

Diseño y Simulación de una Cavidad de Microondas para Acelerar Partículas Cargadas en
Campos Magnetostáticos no Homogéneos

Tomás Adrián Carreño Vesga

Trabajo de Grado para optar al título de Físico

Director

Eduardo Alberto Orozco Ospino

Codirectores

Jesús Eduardo López Durán

Yerson Fabian Barragán Jiménez

Universidad Industrial de Santander

Facultad de Ciencias

Escuela de Física

Bucaramanga

2024

Agradecimientos

A mi madre, padre y hermanos, por su apoyo y confianza interminable.

Tabla de Contenido

Introducción	12
1 Objetivos	15
1.1 Objetivo general	15
1.2 Objetivos específicos	15
2 Preliminares	16
2.1 Dinámica de un partícula cargada	16
2.1.1 Movimiento de una partícula en un campo magnético uniforme	17
2.2 Resonancia ciclotrónica electrónica	19
2.3 Cavidades resonantes cilíndricas	21
2.3.1 Factor de calidad	23
2.3.2 Parámetro-S	24
2.4 Esquema SARA	25
2.5 1.5 AutoResonancia ciclotrónica espacial	26
3 COMSOL multiphysics	31
3.1 Introducción a COMSOL	31
3.2 Método de elementos finitos <i>MEF</i>	33
3.3 Simulación del esquema <i>SARA</i> usando COMSOL Multiphysics	35
3.3.1 Módulo de Radio Frecuencia (<i>RF</i>)	36

DISEÑO Y SIMULACIÓN DE UNA CAVIDAD DE MICROONDAS PARA ACELERAR PARTICULAS CARGADAS EN CAMPOS MAGNETOSTÁTICOS NO HOMOGÉNEOS	4
3.3.2 <i>AC/DC</i>	38
4 Resultados	40
4.1 Diseño 1	40
4.2 Diseño 2	50
5 Conclusiones	55
Referencias Bibliográficas	57

Lista de Figuras

- Figura 1 Trayectoria de una partícula cargada positivamente en presencia de campo magnético homogéneo. Tomado y adaptado de [2] 18
- Figura 2 Dinámica de un electrón en condiciones de resonancia ciclotrónica electrónica:
a) Trayectoria transversal al campo magnético externo y b) definición de φ : ángulo que se forma entre el campo eléctrico y la velocidad de la partícula. Tomado y adaptada de [23] 20
- Figura 3 Intensidad del campo eléctrico para el modo TE_{112} . 22
- Figura 4 ω es el ancho en la mitad del máximo de la forma de línea de Lorentz de $|\hat{E}(\omega)|^2$ para un modo típico de una cavidad resonante con pérdidas. Tomado de: Modern-electrodynamics [37]. 24
- Figura 5 Ondas reflejadas e incidentes en una red de K puertos. Tomado de [28]. 25
- Figura 6 Esquema físico del sistema autoresonante: 1-cavidad, 2-sistema de bobinas magnéticas, 3-guía de onda, 4-magnetron, 5-aislador de ferrita, 6-ventana, 7-pistola de electrones. Tomado de: [8] 26
- Figura 7 Esquema físico del sistema autoresonante con una cavidad rectangular: 1-cavidad, 2-bobinas de corriente, 3-guía de onda, 4-magnetron, 5-aislador de ferrita, 6-ventana, 7-objetivo (metal no magnético), 8-pistola de electrones. Tomado de: [7] 27

Figura 8 Evolución espacial de la energía de las partículas aceleradas bajo el esquema SA-RA. a) Dinámica de un electrón a diferentes energías iniciales, excitado por un modo cilíndrico con polarización circular: (A) $W_i = 8keV$, (B) $W_i = 10keV$, (C) $W_i = 12keV$. Dinámica de un electrón en aproximación de partícula simple (línea verde) y dinámica autoconsistente de una haz electrónico (puntos rojos), usando una onda electromagnética TE_{10p} en cavidad rectangular polarizada linealmente. Tomado de: [6, 7]

29

Figura 9 Perfil de campo magnético producido por un sistema de anillos magnéticos en el plano $y = 0$. Tomada de: [24]

30

Figura 10 Una guía de ondas curva con un bloque dieléctrico hecho de propiedades materiales que dependen de la temperatura. El modelo muestra cómo el conjunto se calienta con el tiempo debido a pérdidas electromagnéticas y obtiene la temperatura en estado estacionario. Tomado de: COMSOL.

32

Figura 11 La función u (línea azul continua) se aproxima con u_h (línea roja discontinua), que es una combinación lineal de funciones de base lineal (ψ_i está representada por líneas negras continuas). Los coeficientes se denotan por u_0 a u_7 . Tomado y adaptado de: COMSOL[3].

34

Figura 12 Malla adaptativa en una placa con un agujero, donde los tamaños de los elementos varían de manera no uniforme para concentrarse en las regiones de interés. Tomado de: COMSOL[3]

35

Figura 13 Modos excitados en la cavidad cilíndrica de $4,54cm$ de radio y $20cm$ de longitud con su respectiva frecuencia.

41

- Figura 14 Mallado el sistema de simulación: guía de ondas rectangular acoplada a una cavidad cilíndrica. 42
- Figura 15 Mapa de color asociado al campo eléctrico excitado en la cavidad por la guía de ondas rectangular de 8cm de ancho. 43
- Figura 16 a) Parámetro S_{11} obtenido del barrido paramétrico para diferentes anchos del acople. b) Mapa de colores del campo eléctrico utilizando una guía de onda rectangular de $7,6\text{cm}$ de ancho, largo en la sección cónica de 10cm y ancho del acople de $3,1\text{cm}$. 44
- Figura 17 Mapeo de las perdidas asociadas al material: corrientes superficiales (flechas azules). 45
- Figura 18 Representación de la distribución de las bobinas según trabajos previos tomados como referencia. 46
- Figura 19 Bobinas, líneas de campo y perfil de campo magnético a lo largo del eje z generado por la bobinas: perfil de referencia, similar al artículo [6] (negro), y perfil COMSOL, con el que se logró la máxima aceleración (rojo) generado con los parámetros de la Tabla 1. 47
- Figura 20 Dinámica del electrón acelerado con el perfil de campo magnético de referencia, Figura 19, inyectado con una energía inicial de $E_0 = 10\text{keV}$, en $r_0 = 0,0\text{cm}$, a) mostrando un choque en $z = 17\text{cm}$ con la cavidad cilíndrica, y b) su respectiva evolución energética espacial. 48
- Figura 21 Evolución espacial de la energía de un electrón inyectado con una energía de 10keV con el campo magnético mostrado en la figura 19(rojo) y trayectoria del electrón que choca con la tapa del cilíndrico. 49

Figura 22 Evolución espacial de la energía del electrón. a) Para diferentes energías de inyección: $E_0 = 8$ (negro), 10 (verde), 12 (azul), $14keV$ (rojo). b) Para diferentes posiciones de inyección: $r_0 = 0,00$ (azul), 0,25 (negro), 0,50cm (naranja). 50

Figura 23 Modo TE_{112} excitado en la cavidad cilíndrica de 4,52cm de radio y 19,8cm de longitud a una frecuencia de 2,45GHz . 51

Figura 24 Magnitud del campo eléctrico en la cavidad con una frecuencia de 2,45GHz utilizando una guía de ondas de: 8cm de ancho, 0,6cm de alto, 3,6cm de largo y una sección cónica con un puerto 4,4cm y un largo de 12,15cm, para un potencia de entrada de: a)1kW y b) 2kW. 52

Figura 25 Corrientes de las bobinas con 1000 vueltas utilizadas para acelerar el electrón con un campo de 2,45GHz, y potencias de entrada de 1kW y 2kW, junto con los perfiles de campo magnético en el eje z generado por las bobinas: Diseño 1 (negro), 1kW (azul), 2kW (rojo). 53

Figura 26 Evolución espacial de la energía del electrón para diferentes energías de inyección: $E_0 = 8$ (naranja), 10 (verde), 12 (celeste), $14keV$ (negro), con un potencia de entrada de: a)1kW y b) 2kW. 54

Figura 27 Longitudes de onda y las energías de los fotones de los rayos X y algunas aplicaciones de los rayos X. Tomado de [4]. 54

Lista de Tablas

Tabla 1 Parámetros del sistema de bobinas con las que se obtuvo el perfil de campo magnético rojo.

48

Resumen

Título: DISEÑO Y SIMULACIÓN DE UNA CAVIDAD DE MICROONDAS PARA ACELERAR PARTÍCULAS CARGADAS EN CAMPOS MAGNETOSTÁTICOS NO HOMOGÉNEOS *

Autor: Tomás Adrián Carreño Vesga **

Palabras Clave: Acelerador de partículas, Resonancia ciclotrónica, Cavidad Resonante.

Descripción: Los aceleradores de partículas cargadas se utilizan no solo en física fundamental, sino también en áreas como la industria y la medicina, lo que impulsa su optimización para reducir costos y hacerlos más portátiles. En la Universidad Industrial de Santander, se propuso el mecanismo SARA para acelerar haces de electrones mediante un campo de microondas confinado en una cavidad resonante tipo TE_{112} $P = (1, 2, 3, \dots)$. Un campo magnetostático externo, cuya intensidad aumenta a lo largo de la cavidad, mantiene a los electrones en el régimen de aceleración. Trabajos previos sobre este mecanismo se basan en simulaciones que exploran la interacción campo-partícula, pero se requieren simulaciones más detalladas para los aspectos de diseño del sistema. En este trabajo, se utilizó COM-SOL Multiphysics para modelar el sistema físico, incluyendo la excitación del campo de microondas en una cavidad cilíndrica a través de una guía de ondas y los parámetros de las bobinas que generan el campo magnetostático. Finalmente, se simuló la dinámica de los electrones, alcanzando valores de energía adecuados para generar rayos X, y se establecieron parámetros de diseño como base para la implementación experimental del mecanismo.

* Trabajo de grado

** Facultad de Ciencias. Escuela de Física. Director: ph.D Eduardo Alberto Orozco Ospino. Codirectores: ph.D(c) Jesús Eduardo López Durán, M.Sc.(c) Yerson Fabian Barragán Jiménez .

Abstract

Title: DESIGN AND SIMULATION OF A MICROWAVE CAVITY TO ACCELERATE CHARGED PARTICLES
IN NON-HOMOGENEOUS MAGNETOSTATIC FIELDS *

Author: Tomás Adrián Carreño Vesga **

Keywords: Particle Accelerator, Cyclotron Resonance, Resonant Cavity.

Description: Charged particle accelerators are used not only in fundamental physics but also in areas such as industry and medicine, which drives their optimization to reduce costs and enhance portability. At the Industrial University of Santander, the SARA mechanism was proposed to accelerate electron beams using a microwave field confined in a resonant cavity of the TE_{112} type $P = (1, 2, 3, \dots)$. An external magnetostatic field, whose intensity increases along the cavity, keeps the electrons in the acceleration regime. Previous work on this mechanism relies on simulations that explore field-particle interaction, but more detailed simulations are needed for the system's design aspects. In this study, COMSOL Multiphysics was used to model the physical system, including the excitation of the microwave field in a cylindrical cavity through a waveguide and the parameters of the coils that generate the magnetostatic field. Finally, the electron dynamics were simulated, achieving energy values suitable for generating X-rays, and design parameters were established as a basis for the experimental implementation of the mechanism.

* Research Work

** Facultad de Ciencias. Escuela de Física. Advisor: ph.D Eduardo Alberto Orozco Ospino. Co-Advisor: ph.D(c) Jesús Eduardo López Durán, M.Sc.(c) Yerson Fabian Barragán Jiménez .

Introducción

Los aceleradores de partículas cargadas han sido una herramienta indispensable en diferentes áreas de investigación. Por ejemplo, estos dispositivos son empleados para el estudio de la física fundamental, donde se aceleran partículas subatómicas a altas velocidades, haciéndolas colisionar para explorar la estructura más básica de la materia. Entre las numerosas investigaciones, algunas de las más destacadas, han sido el descubrimiento de los quarks en la década de 1970, así como el descubrimiento del bosón de Higgs en gran colisionador de hadrones *LHC* en el 2012 [33, 11]. Todas estas investigaciones han sido de gran importancia para la comprensión de la estructura fundamental de la materia y de las interacciones que gobiernan el universo. Sumado a lo anterior, los aceleradores son ampliamente empleados en la industria para la esterilización y recubrimiento de materiales, en la producción de energía nuclear generando radioisótopos que se utilizan como combustible, e incluso en la medicina con las radioterapias para el tratamiento del cáncer y en la generación de imágenes detalladas con rayos X [19, 27, 22, 21]. Debido a la importancia de estos dispositivos, existen múltiples investigaciones que se enfocan principalmente en dos grandes retos: (i) acelerar partículas a energías más altas para la investigación en física fundamental, y, (ii) disminuir el costo de construcción para las diversas aplicaciones prácticas, esencialmente, asociadas al sector salud. En particular, en la generación de rayos X, resulta de gran interés desarrollar dispositivos compactos, que faciliten la movilidad a diferentes lugares, y así realizar diagnósticos en sitios remotos o en situaciones de emergencia.

Los aceleradores lineales *LINAC*, así como los ciclotrones y sincrotrones, son los esquemas de aceleración convencionales; sin embargo, existen algunas propuestas de aceleración diferentes, como lo es la aceleración ciclotrónica electrónica, que se basa en la interacción resonante de un electrón con una onda electromagnética en una región afectada por un campo magnético estático externo. Propuesto inicialmente por A. Kolomenskii y A. Levedev en 1962 [18], e independientemente por V. Davydovskii en 1963 [5]. Este esquema permite acelerar electrones hasta alcanzar energías suficientes para la generación de rayos X en pequeñas distancias, y, bajo esta premisa se han realizado diversos estudios tanto teóricos como experimentales con el fin de identificar las condiciones óptimas para mantener la interacción resonante [34, 17, 35, 20]. Bajo este concepto, K. S. Golovanivsky propuso teóricamente el mecanismo *GYRAC* (*Gyro-Resonant Accelerator*) [12, 13], en el cual se aceleran electrones mediante el sostenimiento de la condición de resonancia ciclotrónica electrónica (*ECR-electron cyclotron resonance*) empleando una trampa magnética tipo espejo, cuyo campo magnético crece en el tiempo. Esta idea se llegó a implementar experimentalmente en el año 2017 [1], donde los electrones acelerados alcanzaron energías del orden de los MeV. El esquema *GYRAC* sirvió de base para desarrollar el mecanismo de aceleración *SARA* (*Spatial Auto-Resonance Acceleration*), propuesto en el grupo de investigación *FITEK* de la Universidad Industrial de Santander por V. Dugar-Zhabon y E. A. Orozco [9]; el cual consiste en acelerar electrones a través de un campo de microondas en una cavidad resonante cilíndrica, excitada en un modo TE_{11P} , y sostener la condición *ECR* con un campo magnetostático externo no homogéneo, que crece en la dirección del movimiento del electrón. Ambos sistemas, *GYRAC* y *SARA* están enfocadas al desarrollo de fuentes compactas de Rayos X en unos cuantos centímetros de longitud

[26]; entre otras aplicaciones.

