

SEMINARIO DE INVESTIGACIÓN EN VIBRACIÓN TORSIONAL EN MÁQUINAS
ROTATIVAS Y RECIPROCANTES

JOHAN ENRIQUE ARDILA BENAVIDES
VIRGILIO BONILLA CAÑIZARES
NINI DEL MAR CORTES MARTINEZ
EDWIN QUINTILIANO MARTÍNEZ BONILLA

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO-MECÁNICAS
ESCUELA DE INGENIERÍA MECÁNICA
BUCARAMANGA

2013

SEMINARIO DE INVESTIGACIÓN EN VIBRACIÓN TORSIONAL EN MÁQUINAS
ROTATIVAS Y RECIPROCANTES

JOHAN ENRIQUE ARDILA BENAVIDES
VIRGILIO BONILLA CAÑIZARES
NINI DEL MAR CORTES MARTINEZ
EDWIN QUINTILIANO MARTÍNEZ BONILLA

Trabajo de grado para optar al título de Ingeniero Mecánico

Director

JABID EDUARDO QUIROGA MÉNDEZ

Ingeniero Mecánico

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO-MECÁNICAS
ESCUELA DE INGENIERÍA MECÁNICA
BUCARAMANGA

2013

AGRADECIMIENTOS

Los autores expresan profundos agradecimientos a:

A Dios por habernos puesto en este camino.

A la Universidad Industrial de Santander y a la Escuela de Ingeniería Mecánica por la oportunidad de formarnos como hombres de ciencia y de mejorar como seres humanos.

Al ingeniero Jabid Eduardo Quiroga por su dedicación, apoyo, asesoría y orientación, lo cual permitió el desarrollo y la culminación exitosa de este proyecto de grado.

A Heller Guillermo Sánchez Acevedo, por sus oportunos consejos y por la confianza brindada para con nuestro trabajo.

A todos aquellos amigos que han estado presentes en los buenos y malos momentos, ayudándonos a sortear los obstáculos que presenta el diario transcurrir de la vida, o simplemente complementando nuestra alegría con la suya en momentos como este.

A nuestros familiares, fuentes de infinita inspiración y cálida compañía, herramientas indispensables a la hora de alcanzar grandes metas.

DEDICATORIA

Este documento es dedicado a Dios todopoderoso, por cumplir su pacto fielmente, al ayudarme a completar esta meta propuesta en mi vida, y sobre todo por sus grandes bendiciones. A mi madre por ser quien desde siempre ha sido una fuente de apoyo incondicional y que siempre ha confiado en mis capacidades, a mi padre por su ejemplo, por su paciencia, su motivación y confianza en mí durante tanto tiempo. A mi novia Paola, por su apoyo desinteresado, por su paciencia, su cariño y alegría, y sobre todo por el invaluable tiempo compartido.

Johan Enrique Ardila Benavides

El más importante agradecimiento se lo doy a Dios, por permitirme alcanzar mis metas y por bendecirme cada día, y dedico este trabajo a mi madre Rosmira Cañizares y hermanos Carlos Andres, Luz stella y Mauricio que siempre fueron un apoyo incondicional, a mi familia y hermanos Nuñez Roa, A mamá Mery Roa y a papá Gabriel Nuñezl, a mi amiga Lina M. León por todo su cariño y comprensión, a mis amigos Edwin Martínez y Natalia García por ser unos excelentes seres humanos y que durante casi 10 años siempre me han apoyado, y un agradecimiento especial a mi novia Cindy Y. Luna por darme nuevos sueños por cumplir

Virgilio Bonilla Cañizares

A Dios, a mis padres Libardo Cortés y Nury Martínez por su cariño e indispensable apoyo brindado a lo largo de este camino. A mis padrinos Jorge Martínez y María Isabel Gómez por su incondicional apoyo. A mis hermanos Cielomar, Héctor, Jorge Martínez y Jormaris Martínez por su cariño. A Oswaldo, Everth, Nelson, Julian, Juan, Cesar y Carlos que de una u otra manera me apoyaron y me aconsejaron cuando más lo necesite. A Julieth Paola Tasco que aunque ya no se encuentra con nosotros la recordaré como una excelente compañera y amiga. A mis compañeros, profesores y todas las demás personas con las que compartí durante todo mi proceso de formación profesional.

Nini del Mar Cortés Martínez

Doy gracias Dios por toda su ayuda y este trabajo se lo dedico a mi madre Noemí Bonilla y a mi padre Juan de Dios Martínez por el apoyo, y a todos ellos por la vida.

Edwin Quintiliano Martínez Bonilla

ÍNDICE GENERAL

INTRODUCCIÓN	38
PARTE I SEMINARIO DE INVESTIGACIÓN.....	40
1 GENERALIDADES DEL SEMINARIO DE INVESTIGACIÓN	41
1.1 OBJETIVO	42
1.2 VENTAJAS	42
1.3 ORGANIZACIÓN DEL SEMINARIO DE INVESTIGACIÓN	43
1.4 TEMA DEL SEMINARIO DE INVESTIGACIÓN	44
1.5 DIRECCIÓN DEL SEMINARIO DE INVESTIGACIÓN	45
1.6 DESCRIPCIÓN DE ROLES	45
1.7 METODOLOGÍA DEL SEMINARIO DE INVESTIGACIÓN	47
2 PLANEACIÓN.....	48
2.1 OBJETIVOS PLANTEADOS	48
2.2 ESTUDIO BIBLIOGRÁFICO	50
2.3 ESTUDIOS PREVIOS AL SEMINARIO DE INVESTIGACIÓN DE VIBRACIÓN TORSIONAL	54
2.4 SELECCIÓN DE SUBTEMAS	54
3 EJECUCIÓN	57
3.1 DESCRIPCIÓN DE LOS TEMAS.....	58
3.2 EL ACTA.....	63
3.3 SOFTWARE DE APOYO	64
4 FINALIZACIÓN	66
4.1 PRESENTACIONES	66
4.2 LIBRO DE MEMORIAS	67
5 CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO.....	69
5.1 CONCLUSIONES	69
5.2 TRABAJO FUTURO	73
PARTE II MEMORIAS Y RESULTADOS	78

PERTINENCIA DEL ESTUDIO DE LA VIBRACIÓN TORSIONAL.....	79
6 PERTINENCIA DEL ESTUDIO DE LA VIBRACIÓN TORSIONAL..	79
ESTADÍSTICAS DE BASE DE DATOS SEMINARIO	86
SIMULACIÓN	90
COMPARACIÓN DE MODOS TORSIONALES ANSYS Y HOLZER	90
RESUMEN DEL LIBRO DE MEMORIAS	91
7 GENERALIDADES DE LAS VIBRACIONES MECÁNICAS.....	92
7.1 CLASIFICACIÓN DEPENDIENDO DE LA SEÑAL.....	94
7.2 CLASIFICACIÓN DE LAS VIBRACIONES SEGÚN EL TIPO DE VIBRACIÓN	95
7.3 CLASIFICACIÓN DE LAS VIBRACIONES SEGÚN EL TIPO DE EXCITACIÓN	96
7.4 ANÁLISIS VIBRATORIO	97
7.5 DISCUSIÓN DEL CAPÍTULO	98
8 GENERALIDADES DE LA VIBRACIÓN TORSIONAL.....	99
8.1 CARACTERÍSTICAS DE LA VIBRACIÓN TORSIONAL	99
8.1.1 Definición de vibración torsional	99
8.1.2 Diferencias entre vibración torsional y vibración lateral	100
8.1.3 ¿Por qué medir vibraciones de torsión?	101
8.1.4 Unidades de medición de la vibración torsional.....	101
8.1.5 Frecuencia natural de torsión.....	102
8.1.6 Representaciones gráficas utilizadas en el análisis de vibración torsional.....	103
8.2 CAUSAS DE LAS VIBRACIONES TORSIONALES	103
8.2.1 Cambios en revoluciones	104
8.2.2 Desplazamiento angular	105
8.2.3 Error de transmisión de potencia	105
8.3 Efectos de la vibración torsional.....	105
8.3.1 Ejemplos donde se presentan efectos de este fenómeno (VT).....	107
8.4 ESTUDIO DE LA VIBRACIÓN TORSIONAL.....	108
8.4.1 Objetivos del análisis de vibración torsional	108
8.4.2 Vibración torsional en el diseño	109
8.4.3 Software de diseño con TVA.....	110

8.4.4	Análisis de la vibración torsional (TVA)	113
8.5	DISCUSIÓN DEL CAPÍTULO	113
9	MODELAMIENTO BÁSICO DE LA VIBRACIÓN TORSIONAL	114
9.1	DESCRIPCIÓN DEL MODELO BÁSICO	114
9.1.1	Parámetros torsionales	114
9.1.2	Modelamiento de sistemas torsionales de maquinaria rotativa	114
9.1.3	Modelos torsionales de parámetros distribuidos	119
9.1.4	Modelos torsionales de parámetros concentrados	119
9.2	VIBRACIÓN TORSIONAL LIBRE (NO AMORTIGUADA)	120
9.2.1	Vibración torsional en ejes	120
9.3	VIBRACIÓN TORSIONAL AMORTIGUADA	122
9.3.1	Vibración torsional amortiguada libre	123
9.3.2	Vibración torsional amortiguada forzada	127
9.4	FRECUENCIAS NATURALES, VELOCIDADES CRÍTICAS Y FORMAS MODALES	128
9.4.1	Frecuencia natural de sistemas simplificados (f_n)	128
9.4.2	Velocidades críticas y formas modales	128
9.5	DISCUSIÓN DEL CAPÍTULO	130
10	MODELAMIENTO DE LA VIBRACIÓN TORSIONAL EN MAQUINARIA RECIPROCANTES	132
10.1	VIBRACIONES TORSIONALES EN MÁQUINAS RECIPROCANTES	132
10.2	SISTEMA EQUIVALENTE	132
10.2.1	Sistema Enganchado	133
10.2.2	Mecanismo básico de máquinas reciprocantes	135
10.2.3	Rigidez torsional en cigüeñales	137
10.2.4	Cálculo de las frecuencias naturales	138
10.3	VIBRACIÓN FORZADA	139
10.3.1	Torque motor	140
10.3.2	Torque de inercia	140
10.4	VELOCIDADES CRÍTICAS EN CIGÜEÑALES	140

10.4.1 Análisis Dinámico de Equipos Reciprocantes	142
10.5 SISTEMA MULTI-CILINDRICO	143
10.5.1 Fuerza de balanceo para sistemas multi-cilíndricos	143
10.5.2 Diagrama Fase y Vector Suma	144
10.5.3 Construcción Del Diagrama fase	145
10.5.4 Diagrama vector y vector suma	145
10.6 CONSECUENCIAS DEL MOLDEAMIENTO SIMPLIFICADO DE SISTEMAS ALTERNANTES	146
10.7 PROBLEMAS ESPECÍFICOS DE MAQUINAS RECIPROCANTES	147
10.8 DISCUSIÓN DEL CAPÍTULO	148
11 MÉTODOS MATEMÁTICOS Y TÉCNICAS DE ANÁLISIS	149
11.1 ANÁLISIS MODAL.....	149
11.2 MÉTODO DE HOLZER	150
11.2.1 Principio básico método de Holzer para sistemas torsionales	150
11.3 MÉTODO DE MATRIZ DE TRANSFERENCIA DE HOLZER	151
11.3.1 Principio básico para sistemas torsionales	151
11.4 MÉTODO DE MATRIZ DE TRANSFERENCIA DE RICCATI	152
11.5 MÉTODO DE NEWMARK-BETA β	152
11.6 MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS	152
11.6.1 Matrices de inercia de energía distribuida	153
11.6.2 Formación de matrices de rigidez del eje del rotor	154
11.7 MÉTODO DE MONTAJE NUMÉRICO (NAM).....	154
11.7.1 Principio básico NAM para sistemas torsionales	154
11.8 ANÁLISIS DE LA SEÑAL	155
11.9 TRANSFORMADA WAVELET.....	156
11.9.1 Análisis de señales con wavelets	156
11.10 DE HILBERT-HUANG (HHT).....	157
11.11 DISCUSIÓN DEL CAPÍTULO	158
12 MEDICIÓN Y MONITOREO DE LA VIBRACIÓN TORSIONAL	159

12.1	VIBRACIÓN TORSIONAL, MÉTODOS DE MEDICIÓN, MONITOREO Y DIAGNOSTICO	159
12.2	PROCEDIMIENTO PARA DIAGNOSTICO DE VIBRACIÓN EN MAQUINARIA	163
12.3	MEDICIÓN EN GENERAL DE LA VIBRACIÓN TORSIONAL	164
12.4	SENSÓRICA	164
12.4.1	Clasificación de los Sensores	165
12.5	TÉCNICAS GENERALMENTE UTILIZADAS PARA LA MEDICIÓN DE LA VIBRACIÓN TORSIONALES	167
12.6	DIAGNOSTICO DE VIDA DE AMORTIGUAMIENTO TORSIONAL	169
12.7	DISCUSIÓN DEL CAPÍTULO	171
13	TÉCNICAS Y DISPOSITIVOS DE CONTROL DE LA VIBRACIÓN TORSIONAL	173
13.1	OBJETIVOS DEL CONTROL DE LA VIBRACIÓN TORSIONAL	173
13.2	TIPOS DE CONTROL VIBRACIONAL	174
13.3	ESFUERZO DE TORSIÓN	175
13.3.1	Consideraciones de la fatiga torsional	175
13.4	ACOPLES DE SISTEMAS TORSIONALES	175
13.4.1	Tipos de acoples torsionales	176
13.5	TÉCNICAS DE AMORTIGUAMIENTO	176
13.5.1	Características de los materiales de amortiguación	177
13.6	TIPOS DE AMORTIGUADORES TORSIONALES	179
13.7	CONTROL DE VIBRACIÓN TORSIONAL EN MAQUINARIA RECIPROCANTE	180
13.7.1	Amortiguadores acoplados a cigüeñales	180
13.7.2	Control Activo del torque en dirección de los cilindros	181
13.7.3	Amortiguadores de vibración activos	182
13.8	NORMAS Y ESPECIFICACIONES	185
13.8.1	API	185
13.8.2	U.S. MILITARY STANDARD	186
13.8.3	ISO	186
13.8.4	IACS	187
13.8.5	Otras normas aplicadas a la vibración torsional.	188

13.9 DISCUSIÓN DEL CAPÍTULO	188
14 NO LINEALIDADES E INESTABILIDADES DE LA VIBRACIÓN TORSIONAL EN MAQUINARIA ROTATIVA.....	190
14.1 NO-LINEALIDAD EN SISTEMAS TORSIONALES	190
14.2 COMPORTAMIENTO NO LINEAL.....	191
Motores eléctricos y generadores.....	193
Sistemas engranados	193
Máquinas con ejes agrietados.....	193
Máquinas con desbalance	193
Máquinas con fricción en el rotor	193
14.2.1 No linealidad del material.....	194
14.2.2 Holgura y vibroimpacto torsional.....	195
14.3 INESTABILIDADES TORSIONALES.....	196
14.4 DISCUSIÓN DEL CAPÍTULO	201
15 CARACTERÍSTICAS DE LA VIBRACIÓN TORSIONAL CAUSADA POR GRIETAS EN EL EJE.....	203
15.1 AGRIETAMIENTO EN EJES.....	203
15.2 GRIETAS TRANSVERSALES	204
15.2.1 Variación de la rigidez del eje agrietado con el cierre/apertura de la grieta (no linealidad).....	205
15.3 GRIETAS CIRCUNFERENCIALES.....	206
15.4 GRIETAS LONGITUDINALES	207
15.5 FATIGA TORSIONAL	208
15.5.1 Metodología de la estimación de la fatiga torsional	209
15.6 ANÁLISIS DE VIBRACIONES EN EJES AGRIETADOS.....	210
15.6.1 Características de las vibraciones en grietas transversales	210
15.6.2 Características de las vibraciones de grietas circunferenciales	215
15.6.3 Análisis de vibraciones con crecimiento progresivo de la grieta.....	216
15.7 TÉCNICAS DE INSPECCIÓN	218
15.8 MÉTODOS DE IDENTIFICACIÓN DE GRIETAS.....	218
15.9 DISCUSIÓN DEL CAPÍTULO	219

16 VIBRACIÓN TORSIONAL EN ROTORES ASIMÉTRICOS	221
16.1 CARACTERÍSTICAS ASIMÉTRICAS DE SISTEMAS ROTORES	221
16.1.1 Asimetría del diseño y Rigidez asimétrica del eje.....	222
16.1.2 Rigidez asimétrica en los cojinetes	222
16.1.3 Inercias asimétricas o masas con excentricidad.....	223
16.1.4 Ejes con sección lateral cónica	225
16.1.5 Ejes anisotrópicos.....	225
16.1.6 Ejes doblados.....	226
16.1.7 Ejes escalonados	227
16.1.8 Ejes de secciones de geometría especial e inercia variable	228
16.2 ANÁLISIS DE SISTEMAS TORSIONALES ASIMÉTRICOS.....	231
16.2.1 Sistema rotor-cojinete con eje flexible asimétrico.....	231
16.3 DISCUSIÓN DEL CAPÍTULO	234
17 VIBRACIÓN TORSIONAL EN SISTEMAS DE ROTORES CON DESBALANCE Y DESALINEAMIENTO.....	235
17.1 MODELADO DINÁMICO DE DESBALANCE	235
17.2 ANÁLISIS DE VIBRACIONES DE DESBALANCE	237
17.2.1 Características de las vibraciones torsionales	237
17.2.2 Vibraciones de efectos de acoplamiento torsión- flexión.....	240
17.3 MODELADO DE DESALINEAMIENTO.....	243
17.3.1 Formulación del efecto desalineamiento en el modelo de elementos finitos	243
17.3.2 Ecuaciones del movimiento de los rotores acoplados desalineados	245
17.3.3 Cálculo de las fuerzas y momentos de desalineamiento	245
17.4 ANÁLISIS DE VIBRACIONES DE DESALINEAMIENTO.....	245
17.4.1 Respuesta de vibración de rotores acoplados sin desalineamiento del desequilibrio 246	
17.4.2 Respuesta de vibración desequilibrio de rotores acoplados con desalineamiento paralelo.....	246
17.5 Respuesta a la vibración del desequilibrio de rotores acoplados con desalineamiento angular	248

17.6	DISCUSIÓN DEL CAPÍTULO	250
18	VIBRACIÓN TORSIONAL CAUSADA POR EL FENÓMENO DE FRICCIÓN	251
18.1	SOBRE EL MODELAMIENTO DE LA FRICCIÓN DE COULOMB	251
18.1.1	Ecuaciones del movimiento.....	253
18.2	VIBRACIONES INDUCIDAS POR STICK-SLIP EN MODELOS DE FRICCIÓN ALTERNATIVOS (GENERALIDADES DEL CASO)	253
18.2.1	Modelo de un grado de libertad.....	254
18.3	APLICACIÓN DEL MODELO CAMBIANTE A UNA SARTA DE PERFORACIÓN 256	
18.3.1	Modelo de fricción humped	259
18.4	ACERCA DE LA ESTABILIDAD DE SISTEMAS ROTODINÁMICOS CON INTERACCIÓN DEL CONTACTO ROTOR-ESTATOR.....	262
18.5	DISCUSIÓN DEL CAPÍTULO	265
19	VIBRACIÓN TORSIONAL EN SISTEMAS ENGRANADOS	266
19.1	MODELOS MATEMÁTICOS.....	266
19.1.1	Características de un Sistema Engranando	267
19.1.2	Sistema de una Etapa de Dos Engranés.....	268
19.1.3	Sistema Equivalente No ramificado.....	269
19.1.4	Sistema Equivalente Ramificado	270
19.1.5	Fuerzas Sobre El Engranaje	270
19.1.6	Rigidez Torsional Equivalente de un Sistema Engranado.....	272
19.1.7	Rigidez Torsional Individual	272
19.2	PROBLEMAS EN LOS SISTEMAS ENGRANADOS.....	273
19.3	RESPUESTA TORSIONAL NO LINEAL	273
19.3.1	Vibración Torsional de Sistemas Face-Gear.....	274
19.3.2	Evaluación de la Rigidez de diente y de engrane	275
19.3.3	Estabilidad Torsional en Engranajes.....	276
19.3.4	Inestabilidad Paramétrica Debido al Momento de Inercia	276
19.3.5	Inestabilidad Paramétrica Debido a Rigidez de Eje.....	278
19.3.6	Inestabilidad Paramétrica Debido al Amortiguamiento de Eje	279
19.4	DESALINEAMIENTO DE LOS ACOPLÉS DE ENGRANAJES	281

19.4.1 Modelado del acople de engrane.....	282
19.4.2 Energía cinética de los subsistemas.....	283
19.4.3 Energía potencial del subsistema	283
19.4.4 La función de desplazamiento del subsistema.....	285
19.4.5 La ecuación de movimiento	285
19.5 Desalineamiento y Análisis	286
19.5.1 Desalineamiento paralelo	286
19.5.2 Desalineamiento angular	287
19.5.3 Resultados de una integración numérica	287
19.6 DISCUSIÓN DEL CAPITULO	292
20 VIBRACIÓN TORSIONAL DEBIDO A EFECTOS ELÉCTRICOS	293
20.1 VIBRACIONES TORSIONALES DE ORIGEN ELÉCTRICO	293
20.2 MÁQUINAS ELÉCTRICAS.....	293
20.3 PAR DE TORSIÓN EN UN MOTOR ELÉCTRICO.....	294
20.4 CAUSAS DE NO LINEALIDAD ELECTROMAGNÉTICA	296
20.5 Fuentes de excitación torsional.....	297
20.6 PERTURBACIONES TRANSITORIAS Y RESPUESTA DE LA VIBRACIÓN.....	301
20.7 ANÁLISIS POR ALTA FRECUENCIA.....	303
20.7.1 Modelo de motor de inducción.....	304
20.8 DISCUSIÓN DEL CAPÍTULO	304
21 NO-LINEALIDAD E INESTABILIDAD DE LA VIBRACIÓN TORSIONAL EN MAQUINARIA RECIPROCANTE	306
21.1 NO-LINEALIDAD DE LA VIBRACIÓN TORSIONAL EN MAQUINARIA RECIPROCANTE.....	306
21.1.1 Modelo dinámico de cigüeñal de un motor	309
21.1.2 Interpolación de la presión alrededor de TDC	311
21.1.3 Estimación del error de presión en el sistema	311
21.2 INESTABILIDAD TORSIONAL.....	312
21.2.1 Vibración torsional de un embrague.....	314
21.3 DISCUSIÓN DEL CAPÍTULO	315

22 BANCOS DE EXPERIMENTACIÓN PARA EL ANALISIS DE LA VIBRACION TORSIONAL	316
22.1 GENERALIDADES DE LOS BANCOS.....	316
22.2 VIBRACIONES TORSIONALES INDUCIDAS POR LA FRICCIÓN EN UN SISTEMA SARTA DE PERFORACIÓN	317
22.2.1 Configuración de una sarta de perforación	317
22.2.2 Conclusiones del banco de la configuración experimental de una sarta de perforación.....	319
22.3 BANCO PARA VIBRACIÓN TORSIONAL CLÁSICO.....	320
22.3.1 Montaje experimental de vibración torsional	321
22.4 BANCO PARA LA ESTIMACIÓN DE LA RIGIDEZ TORSIONAL Y EL MOMENTO DE INERCIA POLAR BASADO EN EL PÉNDULO DE TORSIÓN CLÁSICO.	323
22.1 PÉNDULO TORSIONAL COMERCIALES G.U.N.T TM163	325
22.2 APARATO DE PARA VIBRACIONES TORSIONALES G.U.N.T TM-140	325
22.3 BANCO DE VIBRACIÓN TORSIONAL ROTOR CON ABSOLVEDOR DE VIBRACIÓN PÉNDULO CENTRIFUGO.....	327
22.3.1 Conclusiones.....	327
22.1 BANCO PARA MEDICIONES DE VIBRACIONES TORSIONALES LIBRES Y AMORTIGUADAS.	328
22.2 SISTEMA DE MONITOREO DE VIBRACIONES TORSIONALES DEL LABORATORIO DE VIBRACIONES MECÁNICAS DE LA UIS.	329
22.2.1 Conclusiones del banco de pruebas	330
22.2.2 RECOMENDACIONES PARA EL BANCO DE VIBRACIONES TORSIONALES ...	331
22.1 BANCO PARA DIAGNOSTICO Y EVALUACIÓN DE LA VIBRACIÓN TORSIONAL POR RUEDAS DENTADAS EN SISTEMAS DE TRENES DE TRANSMISIÓN MECÁNICA.....	331
22.1.1 VIBRACIÓN TORSIONAL VERSUS OSCILACIÓN DEL TORQUE MECÁNICO ..	332
22.2 BANCO DE PRUEBA SISTEMA EJE-HÉLICE CON RODAMIENTOS	333
22.2.1 Especificaciones del banco de pruebas	333
22.2.2 Montaje experimental para medir vibraciones de torsión del eje de rotación.....	335
22.2.3 Modelado del eje soporte rodamiento	335

22.3 MEDICIÓN Y EQUIPOS.....	336
22.3.1SISTEMAS CON TRANSDUCTORES DE SEÑAL PORTADORA.....	337
22.3.2TÉCNICAS DE MEDICIÓN DE VIBRACIÓN TORSIONAL.....	339
22.3.3CÓMO REALIZAR UNA MEDICIÓN CON UNA GALGA EXTENSIOMÉTRICA	340
22.3.4CÓMO MEDIR UN CODIFICADOR O ENCODER.....	341
22.4 DIAGNÓSTICO	341
22.5 DISCUSIÓN DEL CAPÍTULO	342
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	343
ANEXOS	377

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1	<i>Integrantes del seminario</i>	43
Figura 1.2	<i>Formación académica del Director de proyecto</i>	45
Figura 1.3	<i>Metodología usada para el desarrollo del Seminario de Investigación</i>	47
Figura 3.1	<i>Ejemplo de un acta diligenciada</i>	64
Figura 3.2	<i>Software de Apoyo</i>	65
Figura 4.1	<i>Muestra de diapositiva: portada y contenido.</i>	67
Figura 4.2	<i>Muestra de diapositiva: Contextualización del tema y bibliografía.</i>	67
Figura 4.3	<i>Portada Libro de Memorias</i>	68
Figura 6.1	<i>Bases de datos usadas en investigación del la vibración torsional</i>	86
Figura 6.2	<i>Evolución de la investigación de la vibración torsional</i>	87
Figura 6.3	<i>Los 10 países con mayor número de publicaciones en vibración torsional</i>	87
Figura 6.4	<i>Evolución de investigación de grietas relacionada a la vibración torsional</i>	88
Figura 6.5	<i>Evolución de investigaciones en cigüeñas referentes a vibración torsional</i>	88
Figura 6.6	<i>Número de artículos por año utilizados en el seminario de investigación</i>	89
Figura 7.1	<i>Diferentes puntos de vista para Clasificación de las Vibraciones Mecánicas</i>	92
Figura 7.2	<i>Representaciones gráficas de vibración</i>	97
Figura 8.1	<i>Aspectos Importantes de la influencia de la vibración torsional</i>	101
Figura 8.2	<i>Procedimientos de diseño para la vibración torsional</i>	112
Figura 9.1	<i>Modelo torsional de un tren de compresores</i>	115
Figura 9.2	<i>Procedimientos de un modelo matemático</i>	116
Figura 9.3	<i>Modelo de Parámetros distribuidos</i>	119
Figura 9.4	<i>Modelo parámetro concentrado para el análisis de vibración torsional</i>	119
Figura 9.5	<i>a) Elemento diferencial de un eje circular en torsión, y b) esfuerzos cortantes en una sección transversal anular</i>	120
Figura 9.6	<i>Diagramas de cuerpo libre de sistema de un grado de libertad-vibración torsional</i>	123
Figura 9.7	<i>Comparación de los movimientos angulares con diferentes tipos de amortiguación</i>	124

Figura 9.9	<i>Movimiento de la inercia con amortiguación Coulomb</i>	126
Figura 9.8	<i>Analogía Sistema masa-resorte con amortiguamiento Coulomb</i>	126
Figura 9.10	<i>Diagrama de interferencia - Múltiples velocidad de operación-Múltiples órdenes de excitación y Formas modales de un sistema equivalente</i>	130
Figura 10.1	<i>Sistema Actual (Real) y equivalente de un típico cigüeñal</i>	133
Figura 10.2	<i>Ejemplo de un Sistema con Ramificaciones</i>	134
Figura 10.3	<i>Mecanismo Biela, manivela, maquina reciprocante</i>	135
Figura 10.4	<i>Distribución de masa y partes básicas de biela</i>	135
Figura 10.5	<i>Elemento de cigüeñal Ker Wilson</i>	136
Figura 10.6	<i>Rigidez torsional de una manivela predicha por las ecuaciones semiempíricas y FEM</i>	137
Figura 10.7	<i>Diagrama de Campbell para un motor 4 tiempos 6 cilindros</i>	141
Figura 10.8	<i>Torque de compresión vs ángulo de manivela</i>	142
Figura 10.9	<i>Construcción del diagrama de fase</i>	145
Figura 10.10	<i>Diagrama vector suma de un motor 4 tiempos 6cilindros simple efecto</i>	146
Figura 12.1	<i>Sistema de monitoreo de la vibración torsional</i>	162
Figura 12.2	<i>Esfuerzos de tensión y compresión que actúan sobre un elemento longitudinal</i>	162
Figura 12.3	<i>Estructura general de un transductor</i>	165
Figura 12.4	<i>Diversas técnicas de medición para la vibración torsional</i>	167
Figura 12.5	<i>El vibrómetro Laser de rayo cruzado</i>	169
Figura 12.6	<i>Geometría óptica del vibrómetro torsional laser</i>	169
Figura 13.1	<i>Típico bucle de histéresis de un material bajo tensión cíclica. esfuerzo-deformación</i>	178
Figura 13.2	<i>Tres tipos de TVD y sus lugares de montaje en Motores IC</i>	180
Figura 13.3	<i>Esquema del control activo</i>	181
Figura 13.4	<i>Diagrama de bloques del esquema de control</i>	182
Figura 13.5	<i>modelo del sistema y esquema del control</i>	182
Figura 13.6	<i>Modelo y esquema del control con fluido electrorreológico</i>	183
Figura 13.7	<i>Modelo de laboratorio y modelo simplificado del sistema con control de fluido MRF</i>	184
Figura 13.8	<i>Diagrama de bloques de la estructura de control</i>	184
Figura 13.9	<i>Configuración del acople magnético activo</i>	185

