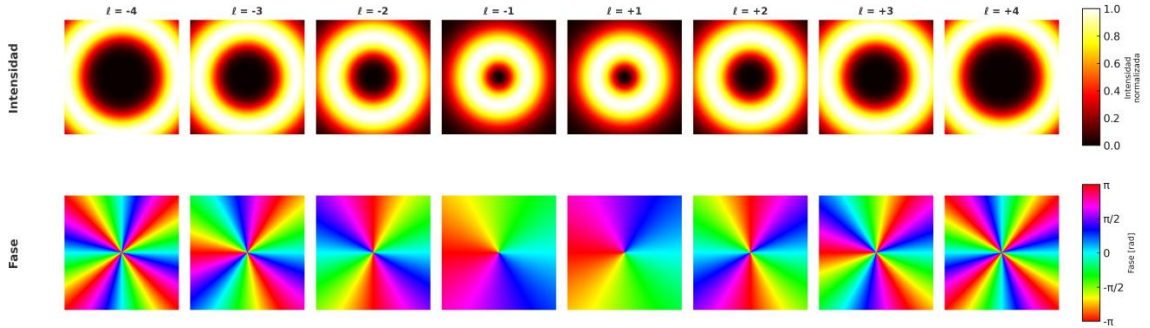
La intensidad es nula en  $r = 0$  para  $\ell \neq 0$  (vórtice óptico). El radio de máxima intensidad se describe mediante Ec. (8):

$$r_{\max} = w(z) \sqrt{\frac{|\ell|}{2}} \quad (8)$$

Esta relación tiene implicaciones directas en el diseño de sistemas de comunicación OAM. Modos con mayor magnitud  $|\ell|$  presentan anillos de mayor diámetro, lo que afecta tanto la eficiencia de acoplamiento como la susceptibilidad a turbulencia atmosférica. Para  $\ell = \pm 1$ , el anillo es compacto y cercano al eje, mientras que para  $\ell = \pm 4$  el anillo se extiende considerablemente, resultando en mayor área transversal y mayor divergencia. La caracterización completa requiere visualizar simultáneamente perfiles de intensidad y fase, como se presenta en la Figura 2.

**Figura 2**

*Perfiles de intensidad y fase para haces Laguerre-Gauss*



*Nota.* Los modos de igual magnitud se pueden diferenciar a partir de su fase.

Los perfiles de intensidad (fila superior) muestran la estructura anular característica, con radio del máximo proporcional a  $\sqrt{|l|}$  según Ec. (8). Los perfiles de fase (fila inferior) exhiben la estructura helicoidal predicha por el término  $e^{il\phi}$  en la Ec. (6), con transiciones de color representando avances de fase de  $2\pi$  radianes. Los modos con igual magnitud, pero signo opuesto ( $+l$  vs  $-l$ ) presentan perfiles de intensidad idénticos, pero estructuras de fase con helicidad invertida, propiedad explotada en esquemas de modulación por signo (Gibson et al., 2004).

## 2.4 Propagación en medio turbulento

### 2.4.1 Modelo de turbulencia de Kolmogorov

La turbulencia atmosférica induce fluctuaciones del índice de refracción  $n(r, t)$  modeladas como campo aleatorio Gaussiano. La teoría de Kolmogorov establece que la función de estructura en el rango inercial sigue (Andrews & Phillips, 2005):

$$D_{n(r)} = \left\langle (n(r_1) - n(r_2))^2 \right\rangle = C_n^2 |r_1 - r_2|^{\frac{2}{3}} \quad (9)$$

donde  $C_n^2 \left[ m^{\left\{ \frac{-2}{3} \right\}} \right]$  es el coeficiente de estructura del índice de refracción. Valores típicos:  $C_n^2 \approx 10^{-16}$  (laboratorio),  $10^{-15}$ - $10^{-14}$  (exterior débil-moderado),  $10^{-13}$ - $10^{-12}$  (turbulencia fuerte).

El espectro de potencia se describe mediante la Ec. (10):

$$\Phi_n(\kappa) = 0.033 C_n^2 \kappa^{-11/3} \quad (10)$$

El parámetro de Fried  $r_0$  (longitud de coherencia del frente de onda) está definido por la Ec. (11):

$$r_0 = \left( 0.423 k^2 \int_0^L C_n^2(z) dz \right)^{-3/5} \quad (11)$$

Para turbulencia homogénea:  $r_0 \approx (0.423 k^2 C_n^2 L)^{-3/5}$  Cuando  $D \gg r_0$  (diámetro del haz mayor que  $r_0$ ), el frente de onda presenta distorsiones significativas.

#### 2.4.2 Método de pantallas de fase

La simulación de propagación turbulenta emplea el método de pantallas de fase (Schmidt, 2010): el trayecto se divide en segmentos con pantallas de fase delgadas seguidas de propagación libre. La generación de pantallas se realiza por síntesis de Fourier según la Ec. (12):

$$\phi(r) = \text{Re} \left\{ \mathcal{F}^{-1} \left[ \sqrt{\Phi_\phi(\kappa) Z(\kappa)} \right] \right\} \quad (12)$$

donde  $\Phi_\phi(\kappa) = 0.023 r_0^{-5/3} \kappa^{-11/3}$  es el espectro de fase y  $Z(\kappa)$  ruido Gaussiano complejo.

La propagación del campo  $E(r, z)$  a través de pantalla en  $z = z_s$  más distancia  $\Delta z$  se describe por la Ec. (13):

$$E(r, z_s + \Delta z) = \mathcal{F}^{-1} \left\{ \mathcal{F} \left[ E(r, z_s) e^{i\phi(r)} \right] \cdot H(\kappa, \Delta z) \right\} \quad (13)$$

con  $H(\kappa, \Delta z) = \exp(i \kappa^2 \Delta z / (2k))$  la función de transferencia de Fresnel.

### 2.4.3 Efectos sobre haces OAM

La turbulencia introduce: (1) degradación de fase helicoidal ( $e^{i\ell\phi}$ ), reduciendo pureza modal; (2) acoplamiento modal (diafonía) entre modos distintos; (3) deriva del haz respecto del centroide; (4) centelleo temporal de intensidad. Modos con  $|\ell|$  elevados son más susceptibles por su mayor tamaño transversal (Liu et al., 2021; Ren et al., 2013). Diversas técnicas de compensación adaptativa han sido desarrolladas para mitigar estos efectos (Xie et al., 2021).

## 2.5 Ruido AWGN en canal óptico

El ruido AWGN modela ruido térmico, ruido de disparo cuántico y ruidos electrónicos. El campo recibido se expresa mediante la Ec. (14):

$$E_r x(r) = E_s \text{signal}(r) + n(r) \quad (14)$$

donde  $n(r)$  es ruido complejo Gaussiano con varianza  $\sigma_n^2$ .