Ya que la dinámica de las partículas cargadas puede ser compleja, las bases teóricas para la implementación de estos mecanismos de aceleración se fundamentan principalmente en simulaciones computacionales, las cuales permiten dar una noción muy confiable de la interacción entre el campo electromagnético y los electrones. Por su parte, herramientas como COMSOL Multiphysics permiten no sólo simular dicha interacción campo-partícula, sino que también facilitan explorar simultáneamente diferentes fenómenos adicionales, como la excitación de los campos electromagnéticos y su interacción con el material de la cavidad que los contiene, e incluso, permite explorar de forma relativamente sencilla, el efecto de factores geométricos en los sistemas físicos. En este trabajo se presentan los resultados de la simulación del mecanismo de aceleración *SARA* utilizando el software COMSOL Multiphysics, con el cual se estudió tanto los detalles de la excitación del modo de microondas TE_{112} empleando una guía de microondas, así como la obtención de parámetros de las bobinas que generan el campo magnético externo adecuado para mantener la aceleración. Estos resultados fueron comparados con los obtenidos en trabajos previos, lo que permitió validar lo aquí presentado, destacando a su vez pequeños detalles de diseño tanto en la cavidad y guía de ondas como en las bobinas, respecto a los valores de referencia antes establecidos.

1. Objetivos

1.1. Objetivo general

Obtener los parámetros de diseño de un acelerador de microondas, basado en el mecanismo *SARA*, usando el software COMSOL Multiphysics.

1.2. Objetivos específicos

Obtener los parámetros de diseño que permitan una excitación óptima de un modo TE_{11P} en una cavidad cilíndrica acoplada a una guía de onda rectangular.

Obtener los parámetros geométricos y físicos de las bobinas o los imanes, usados como fuente de campo magnetostático, que permitan obtener los perfiles apropiados para una aceleración efectiva en el esquema *SARA*.

Simular la dinámica de un haz de electrones, de baja densidad, afectado por los campos previamente calculados para acelerarlo hasta alcanzar energías del orden de las centenas de los keV.

Validar los resultados de la simulación, confrontándolos con los disponibles en la literatura.

2. Preliminares

2.1. Dinámica de un partícula cargada

La dinámica de una partícula cargada en presencia de un campo electromagnético está determinada según la ecuación de Newton-Lorentz relativista,

$$\frac{d(\gamma m \mathbf{v})}{dt} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}), \quad (1)$$

donde q , \mathbf{v} y m representan la carga, velocidad y masa de la partícula, respectivamente; siendo \mathbf{E} la componente eléctrica y \mathbf{B} la componente magnética del campo electromagnético. Por su parte,

$$\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-1/2}, \quad (2)$$

es el factor relativista de Lorentz, siendo c , la velocidad de la luz en el vacío. De esta expresión se puede identificar que la fuerza magnética ($q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$) es siempre perpendicular tanto a la velocidad de la partícula como al campo magnético. De aquí se puede demostrar que sólo el campo eléctrico realiza trabajo sobre una partícula cargada eléctricamente. Por su parte, dado que el campo magnético no produce variaciones en la magnitud de la velocidad, se infiere, que dicho campo únicamente altera la dirección del movimiento. En general, las partículas en reposo o con desplazamientos paralelos a dicho campo magnético, no experimentan fuerza magnética.

2.1.1. *Movimiento de una partícula en un campo magnético uniforme*

Partiendo del caso particular en el que una partícula cargada sólo interactúa con un campo magnético uniforme orientado a lo largo del eje z , esto es $\mathbf{B} = B_0\hat{\mathbf{z}}$ y $\mathbf{E} = \mathbf{0}$, y, bajo el supuesto adicional de que la partícula se mueve a bajas velocidades, $v \ll c$, garantizando que los efectos relativistas sean despreciables, $\gamma \sim 1$; la ecuación de Newton-Lorentz tomará la siguiente estructura:

$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = qB_0 (\mathbf{v} \times \hat{\mathbf{z}}). \quad (3)$$

Ahora bien, la velocidad inicial de la partícula, \mathbf{v}_0 , se puede expresar como una combinación lineal de una componente puramente paralela al campo magnético: \mathbf{v}_{\parallel} , y otra puramente transversal: \mathbf{v}_{\perp} ; lo cual permite expresar la solución a este problema en coordenadas cartesianas tal como sigue,

$$\begin{aligned} x(t) &= \frac{v_{\perp}}{\omega_c} \cos(\omega_c t + \alpha) + C_1, \\ y(t) &= \frac{v_{\perp}}{\omega_c} \sin(\omega_c t + \alpha) + C_2, \\ z(t) &= v_{\parallel} t + C_3, \end{aligned} \quad (4)$$

donde las constantes C_1 , C_2 y C_3 se obtiene a partir de las condiciones iniciales de la partícula y α la fase inicial. Estas ecuaciones representan la trayectoria de un movimiento helicoidal, tal como se presenta en la Figura 1, cuyo radio de hélice o de giro, es denominado como radio de Larmor,

$$r_L = \frac{v_{\perp}}{\omega_c}, \quad (5)$$

donde ω_c representa la frecuencia de giro de la partícula, denominada frecuencia ciclotrónica,

$$\omega_c = \frac{qB_o}{m}. \quad (6)$$

En el caso particular en el que la velocidad inicial es completamente perpendicular al campo magnético, la trayectoria que describe la partícula cargada será una orbita completamente circular. Adicionalmente, Si la velocidad de la partícula es comparable con la velocidad de la luz, la frecuencia ciclotrónica debe ser corregida con el factor relativista,

$$\omega_c = \frac{qB_o}{m\gamma}. \quad (7)$$

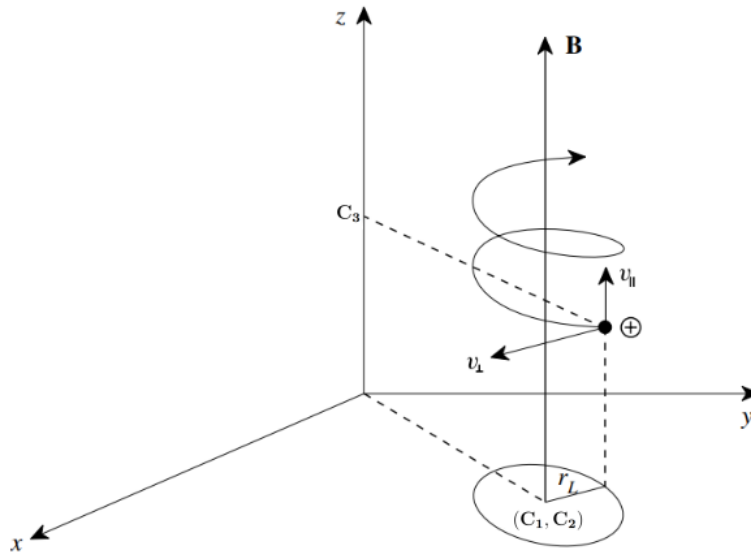


Figura 1

*Trayectoria de una partícula cargada positivamente en presencia de campo magnético homogéneo.
Tomado y adaptado de [2]*

2.2. Resonancia ciclotrónica electrónica

Consideremos un electrón que describe un movimiento puramente circular debido al efecto de un campo magnético uniforme ($v_{\parallel} = 0$). Si adicionalmente en el sistema se tiene una onda electromagnética estacionaria, cuya componente eléctrica es completamente transversal al campo magnético externo y esta onda tiene una polarización tal que el campo \mathbf{E} rota en el mismo sentido de giro del electrón, donde su frecuencia ω es igual a la frecuencia ciclotrónica electrónica ω_c , se generará entonces una transferencia de energía de la onda electromagnética al electrón, haciendo que este se acelere. Este fenómeno se conoce como resonancia ciclotrónica electrónica, *ECR* por las siglas en inglés de Electron Cyclotron Resonance, que en el régimen de bajas velocidades se expresa como

$$\omega = \omega_c \equiv \frac{eB_o}{m_e}. \quad (8)$$

En principio, la condición anterior es suficiente para que el electrón gane energía y así aumente su velocidad puramente trasversal al campo magnético externo, lo que implica que el radio de giro debe crecer continuamente tal como se presenta en la Figura 2.a. Es intuitivo imaginar que para que se alcance la máxima transferencia de energía posible, es fundamental que la fuerza eléctrica que experimente el electrón sea completamente paralela a la velocidad del mismo, la cual es a su vez transversal al campo magnético externo; así, el campo eléctrico de la onda y la velocidad \mathbf{v}_{\perp} deben ser opuestos. De hecho, si el ángulo que se forma entre estos dos vectores está en el intervalo $(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2})$, hay aceleración, recalcando que en $\varphi = \pi$, la aceleración es máxima, ver Figura 2.b . Por lo tanto, a este intervalo se le denomina banda de aceleración, y fuera de esta fase, la onda frena al

electrón.

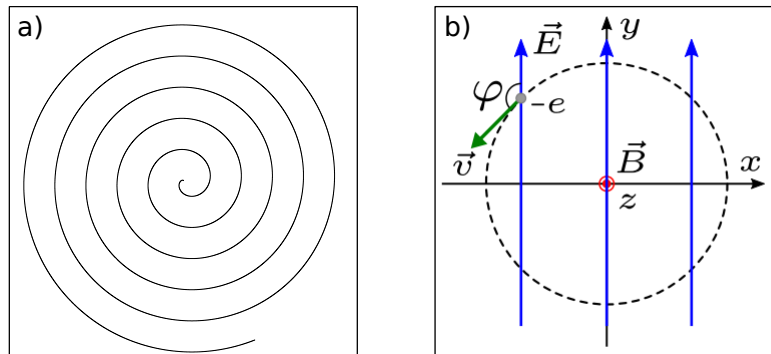


Figura 2

Dinámica de un electrón en condiciones de resonancia ciclotrónica electrónica: a) Trayectoria transversal al campo magnético externo y b) definición de φ : ángulo que se forma entre el campo eléctrico y la velocidad de la partícula. Tomado y adaptada de [23]

El principal problema surge a medida que el electrón aumenta su velocidad hasta alcanzar valores comparables con la de la luz, pues el efecto relativista hace que se pierda la condición de resonancia; es decir, la frecuencia de giro del electrón a altas velocidades disminuye y no coincide con la frecuencia de la onda. Para resolver este problema se han presentado varios esquemas. Una forma de contrarrestar el efecto relativista es utilizar campos magnéticos no homogéneos como en el esquema *GYRAC*, en este se propone aumentar la intensidad del campo magnético externo gradualmente en el tiempo, $\mathbf{B}(t)$; mientras que en el esquema *SARA* se propone romper la uniformidad del campo externo y dotar al electrón de velocidad paralela; de este modo, a medida que el electrón avance longitudinalmente a lo largo del campo magnético, este interactuará con un campo magnético más intenso y así sostener la condición de resonancia. En el esquema de aceleración *SARA*, se utiliza una onda electromagnética estacionaria cuya frecuencia está en el rango de las microondas, junto a un campo magnético externo que aumenta en la dirección de movimiento longitudinal del

electrón para mantener la condición de resonancia ciclotrónica electrónica

$$\omega = \omega_c = \frac{e\mathbf{B}(z)}{\gamma m_e}. \quad (9)$$

2.3. Cavidades resonantes cilíndricas

Las cavidades resonantes se presentan como un sistema físico diseñado para almacenar y amplificar la energía de ondas electromagnéticas dentro de un espacio confinado. Estas estructuras huecas, delimitadas por paredes metálicas, pueden estar vacías o rellenas de un material dieléctrico. Las paredes conductoras de la cavidad actúan como espejos para las ondas electromagnéticas, reflejándolas repetidamente dentro de la cavidad. Este proceso de reflexión permite que ciertas ondas interfieran de manera constructiva, formando patrones específicos llamados modos de resonancia. Estos modos de resonancia son configuraciones estables donde las ondas se refuerzan mutuamente, creando lo que se conoce como ondas estacionarias. Para determinar los campos eléctricos y magnéticos de la onda se utilizan las ecuaciones de Maxwell y las condiciones de frontera de conductor perfecto [14],

$$E_{\parallel}|_s = 0, \quad B_{\perp}|_s = 0. \quad (10)$$

En particular, el campo de microondas empleado en esta tesis, responsable de acelerar los electrones, es el modo cilíndrico TE_{11P} con polarización lineal, y las expresiones matemáticas de cada una de las componentes del campo eléctrico y magnético, definidas en coordenadas cilíndricas,

están dadas por:

$$E_r^l = -\frac{2E_{0l}}{K_{\perp}r} J_1(K_{\perp}r) \sin \theta \sin(K_{\parallel}z) \sin \omega t \quad (11)$$

$$E_{\theta}^l = -2E_{0l} J_1'(K_{\perp}r) \cos \theta \sin(K_{\parallel}z) \sin \omega t \quad (12)$$

$$B_r^l = 2E_{0l} \frac{K_{\parallel}}{\omega} J_1'(K_{\perp}r) \cos \theta \cos(K_{\parallel}z) \cos \omega t \quad (13)$$

$$B_{\theta}^l = -\frac{2E_{0l}}{K_{\perp}r} \frac{K_{\parallel}}{\omega} J_1(K_{\perp}r) \sin \theta \cos(K_{\parallel}z) \cos \omega t \quad (14)$$

$$B_z^l = 2E_{0l} \frac{K_{\perp}}{\omega} J_1(K_{\perp}r) \cos \theta \sin(K_{\parallel}z) \cos \omega t \quad (15)$$

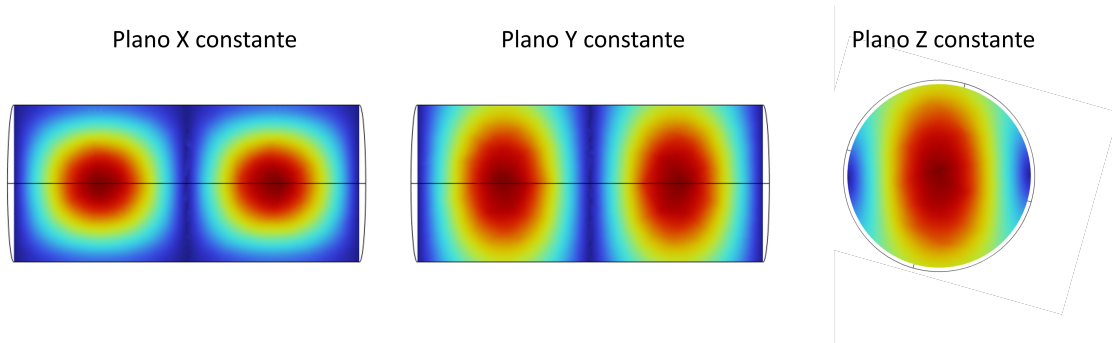


Figura 3

Intensidad del campo eléctrico para el modo TE_{112} .

donde $K_{\perp} = S_{11}/a$ con $S_{11} = 1,841$; $K_{\parallel} = p\pi/d$, d y a representan la longitud y radio de la cavidad, respectivamente. Además E_{0l} denota la máxima amplitud del campo eléctrico y

$$\omega = c \left(K_{\parallel}^2 + K_{\perp}^2 \right)^{1/2} \quad (16)$$

indica la frecuencia angular de la onda electromagnética. Cuando $(K_{\perp}r) < 1$ la función de Bessel se aproxima como $J(K_{\perp}r) \cong K_{\perp}r/2$, entonces las ecs. (11)-(15) representan una onda plana estacionaria polarizada linealmente.

