

**ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS DE SEÑALES ELÉCTRICAS: ESTUDIO E  
IMPLEMENTACIÓN DE ALGORITMOS BASADOS EN FILTRADO ADAPTATIVO**

**IDANIA SUJEY DÍAZ PÁEZ  
HUGO ORTIZ PICO**



**ESCUELA DE INGENIERÍAS  
ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA  
Y DE TELECOMUNICACIONES**



**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER  
FACULTAD DE INGENIERÍAS FISICOMECÁNICAS  
ESCUELA DE INGENIERÍAS ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA Y DE  
TELECOMUNICACIONES  
BUCARAMANGA  
2010**

**ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS DE SEÑALES ELÉCTRICAS: ESTUDIO E  
IMPLEMENTACIÓN DE ALGORITMOS BASADOS EN FILTRADO ADAPTATIVO**

**IDANIA SUJEY DÍAZ PÁEZ  
HUGO ORTIZ PICO**

**Trabajo de Grado en la modalidad de investigación**  
Presentado para obtener el título de Ingeniera Electrónica e Ingeniero Electricista

**Director**  
**JOHANN FARITH PETIT SUAREZ**  
**Ingeniero Electricista, PhD.**

**Co-directora**  
**MARIA ALEJANDRA MANTILLA VILLALOBOS**  
**Ingeniera Electrónica.**



**ESCUELA DE INGENIERÍAS  
ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA  
Y DE TELECOMUNICACIONES**



**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER  
FACULTAD DE INGENIERÍAS FISICOMECÁNICAS  
ESCUELA DE INGENIERÍAS ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA Y DE  
TELECOMUNICACIONES  
BUCARAMANGA  
2010**

## AGRADECIMIENTOS

*Este trabajo de grado, fue realizado gracias a la colaboración de tantas personas, que de alguna u otra manera contribuyeron a nuestra formación como profesionales. Entre ellos, agradecemos a Dios por brindarnos la fortaleza necesaria para alcanzar nuestras metas, a nuestros padres, por su apoyo incondicional, a nuestros hermanos, por su compañía, a nuestros amigos, por todos los momentos compartidos y a nuestros profesores, por todas sus enseñanzas.*

*Agradecemos a la Universidad Industrial de Santander y a la Escuela de Ingenierías Eléctrica, Electrónica y de Telecomunicaciones, por nuestra formación como ingenieros.*

*Agradecemos al Doctor Johann Farith Petit Suárez y la Ingeniera María Alejandra Mantilla Villalobos, por su dedicación y guía durante la dirección de este proyecto.*

## TABLA DE CONTENIDO

<b>1. FILTROS ADAPTATIVOS</b> .....	<b>13</b>
1.1 Estructura general y clasificación de los filtros adaptativos.....	13
1.2 Filtro adaptativo LMS.....	14
1.3 Filtro adaptativo RLS.....	14
1.4 Filtro lineal de Kalman.....	15
<b>2. MODELOS DE SEÑAL PROPUESTOS PARA ESTIMACIÓN DE MAGNITUD, ÁNGULO DE FASE Y FRECUENCIA</b> .....	<b>16</b>
2.1 Modelo de señal empleado por los filtros LMS y RLS para estimar magnitud y ángulo de fase.....	16
2.2 Modelo de señal empleado por el filtro de Kalman para estimar magnitud y ángulo de fase.....	17
2.3 Modelo de señal empleado por los filtros LMS y RLS para estimar frecuencia variante en el tiempo.....	17
2.4 Modelo de señal empleado por el filtro extendido de Kalman para estimar frecuencia variante en el tiempo.....	18
<b>3. EVALUACIÓN DE DESEMPEÑO DE LOS FILTROS LMS, RLS Y KALMAN MEDIANTE SIMULACIONES EN MATLAB/SIMULINK</b> .....	<b>18</b>
3.1 Criterios de comparación.....	18
3.2 Condiciones de simulación.....	19
3.3 Resultados de simulación estimación de magnitud y ángulo de fase.....	20
3.4 Primer caso: Estimación de magnitud y ángulo de fase de una señal sinusoidal.....	20
3.5 Segundo caso: Extracción de la componente fundamental de una señal distorsionada con armónicos.....	22
3.6 Tercer caso: Extracción de la componente fundamental de una señal distorsionada con armónicos y ruido blanco gaussiano de media cero y varianza $\sigma^2$ .....	24
3.7 Resultados de simulación estimación de frecuencia variante en el tiempo.....	25
<b>4. RESULTADOS EXPERIMENTALES</b> .....	<b>26</b>
4.1 Resultados de estimación de magnitud.....	26
5.1.1 Implementación del filtro LMS.....	26
5.1.2 Implementación del filtro RLS.....	27
5.1.3 Implementación del filtro de Kalman.....	27
Resultados de estimación de frecuencia.....	27
5.2.1 Implementación del filtro LMS.....	27
5.2.2 Implementación del filtro RLS.....	28
5.2.3 Implementación del filtro extendido de Kalman.....	28
<b>5. CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS</b> .....	<b>29</b>
5.1 Conclusiones.....	29
5.2 Trabajos futuros.....	30
<b>REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b> .....	<b>30</b>

## LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1. Ejemplo de un filtro adaptativo.....	13
Figura 4.1. Esquema ilustrativo de los criterios de comparación.....	19
Figura 4.2. Señal de entrada para el caso 1 de prueba.....	20
Figura 4.3. Señal de entrada y salidas de los tres filtros para el caso 1 de prueba.....	20
Figura 4.4. Magnitud estimada de la componente fundamental de la señal entrada para el caso 1 de prueba.....	21
Figura 4.5. Formas de onda de las señales de la figura 4.4 con acercamiento en los primeros milisegundos de simulación.....	21
Figura 4.6. Formas de onda de las señales de la figura 4.4 con acercamiento en $t=0,5$ [s].....	21
Figura 4.7. Ángulo de fase estimado para el caso 1 de prueba.....	21
Figura 4.8. Señal de entrada para el caso 2 de prueba.....	22
Figura 4.10. Magnitud estimada de la componente fundamental de la señal entrada para el caso 2 de prueba.....	23
Figura 4.11. Formas de onda de las señales de la figura 4.10 con acercamiento en $t=0,5$ [s].....	23
Figura 4.12. Ángulo de fase estimado para el caso 2 de prueba.....	23
Figura 4.13. Magnitud estimada de la componente fundamental de la señal entrada de la ecuación (4.5).....	23
Figura 4.14. Señal de entrada para el caso 3 de prueba.....	24
Figura 4.15. Formas de onda de las señales de entrada, magnitud y salida del filtro de Kalman.....	24
Figura 4.16. Forma de onda de la señal de frecuencia a ser estimada.....	25
Figura 4.17. Frecuencia estimada de la señal de entrada de la ecuación (4.7) mediante los filtros LMS y RLS.....	25
Figura 4.18. Frecuencia estimada de la señal de entrada distorsionada, mediante el filtro extendido de Kalman.....	26
Figura 5.1. Esquema del experimento en ControlDesk para estimación de magnitud mediante el filtro LMS.....	26
Figura 5.2. Implementación del filtro LMS para la señal de entrada de la ecuación (5.1).....	27
Figura 5.3. Implementación del filtro RLS para la señal de entrada de la ecuación (5.1).....	27
Figura 5.4. Implementación del filtro de Kalman para la señal de entrada de la ecuación (5.1).....	27
Figura 5.5. Esquema del experimento en ControlDesk para estimación de frecuencia mediante el filtro LMS.....	27
Figura 5.6. Implementación del filtro RLS para estimación de frecuencia.....	28
Figura 5.7. Implementación del EKF para estimación de frecuencia.....	28

## LISTA DE TABLAS

Tabla 4.1. Parámetros de ajuste de los filtros LMS, RLS y Kalman para estimación de magnitud y fase.....	20
Tabla 4.2. Resultados de medida en la estimación de magnitud para el caso 1, de acuerdo a la figura 4.5.....	21
Tabla 4.3. Resultados de medida en la estimación de magnitud para el caso 1, de acuerdo a la figura 4.6.....	21
Tabla 4.4. Resultados de medida en la estimación de ángulo de fase para el caso 1, en los primeros milisegundos.....	22
Tabla 4.5. Resultados de medida en la estimación de ángulo de fase para el caso 1 en $t = 0.5$ [s].....	22
Tabla 4.6. Resultados de medida en la estimación de magnitud para el caso 2.....	23
Tabla 4.7. Resultados de medida en la estimación de ángulo de fase para el caso 2.....	23
Tabla 4.8. Parámetros de ajuste del filtro de Kalman.....	24
Tabla 4.9. Resumen comparativo de las características de desempeño de los filtros adaptativos en la estimación de magnitud y ángulo de fase.....	25
Tabla 4.10. Resumen de las variables de medida en la estimación de frecuencia.....	25
Tabla 5.1. Tiempos de ejecución/iteración y rangos de frecuencia de muestreo de los filtros para estimación de magnitud y ángulo de fase.....	29
Tabla 5.2. Tiempos de ejecución/iteración y rangos de frecuencia de muestreo de los filtros para estimación de frecuencia.....	29

## LISTA DE ANEXOS

APÉNDICE I. RANGO DE FRECUENCIAS DE MUESTREO PARA LOS FILTROS ADAPTATIVOS.....	31
APÉNDICE II. TEORÍA DE LA IMPLEMENTACIÓN EN TIEMPO REAL DE FITROS DIGITALES.....	32

## RESUMEN

**TÍTULO:** ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS DE SEÑALES ELÉCTRICAS: ESTUDIO E IMPLEMENTACIÓN DE ALGORITMOS BASADOS EN FILTRADO ADAPTATIVO\*

**AUTORES:** IDANIA SUJEY DÍAZ PÁEZ\*\*  
HUGO ORTIZ PICO\*\*\*

**PALABRAS CLAVE:** Estimación de parámetros de señales eléctricas, algoritmos adaptativos, filtro de mínimos cuadrados promedios estándar (LMS-Least Mean Square), filtro de mínimos cuadrados recursivos estándar (RLS-Recursive Least Square), filtro de Kalman, filtro Extendido de Kalman.

### DESCRIPCIÓN:

Entre las diversas técnicas de estimación en tiempo real de parámetros de señales eléctricas, se encuentran los algoritmos basados en la transformada discreta de Fourier (*DFT-Discrete Fourier Transform*), los cuales, operan en el dominio de la frecuencia y por lo tanto requieren la reconstrucción de la señal en el tiempo. Por otra parte, existen los algoritmos adaptativos, los cuales pueden trabajar directamente en el dominio del tiempo realizando cálculos instantáneos de los parámetros de las señales de tensión y corriente. De acuerdo a lo anterior, en este artículo se presenta una implementación del filtro de mínimos cuadrados promedios estándar LMS, del filtro de mínimos cuadrados recursivos estándar RLS, del filtro de Kalman y del filtro extendido de Kalman, para la estimación en tiempo real de la magnitud, ángulo de fase y frecuencia de señales eléctricas. Específicamente, se presenta un análisis comparativo mediante simulaciones en MATLAB/Simulink, de las características de desempeño de los filtros (velocidad de convergencia, estabilidad, exactitud y robustez) en la estimación de dichos parámetros, de diferentes señales eléctricas como ondas de entrada. Adicionalmente, los filtros adaptativos LMS, RLS, Kalman y Extendido de Kalman se implementan en la tarjeta de desarrollo dSPACE DS1104 para evaluar el desempeño de los mismos en la estimación en tiempo real de magnitud y frecuencia. Los resultados de simulación y experimentales son mostrados para validar el desempeño de los algoritmos. Finalmente, se formulan conclusiones generales en términos de los resultados de simulación y experimentales obtenidos y se proponen algunos futuros trabajos.

---

\*Trabajo de grado en la Modalidad de Investigación.

\*\*Estudiante de Ingeniería Electrónica de la Universidad Industrial de Santander (Colombia). E-mail: [idaniadp@yahoo.com](mailto:idaniadp@yahoo.com)

\*\*\*Estudiante de Ingeniería Eléctrica de la Universidad Industrial de Santander (Colombia). E-mail: [erihuor@yahoo.com](mailto:erihuor@yahoo.com)

Director: Johann Farith Petit Suárez. E-mail: [jfpetit@uis.edu.co](mailto:jfpetit@uis.edu.co)

Codirectora: María Alejandra Mantilla Villalobos. E-mail: [mamvillalobos@yahoo.com](mailto:mamvillalobos@yahoo.com)

Escuela de Ingenierías Eléctrica, Electrónica y de Telecomunicaciones, Facultad de Ingenierías Fisicomecánicas, Universidad Industrial de Santander.

## ABSTRACT

**TITLE:** ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS DE SEÑALES ELÉCTRICAS: ESTUDIO E IMPLEMENTACIÓN DE ALGORITMOS BASADOS EN FILTRADO ADAPTATIVO\*

**AUTHORS:** IDANIA SUJEY DÍAZ PÁEZ\*\*  
HUGO ORTIZ PICO\*\*\*

**KEYWORDS:** Parameters estimation of electrical signals, adaptive algorithms, standard Least Mean Square filter, standard Recursive Least Square filter, Kalman filter, Extended Kalman filter.

### DESCRIPTION:

Among the various techniques of real-time estimation of electrical signals parameters are algorithms based on DFT-Discrete Fourier Transform, which operate in the frequency domain and therefore require reconstruction of signal time. Moreover, adaptive algorithms exist, which can work directly on the time making instant calculations of the parameters of voltage and current signals. According to the above, in this paper presents an implementation of standard LMS filter, standard RLS filter, Kalman filter and Extended Kalman filter, for the real time estimation of magnitude, phase angle and frequency of electrical input signals. Specifically, it is presented a comparative analysis through simulations in MATLAB/Simulink, of the performance characteristics of these filters (convergence rate, stability, accuracy and robustness) in the estimation of these parameters, to different electrical inputs. In addition, adaptive filters are implemented in the DS1104 dSPACE development board to evaluate its performance in real-time estimation of magnitude and frequency. The simulation and experimental results are shown to validate the performance of the algorithms. Finally, general conclusions are formulated in terms of simulation and experimental results obtained and suggests some future works.

---

\*Trabajo de grado en la Modalidad de Investigación.

\*\*Estudiante de Ingeniería Electrónica de la Universidad Industrial de Santander (Colombia). E-mail: [idaniadp@yahoo.com](mailto:idaniadp@yahoo.com)

\*\*\*Estudiante de Ingeniería Eléctrica de la Universidad Industrial de Santander (Colombia). E-mail: [erihuor@yahoo.com](mailto:erihuor@yahoo.com)

Director: Johann Farith Petit Suárez. E-mail: [jfpetit@uis.edu.co](mailto:jfpetit@uis.edu.co)

Codirectora: María Alejandra Mantilla Villalobos. E-mail: [mamvillalobos@yahoo.com](mailto:mamvillalobos@yahoo.com)

Escuela de Ingenierías Eléctrica, Electrónica y de Telecomunicaciones, Facultad de Ingenierías Fisicomecánicas, Universidad Industrial de Santander.

## 1. INTRODUCCIÓN

Los operadores de energía eléctrica tienen el compromiso de brindar a sus clientes un suministro de energía confiable y de alta calidad. No obstante, los usuarios introducen en la red de distribución, cargas como computadoras y dispositivos electrónicos para el control automatizado de sus procesos, gestión de la información, comunicaciones y robótica, entre otras, que mejoran su productividad; pero, tales dispositivos inyectan a la red perturbaciones que afectan la calidad de la energía eléctrica, y el desempeño de estos sistemas [1].

