

**ANÁLISIS DE ROBUSTEZ PARA UN CONTROL CONMUTADO APLICADO EN
UN CONVERTIDOR DE POTENCIA**



**RAMIRO ENRIQUE DORADO ZUBIRIA
JOHN EDISON HERRERA LIZCANO**



**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO-MECÁNICAS
ESCUELA DE INGENIERÍAS ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA Y DE
TELECOMUNICACIONES
BUCARAMANGA
2015**

**ANÁLISIS DE ROBUSTEZ PARA UN CONTROL CONMUTADO APLICADO EN
UN CONVERTIDOR DE POTENCIA**

**RAMIRO ENRIQUE DORADO ZUBIRIA
JOHN EDISON HERRERA LIZCANO**

**Trabajo de grado presentado como requisito parcial para optar al título de
ingeniero electrónico**

**Director
RICARDO ALZATE CASTAÑO, PhD**

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO-MECÁNICAS
ESCUELA DE INGENIERÍAS ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA Y DE
TELECOMUNICACIONES
BUCARAMANGA**

2015

DEDICATORIA

A Dios y mi madre Edith Esther Zubiría Feria, no me equivoco en decir que es la mujer más importante en mi vida no solo ser una mamá si no una amiga que está conmigo en los buenos y malos momentos de mi vida, siempre he sentido su apoyo condicional gracias por existir madre.

Son muchas las personas especiales que me gustaría agradecer a mi hermano Jairo David Dorado Zubiría y a mi hermana Ana María Dorado Zubiría por ayudar a construir mi sueño de ser un profesional.

Mis tíos y mis tías que siempre han creído en mí, amigos cercanos y lejanos y en especial a mi novia Melissa Ordoñez Carretero que siempre ha estado conmigo apoyándome en este proceso de formación académica.

Y en memoria a mi padre Jairo Manuel Dorado Zubiría, que en el cielo siempre me ilumina y me guía para alcanzar mis metas.

Ramiro Enrique Dorado Zubiría

DEDICATORIA

A mis padres Ángela Lizcano y Pablo Herrera por brindarme todo su apoyo y ser parte fundamental de mi vida.

A mi hermana Jenny Herrera por apoyarme durante todo mi proceso de formación con sus palabras de aliento y motivación.

A mi novia Laura Contreras que me ha brindado su apoyo incondicional en esta importante etapa de mi vida.

John Edison Herrera Lizcano

AGRADECIMIENTOS

Al Doctor Ricardo Álzate por ayudarnos a cumplir nuestros objetivos de esta tesis.

Además un reconocimiento al Profesor Jaime Guillermo Barrero Pérez por brindarnos en nuestra formación académica toda su colaboración para guiarnos como persona y profesionalmente.

CONTENIDO

	Pág.
INTRODUCCIÓN	17
1. PLANTEAMIENTO Y DEFINICIÓN DEL PROBLEMA.....	19
1.1 OBJETIVOS.....	20
1.1.1 Objetivo general.....	20
1.1.2 Objetivos específicos	20
2. TEORIA DEL CONTROL ROBUSTO	22
2.1 ROBUSTEZ	22
2.1.1 Estabilidad robusta	24
2.1.2 Comportamiento robusto.....	25
2.1.3 Medición de robustez	27
2.2 CONTROL H^∞	28
2.3 SÍNTESIS μ	31
3. CIRCUITO CONVERTIDOR DE POTENCIA.....	33
3.1 CONVERTIDOR DE POTENCIA ELEVADOR.....	33
3.2 COMPORTAMIENTO DEL SISTEMA EN LAZO ABIERTO.....	36
3.3 COMPORTAMIENTO DEL SISTEMA EN LAZO CERRADO.....	38
3.3.1 Análisis de la ganancia de lazo.....	41
3.3.2 Diseño de un controlador PID	43
4. CONTROL ROBUSTO DE UN CONVERTIDOR DE POTENCIA.....	48
4.1 SISTEMA AUMENTADO	48
4.1.1 Modelos de incertidumbre.....	49

4.2 FUNCIONES DE PONDERACIÓN	50
4.3 DISEÑO DEL CONTROLADOR ROBUSTO.....	55
4.4 ANÁLISIS DE ROBUSTEZ PARA EL SISTEMA CONTROLADO	57
4.5 CONTROL ROBUSTO CONMUTADO	62
5. CONCLUSIONES	68
6. RECOMENDACIONES.....	70
7. TRABAJO FUTURO	71
REFERENCIAS	72
BIBLIOGRAFIA.....	76

LISTA DE FIGURAS

	Pág.
Figura 1. Sistema de control con incertidumbres	23
Figura 2. Interconexión de bloques para un sistema con incertidumbre	26
Figura 3. Funciones de ponderación del sistema: (a) diagrama de bloques de un sistema controlado; (b) reorganización en forma de entrada/salida generalizada; (c) forma compacta para el sistema controlado.....	29
Figura 4. Algoritmo D-K para síntesis μ de controladores robustos	31
Figura 5. Circuito convertidor de potencia elevador	34
Figura 6. Diagrama de bloques del sistema en lazo abierto	36
Figura 7. Tensión de salida del sistema en lazo abierto sin perturbación	37
Figura 8. Tensión de salida del sistema en lazo abierto perturbado	38
Figura 9. Caracterización del convertidor elevador	39
Figura 10. Diagrama de bloques del sistema en lazo cerrado	40
Figura 11. Tensión de salida del sistema en lazo cerrado perturbado	41
Figura 12. Tensión de salida del sistema en lazo cerrado perturbado, con $K = 10$	42
Figura 13. Tensión de salida del sistema en lazo cerrado perturbado, con $K = 100$	43
Figura 14. Respuesta escalón para función de transferencia del circuito	44
Figura 15. Tensión de salida del sistema en lazo cerrado perturbado, con acción de control PID	47
Figura 16. Modelo aumentado para planta con W_{dvi}, W_{dio}, W_s y W_T	48
Figura 17. Incertidumbre aditiva.....	50
Figura 18. Incertidumbre multiplicativa	50
Figura 19. Sistema aumentado con incertidumbres	51

Figura 20. Respuesta en frecuencia para posibles funciones de transferencia del sistema.....	52
Figura 21. Sistema con incertidumbres.....	53
Figura 22. Respuesta en frecuencia para función de transferencia modificada por funciones de ponderación.....	54
Figura 23. Diagrama de bloques para esquema de control robusto implementado	57
Figura 24. Tensión de salida del sistema en lazo cerrado perturbado, con acción de control robusto.....	58
Figura 25. Índice μ para controlador robusto	59
Figura 26. Tensión de salida del sistema en lazo cerrado perturbado, con acción de control robusto para valores de parámetro mínimos	60
Figura 27. Tensión de salida del sistema en lazo cerrado perturbado, con acción de control robusto para valores de parámetro máximos.....	60
Figura 28. Índice μ para controlador PID	61
Figura 29. Tensión de salida del sistema en lazo cerrado perturbado, con acción de control PID para valores de parámetro mínimos	62
Figura 30. Tensión de salida del sistema en lazo cerrado perturbado, con acción de control robusto para la perturbación en la entrada del convertidor (ΔV_{in}).....	63
Figura 31. Tensión de salida del sistema en lazo cerrado perturbado, con acción de control robusto para la perturbación en la salida (Δi_o).....	65
Figura 32. Diagrama de flujo para ley de control robusto conmutado.....	66
Figura 33. Tensión de salida del sistema en lazo cerrado perturbado, con acción de control robusto conmutado	67

LISTA DE TABLAS

	Pág.
Tabla 1. Funciones de sensibilidad.....	24
Tabla 2. Constantes para controlador PID.....	46

RESUMEN

TÍTULO: ANÁLISIS DE ROBUSTEZ PARA UN CONTROL CONMUTADO APLICADO EN UN CONVERTIDOR DE POTENCIA*

AUTORES: RAMIRO ENRIQUE DORADO ZUBIRÍA
JOHN EDISON HERRERA LIZCANO**

PALABRAS CLAVE: Análisis de robustez; Control conmutado; Control H_{∞} ; Convertidor DC-DC elevador; Síntesis μ

DESCRIPCIÓN:

El presente proyecto de grado presenta el diseño y la simulación de un controlador robusto aplicado en la regulación de la tensión de salida, de un circuito convertidor de potencia DC-DC tipo elevador o boost. Como técnica de control robusto se empleó el control por síntesis de μ el cual es una extensión del control H_{∞} en combinación con el análisis μ . Este método permite obtener un controlador con buen desempeño de rechazo ante perturbaciones gracias a la teoría del control H_{∞} , pero adicionalmente mejora la capacidad de tolerar variaciones paramétricas en el apropiado funcionamiento del sistema controlado al introducir el índice de μ como parámetro de robustez. Adicionalmente, se definió al índice μ como indicador o medida de robustez de un sistema, demostrando su validez por comparación con una estrategia de control PID convencional (no robusta). También se verificó la acción combinada de dos controladores robustos diseñados de manera independiente para distintos requisitos del convertidor de potencia, interactuando a través de un conmutador dependiente de las condiciones de trabajo existentes en el sistema. Trabajos complementarios incluyen el análisis de rutinas computacionales para cálculo de controladores robustos, estudio de efectos de conmutación en el lazo de control y la verificación experimental del sistema de control robusto propuesto.

* Proyecto de grado

** Facultad de Ingenierías Físico-mecánicas. Escuela de Ingenierías Eléctrica, Electrónica y de Telecomunicaciones.
Director: Ricardo Alzate Castaño, PhD.

ABSTRACT

TITLE: ROBUSTNESS ANALYSIS FOR A SWITCHING CONTROLLER APPLIED ON A POWER CONVERTER*

AUTHORS: RAMIRO ENRIQUE DORADO ZUBIRÍA,
JOHN EDISON HERRERA LIZCANO**.

KEYWORDS: DC-DC Boost power converter; H_∞ control; μ synthesis; Robustness index; Switching control.

DESCRIPTION:

In this document we report the application of robust control techniques to regulate the output voltage of a DC-DC power converter circuit, boost type. As robust controller we employed the control μ synthesis which is an extension of H_∞ control in combination with the μ analysis. This method allows for a good performance of the controlled system in terms of disturbance rejection due to H_∞ Control theory, also improves the ability to tolerate parametric variations in the controlled system due to introduction index μ as robustness parameter. The μ index was used as a measure of robustness, if the index μ is less than one, we can ensure that the controlled system is robust; the method was validated by comparison with a classic (non-robust) PID compensator. Also, a switched robust scheme was tested by properly combining single-designed robust controllers; the robust controllers were designed separately for different requirements of the DC-DC power converter circuit, interacting through a switch to select the controller to be used depending on the conditions of work in the system. Further activities include the analysis of numerical routines for designing of robust controllers using the software program MATLAB®, switching effects on robustness and experimental verification of numerical predictions.

* Degree work.

** Physico-mechanical Engineering Faculty. School of Electrical Engineering. Supervisor: Ricardo Alzate Castaño, PhD.

INTRODUCCIÓN

Los convertidores de potencia DC-DC son parte esencial de la mayoría de los sistemas de alimentación de equipo electrónico. Su gran aceptación está sustentada por la eficiencia y flexibilidad que ofrecen para el control y acondicionamiento de la energía eléctrica. A través de ellos se pueden obtener una tensión de salida regulada, ya sea mayor o menor a la tensión de entrada. Cuando se requiere de una tensión de alimentación mayor a la tensión disponible, se recurre a un convertidor estático DC-DC elevador. La regulación de la tensión de salida se obtiene por medio de un esquema de control en lazo cerrado, logrando así una cierta robustez y estabilidad ante variaciones del punto de operación y de los parámetros del convertidor (1). De tal modo que el buen funcionamiento de los convertidores de potencia depende fundamentalmente de la técnica del control aplicada ya que la robustez del sistema de control empleado influye de manera directa en el comportamiento del mismo. El comportamiento dinámico de muchas clases de circuitos de potencia puede analizarse usando la idea de modelos promedio linealizados, los cuales pueden ser representados en su realización de espacio de estados (2). Es imposible capturar perfectamente todos los detalles del comportamiento real de un proceso de forma matemática, debido a la existencia inevitable de incertidumbres que pueden poner en peligro el logro de los objetivos del sistema de control. Sin embargo, en las últimas décadas ha surgido gran interés por el diseño de sistemas de control tolerantes a las incertidumbres, es decir, *robustos* (3). En la década de los ochenta se considera el periodo de desarrollo de dicha teoría, pudiéndose destacar entre otros los siguientes desarrollos teóricos realizados durante este periodo: Métodos H_∞ (4; 5); Métodos LTR --Loop Transfer Recovery-- (6; 7); Método de diseño IMC -- Internal Model Control-- (8); Métodos de Kharitonov (9); Método de Síntesis- μ (10); Método GPC -- Generalized Predictive Control-- (11); Método QFT -- Quantitative Feedback Theory-- (12). Las principales aplicaciones de la teoría de control

robusto realizadas en los últimos años se han llevado a cabo en las áreas de control de procesos químicos, robótica, estructuras flexibles y control de aeronaves (13). Se dice que en un sistema existe incertidumbre cuando no es conocido de un modo exacto un modelo del mismo, y por ello tampoco es posible diseñar matemáticamente de un modo exacto el controlador más apropiado (14). Los modelos de incertidumbre se clasifican en estructurados o paramétricos, los cuales tienen un número finito de parámetros de incertidumbre, y no estructurados, en los que la respuesta en frecuencia permanece dentro de un conjunto para todas las frecuencias (15). Cuando se diseña un controlador robusto es muy importante un buen modelado de incertidumbre, puesto que si se tienen imprecisiones muy altas, el sistema real puede hacerse inestable o no se aprovecha al máximo el sistema para obtener el mejor desempeño (16).

1. PLANTEAMIENTO Y DEFINICIÓN DEL PROBLEMA

El control rápido y eficiente de la energía eléctrica es un aspecto fundamental en los sistemas eléctricos. En la actualidad, la mejor forma de realizarlo es empleando convertidores de potencia debido a sus cualidades dinámicas y a su bajo costo. El comportamiento dinámico de los convertidores de potencia ha adquirido gran importancia, debido a que diversas aplicaciones industriales exigen rapidez de respuesta, estabilidad frente a perturbaciones y alta eficiencia. Estas características son difíciles de alcanzar como consecuencia principal de la naturaleza no lineal que presentan dichos sistemas, provocando imprecisión en el modelado, generando incertidumbres, dinámicas no-modeladas y fuentes de perturbaciones para el convertidor. Con el control robusto se puede llegar a la solución de estos problemas, dada su capacidad de mitigar el efecto de incertidumbres en el modelo al momento de plantear la estrategia de control, logrando la estabilidad y robustez que requiere el sistema. Por lo dicho apriori, alrededor de esta temática es válido plantearse inquietudes de investigación como las siguientes: ¿Cómo diseñar y analizar una estrategia de control robusto para un convertidor de potencia? ¿Cómo se mide la robustez de un sistema convertidor? ¿Cómo se puede modelar la incertidumbre de un sistema convertidor?

1.1 OBJETIVOS

1.1.1 Objetivo general. Cuantificar la robustez de una estrategia de control conmutado utilizado para manipular el comportamiento dinámico de un circuito convertidor de potencia

1.1.2 Objetivos específicos

- Realizar una revisión general de las principales técnicas de control robusto
- Determinar una metodología para cuantificar la robustez de un sistema de control
- Sugerir una estrategia de control robusto conmutado en circuitos convertidores de potencia
- Analizar el comportamiento del sistema controlado en términos de su robustez

2. TEORIA DEL CONTROL ROBUSTO

En este capítulo se describen los principios fundamentales del control robusto y algunas técnicas para el análisis de la robustez. Para ello se abordan conceptos importantes como: robustez, estabilidad robusta, comportamiento robusto, control H^∞ y análisis de μ , entre otros.

2.1 ROBUSTEZ

Al diseñar un sistema de control, este va a depender en gran medida de como el modelo empleado describa el sistema (cuan exacto es el modelado). En un proceso real, el modelado de un sistema puede ser bastante complejo para ser descrito de manera precisa por un modelo matemático, por lo tanto para elaborar un modelo que describa el comportamiento de un sistema es necesario simplificarlo de tal manera que el modelo tenga los rasgos fundamentales de este.