2.3.1. Factor de calidad

Toda cavidad resonante real presenta pérdidas de energía, que están asociadas al calentamiento óhmico en las paredes, pérdidas dieléctricas y pérdidas de retorno a través de la vía de excitación, es decir, la potencia reflejada por el puerto de excitación, que no se queda en la cavidad sino que se pierde al ser reflejada de vuelta. Para cuantificar la eficiencia con la que la cavidad almacena energía, se define el factor de calidad Q [37]. Este parámetro adimensional se define como la relación entre la energía almacenada en el resonador y la energía disipada en un ciclo,

$$Q = 2\pi \frac{\langle U_{EM} \rangle}{\langle P_L \rangle T} = \omega \frac{\langle U_{EM} \rangle}{\langle P_L \rangle} \quad (17)$$

donde U_{EM} es la energía media almacenada por los campos electromagnético y P_L la potencia promedio de pérdida. Un valor de Q grande indica una menor tasa o razón de pérdida de energía, y las oscilaciones se disipan en un mayor periodo de tiempo [32]. Es posible redefinir el factor de calidad Q , como la relación entre la frecuencia de resonancia del sistema ω_0 y el ancho de banda $\Delta\omega$ que es ancho total a la mitad del máximo, como se muestra en la Figura 4,

$$Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega} \quad (18)$$

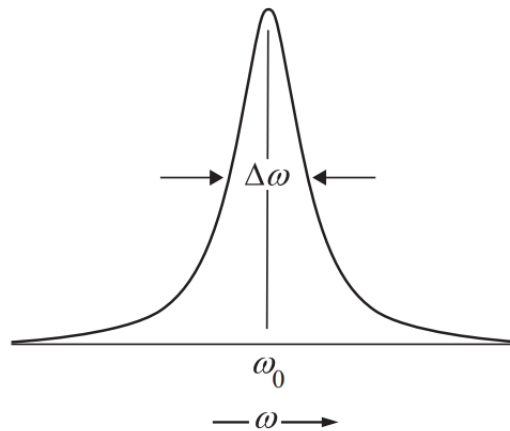


Figura 4

ω es el ancho en la mitad del máximo de la forma de línea de Lorentz de $|\hat{E}(\omega)|^2$ para un modo típico de una cavidad resonante con pérdidas. Tomado de: *Modern-electrodynamics* [37].

2.3.2. Parámetro-S

En la práctica, los circuitos de microondas se caracterizan habitualmente mediante los parámetros S, o parámetros de dispersión [28]. Estos parámetros adimensionales describen cómo las señales se transmiten y reflejan en sistemas como guías de onda y cavidades resonantes. Los parámetros S se definen como:

$$S_{ij} = \frac{V_i^-}{V_j^+}, \quad (19)$$

Donde los índices i y j representan los puertos, siendo V_i^- denota el voltaje reflejado en el puerto i y V_j^+ el voltaje incidente en el puerto j [30]. Este parámetro proporciona información sobre la reflexión y la transmisión de las ondas en cada puerto del dispositivo. En este caso, se trabajará con el parámetro S_{11} , que es el coeficiente de reflexión de la tensión en el puerto de entrada. Al reali-

zar un barrido paramétrico, este parámetro nos indicará para qué configuración es menor la onda reflejada, lo que nos permitirá determinar cuál configuración almacena mejor la onda incidente.

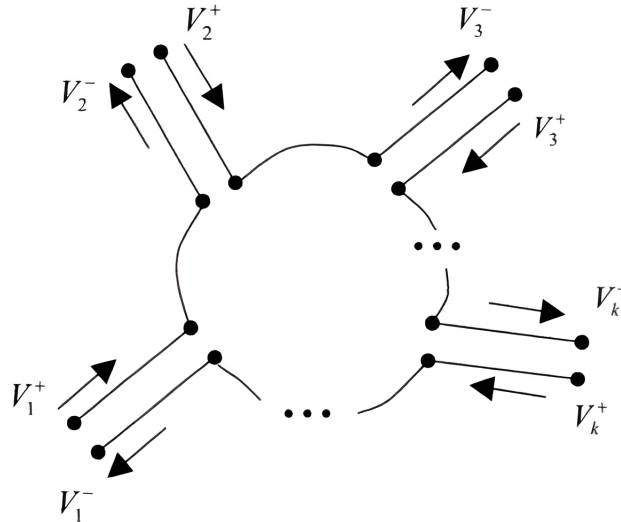


Figura 5

Ondas reflejadas e incidentes en una red de K puertos. Tomado de [28].

2.4. Esquema SARA

Una representación gráfica del esquema físico del mecanismo de aceleración SARA para la generación de rayos X, se presenta en la Figura 6, y consiste de una cavidad cilíndrica (1) (de un metal no magnético) en la cual se almacenará la energía de microondas en un modo TE_{11p} con polarización lineal. A la cavidad, se encuentra acoplada a una guía de ondas rectangular (3) por la cual viajarán las microondas en un modo rectangular TE_{10} , que provienen de un generador de microondas (4). Fuera de la cavidad se tienen las fuentes de campo magnético (2) (bobinas o imanes permanentes) que harán girar al electrón y mantendrán el régimen de aceleración a medida que los electrones se mueven. En un extremo de la cavidad se encuentra un cañón de electrones (7) el cual inyecta los

electrones que serán acelerados. Por último se tiene un blanco metálico no magnético, para que impacten los electrones acelerados, con el objetivo final de generar rayos X.

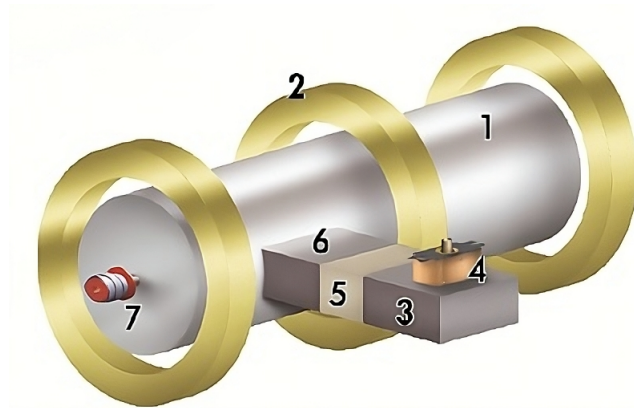


Figura 6

Esquema físico del sistema autoresonante: 1-cavidad, 2-sistema de bobinas magnéticas, 3-guía de onda, 4-magnetrón, 5-aislador de ferrita, 6-ventana, 7-pistola de electrones. Tomado de: [8]

Otros diseños de sistemas físicos han sido propuestos para estudiar el mecanismo SARA, por ejemplo, se ha propuesto y estudiado utilizar un modo cilíndrico TE_{11p} con polarización circular derecha [26], el cual puede ser excitado al emplear dos guías de ondas rectangulares, mutuamente perpendiculares con modos TE_{10} desfasados en $\frac{\pi}{2}$, de modo que en este esquema se asegure que el campo eléctrico de microondas acompañe el giro del electrón, garantizando una aceleración efectiva. Se muestra otra propuesta en la Figura 7, en la cual se excita un campo de microondas en una cavidad rectangular; [7] en particular se requieren modos TE_{10p} $P = (1, 2, 3, \dots)$ polarizados linealmente.

2.5. 1.5 AutoResonancia ciclotrónica espacial

En el esquema de aceleración SARA, los electrones con trayectorias helicoidales son acelerados a velocidades relativistas por el campo eléctrico de una onda EM confinada por una cavidad resonan-

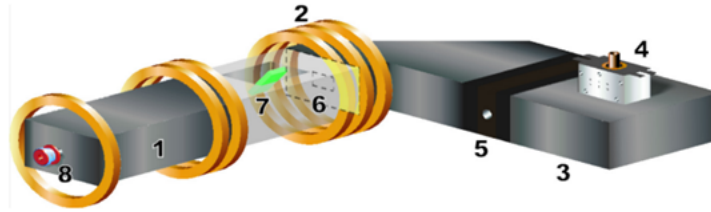


Figura 7

Esquema físico del sistema autoresonante con una cavidad rectangular: 1-cavidad, 2-bobinas de corriente, 3-guía de onda, 4-magnetrón, 5-aislador de ferrita, 6-ventana, 7-objetivo (metal no magnético), 8-pistola de electrones. Tomado de: [7]

te, donde la condición de resonancia ciclotrónica electrónica se mantiene a lo largo de la trayectoria del electrón debido al aumento en la magnitud del campo magnético externo, el cual es generado por bobinas externas. Dichos electrones son inyectados en un extremo de la cavidad resonante a bajas velocidades, y al llegar al otro extremo de la cavidad con altas velocidades, impactan en un blanco metálico, no magnético, generando rayos X con energías mayores a 200 keV.

En el 2008 se publicó uno de los primeros reportes de este esquema de aceleración, en el cual se presentó la simulación de la dinámica de un único electrón acelerado por una onda estacionaria TE_{102} de 2,45GHz con amplitud de $6kV/m$ confinada en una cavidad cilíndrica de radio 4,5cm y longitud 20cm, donde el campo magnético externo que sostiene la condición *ECR* fue generado por tres bobinas con corriente [6]. En este trabajo se logró identificar que la energía que alcanzan los electrones al final de su recorrido es del orden de 230keV con pequeñas variaciones que surgen de la energía inicial de la partícula (ver Figura 8.a); e incluso, se identificó un limitante en la aceleración, debido a la fuerza diamagnética que resulta de la propia inhomogeneidad del campo magnético externo. La conclusión principal de este reporte, es la viabilidad del esquema de aceleración para el desarrollo de fuentes de radiación.

En un estudio posterior, se analizó la influencia del campo autoconsistente producido por un haz de electrones en condiciones de aceleración *SARA* a través de simulaciones basadas en el método de Particle-In-Cell. Un modelo numérico muy apropiado para estudiar el efecto de la carga espacial del propio haz [10]. Estos códigos fueron desarrollados por los propios autores. En este estudio numérico se consideró una cavidad cilíndrica en la cual se excitó el modo TE_{112} con polarización circular a derecha, y así garantizar que los electrones estén el mayor tiempo posible en la banda de aceleración. La trayectoria y energía del haz se obtuvieron al resolver numéricamente la ecuación de Newton-Lorentz relativista usando el método de Boris. Los resultados numéricos evidencian que se logró acelerar los electrones desde los $10keV$ hasta los $196keV$: Dichas simulaciones se realizaron para diferentes corrientes del haz al variar la densidad electrónica. En los resultados se encontraron las condiciones óptimas para acelerar un haz de electrones (sin efectos de dispersión de energía o des-focalización) en condiciones *SARA* si el perfil de campo magnético se elige correctamente.

