

**DESARROLLO Y SIMULACIÓN DE UN MODELO PARA LA DETERMINACIÓN
DE LA CURVA DE RENDIMIENTO DE UNA BOMBA ELECTROSUMERGIBLE
EN PRESENCIA DE FLUJO MULTIFÁSICO**

JAVIER ANDRÉS PIÑERES ARCINIEGAS

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERIAS FISICOMECAÑICAS
ESCUELA DE INGENIERIAS ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA Y
TELECOMUNICACIONES
BUCARAMANGA
2012**

**DESARROLLO Y SIMULACIÓN DE UN MODELO PARA LA DETERMINACIÓN
DE LA CURVA DE RENDIMIENTO DE UNA BOMBA ELECTROSUMERGIBLE
EN PRESENCIA DE FLUJO MULTIFÁSICO**

JAVIER ANDRÉS PIÑERES ARCINIEGAS

**TRABAJO DE GRADO PARA OPTAR AL TITULO DE INGENIERO
ELECTRÓNICO**

Director:

M.Sc. JAIME GUILLERMO BARRERO PÉREZ

Codirector:

M.Sc. JORGE ANDRÉS PRADA MEJÍA

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERIAS FISICOMECAÑICAS
ESCUELA DE INGENIERIAS ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA Y
TELECOMUNICACIONES
BUCARAMANGA
2012**

AGRADECIMIENTOS

A la Universidad Industrial de Santander y a la Escuela de Ingenierías Eléctrica, Electrónica y Telecomunicaciones por su espíritu de lucha en la formación de profesionales que aportan en el desarrollo de la región.

A mi director M.Sc. Jaime Barrero y codirector M.Sc. Jorge Prada, por su valiosa colaboración, dedicación y orientación en la realización de este proyecto, ya que sus conocimientos facilitaron el desarrollo de este trabajo.

A la M.Sc. Claudia Cuadrado y M.Sc. Rosalba Arciniegas por su importante orientación.

A mi tía Martha y prima Laura por su gran apoyo durante toda mi carrera.

DEDICATORIA.

A Dios.

Por haberme permitido llegar hasta este punto y haberme dado salud para lograr mis objetivos, además de su infinita bondad y amor.

A mis Padres.

Por haberme apoyado en todo momento, por sus consejos, sus valores, por la motivación constante que me ha permitido ser una persona de bien, pero más que nada, por el amor que me brindan.

A mi hermana y mi novia.

Por su compañía incondicional, por su cariño y amor.

A mis familiares y amigos.

Quienes me apoyaron mutuamente en mi formación profesional.

Javier Andrés Piñeres Arciniegas

CONTENIDO

1. INTRODUCCIÓN.....	14
1.1 Motivación	15
1.2 Descripción General del Problema.....	15
1.3 Objetivos de la Tesis.....	16
1.4 Estructura de la Tesis	17
2. MARCO TEÓRICO.....	18
2.1 Sistema de levantamiento artificial por bombeo electrosumergible	18
2.2 Elementos que conforman el Sistema BES	20
2.2.1 Motor Eléctrico	20
2.2.2 Toma de entrada (Intake)	24
2.2.3 Cable de Potencia	26
2.2.4 Protector	26
2.2.5 Bomba	27
2.2.6 Generador	29
2.2.7 Transformador Reductor	29
2.2.8 Variador o Controlador de Frecuencia.....	30
2.2.9 Transformador Elevador	30
2.2.10 Caja de Conexiones	30
2.3 Efecto del gas en la bomba electrosumergible.....	30
3. MODELADO DEL SISTEMA MOTOR-BOMBA EN PRESENCIA DE FLUIDO BIFÁSICO.....	32
3.1 Modelo matemático de un Motor de inducción.....	32
3.1.1 Sistema de ecuaciones en el marco de referencia natural	33
3.1.2 Sistema de ecuaciones en el marco de coordenadas dq0	38
3.2 Modelo de la Bomba Electrosumergible.....	47
3.3 Modelo Homogéneo.....	50
4. RESULTADOS.....	55
4.1 Estrategia empleada	55

4.2 Simulación dinámica del motor de inducción manejando una bomba electrosumergible	57
4.3 Análisis de resultados.	61
5. CONCLUSIONES	69
6. REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS	70
ANEXOS	72

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 Instalación de un sistema BES.....	19
Figura 2 Partes del motor	21
Figura 3 Estator	22
Figura 4 Rotor.....	22
Figura 5 Rotor Bearing	23
Figura 6 Thrust Bearing.....	23
Figura 7 Eje.....	24
Figura 8 Pothead	24
Figura 9. Sección de entrada ARZ	25
Figura 10. Protector	27
Figura 11. Bomba	28
Figura 12. Esquemático Interno de una bomba centrífuga	29
Figura 13. Rendimiento de cabeza promedio a 50 Hz bajo condiciones aire-agua	31
Figura 14. Motor de inducción en el sistema de coordenadas abc	34
Figura 15. Sistema de coordenadas abc y dq0.....	40
Figura 16. Amplitud de la corriente en el estator y velocidad en el rotor.....	45
Figura 17. Velocidad en función del tiempo	45
Figura 18. Amplitud de la corriente en el estator.....	46
Figura 19. Curva característica	46
Figura 20. Curva característica de un motor de inducción	47
Figura 21. Modelo General Motor-Bomba	60
Figura 22. Sub-modelos que conforman el modelo general	60
Figura 23. Comportamiento del caudal	61
Figura 24. Gráfica de superficie a diferentes tensiones y diferencias de presión a $I_g=0\%$	62
Figura 25. Gráfica de superficie a diferentes tensiones y diferencias de presión a $I_g=10\%$	62
Figura 26. Gráfica de superficie a diferentes tensiones y diferencias de presión a $I_g=20\%$	63
Figura 27. Curva de rendimiento a $V_{in}=3656V$ y $F=54Hz$ para diferentes porcentajes de gas.....	64
Figura 28. Curva de rendimiento a $V_{in}=3656V$ y $I_g=10\%$ para diferentes frecuencias.....	64

Figura 29. Curva de rendimiento a $F=60\text{Hz}$ y $I_g=20\%$ para diferentes tensiones 65

Figura 30. Identificación del punto de caudal en la curva característica..... 67

Figura 31. Caudal simulado..... 68

LISTA DE ANEXOS

Anexo A. Otros modelos sobre el impacto del gas en la bomba.....	72
Anexo B. Transformación de Park.....	83
Anexo C. Resultados numéricos.....	88
Anexo D. Descripción del modelo general.....	103

RESUMEN

TITULO: DESARROLLO Y SIMULACIÓN DE UN MODELO PARA LA DETERMINACIÓN DE LA CURVA DE RENDIMIENTO DE UNA BOMBA ELECTROSUMERGIBLE EN PRESENCIA DE FLUJO MULTIFÁSICO.*

Autor: JAVIER ANDRÉS PIÑERES ARCINIEGAS**

Palabras Claves: Sistema de Levantamiento Artificial, Bomba electrosumergible, Flujo multifásico, curva de rendimiento, Motor de inducción.

Un sistema de levantamiento artificial usado frecuentemente en la industria petrolera, es el bombeo electrosumergible BES, debido a que puede levantar grandes volúmenes de reservas de crudo de alta productividad, además, presenta facilidad en su instalación y operación. Con este trabajo de grado se busca aportar al desarrollo investigativo y al necesario crecimiento del desempeño del sistema BES en el país. El desarrollo de herramientas de simulación es importante para definir estrategias de operación, elaborar posibles diseños de control o usarla como herramienta pedagógica.

El objetivo de este trabajo es contribuir al desarrollo e investigación de este tipo de levantamiento artificial, principalmente del comportamiento de la unión motor-bomba frente a varias condiciones del fluido, teniendo en cuenta parámetros eléctricos que ayuden a obtener información de las principales variables de una bomba electrosumergible en presencia de flujo multifásico, como el caudal, con el fin de poder determinar la curva de desempeño de este dispositivo mecánico frente a distintos puntos de operación, por medio de una herramienta computacional de simulación.

Partiendo de una recopilación y selección de los modelos matemáticos que describen la dinámica de una bomba centrífuga y un motor, se procedió a realizar una simulación de las ecuaciones que describen el sistema, para ajustar los resultados obtenidos y llegar a un modelo que proporcione información del rendimiento de este sistema electromecánico bajo la influencia que tienen algunos parámetros hidráulicos y eléctricos.

* Proyecto de Grado

** Universidad Industrial de Santander, Facultad de Ingenierías Físico mecánicas, Escuela de Ingeniería eléctrica, electrónica y de telecomunicaciones, Director: Jaime Barrero Pérez, Codirector: Jorge Prada M.

ABSTRACT

TITLE: DEVELOPMENT AND SIMULATION OF A MODEL FOR DETERMINING THE ELECTRIC SUBMERSIBLE PUMP PERFORMANCE CURVE IN THE PRESENCE OF MULTIPHASE FLOW *

Author: JAVIER ANDRES PIÑERES ARCINIEGAS**

KEYWORDS: Artificial Lift System, electric submersible pump (ESP), multiphase flow, performance curve, induction motor

A system of artificial lift frequently used in the oil industry, is the electric submersible pumping ESP, because it can raise large volumes of high productivity crude oil, and provides ease of installation and operation. This undergraduate work seeks to provide the necessary research and development in order to increase the performance of the EP system in the country. The development of simulation tools is important for defining operations strategies, to develop possible control designs or to use it as a teaching tool.

The aim of this work is to contribute for development and research of this type of artificial lift, especially in the behavior of the motor-pump union against various fluid conditions, taking into account electrical parameters that help to obtain information about the main variables of the electric submersible pumps in the presence of multiphase flow, in order to determine the performance curve of this mechanical device against different operating points by means of a simulation software tool.

From a selection of mathematical models that describe the dynamics of a centrifugal pump and motor, we proceeded to perform a simulation of the equations describing the system to adjust the results and arrive at a model that provides information about the performance of this electromechanical system under the influence of some hydraulic and electrical parameters.

* degree project

** Industrial University of Santander, Engineering Faculty, School of Electrical Engineering, Tutor: Jaime Barrero Pérez, Co-tutor: Jorge Prada M.

1. INTRODUCCIÓN

El proceso de producción de hidrocarburos hace que con el tiempo la energía natural del yacimiento disminuya, sin la cual este no podría poner el fluido en superficie, reduciéndose de esta forma la producción en campo, en tal caso, se hace necesario utilizar un sistema de levantamiento artificial.

El sistema de bombeo electrosumergible BES es uno de los sistemas más populares en la industria petrolera, con el cual se logra incrementar o mantener la producción de fluidos. Está conformado por varios elementos, pero su funcionamiento se basa principalmente en dos componentes: la bomba centrífuga y el motor.

El buen rendimiento de este tipo de levantamiento artificial se ve afectado por la presencia de gas compresible, una vez que el gas libre se ingiere en la bomba, esta puede experimentar deterioro de la cabeza, causar vibraciones e incluso presentarse un bloqueo de gas, por tal motivo en la presente investigación se plantea desarrollar un modelo para determinar la curva de rendimiento en presencia de flujo multifásico con el fin de determinar posibles rangos de operación y el desempeño de la bomba.

1.1 MOTIVACIÓN

La presencia de gas en el funcionamiento del bombeo electrosumergible aún no es bien entendido en la industria del petróleo y los modelos disponibles son aproximados [1]. Realmente existe una necesidad apremiante de desarrollar investigación y conocimiento en este importante tema.

Desde el punto de vista económico lo que se quiere es que la rata de producción sea lo más grande posible, por ende se debe garantizar un buen rendimiento en el bombeo electrosumergible [2]; este rendimiento se ve afectado cuando el gas hace presencia en la bomba. Toda bomba electrosumergible tiene una curva de comportamiento proporcionada por el fabricante obtenida en presencia de solo agua que permite conocer ciertas características de funcionamiento, por tal motivo en la presente investigación se plantea desarrollar un modelo que permita determinar esta curva de rendimiento en presencia del flujo multifásico.

La recopilación, selección e integración de los modelos matemáticos que describen la dinámica de un sistema, se convierten en campos muy importantes debido a que sobre estos recae la responsabilidad de cumplir con los requerimientos que se puedan producir. Por lo tanto, desarrollar proyectos que estén enfocados al correcto modelado de la bomba junto con el motor de inducción, ayudan a analizar el comportamiento de ciertas variables de producción, como la presión, respecto a la composición del fluido para determinar su rendimiento.

1.2 DESCRIPCIÓN GENERAL DEL PROBLEMA

Un importante tema de investigación en la industria petrolera es el de la producción de hidrocarburos. En este proceso, con frecuencia se utilizan los sistemas de levantamiento artificial, debido a que con el tiempo, la presión en el yacimiento se hace menor haciendo por ende que la producción de crudo decrezca [1]. Aunque existen diferentes tipos de sistemas, el bombeo electrosumergible se ha convertido en una solución popular, económica y eficiente, donde su funcionamiento está basado en el principio de las bombas centrífugas.

Las bombas centrífugas son dispositivos mecánicos que usan energía cinética para incrementar la presión del líquido. Su desempeño es eficiente en presencia

de fluidos incompresibles, pero este rendimiento se ve afectado por el gas libre o fluidos altamente compresibles. Durante la producción de hidrocarburos, cantidades significativas de gas libre pueden ser encontradas, lo que llevaría al bombeo electrosumergible a no ser un método de levantamiento artificial exitoso.

Como se mencionó anteriormente, desde el punto de vista económico lo que se quiere es que la tasa de producción sea lo más grande posible, por ende se debe garantizar un buen rendimiento en el bombeo electrosumergible. Lo anterior motiva a analizar el desempeño de la bomba centrífuga, en especial en presencia de gas libre. Toda bomba centrífuga tiene una curva de comportamiento que permite conocer las características de funcionamiento, por tal motivo en la presente investigación se plantea desarrollar un modelo para determinar la curva de rendimiento en presencia de flujo multifásico, con el fin de determinar posibles rangos de operación y una medida para el desempeño de la bomba.

La aplicación de este sistema artificial requiere de un conocimiento y comprensión de su parte eléctrica y electrónica, con la finalidad de analizar y enfocar el bombeo electro sumergible como un sistema integral donde los parámetros del yacimiento y del equipo de pozo electrosumergible tanto de fondo como de superficie están íntimamente relacionados y correlacionados [3].

1.3 OBJETIVOS DE LA TESIS

El objetivo general de este trabajo es el de obtener el modelo de una bomba electrosumergible usada en pozos petrolíferos, en presencia de un fluido multifásico con el fin de determinar su rendimiento.

Este objetivo general incluye a su vez los siguientes objetivos específicos:

- Realizar una identificación de los principales parámetros de una bomba electrosumergible bajo la presencia de flujo multifásico.
- Seleccionar el modelo de una bomba electrosumergible y simular su comportamiento ante la presencia de flujos multifásicos.
- Comparar los resultados del funcionamiento de una bomba ubicada en campo, con los arrojados por la simulación, con el fin de determinar la validez del modelo seleccionado.

- Realizar un análisis del comportamiento de ciertas variables de producción, como la presión, respecto a la composición del fluido para determinar su rendimiento.

1.4 ESTRUCTURA DE LA TESIS

La tesis está organizada en seis capítulos y cuatro anexos. El presente capítulo (capítulo 1) es una descripción general del trabajo, que incluye la motivación, una descripción general del problema y los objetivos. El capítulo 2 presenta un marco conceptual en el que se expone una descripción del sistema de levantamiento artificial por bombeo electrosumergible, y en especial de los dos principales componentes bomba y motor, además de la influencia del gas en las bombas centrífugas.

El capítulo 3 presenta la descripción de los modelos trabajados con la justificación del porqué se decidió hacer uso de estos. Se presenta además la implementación del modelo en la herramienta *Simulink* de Matlab©.

En el capítulo 4 se presenta el acoplamiento de los modelos, y los resultados obtenidos; los capítulos 5 y 6 presentan las conclusiones y las referencias que brindaron información para la posible realización del proyecto.

En cuanto a los anexos se incluyen 4: en el primero de ellos (Anexo A) se presenta un estado del arte de los trabajos realizados por distintos autores con el fin de determinar el rendimiento de cabeza, basados en la presencia de fluidos de dos fases al interior de la bomba; en el anexo B se describe la transformación utilizada en el modelo del motor de inducción con el fin de simplificar la complejidad de las ecuaciones utilizadas.

En el anexo C se muestra la tabulación de los resultados numéricos de todas las pruebas realizadas al modelo en *Simulink*. Finalmente, en el anexo D se presentan las interconexiones de los modelos.

2. MARCO TEÓRICO

2.1 SISTEMA DE LEVANTAMIENTO ARTIFICIAL POR BOMBEO ELECTROSUMERGIBLE

El levantamiento artificial es usado frecuentemente en la industria petrolera debido a ciertos comportamientos que presentan los pozos, por ejemplo, existen pozos que requieren un sistema de levantamiento para comenzar su producción, luego realizan este proceso con su energía natural; otros lo utilizan todo el tiempo puesto que no alcanzarán a fluir naturalmente, y otros yacimientos lo usarán simplemente para que la rata de flujo sea más eficiente.

El levantamiento de fluidos desde el yacimiento requiere energía. Todos los yacimientos contienen energía en forma de presión en los fluidos mismos y en la roca debido al peso de la columna estratigráfica. La presión puede ser mantenida artificialmente o aumentada por la inyección de gas o agua dentro del yacimiento. Esto es conocido comúnmente como mantenimiento de presión.

Existen diferentes tipos de sistema, el objetivo de cualquier técnica es suministrar energía para la producción de fluido, cada técnica es aplicable para un rango de condiciones y entornos [4], ó en otros casos puede ser beneficioso instalar múltiples sistemas de levantamiento o cambiar el sistema durante la vida del pozo cuando se encuentre en diferentes condiciones de operación. Los siguientes tipos de levantamiento artificial están comúnmente disponibles [3]:

- Bombeo mecánico
- Cavidades progresivas
- *Gas Lift*
- Bombeo hidráulico
- **Bombeo Electrosumergible**

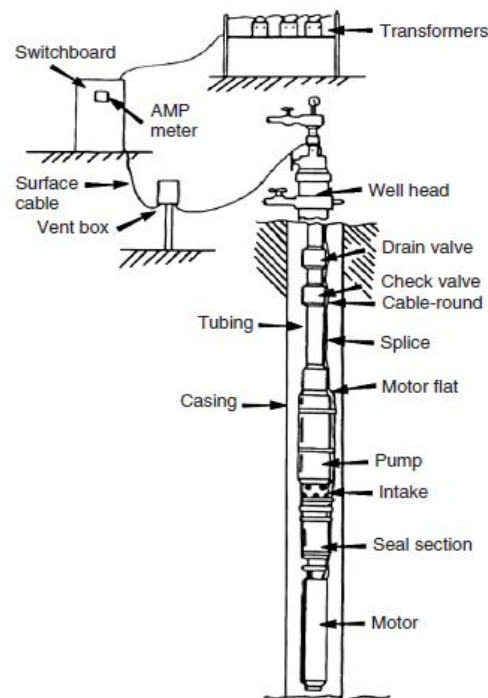
El bombeo mecánico, el electrosumergible y las cavidades progresivas están basados en la acción de bombas, levantando fluidos a superficie transfiriéndoles energía mecánica.

El bombeo hidráulico entrega energía a los fluidos producidos, mezclándolos con un fluido de potencia. El gas *lift* adiciona energía al sistema introduciendo en él gas que disminuye el peso de la columna hidrostática, haciendo que el fluido pueda ser levantado.

El sistema de bombeo electrosumergible (BES), es un medio efectivo y económico para lograr recuperar considerables volúmenes de fluidos a grandes profundidades. Su aplicación es mayor en yacimientos con altos volúmenes de fluido, porcentajes de agua y una baja relación gas-petróleo (GOR), sin embargo en la actualidad estos equipos han obtenido excelentes resultados en la producción de fluidos de alta viscosidad, en pozos con fluidos abrasivos, altas temperaturas y que disponen de un diámetro reducido [3].

Como se muestra en la Figura 1, un sistema BES consiste de componentes en superficie y en fondo del pozo.

Figura 1 Instalación de un Sistema BES



Fuente: Tomado de [3]

2.2 ELEMENTOS QUE CONFORMAN EL SISTEMA BES

➤ COMPONENTES EN FONDO

2.2.1 MOTOR ELÉCTRICO. Los principios básicos de operación de los motores del sistema electrosumergible, son los mismos que los motores eléctricos utilizados normalmente en superficie. Son motores de inducción, trifásicos, tipo jaula de ardilla.

Puesto que el motor debe ser instalado al interior del tubo *casing*, este debe tener una geometría adecuada. Además, el ambiente en el cual opera hace que existan ciertas diferencias en el diseño y construcción del motor. Los motores son llenados completamente con un aceite mineral altamente refinado o con aceite sintético el cual lubrica los cojinetes y provee resistencia dieléctrica y conductividad térmica para disipar el calor generado hacia el cuerpo (*housing*) del motor [5]. Luego, el calor es transferido al fluido que pasa por la superficie externa del motor. El *thrust bearing* del motor soporta la carga de los rotores y eje.

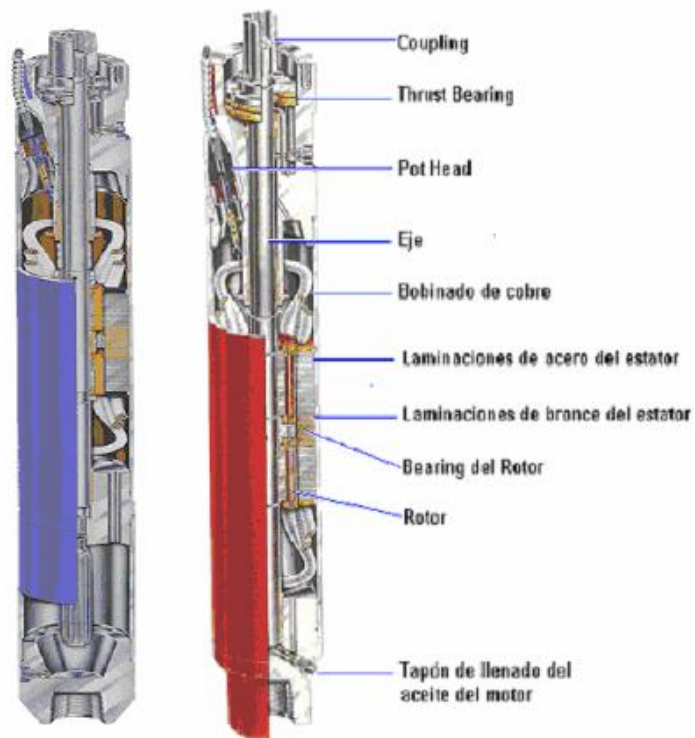
El motor puede ser utilizado con corriente alterna de 60 o 50 Hz. Físicamente no hay diferencia entre un motor para operación a 50 Hz y uno de 60 Hz, con excepción de la placa de datos del motor. Los motores trabajan a algo menos de 3600 rpm en sistemas de 60 Hz. El voltaje de diseño y operación de estos motores puede ser tan bajo como 230 voltios ó tan alto como 5000 voltios [6].