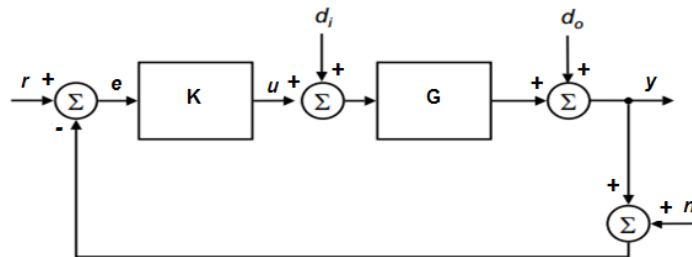
Es conocido que un modelo matemático no logra representar la realidad de un fenómeno físico, sino que se constituye como una abstracción aproximada de la realidad, con un determinado grado de exactitud. Es decir, durante el proceso de modelado es común la introducción de errores por incertidumbres producto del desconocimiento del sistema general de control (16).

Cuando se habla de robustez en un sistema controlado, se refiere a que el sistema no debe verse afectado por las incertidumbres y perturbaciones presentes en el, es decir, que el controlador diseñado funcione bien cuando se implante en el proceso real (17).

Para lograr este objetivo se deben verificar condiciones como: la *estabilidad nominal*, para la cual el sistema es estable en ausencia de incertidumbre; el *comportamiento nominal*, cuando el sistema cumple las especificaciones de diseño en ausencia de incertidumbre; la *estabilidad robusta*, cuando el sistema es estable para todo el conjunto de posibles plantas derivadas de incertidumbres; y el *comportamiento robusto*, cuando el sistema cumple las especificaciones de diseño para todo el conjunto de posibles plantas derivadas de incertidumbres (17).

Como ilustración, la Figura 1 muestra el esquema general de un sistema de control con incertidumbre, donde G representa la planta, K el controlador, d_i , d_o las perturbaciones que afectan al proceso, r la referencia y n el ruido ligado a las medidas de los sensores.

Figura 1. Sistema de control con incertidumbres



Fuente: (18)

Con esta representación podemos obtener las señales de salida y , de control u y de error e , como funciones de la referencia, las perturbaciones y el ruido del sistema, a partir de las siguientes expresiones:

$$y = \frac{GK}{1+GK} r + \frac{G}{1+GK} d_i + \frac{1}{1+GK} d_o - \frac{GK}{1+GK} n,$$

$$u = \frac{K}{1+GK} r - \frac{GK}{1+GK} d_i - \frac{K}{1+GK} d_o - \frac{K}{1+GK} n,$$

$$e = \frac{1}{1+GK} (r - d_o - n) - \frac{G}{1+GK} d_i.$$

Análogamente, la sensibilidad en un sistema de control mide cómo se comporta este frente a perturbaciones. Si el sistema tiene un buen desempeño frente a perturbaciones, se dice que tiene buenas propiedades de rechazo, o baja sensibilidad a perturbaciones (18). Esta sensibilidad puede determinarse por medio de las relaciones entre parámetros contenidas en la Tabla 1.

Tabla 1. Funciones de sensibilidad

NOMBRE DE FUNCIÓN	SÍMBOLO	REPRESENTACIÓN
Sensibilidad	$S(s)$	$\frac{1}{1 + G(s)K(s)}$
Sensibilidad complementaria	$T(s)$	$\frac{G(s)K(s)}{1 + G(s)K(s)}$
Sensibilidad de entrada	$S_i(s)$	$\frac{G(s)}{1 + G(s)K(s)}$
Sensibilidad de control	$S_u(s)$	$\frac{K(s)}{1 + G(s)K(s)}$

Como se puede apreciar, las funciones de sensibilidad contienen información esencial sobre el desempeño del sistema, incluyendo seguimiento de referencias, efectos de perturbación y acciones de control, tanto desde el punto de vista estático (baja frecuencia) como dinámico (alta frecuencia) (18). A partir de ellas podemos reformular las señales de salida, control y error, como sigue:

$$\begin{aligned}
 y &= (r - n)T(s) + d_o S(s) + d_i S_i(s), \\
 u &= (r - d_o - n)S_u(s) - d_i T(s), \\
 e &= (r - d_o - n)S(s) - d_i S_i(s).
 \end{aligned}$$

2.1.1 Estabilidad robusta Para analizar la robustez de un sistema teniendo en cuenta sus incertidumbres, $M(s)$ será considerado como el sistema visto por la incertidumbre $E(s)$. Para ello se parte de la forma convencional de planta y controlador, junto con los bloques de incertidumbre que se tengan identificados. Posteriormente se realizan las transformaciones necesarias para separar las incertidumbres $E(s)$ por un lado y el sistema $M(s)$ por el otro (17).

Si se considera que el sistema es lineal e invariante en el tiempo (LTI) y la incertidumbre tiene una estructura diagonal de bloques, el siguiente teorema derivado del teorema de la pequeña ganancia, enuncia las condiciones en $E(s)$ y $M(s)$ para garantizar la estabilidad robusta (19):

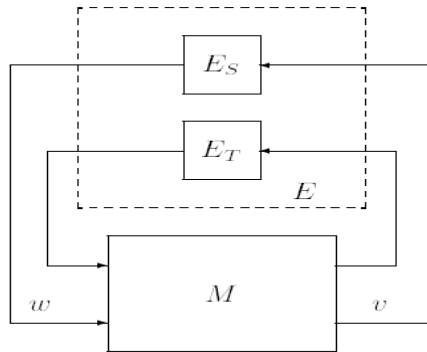
Supuesto el sistema de interconexión $M(s)$ estable, y que la incertidumbre $E(s)$ es tal que el sistema en lazo cerrado es estable, si y solo si la proyección del determinante $\det[I - M(s)E(s)]$ a lo largo del contorno de Nyquist D no envuelve al origen, entonces, el sistema será estable en lazo cerrado para todas las incertidumbres $E(s)$ si y solo si:

$$\mu[M(j\omega)] < 1 \quad \forall \omega,$$

donde $\mu[M(j\omega)]$ es el valor singular estructurado (SSV) del sistema de interconexión.

2.1.2 Comportamiento robusto. Dada la representación del sistema de la Figura 2 (donde la incertidumbre corresponde con E_T), se especifica a E_s^{-1} como el comportamiento nominal deseado para $M(s)$, mediante la relación de las señales v y w dada por $v = E_s^{-1}w$.

Figura 2. Interconexión de bloques para un sistema con incertidumbre



Fuente: (17)

Para lograr un comportamiento nominal a pesar de la presencia de perturbaciones en el sistema, se busca que la función de sensibilidad sea mínima, a partir de la siguiente condición (17):

$$\bar{\sigma}[W_S(s)S(s)] \leq 1,$$

donde $\bar{\sigma}[\cdot]$ representa el valor singular máximo y $W_S(s)$ es una función de ponderación que caracteriza el comportamiento deseado de la función de sensibilidad $S(s)$, para distintas regiones de frecuencia.

Si el sistema es robusto, esta condición debe ser satisfecha para todo el conjunto de posibles plantas $G'(s)$, es decir:

$$\bar{\sigma}[W_S(s)S'(s)] \leq 1.$$

Lo anterior se formaliza mediante el siguiente teorema (19):

Dado un sistema $M(s)$, supuesto estable y obtenido con el modelo nominal de la planta, sujeto a la incertidumbre E_T , con $\bar{\sigma}[E_T(j\omega)] \leq 1$,

el sistema satisface la condición del comportamiento robusto, si y solo si:

$$\mu[M(j\omega)] < 1 \quad \forall \omega,$$

donde $\mu[M]$ se calcula con respecto a la incertidumbre estructurada de forma diagonal $E = \text{diag}\{E_T, E_S\}$; siendo E_S una incertidumbre ficticia con $\bar{\sigma}[E_S(j\omega)] \leq 1$, la cual está relacionada con el comportamiento nominal deseado del sistema.

2.1.3 Medición de robustez El análisis de μ (17), o valor singular estructurado, representa en la teoría de control robusto una herramienta importante para cuantificar la robustez de un sistema. En la Figura 2 el bloque M representa la planta nominal y E todas sus incertidumbres en forma de matriz diagonal $E = \text{diag}\{E_T, E_S\}$. A partir de esto, es posible determinar el valor de μ mediante la siguiente expresión (20):

$$\frac{1}{\mu[M]} = \min_E [\bar{\sigma}(E) \mid \det(I - ME) = 0],$$

la cual relaciona a μ con los valores de la matriz E que anulan el determinante.

Así, el valor más grande en E es el valor más pequeño de μ , y por tanto, tomando en cuenta que $\mu < 1$ significa que la planta será estable en todas las incertidumbres especificadas, será posible encontrar los valores de E que eventualmente desestabilizan el sistema, mediante de un barrido en frecuencia de los valores para $\mu[M(j\omega)]$ que incumplen dicha desigualdad (20).

2.2 CONTROL H^∞

El control H^∞ busca obtener un comportamiento robusto del sistema, a partir de la minimización de la norma ∞ en la función de transferencia que relaciona las perturbaciones con las funciones objetivo del sistema. Para un conjunto de funciones reales $F(s)$, de la variable compleja $s = j\omega$, se define la norma H^∞ como (16):

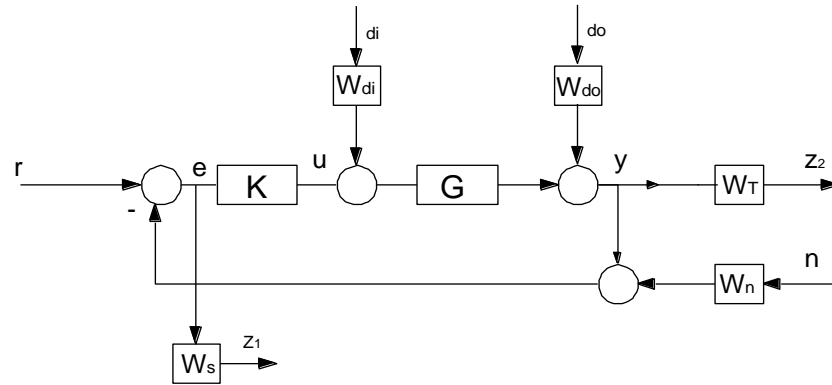
$$\|F\|_\infty = \sup_{\omega} \bar{\sigma}|F(j\omega)|.$$

Ahora bien, el diseño del controlador se plantea como un problema de optimización en el dominio de la frecuencia, a través de la utilización de funciones de ponderación. Estas funciones de ponderación están dispuestas en serie a las perturbaciones de entrada y a las señales objetivo, determinando el valor máximo de las perturbaciones y los límites de error (20), tal y como se presenta en la Figura 3 para un sistema de control realimentado.

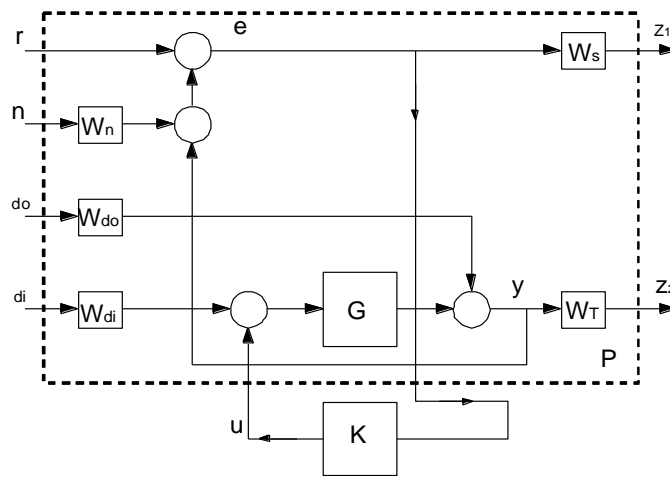
A partir de esta configuración (en particular, para la forma compacta de la Figura 3(c)), es posible proponer la siguiente ecuación matricial para el problema de control:

$$z = T_{zW}W,$$

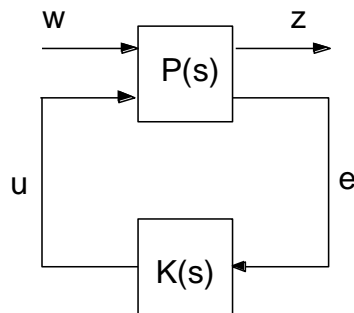
Figura 3. Funciones de ponderación del sistema: (a) diagrama de bloques de un sistema controlado; (b) reorganización en forma de entrada/salida generalizada; (c) forma compacta para el sistema controlado



(a)



(b)



(c)

donde T_{zw} define una matriz de transferencia que relaciona el vector w de entradas al sistema (referencia, perturbaciones, ruidos del sensor) con z que representa el vector de señales a controlar. A su vez, esta relación de transferencia T_{zw} viene dada como:

$$T_{zw} = \begin{bmatrix} W_S(s) & S(s) \\ W_T(s) & T(s) \end{bmatrix},$$

siendo $S(s)$ la función de sensibilidad, $T(s)$ la función de sensibilidad complementaria y los términos $W_T(s)$, $W_S(s)$ sus respectivos pesos de ponderación.

Por tanto, el problema de control (denominado de sensibilidad mixta S/T) consiste en determinar un $K(s)$ que atenué la relación entre la energía del vector z y la energía del vector w ; es decir, tal que:

$$\|T_{zw}\|_{\infty} = \left\| \begin{bmatrix} W_S(s) & S(s) \\ W_T(s) & T(s) \end{bmatrix} \right\|_{\infty} \leq \gamma,$$

siendo γ el nivel de atenuación que reduce el efecto de las perturbaciones en el sistema para las señales de interés.

Este planteamiento del problema de control se conoce como H_{∞} subóptimo. De manera equivalente, el control H_{∞} óptimo se define como el mínimo $K(s)$ que satisface la condición sobre γ (21).

2.3 SÍNTESIS μ

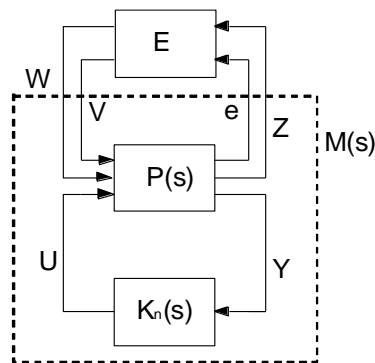
La síntesis de μ es una extensión del control H_∞ en combinación con el análisis μ , para diseñar un controlador robusto frente a incertidumbres y perturbaciones presentes en el sistema, permitiendo flexibilidad para alcanzar mayores niveles de prestaciones, aunque con controladores de órdenes incrementados comparados con la técnica H_∞ (20).

Con base en ello, es posible efectuar el cálculo de la función de transferencia para un controlador robusto empleando algoritmos computacionales como *la iteración D-K* (22).

Este método iterativo implementa la síntesis μ a partir de las siguientes 3 fases:

- a) Calcular un controlador H_∞ sub-óptimo para el sistema, es decir tal que se cumpla $|T_{zw}|_\infty \leq \gamma$, según la situación ilustrada en la Figura 4 para E representando el bloque de incertidumbres del sistema, $P(s)$ la planta generalizada y $K_n(s)$ el controlador subóptimo en la n -ésima iteración.

Figura 4. Algoritmo D-K para síntesis μ de controladores robustos



- b) Calcular el índice de μ a partir de la respuesta frecuencial del sistema en lazo cerrado $M(s)$.

- c) Calcular la matriz escalada D , la cual proporciona límites estrictos sobre μ tras aumentar la dimensión del sistema durante cada iteración, es decir, tal que $M_{n+1}(s) = DM_n(s)D^{-1}$ (22).

Estas fases se repiten de manera cíclica hasta encontrar un controlador robusto adecuado con índice μ menor a 1, asegurando la estabilidad y el comportamiento robusto frente a las incertidumbres y perturbaciones presentes en el sistema.