Figura 14.1 Sistema lineal- Sistema no lineal.....	190
Figura 14.2 Características del comportamiento no lineal.....	191
Figura 14.3 Curvas de respuesta de sistemas no lineales amortiguados.....	192
Figura 14.4 Comportamiento no lineal del material	194
Figura 14.5 Comportamiento de un fluido visco-elástico	195
Figura 14.6 Característica no lineal de un rotor con contacto local intermitente en un espacio libre	195
Figura 15.1 Factores estimulantes de grietas en los ejes	203
Figura 15.2 Tipos de grietas.....	204
Figura 15.3 Modelamiento grietas transversales	205
Figura 15.4 Modelo esquemático de un eje con una grieta circunferencial	207
Figura 15.5 El modelo del sistema de la Figura 15.4.....	207
Figura 15.6 Grietas longitudinales en eje de bomba de recirculación.	208
Figura 15.7 Curvas de respuesta de la frecuencia torsional.....	211
Figura 15.8 Respuesta calculada con excitación en resonancia, dos componentes de banda lateral (63 y 113 Hz) y excitaciones paramétricas (25,50 y 75 Hz).....	212
Figura 15.9 Componentes de bandas laterales 1X y 2X.....	213
Figura 15.10 Vibraciones en el eje- grieta abierta (sin respiración)	215
Figura 15.11 Efectos de la pérdida de energía local sobre la frecuencia de respuesta.....	216
Figura 15.12 Espectros de vibración torsional.....	217
Figura 15.13 Primera frecuencia natural torsional Vs. Profundidad de la grieta por fatiga.....	217
Figura 15.14 Técnicas de inspección (no destructibles).....	218
Figura 15.15 Métodos de identificación	219
Figura 16.1 Esquema de Anisotropía en los cojinetes.....	222
Figura 16.2 Rodamiento con elemento rodante de diámetro mayor	223
Figura 16.3 Posición relativa del disco asimétrico en la circunferencia.....	223
Figura 16.4 Gráficas de magnitud dFRFs de un simple sistema rotor-pala con anisotropía del estator y asimetría en la inercia del disco.....	224
Figura 16.5 Un eje cónico con un disco de inercia acoplado	225

Figura 16.6 Sección transversal de un eje anisotrópico - Enfriamiento irregular post-proceso térmico	226
Figura 16.7 Análisis de un eje doblado o deformado por efecto de dilatación térmica por rozamiento	227
Figura 16.8 Ejemplos de ejes con tramos escalonados.....	227
Figura 16.9 Efecto de la orientación de las fibras sobre las propiedades mecánicas de un eje compuesto.....	229
Figura 16.10 Longitud equivalente de ejes con chaveta y ranurados.....	231
Figura 16.11 Modelo del sistema rotor-cojinete asimétrico con excentricidad del eje.....	232
Figura 16.12 Curvas de resonancia sin torque de excitación.....	233
Figura 16.13 Aplicación de torque al sistema rotor-cojinete asimétrico	233
Figura 16.14 Aplicación de torque al sistema rotor-cojinete asimétrico	234
Figura 17.1 Sistema de coordenadas y las variables del modelo.....	236
Figura 17.2 Diagrama de cascada de vibración torsional	237
Figura 17.3 Diagrama cascada de vibración lateral	238
Figura 17.4 Respuesta de la vibración torsional (1X) fase y amplitud.	239
Figura 17.5 Amplitud de la vibración lateral bisíncrona (2X)	239
Figura 17.6 Efectos de acoplamiento torsión-flexión bajo desbalance estático a 15000 rpm.....	240
Figura 17.7 Visión general de los efectos de acoplamiento torsión- flexión bajo desequilibrio estático	241
Figura 17.8 Efectos de acoplamiento torsión-flexión bajo desbalance dinámico a 15000 rpm	241
Figura 17.9 Visión general de los efectos de acoplamiento torsión- flexión bajo desequilibrio dinámico.....	242
Figura 17.10 Efectos de acoplamiento torsión-flexión bajo desbalance completo a 15000 rpm	243
Figura 17.11 Montaje experimental determinación fuerzas y momentos	244
Figura 17.12 Respuesta de vibración de desbalance de acoplamiento sin desalineamiento.....	246
Figura 17.13 Respuesta de la vibración y sus espectros de Fourier del rotor 1 desalineado a $\omega n4$	248
Figura 17.14 Respuesta de la vibración y sus espectros de Fourier del rotor 1 desalineado angularmente a $\omega n4$	249

Figura 18.1 Esquema representativo del modelo sarta de perforación	252
Figura 18.2 Fricción como una función de la velocidad relativa.....	254
Figura 18.3 Retrato de fase obtenido con el método de suavizado y con el modelo cambiante.....	256
Figura 18.4 Modelo mecánico que describe el comportamiento torsional de una sarta genérica	257
Figura 18.5 Fricción en la barrena: modelo cambiante de fricción con una variación del modelo de fricción de Karnopp.....	258
Figura 18.6 Modelo de la fricción Humped y Regiones de la fricción (Derecha).....	260
Figura 18.7 Lubricación hidrodinámica Stribeck.....	261
Figura 18.8 masa acoplada en un modelo de rotor y estator	262
Figura 18.9 Geometría de la interacción del rotor-estator mostrando 2 tipos de modelo de contacto	263
Figura 18.10 Zonas de frecuencia para potencial interacción del rotor-estator	264
Figura 18.11 Existencia de potenciales inestabilidades de giro por retroceso.	265
Figura 19.1 Sistemas equivalentes.....	267
Figura 19.2 Representación grafica de una sola etapa de transmisión por engranajes.....	268
Figura 19.3 Esfuerzo de flexión en la base de un diente.....	271
Figura 19.4 Esfuerzo de contacto en flanco de un diente	271
Figura 19.5 Esquema de la función no lineal $f_s(\delta)$	274
Figura 19.6 Diagrama esquemático y structural del face-gear	274
Figura 19.7 Sistema de frecuencias naturales VS face-gear y el momento de inercia de masa de carga:.....	277
Figura 19.8 Sistema de face-gear inestabilidad torsional debida a face-gear y el momento de inercia de masa de la carga y de la velocidad de rotación:.....	277
Figura 19.9 Frecuencias naturales del sistema Vs. Rigidez del eje.....	278
Figura 19.10 Inestabilidad debido a la rigidez del eje y la velocidad de rotación	279
Figura 19.11 Inestabilidad paramétrica debido al amortiguamiento de eje.....	280
Figura 19.12 Inestabilidad paramétrica debido al amortiguamiento de eje.....	281
Figura 19.13 Modelo y sistema coordinado de un acople de engranajes	282
Figura 19.14 Desalineamiento de acoples de engranajes	286
Figura 19.15 Sistema acople Rotor-cojinete-engrane.....	287

Figura 19.16 Respuesta del sistema en función del tiempo y de la frecuencia	289
Figura 20.1 Armónico de resonancia a 100Hz de un motor eléctrico excitado a 50Hz	295
Figura 20.2 Causas comunes de creación de campos no lineales	296
Figura 20.3 Función de barrido (swepp function) y excitación resultante	298
Figura 20.4 Vibraciones torsionales de turbo-máquina de alta velocidad.....	303
Figura 20.5 Respuestas Medidas y previstas de la conexión de hardware para una frecuencia fundamental de 20 Hz y $\zeta=0.015$	304
Figura 21.1 Modelo dinámico simplificado del cigüeñal.....	310
Figura 21.2 Error absoluto	311
Figura 22.1 Características que busca esta configuración.	317
Figura 22.2 Configuración de una sarta experimental para el estudio de inestabilidades.	319
Figura 22.3 Diagrama de bifurcación simulado y experimental (Círculos) de la configuración ...	320
Figura 22.4 Montaje experimental para análisis de vibración torsional.....	321
Figura 22.5 Registro de la galga en el tiempo obtenido por el software	322
Figura 22.6 Espectro de frecuencia para vibración torsional	322
Figura 22.7 Configuración del péndulo de torsión básico.....	323
Figura 22.8 Modelo físico del Aparato péndulo torsional para mediciones de vibración TM 163..	325
Figura 22.9 Aparato de vibraciones torsionales G.U.N.T 140	326
Figura 22.10 Disposición del banco de pruebas del absolvedor de VT con péndulo	327
Figura 22.11 Banco de vibraciones libres y amortiguadas TM-150.02	328
Figura 22.12 Esquema general de conexión del prototipo.....	329
Figura 22.13 banco de pruebas de vibración torsional por efecto de dientes dañados y superficie desgastada	332
Figura 22.14 componentes del banco	333
Figura 22.15 Disposición del banco para detección de fisuras en rotores.	334
Figura 22.16 Corte con cierra para simular la grieta.....	334
Figura 22.17 Disposición para monitoreo de VT.....	335
Figura 22.18 Banco en ANSYS piezas.....	336
Figura 22.19 Señal portadora para medición de vibración torsional.	337
Figura 22.20 Síntesis de los sistemas analizados por señal portadora.	338

LISTA DE TABLAS

Tabla 2.1 <i>Temas y subtemas de la investigación</i>	55
Tabla 3.1 <i>Rol de los participantes del proyecto en las diferentes sesiones</i>	63
Tabla 6.1 <i>Acontecimientos de graves daños a equipos en centrales eléctricas</i>	80
Tabla 6.2 <i>Eventos de fallos causados por vibración torsional</i>	81
Tabla 6.3 <i>Naturaleza de fallas por vibración</i>	81
Tabla 6.4 <i>Equipos que sufren mayores daños por vibración torsional</i>	82
Tabla 6.5 <i>Lista cronológica de las principales contribuciones que han llevado al desarrollo y comprensión de las vibraciones en máquinas rotativas.</i>	82
Tabla 7.1 <i>Criterios de la clasificación de señales vibratorias</i>	93
Tabla 7.2 <i>Clasificación dependiendo de la señal</i>	94
Tabla 7.3 <i>Clasificación de la vibración según su tipo</i>	95
Tabla 7.4 <i>Clasificación de la vibración según su tipo de excitación</i>	96
Tabla 7.5 <i>Análisis del sistema</i>	97
Tabla 8.1 <i>Unidades para la vibración torsional unidades U.S. y SI</i>	101
Tabla 8.2 <i>Analogía entre vibración rectilínea y vibración torsional</i>	102
Tabla 8.3 <i>Fuentes de excitación de vibración torsional</i>	104
Tabla 8.4 <i>Características de efectos comunes de las vibraciones torsionales</i>	106
Tabla 8.5 <i>Ejemplos de donde se presentan los efectos de la vibración torsional (VT)</i>	107
Tabla 8.6 <i>Software de análisis rotodinámico</i>	111
Tabla 9.1 <i>Parámetros torsionales</i>	115
Tabla 9.2 <i>Formulas para la rigidez torsional de varias configuraciones</i>	117
Tabla 9.3 <i>Momento polar de área J_t y coeficiente de rigidez torsional K_θ para varias geometrías</i>	118
Tabla 9.4 <i>Ejemplo de diversas configuraciones de un eje uniforme en vibración torsional, de longitud l, que ilustra las frecuencias naturales y las formas modales</i>	129
Tabla 9.5 <i>Modelos simplificados simples de maquinaria</i>	129
Tabla 10.1 <i>Parámetros relacionados de Sistemas enganchados</i>	134
Tabla 10.2 <i>Desarrollo de la longitud equivalente</i>	136
Tabla 10.3 <i>Funciones sistemas equivalentes de 1, 2 y 3 masas concentradas</i>	138

Tabla 10.4	<i>Momento de inercia</i>	139
Tabla 10.5	<i>Amplitud relativa de masa tabla de Holzer</i>	143
Tabla 10.6	<i>Procedimiento para el diagrama fase y vector suma</i>	144
Tabla 10.7	<i>Casos representativos</i>	147
Tabla 12.1	<i>Vibración torsional en conjunto con el monitoreo de condición.</i>	159
Tabla 12.2	<i>Mediciones buscadas para observar el efecto de las vibraciones torsionales.</i>	160
Tabla 12.3	<i>Mediciones habituales de velocidad para observar el efecto de la vibración torsional</i> ...	160
Tabla 12.4	<i>Sistema de monitoreo para un conjunto turbina generador.</i>	161
Tabla 12.5	<i>Breve introducción al diagnostico de vibraciones torsionales.</i>	163
Tabla 12.6	<i>Clasificación de sensores por su principio de funcionamiento.</i>	166
Tabla 12.7	<i>Geometrías ópticas que utilizan el principio Doppler (Velocímetros y vibrómetros laser)</i>	168
Tabla 12.8	<i>simulación de falla de un amortiguador elastómero de torsión</i>	171
Tabla 13.1	<i>Tipo de acoples torsionales</i>	176
Tabla 13.2	<i>Algunos tipos de amortiguadores torsionales</i>	179
Tabla 14.1	<i>No linealidades en equipos rotativos</i>	193
Tabla 14.2	<i>Mecanismos de auto-excitación</i>	196
Tabla 14.3	<i>Inestabilidades que afectan el comportamiento de vibración torsional</i>	197
Tabla 15.1	<i>Características de la fatiga torsional.</i>	209
Tabla 16.1	<i>Asimetría en rotores</i>	221
Tabla 16.2	<i>Secciones transversales de ejes con de forma poligonal</i>	229
Tabla 16.3	<i>Fórmulas de longitud equivalente para varias secciones laterales de ejes</i>	230
Tabla 18.1	<i>Dos modelos para comparación de simulaciones</i>	251
Tabla 19.1	<i>Expresiones de sistema real y equivalente</i>	269
Tabla 19.2	<i>Método para análisis no lineal</i>	275
Tabla 20.1	<i>Frecuencias de resonancia debida a desequilibrios máscicos dependiendo del número de polos.</i>	295
Tabla 20.2	<i>Frecuencias de diagnóstico</i>	295
Tabla 20.3	<i>Fuentes de excitación torsional en máquinas eléctricas</i>	299
Tabla 20.4	<i>Perturbaciones transitorias</i>	301
Tabla 21.1	<i>Modelo de 7 grados de libertad de un motor de 4 cilindros</i>	309
Tabla 21.2	<i>Efectos de inercia variable</i>	312
Tabla 21.3	<i>Consecuencias de los valores de amortiguamiento de un vehículo</i>	315
Tabla 22.1	<i>Tipos de sistemas de medición</i>	339

ÍNDICE DE ANEXOS

ANEXO A. VERIFICACIÓN DE FRECUENCIAS NATURALES DE TORSIÓN DE UN SISTEMA EQUIVALENTE MODELADO EN ANSYS.....	378
ANEXO B. FICHAS TÉCNICAS.....	384
ANEXO C. SELECCIÓN DE UN ACOPLER TORSIONAL.....	386
ANEXO D. MONITOREO DE CONDICIÓN DE VIBRACIÓN TORSIONAL EN EJES CON GRIETAS.....	397
ANEXO E. Libro SEMINARIO DE INVESTIGACIÓN DE MAQUINARIA ROTATIVA Y RECIPROCANTE.....	403
ANEXO F. CD ADJUNTO.....	404

GLOSARIO

Aceleración: Razón de cambio de la velocidad respecto al tiempo.

Amplitud: Es la medida de la variación máxima en el tiempo, indica la gravedad del problema y se puede medir en desplazamiento, velocidad o aceleración. Esta medida es la distancia máxima entre el punto más alejado de una onda y el punto de equilibrio o medio.

Armónico: Son frecuencias de vibración que son múltiples integrales de una frecuencia fundamental específica.

Banda de tolerancia: La tolerancia es la cantidad total que le es permitido variar a una dimensión especificada, donde es la diferencia entre los límites superior e inferior especificados.

Ciclo: Es un rango de valores en los cuales un fenómeno periódico se repite.

Convolución: En matemáticas y, en particular, análisis funcional, una convolución es un operador matemático que transforma dos funciones f y g en una tercera función que en cierto sentido representa la magnitud en la que se superponen f y una versión trasladada e invertida de g .

Decibel: Unidad logarítmica de amplitud medida (muy usada en vibraciones y acústica).

Desplazamiento: Cambio de posición de un objeto o partícula de acuerdo a una sistema de referencia

Diagnóstico: Proceso por medio del cual se juzga el estado de una máquina.

Dominio de la Frecuencia: Es la representación gráfica de la vibración en la cual se enfrentan Amplitud vs. Frecuencia.

Dominio del Tiempo: Es la representación gráfica de una señal de vibración en la cual se enfrentan Amplitud vs. Tiempo.

Espectro: Sinónimo de dominio de la frecuencia.

Estocástico: Se denomina estocástico (del latín *stochasticus*, "hábil en conjeturar") al sistema cuyo comportamiento es intrínsecamente no determinístico. Un proceso

estocástico es aquel cuyo comportamiento es no determinista, en la medida que el subsiguiente estado del sistema está determinado tanto por las acciones predecibles del proceso como por elementos aleatorios.

Fase: Es una medida de la diferencia de tiempo entre dos ondas senoidales. Aunque la fase es una diferencia verdadera de tiempo, siempre se mide en términos de ángulo, en grados o radianes. Eso es una normalización del tiempo que requiere un ciclo de la onda sin considerar su verdadero periodo de tiempo.

Frecuencia: Es una medida que se utiliza para el número de veces que se repite la vibración y se expresa en hercios (Hz)

Governor o gobernador: Un gobernador, o el limitador de velocidad, es un dispositivo usado para medir y regular la velocidad de una máquina, como un motor. Un ejemplo clásico es el gobernador centrífugo, también conocido como el vatio o gobernador de fly-ball, que utiliza las pesas que montados en brazos con resorte para determinar qué tan rápido un eje está girando y luego utiliza control proporcional para regular la velocidad del eje.

Grado de libertad: El número de grados de libertad de un sistema dof, es el mínimo número de coordenadas necesarias para definir completamente las posiciones de los elementos de masa del sistema en el espacio.

Heterodino: Generar nuevas frecuencias mediante la mezcla de dos o más señales en un dispositivo no lineal, tal como un diodo, una válvula termoiónica o un transistor.

Moteado: Del inglés specklepattern, es una patrón de intensidad compuesto por interferencias de gran número de frentes de onda, en iguales frecuencias, las cuales tienen diferentes fases y amplitudes, se referencia para cuando un haz de luz laser se dispersa sobre una superficie, se dice que esta moteado.

Resonancia: conjunto de fenómenos relacionados con los movimientos periódicos o casi periódicos en que se produce reforzamiento de una oscilación al someter el sistema a oscilaciones de una frecuencia determinada.

Rotor: En general, el término rotor es usado para la parte que rota en una máquina. El término opuesto es estator, que indica la parte estática de la máquina.

Stall: Problema de inestabilidad, que se origina cuando el flujo y el álabe forman un ángulo superior al ángulo crítico, el flujo se separa de la superficie superior del álabe, generándose un flujo turbulento. Se dice entonces que ha ocurrido una separación.

Strain: Es definida como la relación del cambio en la longitud para una longitud de referencia sin carga, es llamada deformación unitaria y sus unidades a pesar de ser adimensionales suelen darse de la forma *in/in* ó *mm/mm*.

Transiente: Un transiente es una señal o forma de onda que empieza en una amplitud cero. Cuando se hace el análisis de espectro a transientes, generalmente no generan series de armónicos, pero generan un espectro continuo en el que la energía está distribuida sobre el rango de frecuencias.

Valor eficaz: RMS (Root Mean Square). Es el valor más significativo de la amplitud de vibración porque además de tener en cuenta la historia de la vibración en el tiempo da un valor de amplitud relacionado directamente con la energía, es decir, con la capacidad destructora de la vibración.

Valor medio: (Rectificado) Hace intervenir la historia de la vibración en el tiempo, pero es de poco interés práctico porque no está relacionado directamente con alguna magnitud física.

Valor Pico: Es la amplitud máxima de la vibración a partir de la posición de equilibrio. Es útil para indicar niveles de choque de corta duración, pero no considera la historia de la vibración en el tiempo.

Valor Pico-Pico: Indica el recorrido o desplazamiento total de la pieza. Es útil cuando el desplazamiento es crítico por los esfuerzos generados o por el espacio disponible.

Velocidad: Razón de cambio del desplazamiento respecto al tiempo.

RESUMEN

TÍTULO: SEMINARIO DE INVESTIGACIÓN EN VIBRACIÓN TORSIONAL EN MAQUINARIA ROTATIVA Y RECIPROCANTE*

AUTORES: JOHAN ENRIQUE ARDILA BENAVIDES
VIRGILIO BONILLA CAÑIZARES
NINI DEL MAR CORTES MARTINEZ
EDWIN QUINTILIANO MARTÍNEZ BONILLA**

PALABRAS CLAVE: Vibración torsional, torsión, inestabilidades, no lineal, modelos matemáticos, grietas, asimetría, fallas eléctricas, desbalance, bancos.

DESCRIPCIÓN:

Las máquinas rotativas y reciprocantes están expuestas a los efectos de la vibración torsional; este tipo de vibración es uno de los fenómenos causante de fallas en ejes, engranajes, álabes, motores, etc. La información que se encuentra acerca de la vibración torsional en maquinaria es escasa, y la mayor parte se encuentra difundida en diferentes publicaciones que centran su objeto de estudio en un caso específico; además algunas de ellas son de difícil acceso.

Este seminario de investigación presenta el estado del arte sobre la vibración torsional, estudiando, sus generalidades, métodos analíticos usuales, las fuentes de inestabilidades y su comportamiento lineal y no lineal en sistemas rotores con presencia de fisuras, asimetrías, fricción, desbalance y/o desalineamiento. Además se estudian los mecanismos y técnicas de control de mayor uso, así como los dispositivos y estrategias de medición y bancos de pruebas utilizados para la adquisición de datos y validación de modelos. También se realiza una introducción al estudio de la respuesta torsional a fallas eléctricas en motores y generadores eléctricos. Siendo un tema tan complejo, se hace necesario compilar la información existente, para así dar una base teórica de la cual se pueda partir hacia investigaciones más profundas y específicas.

*Trabajo de Grado

**Facultad de Ingenierías Físico-Mecánicas, Escuela de Ingeniería Mecánica, Director MSc. Jabid Eduardo Quiroga Méndez

ABSTRACT

TITLE: SEMINARY OF INVESTIGATION IN TORSIONAL VIBRATION ON ROTATING AND RECIPROCATING MACHINERY*

AUTHORS: JOHAN ENRIQUE ARDILA BENAVIDES
VIRGILIO BONILLA CAÑIZARES
NINI DEL MAR CORTES MARTINEZ
EDWIN QUINTILIANO MARTÍNEZ BONILLA**

KEY WORDS: Torsional vibration, torque, instabilities, nonlinear, mathematical models, cracks, asymmetry, electrical faults, unbalance, benches.

DESCRIPTION:

Rotating and reciprocating machines are exposed to the effects of torsional vibration; this type of vibration is one of the phenomena that cause failures in shafts, gears, blades, motors, etc. The information found on torsional vibration in machinery is scarce, and is most widespread in various publications that focus their object of study in a specific case and some of them are difficult to access.

This investigation seminar presents the state of art over vibration torsional, studying, their generalities, methods usual analytical, sources of instabilities and its linear behavior and nonlinear in systems rotors with presence of fissures, asymmetries, friction and imbalance. In addition study the control mechanisms and techniques most commonly used, as well as devices and strategies measurement and test benches used for data acquisition and validation of models, also performed an introduction to study of the response torsional of electrical faults, in electric motor and generators. Being a subject as complex, it becomes necessary compile existing information, for well give a theoretical basis of which to leaving for deeper and specific investigations.

*Thesis

**Physical-Mechanical Engineering Faculty, Mechanical Engineering School, Director MSc. Jabid Eduardo Quiroga Méndez

INTRODUCCIÓN

Debido al proceso de cambio acelerado y la competitividad en el sector industrial, se ha generado en las grandes y pequeñas empresas la necesidad de ofrecer productos y servicios con un alto nivel de calidad, para ello sus equipos deben estar funcionando adecuadamente. La mayoría de estos equipos son máquinas rotativas y reciprocantes las cuales están expuestas al efecto de las vibraciones mecánicas, por lo tanto requieren de un monitoreo constante para detectar las fuentes generadoras de vibración, controlar el nivel de vibración generado y así evitar la presencia de fallas debido a estas.

Las vibraciones mecánicas son un tema de interés tanto para el sector industrial como para el sector académico, los cuales se complementan mutuamente. En el sector industrial el interés se centra en obtener la mayor disponibilidad y confiabilidad de los equipos, por medio de monitoreo, el cual permite actuar de una forma oportuna antes de presentarse la falla; En el sector académico se pueden mejorar los diseños de los equipos para reducir al máximo los niveles de vibración, y el riesgo de fallo, durante su operación, obtener nuevos métodos de medición y control y así poder optimizarla producción en el sector industrial.

La mayoría de los sistemas disponibles en el mercado para la medición de vibraciones de torsión requieren de modificaciones significativas al equipo, o tienen algunas limitaciones importantes en la aplicación o la ejecución. En consecuencia, el ingeniero que requiere mediciones de vibraciones de torsión a menudo no tiene más remedio que diseñar su propio sistema, utilizando los componentes disponibles en el mercado siempre que sea posible la adaptación para no obstaculizar las especificaciones de rendimiento del equipo particular.

La complejidad del estudio de la vibración torsional y lo descrito anteriormente dificultan el desarrollo de nuevos proyectos de investigación en esta área. Con el desarrollo de este

proyecto de grado se pretende establecer las herramientas teóricas y metodológicas que abarquen los principios generales, los modelos matemáticos y el estado del arte de las vibraciones torsionales en máquinas rotativas y reciprocantes, sentando una base para que se planteen proyectos de investigación en este campo de ingeniería y así aportar al fortalecimiento tanto de los grupos de investigación, como de la Maestría de la Escuela de Ingeniería Mecánica.

**SEMINARIO DE
INVESTIGACIÓN**

PARTE

I

CAPITULO 1

GENERALIDADES DEL SEMINARIO DE INVESTIGACIÓN

La Universidad Industrial de Santander brinda la opción de realizar un seminario de investigación como modalidad para la obtención del grado profesional. El Seminario de Investigación es una herramienta que nace en la Universidad de Gottingen en la Alemania del siglo XVIII como contrapropuesta a la metodología de aprendizaje poco funcional de la universidad medieval del siglo XII. Este proceso de investigación busca una formación integral de sus participantes que combina docencia e investigación para obtener mejores resultados.

El seminario consiste en un aprendizaje grupal, donde sus participantes, recopilan información, estudian, discuten e intercambian experiencias acerca de un tema en particular, complementando, evaluándolo, aportando ideas entre todos, abstrayendo conclusiones y planteando nuevos interrogantes, generando una retroalimentación que se plasma en un documento. El trabajo es complementario. Cada uno de los participantes investiga, pero uno de ellos se encarga de exponer el tema (el relator), otro lo complementa y lo evalúa (el correlator), y un último participante (el protocolante) se encarga de sacar las conclusiones, las cuales se agrupan en el acta de la reunión. La realización del seminario está guiada por un director, quien con su conocimiento y experiencia en el tema, guía a los participantes en todo lo que comprende el desarrollo de la actividad.

1.1 OBJETIVO

El objetivo de un Seminario de Investigación es formar a los participantes para la investigación científica mediante el desarrollo de habilidades específicas aplicadas al asumir los diferentes roles dentro del seminario. Dichas habilidades están orientadas a:

1. Desarrollar la capacidad de lector crítico de resultados de investigación en cualquiera de las áreas del conocimiento.
2. Fortalecer la capacidad de observar e identificar los problemas presentes en tópicos bajo análisis.
3. Buscar respuestas a preguntas claves y sustentarlas teórica y metodológicamente en forma verbal y por escrito.
4. Identificar las relaciones del problema objeto de estudio con el contexto económico, político o socialización de enriquecer con una mirada integral, el conocimiento para el grupo de estudiantes.

El objetivo se logra desde un trabajo personal hacia uno grupal, en la cual cada participante aporta de acuerdo a sus temas de interés y su estilo de aprendizaje. Esta participación activa está acompañada del diálogo y la colaboración mutua y es especialmente útil para aprender a escuchar ideas de forma interpretativa.

1.2 VENTAJAS

- Contar con un director, que guía el desarrollo del seminario y está atento a resolver inquietudes y orientar sobre el tema de investigación.
- Fortalecer el hábito de documentación acerca del tema de estudio. Esto permite apropiarse del conocimiento encontrado en cada texto, mejorando las competencias interpretativas.
- Variar los roles dentro de un equipo de trabajo, lo cual permite que cada uno desarrolle habilidades de comunicación, relaciones interpersonales y manejo del escenario, las cuales son necesarias para la formación personal y profesional.

- Experimentar el trabajo en equipo, sin ningún tipo de hegemonía ni jerarquía, lo cual le da eficiencia al trabajo. Cuando el equipo es multidisciplinario, la ganancia es doble.
- Desarrollar y usar herramientas didácticas durante las sesiones, así como planificar con detalle cada una de estas. Esta actividad es parte de la formación de futuros docentes en el área de especialización.
- Familiarizar al estudiante con metodologías de estudio e investigación, las cuales serán útiles a lo largo de toda su vida de aprendizaje en todas las áreas del conocimiento.
- Desarrollar en cada participante un alto sentido de responsabilidad, la cual es muy necesaria para la correcta realización de cada sesión.

1.3 ORGANIZACIÓN DEL SEMINARIO DE INVESTIGACIÓN

El Seminario de Investigación se compone de las siguientes actividades: la Relatoría, la Correlatoría, la Discusión y el Protocolo, las cuales deben girar en torno a un tema, del que se desprenden los subtemas a tratar durante las sesiones. Dichas actividades son responsabilidad de los integrantes del grupo, por lo cual a cada uno de ellos es asignado un rol, de carácter rotativo.