Años más tarde se realizaron simulaciones autoconsistente de un haz de electrones acelerado según el esquema *SARA* con el fin de validar la generación de rayos X empleado el modo rectangular TE_{102} en una cavidad con dimensiones $L_x = 7,74cm$, $L_y = 3,82cm$ y $L_z = 20cm$; donde el haz de electrones de $0,5A$ se inyecta con una energía inicial de $12keV$, la amplitud reportada del campo eléctrico confinado en la cavidad es de $14kV/cm$, y bajo estas condiciones se logró identificar que los electrones pueden alcanzar energías de $225keV$ antes de chocar con el blanco metálico; la cual es energía suficiente para generar rayos X fuertes [7]. Este trabajo en particular resalta la viabilidad del esquema de aceleración a través de modos polarizados linealmente, los cuales se

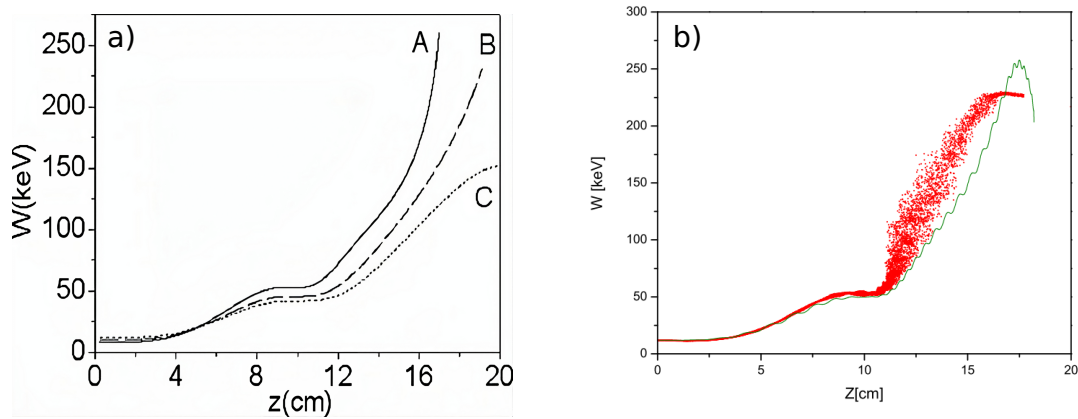


Figura 8

Evolución espacial de la energía de las partículas aceleradas bajo el esquema SARA. a) Dinámica de un electrón a diferentes energías iniciales, excitado por un modo cilíndrico con polarización circular: (A) $W_i = 8\text{keV}$, (B) $W_i = 10\text{keV}$, (C) $W_i = 12\text{keV}$. Dinámica de un electrón en aproximación de partícula simple (línea verde) y dinámica autoconsistente de una haz electrónico (puntos rojos), usando una onda electromagnética TE_{10p} en cavidad rectangular polarizada linealmente. Tomado de: [6, 7]

pueden entender como la superposición de dos ondas polarizadas circularmente: una a derecha y otra a izquierda, donde la componente derecha es la encargada de acelerar el electrón, mientras la otra componente no influye significativamente en la dinámica; tan solo incorpora unas pequeñas oscilaciones en todo el proceso, tal como se observa en la Figura 8b. Posteriormente, se simuló la dinámica relativista de un electrón acelerado por un modo cilíndrico TE_{113} en condiciones de aceleración SARA [36]. En las simulaciones numéricas se estudió la evolución de la energía del electrón para diferentes energías de inyección y diferentes intensidades de campo eléctrico, encontrando que un electrón inyectado con una energía inicial de 20keV alcanzaba una energía final cercana a los 300keV , esto es un 30% más grande que el obtenido en estudios previos usando un modo TE_{112} .

En un estudio reciente se propuso que el campo magnético externo sea generado por un sistema

de anillos magnéticos, con el fin de ahorrar energía y la posibilidad generar rayos X en espacios mas compactos [24]. El campo magnetostático generado por los imanes (ver Figura 9) se calculó a través de la ley de Biot-Savart a partir de las corrientes de magnetización . Dicho campo se puso a prueba al simular la dinámica de electrones en aproximación de partícula simple sometido además por una onda estacionaria TE_{102} de $2,45GHz$ con amplitud de $7kV/m$; logrando identificar que es posible acelerar el haz de electrones a valores de $250keV$, y así poder reemplazar las bobinas de corriente por anillos magnéticos.

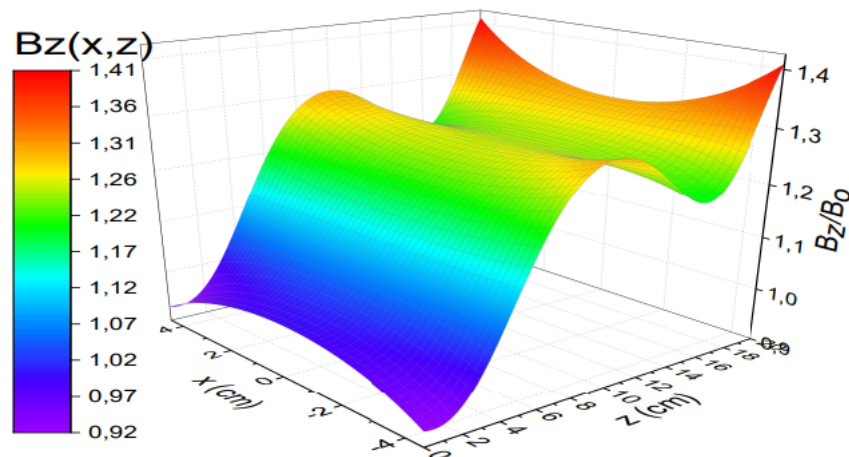


Figura 9

Perfil de campo magnético producido por un sistema de anillos magnéticos en el plano $y = 0$. Tomada de: [24]

Actualmente se sigue estudiando tanto analíticamente como numéricamente esquemas de aceleración en cavidades resonantes afectadas por campos magnéticos no homogéneos. A principios de este año (2024), se publicaron resultados de un estudio analítico la aceleración auto-resonante de un electrón por un modo circular rotatorio TM_{110} [25]. Utilizando un campo eléctrico de $8GHz$ con amplitud de $20kV/cm$, se estudio la dinámica de un electrón con un campo magnético: uniforme,

lineal y uno que mantuviera la resonancia exacta. Se encontró para los dos últimos casos que un electrón con una energía inicial de 30KeV alcanzó energías por encima de los 200KeV .

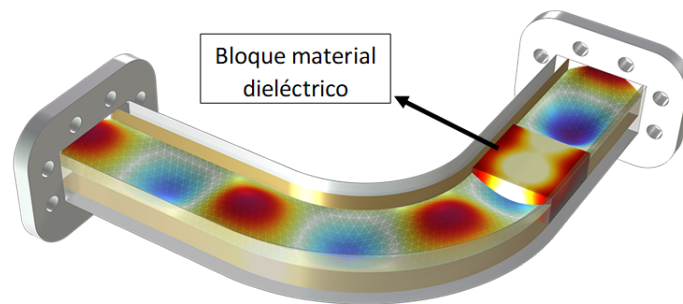
3. COMSOL multiphysics

3.1. Introducción a COMSOL

COMSOL multiphysics es un software de simulación numérica comercial ampliamente utilizado en diversos campos científicos e ingenieriles, ya que permite resolver sistemas complejos de diversas disciplinas, como la mecánica de sólidos, transferencia de calor, electromagnetismo, entre otras [31]. Su fortaleza radica en la posibilidad de modelar diversos fenómenos físicos acoplados, permitiendo así un análisis más completo y realista de los sistemas bajo estudio. Por ejemplo, en el caso de analizar el flujo de calor a través de un material conductor expuesto a un campo electromagnético, COMSOL Multiphysics facilita la simulación simultánea de ambos fenómenos, capturando así la interacción entre ellos y proporcionando una descripción más precisa del comportamiento del sistema.

Este software dispone de una interfaz gráfica intuitiva y fácil de usar, diseñada para facilitar la creación de modelos complejos. Permite al usuario definir geometrías complejas, especificar condiciones de contorno y establecer las propiedades de los materiales empleados en la simulación. Adicionalmente, COMSOL Multiphysics cuenta con una amplia biblioteca de materiales y propiedades físicas predefinidas, lo que agiliza el proceso de modelado y reduce la necesidad de ingresar datos manualmente [38].

COMSOL Multiphysics es altamente flexible y permite adaptar los modelos de simulación a las

**Figura 10**

Una guía de ondas curva con un bloque dieléctrico hecho de propiedades materiales que dependen de la temperatura. El modelo muestra cómo el conjunto se calienta con el tiempo debido a pérdidas electromagnéticas y obtiene la temperatura en estado estacionario. Tomado de: COMSOL.

necesidades específicas de cada sistema. Esta flexibilidad se manifiesta en la capacidad de definir ecuaciones personalizadas por el usuario, así como controlar el tamaño de la malla. Una característica destacable es la visualización en tiempo real de los resultados de la simulación. Esto permite al usuario observar el comportamiento del sistema modelado a medida que se ejecutan los cálculos, facilitando la identificación de posibles errores o áreas que requieren ajustes en el modelo. Para la optimización de parámetros, COMSOL facilita la búsqueda de los valores óptimos, tanto de diseño como físicos, mediante barridos paramétricos, propensando así al mejoramiento y al rendimiento del sistema.

Además, este software ofrece una amplia gama de herramientas de post procesamiento que permiten visualizar los resultados esenciales; lo que facilita la interpretación de los datos y la toma de decisiones informadas. Esto incluye gráficos 2D y 3D, trazados de curvas, animaciones y la

capacidad de exportar datos en diversos formatos. Estas funcionalidades hacen de COMSOL una herramienta versátil y muy utilizada en una amplia gama de situaciones en el campo científico y las ingenierías.

3.2. Método de elementos finitos *MEF*

En los campos de la ciencia y la ingeniería, una gran variedad de fenómenos físicos describen su comportamiento en el espacio y su evolución en el tiempo mediante ecuaciones diferenciales parciales (*EDP*). No obstante, para la mayoría de las geometrías y situaciones prácticas, estas ecuaciones no admiten soluciones analíticas directas, lo que implica la necesidad de recurrir a métodos numéricos para encontrar la solución aproximada. El método de elementos finitos (*MEF*), desarrollado originalmente por ingenieros estructurales [16], destaca como una técnica ampliamente empleada para aproximar soluciones de problemas descritos por ecuaciones diferenciales parciales sobre geometrías complejas. Es por ello que COMSOL utiliza este método en particular, *MEF*, para simular una variedad de fenómenos.

El primer paso de este método consiste en la discretización espacial, que implica segmentar o subdividir del dominio espacial del sistema físico en partes más pequeñas. Estos pequeños segmentos son denominados elementos finitos, cuyas formas geométricas suelen ser polígonos irregulares; y así, toda la información del sistema se reconstruye mediante una malla en una, dos o tres dimensiones (1D, 2D, 3D) según sea el caso o necesidad del modelado y simulación. En la Figura 11, los elementos están distribuidos de manera uniforme sobre el eje x , aunque también se pueden establecer elementos más pequeños donde el gradiente de la función u sea más grande, con el objetivo de mejorar la precisión del resultado final, capturando así, más información en dichas zonas de alta

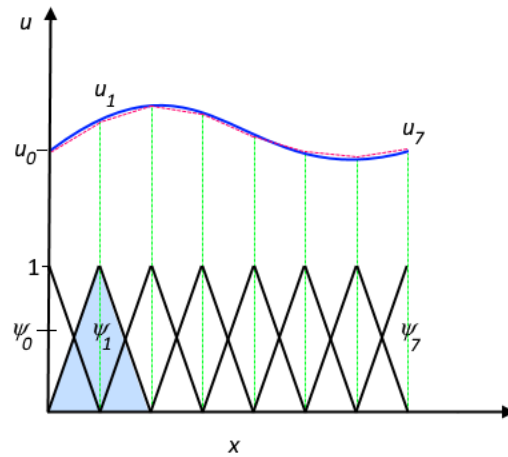


Figura 11

La función u (línea azul continua) se aproxima con u_h (línea roja discontinua), que es una combinación lineal de funciones de base lineal (ψ_i está representada por líneas negras continuas). Los coeficientes se denotan por u_0 a u_7 . Tomado y adaptado de: COMSOL[3].

variación. Un ejemplo de esto se muestra en la Figura 12. Una vez definida la malla, se establecen las *EDP* que describen el comportamiento del sistema físico en estudio. Utilizando funciones de interpolación se aproxima una solución para cada elemento finito. Por ejemplo, una variable dependiente de una *EDP*, representada como u , se aproxima mediante una función u_h que se expresa como la combinación lineal de funciones base ψ_i , como se ejemplifica a continuación:

$$u \approx u_h = \sum_i u_i \psi_i, \quad (20)$$

donde u_i denota los coeficientes de la función que aproximan u con u_h . Las funciones base se construyen generalmente utilizando polinomios de Lagrange. El orden del polinomio elegido determina la complejidad de la función base y, en consecuencia, la precisión de la solución numérica. Estas funciones base permiten discretizar las ecuaciones diferenciales parciales que gobiernan el pro-

blema físico, transformándolas en un sistema de ecuaciones algebraicas para problemas estáticos o en ecuaciones diferenciales ordinarias para problemas dinámicos. La resolución del sistema de ecuaciones discretizado implica la construcción de una matriz de rigidez que encapsula las contribuciones de cada elemento finito al comportamiento global del sistema, y un vector de carga que incorpora las fuerzas externas aplicadas. Seguido a esto, se aplican las condiciones de contorno y otras restricciones pertinentes en la malla, para finalmente resolver el sistema de ecuaciones algebraicas y así obtener la solución en cada nodo o puntos de la malla. Posteriormente, se lleva a cabo un proceso de post procesamiento para obtener los resultados finales del problema en cuestión.

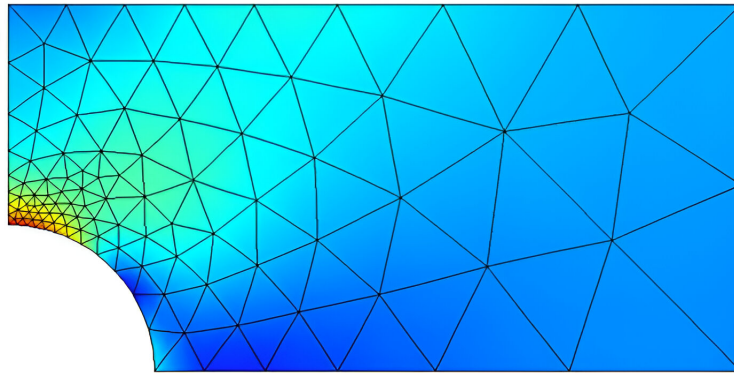


Figura 12

Malla adaptativa en una placa con un agujero, donde los tamaños de los elementos varían de manera no uniforme para concentrarse en las regiones de interés. Tomado de: COMSOL[3]

3.3. Simulación del esquema SARA usando COMSOL Multiphysics

Para llevar a cabo un análisis del diseño del sistema físico del mecanismo de aceleración SARA utilizando la herramienta COMSOL multiphysics, es fundamental identificar los módulos que permitan simular la excitación tanto del campo de microondas en la cavidad cilíndrica resonante como el campo magnético producido por las bobinas. Dichos módulos son: *i)* el módulo de Radio Fre-

cuencias, el cual se emplea para la excitación y descripción de la onda EM; y *ii*) el módulo AC/DC, utilizado para calcular el campo magnético generado por las bobinas y el seguimiento de partículas. Estos dos módulos se complementan y conforman la herramienta fundamental para estudiar tanto la física del sistema así como aspectos fundamentales del diseño en una primera aproximación.