La relación señal-ruido (SNR) se calcula según la Ec. (15):

$$\text{SNR} = 10 \log_{10} \left( \frac{P_{\text{signal}}}{\sigma_n^2} \right) \quad (15)$$

con  $P_{\text{signal}} = \int |E_{\text{signal}}(r)|^2 dr$ . Para un SNR objetivo, la varianza del ruido se ajusta según la Ec. (16):

$$\sigma_n^2 = \frac{P_{\text{signal}}}{10^{\text{SNR}_{\text{target}}/10}} \quad (16)$$

## 2.6 Decodificación por proyección modal

La detección OAM se realiza proyectando el campo  $E_{rx}(r)$  sobre modos de referencia  $LG_l(r)$  mediante la Ec. (17) (Gibson et al., 2004; Lavery et al., 2013):

$$c_1 = \langle LG_1 | E_{rx} \rangle = \int E_{rx}(r) LG_1^*(r) dr \quad (17)$$

Se emplea el Coeficiente de Correlación Normalizado (NCC) definido en la Ec. (18) para compensar variaciones de potencia:

$$NCC_1 = \frac{|\langle LG_1 | E_{rx} \rangle|}{\sqrt{\langle E_{rx} | E_{rx} \rangle} \sqrt{\langle LG_1 | LG_1 \rangle}} \quad (18)$$

El modo detectado es:  $\hat{l} = \arg \max_l NCC_l$  (Berkhout et al., 2010). Para modulación por signo ( $+l \rightarrow 1, -l \rightarrow 0$ ), se evalúa NCC para  $\pm l$  seleccionando el de mayor correlación. Métodos alternativos incluyen detección por transformación de fase y técnicas de machine learning (Malik et al., 2014; Mirhosseini et al., 2013).

## 2.7 Métrica de desempeño: coeficiente de correlación normalizado

Para sistemas OAM bajo turbulencia atmosférica, la métrica más apropiada es el Coeficiente de Correlación Normalizado (NCC), que cuantifica la calidad de detección modal independientemente de variaciones de potencia (Berkhout et al., 2010; Gibson et al., 2004). El NCC normaliza por las potencias del campo recibido y el modo de referencia, compensando fluctuaciones de intensidad (centelleo) inherentes a la propagación atmosférica.

### 3. Diseño e implementación

Este capítulo describe la arquitectura del modelo de comunicación OAM desarrollado, detalla la implementación computacional en Python y GNU Radio, presenta los 18 parámetros configurables que controlan el comportamiento del simulador, y explica la metodología de experimentación bajo diferentes escenarios de turbulencia atmosférica.

#### 3.1 Arquitectura del sistema

##### 3.1.1. *Visión general*

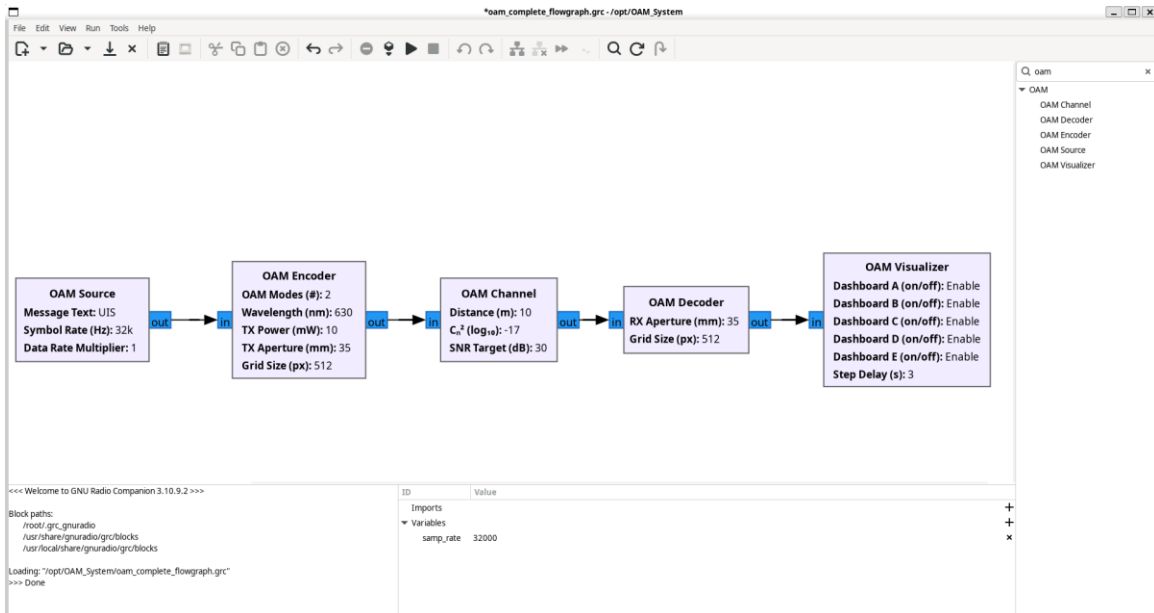
El sistema implementa una arquitectura híbrida que combina lo mejor de dos mundos: GNU Radio proporciona la integración por bloques y configuración gráfica, mientras que Python maneja el procesamiento de señales mediante operaciones vectoriales NumPy de alto desempeño. La cadena de procesamiento consta de cinco bloques modulares conectados mediante un sistema de flujo de procesamiento global, como se aprecia en la Figura 3:

1. OAM Source: Generación de mensaje digital con delimitadores STX/ETX.
2. OAM Encoder: Codificación bit-a-modo con modulación por signo y generación de haces LG.
3. OAM Channel: Simulación de propagación con turbulencia atmosférica (modelo de Kolmogorov) y ruido AWGN.
4. OAM Decoder: Proyección modal, detección de signo, y recuperación de bits.

5. OAM Visualizer: Sistema multi-tablero de análisis y almacenamiento de resultados.

**Figura 3**

*Interfaz gráfica de GNU Radio Companion del sistema OAM*



**3.1.2 OAM Source y Encoder**

El módulo `oam_source.py` genera mensajes de texto (por defecto “UIS”) convertidos a stream binario mediante codificación ASCII de 8 bits por carácter. Se añaden delimitadores de trama STX/ETX para sincronización en la recepción.

El encoder `oam_encoder.py` implementa modulación por signo sobre modos OAM. Cada bit se asigna a un canal con magnitud fija  $|\ell| = 1, 2, 3, 4$ , donde el signo codifica el valor del bit:  $+\ell$  representa 1 y  $-\ell$  representa 0.

Cada modo se genera como haz, Laguerre-Gauss según Ec. (6) con índice radial  $p = 0$ , aprovechando la ortogonalidad modal de la Ec. (5) para multiplexación sin interferencia. El campo transmitido resulta de su superposición coherente.

### ***3.1.3 Canal de propagación***

El módulo `oam_channel.py` simula la degradación durante propagación atmosférica mediante dos mecanismos principales:

Turbulencia atmosférica: Se modela mediante pantallas de fase generadas según el modelo de Kolmogorov usando Ec. (12). El parámetro de Fried  $r_o$  Ec. (11) caracteriza las aberraciones 1 inducidas por  $C_n^2$ .

Ruido del canal: Se añade ruido AWGN según Ec. (14). La varianza se ajusta Ec. (16) para garantizar el SNR objetivo Ec. (15).

### ***3.1.4 Decoder y proyección modal***

El decoder `oam_decoder.py` recupera bits mediante proyección modal sobre modos de referencia LG usando Ec. (17).

