

Modelamiento del Comportamiento Dinámico de un Neutralizador de Vibraciones (Stockbridge)
para Cables de Alta Tensión

por

Diego Sanmiguel Villacreses y Daniel Morales Herrera

Tesis presentada para obtener el título de

Ingeniero Mecánico

Director de Proyecto

William Pinto Hernández

Ph.D Ingeniería Mecánica

Universidad Industrial de Santander

Facultad de Ingenierías Fisicomecánicas

Escuela de Ingeniería Mecánica

Bucaramanga

2019

Dedicatoria

Este trabajo viene dedicado a mi familia, por el apoyo incondicional que han tenido con mi persona, a mi amigos, que han estado pendientes de mis problemas y me han dado consejos, como levantarme el ánimo en tiempos difíciles.

Diego Sanmiguel Villacreses

Agradecimientos

Agradezco a, mi familia por el apoyo moral y económico que me han brindado durante mi carrera, el director de proyecto, William Pinto Hernandez, por su tutoría y atención, para sacar este proyecto a flote, la Universidad Industrial de Santander, por permitirme formarme para adquirir los conocimientos básicos y poder realizar el presente proyecto, así como de permitirme vivir experiencias que sirvan como lecciones para la vida diaria.

Diego Sanmiguel Villacreses

Tabla de Contenido

Introducción	18
1. Objetivos	20
2. Marco teórico	21
2.1. Estado del arte	21
2.2. Marco conceptual	25
2.2.1. Neutralizador de vibraciones (amortiguador) Stockbridge	25
2.2.2. Método de elementos finitos(MEF)	26
2.2.3. Modelado en espacio de estados	28
2.2.4. Función de transferencia	31
2.2.5. Frecuencia natural	33
2.2.6. Análisis modal experimental(EMA)	34
2.2.6.1. Etapas análisis modal experimental	34
2.2.6.2. Tipos de excitadores	34
2.2.7. Función de densidad y funcion de distribución (UPV, s.f.)	36
3. Diseño y construcción del banco experimental	39
3.1. Requerimientos y especificaciones del banco	39

3.2. Diseño conceptual	40
3.3. Diseño en detalle y selección de componentes	42
3.3.1. Subsistema de aceleración	42
3.3.2. Subsistema de fuerza	44
3.4. Construcción del banco de fuerza y calibración	51
3.4.1. Preparación de los anillos y montaje de las galgas	52
3.4.2. Plataforma labview y calibración del anillo sensor de tensión	53
4. Metodología para el modelamiento del comportamiento dinámico de un neutralizador de vibraciones (Stockbridge) para cables de alta tensión	61
4.1. Implementación de análisis modal experimental	63
4.2. Método de obtención de datos experimentales.	67
4.3. Modelo numérico del neutralizador de vibraciones (Stockbridge)	77
4.4. Métodos estocásticos	88
4.4.1. Problema inverso	88
4.4.2. Markov chain Monte Carlo	93
4.4.2.1. Algoritmo Metropolis-Hastings	93
5. Análisis de resultados	96
5.1. Análisis de resultados algoritmo numérico	96
5.2. Calibración del modelo numérico del neutralizador de vibraciones (Stockbridge)	98

6. Conclusiones	105
7. Recomendaciones	108
Referencias Bibliográficas	108
Apéndices	112

Lista de Figuras

Figura 1.	Neutralizador de vibraciones (Stockbridge.)	26
Figura 2.	Representación de sistema dinámico para el neutralizador de vibraciones.	28
Figura 3.	Función de transferencia de un sistema.	32
Figura 4.	Modelo del sistema	32
Figura 5.	Martillo excitador	35
Figura 6.	Excitador electrodinámico(shaker)	36
Figura 7.	Función de densidad	37
Figura 8.	Función acumulativa de densidad	38
Figura 9.	Diagrama de fuerzas y momento del amortiguador Stockbridge.	39
Figura 10.	Diseño conceptual del banco de pruebas de tensión.	41
Figura 11.	Posición y dirección del movimiento del acelerómetro.	42
Figura 12.	Acelerometro 3056D1 .	43
Figura 13.	Acelerometro 3145A .	43
Figura 14.	Analizador OR-35 Freq-8.	44
Figura 15.	Sensor de tensión BF350-3AA.	45
Figura 16.	Anillo sensor de tensión.	46
Figura 17.	Geometría del anillo sensor de tensión	47
Figura 18.	Ubicación de las galgas extensométricas en un anillo de tensión.	48

Figura 19.	Alineación de los anillos de tensión.	48
Figura 20.	Ángulo de hierro de 20x20 cm.	49
Figura 21.	(1) Amortiguador Stockbridge, (2) cable , (3) anillos para medir esfuerzos dinámicos.	49
Figura 22.	Vista Superior banco experimental	50
Figura 23.	Vista lateral banco experimental.	50
Figura 24.	Vista isométrica posterior banco experimental.	51
Figura 25.	Vista isométrica frontal banco experimental.	51
Figura 26.	Montaje de puente de bridgestone en los anillos de tensión.	52
Figura 27.	Plataforma Labview para lectura de voltaje de entrada y salida en puente de Wheatstone.	54
Figura 28.	Dispositivo de adquisicion de datos NI-myDAQ.	55
Figura 29.	Lectura de voltaje de los aros de tensión.	55
Figura 30.	Alineación y montaje del aro para prueba de tensión y compresión.	56
Figura 31.	Prueba de tracción para aros sensores de tensión.	56
Figura 32.	Comportamiento experimental del anillo sensor numero 1 - aro amarillo con negro .	57
Figura 33.	Comportamiento experimental del anillo sensor numero 2 - aro rojo con blanco .	57
Figura 34.	Banco de pruebas para análisis de esfuerzos dinámicos .	59
Figura 35.	Diagrama de flujo de la metodología a seguir durante el presente proyecto.	62

Figura 36.	Amortiguador Stockbridge suspendido libremente.	63
Figura 37.	Configuración de nodos del amortiguador en el software NVgate.	64
Figura 38.	Marcación de puntos de impacto al amortiguador para prueba de análisis modal.	65
Figura 39.	Primer modo de vibración amortiguador stockbridge, Frecuencia 26,95 Hz.	65
Figura 40.	Segundo modo de vibración amortiguador Stockbridge, Frecuencia 54,11 Hz.	66
Figura 41.	Tercer modo de vibración amortiguador Stockbridge, Frecuencia 68,88 Hz.	66
Figura 42.	Suspensión y preparación del amortiguador para la toma de datos.	67
Figura 43.	Nodos, ubicación del acelerómetro y el punto donde se aplicara la fuerza.	68
Figura 44.	Comportamiento experimental del amortiguador Stockbridge durante el impacto.	68
Figura 45.	Tablas de datos de fuerza y aceleración en función del tiempo.	69
Figura 46.	FRF de los datos experimentales.	70
Figura 47.	Comportamiento experimental de 0-80 Hz.	71
Figura 48.	Comportamiento experimental de 0-80Hz	72
Figura 49.	Representación de la parte real e imaginaria	73
Figura 50.	Matriz global de las pruebas experimentales	74
Figura 51.	Funciones de probabilidad de los parámetros α y β	75
Figura 52.	Vector de promedio y varianza	76
Figura 53.	Modelo del amortiguador Stockbridge en SolidWorks.	77
Figura 54.	Posición del amortiguador bajo condiciones de ensayo.	78
Figura 55.	Amortiguador en forma de vigas Euler-Bernoulli.	79
Figura 56.	Diagrama de cuerpo libre de una viga en dos dimensiones	80

Figura 57.	Distribución de nodos en el modelo numérico.	80
Figura 58.	Rotacion de la base.	83
Figura 59.	Distribución de nodos	84
Figura 60.	Ensamblaje de matrices locales	85
Figura 61.	Gráfica en magnitud (dB) de todos los grados de libertad.	96
Figura 62.	Gráfica de la fase (grados) de todos los grados de libertad.	97
Figura 63.	Comportamiento del modelo numerico a diferentes α .	98
Figura 64.	Cadenas de Markov (β , α).	99
Figura 65.	Parámetros obtenidos.	100
Figura 66.	Funciones de probabilidad de los parámetros α y β .	101
Figura 67.	Comparación de las curva modelada y percentiles de las curvas experimentales.	102
Figura 68.	Curvas del modelo numérico en función de las PDF de α y β .	103
Figura 69.	Gráfica del método de montecarlo.	104

Lista de Tablas

Tabla 1.	Requerimientos y especificaciones del banco de pruebas experimental.	40
Tabla 2.	Descripción de Materiales	78

Lista de Apéndices

	pág.
Apéndice A. Código del modelo numérico en Matlab	112

Resumen

Título: Modelamiento del comportamiento dinámico de un neutralizador de vibraciones (Stockbridge) para cables de alta tensión. *

Autor: Diego Sanmiguel Villacreses y Daniel Morales Herrera. **

Palabras Clave: Amortiguador Stockbridge, método de elementos finitos, anillo de sensor de fuerza, inferencia bayesiana, método de Markov de cadenas de Montecarlo.

Descripción: El presente proyecto de grado busca encontrar los parámetros y ecuaciones que describan el comportamiento dinámico de un neutralizador de vibraciones (Stockbridge) para cables de alta tensión. Para la solución al problema presentado, se toma como un problema inverso, donde su finalidad es obtener el valor de variables desconocidas sobre cantidades observables. Para describir el comportamiento dinámico del amortiguador se generó un modelo numérico por medio de elementos finitos para obtener la función de respuesta en frecuencia del sistema (FRF), aún así el modelo numérico queda incompleto al desconocer la matriz de amortiguamiento (damping) del sistema, ya que está compuesta por parte de la matriz de rigidez y de masa, los parámetros desconocidos y hallar son los parámetros que describen el porcentaje de esas matrices, es decir, α y β . Se realizaron pruebas experimentales para obtener la FRF del sistema, de manera que la señal de excitación (fuerza N) fue introducida por medio de un martillo y la señal de salida (Aceleración (m/s²), se tomó por medio de acelerómetros. Más adelante se usa inferencia bayesiana y método de las cadenas de monte carlo, para calibrar el modelo numérico (encontrar α y β) y lograr que se comporte como el experimental. Dentro del proyecto se diseñó y construyó, un banco de fuerza, que permitiese medir la fuerza entrante hacia el sistema, por medio de galgas extensométricas en una geometría de anillo sensor.

* Trabajo de grado

** Facultad de Ingenierías Fisicomecánicas. Escuela de Ingeniería Mecánica. Director: William Pinto Hernández Ph.D en Ingeniería Mecánica

Abstract

Title: Modeling the dynamic behavior of a vibration neutralizer (Stockbridge) for high voltage cables. *

Author: Diego Sanmiguel Villacreses y Daniel Morales Herrera. **

Keywords: Stockbridge damper, finite element method, strength sensor ring, bayesian inference, Markov Chain Monte Carlo method.

Description: This degree project seeks to find the parameters and equations that describe the dynamic behavior of a vibration neutralizer (Stockbridge) for high voltage cables. For the solution to the problem presented, it is taken as an inverse problem, where its purpose is to obtain the value of unknown variables over observable quantities. To describe the dynamic behavior of the shock absorber a numerical model was generated by means of finite elements to obtain the function of frequency response of the system (FRF), even so the numerical model is incomplete when the damping matrix of the system is unknown, Since it is composed of the stiffness and mass matrix, the unknown and find parameters are the parameters that describe the percentage of those matrices, that is, *and*?. Experimental tests were carried out to obtain the FRF of the system, so that the excitation signal (force N) was introduced by means of a hammer and the output signal (Acceleration (m / s²), was taken by means of accelerometers. In the following, Bayesian inference and the Monte Carlo chain method are used to calibrate the numerical model (find α and β) and make it behave like the experimental one. Within the project, a force bank was designed and built, which allowed measuring the incoming force towards the system, by means of strain gauges in a sensor ring geometry.

* Bachelor Thesis

** Faculty of Physical Mechanical Engineering. School of Mechanical Engineering. Director: William Pinto Hernandez Ph.D Mechanical Engineer

Introducción

En la actualidad, la energía eléctrica cuenta como recurso indispensable para el desarrollo humano; es decir, el mundo de hoy en día se mueve gracias a la electricidad. Los dispositivos eléctricos tienen una funcionalidad indispensable en el crecimiento de la sociedad, son empleados diariamente en los hogares, en el desarrollo de proyectos industriales, procesamiento y refrigeración de alimentos, en los hospitales, ya sea para mantener el sistema de comunicación o el funcionamiento de la mayoría de dispositivos que ayudan a los pacientes en su recuperación.

Se hace necesaria la implementación de fuentes que puedan suplir el alta demanda de energía. Haciendo uso de redes de transporte entre la fuente principal de energía, las ciudades, pueblos y demás lugares que necesiten del servicio, esta puede ser distribuida a los consumidores. Los cables de alta tensión se encuentran expuestos a las condiciones atmosféricas y pueden verse afectados hasta el punto de presentar fallas y causar problemas en la red de distribución eléctrica. En caso de que las vibraciones en el cable sean lo suficientemente altas pueden generar daño en forma de abrasión o falla por fatiga, que generalmente ocurre transcurrido un periodo de tiempo. Las fallas por fatiga son los resultados directos de la flexión repetitiva de un material en una cantidad suficiente de ciclos.

Para mitigar el daño por vibraciones en líneas de alta tensión, se crea el neutralizador de vibraciones (amortiguador). A lo largo de la bibliografía especializada, se destacan varios tipos de amortiguadores con características particulares. Uno de los más conocidos es el Amortiguador Stockbridge que, a partir de la fricción entre sus fibras, disipa la energía del viento en el cable, de

manera que las oscilaciones se reducen.

El contenido del presente trabajo es el siguiente: El capítulo 1 contiene los objetivos que guiaron la investigación, en el capítulo 2 se contextualiza y desarrollan los diferentes conceptos claves en los que se basa el trabajo. Posteriormente, en el capítulo 3 se da a conocer la metodología para el diseño y construcción del banco transductor de fuerza para la adquisición de datos de entrada del sistema; en el capítulo 4 se explica el procedimiento realizado para la toma de datos en las pruebas experimentales, el desarrollo del algoritmo y la calibración de este por medio de métodos de inferencia bayesiana. Finalmente, se presentan las conclusiones y recomendaciones, así como trabajos futuros.

1. Objetivos

Objetivo general

Realizar la caracterización dinámica de un neutralizador de vibraciones Stockbridge a partir de datos experimentales utilizando técnicas de inferencia Bayesiana.

Objetivos específicos

Construir un banco de análisis experimental y caracterizar galgas extensométricas en una geometría de anillo para la medición de esfuerzos dinámicos inducidos a un neutralizador de vibraciones Stockbridge.

Modelar el comportamiento dinámico del neutralizador de vibraciones Stockbridge por medio de elementos finitos.

Analizar el comportamiento experimental de un neutralizador de vibraciones Stockbridge, al aplicar análisis modal experimental utilizando como elemento excitador un martillo (hammer).

Realizar un modelo estocástico a partir de técnicas de Montecarlo con la finalidad de encontrar los parámetros del modelo (α y β en la matriz de damping).

Calibrar el modelo de neutralizador de vibraciones stockbridge mediante técnicas de inferencia estadística.

2. Marco teórico

2.1. Estado del arte

Metodologia experimental para determinação da eficácia de neutralizadores dinâmicos de vibração para cabos aéreos (Metodología experimental para determinar la efectividad de los neutralizadores de vibración dinámica para cables aéreos) (Amaral, Gabriel Ruggiero do, 2015).

Esta disertación presenta una breve revisión histórica de la aparición y evolución de metodologías de prueba de neutralizador de vibraciones dinámicas para cables aéreos simples y un análisis crítico de estas metodologías. También presenta la propuesta de una nueva metodología de prueba, respaldada por datos experimentales. Esta nueva metodología incorpora métodos de procesamiento y adquisición de datos de última generación para examinar las características del dispositivo y proporciona información de rendimiento más confiable y detallada. Además, el comportamiento dinámico del sistema de cable y neutralizador está modelado por el método de elementos finitos. Los resultados sugieren que los neutralizadores de baja amortiguación reducen significativamente los niveles de vibración en el sistema primario (el cable de alimentación) en las frecuencias resonantes del dispositivo, pero conducen a la aparición de resonancias adyacentes en las que el conductor vibra a niveles altos. Como se predijo en teoría. A la luz de este trabajo, los métodos de prueba tradicionales basados en el principio de equilibrio de energía se consideran incapaces de proporcionar una comprensión amplia del comportamiento dinámico del sistema neutralizador de cables (Amaral, 2017). De manera que de este estudio sirvió para hacer el modelo numérico del

amortiguador stockbridge, así como entender su funcionamiento para disipar energía del cable. el proyecto presente aporte teoría importante sobre el amortiguador stockbridge.

Using ring strain sensors to measure dynamic forces in wind-tunnel testing(Uso de sensores de tensión de anillo para medir fuerzas dinámicas en pruebas de túnel de viento) (Raquel A.B. Almeida and Daniel C. Vaz and António P.V. Urgueira and A.R. Janeiro Borges, 2012).

El documento trata sobre el uso de sensores de anillo basados en galgas extensométricas para medir las fuerzas dinámicas involucradas en las pruebas de túnel de viento para la investigación de inestabilidades aeroelásticas. En estos experimentos, el modelo debe estar respaldado por un sistema de suspensión elástica que le permita moverse en respuesta al flujo. La motivación para el trabajo aquí reportado fue la evaluación de la posibilidad de ocurrencia de inestabilidades aeroelásticas en un modelo seccional de una cubierta de puente bajo la acción del viento lateral. El modelo está suspendido por resortes helicoidales unidos a cuatro sensores de anillo y la resistencia aerodinámica se mide por otros dos sensores de anillo. Todo el sistema de medición se encuentra fuera del túnel de viento y demostró ser práctico, de bajo costo y adaptable a otros modelos seccionales. El documento describe el proceso de desarrollo y los resultados de evaluación de los sensores de anillo. Cuentan con galgas extensométricas dispuestas en el circuito completo del puente Wheatstone. Las series de tiempo medidas de los valores de fuerza se tradujeron en elevación, momento de cabeceo y arrastre, así como en desplazamientos lineales y angulares del modelo. Se obtuvieron resultados de alta calidad con el ensamblaje, lo que permitió obtener los parámetros aerodinámicos buscados (Almeida y cols., 2012). Este artículo aportó información importante sobre la ubicación

de las galgas en el anillo sensor de tensión, así como para el esquema del circuito del puente de Wheastone.

Finite element analysis of ring strain sensor(Análisis de elementos finitos del sensor de tensión del anillo) (B. Chen and X. Wu and X. Peng, 2007).

Las distribuciones de tensión y deformación en un sensor de deformación en anillo, sometidas a un par de cargas de presión en sus puntos superiores superior e inferior, se investigan con el Método de elementos finitos (FEM). Los resultados investigados muestran que hay tensiones / deformaciones máximas y distintas concentraciones de tensión / deformación en sus puntos superiores superior e inferior, que no son ubicaciones apropiadas para pegar medidores de deformación. Los resultados investigados también muestran que hay tensiones y sin concentradores de tensión, es decir la geometría permite que no haya concentradores de tensión, es decir que al fuerza se distribuye uniformemente sobre su área, son en los puntos superiores izquierdo y derecho del sensor, que son las ubicaciones más apropiadas para pegar medidores de tensión. La precisión del sensor de tensión con los medidores de tensión en sus puntos superiores izquierdo y derecho se prueba y compara con la del sensor con los medidores de tensión en sus puntos superiores superior e inferior. El resultado comparado muestra que la precisión de la prueba de la primera es claramente mejor que la de la segunda, lo que verifica la validez de los resultados obtenidos con FEM(Chen y cols., 2007). Este artículo aporta y corrobora los puntos apropiados colocar las galgas extensométricas y obtener la mejor medición para las condiciones de ensayo.

On the model building for transmission line cables: a Bayesian approach (Construc-

ción de un modelo para cables de línea de transmisión: Un enfoque Bayesiano)(W. P. Hernández and D. A. Castello and C. F. T. Matt, 2018).

Este trabajo tiene como objetivo construir modelos para predecir las vibraciones de flexión de los cables trenzados utilizados en líneas de transmisión de alto voltaje. El enfoque actual abarca la calibración, validación y selección de modelos basados en un marco estadístico. La calibración del modelo se aborda utilizando un marco Bayesiano y el algoritmo de muestreo de Metrópolis adaptativa de rechazo retrasado (DRAM) se emplea para explorar la función de densidad de probabilidad posterior de los parámetros desconocidos del modelo. Se proponen dos clases de modelos para predecir las vibraciones de flexión de un cable trenzado de alto voltaje típico. Ambas clases de modelos explican la amortiguación aerodinámica con el medio circundante y la rigidez a la flexión del cable. La diferencia entre los dos se basa en el modelo de amortiguación elegido para cuantificar la disipación de energía debido a la fricción entre los cables constituyentes del cable. La clasificación de modelos se cuantifica rigurosamente por medio de un enfoque de selección de clase de modelo Bayesiano, en el que tanto la capacidad de ajuste de datos como la complejidad de cada clase de modelo se tienen en cuenta simultáneamente. Las pruebas experimentales se realizan en un laboratorio con un cable trenzado típico de alto voltaje. Las funciones de respuesta de frecuencia medidas son las cantidades observables empleadas en la actualización del modelo Bayesiano para las dos clases de modelos propuestas. Ambas clases de modelos proporcionan predicciones comparables y precisas para las funciones de respuesta de frecuencia del cable dentro del rango [5, 25] Hz, mientras que la clase de modelo basado en derivadas fraccionales proporciona las predicciones más precisas. No obstante, ambas clases de modelos no pudieron reproducir

con precisión la respuesta dinámica del cable medido dentro del rango de frecuencia [25, 30] Hz (Hernández y cols., 2018). Este artículo es de gran importancia ya que provee información sobre la inferencia Bayesiana y en el proceso de estimación de parámetros. También muestra la metodología para su uso en el modelo propuesto para encontrar una solución, lo que ayuda a su aplicación en este proyecto.

2.2. Marco conceptual

2.2.1. Neutralizador de vibraciones (amortiguador) Stockbridge. Es un dispositivo en forma de mancuerna consta de dos masas en los extremos de una longitud corta de cable o varilla flexible, que se sujeta en su centro al cable principal. El amortiguador está diseñado para disipar la energía de oscilaciones en el cable principal a un nivel aceptable. Su forma distintiva le da el apodo de "amortiguador de hueso de perro" (Amaral, 2017). Cuando un amortiguador es puesto en un conductor vibrante, los movimientos de las masas producirán doblez entre los hilos de acero. El doblez del cable causará que hilos rosen mutuamente, así disipando energía. El tamaño, forma de las masas y la geometría en general del amortiguador, influenciará en la cantidad de energía disipada para ciertas vibraciones de frecuencia. Se sabe que cuando un tramo del cable es tensionado vibrará en un número diferente de frecuencias resonantes bajo la influencia de un rango de velocidades del viento, un amortiguador efectivo debe cobijar cierto rango de frecuencias para un conductor y parámetros del tramo.

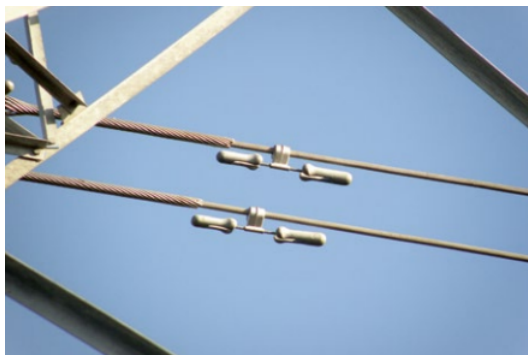


Figura 1. Neutralizador de vibraciones (Stockbridge). Adaptado de Papailiou, K. O. (2017). Overhead lines. Springer International Publishing.

El amortiguador es utilizado para suprimir las vibraciones inducidas por el viento en estructuras esbeltas tales como líneas eléctricas aéreas (figura 1) y segmentos largos en voladizo.

2.2.2. Método de elementos finitos(MEF). El método de los elementos finitos es un método numérico que se puede utilizar para la solución de problemas de vibración estructural y mecánicos complejos. En este método, la estructura original es reemplazada por varias piezas o elementos, de los cuales se supone que se comportan como un miembro estructural continuo llamado elemento finito. Se supone que los elementos están interconectados en ciertos puntos llamados juntas o nodos. Es difícil determinar la solución exacta (como en los desplazamientos) de la estructura original bajo las cargas especificadas, se supone una solución aproximada conveniente en cada elemento finito (Rao, 2010). Aun así si los elementos se encuentran interconectados entre ellos, al encontrar la solución a cada elemento finito es posible obtener la solución exacta de la estructura. Durante el proceso de solución, el equilibrio de fuerzas en las juntas y la compatibilidad de los desplazamientos entre los elementos se satisfacen, de modo que toda la estructura (ensamblaje de los elementos) se comporte como una sola entidad (Rao, 2010).

La ecuación de equilibrio de un sistema de elementos finitos

$$[M][d\ddot{x}] + [C][d\dot{x}] + [K][x] = [F](t) \quad (1)$$

donde M , C y K , representa las matrices de masa, amortiguamiento ("Damping") y rigidez de la estructura; $F(t)$ representa el vector de fuerzas externas; y $d\ddot{x}$, $d\dot{x}$ y x , representan los vectores de aceleración, velocidad y desplazamiento.

La matriz de amortiguación C no puede construirse a partir de matrices de amortiguación de elementos, como las matrices de masa y rigidez del conjunto de elementos, y se introduce para aproximar la disipación de energía global durante la respuesta del sistema. La matriz C es construida usando la matriz de rigidez y masa del ensamblaje completo junto con resultados experimentales sobre la cantidad de amortiguamiento (Bathe, 1996). La ecuación 2 muestra una manera fácil de expresar la matriz de amortiguamiento, envuelve la representación de C como una combinación lineal de las matrices de masa y rigidez.

$$C = \beta M + \alpha K \quad (2)$$

Representando en la ecuación 1, esto es

$$[M][\ddot{x}] + [\beta M + \alpha K][\dot{x}] + [K][x] = [F](t) \quad (3)$$

2.2.3. Modelado en espacio de estados. El neutralizador de vibraciones se modela como un sistema dinámico para analizar sus características dinámicas. Por medio de elementos finitos se define el conjunto de ecuaciones que representan la dinámica del sistema de manera aproximada. El estudio de los sistemas dinámico se centra en el análisis de la evolución de los mismos partir de excitaciones o entradas que los harán reaccionar, ofreciendo múltiples salidas o respuestas, las cuales mostraran dependencia con las señales de entrada (Sánchez y cols., 2013).

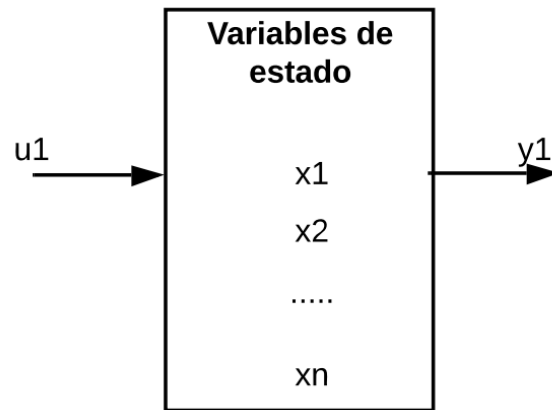


Figura 2. Representación de sistema dinámico para el neutralizador de vibraciones.