3.3.1. Módulo de Radio Frecuencia (RF)

El Módulo de radio frecuencias de COMSOL Multiphysics es una herramienta fundamental para el análisis y diseño de sistemas de alta frecuencia, donde la longitud de onda es comparable con el tamaño del sistema. Esta interfaz proporciona un entorno versátil que permite modelar campos electromagnéticos tanto transitorios como armónicos a lo largo del tiempo, lo que facilita obtener una caracterización precisa de los campos presentes en el sistema. Entre sus capacidades destaca la optimización de diseños, explorando efectos como la propagación de ondas electromagnéticas. Al trabajar con microondas es importante considerar el calentamiento, por lo que la interfaz incluye una funcionalidad totalmente integrada para la potencia Óhmica disipada en las paredes internas de la cavidad debido a las corrientes superficiales inducidas.

Las ecuaciones que describen los campos electromagnéticos se fundamentan en las ecuaciones de Maxwell. En este contexto, la *EDP* fundamental que requiere solución es la ecuación de onda electromagnética. Esta ecuación describe la propagación de los campos eléctricos y magnéticos en el espacio. En su forma más general, la ecuación de onda de la componente eléctrica de la onda electromagnética se expresa como:

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = \mu \sigma \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \mu \mathbf{J} \quad (21)$$

donde \mathbf{E} es el campo eléctrico, μ , ϵ , σ y \mathbf{J} representan la permeabilidad magnética, la permitividad eléctrica y la conductividad eléctrica del medio, así como la densidad de corriente respectivamente. Para estudiar este sistema, se utilizará la interfaz de Ondas Electromagnéticas en el Dominio de la Frecuencia (*emw*), dado que las distribuciones de campos electromagnéticos se caracterizan por ser armónicas en el tiempo. De este modo la interfaz proporcionará una solución a la ecuación de onda armónica en el tiempo para el campo eléctrico,

$$\nabla \times \mu_r^{-1}(\nabla \times \mathbf{E}) - k_0^2 \left(\epsilon_r - \frac{j\sigma}{\omega\epsilon_0} \right) \mathbf{E} = \mathbf{0}, \quad (22)$$

donde ω es la frecuencia de la onda, permitiendo así un análisis detallado y preciso de los fenómenos electromagnéticos bajo estudio. En particular, en este trabajo se realizaron dos estudios fundamentales: inicialmente se utilizó el estudio de frecuencia propia, el cual permite encontrar frecuencias de resonancia y modos propios asociados en cavidades resonantes. De este forma se encontró la frecuencia que debe tener la onda con la que se excita la cavidad para formar el modo deseado y un mecanismo de excitación específico. Posteriormente, se empleó el estudio de dominio de la frecuencia, el cual permite calcular la respuesta de un modelo lineal o linealizado, sujeto a una excitación armónica para una o varias frecuencias. Se procedió a excitar la cavidad cilíndrica a la frecuencia encontrada en el paso previo mediante una guía de onda rectangular acoplada. Empleando un barrido paramétrico sobre los parámetros geométricos de la guía, se determinaron los valores en los que hay una mejor excitación del modo deseado en el interior de la cavidad. Por último, aprovechando la flexibilidad de COMSOL, se incorporó una sección cónica a la guía de

onda para evaluar su efecto en el sistema. Los respectivos detalles y resultados se encuentran en el siguiente capítulo.

3.3.2. AC/DC

El módulo *AC/DC* se emplea para la evaluación de los campos eléctricos y magnéticos en sistemas estáticos (corriente continua) y de baja frecuencia (corriente alterna). En esencia, esta interfaz física permite modelar cualquier circuito electromagnético, abarcando desde condensadores hasta motores, proporcionando así una representación detallada de los campos magnéticos y eléctricos implicados. Además, su interfaz permite el análisis de las trayectorias de partículas cargadas en presencia de fuerzas electromagnéticas tanto en el régimen de bajas velocidades respecto a la luz, como en el régimen relativista.

En este trabajo se empleó la interfaz de campos magnéticos (*mf*), la cual permite el cálculo del campo magnético generado por bobinas e imanes. Esta interfaz física resuelve las ecuaciones de Maxwell,

$$\begin{aligned}\nabla \times \mathbf{H} &= \mathbf{J} \\ \mathbf{B} &= \nabla \times \mathbf{A} \\ \mathbf{J} &= \sigma \mathbf{E} + \mathbf{J}_e\end{aligned}\tag{23}$$

donde \mathbf{A} es el vector potencial magnético, \mathbf{H} el vector de intensidad de campo magnético y σ la conductividad. Para este esquema, se modelaron las bobinas, aprovechando la capacidad de la interfaz para representar explícitamente el tipo de bobina, la distribución precisa de corriente dentro de cada cable y el número de vueltas. De esta manera, la densidad de corriente de las bobinas se

determinará a partir de

$$\mathbf{J}_e = \frac{NI_{\text{coil}}}{A} \quad (24)$$

donde N , I_{coil} , A representan el numero de vueltas, la corriente y el área de las bobinas respectivamente. Dado que la corriente que atraviesa estas bobinas es constante, se aplicará un estudio estacionario para determinar el campo magnético generado por las bobinas. Este campo magnético debe tener un perfil específico para mantener la condición de resonancia, tomando como referencia el obtenido en trabajos anteriores. Finalmente se realizará la simulación de la dinámica de las partículas bajo la influencia de fuerzas electromagnéticas, la cual se rige bajo la siguiente ecuación,

$$\frac{d(\gamma m_p \mathbf{v})}{dt} = \mathbf{F}_T, \quad \gamma = (1 - v^2/c^2)^{-1/2}, \quad (25)$$

donde \mathbf{F}_T representa la fuerza total e incluye las correcciones relativistas con el factor γ , ya que se espera que la partícula experimente aceleraciones en la que podría alcanzar velocidades comparables a la de la luz. Gracias a la capacidad de COMSOL para acoplar diferentes fenómenos físicos, se llevará a cabo un estudio dependiente del tiempo en el cual se simulará la trayectoria de la partícula inyectada bajo los efectos de la onda electromagnética generada por la interfaz *emw* y un campo magnético obtenido mediante la interfaz de *mf*. En este estudio, se visualiza la trayectoria y la velocidad de la partícula, acelerada hasta alcanzar energías suficientes que permitan la generación de rayos X.

4. Resultados

4.1. Diseño 1

El diseño del mecanismo *SARA* mediante COMSOL se abordó en tres fases: i) Excitación óptima de la cavidad cilíndrica, acoplada a una guía de ondas rectangular; ii) Generación de un campo magnético que mantenga las condiciones de resonancia, utilizando bobinas con corriente y; iii) Simulación de la dinámica relativista de un electrón afectado por los campos en aproximación de partícula simple. Como punto de partida se utilizaron parámetros que se emplearon en trabajos previos, tal como sigue.

Para la primera fase del diseño, se tomó como referencia la cavidad cilíndrica utilizada en el artículo [7], con un radio de $4,54\text{cm}$ y una longitud de 20cm , excitada en el modo TE_{112} . Utilizando cobre como material para las paredes de la cavidad, se buscó la frecuencia de resonancia en la que se excitará el modo deseado. Para ello, se empleó la interfaz *emw* del módulo de *RF*. Mediante un estudio de frecuencias propias, se determinaron las frecuencia de resonancia para diversos modos, como se muestra en la Figura 13. El modo TE_{112} que se busca presentó una frecuencia de resonancia o de excitación en $2,44\text{GHz}$, diferente al $2,45\text{GHz}$ utilizados en trabajos previos. Los modos se representan por un máximo en la amplitud del campo, indicado por el color rojo. La intensidad del campo se da en unidades arbitrarias, ya que el módulo se enfoca únicamente en los modos que pueden existir en la cavidad.

Una vez establecida la frecuencia de la onda, se procedió a determinar los parámetros geométricos

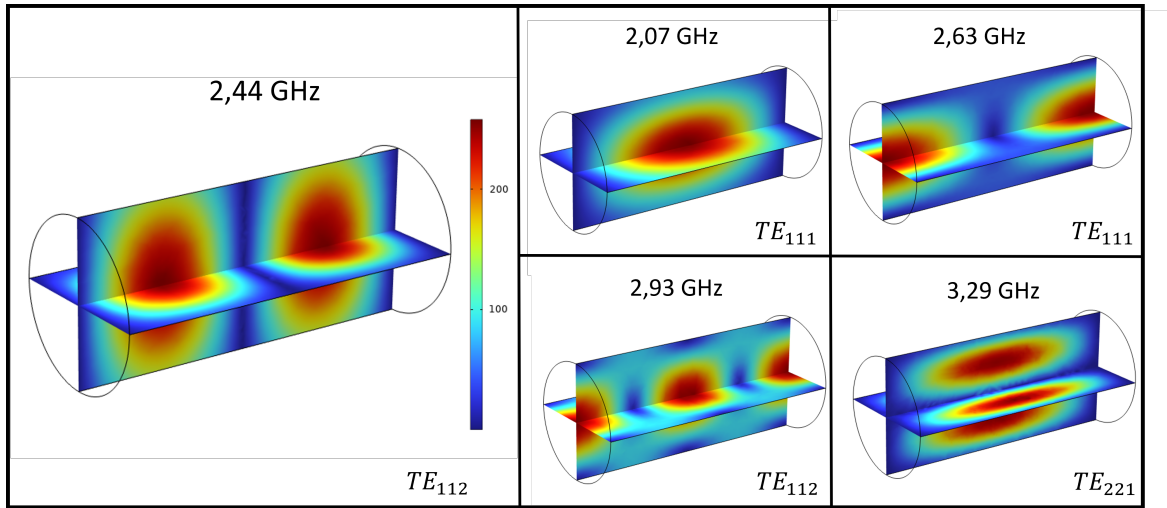


Figura 13

Modos excitados en la cavidad cilíndrica de 4,54cm de radio y 20cm de longitud con su respectiva frecuencia.

de la guía que garantizarían una excitación óptima del modo TE_{112} en el interior de la cavidad, tal que el campo eléctrico dentro de la cavidad se encuentre del orden de $10^6 V/m$, con una potencia de entrada en el puerto de la guía de $2kW$. En la Figura 14 se observa la malla utilizada para las simulaciones, esta se definió teniendo en cuenta las recomendaciones del módulo de RF de COMSOL, limitando el tamaño máximo de los elementos de la malla en la cavidad a una fracción de la longitud de onda, definiendo así un tamaño máximo de malla de $0,5cm$, es decir un veinteavo de la longitud de onda.

Se construyó una guía de ondas con un largo de $10cm$ y un alto de $1cm$, acoplada a la cavidad en la posición central $z = 5mm$, y se llevó a cabo un estudio en el dominio de la frecuencia, en el que se realizaron múltiples simulaciones variando el ancho de la guía, entre 7 y $10cm$ (barrido paramétrico) y así identificar el ancho que mejor excitación produce. Se encontró que para todos

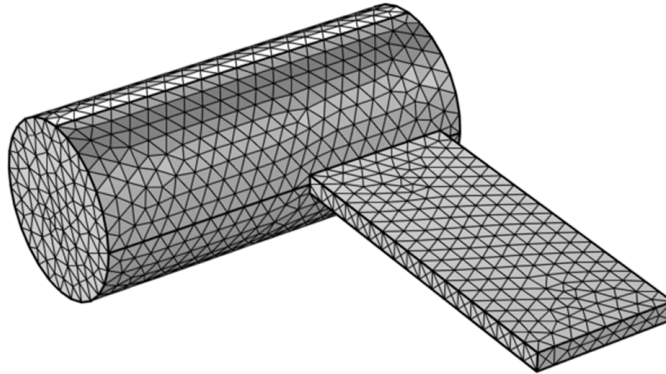


Figura 14

Mallado el sistema de simulación: guía de ondas rectangular acoplada a una cavidad cilíndrica.

los anchos de guía evaluados, el campo eléctrico dentro de la cavidad alcanzó valores del orden de $\sim 1 \times 10^5 V/m$. La máxima amplitud del campo se obtuvo con una guía de $8cm$ de ancho, la cual se presenta en la Figura 15, en la que se puede apreciar que es más intenso el campo en la misma guía que ha de excitar al modo que el campo de microondas confinado en la cavidad cilíndrica. Esto manifiesta que este sistema de excitación no es muy apropiado desde un punto de vista práctico, pues la idea fundamental es que en el interior de la cavidad el campo de microondas sea amplificado.

Como primera medida se variaron ligeramente los valores del radio y largo de la cavidad, así como la altura y longitud de la guía, pero no se logró identificar mejoras significativas en el campo eléctrico excitado, razón por la cual se exploró la modificación en la forma geométrica de la guía de ondas. Esta modificación consistió en reducir el ancho en el acople entre la guía y la cavidad, de modo que se tenga una guía de onda cónica rectangular. Fijando un ancho de $7,6cm$ en el inicio

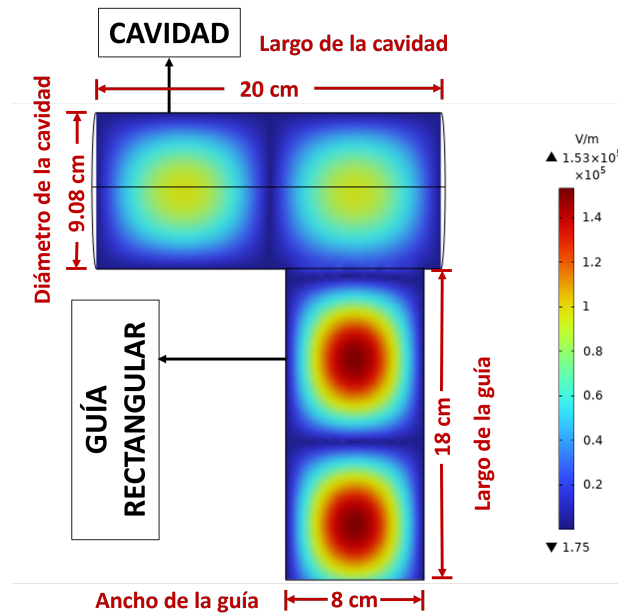


Figura 15

Mapa de color asociado al campo eléctrico excitado en la cavidad por la guía de ondas rectangular de 8cm de ancho.

de la guía, se realizó un barrido paramétrico para determinar el largo óptimo de la sección cónica y el ancho del acople. En particular, las simulaciones mostraron que para una longitud de la sección cónica dada, existe un ancho de acople óptimo que excita adecuadamente la cavidad, obteniendo amplitudes del campo deseadas, cercanas a $1,0 \times 10^6 V/m$; sin embargo, las simulaciones también arrojaron, que para longitudes entre 10 a 12cm, la amplitud del campo en la cavidad era ligeramente mayor $\sim 1,2 \times 10^6 V/m$. En la Figura 16.a, se muestra el comportamiento del parámetro S_{11} como función del ancho del acople, manteniendo un largo fijo de 10cm en la sección cónica. En este caso, se observa que con un ancho del acople alrededor de 3,1cm se obtiene el valor más pequeño del parámetro S_{11} , indicando que con dicho valor, se obtiene la mejor excitación posible. Con esta configuración, el campo eléctrico alcanza valores cercanos a $1,2 \times 10^6 V/m$, tal como se observa

en la Figura 16.b. Es importante destacar que, tras realizar múltiples simulaciones, se observó que para diferentes anchos iniciales de guía, existía una configuración específica en la sección cónica que permitía alcanzar los valores deseados del campo eléctrico.