El seminario de investigación en vibración torsional en maquinaria rotativa y recíproca está compuesto por:

Figura 1.1 *Integrantes del seminario*

SEMENARIO DE INVESTIGACION EN VIBRACIÓN TORSIONAL EN MAQUINARIA ROTATIVA Y RECÍPROCA	
Director:	MSc. Jabid Eduardo Quiroga Méndez
Participantes:	Johan Enrique Árdila Benavides Virgilio Bonilla Cañizares Nini del Mar Cortés Martínez Edwin Quintiliano Martínez Bonilla

A los participantes se les entrega un rol diferente para cada sesión. Las sesiones se llevan a cabo en las instalaciones de la Escuela de Ingeniería Mecánica con asistencia abierta a la comunidad universitaria. El número de sesiones que abordan los temas y subtemas relacionados con el seminario son mostradas en la Tabla 2.1. Las sesiones se programan para una duración de 2 horas.

1.4 TEMA DEL SEMINARIO DE INVESTIGACIÓN

Las máquinas rotativas y reciprocantes están expuestas a los efectos de la vibración torsional; la presencia de este tipo de vibración es nociva para las máquinas ya que provoca esfuerzos torsionales que pueden producir fallas en ejes, engranajes, alabes, motores, etc. La vibración torsional a simple vista no es detectable. La detección de las fuentes generadoras de la vibración torsional es difícil debido a la poca y dispersa información existente, y a que ya que se requiere de instrumentos especializados y métodos diferentes de los convencionales para su detección. Aunque todos los elementos de las máquinas se diseñan con el fin de que no se presenten ningún tipo de resonancia torsional, es decir con gran rigidez a la torsión, cuando varios elementos se acoplan en la mayoría de los casos esta rigidez disminuye y las frecuencias naturales de los elementos que lo componen también bajan provocando que la máquina pierda confiabilidad y dejándola vulnerable a la resonancia torsional.

La complejidad del estudio de la vibración torsional y lo descrito anteriormente dificultan el desarrollo de nuevos proyectos de investigación en esta área. Con el desarrollo de este proyecto de grado se pretende aportar un grano de arena en la investigación en el área de las vibraciones mecánicas enfocadas hacia las vibraciones torsionales, con el objeto de establecer herramientas teóricas y metodológicas que abarquen los principios generales, los modelos matemáticos y el estado del arte de las vibraciones torsionales en máquinas rotativas y reciprocantes sentando una base para el planteamiento y desarrollo de proyectos de investigación en esta área.

1.5 DIRECCIÓN DEL SEMINARIO DE INVESTIGACIÓN

La dirección del Seminario de Investigación en Vibración Torsional en Máquinas Rotativas y Reciprocantes está a cargo del profesor MSc. Jabid Eduardo Quiroga Méndez, quien tiene la experiencia y el conocimiento necesario para orientar el trabajo que de una manera especial a aportado durante la realización de cada sesión, interesado en la formación profesional de alta calidad de cada uno de los participantes.

Figura 1.2 Formación académica del Director de proyecto

Formación Académica	
• Maestría/Magister	Florida State University MSc. en Ingeniería Mecánica de 2006 - de 2008 STATOR WINDING FAULT DETECTION FOR A PMSM USING FUZZY LOGIC CLASSIFIER AND NEURAL NETWORK MODEL IDENTIFICATION
• Especialización	Universidad Industrial de Santander - UIS Docencia Universitaria de 1998 - de 2000 Resolución de Problemas en la asignatura de Estática de la UIS
• Pregrado/Universitario	Universidad Industrial de Santander - UIS Ingeniería Mecánica de 1989 - de 1995 Automatización de una turbina Peltón
• Secundario	Virrey Solís de 1981 - de 1987

1.6 DESCRIPCIÓN DE ROLES

El rol de cada participante del seminario es el siguiente:

Las tareas del director son:

- Orientar a los participantes en su investigación.
- Brindar la asesoría que se requiere para encaminar el trabajo y conseguir los propósitos establecidos.
- Resolver las dudas e inquietudes que se presentan.
- Orientar sobre las fuentes de consulta a los miembros del grupo.
- Velar por mantener la cohesión del grupo y un adecuado ambiente de trabajo.

- Intervenir durante las sesiones corrigiendo y complementando las opiniones de los participantes, propiciando así el debate, mediante el cual se muestre la capacidad e decisión de cada miembro del grupo, así como su expresión oral y argumentación durante el seminario.

Las tareas del relator son:

- Identificar, seleccionar y organizar materiales, textos y contenidos.
- Ser un buen expositor, aprender a expresarse y argumentar en público.
- Sintetizar ideas y sacar conclusiones propias.
- Someterse a la crítica y al juicio colectivo, lo que genera madurez psíquica e intelectual para su vida académica, profesional y personal.
- Identificar las preguntas claves contextualizadas.

Las tareas del correlator son:

- Saber escuchar y potenciar la habilidad de concentración.
- Realizar aportes de manera valorativa y crítica.
- Ejercitar la capacidad de evaluar, mediante la apreciación y valoración del dominio argumental del tema, de la claridad de la exposición y de la capacidad de motivar y convencer al grupo.
- Identificar las preguntas claves contextualizadas.

Las tareas del protocolante son:

- Percibir y captar lo fundamental de lo tratado en la sesión.
- Identificar los momentos más significativos y plasmarlo por escrito.
- Generar fuentes de producción intelectual a través de las memorias que son fruto del seminario.

Se busca que los participantes logren:

- Autoevaluar su nivel de preparación en cuanto al tema.
- Desarrollar habilidades para dialogar, confrontar ideas, trabajar en grupo y respetar la opinión de los demás.

- Aprender a participar cuando es pertinente y necesario, registrando, anotando y organizando las ideas y argumentos cuando se desea intervenir, respetando y demostrando interés por apreciar y evaluar los argumentos contrarios.

1.7 METODOLOGÍA DEL SEMINARIO DE INVESTIGACIÓN

La metodología usada en el Seminario de Investigación en Vibración Torsional en Máquinas Rotativas y Recíprocas sigue los lineamientos para esta modalidad de trabajo de grado, establecidos por la vicerrectoría académica de la Universidad Industrial de Santander. La metodología propuesta está expresada en la Figura 1.3 y fue la base para el desarrollo de la actividad de forma fluida, con el propósito de cumplir los objetivos propuestos para el seminario.

Figura 1.3 Metodología usada para el desarrollo del Seminario de Investigación



CAPITULO 2

PLANEACIÓN

La labor más importante de esta etapa es la selección del tema. Este tema debe generar en los participantes interés y motivación, ya que de esto depende el éxito del seminario. Después de tener claro este asunto, se plantean las posibilidades para abordarlo y el alcance y resultado que se espera obtener (El alcance depende del grado de formación de los participantes). Si se encuentra que un Seminario de Investigación cumple con las expectativas que el grupo plantea, se establecen los lineamientos bajo los cuales se desarrollará.

2.1 OBJETIVOS PLANTEADOS

Los objetivos planteados en esta etapa fueron los siguientes:

Objetivo General

- Investigar y documentar acerca del estado del arte de la vibración torsional en máquinas rotativas y reciprocantes, logrando integrar y clarificar los temas relevantes, que permitan promover estudios científicos en el área de la rotodinámica para la Escuela de Ingeniería Mecánica de la Universidad Industrial de Santander

Objetivos Específicos

- Realizar una revisión bibliográfica en base de datos, artículos científicos revistas, libros y manuales del tema a desarrollar.
- Compilar y analizar la información encontrada para abordar los contenidos necesarios en el desarrollo del seminario.
- Establecer la teoría básica requerida para el estudio de la vibración torsional.
- Identificar los métodos y técnicas de monitoreo y control de la vibración torsional.
- Presentar la metodología empleada en la identificación de no linealidades y sus aproximaciones matemáticas en el problema de vibración torsional.
- Desarrollar 16 sesiones donde se aborden los contenidos investigados para el proyecto, de acuerdo a la metodología del seminario de investigación adoptada por la Universidad Industrial de Santander cubriendo la siguiente temática:
 1. Generalidades de las vibraciones mecánicas
 2. Generalidades de la vibración torsional
 3. Modelamiento básico de las vibraciones torsionales en maquinaria rotativa
 4. Modelamiento básico de las vibraciones torsionales en máquinas reciprocantes
 5. Medición y monitoreo de vibraciones torsionales
 6. Control de vibraciones torsionales
 7. Métodos matemáticos
 8. Vibración torsional no lineal en ejes-rotors
 9. Vibración torsional no lineal causada por grietas en el eje
 10. Vibración torsional en rotores asimétricos
 11. Vibración torsional en rotores desbalanceados
 12. Vibración torsional causada por fricción
 13. Vibración torsional en sistemas engranados
 14. Vibración torsional por efectos eléctricos
 15. Vibración torsional no lineal maquinas reciprocantes

16. Bancos de experimentación para la validación y medición de la vibración torsional

- (Redactar, escribir, desarrollar o presentar) un documento que contenga las memorias del seminario.
- Realizar presentaciones en PowerPoint de los temas relacionados.

2.2 ESTUDIO BIBLIOGRÁFICO

Para fundamentar el seminario inicialmente se identificaron unas referencias bibliográficas que proporcionaron los conocimientos básicos para el estudio de la vibración torsional y algunas generalidades sobre el comportamiento no lineal de un sistema torsional. La bibliografía definida antes de la ejecución del seminario fue:

- ❖ BACHSCHMID. Nicolás. y PENNACCHI. Paolo. Advances in Vibration Control and Diagnostics. Polimetrical. 2006.

Este libro presenta algunos conceptos actualizados sobre el control de la vibración y el diagnóstico en los sistemas mecánicos seleccionados por el comité científico durante los últimos tres años. Los documentos, que abarcan una amplia gama de temas ápicos varias conexiones entre ellos, se pueden clasificar en tres grupos principales, es decir, i) el comportamiento dinámico de máquinas rotativas; ii) control de vibración de estructuras mecánicas y iii) aplicaciones de emisión de ruido.

- ❖ CRAWFORD, R. Arthur y CRAWFORD, Steve. The Simplified Handbook of Vibration Analysis. Vol. 1, Computational Systems Inc., 1992.

Este libro explica cómo determinar el estado de maquinaria recíproca y rotativa mediante el análisis de las señales de vibración, y hace hincapié en la experiencia práctica y en el mundo real de la resolución de problemas y empieza con una discusión sobre los sistemas mecánicos vibratorios en respuesta a estados forzados. Esto conduce a

una discusión de la representación vectorial de la fuerza, la creación de una base para las técnicas de análisis que se examinan más adelante en el manual.

- ❖ C. DE LA ROSA. Francisco. Harmonics and Power Systems. Taylor & Francis Group. 2006.

Este libro pretende proporcionar una referencia completa en generación de corriente armónica, propagación, y control en poder eléctrico de redes. La distorsión armónica de onda es una de las más importantes cuestiones de las cuales la industria eléctrica enfrenta hoy en día debido al volumen sustancial de la energía eléctrica que es convertida en otras formas de energía a partir de la corriente alterna (AC). También es un tema importante de discusión el hecho de preguntarse cuáles son los límites de la deformación de la forma de onda. Fabricantes de equipos eléctricos se esfuerzan por encontrar las condiciones adecuadas para el diseño y operación de aparatos de esta manera pueden operar de manera confiable.

- ❖ DE SILVA, Clarence W. Vibration and Shock Handbook. Taylor & Francis, 2005.

Este manual ofrece todas las técnicas, herramientas, instrumentos, y los datos necesarios para modelar, analizar, monitorear, modificar y controlar las vibraciones, golpes, ruido, y acústica. El Manual abarca: fundamentos y técnicas de análisis, técnicas de computación, herramientas y análisis de señales, de choque y las metodologías de vibración, instrumentación y pruebas; supresión de las vibraciones, la amortiguación y el control, la vigilancia y el diagnóstico, las vibraciones sísmicas y las cuestiones reglamentarias, diseños de sistemas para la aplicación y puesta en práctica del control de la acústica y la supresión del ruido.

- ❖ DE SILVA, Clarence W. Vibration: Fundamentals and Practice, Second Edition. Taylor & Francis, 2006.

Este libro es una herramienta sólida de instrucción para el modelado, análisis, simulación, medición, monitoreo, prueba, control y diseño de las vibraciones en 22

sistemas de ingeniería. Se condensa la experiencia distinguida y amplia del autor en un texto fácil de usar, muy práctico que prepara a los estudiantes para problemas reales en una variedad de campos de la ingeniería.

❖ INMAN. J Daniel. Engineering Vibration. Pearson Education. 2001

Es un libro que pretende dar herramientas en el aprendizaje de las vibraciones, enfocándose en el diseño utilizando para estos dos objetivos herramientas computacionales. Tratando temas como respuestas a excitaciones armónicas, propiedades de las respuestas no lineales, parámetros de distribución en sistemas, vibración torsional, Además presenta métodos experimentales para análisis modal; Al finalizar el texto contiene un capítulo que trata de Métodos de elementos finitos enfocados al estudio de la vibración.

❖ MARÍN. Palomino Evelio. Elementos de Medición y Análisis de Vibraciones en Máquinas Rotatorias.2007.CEIM. Habana Cuba.

Este libro trata temas relacionados con el mantenimiento predictivo, centrándose en las vibraciones de maquinas rotativas, relacionando las fuerzas de vibración que actúan en estas maquinas. Este libro es una guía para el análisis de las vibraciones de maquinas rotativas y medición. Además contiene capítulos en los cuales se mencionan las causas más frecuentes de vibración en maquinas rotativas.

❖ PIERSOL.G.Allan, y PAEZ.L.Thomas. Harris'Shock and Vibration Handbook.6 ed.McGraw Hill. 2010

Este es un excelente manual para el estudio de las vibraciones ya que trata temas desde la teoría básica de la vibración, dinámica de la absorción de la vibración y masas auxiliares de amortiguación, tratando temas como las respuesta transientes, Dinámica de la absorción y masa acopladas de amortiguamiento, además de estos y otros, dedica un capítulo entero al estudio exclusivo de la vibración torsional en maquinas reciprocantes y rotativas.

❖ WALKER, Duncan N. Torsional Vibration of Turbomachinery. McGraw Hill. 2004

Este libro presenta un resumen de los tipos y la naturaleza de la perturbación de torsión, experimentados por turbomáquinas y máquinas rotativas o por motores eléctricos; mostrando la respuesta como resultado de la vibración. Además presenta revisión de las características de los mecanismos de amortiguación y teoría de vibración torsional para el calcular la frecuencia natural, formas modales, estado estacionario y respuesta transitoria. Reglas de diseño torsional, técnicas de fatiga torsional, medición, monitoreo y diagnóstico de la vibración torsional.

2.3 ESTUDIOS PREVIOS AL SEMINARIO DE INVESTIGACIÓN DE VIBRACIÓN TORSIONAL

Realizando una búsqueda por medio de la plataforma de la biblioteca de la *Universidad Industrial de Santander*-Base de datos, se pudo encontrar que se han realizado los siguientes aportes acerca de la vibración torsional en orden cronológico.

1. **BARBOSA VALBUENA, William y ARGOTE FUENTES, Gilberto Fidel.** Eliminación y amortiguación de vibraciones de torsión en máquinas. Proyecto de grado Ingeniero mecánico. Bucaramanga: Universidad Industrial de Santander. Facultad de Ingenierías Físico Mecánicas. Escuela de Ingeniería Mecánica, 1991. 241 p
2. **GARCÍA CASTRO, Alfonso, y BORRAS PINILLA, Carlos.** Análisis de vibración torsional en máquinas. Bucaramanga: Universidad Industrial de Santander, Facultad de Ingenierías Físico Mecánicas. Escuela de Ingeniería mecánica, 1995. 218p
3. **URIBE, Daniel. y FONQUE, Agustín.** Vibración torsional. Sistema de medición y experimentación. Proyecto de grado Ingeniero mecánico. Bucaramanga: Universidad Industrial de Santander. Facultad de Ingenierías Físico Mecánicas. Escuela de Ingeniería Mecánica, 1995. 169 p
4. **CRUZ MORA, Leonel.** Sistema de monitoreo para el banco de vibración torsional "TORSIOLAB". Proyecto de grado Ingeniero mecánico. Bucaramanga: Universidad Industrial de Santander. Facultad de Ingenierías Físico Mecánicas. Escuela de Ingeniería mecánica, 2004. 172 p
5. **ROSSAS SARMIENTO, Guillermo.** Estudio de vibraciones mecánicas en máquinas reciprocantes. Proyecto de grado Ingeniero mecánico. Bucaramanga: Universidad Industrial de Santander. Facultad de Ingenierías Físico Mecánicas. Escuela de Ingeniería Mecánica, 2004. 391 p

2.4 SELECCIÓN DE SUBTEMAS

Una vez recopilada la información y planteado el alcance del seminario, se plantean los temas y subtemas que se estudiarán, que permitan comprender el fenómeno de vibración torsional de forma integral, con el nivel de complejidad planeado, (ver Tabla 2.1).

Tabla 2.1 Temas y subtemas de la investigación

TEMA	SUBTEMAS
1. GENERALIDADES DE LAS VIBRACIONES MECÁNICAS	A. Definición. B. Clasificación. C. Análisis Vibratorio.
2. GENERALIDADES DE LAS VIBRACIONES TORSIONALES	A. Características de la vibración torsional. B. Causas de la vibración torsional. C. Efectos de la vibración torsional. D. Objetivos del análisis de vibración torsional.
3. MODELAMIENTO BÁSICO	A. Descripción. B. Caracterización.
4. MODELAMIENTO EN MAQUINAS RECIPROCANES	A. Vibración Torsional de cigüeñales. B. Problemas específicos de las maquinas alternativas. C. Sistema equivalente para el estudio de las vibraciones torsionales. D. Calculo de las frecuencias naturales.
5. MÉTODOS MATEMÁTICOS Y TÉCNICAS DE ANÁLISIS	A. Método de Holzer. B. Modelo de Riccati. C. Transformada de Wavelet. D. Transformada de Hilbert-Huang. E. Modelo de Newmark-Beta. F. Métodos de elementos finitos
6. MEDICIÓN Y MONITOREO	A. Medición B. Análisis. C. Sensorica. D. Monitoreo.
7. CONTROL DE VIBRACIONES TORSIONALES	A. Mecanismos de control B. Estrategias comunes
8. VIBRACIÓN TORSIONAL NO LINEAL EN EJES-ROTORES	A. Características de la no linealidad. B. Influencia de masas acopladas. C. Efecto de la longitud del eje.
9. VIBRACIÓN TORSIONAL NO LINEAL CAUSADA POR GRIETAS EN EL EJE	A. Efecto de la longitud y profundidad de la grieta. B. Análisis de fisuras longitudinales. C. Análisis de fisuras transversales.
10. ROTORES ASIMÉTRICOS.	A. Influencia por rigidez asimétrica. B. Análisis para ejes con conicidad.

Tabla 2.1 (continuación)

TEMA	SUBTEMAS
11. ROTORES DESBALANCEADOS	A. Características de la vibración torsional por desbalance. B. Modelo de un rotor con desequilibrio.
12. VIBRACIÓN TORSIONAL CAUSADA POR FRICCIÓN	A. Influencia de la fricción. B. Fricción discontinua (alternante). C. Influencia de un roce-chocante. D. Análisis del rozamiento rotor-estator.
13. SISTEMAS ENGRANADOS	A. Fuerzas sobre el engranaje. B. Errores en la forma de engranar. C. Desalineamiento de los acoples de engranaje.
14. VIBRACIÓN TORSIONAL POR EFECTOS ELÉCTRICOS	A. Efecto de la variación de voltaje. B. En procesos de arranque. C. Análisis por alta frecuencia.
15. MAQUINAS RECIPROCANTES	A. Inestabilidad torsional de los mecanismos de manivela. B. Problemas de no linealidad de las máquinas alternativas.
16. BANCOS DE EXPERIMENTACIÓN	A. Generalidades. B. Evaluación y validación. C. Medición y equipos de medición.

CAPITULO 3

EJECUCIÓN

En la etapa de ejecución se lleva a cabo lo planeado anteriormente. El proceso que se repitió para cada subtema comprende la documentación para cada sesión, la elaboración de las memorias y de la presentación por parte del relator, el desarrollo de la sesión y la posterior retroalimentación. Esta retroalimentación se deja condensada en el acta de la sesión.

La Tabla 3.1 presenta la asignación de sesiones por tema y los roles asignado para cada uno de los integrantes del grupo del seminario.

El protocolo para realizar cada sesión está compuesto de los siguientes pasos:

- El documento previo a la sesión se redacta de forma clara en un archivo formato .doc, cumpliendo las normas NTC 1486 y es estudiado por los participantes con antelación para garantizar el éxito de la sesión.
- Se levanta un acta donde se especifica su número consecutivo, la fecha y hora de la sesión, lugar, participantes, tema desarrollado observaciones y conclusiones.
- Se preparan las presentaciones en Microsoft PowerPoint por parte del relator.

3.1 DESCRIPCIÓN DE LOS TEMAS

❖ 1. GENERALIDADES DE LAS VIBRACIONES MECÁNICAS

El presente documento busca recopilar información básica y relevante acerca de las vibraciones mecánicas, para así dar comienzo al estudio de la vibración torsional en maquinaria rotativa y reciprocante que se detallará en capítulos posteriores.

❖ 2. GENERALIDADES DE LA VIBRACIÓN TORSIONAL

Equipos rotativos y reciprocantes, que transforman energía de rotación en alternante, y viceversa, a menudo son sometidos a vibraciones de torsión. Esto hace que sea necesario el análisis de las características de torsión de los componentes del sistema. En este capítulo se intenta clarificar el proceso de su análisis a través de ejemplos y descripciones de los fundamentos básicos del movimiento torsional y cómo este puede ser interpretado.

❖ 3. MODELAMIENTO BÁSICO DE LA VIBRACIÓN TORSIONAL

El modelado de un sistema torsional es el primer paso para determinar las respuestas de vibración. En este capítulo es enfocado en el modelamiento básico de la vibración torsional de sistemas de un grado de libertad, para así extender este estudio a sistemas más complejos.

❖ 4. MODELAMIENTO DE LA VIBRACIÓN TORSIONAL EN MAQUINARIA RECIPROCANTE

El presente documento busca aclarar temas relacionados con las máquinas reciprocantes como motores de combustión interna y compresores, partiendo de un sistema simple para dar solución acaso más complejos, en donde efectos de la

segunda resonancia son tomados en cuenta para un modelo más cercano a la realidad.

❖ 5. MÉTODOS MATEMÁTICOS Y TÉCNICAS DE ANÁLISIS

Existen métodos analíticos que permiten bajo ciertas condiciones representar sistemas como un modelo equivalente de la mayoría de sistemas vibratorios que involucran sistemas inerciales, elásticos y amortiguadores; y hacer uso de las ecuaciones vistas en apartados anteriores para determinar la frecuencia natural y modos de vibración. Es importante resaltar que las vibraciones generadas por maquinas industriales siempre contiene señales lineales, no lineales, estacionarias y no estacionaria, en la actualidad se encuentran diversos métodos unos con más ventajas que otros para el análisis de estos tipos señales

❖ 6. MEDICIÓN Y MONITOREO DE LA VIBRACIÓN TORSIONAL

El presente capitulo se enfoca a las diferentes formas de medición, monitoreo y análisis de la vibración torsional, al igual que estudiaremos algunos equipos que son utilizados para tal fin, es indispensable conocer de que se trata el fenómeno, pero eso ya se ha estudiado en capítulos anteriores, ahora se debe observar con la tecnología actual, e incluso conocer las nuevas formas de estudio de este tipo de vibración. Todo esto será un paso introductorio y complementado en el capítulo 16 de esta investigación.

❖ 7. TÉCNICAS Y DISPOSITIVOS DE CONTROL DE LA VIBRACIÓN TORSIONAL

En este capítulo se hará énfasis en algunas técnicas de control de la vibración torsional, su amortiguamiento y sintonización a las especificaciones de normas internacionales. Primero se analiza la torsión en ejes, la fatiga torsional y las características de los materiales de amortiguación; Luego se estudia el efecto que

tiene los diferentes tipos de acoples y amortiguadores torsionales sobre las respuestas de torsión del sistema.

❖ 8. NO LINEALIDADES E INESTABILIDADES DE LA VIBRACIÓN TORSIONAL EN EJES-ROTORES

En este capítulo se describe los efectos sobre la vibración torsional cuando un sistema presenta no linealidades y se dan las características relevantes de las inestabilidades que han sido estudiadas por diferentes autores y que tienen efectos sobre las respuestas de la vibración torsional en maquinaria rotativa, entrando en detalle en capítulos posteriores, los efectos de; fisuras, fricción, inestabilidades eléctricas, asimetría y desbalance de ejes.

❖ 9. VIBRACIÓN TORSIONAL NO LINEAL CAUSADA POR GRIETAS EN EL EJE

Uno de los problemas más serios en las máquinas de alta velocidad es el riesgo de una falla catastrófica debido a la generación de grietas en los ejes, aunque estos estén cuidadosamente diseñados y construidos con materiales de alta calidad se encuentran antecedentes de detenciones de plantas causadas por el colapso de ejes agrietados llegando incluso a la destrucción total de las máquinas. Es de vital importancia el estudio del modelamiento, comportamiento, efectos en las vibraciones torsionales y métodos de identificación de grietas

❖ 10. VIBRACIÓN TORSIONAL EN ROTORES ASIMÉTRICOS

El análisis de la vibración torsional en rotores asimétricos ha tenido poco estudio y continúa en investigación. Se han planteado algunas soluciones para ejes con asimetría geométrica y algunos investigadores han estudiado la vibración torsional acoplada a la vibración lateral en rotores asimétricos. En este capítulo se da una descripción de las fuentes de asimetría en sistema torsionales y se dan modelos de análisis para sistemas con ejes con secciones laterales cónicas y escalonadas.

❖ 11. VIBRACIÓN TORSIONAL EN ROTORES CON DESBALANCE Y/O DESALINEAMIENTO

Los rotores son de un gran uso e importancia en la industria. El desbalance y la desalineamiento son problemas serios y comunes en los sistemas de rotores; y en consecuencia en las máquinas rotativas. Si una máquina no está correctamente balanceada o alineada, generalmente presenta altos niveles de vibración, ruido y desgaste los cuales son evidentes; también podría ocasionar una reducción en la resistencia de la fatiga de la máquina. Es de gran importancia el estudio del comportamiento, del modelado y de los efectos en las vibraciones laterales y torsionales del desbalance y desalineamiento de los sistemas de rotores.

❖ 12. VIBRACIÓN TORSIONAL CAUSADA POR FRICCIÓN

En este capítulo se contemplaran diferentes modelos y métodos para simular el efecto de la fricción en diversos sistemas dinámicos y estáticos, basados en el modelo de la fricción de Coulomb de forma continua o a trozos, Por otra parte dichos modelos son compuestos para lograr llevarlos a simulación y así comparar los modelos teóricos con simulaciones computacionales. Al final de cada método se presentan algunas conclusiones, al igual que algunos ejemplos de aplicación de los mismos, principalmente implementados en el estudio de las vibraciones torsionales en sartas de perforación.

❖ 13. VIBRACIÓN TORSIONAL EN SISTEMAS ENGRANADOS

Los sistemas más comúnmente utilizados de transmitir potencia se hace por medio de engranes los cuales tiene ventajas, como el poder usarse en ejes que se cruzan o cortan, las desventajas es su gran sensibilidad a problemas de montaje y de vibración; en esta capítulo tratara temas como errores de engrane en ruedas

dentadas, así como el modelo de la transmisión, inestabilidades *paramétricas*, y cálculo de parámetros como rigidez de engrane, etc.

❖ 14. VIBRACIÓN TORSIONAL DEBIDO A EFECTOS ELÉCTRICOS

Este capítulo comprende los fenómenos eléctricos que presentan los equipos de generación eléctrica y los motores DC y AC; La resonancia torsional debido a la coincidencia de la frecuencia de la red con alguna frecuencia de los armónicos de estos equipos. Se da una breve introducción a las características físicas de los motores A.C y DC describiendo los efectos de la resonancia en ellos.

❖ 15. NO LINEALIDADES E INESTABILIDADES DE LA VIBRACIÓN TORSIONAL EN MAQUINARIA RECIPROCANTE

El presente capítulo trata de aclarar los temas relacionados con el comportamiento no lineal de las máquinas de movimiento alternante; describiendo métodos y técnicas utilizadas para evaluar las zonas de inestabilidad o valores críticos de la velocidad de operación, se discuten los factores que causan la no linealidad y como afectan en el fenómeno de resonancia secundaria.

❖ 16. BANCOS DE EXPERIMENTACIÓN PARA LA VIBRACIÓN TORSIONAL

El siguiente capítulo, se pretende dar una muestra de los diversos tipos de bancos, que pueden encontrarse como producto de investigaciones acerca de la vibración torsional, todos ellos realizados en diferentes universidades, institutos y centros de investigación alrededor del mundo quienes han proporcionado en patentes, tesis, revistas, y artículos sus diseños; de forma análoga se pretende aprovechar el ámbito de este seminario de investigación, para guiar y dar algunas pautas al desarrollo de un banco para mediciones vibración torsionales.

Tabla 3.1 Rol de los participantes del proyecto en las diferentes sesiones

Expositor	Jabid Quiroga	Virgilio Bonilla				Edwin Martinez				Nini Cortés				Johan Ardila			
	A	R	C	P	D	R	C	P	D	R	C	P	D	R	C	P	D
1	X		X			X						X					X
2	X			X			X			X							X
3	X	X					X					X					X
4	X		X			X						X					X
5	X				X			X		X						X	
6	X			X					X	X				X			
7	X	X							X			X			X		
8	X	X							X	X							X
9	X				X		X			X							X
10	X	X							X	X							X
11	X			X			X			X							X
12	X		X						X				X	X			
13	X				X	X					X					X	
14	X	X						X					X		X		
15	X			X		X							X	X			
16	X		X					X					X	X			

- A → Apertura
- R → Relator
- C → Correlator
- P → Protocolante
- D → Discusión

Fuente: Los autores

3.2 EL ACTA

El acta es el documento generado a partir de la sesión y resume el tema tratado y las conclusiones obtenidas a partir de la discusión, y es un insumo para la elaboración del informe final. Además, el acta contiene los puntos específicos que el director aporta en relación con el tema expuesto: Los cambios que sugiere, el conocimiento que aporta, la evaluación que realiza de la calidad del expositor y los participantes, los objetivos y metas que plantea, entre otros. En la Figura 3.1 se muestra una de las actas desarrolladas durante el desarrollo del seminario.