En la figura 2 muestra la representación del sistema dinámico del neutralizador indicando los grupos de variables que intervienen en el. La variables denotada como u_1 , se le denomina como la variable de entrada o excitación, se aplicará una entrada de fuerza, mientras que y_1 representa la salida o respuesta del mismo, se estudiará la salida en forma de aceleración. Finalmente las **variables de estado** conforman el estado interno del sistema y son denotadas como x_l con $l=1,...,n$. Ellas representan, bajo ciertas condiciones, la mínima información del sistema en un instante para poder reconstruir su estado posterior conociendo las entradas y perturbaciones que han intervenido

sobre el sistema (Sánchez y cols., 2013).

Si se necesitan n variables de estado para describir por completo el comportamiento de un sistema determinado, estas n variables de estado se consideran los n componentes de un vector x . Tal vector se denomina **vector de estado**, $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]$. Por tanto un vector de estado es aquel que determina de manera única el estado del sistema $x(t)$ para cualquier tiempo $t_0 \leq t$. (Ogata, 2010).

El sistema dinámico debe contener elementos que recuerden los valores de la entrada para $t \geq t_1$. Puesto que los integradores en un sistema de control en tiempo continuo sirven como dispositivo de memoria, las salidas de tales integradores se pueden considerar como las variables que describen el estado interno del sistema dinámico. Así las salidas de los integradores sirven como variables de estado. El número de variables de estado para definir completamente la dinámica del sistema es igual al número de integradores que aparezcan en el mismo.

A partir de la ecuación de movimiento hallada por medio de elementos finitos se desea llegar a la función de transferencia para así encontrar el comportamiento dinámico del neutralizador.

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = F \quad (4)$$

El sistema es de segundo por lo que tiene dos integradores, en este caso tendrá dos integradores por cada grado de libertad (GDL) presente, se definen las variables de estado como y_1 y y_2 .

$$y_1 = x(t)$$

$$y_2 = \dot{x}(t)$$

Por lo que y_1 , serán los desplazamientos y y_2 las velocidades, presentes en cada grado de libertad. A continuación se obtiene

$$\dot{y}_1 = y_2 \tag{5}$$

$$\dot{y}_2 = \frac{1}{m}(-kx - b\dot{x}) + \frac{1}{m}u \tag{6}$$

$$\dot{y}_2 = \frac{k}{m}y_1 - \frac{b}{m}y_2 + \frac{1}{m}u \tag{7}$$

Mientras que la ecuación de salida estaría dada por

$$y = y_1 \tag{8}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -k/m & -b/m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1/m \end{bmatrix} u \quad (9)$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} \quad (10)$$

Linealizando las ecuaciones 9 y 10

$$\dot{X}(t) = [A(t)]X(t) + [B(t)]U(t) \quad (11)$$

$$Y(t) = C(t)X(t) + D(t)U(t) \quad (12)$$

Donde A(t) se denomina matriz de estado, B(t) matriz de entrada, C(t) matriz de salida y D(t) matriz de transmisión directa. X(t) es el vector de estado, U(t) es la entrada e y es la salida.

2.2.4. Función de transferencia. La función de transferencia de un sistema descrito mediante una ecuación diferencial lineal e invariante en el tiempo se define como el cociente entre la transformada de Laplace de la salida (función de respuesta) y la transformada de Laplace de la entrada (función de excitación) bajo la suposición de que todas las condiciones iniciales son cero.

$$\begin{aligned} \text{Función de transferencia} = G(s) &= \frac{\mathcal{L}[\text{salida}]}{\mathcal{L}[\text{entrada}]} \Big|_{\text{condiciones iniciales cero}} \\ &= \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \dots + b_{m-1} s + b_m}{a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n} \end{aligned}$$

Figura 3. Función de transferencia.

Fuente: Ogata, K. (2010). Ingeniería de control moderna(5.aed.). Pearson.

A partir del concepto de función de transferencia, es posible representar la dinámica de un sistema mediante ecuaciones algebraicas en s , donde s es un número complejo y por consiguiente la función de transferencia es una cantidad compleja. Se indica la variable s en la transformada de Laplace en forma compleja como

$$s = \sigma + i\omega \quad (13)$$

donde σ y ω representan las partes real e imaginaria. Si la potencia más alta de s en el denominador de la función de transferencia es igual a n , el sistema se denomina sistema de orden n -ésimo(Ogata, 2010).

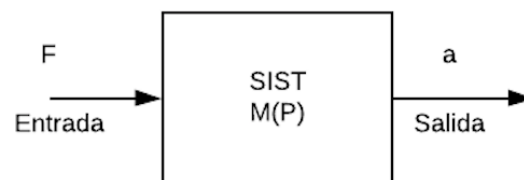


Figura 4. Modelo del sistema

Si se desconoce la función de transferencia de un sistema, puede establecerse experimentalmente introduciendo entradas conocidas y estudiando la salida del sistema. Una vez establecida

una función de transferencia, proporciona una descripción completa de las características dinámicas del sistema, a diferencia de su descripción (Rao, 2010).

La función de transferencia obtenida $H(w)$ se obtiene a partir de la entrada y salida del sistema siendo la entrada, la fuerza F y la salida el sistema como tal, es decir, las matrices de masa $[M]$, rigidez $[K]$ y amortiguamiento $[C]$.

$$H(w) = \frac{\bar{X}}{\bar{F}} = [-Mw^2 + K + jCw]^{-1} \quad (14)$$

2.2.5. Frecuencia natural. Si se deja que un sistema vibre por sí mismo después de una perturbación inicial, la frecuencia con la cual oscila sin la acción de fuerzas externas se conoce como frecuencia natural. Un sistema vibratorio que tiene n grados de libertad, tendrá n frecuencias naturales de vibración distintas. Siempre que la frecuencia natural de la vibración de una máquina o de una estructura coincide con la frecuencia de la excitación externa se presenta un fenómeno conocido como resonancia, el cual conduce a deflexiones y fallas excesivas, se debe evitar para que no falle el sistema (Rao, 2010).

La forma modal es un patrón de vibración ejecutado por un sistema mecánico, en el cual se observan las formas geométricas que adoptan los diferentes sistemas a una frecuencia específica (Carlo Rainieri, 2014), este patrón formado es de crítica importancia al diseñar una estructura o resolver un problema de respuesta dinámica, sin embargo, el patrón real de deformación no se identifica.

2.2.6. Análisis modal experimental(EMA). El análisis modal experimental también llamado ensayo modal es un método para caracterizar dinámicamente una estructura en términos de su frecuencia, amortiguamiento y las formas modales, a través de ensayos de vibración. Estas funciones son medidas a través de registros en el tiempo de señales de entrada(excitación) y salida(desplazamientos), las cuales son procesadas para obtener las funciones de respuesta en frecuencia (Zhi-Fang Fu, 2001).

La FRF describe la relación entrada-salida entre dos puntos en una estructura en dominio de la frecuencia, la cual se determina experimentalmente por medio de la relación entre la respuesta y la excitación en el dominio de la frecuencia.

2.2.6.1. Etapas análisis modal experimental .

- **Planificación del ensayo modal.** Procesos de planificación y ensayo dinámico, estableciendo los puntos de apoyo del sistema, así como las condiciones ambientales, grados de libertad, selección y ubicación de sensores y excitador dinámico.
- **Procesamiento de señales.** Se procede a convertir las señales analógicas a digitales filtrado derivado del muestreo de datos y lectura de la señal.
- **Identificación de parámetros modales.** Se procede a obtener los parámetros modales al obtener las funciones de respuesta en frecuencia(FRF), midiendo a través de su respuesta característica a través del modelo modal

2.2.6.2. Tipos de excitadores.

- **Martillo excitador:** Un martillo es un dispositivo que produce un impulso de fuerza de excitación a la estructura de prueba. Se compone de punta de martillo, transductor de fuerza, masa de equilibrio y mango. La punta del martillo se puede cambiar para alterar la dureza. Los materiales típicos para la punta son el caucho, el plástico y el acero. La dureza de la punta, junto con la de la superficie de la estructura a probar, está directamente relacionada con el rango de frecuencia de la fuerza del pulso de entrada. Para una punta dura que golpea una superficie dura, se espera que el pulso de fuerza distribuya energía a una amplia gama de espectro. Este es el único mecanismo para controlar los componentes de frecuencia de excitación en una prueba de martillo.



Figura 5. Martillo excitador.

Fuente: <http://sine.ni.com/nips/cds/view/p/lang/es/nid/213180>.

- **Excitador electrodinámico:** Un agitador electromagnético, es el tipo de agitador más común utilizado en las pruebas modales. Consiste en un imán, un bloque móvil y una bobina en el imán. Cuando una corriente eléctrica de un generador de señal pasa a través de la bobina

dentro del agitador, se genera una fuerza proporcional a la corriente y la densidad de flujo magnético que impulsa el bloque en movimiento. Un agitador electromagnético tiene una amplia frecuencia, amplitud y rango dinámico (Zhi-Fang Fu, 2001).



Figura 6. Excitador electrodinámico (shaker).

Fuente: <http://sine.ni.com/nips/cds/view/p/lang/es/nid/213180>.

2.2.7. Función de densidad y función de distribución (UPV, s.f.). Una variable aleatoria (V.A), asigna un valor numérico a cada posible resultado del espacio muestral. La probabilidad de que una variable aleatoria tome valores comprendidos entre un intervalo se puede interpretar como la proporción de datos de un conjunto en los que el valor de dicha característica pertenece al intervalo considerado.

A toda VA le corresponde por tanto una determinada forma de distribuir dichas posibilidades. Se utiliza en consecuencia el término distribución de probabilidad (PDF)

Se denomina función de densidad a cualquier función real f , que verifique

- $f(x) \geq 0$
- $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$

La distribución de probabilidad de una variable aleatoria continua suele venir descrita por una función de probabilidad $f(x)$. En la práctica se considera que la variable sigue aquella distribución de probabilidad cuya función de densidad pueda considerarse como mejor modelo matemático del diagrama muestral.

El área encerrada bajo la curva de $y = f(x)$ entre a y b representa la probabilidad de que la variable aleatoria tome valores entre a y b (Neuhauser, 2004), como se muestra en la figura 7.

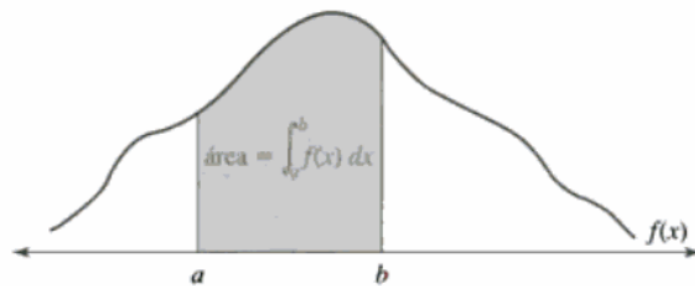


Figura 7. Función de densidad. Adaptado de Neuhauser, C. (2004). Matemáticas para ciencias. Pearson-Prentice Hall.

La función de distribución acumulativa (ver figura 8) de una variable aleatoria da las mismas probabilidades $P(X \leq x)$ y se obtiene integrando la función de probabilidad $f(x)$ entre los límites a y b (ecuación (15)).

$$F(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^x f_x(t) dt \quad (15)$$

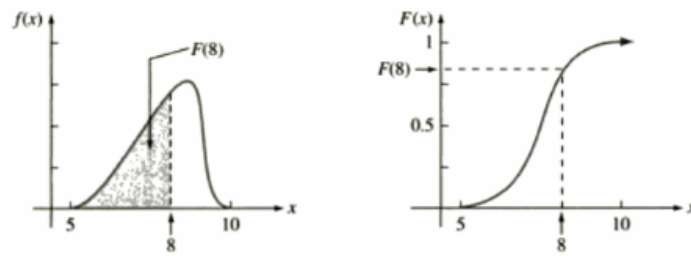


Figura 8. Funcion de densidad. Adaptado de Neuhauser, C. (2004).Matematicas para ciencias. Pearson-Prentice Hall.

3. Diseño y construcción del banco experimental

3.1. Requerimientos y especificaciones del banco

La finalidad del proyecto es la calibración de un modelo numérico a través de inferencia estadística por medio de datos obtenidos experimentalmente. Se necesita hacer tomas de datos de entrada de fuerza y salida de aceleración - esto en relación con la ecuación 3, para encontrar las matrices de masa, rigidez y amortiguamiento - estos datos son tomados para luego obtener la FRF del sistema (Función de respuesta de frecuencia). La medición de los datos de fuerza se realizara por medio de un banco de pruebas el cual deberá ser construido.

Debido a las condiciones de espacio es necesario un sistema practico y de tamaño pequeño, con una alta vida útil y fácil mantenimiento. Los resultados en tiempo real de las pruebas deben ser visualizados claramente para así poder observar el comportamiento y comprender su funcionamiento.

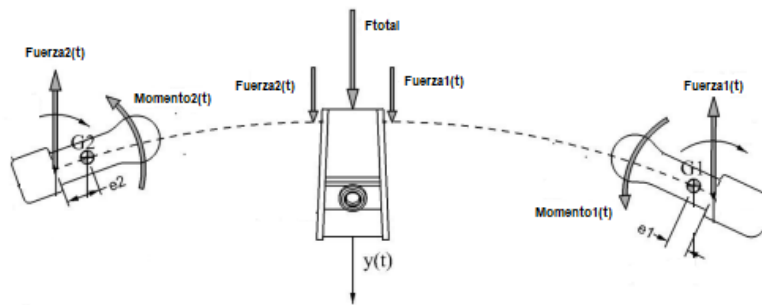


Figura 9. Diagrama de fuerzas y momento del amortiguador Stockbridge.

La siguiente tabla nombra los requerimientos y especificaciones del banco.

Tabla 1

Requerimientos y especificaciones del banco de pruebas experimental.

REQUERIMIENTOS	ESPECIFICACIONES
I. Facil montaje y desmontaje	I. Lectura de variación de montaje de las galgas
II. Mantenimiento simple	II. Software y Hardware para adquisición de datos
III. Tamaño pequeño - fácil de transportar	III. Banco para sostener los elementos
IV. Exactitud en toma de datos en tiempo real	IV. Sistema dinámico con salida de aceleración y entrada de fuerza

3.2. Diseño conceptual

El banco de pruebas contiene dos subsistemas de medición para la toma de datos de fuerza y aceleración, un sistema de medición de fuerza el cual está compuesto por galgas extensométricas en una configuración de puente de wheatstone en dos anillos de tensión, que se utilizan para medir valores de voltajes y deformación por medio de la plataforma de desarrollo Labview, además consta de un sistema de medición de aceleración por medio de acelerómetros que deberán ser instalados sobre el amortiguador; siendo los valores de fuerza y aceleración la entrada y la salida del sistema respectivamente.

La fuerza será introducida al sistema por medio de una mesa sísmica que se encuentra en

los laboratorios de ingeniería civil de la UIS, se controlará la magnitud y la frecuencia realizando una excitación sinusoidal, permitiendo a la estructura abordar una vibración armónica a la vez.

Para sostener todo el sistema se utiliza una bancada de pruebas, en la cual se mantiene la posición de los aros y se fija el amortiguador, para fijar la bancada respecto a la mesa sísmica se utilizan pernos del diámetro de los agujeros de la mesa.

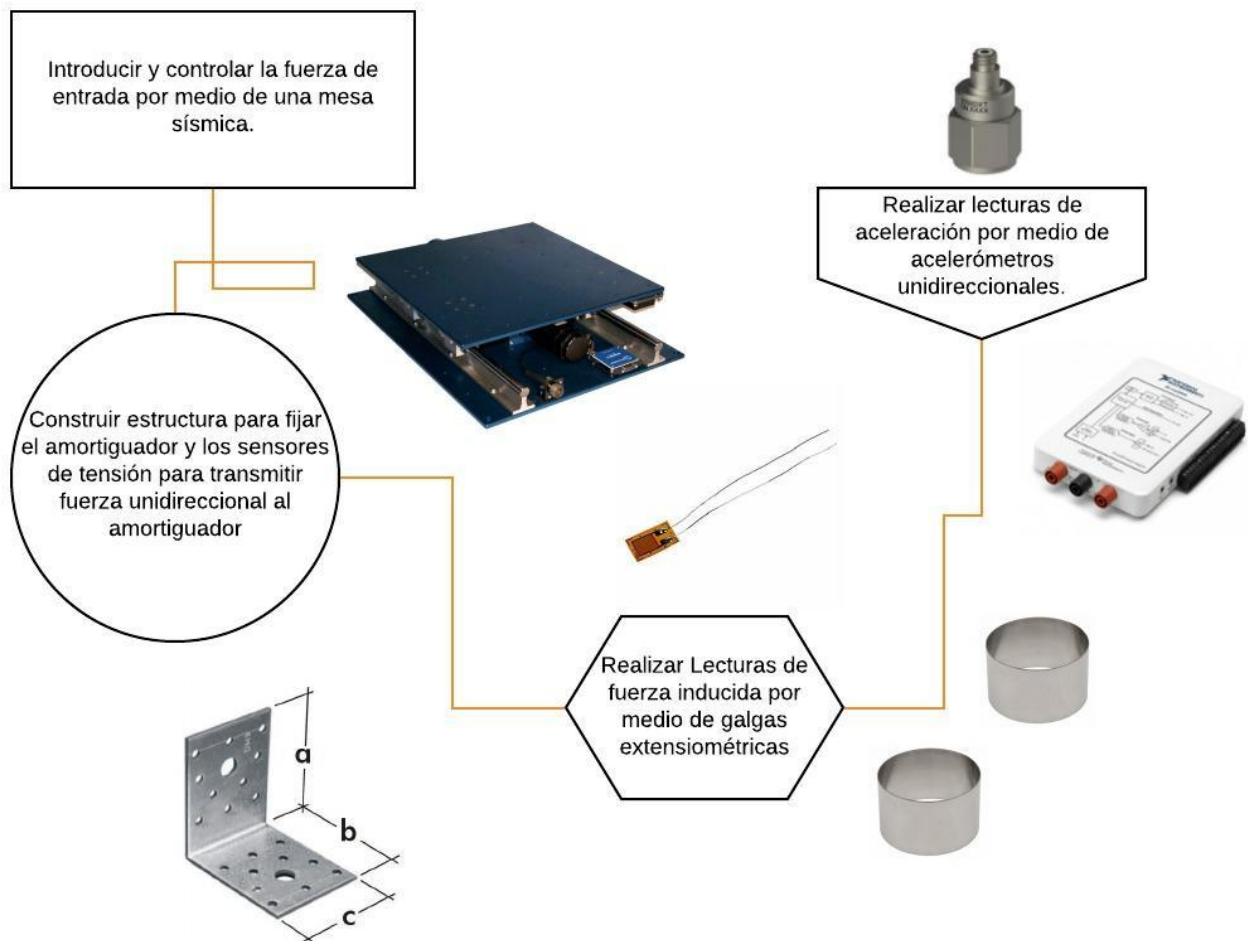


Figura 10. Diseño conceptual del banco de pruebas de tensión.

3.3. Diseño en detalle y selección de componentes

3.3.1. Subsistema de aceleración. Para la toma de datos de aceleración del sistema se utilizan acelerómetros; se necesitan acelerómetros que midan rangos bajos de frecuencia - inferiores a los 100 Hz- . El acelerómetro se ubica en una de las masas del extremo del amortiguador asegurándonos de no colocarlo en una longitud coincidente con los modos de vibración del sistema.

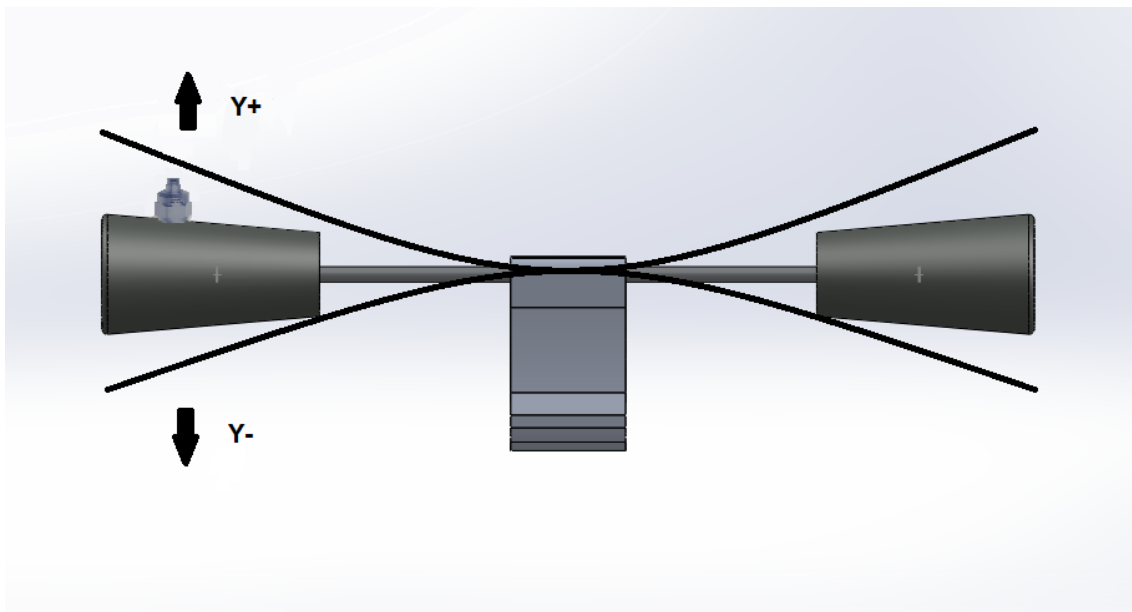


Figura 11. Posición y dirección del movimiento del acelerómetro.

En el laboratorio de vibraciones mecánicas de la escuela de ingeniería mecánica de la UIS se cuenta con acelerómetros uniaxiales:

Acelerómetro uniaxial de 10 mV/g, modelo 3056D1, con un rango de hasta 10.000 Hz.



Figura 12. Acelerometro 3056D1 .

Acelerómetro uniaxial de 100 mV/g, modelo 3145A, con un rango de hasta 1.000 Hz.



Figura 13. Acelerometro 3145A .

Para obtener los datos de aceleración se utiliza un sistema de adquisición de datos de señales de vibraciones (Analizador OR-35 Freq-8), que se usa para la caracterización dinámica de elementos de hardware y software ya sea para tareas de mantenimiento o de investigación.

Oros 35



Figura 14. Analizador OR-35 Freq-8.

Fuente: <https://www.oros.com/solutions/instruments-accessories/>

3.3.2. Subsistema de fuerza. Para la toma de datos de fuerza aplicada al sistema se hace uso de un anillo sensor de tensión, este hace parte del banco experimental y transmite la entrada de fuerza hacia el amortiguador. El anillo sensor de tensión, se destaca por su forma simple y estructura, consiste en un anillo elástico hecho de acero u otro material metálico y galgas extensiométricas pegadas en la superficie del anillo elástico. Por su simple estructura y sensibilidad son utilizados ampliamente en varias pruebas de tensión y compresión con cargas estáticas y dinámicas. Se empleará un anillo en acero inoxidable para este proyecto.

Para el cálculo del diámetro del anillo se tubo en cuenta la máxima frecuencia de vibración y la deformación máxima permitida por la galga. La mesa sísmica tendrá un desplazamiento máximo de 1 centímetro en la dirección horizontal. La deformación máxima en los puntos críticos donde se instalaran las galgas no debe superar el limite máximo de deformación de la galga seleccionada.

En el mercado colombiano encontramos el sensor de tensión BF350-3AA el cual nos permite medir deformación y tensión.

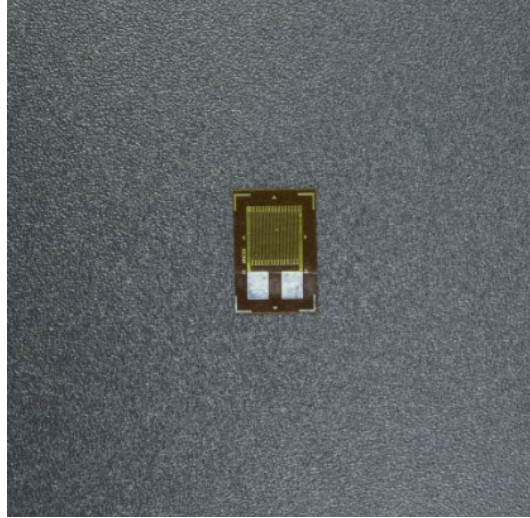


Figura 15. Sensor de tensión BF350-3AA.

Características:

- Resistencia Variable de $349 \pm \Omega$
- Factor de galga 2.
- Deformación máxima 10 porciento de su longitud (largo).
- Dimensiones 7.1x 4.8 mm.
- Para uso en aluminio y todo tipo de aceros.

En orden de hacer que el anillo tome medidas de alta precisión y sensibilidad, es importante que las galgas sean pegadas en los lugares apropiados sobre la superficie del anillo. Los lugares del anillo, en general, deberían ser donde hay un alto valor de tensión sin ninguna concentración de esfuerzo/tensión para incrementar la sensibilidad y precisión de la toma de datos del anillo. Chen y cols. (2007), muestra que según datos investigados, las locaciones donde hay máximos esfuerzos/tensiones y distintas concentraciones de esfuerzo/tensión son en las superficies superior(A) e

inferior(C) del anillo, mas no son apropiadas para pegar las galgas. Aun así, hay un segundo lugar donde hay esfuerzos/tensiones sin concentraciones de esfuerzos/tensiones, en los puntos superficiales derechos(B) e izquierdos(D) del anillo, que son los mas apropiados para pegar las galgas extensiométricas.

Para este tipo de galga tenemos un límite máximo de deformación de 0,7 milímetros. Se realizaron pruebas en Solidworks para un anillo de 3 pulgadas, aplicando una fuerza de compresión y tensión de 300N (la cual es superior a la fuerza máxima), evidenciando una mayor deformación en los puntos críticos del anillo durante la prueba de compresión. La deformación máxima alcanzada en los puntos críticos fue menor a la máxima deformación permitida por la galga por lo que se decidió utilizar un diámetro de 3 pulgadas y un anillo de acero inoxidable.

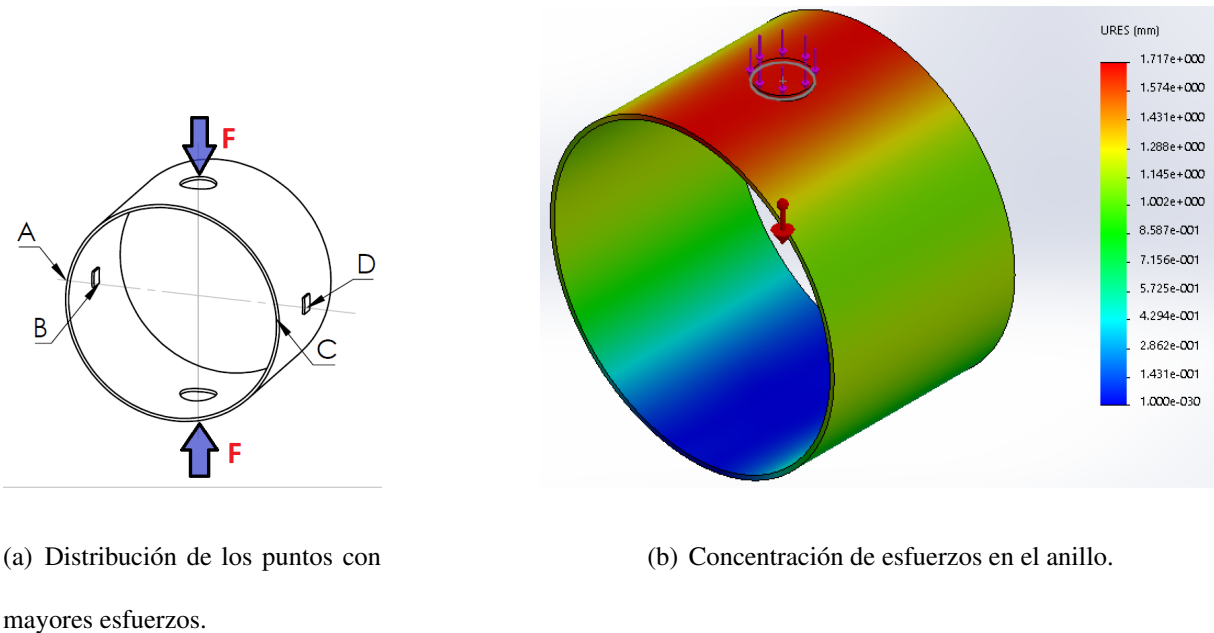


Figura 16. Anillo sensor de tensión.