- **Partes del motor**

En un motor se pueden identificar las siguientes partes:

- Estator
- Rotor
- Cojinete del rotor
- Cojinete de empuje
- Eje
- Conector

Figura 2 Partes del motor



Fuente: SCHLUMBERGER-WCP-Artificial Lift System

- **Estator**

Es la pieza del motor que genera el campo magnético al hacer circular corriente por su bobinado. Utilizando un tubo metálico (*housing*), en su interior son colocados unos anillos o láminas perforadas. El material utilizado en las laminaciones es acero de bajo contenido de carbono y últimamente acero inoxidable. Este conjunto forma el cuerpo del estator. Por las láminas perforadas se hacen pasar los alambres que constituyen las bobinas del motor, dejando en el centro un espacio donde se colocará el rotor. Por la utilización de éstos motores en un lugar reducido (diámetro de revestimiento) las bobinas son alargadas [5].

Figura 3 Estator



Fuente: SCHLUMBERGER-WCP-Artificial Lift System

- **Rotor**

Es el componente que gira (rota) en una máquina eléctrica, sea esta un motor o un generador eléctrico. Está compuesto por un eje donde se colocan pequeños rotores de 12 pulgadas de largo cada uno. Cada rotor está sostenido en sus extremos por una chumacera, la cual soporta cualquier movimiento radial que pueda tener el rotor al girar. Por regla general, cada uno de estos rotores puede aportar determinada potencia, (varía de acuerdo al motor). El conjunto descrito (eje y rotores) es colocado dentro del estator. Al circular la corriente por el estator, genera un campo magnético entre sus bobinas, el cual es cortado por el metal de los estatores generando un movimiento rotacional de estos. Este movimiento es transmitido hasta la bomba utilizando conectores (*couplings*) entre los ejes de los sellos y las bombas.

Figura 4 Rotor



Fuente: SCHLUMBERGER-WCP-Artificial Lift System

- **Cojinete del rotor**

Su función es brindar la capacidad de empuje radial y axial al motor. Tiene agujeros de flujo para facilitar la lubricación del motor.

Figura 5 Cojinete del rotor

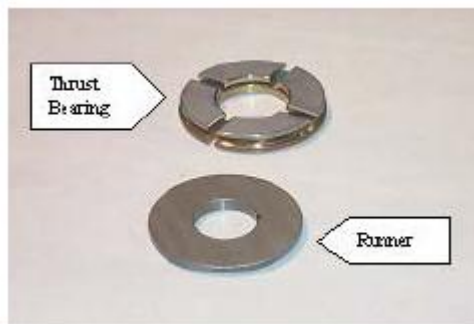


Fuente: SCHLUMBERGER-WCP-Artificial Lift System

- **Cojinete de empuje**

Se ubica en la parte superior del motor, y su función es soportar el empuje generado por todos los rotores.

Figura 6 Cojinete de empuje



Fuente: SCHLUMBERGER-WCP-Artificial Lift System

- **Eje**

El eje del motor electrosumergible permite la circulación de aceite dieléctrico a través de él y del cojinete del rotor para asegurar la lubricación de sus partes móviles.

Figura 7 Eje



Fuente: SCHLUMBERGER-WCP-Artificial Lift System

- **Conector**

Este elemento permite conectar el motor de fondo, mediante el cable de potencia, a la potencia suministrada en superficie.

Figura 8 Conector



Fuente: SCHLUMBERGER-WCP-Artificial Lift System

2.2.2 TOMA DE ENTRADA (INTAKE). Hay dos clases de entradas, una estándar y un separador de gas. El separador de *intake*/gas se sujeta a la base de la bomba y a la cabeza del protector. La función del *intake* es proporcionar al fluido del pozo una trayectoria a la bomba.

- **Tipos de *intake***

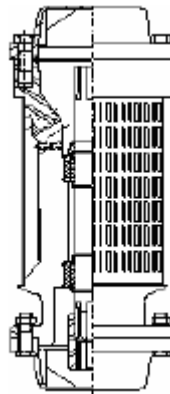
- **Estándar**

Suministra agujeros de entrada al fluido, une la base de la bomba con la cabeza del protector mediante un eje corto.

- ***Intake ARZ***

A diferencia del estándar, presenta cojinetes de zirconio que lo protege contra el desgaste abrasivo y la vibración lateral. Debido a la eficiencia y resistencia del sistema de cojinetes, el rendimiento y tiempo de servicio del sistema BES se mejoran sustancialmente.

Figura 9 Sección de entrada ARZ



Fuente: SCHLUMBERGER-WCP-Artificial Lift System

- ***Intake integral***

Algunas bombas utilizan la entrada integral, la diferencia es que se diseñan como parte de la base de la bomba. Estos se encuentran típicamente en bombas sumergibles más grandes y que trabajan en pozos de agua.

- **Separadores de gas**

La función del separador de gas es proporcionar una trayectoria para el líquido hacia la bomba pero también separa y quita cierto porcentaje de gas antes de que alcance la bomba.

2.2.3 CABLE DE POTENCIA. Su función es transmitir energía eléctrica desde la superficie al motor, además transmite señales de presión, temperatura, registradas por el sensor de fondo a la superficie, por tal motivo se considera un componente vital y sensible en el sistema BES.

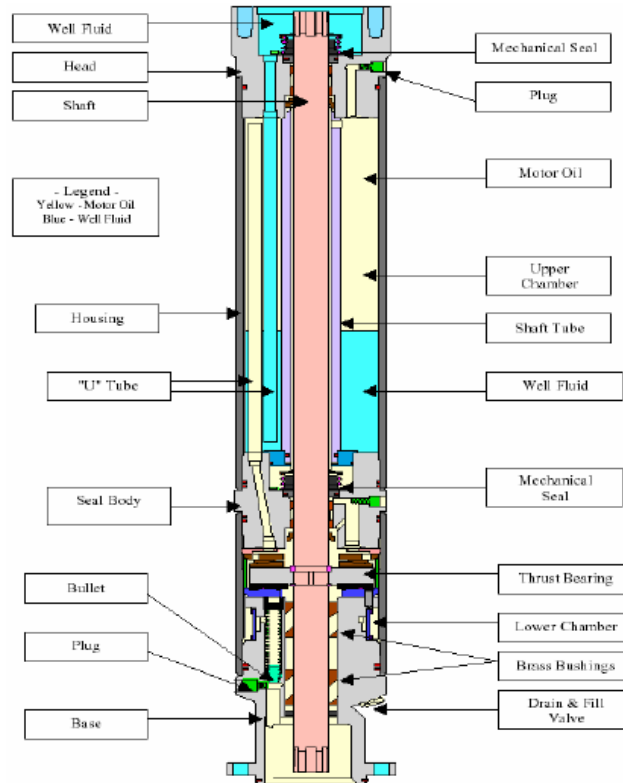
Todos los cables utilizan conductores de cobre estañado. Las tres fases son aisladas individualmente, el aislamiento es físicamente pegado con adhesivo al conductor. Los conductores pueden tener además una barrera protectora y/o una fibra trenzada sobre el aislamiento. Luego, los conductores son encamisados para proveer protección mecánica y química y finalmente, por lo general, se envuelven con armadura metálica.

2.2.4 PROTECTOR. Este elemento está ubicado entre la sección de entrada a la bomba y el motor. El protector es una pieza vital en el ensamblaje y una de sus características es absorber todos los esfuerzos que puedan estar presentándose sobre el sistema. Si no es seleccionado apropiadamente puede reducir la vida útil del equipo. El protector va lleno de aceite mineral, que se comprime y se expande según los esfuerzos que se estén ejerciendo sobre el sistema.

- **Funciones del Protector**

- Soportar la carga axial (empuje) desarrollada por la bomba.
- Proveer un sello y equilibrar las presiones interna y externa para evitar que el aceite del motor sea contaminado por el fluido del pozo, actuando también como un reservorio de aceite para el motor.
- Transmitir el torque desarrollado en el motor hacia la bomba, a través del eje del protector.

Figura 10 Protector



Fuente: SCHLUMBERGER-WCP-Artificial Lift System

2.2.5 BOMBA. La bomba utilizada en este sistema electrosumergible es de tipo centrífuga de etapas múltiples, que contiene un número seleccionado de impulsores (según la aplicación) muy bien encajados en difusores, ubicados en serie sobre un eje, movidos por un motor eléctrico [6].

La bomba centrífuga genera presión por la rotación de una serie de aspas que posee el impulsor. La función del impulsor es transferir energía al fluido que pasa por él, logrando así elevar su energía cinética, luego el difusor convierte esta energía cinética en energía potencial (presión) elevando la presión de descarga.

Figura 11 Bomba

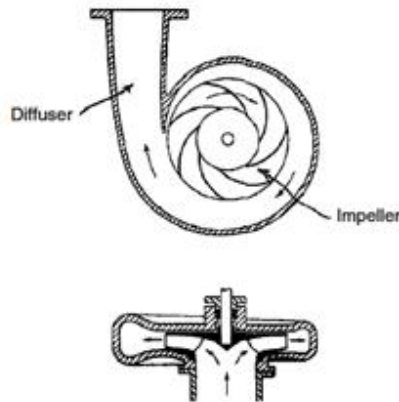


Fuente: SCHLUMBERGER-ARTIFICIAL LIFT

Fuerzas externas, tales como, la presión atmosférica y el peso de la columna de fluido empujan el fluido dentro del ojo del impulsor y hacia fuera de la periferia del mismo. De allí, que la rotación del impulsor de gran velocidad arroja el líquido dentro del difusor.

Cada etapa consiste de un impulsor y un difusor. En conjunto la función principal de las bombas es levantar el fluido de un nivel a otro transformando energía cinética en energía potencial (cabeza). Hay dos tipos de impulsores que determinan la cantidad de fluido disponible para el diseño específico y son los impulsores de tipo flujo radial y los de tipo flujo mixto. La diferencia entre estos dos tipos de diseños se describe por el ángulo que forma el pasaje de fluido con respecto a la vertical.

Figura 12 Esquemático interno de una bomba Centrífuga



Fuente: Tomado de [3]

El impulsor de flujo mixto mueve el fluido generándole un cierto ángulo lo cual desata componentes de fuerzas hidráulicas. Este tipo de impulsor tiene los ángulos de las aspas cercanos a 45 grados y por tanto normalmente se encuentran para rangos de bombas con mayores tasas de flujo. Su uso depende del caudal y calidad del fluido que se maneja [5].

Como su nombre lo indica el impulsor de flujo radial mueve el fluido en sentido 100% radial sin producir componentes de fuerzas diferentes. Un Impulsor de flujo radial tiene los ángulos de las aspas cercanos a los 90 grados, y por lo tanto se encuentran normalmente en rangos de bombas para tasas de flujo menores. El tipo o geometría de la etapa determina el volumen de fluido que maneja la bomba y el número de etapas determina el levantamiento total generado (TDH).

➤ COMPONENTES EN SUPERFICIE

2.2.6 GENERADOR. Equipo que genera la potencia eléctrica necesaria para la operación del equipo de fondo. Generalmente en los primeros años de operación de los campos se utilizan moto-generadores. Posteriormente, se mantiene la mitad de la potencia con generación propia y la otra parte utilizando la producción de energía a nivel Nacional "ISA".

2.2.7 TRANSFORMADOR REDUCTOR. Se encarga de reducir la tensión de la línea de alta tensión al voltaje requerido en la entrada del variador de velocidad o

del interruptor de tensión constante. En el caso que se tenga un generador no es necesario el transformador reductor SDT.

2.2.8 VARIADOR O CONTROLADOR DE FRECUENCIA. Es el equipo encargado de controlar la frecuencia de trabajo del motor de la bomba. Su funcionamiento permite operar las bombas a diferentes revoluciones por minuto (rpm). Recibe corriente alterna de amplitud sinusoidal y frecuencia constante y entrega una amplitud sinusoidal con frecuencia variable (para alimentación del sistema de control y cambio de frecuencias).

De esta forma, de acuerdo a las condiciones de operación del pozo y sin necesidad de sacar el equipo de fondo es posible ajustar las mejores condiciones de superficie, (corriente, frecuencia, amperaje) que generen el desempeño óptimo del equipo de subsuelo.

La capacidad del variador o controlador viene dada en KVA (Relación KiloVoltio-Amperio), indicando la relación máxima que soporta cada equipo.

2.2.9 TRANSFORMADOR ELEVADOR. Su función es incrementar la tensión de salida del variador de frecuencia a la tensión nominal requerida por el motor para que opere eficientemente.

2.2.10 CAJA DE CONEXIONES. Es el equipo instalado cerca al cabezal del pozo y en el cual se une el cable de potencia que suministra energía al motor con el equipo de superficie. Su principal función es ventear cualquier migración de gas proveniente del pozo a través de la chaqueta de caucho del cable y así evitar posibles explosiones.

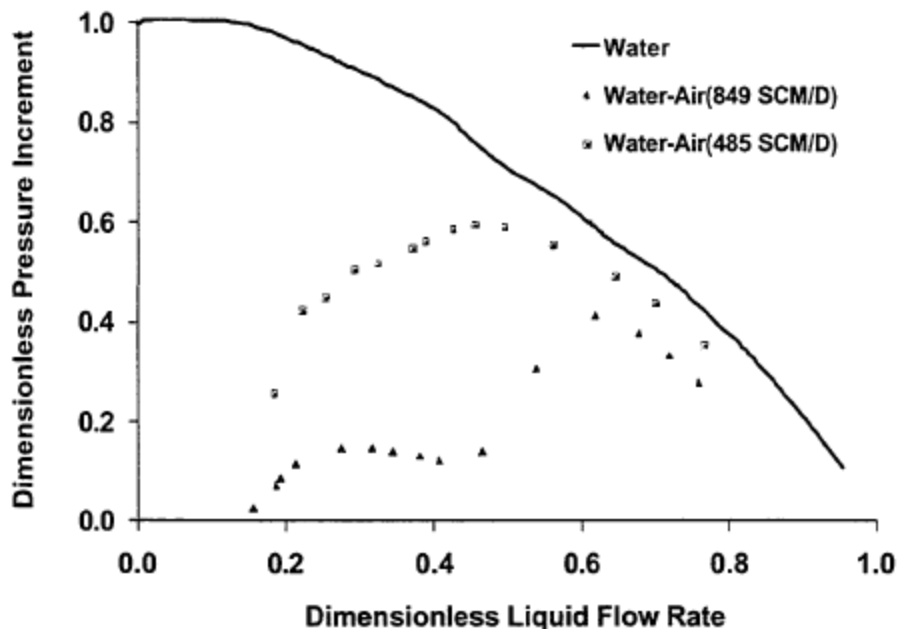
2.3 EFECTO DEL GAS EN LA BOMBA ELECTROSUMERGIBLE

Mientras las reservas de fluido fluyen a lo largo del pozo, la presión decrece continuamente. En alguna ubicación a lo largo del pozo, la presión debe ser igual a la presión punto de burbuja. Más allá de este punto, el gas saldrá de la solución y se expandirá, incrementando la fracción volumétrica de gas local. Incluso con el uso de un separador, algún porcentaje de gas libre puede eventualmente fluir dentro de la bomba, debido a limitaciones en la eficiencia de la separación [7]. Además, en algunas instalaciones, el diseño de la terminación puede no permitir que el gas separado sea ventilado, y que la mezcla de varias fases tenga que ir al interior de la bomba. El flujo continuo de gas libre dentro de la bomba causa problemas operacionales, tal como degradación en la cabeza y baja eficiencia de

la bomba. Cuando las cantidades de gas que fluyen al interior de la bomba se incrementan, efectos como bloqueo de gas o creciente (*surging*) pueden ocurrir.

Beltur (2003) presentó un ejemplo del rendimiento de una bomba centrífuga bajo condiciones de flujo de dos fases como se muestra en la Figura 13. Esta figura se presenta en forma adimensional. El incremento de presión adimensional es definido como un incremento de presión bifásico dividido por el cierre del incremento de presión de una sola fase, mientras la rata de flujo líquida adimensional indica la rata de flujo líquida de dos fases dividida por la rata de flujo máxima de una sola fase. La rata de flujo máxima de una sola fase es la rata de flujo correspondiente a un incremento de presión cero. La bomba consiste de 22 etapas de la serie 513 GC6100 con el mejor punto de eficiencia alrededor de 800 m³/d a 50Hz. El gráfico de la Figura 13 muestra la relación entre el incremento de presión promedio desarrollado por cada etapa, la rata de flujo líquida (agua), y la rata de flujo de gas libre (aire) para una bomba con presión de entrada de 790829 Pa (100psig) [7].

Figura 13 Rendimiento de cabeza promedio a 50 Hz bajo condiciones aire-agua a presión de entrada de 790829Pa (100 psig)



Fuente: Tomado de [7]

Bajo condiciones de múltiples fases, el rendimiento de la bomba difiere significativamente del rendimiento de una sola fase; la información sobre el

rendimiento monofásico es usualmente proporcionada por los fabricantes de las bombas electrosumergibles. El correcto rendimiento de la bomba bajo condiciones multifásicas es crítico para el diseño apropiado, simulación y solución de problemas de instalaciones ESP.

El problema del rendimiento de la bomba en condiciones de múltiples fases ha sido dirigido a partir de experimentos y modelos aproximados. Desafortunadamente, las correlaciones desarrolladas solo se basan en datos experimentales que tienen serias limitaciones. Las correlaciones no son generales, estas no proporcionan cierta seguridad para solucionar el problema y la validez de los resultados está limitada al rango de datos experimentales y al tipo de bomba probada. Las aproximaciones experimentales también requieren extensas pruebas si se desea obtener resultados útiles para las condiciones operacionales encontradas en aplicaciones de campo. Una mejor solución para el problema puede ser obtenido a través del enfoque del modelado.

3. MODELADO DEL SISTEMA MOTOR-BOMBA EN PRESENCIA DE FLUIDO BIFÁSICO

El modelo dinámico de dos de los componentes más importantes del sistema BES incluye los siguientes subsistemas: modelo del motor de inducción, modelo de la bomba y el modelo del fluido, los cuales se acoplan entre sí para realizar estudios de rendimiento.

3.1 MODELO MATEMÁTICO DE UN MOTOR DE INDUCCIÓN

El modelo matemático que se utiliza para transformar algunas variables de una máquina de inducción (motor) del marco de referencia natural abc al sistema $dq0$, es utilizado desde hace mucho tiempo como se muestra en la referencia [8]. El primer caso es válido cuando se desea estudiar sistemas desbalanceados, tanto en circuitos del estator como del rotor, el segundo permite simplificar el modelo matemático, basado en la teoría propuesta por R.H.Park. El objetivo primordial de estas transformaciones es pasar de ecuaciones no-lineales de las máquinas a un sistema de ecuaciones diferenciales lineales, con lo cual se logrará reducir el tiempo de cálculo, facilitando su análisis.

3.1.1 SISTEMA DE ECUACIONES EN EL MARCO DE REFERENCIA NATURAL [9, 10]

Para fines de modelado, será considerado un motor de un estator de inducción y rotor jaula de ardilla. La teoría generalizada de las máquinas eléctricas introduce una serie de consideraciones con el objetivo de simplificar el proceso de modelado y también el modelo resultante. Lo que equivale a decir que las máquinas son consideradas ideales.

- La saturación magnética es despreciada
- La distribución espacial de fuerzas magnetomotrices y del flujo del entrehierro son consideradas sinusoidales y simétricas en relación con el eje magnético de los enrollados.
- La máquina tiene una geometría simétrica.
- Las pérdidas por histéresis y por corrientes parásitas en el material magnético son despreciadas.

La dinámica del motor se obtiene al establecer las ecuaciones eléctricas del circuito de la Figura 14, que se describen en la siguiente expresión, donde:

V_A, V_B, V_C Tensión de fase del bobinado del estator.

V_a, V_b, V_c Tensión de fase del bobinado del rotor.

I_A, I_B, I_C Corrientes en el bobinado del estator.

I_a, I_b, I_c Corrientes en el bobinado del rotor.

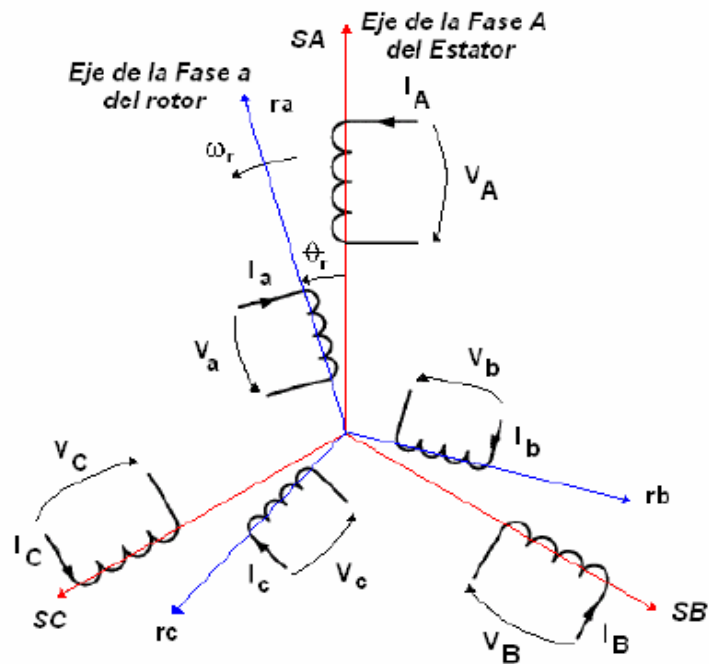
Ψ_A, Ψ_B, Ψ_C Flujo magnético presente en el bobinado del estator.