Figura 3.1 Ejemplo de un acta diligenciada

ACTA No. 1	Sesión 1. GENERALIDADES DELAS VIBRACIONES MECÁNICAS		
Fecha: 25/01/2013	Hora: 12 a.m.	Lugar: Escuela de Ingeniería Mecánica	
Asistentes y funciones			
EDWIN QUINTILIANO MARTINEZ BONILLA		Relator	
JOHAN ENRIQUE ARDILA BENAVIDES		Correlator	
VIRGLIO BONILLA CANIZARES		Protocolante	
NINIDEL MAR CORTES MARTINEZ		Participante	
JABID EDUARDO QUIROGA MENDEZ		Director	
Tema			
1.1 DEFINICIÓN DE VIBRACIÓN 1.2 CLASIFICACIÓN DE LAS VIBRACIONES 1.3 VIBRACIÓN DETERMINÍSTICA 1.4 VIBRACIÓN PROBABILÍSTICA O VIBRACIÓN ALEATORIA 1.5 CLASIFICACIÓN DE LAS VIBRACIONES SEGÚN EL TIPO DE VIBRACIÓN 1.6 CLASIFICACIÓN DE LAS VIBRACIONES SEGÚN EL TIPO DE EXCITACIÓN 1.7 ANÁLISIS VIBRATORIO			
Contenido y desarrollo de la sesión			
<p>Esta sesión está enfocada en el estudio de la teoría básica y relevante de las vibraciones mecánicas, su clasificación y sus características más importantes, con lo cual se podrá tener una mayor visión acerca de este fenómeno, para así dar comienzo al estudio de la vibración torsional en maquinaria rotativa y recíproca que se detallará en capítulos posteriores.</p> <p>Se presenta las formas de análisis vibracional que permitirán entender como es te puede brindar información valiosa acerca del estado de la maquina. Se da una breve introducción de las siguientes técnicas.</p> <ul style="list-style-type: none"> •Análisis espectral. •Análisis en forma de onda. •Análisis de Fase de Vibraciones. •Análisis de Orbitas. •Análisis de Vibraciones en partidas y paradas de una máquina. 			
Anotaciones y observaciones			
Las diapositivas deben mejorar en su contenido. Realizar una profundización personal de los temas expuestos para tener mayor claridad de estos.			
Conclusiones			
La información recopilada fue la adecuada pero se debe hacer una mayor profundización para tener claridad del tema			
Firma			
<p>.....</p> <p>Jabid Eduardo Quiroga Mendez</p>			

Fuente: Los autores

3.3 SOFTWARE DE APOYO

Cada una de las tareas en la realización del seminario obligo a la utilización de software especializado; para la realización de los documentos de síntesis de cada sesión del seminario de investigación, se utilizó el editor de texto Microsoft office Word 2007, el cual tiene una interfaz sencilla para el manejo de referencias, este genera un archivo .XML el cual guardara todas las referencias usadas en la realización del seminario. Para realización y edición de gráficas e imágenes se utilizaron Inkscape, un software libre permite una fácil

creación de imágenes vectoriales, otros usados para este mismo propósito fue PowerPoint, Autocad 2010, Gimp.

Para algunas simulaciones de sistemas sencillos se utilizó Working Model 2D, ANSYS14 versión de prueba. Para solución de ecuaciones, iteraciones, gráficas de resultados se utilizó EES y Excel 2007. En la realización del seminario se vio la necesidad de estar conectados permanentemente en las ocasiones en que trabajamos por separado en lugares diferentes; para tal fin se utilizó el programa de videoconferencias y chat OOVVOO el cual permitió una fácil comunicación efectiva en estas situaciones.

Para facilitar la transliteración de diferentes fuentes bibliográficas se buscó un programa que facilitará este proceso; QTranslator es un traductor gratuito para Windows (Windows 8/7/Vista/XP). Con esta pequeña utilidad, sólo tiene que seleccionar el texto que desea traducir y luego pulsa la tecla de acceso rápido (Ctrl + Q) para mostrar la traducción en la ventana emergente. Otras Herramientas utilizadas para este fin fueron las siguientes páginas web las cuales son diccionarios conceptuales entre otros:

- <http://es.pons.eu/>
- <http://es.w3dictionary.org/>
- <http://es.w3dictionary.org/>
- <http://dictionary.reference.com/browse>
- <https://www.vocabulary.com/dictionary/>

Para algunas animaciones utilizadas en las presentaciones se realizaron con Macromedia FlashMX, Working Model 2D.

Figura 3.2 Software de Apoyo



Fuente: Los autores

CAPITULO 4

FINALIZACIÓN

Al finalizar las sesiones se ha recopilado una cantidad importante de experiencias, información, documentos y conclusiones acerca de la vibración torsional. A continuación se describen las características de la utilidad del seminario.

4.1 PRESENTACIONES

Para mostrar la información documentada en cada una de las sesiones del seminario de investigación, se hace uso de diapositivas desarrolladas en *Microsoft PowerPoint 2007* que tienen como propósito principal, generar de forma didáctica mayor entendimiento de los temas tratados, así como facilitar una interfaz para uso de recursos audiovisuales. La disposición principal de las diapositivas son las siguientes:

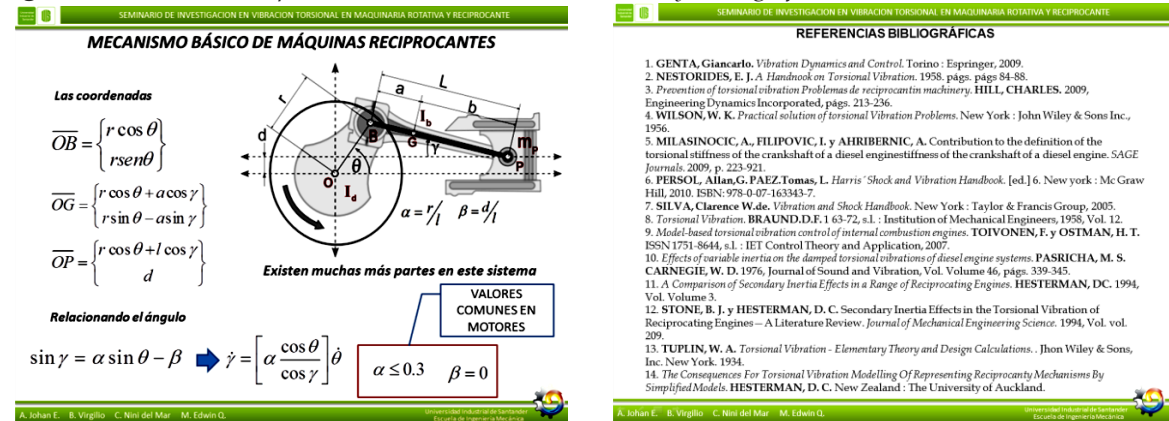
- Portada de la sesión.
- Contenido de la sesión.
- Contextualización del desarrollo del tema.
- Bibliografía.

Figura 4.1 Muestra de diapositiva: portada y contenido.



Fuente: Los autores

Figura 4.2 Muestra de diapositiva: Contextualización del tema y bibliografía.



Fuente: Los autores

4.2 LIBRO DE MEMORIAS

El libro de memorias, titulado Seminario de Investigación en Vibración Torsional en Maquinaria Rotativa y Reciprocante es el resultado físico más importante de este proyecto de grado. Allí se sintetiza la investigación realizada con la misma estructura con que se llevó a cabo el seminario de investigación. En su interior se encuentra plasmado el conocimiento del que cada participante se apropió, el cual fue refinado por medio de la discusión grupal y las sugerencias del director.

Este libro está dividido en 16 capítulos, que corresponden con los temas mostrados en el capítulo 3, los cuales se resumen brevemente en la sección 3.1. El software usado para la edición del documento Microsoft Word 2007. Este documento está disponible en la escuela de Ingeniería mecánica. En la Figura 4.3 puede verse una imagen de su apariencia exterior, además se anexa como un libro por separado a este documento.

Para evaluar de forma específica y resumida la temática estudiada, se preparó un documento síntesis en la PARTE II MEMORIAS Y RESULTADOS que garantiza el cumplimiento de los objetivos planteados sin pérdida de profundidad y presenta las conclusiones particulares de cada temática. Está compuesto por 16 capítulos. El primero es introductorio y presenta la pertinencia de esta investigación, los capítulos posteriores son una recopilación condensada de los temas expuestos en la Tabla 2.1. El documento extenso que da origen al documento síntesis, presenta más detalles sobre cada capítulo y las referencias consultadas.

Figura 4.3 Portada Libro de Memorias



CAPITULO 5

CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO

5.1 CONCLUSIONES

El seminario de investigación en vibración torsional en máquinas rotativas y reciprocantes se desarrolló bajo los lineamientos establecidos para esta modalidad de proyecto de grado, como resultado de este trabajo se concluye lo siguiente:

Con respecto a la formación de los integrantes:

- El seminario de investigación como modalidad de proyecto de grado proporciona a los integrantes una experiencia de aprendizaje en grupo basada en la investigación, análisis, discusión y posterior retroalimentación con el docente y los compañeros y el docente.
- Permitió fortalecer habilidades para el trabajo en equipo, manteniendo una relación de interés y compromiso con el conocimiento, sin jerarquías, en un clima de participación activa, basado en respeto y el apoyo mutuo.
- Se fomentó el aprendizaje como una experiencia grupal, en la que cada uno de los integrantes aportó sus conocimientos, adquiridos a través de su trabajo investigativo, reduciendo el tiempo de aprendizaje para los demás miembros del grupo.

- Se logro estructurar los diferentes tópicos estudiados, lo cual se refleja en el orden, calidad y comprensión del material síntesis (Presentaciones PowerPoint y documentos de sesión).
- Los temas que se desarrollaron en el seminario de investigación fueron adquiridos de diferentes fuentes, principalmente del idioma Inglés, aportando a los integrantes una mejora gradual del manejo de términos ingenieriles, así como capacidades de redacción y de transliteración.

De carácter técnico, y científico se concluyó:

- Al implementar instrumentación necesaria para realizar mediciones y monitoreo de vibración torsional sobre maquinaria rotativa, se debe tener principal precaución cuando se posicione la misma, es decir en el caso de encoders incrementales estos deben ser ubicados a los extremos del eje rotor con la finalidad de evitar posicionarlos en los puntos nodales de los modos de vibración y en el caso de galgas extensiométricas, los instrumentos deben ser ubicados en posiciones donde los esfuerzos de corte por torsión sean significativos.
- Las mediciones generalmente realizadas en equipos rotativos son mediciones de las oscilaciones de velocidad angular sobre la velocidad media de rotación del rotor, y los esfuerzos principales en la superficie de un eje anular sometido a torsión pura los cuales están a un ángulo de 45° con respecto al eje y son iguales al esfuerzo cortante nominal.
- El modelado de una máquina reciprocante se dificulta en el momento en que se quiera tener en cuenta la variación de inercia en función del ángulo de rotación del cigüeñal, ya que esta consideración lleva a ecuaciones fuertemente no lineales; al tener en cuenta factores como la fricción en los anillos del embolo se agrega no linealidad a las ecuaciones de movimiento, lo que hace que la solución del modelo sea más extensa y complicada.

- La variación de inercia es un factor bastante importante en el diseño y modelado de máquinas reciprocantes, donde se debe tener en cuenta factores que caracterizan las vibraciones torsionales, tales como frecuencias naturales, rigidez torsional, amplitudes y esfuerzos de corte.
- La resonancia secundaria es producto de la inercia variable, que ha sido demostrado por diferentes autores que afirman que las amplitudes en un orden de velocidad crítica n se ven amplificadas, si el sistema es excitado a la frecuencia de los órdenes $n-2$ y $n+2$. Otros trabajos sobre inercia variable muestran que las velocidades críticas aparecen como bandas verticales en un diagrama de Campbell lo que se traducen como zonas de inestabilidad.
- En sistemas engranados para que el modelo sea preciso debe contener factores que relacionen el error de engrane y la deformación de flexión del diente. Estos fallos hacen que el proceso de transmisión se haga transiente, lo que causa que los métodos de análisis de fallos basados en los espectros entregados por la transformada de Fourier puedan enmascarar otros fallos y hace necesario otros métodos de análisis mas exactos como lo son los métodos de análisis de correlación para fallos de lubricación y transformada Wavelet para dientes rotos.
- Los problemas asociados a inestabilidades por el efecto de fricción son causados principalmente a las no linealidades de la misma, y pueden ser modelados exitosamente por medio de un modelo de fricción humped.
- La identificación de no linealidades se llevo a cabo a través de los temas estudiados en cada sesión del seminario, al igual que los modelos que permiten obtener una aproximación matemática enfocada a la vibración torsional.
- La metodología empleada para la identificación de la no linealidad de cualquiera de los temas planteados en el seminario se basan en la respuesta de vibración torsional del modelo matemático, donde se busca identificar los lugares en los cuales se presentan saltos o zonas de inestabilidades.

- Se concluye que referente a un sistema mecánico relacionado con la vibración torsional, este es susceptible a cualquier cambio en uno de sus elementos constitutivos, por ello se hace imposible un análisis por separado, a diferencia de la vibración lateral.

Como producto tangible del seminario de investigación.

- Se genera un libro resumen en el cual se abarcan temas de relevancia de las sesiones, análisis, y discusiones realizadas en cada una de las sesiones de las que consta el seminario de investigación. Este material tiene como finalidad servir de herramienta de enseñanza en la formación de estudiantes y profesionales en el área de las vibraciones mecánicas.
- Se realizaron presentaciones en Microsoft PowerPoint de los temas tratados en cada una de las sesiones del seminario, del material compilado del libro extenso, con esto se busca mejorar el entendimiento de los diversos fenómenos y efectos que excitan la vibración torsional.
- Se entrega una versión extensa de la investigación a la escuela de ingeniería mecánica, en forma de libro empastado impreso, el cual se espera sirva de apoyo para nuevas investigaciones y proyectos futuros que amplíen la investigación.
- Se propone conceptualmente la realización de un banco de vibraciones torsionales, aprovechando la disposición existente en el laboratorio de vibraciones mecánicas de la UIS, con el fin de lograr una configuración que pueda ser modificada a través de nuevos trabajos futuros basados en la información presentada en las sesiones del seminario de investigación.
- Se propone plantear como investigación adicional enfocada a general un manual, que contenga una serie de pasos, para la solución de fallos en maquinaria que parta de un análisis lateral y en el caso tal que las correcciones hechas por vibración lateral no funcionen, se proceda a la verificación de frecuencias torsionales y sus correspondientes correcciones en caso de que este problema se presente.

5.2 TRABAJO FUTURO

La investigación adelantada los anteriores meses, posee la finalidad de recopilar la mayor información posible de las diferentes fuentes alrededor del mundo tales como: artículos, libros, congresos, tesis, fuentes electrónicas, entre otros. Pero esto solo es un pequeño paso; es importante continuar con la investigación y llegado el caso validarla. Para ello es indispensable que nuevos trabajos sean adelantados en base a la información presentada, para lograr desarrollo e innovación en este campo de la mecánica de tan amplia relevancia.

Las vibraciones torsionales son un fenómeno que ha sido poco estudiado en comparación con las vibraciones laterales, sistemas como conjuntos turbina-generator [1], motores de combustión interna, y otros equipos dinámicos rotativos así como las sartas de perforación las cuales presentan diversos fenómenos y uno de ellos son las vibraciones torsionales [2].

Por esta razón y con la finalidad principal de aumentar la validez del seminario de investigación, se desprende la idea de proponer un banco de forma conceptual para el monitoreo de las vibraciones torsionales, que pueda permitir observar este fenómeno, y que además su diseño no sea estático si no que a la vez permita modificaciones para lograr un banco en el cual diversas pruebas y ensayos puedan llevarse a cabo.

La instrumentación, presentada deberá contener dispositivos electrónicos estándares, que en caso eventual de fallo, puedan ser conseguidos comercialmente de forma oportuna, y que no requieran del conocimiento de los autores sobre el rediseño generado en dicho banco para lograr su puesta en funcionamiento nuevamente. La razón de este enfoque bajo consideración, es debido a que muchos bancos quedan inutilizables, puesto que los sistemas de monitoreo instaurados en algunos casos, son diseñados de forma particular, e incluso artesanales, perdiendo así la posibilidad de aprovechar tales configuraciones, y en casos más relevantes, innovaciones con proyectos futuros sobre los mismos.

De las sesiones presentadas durante el seminario de investigación de vibración torsional, se han desprendido diversos temas que en algunos bancos como los mostrados en el

capítulo 16 del libro anexo, han sido estudiados mediante diferentes configuraciones, como son problemas por fallos en dientes de los engranajes y superficies desgastadas de los mismos, problemas de transmisión por excentricidades de las ruedas, efectos eléctricos, el fenómeno de fricción, desequilibrios máxicos, amortiguamiento viscoso o negativo, entre otros.

Aprovechando la disposición del banco realizado por [3] [4], para el laboratorio de vibraciones mecánicas de la *Universidad Industrial de Santander*, se busca orientar la disposición del banco, para realizar mediciones de vibraciones torsionales bajo el modelo de un sarta de perforación.

La configuración consiste de un motor de corriente CC normalizado de 0-5 volts, implicando una etapa de transmisión mecánica que transmitirá el torque entregado por el motor eléctrico hacia una masa inercial en la parte superior que actuara como la unidad superior (*top-drive*). La etapa de transmisión mecánica es pensada con la finalidad que de forma de trabajo posterior al banco de mediciones propuesto, pueda intercambiarse por un tren de transmisión con fallos en dientes y superficie desgastada y analizar el efecto de esto sobre las vibraciones torsionales en comparación con un tren en buenas condiciones, aprovechando además que en una sarta de perforación real esta etapa está presente.

El torque que es entregado a la unidad superior, es transmitido al disco inferior que simulara ser el ensamble de fondo (*Bottom-Hole-Assembly*) de una sarta de perforación de petróleo a través de una barra (*sarta*) de baja rigidez. Bajo esta configuración, y para tratar el fenómeno de fricción Adherir-deslizar (*Stick-Slip*) que es la principal fuente de las vibraciones torsionales en este tipo de sistema mecánico, se sugiere un freno en la parte del disco inferior, el cual pueda actuar intermitentemente, para representar la fase de adherencia cuando el bit (*broca tricónica*) es detenido temporalmente por la interacción de este con la superficie de la roca. Además se sugiere que el freno pueda ser removido, y la parte superior del banco pueda ser fijada para cambiar a un sistema tipo péndulo torsional para que en lugar del freno, este se sustituya por un tanque con aceite de alta viscosidad como el 20W-50 para simular efectos de amortiguamiento viscoso en el sistema bajo consideración.

Podría sugerirse el uso de mordazas que permitan el intercambio de diversas barras de prueba así como la fijación, aunque esto implicaría variaciones de sección en el eje, y solo sería factible en el caso de que el banco fuera utilizado en forma de péndulo. Por esta razón se piensa en un banco que pueda contener dos tipos de configuraciones por separado, por una parte un sistema rotacional puro, y el otro un sistema tipo péndulo de torsión como se muestra en [5], el cual es el banco de pruebas tipo péndulo del fabricante G.U.N.T denominado *TM-150.02*, que incorpora dos bancos en uno.

Como una mejora adicional en el sistema dinámico rotacional de la sarta, puede agregarse agujeros a las masas inerciales, con el fin de implementar un sistema de atenuación de las vibraciones torsionales con configuraciones tipo péndulo centrífugo como se mostro en [6], en el cual utilizando péndulos de 2 y 4 masas podía observarse una disminución significativa de la máxima amplitud de dicha vibración. La sarta vertical se sugiere apoyada en rodamientos, con el fin de intentar evitar interferencia en las mediciones por efectos de vibraciones laterales.

Otra mejora adicional, consistiría de pruebas en un rotor con grieta, la cual puede ser emulada utilizando una sierra y perforando una sección del eje rotor, y evaluar el efecto que tiene la misma sobre las frecuencias naturales de torsión, como se muestra en [7].

La fuente de excitación para el caso de la configuración del motor podría ser su fuente de alimentación que permite una variación del voltaje entregado al motor. La amplitud y la frecuencia pueden ser medidas en tiempo real por medio de un frecuencímetro y un osciloscopio como se muestra en [4].

La medición sobre el sistema rotativo se realizará por medio de encoders incrementales rotativos dispuestos a cada extremo (*para evitar posicionarlo en puntos nodales de los modos de vibración torsional*), algunos motores eléctricos de CC, poseen incorporado un encoder, este sería el encoder superior y para el fondo, faltaría otro encoder, con la finalidad de obtener las oscilaciones de la velocidad angular con respecto a la velocidad media de rotación del rotor en dos puntos colineales del eje. Como una recomendación adicional, los encoders deben poseer la misma resolución.

Un modulo de adquisición de datos es necesario, se ha cotizado el producto *NI 9403* que es un modulo de adquisición de datos para encoders con acondicionamiento de señal, (ANEXO B), este requiere de un chasis para su montaje al igual que una interfaz que permita observar lo que se está midiendo, por esta razón se debe utilizar un software en este caso el proporcionado por el fabricante llamado *Labview* que por medio de programación grafica permite realizar dicha interface, o simplemente utilizando alguna librería dispuesta para tal fin. La ventaja principal, es que presenta una forma muy amigable electrónicamente hablando, con el usuario puesto que su configuración es *plug-in* y no requiere de circuitería adicional.

Con el fin de realizar mediciones en la configuración péndulo torsional, la técnica de medición con galgas extensiométricas es generalmente utilizada. Enfoques adicionales como el uso de potenciómetros para medir pequeñas deformaciones angulares también son utilizados, aunque no fueron abordados en esta investigación, y se plantea como estudio futuro para nuevas investigaciones.

Para la adquisición de datos por medio de galgas extensiométricas implementadas para la configuración tipo péndulo torsional, se sugiere el uso de un chasis de modulo de la National Instruments denominado *NI 9205* (ANEXO B), y la explicación de cómo realizar las conexiones fueron dadas en el capítulo 16 del libro anexo al igual que la conexión de encoders incrementales.

Observaciones entregadas en [4] indican que deben emplearse protecciones para las tarjetas de adquisición de datos, debido a los niveles de contaminación electromagnéticos, por esta razón se recomienda, blindar la tarjeta, o en su defecto encerrarla dentro de una caja dispuesta para tal fin.

Otros enfoques para realizar mediciones constan de vibrómetros laser, como trabajo futuro se podría pensar en la implementación de un sistema de monitoreo de vibraciones torsionales con este dispositivo, para validar su exactitud en comparación con la técnica de medición por medio de encoders. La implementación de esta técnica de medición que

aprovecha el efecto Doppler, se plantea como una fuente de trabajo futuro, al igual que el alcance que esta pueda tener.

Otros temas tratados en el seminario de investigación, implican la selección adecuada de un amortiguador torsional para atenuar las respuestas de vibraciones torsionales, esta parte podría ser aplicada al banco de pruebas aunque se requiere una mayor profundización sobre este tema que es bastante extenso, métodos alternativos con la finalidad de atenuar dichas vibraciones, como acople. Un ejemplo de una selección de un acople es presentado en el capítulo 7 del libro anexo.

Algunos investigadores han tratado los problemas que generan las inestabilidades producidas por diferentes efectos como los fenómenos eléctricos, de fricción, inercias variables, procesos estocásticos en la combustión, entre otros [2]. El estudio de inestabilidades requiere de una mayor profundización de métodos para buscar soluciones periódicas a las ecuaciones de los modelos que dominan el movimiento, tales como métodos de disparo, límites de ciclos, retratos de fase, bifurcaciones de Hopf, o principios de estabilidad de Lyapunov, que se salen del alcance del seminario de investigación y por tanto se plantea como investigación para próximos trabajos.

La propuesta mostrada es consistente de un banco con dos configuraciones, una para tipo péndulo torsional y otra por separado para un sistema dinámico rotativo, de aquí adaptando con los bancos expuestos, se puede generar un banco mucho más complejo, y en el cual se puedan hacer diversas pruebas. Cabe resaltar que es una propuesta conceptual, de la cual deben validarse los resultados de forma experimental y la viabilidad de las disposiciones mencionadas.

**MEMORIAS Y
RESULTADOS**

PARTE

II

PERTINENCIA DEL ESTUDIO DE LA VIBRACIÓN TORSIONAL

Los problemas de vibraciones de torsión surgieron simultáneamente con el uso intensivo de motores de propulsión para los barcos. Pero las historias de ejes de barcos rotos venían siendo impresas regularmente en las páginas de los periódicos desde 1870. A principios del siglo 20 una gran cantidad de hechos se acumularon para iniciar la investigación científica del problema. Varios trabajos tales como el libro de H. Lorenz concerniente a la dinámica del cigüeñal (1901), trabajos de Hermann Frahm⁵, dedicado a los problemas de grietas en ejes de propulsión de barcos (1902) y G. W. Melville (1903), Stephen P. Timoshenko (1905), abrieron el camino a la amplia corriente de las publicaciones relacionadas con el problema de vibración torsional en ejes.

Entre los primeros estudios de vibraciones torsionales en sistemas de propulsión las obras de H. Frahm son los más sustanciales. Hizo las mediciones de vibraciones torsionales en los barcos de vapor BESOCKI y RADAMES para encontrar la causa de ejes partidos en dos. El tuvo la posibilidad de medir el ángulo de giro y las velocidades de rotación de secciones del eje muy precisamente. Como resultado Frahm encontró que la razón de la falla del eje era la vibración torsional. A partir de este momento no era suficiente proporcionar el cálculo de la resistencia a la torsión del eje solamente. Cada sistema de propulsión, equipado con un motor reciprocante principal, tuvo que ser comprobado por la aparición de resonancias de vibraciones torsionales. Históricamente el cálculo de las frecuencias naturales de vibración torsional fue el primer paso hacia la solución del problema de ejes rotos en los sistemas de propulsión.

⁵ FRAHM, HERMANN. Apparatus for measuring the revolution of rotating shafts. U.S. Patent No 759,513, 28 Agust. 1902. <http://www.google.com/patents/US759513?hl=es>

A pesar de los diversos tipos de máquinas rotativas que han estado en uso durante muchos siglos, la comprensión de su comportamiento rotodinámico no comenzó hasta 1869 (Rankine⁶, 1869). Desde entonces, ha sido constante el crecimiento en el desarrollo y la comprensión del comportamiento de la vibración de la maquinaria rotativa. La tabulación de los principales acontecimientos históricos que han contribuido a este crecimiento se presenta en la Tabla 6.5, estos avances en la rotodinámica han permitido crear modelos analíticos más precisos en el estudio de la vibración torsional.

XU y otros [8] presenta un análisis de 165 documentos donde presenta varios acontecimientos notables de graves daños en unidades de máquinas de centrales eléctricas que promovieron avances en el estudio de la vibración torsional Tabla 6.1 y Tabla 6.2. Las estadísticas realizadas por estos autores en la Tabla 6.3 y Tabla 6.4 demuestran que la mayoría de los fallos en los equipos es la vibración torsional con un 21.8% de los casos estudiados y los equipos más afectados son las turbinas.

Tabla 6.1 Acontecimientos de graves daños a equipos en centrales eléctricas

<i>Central eléctrica</i>	<i>Potencia (MW)</i>	<i>Fecha del evento</i>	<i>causa</i>	<i>Fecha de producción</i>
UM. N°3, South Sea (Japón)	600	Jun. 5 de 1972	Vib. por fricción	Abr. 1972
UM. N°6, Bosvl. (France)	600	Jul. 22 de 1977	Vib. por desbalance	Mar. 1973
UM. N°2, D. T (China)	200	Oct. 29 de 1985	OPA+VT	Dic. 1984
UM. N°1 Nuc. Ener. (Taiwan)	900	Jul. 7 de 1985	VT	Inicios de 1983
UM. N°5, Q. L. (China)	200	Feb. 12 de 1988	OPA+VT fricción	Feb. 6 1983
UM. N°2, Gallatin (EUA)	225	Jun. 19 1974	Calidad del material	--
Nuc. Ener., X Isl. (EUA)	225	Mar. 1 de 1979	Error en la operación	--
UM. N°1, Rowe (EUA)	185	Feb. 4 de 1980	Corrosión en grieta	Nov. 1960
Irsching (Alemania)	330	Dic. 31 de 1987	Defectos en el eje	1972
US	300	Ene. 10 de 1984	VT	--
Nuc. Ener., Chel. (US)	300	Abr. 1986	VT	--

UM= Unidad Máquina, VT=Vibración torsional, OPA=oscilaciones de película de aceite

⁶ Rankine, W.J.M., On the centrifugal forceofrotating shafts, Engineer, 249, 9, 1869.