Para los requerimientos del banco se va a excitar un amortiguador Stockbridge, de 1Kg,

para estudiar su comportamiento en función de la frecuencia (se hará una barradura de 0-200Hz). Almeida y cols. (2012), usa la ecuación ??, para hallar la máxima sensibilidad en los ángulos de $\theta = 90$. En el proyecto presente para un anillo con radio r , 1.5 in/0.0381 m, modulo de elasticidad (acero inoxidable) E , $2 \cdot 10^{11}$ Gpa, longitud l , 5cm/0.05m y el espesor t , 1.1mm/0.0011m.

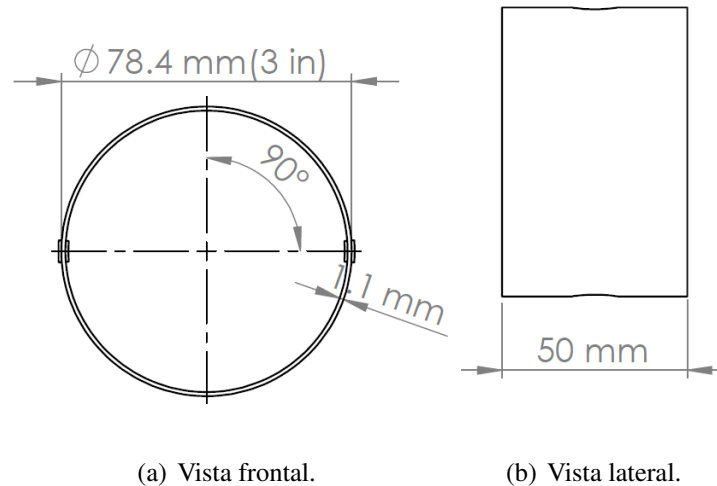
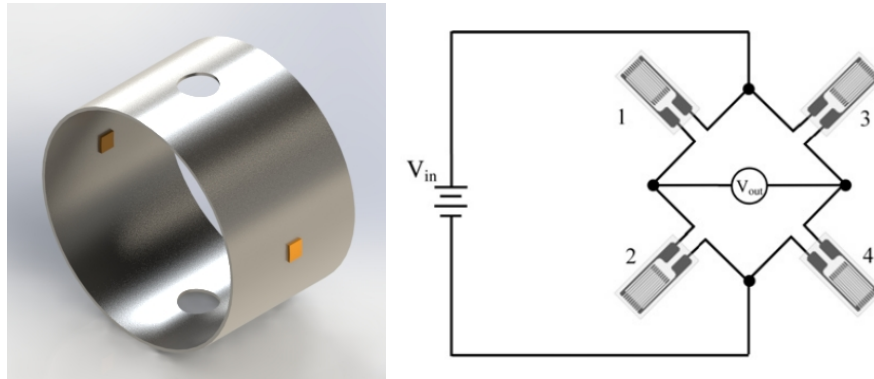


Figura 17. Geometría del anillo sensor de tensión

Cuando se aplica una carga a un anillo sensor de tensión, los esfuerzos y tensiones dentro de él cambian. La carga externa induce un cambio en esfuerzo, que a su vez provoca un cambio de la tensión en la superficie del sensor. Para detectar el cambio de los valores de deformación y, en consecuencia, las cargas aplicadas, se utilizó un circuito completo del puente de Wheatstone (Almeida y cols., 2012).

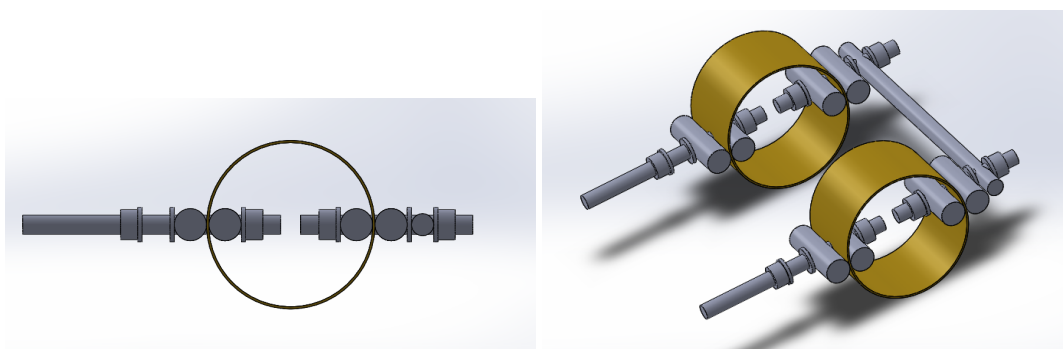


(a) Vista Isométrica de ubicación de galgas extensiométricas.

(b) Puente de Wheastone.

Figura 18. Ubicación de las galgas extensométricas en un anillo de tensión.

Para el soporte de los anillos de tensión y el amortiguador se utilizan tornillos de 3/8 de pulgada de diámetro con tuerca y arandela, para mantener el sistema alineado se hace uso de pines de 1/2 pulgada de diámetro y 5 centímetros de largo (2 de cada lado). Para la medición de esfuerzos dinámicos se necesita de dos aros alineados entre si, los cuales repartirán teóricamente la fuerza a la mitad y tomaran valores independientes de fuerza.



(a) Vista lateral de la alineación de los anillos.

(b) vista isométrica de la alineación de los anillos.

Figura 19. Alineación de los anillos de tensión.

Para sostener el banco se hará uso de un ángulo de hierro de 20x20 cm fundido para mantener la rigidez.



Figura 20. Ángulo de hierro de 20x20 cm.

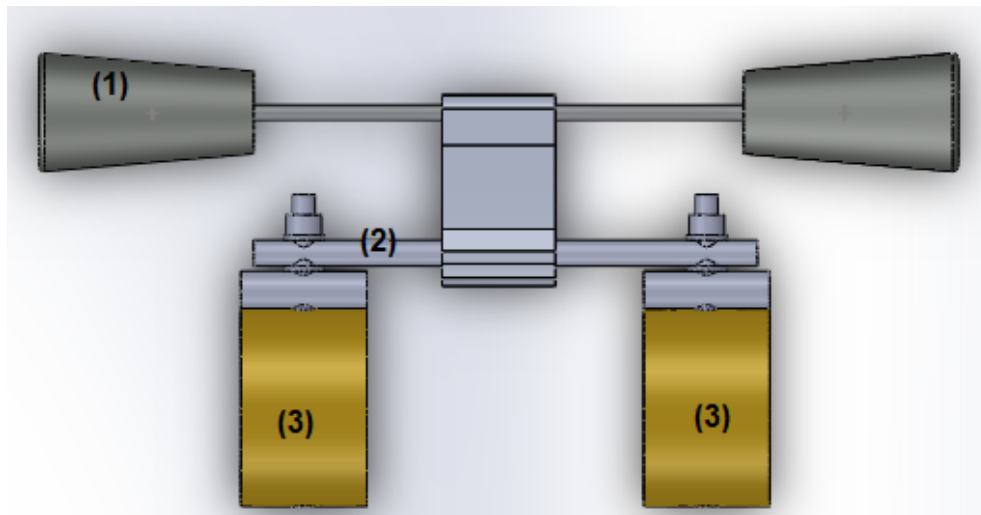


Figura 21. (1) Amortiguador Stockbridge, (2) cable, (3) anillos para medir esfuerzos dinámicos.

Se realizó el siguiente montaje en SolidWorks para la configuración mencionada en la figura

21, donde se aprecian las vistas lateral, superior e isométricas.

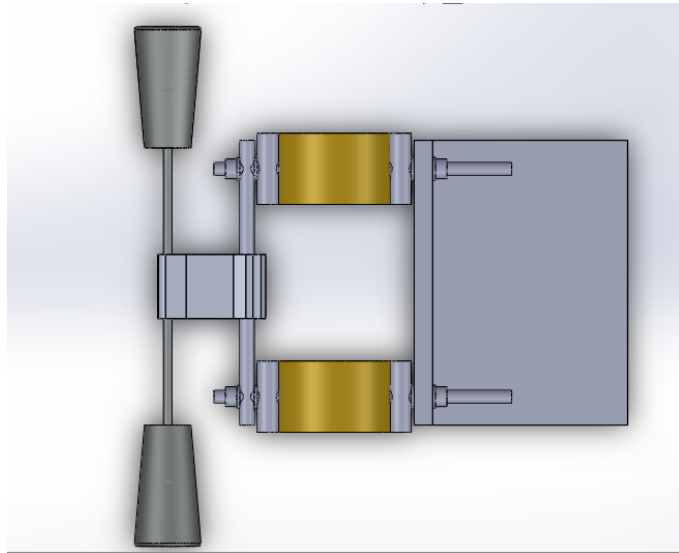


Figura 22. Vista Superior banco experimental

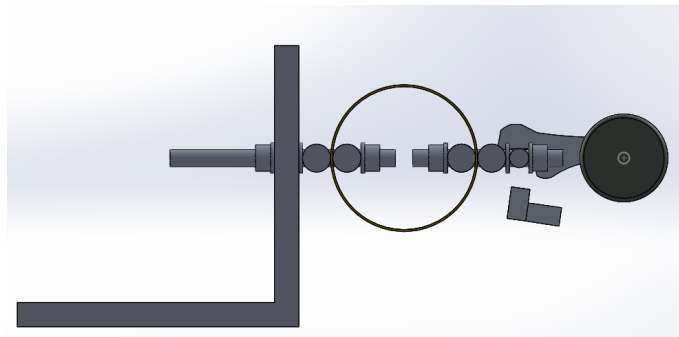


Figura 23. Vista lateral banco experimental.

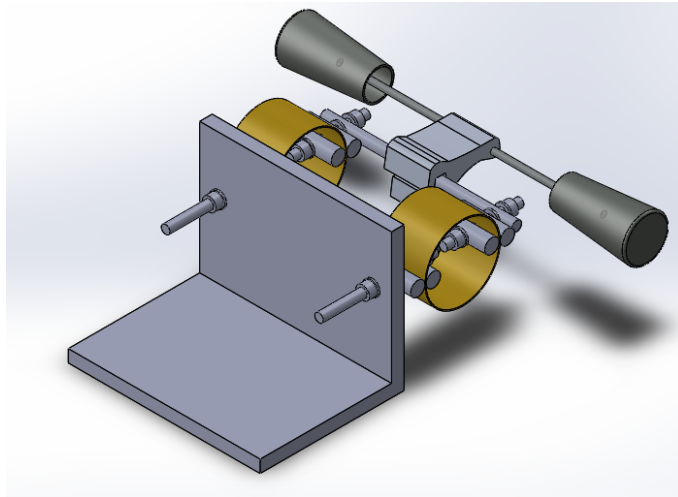


Figura 24. Vista isométrica posterior banco experimental.

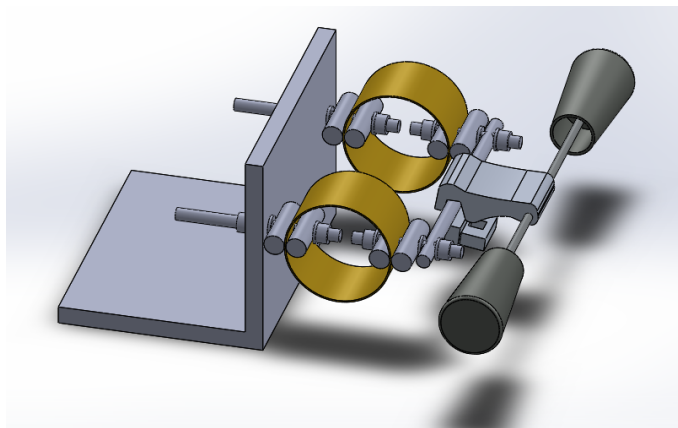


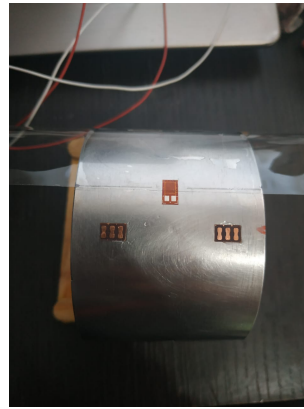
Figura 25. Vista isométrica frontal banco experimental.

3.4. Construcción del banco de fuerza y calibración

Por motivos de disponibilidad de materiales y a la restricción de materiales permitidos para la instalación de las galgas extensiométricas, para la construcción de los aros se usó un tubo de acero inoxidable AISI 304 de tres pulgadas de diámetro.



(a) lijado, limpieza del aro y
marcación de la posición de
la galga.



(b) Pegado de galgas en la
parte frontal del aro.



(c) Pegado de galgas en la
parte posterior del aro.



(d) soldadura y coneccion
de puente de Wheastone.

Figura 26. Montaje de puente de bridgestone en los anillos de tensión.

3.4.1. Preparación de los anillos y montaje de las galgas. Para el montaje de las galgas cabe resaltar que se debe hacer uso de acetona para limpiar la superficie antes de de pegar las galgas y durante el lijado, para el pegado se utilizo adhesivo de cianoacrilato (super glue) con

ayuda de una cinta para evitar que se moviera la galga al momento de colocarla en su posición, la soldadura se realizo con estaño y se pegaron pequeños cuadros con aleación de cobre para evitar que se muevan los cables al momento de realizar las pruebas, los cables que se utilizaron para construir el puente son de 15 centímetros de largo para la conexión entre las galgas y de 50 centímetros los que se utilizan como datos de salida y entrada de voltaje.

3.4.2. Plataforma labview y calibración del anillo sensor de tensión. se realizo el siguiente montaje en la plataforma de Labview con el fin de adquirir datos de voltaje de entrada y salida en la configuración de puente de wheatstone de las galgas extensiométricas.

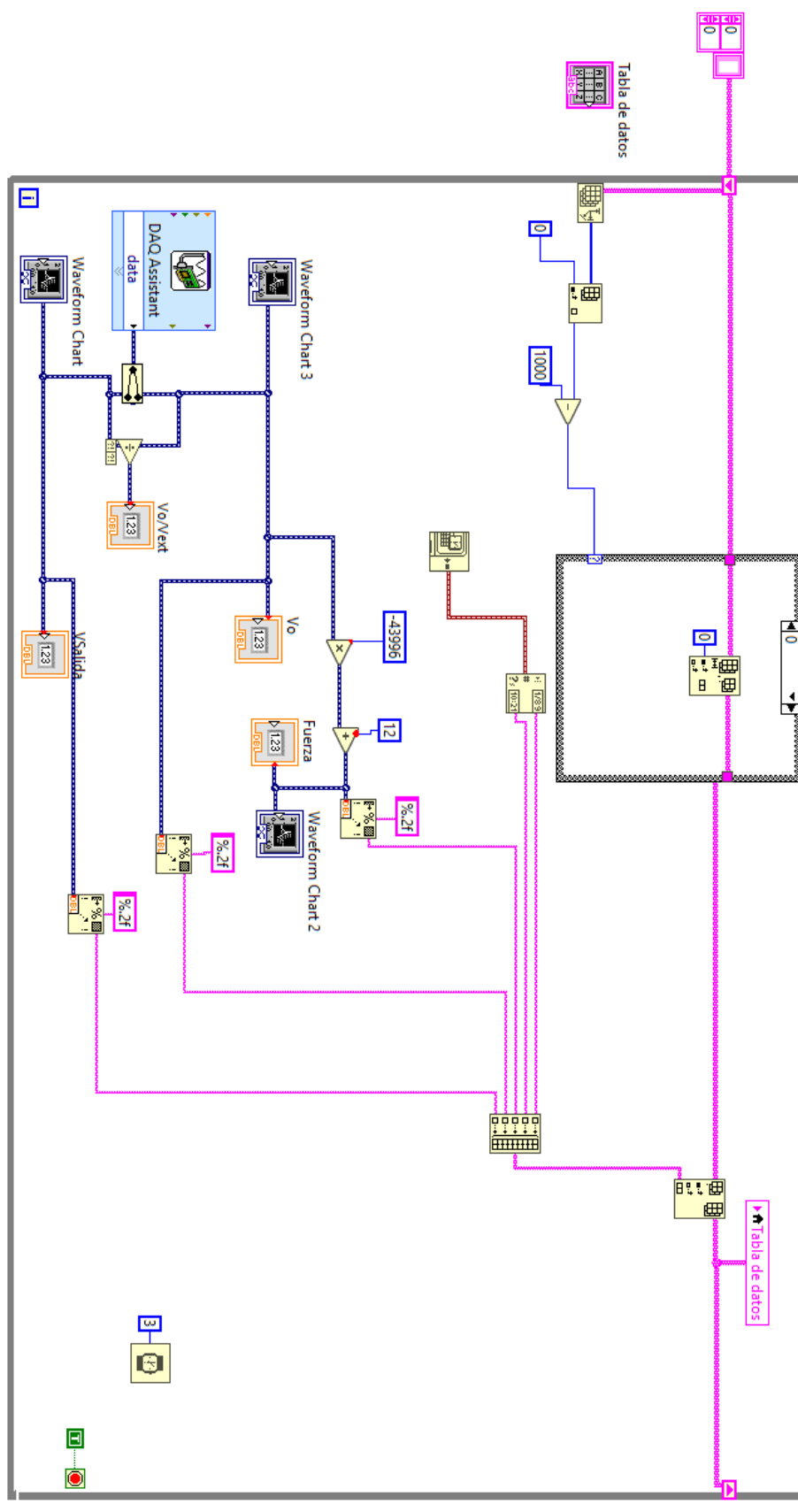


Figura 27. Plataforma Labview para lectura de voltaje de entrada y salida en puente de Wheatstone.

Se tomó una lectura de voltaje inicial para la condición de fuerza igual a cero para ambos aros construidos utilizando el dispositivo de adquisición de datos NI-myDAQ .



Figura 28. Dispositivo de adquisicion de datos NI-myDAQ.

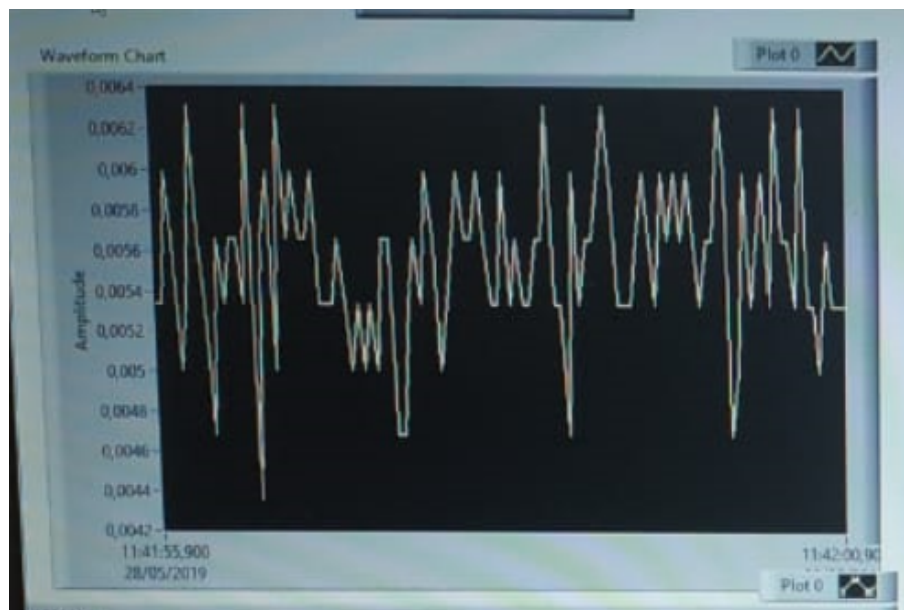


Figura 29. Lectura de voltaje de los aros de tensión.

Debido al comportamiento oscilatorio presentado en el voltaje de salida para fuerza igual a cero, se sacó el valor promedio de mil datos tomados a lo largo de 10 segundos.

Se realizaron pruebas de tensión y compresión en el laboratorio de tracción, para hallar la

curva de fuerza contra voltaje de salida y calibrar el sensor de tensión.



Figura 30. Alineación y montaje del aro para prueba de tensión y compresión.



Figura 31. Prueba de tracción para aros sensores de tensión.

Durante la prueba de tracción se realizó un incremento en la tensión del sensor aplicando

fuerzas entre -210 newtons y 210 newtons, aumentando cada 30 newtons y tomando datos durante 10 segundos (100 por segundo), luego de que el sistema estabilizara en cada punto. Los resultados de la prueba fueron tabulados y luego se realizó la gráfica de voltaje de salida contra fuerza para cada anillo sensor y se encontró la recta que muestra el comportamiento del aro cuando es sometido a cambios de fuerza.

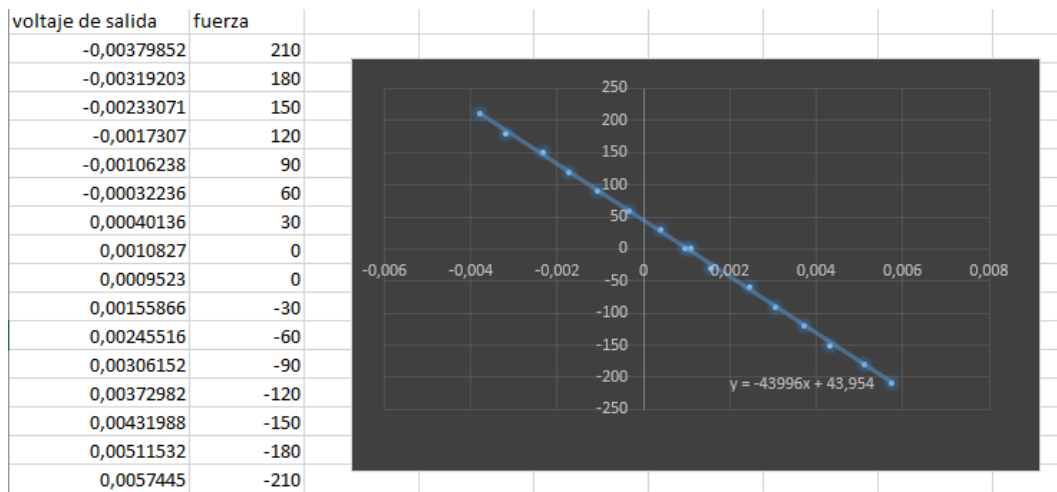


Figura 32. Comportamiento experimental del anillo sensor numero 1 - aro amarillo con negro .

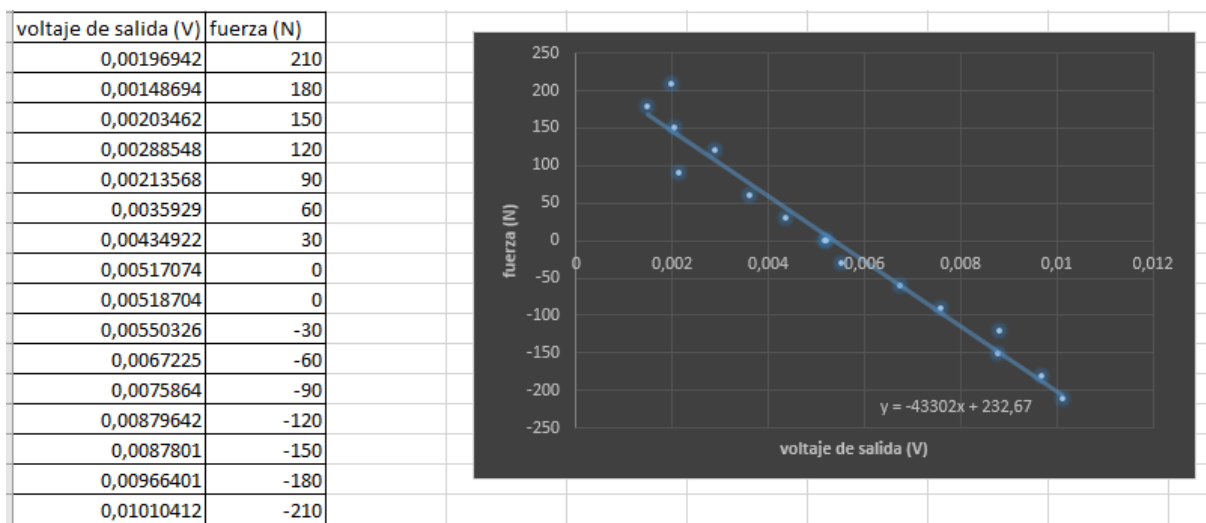
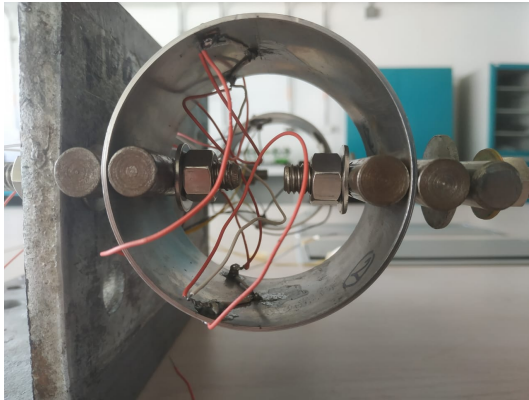
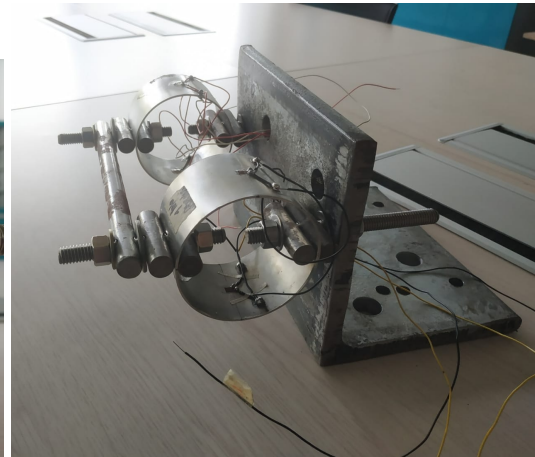


Figura 33. Comportamiento experimental del anillo sensor numero 2 - aro rojo con blanco .

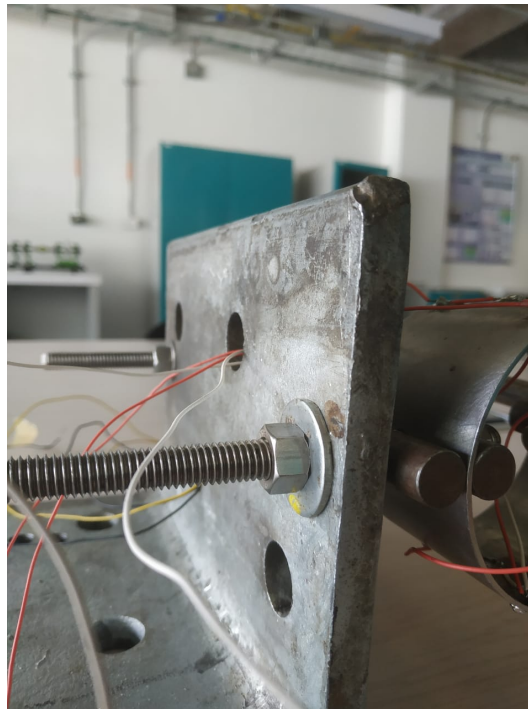
luego de caracterizar los aros se modificó el labview multiplicando el voltaje de salida por la pendiente obtenida y sumando la constante de la recta, para observar la variación de la fuerza en tiempo real.