Ψ_a, Ψ_b, Ψ_c Flujo magnético presente en el bobinado del rotor.

$$[V] = [R][I] + \frac{d}{dt}[\Psi] \quad \text{Ecuación 1}$$

$$\begin{bmatrix} V_A \\ V_B \\ V_C \\ V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \\ I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Psi_A \\ \Psi_B \\ \Psi_C \\ \Psi_a \\ \Psi_b \\ \Psi_c \end{bmatrix}$$

Figura 14. Motor de inducción en el sistema de coordenadas ABC.



Fuente: Tomado de [10]

La relación entre el flujo y la corriente, a través de cada bobina, está dada por la ecuación 2, donde:

L_s Inductancia del bobinado del estator

L_r Inductancia del bobinado del rotor

L_m Inductancia mutua

$$[\Psi] = [L] [I] \quad \text{Ecuación 2}$$

$$L = \begin{bmatrix} L_s & 0 & 0 & \frac{2}{3}L_m f_1 & \frac{2}{3}L_m f_2 & \frac{2}{3}L_m f_3 \\ 0 & L_s & 0 & \frac{2}{3}L_m f_3 & \frac{2}{3}L_m f_1 & \frac{2}{3}L_m f_2 \\ 0 & 0 & L_s & \frac{2}{3}L_m f_2 & \frac{2}{3}L_m f_3 & \frac{2}{3}L_m f_1 \\ \frac{2}{3}L_m f_1 & \frac{2}{3}L_m f_3 & \frac{2}{3}L_m f_2 & L_r & 0 & 0 \\ \frac{2}{3}L_m f_2 & \frac{2}{3}L_m f_1 & \frac{2}{3}L_m f_3 & 0 & L_r & 0 \\ \frac{2}{3}L_m f_3 & \frac{2}{3}L_m f_2 & \frac{2}{3}L_m f_1 & 0 & 0 & L_r \end{bmatrix}$$

$$f_1 = \cos(\theta_r), f_2 = \cos\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right), f_3 = \cos\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right)$$

Para representar el modelo dinámico, en función de las corrientes del estator y el rotor, como variables de estado, se sigue la ecuación 3, [10] donde:

ω_r Velocidad eléctrica del rotor DFIG

$[L]^{-1}$ Inversa de la matriz de inductancias L definida por la ecuación 4

$\frac{d}{d\theta_r} [L]$ Razón de cambio de la inductancia con relación al desplazamiento

Angular, definido por la ecuación 5.

$$\frac{d}{dt} [I] = [L]^{-1} \left\{ [R] + \omega_r \frac{d}{d\theta_r} [L] \right\} [I] + [L]^{-1} [V] \quad \text{Ecuación 3}$$

$$[L]^{-1} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & b_{14} & b_{15} & b_{16} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & b_{24} & b_{25} & b_{26} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & b_{34} & b_{35} & b_{36} \\ b_{41} & b_{42} & b_{43} & b_{44} & b_{45} & b_{46} \\ b_{51} & b_{52} & b_{53} & b_{54} & b_{55} & b_{56} \\ b_{61} & b_{62} & b_{63} & b_{64} & b_{65} & b_{66} \end{bmatrix} \quad \text{Ecuación 4}$$

$$b_{11} = b_{22} = b_{33} = \frac{4L_S L_r - 3L_{aA}^2}{L_S(4L_S L_r - 9L_{aA}^2)}$$

$$b_{44} = b_{55} = b_{66} = \frac{4L_S L_r - 3L_{aA}^2}{L_r(4L_S L_r - 9L_{aA}^2)}$$

$$b_{12} = b_{13} = b_{21} = b_{23} = b_{31} = b_{32} = \frac{-3L_{aA}^2}{L_S(4L_S L_r - 9L_{aA}^2)}$$

$$b_{45} = b_{46} = b_{54} = b_{56} = b_{64} = b_{65} = \frac{-3L_{aA}^2}{L_r(4L_S L_r - 9L_{aA}^2)}$$

$$b_{14} = b_{25} = b_{36} = b_{41} = b_{52} = b_{63} = \frac{-4L_{aA} f_1}{4L_S L_r - 9L_{aA}^2}$$

$$b_{15} = b_{26} = b_{34} = b_{43} = b_{51} = b_{62} = \frac{-4L_{aA} f_2}{4L_S L_r - 9L_{aA}^2}$$

$$b_{16} = b_{24} = b_{35} = b_{42} = b_{53} = b_{61} = \frac{-4L_{aA} f_3}{4L_S L_r - 9L_{aA}^2}$$

$$L_{aA} = \frac{2}{3}L_m$$

$$\frac{d}{d\theta_r} [L] = -\frac{2}{3} L_m \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & g_1 & g_2 & g_3 \\ 0 & 0 & 0 & g_3 & g_1 & g_2 \\ 0 & 0 & 0 & g_2 & g_3 & g_1 \\ g_1 & g_3 & g_2 & 0 & 0 & 0 \\ g_2 & g_1 & g_3 & 0 & 0 & 0 \\ g_3 & g_2 & g_1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{Ecuación 5}$$

$$g_1 = \sin(\theta_r), \quad g_2 = \sin\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right), \quad g_3 = \sin\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right)$$

El par electromagnético es producido por interacción de los flujos del rotor y estator. Esta interacción se manifiesta en la variación de inductancia mutua del estator y del rotor en función de la posición. En la ecuación 6 se define el par producido en función de la corriente del estator y el rotor, donde P_f es el número de polos [10].

$$T_e = -\frac{2}{3} P_f L_m \left\{ (I_A I_a + I_B I_b + I_C I_c) \sin(\theta_r) + (I_A I_a + I_B I_b + I_C I_c) \sin\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) + \dots \right. \\ \left. + (I_A I_a + I_B I_b + I_C I_c) \sin\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) \right\} \quad \text{Ecuación 6}$$

La ecuación mecánica relaciona las variables eléctricas del motor con la carga, según la segunda ley de Newton para el movimiento rotatorio.

La ecuación 7 describe el comportamiento de la velocidad mecánica, o también la posición del rotor, en función del par electromagnético y los parámetros de la carga. En términos de la velocidad mecánica se puede escribir:

$$\frac{dw_r}{dt} = -\frac{nb}{J} w_r + \frac{n}{J} (T_e - T_L(w)) \quad \text{Ecuación 7}$$

Donde:

- J es el momento de inercia del motor.
- b es el coeficiente de amortiguación del motor.

- T_L es el par de carga.

Bajo condiciones de estado estable $\frac{d[\Psi]}{dt} = \frac{dw_r}{dt} = 0$

La ecuación 7 puede ser escrita entonces como:

$$w_r = \frac{T_e - T_L(w)}{b} \quad \text{Ecuación 8}$$

Las ecuaciones 1, 6 y 8 describen el comportamiento de un motor con estator bobinado de inducción y rotor jaula de ardilla de P_f polos, donde se consideraron las aproximaciones del inicio de sección.

Es importante resaltar algunas de las características notables del modelo que se obtuvo:

- El modelo está constituido por 7 ecuaciones dinámicas (6 ecuaciones de tensión y una ecuación mecánica).
- El modelo es no-lineal, dado los productos de las corrientes en la ecuación del par y del producto de la velocidad angular del rotor en las ecuaciones de las tensiones.
- El modelo es variante en el tiempo, dado que la inductancia mutua estator-rotor varía con la posición del rotor.

Estas características revelan la complejidad de este modelo e imponen la necesidad de buscar modelos más simplificados que permitan un tratamiento analítico menos complejo.

3.1.2 SISTEMA DE ECUACIONES EN EL MARCO DE COORDENADAS dq0

El modelo desarrollado en la sección anterior es bastante complejo para un análisis adecuado del comportamiento del motor de inducción. Esta complejidad está relacionada principalmente con la matriz de inductancias, (ecuación 4), que se encuentra en función de la velocidad del rotor, por lo tanto los coeficientes de la

ecuación de estados varían en el tiempo, excepto cuando la máquina alcanza su condición de reposo. Con el fin de obtener un sistema invariante en el tiempo, se realiza una transformación de variables a un marco de referencia, el cual rota a una velocidad angular arbitraria. Este cambio de variables consiste en referenciar las variables de sistemas trifásicos, tanto de estator o de rotor, en un mismo sistema de coordenadas compuestas de dos ejes en cuadratura y otro eje, conocido como eje de secuencia cero [11]. Las variables del nuevo sistema de coordenadas son distinguidas por los índices d, q y 0 representando los ejes directos, de cuadratura y de secuencia cero, respectivamente.

La Figura 15, ilustra la relación geométrica entre los sistemas de coordenadas arbitrarias y el trifásico. El sistema de coordenadas trifásicas es representado por los ejes a, b y c desfasados geométricamente en 120 grados.

La relación entre las variables de los dos sistemas de coordenadas está dado como:

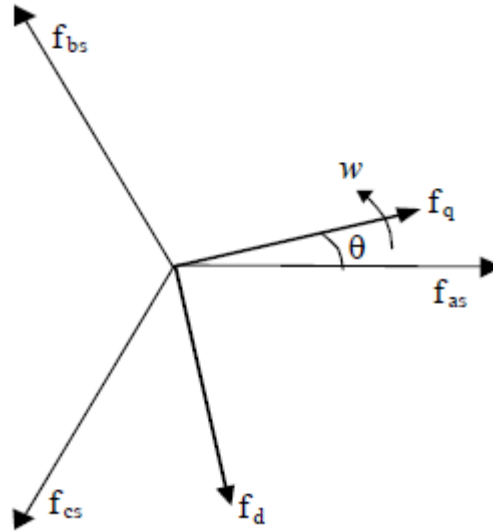
$$[f_{0dq}] = [K][f_{abc}] \quad \text{Ecuación 9}$$

Donde

$$f_{0dq} = \begin{bmatrix} f_0 \\ f_d \\ f_q \end{bmatrix} \quad f_{abc} = \begin{bmatrix} f_a \\ f_b \\ f_c \end{bmatrix}$$

$$K = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos(\theta) & \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \text{sen}(\theta) & \text{sen}\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \text{sen}\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \end{bmatrix}$$

Figura 15. Sistema de coordenadas abc y dq0.



Fuente: Tomado de [9]

La transformada inversa está dada por:

$$[f_{qd0}] = [K]^{-1}[f_{abc}] \quad \text{Ecuación 10}$$

Donde:

$$K^{-1} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \cos(\theta) & \text{sen}(\theta) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \text{sen}\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & \text{sen}\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \end{bmatrix}$$

Con la matriz de transformación K, se pueden obtener las ecuaciones de flujos, tensiones y corrientes tanto del estator como del rotor en el sistema de coordenadas $dq0$. De la definición de la transformación K, se puede verificar que las tensiones de alimentación del motor de inducción fueron supuestas de forma simétrica, en este caso las tensiones en el eje 0 serán nulas [9]. Por lo tanto, de

acuerdo a esta consideración el modelo del motor de inducción puede ser representado por ecuaciones relativas a los ejes d y q.

Las ecuaciones para la tensión del bobinado del estator y el rotor, al aplicar la transformación de Park, están dadas por la ecuación 11.

$$[V] = [R][I] + \frac{d}{dt}[\Psi] + [\Omega][\Psi] \quad \text{Ecuación 11}$$

$$\begin{bmatrix} V_{ds} \\ V_{qs} \\ V_{dr} \\ V_{qr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{ds} \\ I_{qs} \\ I_{dr} \\ I_{qr} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Psi_{ds} \\ \Psi_{qs} \\ \Psi_{dr} \\ \Psi_{qr} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{P}{2} \omega_o L_r \\ 0 & 0 & -\frac{P}{2} \omega_o L_r & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Psi_{ds} \\ \Psi_{qs} \\ \Psi_{dr} \\ \Psi_{qr} \end{bmatrix}$$

La relación entre el flujo magnético y la corriente está dada por la ecuación 12. Si las corrientes se seleccionan como variables de estado, la ecuación que representa la dinámica de la máquina de inducción estaría dada por la ecuación 13.

$$[\Psi] = [L][I] \quad \text{Ecuación 12}$$

Donde

$$[L] = \begin{bmatrix} L_s & 0 & L_m & 0 \\ 0 & L_s & 0 & L_m \\ L_m & 0 & L_r & 0 \\ 0 & L_m & 0 & L_r \end{bmatrix}$$

$$\frac{d}{dt}[I] = -([L]^{-1}[R] + [L]^{-1}[\Omega][L])[I] + [L]^{-1}[V] \quad \text{Ecuación 13}$$

Donde

$$[L]^{-1} = \frac{1}{L_r L_s - L_m^2} \begin{bmatrix} L_r & 0 & -L_m & 0 \\ 0 & L_r & 0 & -L_m \\ -L_m & 0 & L_s & 0 \\ 0 & -L_m & 0 & L_s \end{bmatrix}$$

Seleccionando $\theta=0$ en la matriz K de la ecuación 9 la transformación de tensión en el estator de tres fases a dos ejes quedaría descrita como se muestra en la siguiente ecuación:

$$\begin{bmatrix} V_{ds} \\ V_{qs} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{as} \\ V_{bs} \\ V_{cs} \end{bmatrix} \quad \text{Ecuación 14}$$

Donde V_{as} , V_{bs} , y V_{cs} son las tres fases de tensión del estator, mientras V_{ds} , y V_{qs} son las componentes de los dos ejes del vector de tensión del estator V_s .

En los dos ejes del marco de referencia del estator, las ecuaciones de la corriente de un motor de inducción pueden ser escritas como [12]:

$$\begin{bmatrix} I_{ds} \\ I_{qs} \\ I_{dr} \\ I_{qr} \end{bmatrix} = \int \left\{ \begin{bmatrix} L_s & 0 & L_m & 0 \\ 0 & L_s & 0 & L_m \\ L_m & 0 & L_r & 0 \\ 0 & L_m & 0 & L_r \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} V_{ds} \\ V_{qs} \\ V_{dr} \\ V_{qr} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_r & 0 \\ -\frac{P}{2}w_oL_m & \frac{P}{2}w_oL_m & -\frac{P}{2}w_oL_r & \frac{P}{2}w_oL_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{ds} \\ I_{qs} \\ I_{dr} \\ I_{qr} \end{bmatrix} \right\} d\tau \quad \text{Ecuación 15}$$

En el modelo eléctrico, las tres fases de la tensión [V_{as} , V_{bs} , V_{cs}] son las entradas y el vector de corrientes [i_{ds} , i_{qs} , i_{dr} , i_{qr}] es el vector de salida. Las componentes de tensión del rotor son normalmente cero puesto que el devanado del rotor de jaula está cortocircuitado, es decir, $V_{dr} = 0$ y $V_{qr} = 0$.

En los dos ejes del marco de referencia del estator, el torque electromagnético T_e y la potencia de salida P_{outm} están dados respectivamente por:

$$T_e = \frac{3PL_m}{2} [(I_{dr} * I_{qs}) - (I_{qr} * I_{ds})] \quad \text{Ecuación 16}$$

$$P_{outm} = \frac{3}{2} (V_{ds}I_{ds} + V_{qs}I_{qs}) \quad \text{Ecuación 17}$$

- **Sub-modelo Suministro de Potencia**

Este sub-modelo consiste de un generador de tensión sinusoidal de tres fases, como se muestra a continuación:

$$V_{as} = |V| \cos(\omega t + \theta)$$

$$V_{bs} = |V| \cos(\omega t - 2\pi/3 + \theta) \quad \text{Ecuación 18}$$

$$V_{cs} = |V| \cos(\omega t + 2\pi/3 + \theta)$$

Donde $|V|$ es la amplitud de la terminal de tensión, ω es la frecuencia suministrada, y θ es el ángulo inicial.

Las ecuaciones 14, 15 y 16 describen el comportamiento de un motor de inducción, para validar las ecuaciones formuladas anteriormente, se utilizaron los parámetros de un motor descritos en [12] y se compararon los resultados obtenidos con los presentados en esta misma referencia, la simulación se realizó en la plataforma *simulink* del software *matlab*.

Tipo: Tres fases, 6 polos, 220V y $f = 60\text{Hz}$

Tabla 1. Parámetros de Simulación

Símbolo	Nombre	Valor	Unidades
L_r	Inductancia de dispersión del bobinado del rotor	0.0418	Ω
L_s	Inductancia de dispersión del bobinado del estator	0.0425	Ω
L_m	Inductancia mutua	0.0412	Ω

R_r	Resistencia del bobinado del rotor	0.158	Ω
R_s	Resistencia del bobinado del estator	0.288	Ω
b	Coefficiente de fricción	0.4	Kgm^2

Fuente: Tomado de [12].

El torque de carga se fijó en 20 N.m.

El rotor gira a una velocidad sincrónica, que se calcula como:

$$N = \frac{120 * f}{P} \quad \text{Ecuación 19}$$

Donde:

N : Revoluciones por minuto (rpm)

f : Frecuencia de la línea (60Hz)

P : Número de polos

Para el caso del motor simulado:

$$N = \frac{120 * 60}{6} = 1200 \text{ rpm} = 125.66 \text{ rad/s}$$

En la Figura 16 se presentan las gráficas de la corriente en el estator y de la velocidad en el rotor tomada de [12].

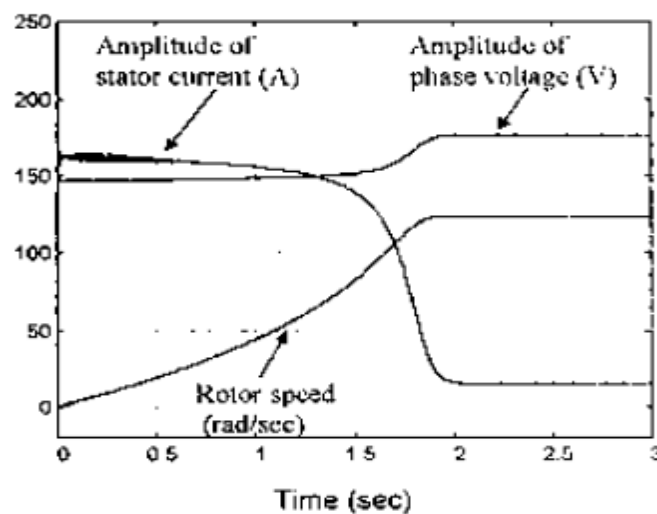
La Figura 17 presenta la velocidad proporcionada por el motor. La amplitud de la corriente en el estator se calcula de la siguiente forma:

$$|I_s| = \frac{2}{3} \sqrt{i_{ds}^2 + i_{qs}^2} \quad \text{Ecuación 20}$$

Esta corriente se ilustra en la Figura 18. Como se puede observar, la amplitud de la corriente en el estator (Figura 18) y la velocidad en el rotor (Figura 17) son similares a las mostradas en la Figura 16.

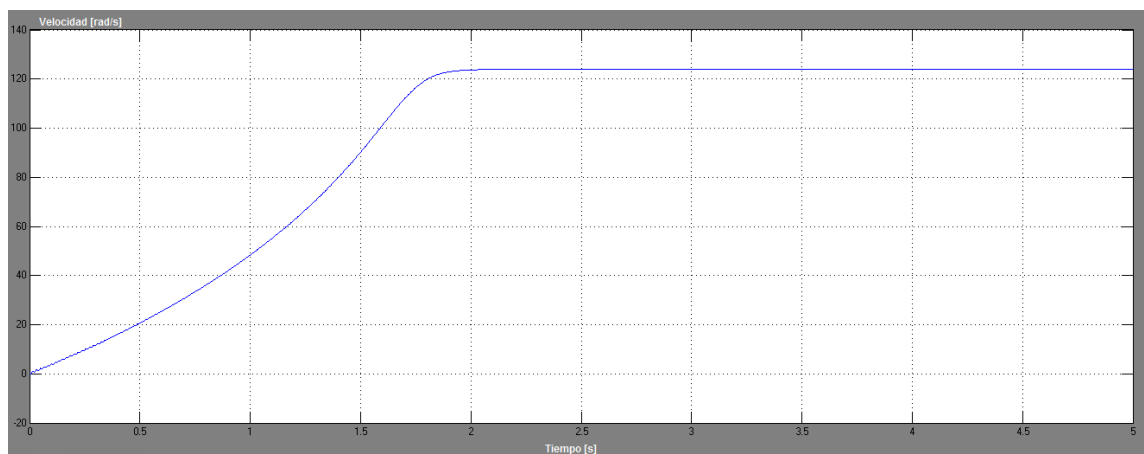
En la Figura 19 se observa la curva característica par-velocidad del motor de inducción, la cual indica que el par inducido del motor es cero a la velocidad sincrónica. La Figura 20 muestra que la curva característica del motor concuerda con la Figura 19.

Figura 16. Amplitud de la corriente en el estator y Velocidad en el rotor



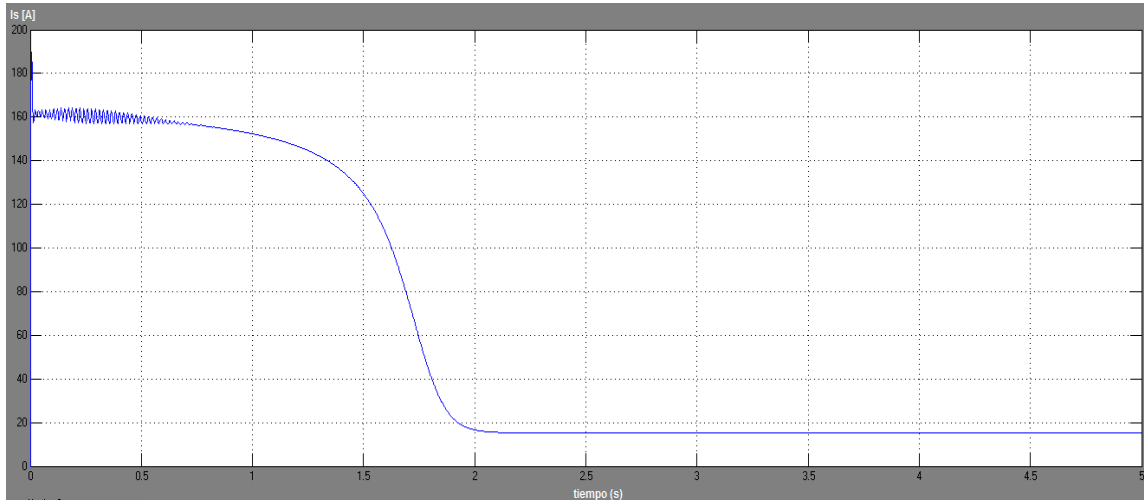
Fuente: Tomado de [12]

Figura 17. Velocidad en función del tiempo.