En el tratamiento de las perturbaciones que se presentan en las señales de tensión y corriente (huecos y elevaciones de tensión, armónicos, transitorios tipo impulso y oscilatorios, variaciones de frecuencia, ruido y fluctuaciones de tensión, entre otras), en algunas ocasiones, se emplean técnicas que estiman parámetros de interés como magnitud, frecuencia y ángulo de fase, entre otros, para poder describir adecuadamente dichas señales [2]. Así mismo, estudios recientes muestran que la tendencia en el desarrollo de soluciones de compensación a las perturbaciones presentes en la red, se enfoca en la utilización de dispositivos que operan en tiempo real, entre ellos se encuentran los *Custom Power Devices* [3], [4], los cuales son dispositivos que requieren de algoritmos de estimación que presenten buen desempeño en su implementación en tiempo real.

Entre las diversas técnicas de estimación en tiempo real de parámetros de señales eléctricas, se encuentran: los algoritmos basados en la transformada discreta de Fourier (*DFT-Discrete Fourier Transform*), los cuales, operan en el dominio de la frecuencia y por lo tanto requieren la reconstrucción de la señal en el tiempo [5]. Por otra parte, existen los algoritmos adaptativos, los cuales pueden trabajar directamente en el dominio del tiempo realizando cálculos instantáneos de los parámetros de las señales de tensión y corriente [6]. Adicionalmente, estos algoritmos poseen coeficientes auto-ajustables en el tiempo, son robustos, rápidos y exactos, lo que los hace atractivos para aplicaciones de tiempo real [6]. Dentro de la familia de algoritmos adaptativos se destacan: el filtro de mínimos cuadrados promedios estándar (*LMS-Least Mean Square*), el filtro de mínimos cuadrados recursivos estándar (*RLS-Recursive Least-Square*) y el filtro de Kalman.

En ese orden de ideas, en este artículo se presenta una implementación de los filtros LMS, RLS, Kalman y extendido de Kalman, para la estimación en tiempo real de la magnitud, frecuencia y ángulo de fase de señales eléctricas, y un análisis de desempeño de estos filtros en la estimación de dichos parámetros.

Por otra parte, este artículo se organiza de la siguiente manera: en la sección 2 se presenta una recopilación de los conceptos básicos de los filtros adaptativos. En la sección 3 se muestran los modelos de señal empleados por los filtros

para la estimación de magnitud, frecuencia y ángulo de fase de señales eléctricas. En la sección 4 se presenta un análisis comparativo mediante simulaciones en MATLAB/*Simulink*, de las características de desempeño (velocidad de convergencia, estabilidad, exactitud y robustez) de los filtros en la estimación de magnitud, frecuencia y ángulo de fase. En la sección 5 se presentan los resultados experimentales obtenidos en la implementación de los filtros en la tarjeta de desarrollo dSPACE DS1104 y la evaluación de su desempeño en tiempo real. Finalmente, en la sección 6 se formulan las conclusiones generales y se proponen algunos trabajos futuros.

## 2. FILTROS ADAPTATIVOS

Los filtros adaptativos se basan en modelos matemáticos, que intentan describir de forma iterativa las características de interés de las señales involucradas en el proceso de filtrado [6]. A diferencia de los filtros digitales que tienen coeficientes fijos o invariantes en el tiempo, los filtros adaptativos pueden cambiar su comportamiento al modificar sus coeficientes en cada iteración, de acuerdo con un algoritmo recursivo [6]. Por otra parte, dependiendo del área de aplicación, éstos filtros se pueden implementar en computadoras, *DSP's* (*Digital Signal Processors*) o *FPGA's* (*Fiel Programmable Gate Array*), los cuales, son dispositivos que permiten procesar los datos con la suficiente rapidez de manera que los algoritmos funcionen adecuadamente [7].

### 2.1 Estructura general y clasificación de los filtros adaptativos

De acuerdo a la figura 2.1, la operación de un filtro adaptativo involucra dos procesos básicos: El primero, corresponde a un filtro que produce la salida  $y(n)$  en respuesta a una señal de entrada  $u(n)$  y genera un error de estimación  $e(n)$  al comparar la salida  $y(n)$  con una respuesta deseada  $d(n)$ . El segundo, es un mecanismo adaptativo que realiza el ajuste de los pesos  $w^*(n)$ <sup>1</sup> del filtro. Estos dos procesos trabajan interactuando uno con el otro [6].

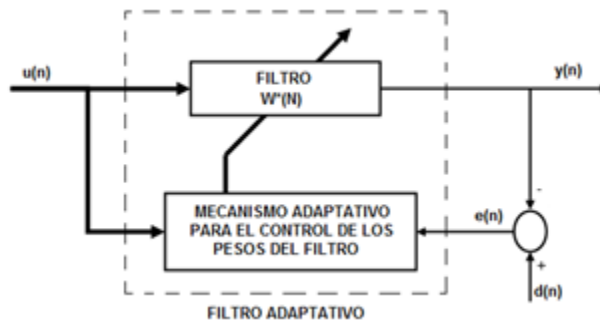


Figura 2.1. Ejemplo de un filtro adaptativo. Fuente: adaptada de [6]

<sup>1</sup> El símbolo asterisco (\*) denota la conjugada del vector.

El objetivo de un filtro adaptativo es hacer que la señal de error  $e(n)$  sea aproximadamente cero, y para lograrlo, el filtro modifica sus pesos en cada iteración en base a un algoritmo recursivo, tal que, a partir de la señal de datos de entrada  $\mathbf{u}(n)$  se genere la salida  $y(n)$  de forma que sea similar a la señal deseada  $d(n)$  [6].

En general, los filtros adaptativos se clasifican en lineales y no lineales. Dentro de los no lineales, se encuentran los basados en redes neuronales y el filtro extendido de Kalman. Entre los lineales están los filtros LMS, RLS y Kalman lineal. A su vez, los filtros adaptativos lineales se clasifican de acuerdo a la estructura del filtro lineal que emplean (transversal, modular, matriz sistólica, entre otras) y a la aproximación matemática utilizada (gradiente estocástico, mínimos cuadrados, entre otras) [6].

Los filtros que se van a tratar en este artículo son: el filtro LMS estándar, que emplea una estructura transversal y pertenece a la familia de algoritmos de gradiente estocástico. El filtro RLS estándar, que también emplea una estructura transversal y se basa en la aproximación de mínimos cuadrados. Y por último, el filtro de Kalman que utiliza el concepto de espacio de estados [6].

## 2.2 Filtro adaptativo LMS

El algoritmo LMS fue desarrollado por *Widrow y Hoff* en 1960, y su construcción se basa en el algoritmo de la máxima pendiente, el cual, emplea la ecuación (2.1) para la actualización del vector de pesos  $\mathbf{w}(n)$  [6].

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) - \frac{1}{2}\mu\nabla J(n), n = 1, 2, \dots, \quad (2.1)$$

Donde  $\mu$  es el parámetro de tamaño de paso y  $\nabla J(n)$  es el vector gradiente, el cual, está dado por:

$$\nabla J(n) = -2\mathbf{p} + 2\mathbf{R}\mathbf{w}(n) \quad (2.2)$$

Donde  $\mathbf{p}$  es el vector de correlación cruzada entre el vector de entradas  $\mathbf{u}(n)$  y la respuesta deseada  $d(n)$ , y  $\mathbf{R}$  es la matriz de correlación de las entradas. Además, se supone que  $\mathbf{p}$  y  $\mathbf{R}$  son conocidas. Una buena aproximación del vector gradiente  $\nabla J(n)$ , se obtiene al realizar cálculos instantáneos de las matrices  $\mathbf{p}$  y  $\mathbf{R}$  que se basen en valores muestrados del vector de entrada y la respuesta deseada, así [6]:

$$\hat{\mathbf{p}}(n) = \mathbf{u}(n)d^*(n) \quad (2.3)$$

$$\hat{\mathbf{R}}(n) = \mathbf{u}(n)\mathbf{u}^H(n) \quad (2.4)$$

En consecuencia, el valor estimado del vector gradiente sería<sup>2</sup>:

<sup>2</sup> El superíndice H denota que se trata de un vector Hermitiano. Se dice que un vector o matriz de valores complejos es Hermitiano, si es igual a su transpuesta conjugada [6].

$$\hat{\nabla}J(n) = -2\mathbf{u}(n)d^*(n) + 2\mathbf{u}(n)\mathbf{u}^H(n)\hat{\mathbf{w}}(n) \quad (2.5)$$

Por lo tanto, se obtiene una nueva relación recursiva para actualizar el vector de pesos:

$$\hat{\mathbf{w}}(n+1) = \hat{\mathbf{w}}(n) + \mu\mathbf{u}(n)[d^*(n) - \mathbf{u}^H(n)\hat{\mathbf{w}}(n)] \quad (2.6)$$

La cual, constituye la ecuación de actualización del vector de pesos  $\hat{\mathbf{w}}(n)$ , empleada por el algoritmo LMS [6].

Por otra parte, el origen del algoritmo LMS se basa totalmente en señales estocásticas estacionarias; no obstante, este algoritmo es también aplicable en ambientes determinísticos, y estocásticos no estacionarios [6].

Finalmente, teniendo en cuenta la figura 2.1, el filtro LMS funciona de la siguiente manera:

Dados, un vector de entradas de tamaño  $M$  en el tiempo  $n$ :

$$\mathbf{u}(n) = [u(n), u(n-1), \dots, u(n-M+1)]^T \quad (2.7)$$

Un vector de pesos, cuya condición inicial es  $\hat{\mathbf{w}}(0)$ , y la respuesta deseada  $d(n)$ , se debe calcular el vector de pesos  $\hat{\mathbf{w}}(n+1)$  en el tiempo  $n+1$ .

$$\hat{\mathbf{w}}(n+1) = \hat{\mathbf{w}}(n) + \mu\mathbf{u}(n)e^*(n) \quad (2.8)$$

Donde el error de estimación está dado por:

$$e(n) = d(n) - y(n) \quad (2.9)$$

Y la salida del filtro es:

$$y(n) = \hat{\mathbf{w}}^H(n)\mathbf{u}(n) \quad (2.10)$$

## 2.3 Filtro adaptativo RLS

El filtro RLS estándar se desarrolla como una implementación recursiva del método de los mínimos cuadrados. En este caso, la ecuación para el vector de pesos estimado  $\hat{\mathbf{w}}(n)$ , para el cual, la función costo  $\varepsilon(n)$  alcanza su valor mínimo es [6]:

$$\boldsymbol{\phi}(n)\hat{\mathbf{w}}(n) = \mathbf{z}(n) \quad (2.11)$$

Donde  $\boldsymbol{\phi}(n)$  es la matriz de correlación de los datos de entrada, de tamaño  $M \times N$  y está dada por:

$$\boldsymbol{\phi}(n) = \sum_{i=M}^N \mathbf{u}(i)\mathbf{u}^H(i) \quad (2.12)$$

Y  $\mathbf{z}(n)$  es un vector de correlación cruzada entre los datos de entrada y la respuesta deseada, el cual, está dado por:

$$\mathbf{z}(n) = \sum_{i=1}^M \mathbf{u}(i)d^*(i) \quad (2.13)$$

Por otra parte, la función costo  $\varepsilon(n)$  a ser minimizada es:

$$\varepsilon(n) = \sum_{i=1}^n \beta(n, i) |e(i)|^2 \quad (2.14)$$

Donde  $e(i)$  denota la señal de error, y  $\beta(n, i)$  es el factor de ponderación [6].

La señal de error  $e(i)$  está dada por:

$$e(i) = d(i) - \mathbf{w}^H(n)\mathbf{u}(i) \quad (2.15)$$

Donde el vector de entrada  $\mathbf{u}(i)$  está definido como:

$$\mathbf{u}(i) = [u(i), u(i-1), \dots, u(i-M+1)]^T \quad (2.16)$$

Y el vector de pesos  $\mathbf{w}(n)$  por:

$$\mathbf{w}(n) = [w_0(n), w_1(n), \dots, w_{M-1}(n)]^T \quad (2.17)$$

Cabe señalar, que el vector de pesos  $\mathbf{w}(n)$  permanece fijo durante el intervalo de observación  $1 \leq i \leq n$  para el cual la función costo  $\varepsilon(n)$  está definida [6].

El factor de ponderación  $\beta(n, i)$  está definido en el intervalo:

$$0 < \beta(n, i) \leq 1, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (2.18)$$

Y está dado por  $\beta(n, i) = \lambda^{n-i}$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ . Donde  $\lambda$  es una constante positiva menor que la unidad. Cuando  $\lambda = 1$  se tiene el método de los mínimos cuadrados ordinario [6].

A partir de modificaciones a la función costo  $\varepsilon(n)$  definida en (2.14), se obtienen expresiones recursivas para la matriz  $\boldsymbol{\phi}(n)$  y el vector  $\mathbf{z}(n)$ , las cuales se muestran en (2.19) y (2.20) respectivamente [6].

$$\boldsymbol{\phi}(n) = \lambda \boldsymbol{\phi}(n-1) + \mathbf{u}(n)\mathbf{u}(n)^H \quad (2.19)$$

$$\mathbf{z}(n) = \lambda \mathbf{z}(n-1) + \mathbf{u}(n)d^*(n) \quad (2.20)$$

Por otra parte, para el cálculo del vector de pesos estimado  $\hat{\mathbf{w}}(n)$  de la ecuación (2.11), se debe determinar la inversa de la matriz  $\boldsymbol{\phi}(n)$ . Esta operación demanda gran cantidad de cálculos que consumen grandes tiempos de ejecución del algoritmo; por lo tanto, para evitar este inconveniente, se aplica el concepto de matriz inversa *Lemma* a la matriz  $\boldsymbol{\phi}^{-1}(n)$  de la ecuación (2.19) [6]. Los resultados se presentan en la ecuación (2.21).

$$\boldsymbol{\phi}^{-1}(n) = \mathbf{P}(n) \\ \mathbf{P}(n) = \lambda^{-1} \mathbf{P}(n-1) - \lambda^{-1} \mathbf{K}(n)\mathbf{u}^H(n)\mathbf{P}(n-1) \quad (2.21)$$

Donde,

$$\mathbf{K}(n) = \mathbf{P}(n)\mathbf{u}(n)[\lambda + \mathbf{u}^H(n)\mathbf{P}(n-1)\mathbf{u}(n)]^{-1} \quad (2.22)$$

Y  $\mathbf{K}(n)$  es conocido como el vector de ganancia.

Reemplazando las ecuaciones (2.20) y (2.21) en la ecuación (2.11) y operando sobre ella, se obtiene una nueva expresión recursiva para el vector de pesos [6]:

$$\hat{\mathbf{w}}(n) = \hat{\mathbf{w}}(n-1) + \mathbf{k}(n)[d^*(n) - \mathbf{u}^H(n)\hat{\mathbf{w}}(n-1)]$$

$$\hat{\mathbf{w}}(n) = \hat{\mathbf{w}}(n-1) + \mathbf{k}(n)(\xi^*(n)) \quad (2.23)$$

La cual constituye la ecuación de actualización del vector de pesos  $\hat{\mathbf{w}}(n)$ , empleada por el algoritmo RLS [6].

Cabe anotar, que  $\xi(n)$  es un error de estimación a priori, el cual se basa en una anterior estimación del vector de pesos, en el tiempo  $n-1$ . En general, este error es diferente del error de estimación a posteriori  $e(i)$ . Por otra parte, la función costo  $\varepsilon(n)$  se minimiza basada en  $e(i)$  y no en  $\xi(n)$ . Además, el error  $\xi(n)$  se puede ver como un valor “tentativo” de  $e(i)$  antes del ajuste del vector de pesos [6].

Finalmente, el proceso iterativo del algoritmo adaptativo RLS funciona de la siguiente manera:

**Condiciones iniciales:**  $\hat{\mathbf{w}}(0) = 0$  y  $\mathbf{P}(n) = \delta^{-1}\mathbf{I}$

Donde  $\mathbf{I}$  es la matriz identidad.