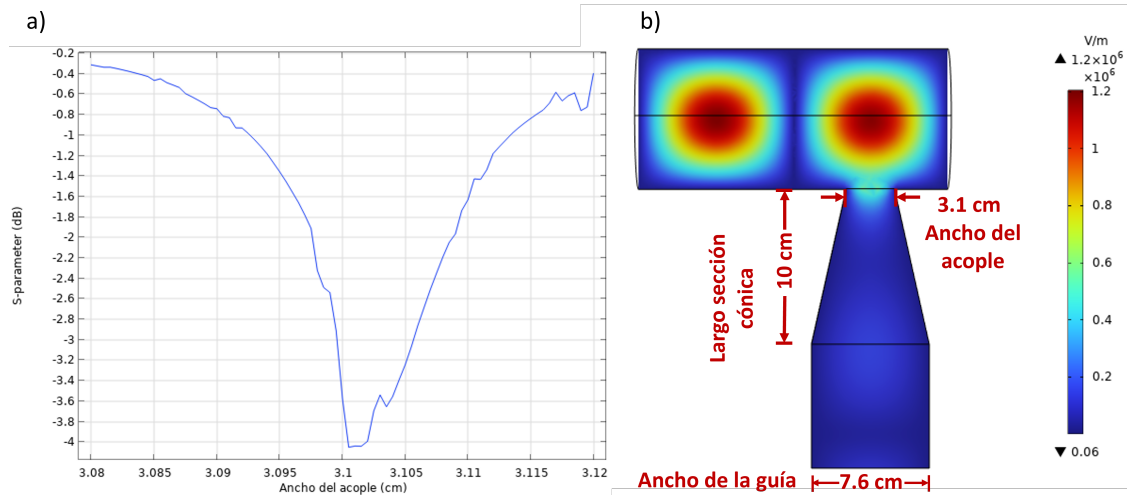
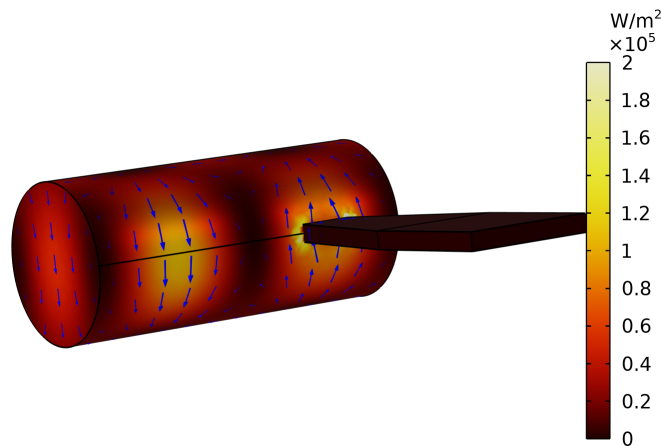


Figura 16

a) Parámetro S_{11} obtenido del barrido paramétrico para diferentes anchos del acople. b) Mapa de colores del campo eléctrico utilizando una guía de onda rectangular de 7,6cm de ancho, largo en la sección cónica de 10cm y ancho del acople de 3,1cm.

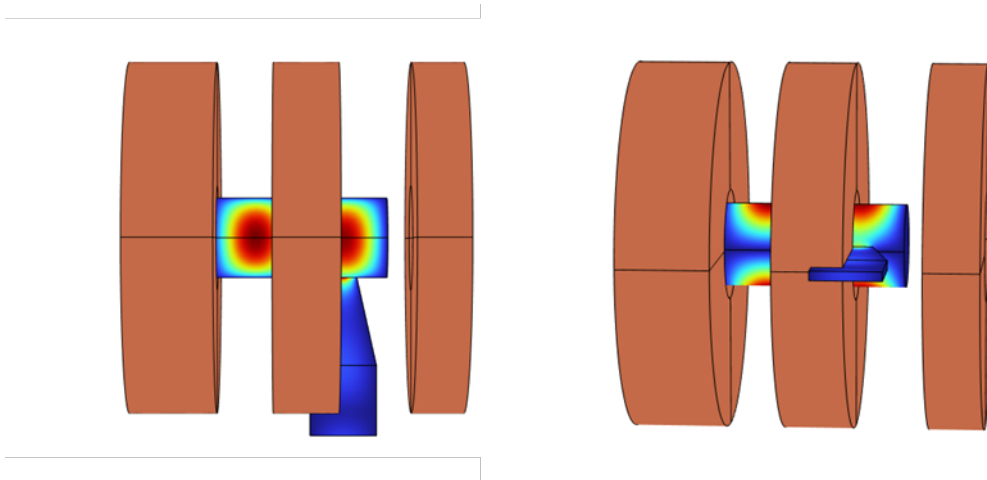
Para esta configuración, se determinó que variando el ancho del acople entre 3,096 y 3,112cm se lograba una excitación óptima; sin embargo, cualquier variación en los parámetros de la cavidad o la guía de onda resultaba en la pérdida de los valores óptimos alcanzados. Por otra parte, además de la excitación, mediante la interfaz RF se investigaron las pérdidas en la superficie debido al calentamiento de la cavidad. En la Figura 17 se observa que en las zonas donde la amplitud del campo eléctrico es más intenso, también son mayores las pérdidas. De igual forma se halló el factor de calidad definido en la Ecuación (4) de este sistema, que resultó ser $Q = 26978$, lo cual indica una alta eficiencia en el almacenamiento de energía.

**Figura 17**

Mapeo de las pérdidas asociadas al material: corrientes superficiales (flechas azules).

Para la segunda fase, se utilizó la interfaz *mf* del módulo *AC/DC*. Tomando como referencia el artículo [6], en el cual se especifican las dimensiones, posiciones y densidad de corriente de tres bobinas para generar el campo magnético necesario para mantener las condiciones de aceleración de los electrones. En la Figura 18, se muestra la construcción de las bobinas en el sistema. Sin embargo, se encontró que las bobinas no dejaban espacio disponible para incorporar la guía de onda, siendo esto un fallo en el diseño de trabajos anteriores, rescatando que dichos trabajos no se enfocaban propiamente en este aspecto, sino en establecer el campo electromagnético que garantizara la aceleración de los electrones. Por lo tanto, fue necesario ajustar las posiciones de las bobinas para permitir la incorporación de la guía de onda en el diseño del sistema físico.

Manteniendo constante el radio interno de $6cm$ y el externo de $20cm$ de las bobinas, se identificó que sería más práctico acoplar la guía de ondas en la posición $z = 15cm$ y con base en esto, cambiar la posición y ancho de las bobinas. Una vez construida las bobinas y la cavidad, se determinó

**Figura 18**

Representación de la distribución de las bobinas según trabajos previos tomados como referencia.

el campo magnético resultante a través de un estudio estático. Sin embargo, debido a los ajustes realizados, el campo magnético no presentaba un perfil similar al del artículo de referencia. Por lo tanto, fue necesario realizar ajustes adicionales. De este modo, se llevó a cabo un barrido paramétrico variando la corriente de las bobinas con el fin de encontrar un perfil similar al de los estudios anteriores. En la Figura 19 se muestran el perfil de campo magnético al rededor de las bobinas, así como el perfil de campo magnético a lo largo del eje-z en el interior de la cavidad, tanto del perfil de referencia, como el perfil óptimo (el que mejor aceleración permitió) estimado con COMSOL.

Una vez definidos los parámetros para la excitación de la cavidad y de las bobinas se procedió con la última fase: la simulación de la dinámica del electrón. El rastro de la partícula se realizó bajo el régimen relativista y se definieron las características de la partícula, en este caso, un electrón. Se especificaron los campos con los que la partícula interactuaría: el campo de microondas y el campo magnético generado por las bobinas. El electrón se inyectó en la cavidad en $z = 0$ y $r_0 = 0$ con

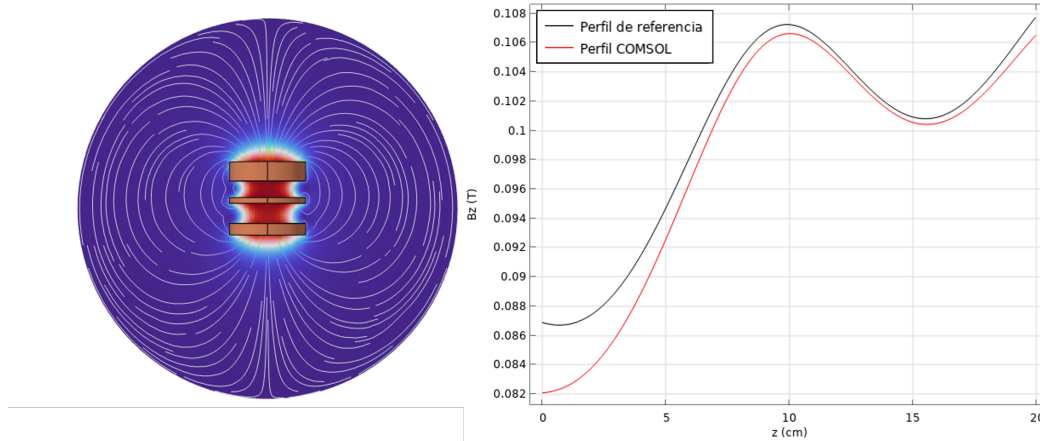


Figura 19

Bobinas, líneas de campo y perfil de campo magnético a lo largo del eje z generado por la bobinas: perfil de referencia, similar al artículo [6] (negro), y perfil COMSOL, con el que se logró la máxima aceleración (rojo) generado con los parámetros de la Tabla 1.

una energía inicial de $E_0 = 10keV$. Para acoplar las físicas, se creó un estudio con tres pasos: en el primero se excita la cavidad, en el segundo se genera el campo magnético de las bobinas y, por último, mediante un estudio dependiente del tiempo con un paso de tiempo de $\Delta t = 2\pi/50w_c$ se determina la trayectoria de las partículas. En la Figura 20 se graficó la trayectoria de la partícula y la energía en función de la posición z y se observa que el electrón describe una trayectoria helicoidal cuyo radio aumentaba debido a la aceleración producida debido al sostenimiento de la condición de resonancia ciclotrónica; sin embargo, este electrón impacta con la pared cilíndrica de la cavidad antes de llegar al extremo final ($z = 20cm$), lugar donde se podría acoplar un sistema que permita transformar la energía de los electrones acelerados en Rayos X.

Para lograr que el electrón alcanzara la tapa de la cavidad cilíndrica, se ajustó la corriente de las bobinas y se simuló su trayectoria. Al incrementar la corriente de las bobinas, se observó que cerca a la posición de $z = 15cm$ el electrón se devolvía a la posición de inyección por el

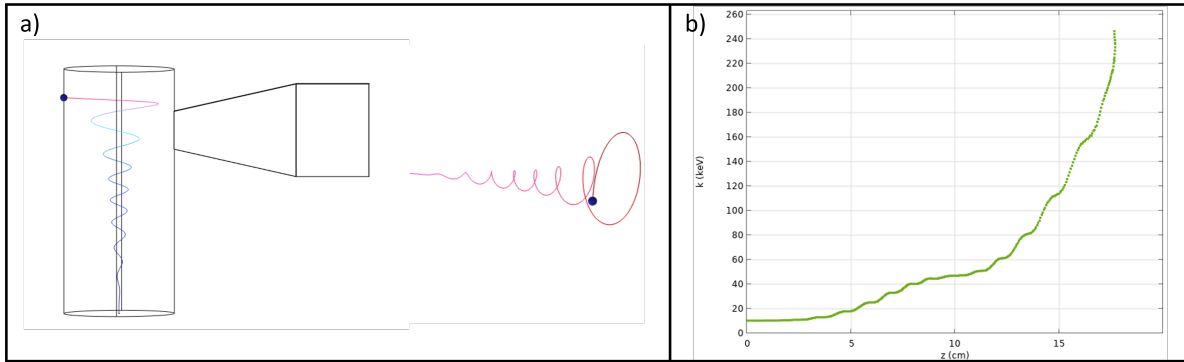


Figura 20

Dinámica del electrón acelerado con el perfil de campo magnético de referencia, Figura 19, inyectado con una energía inicial de $E_0 = 10\text{keV}$, en $r_0 = 0,0\text{cm}$, a) mostrando un choque en $z = 17\text{cm}$ con la cavidad cilíndrica, y b) su respectiva evolución energética espacial.

efecto diamagnético generado por la propia inhomogeneidad del campo magnético, incluso, en algunos casos el electrón impactaba nuevamente contra las paredes de la cavidad. Por el contrario, al disminuir la corriente, el electrón mantenía una trayectoria helicoidal hasta llegar a la tapa de la cavidad cilíndrica. Después de múltiples simulaciones, se identificaron los parámetros que se muestran en la Tabla 1,

Bobina	$r_i(\text{cm})$	$r_e(\text{cm})$	$L_b(\text{cm})$	$I(\text{A})$	N	$J(\text{A}/\text{mm}^2)$	$z(\text{cm})$
1	6	20	6	11.56	1000	1.37	-5.75
2	6	20	3	12.62	1000	3.00	9.25
3	6	20	10	18.21	1000	1.30	22.5

Tabla 1

Parámetros del sistema de bobinas con las que se obtuvo el perfil de campo magnético rojo.

donde r_i , r_e , L_b y z representan el radio interno, el radio externo, el ancho y la posición de cada bobina respectivamente. I , N J representan la corriente de las bobinas, el numero de vueltas y la densidad de corriente respectivamente. Con esta configuración se logró la trayectoria que se muestra en la Figura 21 en la cual el radio de giro aumenta progresivamente, permitiendo que el

electrón se acelere hasta alcanzar energías al rededor de los 260keV .