Para cada par de modos  $\pm\ell$ , se calcula el NCC según Ec. (18). El signo con mayor NCC determina el bit decodificado:  $+\ell$  se interpreta como 1 y  $-\ell$  como 0. Esta normalización compensa variaciones de potencia durante propagación.

### ***3.1.5 Sistema de análisis y visualización***

El visualizer `oam_visualizer.py` implementa 4 tableros especializados:

- Tablero A: Análisis temporal comparativo de campos
- Tablero B: Métricas de calidad SNR/NCC por modo
- Tablero C: Detección modal con separación de componentes

- Tablero D: Métricas de la simulación

Los datos se almacenan en NPZ (campos complejos) y JSON (metadatos), permitiendo análisis posterior eficiente.

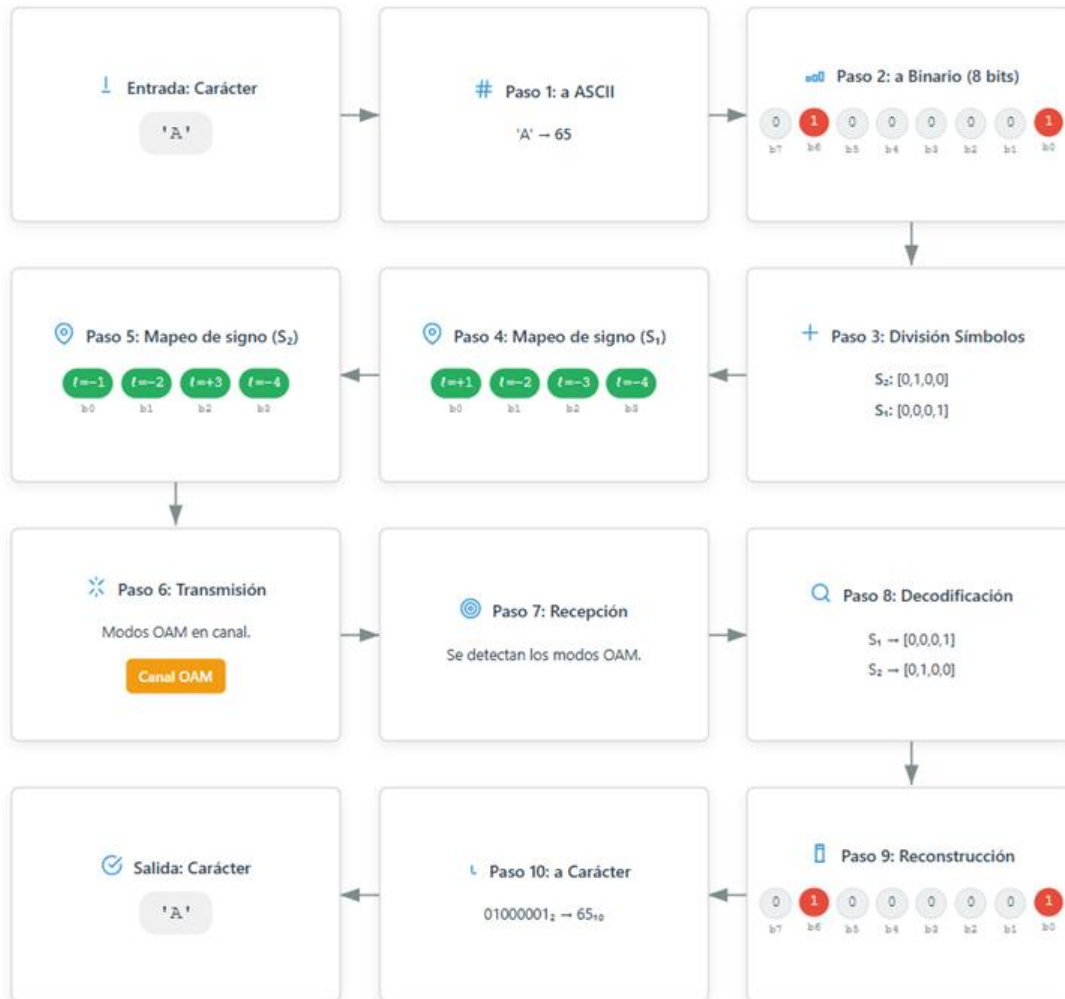
### ***3.1.6 Flujo completo del sistema***

Los caracteres ASCII de 8 bits se segmentan en símbolos según los modos OAM habilitados. Por ejemplo, con 4 modos activos, cada carácter se divide en 2 símbolos de 4 bits. Cada símbolo se mapea a un haz compuesto por superposición de modos OAM. La magnitud  $|\ell|$  representa la posición del bit (canal), y el signo codifica su valor:  $+\ell = 1$ ,  $-\ell = 0$ .

En la recepción, el proceso inverso proyecta el campo sobre modos de referencia para recuperar el signo dominante y reconstruir los bits.

**Figura 4**

*Diagrama de flujo de OAM con modulación por signo*



**3.1.7. Prueba de transmisión**

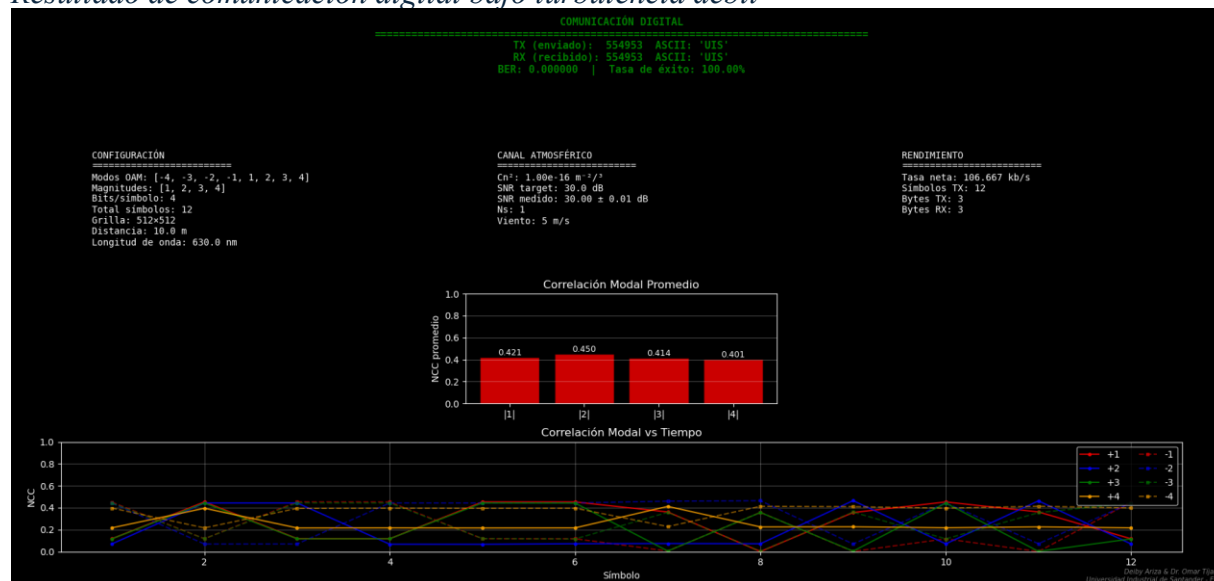
Se realizó el envío del mensaje “UIS” para dos condiciones de turbulencia diferentes. En el caso favorable se espera obtener una recepción adecuada del mensaje, mientras que, en el caso desfavorable, donde la turbulencia es fuerte, se espera que el mensaje no se logre identificar correctamente debido a las afectaciones recibidas durante la transmisión.