(a) Vista lateral del banco de pruebas.



(b) vista isométrica del banco de pruebas.



(c)

Figura 34. Banco de pruebas para análisis de esfuerzos dinámicos .

Por motivos de disponibilidad de equipo no fue posible la implementación de este banco de

pruebas utilizando como excitador la mesa sísmica, por lo que se decidió realizar la caracterización del amortiguador utilizando como excitador un martillo hammer, el cual utiliza el método de excitación por impacto. Al momento de realizar una toma de datos de entrada de fuerza al amortiguador se pudo evidenciar que la sensibilidad de las galgas era muy baja para este tipo de impulsos, las mediciones no presentaron variación respecto a la condición inicial de fuerza igual a cero. Además se debió hacer el calculo de precarga en los anillos al momento de realizar el montaje para la prueba de tracción y también para el montaje del banco para así asegurarnos de tener una condición de fuerza igual a cero igual en ambos casos y no deformar los aros al momento de apretarlos y alinearlos para poder tomar mediciones mas acertadas, para medir valores de entrada de fuerza tan pequeños y en tan poco tiempo se recomienda adquirir unas galgas extensiométricas con una sensibilidad mucho mayor.

4. Metodología para el modelamiento del comportamiento dinámico de un neutralizador de vibraciones (Stockbridge) para cables de alta tensión

Este capítulo consta de la metodología para obtener los datos experimentales, el desarrollo del algoritmo numérico y la aplicación de los métodos estocásticos para la solución al problema presentado. La figura 36, es un diagrama de flujo que muestra las etapas que deben ser llevadas a seguir.

Se realizarán pruebas experimentales a un neutralizador Stockbridge (1Kg) para obtener la función de respuesta en frecuencia (FRF), así como la creación de un modelo matemático para obtener la FRF numérica. Mas adelante se aplicará inferencia bayesiana y método de las cadenas de markov de montecarlo para calibrar el modelo numérico (hallar β y α).

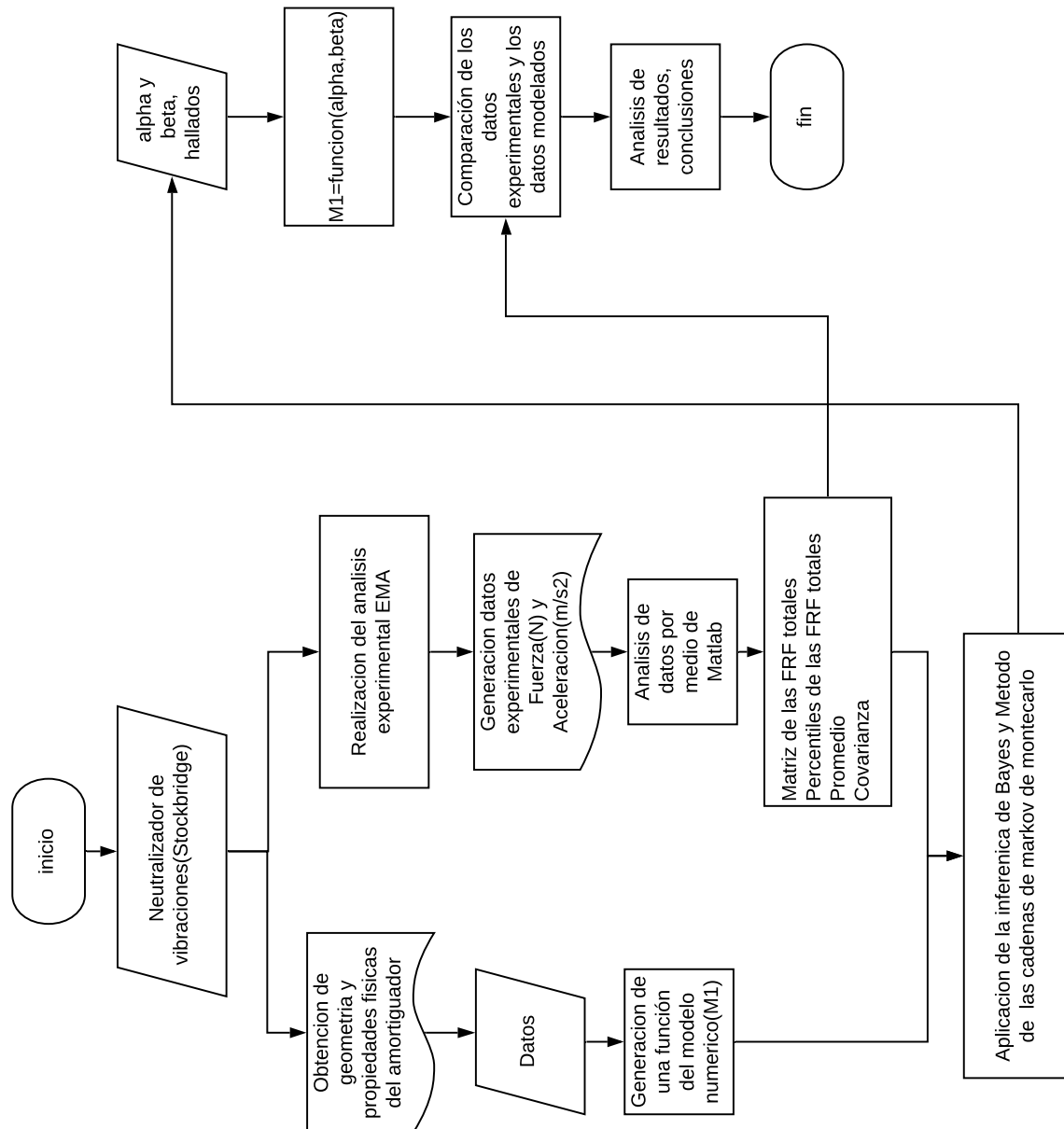


Figura 35. Diagrama de flujo de la metodología a seguir durante el presente proyecto.

4.1. Implementación de análisis modal experimental

La toma de datos se realizó ubicando el amortiguador en suspensión libre por medio de bandas elásticas fijadas a una estructura metálica rígida como se muestra en la figura 35. Esta configuración del amortiguador permite realizar golpes en la dirección vertical (Y) y a mantener el movimiento del mismo sobre este eje.



Figura 36. Amortiguador Stockbridge suspendido libremente.

Se configuraron los nodos en el software modal NVgate y unieron los puntos para crear la representación geométrica del amortiguador.

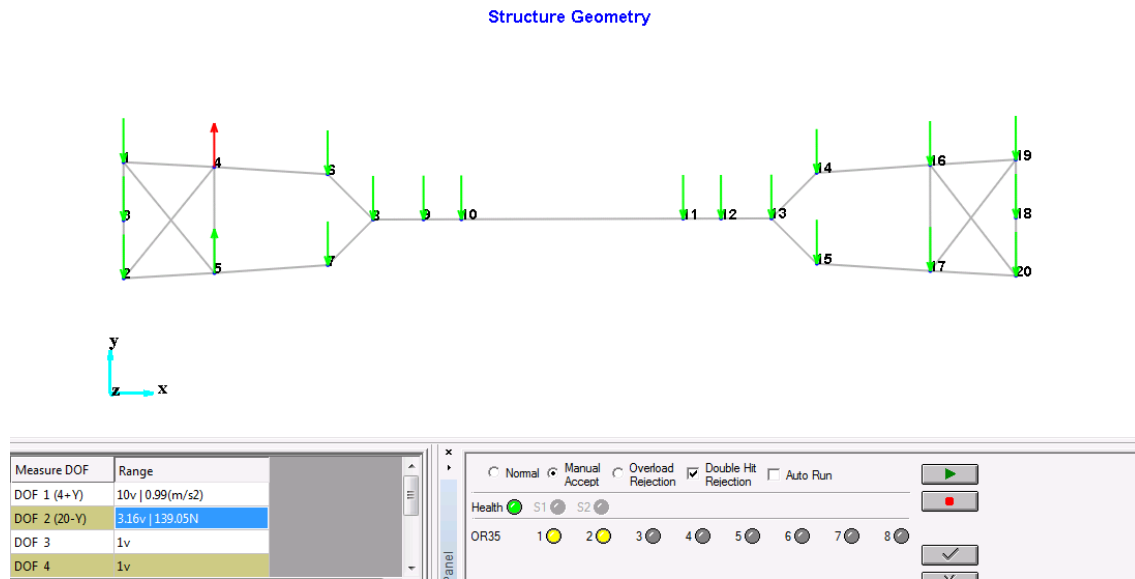


Figura 37. Configuración de nodos del amortiguador en el software NVgate.

Se marcaron los puntos de impacto y se ubicó el acelerómetro en la posición, para la prueba se utilizó el acelerómetro uniaxial 3145A, el cual se fijó con una cera especial debido a que el material de los contrapesos del amortiguador no es magnético, para asegurarnos de que el acelerómetro quedara en una posición vertical se usó un láser alineador y una regla de ángulo.

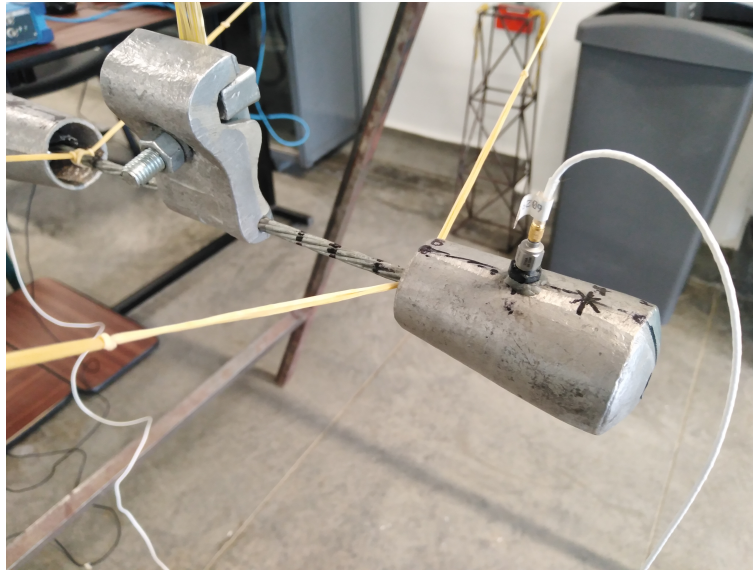
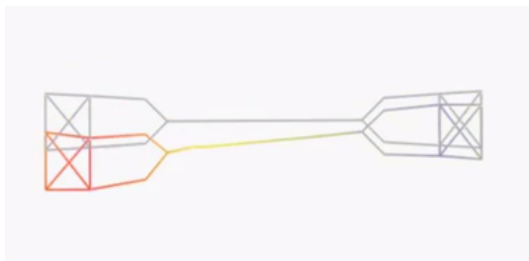


Figura 38. Marcación de puntos de impacto al amortiguador para prueba de análisis modal.

Se encontraron los primeros modos de vibración del amortiguador Stockbridge, los cuales se muestran a continuación:

Primer modo de vibración.



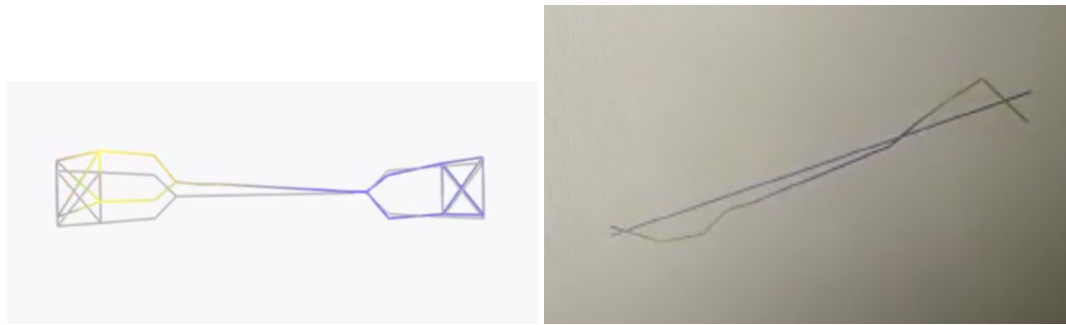
(a)



(b)

Figura 39. Primer modo de vibración amortiguador stockbridge, Frecuencia 26,95 Hz.

Segundo modo de vibración.

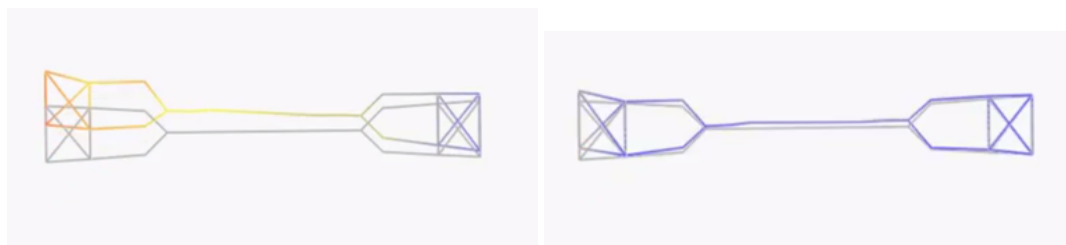


(a)

(b)

Figura 40. Segundo modo de vibración amortiguador Stockbridge, Frecuencia 54,11 Hz.

Tercer modo de vibración.



(a)

(b)

Figura 41. Tercer modo de vibración amortiguador Stockbridge, Frecuencia 68,88 Hz.

Estos modos de vibración nos sirven para predecir el comportamiento de la estructura, conociendo que el amortiguador genera varias respuestas de resonancia a bajas frecuencias se puede proponer realizar un estudio en el que se varíe la geometría del amortiguador con el fin de reducir estas respuestas y así disminuir posibles daños a causa de fatiga.

4.2. Método de obtención de datos experimentales.

Debido a que no fue posible utilizar el banco de pruebas propuesto para la toma de datos se optó por realizar la toma de datos de entrada de fuerza y salida de aceleración por medio de un martillo Hammer y un acelerómetro conectados al dispositivo de obtención de datos Oros y realizando pruebas de 50 impactos verificando tener una coherencia superior a 80 % durante el total de la prueba. El amortiguador se suspendió de la misma forma en la que se hizo durante la prueba de análisis modal, además se utilizó el mismo acelerómetro y el mismo material para la punta del martillo Hammer.



(a)

(b)

Figura 42. Suspensión y preparación del amortiguador para la toma de datos.

Se configuró la geometría del amortiguador y se seleccionaron los nodos de ubicación del acelerómetro y el nodo donde se va a aplicar la fuerza por medio del martillo.

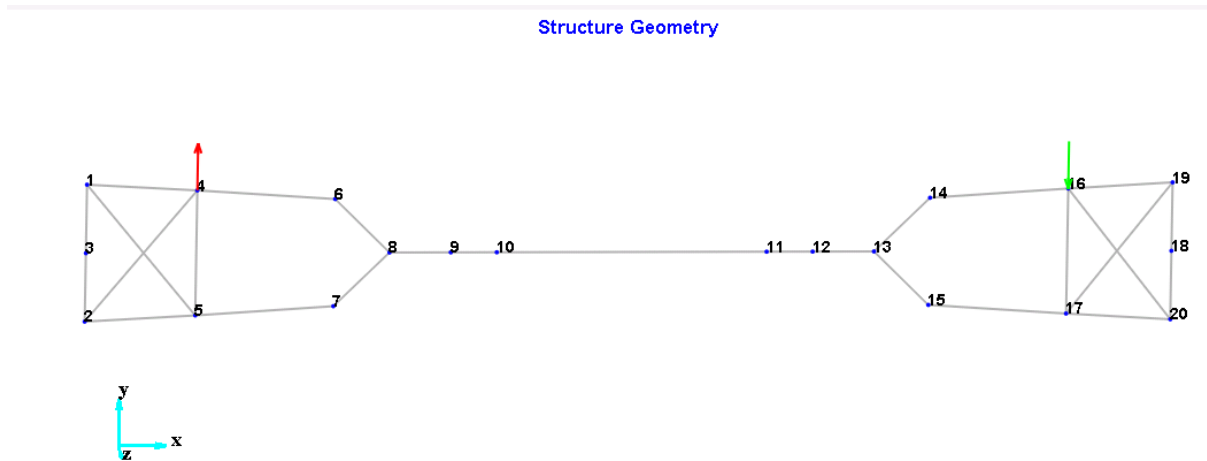


Figura 43. Nodos, ubicación del acelerómetro y el punto donde se aplicara la fuerza.

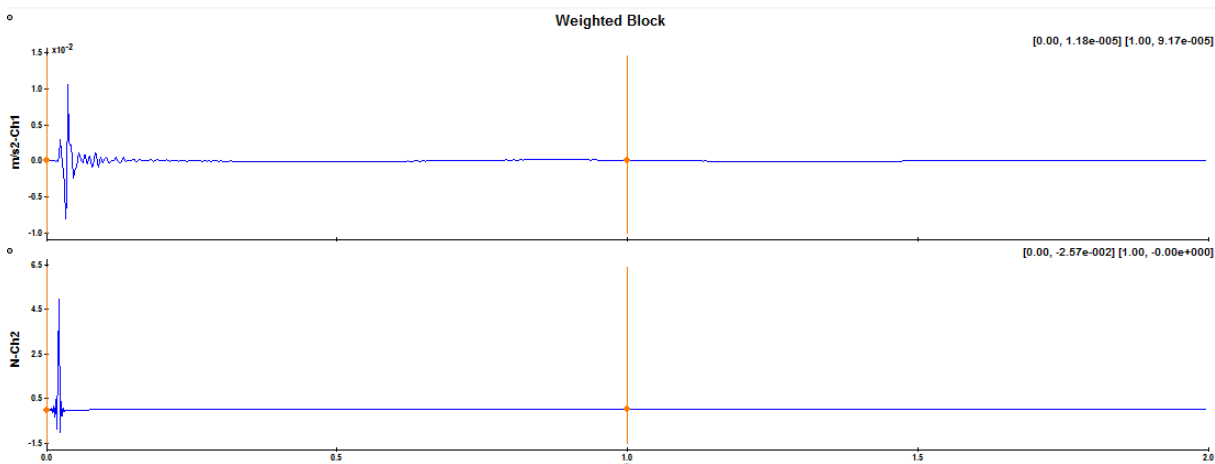


Figura 44. Comportamiento experimental del amortiguador Stockbridge durante el impacto.

A continuación de muestra una toma de datos de valores de fuerza y aceleración en función del tiempo.

FFT1: Weig [1]-Input 2: S001D002 None.16.-Y			FFT1: Weig [1]-Input 1: S		
Time	Acceleration	Force	Time	Acceleration	
s	m/s ²	N	s	m/s ²	
0	1,20E-05	-2,57E-02	0	1,20E-05	
1,95E+00	4,00E-06	-2,75E-02	1,95E+00	4,00E-06	
3,91E+00	-1,00E-05	-1,39E-02	3,91E+00	-1,00E-05	
5,86E+00	8,00E-06	-5,65E-02	5,86E+00	8,00E-06	
7,81E+00	-2,00E-06	3,47E-02	7,81E+00	-2,00E-06	
9,77E+00	2,30E-05	-1,40E-01	9,77E+00	2,30E-05	
1,17E+01	-1,90E-05	1,64E-01	1,17E+01	-1,90E-05	
1,37E+01	3,30E-05	-3,37E-01	1,37E+01	3,30E-05	
1,56E+01	-3,50E-05	4,73E-01	1,56E+01	-3,50E-05	
1,76E+01	7,10E-05	-8,90E-01	1,76E+01	7,10E-05	
1,95E+01	-8,50E-05	2,09E+04	1,95E+01	-8,50E-05	
2,15E+01	4,31E-04	4,93E+03	2,15E+01	4,31E-04	
2,34E+01	3,00E+00	-1,02E+04	2,34E+01	3,00E+00	
2,54E+01	1,48E+00	3,59E-01	2,54E+01	1,48E+00	
2,73E+01	-5,75E-04	-2,82E-01	2,73E+01	-5,75E-04	
2,93E+01	-1,39E+00	4,23E-02	2,93E+01	-1,39E+00	
3,12E+01	-3,60E+00	-1,12E-01	3,12E+01	-3,60E+00	
3,32E+01	-8,03E+00	-4,61E-02	3,32E+01	-8,03E+00	
3,52E+01	-5,31E+00	-6,45E-02	3,52E+01	-5,31E+00	
3,71E+01	1,06E+01	-6,43E-02	3,71E+01	1,06E+01	
3,91E+01	2,59E+00	-5,63E-02	3,91E+01	2,59E+00	
4,10E+01	2,23E+00	-6,05E-02	4,10E+01	2,23E+00	

Figura 45. Tablas de datos de fuerza y aceleración en función del tiempo.

Para obtener la FRF experimental del sistema son llamadas las tablas obtenidas durante las pruebas de laboratorio con el Oros desde excel en matlab y los datos son ingresados para su respectivo procesamiento, del cual tiene la siguiente función.

`[frf,f,coh]=modalfrf(x,y,fs,winlen,'Sensor','acc')`

Donde x representa la entrada de fuerza en N y la salida de aceleración en m/s², fs representa la frecuencia de muestreo, winlen que permite dividir la señal en segmentos, Sensor y acc que permiten especificar la señal de voltaje proporcional a la entrada de fuerza y salida de aceleración.

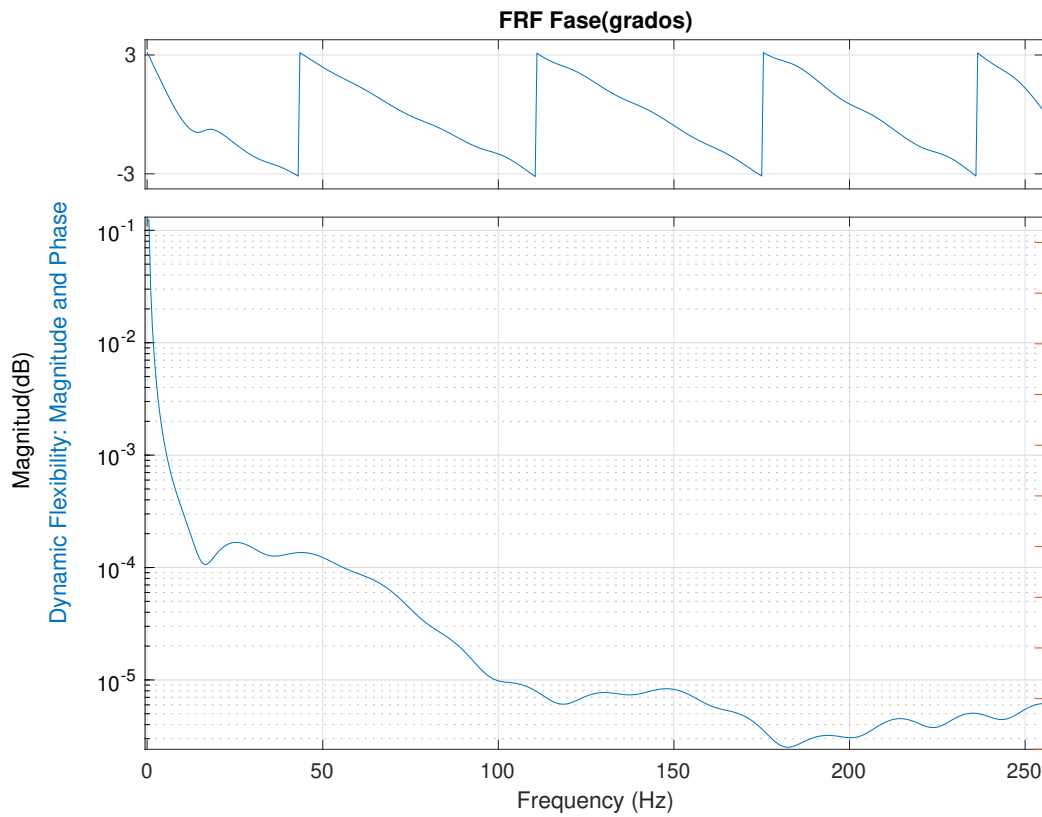


Figura 46. FRF de los datos experimentales.

Para la calibración del modelo y por implicaciones de la coherencia dentro de la prueba se estudia el modelo de 0.5 a 80Hz - estos datos son importantes para la industria, nos ayudan a predecir el comportamiento del amortiguador a bajas frecuencias-, la frf obtenida de la función modalfrf se pasa a decibelios (dB).

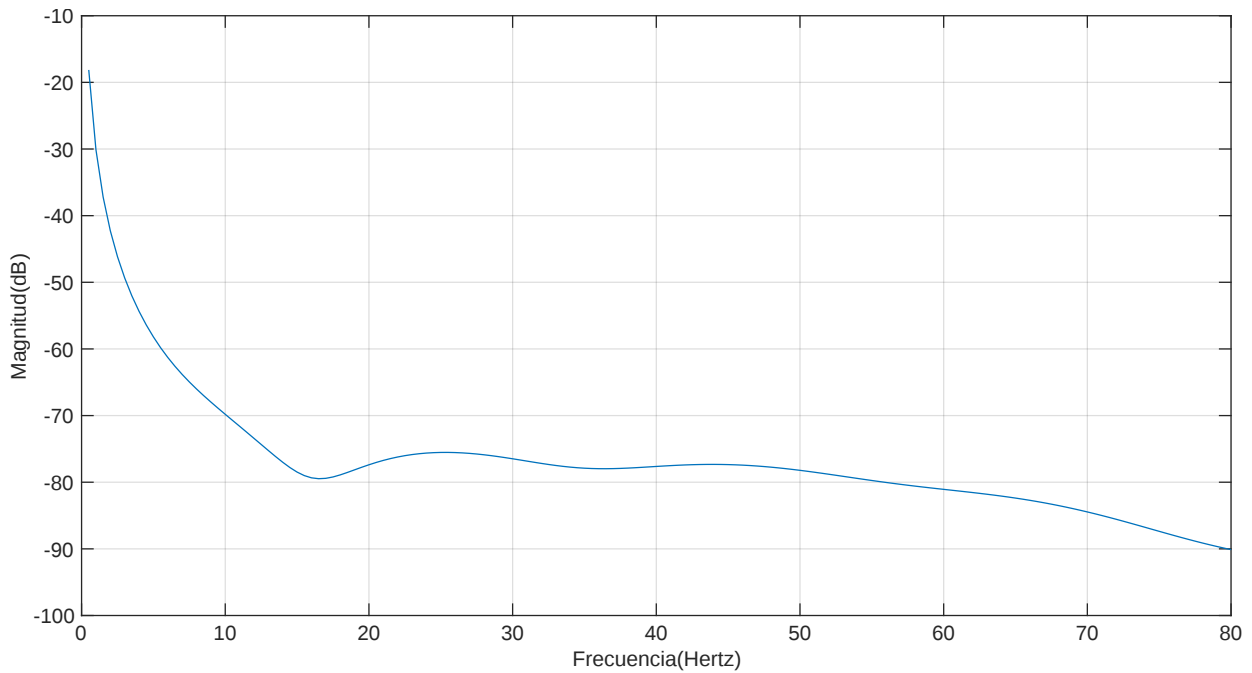


Figura 47. Comportamiento experimental de 0-80 Hz.

En la figura 48 se gráfica el total de pruebas realizadas y los percentiles, medida de posición usada en estadística que indica, una vez ordenados los datos de menor a mayor, el valor de la variable por debajo del cual se encuentra un porcentaje dado de observaciones en un grupo; es decir, el percentil del 5% es el valor bajo el cual se encuentran el 5% por ciento de las observaciones, en 5%, 50% y 95% de manera que permitiría indicar cual podría ser el rango de aceptación de las pruebas realizadas.