Para cada instante de tiempo  $n$ , con  $n = 1, 2, \dots$ , se calcula el vector de ganancia  $\mathbf{k}(n)$  y el error de estimación a priori  $\xi(n)$ , para actualizar la matriz  $\mathbf{P}(n)$  y el vector de pesos  $\hat{\mathbf{w}}(n)$ , y así calcular la siguiente iteración.

## 2.4 Filtro lineal de Kalman

El filtro de Kalman pertenece a la familia de algoritmos recursivos, y sus inicios datan de la década de los 40 con el trabajo realizado por *Wiener*. En 1960 Kalman presentó un algoritmo que se basa en el concepto de espacio de estados y que realiza un tratamiento recursivo de los datos de entrada, permitiendo su aplicación en sistemas digitales [5].

Para utilizar el algoritmo de Kalman, se define una ecuación de estado y una ecuación de medida, las cuales, se expresan a continuación [7]:

**Ecuación de estado:**

$$\mathbf{x}(k+1) = \boldsymbol{\Phi}(k)\mathbf{x}(k) + \boldsymbol{\nu}(k) \quad (2.24)$$

Donde  $\mathbf{x}(k+1)$  es el vector de estados del proceso en el tiempo  $(k+1)$ ,  $\boldsymbol{\Phi}(k)$  es la matriz de transición de estados que relaciona el estado en el tiempo  $k+1$  con el estado en el instante anterior  $k$ . La variable  $\boldsymbol{\nu}(k)$  denota un vector de ruido blanco y representa las variaciones aleatorias de los estados [7].

**Ecuación de medida:**

$$\mathbf{z}(k) = \mathbf{H}(k)\mathbf{x}(k) + \boldsymbol{\nu}(k) \quad (2.25)$$

Donde  $\mathbf{z}(k)$  es el vector de los datos de medida,  $\mathbf{H}(k)$  es la matriz de medición de los estados, y  $\mathbf{v}(k)$  es un vector de ruido blanco que representa el error aleatorio de la ecuación de medida, y que no está correlacionado con el ruido  $\mathbf{v}(k)$  de los estados [7], [5].

El proceso iterativo del algoritmo de Kalman funciona de la siguiente manera [5]:

En primer lugar, se debe estimar un estado inicial, que usualmente es supuesto  $\hat{\mathbf{x}}^-(k) = \mathbf{x}_0$ . Esto conlleva a un error de estimación del estado inicial ( $e(k) = x(k) - \hat{\mathbf{x}}^-(k)$ ), el cual, tendrá una covarianza  $\mathbf{P}^-(k)$  que también, normalmente, es supuesta:  $\mathbf{P}^-(k) = \mathbf{P}_0$

La estimación realizada del estado se puede corregir con la medición  $\mathbf{z}(k)$ , de esta forma, se obtiene el estado estimado corregido con la medición  $\hat{\mathbf{x}}(k)$  así:

$$\hat{\mathbf{x}}(k) = \hat{\mathbf{x}}^-(k) + \mathbf{K}(k)[\mathbf{z}(k) - \mathbf{H}(k)\hat{\mathbf{x}}^-(k)] \quad (2.26)$$

Donde  $\mathbf{K}(k)$  se conoce como la ganancia de Kalman y está dada por:

$$\mathbf{K}(k) = \mathbf{P}^-(k)\mathbf{H}^T(k)[\mathbf{H}(k)\mathbf{P}^-(k)\mathbf{H}^T(k) + \mathbf{R}(k)]^{-1} \quad (2.27)$$

Donde  $\mathbf{R}(k)$  es la matriz de covarianza del vector de ruido  $\mathbf{v}(k)$  en la medición.

La ganancia de Kalman se calcula para minimizar la covarianza del error  $\mathbf{P}(k)$  entre el estado verdadero  $\mathbf{x}(k)$  y el estado estimado corregido  $\hat{\mathbf{x}}(k)$ .

$$\mathbf{P}(k) = [\mathbf{I} - \mathbf{K}(k)\mathbf{H}(k)]\mathbf{P}^-(k) \quad (2.28)$$

A partir de la covarianza del error actualizada  $\mathbf{P}(k)$  y del estado estimado corregido, se estima el siguiente estado y su respectiva covarianza del error:

$$\hat{\mathbf{x}}^-(k+1) = \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}(k)) \quad (2.29)$$

$$\mathbf{P}^-(k+1) = \mathbf{F}(k)\mathbf{P}(k)\mathbf{F}^T(k) + \mathbf{Q}(k) \quad (2.30)$$

Donde  $\mathbf{F}(k)$  tiene el mismo valor de la matriz de transición  $\Phi(k)$ , y  $\mathbf{Q}(k)$  es la matriz de covarianza del ruido  $\mathbf{v}(k)$  en los estados.

De esta manera, la estimación del siguiente estado se corrige con la medición, utilizando la ganancia de Kalman para minimizar la covarianza del error; y continuando de esta forma el proceso cíclicamente.

Finalmente, el filtro lineal de Kalman se caracteriza porque sus matrices de transición de estados  $\Phi$  y de medida  $\mathbf{H}$  son lineales. En caso de no serlo, se debe utilizar el filtro extendido de Kalman, el cual, por ejemplo, para  $\Phi$  implica que su matriz  $\mathbf{f}$  en (2.29), corresponde a la relación no lineal entre los estados en los instantes  $(k+1)$  y  $k$ , y que  $\mathbf{F}$  en (2.30), es una matriz jacobiana dada por:

$$\mathbf{F} = \left. \frac{\partial f(x)}{\partial x} \right|_{\hat{\mathbf{x}}(k)} \quad (2.31)$$

A continuación se presentan los modelos de señal empleados por los filtros para la estimación de magnitud, ángulo de fase y frecuencia de señales eléctricas.

### 3. Modelos de señal propuestos para estimación de magnitud, ángulo de fase y frecuencia.

El modelo de señal frecuentemente utilizado en la representación de una señal eléctrica de tensión o corriente, consiste en una sumatoria de armónicos [5]. Por otra parte, en este estudio, los filtros se emplean para seguir una señal deseada  $d(t)$  y estimar la magnitud, fase y frecuencia de su componente fundamental [7]. En este contexto, la señal deseada o de medida  $d(t)$ , viene dada por la siguiente expresión:

$$d(t) = \sum_{h=1}^M A_h \cos(\omega_h t + \phi_h) + \mathbf{v}_r(t) \quad (3.1)$$

Donde  $A_h$ ,  $\omega_h$  y  $\phi_h$  son la amplitud, la frecuencia y la fase de la  $h$ -ésima senoide, respectivamente, y la variable  $\mathbf{v}_r$  representa el ruido blanco gaussiano con media cero y varianza  $\sigma^2$  [7].

La señal  $y(t)$  a la salida del filtro, para este artículo, será una señal sinusoidal sintonizada a la frecuencia fundamental de la señal de la ecuación (3.1), por consiguiente, la señal  $y(t)$  será el primer armónico:

$$y(t) = A_{1f} \cos(\omega_{1f} t + \phi_{1f}) \quad (3.2)$$

Donde el subíndice  $1f$  denota que se trata de la componente filtrada de la señal de entrada  $d(t)$ .

Operando en la ecuación (3.2) en un tiempo  $t = t_k + T_s$ , y considerando que  $\omega_{1f}$  se conoce, se obtiene la siguiente ecuación:

$$y(t_k + T_s) = A_{1f} \cos(\omega_{1f}(t_k + T_s) + \phi_{1f}) \quad (3.3)$$

#### 3.1 Modelo de señal empleado por los filtros LMS y RLS para estimar magnitud y ángulo de fase.

Para este caso, los términos de la ecuación (3.3) se agrupan de la siguiente manera:

$$y(t_k + T_s) = A_{1f} \cos(\omega_{1f} T_s + \phi_f) \cos(\omega_{1f} t_k) - A_{1f} \sen(\omega_{1f} T_s + \phi_f) \sen(\omega_{1f} t_k) \quad (3.4)$$

De la ecuación (3.4) se obtiene el par de variables  $y_{1c}$  y  $y_{1s}$ , las cuales, representan la componente fundamental de la señal para el instante  $k$  como sigue:

$$y_{1c}(t_k) = \cos(\omega_{1f} t_k) \quad (3.5a)$$

$$y_{1s}(t_k) = \sen(\omega_{1f} t_k) \quad (3.5b)$$

Los filtros adaptativos RLS y LMS, hacen un ajuste recursivo de sus pesos para determinar la mejor combinación lineal entre ellos y el modelo, y así, obtener el error mínimo posible, cuya expresión se presenta en la ecuación (2.15).

Para llevar a cabo esta tarea, en este estudio, los algoritmos LMS y RLS se emplean para el seguimiento de la señal deseada, de la siguiente manera:

El vector de entradas  $\mathbf{u}(n)$  de la ecuación (2.15) corresponde al modelo utilizado por el filtro, el cual se define así:

$$\mathbf{u}(n) = [y_{1c}(t_k), y_{1s}(t_k), \dots, y_{(2M-1)c}(t_k), y_{2Ms}(t_k)] \quad (3.6)$$

Las variables  $y_{1c}(t_k), y_{1s}(t_k)$  representan la componente fundamental,  $y_{(2M-1)c}(t_k), y_{2Ms}(t_k)$  representan la M-ésima componente armónica. La variable  $2M$  denota el orden del filtro.

Por otra parte, el vector de pesos definido en la ecuación (2.17) se emplea para calcular la magnitud y ángulo de fase de la componente fundamental, además, para construir en el tiempo la salida del filtro  $y(t)$ , así:

$$A_{1f} = \sqrt{w_0^2(t_k) + w_1^2(t_k)} \quad (3.7a)$$

$$-\tan(\omega_{1f}T_s + \phi_{1f}) = \frac{w_1(t_k)}{w_0(t_k)} \quad (3.7b)$$

$$y(t) = w_0(t_k) * y_{1c}(t_k) + w_1(t_k) * y_{1s}(t_k) \quad (3.7c)$$

Donde:

$$w_0(t_k) = A_{1f} \cos(\omega_{1f}T_s + \phi_{1f}) \quad (3.7d)$$

$$w_1(t_k) = -A_{1f} \sen(\omega_{1f}T_s + \phi_{1f}) \quad (3.7e)$$

### 3.2 Modelo de señal empleado por el filtro de Kalman para estimar magnitud y ángulo de fase.

Como en el caso de los filtros LMS y RLS, se utiliza la ecuación (3.1) como señal de medida para el filtro de Kalman. Así mismo, la salida  $y(t)$  de la ecuación (3.2) representa la componente fundamental o primera armónica [5], [7].

Para este caso, los términos de la ecuación (3.3) se agrupan de la siguiente manera:

$$y(t_k + T_s) = A_{1f} \cos(\omega_{1f}t_k + \phi_f) \cos(\omega_{1f}T_s) - A_{1f} \sen(\omega_{1f}t_k + \phi_f) \sen(\omega_{1f}T_s) \quad (3.8)$$

Se observa que  $y(t_k + T_s)$  en la última línea de la ecuación (3.8), aparece como una función de la señal misma y de la señal en cuadratura en  $t_k$ , definiéndose así las variables de estado  $x_1$  y  $x_2$ , para el instante  $k$ :

$$x_1 = A_{1f} \cos(\omega_{1f}t_k + \phi_f) \quad (3.9a)$$

$$x_2 = A_{1f} \sen(\omega_{1f}t_k + \phi_f) \quad (3.9b)$$

Una vez que los estados se han definido, la ecuación de estado se expresa como sigue:

$$\begin{pmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\omega_f T_s) & -\sen(\omega_f T_s) \\ \sen(\omega_f T_s) & \cos(\omega_f T_s) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{pmatrix} \quad (3.10)$$

Por lo tanto, para  $M$  armónicos, la matriz de transición de estados  $\Phi(k)$  es:

$$\Phi(k) = \text{diag}(M_{1k}, M_{2k}, \dots, M_{Mk}) \quad (3.11)$$

Donde  $M_k$  está dada por:

$$M_k = \begin{pmatrix} \cos(k\omega_M T_s) & -\sen(k\omega_M T_s) \\ \sen(k\omega_M T_s) & \cos(k\omega_M T_s) \end{pmatrix} \quad (3.12)$$

Por otra parte, la ecuación de medida está dada por:

$$\mathbf{z}(k) = \mathbf{H}(\mathbf{x}(t_k)) + \mathbf{v}_z(k) \quad (3.13)$$

El vector de medida  $\mathbf{H}$  de longitud  $2M$  es:

$$\mathbf{H} = (0 \ 1 \ 0 \ \dots \ 0 \ 1) \quad (3.14)$$

Finalmente, las variables de estado se emplean para calcular la magnitud y ángulo de fase de la componente fundamental, de la siguiente manera:

$$A_{1f} = \sqrt{x_1^2(t_k) + x_2^2(t_k)} \quad (3.15a)$$

$$\tan(\omega_{1f}t_k + \phi_{1f}) = x_2(t_k)/x_1(t_k) \quad (3.15b)$$

### 3.3 Modelo de señal empleado por los filtros LMS y RLS para estimar frecuencia variante en el tiempo.

En la estimación de magnitud y ángulo de fase se emplea un modelo de señal que corresponde a una combinación lineal entre los pesos del filtro y el modelo. Además, con los pesos hallados se calcula la magnitud y ángulo de fase de la señal para una frecuencia constante conocida. Sin embargo, si se desea estimar frecuencia, este modelo no se puede utilizar puesto que la frecuencia que ahora es desconocida, no guarda una relación lineal con los pesos del filtro. Por lo tanto, se hace necesario emplear un modelo que tenga como parámetro a estimar la frecuencia. Para este trabajo se utiliza el modelo propuesto en [10].

En primer lugar, se asume que el modelo es una señal sinusoidal pre filtrada, con poco impacto de las componentes armónicas y del ruido. La ecuación está dada por:

$$v(t) = V \sin(\omega t + \phi) \quad (3.16)$$

Donde  $V$  es la magnitud de la componente fundamental y  $\omega = 2\pi f$  es desconocida.

Elevando al cuadrado la ecuación (3.16), la señal fundamental queda de la forma:

$$v^2(t) = \frac{V^2}{2} - \frac{V^2}{2} \cos(2\omega t + 2\varphi) \quad (3.17)$$

Operando en el tiempo sobre la ecuación (3.17), es decir, retrasar la señal a los tiempos  $t - \Delta t$  y  $t - 2\Delta t$ , se obtiene:

$$v^2(t - \Delta t) = \frac{V^2}{2} - \frac{V^2}{2} \cos(2\omega(t - \Delta t) + 2\varphi) \quad (3.18a)$$

Y

$$v^2(t - 2\Delta t) = \frac{V^2}{2} - \frac{V^2}{2} \cos(2\omega(t - 2\Delta t) + 2\varphi) \quad (3.18b)$$

Desde las ecuaciones (3.17) a la (3.18b) se desprende la siguiente expresión:

$$v^2(t) + v^2(t - 2\Delta t) = V^2 + [2v^2(t - \Delta t) - V^2] \cos(2\omega\Delta t) \quad (3.19)$$

La anterior ecuación se puede expresar en forma matricial como sigue:

$$v^2(t) + v^2(t - 2\Delta t) = [1 \quad 2v^2(t - \Delta t)] \begin{bmatrix} V^2[1 - \cos(2\omega\Delta t)] \\ \cos(2\omega\Delta t) \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

Suponiendo que se realiza un muestreo constante, es decir, una frecuencia de muestreo  $f_s = 1/\Delta t$ , se obtiene la siguiente ecuación discreta en el tiempo:

$$y(k) = \mathbf{u}^T(k) \mathbf{w}(k) \quad (3.21)$$

Donde:

$$d(k) = v^2(k) + v^2(k - 2) \quad (3.22a)$$

$$\mathbf{w}(k) = \begin{bmatrix} V^2[1 - \cos(2\omega\Delta t)] \\ \cos(2\omega\Delta t) \end{bmatrix} \quad (3.22b)$$

$$\mathbf{w}_1(k) = V^2[1 - \cos(2\omega\Delta t)] \quad (3.22c)$$

$$\mathbf{w}_2(k) = \cos(2\omega\Delta t) \quad (3.22d)$$

$$\mathbf{u}^T(k) = [1 \quad 2v^2(k - 1)] \quad (3.22e)$$

De las ecuaciones anteriores, se obtiene que la frecuencia se puede estimar como sigue:

$$f(k) = \cos^{-1}[\mathbf{w}_2(k)] / 4\pi\Delta t \quad (3.23)$$

Donde  $f(k)$  es la frecuencia instantánea que se desea estimar con los filtros LMS y RLS.