Los parámetros utilizados para ambos casos fueron: 8 modos OAM ( $|\ell| = 1, 2, 3, 4$  con signo  $\pm$ ), 18 longitud de onda  $\lambda = 633$  nm, distancia de propagación  $L = 10$  m, relación señal-ruido  $\text{SNR} = 30$  dB, y grilla computacional de  $512 \times 512$  puntos.

**Prueba 1 – Turbulencia débil:** Para el primer caso se utilizó un valor de  $C_n^2 = 1 \times 10^{-16} \text{ m}^{-2/3}$  (turbulencia atmosférica débil). Los resultados obtenidos se aprecian en la Figura 5, donde se observa que el sistema logró una recepción exitosa con  $\text{BER} = 0$  (tasa de éxito del 100 %), confirmando el comportamiento esperado para condiciones atmosféricas favorables.

**Figura 5**

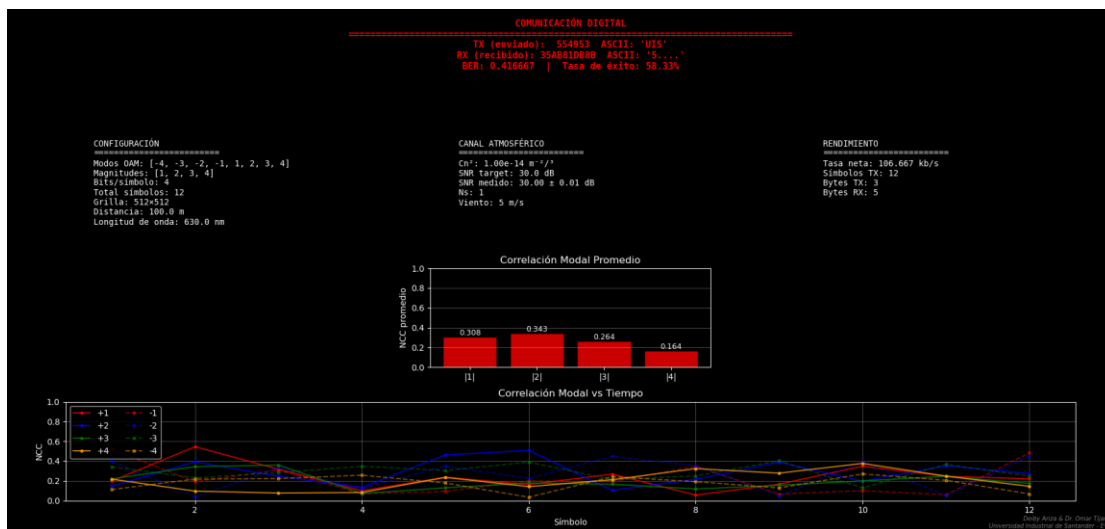
*Resultado de comunicación digital bajo turbulencia débil*



**Prueba 2 – Turbulencia fuerte:** Para la segunda prueba se utilizó un valor de  $C_n^2 = 1 \times 10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$  (turbulencia atmosférica fuerte), representando un incremento de dos órdenes de magnitud respecto a la prueba anterior. En la Figura 4, podemos apreciar los resultados obtenidos, donde el sistema experimentó una degradación significativa con  $\text{BER} = 0.542$  (tasa de éxito del 45.8 %).

**Figura 6**

*Resultado de comunicación digital bajo turbulencia fuerte*



Observamos que el sistema se comporta como lo esperado: en el primer caso, con turbulencia débil, se obtuvo una recuperación perfecta del mensaje (BER = 0), mientras que, en el segundo caso, bajo turbulencia fuerte, se evidenció una afectación significativa de la integridad del mensaje con un BER superior al 50 %. Esto demuestra el impacto directo de la turbulencia atmosférica sobre la estabilidad de los modos OAM: la distorsión del frente de onda induce mezcla modal que degrada la capacidad del sistema para discriminar correctamente entre estados de carga topológica, comprometiendo la fidelidad de la transmisión en el medio de propagación.

### 3.2. Parámetros configurables

El sistema expone parámetros configurables mediante bloques de GNU Radio Companion que ajustan el comportamiento sin modificar Código. La Tabla 1 lista los parámetros disponibles:

**Tabla 1***Parámetros configurables del sistema OAM*

Bloque	Parámetro	Valores	Unidad	Descripción
OAM Source	message_text	cadena ASCII	-	Mensaje para enviar
	symbol_rate	32 (típico)	KHz	Velocidad del símbolo
	data_rate_multiplier	1.0 - 6.0	-	Multiplicador de velocidad
OAM Encoder	num_oam_modes	2, 4, 6, 8	Modos	Numero de modos OAM
	wavelength	633	nm	Longitud de onda
	tx_power	0.001 - 1.0	W	Potencia de transmisión
	tx_aperture_size	2.2 - 50	mm	Tamaño de apertura TX
	grid_size	256, 512, 1024	puntos	Tamaño de malla
OAM Channel	propagation_distance	10 - 500	M	Distancia de propagación
	cn2 (log10)	-17 a -13	-	Nivel de turbulencia
	snr_target	20 - 40	dB	SNR objetivo
OAM Decoder	rx_aperture_size	10 - 100	Mm	Tamaño de apertura RX
	grid_size	256, 512, 1024	puntos	Tamaño de malla
OAM Visualizer	enable_tablero_a	True / False	-	Habilitar tablero A
	enable_tablero_b	True / False	-	Habilitar tablero B
	enable_tablero_c	True / False	-	Habilitar tablero C
	enable_tablero_d	True / False	-	Habilitar tablero D
	ablero_step_delay	1.0 - 5.0	s	Retardo entre pasos

### 3.3 implementación computacional

#### 3.3.1. Estructura de Código

El código se organiza en módulos independientes:

- `oam_system_config.py`: Configuración centralizada (única fuente de verdad)
- `oam_source.py`: Generación de mensaje y metadatos
- `oam_encoder.py`: Codificación bit-a-modo y generación de haces LG
- `oam_channel.py`: Simulación de turbulencia y ruido
- `oam_decoder.py`: Proyección modal y recuperación de bits
- `oam_visualizer.py`: Tableros de análisis
- `pipeline.py`: Sistema de intercambio de datos global

- `oam_logging.py`: Sistema de registro unificado

### 3.3.2. Optimizaciones de desempeño

Se implementaron las siguientes optimizaciones para reducir tiempo de cómputo:

- Vectorización NumPy: Todas las operaciones sobre campos complejos utilizan difusión y operaciones vectoriales SIMD, evitando bucles explícitos en Python.
- Caché inteligente: El sistema calcula un resumen MD5 de la configuración y reutiliza pantallas de fase pre-generadas si los parámetros ( $C_n^2$ , distancia, `grid_size`) no cambiaron.
- FFT optimizada: Uso de FFT de SciPy (implementación FFTW) con tamaños de malla potencia de 2 para máxima eficiencia.
- Almacenamiento NPZ comprimido: Los campos complejos se guardan en formato NPZ con compresión zlib, reduciendo espacio en disco 3-5× sin pérdida de precisión.