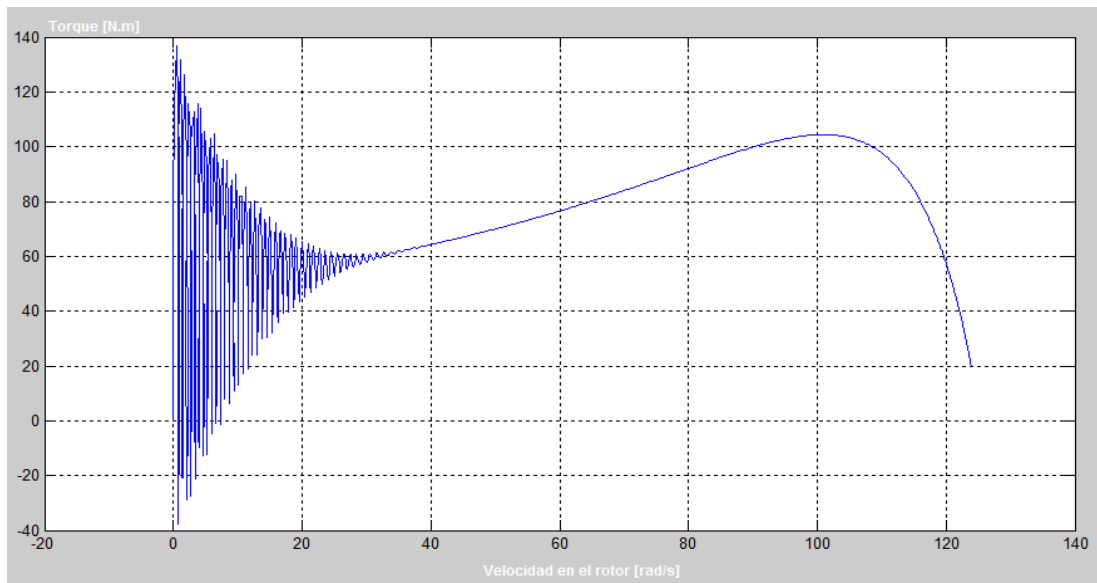
Fuente: El Autor

Figura 18. Amplitud de la corriente en el estator



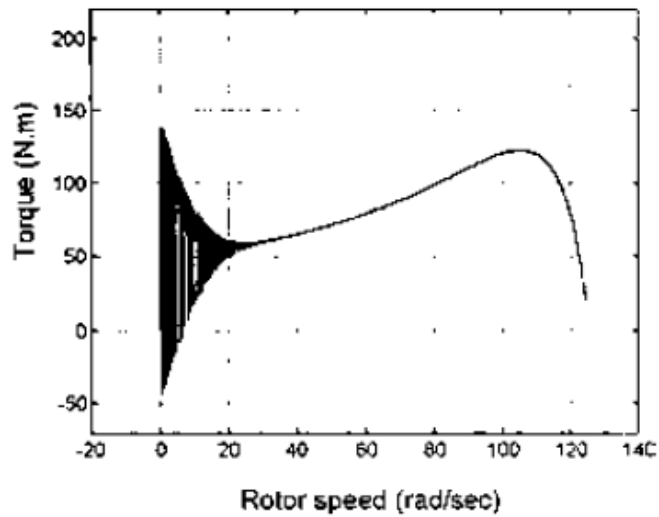
Fuente: El Autor

Figura 19. Curva característica



Fuente: El Autor

Figura 20. Curva característica de un motor de inducción



Fuente: Tomado de [12]

3.2 MODELO DE LA BOMBA ELECTROSUMERGIBLE [6, 13]

Como se mencionó anteriormente la bomba utilizada en este sistema electrosumergible es de tipo centrífuga de etapas múltiples, este elemento mecánico se encarga de transformar la energía mecánica recibida a una energía hidráulica. El movimiento del fluido a través de las etapas de la bomba electrosumergible, se produce por el movimiento rotatorio del impulsor proporcionando al fluido la energía cinética necesaria para que circule por el difusor y la suma de etapas genera la adición de presiones, produciendo suficiente energía potencial elevando el fluido hasta la superficie [6].

Antes de formular las ecuaciones que definen el comportamiento de la bomba electrosumergible es necesario tener claridad en ciertos conceptos de suma importancia; teóricamente el caudal desarrollado por la bomba en el circuito hidráulico es función de la velocidad angular de rotación w_r , y esta depende de la frecuencia de red w .

$$Q = Q(w) \quad \text{Ecuación 21}$$

El flujo o caudal de enlace es proporcional a la diferencia de presión Δp a través de la bomba como:

$$Q = K\Delta p = K(P_{descarga} - P_{imp}) \quad \text{Ecuación 22}$$

Donde

K: Coeficiente de enlace o proporcionalidad de la bomba.

Una variación ΔV de cierto volumen del fluido bajo presión es proporcional a la diferencia de presión Δp en el volumen, y proporcional al volumen total del fluido. El volumen que cambia es entonces dado por:

$$\Delta V = \frac{V}{\beta} \Delta p \quad \text{Ecuación 23}$$

Donde

β : Modulo del indicador de gasto o caudal del fluido. La compresibilidad del fluido es expresada por:

$$Q_c = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{V dp}{\beta dt} \quad \text{Ecuación 24}$$

La capacidad del caudal absorbido por la bomba centrífuga corresponde con el cambio del volumen, el cual es expresado como:

$$Q_o = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{A dy}{\beta dt} = Av \quad \text{Ecuación 25}$$

Donde

A: Área de la sección de salida de la bomba [m^2].

y: Desplazamiento del fluido [m].

v: Velocidad del fluido a la salida del rodete de trabajo de la bomba [m/s].

El caudal desarrollado por la bomba centrífuga está acorde con la masa de fluido desplazada, que lo componen los caudales dados por la bomba, menos el caudal de circulación en el rodete de trabajo de la bomba y el caudal gastado durante la compresibilidad en el proceso de transferencia de flujo hacia la salida.

Realizado este breve repaso de conceptos de la bomba sumergible, se dispone a formular las ecuaciones que describen el comportamiento de ciertas variables de la bomba centrífuga. El modelo utilizado para representar el funcionamiento de la bomba no está basado en una representación física como tal, es decir una descripción componente a componente, sino de algunos conceptos hidráulicos [13].

La potencia de entrada de la bomba está definida como:

$$P_{in} = \frac{HQg}{\eta b} \quad \text{Ecuación 26}$$

El momento de carga T_L es función de la potencia y el número de revoluciones de la bomba.

$$T_L = f(w, \Delta p, Q, \rho) = f(w, H, Q, \rho) \quad \text{Ecuación 27}$$

$$T_L(w) = \frac{QHg}{\eta w_r} \quad \text{Ecuación 28}$$

La bomba sumergible es modelada con entradas como la velocidad en el eje (w_r), la diferencia de presión en la bomba (Δp) y la potencia de entrada de la bomba (P_{in}). La variable de salida escogida es el caudal (Q).

$$Q = \frac{T_L(w)}{\rho g H} \quad \text{Ecuación 29}$$

La potencia hidráulica de salida de una bomba sumergible es:

$$P_{hid} = QHg \quad \text{Ecuación 30}$$

La eficiencia de un sistema está definida como:

$$\eta = \frac{P_{outmotor}}{P_{in}} \quad \text{Ecuación 31}$$

Reemplazando las ecuaciones 30 y 31 en la ecuación 28, se obtiene que:

$$T_L(w) = \frac{P_{inbomba}}{w_r} \quad \text{Ecuación 32}$$

Si se realiza un equilibrio de potencias en el eje entre el motor y la bomba se puede decir que la potencia absorbida por la bomba es igual a la potencia consumida por el motor, esto basado en el principio que el torque y la velocidad de la bomba y motor son iguales en todo tiempo en un bombeo electrosumergible. Así la ecuación estática 32 se puede escribir como:

$$T_L(w) = \frac{P_{outmotor}}{w_r} \quad \text{Ecuación 33}$$

3.3 MODELO HOMOGÉNEO

En la industria petrolera, muchas correlaciones sobre el modelamiento bifásico han sido obtenidas a través de trabajos experimentales. Lea and Bearden (1982), Cirilo (1998) y Romero (1999) han conducido trabajos experimentales en el rendimiento de la bomba de flujo de dos fases basado en el rendimiento promedio de bombas multi-etapa. Pessoa, *et al.* (2001) obtuvo el rendimiento de la bomba para cada etapa individual en una bomba multi-etapa basado en mediciones de etapa por etapa. Sin embargo, las correlaciones de las aproximaciones experimentales no son generales, y la validez de los resultados está limitada al rango de datos experimentales y al tipo de bomba utilizado.

Minemura, *et al.*(1993) desarrolló un modelo tridimensional con dos fases de flujo para un impulsor. El modelo se basó en un régimen de flujo burbujeante invisible de fase líquida. Sachdeva (1988, 1992, 1994) desarrolló el primer modelo unidimensional de la dinámica gas-líquido de la bomba electrosumergible. El modelo fue calibrado usando los datos experimentales de Lea y Bearden (1982) [2].

Antes de formular las ecuaciones que describen el modelo homogéneo, hay que definir algunos conceptos fundamentales, debido a que son requeridos para un mejor entendimiento en el comportamiento de bombas centrífugas en presencia de flujo de dos fases.

Cabeza. De sus unidades, la cabeza puede ser considerada como un parámetro que iguala la energía de un fluido y la presión desarrollada por una columna vertical de ese fluido. Puede ser definida como un parámetro convenientemente usado en fluidos mecánicos para describir la cantidad de energía en un fluido por sus unidades de peso. Incluye la energía cinética, potencial y las contribuciones de energía de presión a la energía total del fluido [1].

En bombas centrífugas, la energía de presión es grande comparada con las contribuciones de la energía cinética y potencial. Por esta razón, el término presión-cabeza definido en la ecuación 34, ha sido usado tradicionalmente para cuantificar la energía de presión desarrollada por estas máquinas.

$$H = \frac{\Delta p}{g\rho_l} \quad \text{Ecuación 34}$$

Contenido de gas libre. Por lo general, el gas libre que ingresa a la bomba es calculado como una fracción volumétrica de las fases totales presentes y se refiere a las condiciones de entrada de la bomba. En los estudios experimentales mencionados anteriormente, las relaciones volumétricas usadas por los autores fueron la fracción sin deslizamiento de gas libre (también conocida como fracción sin deslizamiento ocupada por el gas) y la relación gas libre/líquido o relación vapor/líquido.

Algunos autores, se refieren a la fracción de gas con la letra griega α . Tradicionalmente, esta notación se refiere a la fracción deslizante ocupada por gas libre, no a la fracción sin deslizamiento ocupada por gas, la cual se denota con λ_g .

El parámetro proporción gas libre/líquido (RF) es definido como la rata de flujo de gas libre (qg) dividido por la rata de flujo líquida (ql), ambos en condiciones in situ.

$$RF = \frac{qg}{ql} \quad \text{Ecuación 35}$$

La fracción de gas libre o fracción sin deslizamiento ocupada por gas es la rata de flujo de gas libre dividido por la rata de flujo total.

$$\lambda g = \frac{qg}{qg + ql} \quad \text{Ecuación 36}$$

Con estas ecuaciones, una relación entre la razón gas libre/líquido y la fracción gas libre puede ser establecida como

$$RF = \frac{\lambda g}{(1 - \lambda g)} \quad \text{Ecuación 37}$$

Creciente. Otra definición importante que tiene que ser introducida es la de creciente (*surging*), observada y mencionada en todos los estudios de bombas sumergibles referente a condiciones de flujo de dos fases.

Como su nombre lo indica, es una fluctuación cíclica de la presión del sistema. En la literatura es común encontrarse con la palabra “*heading*” que se usa para describir este fenómeno o con “Inestabilidad de presión” usado también en referencia a este proceso [2]. Algunas bombas centrífugas presentan un comportamiento cabeza (H)-Caudal (Q) propenso a una inestabilidad de presión con flujo de una sola fase (líquido). Este comportamiento no deseado es caracterizado en la curva de rendimiento para la cabeza por una región con una pendiente positiva. Creciente es un fenómeno del sistema, no solo de la bomba. Sin embargo, la curva de rendimiento puede influenciar la aparición o la severidad del problema [1].

Creciente no ha sido documentado como un tema especial para bombas bajo flujo de dos fases, por lo que el fenómeno que toma lugar dentro de la bomba no es bien entendido. Muchos investigadores, sin embargo, han estudiado esta condición para flujos monofásicos. En algunos estudios experimentales disponibles de la industria nuclear, *surging* aparece como una discontinuidad en el rendimiento de la cabeza, lo cual es una consecuencia de un cambio en el patrón de flujo.

Cierre de Gas. Otro importante concepto cuando se trata de bombas centrífugas que manejan flujo de dos fases es la condición de cierre de gas. Cuando una bomba alcanza este estado, la acción de bombeo se detiene, dejando que sea prácticamente incapaz de desarrollar cabeza. El bloqueo de gas que se produce en las ESP es similar a la pérdida de las mejores condiciones. Esta terminología es usada con mayor frecuencia por fabricantes de bombas centrífugas de superficie que usan una o muy pocas etapas.

La diferencia entre cierre de gas y bloqueo de gas debe ser entendida. Durante el bloqueo, la bomba mantiene el desarrollo de un poco de cabeza y el bombeo de fluidos, pero con una capacidad menor a la que antes la condición alcanzó. Esto es causado por la acumulación de gas en el lado de baja presión de los álabes del rodete.

Después de definir algunos conceptos y describir ciertos fenómenos que ocurren en el sistema y en la bomba en presencia del gas, se formulan las ecuaciones del modelo homogéneo para describir la acción de los fluidos de múltiples fases.

Para fluidos incompresibles de una sola fase a una presión y temperatura de entrada conocidas, el incremento de presión desarrollado por una etapa específica del bombeo electrosumergible es una función de la rata de flujo o caudal y la densidad [1].

$$\Delta p = \Delta p(q_l, \rho_l) \quad \text{Ecuación 38}$$

Para líquidos con baja viscosidad, el incremento de presión de la etapa de la bomba es directamente proporcional a la densidad del fluido. De esta forma, se puede definir una medición indirecta del incremento de presión en términos de la cabeza, así:

$$H_{SP} = \frac{\Delta p}{g\rho l} \quad \text{Ecuación 39}$$

Este concepto es muy importante para aplicaciones prácticas. Para fluidos incompresibles y de baja viscosidad, el incremento de presión puede ser expresado por una única relación de la cabeza como una función de la rata de flujo pero independiente de la densidad de fluido.

Debido a esto, las curvas de rendimiento de las bombas sumergibles pueden ser determinadas con cualquier líquido al que se le conozcan sus requerimientos específicos (usualmente agua) y así usar esto para predecir el comportamiento de la ESP con otros fluidos de una sola fase. Al utilizar la bomba electrosumergible en presencia de crudo, su comportamiento cambia debido a las condiciones del fluido multifásico que usualmente está presente.

El modelo homogéneo asume que las curvas de rendimiento para fluidos de una sola fase pueden ser usadas para representar el comportamiento de dos-fases. En este método, La cabeza desarrollada para flujo de dos fases por la bomba es igual a la cabeza para líquidos de una sola fase con una rata de flujo total mezclada [1].

Es decir, el incremento de presión de cada etapa es calculado con la densidad de la mezcla.

$$\Delta p_{TP} = gH\rho m \quad \text{Ecuación 40}$$

Se puede observar que este procedimiento, no implementa una degradación de cabeza. Lo que hace es desplazar los puntos de la cabeza de la curva del agua de acuerdo a la rata de flujo volumétrica total. En este procedimiento, el incremento de presión multifásico de la bomba es expresado en términos de una cabeza mezclada que es basada en la densidad de la mezcla. Alternativamente, esta predicción de cabeza puede también ser expresada en términos de una densidad de una sola fase (agua) multiplicando la cabeza mezclada de dos fases por la gravedad específica.

$$H_{TP} = \frac{gH\rho m}{g\rho_w} \quad \text{Ecuación 41}$$

El método homogéneo permite predecir el rendimiento de cabeza cuando el flujo puede ser tratado como una mezcla homogénea, pero no hay una correlación disponible de los estudios experimentales para estimar los límites de los fenómenos de *surging* y/o cierre de gas.

Un parámetro importante del fluido es la densidad, en la cual se va a ver reflejado el porcentaje de gas en el modelo hidráulico, las siguientes ecuaciones permiten calcular esta densidad:

$$\bar{\rho}_l = \left(\frac{q_w}{q_t} * \rho_w \right) + \left(\frac{q_o}{q_t} * \rho_o \right) \quad \text{Ecuación 42}$$

Donde

$\bar{\rho}_l$ Densidad promedio líquida

q_w Tasa de flujo de agua

ρ_w Densidad del agua

q_o Tasa de flujo de q_t Tasa de flujo total

ρ_o Densidad del petróleo

q_t Densidad total

La densidad de la mezcla se define entonces como:

$$\rho_m = (\rho_g * \lambda g) + ((1 - \lambda g) * \bar{\rho}_l) \quad \text{Ecuación 43}$$

4. RESULTADOS

4.1 ESTRATEGIA EMPLEADA

Para la realización de este proyecto, se plantea una estrategia como se describe a continuación:

- **Obtener los modelos matemáticos de los subsistemas.**

La conformación de un modelo general completo, depende de las ecuaciones que describen cada uno de los componentes o subsistemas de la unión bomba BES-Motor, estas pueden ser o no lineales, dependiendo de las aproximaciones que se hagan. Se sugiere utilizar los distintos marcos de referencia como aproximaciones válidas, por ejemplo la aproximación realizada en la máquina de inducción mediante la transformada de R.H. Park (ver anexo B).

- **Implementar el modelo en Matlab[®] o Simulink[®].**

Matlab[®] / Simulink[®] es un software que permite implementar ecuaciones matemáticas mediante bloques, cómo las ecuaciones diferenciales no lineales de los sistemas dinámicos, además permite simular su respuesta ante una o varias entradas específicas.

- **Hacer las simulaciones correspondientes de los modelos completos en Simulink®.**

Utilizando los modelos encontrados, se hacen las simulaciones pertinentes para diferentes pruebas, con los parámetros mostrados en la Tabla 2, de esta forma se valida la información empleada para la realización de este proyecto y se sacan conclusiones.

Tabla 2. Parámetros de Simulación

SÍMBOLO	NOMBRE	VALOR	UNIDADES
L_r	Inductancia de dispersión del bobinado del rotor	0.00428	Ω
L_s	Inductancia de dispersión del bobinado del estator	0.00425	Ω
L_m	Inductancia mutua	0.00416	Ω
R_r	Resistencia del bobinado del rotor	0.134	Ω
R_s	Resistencia del bobinado del estator	0.19	Ω
P	Número de polos	2	Ω
b	Coefficiente de fricción	0.4	Kgm^2
g	Gravedad	9.8	$\frac{m}{s^2}$
ρ_w	Densidad del agua	1000	$\frac{kg}{m^3}$
ρ_g	Densidad del aire	1.18	$\frac{kg}{m^3}$
ρ_o	Densidad del petróleo	950	$\frac{kg}{m^3}$

Fuente: El autor

4.2 SIMULACIÓN DINÁMICA DEL MOTOR DE INDUCCIÓN MANEJANDO UNA BOMBA ELECTROSUMERGIBLE.

Matlab[®] provee un entorno matricial poderoso para modelamiento en espacio de estados, diseño de sistemas y desarrollo de algoritmos. *Simulink*[®] es una extensión de *Matlab*[®] y permite el modelado gráfico de bloques y simulación del sistema.

La Figura 21 muestra el bloque general de la unidad motor-bomba para fluidos bifásicos. El modelo permite simular el comportamiento del caudal para diferentes entradas.