### 3.4 Modelo de señal empleado por el filtro extendido de Kalman para estimar frecuencia variante en el tiempo.

En la estimación de magnitud y ángulo de fase se utilizó el filtro de Kalman lineal, el cual consideraba una frecuencia constante conocida. Sin embargo, para estimar frecuencia, se hace necesario modificar las ecuaciones de estado y de medida del filtro de Kalman lineal, además de definir un nuevo estado que represente la frecuencia desconocida; de esta manera, se define el filtro extendido de Kalman.

La ecuación de estado en (3.10) se modifica para obtener la ecuación de estado del filtro extendido de Kalman, tal como se muestra a continuación [5], [7]:

$$\begin{aligned} x_1(k+1) &= x_1(k) \cos(x_3(k)T_s) - x_2(k) \sen(x_3(k)T_s) \\ x_2(k+1) &= x_1(k) \sen(x_3(k)T_s) + x_2(k) \cos(x_3(k)T_s) \\ x_3(k+1) &= (1 - \epsilon)x_3(k) \end{aligned} \quad (3.24)$$

Donde el estado  $x_3(k)$  representa la frecuencia desconocida  $\omega_f$ . La constante  $\epsilon$  garantiza la estabilidad del algoritmo y debe ser  $\epsilon \geq 0$ . Típicamente  $\epsilon \ll 1$ .

Como se muestra en la ecuación (3.24), la relación de estados en los instantes  $(k+1)$  y  $k$  es no lineal, Por lo tanto, la función no lineal de transición de estados  $\mathbf{f}$ , se define por:

$$\mathbf{f} = \begin{Bmatrix} x_1 \cos(x_3 T_s) - x_2 \sen(x_3 T_s) \\ x_1 \sen(x_3 T_s) + x_2 \cos(x_3 T_s) \\ (1 - \epsilon)x_3 \end{Bmatrix} \quad (3.25)$$

Y su correspondiente matriz Jacobiana  $\mathbf{F}_{3 \times 3}$ , cuyos elementos son:

$$\begin{aligned} F_{11} &= F_{22} = \cos(x_3 T_s) \\ F_{12} &= -F_{21} = -\sen(x_3 T_s) \\ F_{13} &= -T_s [y_1 \sen(x_3 T_s) + x_2 \cos(x_3 T_s)] \\ F_{23} &= T_s [x_1 \cos(x_3 T_s) - x_2 \sen(x_3 T_s)] \\ F_{31} &= F_{32} = 0 \\ F_{33} &= (1 - \epsilon) \end{aligned} \quad (3.26)$$

Finalmente, la matriz de medida  $\mathbf{H}$  es:

$$\mathbf{H} = [1 \quad 0 \quad 0] \quad (3.27)$$

A continuación se presenta un análisis comparativo de las características de desempeño de los filtros en la estimación de magnitud, ángulo de fase y frecuencia de señales eléctricas.

## 4. EVALUACIÓN DE DESEMPEÑO DE LOS FILTROS LMS, RLS Y KALMAN MEDIANTE SIMULACIONES EN MATLAB/SIMULINK

### 4.1 Criterios de comparación

Para medir las características de desempeño (estabilidad, velocidad de convergencia, exactitud y robustez) de los filtros adaptativos, y compararlos entre sí, se tienen en cuenta las siguientes variables de medida:

- **Porcentaje de sobrepaso máximo (%SP<sub>max</sub>):** Es la medida en porcentaje, del primer pico máximo que presenta la señal estimada con respecto al valor de referencia (la unidad), y se calcula así [9]:

$$\%SP_{max} = \frac{Tensión(t_p) - Tensión(\infty)}{Tensión(\infty)} * 100\% \quad (4.1)$$

Donde  $t_p$  denota el tiempo en el cual la señal estimada alcanza el primer pico máximo.

- **Error en Estado Estable (EeEE):** Es la diferencia entre el valor de referencia y la salida del filtro. Esta variable es una medida del error de estimación en estado estable, y se calcula de la siguiente manera [9]:

$$e(n) = d(n) - y(n) \quad (4.2)$$

Donde la variable  $e(n)$  denota el error de estimación,  $y(n)$  denota la salida del filtro y  $d(n)$  representa la señal de referencia.

- **Criterio del  $\pm 2\%$  (banda del 4%):** Es un rango de valores permitidos alrededor del valor de referencia, de acuerdo a algún criterio de tolerancia. En este caso, se escogió el criterio del  $\pm 2\%$ , que en general se utiliza en aplicaciones en las que se puede tolerar oscilaciones en la respuesta del filtro [9].
- **Tiempo de establecimiento ( $T_{est}$ ):** Es el tiempo que requiere el algoritmo para que la señal estimada, alcance el rango de valores permitidos por el criterio del  $\pm 2\%$  (0.98 – 1.02) alrededor del valor de referencia y permanezca en él [9].

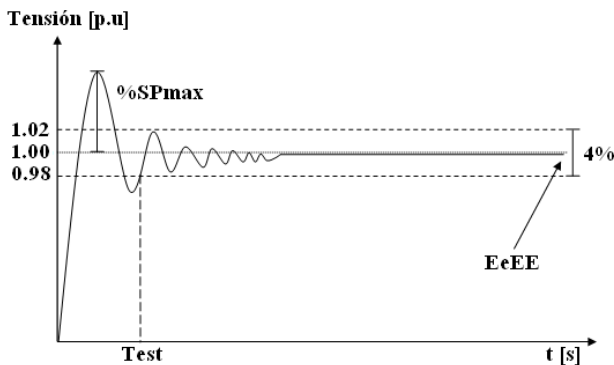


Figura 4.1. Esquema ilustrativo de los criterios de comparación. Fuente: adaptada de [9].

En la figura 4.1 se muestra un ejemplo ilustrativo de las variables de medida definidas anteriormente, las cuales, se emplean para describir cuantitativamente las características de desempeño de los algoritmos, y así, establecer las

ventajas y limitaciones que presentan los filtros en la estimación de magnitud, ángulo de fase y frecuencia de una señal eléctrica.

En ese contexto, el porcentaje de sobrepaso máximo (%SP<sub>max</sub>) y el error en estado estable (EeEE) se utilizan para evaluar la estabilidad de los algoritmos, de la siguiente manera: El filtro que presente menor %SP<sub>max</sub> y menor EeEE se considera el más estable.

Por otra parte, la velocidad de convergencia, se evalúa teniendo en cuenta el tiempo de establecimiento ( $T_{est}$ ) del algoritmo. Por lo tanto, a menor  $T_{est}$  mayor velocidad de convergencia. La exactitud se evalúa así: el filtro que presente menor EeEE se considera el más exacto.

Por último, la robustez de los algoritmos ante la presencia de armónicos, se evalúa teniendo en cuenta el EeEE. Por lo tanto, el algoritmo que presente menor EeEE se considera el más robusto.

## 4.2 Condiciones de simulación

Los filtros adaptativos se simulan para filtrar diferentes señales usando un entorno de simulación basado en MATLAB/Simulink.

En la estimación de magnitud y ángulo de fase, se emplean tres casos de señal de prueba. El primero, corresponde a una señal sinusoidal, el segundo, a una sinusoidal distorsionada con armónicos, y el tercero, a una sinusoidal distorsionada con armónicos y ruido blanco gaussiano de media cero y varianza  $\sigma^2$ .

Por otra parte, en la evaluación de desempeño de los algoritmos frente a los tres casos de prueba mencionados, se tiene en cuenta lo siguiente:

- Los tres filtros se simulan con un periodo de muestreo  $T_s = 200 [\mu s]$  y tiempo de simulación igual a 1 [s].
- Para los tres filtros, se selecciona un modelo de señal compuesto por la 1°, 3° y 5° armónica, esto con el fin de compararlos en su desempeño.
- Los parámetros de ajuste ( $\mu$  en el LMS,  $\lambda$  en el RLS, y  $z_{v2}$ ,  $z_{q2}$  en Kalman) se mantienen fijos en los tres casos de prueba, para efectos de comparación. La variable  $z_{v2}$  representa los valores propios de la matriz de covarianza del ruido en la medición  $\mathbf{R}$ , y  $z_{q2}$  representa los valores propios de la matriz de covarianza del ruido en los estados  $\mathbf{Q}$ .

Los parámetros de ajuste de cada filtro, se sintonizaron empíricamente y de manera individual, antes de realizar las pruebas (es decir, son *off-line*). Mediante simulaciones se encontró, que el filtro LMS presenta mejor desempeño en sus características, cuando  $\mu$  toma valores en el intervalo  $0,089 < \mu < 0,1$ . El filtro RLS opera adecuadamente cuando  $\lambda$  se encuentra en el intervalo  $0,7 < \lambda < 0,9$ . El filtro de Kalman presenta buen desempeño cuando  $z_{q2} = 10^{-4}$  y  $z_{v2} = 10^{-3}$ .

Así mismo, cabe anotar que los resultados de desempeño de los filtros, dependerá de los valores tomados para los parámetros de ajuste, del orden del filtro seleccionado, el cual, debe ser igual al doble de las componentes armónicas presentes en la señal de entrada. Si los valores de estos parámetros no son coherentes con dicha señal, conllevará a estimaciones erróneas; en otras palabras, el modelo de señal empleado por los filtros no debe distar de la señal de entrada, puesto que el filtro no presentaría su mejor desempeño en la estimación.

Teniendo en cuenta lo anterior, los valores de los parámetros de ajuste seleccionados para la simulación de los filtros LMS, RLS y Kalman, para los tres casos de señal de prueba, se presentan en la tabla 4.1.

**Tabla 4.1. Parámetros de ajuste de los filtros LMS, RLS y Kalman para estimación de magnitud y fase.**

LMS	RLS	KALMAN		$f$ [Hz]	$T_s$ [ $\mu$ s]
$\mu$	$\lambda$	$zq2$	$zv2$		
0,09	0,78	$10^{-4}$	$10^{-3}$	60	200

En cuanto al orden de los filtros, teniendo en cuenta que el modelo de señal empleado por ellos está compuesto por 3 armónicas ( $1^\circ$ ,  $3^\circ$  y  $5^\circ$ ), esto implica el uso de un filtro de orden 6.

Finalmente, en la estimación de frecuencia variante en el tiempo, se emplea una entrada sinusoidal previamente filtrada, con poco impacto de componentes armónicas y ruido. En la evaluación de desempeño de los filtros frente a la señal de prueba mencionada, se tiene en cuenta lo siguiente:

- Los tres filtros se simulan con un periodo de muestreo  $T_s = 200$  [ $\mu$ s] y tiempo de simulación igual a 8 [s].
- Para los filtros LMS y RLS, se selecciona un modelo de señal compuesto únicamente por la  $1^\circ$  armónica, y para el filtro extendido de Kalman, se selecciona un modelo de señal compuesto por la  $1^\circ$ ,  $3^\circ$  y  $5^\circ$  armónica. Cabe aclarar, que solo se comparan las características de desempeño de los filtros LMS y RLS, debido a que éstos emplean un mismo modelo de señal, mientras que el EKF utiliza un modelo distinto, por lo cual, no es comparable en su desempeño con respecto a los otros dos filtros.
- Los valores de los parámetros de ajuste ( $\mu$  en el LMS,  $\lambda$  en el RLS, y  $zv2$ ,  $zq2$  en el extendido de Kalman) se presentan en la tabla 4.1.

### 4.3 Resultados de simulación estimación de magnitud y ángulo de fase.

A continuación se presentan los resultados de simulación obtenidos en la estimación de magnitud y ángulo de fase.

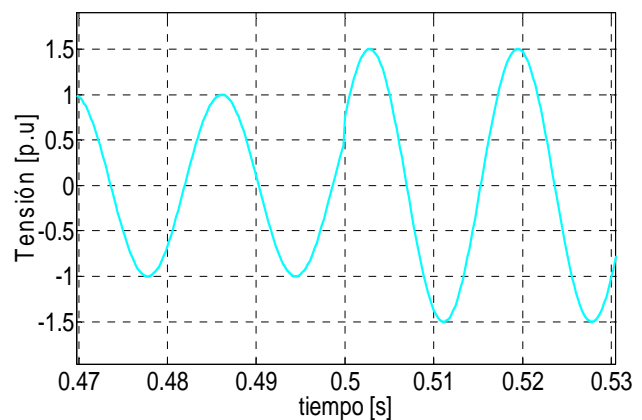
#### 4.3.1 Primer caso: Estimación de magnitud y ángulo de fase de una señal sinusoidal.

La señal de entrada es una función sinusoidal cuya ecuación está dada por:

$$d(t) = \begin{cases} \text{sen}\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right) & 0 \leq t < 0,5 \text{ s} \\ 1,5\text{sen}\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right) & 0,5 \leq t < 1 \text{ s} \end{cases} \quad (4.3)$$

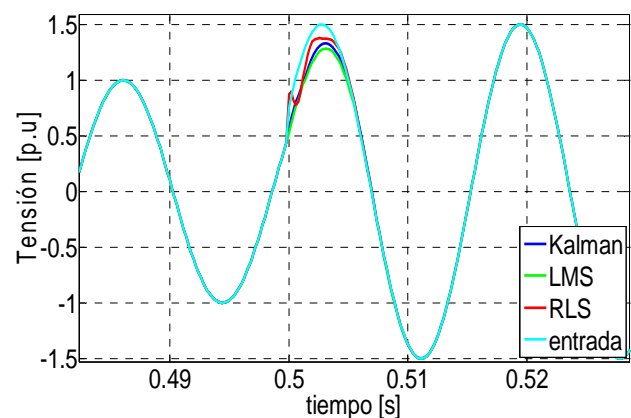
Donde  $\omega = 2\pi f$ , y se asume un valor para  $f = 60$  [Hz].

En la figura 4.2 se presenta la forma de onda de la señal de la ecuación (4.3), la cual presenta un cambio de amplitud en  $t = 0,5$  [s].



**Figura 4.2. Señal de entrada para el caso 1 de prueba.**

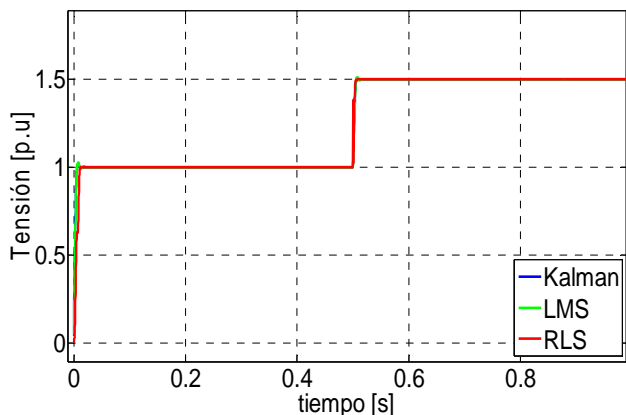
En la figura 4.3, se presentan las señales de salida de los tres filtros, obtenidas con la ecuación (3.7c) para el caso del LMS y RLS, y con la ecuación (3.9a) para el caso de Kalman. Además en esta figura se observa, que los tres filtros funcionan correctamente en el seguimiento de la señal de entrada.