3. CIRCUITO CONVERTIDOR DE POTENCIA

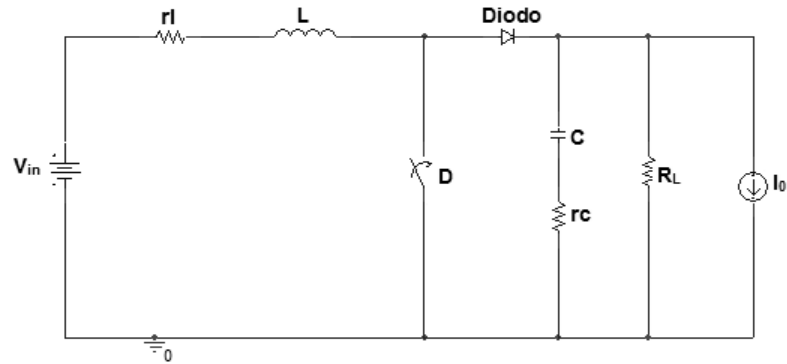
A continuación, se describe y diseña el circuito convertidor de potencia correspondiente a la planta sobre la cual se realizarán posteriores acciones de control. Se verifica el comportamiento a lazo abierto del sistema y se realiza también el ajuste de rangos en el lazo de control para viabilizar la realimentación. Finalmente, se determinan los parámetros para un controlador PID clásico.

3.1 CONVERTIDOR DE POTENCIA ELEVADOR

El circuito (o planta) sobre el cual se realizarán las tareas de análisis y control, corresponde con un convertidor de potencia DC-DC de tipo elevador o *Boost*. Un circuito convertidor de potencia puede definirse como un acople de energía desde una fuente hacia una carga en modo eficiente, a través del gobierno de un dispositivo electrónico operando en modo de conmutación (23).

En la Figura 5 se observa el diagrama esquemático del convertidor DC-DC elevador, el cual entrega en su salida (voltaje DC en la resistencia de carga R_L) una tensión de corriente continua de magnitud mayor a aquella ingresada como entrada de corriente continua V_{in} .

Figura 5. Circuito convertidor de potencia elevador



Nótese como se han agregado términos de disipación para los elementos acumuladores de energía (capacitor e inductor), representados por resistencias en serie rc y rl .

Tomando como base los desarrollos propuestos en (20) y asumiendo como variables de estado a la corriente i del inductor y al voltaje v del capacitor, como entradas a la tensión V_{in} , el ciclo de conmutación D y la perturbación en la carga i_0 y como salida a la tensión v_0 en la resistencia de carga, el modelo promediado de la planta viene dado a partir de la expresión:

$$\begin{bmatrix} \dot{i} \\ \dot{v} \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} i \\ v \end{bmatrix} + B \begin{bmatrix} V_{in} \\ i_0 \\ D \end{bmatrix}, \quad (3.1)$$

$$v_0 = C \begin{bmatrix} i \\ v \end{bmatrix} + E \begin{bmatrix} V_{in} \\ i_0 \\ D \end{bmatrix},$$

donde:

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{1}{L} \left(rl + \frac{R_L rc(1-D)}{R_L + rc} \right) & -\frac{R_L(1-D)}{L(R_L + rc)} \\ \frac{R_L(1-D)}{C(R_L + rc)} & -\frac{1}{C(R_L + rc)} \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} & \frac{R_L rc(1-D)}{L(R_L+rc)} & \frac{(R_L(1-D)+rc)V_{in}}{L(R_L+rc)(1-D)^2} \\ 0 & -\frac{R_L}{C(R_L+rc)} & -\frac{V_{in}}{C(R_L+rc)(1-D)^2} \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} \frac{R_L rc(1-D)}{R_L+rc} & \frac{R_L}{R_L+rc} \end{bmatrix},$$

$$E = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{R_L rc}{R_L+rc} & \frac{rcV_{in}}{(R_L+rc)(1-D)^2} \end{bmatrix}.$$

Para determinar los parámetros nominales del circuito, se asumen: una tensión de entrada $V_{in} = 10$ VDC, una tensión de salida $v_0 = 30$ VDC y una frecuencia de conmutación $f = 25$ kHz.

Con base en ello, el ciclo de conmutación D se calcula como sigue:

$$D = \frac{v_0 - V_{in}}{v_0} = 0.67.$$

Asimismo, asumiendo una resistencia de carga $R_L = 56 \Omega$, la inductancia L corresponde con:

$$L = \frac{R_L D(1-D)^2}{2f} = 81.72 \mu\text{H}.$$

Finalmente, asumiendo un rizado en la tensión de salida $\Delta v_0 = 0.6$ V, la capacitancia C puede obtenerse como:

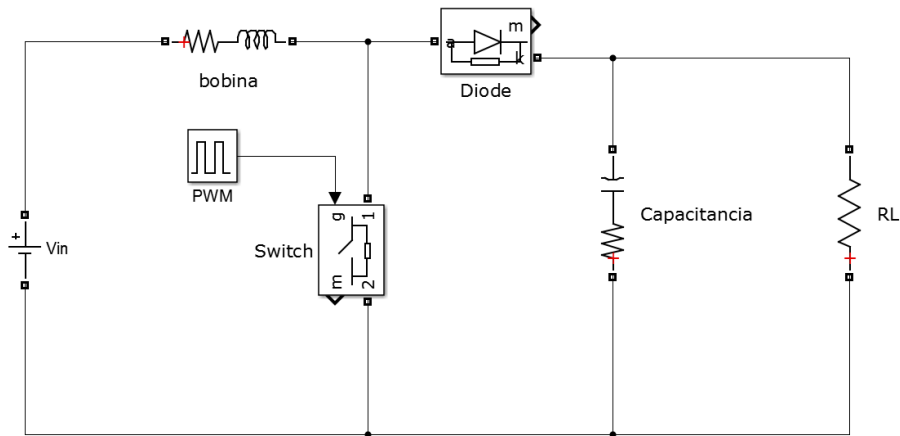
$$C = \frac{v_0 D}{f R_L \Delta v_0} = 23.93 \mu\text{F}.$$

Adicionalmente, se asumen valores por pérdida de disipación para $rl = 0.3 \Omega$ y $rc = 0.04 \Omega$.

3.2 COMPORTAMIENTO DEL SISTEMA EN LAZO ABIERTO

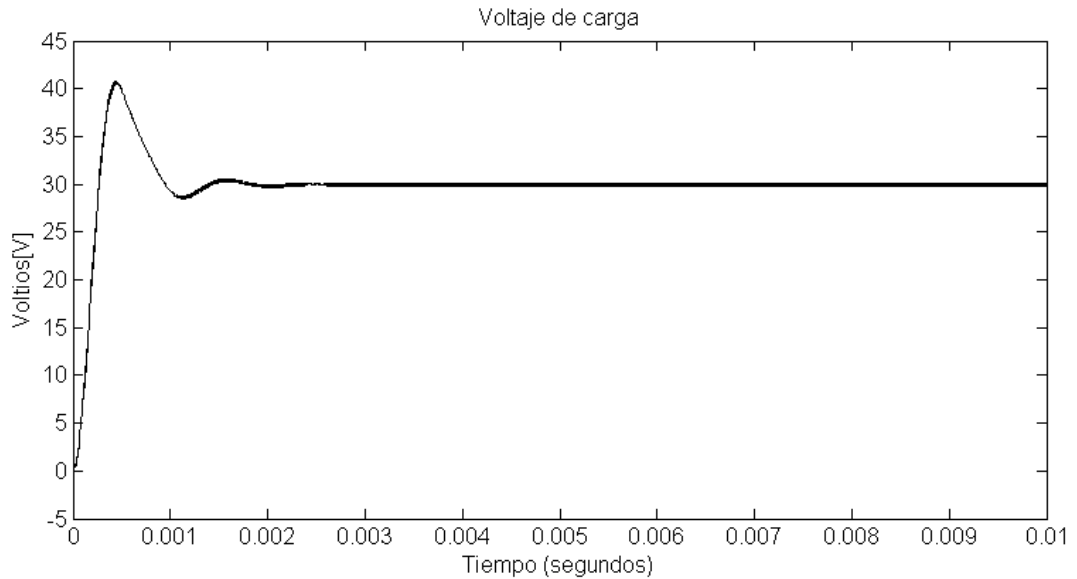
Para verificar el comportamiento del circuito en lazo abierto se empleó simulación en MATLAB® para el diagrama de bloques ilustrado en la Figura 6, el cual corresponde a la implementación en SIMULINK® del esquemático para el convertidor elevador presentado en la Figura 5. Como se observa, se aplica una señal modulada en ancho de pulso (PWM) en el dispositivo de conmutación a manera de actuador.

Figura 6. Diagrama de bloques del sistema en lazo abierto



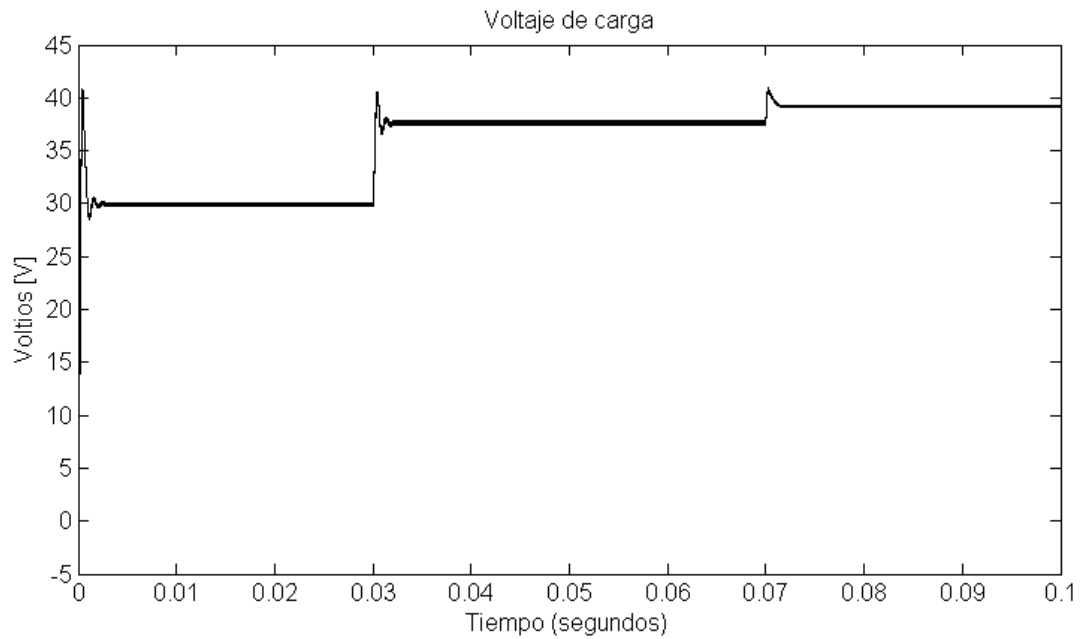
Por tanto, empleando los valores circuitales calculados, se obtiene la forma de onda para la tensión de salida del circuito mostrada en la Figura 7, a partir de la cual se observa como el sistema alcanza el valor de tensión deseada de 30 VDC en la salida posterior a un rápido periodo transitorio, lo cual permite comprobar la validez del diseño del circuito.

Figura 7. Tensión de salida del sistema en lazo abierto sin perturbación



Ahora bien, si se realizan perturbaciones en la tensión de entrada y en la resistencia de carga, se obtiene el comportamiento ilustrado en la Figura 8, en la cual, se nota una respuesta inicial normal y consistente con los parámetros nominales de la Figura 7 entre 0 y 30 ms de tiempo, instante en el cual se aplica una modificación del 25% en la tensión de entrada (i.e. 12.5 VDC) que ocasiona un subsecuente incremento en la tensión de salida. Más aún, modificando el valor de resistencia de carga R_L a un valor de 29Ω en un tiempo igual a 70 ms, se obtiene un incremento adicional de la tensión de salida del circuito, alcanzando un valor de 39.2 VDC, lo cual dista de los requerimientos nominales del sistema. Debido a esto se justifica la inclusión de un controlador que permita regular (i.e. mantener constante) la tensión de salida del convertidor de potencia, a pesar de los cambios del entorno ocasionados por perturbaciones.

Figura 8. Tensión de salida del sistema en lazo abierto perturbado



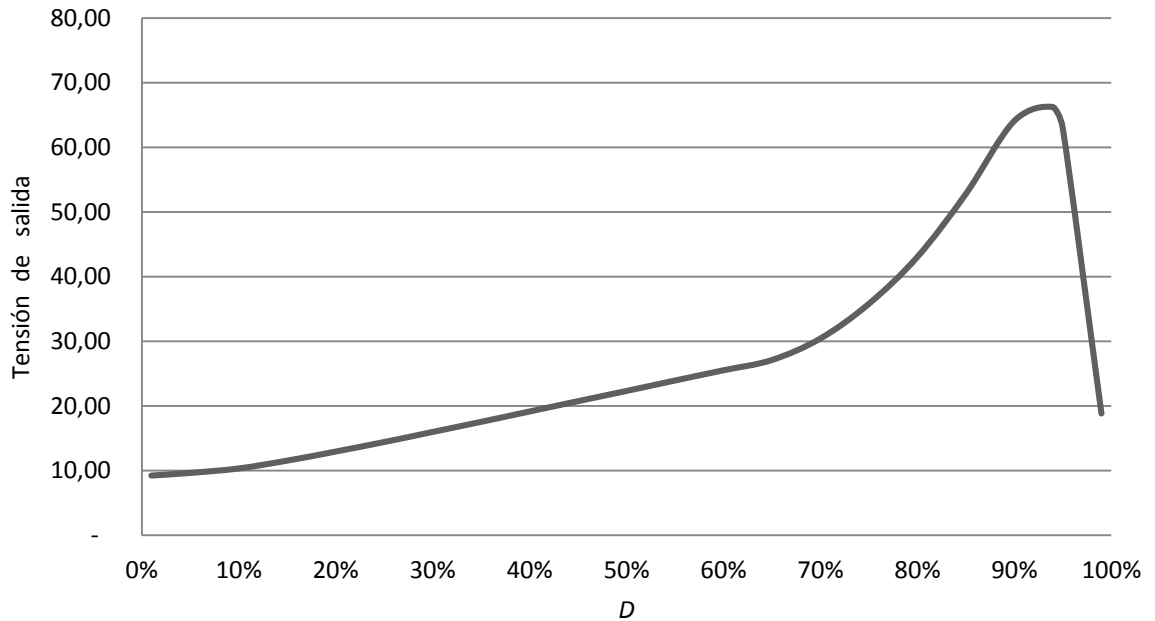
3.3 COMPORTAMIENTO DEL SISTEMA EN LAZO CERRADO

Antes de realizar cualquier acción de control, es importante ajustar el rango de las variables en el lazo realimentado de manera que se garantice un comportamiento apropiado de las señales, evitando regiones indeseadas de operación durante la ejecución del algoritmo de control.

El primer paso para obtener tal fin, corresponde con la caracterización de los rangos de operación de la planta, situación evidenciada por el gráfico de la Figura 9, donde se replica la relación entrada/salida del circuito convertidor de potencia en estado estacionario. Como se observa de estos datos, el comportamiento del circuito presenta una curva deficiente para valores de entrada (ciclo de conmutación D , en el eje horizontal) por encima del 90% (i.e. 0.9). Asimismo, se observa como los cambios de voltaje (voltaje de salida v_0 , eje vertical) para $D <$

10% son mínimos. Por tanto, se considerará como ciclo de conmutación el rango $10\% < D < 90\%$.

Figura 9. Caracterización del convertidor elevador



Con esta información (restricción práctica para valores de entrada y salida de la planta), se procede a establecer el rango de valores para el error $e(t)$ del lazo realimentado unitaria y negativamente.

Al cerrar el lazo de control se producirá automáticamente una acción de control $u(t)$ proporcional de ganancia unitaria, siendo el error $e(t)$ la acción de control del lazo; es decir $u(t) = e(t)$. Esto representa la base de control para cualquier transformación de la señal de error $e(t)$ que permita obtener una variación en la señal aplicada al actuador a manera de señal de control.