### 3.3.3 Métricas de eficiencia

En hardware de referencia (AMD Ryzen 5 7600H, 16 GB RAM), los tiempos típicos son:

- Generación de haz LG ( $512 \times 512$ , un modo): ~5 ms.
- Generación de pantalla de fase según el modelo de Kolmogorov ( $512 \times 512$ ): ~15 ms (generando los archivos plantilla), ~0.5 ms (usando los archivos ya generados).
- Proyección modal completa (4 canales  $\times$  2 signos = 8 proyecciones): ~40 ms.
- Símbolo completo (encode + channel + decode): ~80 ms.

- Mensaje de 10 símbolos: ~0.8 segundos (sin visualización), ~30 segundos (con visualización).

**Nota:** El tiempo de símbolo completo (~80 ms) incluye la generación de 4 modos LG en paralelo durante el encode (~20 ms), procesamiento del canal con pantalla de fase compartida (~20 ms), y decodificación mediante 8 proyecciones modales (~40 ms). El tiempo con visualización se incrementa significativamente debido al renderizado de gráficos en Matplotlib.

## 4. Resultados y Validación Experimental.

### 4.1. Validación del modelo de turbulencia atmosférica

Para validar el simulador, se compararon sus resultados con el experimento de Zhao et al. J. Zhao et al., 2020, quienes caracterizaron el desempeño de sistemas OAM bajo turbulencia controlada mediante celda térmica.

#### 4.1.1. Configuración del experimento de referencia

Zhao et al. controlaron artificialmente el parámetro  $r_0$  (parámetro de Fried) relacionado con  $C_n^2$  según Ec. (11), variando temperatura y cruces del haz para simular diferentes niveles de turbulencia.

El montaje utilizó láser He-Ne (633 nm) propagado 2-3 m, con modos  $\ell = \pm 1, \pm 2$ , evaluando fidelidad cuántica como métrica de preservación del estado OAM tras propagación. Los resultados mostraron caída significativa de fidelidad al aumentar  $C_n^2$ , con mayor degradación en modos de alto orden ( $|\ell|$  grande) debido a sus anillos de fase más amplios y susceptibles a distorsión atmosférica. Se validará si el simulador replica esta tendencia mediante el Coeficiente de Correlación Normalizado (NCC), relacionado con fidelidad cuántica.

### 4.1.2. Configuración del simulador

Para replicar las condiciones del experimento de referencia, el simulador se configuró con parámetros equivalentes. La Tabla 2 resume la configuración implementada:

**Tabla 2**

*Configuración del simulador para validación experimental*

Parámetro	Valor	Unidad	Comentario
Longitud de onda	633	nm	Igual que referencia
Distancia	10	M	Compensa efectos no modelados
Modos OAM	$\pm 1, \pm 2, \pm 3$	-	6 modos con modulación por signo
Apertura TX	6	mm	Cintura inicial $w_0 = 3$ mm
Apertura RX	35	mm	Colección de campo
$C_n^2$ (bajo)	$1 \times 10^{-16}$	$m^{-2/3}$	Débil
$C_n^2$ (medio)	$8 \times 10^{-16}$	$m^{-2/3}$	Moderado
$C_n^2$ (alto)	$2 \times 10^{-14}$	$m^{-2/3}$	Alto
SNR objetivo	30	dB	Laboratorio controlado

**4.1.2.1 Diferencias con el experimento.** El simulador usa 10 m (vs. 2-3 m experimental) para compensar efectos no modelados. Mientras el experimento de Zhao et al. utilizó fidelidad cuántica como métrica de preservación del estado OAM, el simulador emplea el Coeficiente de Correlación Normalizado (NCC) como métrica equivalente para cuantificar la similitud entre los campos transmitido y recibido. Los resultados presentados corresponden a propagación sin óptica adaptativa.

### 4.1.3 Resultados de la validación

Para evaluar el desempeño del simulador bajo diferentes condiciones de turbulencia atmosférica, se realizaron tres experimentos con niveles crecientes de  $C_n^2$ : turbulencia débil (

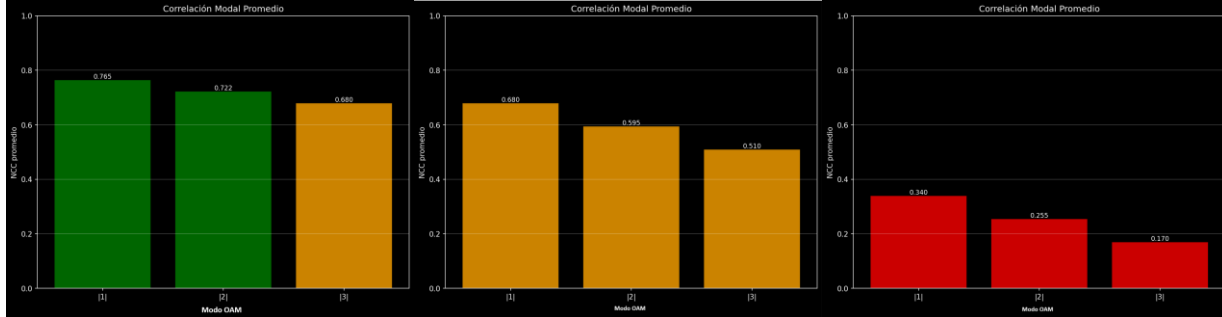
$1 \times 10^{-17}$ ), moderada ( $8 \times 10^{-16}$ ) y fuerte ( $2 \times 10^{-14}$ ). Para cada escenario se transmitió el mensaje “UIS” empleando 6 modos OAM ( $|\ell| = 1, 2, 3$  con signo  $\pm$ ), midiendo el Coeficiente de Correlación Normalizado (NCC) como indicador de preservación modal tras propagación.

La Figura 7 presenta los valores de NCC obtenidos para cada modo OAM en los tres escenarios de turbulencia, mientras que la Tabla 3 resume los valores numéricos correspondientes.

**4.1.3.1. Análisis de correlación modal.** Los resultados de la Figura 7 y la Tabla 3 revelan dos tendencias fundamentales en el comportamiento del sistema OAM bajo turbulencia atmosférica:

**Figura 7**

*Coeficiente de correlación cruzada normalizado (NCC)*



(a) Bajo:  $C_n^2 = 1 \times 10^{-17}$       (b) Medio:  $C_n^2 = 8 \times 10^{-16}$       (c) Alto:  $C_n^2 = 2 \times 10^{-14}$

**Tabla 3**

*Valores de NCC por magnitud modal y nivel de turbulencia*

Escenario	$C_n^2 [m^{-2/3}]$	NCC $ \ell =1$	NCC $ \ell =2$	NCC $ \ell =3$	Promedio
Bajo	$1 \times 10^{-17}$	0.765	0.722	0.680	0.722
Medio	$8 \times 10^{-16}$	0.680	0.595	0.510	0.595
Alto	$2 \times 10^{-14}$	0.340	0.255	0.170	0.255

### 1. Degradación progresiva con turbulencia creciente:

Al aumentar  $C_n^2$  de  $1 \times 10^{-17}$  a  $2 \times 10^{-14}$  (incremento de tres órdenes de magnitud), el NCC promedio experimenta una caída drástica de 0.722 a 0.255, representando una degradación del 65%. Esta tendencia confirma que la turbulencia atmosférica induce distorsión del frente de onda, generando mezcla modal que reduce la pureza de los modos OAM transmitidos.