**Figura 4.3. Señal de entrada y salidas de los tres filtros para el caso 1 de prueba.**

Por otra parte, en la figura 4.4 se presenta la magnitud estimada de la componente fundamental de la señal de

entrada, mediante los tres filtros. El cálculo de la magnitud se realiza de acuerdo a la ecuación (3.7a) para el caso de los filtros LMS y RLS y la ecuación (3.15a) para el caso del filtro de Kalman.



4.4 Magnitud estimada de la componente fundamental de la señal entrada para el caso 1 de prueba.

Para visualizar el comportamiento de los filtros en la inicialización, en la figura 4.4 se realiza un acercamiento en los primeros milisegundos de simulación, el cual, se presenta en la figura 4.5.

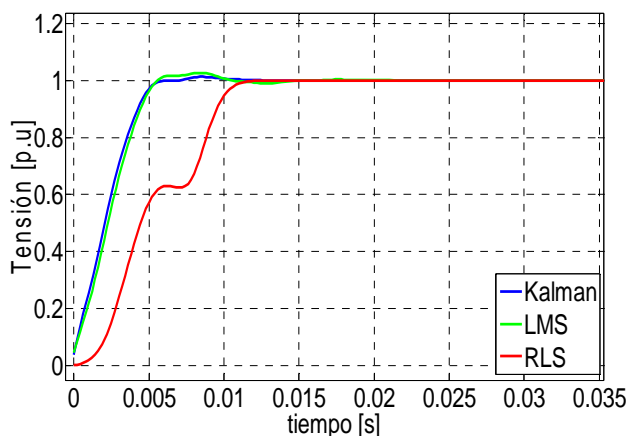


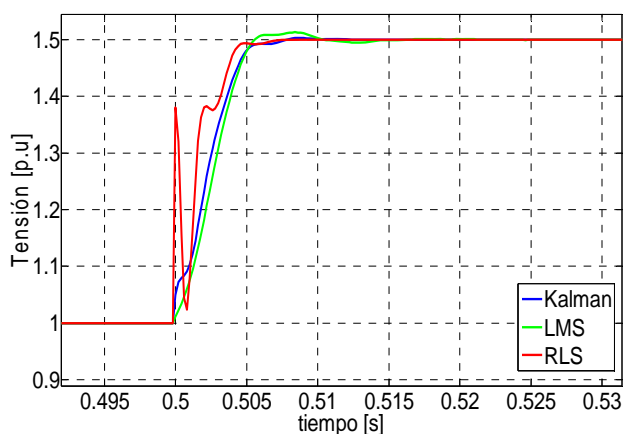
Figura 4.5. Formas de onda de las señales de la figura 4.4 con acercamiento en los primeros milisegundos de simulación.

Por otra parte, teniendo en cuenta la figura 4.5 y las variables de medida definidas en la sección 4.1, se obtienen los resultados mostrados en la tabla 4.2.

Tabla 4.2. Resultados de medida en la estimación de magnitud para el caso 1, de acuerdo a la figura 4.5.

	$t_{est} [ms]$	$\%SP_{max}$	$EeEE$
LMS	9,2	2,7%	0
RLS	10,6	0%	$1,11 * 10^{-16}$
KALMAN	5,15	1,28%	$-1,475 * 10^{-14}$

Así mismo, para mirar el comportamiento de los filtros en el instante de cambio  $t = 0,5 [s]$ , en la figura 4.4 se realiza un acercamiento, el cual, se presenta en la figura 4.6.



4.6 Formas de onda de las señales de la figura 4.4 con acercamiento en  $t = 0,5 [s]$ .

Teniendo en cuenta la figura 4.6 y las variables de medida definidas en la sección 4.1, se obtienen los resultados mostrados en la tabla 4.3.

Tabla 4.3. Resultados de medida en la estimación de magnitud para el caso 1, de acuerdo a la figura 4.6.

	$t_{est} [ms]$	$\%SP_{max}$	$EeEE$
LMS	4,8	0,89%	0
RLS	4	0%	$1,11 * 10^{-16}$
KALMAN	4,7	0,22%	$-1,475 * 10^{-14}$

En la figura 4.7, se presenta el ángulo de fase estimado de la componente fundamental de la señal de entrada, mediante los tres filtros. El cálculo de la fase se realiza de acuerdo a la ecuación (3.7b) para el caso de los filtros LMS y RLS y la ecuación (3.15b) para el caso del filtro de Kalman.

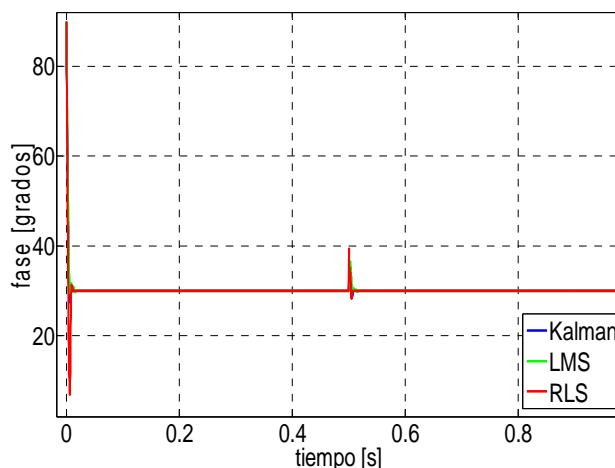


Figura 4.7. Ángulo de fase estimado para el caso 1 de prueba.

Teniendo en cuenta la figura 4.7 y las variables de medida definidas en la sección 4.1, se obtienen los resultados mostrados en las tablas 4.4 y 4.5.

**Tabla 4.4. Resultados de medida en la estimación de ángulo de fase para el caso 1, en los primeros milisegundos.**

	$t_{est}$ [ms]	$\%SP_{max}$	$EeEE$
LMS	13,8	200%	0
RLS	10,8	200%	$1,11 * 10^{-16}$
KALMAN	7,5	200%	$-1,475 * 10^{-14}$

**Tabla 4.5. Resultados de medida en la estimación de ángulo de fase para el caso 1 en  $t = 0,5$  [s].**

	$t_{est}$ [ms]	$\%SP_{max}$	$EeEE$
LMS	5,6	22%	0
RLS	6	31,33%	$1,11 * 10^{-16}$
KALMAN	7	19,2%	$-1,475 * 10^{-14}$

En resumen, teniendo en cuenta los resultados presentados en las tablas 4.2, 4.3, 4.4 y 4.5 se formulan las siguientes observaciones:

Se realizaron mediciones en los primeros milisegundos de simulación y en  $t = 0,5$  [s], para mostrar que el comportamiento de los filtros en estos tiempos es diferente. Esto se debe, a que los filtros en la inicialización, se ven afectados por las condiciones iniciales iguales a cero; mientras que, en  $t = 0,5$  [s] llevan una tendencia de la dinámica de la señal de entrada, es decir ( $C.I \neq 0$ ). Por lo tanto, en los tres casos de señales de prueba, las características de desempeño de los filtros se comparan teniendo en cuenta las mediciones realizadas en  $t = 0,5$  [s], puesto que el interés se centra, en medir su capacidad de seguimiento de la dinámica de la señal.

Para este primer caso de señal de prueba, correspondiente a una sinusoidal con frecuencia fundamental de 60 [Hz], se observa que los tres filtros funcionan correctamente en la estimación de magnitud y ángulo de fase de dicha señal. Los tres filtros estiman la magnitud de la onda de entrada antes de un ciclo de señal ( $16,6\bar{6}$  [ms]), siendo el filtro RLS el que presenta la mayor velocidad de convergencia para alcanzar el estado estable ( $< t_{est}$ ), le sigue Kalman y luego el LMS. En cuanto a exactitud y robustez, se obtiene que el filtro LMS es el más exacto y robusto ( $< EeEE$ ), le sigue el RLS y finalmente el Kalman. En términos de estabilidad, se puede ver que los tres filtros presentan similitud en la estabilidad ( $< EeE$  y  $< \%SP_{max}$ ).

En la estimación de ángulo de fase, se observa que los tres filtros realizan la estimación antes de un ciclo de señal. Por otra, el filtro LMS es el que presenta la mayor velocidad de convergencia, es el más exacto y robusto de los tres, luego RLS y por último Kalman. Finalmente, el filtro LMS y Kalman comparten aproximadamente la mayor estabilidad y les sigue el RLS.

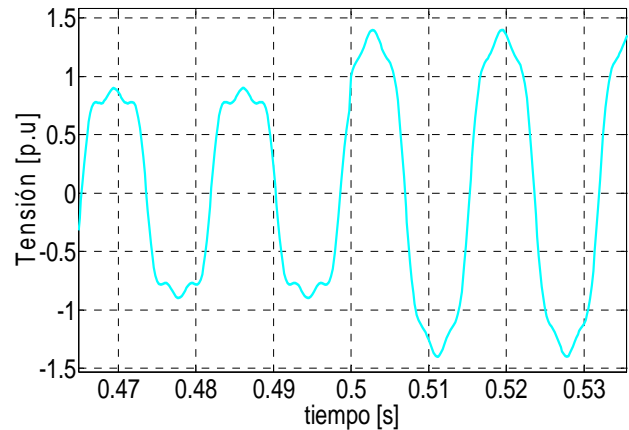
### 4.3.2 Segundo caso: Extracción de la componente fundamental de una señal distorsionada con armónicos.

El objetivo de esta prueba, es medir la capacidad de los filtros para extraer la componente fundamental de una señal de entrada distorsionada con el tercero y quinto armónico, y que presenta un cambio de amplitud en  $t = 0.5$  s. La expresión matemática que la describe, está dada por:

$$d(t) = \begin{cases} \text{sen}\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right) + g(t) & 0 \leq t < 0.5\text{s} \\ 1,5\text{sen}\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right) + g(t) & 0.5 \leq t < 1\text{s} \end{cases} \quad (4.4)$$

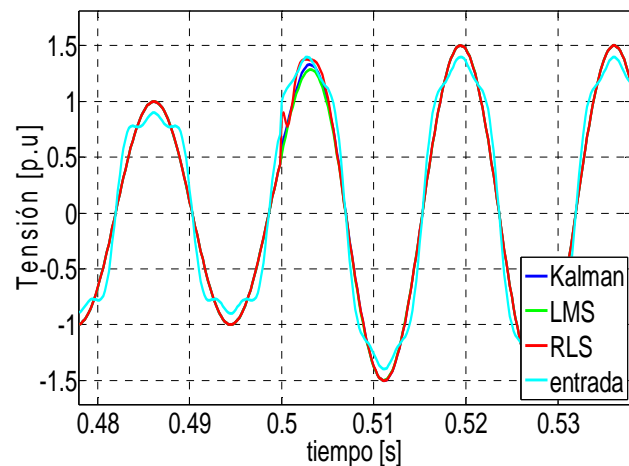
$$\text{Donde } g(t) = 0,2\text{sen}\left(3\omega t + \frac{3\pi}{6}\right) + 0,1\text{sen}\left(5\omega t + \frac{5\pi}{6}\right).$$

Los tres filtros, además de estimar la componente fundamental, estiman la magnitud y ángulo de fase de la misma, para un valor de frecuencia  $f = 60$  [Hz]. En la figura 4.8 se presenta la forma de onda de la señal de prueba.



**Figura 4.8. Señal de entrada para el caso 2 de prueba.**

En la figura 4.9, se observa que los tres filtros funcionan correctamente en la estimación de la componente fundamental de la señal de entrada. Así mismo, la figura 4.10 muestra que los tres filtros realizan una estimación correcta de la magnitud de dicha componente fundamental.



**Figura 4.9. Señal de entrada y salidas de los tres filtros para el caso 2 de prueba.**

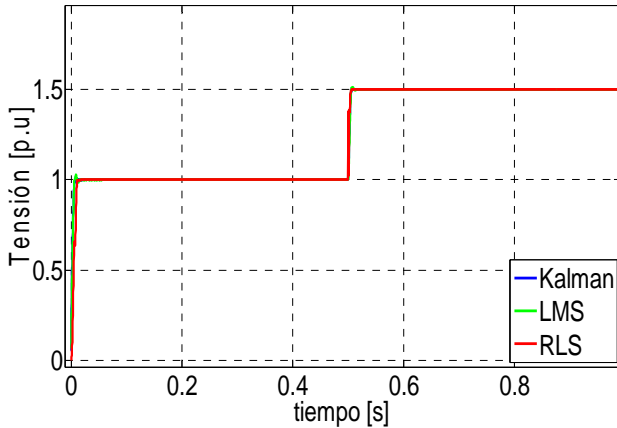


Figura 4.10. Magnitud estimada de la componente fundamental de la señal entrada para el caso 2 de prueba.

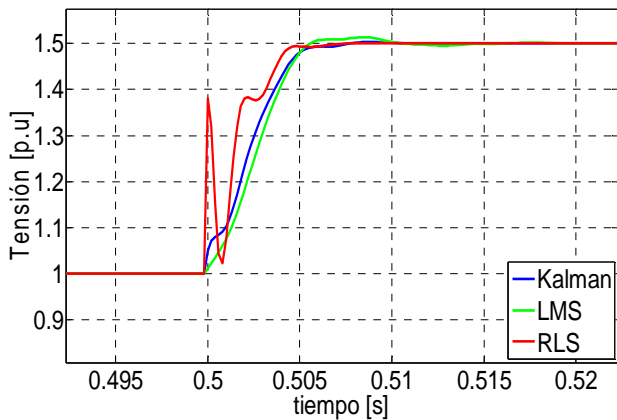


Figura 4.11 Formas de onda de las señales de la figura 4.10 con acercamiento en  $t=0,5$  [s].

En la figura 4.12, se presenta el ángulo de fase estimado de la componente fundamental de la señal de entrada.

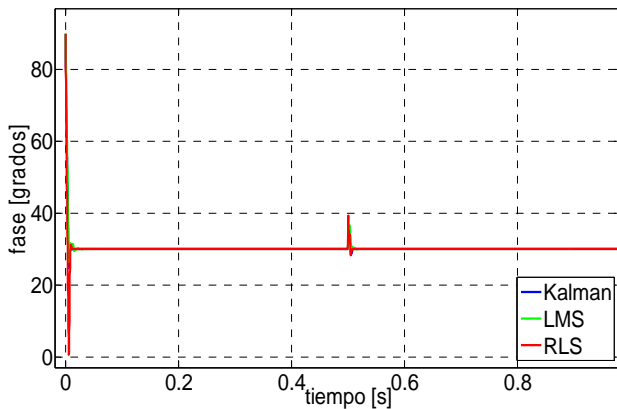


Figura 4.12. Ángulo de fase estimado para el caso 2 de prueba.

Por otra parte, teniendo en cuenta las variables de medida definidas en la sección 4.1 y, las figuras 4.11 y 4.12 se obtienen los resultados mostrados en las tablas 4.6 y 4.7 respectivamente.

Tabla 4.6. Resultados de medida en la estimación de magnitud para el caso 2.

	$t_{est}$ [ms]	$\%SP_{max}$	$EeEE$
LMS	4,8	0,89%	$8,549 * 10^{-15}$
RLS	4	0%	$7,105 * 10^{-15}$
KALMAN	4,7	0,22%	$-1,079 * 10^{-14}$

Tabla 4.7. Resultados de medida en la estimación de ángulo de fase para el caso 2.