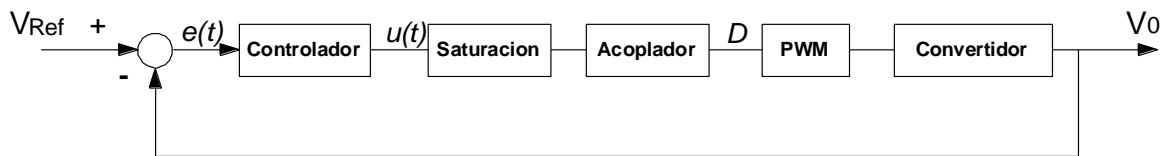
Debido a esto, la señal de control se debe ajustar para ser ingresada como ciclo útil al actuador. Por tanto, teniendo en cuenta la caracterización de los rangos de

operación de la planta y valores extremos para la señal de error $e(t)$, se obtuvo la siguiente ecuación para mapear la señal de control $u(t)$ a ciclo útil D :

$$D = 0.0127u(t) + 0.6685. \quad (3.2)$$

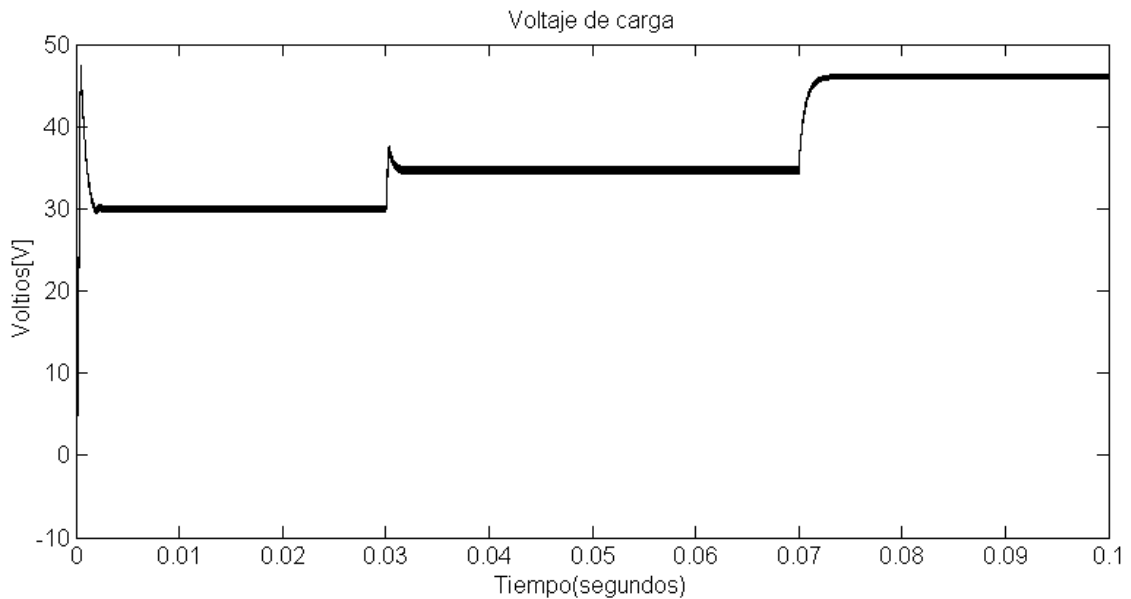
Una vez realizado este ajuste, se procede a configurar el lazo de realimentación mostrado en la Figura 10, donde el bloque denominado “saturación” limita los valores en la señal de control a los límites del rango máximo del error, mientras que el bloque “acoplador” replica la ecuación (3.2).

Figura 10. Diagrama de bloques del sistema en lazo cerrado



Consecuencia de esto, se obtiene la simulación ilustrada en la Figura 11, para la respuesta de voltaje del sistema, en lazo cerrado y bajo la acción de perturbaciones aplicadas sobre la tensión de suministro y la carga del circuito, de manera semejante al escenario propuesto en la Figura 8 de la sección 3.2.

Figura 11. Tensión de salida del sistema en lazo cerrado perturbado



Como se observa, el comportamiento del sistema satisface los requerimientos de estado estacionario nominales, sin perturbación (entre 0 y 30 ms). Sin embargo, presenta una alta sobre-elongación (de alrededor 63%) consecuencia del incremento en la ganancia del lazo tras la realimentación. También se observa un efecto similar para la perturbación en la fuente de suministro (entre 30 ms y 70 ms) sobre el sistema, comparado con el caso del sistema en lazo abierto. Por el contrario, la afectación debida a la perturbación en la carga se hace más evidente, llegando a un valor final de 46 [V], sensiblemente diferente a los valores nominales requeridos.

3.3.1 Análisis de la ganancia de lazo Es bien sabido a partir de la teoría básica de control (24), que un incremento en la ganancia de trayectoria directa para un sistema realimentado, reduce ostensiblemente el efecto de la atenuación de perturbaciones, siendo limitada su acción, únicamente por la aparición de saturaciones propias de los elementos constituyentes del lazo de control (i.e. dicha ganancia en la práctica no puede llegar a ser infinita).

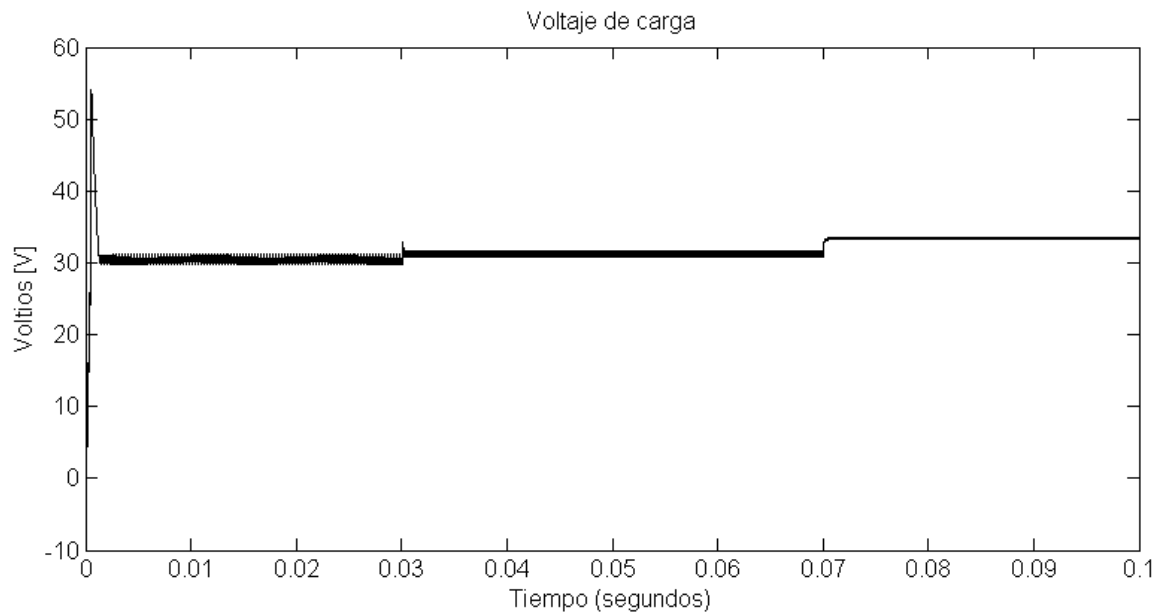
Luego, teniendo en cuenta que una acción proporcional corresponde con el controlador más básico, es decir:

$$u(t) = Ke(t),$$

se analizarán los efectos de cambio en la ganancia de lazo K para el sistema.

Es así como la Figura 12 presenta la respuesta perturbada del sistema cuando $K = 10$. Observe como se reduce el efecto de la perturbación en comparación a la ganancia de lazo unitaria de la Figura 11. También se perciben micro-oscilaciones (chattering), antes de aplicar la perturbación del suministro en 30 ms.

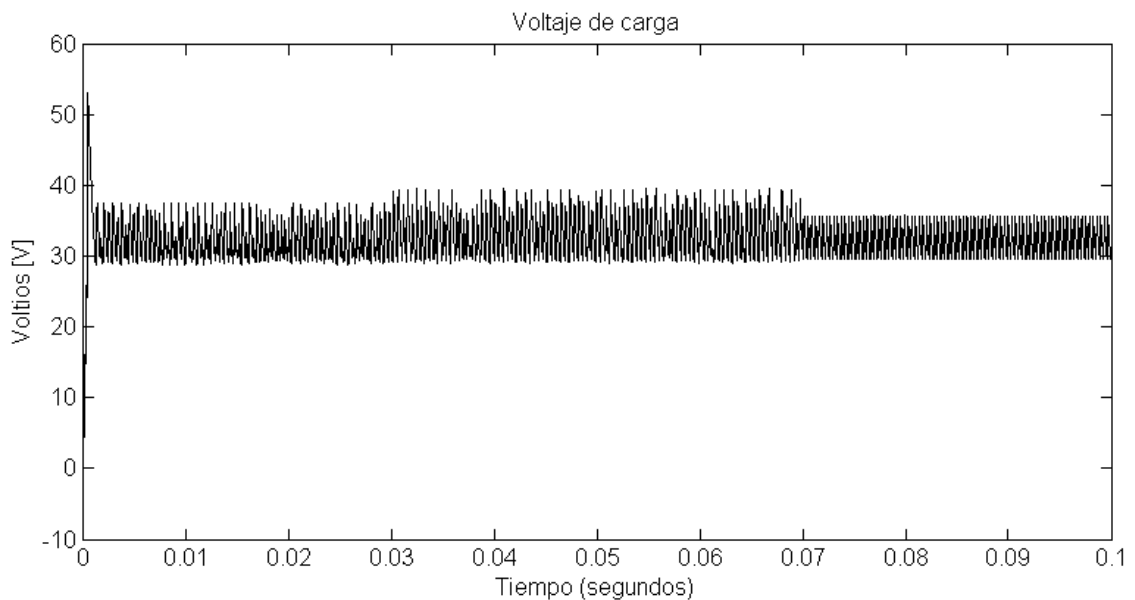
Figura 12. Tensión de salida del sistema en lazo cerrado perturbado, con $K = 10$



Por tanto, aumentar progresivamente esta ganancia de lazo permitirá reducir los efectos dinámicos de la perturbación en la respuesta del sistema, hasta aniquilarlos para un valor de ganancia teóricamente infinito, constituyendo un

controlador del tipo encendido-apagado (u on-off). Sin embargo, como ya mencionado, dicha situación se obtiene con valores finitos de ganancia para los cuales se presenten fenómenos de saturación en los dispositivos del sistema. La Figura 13 ilustra el comportamiento de un control encendido-apagado obtenido para $K = 100$, donde, en valor promedio, no es perceptible el efecto de perturbaciones, pero que sin embargo presenta una marcada tendencia de microoscilaciones de alta frecuencia que pueden ser nocivas en términos de ruido y calidad de señal. Para corregir esta situación indeseada se diseñará una acción de control PID.

Figura 13. Tensión de salida del sistema en lazo cerrado perturbado, con $K = 100$



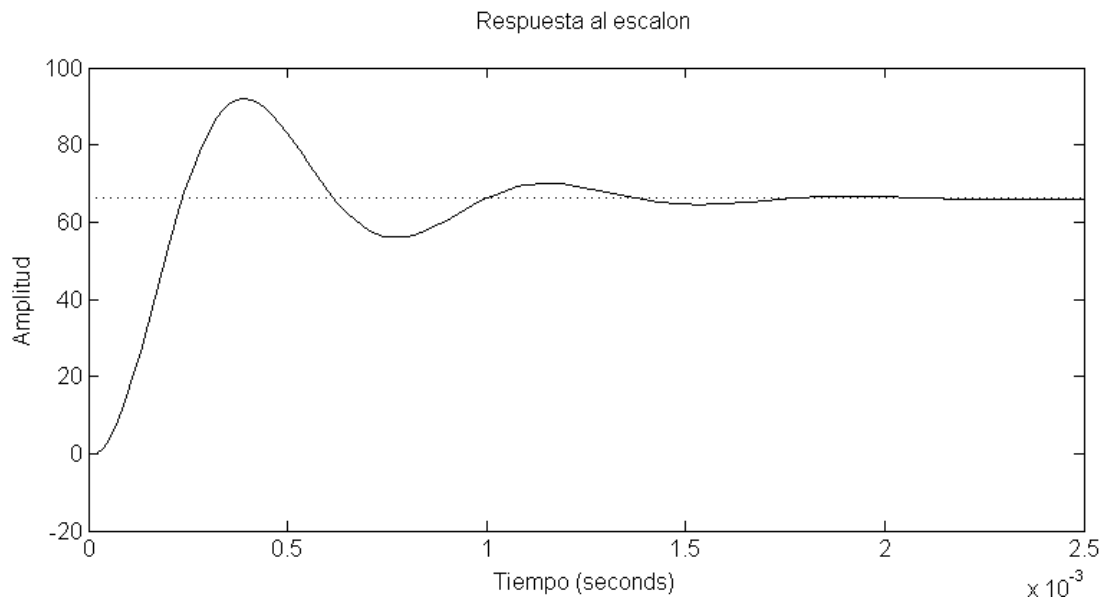
3.3.2 Diseño de un controlador PID Para diseñar el controlador PID, se utilizó la función de transferencia del sistema (3.3), obtenida tras realizar conversión desde el modelo en el espacio de estados (3.1), hacia la matriz de transferencia pulso (empleando la función `ss2tf(.)` de MATLAB®), y a partir de esta, seleccionado la relación $V_o(s)/D(s)$ dada por:

$$G(s) = \frac{V_o(s)}{D(s)} = \frac{-0.05508 s^2 - (5.799 \cdot 10^4) s + (5.22 \cdot 10^9)}{s^2 + 4960 s + (7.424 \cdot 10^7)}, \quad (3.3)$$

tras emplear los valores calculados en la sección 3.1.

Con esta función de transferencia, se procede a evaluar la respuesta escalón del modelo, según se presenta en la Figura 14. De la misma se observa que el sistema alcanza un valor cercano a los 65 VDC en alrededor de 2.5 ms, con un sobreimpulso cercano al 33%. La interpretación física para esta gráfica, corresponde a la forma en que responde el circuito, para condiciones iniciales nulas, cuando el interruptor se mantiene cerrado a partir del tiempo inicial y de manera indefinida. Caso diferente a la simulación en lazo abierto con PWM, donde la entrada conmuta entre cero y uno, de manera controlada.

Figura 14. Respuesta escalón para función de transferencia del circuito



Por tanto, se buscará sintonizar las constantes del controlador PID siguiendo las reglas de Ziegler & Nichols (24), para obtener un sobreimpulso máximo cercano al

25%. Así, se establecen inicialmente $T_i = \infty$ y $T_d = 0$, con lo cual se obtiene la siguiente función de lazo cerrado ante una acción proporcional pura:

$$\frac{V_o(s)}{V_{Ref}(s)} = \frac{-0.05508K_p s^2 - (5.799 \cdot 10^4)K_p s + (5.22 \cdot 10^9)K_p}{s^2 + 4960s + (7.424 \cdot 10^7) - 0.05508K_p s^2 - (5.799 \cdot 10^4)K_p s + (5.22 \cdot 10^9)K_p},$$

función cuyo denominador (ecuación característica) almacena información de la estabilidad absoluta del sistema.

De esta manera, tras construir el arreglo de Routh:

$$s^2(1 - 0.05508K_p) + s(4960 - (5.799 \cdot 10^4)K_p) + ((7.424 \cdot 10^7) + (5.22 \cdot 10^9)K_p) = 0,$$

$$\begin{array}{r|cc} s^2 & (1 - 0.05508K_p) & ((7.424 \cdot 10^7) + (5.22 \cdot 10^9)K_p) \\ s^1 & (4960 - (5.799 \cdot 10^4)K_p) & 0 \\ s^0 & ((7.424 \cdot 10^7) + (5.22 \cdot 10^9)K_p) & 0 \end{array},$$

se observa, de los coeficientes de la primera columna del arreglo, que ocurrirá una oscilación sostenida en $K_p = K_{cr} = 0.0855$, siendo el valor de ganancia crítica.

Ahora bien, para hallar el periodo crítico P_{cr} se reemplaza K_{cr} en la ecuación característica y se sustituye $s = j\omega$, obteniendo:

$$0.99528(j\omega)^2 + 5.2071 \cdot 10^8 = 0.$$

A partir de ello, se obtiene $\omega = 2.28733 \cdot 10^4$ rad/s y por tanto:

$$P_{cr} = \frac{2\pi}{\omega} = 0.00027469 \text{ s}.$$

Con estos valores críticos para ganancia y periodo, se determinan las constantes del controlador contenidas en la Tabla 2.