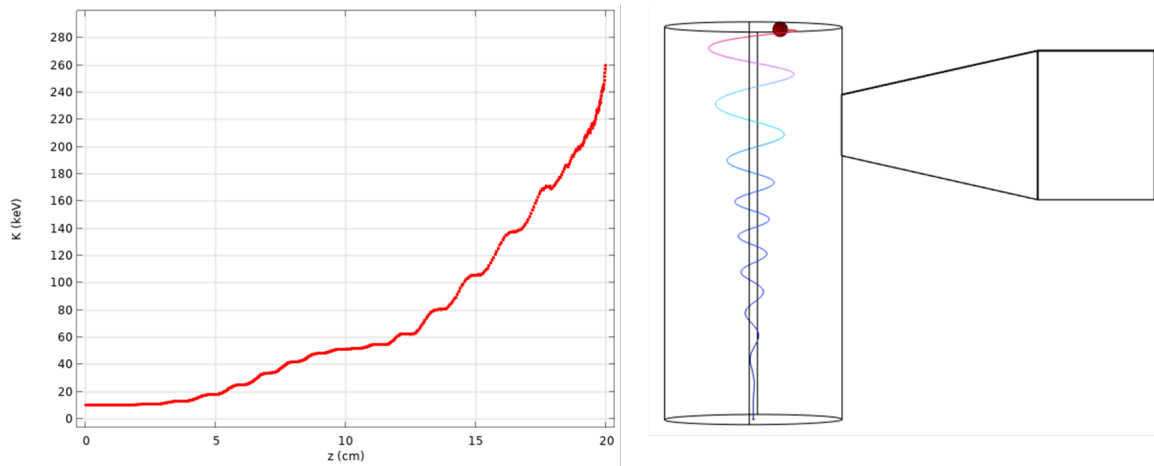


Figura 21

Evolución espacial de la energía de un electrón inyectado con una energía de 10keV con el campo magnético mostrado en la figura 19(rojo) y trayectoria del electrón que choca con la tapa del cilíndrico.

Una vez lograda la aceleración efectiva del electrón, se realizaron diversas simulaciones en las que se varió la posición de inyección del electrón en tres puntos radiales: $0,0$; $0,1$ y $0,2\text{cm}$. También se varió la energía de inyección en la que se eligieron valores de: 8 , 10 , 12 y 14keV . La evolución de la energía del electrón para diferentes energías iniciales se muestra en la Figura 22.a), de la que se puede observar que la mayor ganancia de energía se obtiene con una energía de inyección de 10keV , alcanzando un valor final de 260keV . Con una energía inicial de 8keV el electrón impacta con una pared de la cavidad; y con 12keV se alcanza 190keV , mientras que para 14keV se alcanza tan sólo 120keV .

En la Figura 22.b) se muestra la evolución espacial de la energía del electrón para diferentes posiciones radiales de inyección. Cuanto menor es la posición radial mayor es la eficiencia de la aceleración, la energía del electrón inyectado en $r_0 = 0,25\text{cm}$ es de 220keV , mientras que el electrón

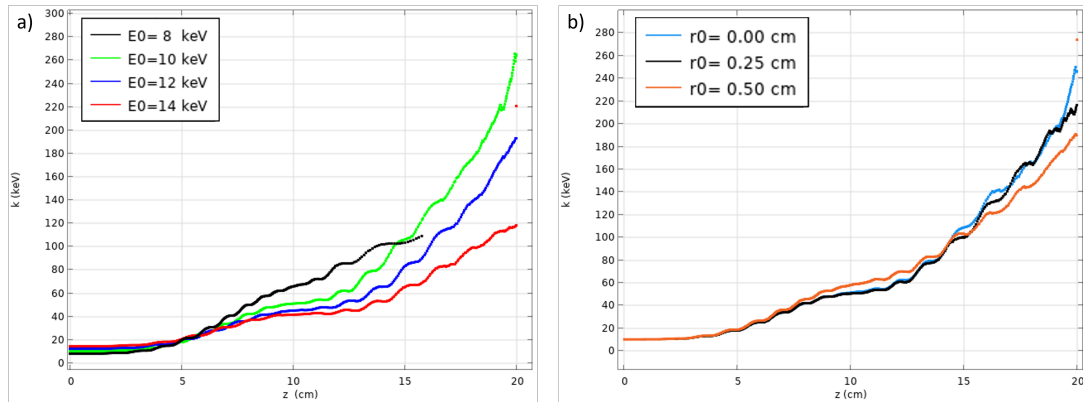


Figura 22

Evolución espacial de la energía del electrón. a) Para diferentes energías de inyección: $E_0 = 8$ (negro), 10 (verde), 12 (azul), 14 keV (rojo). b) Para diferentes posiciones de inyección: $r_0 = 0,00$ (azul), 0,25 (negro), 0,50 cm (naranja).

que inicia en $r_0 = 0,5\text{cm}$ alcanza solo 190keV , lo que significa una dispersión de energía de 24%.

4.2. Diseño 2

En los resultados mostrados anteriormente, se alcanzaron energías del orden de las centenas de keV utilizando en una cavidad de $4,54\text{cm}$ de radio y 20cm de longitud, excitada en el modo TE_{112} con un campo de microondas de $2,44\text{GHz}$. Sin embargo, desde el punto de vista práctico, las fuentes comerciales tienen un valor común de $2,45\text{GHz}$. Aunque no parezca ser una diferencia significativa, el ancho de banda de las fuentes de $2,45\text{GHz}$ es de 50 PPM ($2449,877,500 \sim 2450,122,500$) Hz, es decir, no alcanza la frecuencia de $2,44\text{GHz}$ utilizada en la primera parte de los resultados. Por tal motivo, se analizó la excitación efectiva de la cavidad con una frecuencia de $2,45\text{GHz}$ y se simuló la aceleración del electrón.

Siguiendo un procedimiento similar al del primer diseño, se inició con un estudio de frecuencias propias para determinar las dimensiones de la cavidad que permitieran excitar el modo TE_{112} a una frecuencia de $2,45\text{GHz}$. Mediante simulaciones, se variaron el radio y la longitud de la cavidad,

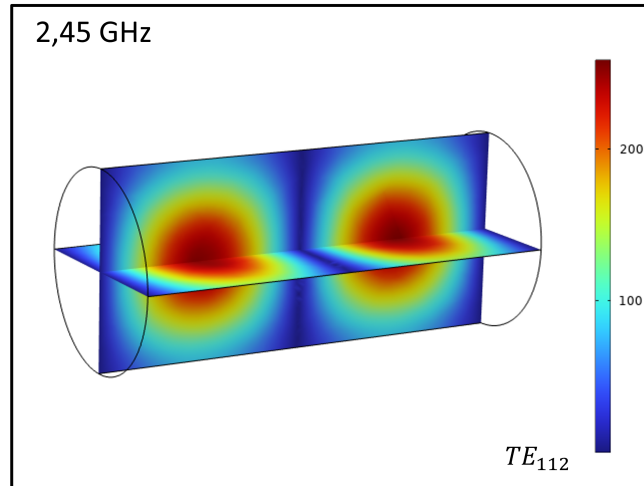


Figura 23

Modo TE_{112} excitado en la cavidad cilíndrica de 4,52cm de radio y 19,8cm de longitud a una frecuencia de 2,45GHz.

encontrando que un radio de 4,52cm y una longitud de 19,8cm producían el modo deseado a la frecuencia de resonancia de 2,45GHz. Esta cavidad presenta una disminución ligera en el tamaño del radio, y una reducción de 2mm en la longitud. El patrón obtenido en esta fase se muestra en la Figura 23. Ahora bien, establecidas las dimensiones de la cavidad, se procedió a excitar este modo mediante una guía de ondas rectangular cónica ya que de los resultados preliminares generó una excitación eficiente. En este estudio se utilizaron dos potencias para generar el modo: 1kW y 2kW. Posteriormente, se realizaron barridos paramétricos en todas las dimensiones de la guía para encontrar la excitación óptima. En la Figura 24, se muestra la distribución de campo eléctrico alcanzado para cada potencia. En el caso en el que la fuente era de 1kW, el campo eléctrico alcanzó valores del orden de $7 \times 10^5 V/m$, mientras que con una potencia de 2kW se alcanzó un campo eléctrico del orden de $1 \times 10^6 V/m$.

Para la configuración mostrada en la Figura 24, se halló un factor de calidad de $Q = 24366$. Para la

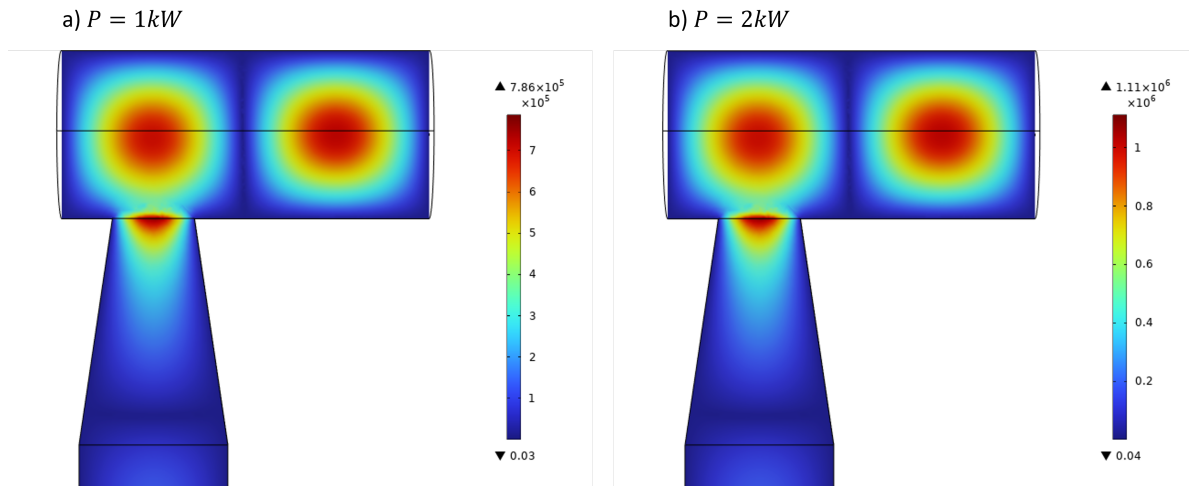


Figura 24

Magnitud del campo eléctrico en la cavidad con una frecuencia de 2,45GHz utilizando una guía de ondas de: 8cm de ancho, 0,6cm de alto, 3,6cm de largo y una sección cónica con un puerto 4,4cm y un largo de 12,15cm, para un potencia de entrada de: a)1kW y b) 2kW.

simulación de la dinámica del electrón, se utilizó inicialmente la configuración de las bobinas de la primera fase. Luego, se ajustó la corriente de las bobinas y se simuló la trayectoria hasta encontrar la configuración que permitiera alcanzar una mayor energía. Con la configuración de bobinas que se muestra en la Figura 25, se alcanzó una energía máxima de 100keV para un electrón inyectado con una energía inicial de 8keV, cuando la cavidad se excitó con una potencia de microondas de 1kW. De igual manera, se muestra la configuración de las corrientes con las que se alcanzó una velocidad máxima de 260keV para un electrón inyectado con 8keV con el modo de microondas excitado con un generador de 2kw de potencia.

En la Figura 25 se muestra el perfil de campo magnético con el que se aceleraron los electrones de forma “eficiente” al considerar generadores de microondas con potencias de 1kw y de 2kw, respectivamente. Además, se compara con el perfil de campo magnético con el que se logró la

Bobina	1kW		2kW	
	$I(A)$	J $(\frac{A}{mm^2})$	$I(A)$	J $(\frac{A}{mm^2})$
1	11.22	1.33	11.56	1.37
2	12.53	2.98	12.53	2.98
3	18.35	1.31	18.31	1.30

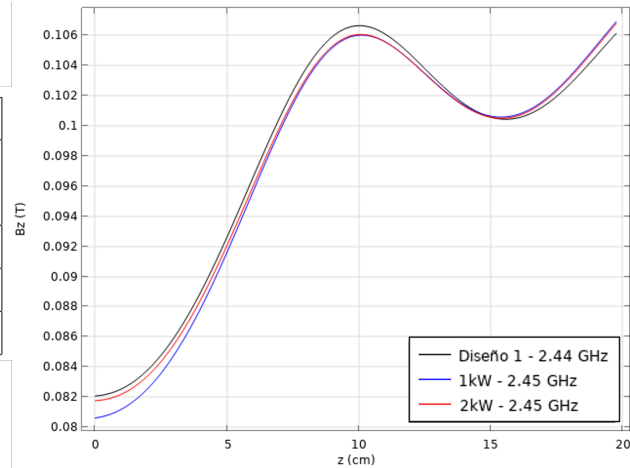


Figura 25

Corrientes de las bobinas con 1000 vueltas utilizadas para acelerar el electrón con un campo de 2,45GHz, y potencias de entrada de 1kW y 2kW, junto con los perfiles de campo magnético en el eje z generado por las bobinas: Diseño 1 (negro), 1kW (azul), 2kW (rojo).

máxima aceleración en el “diseño 1”.

Por último, se simuló la dinámica del electrón con diferentes energías de inyección, $E = 8, 10, 12, 14keV$ en ambos escenarios, con el campo de microondas excitado con un generador de 1kW y 2kW. La energía máxima alcanzada se logra con una energía de inyección de 8keV, lo que se debe en parte a que la configuración de la corriente de las bobinas se estableció mediante simulaciones con esta energía inicial. En la Figura 25 se observa que, cuanto mayor era la energía inicial, menor era la energía máxima alcanzada para ambos generadores.