### 2. Mayor vulnerabilidad de modos de alto orden:

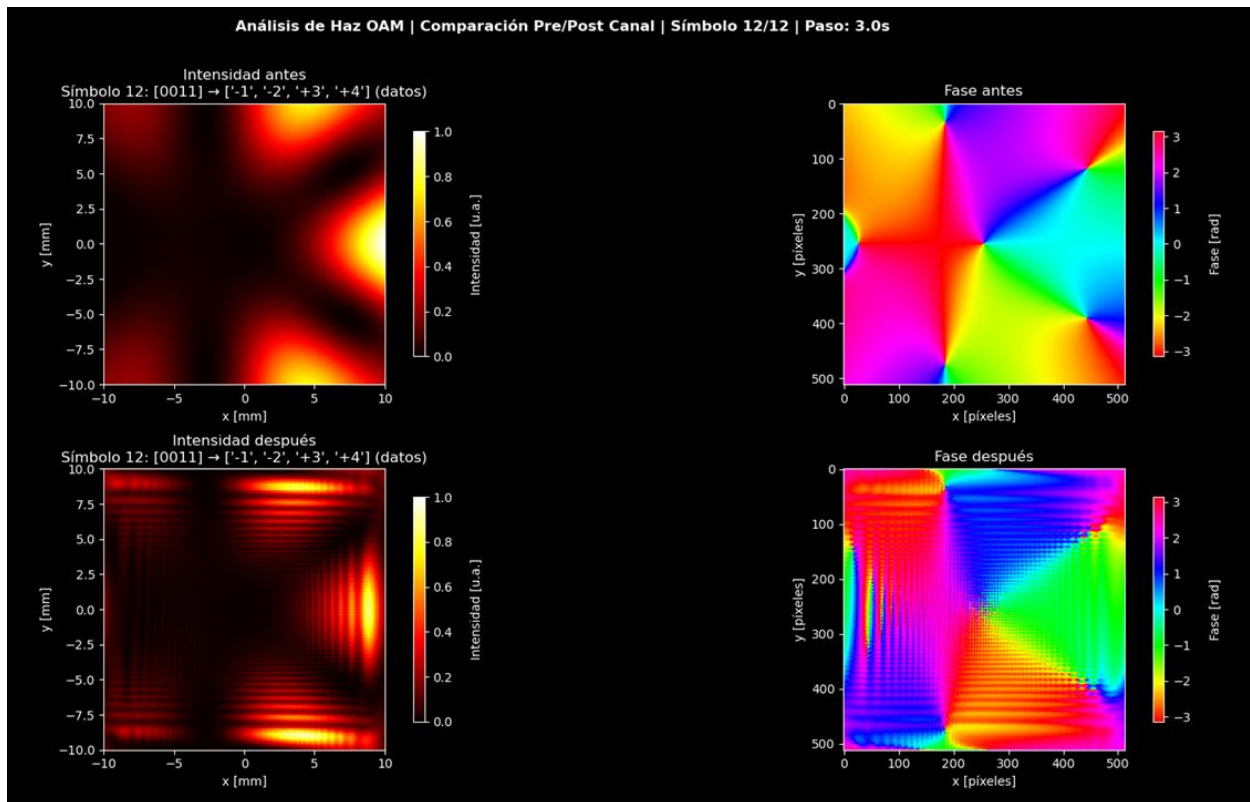
Los modos con mayor carga topológica ( $|\ell|$  grande) presentan mayor susceptibilidad a la turbulencia. En el escenario de turbulencia moderada, el NCC cae de 0.680 para  $|\ell| = 1$  a 0.510 para  $|\ell| = 3$ , evidenciando una degradación adicional del 25 %. Este comportamiento se debe a que los modos de alto orden poseen anillos de fase más amplios, incrementando su área efectiva de interacción con las perturbaciones atmosféricas.

Estas tendencias coinciden cualitativamente con las observadas en los experimentos de referencia reportados por Zhao et al., validando la capacidad del simulador para reproducir la física del sistema OAM-FSO bajo turbulencia.

**4.1.3.2. Degradación espacial del haz.** Además del análisis modal, se evaluó el impacto de la turbulencia sobre la estructura espacial del haz OAM multiplexado. La Figura 8 ilustra la degradación de los patrones de intensidad y fase al propagarse por el canal turbulento.

**Figura 8**

*Degradación de la estructura espacial del haz OAM multiplexado*



La figura muestra cómo la turbulencia atmosférica distorsiona el perfil anular característico de los haces OAM y deteriora la singularidad de fase helicoidal. Esta degradación espacial se manifiesta como mezcla modal, explicando la reducción de NCC observada en la Tabla 3.

El simulador reproduce correctamente las tendencias físicas observadas experimentalmente, tanto en el comportamiento modal como en la degradación espacial. Los resultados validan su uso para estudiar sistemas OAM-FSO con el fin de tener un estimado de comportamiento según las condiciones configuradas.

## 5. Conclusiones

Este trabajo desarrolló una herramienta de simulación para comunicación óptica en espacio libre basada en Momento Angular Orbital (OAM) mediante Python y GNU Radio. El sistema codifica información en hasta 4 canales OAM paralelos con modulación por signo, transmitiendo 1 a 4 modos por símbolo con alfabeto de 8 modos ( $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4$ ) usando haces Laguerre-Gauss.

Las ondas se propagan según turbulencia atmosférica de Kolmogorov, decodifica mediante proyección modal (NCC) con detección de signo, y proporciona análisis multi-tablero. Ofrece 18 parámetros configurables para adaptar la simulación a diferentes escenarios operacionales. Los resultados son consistentes con literatura experimental, validando el modelo como herramienta predictiva.

### 5.1. Conclusiones por objetivos

Se estudió OAM identificando: (1) Multiplexación espacial mediante ortogonalidad modal, (2) Haces LG como soluciones analíticas con OAM bien definido, (3) Turbulencia atmosférica induciendo diafonía modal limitante, (4) Viabilidad de GNU Radio para procesamiento óptico, aunque su aplicación a OAM es novedosa.

La arquitectura modular de cinco bloques cumple requerimientos funcionales. Decisiones clave: mapeo bit-a-modo con modulación por signo (4 bits/símbolo en 4 canales, escalabilidad), detección NCC con signo (robustez ante variaciones de potencia), pantallas de fase según Kolmogorov (fundamentación teórica), configuración centralizada con 18 parámetros (reproducibilidad y adaptabilidad). El diseño facilita extensiones: FEC, óptica adaptativa, interfaces experimentales, multiplexación híbrida (OAM+WDM).