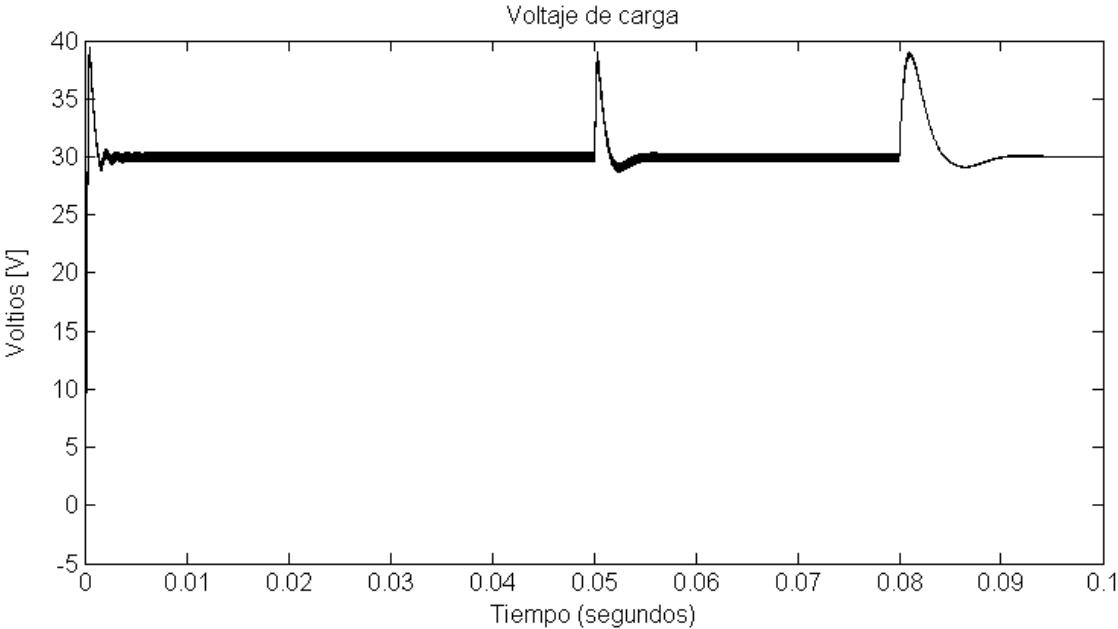
Tabla 2. Constantes para controlador PID

Parámetro	Expresión	Valor calculado	Valor sintonizado
K_p	$0.6K_{cr}$	0.05131	0.05131
T_i	$0.5P_{cr}$	$1.3734 \cdot 10^{-4}$	$1.3734 \cdot 10^{-5}$
T_d	$0.125P_{cr}$	$3.4335 \cdot 10^{-5}$	$3.4335 \cdot 10^{-6}$

Una vez obtenidas las constantes del controlador PID, este se incorporó como bloque “Controlador” en la estructura de lazo cerrado de la Figura 10, permitiendo obtener la respuesta para sistema perturbado visualizada en la Figura 15, a partir de la cual es posible resaltar una disminución ostensible en el valor de sobreimpulso, alcanzando un máximo valor de 38 VDC (26.7%) consistente con las predicciones teóricas del controlador. Asimismo, es evidente la atenuación del efecto de perturbaciones en el sistema, aplicadas sobre la fuente de suministro en 30 ms y sobre la carga en 70 ms, tras comparar con los resultados previamente presentados en las Figuras 8, 11, 12 y 13.

A pesar del apropiado desempeño obtenido por el controlador PID, es claro que tras modificar alguno de los parámetros del sistema, la función de transferencia (3.3) corresponderá con una expresión diferente, alterando la validez de las constantes calculadas para el controlador (es decir, se deberán recalcular). Para brindar un comportamiento apropiado a pesar de los cambios paramétricos en el sistema, se abordará en el próximo capítulo la implementación en el lazo de control para estrategias de control robusto.

Figura 15. Tensión de salida del sistema en lazo cerrado perturbado, con acción de control PID



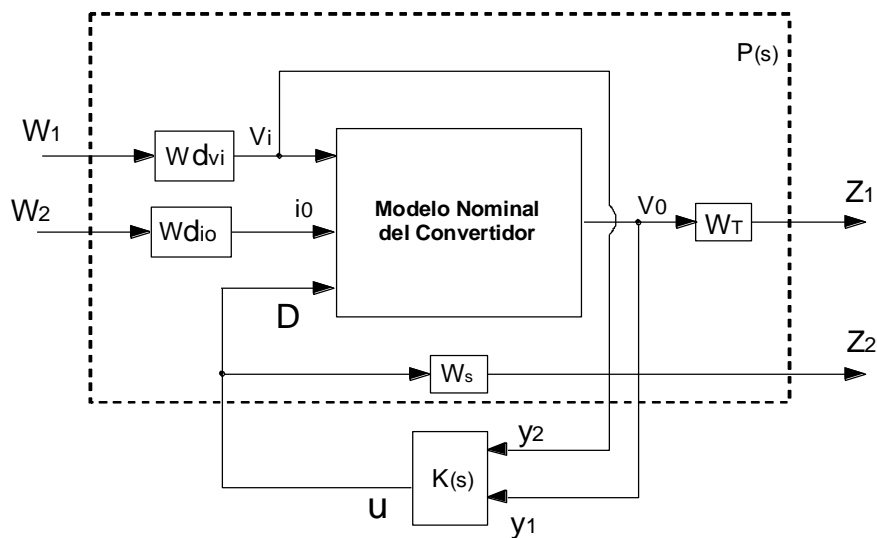
4. CONTROL ROBUSTO DE UN CONVERTIDOR DE POTENCIA

Con base en los desarrollos de los capítulos 2 y 3, se tratará en el presente, el diseño y la simulación de un controlador robusto a partir de la síntesis μ . Asimismo se realizará un análisis comparativo, en términos de robustez para esta nueva técnica, ilustrando sus ventajas potenciales con respecto al controlador PID.

4.1 SISTEMA AUMENTADO

Para aplicar las técnicas de control H^∞ y de análisis de μ sobre el sistema, se debe implementar un modelo aumentado de la planta (ver Figura 16), incluyendo incertidumbres, perturbaciones y objetivos de control, por medio de funciones de ponderación.

Figura 16. Modelo aumentado para planta con W_{dvi} , W_{dio} , W_s y W_T



Las entradas W_1 y W_2 , son perturbaciones que afectan respectivamente a la tensión de entrada V_i y a la corriente de salida i_0 , en el circuito, con funciones de ponderación asociadas W_{dvi} y W_{dio} , que representan la máxima variación para dichas variables. De manera similar, las salidas Z_1 y Z_2 son señales relacionadas con la sensibilidad del sistema (sensibilidad S y sensibilidad complementaria T), con funciones de ponderación W_s y W_T que modelan la variación para estas salidas de interés.

4.1.1 Modelos de incertidumbre Para modelar la incertidumbre del sistema, se empleará el tipo no estructurado, generalizando los errores de modelado y las variaciones de componentes del sistema, por medio de funciones de ponderación. Para lograr un buen cálculo de estas ponderaciones, es necesario tener la mayor cantidad de información posible acerca de las incertidumbres, ya que de esto depende en gran medida el buen funcionamiento del controlador robusto (20). Para nuestro diseño utilizaremos dos tipos de incertidumbres no estructuradas: aditiva y multiplicativa.

- **Aditiva:** la incertidumbre aditiva es aquella que adiciona a la función de transferencia nominal G_N del sistema una función de ponderación W_a (Figura 17), modelando el efecto de incertidumbres del convertidor en baja frecuencia, con función de transferencia resultante:

$$G' = G_N + W_a.$$

- **Multiplicativa:** la incertidumbre multiplicativa es aquella que adiciona a la función de transferencia nominal G_N del sistema, el producto de esta con una función de ponderación W_m (Figura 18), modelando incertidumbres del convertidor en alta frecuencia, con función de transferencia resultante:

$$G' = G_N(I + W_m).$$

Figura 17. Incertidumbre aditiva

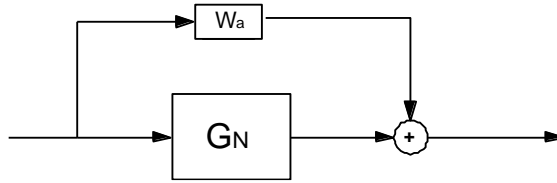
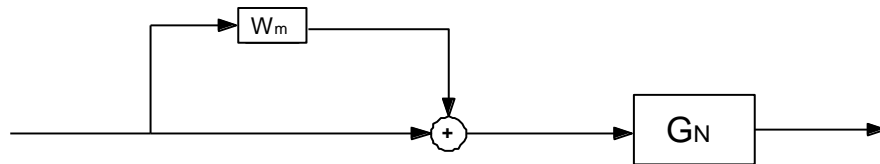


Figura 18. Incertidumbre multiplicativa

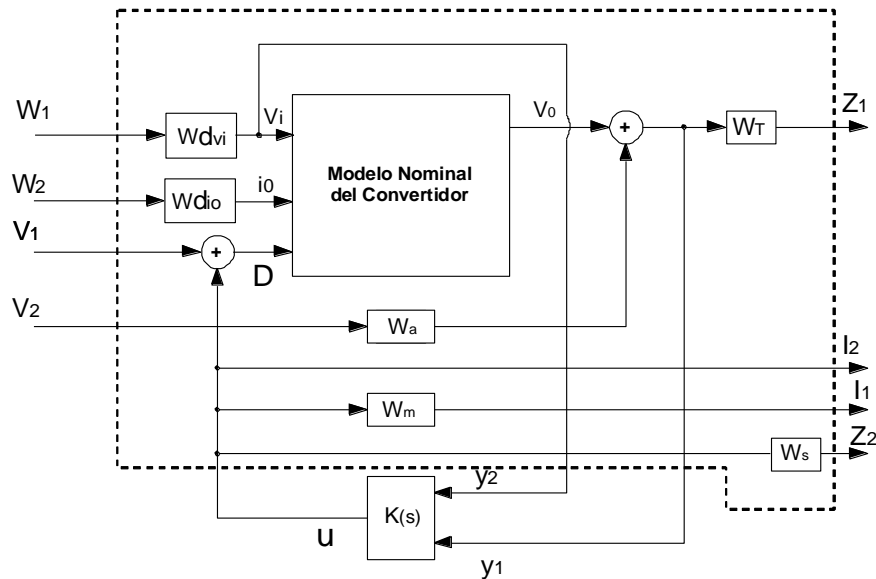


Por tanto, empleando estas funciones de incertidumbre se constituye el modelo completo del sistema aumentado en función de perturbaciones e incertidumbres (Figura 19), donde W_a es función de ponderación de incertidumbre aditiva, W_m es función de ponderación de incertidumbre multiplicativa y a través de ellas se definen las incertidumbres del convertidor con señales de entrada V_1 , V_2 y señales de salida I_1 e I_2 .

4.2 FUNCIONES DE PONDERACIÓN

Para calcular las funciones de ponderación en el sistema aumentado, se considerarán según (22), todas sus entradas y salidas con norma infinito inferior a la unidad (valor en el rango de -1 y 1).

Figura 19. Sistema aumentado con incertidumbres



Así, W_{dvi} y W_{dio} , valores máximos de perturbación en la tensión de entrada y la corriente de salida, se asumen como:

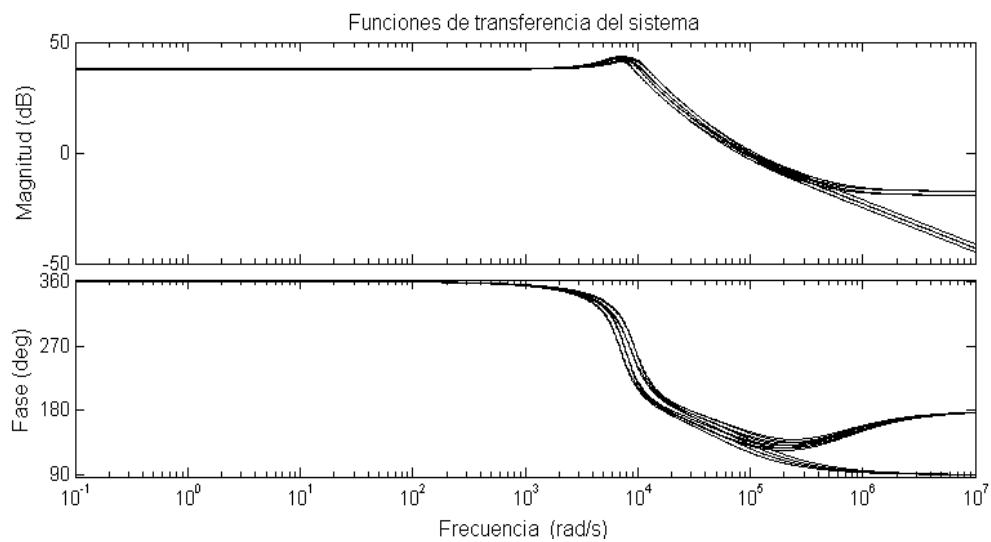
$$W_{dvi} = 2.5; \quad W_{dio} = 0.53.$$

De otro lado, para calcular las funciones de ponderación de las incertidumbres W_a y W_m se utilizó el siguiente método, propuesto por (18):

1. Encontrar la función de transferencia tensión de salida (V_0) – ciclo de trabajo (D) para los posibles valores de los componentes del sistema.
2. Generar la respuesta frecuencial de las funciones de transferencia del paso anterior.
3. Generar una función de transferencia incluyendo las funciones de ponderación W_a y W_m .
4. Modificar las funciones de ponderación W_a y W_m de manera tal, que la ganancia de la función de transferencia se comporte similar al límite superior de la respuesta frecuencial de las funciones de transferencia en el paso 2.

Por tanto, se generó la respuesta en frecuencia (diagrama de Bode) mostrada en la Figura 20, para la función de transferencia (3.3) que relaciona la tensión de salida (V_0) del convertidor con el ciclo de trabajo D , empleando componentes circuitales correspondientes con valores nominales más variaciones de $\pm 10\%$ (es decir $L = 83 \mu H \pm 10\%$, $C = 22 \mu F \pm 10\%$, $RL = 56 \Omega \pm 10\%$).

Figura 20. Respuesta en frecuencia para posibles funciones de transferencia del sistema

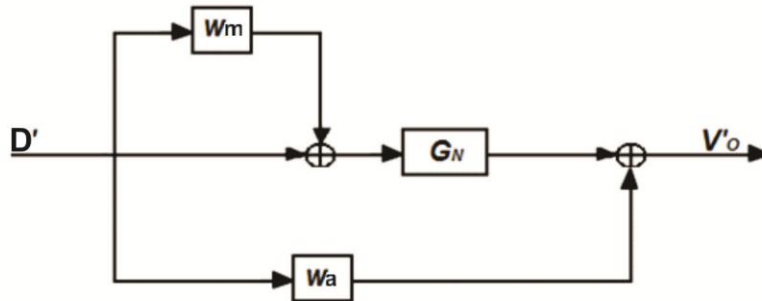


Posteriormente se determinó, con base en el diagrama de la Figura 21, la función de transferencia modificada por las funciones de ponderación W_a y W_m , obteniendo la expresión:

$$G'(s) = \frac{V_0'}{D'} = W_a(s) + G_N(s)(1 + W_m(s)),$$

donde $G_N(s)$ es tal y como se presenta en la expresión (3.3).