Al interior de este modelo general se encuentran las ecuaciones que describen la dinámica del sistema con sus respectivas conexiones como se observa en la Figura 22, donde cada uno de los bloques representa los subsistemas que conforman la unidad motor-bomba electrosumergible, ellos son: sub-modelo de suministro de potencia, modelo del motor, sub-modelo de torque y potencia, y modelo hidráulico; todos estos fueron implementados con las ecuaciones presentadas en el capítulo 3 (detalles de implementación para cada sub-modelo se incluyen en el anexo D). Las ecuaciones que definen la dinámica del sistema son:

MODELO ELÉCTRICO (MOTOR):

$$I_{ds} = \int \frac{L_r}{L_r L_s - L_m^2} (V_{ds} - R_s I_{ds}) - \frac{L_m}{L_r L_s - L_m^2} \left(V_{dr} - \frac{P}{2} w_r L_m I_{qs} - R_r I_{dr} - \frac{P}{2} w_r L_r I_{qr} \right) d\tau \quad \text{Ecuación 44}$$

$$I_{qs} = \int \frac{L_r}{L_r L_s - L_m^2} (V_{qs} - R_s I_{qs}) - \frac{L_m}{L_r L_s - L_m^2} \left(V_{qr} + \frac{P}{2} w_r L_m I_{ds} - R_r I_{qr} + \frac{P}{2} w_r L_r I_{dr} \right) d\tau \quad \text{Ecuación 45}$$

$$I_{dr} = \int -\frac{L_m}{L_r L_s - L_m^2} (V_{ds} - R_s I_{ds}) + \frac{L_s}{L_r L_s - L_m^2} \left(V_{dr} - \frac{P}{2} w_r L_m I_{qs} - R_r I_{dr} - \frac{P}{2} w_r L_r I_{qr} \right) d\tau \quad \text{Ecuación 46}$$

$$I_{qr} = \int -\frac{L_m}{L_r L_s - L_m^2} (V_{qs} - R_s I_{qs}) + \frac{L_s}{L_r L_s - L_m^2} \left(V_{qr} + \frac{P}{2} w_r L_m I_{ds} - R_r I_{qr} + \frac{P}{2} w_r L_r I_{dr} \right) d\tau \quad \text{Ecuación 47}$$

$$T_e = \frac{3PL_m}{2} [(I_{dr} * I_{qs}) - (I_{qr} * I_{ds})]$$

$$P_{outm} = \frac{3}{2} (V_{ds} I_{ds} + V_{qs} I_{qs})$$

$$w_r = \frac{T_e - T_L(w)}{b}$$

MOLEDO MECÁNICO (BOMBA):

$$T_L(w) = \frac{P_{outm}}{w_r}$$

$$Q = \frac{T_L(w)}{\rho_l g H_{SP}}$$

MODELO DEL FLUIDO:

$$H_{SP} = \frac{\Delta p_{TP}}{g \rho m}$$

$$\bar{\rho}_l = \left(\frac{q_w}{q_t} * \rho_w \right) + \left(\frac{q_o}{q_t} * \rho_o \right)$$

$$\rho_m = (\rho_g * \lambda g) + ((1 - \lambda g) * \bar{\rho}_l)$$

Donde:

I_{ds}	Corriente del estator en el sistema $dq0$ – eje d
I_{dr}	Corriente del rotor en el sistema $dq0$ – eje d
I_{qs}	Corriente del estator en el sistema $dq0$ – eje q
I_{qr}	Corriente del rotor en el sistema $dq0$ – eje q
V_{ds}	Componente en directa de la tensión del estator
V_{dr}	Componente en directa de la tensión del rotor
V_{qr}	Componente en cuadratura de la tensión del rotor
V_{qs}	Componente en cuadratura de la tensión del estator
w_r	Velocidad eléctrica del rotor
T_e	Par electromagnético
P_{outm}	Potencia eléctrica de salida del motor
T_L	Torque de carga
Q	Caudal
H_{SP}	Cabeza para una sola fase
Δp_{TP}	Incremento de presión para dos fases
$\bar{\rho}_l$	Densidad líquida promedio
ρ_m	Densidad de la mezcla
q_w	Cantidad de agua

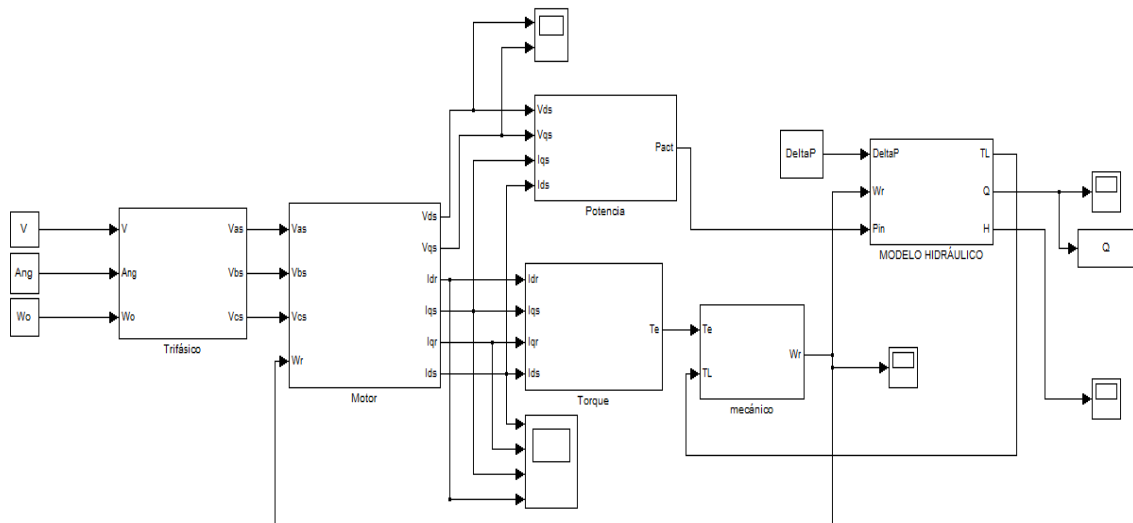
q_o Cantidad de crudo
 q_t Cantidad total líquida

Figura 21. Modelo General Motor-Bomba.



Fuente: El Autor

Figura 22. Sub-modelos que conforman el modelo general.



Fuente: El Autor

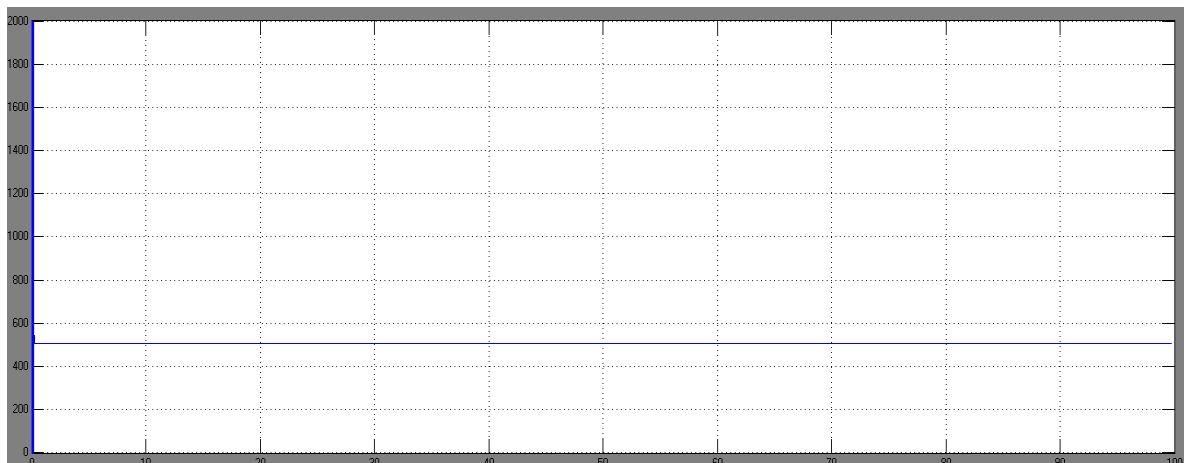
4.3 ANÁLISIS DE RESULTADOS

Una vez son representadas las ecuaciones de los diferentes sub-modelos mediante los bloques de la plataforma *Simulink*[®] del software *Matlab*[®], se procede a la simulación para distintas configuraciones de los parámetros que definen el sistema motor-bomba electrosumergible, con el fin de determinar la curva de rendimiento de la bomba centrífuga bajo la influencia de estos.

De acuerdo a los datos de campo mostrados en las Tablas 3 y 4, se definieron los intervalos de variación de las entradas; la tensión y el incremento de presión fueron variados de 2756V a 4556V y de 1980psi a 4080psi respectivamente. Las frecuencias manejadas en campo fueron de 50, 54 y 60 Hz; los porcentajes de gas encontrados en el pozo fueron de 0, 10 y 20.

Para la realización de las curvas de rendimiento, se simula y toma el valor del caudal (Q) en estado estable, es decir después que finalizan los transitorios, para diferentes valores de incrementos de presión (Δp). En la Figura 23 se puede observar lo mencionado anteriormente, esta gráfica se obtuvo para una frecuencia de 50Hz, un porcentaje de gas de 10 y un incremento de presión de 2580psi.

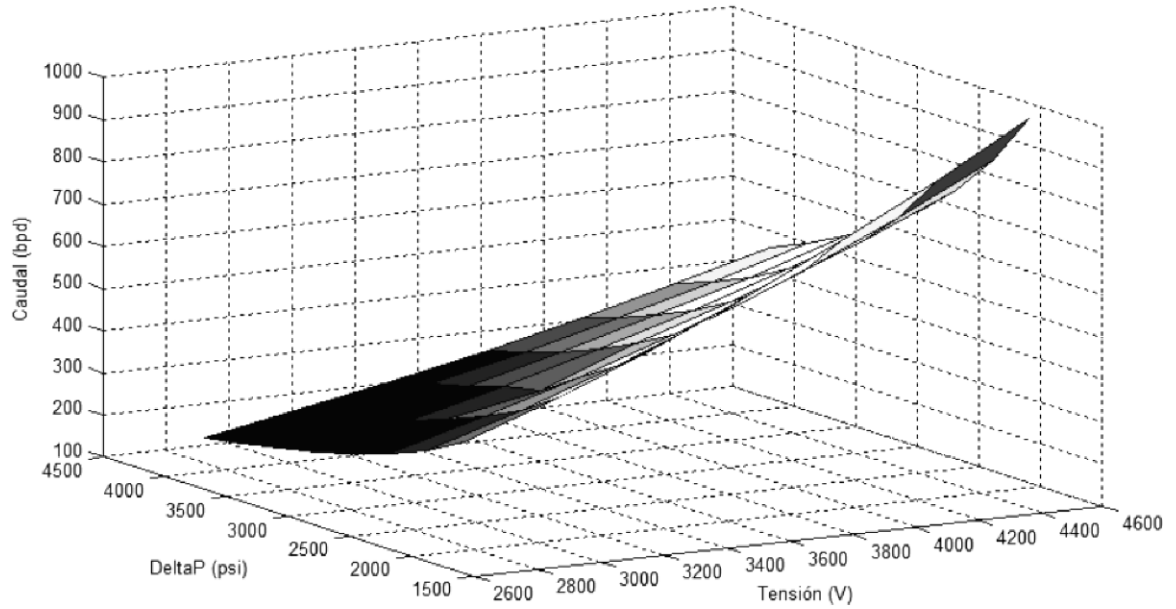
Figura 23. Comportamiento del caudal.



Fuente: El Autor

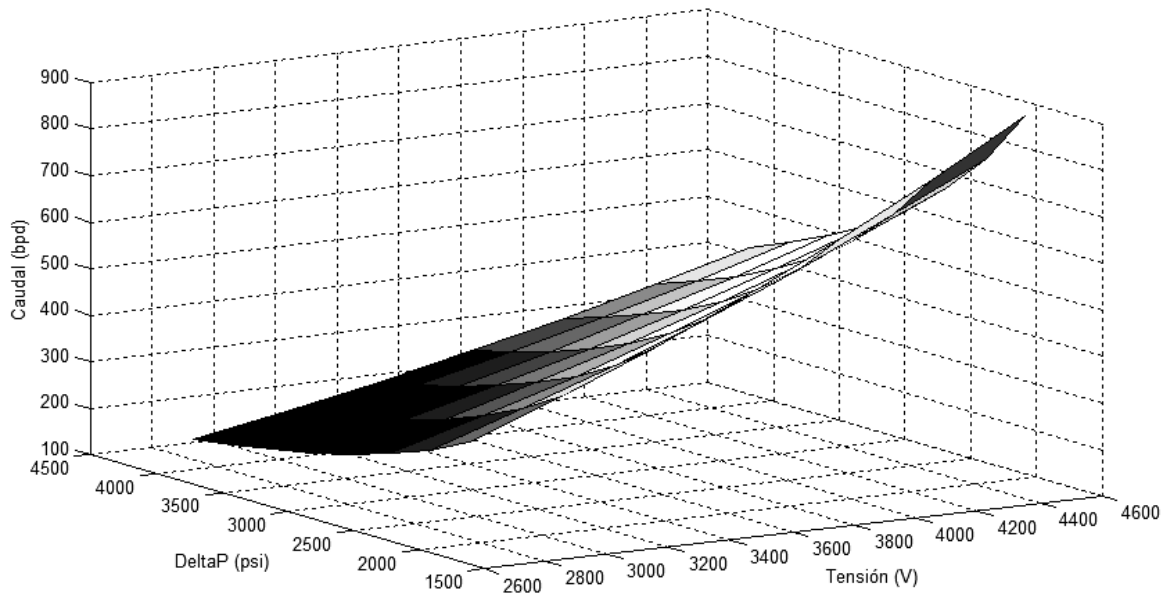
El comportamiento de la salida (caudal) respecto a la variación del porcentaje de gas para una frecuencia constante, se ilustra en las figuras 24 a 26.

Figura 24. Gráfica de superficie para determinar el caudal a diferentes tensiones y diferencias de presión a $F=54\text{Hz}$ y $\lambda g = 0\%$.



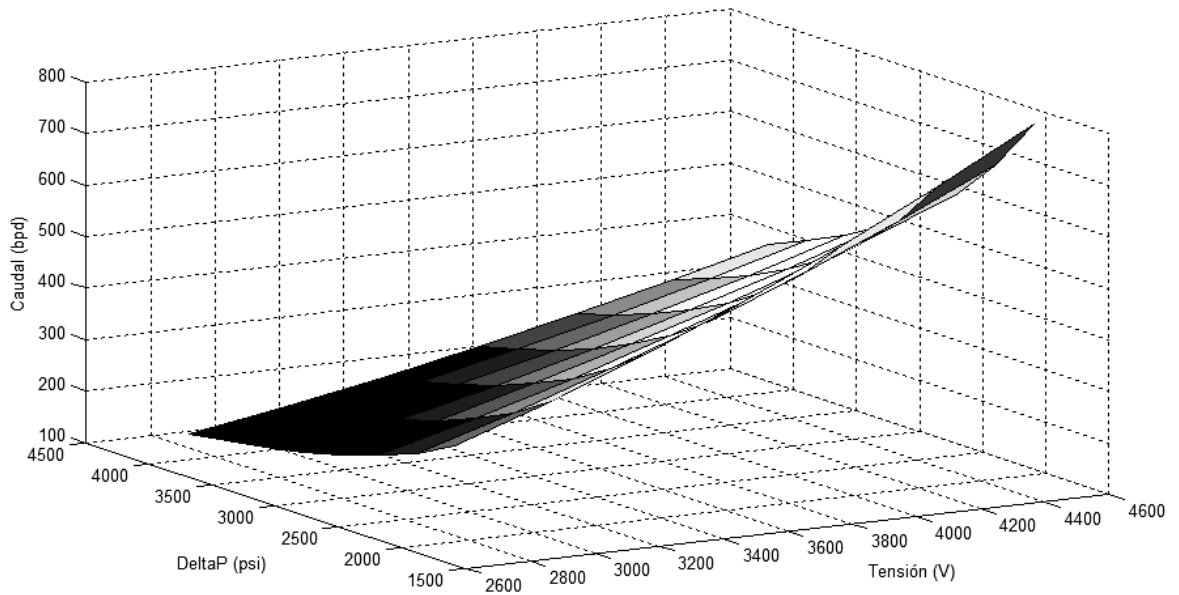
Fuente: El Autor

Figura 25. Gráfica de superficie para determinar el caudal a diferentes tensiones y diferencias de presión a $F=54\text{Hz}$ y $\lambda g = 10\%$.



Fuente: El Autor

Figura 26. Gráfica de superficie para determinar el caudal a diferentes tensiones y diferencias de presión a $F=54\text{Hz}$ y $\lambda g = 20\%$.



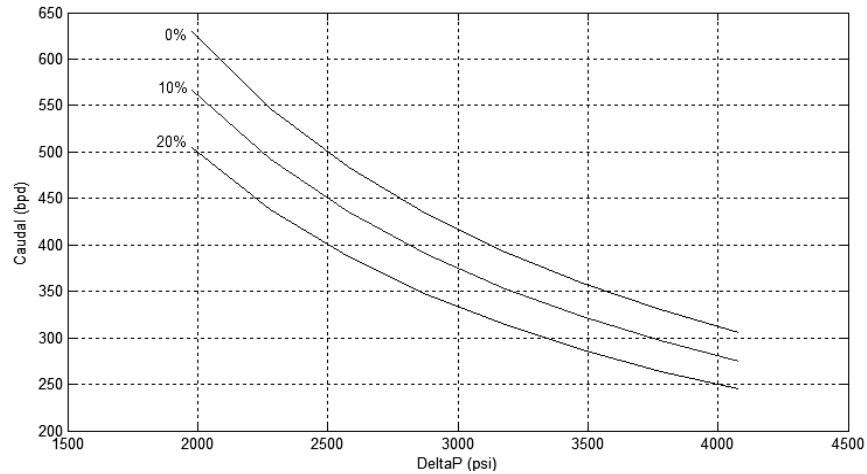
Fuente: El Autor

Como se puede observar, en las gráficas anteriores se marca una diferencia en la magnitud del caudal para los diferentes porcentajes de gas, a medida que se incrementa la concentración de gas libre al interior de la bomba, la tasa de flujo líquida que transcurre por esta se reduce. Los datos obtenidos de la simulación, se tabularon y son mostrados en el Anexo C, además se muestran también los datos para las frecuencias de operación de 50 y 60Hz.

Para determinar el comportamiento de la curva de rendimiento frente a una variación de alguno de los parámetros (Tensión, frecuencia y porcentaje de gas) se variaba el parámetro de interés y se mantenían constantes los otros dos parámetros. Debido a la variedad de datos tabulados, se decidió escoger una combinación de parámetros, debido a que el objetivo es mostrar la influencia que tiene cada entrada en la curva de desempeño.

En la siguiente gráfica se muestra el comportamiento de la curva de rendimiento de una bomba electrosumergible en presencia de diferentes concentraciones de gas, para una combinación de entrada con tensión de 3656V y una frecuencia de 54Hz, como se mencionó anteriormente la diferencia de presión varía de 1980psi a 4080 psi.

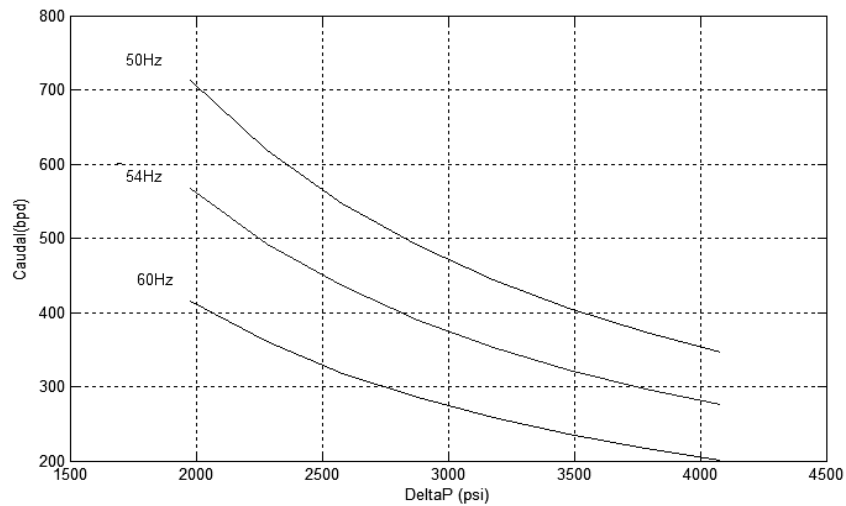
Figura 27. Curva de rendimiento a $V_{in}=3656V$ y $F=54Hz$ para diferentes porcentajes de gas.



Fuente: El Autor

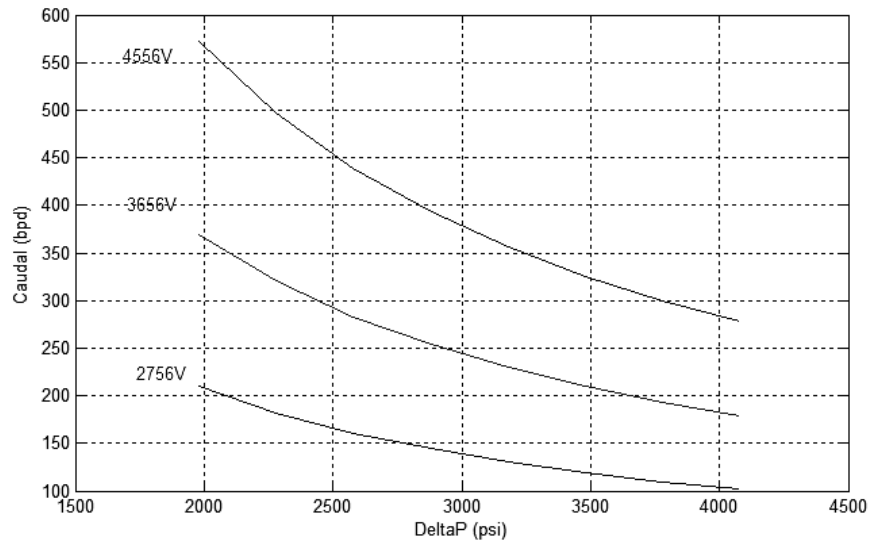
En la Figura 28, se puede observar la curva de desempeño para una bomba centrífuga a diferentes frecuencias de operación para una tensión de 3656V y un porcentaje de gas del 10%. La Figura 29 corresponde a la influencia que tiene la tensión de alimentación sobre la tasa de flujo líquida que pasa por la bomba, para una combinación de fracción de gas del 20% y una frecuencia de operación de 60Hz.

Figura 28. Curva de rendimiento a $V_{in}=3656V$ y $\lambda g = 10\%$ para diferentes frecuencias de operación.



Fuente: El Autor

Figura 29. Curva de rendimiento a $F=60\text{Hz}$ y $\lambda g = 20\%$ para diferentes tensiones de operación.



Fuente: El Autor

La determinación del caudal para diferentes condiciones de operación dentro de los rangos manejados en este proyecto se puede obtener utilizando las tablas correspondientes, que son proporcionadas en el anexo c. Los datos de la bomba en campo son mostrados en las tablas 3 y 4, la tabla 3 muestra los datos que son obtenidos diariamente en un pozo petrolífero, estos datos presentan una mayor facilidad de obtención que los datos de producción mostrados en la tabla 4, los cuales corresponden a concentraciones de petróleo, agua y gas presentes en la bomba, debido a que la medición de estas variables lleva a una serie de procesos. Cómo los datos de producción no se tienen con frecuencia, y además, no se cuenta todo el mes con los datos eléctricos e hidráulicos, se presenta un problema de concordancia con el conjunto de datos.