	$t_{est}$ [ms]	$\%SP_{max}$	$EeEE$
LMS	5,6	22%	$8,549 * 10^{-15}$
RLS	6	31,17%	$7,105 * 10^{-15}$
KALMAN	7	19,2%	$-1,079 * 10^{-14}$

Por otra parte, se desea verificar el comportamiento de los tres filtros, ante una señal de entrada que contiene un mayor número de componentes armónicas a las consideradas en el modelo empleado por los filtros, cuya expresión matemática está dada por:

$$d(t) = \begin{cases} \text{sen}(\omega t + \frac{\pi}{6}) + g(t) & 0 \leq t < 0,5s \\ 1,5\text{sen}(\omega t + \frac{\pi}{6}) + g(t) & 0,5 \leq t < 1s \end{cases} \quad (4.5)$$

Donde,

$$g(t) = 0,2\text{sen}(3\omega t + \frac{3\pi}{6}) + 0,1\text{sen}(5\omega t + \frac{5\pi}{6}) + 0,1\text{sen}(7\omega t + \frac{7\pi}{6}) + 0,1\text{sen}(9\omega t + \frac{9\pi}{6})$$

En la figura 4.13 se presenta la magnitud estimada de la componente fundamental de la señal de entrada de la ecuación (4.5).

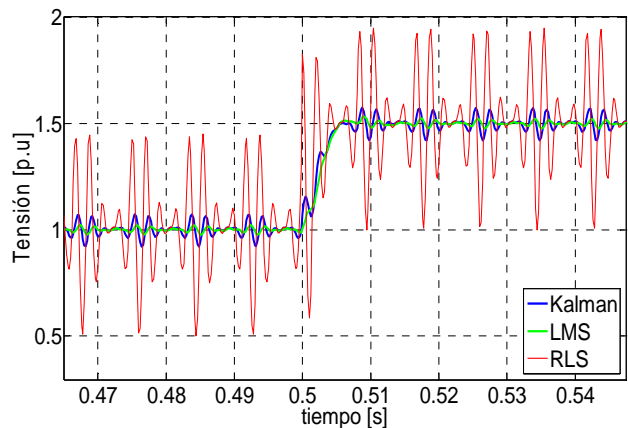


Figura 4.13. Magnitud estimada de la componente fundamental de la señal entrada de la ecuación (4.5).

En resumen, teniendo en cuenta los resultados presentados en las tablas 4.6 y 4.7, y la figura 4.13, se formulan las siguientes observaciones:

Para el segundo caso de señal de prueba, correspondiente a una entrada sinusoidal con frecuencia fundamental de

60 [Hz], distorsionada con el tercero y quinto armónico, se observa que los tres filtros funcionan correctamente en la estimación de la magnitud y ángulo de fase de la componente fundamental de dicha señal. Así mismo, como ocurre en el primer caso de señal de prueba, los tres filtros estiman la magnitud y ángulo de fase antes de un ciclo de señal, y presentan el mismo comportamiento en sus características de desempeño.

Por otra parte, para el caso de una señal de entrada con frecuencia fundamental de 60 [Hz], distorsionada con el tercero, quinto, séptimo y noveno armónico, presentada en la ecuación (4.5), se observa que la magnitud estimada de la figura 4.13, presenta oscilaciones que se mantienen fuera del rango de valores permitidos por el criterio del  $\pm 2\%$  definido en la sección 4.1, por lo tanto, no es posible medir el tiempo de establecimiento ( $t_{est}$ ) teniendo en cuenta este criterio. El porcentaje de sobre paso máximo ( $\%SP_{max}$ ) y el  $EeEE$  tampoco son medibles debido que la señal presenta un comportamiento oscilatorio. Por lo tanto, se deben ajustar nuevamente los parámetros de los filtros, para mejorar sus características de desempeño.

Cabe mencionar, que si la señal de entrada difiere considerablemente del modelo empleado por los filtros, no es posible corregir el desempeño de los mismos mediante la manipulación de sus parámetros de ajuste.

### 4.3.3 Tercer caso: extracción de la componente fundamental de una señal distorsionada con armónicos y ruido blanco gaussiano de media cero y varianza $\sigma^2$ .

Como los filtros LMS y RLS no consideran ruido en su modelo de señal, en esta prueba, la atención se centra en medir la capacidad del filtro de Kalman para extraer la componente fundamental de una señal de entrada distorsionada con el tercero y quinto armónico, además de ruido blanco gaussiano de media cero y varianza  $\sigma^2$ . Así mismo, esta señal presenta un cambio en la amplitud en  $t = 0.5$  s. La expresión analítica para esta señal es de la forma:

$$d(t) = \begin{cases} \text{sen}\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right) + g(t) + v(t) & 0 \leq t < 0,5s \\ 1,5\text{sen}\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right) + g(t) + v(t) & 0,5 \leq t < 1s \end{cases} \quad (4.6)$$

Donde  $g(t) = 0,2\text{sen}\left(3\omega t + \frac{3\pi}{6}\right) + 0,1\text{sen}\left(5\omega t + \frac{5\pi}{6}\right)$  y  $v(t)$  representa el ruido blanco gaussiano con media cero y varianza  $\sigma^2$ .

El filtro de Kalman, además de estimar la componente fundamental, debe estimar la magnitud y ángulo de fase de la misma, para un valor de frecuencia  $f = 60$  [Hz].

En la figura 4.14 se presenta la forma de onda de la señal de entrada dada por la ecuación (4.6) donde  $v(t)$  presenta un valor de varianza  $\sigma^2 = 0,01$ .

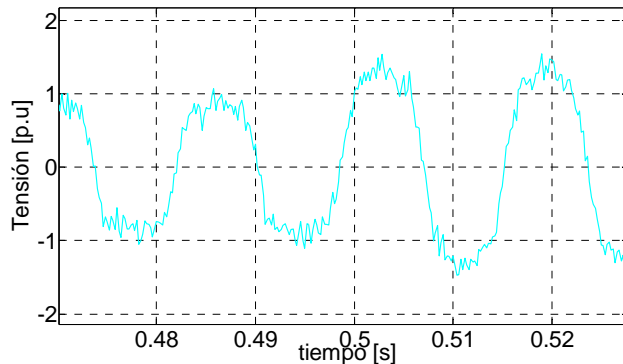


Figura 4.14. Señal de entrada para el caso 3 de prueba.

Mediante simulaciones se encontró, que a medida que la relación de covarianzas  $zv2/zq2$  aumenta, el filtro de Kalman se hace más robusto ante el ruido pero su velocidad de convergencia se reduce. Por el contrario, si la relación entre covarianzas disminuye, el filtro de Kalman mejora su velocidad de convergencia pero su robustez frente al ruido es mínima, presentando un comportamiento oscilatorio en la estimación de magnitud.

En consecuencia, el objetivo es encontrar el mejor ajuste de la relación  $zv2/zq2$ , que permita mejorar la robustez del filtro y que sea posible medir sus características de desempeño con los criterios definidos en la sección 4.1.

Los resultados de simulación se presentan en la figura 4.15. Los parámetros de ajuste seleccionados se muestran en la tabla 4.8.

Tabla 4.8. Parámetros de ajuste del filtro de Kalman

$zq2$	$zv2$	$f$ [Hz]	$Ts$ [s]
$1e - 5$	0,1	60	$200 * 10^{-6}$

La magnitud estimada de la figura 4.15 presenta un  $t_{est} = 160,4$  [ms] aproximadamente, un  $\%SP_{max} = 0\%$  y un  $EeEE = 0,063$  para un tiempo de simulación de 1s.

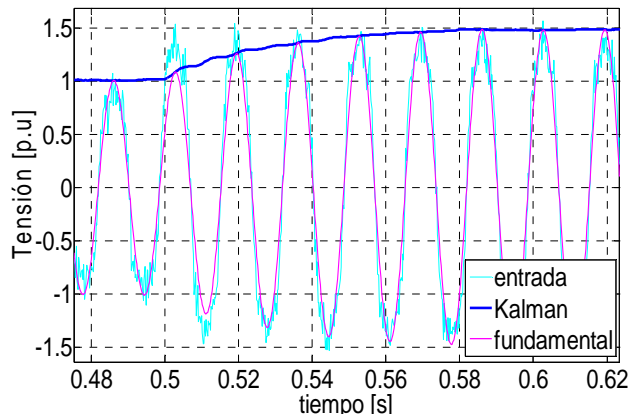


Figura 4.15. Formas de onda de las señales de entrada, magnitud y salida del filtro de Kalman.

En síntesis, En la tabla 4.9 se presenta un resumen comparativo de las características de desempeño de los filtros en la estimación de magnitud y ángulo de fase.

**Tabla 4.9. Resumen comparativo de las características de desempeño de los filtros adaptativos en la estimación de magnitud y ángulo de fase.**

	Caso 1 señal de prueba y caso 2 de señal de prueba
<b>Estabilidad:</b>	$RLS \approx Kalman \approx LMS$
<b>Exactitud:</b>	$LMS > RLS > Kalman$
<b>Velocidad de convergencia:</b>	$RLS > Kalman > LMS$
<b>Robustez:</b>	$LMS > RLS > Kalman$

En la tabla 4.9, se observa que para los dos casos de señal de prueba, se presentan los mismos resultados en las características de desempeño de los filtros.

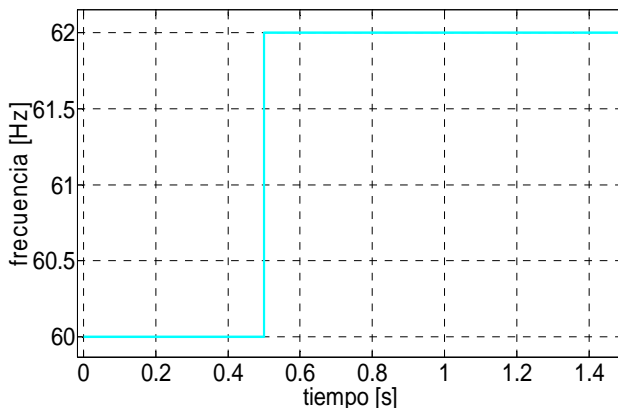
#### 4.4 Resultados de simulación estimación de frecuencia variante en el tiempo.

El objetivo de esta prueba, es medir la capacidad de los filtros LMS y RLS, para estimar la frecuencia variante en el tiempo de la componente fundamental, de una onda de entrada sinusoidal previamente filtrada con poco impacto de componentes armónicas y ruido, y cuya expresión matemática está dada por:

$$d(t) = \begin{cases} \text{sen}(120\pi t) & 0 \leq t < 0,5 \text{ s} \\ \text{sen}(124\pi t) & 0,5 \leq t < 1 \text{ s} \end{cases} \quad (4.7)$$

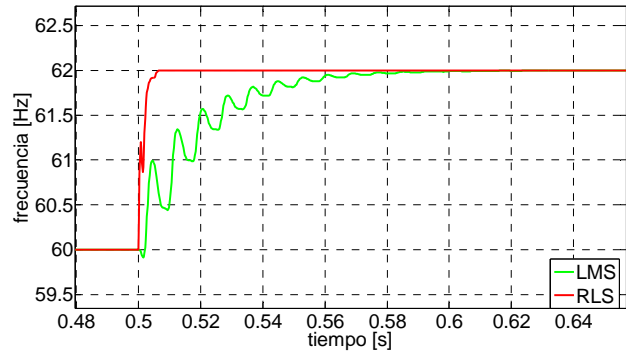
Los valores de los parámetros utilizados en la simulación de los filtros LMS y RLS son los mismos valores presentados en la tabla 4.1.

En la figura 4.16, se presenta la forma de onda de la señal de frecuencia variante en el tiempo a ser estimada, la cual sufre un cambio en el tiempo  $t = 0,5$  [s].



**Figura 4.16. Forma de onda de la señal de frecuencia a ser estimada.**

En la figura 4.17 se observa que los filtros LMS y RLS funcionan correctamente en la estimación de frecuencia de la señal de entrada. El cálculo de la frecuencia se realiza de acuerdo a la ecuación (3.23).



**Figura 4.17. Frecuencia estimada de la señal de entrada de la ecuación (4.7), mediante los filtros LMS y RLS.**

Teniendo en cuenta la figura 4.17 y las variables de medida definidas en la sección 4.1, se obtienen los resultados mostrados en la tabla 4.10. Cabe mencionar, que en la señal de frecuencia, solo se permiten variaciones máximo de  $0,2$  [HZ] (caso crítico).

**Tabla 4.10. Resumen de las variables de medida en la estimación de frecuencia.**

	$t_{est}$ [ms]	$\%SP_{max}$	$EeEE$
LMS	43,2	0%	$1,191 * 10^{-14}$
RLS	3	0%	$7,782 * 10^{-15}$

En resumen, en la estimación de frecuencia variante en el tiempo de una señal sinusoidal previamente filtrada, mediante los filtros LMS y RLS, se observa que éstos presentan buen desempeño. Por otra parte, teniendo en cuenta los resultados presentados en la tabla 4.10, se formulan las siguientes observaciones:

El filtro RLS estima la frecuencia de la onda de entrada antes de un ciclo de señal, mientras que el LMS tarda  $43,2$  [ms]. Así mismo, se obtuvo que el filtro RLS presenta la mayor velocidad de convergencia para alcanzar el estado estable ( $< t_{est}$ ), así como la mayor exactitud y robustez de los dos ( $< EeEE$ ). En términos de estabilidad, se puede ver que los dos filtros presentan similitud en la estabilidad ( $< EeE$  y  $< \%SP_{max}$ ).

Debido a que el modelo de señal empleado por los filtros LMS y RLS para estimar frecuencia, corresponde solo a la componente fundamental de una señal previamente filtrada, esto se convierte en una limitante para los filtros, cuando se trata de una señal distorsionada con componentes armónicas. Por lo tanto, se propone emplear el filtro extendido de Kalman para estimar la frecuencia de una señal distorsionada con el tercero y quinto armónico.

La frecuencia estimada de la figura 4.18, presenta un  $t_{est} = 3,12$  [s] aproximadamente, un  $\%SP_{max} = 0\%$  y un

$EeEE = 1,298 * 10^{-5}$  para un tiempo de simulación de 8 [s]. El cálculo de la frecuencia se realiza de acuerdo a la ecuación (3.24).

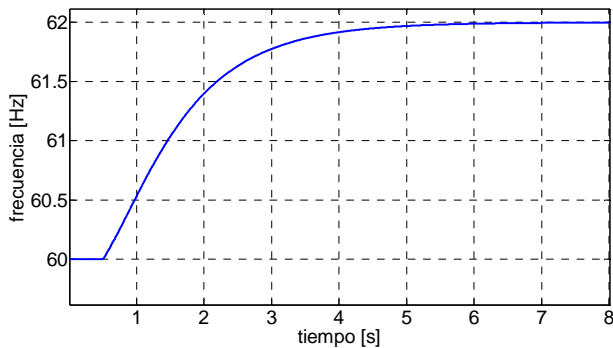


Figura 4.18. Frecuencia estimada de la señal de entrada distorsionada, mediante el filtro extendido de Kalman.

Es de interés mencionar, que el filtro extendido de Kalman tiene la capacidad de estimar la magnitud, el ángulo de fase y la frecuencia de la componente fundamental de una señal distorsionada, empleando solo un modelo de señal, mientras que los filtros LMS y RLS utilizan un modelo para estimación de magnitud y fase de una señal distorsionada, y otro modelo para estimar frecuencia de una sinusoidal pre filtrada.

## 5. RESULTADOS EXPERIMENTALES

Como estrategia para verificar la viabilidad del uso de los filtros LMS, RLS, Kalman y extendido de Kalman, en la estimación en tiempo real de los parámetros de una señal eléctrica, se propone implementar los filtros en la tarjeta de desarrollo *dSPACE DS1104*, la cual, está diseñada para el desarrollo de controladores digitales multivariable de alta velocidad y simulaciones en tiempo real [11].

Específicamente, se pretende evaluar el desempeño de los filtros LMS, RLS, Kalman y extendido de Kalman, en la estimación en tiempo real de la magnitud y frecuencia variante en el tiempo, de una señal de prueba generada por medio de una tarjeta de sonido<sup>3</sup>. Los filtros creados en *Matlab* se implementan en la tarjeta y con la ayuda del programa *ControlDesk*<sup>4</sup>, se supervisan las variables de interés de cada algoritmo (magnitud, frecuencia, señal de entrada, señal de salida, tiempo de ejecución del algoritmo/iteración, entre otras), a través de los instrumentos de medida y control disponibles en la interfaz gráfica de *ControlDesk*. La metodología para generar aplicaciones de tiempo real en la DS1104 está disponible en [11].