Figura 21. Sistema con incertidumbres



Luego, la función de transferencia $G'(s)$ debe aproximarse al comportamiento del límite superior de la ganancia de las funciones de transferencia del sistema (comportamiento deseado). Así, ajustando empíricamente la ubicación de los polos, los ceros y la ganancia de las funciones de ponderación, con los siguientes valores:

$$W_a = \frac{s+(5 \cdot 10^4)}{(s+(8 \cdot 10^3))(s+(1 \cdot 10^5))}, \quad W_m = 1.3 \frac{s+120}{s+(1 \cdot 10^4)},$$

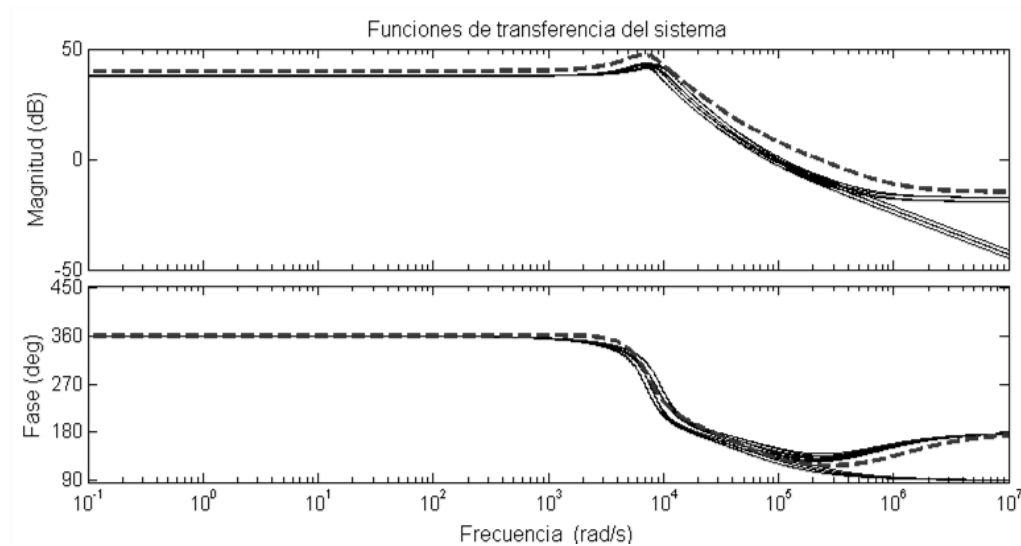
se obtiene el comportamiento ilustrado en la Figura 22, donde los trazos muestrados indican valores de magnitud y ángulo para $G'(s)$.

Finalmente, para hallar W_s y W_T se debe tener en cuenta que estas caracterizan el comportamiento deseado de las funciones de sensibilidad. Por tanto, a baja frecuencia se requiere que W_s reduzca la función de sensibilidad $S(s)$ para que el sistema rechace los efectos generados por las perturbaciones y tenga un adecuado seguimiento de la referencia; mientras que en alta frecuencia se requiere que W_T reduzca la función de sensibilidad complementaria $T(s)$ para que el sistema rechace el ruido debido a las incertidumbres, es decir (18):

$$|W_S(s)S(s)| < 1 \quad \text{para bajas frecuencias}$$

$$|W_T(s)T(s)| < 1 \quad \text{para altas frecuencias.}$$

Figura 22. Respuesta en frecuencia para función de transferencia modificada por funciones de ponderación



Una forma sugerida en la literatura (18), para estas funciones $W_S(s)$ y $W_T(s)$, es:

$$W(s) = \frac{\alpha s + w_s}{s + \beta w_s},$$

Donde α es la ganancia de la función en alta frecuencia, β es la ganancia de la función en baja frecuencia y w_s es la frecuencia de cruce. Dichos parámetros se plantean con base en la función de transferencia del sistema y las condiciones deseadas para $S(s)$ y $T(s)$, permitiendo obtener:

$$W_S = (8 * 10^{-3}) \frac{s + (3 * 10^5)}{s + (1 * 10^{-4})}, \quad W_T = (1 * 10^3) \frac{s + (1 * 10^4)}{s + (1 * 10^9)}.$$

4.3 DISEÑO DEL CONTROLADOR ROBUSTO

Para diseñar el controlador robusto, se requiere configurar el esquema propuesto en la Figura 4, donde:

$$E = \begin{bmatrix} E_s & 0 \\ 0 & E_T \end{bmatrix},$$

se define tal y como fue previamente presentado en la sección 2.1.2. Es decir, E_s corresponde con el bloque del comportamiento nominal deseado para el sistema, que en términos matemáticos puede escribirse como (25):

$$E_s = \left\{ \begin{bmatrix} \delta_{s1} & 0 \\ 0 & \delta_{s2} \end{bmatrix} : \delta_{si} \in \mathcal{C}^{2 \times 2} \right\},$$

para las variables de incertidumbre δ_{s1} y δ_{s2} relacionadas con el conjunto de señales (W, Z) de la Figura 16 o 3 (a su vez dependientes de las funciones de ponderación $W_s(s)$, $W_T(s)$, W_{dvi} y W_{di0}). Asimismo, E_T representa el bloque de las incertidumbres no estructuradas del sistema, dado por (25):

$$E_T = \left\{ \begin{bmatrix} \delta_{T1} & 0 \\ 0 & \delta_{T2} \end{bmatrix} : \delta_{Ti} \in \mathcal{C} \right\},$$

para las variables de incertidumbre δ_{T1} y δ_{T2} relacionadas con el conjunto de señales (V, i) de la Figura 19 (a su vez dependientes de las funciones de ponderación W_a y W_m).

Ahora bien, con este bloque E así definido, se empleó el algoritmo basado en el método de síntesis de μ desarrollado por Balas et al (25) para obtener una acción de control robusta sobre el circuito convertidor de potencia.

En esencia, dicho algoritmo (empaquetado a manera de librería en el *μ-Analysis and Synthesis Toolbox* de MATLAB®) sigue los pasos de la metodología descrita en la sección 2.3; es decir, se construye el modelo aumentado de la planta a partir de la representación en espacio de estados del sistema y de las funciones de ponderación, para obtener a través de síntesis μ , un controlador robusto para las incertidumbres y perturbaciones especificadas en el sistema.

Como resultado se obtuvo la función de transferencia¹:

$$K_1(s) = \frac{y_1}{u} = \frac{(0.0235)s^5 - (3.332 \cdot 10^5)s^4 - (1.896 \cdot 10^{13})s^3 - (1.257 \cdot 10^{18})s^2 - (1.429 \cdot 10^{21})s - (6.587 \cdot 10^{24})}{s^5 + (4.257 \cdot 10^6)s^4 + (7.876 \cdot 10^{12})s^3 + (4.801 \cdot 10^{18})s^2 + (3.305 \cdot 10^{23})s + (3.305 \cdot 10^{19})},$$

para la realimentación de la tensión de salida del circuito en la Figura 19. De manera similar, la ganancia de pre-alimentación se calcula como:

$$K_2(s) = \frac{y_2}{u} = -0.03464.$$

Finalmente, el esquema para el sistema de control robusto configurado se muestra en la Figura 23, a partir de lo cual se observa como la estrategia de control se compone de una contribución debida al error, adicional a una ganancia de pre-alimentación que pondera la tensión V_{in} de suministro al convertidor.

Dicho esquema de control fue configurado en SIMULINK®, permitiendo obtener la respuesta dinámica para el sistema perturbado que se presenta en la Figura 24. Como se observa de la misma, la acción del controlador robusto permite obtener un desempeño favorable en términos del rechazo a la acción de perturbaciones para condiciones nominales de operación en los parámetros del sistema. En comparación con las acciones de control proporcional (Figura 11), encendido-

¹ El controlador obtenido correspondió inicialmente con un sistema de orden 13, posteriormente reducido tras emplear aproximación de la norma Hankel (22).

apagado (Figura 12) y PID (Figura 14), el controlador robusto manifiesta menores picos de sobreimpulso y poco rizado. Sin embargo también demuestra una menor velocidad de respuesta sobre todo en el primer transitorio, exhibiendo incluso un subimpulso alrededor de 5 ms.

4.4 ANÁLISIS DE ROBUSTEZ PARA EL SISTEMA CONTROLADO

En la sección 2.1.3 se definió al análisis de μ (17), o valor singular estructurado, como una herramienta importante para cuantificar la robustez de un sistema. Por tanto, a continuación se empleará dicho enfoque para ilustrar la capacidad del controlador robusto para conservar un adecuado desempeño ante cambios paramétricos del sistema, en comparación con otro tipo de estrategias (particularmente un PID convencional).

Figura 23. Diagrama de bloques para esquema de control robusto implementado

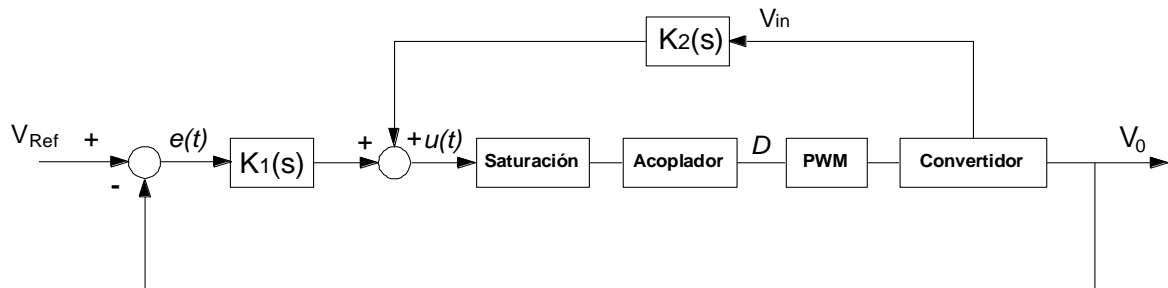
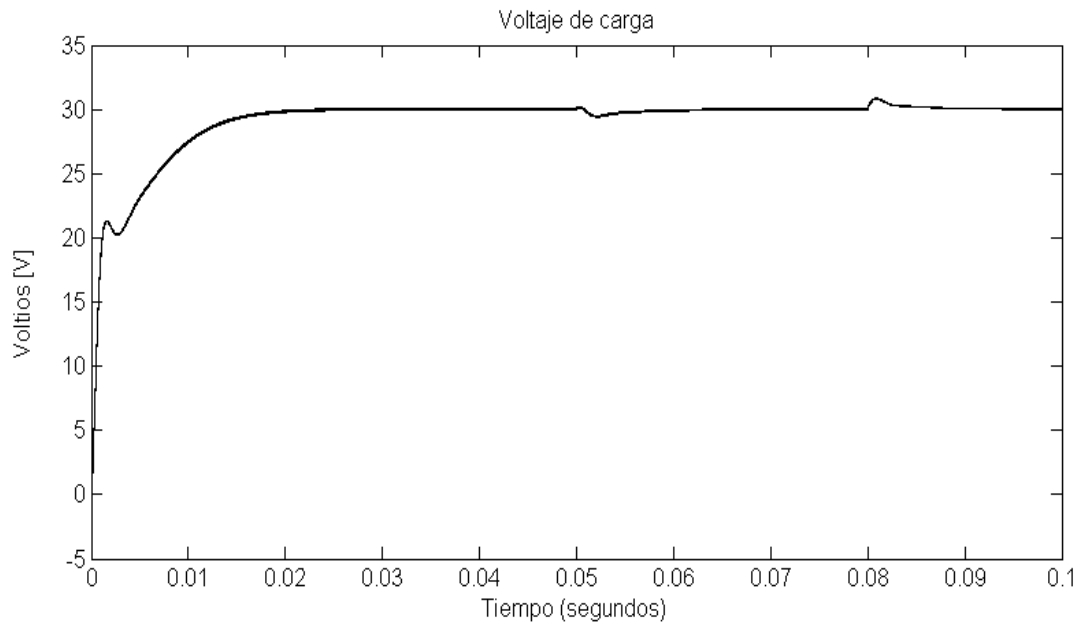


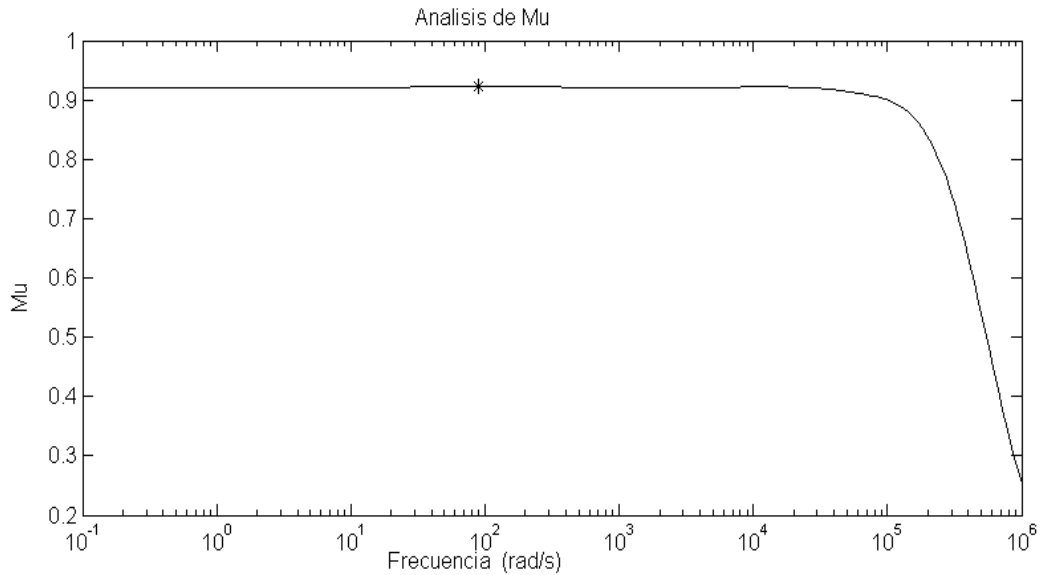
Figura 24. Tensión de salida del sistema en lazo cerrado perturbado, con acción de control robusto



Para ello, se hará nuevamente uso de la herramienta *μ -Analysis and Synthesis Toolbox* de MATLAB®, la cual (entre muchas otras opciones) permite calcular el índice μ .

Es así como la Figura 25 muestra el índice μ calculado sobre las condiciones de robustez del diseño propuesto en la sección 4.3. A partir de ello se verifica la robustez para el controlador propuesto debido a que el valor máximo obtenido para dicho índice es inferior a la unidad en todo el rango de frecuencias (de hecho el máximo valor obtenido para μ es 0.92).

Figura 25. Índice μ para controlador robusto



Este comportamiento robusto se verifica a partir del comportamiento del sistema para casos extremos de cambio en valores de parámetros circuitales, según se ilustra en las Figuras 26 (para $L = 74.7 \mu H$, $C = 19.8 \mu F$, $RL = 50.4 \Omega$, como valores mínimos) y 4.12 (para $L = 91.3 \mu H$, $C = 24.2 \mu F$, $RL = 61.6 \Omega$, como valores máximos), que sometidos a las mismas condiciones de perturbación consideradas en anteriores escenarios de simulación, permiten mantener las características de desempeño nominales visualizadas previamente en la Figura 24.