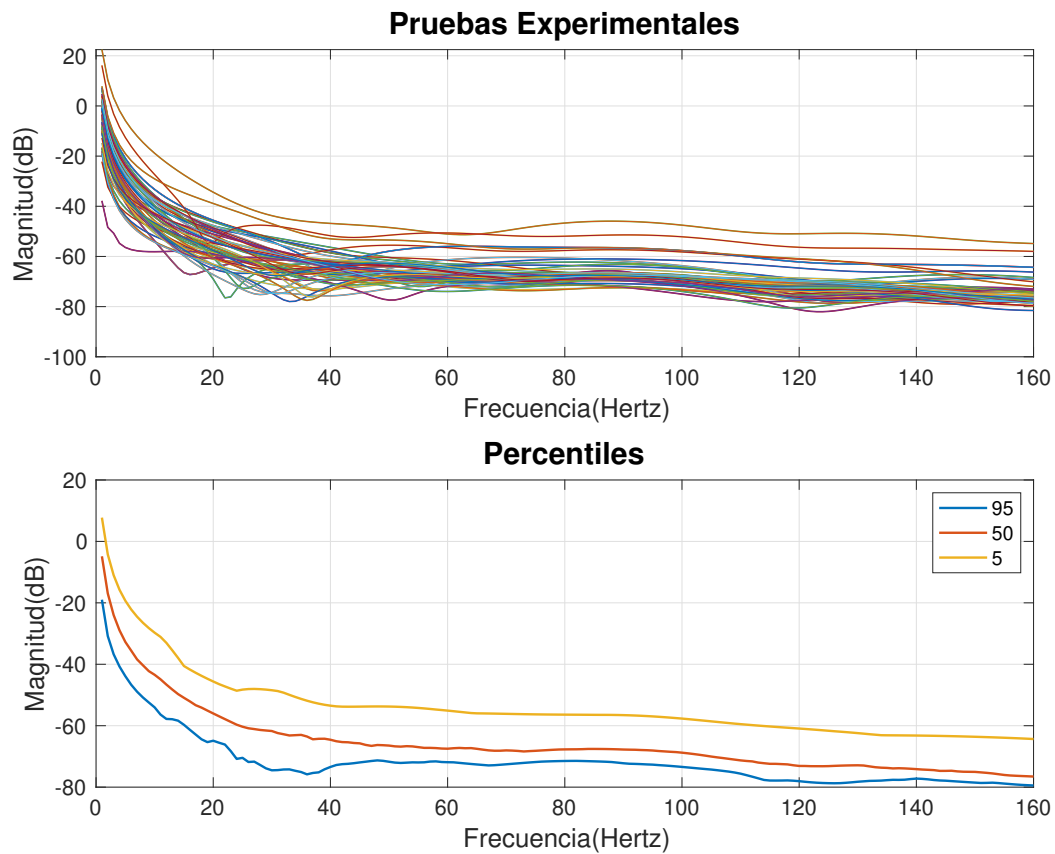


Figura 48. Comportamiento experimental de 0-80Hz

Para realizar el análisis de las pruebas es necesario separar la parte real de la imaginaria contenida en la FRF de las pruebas en la figura 48. Usando funciones de matlab

$X = \text{real}(Z)$, $Y = \text{imag}(Z)$, siendo X la parte real y Y la parte imaginaria.

$\text{RealdB} = \text{mag2db}(\text{abs}(X))$, $\text{ImagdB} = \text{mag2db}(\text{abs}(y))$, expresa en decibeles las medidas de magnitud especificadas en X y Y.

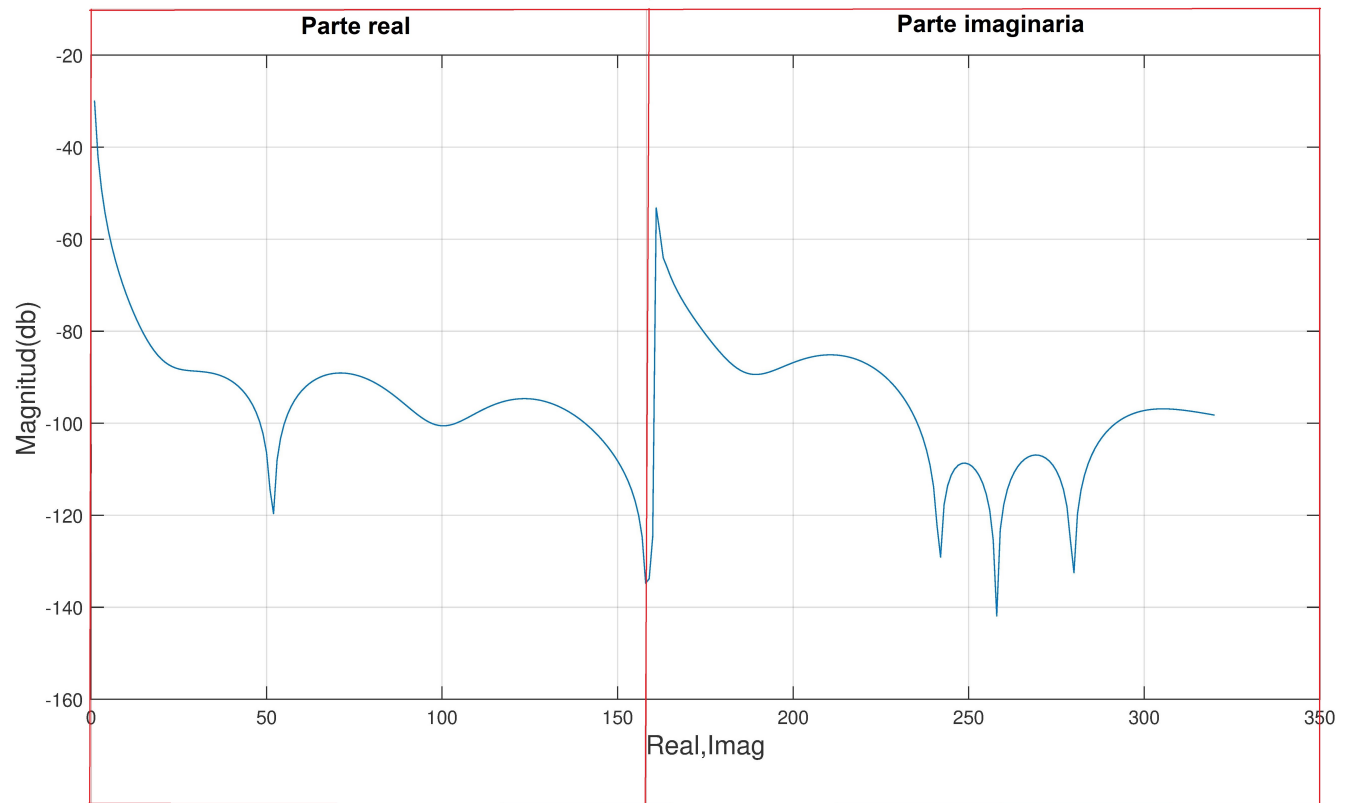


Figura 49. Representación de la parte real e imaginaria

$$Y_{exp} = \begin{Bmatrix} Realdb \\ Imagdb \end{Bmatrix} \quad (16)$$

De manera análoga se hace el mismo procedimiento para cada prueba experimental y se ingresa en una matriz global.

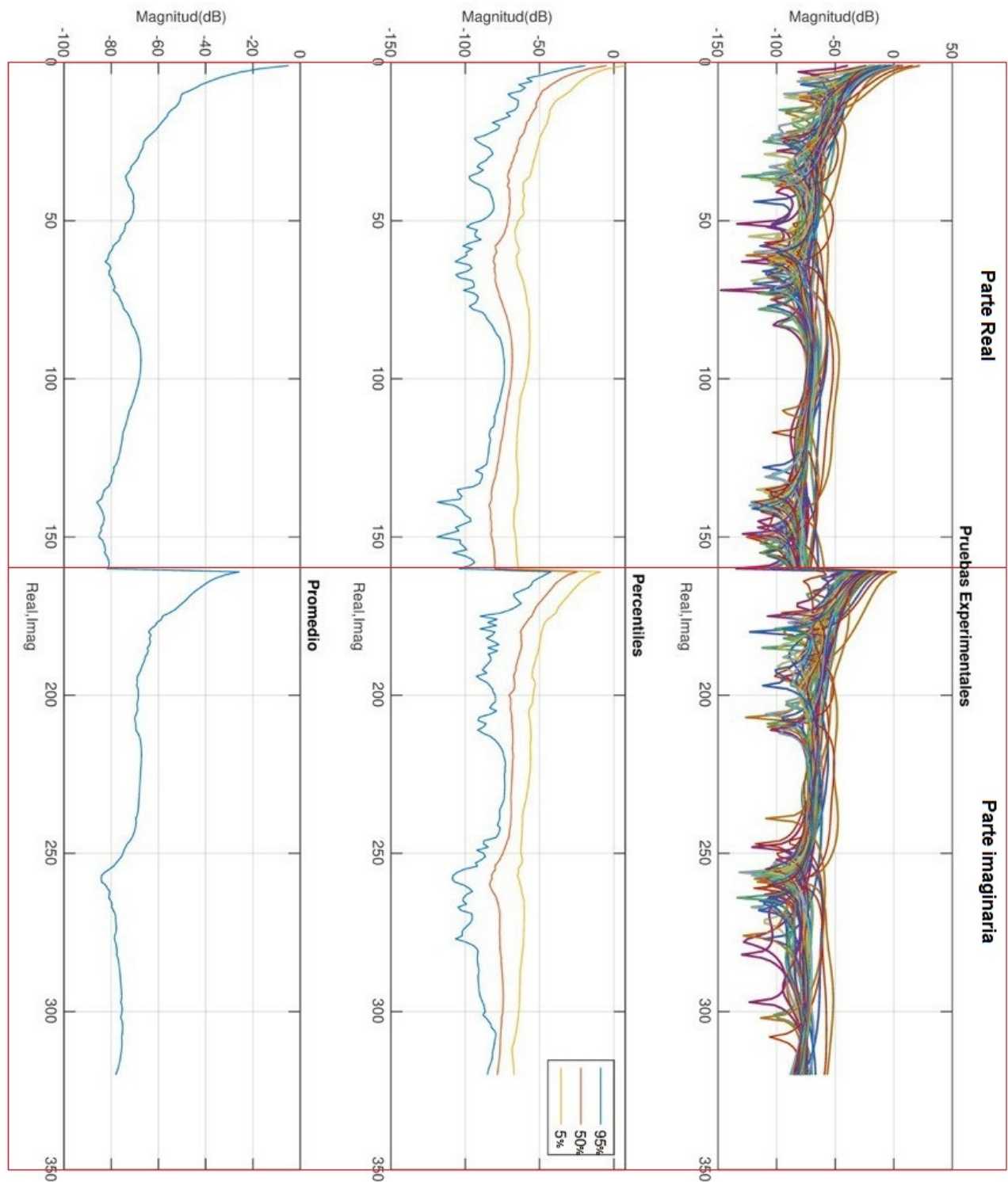


Figura 51. Funciones de probabilidad de los parámetros α y β

Dentro de la figura 66 se puede apreciar tres gráficas, de las cuales la primera representa el total de las pruebas, la segunda muestra los intervalos de confianza definidos por los percentiles , en este caso se analiza los percentiles del 5 %, 50 % y 95 %. En la tercera gráfica se muestra el promedio de los datos observados.

Se utilizaron las funciones mean y var para el procesamiento de datos.

Se usó la función mean para obtener el promedio de todas las pruebas experimentales

$$\mu = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N A_i \tag{17}$$

Una de las propiedades importantes para la calibración de modelo es el calculo de varianza, a partir de la función var, donde μ es el promedio ya previamente hallado.

$$V = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N |A_i - \mu|^2 \tag{18}$$

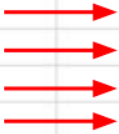
		Y1	Y2	Y3		Y50			Yprom	Yvar
Frecuencia(Hertz)	Real	0.5								
		..								
		..								
		..								
		..								
	Imaginario	80								
		0.5								
		..								
		..								
		..								
		..								
		80								

Figura 52. Vector de promedio y varianza

Como se ve en la figura 52, se aplican las funciones mean y var a la matriz global.

4.3. Modelo numérico del neutralizador de vibraciones (Stockbridge)

La finalidad del modelo numérico del neutralizador de vibraciones es que permita conocer el comportamiento dinámico de éste en función de la frecuencia, es decir, obtener la FRF del sistema a partir de varias salidas y entradas.

Se genera el modelo del amortiguador a estudiar por medio de la herramienta solidworks para entender mejor su estructura, además de obtener datos importantes como su inercia y confirmar la masa bajo geometría con materiales obtenidos de este.

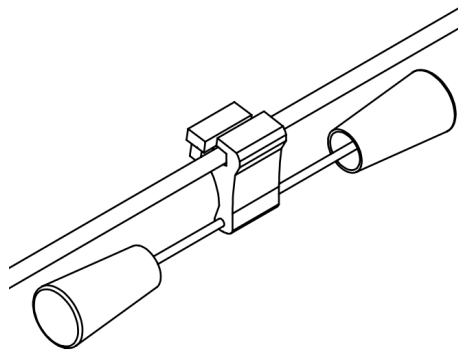


Figura 53. Modelo del amortiguador Stockbridge en SolidWorks.

Se utiliza como guía el trabajo de Amaral (2017) donde muestra un modelo en elementos finitos para obtener la matriz de masa (M), rigidez (K) y amortiguamiento (C), de un neutralizador de vibraciones. Los cables mensajeros se asumen como vigas en voladizo, los contrapesos y la base, se incluyen al modelo sumando sus masas e inercias, provocando fuerzas y torques.

La figura 54 muestra la posición bajo el cual se va a empezar a hacer el modelo numérico.

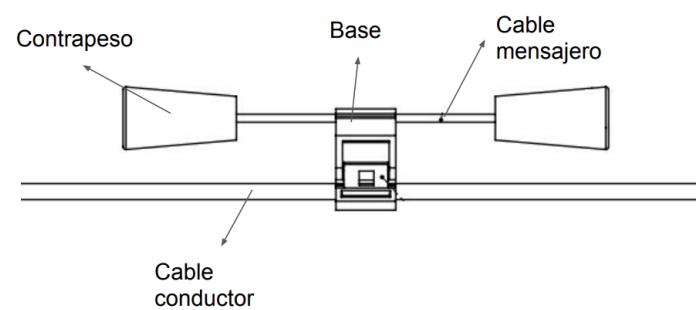


Figura 54. Posición del amortiguador bajo condiciones de ensayo.

Parte del modelo numérico del amortiguador es calcular las matrices globales de masa y rigidez; la base, los cables mensajeros, los contrapesos, y el cable conductor, se asumen como un conjunto de elementos vigas euler-bernoulli, en dos dimensiones, de diferente geometría (figura 57) y material (tabla 2).

Tabla 2
Descripción de Materiales

N° del Elemento	N,° de Pieza	Descripcion	Cantidad
1	Base	Aleacion de Alumino	1
2	Cable Mensajero	Acero Galvanizado	2
3	Contrapeso	Plomo	2

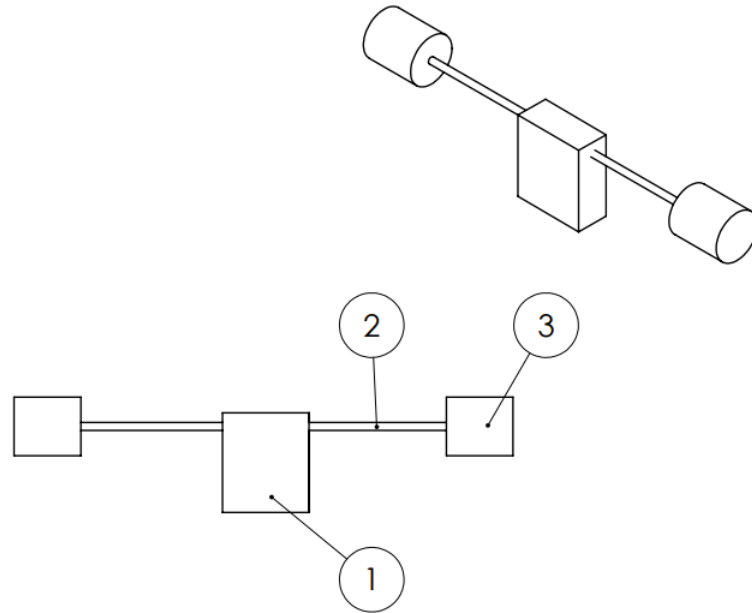


Figura 55. Amortiguador en forma de vigas Euler-Bernoulli.

En la figura 56 se muestra una viga euler bernoulli de dos dimensiones que contiene 6 grados de libertad, donde u_1 contiene el movimiento en el eje X, u_2 , el movimiento en el eje y, u_3 , es el movimiento angular en z, análogamente u_4 , u_5 y u_6 , pertenecen al otro extremo, de la viga. E , representa el módulo de young, A , la sección transversal e I , el momento de inercia, de la viga.

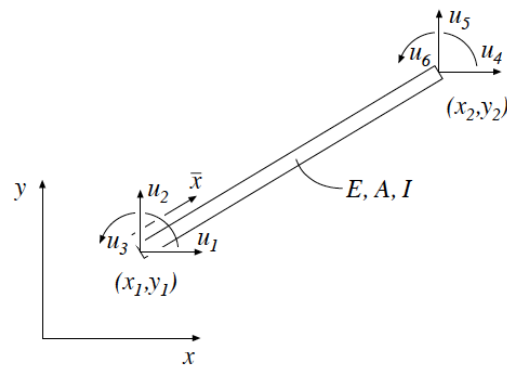


Figura 56. Diagrama de cuerpo libre una viga en dos dimensiones. Adaptado de MATLAB. (2012b). Matlab and statistics toolbox. Natick, Massachusetts: The MathWorks Inc

El modelo numérico está compuesto de 7 elementos; 2 contrapesos, 2 cables mensajeros, 1 base y 2 cables conductores. Se obtendrán alrededor de 8 nodos. Los grados de libertad presentes en cada nodo serán en el eje Y y el movimiento angular Z, es decir, dos grados de libertad. Por lo que el modelo numérico del neutralizador tendrá 16 GDL.

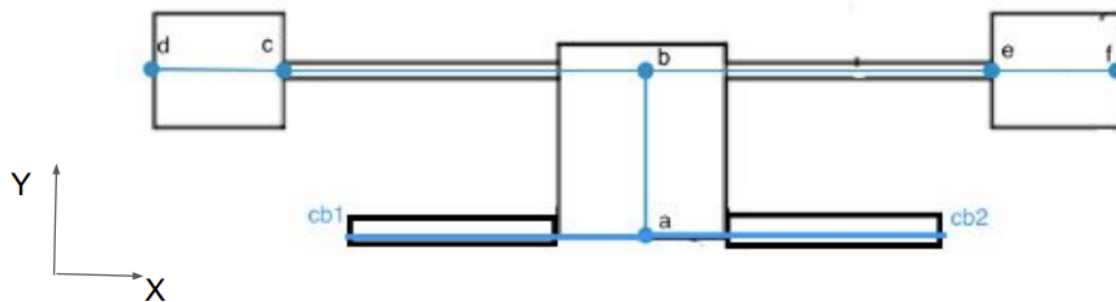


Figura 57. Distribución de nodos en el modelo numérico.

MATLAB (2012b), proporciona las matrices de rigidez (19) y masa (20) de una viga euler-bernoulli en dos dimensiones, junto a sus grados de libertad (GDL) (ver figura 56).

$$K = \begin{bmatrix} EA/L & 0 & 0 & -EA/L & 0 & 0 \\ 0 & 12EI/L^3 & 6EI/L^2 & 0 & -12EI/L^3 & 6EI/L^2 \\ 0 & 6EI/L^2 & 4EI/L & 0 & -6EI/L^2 & 2EI/L \\ -EA/L & 0 & 0 & EA/L & 0 & 0 \\ 0 & -12EI/L^3 & -6EI/L^2 & 0 & 12EI/L^3 & -6EI/L^2 \\ 0 & 6EI/L^2 & 2EI/L & 0 & -6EI/L^2 & 4EI/L \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$M = \begin{bmatrix} 140 & 0 & 0 & 70 & 0 & 0 \\ 0 & 156 & 22L & 0 & 54 & -13L \\ 0 & 22L & 4L^2 & 0 & 13L & -3 \\ 70 & 0 & 0 & 140 & 0 & 0 \\ 0 & 54 & 13L & 0 & 156 & -22L \\ 0 & -13L & -3L^2 & 0 & -22L & 4L \end{bmatrix} \quad (20)$$

Para las matrices relacionadas a los contrapesos(cp) y los cables mensajeros(cm), se elimina $u1$ y $u4$, ya que se introducirá una fuerza en el eje Y, y los movimientos en el eje X no serán de importancia para el estudio del amortiguador por lo que serán eliminados los grados de libertad

relacionados a este. Finalmente los grados de libertad serían u_2 , u_3 , u_5 y u_6 (ver figura 56).

Las matrices de rigidez de los contrapesos (cp) y cables mensajeros (cm), son iguales, respecto al los mismos grados de libertad, aun así con diferentes propiedades (E, A e I).

$$K_{cp} = K_{cm} = \begin{bmatrix} 12EI/L^3 & 6EI/L^2 & -12EI/L^3 & 6EI/L^2 \\ 6EI/L^2 & 4EI/L & -6EI/L^2 & 2EI/L \\ -12EI/L^3 & -6EI/L^2 & 12EI/L^3 & -6EI/L^2 \\ 6EI/L^2 & 2EI/L & -6EI/L^2 & 4EI/L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_2 \\ u_3 \\ u_5 \\ u_6 \end{bmatrix}$$

$$M_{cp} = M_{cm} = \begin{bmatrix} 156 & 22L & 54 & -13L \\ 22L & 4L^2 & 13L & -3 \\ 54 & 13L & 156 & -22L \\ -13L & -3L^2 & -22L & 4L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_2 \\ u_3 \\ u_5 \\ u_6 \end{bmatrix}$$

En el caso de la base(b), una viga vertical, es necesario poner las variables de cada barra en un marco de coordenadas común, o globales. Por lo que es necesario multiplicar sus matrices de rigidez (21) y masa (22), por la matriz de rotación (23), rotado $\theta = 90$, en el plano global. Respecto a sus grados de libertad se omitirán el movimiento vertical (u_2 , u_4).

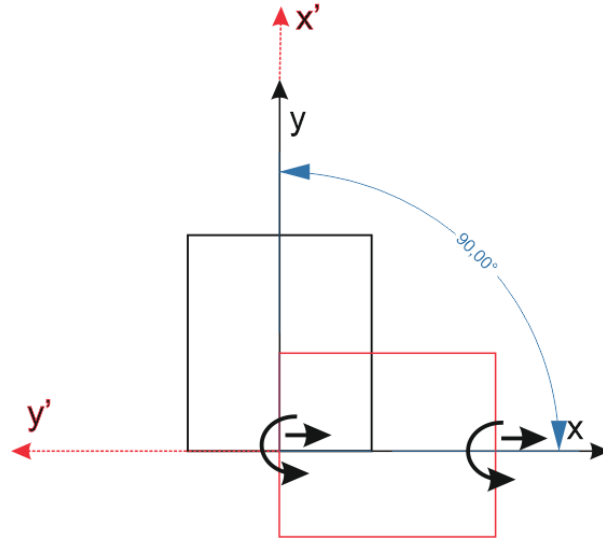


Figura 58. Rotacion de la base.

$$\hat{K} = \begin{bmatrix} EA/L & 0 & -EA/L & 0 \\ 0 & 4EI/L & 0 & 2EI/L \\ -EA/L & 0 & EA/L & 0 \\ 0 & 2EI/L & 0 & 4EI/L \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$\hat{M} = \begin{bmatrix} 140 & 0 & 70 & 0 \\ 0 & 4L^2 & 0 & -3 \\ 70 & 0 & 140 & 0 \\ 0 & -3L^2 & 0 & 4L \end{bmatrix} \quad (22)$$

$$T = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (23)$$

$$Kb = T\hat{K}T' \quad (24)$$

$$Mb = T\hat{M}T' \quad (25)$$

Ya definidas las matrices de masa, amortiguamiento y rigidez, de cada elemento se genera la matriz global del sistema, donde los subíndices de 1 representa el movimiento en Y y 2 el movimiento angular. Se especifica la entrada de fuerza al sistema en el nodo f , de manera que se pueda recrear las condiciones de ensayo de las pruebas experimentales y se obtenga la FRF adecuada.

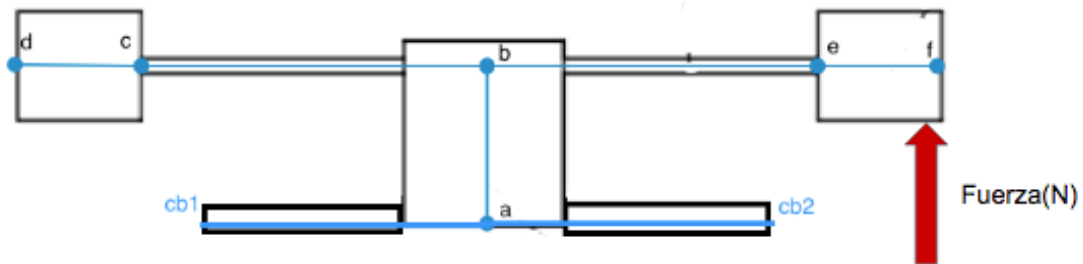


Figura 59. Distribución de nodos

Es importante establecer las condiciones de contorno es decir los puntos de empotramiento, los puntos de empotramiento serán cb1 y cb2, por lo que las filas y columnas relacionados se eliminan. Finalmente se suman a los nodos relacionados dentro de la matriz global.

$$K_{cb1} = \begin{bmatrix} 12EI/L^3 & -6EI/L^2 \\ -6EI/L^2 & 4EI/L \end{bmatrix}, \quad M_{cb1} = \begin{bmatrix} 156 & -22L \\ -22L & 4L \end{bmatrix} \quad (26)$$

$$K_{cb2} = \begin{bmatrix} 12EI/L^3 & 6EI/L^2 \\ 6EI/L^2 & 4EI/L \end{bmatrix}, \quad M_{cb2} = \begin{bmatrix} 156 & 22L \\ 22L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (27)$$

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
		D1	D2	C1	C2	B1	B2	E1	E2	F1	F2	A1	A2
1	D1												
2	D2												
3	C1												
4	C2												
5	B1												
6	B2												
7	E1												
8	E2												
9	F1												
10	F2												
11	A1												
12	A2												

Figura 60. Ensambaje de matrices locales

La introducción de amortiguación viscosa(C) implica el acoplamiento de las ecuaciones de movimiento, a menos que la amortiguación sea proporcional. La amortiguación proporcional se expresa en términos de dos constantes α y β (Bathe, 1996).

$$C = \beta M + \alpha K \quad (28)$$

Sustituyendo (1) la ecuación de movimiento, se obtiene

$$[M][\ddot{x}] + [\beta M + \alpha K][\dot{x}] + [K][x] = [F](t) \quad (29)$$

Después de haber generado el modelo en elementos finitos del amortiguador, se hace un modelado de espacio de estados para relacionar la matriz global con la función de transferencia, que nos permitirá conocer el comportamiento en función de la frecuencia. En la ecuación (30), donde $\mathbf{A}(t)$ se denomina matriz de estado, $\mathbf{B}(t)$ es la matriz de entrada, $\mathbf{C}(t)$ matriz de salida y $\mathbf{D}(t)$ matriz de transmisión directa.

$$\dot{X}(t) = [A(t)]X(t) + [B(t)]U(t) \quad (30)$$

$$Y(t) = C(t)X(t) + D(t)U(t) \quad (31)$$

$$\begin{Bmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [0] & [I] \\ -M^{-1}K & -M^{-1}D \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ M^{-1} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ F_1(t) \end{Bmatrix} \quad (32)$$

$$\begin{Bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{Bmatrix} = [0 \quad I] \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} + 0 \quad (33)$$

La función *ss* de matlab permite conocer la función de transferencia de cada grado de libertad del sistema. Para estudiar el amortiguador se pasa a evaluar la función de transferencia entre las frecuencias 0.5-80Hz, escogiendo el punto de contrapeso(d) en el grado de libertad *Y*, debido a que va a ser el punto a estudiar en las pruebas de laboratorio.

$$\text{Sys} = \text{ss}(A, B, C, D)$$

Con el fin de darle sensibilidad a la parte disipativa, no se trabajará en magnitud, en cambio se separará la parte imaginaria y la real, del sistema Rao (2010).

$$Hd = \begin{Bmatrix} X + Yi \\ \vdots \end{Bmatrix} \quad (34)$$

Se pasan los valores a decibelios.

$$\text{Xmag} = \text{mag2db}(\text{abs}(\text{real}(Hd))), \text{Ymag} = \text{mag2db}(\text{abs}(\text{imag}(Hd)))$$

$$M1 = \begin{Bmatrix} Xmag \\ Ymag \end{Bmatrix}^{nx1} \quad (35)$$

Finalmente la función de predicción de modelo es:

$$M1 = \text{fcnmodelo}(\text{par}, W)$$

Se encuentra en función del vector par, contiene los parámetros β y α y W es la frecuencia.