<sup>3</sup> Se utiliza además una versión *Demo* de libre descarga del programa *Cold Edit Pro 2 Plus* para manipular la señal generada.

<sup>4</sup> Programa de aplicación suministrado por el fabricante de la tarjeta, compatible con *Simulink*.

## 5.1 Resultados de estimación de magnitud

Se emplea una señal de entrada sinusoidal distorsionada, cuya expresión matemática está dada por:

$$d(t) = \begin{cases} \text{sen}(\omega t) + g(t) & 0 \leq t < 6s \\ 1,5\text{sen}(\omega t) + g(t) & 6 \leq t < 200s \end{cases} \quad (5.1)$$

Donde  $g(t) = 0,2\text{sen}(3\omega t) + 0,1\text{sen}(5\omega t)$  y  $\omega = 2\pi f$ . Se supone una frecuencia constante  $f = 60$  [Hz].

### 5.1.1 Implementación del filtro LMS

En la figura 5.1, se presenta un esquema del experimento creado a través de *ControlDesk* para la estimación de magnitud mediante el filtro LMS. Esta plantilla de experimento, se utiliza también en los casos de los filtros RLS y Kalman.

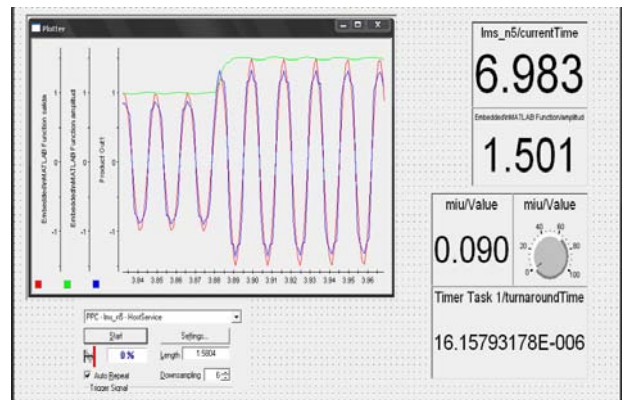


Figura 5.1. Esquema del experimento en *ControlDesk* para estimación de magnitud mediante el filtro LMS.

Por otra parte, en la figura 5.1 se observa que el filtro LMS funciona correctamente. La señal de color azul representa la onda de entrada de la ecuación (5.1) (datos provenientes del ADC) a la cual, mediante el filtro LMS se le hace una estimación de su componente fundamental y además, se estima la magnitud de dicha componente fundamental. Por otra parte, el valor estimado de magnitud es 1,501 [p.u.], el valor de  $\mu$  es igual a 0,09 y el algoritmo emplea 16,158 [ $\mu s/iteración$ ].

En la figura 5.2 se observa que la magnitud estimada presenta oscilaciones, esto se debe a la presencia de componentes armónicas de la señal de entrada, tal como ocurre con los resultados en *Matlab/Simulink* presentados en la sección 4.3.2. Así mismo, teniendo en cuenta los criterios de medida presentados en la sección 4.1, se obtiene que el algoritmo, emplea aproximadamente  $t_{est} = 4,8$  [ms] en seguir la variación en amplitud.

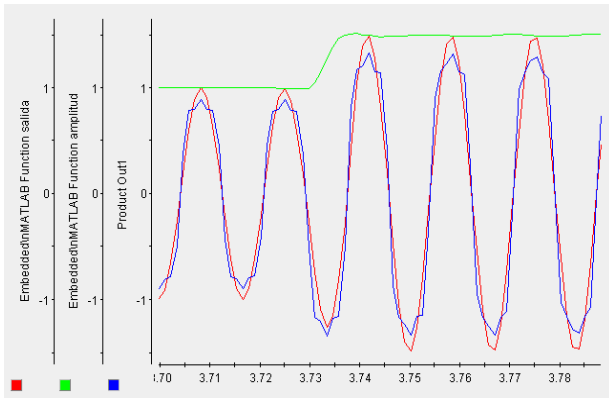


Figura 5.2. Implementación del filtro LMS para la señal de entrada de la ecuación (5.1).

### 5.1.2 Implementación del filtro RLS

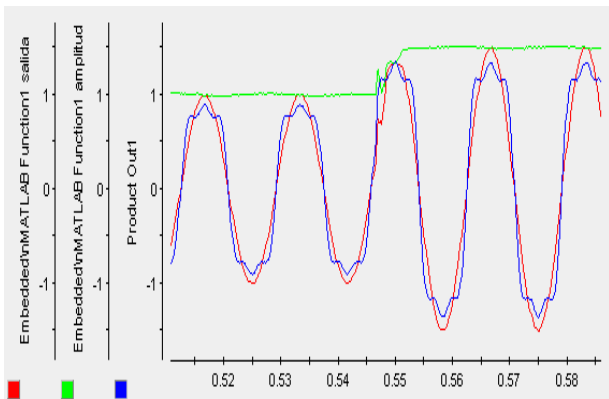


Figura 5.3. Implementación del filtro RLS para la señal de entrada de la ecuación (5.1).

En la figura 5.3 se observa que el filtro RLS funciona correctamente, en la estimación de la magnitud de la componente fundamental de la onda de entrada de la ecuación (5.1). La magnitud estimada presenta un  $t_{est} = 4 [ms]$  aproximadamente. Es importante mencionar, que la presencia del ruido en la estimación de magnitud es inherente al *hardware* utilizado.

### 5.1.3 Implementación del filtro de Kalman

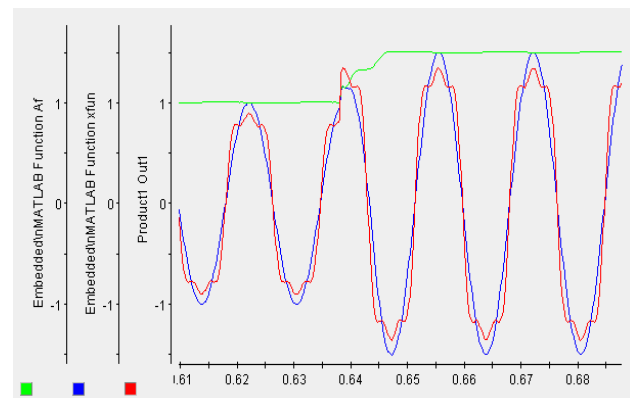


Figura 5.4. Implementación del filtro de Kalman para la señal de entrada de la ecuación (5.1).

En la figura 5.4 se observa que el filtro de Kalman funciona correctamente en la estimación de la magnitud de la componente fundamental de la onda de entrada de la ecuación (5.1). La magnitud estimada de la figura, presenta un  $t_{est} = 4,7 [ms]$ .

En resumen, los filtros implementados en la tarjeta para estimación de magnitud, presentan en sus características de desempeño, los mismos resultados que presentaron en el entorno *Simulink* para los rangos de valores de los parámetros de ajuste dados.

En cuanto a los tiempos de ejecución por iteración, el filtro adaptativo de mayor demanda computacional es el filtro de Kalman con  $46,083 [\mu s/iteración]$ , le sigue el filtro RLS con  $38,442 [\mu s/iteración]$  y por último, el filtro LMS con  $16,158 [\mu s/iteración]$ . En consecuencia, el filtro LMS es el más simple de implementar, tal como se esperaba teóricamente.

Es de interés mencionar, que la dSPACE permite modificar los parámetros de los filtros en tiempo real. Para el caso del LMS se modifica  $\mu$ , y se encontró que este parámetro debe tomar valores entre  $0,089 < \mu < 0,1$  para que presente buen desempeño. Para el caso del filtro RLS, se modifica  $\lambda$ , el cual debe tomar valores entre  $0,7 < \lambda < 0,9$ , y finalmente, para el filtro de Kalman se encontró que  $zq2 = 10^{-4}$  y  $zv2 = 10^{-3}$ . Los resultados anteriores coinciden con los resultados en *Simulink* presentados en la sección 4.2.

## 5.2 Resultados de estimación de frecuencia.

Como señal de entrada, se emplea una función sinusoidal con frecuencia variante en el tiempo, cuya expresión matemática está dada por:

$$d(t) = \begin{cases} \text{sen}(120\pi t) & 0 \leq t < 6s \\ \text{sen}(124\pi t) & 6 \leq t < 200s \end{cases} \quad (5.2)$$

### 5.2.1 Implementación del filtro LMS

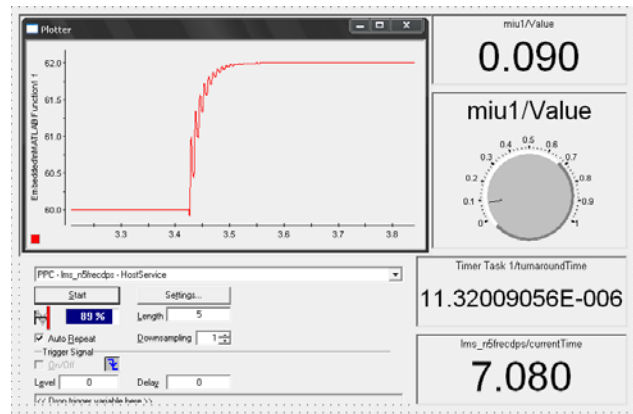


Figura 5.5. Esquema del experimento en *ControlDesk* para estimación de frecuencia mediante el filtro LMS.

En la figura 5.5, se presenta un esquema del experimento en *ControlDesk*, para la estimación de frecuencia de la señal de entrada descrita por la ecuación (5.2), mediante el filtro LMS. Esta plantilla de experimento, se utiliza también en los casos de los filtros RLS y extendido de Kalman. Por otra parte, en la figura se observa que el filtro LMS funciona correctamente en la estimación de frecuencia de la señal proveniente del ADC de la dSPACE, para un valor de  $\mu$  igual a 0,09 y el algoritmo emplea 11,32 [ $\mu\text{s}/\text{iteración}$ ].

### 5.2.2 Implementación del filtro RLS

En la figura 5.6 se presenta la frecuencia estimada de la señal proveniente del ADC, mediante el filtro RLS. Además se encontró, que el filtro emplea 15,962 [ $\mu\text{s}/\text{iteración}$ ].

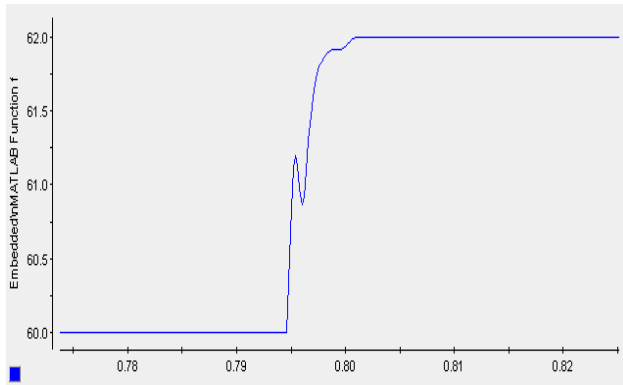


Figura 5.6. Implementación del filtro RLS para estimación de frecuencia.

### 5.2.3 Implementación del filtro extendido de Kalman (EKF)

El filtro extendido de Kalman, tiene la capacidad de estimar la frecuencia variante en el tiempo no solo de una señal sinusoidal previamente filtrada, también de una señal distorsionada. Por esta razón, a continuación se presentan los resultados experimentales, para una señal de entrada, cuya expresión matemática está dada por:

$$d(t) = \begin{cases} \text{sen}(120\pi t) + g_1(t) & 0 \leq t < 6s \\ \text{sen}(124\pi t) + g_2(t) & 6 \leq t < 200s \end{cases} \quad (5.3)$$

Donde  $g_1(t) = 0,2\text{sen}(3 * 120\pi t) + 0,1\text{sen}(5 * 120\pi t)$  y  $g_2(t) = 0,2\text{sen}(3 * 124\pi t) + 0,1\text{sen}(5 * 124\pi t)$ .

En la figura 5.7 se observa, que el filtro funciona correctamente en la estimación de la componente fundamental de la señal de entrada de la ecuación (5.3), así mismo, el filtro estima la frecuencia variante en el tiempo de dicha componente fundamental. Por último, el filtro extendido de Kalman emplea 79,084 [ $\mu\text{s}/\text{iteración}$ ].

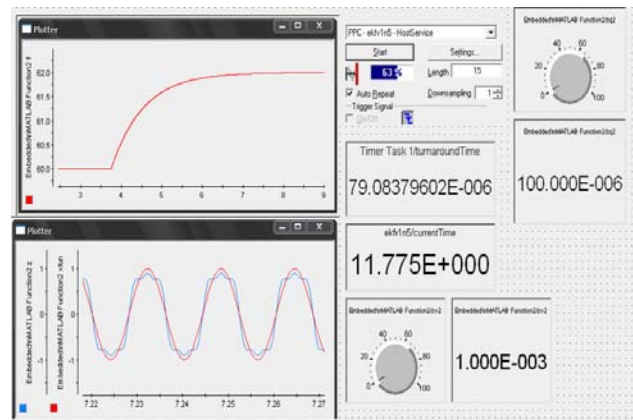


Figura 5.7. Implementación del EKF para estimación de frecuencia.

En resumen, los filtros LMS y RLS funcionan correctamente en la estimación de frecuencia de una señal pre-filtrada; mientras que el EKF, además de estimar frecuencia variante en el tiempo de señales sinusoidales previamente filtradas, también lo realiza para señales distorsionadas con componentes armónicas.

En cuanto a los tiempos de ejecución por iteración, se observa, que el filtro de mayor demanda computacional es el EKF con 79,084 [ $\mu\text{s}/\text{iteración}$ ], le sigue el filtro RLS con 1,962 [ $\mu\text{s}/\text{iteración}$ ] y por último, el filtro LMS con 11,32 [ $\mu\text{s}/\text{iteración}$ ].

Finalmente, como el propósito de la implementación de los filtros adaptativos en la dSPACE, es verificar si realizan una estimación en tiempo real de los parámetros de una señal eléctrica; se requiere: a) corroborar que los resultados experimentales obtenidos coincidan con los esperados (buen seguimiento de la señal de entrada), b) considerar los tiempos de ejecución/iteración de cada filtro y el periodo de muestreo de la señal de entrada, para obtener los rangos de frecuencia de muestreo que garanticen un correcto funcionamiento de los mismos, c) teniendo en cuenta la teoría de la implementación en tiempo real de filtros digitales, establecer las posibles aplicaciones en las que los filtros adaptativos operen en tiempo real.

En ese orden de ideas, y en base a los resultados experimentales obtenidos y los conceptos del apéndice I, en las tablas 5.1 y 5.2 se presentan los rangos de frecuencia en la que los filtros operan correctamente en la estimación de magnitud, fase y frecuencia, para los parámetros de ajuste seleccionados en la tabla 4.1.

Así mismo, teniendo en cuenta los rangos de frecuencia de las tablas 5.1 y 5.2; además, los conceptos de la teoría de la implementación en tiempo real de filtros digitales, presentados en el apéndice II, se pueden hacer las siguientes observaciones y comentarios acerca de la implementación en la dSPACE de los filtros LMS, RLS, Kalman y extendido de Kalman, como sigue:

Tabla 5.1. Tiempos de ejecución/iteración y rangos de frecuencia de muestreo de los filtros para estimación de magnitud y ángulo de fase.