Una vez realizadas las simulaciones, se pudo comprobar con datos de campo el modelo desarrollado.

Tabla 3. Datos de campo diarios

Fecha (M/D/A)	Tensión de Entrada (V)	Frecuencia (Hz)	Presión de entrada (psi)	Presión de descarga (psi)
07/15/2011	3864.00	54.00	681.94	3380.00

07/14/2011	3864.00	50.00	993.63	2551.82
07/13/2011	2458.15	54.00	775.07	2566.94
07/12/2011	3646.29	54.00	665.52	3332.95
07/11/2011	3646.34	54.00	653.72	3333.81
07/10/2011	3656.00	54.00	641.63	3333.71
07/09/2011	3656.00	54.00	630.38	3336.19
07/08/2011	3656.00	54.00	616.06	3337.87
07/07/2011	3656.00	54.00	597.42	3340.54
07/06/2011	3656.00	54.00	576.80	3340.96
07/05/2011	3656.00	54.00	559.50	3338.20
07/04/2011	3656.00	54.00	555.47	3343.29
07/03/2011	3656.00	54.00	554.67	3342.46
07/02/2011	3656.00	54.00	551.89	3343.27
07/01/2011	3656.00	60.00	552.14	3347.03
06/30/2011	3656.00	54.00	349.51	3844.73
06/29/2011	3902.61	54.00	548.70	3347.03

Fuente: ICP

Los datos resaltados en las tablas corresponden al conjunto de datos que se utilizaron para verificar los resultados obtenidos. Para una tensión de 3656V, una frecuencia de 54Hz, una diferencia de presión de 2787.82 psi y un porcentaje de gas de aproximadamente 10%, se obtuvo un caudal de 402.785 barriles por día (bpd), un valor que se aproxima al caudal real en el pozo que fue de 405 bpd.

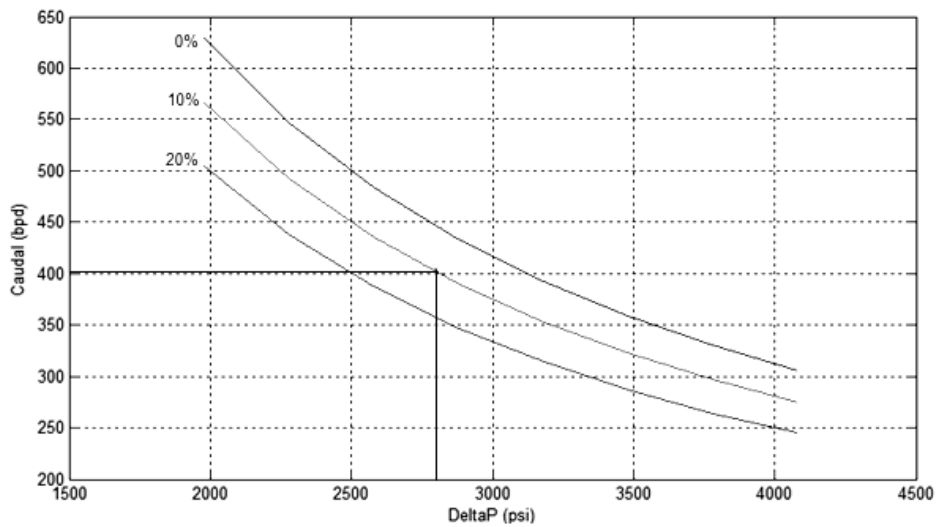
Tabla 4. Datos de campo de producción

Fecha (M/D/A)	OIL (stb/d)	WATER (stb/d)	GAS (mscf/d)	Total fluid
07/04/2011	113	292	67	405

06/22/2011	84	136	13	220
05/12/2011	210	53	8	263
04/17/2011	326	36	0	362
04/14/2011	192	21	29	213
03/21/2011	278	18	20	296
02/07/2011	359	11	14	370
01/11/2011	335	10	36	345
12/03/2010	364	7	39	371
11/21/2010	322	10	10	332
09/26/2010	344	7	70	351
08/05/2010	368	8	80	376
07/23/2010	370	7	97	377
04/22/2010	420	9	297	429

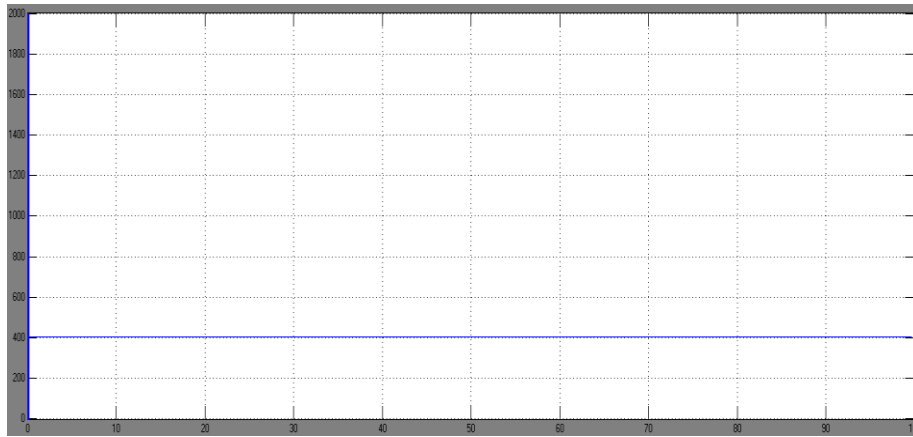
Fuente: ICP

Figura 30. Identificación del punto de caudal en la curva característica



Fuente: El Autor

Figura 31. Caudal simulado



Fuente: El Autor

5. CONCLUSIONES

- Se conformó un modelo para la unión motor-bomba electrosumergible en presencia de fluido multifásico, que permite realizar numéricamente una predicción del caudal, teniendo en cuenta posibles variaciones de algunos parámetros hidráulicos y eléctricos.
- El mejor rendimiento para la bomba electrosumergible se dio a la frecuencia de 50Hz. A medida que fue aumentando este valor se encontró que la tasa de flujo decrecía, de igual forma se obtuvo que el porcentaje de gas y la diferencia de presión son inversamente proporcionales al caudal.
- El comportamiento de la tasa de flujo líquida sufre variaciones más notorias cuando hay cambios en parámetros como la frecuencia o el porcentaje de gas, caso contrario a lo que sucede con la tensión, la cual no se afecta de igual forma.
- Por medio de este trabajo, se conoce el comportamiento en estado estable de ciertas variables de producción, y abre el camino para investigaciones futuras sobre estados transitorios, los cuales demandarían modelos más elaborados en el área mecánica y de petróleos tanto para la bomba como para el fluido.
- El modelo matemático de cada uno de los subsistemas que conforman la unión motor-bomba en presencia de fluido multifásico contribuye a la investigación sobre el desempeño de los sistemas de levantamiento artificial con bombas electrosumergibles.
- Contar con datos como tensión a la entrada del motor, presión de succión y de descarga en la bomba, frecuencia de operación y concentraciones de agua, gas y petróleo, los cuales concuerden en su fecha de medición, y así, obtener más puntos de comprobación para el modelo.

6. REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- [1] Pessoa Rui, Prado Mauricio. "Two-phase flow performance for electric submersible pump stages," Society of Petroleum Engineers, 2003.
- [2] Zhou Desheng, Rajesh Sachdeva. "Simple model of electric submersible pump in gasy," Journal of Petroleum Science and Engineering 70, 2009.
- [3] Guo Boyung, Lyons C. Williams, Ghalambor, Ali. "Petroleum Production Engineering" 1ra ed., USA: Oxford. 2007.
- [4] Bellarby, Jonathan. Well Completion design. Volume 56. Aberdeen. Oxford, 2009. 67p.
- [5] PEÑA, Alonso. Bombeo Electrosumergible. Descripción, Diseño y Monitoreo. Bucaramanga. UIS, 2005. 142p.
- [6] Batista, E., Costa, R., Maitelli, A. "Computer Simulation for Oil Wells with Artificial Lift Method by Electrical Submersible Pump," Elsevier B. V. 2009.
- [7] Sun, Datong. Modeling gas-liquid head performance of electrical submersible pumps. USA. The University of Tulsa. 2003. 204p.
- [8] Gonzalez-Longatt, Francisco. Entendiendo la Transformación de Park. IEEE Trans. 2004.
- [9] Pardo, A., Díaz J. "Modelación del Motor de Inducción trifásico". Revista Colombiana de Tecnologías de Avanzada. 2006
- [10] Gonzalez, Hernando. Modelado, Simulación y Control de un Sistema de Generación Eólico. Bucaramanga. UIS. 2008. 128p.
- [11] Cholula, Santiago. Control Inteligente del Frenado en Propulsión Eléctrica con Regeneración. Cuernavaca, Morelos. CENIDET. 2005.
- [12] Shi, K.L., Chan, T.F., Wong, Y.K., Ho, S.L. "Modelling and simulation of the three-phase induction motor using simulink," Department of Electrical Engineering, Hong Kong Polytechnic University. 1999.
- [13] Vivek, V., Uma, G., Chellamuthu, C. "Performance Of Induction Motor Driven Submersible Pump Using Matlab/Simulink," IEEE Trans, 2002.

- [14] Sachdeva, R., Doty, D.R., Schmidt, Z. "Performance of Axial Electric Submersible Pumps in a Gassy Well," Society of Petroleum Engineering, 1992.
- [15] Thorsen, O. Vaag, Dalva Mangus. "Combined Electrical and Mechanical Model of Electric Submersible Pumps," IEEE Trans, 2001.
- [16] Descripción técnica del equipo de bombeo electrosumergible (2010). Consultado el 1 de Julio de 2011, Escuela Politécnica Nacional, página web: <http://www.epn.edu.ec>.

ANEXOS

ANEXO A. OTROS MODELOS SOBRE EL IMPACTO DEL GAS EN LA BOMBA

Otros autores sugirieron algunos modelos del rendimiento de cabeza de bombas centrífugas en presencia de fluidos de múltiples fases.

Lea and Bearden (1982). Los autores probaron tres bombas diferentes la I- 42B y la C-72 con etapas radiales y la K-70, de tipo de flujo mezclado que uso diesel-CO₂ como la mezcla de dos fases. La primera bomba también fue evaluada con aire-agua. Se utilizaron no más de ocho etapas en cada caso. La prueba consistía en incrementar el porcentaje de gas por volumen en la entrada de la bomba paso a paso hasta que la bomba fracasara en desarrollar cualquier cabeza (cierre de gas). Para diesel-CO₂, los experimentos fueron desarrollados variando la presión de entrada de la bomba entre 50 y 400 psig y el porcentaje de gas hasta un 50%. En el caso de aire-agua, el rango de la presión de entrada estuvo de 25 a 30 psig, y el porcentaje de gas a la entrada varió hasta un 11% [1].

Este estudio proporcionó las siguientes conclusiones:

- Para una fracción constante de gas en la entrada de la bomba, la degradación de cabeza decrece como la presión de entrada incrementa.
- Las condiciones de flujo llegan a ser inestables cuando el gas en la entrada de la bomba excede ciertos límites críticos.
- El estilo de impulsores de bombas de flujo mixto manejan mejor los fluidos gaseosos que las bombas de estilo radial.
- Se encontró que la operación de la bomba es más estable cuando opera a la derecha del mayor punto de eficiencia.
- Las leyes de afinidad no pueden ser aplicadas a la bomba bajo condiciones de flujo de dos fases.

Turpin et al.(1986). Con los datos de Lea y Bearden(1982), Turpin desarrollo correlaciones empíricas para predecir la curva de cabeza para las bombas estudiadas. Los factores usados para describir el deterioro de cabeza fueron la razón gas libre/líquido, la presión de entrada de la bomba, y la rata de flujo líquida a la entrada [1]. La correlación resultante para las bombas I-42B y K-70 están dadas por

$$H_{TP} = H_{SP} e^{\frac{-a1qg}{ql}} \quad \text{Ecuación A1}$$

Donde:

H_{TP} : La cabeza de flujo de dos fases calculada con la densidad de la mezcla.

H_{SP} : La cabeza de una fase del catálogo del fabricante.

qg, ql : Ratas de flujo volumétricas de gas y líquido respectivamente.

El parámetro $a1$, está definido como

$$a1 = \left(\frac{346430}{pi^2} \right) \left(\frac{qg}{ql} \right) - \frac{410}{pi}$$

Para la bomba C-72 :

$$H_{TP} = H_{SP} e^{-a2 \left(\frac{qg}{ql} \right)} [1 - 0.0258(ql - Q_D) + 0.00275(ql - Q_D)^2 - 0.0001(ql - Q_D)^3] \quad \text{Ecuación A2}$$

Donde

$$a2 = \left(\frac{285340}{pi^2} \right) \left(\frac{qg}{ql} \right)$$

$$Q_D = 98.3 - 33.3\phi$$

El parámetro ϕ es calculado con

$$\phi = 2000 \left(\frac{\frac{qg}{ql}}{3pi} \right)$$

Curiosamente, las bombas I-42B (flujo radial) y K-70 (flujo mezclado) comparten la misma correlación aunque estas tengan un diseño hidráulico diferente.

Los autores también sugieren usar ϕ como un criterio para comprobar si la bomba puede operar bajo condiciones gaseosas. Cuando ϕ es menor que 1, la bomba puede operar en la presencia de gas libre, y las correlaciones de cabeza pueden ser usadas para estimar la cabeza esperada. Cuando ϕ es mayor a 1, la bomba es

susceptible a cantidades significativas de gas libre, y las correlaciones de la cabeza no son apropiadas. Estas correlaciones fueron diseñadas para el flujo más alto que el punto de mejor eficiencia [1].

Dunbar (1989). El autor presentó una correlación general en forma gráfica. Desafortunadamente, su trabajo no proporciona información en aspectos teóricos, pruebas experimentales, o los datos de campo usados. Por consiguiente, con las observaciones realizadas en el pasado por Lea y Bearden, el enfoque de Dunbar predice el desempeño de la bomba más estable a altas presiones para una determinada proporción gas-líquido.

Un aspecto muy útil de este método es que todas las etapas requeridas para desarrollar cualquier presión con una proporción vapor/líquido que sea menor que el factor de curva de Dunbar a una presión dada debe ser corregida para mostrar una menor cantidad de presión de acuerdo con la distancia por debajo de la curva que operan.

El rendimiento de la bomba puede ser corregido en la cabeza obteniendo un factor llamado ALIM del factor de curva de Dunbar y otro llamado BLIM que es basado en la experiencia.

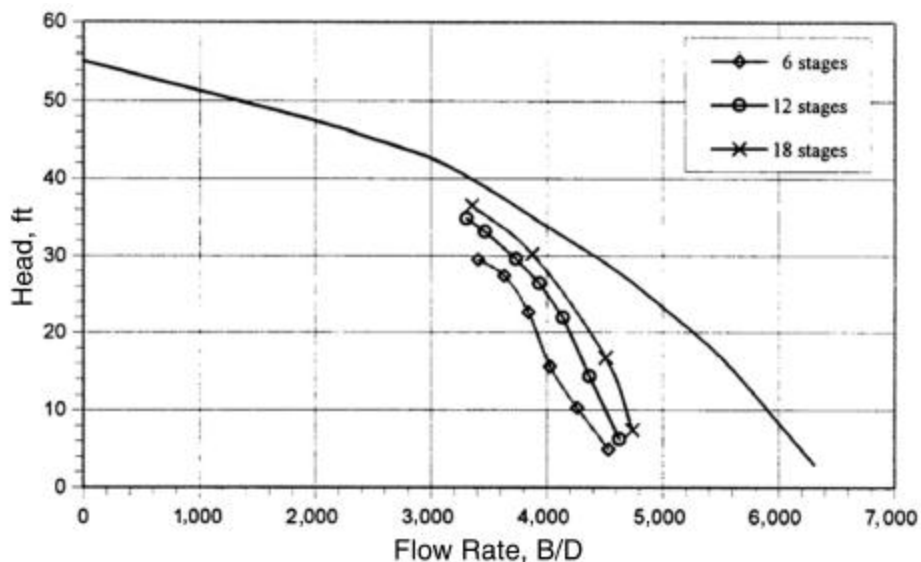
Cirilo (1998). Este autor midió el rendimiento de tres bombas centrífugas diferentes manejando flujo de dos fases. Dos bombas fueron del tipo de flujo mezclado con 4000 y 7000 barriles por día (BPD) mejor eficiencia en la rata de flujo, y otro fue de tipo radial con 2100 BPD mejor eficiencia en la rata de flujo. Aire y agua fueron los fluidos usados para la prueba. Los datos fueron reunidos como una función de la fracción de gas, presión de entrada de la bomba, geometría de la bomba, y velocidad. La cabeza fue calculada con una densidad de mezcla homogénea.

El fenómeno de inestabilidad de la bomba como una función de las condiciones de entrada fue detectado también por Cirilo. Fue observado que para las tres bombas evaluadas, la capacidad para manejar gas libre incrementa como la presión de entrada aumenta. El efecto de gas libre en el rendimiento de la bomba es especialmente dramático a bajas tasas de flujo líquido. Dado un cierto porcentaje de gas, hay un punto en el que incrementa la cabeza con un aumento de la rata de flujo (pendiente positiva). Estos puntos están cerca de donde empieza el *surging*, y adicionalmente, no hay puntos estables que puedan ser tomados para bajas tasas de flujo líquido.

Comparando las tres bombas, la de tipo mezclado (7000 BPD) exhibe la menor degradación, mientras la bomba radial, con una rata de flujo de 2100 BPD, muestra la más grande. Con respecto al efecto de la velocidad, Cirilo observó pequeña mejoría en la capacidad de la bomba para manejar gas cuando incremento la frecuencia de 45 a 65 Hz.

Finalmente, Cirilo estudió el efecto de variar el número de etapas para el tipo de bomba mixta con una rata de flujo de 4000 BPD. Un ejemplo de su resultado es mostrado en la figura [A1], que indica una tendencia definida de menor deterioro de cabeza con más etapas. Este resultado es esperado ya que las etapas posteriores de la bomba manejan una pequeña fracción de gas libre, operando a correspondientes tasas de flujo más bajas y desarrollando una mayor cabeza.

Figura A1. Curva de rendimiento para diferentes etapas, 15% gas libre



Fuente: Tomado de [1]

La figura [A1] es un buen ejemplo de la dependencia de la cabeza promedio experimental de la bomba y el número de etapas. Como esta figura representa el comportamiento por etapa, debe ser independiente del número de etapas, como lo muestran los resultados obtenidos. Una correlación desarrollada con los datos

para seis etapas no será útil en predecir el comportamiento para las bombas de 12,18 o cualquier otro número de etapas usadas [1].

La correlación determinada por Cirilo para determinar la máxima fracción de gas libre (λ_g) para operaciones estables (*surging*) fue:

$$\lambda_g = 0.0187\pi i^{0.4342} \quad \text{Ecuación A3}$$

Esta correlación está limitada a la derecha del mejor punto de eficiencia (BEP) para fracciones de gas void mayores a un 15% y no depende de la velocidad de la bomba, número de etapas o geometría.

Pessoa et al. (1999). Estos autores realizaron algunas pruebas con una bujía, 20 etapas, bomba de flujo axial compuesta de una bomba de tipo de flujo mixto con 104 etapas con mejor eficiencia de la rata de flujo de 4100 BPD. Crudo real y gas fueron usados como fluidos en el pozo experimental. Ambas pruebas de una y dos fases se llevaron a cabo con petróleo crudo liviano (32.5° API) y pesado (11.6° API) con un gas natural de 07-s.g. El rango de la presión de entrada fue de 150 a 400 psig.

Un objetivo principal del test fue obtener información de la cantidad de gas libre manejado por el sistema BES para diferentes condiciones de operación. Para crudos livianos, el máximo gas libre por volumen, que el sistema cónico de la bomba manejo sin fluctuaciones de presión, fue 50%. Para crudos pesados, el máximo gas libre por volumen fue 42%.

Las pruebas de cierres de gas también fueron desarrolladas por el autor. Antes que este fenómeno ocurriera, altas fluctuaciones en la cabeza de pozo y presión de entrada de la bomba fueron observadas. El cierre de gas nunca ocurrió con crudo pesado. Los autores enfrentaron el problema de cómo generalizar los resultados en términos de la cabeza desarrollada por etapas. Ellos presentaron sus resultados en la forma de una diferencia de presión (Δp) adimensional definida como la relación entre una (Δp) medida de dos fases y una (Δp) de una sola fase (especificada por el fabricante) para la misma tasa de flujo líquida [1].

Pessoa et al. Observaron un incremento relativo de aproximadamente 10% en la diferencia de presión adimensional con crudo pesado, esto se atribuyo a la aparente reducción de la viscosidad causada por la presencia de gas.

Romero (1999). Este autor evaluó un modelo mejorado de la etapa del manejo de gas con impulsor ranurado diseñado para incrementar la máxima fracción de gas que puede manejar las ESP. Los datos experimentales de Cirilo para una bomba

de tipo mixto, con 12 etapas y rata de flujo con mejor eficiencia de 4000 BPD estableció un escenario base comparativo sin el dispositivo de gas manejado. Los principales objetivos fueron generar suficiente información útil para caracterizar el equipo, lo que facilita el dimensionamiento y comprobación de las limitaciones en el manejo de gas.

Algunas correlaciones desarrolladas por la bomba se describen a continuación:

$$Hd = \left(1 - \frac{q_d}{q_{dmax}}\right) \left[a \left(\frac{q_d}{q_{dmax}} \right)^2 + \frac{q_d}{q_{dmax}} + 1 \right] \quad \text{Ecuación A4}$$

Donde

Hd : Cabeza adimensional para flujo de dos fases por etapa

q_d : Tasa de flujo líquida adimensional

$$Hd = \frac{H_{TP}}{H_{SPmax}} \quad \text{Ecuación A5}$$

$$q_d = \frac{q_{TP}}{q_{SP}}$$

H_{SPmax} : El valor de cierre para flujo de una sola fase (agua). Para la correlación desarrollada por Romero, ambas variables (la cabeza y la tasa de flujo en dos fases) fueron calculadas a condiciones promedio entre la entrada y salida de la bomba. La cabeza total resultante fue promediada por el número de etapas.