4.4. Métodos estocásticos

4.4.1. Problema inverso. Los problemas inversos se encuentran típicamente en situaciones donde se hace observaciones indirectas de una cantidad de interés. En la teoría de la inversión estadística reformula los problemas inversos como problemas de inferencia estadística mediante estadísticas Bayesianas. En las estadísticas Bayesianas, todas las cantidades se modelan como variables aleatorias. La aleatoriedad, que refleja la incertidumbre del observador con respecto a sus valores, se codifica en las distribuciones de probabilidad de las cantidades. Desde la perspectiva de la teoría de la inversión estadística, la solución a un problema inverso es la distribución de probabilidad de la cantidad de interés cuando toda la información disponible se ha incorporado al modelo. Esta distribución, llamada distribución posterior, describe el grado de confianza sobre la cantidad después de que se haya realizado la medición (Jari Kaipio, 2004).

El acercamiento a la inversión estadística esta basada en los siguientes principios:

1. Todas las variables incluidas en el modelo están modeladas como variables aleatorias.

2. La aleatoriedad describe el grado de información de acuerdo a sus realizaciones,
3. El grado de información de acuerdo a estos valores esta codificado en las distribuciones de probabilidad,
4. La solución al problema inverso es la distribución de la probabilidad posterior,

En la práctica es difícil determinar los parámetros de amortiguamiento del elemento por ensamble de elementos finitos, en particular porque las propiedades de amortiguamiento dependen de la frecuencia. Por esta razón, la matriz de amortiguamiento (C) es en general no ensamblada de las matrices de amortiguamiento del elemento, pero es construida usando la matriz de masa y rigidez del ensamblaje completo del elemento, junto con resultados experimentales de la cantidad de amortiguamiento del sistema (Bathe, 1996).

$$C = \beta M + \alpha K \quad (36)$$

Dentro del modelo numérico realizado por método de elementos finitos, la matriz de amortiguamiento es importante para el comportamiento dinámico del amortiguador, siendo β y α variables desconocidas y de interés. Para el problema inverso particular considerado aquí, los parámetros desconocidos a estimar son $\theta = (\alpha, \beta)$, se calibra el modelo, de modo que el comportamiento dinámico entre ambos modelos (experimental y teorico) sea parecido. Cabe aclarar que debido a que la calibración del modelo se hizo a través de pruebas experimentales, estas pueden llegar a contener cierto grado de error e incertidumbre, por lo que las variables encontradas se modelan con este.

Llamamos a la variable aleatoria directamente observable Y la medición, y su realización $Y = y_{observable}$ en el proceso de medición real los datos. La variable aleatoria no observable θ , contiene los parámetros α y β , que es de interés primario se llama desconocida. Las variables que no son observables ni de interés primario se denominan parámetros o ruido, según la configuración pueden ser (Daniela Calvetti, 2007):

1. Medición de ruido en los datos.
2. Modelo de observacion incompleto.

En particular en la literatura clásica de problemas inversos, el ruido se modela como aditivo y mutuamente independiente de la desconocida. Se asumirá la relación entre el conjunto de medidas Y , el modelo de predicciones $Y_{mod}(\theta, X)$ con error aditivo, puede ser descrito como:

$$Y = Y_{mod}(\theta, X) + E \quad (37)$$

Donde el operador $Y_{mod} : R^{n\theta} \times R^{nx} \rightarrow R^{ny}$ asigna los parametros del modelo $\theta \in \Theta \subset R^{n\theta}$ y las entradas conocidas $X \in \chi \subset R^{nx}$ (como, por ejemplo, las condiciones iniciales y de contorno, la fuerza de excitación) a las cantidades observables $Y \in \Upsilon \subset R^{ny}$. La variable aleatoria n_y dimensional E en la ecuación (37) representa el error de predicción, que puede abarcar tanto la medición (ruido del sensor) como los errores de modelado. El modelo de probabilidad del error de predicción se elige aquí para que sea un ruido gaussiano con media cero y matriz de varianza Σ_e , es decir, $E \sim (0, \Sigma_e)$ (Hernández y cols., 2017).

La solución al problema inverso es encontrar la distribución de los parámetros θ , dada la observación realizada de Y , es decir, la distribución "*posterior*", $\pi(\theta|Y)$, en el teorema de Bayes.

$$\pi(\theta|Y) = \frac{\pi(Y|\theta)\pi_{pr}(\theta)}{\pi(Y)} \quad (38)$$

Donde $\pi(Y|\theta)$, es llamada función "*verosimilitud*" (probabilidad), porque expresa la probabilidad de diferentes medidas de salida, dado un $X = \theta$. $\pi_{pr}(\theta)$, representa probabilidad "*prior*"(previa) y expresa el estado de conocimiento antes que cualquier evidencia o información antes de la de la medición(Jari Kaipio, 2004). Finalmente, $\pi(Y)$ es la distribución marginal de probabilidad de los datos Y (comúnmente referido como la evidencia) y definida por la siguiente ecuación(Hernández y cols., 2018).

$$\pi(Y) = \int_{\Theta} \pi(x,y)dx = \int_{\Theta} \pi(x|y)\pi_{pr}(x)dx \quad (39)$$

Afortunadamente, cuando se utilizan enfoques basados en muestreo como, por ejemplo, los algoritmos Markov-ChainMonteCarlo (MCMC) para explorar el PDF posterior $\pi(\theta|Y)$, la evidencia $\pi(Y)$ se convierte en un factor de escala constante y su cálculo no es necesario para la mayoría de los algoritmos MCMC

Suponiendo que los parámetros del modelo θ y el error de predicción E son mutuamente

independientes, la distribución de probabilidad $\pi(Y|\theta)$ se puede escribir de la siguiente manera

$$\pi(Y|\theta) = \pi_E(Y - Y_{mod}(\theta, X)) = \frac{1}{(2\pi)^{nY} |\Sigma_e|^{1/2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} (Y - Y_{mod}(\theta, X))^T \Sigma_e^{-1} (Y - Y_{mod}(\theta, X)) \right\} \quad (40)$$

Donde $\pi(Y|\theta) = \pi_E(Y - Y_{mod}(\theta, X))$ denota PDF Gaussiano elegido para el error de predicción E.

El único valor faltante sería la PDF "Prior" $\pi(\theta)$ la cual, tendrá un valor constante, ya que al no tener el conocimiento del estado actual del dominio de todos los parámetros constitutivos que conforman el dominio de los parámetros θ estos poseen la misma probabilidad de ocurrir, es decir, se asume equiprobabilidad. Finalmente, a partir de todo lo establecido anteriormente la función de probabilidad posterior se determina como:

$$\pi(\theta|Y) \propto \pi(Y|\theta)\pi(\theta) \quad (41)$$

Con (40) en (41).

$$\pi(\theta|Y) \propto \frac{1}{(2\pi)^{nY} |\Sigma_e|^{1/2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} (Y - Y_{mod}(\theta, X))^T \Sigma_e^{-1} (Y - Y_{mod}(\theta, X)) \right\} \quad (42)$$

Se puede concluir que de la ecuación de (42) al generar muestras de los parámetros que

indiquen la probabilidad de la "likelihood", se van a tener muestras que generen la probabilidad en la "posterior".

4.4.2. Markov chain Monte Carlo. Un método de Monte Carlo de cadena de Markov (MCMC) es cualquier método que produce estados (muestras extraídas) de una cadena de Markov ergódica $\{\theta^{(1)}, \theta^{(2)}, \dots, \theta^{(Nmc)}\}$ para la simulación de un objetivo distribución $\pi(\theta)$. Este método permite extraer muestras secuencialmente, de modo que la distribución de la muestra $\theta^{(r)}$ depende solo de la última muestra extraída $\theta^{(r-1)}$. Esas muestras se pueden usar para aproximar la distribución de probabilidad, o incluso para calcular integrales como las requeridas para calcular $E[\theta|Y]$ en la ecuación (14). La principal ventaja de los métodos MCMC es que son conceptualmente simples y los algoritmos se describen fácilmente (Hernández y cols., 2017).

Estos métodos se basan en una densidad objetivo $\pi(\theta)$, en una densidad T propuesta a partir de la cual se pueden tomar muestras de las muestras candidatas $\theta^{(c)}$ y en alguna probabilidad de aceptación $\tilde{\alpha}$ que se utilizará al evaluar la idoneidad de aceptar a este candidato. Los cambios básicos entre ellos están asociados con el aumento en la tasa de convergencia del PDF estacionario y con la mejora de los índices de aceptación (Hernández y cols., 2017).

4.4.2.1. Algoritmo Metropolis-Hastings. El algoritmo Metropolis-Hastings (MH) es un procedimiento simple para generar muestras a partir de una distribución objetivo $\pi(\theta)$. En términos generales, la secuencia de estados $\{\theta^{(1)}, \theta^{(2)}, \dots, \theta^{(Nmc)}\}$ comienza en un estado inicial $\theta^{(0)}$ y para cada paso j un estado candidato $\theta^{(c)}$ se extrae de una distribución de propuesta $T(\theta^c|\theta^{j-1})$ que depende únicamente del estado anterior θ^{j-1} . El nuevo estado candidato θ^c se acepta o rechaza de acuerdo con un nivel de probabilidad a_{MH} . Con respecto a la propuesta PDF,

generalmente se elige de modo que sea fácil extraer muestras de $\theta \sim T(\theta^c|\theta^{j-1})$ (Hernández y cols., 2017).

En cuanto al algoritmo MH en sí, su implementación para simular la distribución objetivo se presenta en el Algoritmo MH en el que ya adoptamos que el objetivo PDF $\bar{\pi}(\theta)$ objetivo corresponde al PDF posterior $\pi(\theta|Y)$ definido en la ecuación (39), es decir, $\bar{\pi}(\theta) = \pi(\theta|Y)$.

Algoritmo MH

1. Defina el número de muestra N_{mc} .
2. Elija el estado inicial para la cadena Markov $\theta^{(0)}$.
3. for $j= 1$ a N_{mc} do
4. Sortear un estado de muestra candidato $\theta^{(c)}$ para la propuesta $T(\theta^c|\theta^{j-1})$.
5. Calcular la probabilidad de aceptación $a_{MH}(\theta^c|\theta^{j-1})$ para el estado candidato θ^c .

$$a_{MH}(\theta^c|\theta^{j-1}) = \min \left\{ 1, \frac{\pi(\theta|Y)T(\theta^{(j-1)}|\theta^{(c)})}{\pi(\theta^{(j-1)}|Y)T(\theta^c|\theta^{j-1})} \right\}$$

6. Muestra u de una PDF uniforme: $u \sim U(0, 1)$.
7. if $u \leq a_{MH}(\theta^c|\theta^{j-1})$ then.
8. Aceptar la muestra del estado candidato θ^c , luego $\theta^j = \theta^c$.
9. else

10. Rechazar la muestra del estado candidato θ^c , luego $\theta^j = \theta^{j-1}$.
11. end
12. $j=j+1$
13. end
14. Descartar las primeras muestras N_b periodo de calentamiento).

5. Análisis de resultados

5.1. Análisis de resultados algoritmo numérico

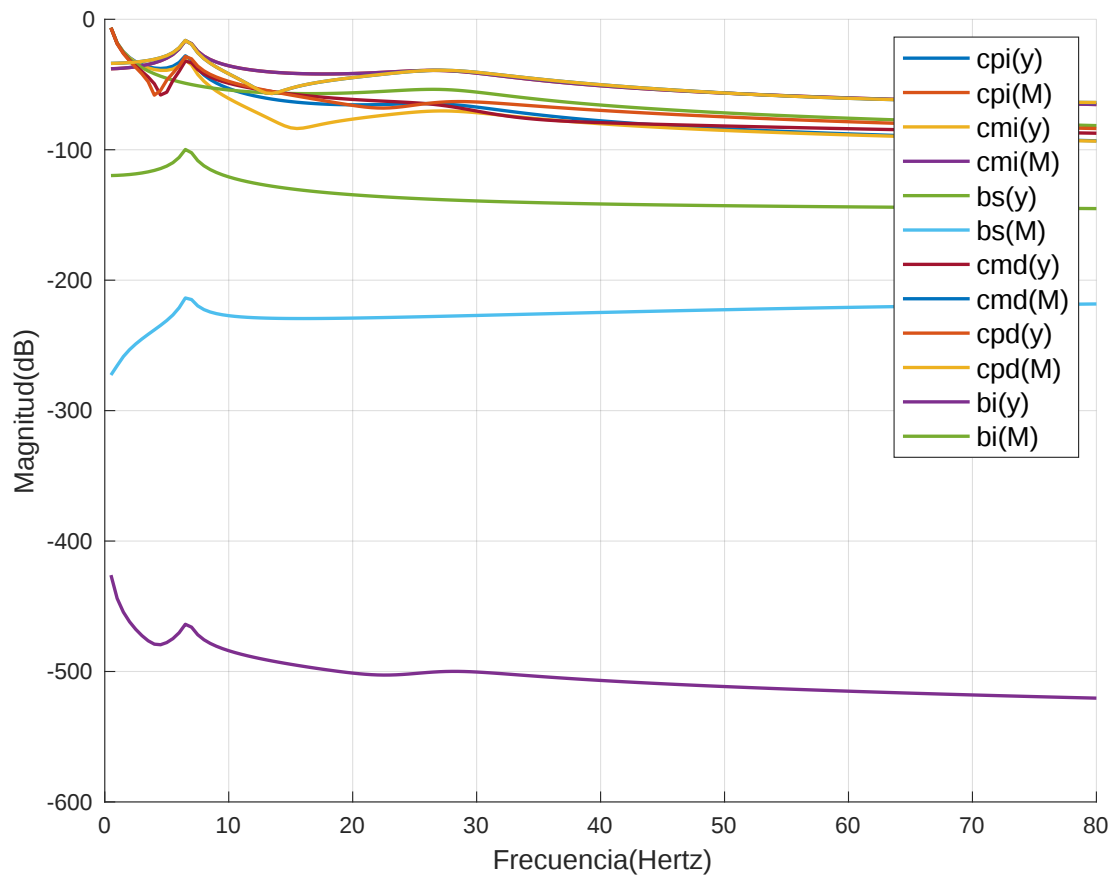


Figura 61. Gráfica en magnitud (dB) de todos los grados de libertad.

Dentro de algoritmo desarrollado en el proyecto se puede conocer el análisis dinámico de cada grado de libertad presente en el amortiguador, donde para un $\alpha = 0.0010$ y $\beta = 0.3$ (ver figura 61, se aprecia la formación de picos, lugares en donde estarán las formas de modo del amortiguador, es decir, donde puede llegar a entrar en resonancia. Los lugares donde habrá menos

energía será la parte inferior de base, mientras que el otro conjunto tendrá energía similar.

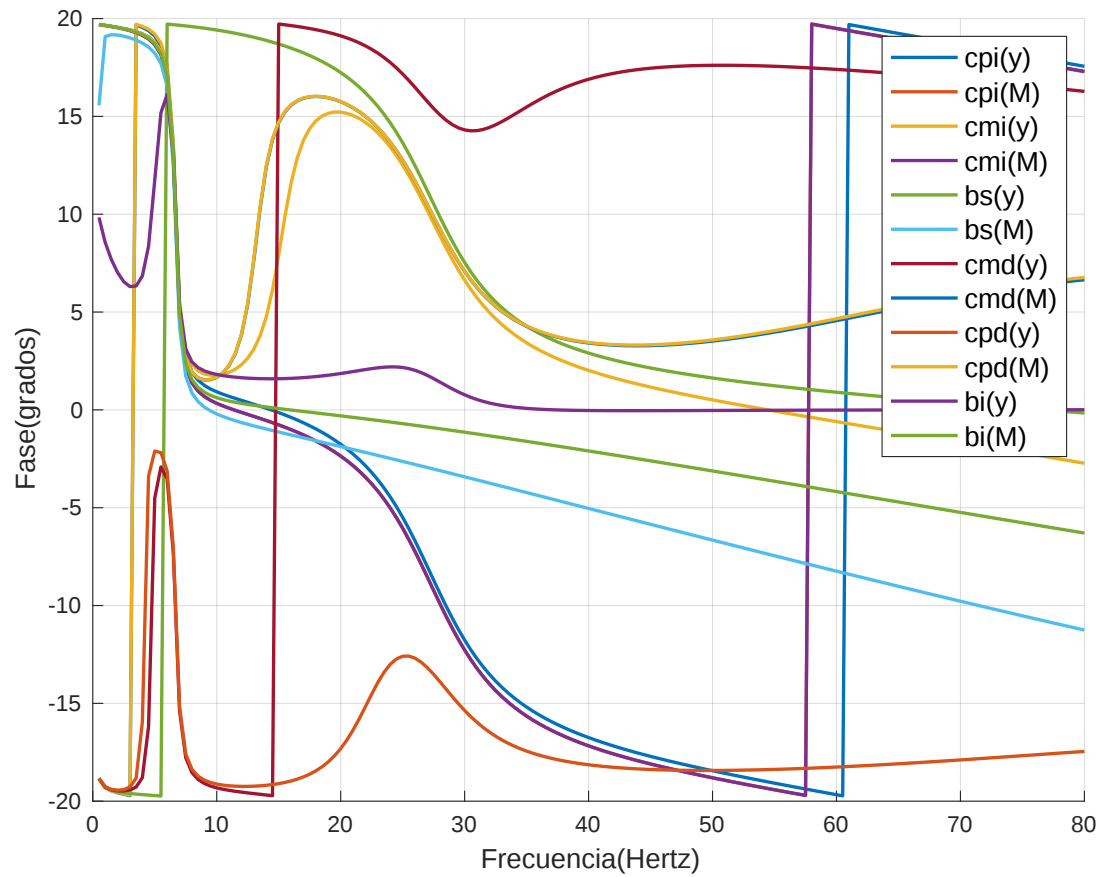


Figura 62. Gráfica de la fase (grados) de todos los grados de libertad.

En la figura 62, permite evaluar el desplazamiento en fase de las señales a la salida del amortiguador respecto a la entrada para una frecuencia determinada.

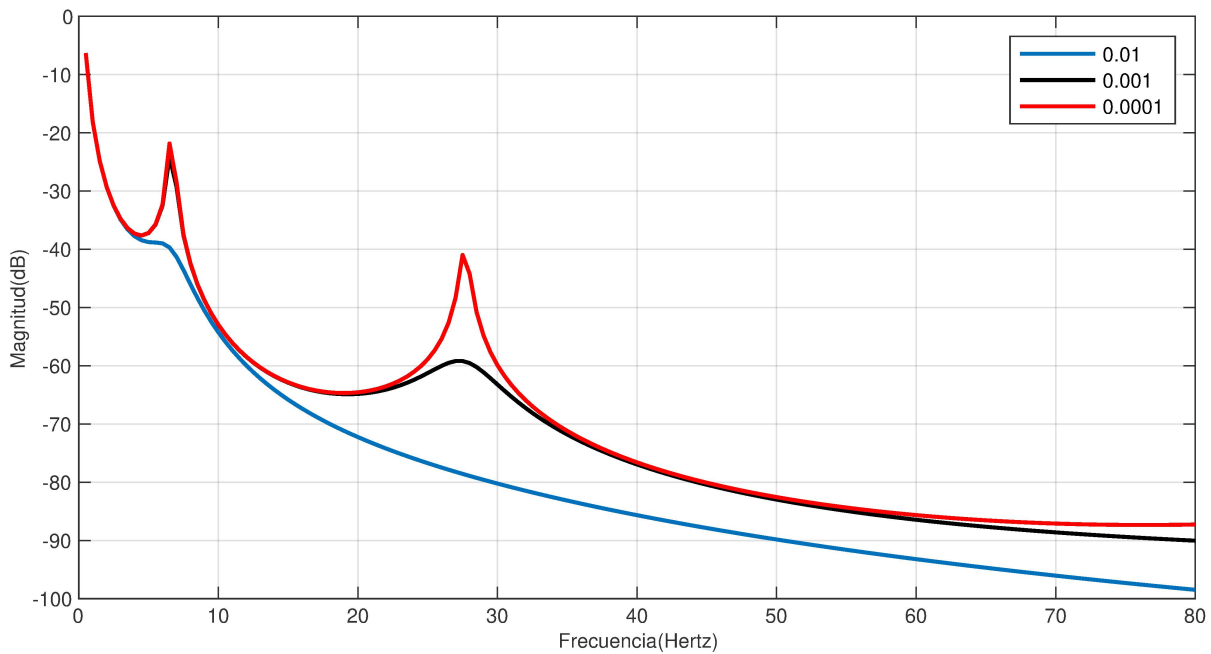


Figura 63. Comportamiento del modelo numerico a diferentes α .

En la figura 63 se puede observar, que a medida que cambia el valor de α ($C=\beta[M]+\alpha[K]$) hacia valores mas cercanos a cero, el tamaño de los picos va en aumento.

5.2. Calibración del modelo numérico del neutralizador de vibraciones (Stockbridge)

Para la calibración del modelo se estableció un proceso de 20,000 iteraciones, como valores iniciales para comenzar las iteraciones se estableció $\beta = 0.35$ y $\alpha = 0.001$, se puede ver en la figura 64 las cadenas de markov de los parámetros β y α .

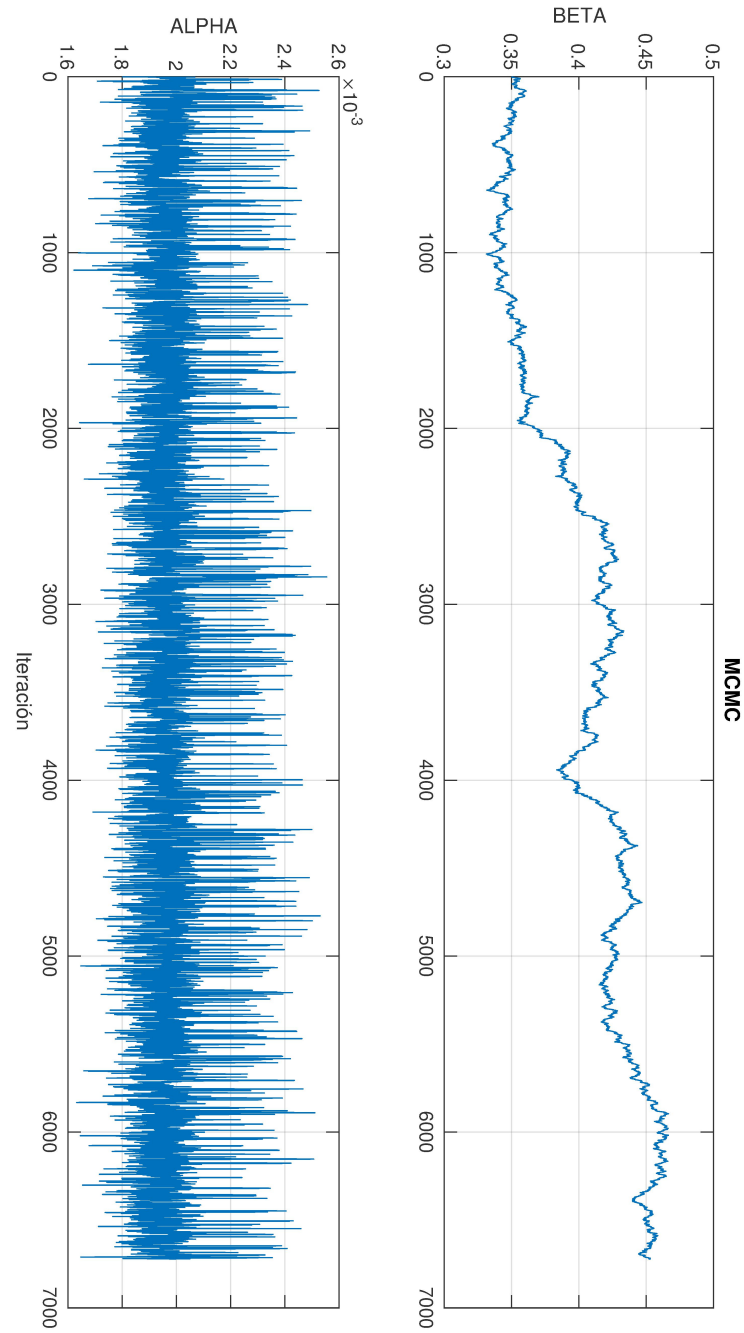


Figura 64. Cadenas de Markov (β , α).

En la figura 64 se puede observar las cadenas de markov de los parámetros α y β , que representan las búsqueda de estos hasta encontrar un par que permitirá que modelo numérico se asemeje al experimental. Comenzando desde un origen demarcado, se ve la aceptación de estos a medida que avanzan las iteraciones, donde en un principio el modelo empezará a hacer la búsqueda y adquirirá una tendencia a aumentar o disminuir a medida que encuentre los indicados.

```

tiempo: 409.96 segundos
La tasa de aceptación es: 33.62 %
El conjunto de Parametros son:
-----
BETA: 0.4552
ALPHA: 0.0020
-----

```

Figura 65. Parámetros obtenidos.

En la figura 65, se ve el resultado de las cadenas de markov, donde, para hacer el correcto análisis de los parámetros se debe saber en que punto las cadenas se vuelven estables. Se genera un muestreo 'burning' de los ultimos 1000 datos y se promedian para obtener los parámetros.