	$T_{ejecución}$ [μs/iteración]	$f_{filtro}$ [KHz] $1/(T_{ejecución})$	Rangos de frecuencia de muestreo para los filtros		
			Caso 1 señal de prueba $f_{sist_{máx}} = 60$ [Hz]	Caso 2 señal de prueba $f_{sist_{máx}} = 300$ [Hz]	Caso 3 señal de prueba $f_{sist_{máx}} = 300$ [Hz]
<b>LMS</b>	16,158	61,889	$0,12 \leq f_s \leq 61,889$	$0,6 \leq f_s \leq 61,889$	$0,6 \leq f_s \leq 61,889$
<b>RLS</b>	38,442	26,013	$0,12 \leq f_s \leq 26,083$	$0,6 \leq f_s \leq 26,083$	$0,6 \leq f_s \leq 26,083$
<b>Kalman</b>	46,083	21,7	$0,12 \leq f_s \leq 21,7$	$0,6 \leq f_s \leq 21,7$	$0,6 \leq f_s \leq 21,7$

Tabla 5.2. Tiempos de ejecución/iteración y rangos de frecuencia de muestreo de los filtros para estimación de frecuencia.

	$T_{ejecución}$ [μs/iteración]	$f_{filtro}$ [KHz] $1/(T_{ejecución})$	Rangos de frecuencia para los filtros
			Para LMS y RLS: $f_{sist_{máx}} = 62$ [Hz] Para EKF: $f_{sist_{máx}} = 310$ [Hz] $2 * f_{sist_{máx}} \leq f_s \leq f_{filtro}$ [KHz]
<b>LMS</b>	11,32	88,339	$0,124 \leq f_s \leq 88,339$
<b>RLS</b>	15,962	62,649	$0,124 \leq f_s \leq 62,649$
<b>EKF</b>	79,084	12,645	$0,620 \leq f_s \leq 12,645$

- Los resultados experimentales coinciden con los simulados.
- Los filtros adaptativos interactúan con el proceso dinámico (señal analógica de entrada), a través de un ADC de la tarjeta y el soporte para tiempo real Matlab/Simulink/RTW.
- Los filtros LMS, RLS, Kalman y extendido de Kalman se expresan a través de ecuaciones en diferencias y en forma recursiva, tal como se muestra en el marco teórico de la sección 2.
- Los filtros emiten respuestas correctas, teniendo en cuenta el error de estimación y la función de costo definidos de acuerdo a [6].
- La extracción y emisión de información por parte de los filtros es sincronizada con el tiempo de evolución de la señal, puesto que la frecuencia de muestreo considera el criterio de Nyquist.
- En cuanto al cumplimiento de las restricciones de tiempo del proceso dinámico, para determinar si los filtros adaptativos se ajustan a dichas restricciones; se consideró la cuantificación de los tiempos para el procesamiento de las señales. Tales tiempos son [13]:
  1. Tiempos de ejecución por iteración de los algoritmos de filtrado [s/iteración] = ver tablas 5.1 y 5.2.
  2. Frecuencia de operación del procesador de la tarjeta:  $f_{procesador} = 250$  [MHz]
  3. Tiempos de conversión A/D:  $T_{A/D} = 800$  [ns]

## 6. CONCLUSIONES

Se ha realizado un análisis de desempeño de los filtros adaptativos LMS estándar, RLS estándar, Kalman y extendido de Kalman, en la estimación de magnitud, ángulo de fase y frecuencia de una señal eléctrica. Este análisis incluye, un estudio mediante simulaciones en *Matlab/Simulink* de las principales características de desempeño tales como: velocidad de convergencia, estabilidad, exactitud y robustez de los filtros ante diferentes señales de entrada. De lo anterior, se formulan las siguientes conclusiones generales:

Los filtros LMS, RLS, Kalman y extendido de Kalman tienen un desempeño apropiado en la estimación de magnitud, ángulo de fase y frecuencia de una señal eléctrica, siempre y cuando se seleccionen adecuadamente el orden del filtro y sus parámetros de ajuste  $\mu$ ,  $\lambda$ ,  $z\sqrt{2}/zq2$  respectivamente.

Para obtener resultados óptimos en la estimación de los parámetros de una señal eléctrica, el modelo de señal empleado por los filtros, debe ser lo más aproximado posible a la señal de entrada.

Respecto a las características de desempeño de los filtros, en la estimación de magnitud y ángulo de fase de la componente fundamental de una señal distorsionada con armónicos, el filtro RLS es el que presenta la mayor velocidad de convergencia de los tres, le sigue Kalman y luego LMS. Por otra parte, el filtro LMS es el más exacto y robusto de los tres, el segundo es el RLS y último el Kalman. En términos de estabilidad, los tres filtros comparten aproximadamente la misma estabilidad.

Para que los filtros LMS y RLS, presenten un óptimo desempeño en la estimación de magnitud y ángulo de fase de señales distorsionadas con ruido, se debe seleccionar un modelo que considere ruido.

Respecto a las características de desempeño de los filtros LMS y RLS en la estimación de frecuencia de una señal pre-filtrada, el filtro RLS es el que presenta la mayor velocidad de convergencia, exactitud y robustez de los dos. En cuanto a estabilidad, los dos filtros comparten aproximadamente la misma estabilidad.

Cuando se trata de estimar la frecuencia fundamental de una señal distorsionada con armónicos y ruido, el filtro extendido de Kalman resulta ser atractivo, debido a que tiene la capacidad de estimar magnitud, ángulo de fase y frecuencia, empleando solo un modelo.

Por otra parte, los filtros fueron implementados en la dSPACE, como estrategia para verificar la viabilidad del uso de los filtros adaptativos en la estimación en tiempo real de los parámetros de una señal eléctrica. El experimento consistió en analizar el desempeño de los algoritmos en el seguimiento de una señal analógica proveniente de un ADC de la tarjeta, y medir los tiempos de ejecución de los algoritmos, con el propósito de establecer los rangos de operación en tiempo real de los filtros. De lo anterior, se formulan las siguientes conclusiones generales:

Respecto a los tiempos de ejecución/iteración de los filtros, el de mayor demanda computacional es el filtro extendido de Kalman, le sigue el filtro de Kalman, luego el filtro RLS y por último, el filtro LMS.

Para aplicaciones de tiempo real se requiere de un estudio preliminar del entorno al cual los filtros adaptativos son aplicados, de manera que se ajusten adecuadamente sus parámetros como: orden del filtro, condiciones iniciales,  $\mu$ ,  $\lambda$  y  $z\sqrt{2}/zq2$ , entre otros, y así garantizar un adecuado desempeño de los filtros. Adicionalmente, los filtros adaptativos deben cumplir las restricciones de tiempo impuestas por el proceso dinámico.

Los filtros LMS, RLS y Kalman, implementados en este estudio para la estimación en tiempo real de la magnitud y ángulo de fase de una señal eléctrica, se deben aplicar a procesos cuya velocidad de operación no supere los

30,9445 [KHz] para el caso del filtro LMS, para el RLS la velocidad máxima del proceso debe ser 13,0415 [KHz] y para el filtro de Kalman, la velocidad máxima de operación del proceso debe ser 10,85 [KHz].

Por otra parte, en la estimación de frecuencia en tiempo real de una señal eléctrica, se obtiene que el filtro LMS se debe aplicar a procesos cuya velocidad de operación no supere los 44,1695 [KHz]. En el caso del RLS, la velocidad máxima del proceso debe ser 31,3245 [KHz] y para el filtro extendido de Kalman, la velocidad máxima de operación del proceso debe ser 6,3225 [KHz].

### Trabajos futuros

Son muchas las aplicaciones en las cuales podría encaminarse este trabajo. Entre ellas se destacan:

1. Estudio de los diferentes algoritmos de filtrado adaptativo y sus variantes, para proponer mejoras en sus características de desempeño tales como: velocidad de convergencia, robustez, estabilidad, requerimientos computacionales, etc.
2. Proponer modelos que consideren ruido, para implementar los filtros LMS y RLS con señales distorsionadas con componentes armónicas y diferentes tipos de ruido.
3. Estudio e implementación de filtros adaptativos híbridos (estimadores de estimadores de magnitud y fase sincronizados con estimadores de frecuencia (RLS + LMS, Kalman + LMS, Kalman + RLS, etc.).
4. Estudio e implementación de los algoritmos adaptativos en otros campos de aplicación como: potencia eléctrica, monitorización e identificación de eventos, protecciones eléctricas, sistemas de control, telecomunicaciones, bioingeniería, etc., por parte de los grupos de investigación de la Escuela de Ingenierías Eléctrica, Electrónica y de Telecomunicaciones de la UIS.

### 7. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] N.G. Hingorani, "Introducing Custom Power", *Spectrum IEEE*, vol. 32, 1995, pp. 41-48.
- [2] M. Bollen and I. Yu-Hua Gu, "Signal Processing of Power Quality Disturbances", John Wiley & sons, Inc. 2006, pp. 163-180, 254-275, 277-315.
- [3] A. Ghosh and G. Ledwich, "Power quality enhancement using custom power devices", 1st ed.: Kluwer's power electronics and power systems series, 2002.

- [4] Y. Pal, A. Swarup, and B. Singh, "A Review of Compensating Type Custom Power Devices for Power Quality Improvement," Power System Technology and IEEE Power India Conference, 2008. POWERCON 2008. Joint International Conference on, pp. 1-8, 2008.
- [5] C. Duarte, "Técnicas de Procesamiento de Señales Para la Monitorización de la Calidad de la Energía Eléctrica", Trabajo de Titulo de Magíster en Potencia Eléctrica, Departamento de Ingenierías Eléctrica Electrónica y Telecomunicaciones, Universidad Industrial de Santander 2004, pp. 28-34, 37-45.
- [6] S. Haykin, *Adaptive Filter Theory*, Fourth Edition, Prentice Hal, Inc., Upper Saddle River, New Jersey, 2002, pp. 4-17, 27-28, 94-108, 231-238, 311-312, 436-446, 448-451, 463, 470-485, 496-501.
- [7] J. F. Petit, "Control de filtros activos de potencia para la mitigación de armónicos y mejora del factor de potencia en sistemas desequilibrados", Trabajo de Titulo de Doctorado, Departamento de Ingeniería Eléctrica, Universidad Carlos III de Madrid 2007, pp. 111-116, 120-126, 139-148.
- [8] M. H. Hayes, "Statistical Digital Signal Processing and Modeling", John Wiley & sons, Inc., 1996, pp. 81-82.
- [9] K. Ogata, "Sistemas de Control en Tiempo Discreto", Segunda Edición, Prentice Hall, 1996, pp. 193-203.
- [10] Miodrag D. Kušljević, "A Simple Recursive Algorithm For Simultaneous Magnitude and Frequency Estimation", *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol 57, No 6, June 2008.
- [11] dSPACE, "First Work Steps For Release 6.0", manuales de usuario.
- [12] J. J. Medel, P. Guevara, A. Flores, "Caracterización de Filtros Digitales en Tiempo Real para Computadoras Digitales", *Computación y Sistemas*, vol 7, No 3 pp. 190-209, febrero de 2004.

## APÉNDICE I. RANGO DE FRECUENCIAS DE MUESTREO PARA LOS FILTROS ADAPTATIVOS

El teorema de Nyquist establece, que la frecuencia de muestro ( $f_s$ ) debe ser por lo menos 2 veces la frecuencia de operación máxima del sistema dinámico ( $f_{sist\acute{m}ax}$ ), al cual se le quiere extraer información [12]. Es decir, la frecuencia máxima de operación de un sistema dinámico, determina la frecuencia de muestreo mínima que se debe emplear para obtener resultados coherentes:

$$f_{s\acute{m}in} = 2 * f_{sist\acute{m}ax} \quad (11)$$

Por ejemplo, en los experimentos realizados se utilizó una frecuencia de muestreo  $f_s = \frac{1}{200 * 10^{-6}} = 5000$  [Hz]; Por lo tanto, la frecuencia máxima de operación de un sistema dinámico del que se quiera extraer información, debe ser:

$$f_{sist\acute{m}ax} = 2500$$
 [Hz] (21)

Por otra parte, la frecuencia de muestreo también está relacionada con la frecuencia de operación del filtro ( $f_{filtro}$ ). Por lo tanto, se debe seleccionar una frecuencia de muestreo que sea menor o igual a la frecuencia de operación del filtro para que éste funcione correctamente. Es decir, la frecuencia de muestreo máxima ( $f_{s\acute{m}ax\acute{m}a}$ ) debe ser menor o igual a la frecuencia de operación del filtro:

$$f_{s\acute{m}ax\acute{m}a} \leq f_{filtro} \quad (31)$$

Por su parte, la frecuencia de operación del filtro se obtiene al calcular la operación inversa del tiempo de ejecución/iteración del algoritmo de filtrado:

$$f_{filtro} = \frac{1}{T_{ejecuci\acute{o}n/iteraci\acute{o}n}} \quad (41)$$

Teniendo en cuenta lo expuesto anteriormente, se puede definir el rango de frecuencias de muestreo que se pueden emplear para obtener resultados coherentes con el proceso dinámico, y que además garantice el correcto funcionamiento del algoritmo de filtrado utilizado. Es decir:

$$2 * f_{sist\acute{m}ax} \leq f_s \leq f_{filtro} \quad (51)$$

## APÉNDICE II. TEORÍA DE LA IMPLEMENTACIÓN EN TIEMPO REAL DE FITROS DIGITALES

Los filtros digitales que interactúan con procesos dinámicos y que entregan respuestas de alta calidad, con restricciones de tiempo y de sincronía para no modificar de manera indeseada las condiciones del proceso físico con el que interactúan, se les conoce como FDTR (Filtros Digitales en Tiempo Real). Por otra parte, estos filtros pueden implementarse como sistemas dedicados (*embedded systems*) a través de micro-controladores, DSP's, etc., ó, en

computadoras con Sistemas Operativos de Tiempo Real (SOTR) [12].

### **Sistemas en Tiempo Real (STR)**

Para extraer información en forma dinámica, correcta y acotada en tiempo, de un proceso dinámico a través de cualquiera de las operaciones de filtrado, se requiere del uso de un filtro digital que funcione en tiempo real [12].

Un sistema en tiempo real es aquel que obedece tres condiciones: a) interacción con el mundo físico, b) Emisión de una respuesta correcta de acuerdo a algún criterio preestablecido, y c) cumplimiento de las restricciones de tiempo del proceso dinámico. Lo anterior define los requisitos que debe cumplir un filtro digital para ser clasificado como un FDTR, sin embargo, a menudo se tiende a confundir a los sistemas rápidos con los sistemas de tiempo real, o a los sistemas lentos excluirlos de esta clasificación. No obstante, un STR, es aquel sistema digital que se ajusta a las restricciones de tiempo impuestas por el proceso dinámico, y que se sincroniza con las dinámicas de dicho proceso [12].

Por otra parte, los equipos o dispositivos electrónicos (PC, DSP, entre otros) con soporte para tiempo real (RT-LabView, Matlab/Simulink/RTW, entre otros) interactúan con el proceso dinámico o mundo físico, a través de acondicionadores de señal (sensores, actuadores, convertidores analógico/digital y digital/analógico) y así poder procesar las peticiones de dicho proceso en tiempo real [12].

### **Filtro digital en tiempo real (FDTR)**

Son filtros digitales que tienen contacto con procesos dinámicos y que requieren proporcionar resultados correctos acotados en tiempo. Así mismo, estos filtros deben satisfacer las condiciones de un sistema de tiempo real y cumplir los siguientes requisitos [12]:

- a) Extracción y emisión de información sincronizada con el tiempo de evolución del proceso considerando al criterio de Nyquist (frecuencia de muestreo),
- b) Emisión de respuestas correctas (por ejemplo, los criterios de error de estimación definidos en Haykin),
- c) Respuestas acotadas en tiempo de acuerdo a las restricciones temporales del proceso dinámico, conforme al criterio de Nyquist y algún criterio de convergencia,
- d) Capacidad de expresarse en forma recursiva. Modelos obtenidos a través de ecuaciones en diferencias finitas.