Figura 26. Tensión de salida del sistema en lazo cerrado perturbado, con acción de control robusto para valores de parámetro mínimos

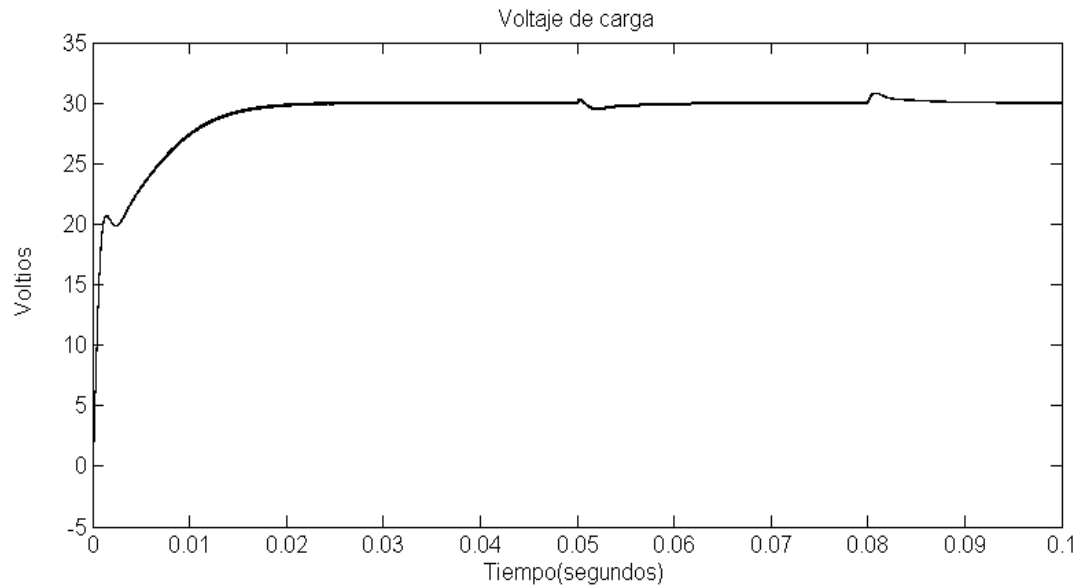
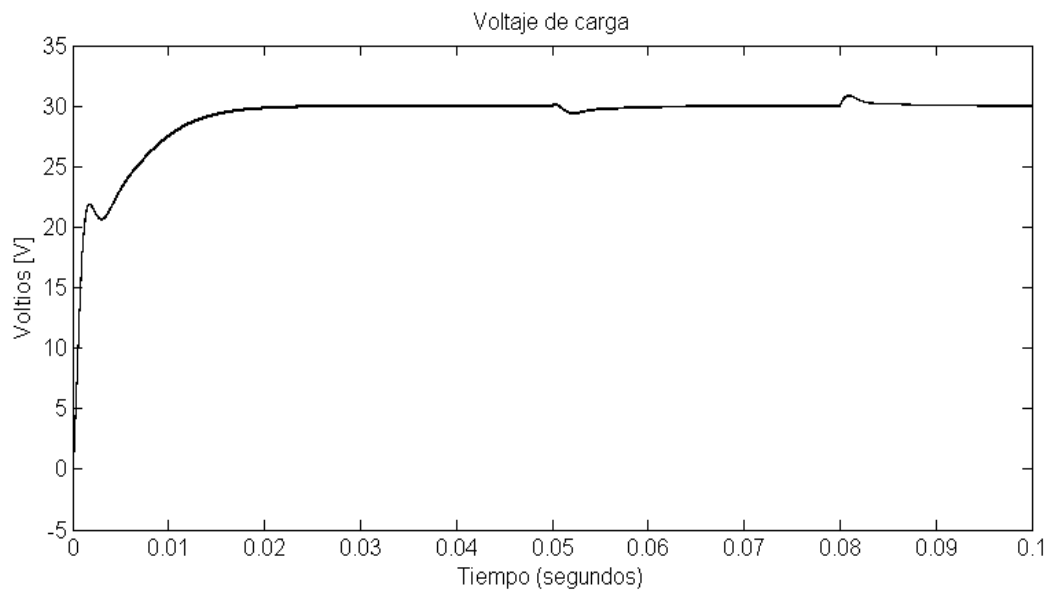


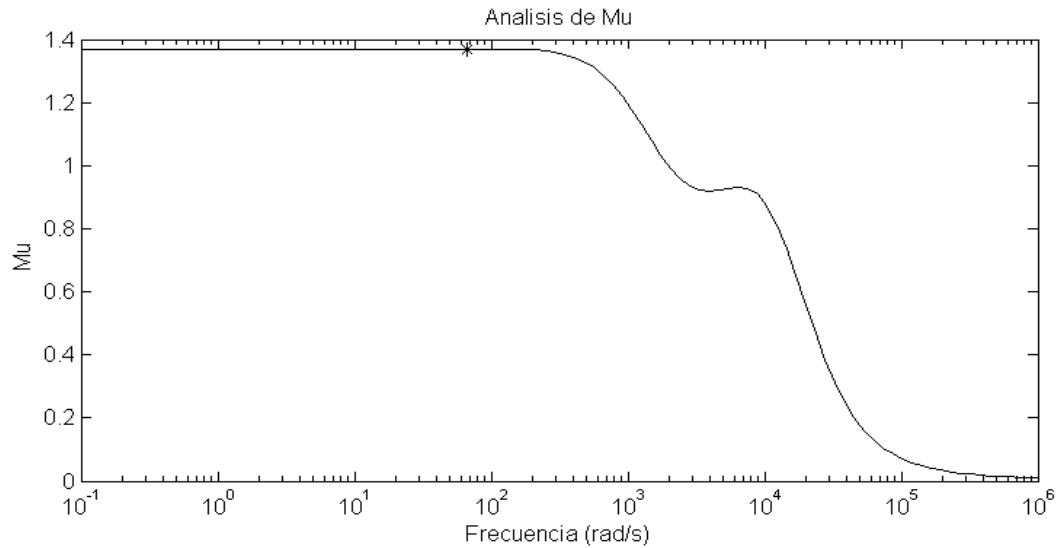
Figura 27. Tensión de salida del sistema en lazo cerrado perturbado, con acción de control robusto para valores de parámetro máximos



En contraste, el índice μ calculado para el controlador PID diseñado en la sección 3.3.2, incumple las condiciones de robustez al presentar valores mayores a la

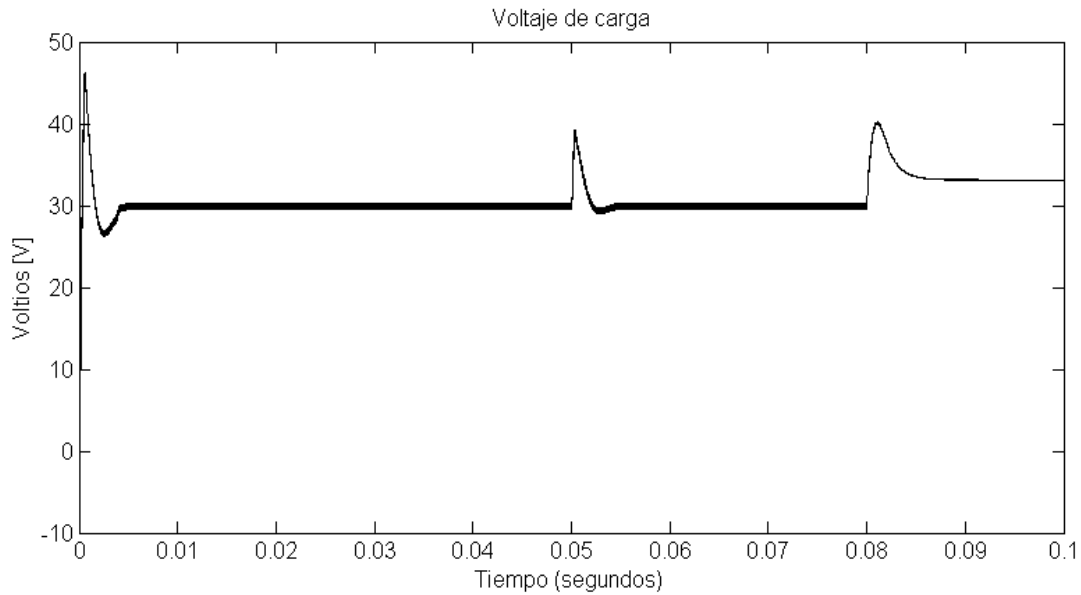
unidad en el rango de frecuencias considerado, según se muestra en la Figura 28 tras obtener un máximo valor para μ de 1.37.

Figura 28. Índice μ para controlador PID



De esta manera se cuantifica la robustez de un sistema de control, y se verifica la incapacidad del controlador PID convencional para conservar su apropiado desempeño ante la variación en los valores nominales de la planta, como se verifica en la respuesta temporal de la Figura 29 para valores de parámetro modificados en el circuito ($L = 74.7 \mu H$, $C = 19.8 \mu F$, $RL = 50.4 \Omega$).

Figura 29. Tensión de salida del sistema en lazo cerrado perturbado, con acción de control PID para valores de parámetro mínimos



4.5 CONTROL ROBUSTO CONMUTADO

Para el controlador robusto conmutado se planteó el diseño de dos controladores que conmuten entre ellos dependiendo del tipo de perturbación que esté presente en el convertidor, con el fin de reducir el orden de los controladores a implementar; el diseño del primer controlador se realizó para la perturbación en la entrada del convertidor (ΔV_{in}) y el segundo para la perturbación en la salida del convertidor (Δi_o).

Para realizar el diseño del controlador para la perturbación en la entrada, se modificó la función de ponderación que caracteriza la perturbación W_{dio} en la salida, haciendo que el controlador calculado no dependiera de esta; es decir, con $W_{dio} = 0$.

Como resultado se obtuvo la función de transferencia²:

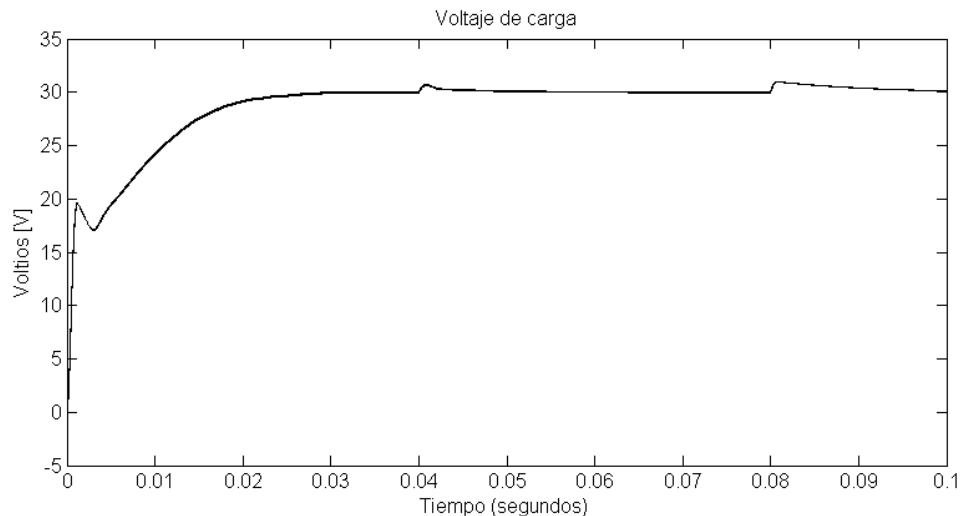
$$K_{E1}(s) = \frac{y_1}{u} = \frac{(0.2214)s^3 - (1.457 \cdot 10^6)s^2 - (1.133 \cdot 10^{11})s + (1.069 \cdot 10^{13})}{s^3 + (6.692 \cdot 10^5)s^2 + (5.03 \cdot 10^{11})s + (5.056 \cdot 10^7)},$$

para la realimentación de la tensión de salida del convertidor. De manera similar, la ganancia de pre-alimentación se calcula como:

$$K_{E2}(s) = \frac{y_2}{u} = -0.03183.$$

Como se observa en la Figura 30, la acción del controlador permite obtener un desempeño favorable en términos del rechazo a la acción de la perturbación en la entrada (ΔV_{in}), para condiciones nominales de operación en los parámetros del sistema.

Figura 30. Tensión de salida del sistema en lazo cerrado perturbado, con acción de control robusto para la perturbación en la entrada del convertidor (ΔV_{in})



² El controlador obtenido correspondió inicialmente con un sistema de orden 11, posteriormente reducido tras emplear aproximación de la norma Hankel (22).

Sin embargo, se puede observar que el comportamiento frente a la acción de la perturbación de salida (Δi_o) no es favorable, ya que presenta un sobreimpulso mayor y una velocidad de respuesta más lenta, en comparación a la respuesta del controlador robusto de la Figura 24.

Para realizar el diseño del controlador para la perturbación en la salida, se modificó la función de ponderación que caracteriza la perturbación W_{dvi} en la entrada, haciendo que el controlador calculado no dependiera de esta; es decir, con $W_{dvi} = 0$.

Como resultado se obtuvo la función de transferencia³:

$$K_{S1}(s) = \frac{y_1}{u} = \frac{(0.4023)s^3 - (6.347 \cdot 10^6)s^2 - (8.593 \cdot 10^{11})s - (4.913 \cdot 10^{13})}{s^3 + (1.698 \cdot 6)s^2 + (2.198 \cdot 10^{12})s + (2.19 \cdot 10^8)},$$

Para la realimentación de la tensión de salida del convertidor. De manera similar, la ganancia de pre-alimentación se calcula como:

$$K_{S2}(s) = \frac{y_2}{u} = -0.0333.$$

Como se observa en la Figura 31, la acción del controlador permite obtener un desempeño favorable en términos del rechazo a la acción de la perturbación en la salida (Δi_o), para condiciones nominales de operación en los parámetros del sistema. Sin embargo, se puede observar un comportamiento degradado frente a la acción de la perturbación de entrada (ΔV_{in}), con un incremento significativo de sobre-elongación en la curva de respuesta, comparado con el controlador robusto original de la Figura 24.

³ El controlador obtenido correspondió inicialmente con un sistema de orden 11, posteriormente reducido tras emplear aproximación de la norma Hankel (22).

Con estos dos controladores, se implementó una ley de control robusto conmutado a partir del esquema ilustrado en el diagrama de flujo de la Figura 32, en el cual la selección del controlador empleado se realiza con base en la detección del tipo de perturbación aplicado sobre el sistema.

Asimismo, dicha estructura conmutada para el controlador permite obtener la respuesta dinámica que se presenta en la Figura 33, donde la acción del controlador robusto permite obtener un desempeño favorable en términos del rechazo a la acción de perturbaciones, para condiciones nominales de operación en los parámetros del sistema, con un comportamiento similar al del controlador robusto de quinto orden, pero obtenido con uno de tercero.

Figura 31. Tensión de salida del sistema en lazo cerrado perturbado, con acción de control robusto para la perturbación en la salida (Δi_o)