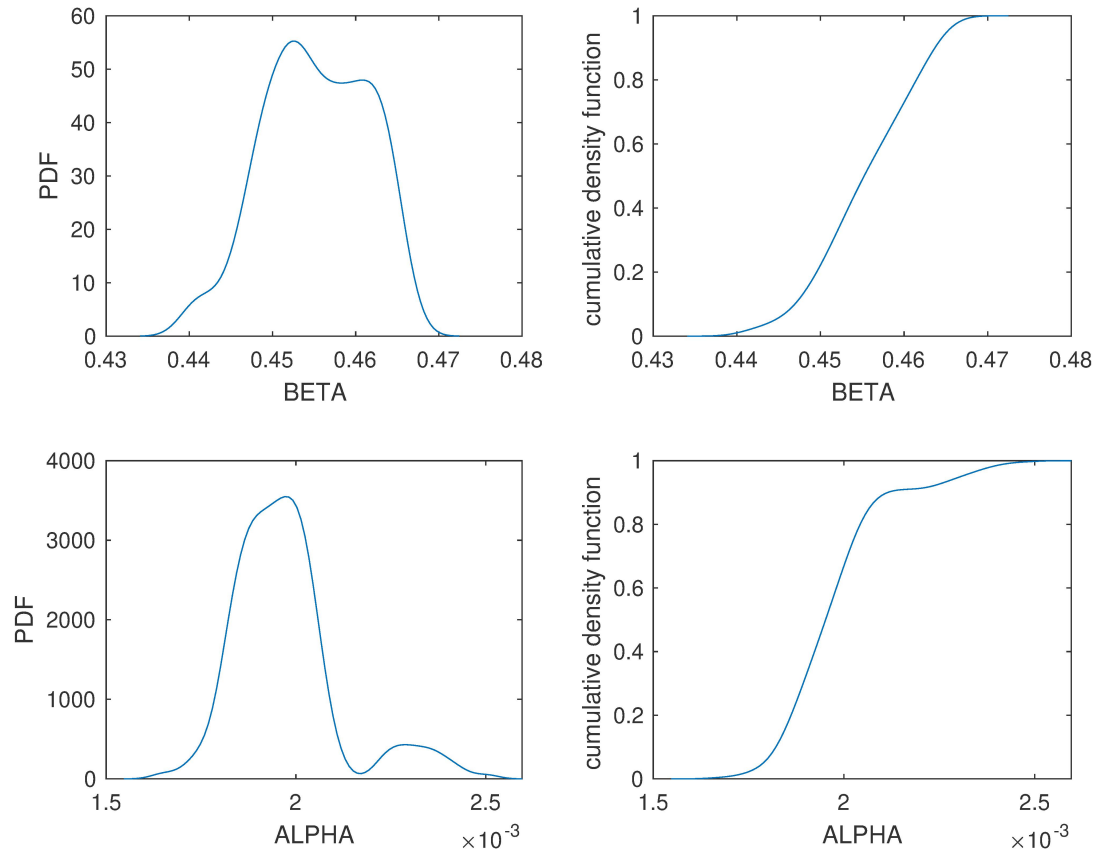


Figura 66. Funciones de probabilidad de los parámetros α y β .

La figura 66, muestra las funciones de densidad (PDF) para observar el rango en el que se encuentra cada parámetro α y β , a partir de las cadenas de markov, así como sus concentraciones en todo su dominio. En la parte derecha se puede ver la función de densidad acumulativa que permite ver el porcentaje en el que se pueda encontrar el parámetro a hallar, para el parámetro β se ve que hay un 80% de probabilidad que se encuentra entre 0.44 y 0.46, mientras que para α hay un pendiente mucho mas pronunciada debido al corto rango en la PDF, por lo que se estima

que α que hay un 80% de posibilidad de encontrar el parámetro entre $1.7e-3$ y $2.1e-3$

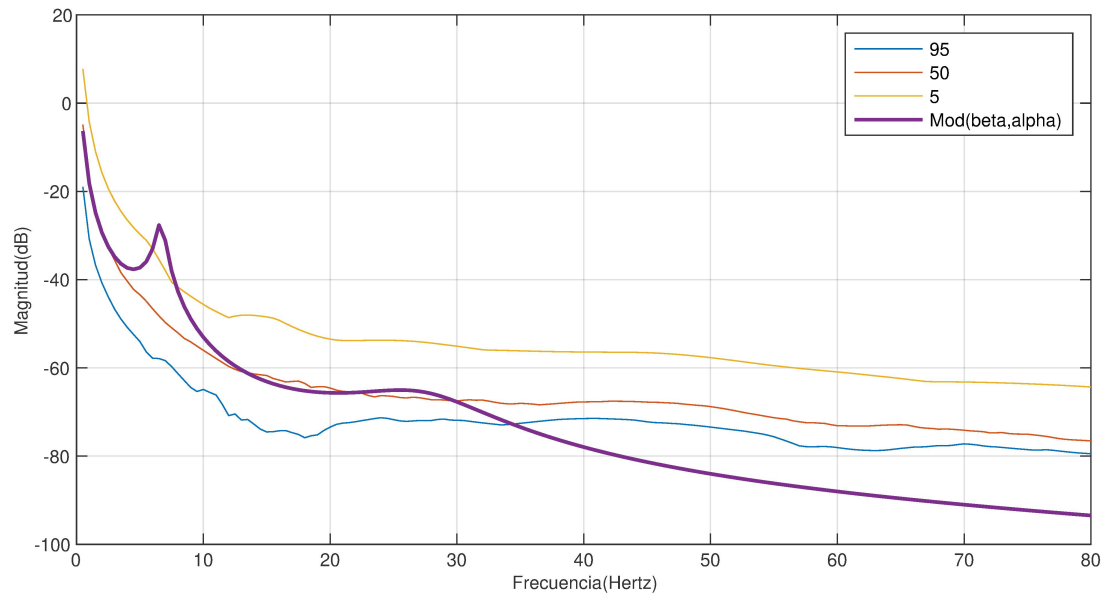


Figura 67. Comparación de las curva modelada y percentiles de las curvas experimentales.

En la figura 67, se superpone la curva hallada con los nuevos parámetros y los percentiles (5%, 50% y 95%) de los datos experimentales de manera que se pueda corroborar hasta que frecuencia el modelo es valido. Se puede ver que hasta 35 hertz el modelo numérico cumple con el experimental, aun así se mantiene muy cerca a su comportamiento

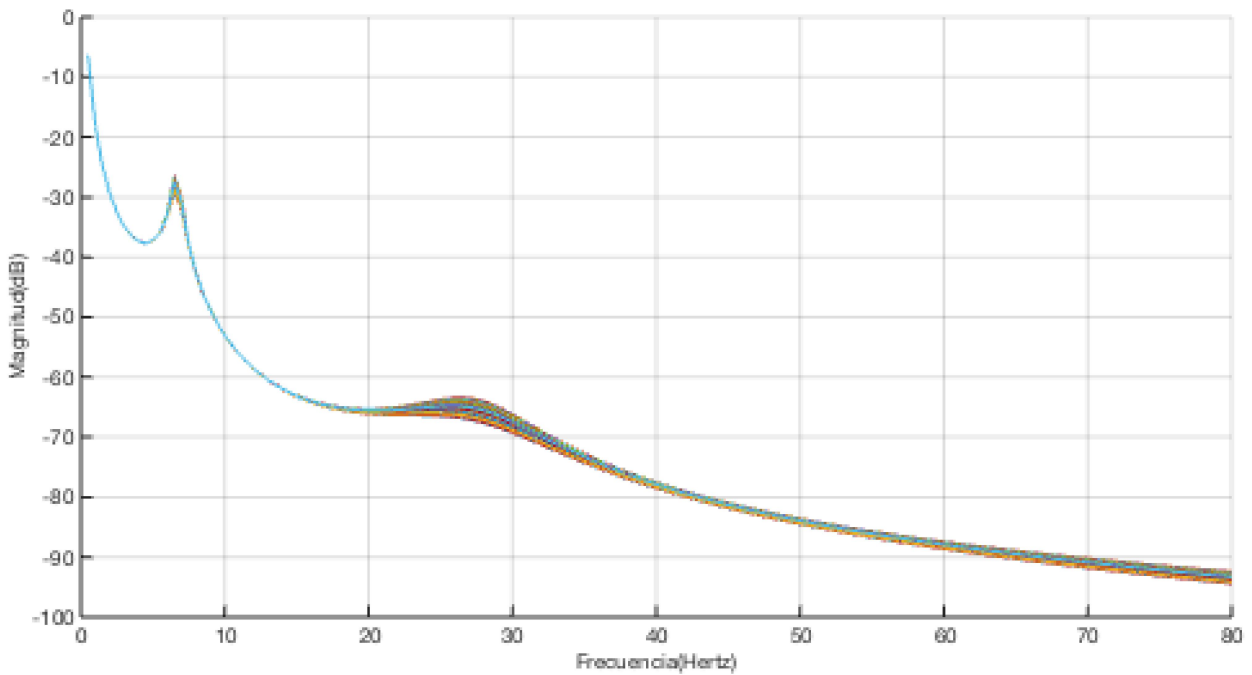


Figura 68. Curvas del modelo numérico en función de las PDF de α y β .

Al aplicar método de monte carlo, se evalúa el modelo numérico en intervalos con media de 0.45 y 0.2, con sigma de $0.7e-3$ y 0.03, es decir que se evaluara el modelo numérico dentro de las PDF halladas. En la figura 68, se observa el numero total de curvas dentro de la PDF de α y β .

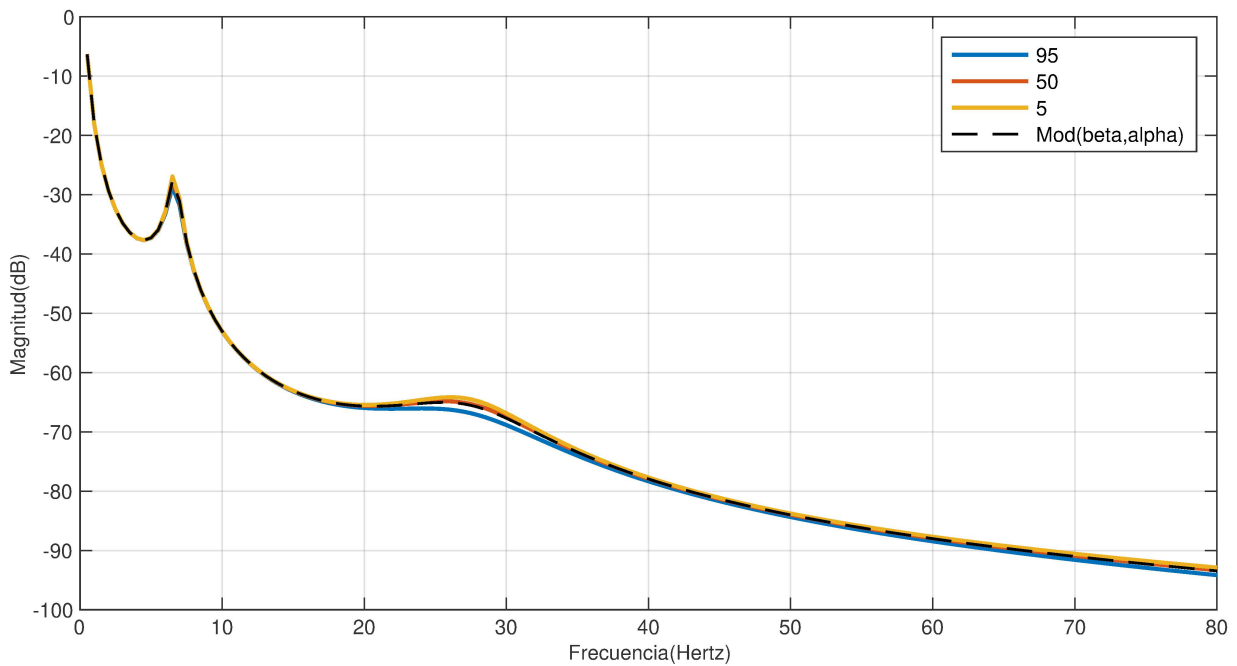


Figura 69. Gráfica del método de montecarlo.

Se calculan los percentiles y se superpone la curva modelada con los parámetros hallados ($\beta=0.455$, $\alpha=0.002$), se demuestra que el promedio (percentil= 50 %) total de curvas se encuentra sobre la curva modelada.

6. Conclusiones

- Para cargas superiores a 30 Newtons -compresión y tensión- en los anillos de tensión el comportamiento del banco fue el esperado. Debido a las condiciones de precarga de los anillos sensores de tensión, además del alto ruido y distorsión de la señal de voltaje presente al momento de someter el amortiguador a un impacto con el Hammer la respuesta del banco fue casi nula. Se decidió promediar los valores de voltaje de salida para realizar la caracterización de los anillos de tensión.
- Se logró la creación de un modelo numérico, de 16 grados de libertad y compuesto de un ensamblaje de 7 elementos finitos, que describiese el comportamiento dinámico del amortiguador, El modelo numérico sirvió para hallar la matriz de amortiguamiento (damping), considerándose como un problema inverso.
- A partir de la implementación de análisis modal experimental en pruebas de laboratorio, se logró encontrar las tres primeras formas de modo del amortiguador Stockbridge de 1 kilogramo; La primera forma de modo a 26,95 Hz, la segunda a 54,11 Hz y la tercera a 68,88 Hz. La coherencia durante toda la prueba no fue aceptable para un rango superior a 100 Hz, esto a causa del error humano que se comete a la hora de realizar el impacto y el desnivel de la superficie de impacto. Se requiere de una instrumentación de alta sensibilidad debido a la característica hueca del amortiguador y su alta rigidez.
- Se logró la calibración del modelo dinámico del amortiguador por medio de inferencia Ba-

yesiana, dando como resultado los parámetros $\beta=0.4552$ y $\alpha=0.002$ para la matriz de amortiguamiento (damping) del sistema.

- Al aplicar el método de montecarlo, el promedio de las curvas aleatorias se encontró sobre la curva calibrada, y se halló una tendencia hacia los parámetros hallados.
- El modelo calibrado del amortiguador es aceptable hasta 35Hz, debido a que en este punto la gráfica del comportamiento dinámico del amortiguador se sale del rango de los percentiles de las curvas experimentales.

Trabajos futuros

- Mejorar el modelo numérico de amortiguador intentando modelar el cable de alta tensión y ver el desempeño de este en el.
- Explorar técnicas de inferencia bayesiana para encontrar parámetros, para los cuales los métodos deterministas les es difícil encontrar, a través de datos disponibles.
- Generar modelos numéricos para los otros tipos existentes de amortiguador usados en cables de alta tensión.
- Caracterizar las condiciones atmosféricas que afectan la redes de alta tensión en la geografía colombiana para facilitar mas estudios en el país.
- Mejorar el banco de fuerza y hacer pruebas para su caracterización, de manera que pueda ayudar en futuras investigaciones en el campo de vibraciones.

- Hacer uso de métodos estocásticos para hallar constantes de transferencia de calor a través de toma de datos de bancos experimentales y la realización de su modelo matemáticos.

7. Recomendaciones

- Considerar las condiciones de precarga en los anillos sensor de tensión antes de pegar las galgas, debido a que generan deformaciones y pueden limitar la capacidad de la galga.
- Tener una base fija para el proceso de fijación de las galgas, ya que es muy importante la precisión en cuanto su posición en el anillo.
- Se debe tener la misma longitud en los cables conductores, ya que esto influye en cuanto la resistencia.

Referencias Bibliográficas

- Almeida, R. A., Vaz, D. C., Urgueira, A. P., y Borges, A. J. (2012). Using ring strain sensors to measure dynamic forces in wind-tunnel testing. *Sensors and Actuators A: Physical*, 185, 44 - 52. Descargado de <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0924424712004633> doi: <https://doi.org/10.1016/j.sna.2012.07.024>
- Amaral, G. R. d. (2017). Metodologia experimental para determinação da eficácia de neutralizadores dinâmico de vibração para cabos aéreos.
- Bathe, K.-J. (1996). *Finite element procedures* (2nd ed., Vol. Part 1-2). Prentice Hall. Descargado de <http://gen.lib.rus.ec/book/index.php?md5=773193DCE1506AA0F1582736720AE520>
- Carlo Rainieri, G. F. a. (2014). *Operational modal analysis of civil engineering structures: An introduction and guide for applications* (1.^a ed.). Springer-Verlag New York. Descargado de <http://gen.lib.rus.ec/book/index.php?md5=078714cf193c7c8b634defd1d53c09c7>
- Chen, B., Wu, X., y Peng, X. (2007). Finite element analysis of ring strain sensor. *Sensors and Actuators A: Physical*, 139(1), 66 - 69. Descargado de <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0924424707001112> (Selected Papers From the Asia-Pacific Conference of Transducers and Micro-Nano Technology (APCOT 2006)) doi: <https://doi.org/10.1016/j.sna.2007.02.027>

- Daniela Calvetti, E. S. (2007). *Introduction to bayesian scientific computing: Ten lectures on subjective computing*. Springer. Descargado de <http://gen.lib.rus.ec/book/index.php?md5=2E11192E15F629B00F2BBB04A58829DC>
- Hernández, W., Castello, D., Roitman, N., y Magluta, C. (2017). Thermorheologically simple materials: A bayesian framework for model calibration and validation. *Journal of Sound and Vibration*, 402, 14–30.
- Hernández, W. P., Castello, D. A., y Matt, C. F. T. (2018). On the model building for transmission line cables: a bayesian approach. *Inverse Problems in Science and Engineering*, 26(12), 1784-1812. Descargado de <https://doi.org/10.1080/17415977.2018.1436171> doi: 10.1080/17415977.2018.1436171
- Jari Kaipio, E. S. (2004). *Statistical and computational inverse problems (applied mathematical sciences)* (1.^a ed.). Descargado de <http://gen.lib.rus.ec/book/index.php?md5=74813241AE2238DEB2756EEA02CD4999>
- MATLAB. (2012b). *Matlab and statistics toolbox*. Natick, Massachusetts: The MathWorks Inc.
- Neuhauser, C. (2004). *Matemáticas para ciencias*. Pearson-Prentice Hall. Descargado de <https://books.google.com.co/books?id=APIw178ltvgC>
- Ogata, K. (2010). *Ingeniería de control moderna* (5.^a ed.). Pearson. Descargado de <http://gen.lib.rus.ec/book/index.php?md5=182d2cfb3d2562467f1a4d5d5b322b5d>

Rao, S. S. (2010). *Mechanical vibrations* (5.^a ed.). Prentice Hall. Descargado de <http://gen.lib.rus.ec/book/index.php?md5=7c3ae79c668dfb721ae016645d737587>

Sánchez, J., Herrera, R., y Guerra, E. (2013). *Fundamentos de la ingeniería de control*. Editorial Universitaria Ramón Areces. Descargado de <https://books.google.com.co/books?id=y30nDAAAQBAJ>

UPV. (s.f.).

Zhi-Fang Fu, J. H. (2001). *Modal analysis* (2.^a ed.). Descargado de <http://gen.lib.rus.ec/book/index.php?md5=F31171DEC8DE61B575E63223FABF7C03>

Apéndices

Apéndice A. Código del modelo numérico en Matlab

Listing 7.1. Función de modelamiento numérico del comportamiento dinámico del amortiguador

```

1 function [M1]=AmortCarlo(x,par)
2
3 n_elem=7;
4 n_ndos=n_elem+1;
5 nglb=2*(n_ndos); %Son dos grados de libertad (y,ang.z)
6
7 %Base del amortiguador (Aleacion de aluminio)
8 E_al1060=6.9e10; %Modulo de Young de la aleacion de aluminio 1060 N/m2
9 E_b=E_al1060;
10 rho_al1060=2700; %Densidad Al1060 Kg/m3
11
12 b_b=29/1000; %ancho base,m
13 alt_b=65/1000; %alt de la base,m
14 h_b=75/1000; %Largo de la seccion(base),m
15
16 A_b=b_b*alt_b; %Area de la base, m2
17 I_b=1/12*(b_b*alt_b^3); %Momento de inerica en el eje X m4

```

```

18
19 mn_b=A_b*rho_al1060; %Masa por longitud de la base, Kg/m
20 EI_b=E_al1060*I_b; %Rigidez a flexion de la base
21
22 %-----
23 %Cable mensajero Izquierdo( Acero Galvanizado); viga en voladizo con seccion
24 %circular
25
26 Eacg=2e11; %Modulo de Young del Acero Galvanizado N/m2;
27 rho_acg=7870; %Densidad del Acero galvanizado Kg/m3
28
29 d_c=6/1000; %diametro del cable, m
30 h_c=0.275; %Longitud del cable mensajero, m
31
32 A_c=pi*(d_c/2)^2; %Area del cable mensajero m2
33 I_c=1/4*pi*(d_c/2)^4; %Inercia del cable, m4
34
35 mn_c=rho_acg*A_c; %Masa por longitud del cable mensajero Kg*m
36 EI_c=Eacg*I_c; %Rigidez a flexion, Nm2
37

```

```

38 % SD=.65*pi*.0112^4*180e9/64;
39 % EIc=.65*pi*d_cable^4*Eacg/64; %EI Rigidez a flexion N*m2
40 %
41 %Contrapeso (Plomo)
42 Epl=1.4e10; %Modulo de Young del Acero Galvanizado N/m2;
43 rho_acg=11000; %Densidad del Acero galvanizado Kg/m3
44
45 d_cp=0.03134; %diametro del cable, m
46 h_cp=0.08; %Longitud del cable mensajero Izquierdo, m
47
48 A_cp=pi*(d_cp/2)^2; %Area del cable mensajero m2
49 I_cp=1/4*pi*(d_cp/2)^4; %Inercia del cable, m4
50
51 mn_cp=rho_acg*A_cp; %Masa por longitud del cable mensajero Kg*m
52 EI_cp=Epl*I_cp; %Rigidez a flexion, Nm2
53
54
55 %Matrices Globales
56 ndp=2*2; %describe el numero de nodos en condicion de empotrando en este
    caso sera tanto en Y, como el mov Angular(2)

```

```

57 nglb=nglb-ndp;%Condicion de empotramiento en la parte inferior de la base
58
59 Mtot=zeros(nglb);
60 Ktot=zeros(nglb);
61
62 %Lado Izquierdo
63
64 %Contrapeso(1)
65 men(:, :, 1) = mn_cp*h_cp/420*[156 -22*h_cp 54 13*h_cp; -22*h_cp 4*h_cp^2 -13*
    h_cp -3*h_cp^2; 54 -13*h_cp 156 22*h_cp; 13*h_cp -3*h_cp^2 22*h_cp 4*h_cp
    ^2];
66 ken(:, :, 1) = 2*EI_cp/h_cp^3*[6 -3*h_cp -6 -3*h_cp; -3*h_cp 2*h_cp^2 3*h_cp
    h_cp^2;-6 3*h_cp 6 3*h_cp; -3*h_cp h_cp^2 3*h_cp 2*h_cp^2];
67
68
69 %Cable mensajero(2)
70 men(:, :, 2) = mn_c*h_c/420*[156 -22*h_c 54 13*h_c; -22*h_c 4*h_c^2 -13*h_c
    -3*h_c^2; 54 -13*h_c 156 22*h_c; 13*h_c -3*h_c^2 22*h_c 4*h_c^2];
71 ken(:, :, 2) = 2*EI_c/h_c^3*[6 -3*h_c -6 -3*h_c; -3*h_c 2*h_c^2 3*h_c h_c^2;-6
    3*h_c 6 3*h_c; -3*h_c h_c^2 3*h_c 2*h_c^2];

```

72

73

74 %Lado derecho

75

76 %Cable mensajero(2)

77 $\text{men}(:, :, 3) = \text{mn_c} * h_c / 420 * [156 - 22 * h_c \quad 54 \quad 13 * h_c; -22 * h_c \quad 4 * h_c^2 - 13 * h_c$
 $- 3 * h_c^2; 54 - 13 * h_c \quad 156 \quad 22 * h_c; 13 * h_c - 3 * h_c^2 \quad 22 * h_c \quad 4 * h_c^2];$

78 $\text{ken}(:, :, 3) = 2 * EI_c / h_c^3 * [6 - 3 * h_c \quad -6 - 3 * h_c; -3 * h_c \quad 2 * h_c^2 \quad 3 * h_c \quad h_c^2; -6$
 $3 * h_c \quad 6 \quad 3 * h_c; -3 * h_c \quad h_c^2 \quad 3 * h_c \quad 2 * h_c^2];$

79

80

81 %Contrapeso(3)

82 $\text{men}(:, :, 4) = \text{mn_cp} * h_cp / 420 * [156 - 22 * h_cp \quad 54 \quad 13 * h_cp; -22 * h_cp \quad 4 * h_cp^2 - 13 * h_cp$
 $- 3 * h_cp^2; 54 - 13 * h_cp \quad 156 \quad 22 * h_cp; 13 * h_cp - 3 * h_cp^2 \quad 22 * h_cp \quad 4 * h_cp^2];$

83 $\text{ken}(:, :, 4) = 2 * EI_cp / h_cp^3 * [6 - 3 * h_cp \quad -6 - 3 * h_cp; -3 * h_cp \quad 2 * h_cp^2 \quad 3 * h_cp$
 $h_cp^2; -6 \quad 3 * h_cp \quad 6 \quad 3 * h_cp; -3 * h_cp \quad h_cp^2 \quad 3 * h_cp \quad 2 * h_cp^2];$

84

85

86 %Base(4)

```

87 men(:, :, 5) = mn_b*h_b/420*[140 0 70 0;0 4*h_b^2 0 -3*h_b^2;70 0 0 140;0 -3*
    h_b^2 0 4*h_b^2];
88 ken(:, :, 5) = [E_b*A_b/h_b 0 -E_b*A_b/h_b 0;0 4*E_b*I_b/h_b 0 2*E_b*I_b/h_b;-
    E_b*A_b/h_b 0 E_b*A_b/h_b 0;0 4*E_b*I_b/h_b 0 2*E_b*I_b/h_b];
89
90 G=zeros(6);
91 theta=pi/2;
92
93 G(1:3,1:3)=[cos(theta) -sin(theta) 0;sin(theta) cos(theta) 0;0 0 1];
94 G(4:6,4:6)=[cos(theta) -sin(theta) 0;sin(theta) cos(theta) 0;0 0 1];
95 G(:,2)=[];G(2,:)=[];G(:,4)=[];G(4,:)=[];
96
97 men(:, :, 5)=G'*men(:, :, 5)*G;
98 ken(:, :, 5)=G'*ken(:, :, 5)*G;
99
100 %Cable de Alta Tension (5)
101 Eacg=2e11; %Modulo de Young del Acero Galvanizado N/m2;
102 rho_acg=7870; %Densidad del Acero galvanizado Kg/m3
103
104 d_ct=10/1000; %diametro del cable,mm—> m

```

```

105 h_ct=0.5; %Longitud del cable mensajero, m
106
107 A_ct=pi*(d_ct/2)^2;%Area del cable mensajero m2
108 I_ct=1/4*pi*(d_ct/2)^4;%Inercia del cable, m4
109
110 mn_ct=rho_acg*A_ct; %Masa por longitud del cable mensajero Kg*m
111 EI_ct=Eacg*I_ct; %Rigidez a flexion, Nm2
112
113 men(:, :, 6) = mn_ct*h_ct/420*[156 -22*h_ct 54 13*h_ct; -22*h_ct 4*h_ct^2 -13*
    h_ct -3*h_ct^2; 54 -13*h_ct 156 22*h_ct; 13*h_ct -3*h_ct^2 22*h_ct 4*h_ct
    ^2];
114 ken(:, :, 6) = 2*EI_ct/h_ct^3*[6 -3*h_ct -6 -3*h_ct; -3*h_ct 2*h_ct^2 3*h_ct
    h_ct^2;-6 3*h_ct 6 3*h_ct; -3*h_ct h_ct^2 3*h_ct 2*h_ct^2];
115
116 %Ensamblaje de Matrices. Matrices locales —> Matriz Global
117
118 j=0;
119 for ii=1:2:7
120     j=j+1;
121     Mtot(ii:ii+3,ii:ii+3)=Mtot(ii:ii+3,ii:ii+3)+men(:, :, j);