Tabla 6.2 *Eventos de fallos causados por vibración torsional*

<i>Nación</i>	<i>Central eléctrica</i>	<i>Potencia (MW)</i>	<i>Fecha del evento</i>	<i>Causa y nivel de daño</i>
EUA	M"2 Mohavc	790	Dic. 1970	29.5Hz. Vib. armónico subsíncrono Eje roto
	M"6 Cleco Coughlin	300	1979	Vib. armónica 2X rpm 120Hz. álabe roto
U.S	--	500	1979	33.7Hz, 33.9Hz Vib. armónico subsíncrono, eje roto
	--	800	1979	24 Hz vib. armónica, sistema excitador, eje roto, G-E
U.K	Middle area	500	1975	corriente eléctrica del generador choque grieta
Japón	Varias UM	--	--	Desalineamiento
	Stone-Rever Island	165	1980	Falla en la red eléctrica, eje roto
	Sakilo steel factory	--	--	2X rpm Vib. generador rotor roto
Canadá	Nuc. Ener. UM	500	Mar. 1983	Electro-liquido gobernando la vibración
Alemania	N.P.P	630	Oct. 1983	Desalineamiento rotor generador grieta
China	M"2, Y. M. PP	300	Mar. 1985	Una fase de carga del generador rotor grieta
	M"6, M. D. PP	200	Feb. 1985	Pruebas de control rápido, rotor turbina roto
	M"8, Q. H. PP	200	Oct. 1986	Pruebas de control rápido, rotor generador roto

Tabla 6.3 *Naturaleza de fallas por vibración*

<i>Clasificación por tipo de falla</i>	<i>Número de casos</i>	<i>%</i>
1. Vibración torsional	36	21.8
2. Oscilación de vapor	28	17.0
3. Oscilación de película de aceite	23	14.8
4. Vibración de fundación	20	12.1
5. Vibración desbalance	16	9.7
6. Vibración fricción	12	7.3
7. Vibración causada por cambios en Stantard Height level of SCL	8	4.9
8. Shaft series vibration	7	4.2
9. Vibración electromagnética	6	3.6
10. Vibración en el eje causada por mala conexión en acople.	4	2.4
11. Beat Vibration	2	1.2
12. Unclear vibration	3	1.8
Total	165	100%
2, 3 y 6 son vibraciones autoexcitadas, las otras son vibraciones forzadas. Para la vibración forzada 101casos (61.2%), para la vibración autoexcitada 64 casos (38.8%)		

Tabla 6.4 Equipos que sufren mayores daños por vibración torsional

<i>Ubicación de la falla</i>	<i>Número de casos</i>	<i>%</i>
Turbina de vapor	81	49.1%
Generador eléctrico	49	29.7%
Excitador magnético	15	9.1%
Fundación	14	8.5%
Unidad máquina	6	3.6%
<i>total</i>	<i>165</i>	<i>100%</i>

A pesar de los diversos tipos de máquinas rotativas que han estado en uso durante muchos siglos, la comprensión de su comportamiento rotodinámico no comenzó hasta 1869 (Rankine, 1869). Desde entonces, ha sido constante el crecimiento en el desarrollo y la comprensión del comportamiento de la vibración de la maquinaria rotativa. La tabulación de los principales acontecimientos históricos que han contribuido a este crecimiento se presenta en la Tabla 6.5.

Tabla 6.5 Lista cronológica de las principales contribuciones que han llevado al desarrollo y comprensión de las vibraciones en máquinas rotativas.

<i>Año</i>	<i>Contribuidor</i>	<i>Descripción</i>
1869	Rankine, W.J.M.	También desarrolló las fórmulas numéricas para las velocidades críticas para los casos de un eje en reposo libremente sobre un cojinete en cada extremo y para un eje fijo sobresaliente en la dirección en un extremo. También desarrolló las fórmulas numéricas para las velocidades críticas para los casos de un eje en reposo libremente sobre un cojinete en cada extremo y para un eje fijo sobresaliente en la dirección en un extremo.
1883	Greenhill, A.G.	Estudió el efecto de empuje final y torque sobre la estabilidad de un eje largo y llegó a la conclusión de que ambos eran poco importantes. También obtuvo las fórmulas para el caso de un eje sin carga que descansa sobre cojinetes en cada extremo y se fija en la dirección en cada extremo
Hacia 1890	Reynolds, O.	Amplió la teoría desarrollada por Rankine y Greenhill para el caso de un eje cargado con poleas
1893	Dunkerley, S.	Desarrolló fórmulas para las velocidades críticas para los ejes cargados en términos del diámetro del eje, los pesos de las poleas, la forma en que se apoya el eje, y así sucesivamente, y verificados ellos por la experiencia. Él postuló que cualquier grado de desequilibrio excitará el eje a la velocidad crítica para amplitudes muy altas y que es posible operar por encima de la primera velocidad crítica. La dependencia de la velocidad crítica en el momento de inercia de la polea de rotación fue identificada.

Tabla 6.5 (Continuación)

1894	Rayleigh, J.W.S.	desarrolló un método aproximado para calcular la frecuencia natural de una viga continua con la masa distribuida y flexibilidad utilizando el método de la energía
1895	DeLaval, G.	Fue el responsable de la primera demostración experimental de que una turbina de vapor es capaz de funcionar en régimen continuo por encima de la primera velocidad crítica.
1916	Timoshenko, T.	Descubrió los efectos de la desviación de corte transversal sobre la frecuencia natural de una viga continua y se aplica el principio para el caso del eje rotativo
1919	Jeffcott, H.H.	Examinó el efecto del desequilibrio en las amplitudes del torbellino de aceite y las fuerzas transmitidas a los cojinetes. El caso de un eje ligero uniforme apoyado libremente sobre cojinetes en sus extremos y llevando una polea delgada de masa m en el centro del vano fue estudiado. Asumió que el momento de inercia de la polea es insignificante. Usando este modelo, más tarde conocido como el modelo Jeffcott, una teoría general fue desarrollada para explicar el comportamiento del rotor a su paso por la velocidad crítica. El efecto de amortiguación en la amplitud del torbellino de aceite un cambio de fase de ángulo " π " a su paso por la velocidad crítica, y el concepto de girando el rotor sincrónico (precesión) se presentó y explicó. También reconoció que con un margen de separación de 10% a ambos lados de la velocidad crítica, la amplitud de la vibración no sería excesiva. Demostró que es mejor desde el punto de vista de la vibración en el diseño del eje con una velocidad crítica por debajo de la velocidad de trabajo en lugar de tener una velocidad crítica en la misma proporción por encima de la velocidad de trabajo. En consecuencia, explicó el comportamiento de la turbina de vapor De Laval y las ventajas económicas de la operación por encima de la velocidad crítica.
1921	Southwell, R.V. and Gough, B.S.	Encontraron que un par y un empuje final de magnitud constante reduce la velocidad crítica de un eje de rotación, desmintiendo las anteriores conclusiones de Greenhill (1883)
1921	Holzer, H.	Él desarrolló un método numérico para calcular las velocidades críticas de torsión y formas modales de un sistema de rotor multidisco.
1924	Newkirk, B.L.	Observó que una puesta en marcha del rotor a una velocidad por encima de la primera velocidad crítica puede entrar en altos remolineos violentos y el centro del rotor entrará en movimiento de precesión en la dirección de avance a una tasa igual a la de la velocidad crítica. Contrario que en el caso del remolineo sincrónico, si se aumenta la velocidad más allá de la velocidad de giro inicial, la amplitud de giro seguirá aumentando, llevando eventualmente a la falla. Esta fue la primera vez que se dieron cuenta de que el movimiento asincrónico inestable puede existir en un rotor de alta velocidad.

Tabla 6.5 (Continuación)

1924	Newkirk, B.L.	Basado en experimentos, él hizo de las observaciones siguientes, claves, sobre el remolineo asincrónico. La amplitud y la velocidad de inicio del remolineo son independientes del balance del rotor. El remolineo se produce siempre a velocidades superiores a la velocidad crítica, y la velocidad de giro es siempre constante a la velocidad crítica, independientemente de la velocidad del rotor. La velocidad de giro del umbral puede variar incluso para las máquinas de construcción similar. El remolineo sólo se produce en los rotores contruidos, y no en las construcciones de una sola pieza. Aumentar la flexibilidad de la base, la distorsión o desalineación de los alojamientos de cojinetes, o la introducción de amortiguación a la base o el aumento de la carga del cojinete de empuje axial, se aumenta la velocidad límite del remolineo.
1924	Myklestad, N.	Fue desarrollado por él un método de parámetros agrupados en la matriz transferencia para el cálculo de las frecuencias naturales de las alas del avión.
1925	Stodola, A.	desarrolló un procedimiento iterativo para calcular la frecuencia fundamental de un sistema de vibración sobre la base de una forma modal asumido
1925	Prohl, M.	Desarrolló el método de una matriz transferencia de parámetros concentrados para el cálculo de las velocidades críticas de rotores flexibles.
1925	Poritsky, H.	Utilizando la teoría de desplazamiento pequeño, él obtuvo un coeficiente de rigidez radial para los cojinetes de deslizamiento y analiza el comportamiento en condiciones de remolino de aceite. Llegó a la conclusión de que el rotor se mantuvo estable por debajo de dos veces la velocidad crítica, e indicó que el aumento de la flexibilidad del rotor o del cojinete reducirá la velocidad umbral de inestabilidad. También propuso un criterio de estabilidad de un rotor de base en la rigidez del rodamiento y del rotor.
1927	Stodola, A.	Proporcionó una explicación y las fórmulas para el efecto momento giroscópico de la velocidad crítica de un rotor. También introdujo la noción de sincrónicas y asincrónicas de la precesión inversa de un rotor en condiciones específicas.
1927	Miller, D.F.	Introdujo una solución al problema de vibración en estado estacionario forzada, para una viga o un eje en rotación sobre amortiguado, soportado en un extremo flexible. La respuesta a una fuerza de desequilibrio y las frecuencias de resonancia amortiguada se calculan por este método

Tabla 6.5 (Continuación)

1933	Roberton, D	A fin de comprender el látigo del petróleo, él estudió la estabilidad del ideal 3608 cojinete de longitud infinita, y concluyó erróneamente que el rotor será inestable en todas las velocidades y no sólo a velocidades superiores a dos veces el valor de la velocidad crítica.
1933	Smith, D. M.	Estudió el caso de los rotores asimétricos sobre soportes asimétricos y obtuvo cuatro valores diferentes de velocidad crítica en comparación con el valor único de un sistema simétrico. También se refirió a la presencia adicional de otras velocidades críticas debido a los efectos giroscópicos de discos grandes.
1958	Lomakin, A.	Introdujo la influencia de las características dinámicas de sellos en las velocidades críticas y la estabilidad de los rotores de la bomba
1958	1958 Thomas, H.	Propuso que un rotor de turbina excéntrico generaría una fuerza desestabilizadora debido a la variación circunferencial en el aclaramiento,
1966	Gunter, E.J. Jr.	Combinó las diferentes teorías sobre torbellino desarrollado por el dinamista de rotores y el especialista en rodamientos, y elegantemente explicó algunas de las pruebas contradictorias experimentales recogidas hasta el momento. Hizo hincapié en la importancia de considerar los efectos combinados de los parámetros del rotor y el cojinete y las características de base en la estabilidad de rotores, y desarrolló criterios más amplios para la inestabilidad del torbellino autoexcitado
1970	Ruhl, R.	Introdujo modelos de elementos finitos para los rotores flexibles para el cálculo de las velocidades de rotores crítico y formas modales. Estos modelos no tienen en cuenta los efectos giroscópicos y la carga axial.
1974	Lund, J.	Un método de matriz de transferencia para el cálculo de las velocidades de amortiguación crítica de un rotor, teniendo en cuenta las condiciones de acoplamiento cruzado y fueron introducidos por él
1976	Nelson, H. and McVaugh, J.	Extendieron el modelo de elementos finitos de un rotor para tener en cuenta la inercia rotatoria, el efecto giroscópico, y las cargas axiales.
1980	Nelson, H.	Desarrolló un modelo de elementos finitos de un rotor para incluir la desviación cortante y los efectos de la torsión.
1986	Muszynska, A.	Demostró que los torbellinos de aceite se produce en aproximadamente la mitad de la velocidad de funcionamiento en un rotor vertical. Con nuevo aumento en la velocidad, el látigo de aceite comenzará cuando la frecuencia de torbellino se acerca a la velocidad crítica del rotor.

Fuente: Tomado de: SAMARASEKERA, Sam H. *Vibration in Rotating Machinery*. En: *Vibration and Shock Handbook*. 2005 by Taylor & Francis Group, LLC.

ESTADÍSTICAS DE BASE DE DATOS SEMINARIO

Un estudio realizado en las diferentes bases de datos como CRCneBase, E-Libro, EBRARY, ELSEVIER, JSTOR, KNOVEL, ProQuest, SpringerLink, Hindawi, SCOPUS, siendo esta última junto a ELSEVIER unas de las bases de datos más útiles en la investigación de este seminario, en ellas encontró el mayor número de publicaciones referente a la vibración torsional.

Figura 6.1 Bases de datos usadas en investigación del la vibración torsional

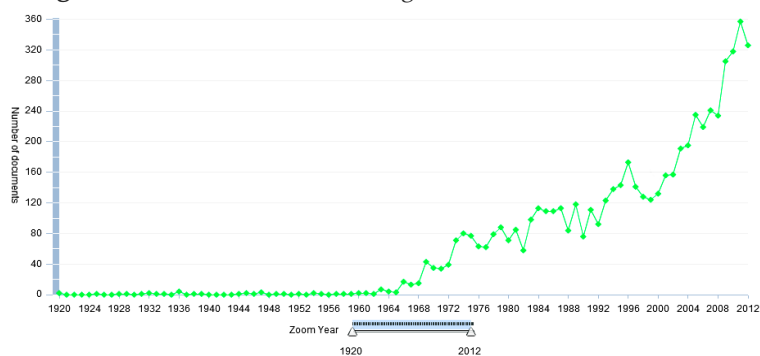


Fuente: Los autores

SCOPUS es una herramienta para estudios bibliográficos y evaluación de producción científica, la cual contiene perfiles del auto, perfil de la institución, rastreador de citas, índice y analizador de revistas, englobando una colección mundial de estudios multidisciplinarios; las herramientas que posee, nos permite descubrir cuál es el volumen mundial de investigaciones científicas con respecto al tema escogido, los resultados de esta verificación se presentan a continuación.

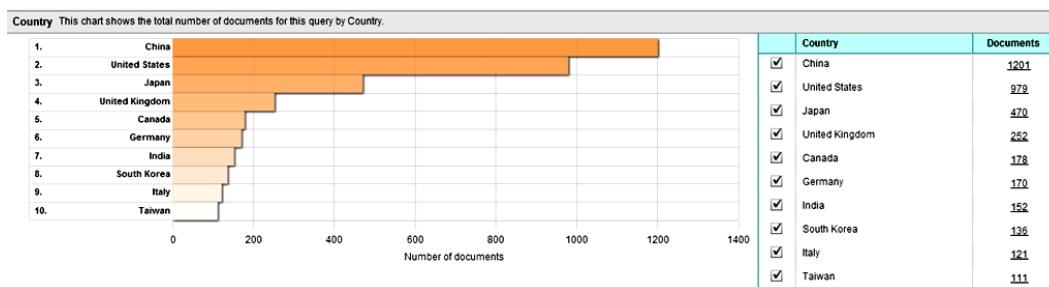
AL hacer una búsqueda con palabras claves " *Torsional vibration*", con filtro "*engineering*" y todos los años "*ALL*", esta búsqueda arrojó 6282 publicaciones en un período de 1920-2012, en la Figura 6.1 se aprecia que la investigación en el estudio de la vibración torsional empieza a tomar importancia en el años 1960; también permitió saber cuál ha sido los 10 países con mayor investigación de la vibración torsional Figura 6.3, China con 1201 publicaciones se lleva el primer lugar. Se realizo dos sub-búsquedas más con palabra clave "*crack; crank*" grieta Figura 6.4 y cigüeñal Figura 6.5 respectivamente.

Figura 6.2 Evolución de la investigación de la vibración torsional



Fuente: adaptada de <http://www.scopus.com/>.2012

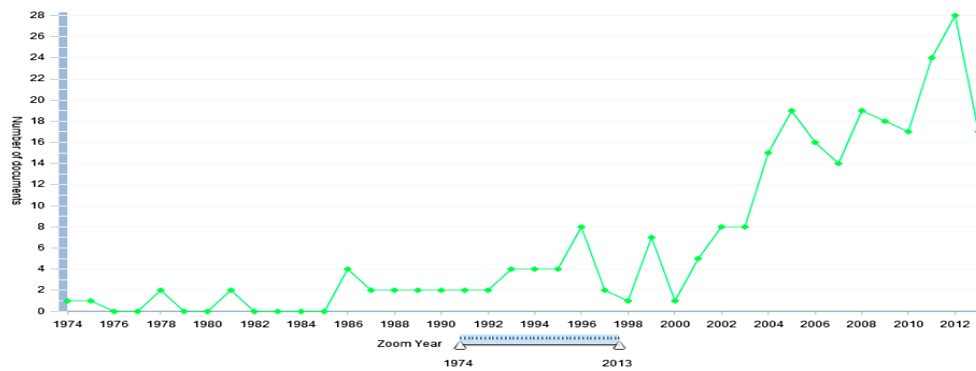
Figura 6.3 Los 10 países con mayor número de publicaciones en vibración torsional



Fuente: adaptada de <http://www.scopus.com/>.2012

Después de hacer una sub-búsqueda sobre los 6282 artículos relacionados en la búsqueda anterior; con palabra clave "crack" grieta mostro que 261 de 6252 relacionan la grieta y la vibración torsional, la Figura 6.4 muestra la evolución y el volumen de investigaciones de esta temática, mostrando que toma mayor fuerza a partir del año 2003. China sigue en primer lugar con 68 publicaciones y Japón en decimo lugar con 5 publicaciones.

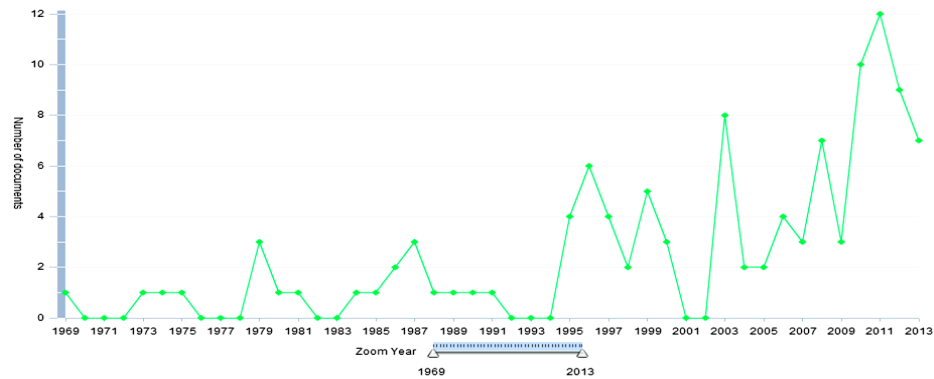
Figura 6.4 Evolución de investigación de grietas relacionada a la vibración torsional



Fuente: adaptada de <http://www.scopus.com/>.2012

Se hace otra sub-búsqueda a los 6282 publicaciones con palabra clave "CRANK " cigüeñal, lo que se obtuvo 111 resultados relacionados

Figura 6.5 Evolución de investigaciones en cigüeñales referentes a vibración torsional

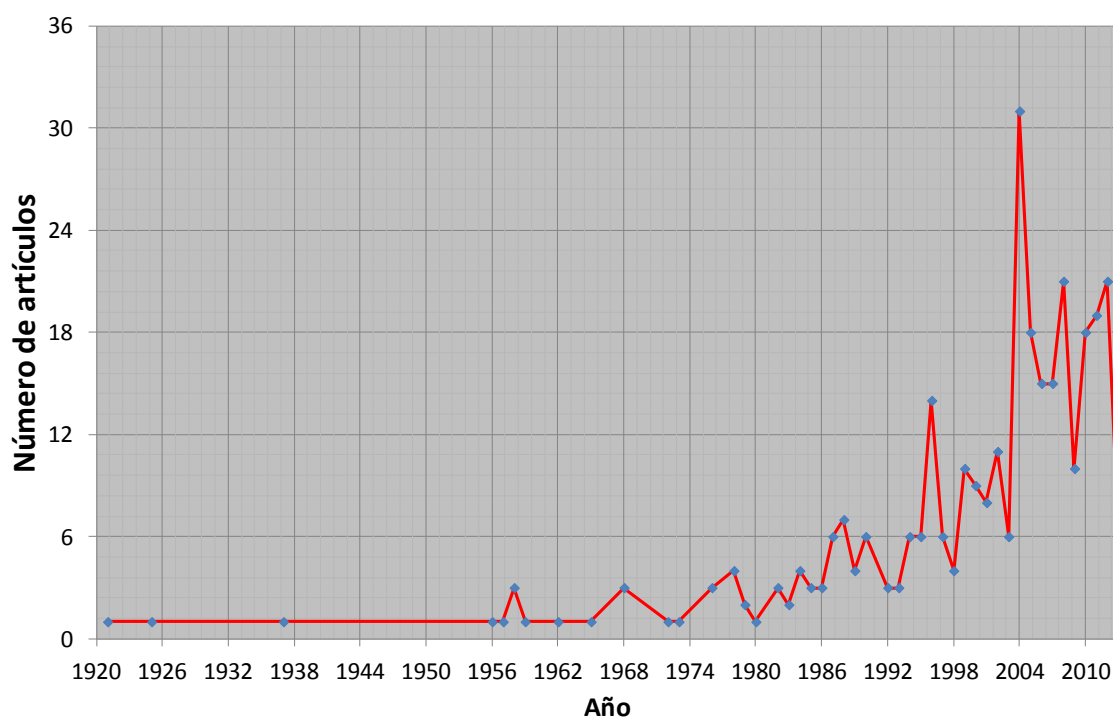


Fuente: adaptada de <http://www.scopus.com/>.2012

Con la finalidad de ver la correlación de la investigación en el seminario se muestra una clasificación de la bibliografía utilizada, en artículos científicos, handbooks y manuales, libros, tesis y páginas web. Se organizaron los artículos por año para analizar la cantidad y la tendencia que tuvo el seminario en cuanto al volumen y evolución de las investigaciones sobre vibración torsional, en la Figura 6.6 se aprecia mayor números de artículos consultados fueron en el año 2004 con 34 ejemplares, pero además se observa la misma tendencia creciente a partir de los años 1960 como se aprecio en la Figura 6.1.

CLASIFICACIÓN	N° DE EJEMPLARES
Artículos científicos	322
Handbooks y manuales	6
Libros	7
Tesis	18
Páginas Web	17
Total	370

Figura 6.6 Número de artículos por año utilizados en el seminario de investigación



Fuente: Los autores

SIMULACIÓN

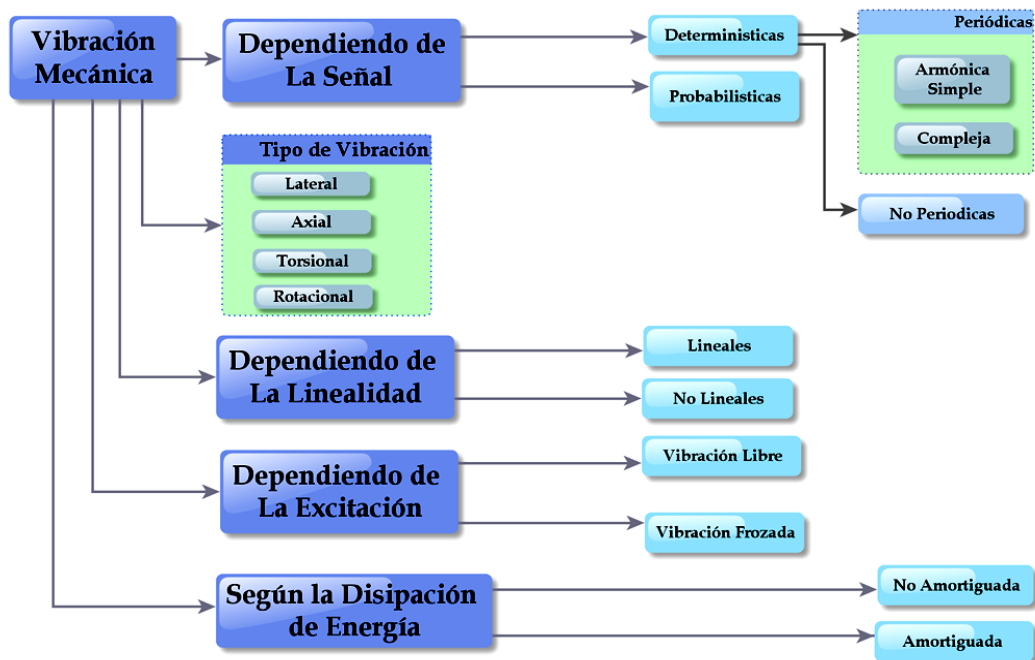
COMPARACIÓN DE MODOS TORSIONALES ANSYS Y HOLZER

Se realizó una verificación de los valores obtenidos para la frecuencias naturales torsionales de un sistema mecánico modelado en ANSYS14 versión de prueba, los cuales se compararon con los valores obtenidos por el método de Holzer, los resultados están plasmados en el ANEXO A, en forma de artículo científico basado en la norma IEEE.

RESUMEN DEL LIBRO DE MEMORIAS

Las vibraciones mecánicas son un fenómeno que experimentan todas las máquinas, para evitar perturbaciones en el funcionamiento normal del equipo, molestias al personal que las manejan y en situaciones complejas la destrucción total de la máquina.

Figura 7.1 Diferentes puntos de vista para Clasificación de las Vibraciones Mecánicas



Fuente: Los autores

El análisis de vibraciones es utilizado como una técnica de diagnóstico de fallas y evaluación de la integridad de máquinas, y algunos métodos tiene la ventaja de poder realizar la evaluación con la máquina funcionando, evitando interrumpir los procesos de producción.

Esta sesión está enfocada en el estudio de la teoría básica de las vibraciones mecánicas, su clasificación y sus características más importantes, con lo cual se podrá tener una mayor visión acerca de este fenómeno.

La clasificación de cualquier señal vibratoria se hace mediante la aplicación de criterios de clasificación. Los criterios de clasificación son mostrados en la Tabla 7.1, estos nos llevan a un lugar específico sobre la Figura 7.1, pero no quiere decir que la señal vibratoria pertenezca a una sola categoría dentro de esta clasificación. La descripción e implicaciones de cada una de las clasificaciones vistas esta detallada en el capítulo 1 del libro del seminario.

Tabla 7.1 Criterios de la clasificación de señales vibratorias

Criterio de clasificación	Lugar dentro de la clasificación
Posibilidad de ser descrita matemáticamente o por medios de teorías de estadística	Si → Determinística No → Probabilística
Existencia de un periodo de tiempo donde las características son invariantes	Si → Periódicas No → No periódicas
Si son expresables como una serie de Fourier	Si → Periódica No → No periódica
Si La variable independiente y sus derivadas son de primer grado \wedge Cada coeficiente depende solo de la variable independiente	Si → Lineal No → No lineal
Existe una fuente de excitación permanente en el sistema vibratorio	Si → Forzada No → libre
Existe amortiguamiento	Si → Amortiguada No → No amortiguada
La forma de vibrar se realiza en un plano paralelo al eje axial \wedge En dirección perpendicular al eje axial	Si → Lateral \vee Rotacional No → verifique otra condición
La forma de vibrar se realiza en un plano perpendicular al eje axial	Si → Torsional No → verifique otra condición
La forma de vibrar se realiza en la dirección de axial solamente	Si → Axial No → verifique otra condición

Fuente: Los autores

7.1 CLASIFICACIÓN DEPENDIENDO DE LA SEÑAL

Esta clasificación depende de cómo se puede expresar la señal de una vibración, ya sea a través de relaciones matemáticas explícitas o en términos de probabilidad. En la Tabla 7.2 se presenta un breve resumen para este tipo de clasificación, la cual está mejor documentada en el libro extenso del seminario

Tabla 7.2 Clasificación dependiendo de la señal

Señal	Descripción	
Determinística	"Cuando el comportamiento vibratorio de un sistema puede ser representado por medio de una ecuación matemática entonces se dice que la vibración es Determinística" ⁷ , en este grupo de vibraciones encontramos las vibraciones periódicas y las no periódicas.	
	Periódicas	No periódicas
	<p>Debe siempre cumplir la relación : $x(t) = x(t + n \cdot \tau) \quad n = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$</p> <p>$f = 1 / \tau$</p> <p>Se descomponen en armónicos simples de la forma</p> <p>$x(t) = x_0 \sin(2\pi \cdot f \cdot t) = x_0 \sin(\omega \cdot t)$</p> <p>A las vibraciones periódicas compuestas de armónicos se les llama complejas</p>	<p>No satisface la ecuación de la vibración armónica, es decir, cuando un sistema dinámico es excitado por una súbita y no periódica excitación la respuesta produce oscilaciones con las frecuencias naturales del sistema. Este tipo de vibraciones no repiten las características en ningún intervalo de tiempo. Entre ella encontramos las vibraciones transitorias.</p> <p>$x(t) \neq x(t + n \cdot \tau)$</p>
Probabilística	Son oscilaciones aleatorias, es decir, Son procesos en los cuales el sistema presenta movimientos vibratorios en ciclos que nunca se repiten exactamente. Las aleatorias no pueden ser descritas por una expresión matemática explícita. Las magnitudes instantáneas de la vibración aleatoria se calculan solo por funciones de probabilidad.	

Fuente: Los Autores.

⁷ GUERRA, César. Fundamentos de las Vibraciones Mecánicas. FIME-UANL. 2005. pág., 18.

7.2 CLASIFICACIÓN DE LAS VIBRACIONES SEGÚN EL TIPO DE VIBRACIÓN

Como ya se ha mencionado anteriormente los sistemas mecánicos están sujetos a vibraciones causadas por fuerzas inherentes al sistema o por fuerzas externas a él, pero según como son aplicadas estas fuerzas a los elementos de la maquina producen un modo o forma de vibrar específico, los tipos básicos de vibración que pueden ocurrir en cualquier sistema mecánico son mostradas en la Tabla 7.3:

Tabla 7.3 Clasificación de la vibración según su tipo

Tipo de vibración	Ecuación característica
Vibración longitudinal	$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \left(\frac{E}{\rho} \right) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$
Vibración lateral	$\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} + c^2 \left[\frac{\partial^4 y(x,t)}{\partial x^4} \right] = f(x,t)$
Vibración torsional	$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2}$
Vibración Rotacional	$m \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + C_x \frac{\partial x}{\partial t} + k_x x = 0$ $m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + C_y \frac{\partial y}{\partial t} + k_y y = 0$

Fuente: Los autores

Las características, la deducción matemática y el modelo básico de cada uno de los tipos de vibración están documentado en el libro de Seminario de investigación capitulo 1.

Para solucionar la ecuaciones anteriormente mencionadas existen diferentes métodos y técnicas para determinar las características de un sistema vibratorio, algunos de estos son analíticos, experimentales y otros la combinación de los dos. En capítulos posteriores se detallaran las soluciones de los modelos realizados para sistemas dinámicos.

7.3 CLASIFICACIÓN DE LAS VIBRACIONES SEGÚN EL TIPO DE EXCITACIÓN

Esta consideración es muy importante en el estudio de maquinaria, porque uno de los criterios en el análisis de vibración es determinar si la vibración es producida por una excitación forzada (externa) o por un fenómeno natural auto excitada, para ello es importante determinar las características de la vibración, en especial cuidado la frecuencia natural del sistema.