Los resultados obtenidos en estas simulaciones muestran que los electrones inyectados bajo las condiciones mencionadas previamente, se logran acelerar hasta alcanzar energías alrededor de los 200keV, los cuales al chocar con algún blanco metálico pueden generar rayos X duros, cuya energía de radiación rondaría los 140keV, generada típicamente por la radiación de frenado (Bremsstrahlung), en la que se aprovecharía aproximadamente el 70% de la energía alcanzada en

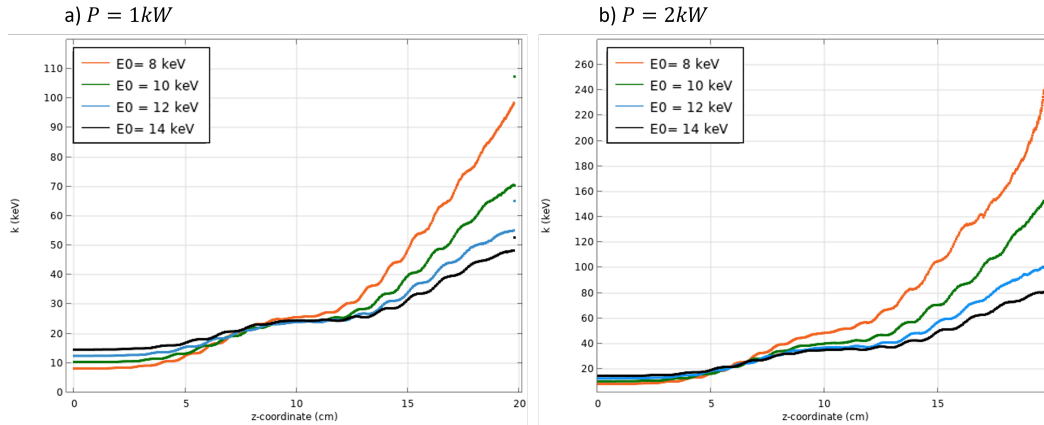


Figura 26

Evolución espacial de la energía del electrón para diferentes energías de inyección: $E_0 = 8$ (naranja), 10 (verde), 12 (celeste), 14 keV (negro), con un potencia de entrada de: a) 1 kW y b) 2 kW.

la aceleración [29]. Dicho esto, la proyección a aplicaciones médicas o de seguridad aeroportuaria pueden ser viables, pues dicha radiación debe ser de alrededor 100 keV , tal como se presenta en la Figura 27.

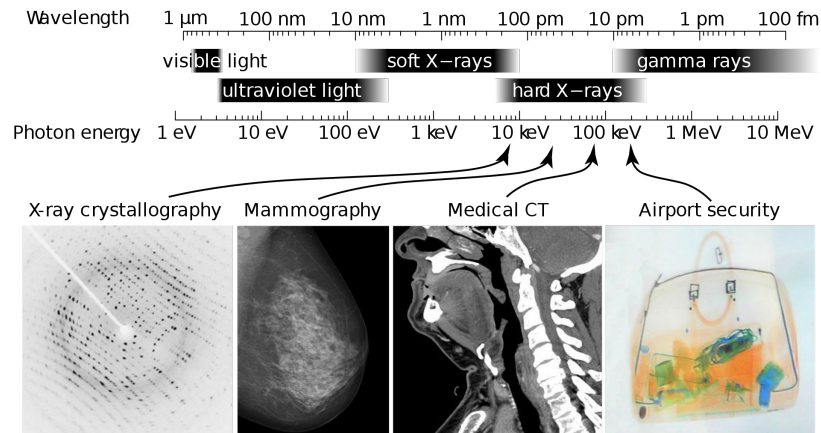


Figura 27

Longitudes de onda y las energías de los fotones de los rayos X y algunas aplicaciones de los rayos X. Tomado de [4].

5. Conclusiones

La aceleración de partículas cargadas es un campo de gran interés tanto en el desarrollo de la física fundamental como en el de aplicaciones, especialmente en el sector salud e industrial. Por tal motivo es fundamental indagar constantemente sobre nuevos mecanismos de aceleración y formas de reducir el tamaño y costo del dispositivo final, siendo así, esenciales los estudios enfocados en el diseño. En particular, en este trabajo se lograron establecer parámetros de diseño preliminares asociados al sistema físico propio del mecanismo de aceleración *SARA*, que propensa la aceleración de electrones en espacios reducidos a energías necesarias para generar Rayos X. Más concretamente, se determinaron los parámetros de diseño óptimos que permiten acelerar los electrones a energías superiores a $200keV$ en una cavidad cilíndrica que excita el modo de microondas TE_{112} .

En este trabajo se logró identificar que una guía de ondas con una sección cónica excita el modo de microondas en la cavidad con mucha más eficiencia que emplear una guía de ondas puramente rectangular. Esto se pudo establecer a través del factor de calidad grande que se estimó y que efectivamente el modo excitado es de mayor intensidad. Por otra parte, la metodología empleada permitió establecer que los factores geométricos de la guía no pueden ser arbitrarios, siempre existe un conjunto de valores geométricos que permite una excitación eficiente. En este orden de ideas, se pudo establecer que un generador de microondas de $1kw$ de potencia no permite excitar un campo de con una amplitud óptima para que los electrones acelerados generen rayos X

duros para ser empleados en seguridad aeroportuaria, pero sí aceleran lo suficiente para generar radiación para ser utilizada en aplicaciones de imágenes radiográficas. Por su parte, un generador de $2kw$ propensa la aceleración a energías al rededor de los $250keV$; valor muy atractivo para diversas aplicaciones, en especial orientadas al sector de seguridad.

También fue posible identificar una mala representación del sistema físico considerado en trabajos anteriores, pues la geometría establecida de las bobinas no permitía el acople de la guía de onda para la excitación del modo de microondas, así en en este trabajo se propuso una configuración para el sistema de bobinas que permite acoplar la guía de ondas en la cavidad y genera un campo magnético que mantiene la aceleración del electrón a lo largo de toda su trayectoria. Se identificaron, los parámetros de inyección adecuados para optimizar la aceleración y se estableció que variar considerablemente la posición radial de inyección puede afectar la calidad de la energía de los electrones acelerados, la cual se establece a través de la dispersión energética. Dicho esto, lo ideal es inyectar los electrones lo más cercano al eje axial de la cavidad.

Las simulaciones realizadas a través del software COMSOL multiphysics permitieron identificar que la geometría juega un papel crucial en la frecuencia del modo excitado, pues dimensiones de la cavidad cilíndrica propuesta en trabajos previos permitían excitar un modo a una frecuencia de $2,44GHz$, cuando lo deseado es un valor de $2,45GHz$ ya que comercialmente es una frecuencia típica. Aunque la diferencia a simple vista puede parecer sutil, no debe ser ignorada, ya que comercialmente, el ancho espectral de las fuentes comerciales no es tan amplio, ya que se tomó como referencia un generador adquirido recientemente en el grupo de investigación y podría ser empleado para el desarrollo experimental de este mecanismo a futuro. Las simulaciones permi-

tieron establecer las dimensiones óptimas que debe tener la cavidad cilíndrica para formar el modo TE_{112} con una frecuencia de $2,45GHz$ y son ligeramente inferiores a las propuesta en trabajos previos, en unos cuantos milímetros.

Finalmente, este trabajo puede ser considerado como una guía básica cuya metodología permite indagar aspectos generales del diseño de este mecanismo de aceleración, en especial cuando se desee explorar otras configuraciones ya propuestas, como lo es la cavidad rectangular o las mismas cavidades cilíndricas pero con modos rotantes. Como trabajos futuro se propone continuar con el diseño de la cavidad que permita extraer en uno de sus extremos la energía de de los electrones acelerados sin perturbar considerablemente la excitación del modo de microondas.

Como trabajo futuro, se puede estudiar un sistema de refrigeración con agua para evitar el sobrecalentamiento de la cavidad, lo cual podría afectar las condiciones de resonancia debido a la dilatación térmica. Es crucial implementar un mecanismo de enfriamiento efectivo para mantener la estabilidad del sistema.

Referencias Bibliográficas

- [1] V. V. Andreev, D. V. Chuprov, V. I. Ilgisonis, A. A. Novitsky, and A. M. Umnov. Gyromagnetic autoresonance plasma bunches in a magnetic mirror. *Physics of Plasmas*, 24:093518, 2017.
- [2] Thomas James Morrow Boyd and Jeffrey John Sanderson. *The physics of plasmas*. Cambridge university press, 2003.
- [3] COMSOL. Multiphysics cyclopedia, 2024. Consultado el 22 de abril, 2024.
- [4] Wikipedia contributors. X-ray — wikipedia, the free encyclopedia, 2023. Accessed: 2024-06-18.
- [5] V Ya Davydovskii. Possibility of resonance acceleration of charged particles by electromagnetic waves in a constant magnetic field. *Soviet Journal of Experimental and Theoretical Physics*, 16:329, 1963.
- [6] Valeri D. Dugar-Jabon, Eduardo A. Orozco, and Anatoly M. Umnov. Modeling of electron cyclotron resonance acceleration in a stationary inhomogeneous magnetic field. *Phys. Rev. ST Accel. Beams*, 11:041302, Apr 2008.
- [7] V D Dugar-Zhabon, E A Orozco, and A M Herrera. Self-consistent simulation of an electron

- beam for a new autoresonant x-ray generator based on te₁₀₂ rectangular mode. *Journal of Physics: Conference Series*, 687(1):012076, feb 2016.
- [8] Valeriy Dugar-Zhabon, Jesus Gonzalez, and Eduardo Orozco Ospino. 3d electromagnetic simulation of spatial autoresonance acceleration of electron beams. *Journal of Physics: Conference Series*, 687:012077, 02 2016.
- [9] Valeriy D. Dugar-Zhabon and Eduardo A. Orozco. Cyclotron spatial autoresonance acceleration model. *Phys. Rev. ST Accel. Beams*, 12:041301, Apr 2009.
- [10] Valeriy D. Dugar-Zhabon and Eduardo A. Orozco. Three-dimensional particle-in-cell simulation of spatial autoresonance electron-beam motion. *IEEE Transactions on Plasma Science*, 38(10):2980–2984, 2010.
- [11] John Ellis, Mary K Gaillard, and Dimitri V Nanopoulos. A historical profile of the higgs boson. *The standard theory of particle physics*, pages 255–274, 2016.
- [12] K. S. Golovanivskii. Autoresonant Acceleration of Electrons at Nonlinear ECR in a Magnetic Field Which is Smoothly Growing in Time. , 22(2):126–133, January 1980.
- [13] K S Golovanivsky. Gyromagnetic autoresonance. phase stability in a photon factory regime. *Physica Scripta*, 29:464, 1984.
- [14] David J Griffiths. Introduction to electrodynamics fourth edition. 2021.
- [15] Ana M. Herrera. *Simulación de un haz de electrones en un sistema SARA rectangular y*

análisis del efecto del campo eléctrico autoconsistente. PhD thesis, Facultad de Ciencias.
Universidad Industrial de Santander, 2013.

[16] Stephen Jardin. *Computational methods in plasma physics.* CRC press, 2010.

[17] H. R. Jory and A. W. Trivelpiece. Charged-Particle Motion in Large-Amplitude Electromagnetic Fields. *Journal of Applied Physics*, 39(7):3053–3060, 11 2003.

[18] AA Kolomenskii and AN Lebedev. Self-resonant particle motion in a plane electromagnetic wave. *In Soviet Physics Doklady*, volumen 7:page 745, 1963.

[19] Sergey V Kutsaev. Electron bunchers for industrial rf linear accelerators: theory and design guide. *The European Physical Journal Plus*, 136(4):446, 2021.

[20] D. B. McDermott, D. S. Furuno, and Jr. Luhmann, N. C. Production of relativistic, rotating electron beams by gyroresonant rf acceleration in a TE₁₁₁ cavity. *Journal of Applied Physics*, 58(12):4501–4508, 12 1985.

[21] Marcio Luis Ferreira Nascimento. Brief history of x-ray tube patents. *World Patent Information*, 37:48–53, 2014.

[22] Wayne D Newhauser and Rui Zhang. The physics of proton therapy. *Physics in Medicine & Biology*, 60(8):R155, 2015.

[23] Oswaldo O. Olarte. *Estudio de la Aceleración Ciclotrónica Autoresonante de Electrones*

por Modos Cilíndricos TE_{01p}. PhD thesis, Facultad de Ciencias. Universidad Industrial de Santander, 2021.

[24] E A Orozco, V D Dugar-Zhabon, J E López, and J López. Spatial autoresonance acceleration physical scheme based on magnetic rings system. *Journal of Physics: Conference Series*, 1386(1):012125, nov 2019.

[25] Eduardo Orozco, Petr Tsygankov, Fredy Parada, Alejandro Hernández, and Yerson Barragán. Electron nonlinear dynamics in a compact accelerator based on the circular rotating tm₁₁₀ mode, 2023.

[26] Eduardo Orozco Ospino and Valeriy Dugar-Zhabon. Fuente compacta autoresonante de rayos x, 04 2014.

[27] Harald Paganetti. *Proton therapy physics*. CRC press, 2018.

[28] José Miguel Miranda Pantoja. *Ingeniería de microondas: técnicas experimentales*. Pearson Educación, 2002.

[29] Ervin B Podgoršak et al. *Radiation physics for medical physicists*, volume 1. Springer, 2006.

[30] David M. Pozar. *Microwave engineering*. Wiley, 4th ed. edition, 2012.

[31] Roger W Pryor. *Multiphysics modeling using COMSOL®: a first principles approach*. Jones & Bartlett Publishers, 2009.

- [32] Matthew M Radmanesh. *RF & Microwave Design Essentials: Engineering Design and Analysis from DC to Microwaves*. AuthorHouse, 2007.
- [33] Michael Riordan. The discovery of quarks. *Science*, 256(5061):1287–1293, 1992.
- [34] Charles S. Roberts and S. J. Buchsbaum. Motion of a charged particle in a constant magnetic field and a transverse electromagnetic wave propagating along the field. *Phys. Rev.*, 135:A381–A389, Jul 1964.
- [35] K. H. Tsui. Electron-beam acceleration by cyclotron-autoresonance interaction. *Phys. Rev. E*, 51:649–652, Jan 1995.
- [36] V E Vergara, J D González, J R Beltrán, and E A Orozco. Electrons acceleration in a te₁₁₃ cylindrical cavity affected by a static inhomogeneous magnetic field. *Journal of Physics: Conference Series*, 935(1):012076, dec 2017.
- [37] Andrew Zangwill. *Modern electrodynamics*. Cambridge University Press, 2013.
- [38] William BJ Zimmerman. *Multiphysics modeling with finite element methods*, volume 18. World Scientific Publishing Company, 2006.