```

```

122     Ktot(ii:ii+3,ii:ii+3)=Ktot(ii:ii+3,ii:ii+3)+ken(:, :, j);
123 end
124
125 Mtot(5:6,5:6)=Mtot(5:6,5:6)+men(3:4,3:4,5);
126 Ktot(5:6,5:6)=Ktot(5:6,5:6)+ken(3:4,3:4,5);
127
128 Mtot(5:6,11:12)=Mtot(5:6,11:12)+men(3:4,1:2,5);
129 Ktot(5:6,11:12)=Ktot(5:6,11:12)+ken(3:4,1:2,5);
130
131 Mtot(11:12,5:6)=Mtot(11:12,5:6)+men(1:2,3:4,5);
132 Ktot(11:12,5:6)=Ktot(11:12,5:6)+ken(1:2,3:4,5);
133
134 Mtot(11:12,11:12)=Mtot(11:12,11:12)+men(1:2,1:2,5)+men(3:4,3:4,6)+men
    (1:2,1:2,6);
135
136
137 F=7;%Fuerza aplicada (N)
138
139 Ftot=[0;0;0;0;0;0;0;0;0;F;0;0;0];
140

```

```

141 %
142
143
144 Ctot=par(1)*Mtot+par(2)*Ktot;
145
146 A=[zeros(nglb) eye(nglb);-Mtot\Ktot -Mtot\Ctot];
147 B=[zeros(nglb,1);Mtot\Ftot];
148 C=[eye(nglb) zeros(nglb)];
149 D=0;
150
151 Sys=ss(A,B,C,D);
152 Sys1=tf(Sys);
153
154
155 Wrads=x*2*pi; %Introducimos en Hertz, para pasarla a frecuencia en radianes/
    segundo y evaluarla en la funcion de transferencia
156 H=freqresp(Sys,Wrads); %Evaluamos la transformada en funcion de la
    frecuencia(rad/s)
157
158 for uw=1:length(Wrads)

```

```
159     Hsal(:,uw)=H(:, :,uw); %Hacemos un nuevo vector que contenga las
        coordenadas de la frecuencia
160 end
161
162 Hscpi=Hsal(1,:);
163 Hscpdm=Hsal(9,:);
164
165 Hscpi=Hsal(1,:).';
166 Hscpd=Hsal(9,:).';
167
168 realcpiz=real(Hscpi);
169 imagcpiz=imag(Hscpi);
170
171 realcpde=real(Hscpd);
172 imagcpde=imag(Hscpd);
173
174 Yrl=mag2db(abs(realcpiz));
175 Yim=mag2db(abs(imagcpde));
176
177 ymod=[Yrl;Yim];
```

178

179 **M1=ymod;**

180 **end**

Listing 7.2. Función procesamiento de datos de curvas experimentales

```
1
2 function [mexp,mexp1,mexp2,f,nmay,nmen]=datos
3
4 filename='dato1';
5
6 xlRange='D5:D1028';
7 ylRange='J5:J1028';
8
9 fs=1024/2;%tomas/s
10
11 n=0;
12 nmay=0;
13 nmen=0;
14 for sheet=1:53
15
16 input=xlsread(filename,sheet,xlRange);
17 x=input*10e-6;
18
19 output=xlsread(filename,sheet,ylRange);
```

```
20 y=output;
21
22
23 winlen=size(x,1);
24 [frf,f,coh] = modalfrf(x,y,fs,winlen,'Sensor','acc');
25
26 f=f(2:161,:);%Frecuencia
27 frf=frf(2:161,:);%Funcion de respuesta en frecuencia
28 %-----
29 ref=real(frf);
30 imf=imag(frf);
31
32 rfrf=mag2db(abs(ref));
33 imfrf=mag2db(abs(imf));
34
35 frft=[rfrf;imfrf];
36 %-----
37 %db
38 rfrf=real(frf);
39 imfrf=-1*imag(frf);
```

```
40
41 vk=[rfrf;imfrf];
42
43 %Curva mag abs
44 frftY=mag2db(abs(frf));
45
46 mexp(:,sheet)=frft;
47 mexp1(:,sheet)=vk;
48 mexp2(:,sheet)=frftY;
49
50 end
51
52 data=mean(mexp,2);
53 conf_int=prctile(mexp',[5,50,95]);
54 covar=diag(cov(mexp'));
55 sigma=diag(covar);
56 end
```

Listing 7.3. Función para la calibración de parámetros por métodos estocásticos

```
1 close all; clc, clear all;
2 %%
3
4 close all; clc, clear all;
5
6 %%
7
8 Wr=80; %Hz
9 W=[0.5:.5:Wr];
10 cw=length(W);
11
12 beta=0.45; %M
13 alpha=.002; %K
14
15
16
17 [yexp,Hscpim,Hsal]=AmorCp(W,beta,alpha);
18
19
```

```

20
21 %%
22 fHz=80; %Hasta 0:,5:500hz
23
24 [mexp,mexp1,mexp2,f,nmay,nmen]=datos;
25
26 %mexp, mag absoluta de la magnitud
27 %mexp1, parte real e imagiaria en db
28
29 %mexp2, parte real e imagianria en magnitud, dodne ciertos valores muy
30 %peque os se aproximan a 0
31
32
33 %%
34 data=mean(mexp,2);
35 conf_int=prctile(mexp',[5,50,95]);
36 covar=diag(cov(mexp'));
37 sigma=diag(covar);
38
39 data1=mean(mexp1,2);

```

```
40 conf_int1=prctile(mexp1',[5,50,95]);
41 covar1=diag(cov(mexp1'));
42 sigma1=diag(covar1);
43
44 data2=mean(mexp2,2);
45 conf_int2=prctile(mexp2',[5,50,95]);
46 covar2=diag(cov(mexp2'));
47 sigma2=diag(covar2);
48
49 %%
50
51 figure()
52 subplot(2,1,1)
53     plot( mexp2, 'LineWidth',1), hold all, grid on
54     plot( mexp2)
55     ylabel('Magnitud(dB)','FontSize',12)
56     xlabel('Frecuencia(Hertz)','FontSize',12)
57     title('Pruebas Experimentales','FontSize',14)
58
59
```

```

60 subplot(2,1,2)
61     plot(conf_int2', 'LineWidth',1.5), hold all,grid on
62     legend('95','50','5')
63     ylabel('Magnitud(dB)', 'FontSize',12)
64     xlabel('Frecuencia(Hertz)', 'FontSize',12)
65     title('Percentiles', 'FontSize',14)
66
67 %%
68 figure()
69 plot( mexp, 'LineWidth',1), hold all, grid on
70 xlabel('x')
71 ylabel('y')
72
73 figure()
74 subplot(3,1,1)
75     plot( mexp, 'LineWidth',1), hold all, grid on
76     plot( mexp)
77     ylabel('Magnitud(dB)', 'FontSize',12)
78     xlabel('Real,Imag', 'FontSize',12)
79     title('Pruebas Experimentales', 'FontSize',14)

```

```
80
81 subplot(3,1,2)
82     plot(conf_int'), hold all,grid on
83     legend('95','50','5')
84     ylabel('Magnitud(dB)','FontSize',12)
85     xlabel('Real,Imag','FontSize',12)
86     title('Percentiles','FontSize',14)
87
88 subplot(3,1,3)
89     plot(data), hold all,grid on
90     ylabel('Magnitud(dB)','FontSize',12)
91     xlabel('Real,Imag','FontSize',12)
92     title('Promedio','FontSize',14)
93
94 figure()
95     plot(mexp2, 'LineWidth',2), hold all, grid on
96     plot( mexp2)
97     grid on
98     ylabel('Magnitud(dB)','FontSize',12)
99     xlabel('Frecuencia(Hertz)','FontSize',12)
```

```

100     title('Curvas de las pruebas experimentales','FontSize',14)
101
102     %%
103
104     Wr=f; %Hz
105     W=f;
106
107     input=W;
108
109     M1=@(p,freq)(AmortCarlo(freq,p)); %Se prueba una funcion anonima para
        obtener la curva modal ante diferentes entradas de beta y alpha
110
111     %%
112     % MCMC para o modelo 1 # 2 parametros
113     x0 = [0.4,0.0015];
114     W0 = [8e-5,4e-4];
115
116     figure()
117     theta_M1 = MCMC(M1, input, data, sigma, x0 , W0 );
118

```

```
119
120 % Se presentan los valores de los coeficientes del modelo
121 %%
122 burning = 1000;
123 TM1 = theta_M1(end-burning:end,:);
124 figure()
125 subplot(2,2,1)
126 [a,b]=ksdensity(TM1(:,1));
127 plot(b,a)
128 xlabel('BETA')
129 ylabel('PDF')
130
131 % grafico de las funciones de densidad acumuladas densidades acululada
132 subplot(2,2,2)
133 f = ksdensity(TM1(:,1),b,'function','cdf');
134 plot(b,f)
135 xlabel('BETA')
136 ylabel('cumulative density function')
137
138 subplot(2,2,3)
```

```
139 [a2,b2]=ksdensity(TM1(:,2));
140 plot(b2,a2)
141 xlabel('ALPHA')
142 ylabel('PDF')
143
144
145 subplot(2,2,4)
146 f2 = ksdensity(TM1(:,2),b2,'function','cdf');
147 plot(b2,f2)
148 xlabel('ALPHA')
149 ylabel('cumulative density function')
150
151
152 bta=mean(TM1(:,1));
153 apha=mean(TM1(:,2));
154
155 fprintf('El conjunto de Parametros son: \n');
156 fprintf('_____\n');
157 fprintf('BETA: %.4f \n', mean(TM1(:,1)));
158 fprintf('ALPHA: %.4f \n', mean(TM1(:,2)));
```

```
159 fprintf('_____\\n');
160
161
162
163 BTR=sprintf('%.2f',bta);
164 REST=['[C]', '=',sprintf('%.2f',bta), '[M]', '+',sprintf('%.3f',apha), '[K]']
165 %%
166     beta=mean(TM1(:,1));
167     alpha=mean(TM1(:,2));
168
169     nur=length(TM1);
170
171     for i=1:nur
172         beta=TM1(i,1);
173         alpha=TM1(i,2);
174         [yexp,Hscpm,Hsal]=AmorCp(W,beta,alpha);
175         Hnumt(:,i)=Hscpm;
176     end
177 %
178 figure()
```

```
179 hold on;
180 plot(W, Hnumt) %Graficamos en funcion a las frecuencia(Hertz) y la respuesta
    del sistema en db
181 grid on
182 ylabel('Magnitud(dB)', 'FontSize', 12)
183 xlabel('Frecuencia(Hertz)', 'FontSize', 12)
184 title('', 'FontSize', 14)
185
186 beta=mean(TM1(:,1));
187 alpha=mean(TM1(:,2));
188 %
189
190 [yexp, Hscpm, Hsal]=AmorCp(W,beta,alpha);
191
192 figure()
193 hold on;
194 plot(W, mag2db(abs(Hsal)), 'LineWidth', 1.5) %Graficamos en funcion a las
    frecuencia(Hertz) y la respuesta del sistema en db
195 grid on
196 ylabel('Magnitud(dB)', 'FontSize', 12)
```

```

197 xlabel('Frecuencia(Hertz)','FontSize',12)
198 legend('cpi(y)','cpi(M)','cmi(y)','cmi(M)','bs(y)','bs(M)','cmd(y)','cmd(M)'
        , 'cpd(y)','cpd(M)','bi(y)','bi(M)','FontSize',12)
199 title('','FontSize',14)
200
201 figure()
202 hold on;
203 plot(W, angle(Hsal)*2*pi,'LineWidth',1.5) %Graficamos en funcion a las
        frecuencia(Hertz) y la respuesta del sistema en db
204 grid on
205 ylabel('Magnitud(dB)','FontSize',12)
206 xlabel('Fase(grados)','FontSize',12)
207 legend('cpi(y)','cpi(M)','cmi(y)','cmi(M)','bs(y)','bs(M)','cmd(y)','cmd(M)'
        , 'cpd(y)','cpd(M)','bi(y)','bi(M)','FontSize',12)
208 title('','FontSize',14)
209
210 [yexp,Hscpm,Hsal]=AmorCp(W,beta,alpha);
211
212 yexpn=yexp;
213 %

```

```
214 figure()
215 plot(W,conf_int2)
216 hold on
217 plot(W,Hscpm,'LineWidth',1.5)
218 grid on
219 legend('95','50','5','Mod(beta,alpha)','FontSize',12)
220 ylabel('Magnitud(dB)','FontSize',12)
221 xlabel('Frecuencia(Hertz)','FontSize',12)
222 title('', 'FontSize',14)
223
224 conf_mnum=prctile(Hnumt',[5,50,95]);
225 %
226 figure()
227 plot(W,conf_mnum', 'LineWidth',1.5), hold all
228 plot(W,Hscpm,'—','color','black', 'LineWidth',1)
229 grid on
230 legend('95','50','5','Mod(beta,alpha)','FontSize',10)
231 ylabel('Magnitud(dB)','FontSize',12)
232 xlabel('Frecuencia(Hertz)','FontSize',12)
233 title('', 'FontSize',14)
```

```

234
235
236
237
238
239 %
240 %
241 %C=beta*M+alpha*K
242
243 beta=0.09; %M
244
245
246 alpha=0.0001; %K
247 alphav=[0.01,0.001,0.0001];
248 %
249
250 %[yexp,Hscpim]=AmorCp(W,beta,alpha);
251
252 for i=1:3
253     alpha=alphav(:,i)

```

```
254     [yexp,Hscpm]=AmorCp(W,beta,alpha);
255     Hscp(:,i)=Hscpm;
256
257 end
258
259 %%
260
261 [yexp,Hscpm]=AmorCp(W,beta,alpha);
262
263 yexpn=yexp;
264
265 curv(:,2)=yexpn;
266 curv(:,1)=data;
267
268
269 UYT=mag2db(abs(Hscpm));
270
271
272 figure()
273 hold on;
```

```
274 plot(W, mag2db(abs(Hscpm))) %Graficamos en funcion a las frecuencia(Hertz)
    y la respuesta del sistema en db
275 grid on
276 xlabel('Hertz');
277 xticks(0:10:Wr)
278 ylabel('db');
279 title('Comportamiento con los parametros hallados')
280
281
282 figure();
283 subplot(2,1,1);
284 plot(data);
285 title('Curva promedio experimental');
286 grid on;
287
288 subplot(2,1,2);
289 plot(yexpn);
290 title('Curva modelada, Bayes');
291 grid on;
292
```

```
293
294 figure();
295 plot(curv);
296 legend('Curva promedio experimental','Curva con teorema de Bayes');
297 grid on;
298
299
300 %conf_int=prctile(mexp2',[5,50,95]);
301 figure()
302 plot(conf_int')
303 legend('95','50','5')
304 hold on
305 plot(yexpn)
306 grid on
307 legend('95','50','5','curva bayes')
```

Listing 7.4. Función para la calibración de parámetros por métodos estocásticos

```
1 function [x_certos, LogPost] = MCMC(Mod, xx, data, Mcovar, oldpar, W0)
2
3 %% MCMC
4 nsimu = 30000;
5 aceptadas = 1;
6 npar = length(oldpar);
7 W = diag(W0);
8 x_certos = oldpar;
9 LogPost=[];
10
11 Sigma = inv(Mcovar);
12
13 erro = (Mod(oldpar, xx) - data);
14
15 LogPDF_post = -0.5 * erro' * Sigma * erro;
16
17 tic
18
19 for i = 2:nsimu
```

```

20     % inicio grafico
21     if mod(i, round(nsimu/10)) == 0 & i==nsimu
22         time=toc;
23         disp(['Va el [%]: ',num2str(i/nsimu*100)]);
24         fprintf('tiempo: %.2f segundos \n', time);
25
26         Es = ['P1';'P2';'P3'];
27         for k = 1:npar
28             %figure(2)
29             subplot(npar,1,k);
30             plot(x_certos(:,k));grid on
31         end
32         pause(1)
33     end
34     % end grafico
35
36     newpar = oldpar + randn(1,npar)*W;
37     erro = (Mod(newpar,xx) - data);
38     loglike = -0.5 * erro' * Sigma * erro;
39     u = rand;

```

```
40     uw=loglike - LogPDF_post;
41     ue=log(u);
42
43     if (loglike - LogPDF_post) > log(u);
44         oldpar = newpar;
45         LogPDF_post = loglike;
46         LogPost = [LogPost; LogPDF_post];
47         x_certos = [x_certos; oldpar];
48         aceptadas = aceptadas + 1;
49     end
50 end
51
52 fprintf('La tasa de aceptaci n es: %.2f %%\n', aceptadas/nsimu*100);
```

Listing 7.5. Algoritmo para hallar el comportamiento teórico del amortiguador

```

1 function [yexp,Hscpm,Hsal]=AmorCp(W,beta,alpha)
2
3 n_elem=7;
4 n_ndos=n_elem+1;
5 nglb=2*(n_ndos); %Son dos grados de libertad (y,ang.z)
6
7 %Base del amortiguador (Aleacion de aluminio)
8 E_al1060=6.9e10; %Modulo de Young de la aleacion de aluminio 1060 N/m2
9 E_b=E_al1060;
10 rho_al1060=2700; %Densidad Al1060 Kg/m3
11
12 b_b=29/1000;%ancho base,m
13 alt_b=65/1000;%alt de la base,m
14 h_b=75/1000; %Largo de la seccion(base),m
15
16 A_b=b_b*alt_b;%Area de la base, m2
17 I_b=1/12*(b_b*alt_b^3); %Momento de inerica en el eje X
18
19 mn_b=A_b*rho_al1060;%Masa por longitud de la base, Kg/m

```

```

20 EI_b=E_al1060*I_b; %Rigidez a flexion de la base
21
22 %
23 %Cable mensajero Izquierdo( Acero Galvanizado); viga en voladizo con seccion
24 %circular
25
26 Eacg=2e11; %Modulo de Young del Acero Galvanizado N/m2;
27 rho_acg=7870; %Densidad del Acero galvanizado Kg/m3
28
29 d_c=6/1000; %diametro del cable, m
30 h_c=0.275; %Longitud del cable mensajero, m
31
32 A_c=pi*(d_c/2)^2; %Area del cable mensajero m2
33 I_c=1/4*pi*(d_c/2)^4; %Inercia del cable, m4
34
35 mn_c=rho_acg*A_c; %Masa por longitud del cable mensajero Kg*m
36 EI_c=Eacg*I_c; %Rigidez a flexion, Nm2
37
38 % SD=.65*pi*.0112^4*180e9/64;
39 % EIc=.65*pi*d_cable^4*Eacg/64; %EI Rigidez a flexion N*m2

```

```

40 %
41 %Contrapeso (Plomo)
42 Epl=1.4e10; %Modulo de Young del Acero Galvanizado N/m2;
43 rho_acg=11000; %Densidad del Acero galvanizado Kg/m3
44
45 d_cp=0.03134; %diametro del cable, m
46 h_cp=0.08; %Longitud del cable mensajero Izquierdo, m
47
48 A_cp=pi*(d_cp/2)^2; %Area del cable mensajero m2
49 I_cp=1/4*pi*(d_cp/2)^4; %Inercia del cable, m4
50
51 mn_cp=rho_acg*A_cp; %Masa por longitud del cable mensajero Kg*m
52 EI_cp=Epl*I_cp; %Rigidez a flexion, Nm2
53
54
55 %Matrices Globales
56 ndp=2*2; %describe el numero de nodos en condicon de empotramiendo en este
    caso sera tanto en Y, como el mov Angular(2)
57 nglb=nglb-ndp; %Condicion de empotramiento en la parte inferior de la base
58

```

```

59 Mtot=zeros(nglb);
60 Ktot=zeros(nglb);
61
62 %Lado Izquierdo
63
64 %Contrapeso(1)
65 men(:, :, 1) = mn_cp*h_cp/420*[156 -22*h_cp 54 13*h_cp; -22*h_cp 4*h_cp^2 -13*
    h_cp -3*h_cp^2; 54 -13*h_cp 156 22*h_cp; 13*h_cp -3*h_cp^2 22*h_cp 4*h_cp
    ^2];
66 ken(:, :, 1) = 2*EI_cp/h_cp^3*[6 -3*h_cp -6 -3*h_cp; -3*h_cp 2*h_cp^2 3*h_cp
    h_cp^2;-6 3*h_cp 6 3*h_cp; -3*h_cp h_cp^2 3*h_cp 2*h_cp^2];
67
68
69 %Cable mensajero(2)
70 men(:, :, 2) = mn_c*h_c/420*[156 -22*h_c 54 13*h_c; -22*h_c 4*h_c^2 -13*h_c
    -3*h_c^2; 54 -13*h_c 156 22*h_c; 13*h_c -3*h_c^2 22*h_c 4*h_c^2];
71 ken(:, :, 2) = 2*EI_c/h_c^3*[6 -3*h_c -6 -3*h_c; -3*h_c 2*h_c^2 3*h_c h_c^2;-6
    3*h_c 6 3*h_c; -3*h_c h_c^2 3*h_c 2*h_c^2];
72
73

```

```

74 %Lado derecho
75
76 %Cable mensajero(2)
77 men(:, :, 3) = mn_c*h_c/420*[156 -22*h_c 54 13*h_c; -22*h_c 4*h_c^2 -13*h_c
    -3*h_c^2; 54 -13*h_c 156 22*h_c; 13*h_c -3*h_c^2 22*h_c 4*h_c^2];
78 ken(:, :, 3) = 2*EI_c/h_c^3*[6 -3*h_c -6 -3*h_c; -3*h_c 2*h_c^2 3*h_c h_c^2;-6
    3*h_c 6 3*h_c; -3*h_c h_c^2 3*h_c 2*h_c^2];
79
80
81 %Contrapeso(3)
82 men(:, :, 4) = mn_cp*h_cp/420*[156 -22*h_cp 54 13*h_cp; -22*h_cp 4*h_cp^2 -13*
    h_cp -3*h_cp^2; 54 -13*h_cp 156 22*h_cp; 13*h_cp -3*h_cp^2 22*h_cp 4*h_cp
    ^2];
83 ken(:, :, 4) = 2*EI_cp/h_cp^3*[6 -3*h_cp -6 -3*h_cp; -3*h_cp 2*h_cp^2 3*h_cp
    h_cp^2;-6 3*h_cp 6 3*h_cp; -3*h_cp h_cp^2 3*h_cp 2*h_cp^2];
84
85
86 %Base(4)
87 men(:, :, 5) = mn_b*h_b/420*[140 0 70 0; 0 4*h_b^2 0 -3*h_b^2; 70 0 0 140; 0 -3*
    h_b^2 0 4*h_b^2];

```

```

88 ken(:, :, 5) = [E_b*A_b/h_b 0 -E_b*A_b/h_b 0; 0 4*E_b*I_b/h_b 0 2*E_b*I_b/h_b; -
    E_b*A_b/h_b 0 E_b*A_b/h_b 0; 0 4*E_b*I_b/h_b 0 2*E_b*I_b/h_b];
89
90 G=zeros(6);
91 theta=pi/2;
92
93 G(1:3,1:3)=[cos(theta) -sin(theta) 0; sin(theta) cos(theta) 0; 0 0 1];
94 G(4:6,4:6)=[cos(theta) -sin(theta) 0; sin(theta) cos(theta) 0; 0 0 1];
95 G(:,2)=[]; G(2,:)=[]; G(:,4)=[]; G(4,:)=[];
96
97 men(:, :, 5)=G'*men(:, :, 5)*G;
98 ken(:, :, 5)=G'*ken(:, :, 5)*G;
99
100 %Cable de Alta Tension (5)
101 Eacg=2e11; %Modulo de Young del Acero Galvanizado N/m2;
102 rho_acg=7870; %Densidad del Acero galvanizado Kg/m3
103
104 d_ct=10/1000; %diametro del cable, mm —> m
105 h_ct=0.5; %Longitud del cable mensajero, m
106

```

```

107 A_ct=pi*(d_ct/2)^2;%Area del cable mensajero m2
108 I_ct=1/4*pi*(d_ct/2)^4;%Inercia del cable, m4
109
110 mn_ct=rho_acg*A_ct; %Masa por longitud del cable mensajero Kg*m
111 EI_ct=Eacg*I_ct; %Rigidez a flexion, Nm2
112
113 men(:, :, 6) = mn_ct*h_ct/420*[156 -22*h_ct 54 13*h_ct; -22*h_ct 4*h_ct^2 -13*
    h_ct -3*h_ct^2; 54 -13*h_ct 156 22*h_ct; 13*h_ct -3*h_ct^2 22*h_ct 4*h_ct
    ^2];
114 ken(:, :, 6) = 2*EI_ct/h_ct^3*[6 -3*h_ct -6 -3*h_ct; -3*h_ct 2*h_ct^2 3*h_ct
    h_ct^2; -6 3*h_ct 6 3*h_ct; -3*h_ct h_ct^2 3*h_ct 2*h_ct^2];
115
116 %Ensamblaje de Matrices. Matrices locales —> Matriz Global
117
118 j=0;
119 for ii=1:2:7
120     j=j+1;
121     Mtot(ii:ii+3,ii:ii+3)=Mtot(ii:ii+3,ii:ii+3)+men(:, :, j);
122     Ktot(ii:ii+3,ii:ii+3)=Ktot(ii:ii+3,ii:ii+3)+ken(:, :, j);
123 end

```

```

124
125 Mtot(5:6,5:6)=Mtot(5:6,5:6)+men(3:4,3:4,5);
126 Ktot(5:6,5:6)=Ktot(5:6,5:6)+ken(3:4,3:4,5);
127
128 Mtot(5:6,11:12)=Mtot(5:6,11:12)+men(3:4,1:2,5);
129 Ktot(5:6,11:12)=Ktot(5:6,11:12)+ken(3:4,1:2,5);
130
131 Mtot(11:12,5:6)=Mtot(11:12,5:6)+men(1:2,3:4,5);
132 Ktot(11:12,5:6)=Ktot(11:12,5:6)+ken(1:2,3:4,5);
133
134 Mtot(11:12,11:12)=Mtot(11:12,11:12)+men(1:2,1:2,5)+men(3:4,3:4,6)+men
    (1:2,1:2,6);
135
136
137 %F=-10;%Fuerza aplicada (N)
138 F=7;%N
139 %cpy%cpm%cmx%cmz%by%bm%cmdy%cmdm%cpdy%cpdm%biy%bim
140 Ftot=[0;0;0;0;0;0;0;0;F;0;0;0];
141
142 %

```

```

143
144
145 Ctot=beta*Mtot+alpha*Ktot;
146
147 A=[zeros(nglb) eye(nglb);-Mtot\Ktot -Mtot\Ctot];
148 B=[zeros(nglb,1);Mtot\Ftot];
149 C=[eye(nglb) zeros(nglb)];
150 D=0;
151
152 Sys=ss(A,B,C,D);
153 Sys1=tf(Sys);
154
155
156 Wrads=W*2*pi; %Introducimos en Hertz, para pasarla a frecuencia en radianes/
    segundo y evaluarla en la funcion de tranferencia
157 H=freqresp(Sys,Wrads); %Evalumaos la transformada en funcion de la
    frecuencia(rad/s)
158
159 for uw=1:length(Wrads)
160     Hsal(:,uw)=H(:, :, uw); %Hacemos un nuevo vector que contenga las

```

coordenadas de la frecuencia

```
161 end
162
163 Hscpi=mag2db(abs(Hsal(1,:)));
164 Hscpdm=Hsal(9,:);
165
166 Hscpi=Hsal(1,:).';
167 Hscpd=Hsal(9,:).';
168
169 realcpiz=real(Hscpi);
170 imagcpiz=imag(Hscpi);
171
172 realcpde=real(Hscpd);
173 imagcpde=imag(Hscpd);
174
175
176 Yrl=mag2db(abs(realcpiz));
177 Yim=mag2db(abs(imagcpde));
178
179
```

```
180 yexp=[realcpiz;imagcpiz];  
181 %yexp=[Yr $\ell$ ;Yim];  
182 end
```