Tabla 7.4 Clasificación de la vibración según su tipo de excitación

Vibración libre	Vibración Forzada
Las vibraciones libres se presentan por la acción de una excitación instantánea, el sistema puede vibrar a una o más de sus frecuencias naturales.	La vibración forzada se presenta cuando el sistema está expuesto a una excitación permanente externa, el sistema vibra a la frecuencia de excitación.
<p>No amortiguada: Los sistemas vibratorios mecánicos siempre presentan pérdidas de energía, existes casos en que la frecuencia natural es casi inalterada al despreciar los efectos del amortiguamiento, el resultado es un modelo simple de analizar y que permite hacer conclusiones importantes. Ecuación sistema de un grado de libertad: $m\ddot{x} + kx = 0$ Frecuencia natural circular : $\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$</p>	$F + Fd + K = f(t)$ <p>Donde la excitación puede ser de cualquier tipo presentado en la clasificación Figura 7.1.</p> <p>Solución para: $f(t) = F_o \text{sen}(\omega t)$</p> $x(t) = \frac{F_o}{k} \frac{\text{sen}(\omega t - \phi_p)}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2}\right)^2 + \left(2\zeta \frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}} + X_h e^{-\zeta \omega_n t} \text{sen}(\sqrt{1 - \zeta^2} \omega_n t + \phi_h)$
<p>Amortiguada: En la realidad todos los sistemas vibratorios disipan su energía mecánica debido a algún tipo de fricción o rozamiento, es por esta razón que un resorte o un péndulo dejan de oscilar. $m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0$</p>	
La mayoría de sistemas tienen comportamientos no-lineales, pero en algunos casos se puede considerar la linealidad en una región de trabajo.	

Fuente: Los autores

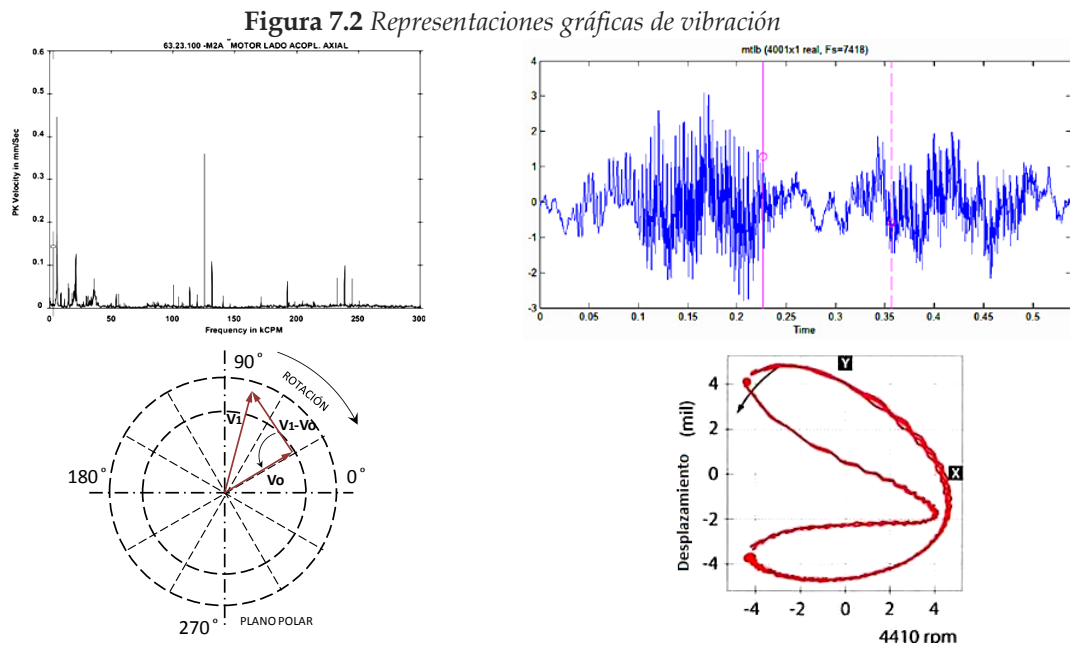
7.4 ANÁLISIS VIBRATORIO

El objetivo principal del análisis vibratorio es extraer la mayor información posible que permita la identificación de fallas como desbalance, desalineamiento, desgastes y otros; mediante técnicas y parámetros mostrados en Tabla 7.5. En el anexo Libro Seminario de Investigación se describirá cuáles son las técnicas y parámetros más apropiados utilizados en capítulos posteriores.

Tabla 7.5 *Análisis del sistema*

Sistema Oscilatorio	Parámetros previos al análisis del sistema	Técnicas de análisis frecuentes
	Componentes principales de sistema	<ul style="list-style-type: none"> • Espectral. • Forma de onda (oscilograma). • Fase de Vibraciones. • Análisis de Orbitas.
	Principios básicos de operación.	
	Velocidades típicas de operación.	
	Principales tipos de fallas que presentan.	
Frecuencias a las cuales se presentan las fallas.		

Fuente: Los autores



Fuente: Los autores

7.5 DISCUSIÓN DEL CAPÍTULO

- El desarrollo de esta sesión permitió asimilar y comprender los conceptos generales de la teoría básica de las vibraciones mecánicas, su clasificación y características relevantes.
- De acuerdo a la clasificación de las señales de vibraciones se puede concluir que todas las señales de vibración que se estudiaran durante el seminario son determinísticas ya que se basa en modelos de sistemas para determinar el comportamiento dinámico.

8.1 Características de la vibración torsional

La vibración torsional tiene ciertas características que permiten definirla, a continuación se dan las generalidades más relevantes que permiten establecer diferencias y analogías con otros tipos de vibración, unidades de medición, sus fuentes, efectos y consideraciones en su análisis para el diseño de máquinas.

8.1.1 Definición de vibración torsional

La vibración torsional es un movimiento oscilatorio angular que provoca torsión relativa de los miembros rotativos de un sistema. El desplazamiento angular es causado por una oscilación de torsión comúnmente originada sobre el eje de rotación. Este movimiento giratorio oscilatorio se añade al movimiento constante de giro del eje en una máquina rotativa o reciprocante.

En ocasiones la vibración torsional es transmitida desde o hacia diferentes partes de una máquina, un ejemplo de ello es descrito en el trabajo de Josef Huster [9], el cual describe como las perturbaciones eléctricas en la parte activa del alternador pueden producir vibración torsional en el eje con una frecuencia de 1 a 2 veces la frecuencia de la red. La frecuencia de torsión puede ser forzada externamente o ser un valor propio (frecuencia natural).

La vibración torsional es usualmente compleja ya que presenta muchas componentes de frecuencias diferentes [10]. Además la vibración torsional rara vez produce ruido, o vibración del bastidor estático, no se puede oír ni percibir con nuestros sentidos como sucede con otros tipos de vibración.

8.1.2 Diferencias entre vibración torsional y vibración lateral

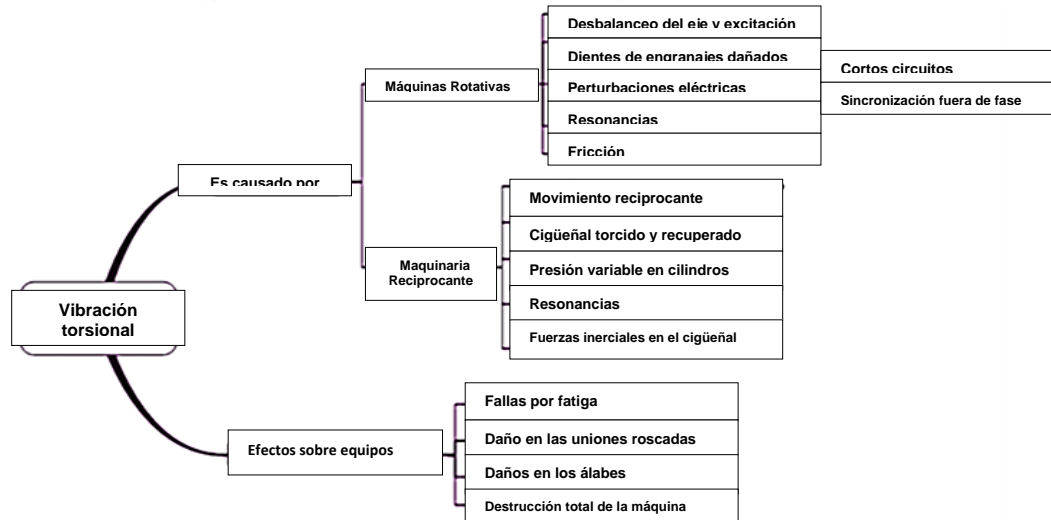
La academia y la industria pueden estar más familiarizadas con la vibración lateral, que su homóloga de torsión. Tal conocimiento es útil puesto que los dos fenómenos son similares en muchos aspectos. Sin embargo, hay varias diferencias importantes, las más notorias son:

1. La vibración lateral se detecta fácilmente a través de instrumentación estándar. Por otro lado, la instrumentación de vibración torsional no se suele instalar, y amplitudes grandes pueden ocurrir silenciosamente y sin mucho efecto en carcasas y cimientos.
2. Las frecuencias naturales de vibración lateral están influenciados por la velocidad de rotación debido, mientras que las frecuencias naturales de vibración torsional son independientes de la velocidad de rotación
3. En vibraciones laterales grandes amplitudes causar graves problemas. Por otro lado, la preocupación ante vibración torsional son torques y tensiones inducidas. La deformación angular suelen ser de interés académico.
4. En el modo vibración lateral de rotación síncrona, el eje no experimenta inversiones de esfuerzos a lo que la fatiga del eje no es una preocupación. Por el contrario, las vibraciones de torsión siempre inducen tensiones cíclicas que pueden conducir a la fatiga.
5. A diferencia de vibraciones laterales, las vibraciones de torsión por lo general no pueden ser corregidos por un balanceo con un balance de la máquina.
6. La vibración lateral en máquinas rotativas pueden llegar a ser inestable, lo que es muy raro para las vibraciones de torsión en máquinas sin control feedback de velocidad.
7. El desequilibrio 1X del rotor no tiene ningún efecto sobre la vibración torsional, excepto en máquinas con engranajes en donde la vibración lateral produce el par dinámico.
8. El análisis de vibración lateral se puede realizar en cada cuerpo por separado. vibraciones de torsión debe realizarse en conjunto rígido.

8.1.3 ¿Por qué medir vibraciones de torsión?

Se miden vibraciones de torsión para determinar la cantidad de esfuerzo dinámico a la que están siendo sometidos los componentes del sistema. La vibración torsional se produce con el sistema, generalmente la primera evidencia de un problemas de vibración torsional sea el fallo catastrófico del eje del sistema, por esta razón específica es que se hace necesario la medición de las vibraciones torsionales en el monitoreo periódico de los equipos.

Figura 8.1 Aspectos Importantes de la influencia de la vibración



Fuente: Los autores

8.1.4 Unidades de medición de la vibración torsional

Tabla 8.1 Unidades para la vibración torsional unidades U.S. y SI

<i>Cantidad</i>	<i>Unidad habitual U.S.</i>	<i>Unidad equivalente SI</i>
<i>Longitud</i>	<i>in</i>	$2.5400E-02 \text{ m}$
<i>Masa</i>	<i>lb</i>	$4.5359E-01 \text{ Kg}$
<i>Fuerza</i>	<i>lbf</i>	4.4482 N
<i>Torque</i>	<i>lbf-in</i>	$1.1298E-01 \text{ N} \cdot \text{m}$
<i>Potencia</i>	<i>hp</i>	$7.4570E+02 \text{ W}$
<i>Esfuerzo</i>	<i>lbf/in²</i>	$6.8948E+03 \text{ Pa (N/m}^2\text{)}$
<i>Momento polar de inercia</i>	<i>lb-in²</i>	$2.9260E-04 \text{ Kg} \cdot \text{m}^2$
<i>Rigidez Torsional</i>	<i>lbf-in/rad</i>	$1.1298E-01 \text{ N} \cdot \text{m/rad}$
<i>Segundo momento de área</i>	<i>in⁴</i>	$4.1620E-07 \text{ m}^4$

Debido a las semejanzas que existen entre la vibración rectilínea y la vibración torsional se puede hacer una analogía mostrada en la Tabla 8.2.

Tabla 8.2 Analogía entre vibración rectilínea y vibración torsional

	Vibración rectilínea		Vibración torsional	
	Símbolo	unidad	Símbolo	unidad
Tiempo	T	seg	t	seg
Desplazamiento	x	in	θ	rad
Velocidad	\dot{x}	in/seg	$\dot{\theta}$	rad/seg
Aceleración	\ddot{x}	in/seg ²	$\ddot{\theta}$	rad/seg ²
Constante elástico	k	lb/in	K	in-lb/rad
Factor de amortiguamiento	ζ	adimensional	ζ	adimensional
Masa	m	lb-seg ² /in	J	lb-in-seg ² /rad
Fuerza o momento torsional	$F = m\ddot{x}$	lb	$T = J\ddot{\theta}$	in-lb
Energía cinética	$\frac{1}{2}m\dot{x}^2$	lb-in	$\frac{1}{2}J\dot{\theta}^2$	lb-in
Energía Potencial	$\frac{1}{2}kx^2$	lb-in	$\frac{1}{2}K\theta^2$	lb-in
Frecuencia Natural	$w_n = \sqrt{k/m}$	rad/seg	$w_n = \sqrt{K/J}$	rad/seg
Ecuación de movimiento	$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F_0 \text{sen}(wt)$		$J\ddot{\theta} + \eta\dot{\theta} + K\theta = T_0 \text{sen}(wt)$	
Condiciones iniciales	$x(0) = x_0 \dots \dot{x}(0) = \dot{x}_0$		$\theta(0) = \theta_0 \dots \dot{\theta}(0) = \dot{\theta}_0$	
Respuesta transitoria	$x_c = Ae^{\zeta w_d t} * \text{sen}(w_d t + \phi)$ $w_d = \sqrt{1 - \zeta^2} w_n$		$\theta_c = Ae^{\zeta w_d t} * \text{sen}(w_d t + \phi)$ $w_d = \sqrt{1 - \zeta^2} w_n$	
Respuesta de estado estacionario	$x_p = X \text{sen}(wt - \psi)$ $X = \frac{F_0}{\sqrt{(k - mw^2)^2 + (cw)^2}}$		$\theta_p = \Phi \text{sen}(wt - \psi)$ $\Phi = \frac{T_0}{\sqrt{(K - Jw^2)^2 + (\eta w)^2}}$	

8.1.5 Frecuencia natural de torsión

Un conjunto rotativo simple puede ser aproximado por dos inercias o discos conectados por un muelle de torsión. Si se le aplica energía a un sistema rotativo, el sistema vibrará a su frecuencia natural, y el nivel de las vibraciones dependerá de la fuerza de la fuente de

energía y de la absorción inherente al sistema. La frecuencia natural de un sistema resorte-masa no amortiguado se da en la siguiente ecuación:

$$F_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{I_p}} \quad \text{Ec. 8.1}$$

Donde F_n es la frecuencia natural, I_p es el momento de inercia y K la constante del resorte o rigidez.

Resonancia torsional: es un estado de operación en el que una frecuencia de excitación se encuentra cerca de una frecuencia natural de rotación de la máquina. En este estado los niveles de vibración resultantes pueden ser muy altos y pueden causar daños muy rápidamente.

8.1.6 Representaciones gráficas utilizadas en el análisis de vibración torsional

Algunas características particulares de cada representación gráfica en el análisis vibratorio torsional.

- Diagrama de espectro completo
- Diagrama polar
- Diagrama de Bode

8.2 Causas de las vibraciones torsionales

En las últimas décadas, se han llevado a cabo un sin número de estudios para analizar problemas y fallos en diversas maquinarias de varios tamaños; se pueden mencionar algunos casos en donde estos problemas despertaron la necesidad de desarrollar estudios acerca de los fenómenos que estaban dando a lugar en diferentes fechas y lugares véase Anexo capítulo 2.

La Tabla 8.3, muestra algunas fuentes de excitación de vibraciones de torsión. Cabe señalar que la mayoría de estas fuentes están relacionadas con el trabajo realizado por la máquina y por lo tanto no se puede quitar o reducir [11].

Tabla 8.3 Fuentes de excitación de vibración torsional

<i>Fuente</i>	<i>% Amplificación</i>	<i>Frecuencia</i>
Mecánica		
Descentramiento de Engranajes		1x, 3x RPM
Tolerancias de mecanizado en dientes de engranajes		Nº de dientes x RPM
Desequilibrio en acoples		1x RPM
Juntas Hooke-Universales		2x, 4x, 6x RPM
Desalineamiento de acoples		Nº de elementos conducidos x RPM
Función del sistema		
Puesta en marcha de motor síncrono	500-1000	2x frecuencia de deslizamiento
Sobretensiones		Depende de la tasa de sobretensiones
Motores de inducción de frecuencia variable (seis-pasos frecuencia de accionamiento ajustable)	4-10	6x, 12x, 18x línea de frecuencia
Excentricidad Voluta impulsor Paso de álabes	20-40	Nº de álabes x RPM
Arranque de un motor de inducción	300-1000	Excentricidad air-gap de un motor inducido a 60 Hz
Motores de inducción de frecuencia variable (ancho de pulso modulado)	1-20	5x, 7x, 9x frecuencia de línea.
Velocidad de encendido de un motor M.C.I		Depende del diseño del motor y las condiciones de funcionamiento.
Bombas centrifugas	10-40	Nº de paletas x RPM
Bombas reciprocantes		Nº de émbolos x RPM
Compresores con difusores de álabes	3-10	Nº de paletas x RPM
Sistemas impulsados por motor o turbina	5-10	Nº de polos o álabes x RPM
Sistemas moto-reductor con acoples suaves	15-30	Depende del diseño del motor y las condiciones de funcionamiento. (Puede ser $\frac{1}{2}n$ y n x RPM)
Sistemas moto-reductor con acoples rígidos	50 ó más	Depende del diseño del motor y las condiciones de funcionamiento.

Fuente: Los autores

8.2.1 Cambios en revoluciones

La velocidad angular, aumenta y decrece, y no permanece igual como se cree en muchos casos. En el libro del seminario Anexo se describe con un ejemplo y se muestra el proceso elemental para la medición de este fenómeno vibratorio.

8.2.2 Desplazamiento angular

Se hace referencia al desplazamiento angular relativo entre dos puntos colineales sobre circunferencias de un eje que se encuentra rotando, dicho desplazamiento genera que la línea definida sobre el eje rotando empiece a deformarse de tal forma que la misma queda finalmente como una línea diagonal por así decirlo, o en forma de espiral.

8.2.3 Error de transmisión de potencia

Un error en la transmisión en la adelanto o retraso en el ángulo de rotación en un sistema multi-eje donde engranajes, correas, y cadenas están interconectados, pueden ocurrir vibraciones torsionales debido este error. Resultado de un mecanizado pobre, una deformación en las transmisiones de potencia o un cambio en la revolución de las partes giratorias.

8.3 Efectos de la vibración torsional

En el diseño de máquinas rotativas y reciprocantes, es muy importante el estudio del análisis de vibraciones torsionales para que la operación de las maquinas sea confiable, ya que la mayoría de estas se encuentran sometidas a cambios de velocidad, inercia, carga y torque los cuales son condiciones favorables para que se den origen a la vibración torsional.

Tabla 8.4 Características de efectos comunes de las vibraciones torsionales

Efecto	Características
Resonancia torsional	<ul style="list-style-type: none"> • Para evitar este efecto los sistemas se diseñan con altos valores de rigidez. • Puede llegar afectar a elementos de máquinas acoplados ya que disminuye la rigidez y las frecuencias naturales. • Grandes amplitudes en los niveles de vibración. • Se presenta cuando la frecuencia de operación es igual o cercana a la frecuencia natural.
Rotura de elementos de máquinas	<ul style="list-style-type: none"> • Grandes esfuerzos. • Material dúctil fractura de apariencia fibrosa en el sentido de giro. • Material frágil fractura de apariencia granular y sin deformación • La forma de la fractura depende del material, entalladuras , cambios de sección, temperatura, etc.
Fatiga	<ul style="list-style-type: none"> • Inversión de los esfuerzos producto VT ⁸ • Deformaciones grandes • Los elementos pueden ceder a un esfuerzo menor que el del límite elástico si se repite muchas veces

Fuente: Los autores

⁸ Vibración torsional (VT)

8.3.1 Ejemplos donde se presentan efectos de este fenómeno (VT)

La Tabla 8.5 muestra los ejemplos descritos en el libro anexo *SEMINARIO DE INVESTIGACIÓN EN VIBRACIÓN TORSIONAL EN MAQUINARIA ROTATIVA Y RECIPROCANTE* que muestra las características de los sucesos aquí presentado, además ilustraciones y fotografías.

Tabla 8.5 Ejemplos de donde se presentan los efectos de la vibración torsional(VT)

Ejemplo	Descripción
Eje de máquina	Se detecta la VT cuando ocurre una grieta, la falla generalmente ocurre por las zonas donde existan concentradores de esfuerzo
Turbomaquinaria (motor síncrono)	Soportan excitaciones torsionales durante el arranque con frecuencias que van desde dos veces el voltaje de la línea de alimentación
Transmisión x engranajes	Posibilidad de rotura de dientes por la inversión de esfuerzo Posibilidad de detectar la presencia de vibraciones torsionales por el aumento del ruido.
Turbina-generador	Grietas por fatiga en el eje del rotor en los anillos de retención y en los alabes lo que pueden ocasionar fallas catastróficas. En los anillos de retención las fracturas por fatiga se deben al rozamiento y alta torsión.
Turbinas de vapor y de gas	Están propensos a la fatiga tanto de baja como de alta frecuencia. En máquinas de gran tamaño, cuando una fisura existente dentro de la estructura del eje alcanza su tamaño crítico creciendo casi instantáneamente, con velocidad de propagación altas.
Turbogrupos de vapor de 330 MW	Empresa de suministro de energía eléctrica alemana, año de construcción 1971, velocidad 3000 rpm. Se produjo el reventón espontáneo del rotor de la turbina sin previo aviso, se observó rugosidad en la fractura y crecimiento en el sentido longitudinal. El peso del rotor incluyendo álabes era de 80 toneladas y éste se partió en 30 pedazos.

Fuente: Los autores

8.4 Estudio de la vibración torsional

Cualquier sistema de maquinaria rotativa o reciprocante, experimenta algún grado de oscilación torsional, ya sea en operación continua u operación interrumpida (esto es durante el arranque y las paradas). Por consiguiente, las características de la reacción torsional en equipos rotativos y reciprocantes debe ser analizada y evaluada asegurando la confiabilidad de los sistemas.

La respuesta de vibración torsional en los componentes de máquinas rotativas y reciprocantes es una consideración importante que debe ser tenida en cuenta para definir la operación confiable en un equipo. El pronóstico exacto de la respuesta requiere técnicas de análisis y de modelado que consideren todas las fuerzas en el sistema en función de la suma de las masas, las propiedades elásticas de los acoples, de los ejes, de los engranajes, rodetes o alabes, etc.

La validez de las predicciones es fuertemente dependiente de la exactitud de las propiedades que se utilizan en el modelo. La técnica de modelado debe dar cuenta del hecho de que existe siempre un cierto nivel de incertidumbre acerca de estas propiedades. Un aspecto estrechamente relacionado es que la instalación real o el equipo puede diferir del de los dibujos y otros detalles suministrados por el estudio; algunas de estas desviaciones pueden afectar significativamente a la respuesta de torsión. Un modelo teórico es sólo tan bueno como la información utilizada para crearlo. Si los datos de entrada no representan las características reales de la maquinaria, el modelo, a su vez, tampoco tendrá exactitud en los resultados.

8.4.1 Objetivos del análisis de vibración torsional

Los objetivos presentados continuación son los más relevantes para la ingeniería de análisis de vibraciones de torsión, en el libro anexo *SEMINARIO DE INVESTIGACIÓN EN VIBRACIÓN TORSIONAL EN MAQUINARIA ROTATIVA Y RECIPROCANTE* encontrara otro no de menos importancia:

1. Determinación de las frecuencias naturales, velocidades críticas y formas modales.
2. Evaluar el efecto sobre las frecuencias naturales y amplitudes de vibración debido al cambio de uno o más parámetros de es decir, el análisis de sensibilidad.
3. Calcular las amplitudes de vibración y momentos pico bajo el estado de equilibrio de excitación torsional.
4. Calculo de la oscilación dinámica torsional en todas las masas del sistema, basadas en la dinámica de torsión modulada, factores de concentración de tensión y los factores de amplificación.
5. Obtener parámetros de análisis para determinar las posibles modificaciones en los acoples cuando los márgenes de separación en los niveles de tensión y torque en los acoples no sea aceptable.
6. Cuantificar el riesgo de diferentes soluciones de diseño, permitiendo decisiones de inversión acertadas.

8.4.2 Vibración torsional en el diseño

Una de las principales preocupaciones a las que se enfrentan los usuarios, ingenieros de distintas especialidades, incluyendo a los diseñadores, analistas, gerentes y operadores involucrados en el diseño, construcción y operación de maquinaria rotativa hoy en día es la de vibraciones de torsión. En contraste con los problemas de vibraciones laterales, los fallos de torsión son especialmente atroces, un problema es a menudo un eje roto. La mayoría de las industrias han llegado a reconocer que las vibraciones de torsión es un peligro potencial. La dificultad de la detección de fallos incipientes en el campo, supeditan la prestación de un análisis exhaustivo de la vibración torsional; un componente esencial del proceso de diseño de maquinaria rotativa y recíproca, y por lo tanto, necesita ser investigado desde la etapa inicial del diseño. Mayor información en el libro del seminario.

8.4.2.1 Consideraciones de diseño

Existen una serie de reglas generales a aplicar a nivel diseño para evitar vibraciones torsionales importantes, aquí se dan algunas por ejemplo para motores eléctricos [12].

1. Si solo hay una frecuencia natural de torsión en el rango de las excitaciones, conviene incrementarla.
2. Si no se puede cambiar la frecuencia natural, se rediseña el motor.
3. Si hay más de una frecuencia natural en torsión en el rango de las excitaciones añada mecanismos de amortiguación que reduzcan el factor de amplificación de manera importante.
4. Incremente el torque motriz inicial o reduzca transitoriamente la inercia del sistema para que la partida sea más rápida.

En el libro del seminario ANEXO E capítulo 2 se presentan consideraciones previas al diseño de un sistema que este expuesto a la vibración torsional.

8.4.3 Software de diseño con TVA

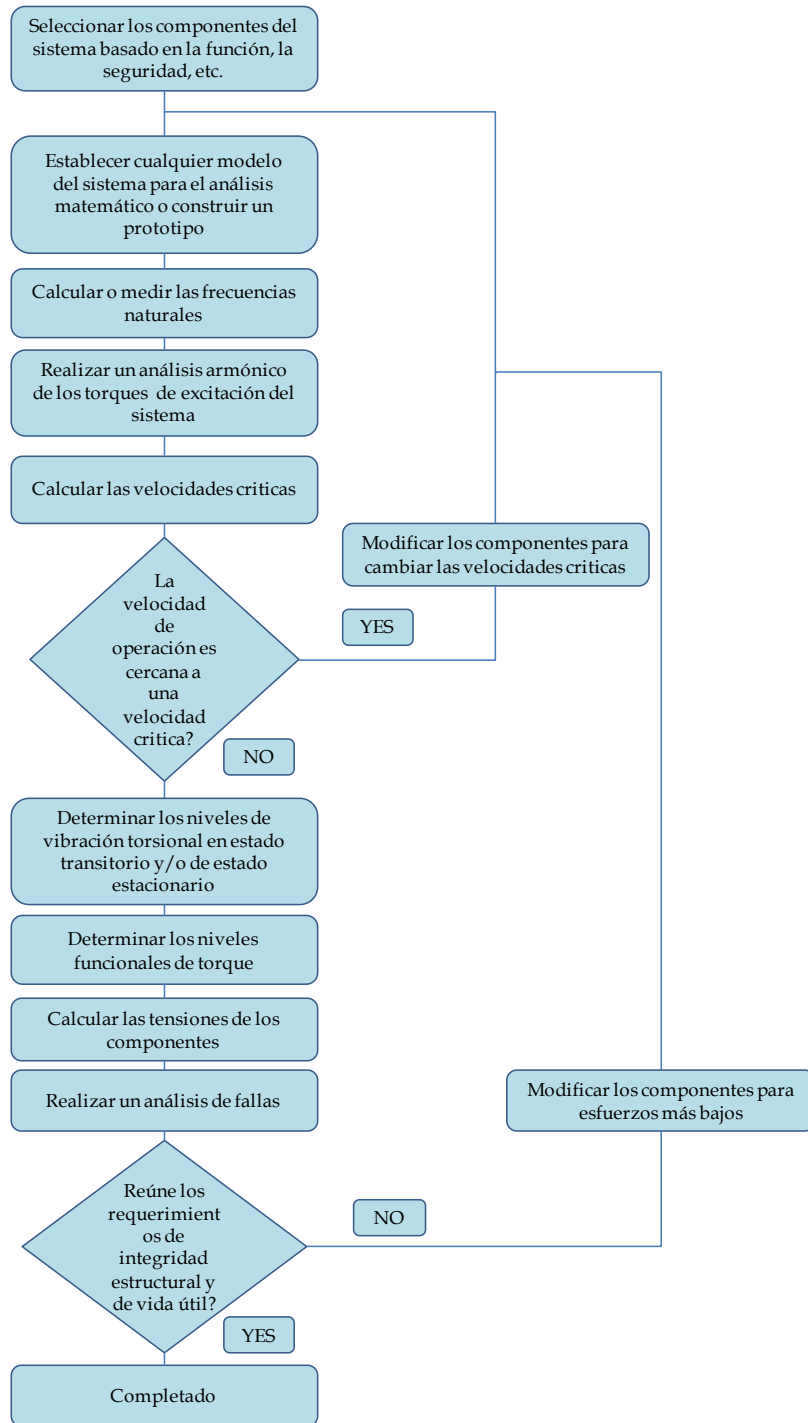
Existe una variedad de software o programas especializados que permite analizar los efectos de la torsión en los diseños, obtener la solución de las frecuencias naturales y modos de vibración, de ejes y rotores para una amplia gama de geometrías, la Tabla 8.6, expone las características de algunos de este software de diseño.