Se simularon tres escenarios de turbulencia atmosférica bajo configuración de laboratorio (10 m,  $\lambda = 633$  nm, 6 modos OAM:  $\pm 1, \pm 2, \pm 3$ ). Turbulencia muy débil ( $C_n^2 = 1 \times 10^{-17}$ ): NCC promedio = 0.722, sistema opera con calidad moderada. Turbulencia débil ( $C_n^2 = 8 \times 10^{-16}$ ): NCC promedio = 0.595 (degradación del 18 %). Turbulencia alta ( $C_n^2 = 2 \times 10^{-14}$ ): NCC promedio = 0.255 (degradación del 65 %), validando la sensibilidad del sistema a efectos atmosféricos reportados en literatura. Modos de bajo orden ( $|\ell| = 1$ ) son más resistentes ante las perturbaciones atmosféricas que modos de alto orden ( $|\ell| = 3$ ), consistente con predicciones teóricas y resultados experimentales de Zhao et al. (2020).

La validación confirmó estructura anular, singularidad de fase, y ortogonalidad modal. La turbulencia provoca diafonía observable en matrices de confusión. NCC es efectiva para detección. Comparación con literatura confirma tendencias: degradación progresiva con  $C_n^2$ , mayor susceptibilidad de modos altos. Diferencias cuantitativas se atribuyen a efectos no modelados.

## 5.2. Contribuciones

Este trabajo aporta: (1) Simulador OAM-GNU Radio disponible como código abierto, (2) Modelo de canal atmosférico con pantallas de fase generadas según el modelo de Kolmogorov eficiente mediante FFT, (3) Sistema multi-tablero para análisis temporal, métricas QA, inspección detallada, y separación modal, (4) Caracterización cuantitativa del efecto de  $C_n^2$  sobre NCC para diferentes magnitudes de carga topológica, validado con Zhao et al. (2020), (5) Metodología reproducible y extensible documentada.

### 5.3. Impacto

- **Técnico:** Herramienta predictiva reduce necesidad de prototipos costosos. Demuestra viabilidad de GNU Radio para óptica. Cuantifica degradación atmosférica sobre modos OAM. Base para validación experimental, mitigación de turbulencia, y análisis de capacidad.
- **Social:** FSO-OAM ofrece conectividad en zonas donde fibra no es viable, reduciendo brecha digital. Herramienta abierta democratiza acceso. Visibilidad internacional de UIS en fotónica.
- **Económico:** Reduce costos permitiendo exploración computacional sin equipamiento especializado (SLM \$10,000-\$50,000 USD). Aplicaciones en enlaces inter-edificios, emergencia. Potencial de financiamiento MinCiencias.
- **Ambiental:** Sin excavación para cableado. Bajo consumo energético. Sin contaminación electromagnética. Ciclo de vida sostenible con componentes reciclables.

## 6. Recomendaciones

### 6.1. Mejoras al sistema desarrollado

- **FEC:** Implementar Reed-Solomon o LDPC (tasa  $R = 3/4$ ) para mejorar robustez bajo  $C_n^2 = 10-14$ . Ganancia estimada 5 – 7 dB con sobrecarga 15 – 30%.
- **Óptica Adaptativa:** Sensor Shack-Hartmann + espejo deformable (64-1024 actuadores). Controlador PI con Zernike. Costo \$150,000-\$300,000 USD. Filtros Kalman/LSTM mejoran rechazo 20 – 30%.
- **Machine Learning:** CNNs (LeNet-5, ResNet-18) alcanzan 95–98% accuracy vs NCC (85–90%).
- **SVMs con RBF:** menor costo ( $< 1$  ms CPU). Dataset 105 ejemplos/modo.
- **Multiplexación Híbrida:** OAM+WDM:  $M\lambda \times N$  modos (ej.  $4 \times \text{CWDM} \times 6$  modos = 24 canales).
- **OAM+PDM:** 2 polarizaciones  $\times N$  modos, ganancia  $2\times$ .
- **GPU:** CUDA/OpenCL. Pantallas de fase  $512 \times 512$  en  $< 10$  ms. Aceleración  $20-50\times$  vs CPU para mallas grandes.

### 6.2. Líneas de investigación futura

- **Validación Experimental:** Montaje FSO 50-100 m (SLM  $1920 \times 1080$  px, CCD  $\geq 1$  Mpx, láser HeNe 632.8 nm, inversión \$30,000-\$80,000 USD).

- **Propagación Extendida:** Split-step Fourier ( $M = 20-100$  pantallas, 1-5 km),  $C_n^2$  (h) vertical (Hufnagel-Valley), turbulencia dinámica ( $\tau_0 \approx 5$  ms).
- **Capacidad de Canal:** Shannon con diafonía ( $C \propto N^{0.1-0.9}$ ), water-filling, constelaciones adaptativas.
- **Integración Comercial:** Ethernet 1/10 Gbps (sobrecarga FEC  $\sim 35\%$ ),  $|\ell| > 4$  (óptimo  $|\ell| \leq 4-6$ ), CDR-PLL (jitter  $< 10$  ns RMS).
- **Atmosférico:** Absorción/scattering (lluvia 5-10 dB/km, niebla 50-300 dB/km), centelleo ( $\sigma_I^2 \approx 0,1-0,5$ ), ventanas 850/1550 nm.

### 6.3. Limitaciones del trabajo

#### 6.3.1. Limitaciones del modelo físico

Los resultados de esta simulación no han sido validados con experimentos de laboratorio propios, por lo que pueden existir diferencias con sistemas reales debido a efectos físicos no modelados:

- **Efectos ópticos no incluidos:** El modelo no considera aberraciones ópticas de lentes, vibraciones mecánicas (típicamente 1-10  $\mu\text{m}$ ), ruido de detectores, ni imperfecciones en moduladores espaciales de luz (SLM).
- **Turbulencia estática:** El simulador usa pantallas de fase estáticas, mientras que la turbulencia atmosférica real es dinámica con tiempos de coherencia de 1-10 ms.
- **Modelo de Kolmogorov idealizado:** El modelo estándar de turbulencia no captura condiciones extremas (donde el exponente espectral difiere de 11/3) ni efectos de anisotropía atmosférica.

### 6.3.2. *Limitaciones computacionales*

La resolución numérica del simulador impone restricciones prácticas:

- **Resolución espacial:** La grilla de  $512 \times 512$  píxeles ( $39 \mu\text{m}$  por píxel) es insuficiente para simular modos con carga topológica  $|\ell| > 6$  sin aliasing numérico.
- **Tamaño de ventana:** El dominio computacional de  $20 \times 20$  mm limita el diámetro efectivo de apertura, restringiendo el análisis a modos  $|\ell| \leq 4$  para distancias largas.
- **Aproximación paraxial:** La propagación asume ángulos pequeños ( $\theta < 10^\circ$ ), lo cual es válido para distancias cortas, pero puede fallar tras propagación de kilómetros donde el ensanchamiento del haz alcanza  $1^\circ$ - $5^\circ$ .