Los parámetros a y q_{dmax} en la ecuación A4 son calculados con las siguientes correlaciones.

$$a = 2.902\lambda g + 0.2751$$

$$q_{dmax} = 1 - 2.0235\lambda g \quad \text{Ecuación A6}$$

La ecuación A6 representa la tasa de flujo líquida volumétrica máxima adimensional manejada por la bomba para una cierta fracción de gas libre. Otra correlación fue desarrollada para determinar el límite de la tasa de flujo bajo la ocurrencia de *surging*. En una forma adimensional, está dada por

$$q_{dim} = -6.6465\lambda g^2 + 3.5775\lambda g + 5.4 \times 10^{-3} \quad \text{Ecuación A7}$$

Finalmente, el autor también desarrolla correlaciones para calcular la fracción máxima de gas libre a condiciones de entrada para establecer la operación de cada pieza del equipo y cuando operan en conjunto. Para la bomba sola, se tiene:

$$\lambda g = 0.004(p_i - 14.7)^{0.6801} \quad \text{Ecuación A8}$$

Sachdeva (1988). Sachdeva presentó el primer modelo comprensivo para la industria del petróleo. Los datos de Lea y Bearden fueron usados para calibrar el modelo y desarrollar una correlación para la cabeza en presencia de flujo de dos fases [14].

Sachdeva adaptó los modelos de la industria nuclear para bombas multietapas usadas en el bombeo electrosumergible. Sin embargo, los modelos de la industria nuclear no pueden ser usados en la industria petrolera por las siguientes razones.

- Las bombas de la industria nuclear son de tipo voluta y una sola etapa (Opuestas a las bombas electrosumergibles multietapas de tipo difusor).
- El diámetro de las bombas son considerablemente más grandes (los efectos de escala son desconocidos).
- Muchos modelos son validos para bajas fracciones de gas a la entrada (<10%).
- Muchos estudios tienen baja presión de entrada (<10 psig).
- No se consideran los efectos de presión (multietapa).

En el modelo Sachdeva, se consideran algunas suposiciones como:

- Las pérdidas por fricción del flujo en el paso estacionario hacia arriba y hacia bajo de un impulsor rotativo es presentado representativamente por las pérdidas de fricción sin el impulsor.
- Ambas fases tienen la misma línea de fluido unidimensional.
- La fase de gas es un gas perfecto y es comprimido adiabáticamente, mientras la fase líquida es incompresible.
- Ni la masa ni la cabeza transferida toman lugar entre las fases.
- Ambas fases de presión son la misma.
- Las pérdidas del difusor no son consideradas.
- El impulsor rota con una velocidad angular constante, y ambas fases están en estado estacionario en el marco de referencia giratorio.

El modelo consiste de dos ecuaciones de balance de masa y dos ecuaciones de momento.

Ecuación de balance de masa.

$$\frac{d(\alpha_g \rho_g W_g r \sin\beta)}{ds} = 0, \quad \text{Ecuación A9}$$

$$\frac{d((1 - \alpha_g)\rho_l W_l r \sin\beta)}{ds} = 0, \quad \text{Ecuación A10}$$

Donde:

α_g : Fracción gas-void.

ρ_g, ρ_l : Densidad del gas y densidad líquida respectivamente.

W_g, W_l : Velocidad relativa entre el gas y el impulsor y entre el líquido y el Impulsor.

Ecuación de balance de Momento.

$$\alpha \rho_g W_g \frac{\partial W_g}{\partial s} = -\alpha \frac{\partial p}{\partial s} - F_{w,g} + \alpha \rho_g r w^2 \frac{\partial r}{\partial s} + F_{interfacial} + F_v, \quad \text{Ecuación A11}$$

$$(1 - \alpha_g)\rho_l W_l \frac{\partial W_l}{\partial s} = -(1 - \alpha_g)\frac{\partial p}{\partial s} - F_{w,l} + (1 - \alpha_g)\rho_l r w^2 \frac{\partial r}{\partial s} - F_{interfacial} - F_v, \quad \text{Ecuación A12}$$

Donde:

$F_{interfacial}$: Es la fuerza de fricción interfacial entre gas y líquido por unidad de Volumen.

F_v : Es la fuerza virtual de la masa por unidad de volumen.

$F_{w,g}$: Fuerza de fricción entre el gas y el canal de la pared por unidad de Volumen del fluido.

$F_{w,l}$: Fuerza de fricción entre el líquido y el canal de la pared por unidad

de volumen del fluido.

El modelo predice algunas tendencias observadas en ESPs pero tiene algunos inconvenientes, principalmente relacionados a su complejidad y su dependencia de una relación final empírica.

Consciente de estas limitaciones, en 1992, Sachdeva publica una correlación para estimar la diferencia de presión entre cada etapa bajo condiciones de múltiples fases. Esta fue basada en los resultados de su modelo dinámico y está dada por:

$$\Delta p = K(p_i - 14.7)^{E1}(\lambda g)^{E2}(q1)^{E3} \quad \text{Ecuación A13}$$

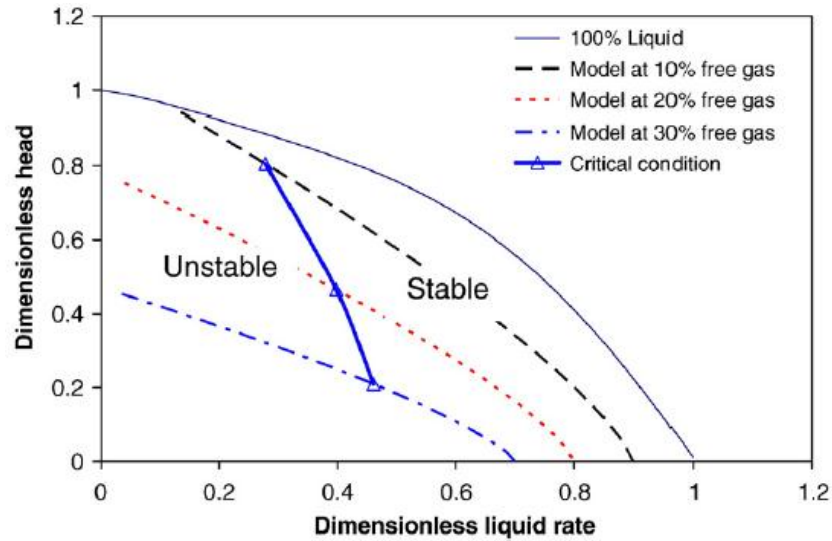
En esta ecuación, la fracción de gas libre es una condición de entrada, y $K, E1, E2$ y $E3$ son constantes desarrolladas por un análisis de regresión de los datos de Lea y Bearden [14]. Sus respectivos valores se muestran en la siguiente tabla.

Tabla A1. Parámetros de la Correlación de Sachdeva.

Tipo de Bomba	Modelo de la Bomba	K	E1	E2	E3
Radial	I-42B	114.34237	0.943308	-1.175596	-1.300093
Radial	C-72	3.938167	0.875192	-1.764939	-0.918702
Mixto	K-70	0.287234	0.622180	-1.350338	-0.317039

La siguiente figura muestra una línea calculada en condición crítica en las curvas de rendimiento de la bomba a presión de entrada constante de 791 kPa.

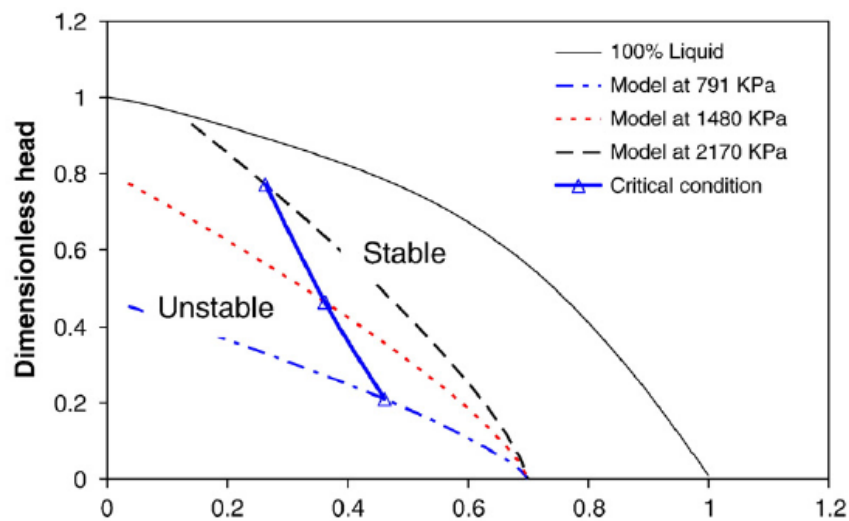
Figura A2. Efecto de la razón de gas-void en operaciones estables e inestables.



Fuente: Tomado de [2]

Similarmente, la figura A3 Muestra el efecto de la presión de entrada a la bomba en condiciones críticas. En ambas figuras, las regiones que operan estables e inestables se muestran. Probablemente el fenómeno de la creciente comience en la línea crítica y si uno se mueve a la izquierda, la probabilidad del cierre de gas incrementará.

Figura A3. Efecto de la razón de gas-void en operaciones estables e inestables.



Fuente: Tomado de [2]

Duran y Prado (2004). Estos autores presentaron un modelo para degradaciones de cabeza leves y graves, que corresponden a las regiones de flujo de burbujas y burbujas alargadas. La región de flujo burbujeante ocurre antes del *surging* y el flujo burbujeante alargado viene después del *surging* dramático.

Para flujo burbujeante, la correlación del rendimiento de presión es

$$\Delta p_m = (1 - \alpha)\rho_l H \left\{ \frac{q_l}{1 - \alpha} \right\} + \alpha\rho_g H \left\{ \frac{q_g}{\alpha} \right\} \quad \text{Ecuación A14}$$

La correlación final para la ecuación anterior es

$$q_{g-n} = \left(a \frac{\rho_m}{\rho_l} + b \right) q_{l-n}^c \quad \text{Ecuación A15}$$

Donde

$$a = -0.843, b = 0.850 \text{ y } c = 1.622$$

Las tasas de flujo líquidas y gaseosas in-situ normalizadas son:

$$q_{g-n} = \frac{q_g}{q_{max}} (1 - \alpha) \quad \text{Ecuación A16}$$

$$q_{l-n} = \frac{q_l}{q_{max}} (1 - \alpha) \quad \text{Ecuación A17}$$

De acuerdo a los autores, uno puede calcular la densidad de la mezcla de la correlación final conociendo la tasa de flujo líquida y gaseosa in-situ, y así resolver para la actual razón gas void, de la correlación

$$\rho_m = \rho_l(1 - \alpha) + \rho_g\alpha \quad \text{Ecuación A18}$$

El incremento de presión de la mezcla Δp_m será calculado sustituyendo la anterior ecuación en la ecuación (59).

Duran y Prado también presentaron un modelo crítico para el límite entre el bombeo estable e inestable usando una tasa de flujo de gas normalizado,

$$q_{g-n} = \left(a \frac{\rho_g}{\rho_l} + b \right) q_{l-n}^c \quad \text{Ecuación A19}$$

Donde ρ_g es la densidad de gas in-situ y $a = 5.58, b = 0.098$ y $c = 1.421$.

Para burbujas de flujo alargadas, Duran y Prado (2004) presento

$$\Delta p_m = \frac{(a + b \ln(q_{g-n}))}{c_1} \quad \text{Ecuación A20}$$

Donde $a = -0.47075$, $b = -0.21626$

El modelo crítico es:

$$q_{g-l} = a q_{g-n}^c \quad \text{Ecuación A21}$$

Donde $a = 1.6213$, $b = 0.435$

ANEXO B. TRANSFORMACIÓN DE PARK

Los sistemas de potencia han sido tradicionalmente analizados usando matrices de transformación (Clark, Fortescue, Park, etc.). Los métodos de representación modal desacoplan las ecuaciones simétricas de los sistemas de potencia. Estas técnicas han sido ampliamente usadas para modelar sistemas eléctricos en régimen permanente bajo operación balanceada y desbalanceada y analizar transitorios, la dinámica y los armónicos.

La transformación de componentes simétricas desacopla sistemas simétricos y polifásicos cíclicos. Sistemas simétricos como líneas de transmisión idealmente transpuestas, transformadores y cargas pueden ser desacoplados por alguna transformación modal, pero la principal ventaja de la transformación de componentes simétricas es el desacople de sistemas cíclicos como motores de inducción y máquinas sincrónicas de rotor cilíndrico [8].

Transformación similar

Dos matrices A y B , $n \times n$ son similares si existe una matriz $n \times n$ no singular, P , tal que:

$$B = P^{-1}AP \quad \text{Ecuación B1}$$

La función antes definida que lleva la matriz B en la matriz A se llama transformación semejante. Se puede escribir esta transformación lineal como:

$$T(A) = P^{-1}AP \quad \text{Ecuación B2}$$

La matriz de transformación P es obtenida escribiendo los n vectores propios de A en forma de columna.

Aplicación a Sistemas de Potencia

Suponiendo que se tiene una matriz A de la forma:

$$A = \begin{bmatrix} Z & M & M \\ M & Z & M \\ M & M & Z \end{bmatrix}$$

La matriz de transformación de A , queda definida por los tres vectores propios de A escritos en forma de columna.

Para obtener los valores propios, se determina el polinomio característico, resolviendo:

$$\det(A - \lambda I) = 0 \quad \text{Ecuación B3}$$

Que en este caso resulta de orden tres:

$$(\lambda - \alpha_1)(\lambda - \alpha_2)(\lambda - \alpha_3) = 0$$

Siendo los autovalores:

$$\lambda_1 = Z + 2M$$

$$\lambda_2 = Z - M$$

$$\lambda_3 = Z - M$$

Los autovectores x_1, x_2, x_3 se obtienen de resolver:

$$(A - \lambda_i I)x_i = 0 \quad \text{Ecuación B4}$$

Resultando:

$$x_1 = \begin{bmatrix} k_0 \\ k_0 \\ k_0 \end{bmatrix} \quad x_2 = \begin{bmatrix} -(k_1 + k_2) \\ k_1 \\ k_2 \end{bmatrix} \quad x_3 = \begin{bmatrix} -(k_3 + k_4) \\ k_3 \\ k_4 \end{bmatrix} \quad \text{Ecuación B5}$$

La matriz de transformación queda dada por:

$$P = [x_1 \ x_2 \ x_3]$$

$$P = \begin{bmatrix} k_0 & -(k_1 + k_2) & -(k_3 + k_4) \\ k_0 & k_1 & k_3 \\ k_0 & k_2 & k_4 \end{bmatrix} \quad \text{Ecuación B6}$$

Transformación de Park.

Las componentes de cada autovector se consideran reales y dadas por:

$$k_0 = 1 \quad k_1 = \cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2} \quad k_2 = \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2} \quad k_3 = \text{sen}\left(-\frac{2\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$k_4 = \text{sen}\left(\frac{2\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

En este caso la matriz de transformación, P , se conoce como transformación de Park, muy empleado en el estudio de las máquinas eléctricas teniendo un especial sentido cada uno de los autovectores.

$$P = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ 1 & \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix}$$

Park, resulta una transformación similar y como tal es un cambio de coordenadas desde un sistema trifásico estacionario ($f_{abc} = [f_a \ f_b \ f_c]^T$) al sistema coordenado giratorio sobre los ejes dqo ($f_{0dq} = [f_0 \ f_d \ f_q]^T$). Esta transformación es hecha en dos pasos:

- Una transformación desde el sistema coordenado estacionario trifásico (abc) a un sistema coordenado estacionario denominado $\alpha\beta$.

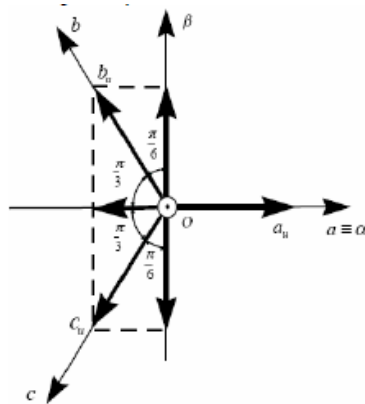
$$f_{\alpha\beta} = P(0)f_{abc} \quad \text{Ecuación B7}$$

Donde la matriz de transformación $P(0)$ viene dado por:

$$P = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ 1 & \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix}$$

$f_{\alpha\beta}$ Contiene tres componentes, f_α , f_β y f_o y representa la descomposición de cada una de las componentes del f_{abc} sobre los ejes $\alpha\beta$.

Figura B1. Transformación del eje coordenado abc al $\alpha\beta$.



Fuente: Tomado de [8]

Una transformación desde el sistema coordenado estacionario $\alpha\beta$ al sistema giratorio $dq0$.

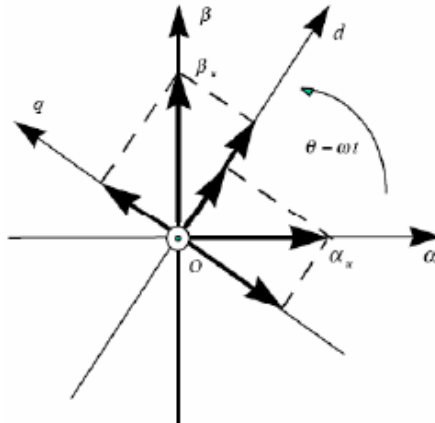
$$f_{0dq} = R(\theta_r) f_{\alpha\beta} \quad \text{Ecuación B8}$$

Siendo $R(\theta_r)$, la matriz que permite la transformación al eje giratorio.

$$R(\theta_r) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\theta_r) & -\text{sen}(\theta_r) \\ 0 & \text{sen}(\theta_r) & \cos(\theta_r) \end{bmatrix}$$

Donde $\theta_r = \omega_r t + \frac{\pi}{2} + \delta$

Figura B2. Transformación del eje coordenado $\alpha\beta$ al $dq0$



Fuente: Tomado de [8]

Combinando en un solo paso:

$$P(\theta_r) = R(\theta_r)P(0) \quad \text{Ecuación B9}$$

Se tiene

$$f_{0dq} = P(\theta_r)f_{abc} \quad \text{Ecuación B10}$$

$$\begin{bmatrix} f_0 \\ f_d \\ f_q \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos(\theta) & \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \text{sen}(\theta) & \text{sen}\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \text{sen}\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_a \\ f_b \\ f_c \end{bmatrix}$$

ANEXO C. RESULTADOS NUMÉRICOS

$$F = 50\text{Hz} \text{ y } \lambda_g = 0\%$$

$\Delta P(\text{psi})$	$V_{in}(V)$	$Q(\text{bpd})$
1980	2756	450.082
	3056	553.4
	3356	667.387
	3656	792.04
	3956	927.36
	4256	1073.35
	4556	1230
2280	2756	390.86
	3056	480.585
	3356	579.573
	3656	687.825
	3956	805.337
	4256	932.12
	4556	1068.15
2580	2756	345.412
	3056	424.704
	3356	512.181
	3656	607.844
	3956	711.685
	4256	823.73
	4556	943.95
2880	2756	309.432
	3056	380.464
	3356	458.829
	3656	544.527
	3956	637.56
	4256	737.92
	4556	845.62
3180	2756	280.24
	3056	344.572
	3356	415.543
	3656	493.157
	3956	577.41
	4256	668.31
	4556	765.84
3480	2756	256.082
	3056	314.867
	3356	379.724
	3656	450.463
	3956	527.634
	4256	610.685
	4556	699.83
3780	2756	235.757
	3056	289.877
	3356	349.584
	3656	414.877
	3956	485.76
	4256	562.23
	4556	644.275
4080	2756	218.423
	3056	268.563
	3356	323.879
	3656	384.373
	3956	450.04
	4256	520.882
	4556	596.9

$$F = 50\text{Hz} \text{ y } \lambda_g = 10\%$$

$\Delta P(\text{psi})$	$V_{in}(V)$	$Q(\text{bpd})$
1980	2756	405.13
	3056	498.126
	3356	600.73
	3656	712.93
	3956	834.723
	4256	966.14
	4556	1107.15
2280	2756	351.82
	3056	432.585
	3356	521.686
	3656	619.125
	3956	724.9
	4256	839.03
	4556	961.45
2580	2756	310.913
	3056	382.285
	3356	461.025
	3656	547.133
	3956	640.61
	4256	741.445
	4556	849.66
2880	2756	278.525
	3056	342.463
	3356	413.002
	3656	490.14
	3956	573.88
	4256	664.22
	4556	761.154
3180	2756	252.25
	3056	310.155
	3356	374.039
	3656	443.9
	3956	519.74
	4256	601.56
	4556	689.35
3480	2756	230.505
	3056	283.417
	3356	341.794
	3656	405.633
	3956	474.93
	4256	550
	4556	629.93
3780	2756	212.21
	3056	260.925
	3356	314.668
	3656	373.44
	3956	437.24
	4256	506.07
	4556	579.93
4080	2756	196.606
	3056	241.74
	3356	291.53
	3656	345.98
	3956	405.09
	4256	468.86
	4556	537.28

$$F = 50\text{Hz} \text{ y } \lambda_g = 20\%$$

$\Delta P(\text{psi})$	$V_{in}(V)$	$Q(\text{bpd})$
1980	2756	360.175
	3056	442.855
	3356	534.072
	3656	633.825
	3956	742.113
	4256	858.93
2280	4556	984.3
	2756	312.785
	3056	384.585
	3356	463.799
	3656	550.425
	3956	644.465
2580	4256	745.91
	4556	854.77
	2756	276.415
	3056	339.865
	3356	409.869
	3656	486.423
2880	3956	569.525
	4256	659.18
	4556	755.356
	2756	247.62
	3056	304.465
	3356	367.175
3180	3656	435.755
	3956	510.2
	4256	590.53
	4556	676.7
	2756	224.26
	3056	275.74
3480	3356	332.536
	3656	394.645
	3956	462.07
	4256	534.81
	4556	612.852
	2756	204.926
3780	3056	251.97
	3356	303.868
	3656	360.625
	3956	422.235
	4256	488.7
	4556	560.03
4080	2756	188.664
	3056	231.973
	3356	279.752
	3656	332.003
	3956	388.725
	4256	449.92
4380	4556	515.58
	2756	174.791
	3056	214.915
	3356	259.182
	3656	307.59
	3956	360.14
4680	4256	416.83
	4556	477.663