Tabla 8.6 Software de análisis rotodinámico

<i>Nombre del software</i>	<i>Tipo de Análisis</i>	<i>Proveedor</i>
CAD22	Velocidades críticas torsionales y respuesta de los sistemas de engranajes	CADENSE Programs, Foster Miller Technologies Inc. Albany, NY, USA
CAD24	Velocidades críticas transitorias torsionales de sistemas engranados	
DYNROT	Realizar un estudio completo del comportamiento rotodinámico de rotores. Es capaz de análisis lineal, no lineal y torsión de rotores.	Dipartimento di Meccanica, Politecnico di Torino, Torino, Italy
RotorLab	Un paquete para modelado ágil de sistemas de rotor, cojinetes y sellos. Combina las tareas de diseño, modelado, análisis, pos procesó y gestión de datos	AGILE SOFTWARE CONCEPTS NREC White River Junction, VT, USA
DyRoBeS	Software de análisis rotodinámico integral para análisis torsional y lateral, incluyendo análisis del cojinete	
TWIST2	Velocidades críticas torsionales no amortiguadas y formas modales de los sistemas de rotor.	ROMAC – Rotating Machinery and Controls Laboratory, University of Virginia, Charlottesville, VA, USA
TORTRAN3	Respuesta transitoria torsional de rotores	
ROTECH	Velocidades críticas para análisis de rotodinámico lateral; respuesta de desequilibrio, respuesta transitoria, estabilidad lineal y no lineal. Análisis rotodinámico torsional.	ROTECH Engineering Services, Delmont, PA, USA
XLrotor	Un conjunto completo de herramientas de análisis para la rotación dinámica de máquinas. Análisis lateral y torsional de rotores. Cálculo de coeficientes de película y los cojinetes antifricción.	Rotating Machinery Analysis Inc., Austin, TX, USA

Fuente: Adaptado de HARRIS, C. M. y CREDE, C. E. *Shock and Vibration Handbook, Chapter 38*. 2nd. New York : McGraw-Hill Book Co, 1976. Cap. 34 pp. 32-34

Figura 8.2 Procedimientos de diseño para la vibración torsional



Fuente: Adaptado de ESHLEMAN, Ronald L. *torsional vibration of machine systems*. Proceeding of the sixth turbomachinery symposium.

8.4.4 Análisis de la vibración torsional (TVA)

El mejor momento de realizar un TVA matemático es durante la fase de diseño de un proyecto; antes de adquirir los componentes de línea de mando y mientras el diseño puede ser cambiado fácilmente si el TVA indica que existen problemas. Debido a que la compatibilidad de la instalación es responsabilidad del diseñador del sistema, es también su responsabilidad obtener el TVA. Un listado completo de los datos técnicos requeridos para el análisis de vibración torsional se presentan en el libro de seminario Anexo.

8.5 DISCUSIÓN DEL CAPÍTULO

- La frecuencia natural se conoce como el ritmo natural del sistema en el cual se sintoniza.
- El desarrollo de este capítulo permitió dar a conocer la importancia del estudio de las vibraciones torsionales teniendo en cuenta sus características más relevantes y las diferencias entre vibración lateral y torsional.
- La vibración rectilínea es análoga a la vibración torsional debido a las semejanzas que existen entre estas.

9.1 DESCRIPCIÓN DEL MODELO BÁSICO

La solución de muchos problemas en el área de vibraciones mecánicas en ingeniería, general requieren de un proceso que consiste en representar el modelo del sistema en una expresión matemática. Un sistema vibratorio torsional al igual que un sistema vibratorio lineal, puede ser representado por un modelo matemático que incluye los parámetros del sistema, las condiciones iniciales y el tipo de excitación, entre otras cosas, este modelo permite la formulación de criterios importantes para su análisis y diseño. Para elaborar este modelado se requiere de una serie de pasos y métodos, ver Figura 9.2.

9.1.1 Parámetros torsionales

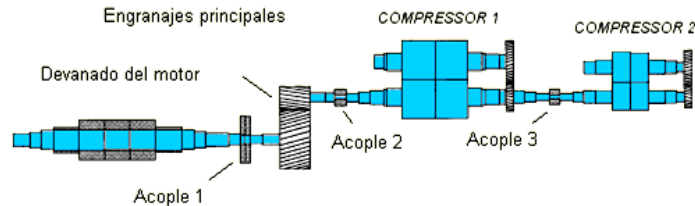
En el estudio de un sistema torsional se utilizan parámetros torsionales, que modelan el comportamiento de las propiedades, características y respuestas de los elementos del sistema [13]. A continuación se presentan en tablas propiedades y las formulas de geometrías básicas que se pueden encontrar en ejes y otros elementos rotativos.

9.1.2 Modelamiento de sistemas torsionales de maquinaria rotativa

La maquinaria rotativa normalmente consta de varios rotores o ejes conectados en tándem por acoplamientos (Figura 9.1). Generalmente los rotores o ejes se hacen de piezas forjadas

de acero con secciones circulares de diferentes diámetros que por lo general son de sección cilíndrica sólidas o huecas (anulares) [14].

Figura 9.1 Modelo torsional de un tren de compresores



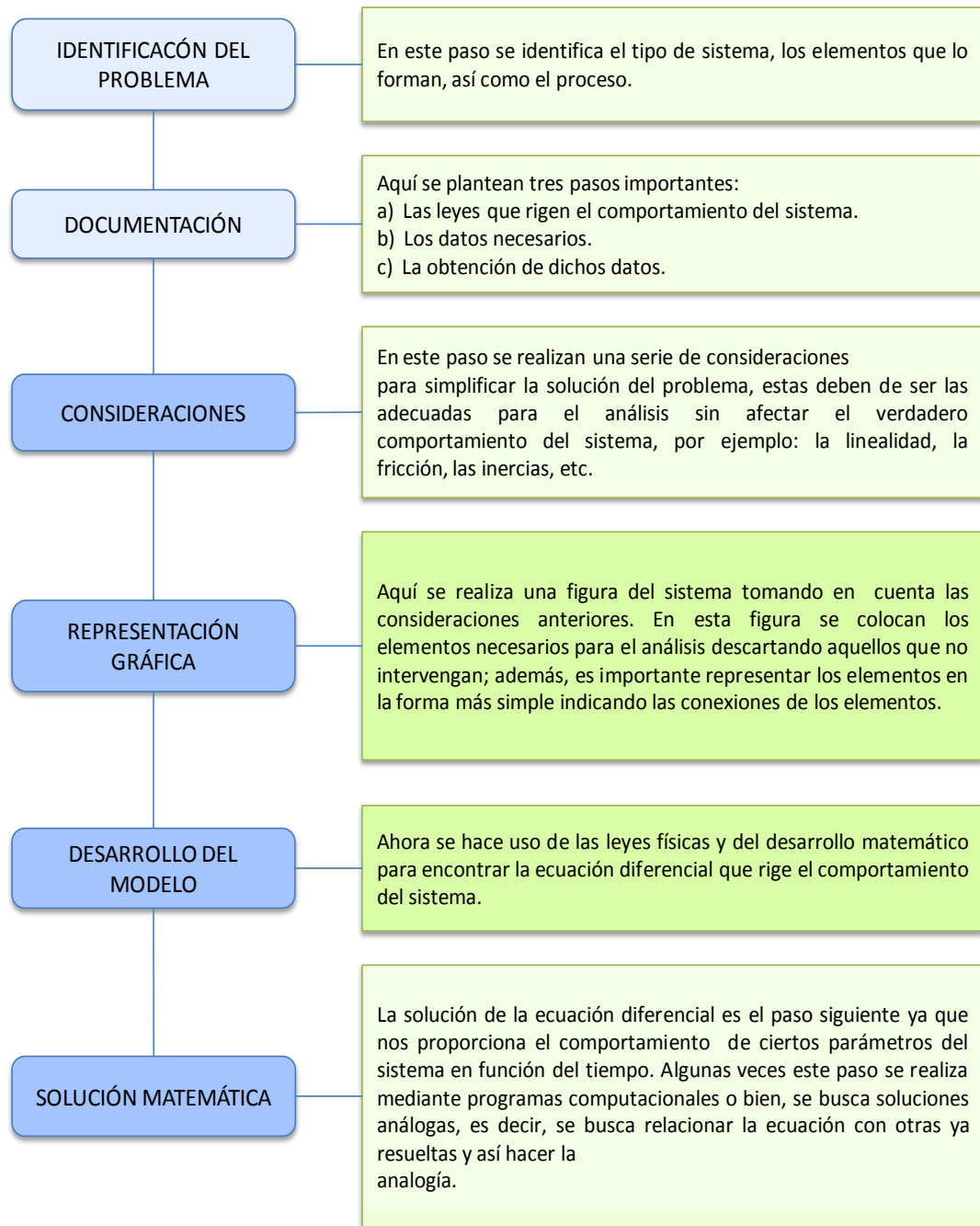
Fuente: Análisis rotodinámico torsional [Online] :(citado 29 Oct., 2012)
 <<http://turboepsilon.com/analisis%20rotodinamico%20torsional.htm>>

Tabla 9.1 Parámetros torsionales

Rigidez torsional (K)	Es la capacidad de un objeto sólido o elemento estructural para soportar esfuerzos de torsión sin adquirir grandes deformaciones o desplazamientos angulares.	$K = \frac{T_x}{\theta_x} = \frac{G J_t}{L}$
Momento polar de área (J_t)	Es una propiedad geométrica de la sección transversal de una viga o prisma mecánico que relaciona la magnitud del momento torsor con las tensiones tangenciales sobre la sección transversal.	$J_t = \frac{TL}{G\theta}$
Modulo elástico torsional (G)	Es una constante elástica que caracteriza el cambio de forma que experimenta un material elástico (lineal e isótropo) cuando se aplican esfuerzos cortantes.	$G = \frac{E}{2(1 + \nu)}$ E Módulo de Young ν Coeficiente de Poisson
Coeficiente de amortiguamiento (C_t)	Se define como la capacidad de un sistema o cuerpo para disipar energía cinética en otro tipo de energía. Típicamente los amortiguadores disipan la energía cinética en energía térmica y/o en energía plástica	$T_c = C_t \dot{\theta}$
Momento polar de inercia (I_p)	Es una propiedad de una distribución de masa en el espacio que mide su resistencia a la aceleración de rotación alrededor su eje perpendicular y es esencial en el Modelamiento de la Vibración Torsional	$I_p = \int r^2 dm$

Fuente: Los autores

Figura 9.2 Procedimientos de un modelo matemático



Fuente: Adaptado de CARROLA, Miguel, GUERRA, César y VILLALOBOS, José. *Fundamentos de las vibraciones mecánicas*. FIME-UANL (facultad de ingeniería mecánica y eléctrica - Universidad Autónoma de Nuevo León), México. 2005.

Tabla 9.2 Formulas para la rigidez torsional de varias configuraciones


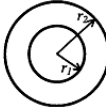
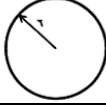
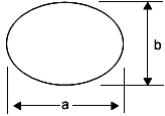
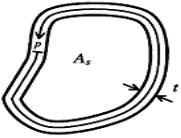
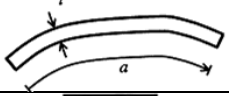
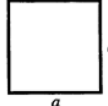
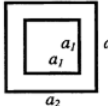

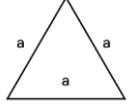
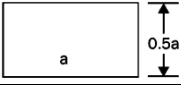
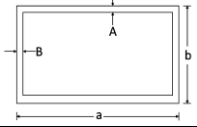
$K, \frac{lb-in}{rad}$; $G, \frac{lb}{in^2}$ $\omega, rad/sec$		
Resortes en serie		$K = \frac{1}{1/K_1 + 1/K_2}$
Resortes en paralelo		$K = K_1 + K_2$
Eje circular hueco		$K = \frac{\pi}{32} \frac{G(D^4 - d^4)}{l}$
Eje circular macizo		$K = \frac{\pi}{32} \frac{G D^4}{l}$
Eje circular cónico		$K = \frac{3\pi}{32} \frac{d^4}{l(n + n^2 + n^3)}$ $n = \frac{d}{D}$
Dos ejes engranados (referido al eje ¹)		$K = \frac{K_1 K_2}{n^2 K_1 + K_2}$ $n = \frac{D}{d} = \frac{\omega_1}{\omega_2}$
Fórmula Wilson ² cigüeñales		$\frac{l_e}{D_s^4} = \frac{b + 0.4d_s}{D_s^4 - d_s^4} + \frac{a + 0.4D_c}{D_c^4 - d_c^4} + \frac{r - 0.2(D_s + D_c)}{hW^3}$

¹ Nestorides, E. J. A Handbook of Torsional Vibration. Cambridge University Press, 1958.

² Wilson, W. K. Practical Solutions of Torsional Vibration Problems. John Wiley & Sons, 1942.

Fuente: VANCE, John, ZEIDAN, Fouad y MURPHY, Brian. Machinery Vibration and rotodinamics. Chap. 37. New York: John Wiley & Sons Inc., 2010.

Tabla 9.3 Momento polar de área J_t y coeficiente de rigidez torsional K_θ para varias geometrías

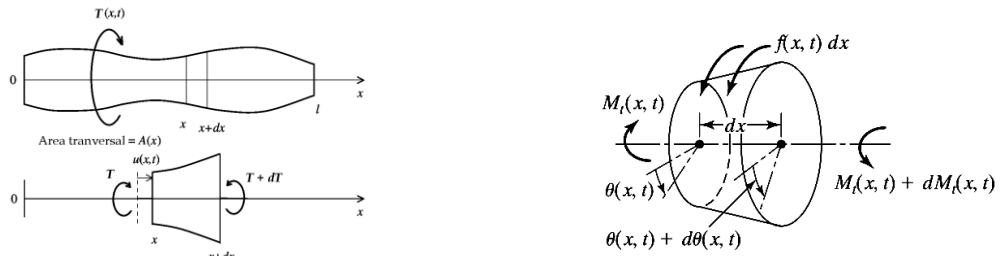
Sección transversal	Forma	Parámetro Torsional J_t	Parámetro Torsional K_θ
Circular maciza		$\frac{\pi}{2}r^4$	$\frac{\pi}{2}r^4$
Circular hueca		$\frac{\pi}{2}(r_2^4 - r_1^4)$	$\frac{\pi}{2}(r_2^4 - r_1^4)$
Anillo de espesor pequeño		$2\pi r^3$	$2\pi r^3$
Elipse maciza		$\frac{\pi ab(a^2 + b^2)}{64}$	$\frac{\pi a^3 b^3}{(a^2 + b^2)}$
Pared delgada cerrada		-	$\frac{4tA_s^2}{p}$
Pared delgada abierta		-	$\frac{t^3 a}{3}$
Cuadrada		$\frac{a^4}{6}$	$0.1406a^4$
Cuadrada hueca		$\frac{a_2^4 - a_1^4}{6}$	$0.1406 * (a_2^4 - a_1^4)$
Triangular isósceles		$\frac{\sqrt{3} * b^4}{45}$	-
Triangular equilátero		$\frac{\sqrt{3} * a^4}{48}$	$\frac{\sqrt{3} * a^4}{80}$
Rectángulo 2x1		$\frac{5 a^4}{96}$	$0.0286a^4$
Rectangular hueco		-	$\frac{2AB(a - A)^2(b - B)^2}{aA + bB - A^2 - B^2}$

Fuente: Adaptado de Ref. [15] pp. 82 y Ref. [16] Cap. 4- pág. 22

9.1.3 Modelos torsionales de parámetros distribuidos

En los modelos de parámetros distribuidos, los efectos inerciales, elásticos, y disipativos se encuentran en una distribución continua en una, dos, o tres dimensiones. Los sistemas torsionales reales poseen un número infinito de elementos de masa, distribuidos continuamente unidos con una conexión con cierta flexibilidad (elasticidad) y disipación de la energía (amortiguamiento).

Figura 9.3 Modelo de Parámetros distribuidos

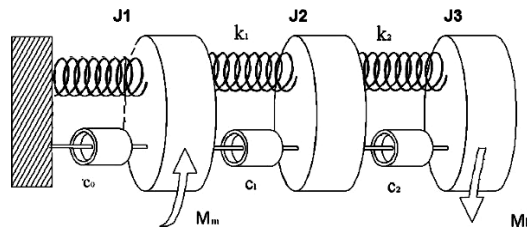


Fuente: Los autores

9.1.4 Modelos torsionales de parámetros concentrados

En general, un modelo de parámetros concentrados es un método que simplifica el análisis de un sistema real espacialmente distribuido, mediante la creación de una topología de elementos discretos que aproximan el comportamiento de los componentes distribuidos reales bajo ciertas restricciones.

Figura 9.4 Modelo parámetro concentrado para el análisis de vibración torsional



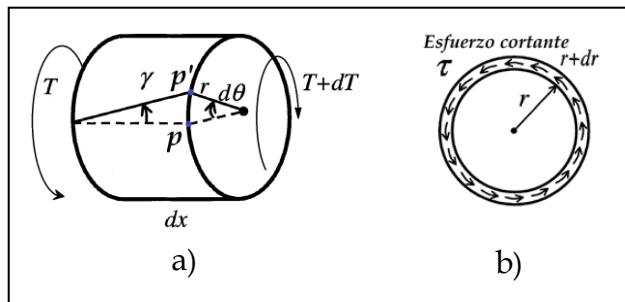
Fuente: Adaptado de: Vance, J. M., *Rotordynamics of Turbomachinery*, John Wiley and Sons, New York., 1987.

9.2 VIBRACIÓN TORSIONAL LIBRE (NO AMORTIGUADA)

9.2.1 Vibración torsional en ejes

Aquí, se formula el problema de vibración torsional de un eje que tiene una sección transversal circular, y asumiendo que el material es homogéneo, y elástico. En primer lugar, se busca obtener una relación entre el par de torsión T y la deformación angular o giro θ para un eje circular.

Figura 9.5 a) Elemento diferencial de un eje circular en torsión, y b) esfuerzos cortantes en una sección transversal anular



Fuente: Los autores

En la Figura 9.5a) muestra el ángulo γ y $d\theta$, el punto p sobre la circunferencia se desplazará una distancia $r d\theta$. El ángulo γ formado sobre la línea longitudinal en la superficie cilíndrica, es conocido como la deformación por esfuerzo cortante. Por lo tanto:

$$\text{deformación esfuerzo cortante} \rightarrow \gamma = \frac{r d\theta}{dx} \quad \text{Ec. 9.1}$$

Pero, teniendo en cuenta el hecho de que el desplazamiento angular θ es una función de t , así como x en el caso general de la dinámica, se utiliza derivadas parciales, y se escribe:

$$\gamma = r \frac{\partial \theta}{\partial x} \quad \text{Ec. 9.2}$$

El esfuerzo cortante correspondiente al punto deformado p en el radio r es

$$\tau = G\gamma = Gr \frac{\partial \theta}{\partial x} \quad \text{Ec. 9.3}$$

Este esfuerzo cortante actúa tangencialmente. Considere una pequeña sección transversal anular de ancho dr en el radio r del eje, como se muestra en la Figura 9.5b). Por simetría, el esfuerzo cortante será el mismo a través de toda esta región, y se formará un par de $r \times \tau \times 2\pi r dr = 2\pi r^2 \tau dr$. Por lo tanto, el torque total en la sección transversal del eje es:

$$T = \int 2\pi r^2 \tau dr \quad \text{Ec. 9.4}$$

En forma de la ecuación Ec. 9.3, se escribe como:

$$T = G \frac{\partial \theta}{\partial x} \int 2\pi r^3 dr \quad \text{Ec. 9.5}$$

El término integral es el momento polar de área de la sección transversal del eje:

$$J_t = \int 2\pi r^3 dr \quad \text{Ec. 9.6}$$

Por lo tanto, se puede escribir la ecuación Ec. 9.5, como:

$$T = G J_t(x) \frac{\partial \theta}{\partial x} \quad \text{Ec. 9.7}$$

De la ecuación anterior el parámetro combinado $G J$ se denomina la "rigidez a la torsión" del eje. Se ha destacado que el eje puede ser no uniforme y, por lo tanto, J_t es una función de x . Ahora se aplica la segunda ley de Newton para el movimiento rotatorio del elemento dx .

a). El momento polar de inercia del elemento es:

$$\int r^2 dm = \int r^2 \rho dx dA = \rho dx \int r^2 dA = \rho J_t dx \quad \text{Ec. 9.8}$$

Suponga que un par distribuido externo de $\tau(x, t)$ por unidad de longitud se aplica a lo largo del eje. Por lo tanto, la ecuación de movimiento es:

$$\rho J_t dx \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} = T + dT - T + \tau(x, t) dx = \frac{\partial T}{\partial x} dx + \tau(x, t) dx \quad \text{Ec. 9.9}$$

Sustituyendo en la ecuación Ec. 9.9 en Ec. 9.7 y cancelando dx se obtiene la ecuación de vibración torsional de un eje circular como:

$$I_p \frac{\partial^2 \theta(x, t)}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x} G J_t(x) \frac{\partial \theta(x, t)}{\partial x} + \tau(x, t) \quad \text{Ec. 9.10}$$

Para el caso de un eje uniforme (J_t constante) en vibración libre ($\tau(x, t) = 0$),

$$\frac{\partial^2 \theta(x, t)}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 \theta(x, t)}{\partial x^2} \quad \text{Ec. 9.11}$$

donde

$$c = \sqrt{\frac{G}{\rho}} \quad \text{Ec. 9.12}$$

La ecuación Ec. 9.11, es bastante similar a la de vibración transversal de un cable en tensión y a la vibración longitudinal de una varilla. Por lo tanto, los mismos conceptos y procedimientos de análisis se pueden utilizar. En particular, dos condiciones de contorno serán necesarias en la solución, por ejemplo,

$$\text{en el extremo fijo } x = x_0 : \theta(x_0, t) = 0 \quad \text{Ec. 9.13}$$

$$\text{en el extremo libre } x = x_0 : \frac{\partial \theta(x_0, t)}{\partial x} = 0 \quad \text{Ec. 9.14}$$

9.2.1.1 Ejes de sección no circular

A diferencia de las vibraciones longitudinales y transversales de barras y vigas, en el caso de la vibración torsional en ejes, las ecuaciones de movimiento para ejes circulares (Ec. 9.10 y Ec. 9.11) no pueden ser utilizadas para ejes con secciones transversales no circulares. La razón es que las distribuciones de esfuerzos cortantes en los dos casos pueden ser bastante diferentes, y la ecuación no es válida para las secciones no circulares.

Por lo tanto, el parámetro J_t en la relación de torque-deformación (de la ecuación Ec. 9.7) se reemplaza por K_θ en el caso de secciones no circulares. En este caso, se escribe:

$$T = G K_\theta \frac{\partial \theta}{\partial x} \quad \text{Ec. 9.15}$$

9.3 VIBRACIÓN TORSIONAL AMORTIGUADA

La mayoría de los mecanismos de amortiguación individuales es compleja y no es exactamente predecible en la etapa de diseño. Algunos de los más importantes mecanismos de amortiguación son:

- Fuerzas de vapor sobre los álabes de turbina y sellos y fuerzas de viento sobre superficies del rotor.

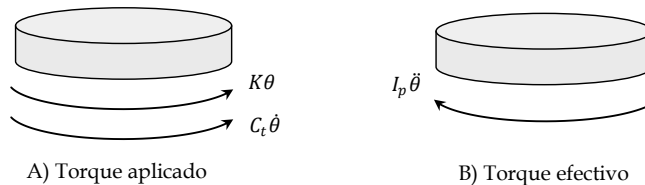
- Histéresis del material del eje, particularmente en altos niveles de tensión oscilante.
- Disipación de energía por resbalamiento del acoplamiento (fricción) durante altas oscilaciones torsionales.
- Amortiguación eléctrica del generador y sistema impulsado por el eje del alternador.
- Amortiguación eléctrica o componentes no amortiguados que emanan de los equipos de control y red de transmisión.
- Pérdidas de la película de aceite del cojinete (generalmente bajas en comparación con los otros elementos de la lista).

9.3.1 Vibración torsional amortiguada libre

9.3.1.1 Amortiguación viscosa

El amortiguamiento viscoso es una forma común de amortiguación que se encuentra en muchos sistemas de ingeniería. La fuerza de amortiguamiento viscoso es proporcional a la primera potencia de la velocidad, y siempre se opone al movimiento, de modo que la fuerza de amortiguación es una función lineal continua de la velocidad.

Figura 9.6 Diagramas de cuerpo libre de sistema de un grado de libertad-vibración torsional

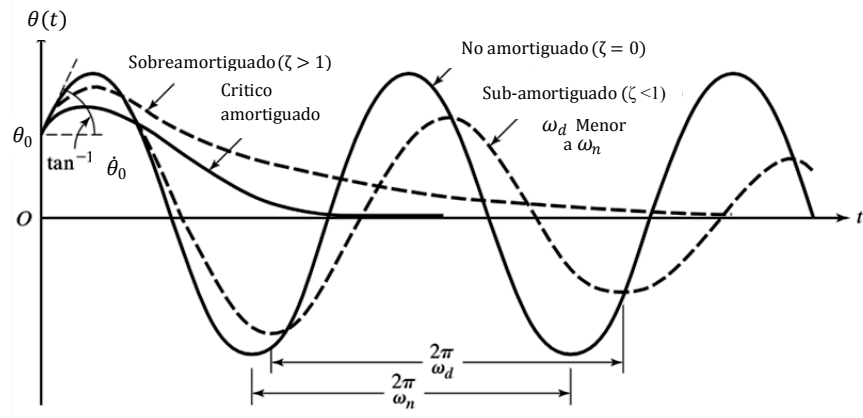


Fuente: Adaptado de BEARDS, F. Chris. *Engineering Vibration Analysis with Application to Control Systems*. Great Britain: Edward Arnold, a division of Hodder Headline PLC, 1995. Cap. 2 - p. 16

Para el movimiento de vibración torsional del cuerpo mostrado, los diagramas de cuerpo libre son como en Figura 9.6 A) y B). La ecuación de movimiento es, por tanto:

$$I_p \ddot{\theta} + C_t \dot{\theta} + K\theta = 0 \quad \text{Ec. 9.16}$$

Figura 9.7 Comparación de los movimientos angulares con diferentes tipos de amortiguación



Fuente: Adaptado de RAO, S. Singiresu. *Mechanical Vibrations*. 5th ed.: Prentice Hall-Pearson Education Inc., 2011. p. 187

De forma análoga de la ecuación Ec. 1.35 se obtiene la solución de la Ec. 9.16 para un sistema torsional:

$$\theta(t) = Ae^{s_1 t} + Be^{s_2 t} \quad \text{Ec. 9.17}$$

Donde A y B son constantes determinadas a partir de las condiciones y iniciales del sistema y sus raíces s_1 y s_2 están dadas por:

$$s_{1,2} = -\frac{C_t}{2I_p} \pm \frac{\sqrt{C_t^2 - 4I_p K}}{2I_p} \quad \text{Ec. 9.18}$$

Al igual que en la vibración lineal estudiada en la *sección 1.6.2*, la vibración torsional puede presentar los tres casos de amortiguamiento:

$$s_{1,2} = \left[-\zeta \pm \sqrt{\zeta^2 - 1} \right] \omega_n \quad \text{Ec. 9.19}$$

9.3.1.2 Amortiguamiento de Coulomb

En muchos sistemas mecánicos se usan amortiguadores Coulomb o de fricción seca (dry-friction) por su simplicidad mecánica y comodidad. La amortiguación de fricción en seco aparece internamente, siempre cuando los componentes se deslizan respecto a otras superficies sin ninguna lubricación [17].

Si un torque de fricción constante actúa sobre un sistema torsional, la ecuación gobernante de las oscilaciones angulares del sistema puede ser derivada de las ecuaciones para un sistema de vibración lineal de la siguiente forma:

$$I_p \ddot{\theta} + K\theta = -T_f \quad \text{Ec. 9.20}$$

y

$$I_p \ddot{\theta} + K\theta = T_f \quad \text{Ec. 9.21}$$

donde T_f denota el torque constante de amortiguamiento (similar a μN para vibración lineal). Las soluciones de las ecuaciones Ec. 9.20 y Ec. 9.21 son respectivamente:

$$\theta(t) = A_1 \cos \omega_n t + A_2 \sin \omega_n t - \frac{T_f}{K} \quad \text{Ec. 9.22}$$

$$\theta(t) = A_3 \cos \omega_n t + A_4 \sin \omega_n t + \frac{T_f}{K} \quad \text{Ec. 9.23}$$

donde las constantes A_i de cada ecuación son halladas de las condiciones iniciales de cada medio ciclo y $\omega_n = \sqrt{\frac{K}{I_p}}$ es la frecuencia de la vibración.