### Referencias Bibliográficas

- Allen, L., Beijersbergen, M. W., Spreeuw, R. J. C., & Woerdman, J. P. (1992). Orbital angular momentum of light and the transformation of Laguerre-Gaussian laser modes. *Physical Review A*, 45(11), 8185-8189. <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.45.8185>
- Andrews, L. C., & Phillips, R. L. (2005). *Laser beam propagation through random media* (2nd ed.). SPIE Press.
- Berkhout, G. C. G., Lavery, M. P. J., Courtial, J., Beijersbergen, M. W., & Padgett, M. J. (2010). Efficient sorting of orbital angular momentum states of light. *Physical Review Letters*, 105(15), 153601. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.105.153601>
- Díaz Meza, C. F., Acevedo Cáceres, C. H., Torres Moreno, Y., & Barrero Pérez, J. G. (2012). Modelado preliminar de un codificador optoelectrónico para la transferencia de datos sobre el momento angular orbital de la luz. *Revista UIS Ingenierías*, 11(1), 35-43.
- Gibson, G., Courtial, J., Padgett, M. J., Vasnetsov, M., Pas'ko, V., Barnett, S. M., & Franke-Arnold, S. (2004). Free-space information transfer using light beams carrying orbital angular momentum. *Optics Express*, 12(22), 5448-5456. <https://doi.org/10.1364/OPEX.12.005448>
- GNU Radio. (2024). GNU Radio: The free and open software radio ecosystem [Accessed December 15, 2024]. <https://www.gnuradio.org>
- Goodman, J. W. (2005). *Introduction to Fourier optics* (3rd ed.). Roberts & Company Publishers.
- Krenn, M., Fickler, R., Fink, M., Handsteiner, J., Malik, M., Scheidl, T., Ursin, R., & Zeilinger, A. (2014). Communication with spatially modulated light through turbulent air across

- Vienna. *New Journal of Physics*, 16(11), 113028. <https://doi.org/10.1088/1367-2630/16/11/113028>
- Lavery, M. P. J., Barnett, S. M., Speirits, F. C., & Padgett, M. J. (2013). Detection of a spinning object using light's orbital angular momentum. *Science*, 341(6145), 537-540. <https://doi.org/10.1126/science.1239936>
- Liu, H., Hu, H., Wang, K., & Wang, J. (2021). Turbulence-tolerant OAM mode sorting and demultiplexing using convolutional neural network. *Optics Express*, 29(9), 13171-13181. <https://doi.org/10.1364/OE.421485>
- Malik, M., Erhard, M., Huber, M., Krenn, M., Fickler, R., & Zeilinger, A. (2014). Direct measurement of a 27-dimensional orbital-angular-momentum state vector. *Nature Communications*, 5, 3115. <https://doi.org/10.1038/ncomms4115>
- Mirhosseini, M., Malik, M., Shi, Z., & Boyd, R. W. (2013). Rapid generation of light beams carrying orbital angular momentum. *Optics Express*, 21(25), 30196-30203. <https://doi.org/10.1364/OE.21.030196>
- Padgett, M. J. (2017). Orbital angular momentum 25 years on. *Optics Express*, 25(10), 11265-11274. <https://doi.org/10.1364/OE.25.011265>
- Paterson, C. (2005). Atmospheric turbulence and orbital angular momentum of single photons for optical communication. *Physical Review Letters*, 94(15), 153901. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.94.153901>
- Ren, Y., Huang, H., Xie, G., Ahmed, N., Yan, Y., Erkmen, B. I., Chandrasekaran, N., Lavery, M. P. J., Steinhoff, N. K., Tur, M., Dolinar, S., Neifeld, M., Padgett, M. J., Boyd, R. W., Shapiro, J. H., & Willner, A. E. (2013). Atmospheric turbulence effects on the performance

- of a free space optical link employing orbital angular momentum multiplexing. *Optic Letters*, 38(20), 4062-4065. <https://doi.org/10.1364/OL.38.004062>
- Rodenburg, B., Lavery, M. P. J., Malik, M., O' Sullivan, M. N., Mirhosseini, M., Robertson, D. J., Padgett, M., & Boyd, R. W. (2012). Influence of atmospheric turbulence on states of light carrying orbital angular momentum. *Optics Letters*, 37(17), 3735-3737. <https://doi.org/10.1364/OL.37.003735>
- Saleh, B. E. A., & Teich, M. C. (2019). *Fundamentals of photonics* (3rd ed.). Wiley.
- Schmidt, J. D. (2010). *Numerical simulation of optical wave propagation with examples in MATLAB*. SPIE Press. <https://doi.org/10.1117/3.866274>
- Siegman, A. E. (1973). Hermite-Gaussian functions of complex argument as optical-beam eigenfunctions. *Journal of the Optical Society of America*, 63(9), 1093-1094. <https://doi.org/10.1364/JOSA.63.001093>
- Siegman, A. E. (1986). *Lasers*. University Science Books.
- Takenaka, H., Carrasco-Casado, A., Fujiwara, M., Kitamura, M., Sasaki, M., & Toyoshima, M. (2017). Satellite-to-ground quantum-limited communication using orbital angular momentum multiplexing. *Nature Photonics*, 11(8), 502-508. <https://doi.org/10.1038/nphoton.2017.107>
- Wang, J., Yang, J.-Y., Fazal, I. M., Ahmed, N., Yan, Y., Huang, H., Ren, Y., Yue, Y., Dolinar, S., Tur, M., & Willner, A. E. (2012). Terabit free-space data transmission employing orbital angular momentum multiplexing. *Nature Photonics*, 6(7), 488-496. <https://doi.org/10.1038/nphoton.2012.138>
- Willner, A. E., Huang, H., Yan, Y., Ren, Y., Ahmed, N., Xie, G., Bao, C., Li, L., Cao, Y., Zhao, Z., Wang, J., Lavery, M. P. J., Tur, M., Ramachandran, S., Molisch, A. F., Ashrafi, N., &

- Ashrafi, S. (2015). Optical communications using orbital angular momentum beams. *Advances in Optics and Photonics*, 7(1), 66-106. <https://doi.org/10.1364/AOP.7.000066>
- Xie, G., Song, H., Zhao, Z., Milione, G., Ren, Y., Liu, C., Zhang, R., Bao, C., Li, L., Wang, Z., Pang, K., Starodubov, D., Lynn, B., Tur, M., & Willner, A. E. (2021). Compensation-free highdimensional free-space optical communication using turbulence-resilient vector beams. *Nature Communications*, 12, 1168. <https://doi.org/10.1038/s41467-021-21793-1>
- Zhao, J., Zhou, Y., Braverman, B., Liu, C., Pang, K., Steinhoff, N. K., Tyler, G. A., Willner, A. E., & Boyd, R. W. (2020). Performance of real-time adaptive optics compensation in a turbulent channel with high-dimensional spatial-mode encoding. *Optics Express*, 28(10), 15562-15527. <https://doi.org/10.1364/OE.390518>
- Zhao, Y., Liu, J., Wang, Y., & Zhu, L. (2021). Capacity of the free-space optical orbital angular momentum communication based on the convolutional neural network. *Optics Communications*, 493, 127033. <https://doi.org/10.1016/j.optcom.2021.127033>