$$F = 54\text{Hz} \text{ y } \lambda_g = 0\%$$

$\Delta P(\text{psi})$	$V_{in}(V)$	$Q(\text{bpd})$
1980	2756	358.03
	3056	440.21
	3356	530.885
	3656	630.042
	3956	737.683
	4256	853.81
	4556	978.42
2280	2756	310.92
	3056	382.29
	3356	461.033
	3656	547.143
	3956	640.619
	4256	741.465
	4556	849.68
2580	2756	274.763
	3056	337.84
	3356	407.423
	3656	483.52
	3956	566.129
	4256	655.25
	4556	750.88
2880	2756	246.145
	3056	302.645
	3356	346.982
	3656	433.155
	3956	507.157
	4256	586.992
	4556	672.66
3180	2756	222.92
	3056	274.095
	3356	330.552
	3656	392.29
	3956	459.312
	4256	531.615
	4556	609.2
3480	2756	203.705
	3056	250.465
	3356	302.055
	3656	358.473
	3956	419.716
	4256	485.785
	4556	556.682
3780	2756	187.535
	3056	230.587
	3356	278.082
	3656	330.022
	3956	386.405
	4256	447.23
	4556	512.505
4080	2756	173.745
	3056	213.633
	3356	257.635
	3656	305.756
	3956	357.993
	4256	414.346
	4556	474.82

$$F = 54\text{Hz} \text{ y } \lambda_g = 10\%$$

$\Delta P(\text{psi})$	$V_{in}(V)$	$Q(\text{bpd})$
1980	2756	322.27
	3056	396.245
	3356	477.86
	3656	567.115
	3956	664.004
	4256	768.53
	4556	880.7
2280	2756	279.862
	3056	344.11
	3356	414.985
	3656	492.494
	3956	576.635
	4256	667.405
2580	2756	247.32
	3056	304.095
	3356	366.73
	3656	435.227
	3956	509.585
	4256	589.805
	4556	675.88
2880	2756	221.56
	3056	272.42
	3356	328.53
	3656	389.89
	3956	456.503
	4256	528.365
	4556	605.48
3180	2756	200.66
	3056	246.72
	3356	297.536
	3656	353.108
	3956	413.437
	4256	478.52
	4556	548.355
3480	2756	183.357
	3056	225.45
	3356	271.885
	3656	322.668
	3956	377.796
	4256	437.266
	4556	501.082
3780	2756	168.805
	3056	207.556
	3356	250.307
	3656	297.06
	3956	347.812
	4256	402.563
	4556	461.316
4080	2756	156.395
	3056	192.295
	3356	231.904
	3656	275.217
	3956	322.237
	4256	372.964
	4556	427.395

$$F = 54\text{Hz y } \lambda_g = 20\%$$

$\Delta P(\text{psi})$	$V_{in}(V)$	$Q(\text{bpd})$
1980	2756	286.51
	3056	352.28
	3356	424.837
	3656	504.186
	3956	590.326
	4256	683.252
	4556	782.97
2280	2756	248.81
	3056	305.925
	3356	368.938
	3656	437.847
	3956	512.651
	4256	593.35
	4556	679.95
2580	2756	219.878
	3056	270.352
	3356	326.037
	3656	386.934
	3956	453.04
	4256	524.358
	4556	600.882
2880	2756	196.975
	3056	242.19
	3356	292.075
	3656	346.627
	3956	405.849
	4256	469.735
	4556	538.29
3180	2756	178.39
	3056	219.343
	3356	264.52
	3656	313.927
	3956	367.561
	4256	425.422
	4556	487.51
3480	2756	163.012
	3056	200.434
	3356	241.716
	3656	286.864
	3956	335.875
	4256	388.746
	4556	445.482
3780	2756	150.075
	3056	184.526
	3356	222.534
	3656	264.097
	3956	309.218
	4256	357.895
	4556	410.13
4080	2756	139.04
	3056	170.957
	3356	206.172
	3656	244.678
	3956	286.481
	4256	331.58
	4556	379.972

$$F = 60\text{Hz y } \lambda_g = 0\%$$

$\Delta P(\text{psi})$	$V_{in}(V)$	$Q(\text{bpd})$
1980	2756	261.86
	3056	321.97
	3356	388.285
	3656	460.81
	3956	539.54
	4256	624.475
	4556	715.615
2280	2756	227.405
	3056	279.61
	3356	337.2
	3656	400.18
	3956	468.55
	4256	542.31
	4556	621.455
2580	2756	200.96
	3056	247.092
	3356	297.982
	3656	353.645
	3956	414.065
	4256	479.25
	4556	549.193
2880	2756	180.03
	3056	221.355
	3356	266.946
	3656	316.808
	3956	370.934
	4256	429.327
	4556	491.985
3180	2756	163.045
	3056	200.475
	3356	241.765
	3656	286.92
	3956	335.94
	4256	388.825
	4556	445.571
3480	2756	148.99
	3056	183.19
	3356	220.92
	3656	262.185
	3956	306.98
	4256	355.305
	4556	407.16
3780	2756	137.165
	3056	168.65
	3356	203.39
	3656	241.378
	3956	282.619
	4256	327.105
	4556	374.846
4080	2756	127.08
	3056	156.25
	3356	188.435
	3656	223.63
	3956	261.835
	4256	303.055
	4556	347.284

$$F = 60\text{Hz} \text{ y } \lambda_g = 10\%$$

$\Delta P(\text{psi})$	$V_{in}(V)$	$Q(\text{bpd})$
1980	2756	235.705
	3056	289.815
	3356	349.51
	3656	414.781
	3956	485.65
	4256	562.105
	4556	644.14
2280	2756	204.69
	3056	251.68
	3356	303.52
	3656	360.21
	3956	421.75
	4256	488.141
	4556	559.385
2580	2756	180.89
	3056	222.415
	3356	268.228
	3656	318.325
	3956	372.71
	4256	431.38
	4556	494.34
2880	2756	162.05
	3056	199.246
	3356	240.285
	3656	285.165
	3956	333.885
	4256	386.445
	4556	442.846
3180	2756	146.76
	3056	180.45
	3356	217.619
	3656	258.263
	3956	302.385
	4256	349.987
	4556	401.068
3480	2756	134.106
	3056	164.895
	3356	198.857
	3656	236
	3956	276.32
	4256	319.817
	4556	366.493
3780	2756	123.465
	3056	151.808
	3356	183.075
	3656	217.27
	3956	254.39
	4256	294.435
	4556	337.406
4080	2756	114.385
	3056	140.645
	3356	169.611
	3656	201.294
	3956	235.685
	4256	272.785
	4556	312.598

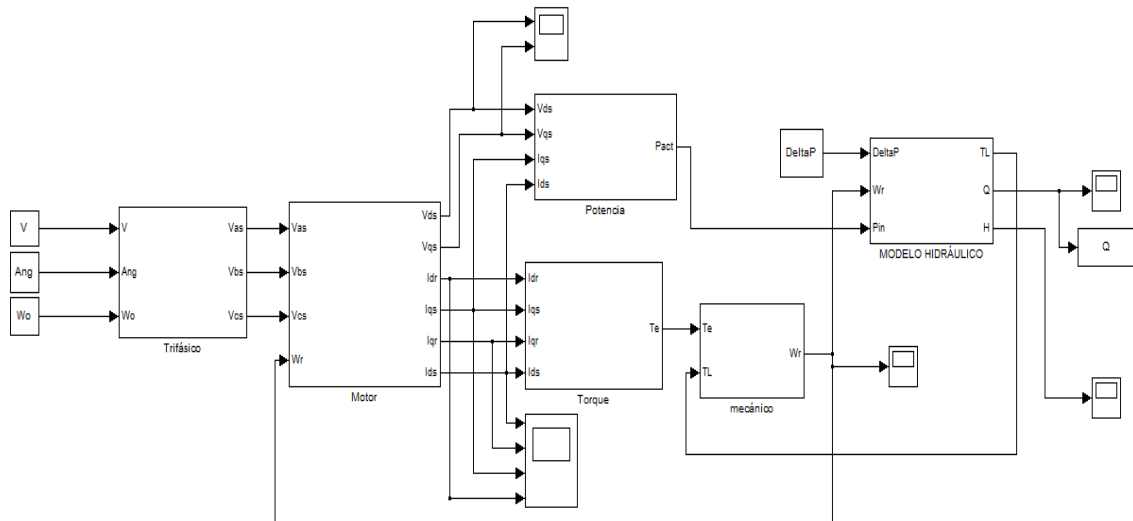
$$F = 60\text{Hz} \text{ y } \lambda_g = 20\%$$

$\Delta P(\text{psi})$	$V_{in}(V)$	$Q(\text{bpd})$
1980	2756	209.55
	3056	257.656
	3356	310.73
	3656	368.76
	3956	431.76
	4256	499.73
	4556	572.665
2280	2756	181.98
	3056	223.75
	3356	269.84
	3656	320.24
	3956	374.95
	4256	433.975
	4556	497.315
2580	2756	160.082
	3056	197.735
	3356	238.465
	3656	283.005
	3956	331.355
	4256	383.515
	4556	439.487
2880	2756	144.065
	3056	177.14
	3356	213.625
	3656	253.523
	3956	296.84
	4256	343.565
	4556	393.708
3180	2756	130.475
	3056	160.426
	3356	193.47
	3656	229.605
	3956	268.835
	4256	311.155
	4556	356.566
3480	2756	119.226
	3056	146.6
	3356	176.79
	3656	209.81
	3956	245.656
	4256	284.33
	4556	325.826
3780	2756	109.765
	3056	134.962
	3356	162.761
	3656	193.16
	3956	226.162
	4256	261.765
	4556	299.967
4080	2756	101.695
	3056	125.037
	3356	150.793
	3656	178.957
	3956	209.533
	4256	242.516
	4556	277.911

ANEXO D. DESCRIPCIÓN DEL MODELO GENERAL

En la Figura D1 se observan los sub-modelos que conforman el modelo general.

Figura D1. Sub-modelos que conforman el modelo general



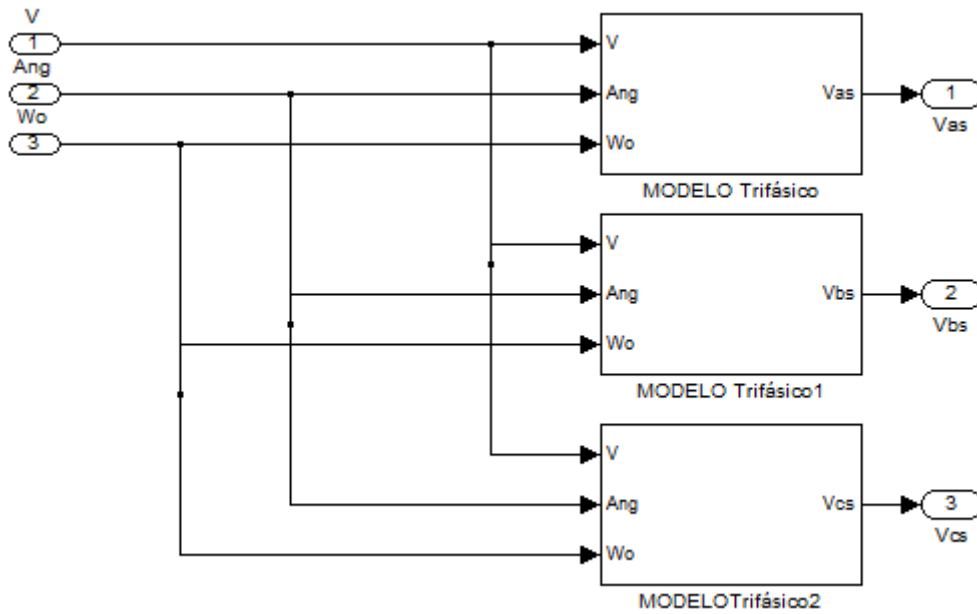
Fuente: El Autor

A continuación se muestra, el interior de cada bloque que constituye la Figura D1.

- **Bloque Trifásico.**

Al interior del bloque llamado trifásico, se encuentran tres cajas como se muestra en la Figura D2, que definen la tensión en cada fase.

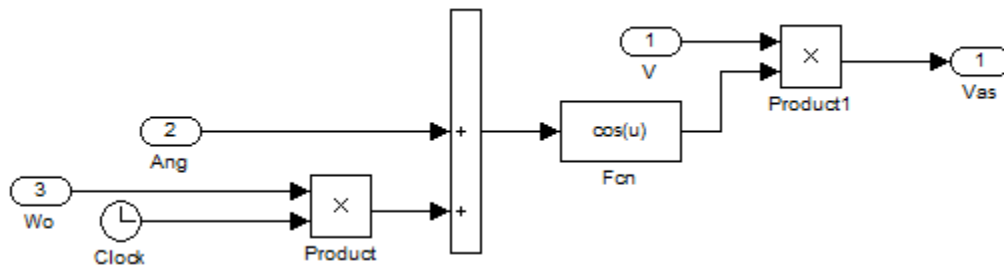
Figura D2. Interior del bloque Trifásico



Fuente: El Autor

Dentro de cada bloque de la Figura D2, se encuentra la ecuación que define la tensión en su respectiva fase, estas tensiones están desfasadas en 120°. En la figura D3 se ilustra la ecuación que define la tensión V_{as} .

Figura D3. Ecuación de la tensión de fase



Fuente: El Autor

- **Bloque Motor.**

En la Figura D4 se presentan 5 cajas, la denominada como PARK, es la transformación de tres a dos ejes, descrita en la ecuación 14, al interior de los otros bloques se presentan las ecuaciones descritas en la sección 4.2:

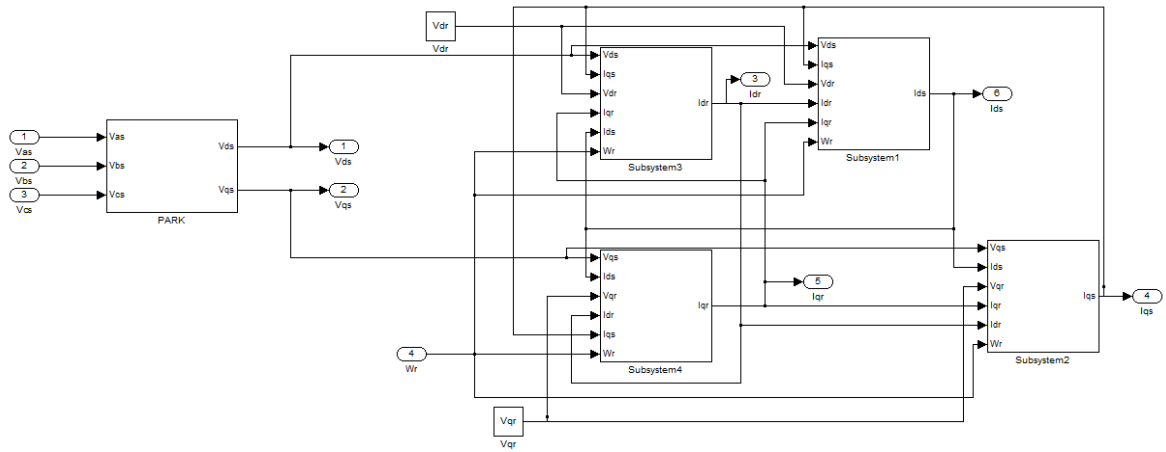
$$I_{ds} = \int \frac{L_r}{L_r L_s - L_m^2} (V_{ds} - R_s I_{ds}) - \frac{L_m}{L_r L_s - L_m^2} \left(V_{dr} - \frac{P}{2} \omega_r L_m I_{qs} - R_r I_{dr} - \frac{P}{2} \omega_r L_r I_{qr} \right) d\tau$$

$$I_{qs} = \int \frac{L_r}{L_r L_s - L_m^2} (V_{qs} - R_s I_{qs}) - \frac{L_m}{L_r L_s - L_m^2} \left(V_{qr} + \frac{P}{2} \omega_r L_m I_{ds} - R_r I_{qr} + \frac{P}{2} \omega_r L_r I_{dr} \right) d\tau$$

$$I_{dr} = \int -\frac{L_m}{L_r L_s - L_m^2} (V_{ds} - R_s I_{ds}) + \frac{L_s}{L_r L_s - L_m^2} \left(V_{dr} - \frac{P}{2} \omega_r L_m I_{qs} - R_r I_{dr} - \frac{P}{2} \omega_r L_r I_{qr} \right) d\tau$$

$$I_{qr} = \int -\frac{L_m}{L_r L_s - L_m^2} (V_{qs} - R_s I_{qs}) + \frac{L_s}{L_r L_s - L_m^2} \left(V_{qr} + \frac{P}{2} \omega_r L_m I_{ds} - R_r I_{qr} + \frac{P}{2} \omega_r L_r I_{dr} \right) d\tau$$

Figura D4. Interior del bloque Motor

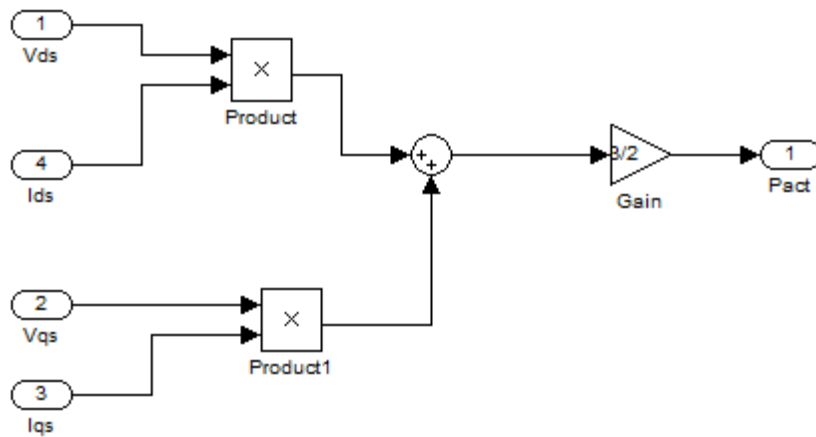


Fuente: El Autor

- **Bloque Potencia**

La Figura D5 presenta el interior de este bloque, el cual consta de la ecuación de la potencia de salida del motor:

Figura D5. Ecuación de la Potencia

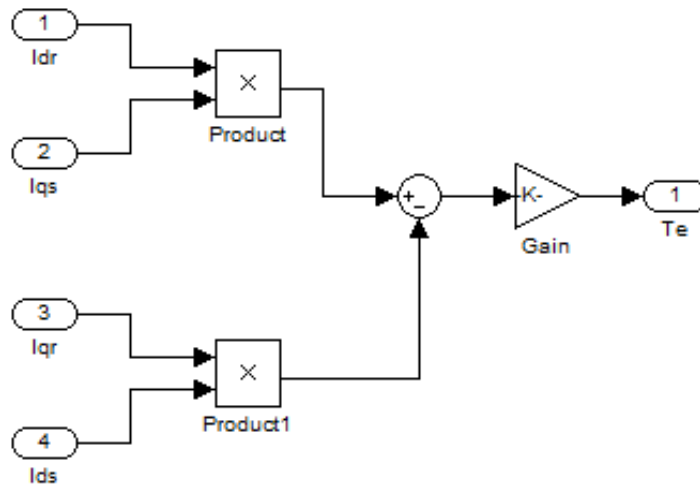


Fuente: El Autor

- **Bloque Torque**

En los dos ejes de referencia el torque electromagnético está dado como:

Figura D6. Ecuación del Torque

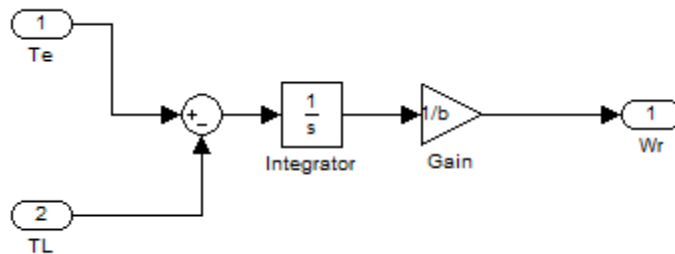


Fuente: El Autor

- **Bloque Mecánico**

Del balance de ecuaciones de torque, la velocidad del rotor puede ser obtenida como:

Figura D7. Ecuación mecánica

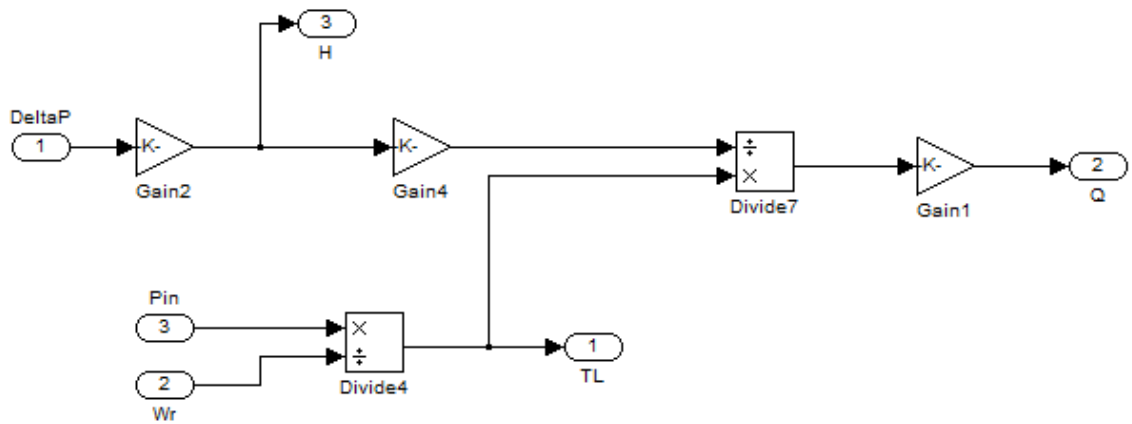


Fuente: El Autor

- **Bloque Hidráulico**

En este bloque se encuentran las ecuaciones que definen el modelo hidráulico, en la Figura D8 se puede observar el interior de este bloque.

Figura D8. Sub-modelo hidráulico



Fuente: El Autor