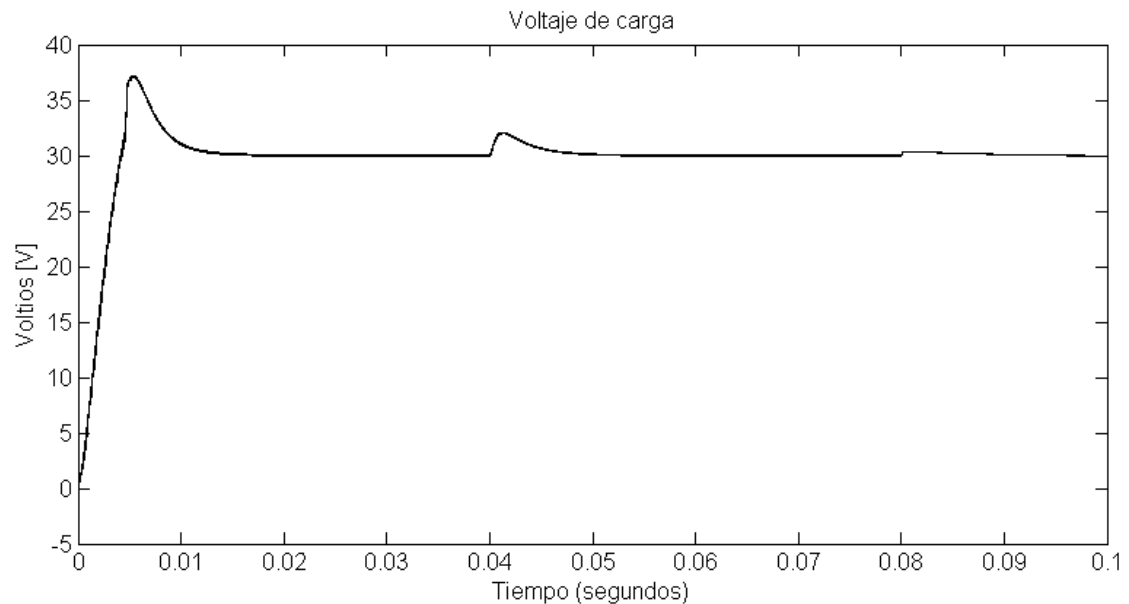


Figura 32. Diagrama de flujo para ley de control robusto conmutado

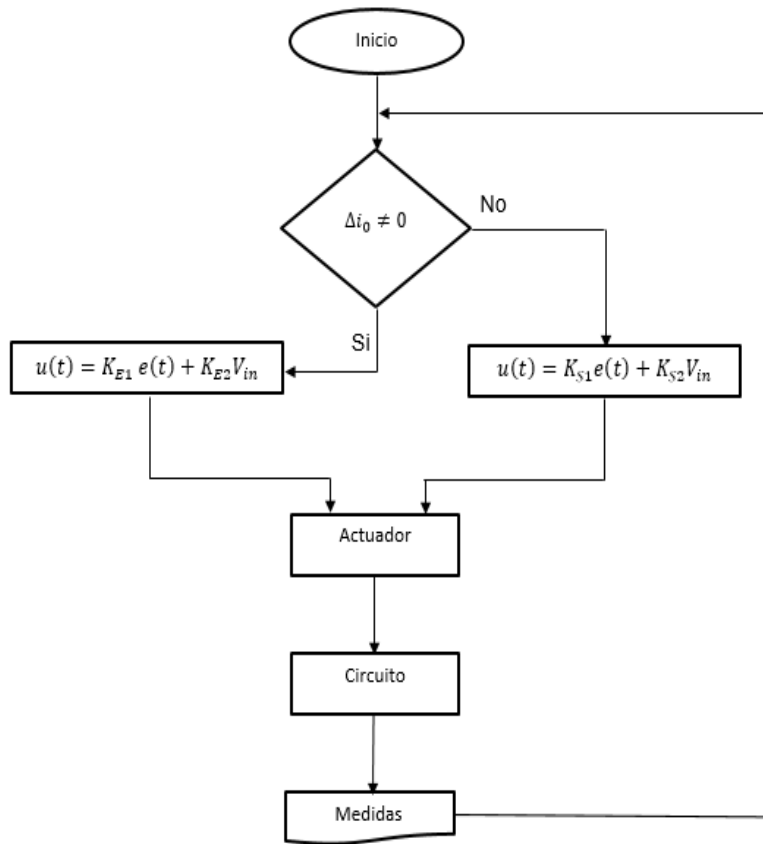
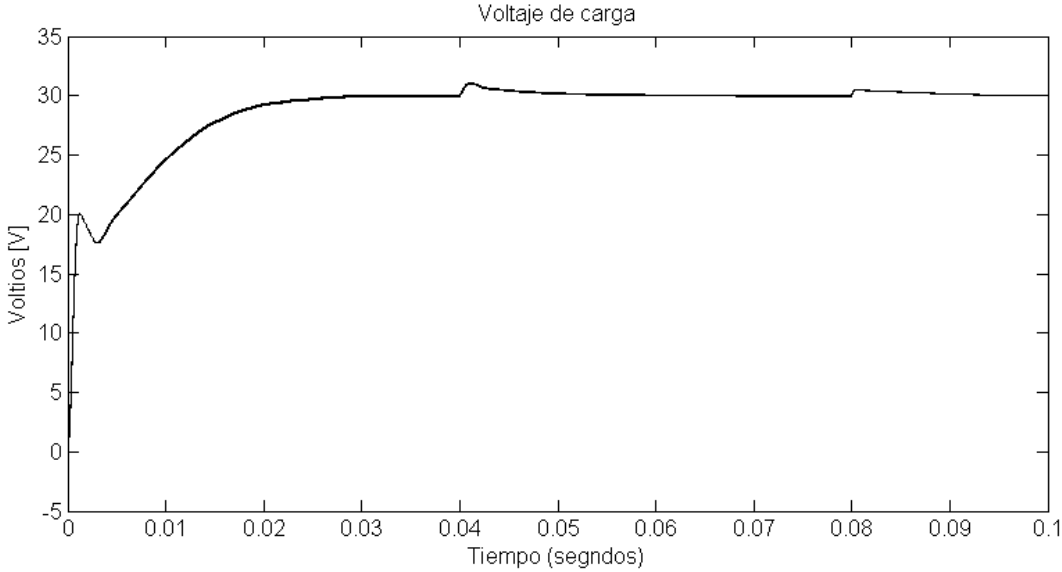


Figura 33. Tensión de salida del sistema en lazo cerrado perturbado, con acción de control robusto conmutado



5. CONCLUSIONES

Con base en los desarrollos y resultados presentados en el presente proyecto de grado, se puede concluir que:

- Se realizó una revisión general de las principales técnicas de control robusto, seleccionando para nuestro estudio la técnica de control H_∞ y síntesis de μ . El control H_∞ presenta un comportamiento apropiado para rechazo a perturbaciones, mientras que la síntesis de μ aporta un incremento de tolerancia ante cambios paramétricos. Estos desarrollos se presentaron en las secciones 2.2 y 2.3.
- Se determinó una metodología para cuantificar la robustez de un sistema de control. En la sección 2.1.3, por medio del análisis de μ , se puede determinar la robustez del sistema controlado a partir de las incertidumbres existentes en él. Este resultado se deriva de manera directa del teorema de la pequeña ganancia, el cual establece condiciones para garantizar la estabilidad robusta de un sistema de control.
- Se sugirió una estrategia de control robusto conmutado en circuitos convertidores de potencia. Como se puede observar en la sección 4.5, se diseñaron dos controladores robustos los cuales conmutan entre ellos dependiendo del tipo de perturbaciones existentes en el convertidor de potencia tipo elevador. En un caso se realizó énfasis en las perturbaciones de entrada, mientras en otro se buscó anular las variaciones de salida. El resultado importante obtenido fue la reducción de orden en los controladores conmutados, con respecto a una única solución operando simultáneamente sobre ambos escenarios.

- Se analizó el comportamiento del sistema controlado en términos de su robustez con ayuda de la herramienta μ -Analysis and Synthesis Toolbox de MATLAB®, por medio de simulaciones frente a incertidumbres y perturbaciones según desarrollado en la sección 4.4. A manera de comparación se verificó la misma prueba sobre un controlador PID convencional (no-robusto) el cual presentó un comportamiento inadecuado ante perturbaciones, corroborado por el incumplimiento sobre las condiciones impuestas en el índice μ .

6. RECOMENDACIONES

Como recomendaciones derivadas de la ejecución del presente proyecto de grado, se pueden mencionar las siguientes:

- Tomar en cuenta la ubicación del elemento de conmutación para la implementación del controlador robusto combinado, pues de no tomarse las precauciones adecuadas, la rama del flujo de información puede alterar las condiciones iniciales del controlador, modificando de manera inapropiada el comportamiento transitorio posterior a la conmutación.
- Para facilitar la implementabilidad de los controladores diseñados, se hace necesario emplear una reducción de orden a partir de la técnica basada en la norma de Hankel. Esta reducción de orden sin embargo, debe ser cuidadosamente verificada para satisfacer los requerimientos del sistema en el rango amplio del espectro frecuencial.

7. TRABAJO FUTURO

A manera de trabajo futuro se proponen:

- Realizar un estudio complementario de las herramientas (toolboxes) algorítmicas utilizadas para el cálculo de los controladores y el análisis de su robustez, buscando construir algoritmos propios que permitan entender mejor los métodos numéricos propuestos.
- Analizar de manera detallada los efectos de la conmutación en una implementación combinada de controladores robustos.
- Implementar circuitalmente la estrategia de control propuesta (continua y conmutada) y analizar su desempeño frente a perturbaciones del entorno.

REFERENCIAS

1. Control de seguimiento de la tensión de salida de un convertidor Boost. Rodríguez Cortés, Hugo, Escalante, Miguel Francisco y Mata Jiménez, Marco Tulio. 54, Nuevo León : s.n., 2012, Ingenierías, Vol. 15, págs. 28-36.
2. Análisis de estabilidad robusta para convertidores. Morales Saldaña, Jorge Alberto, y otros, y otros. Zacatecas-México : Universidad Politécnica de San Luis Potosí, 2003, AMCA, págs. 217-222.
3. Gu, Dawei, Petkov, Petko y Konstantinov, Mihail M. Robust Control Design with MATLAB®. London : Springer, 2005.
4. Feedback, minimax sensitivity, and optimal robustness. Zames, George y Francis, Bruce Allen. 5, Montreal : s.n., 1983, IEEE Transactions on, Vol. 28, págs. 585-601.
5. State-space solutions to standard H₂ and H_∞ control problems. Doyle, John C., y otros, y otros. 8, 1989, Automatic Control, IEEE Transactions on, Vol. 34, págs. 831-847.
6. Multivariable feedback design: Concepts for a classical/modern synthesis. Doyle, John C. y Stein, Gunter. 1, 1981, IEEE Trans. Automatic Control, Vol. Ac 26, págs. 4-16.
7. The LQG/LTR procedure for multivariable feedback control design. Stein, Gunter y Athans, Michael. 2, 1987, IEEE Trans. Automatic Control, Vol. Ac 32, págs. 105-114.

8. Identifying frequency domain uncertainty bounds for robust controller design: theory with application to a fixed-bed reactor. Webb, Christopher, Budman, Hector y Morari, Manfred. 1989, American Control Conference, págs. 1528-1533.
9. Invariance of the strict Hurwitz property for polynomials with perturbed coefficients. Barmish, B. Ross. 1983, Decision and Control, 1983. The 22nd IEEE Conference on, Vol. 22, págs. 353-355.
10. μ -synthesis application to flexible structures: a review of the work of Balas. Williams, Steve J. 1990, Integrating Control System Design with the Analysis of Flexible Structures, IEEE Colloquium on, págs. 6/1, 611.
11. Robustness effects of a prefilter in generalised predictive control. Robinson, B.D. y Clarke, David W. 1, 1991, Control Theory and Applications, IEE Proceedings D, Vol. 138, págs. 2-8.
12. Quantitative feedback theory. Horowitz, Isaac. 6, 1982, Control Theory and Applications, IEE Proceedings D, Vol. 129, págs. 215-226.
13. Una técnica de Control Robusto Aplicada a Procesos Industriales. Aguilera Hernández, Martha, Romero Galván, Gerardo y Esquivel, Aureliano. México, D.F. : s.n., 2001, Científica, págs. 81-87.
14. Montoro López, Gabriel. Contribución al estudio y desarrollo de técnicas de control aplicadas a la linealización de sistemas. Barcelona : Universitat Politècnica de Catalunya, 2008. Tesis.
15. Revisión de una nueva técnica de control robusto de sensibilidad mezclada. Galindo, Renné. 2009, Dialnet, págs. 263-272.

16. Vivas Gonzalez, Edilberto Carlos. Control de Helicoptero 2D Usando Metodos Robustos H^∞ . Bogotá : Universidad Nacional de Colombia, 2001.
17. Rodriguez Rubio, Francisco y Lopez Sanchez, Manuel Jesus. Control Adaptativo y Robusto. Sevilla : Universidad de Sevilla, 1996.
18. Díaz Blanco, Ignacio. Funciones de Sensibilidad. Sistemas Automáticos. Gijón : Universidad de Oviedo, 2003, págs. 8-16.
19. Freudenberg, Jim y Looze, Douglas P. Frequency Domain Properties of Scalar and Multivariable Feedback Systems. New York : Springer-Verlag, 1988.
20. Alonso Bartolomé, José Luis. Análisis y Diseño de Controladores de Convertidores Continua-Continua mediante μ -Análisis. Ingenieria Electrónica, Eléctrica y Automática. Cataluña : Universitat Rovira I Virgili, 2003. Tesis.
21. Rodríguez R., Francisco . ¿Qué es y para que sirve H^∞ ? Ingeniería de Control y Robótica, Universidad Nacional Autónoma de México . Coyoacán : Somi XV, 2010.
22. Gu, Dawei, Petkov, Petko y Konstantinov, Mihail M. Robust Control Design with MATLAB®. London : Springer Science+Business Media, 2005.
23. Rashid, Muhammad H. Electrónica de Potencia: circuitos, dispositivos y aplicaciones. 3. s.l. : Pearson, 2004. págs. 190-194.
24. Ogata, Katsuhiko. Ingeniería de Control Moderna. 4. Madrid : Pearson Educación . S.A, 2003. págs. 569-577.

25. Balas, Gary J., y otros, y otros. μ -Analysis and Synthesis Toolbox. Natick : MUSYN Inc. and The MathWorks, Inc., 2001.

26. Systematic Design of Weighting Matrices the H^∞ Mixed Sensitivity Problem. Ortega , Manuel Gil y Rodríguez Rubio, Francisco. 2004, Journal of Process Control, págs. 89-98.

BIBLIOGRAFIA

Alonso Bartolomé, José Luis. Análisis y Diseño de Controladores de Convertidores Continua-Continua mediante μ -Análisis. Ingeniería Electrónica, Eléctrica y Automática. Cataluña : Universitat Rovira I Virgili, 2003. Tesis.

Análisis de estabilidad robusta para convertidores. Morales Saldaña, Jorge Alberto, y otros, y otros. Zacatecas-México : Universidad Politécnica de San Luis Potosí, 2003, AMCA, págs. 217-222.

Balas, Gary J., y otros, y otros. μ -Analysis and Synthesis Toolbox. Natick : MUSYN Inc. and The MathWorks, Inc., 2001.

Control de seguimiento de la tensión de salida de un convertidor Boost. Rodríguez Cortés, Hugo, Escalante, Miguel Francisco y Mata Jiménez, Marco Tulio. 54, Nuevo León : s.n., 2012, Ingenierías, Vol. 15, págs. 28-36.

Díaz Blanco, Ignacio. Funciones de Sensibilidad. Sistemas Automáticos. Gijón : Universidad de Oviedo, 2003, págs. 8-16.

Feedback, minimax sensitivity, and optimal robustness. Zames, George y Francis, Bruce Allen. 5, Montreal : s.n., 1983, IEEE Transactions on, Vol. 28, págs. 585-601.

Freudenberg, Jim y Looze, Douglas P. Frequency Domain Properties of Scalar and Multivariable Feedback Systems. New York : Springer-Verlag, 1988.

Gu, Dawei, Petkov, Petko y Konstantinov, Mihail M. Robust Control Design with MATLAB®. London : Springer, 2005.

Gu, Dawei, Petkov, Petko y Konstantinov, Mihail M. Robust Control Design with MATLAB®. London : Springer Science+Business Media, 2005.

Identifying frequency domain uncertainty bounds for robust controller design: theory with application to a fixed-bed reactor. Webb, Christopher, Budman, Hector y Morari, Manfred. 1989, American Control Conference, págs. 1528-1533.

Invariance of the strict Hurwitz property for polynomials with perturbed coefficients. Barmish, B. Ross. 1983, Decision and Control, 1983. The 22nd IEEE Conference on, Vol. 22, págs. 353-355.

Montoro López, Gabriel. Contribución al estudio y desarrollo de técnicas de control aplicadas a la linealización de sistemas. Barcelona : Universitat Politècnica de Catalunya, 2008. Tesis.

Multivariable feedback design: Concepts for a classical/modern synthesis. Doyle, John C. y Stein, Gunter. 1, 1981, IEEE Trans. Automatic Control, Vol. Ac 26, págs. 4-16.

Ogata, Katsuhiko. Ingeniería de Control Moderna. 4. Madrid : Pearson Educación . S.A, 2003. págs. 569-577.

Quantitative feedback theory. Horowitz, Isaac. 6, 1982, Control Theory and Applications, IEE Proceedings D, Vol. 129, págs. 215-226.

Rashid, Muhammad H. Electrónica de Potencia: circuitos, dispositivos y aplicaciones. 3. s.l. : Pearson, 2004. págs. 190-194.

Revisión de una nueva técnica de control robusto de sensibilidad mezclada. Galindo, Renné. 2009, Dialnet, págs. 263-272.

Robustness effects of a prefilter in generalised predictive control. Robinson, B.D. y Clarke, David W. 1, 1991, Control Theory and Applications, IEE Proceedings D, Vol. 138, págs. 2-8.

Rodríguez R., Francisco . ¿Qué es y para que sirve H^∞ ? Ingeniería de Control y Robótica, Universidad Nacional Autónoma de México . Coyoacán : Somi XV, 2010.

Rodríguez Rubio, Francisco y Lopez Sanchez, Manuel Jesus. Control Adaptativo y Robusto. Sevilla : Universidad de Sevilla, 1996.

State-space solutions to standard H_2 and H^∞ control problems. Doyle, John C., y otros, y otros. 8, 1989, Automatic Control, IEEE Transactions on, Vol. 34, págs. 831-847.

Systematic Design of Weighting Matrices the H^∞ Mixed Sensitivity Problem. Ortega , Manuel Gil y Rodríguez Rubio, Francisco. 2004, Journal of Process Control, págs. 89-98.

The LQG/LTR procedure for multivariable feedback control design. Stein, Gunter y Athans, Michael. 2, 1987, IEEE Trans. Automatic Control, Vol. Ac 32, págs. 105-114.

Una técnica de Control Robusto Aplicada a Procesos Industriales. Aguilera Hernández, Martha, Romero Galván, Gerardo y Esquivel, Aureliano. México, D.F. : s.n., 2001, Científica, págs. 81-87.

Vivas Gonzalez, Edilberto Carlos. Control de Helicoptero 2D Usando Metodos Robustos H^∞ . Bogotá : Universidad Nacional de Colombia, 2001.

μ -synthesis application to flexible structures: a review of the work of Balas. Williams, Steve J. 1990, Integrating Control System Design with the Analysis of Flexible Structures, IEEE Colloquium on, págs. 6/1, 611.