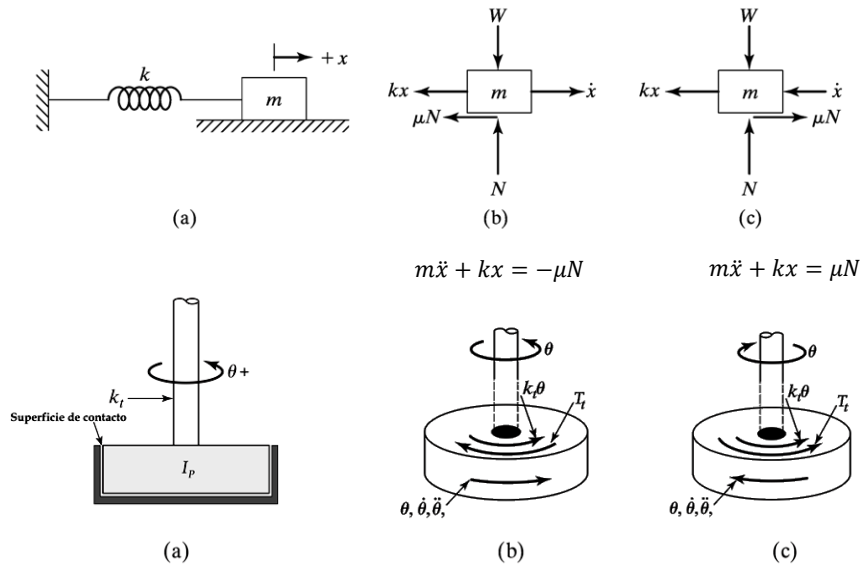
Las ecuaciones Ec. 9.20 y Ec. 9.21 se puede integrar en una sola ecuación como:

$$I_p \ddot{\theta} + T_f \operatorname{sgn}(\dot{\theta}) + K\theta = 0 \quad \text{Ec. 9.24}$$

donde $\operatorname{sgn}()$ es llamada la función signo, y toma el valor de 1 para $\dot{\theta} > 0$, -1 para $\dot{\theta} < 0$, y 0 para $\dot{\theta} = 0$, dependiendo del sentido que se tome como avance y retroceso en la rotación del eje. La ecuación Ec. 9.24 puede verse como una ecuación diferencial no lineal para el que no existe una solución analítica sencilla. La ecuación Ec. 9.24 puede resolverse analíticamente si rompemos el eje del tiempo en segmentos separados por $\dot{\theta} = 0$ (intervalos de tiempo con diferentes direcciones de movimiento). Para encontrar la solución usando este procedimiento, asumamos las condiciones iniciales como:

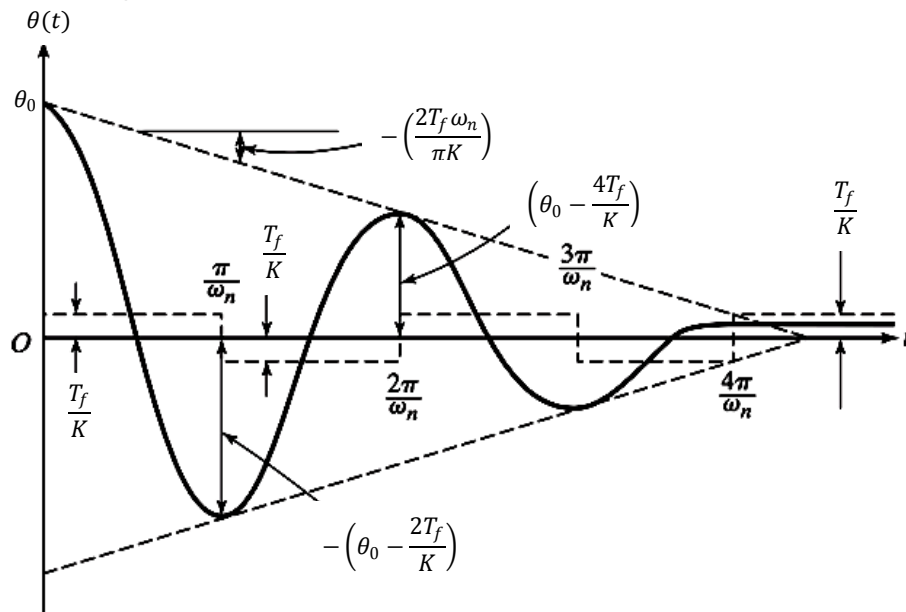
$$\begin{aligned} \theta(t = 0) &= \theta_0 \\ \dot{\theta}(t = 0) &= 0 \end{aligned} \quad \text{Ec. 9.25}$$

Figura 9.8 Analogía Sistema masa-resorte con amortiguamiento Coulomb



Fuente: Los autores

Figura 9.9 Movimiento de la inercia con amortiguación Coulomb



Fuente: Adaptado de RAO, S. Singiresu. *Mechanical Vibrations*. 5th ed.: Prentice Hall-Pearson Education Inc., 2011. p. 187

9.3.2 Vibración torsional amortiguada forzada

El análisis de respuesta forzada generalmente se divide en dos áreas principales: la respuesta en estado estacionario a estímulos sinusoidales y una respuesta transitoria para cualquier par aplicado definido en el tiempo. En general, en cualquier caso, diferentes estímulos pueden aplicarse a todos los nodos en el modelo matemático. La ecuación general del movimiento de respuesta forzada es:

$$I_p \ddot{\theta} + C_t \dot{\theta} + K\theta = T(t) \quad \text{Ec. 9.26}$$

9.3.2.1 Vibración forzada armónica

Teniendo en cuenta lo presentado en la *sección 1.6.2* ahora aplicado a un sistema torsional simple, entonces se aplica un torque armónico al disco $T(t) = T_0 \sin(\omega t)$

$$I_p \ddot{\theta} + C_t \dot{\theta} + K\theta = T_0 \sin(\omega t) \quad \text{Ec. 9.27}$$

Al igual que en la vibración lineal la solución a esta ecuación de movimiento angular es la suma de dos respuestas oscilatorias Ec. 9.30; una oscilación complementaria (solución homogénea) Ec. 9.28, y la otra es una oscilación particular (solución no homogénea) Ec. 9.29, en la que el sistema oscila con la frecuencia ω de la excitación.

$$\theta_h = A_h e^{-\zeta \omega_n t} \sin(\sqrt{1 - \zeta^2} \omega_n t + \phi_h) \quad \text{Ec. 9.28}$$

$$\theta_p = A_p \sin(\omega t - \phi_p) \quad \text{Ec. 9.29}$$

$$\theta(t) = \theta_h + \theta_p \quad \text{Ec. 9.30}$$

de las ecuaciones anteriores obtenemos:

$$\theta(t) = \frac{T_0}{K} \frac{\sin(\omega t - \phi_p)}{\sqrt{\left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right)^2 + \left(2\zeta \frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}} + A_h e^{-\zeta \omega_n t} \sin(\sqrt{1 - \zeta^2} \omega_n t + \phi_h) \quad \text{Ec. 9.31}$$

donde

los valores para A_h y ϕ_h dependen de las condiciones iniciales y $\phi_p = \tan^{-1} \left(\frac{2\zeta \frac{\omega}{\omega_n}}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2} \right)$

9.4 FRECUENCIAS NATURALES, VELOCIDADES CRÍTICAS Y FORMAS MODALES

Uno de los objetivos primarios de un TVA es la identificación de todos los puntos de resonancia ya que la mayoría de las máquinas tienen numerosas frecuencias naturales y múltiples fuentes de excitación. La gravedad de las oscilaciones torsionales y la tensión dependen de la relación entre la velocidad de operación y la frecuencia de excitación, la torsión inestable y la frecuencia natural de torsión y las formas modales del eje del sistema (velocidad crítica).. Las fórmulas para frecuencias naturales y formas modales para varias configuraciones de sistemas torsionales están listadas en la Tabla 9.4.

9.4.1 Frecuencia natural de sistemas simplificados (f_n)

A continuación se presenta las frecuencias naturales de sistemas torsionales simplificados que en un primer cálculo dan referencias de las respuestas de un sistema (Ref. [18] pp. 38-44). Cabe destacar que en un sistema real este posee una cantidad mayor de grados de libertad que un modelo simplificado y se hace necesario el uso de un programa de ordenador para resolver el sistema de ecuaciones que se deriva del análisis del modelo.

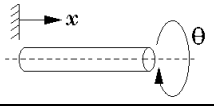
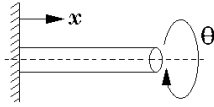
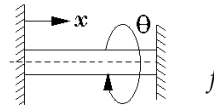
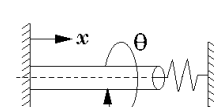
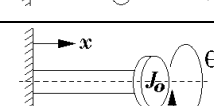
9.4.2 Velocidades críticas y formas modales

Una forma de determinar las frecuencias de resonancia es por medio de un diagrama de interferencia o *diagrama de Campbell*⁹. Este es siempre generado tan pronto el análisis sin amortiguamiento este completado. Procedimientos populares, como el método de Holzer (1921), se utilizan para la obtención de las frecuencias naturales y las formas modales. *El método de Holzer se analizará en el Capítulo 6.*

Un sistema con un amplio rango de velocidad y varios órdenes de excitación hace prácticamente imposible evitar todas las coincidencias con las frecuencias naturales de torsión (Figura 9.10). Ejemplos son sistemas con motores o compresores recíprocos o sistemas impulsados por motores de accionamiento de frecuencia variable. Estos sistemas requieren consideraciones adicionales en la etapa de diseño sobre el equipo de velocidad constante convencional. La amplia gama de velocidades aumenta la probabilidad de que, a cierta velocidad, exista una coincidencia entre una frecuencia natural torsional y la frecuencia de una excitación armónica.

⁹ Llamado así por *Wilfred Campbell* quién introdujo este concepto en el artículo: *Campbell, Wilfred (1924). "Protection of Steam Turbine Disk Wheels from Axial Vibration". Transactions of the ASME: 31-160.*

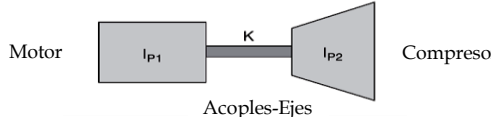
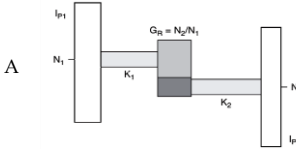
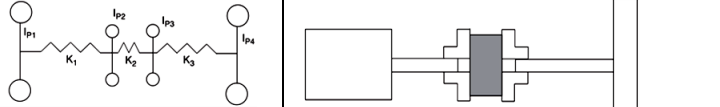
Tabla 9.4 Ejemplo de diversas configuraciones de un eje uniforme en vibración torsional, de longitud l , que ilustra las frecuencias naturales y las formas modales.^a

Configuración	Frecuencia (rad/s) ecuación característica	Forma modal
 libre - libre	$\omega_n = \frac{n\pi c}{l}, \quad n = 0, 1, 2, \dots$	$\cos \frac{n\pi x}{l}$
 fijo - libre	$\omega_n = \frac{(2n-1)\pi c}{2l}, \quad n = 1, 2, \dots$	$\sin \frac{(2n-1)\pi x}{2l}$
 fijo - fijo	$\omega_n = \frac{n\pi c}{l}, \quad n = 1, 2, \dots$	$\sin \frac{n\pi x}{l}$
 fijo - resorte (torsional)	$\lambda_n \cot \lambda_n = -\frac{Kl}{G\gamma'}, \quad \omega_n = \frac{\lambda_n c}{l}$	$\sin \frac{\lambda_n x}{l}$
 fijo - inercia	$\cot \lambda_n = \frac{J_o}{\rho l \gamma'} \lambda_n, \quad \omega_n = \frac{\lambda_n c}{l}$	$\sin \frac{\lambda_n x}{l}$

^a Note que los dos últimos ejemplos requieren un procedimiento numérico con el fin de calcular los valores de las frecuencias naturales. Aquí $c = \sqrt{G\gamma'/\rho J_t}$ ^b La forma modal libre es una constante

Fuente: Adaptado de INMAN, J. Daniel. *Engineering Vibration*. Second Edition ed. New Jersey: Prentice-Hall Inc, 2001. p. 458

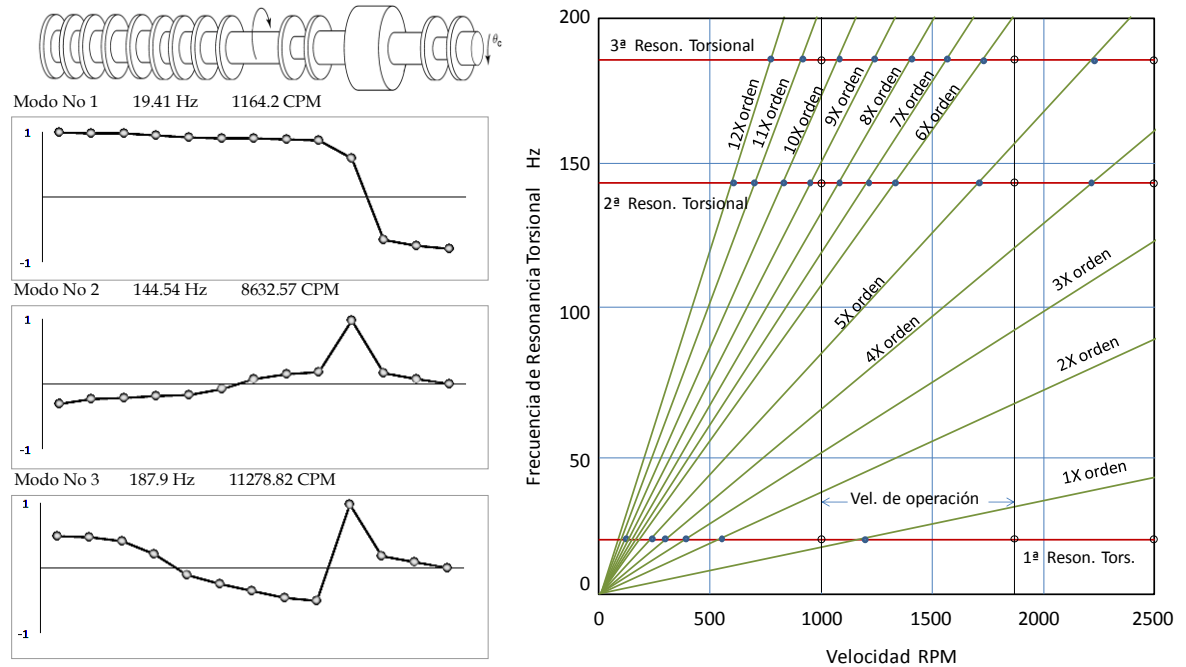
Tabla 9.5 Modelos simplificados simples de maquinaria

Modelo simple de dos inercias	 Motor I_{p1} K I_{p2} Compresor Acoples-Ejes	$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{K \frac{I_{p1} + I_{p2}}{I_{p1} \cdot I_{p2}}}$
Modelo de un simple tren de engranajes	 I_{p1} N_1 K_1 $G_{21} = N_2/N_1$ K_2 N_2 I_{p2}	$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{K_{eff} \frac{I_{p1} + I_{2eff}}{I_{p1} \cdot I_{2eff}}}$
Modelo con acoples	 I_{p1} K_1 I_{p2} K_2 I_{p3} K_3 I_{p4}	$f_n = \frac{1}{2^{1.5}\pi} \sqrt{\frac{K_1 + K_2}{I_{p2}} + \frac{K_1}{I_{p1}} + \frac{K_2}{I_{p3}} \pm \sqrt{\left(\frac{K_1 + K_2}{I_{p2}} + \frac{K_1}{I_{p1}} + \frac{K_2}{I_{p3}}\right)^2 - 4K_1K_2 \left(\frac{1}{I_{p1}I_{p2}} + \frac{1}{I_{p1}I_{p3}} + \frac{1}{I_{p2}I_{p3}}\right)}}$

Fuente: Los autores

Múltiples Velocidades - Múltiples Ordenes de excitación.

Figura 9.10 Diagrama de interferencia - Múltiples velocidad de operación-Múltiples órdenes de excitación y Formas modales de un sistema equivalente



Fuente: Adaptado de: *Analysis of torsional vibrations in rotating machinery* by J. C. (Buddy) Wachel.

9.5 DISCUSIÓN DEL CAPÍTULO

- En el modelado torsional en primer lugar, busca obtener una relación entre el par de torsión y la deformación angular. Las características de la vibración torsional son afectadas notablemente por la amortiguación, la variación de la rigidez y la inercia rotacional.
- En el sistema simplificado todos los elementos se modelan como una sección de eje o disco, el objetivo del modelado es determinar las características de cada uno de ellos y determinar cuáles de esos elementos son más influyentes en la vibración torsional
- En general, cuando se diseña un eje, se considera que la rigidez torsional sea lo suficientemente alta, para que las frecuencias naturales sean muy altas a las frecuencias de las fuerzas excitadoras.

- El momento polar de área J_t y el coeficiente de rigidez torsional K_θ para ejes de configuración circular son iguales, se debe tener mucho cuidado cuando el eje de transmisión tenga otra sección transversal que no sea circular, porque esos dos parámetros son diferentes.
- La inercia rotacional para geometrías complejas como propulsores de barcos o cigüeñales se realiza por medio de ecuaciones semiempíricas o de forma experimental.
- En sistemas sometidos a vibración torsional, se debe analizar la rigidez torsional de todo el sistema y no la rigidez individual de los diferentes segmentos, debido a que al calcular la rigidez del sistema esta es menor que la rigidez de cualquiera de las individuales.
- El número de frecuencias naturales que se pueden calcular está limitado por el número de discos en un modelo de parámetros concentrados.

10.1 VIBRACIONES TORSIONALES EN MÁQUINAS RECIPROCANTES

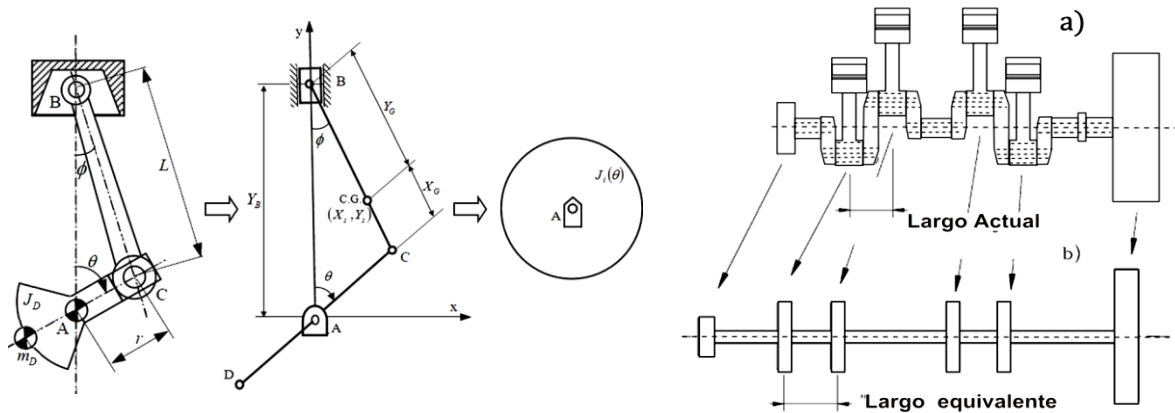
Las oscilaciones torsionales en el eje cigüeñal y en la línea de ejes de una máquina conducida es un fenómeno de vibración de importancia práctica en el diseño de las máquinas reciprocantes. El torque promedio emitido por un cilindro en una máquina de movimiento alternativo, es una fracción del torque máximo que se produce durante el periodo de encendido. Las máquinas reciprocantes cuentan con mecanismos de biela-manivela que al girar transforman el movimiento alternativo de los pistones en el movimiento de rotación del eje cigüeñal. El eje cigüeñal es una de las piezas fundamentales de una máquina reciprocante, la cual está sometida a fuertes cargas dinámicas, que dan lugar a la vibración torsional; estas cargas dinámicas son los torques de excitación que varían violentamente dentro de un periodo; este hecho constituye una de las desventajas, ya que comparados con una turbina el torque de excitación en esta última es prácticamente uniforme. Debido a la geometría y la complejidad mecánica que presenta un sistema reciprocante, es difícil estudiar la dinámica de este sistema con la misma precisión que es común en el estudio de máquinas rotativas. Es esencial que las características de vibración torsional dentro de una instalación se analicen antes de que la unidad se ponga en funcionamiento.

10.2 SISTEMA EQUIVALENTE

El desarrollar un modelo mecánico matemático de un sistema reciprocante tiene algunos puntos de análisis que lo hacen algo más complicado que el modelo de sistemas puramente rotativos. Se debe poner especial énfasis al análisis de los cilindros del motor de combustión interna donde se presenta la variación del momento de inercia en función del ángulo del cigüeñal.

El sistema equivalente obtenido de una máquina reciprocante usualmente está basado en el comportamiento de los parámetros concentrados del cigüeñal, así como todos los elementos rotativos conectados a este (Figura 10.1).

Figura 10.1 Sistema Actual (Real) y equivalente de un típico cigüeñal



a) Sistema Actual → b) Sistema Equivalente de parámetros concentrados

Fuente: GENTA, Giancarlo. *Vibration Dynamics and Control*. Torino. Springer, 2009.

La inercia de las manivelas y de los otros elementos constitutivos de la máquina reciprocante están agrupados en un solo momento de inercia, el cual es representado por un disco concéntrico (volante de inercia) y unido por una sección de eje recto a otro (ver Figura 10.1(b)); Este procedimiento se realiza para cada una de la manivelas del cigüeñal, el diámetro es igual al diámetro de la parte relevante del eje actual (real), a menudo tiene un valor convencional estándar, cuya longitud es calculada haciendo en lo posible que la rigidez torsional equivalente del eje este lo más cercana a la rigidez torsional del eje [19].

10.2.1 Sistema Enganchado

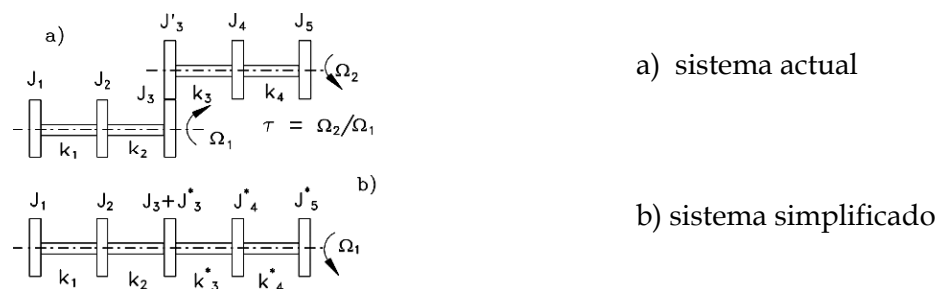
Básicamente un sistema engranado costa de eje principal y otros engranados a este llamados ramificaciones, el sistema mostrado en la Figura 10.2, se pueden simplifica teniendo en cuenta sus efectos en la respuesta de la vibración, la figura muestra en resumen el proceso de simplificación.

Tabla 10.1 Parámetros relacionados de Sistemas enganchados

Relación de transmisión	$\tau = \frac{\Omega_2}{\Omega_1}$
Deformación del sistema actual	ϕ_i
Deformación angular del sistema simplificado	$\phi_i^* = \frac{\phi_i}{\tau}$
rigidez simplificada	$k_i^* = \tau^2 k_i$
rigidez actual del sistema	k_i
momento polar de inercia simplificado	$I_i^* = \tau^2 I_i$
momento de inercia del sistema actual	I_i
Energía potencial	$U = \frac{1}{2} k_i (\phi_{i+1}^2 - \phi_i^2) = \frac{1}{2} k_i^* (\phi_{i+1}^{*2} - \phi_i^{*2})$
Toque en masa i	$T_i = \frac{1}{2} I_i \dot{\phi}_i^2 = \frac{1}{2} I_i^* \dot{\phi}_i^{*2}$

Fuente: Los autores

Figura 10.2 Ejemplo de un Sistema con Ramificaciones



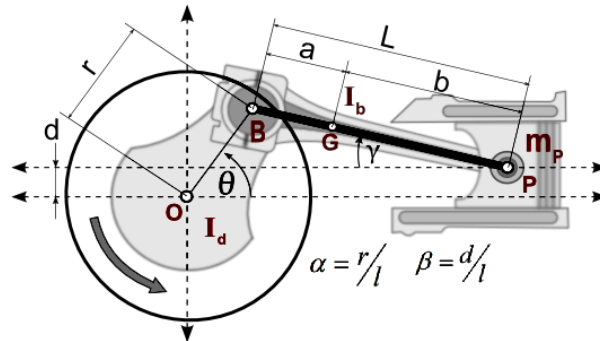
Fuente: GENTA, Giancarlo. *Vibration Dynamics and Control*. Torino: Springer, 2009.

Para sistemas que contengan engranes planetarios la rigidez equivalente se calcula con su relación de velocidad.

10.2.2 Mecanismo básico de máquinas reciprocantes

Considere el mecanismo mostrado en la Figura 10.3 está hecho de un disco rígido el cual representa el momento de inercia explicado en el sistema actual y equivalente de un típico cigüeñal torsional.

Figura 10.3 Mecanismo Biela, manivela, maquina reciprocante

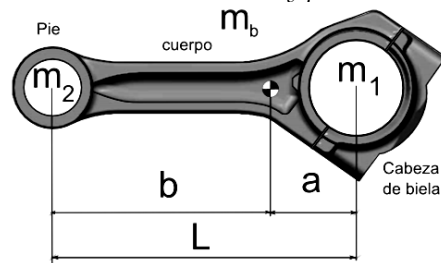


Fuente: Los autores

Los procedimientos y expresiones para la obtención de los valores de las características del mecanismo, se describen en detalle en el libro del seminario.

- Trabajo
- Velocidad del émbolo
- Energía cinética de la manivela
- Energía cinética del émbolo
- Distribución de masa de la biela en dos masas m_1 y m_2
- Energía cinética total
- Diámetro Equivalente
- Longitud Equivalente

Figura 10.4 Distribución de masa y partes básicas de biela

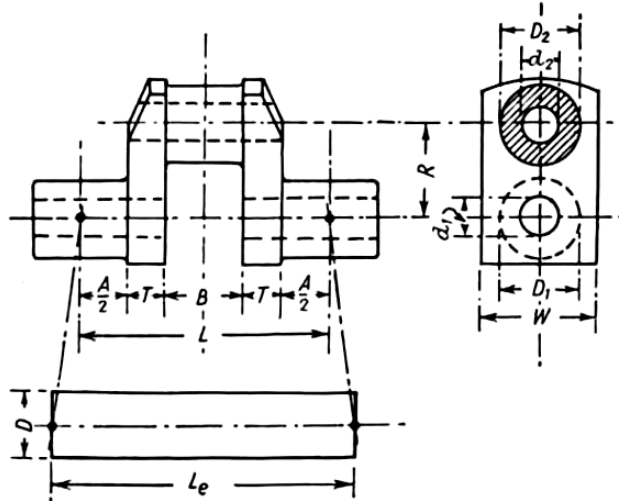


Fuente: Los autores

10.2.2.1 Formulación General para la longitud equivalente

La reducción de una sección de cigüeñal (Figura 10.5) de longitud L a un eje recto de longitud L_e y diámetro D , con la misma rigidez torsional se puede deducir como la suma de varias longitudes equivalentes que representan diferentes partes del cigüeñal:

Figura 10.5 Elemento de cigüeñal Ker Wilson



Fuente: WILSON, W. K. *Practical solution of torsional Vibration Problems*. New York : John Wiley & Sons Inc., 1956.p 111

Tabla 10.2 Desarrollo de la longitud equivalente

Nombre	Aporte en [cm]
Juntas del cigüeñal (muño hueco)	$L_1 = \frac{A \cdot D^4}{(D_1^4 - d_1^4)}$
Muñequilla	$L_2 = \frac{B \cdot D^4}{(D_2^4 - d_2^4)}$
Cachetes (crankweb) Los valores de G y E dependen del material usado	$L_3 = \frac{2.356 R \cdot G \cdot D^4}{T \cdot W^3 \cdot E}$
Longitud equivalente acero $E = 30 \times 10^6$ y $G = 12 \times 10^6$.	$L_e = \left[\frac{B \cdot D^4}{(D_2^4 - d_2^4)} + \frac{B \cdot D^4}{(D_2^4 - d_2^4)} + \frac{0.942 R \cdot D^4}{T \cdot W^3} \right]$

Existen otras formular para la longitud equivalente desarrolladas por otros autores, como la de BICERA; Carter; Ker Wilson, Tuplin, para ver la consideraciones para aplicar el método y las expresiones matemáticas mirar libro del seminario.

Fuente: Los autores

10.2.3 Rigidez torsional en cigüeñales

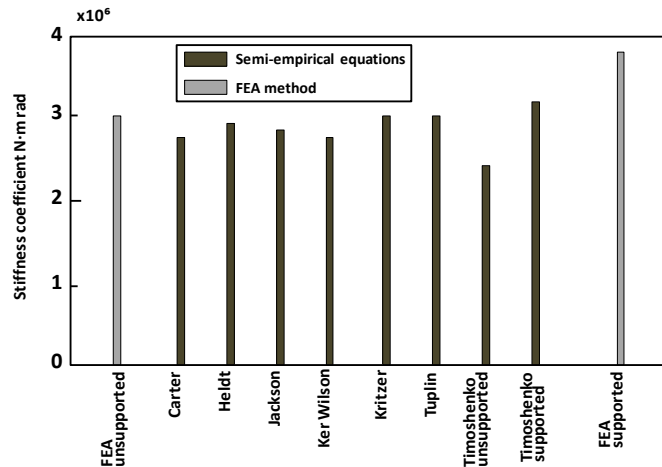
El mejor y más ampliamente utilizado enfoque para determinar el coeficiente de rigidez torsional está en las ecuaciones semi-empíricas y FEM.

Los cálculos de la rigidez torsional usando las funciones semiempíricas para la manivela cigüeñal no tienen en cuenta las condiciones reales de frontera [20]; las condiciones de frontera son de especial importancia para determinar la rigidez del cigüeñal, esta importancia se observa en la expresión desarrollada por Timoshenko [10] entre otros. Para el cálculo de la rigidez torsional K_t es necesario conocer la longitud equivalente L_{eq} el momento de inercia I_p , y el modulo de corte G del material del cigüeñal o experimentalmente el momento y esta manera determinar el ángulo de torsión ϕ .

$$K_t = \frac{M}{\phi} = G \frac{I}{l_{eq}} \quad \text{Ec. 10.1}$$

La Figura 10.6 muestra las predicciones para la rigidez torsional de una sola manivela de un motor diesel determinada por las ecuaciones semiempíricas y FEM usando dos diferentes condiciones de frontera.

Figura 10.6 Rigidez torsional de una manivela predicha por las ecuaciones semiempíricas y FEM



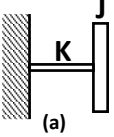
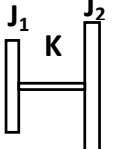
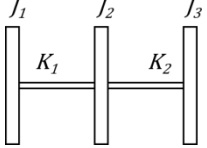
Fuente: Milasinovic, I, Filipovic, and Ahribernic. *Contribution to the definition of the torsional stiffness of the crankshaft of a diesel engine*. *Journal of automobil ingeneering*, julio 2009, p. 923.

10.2.4 Cálculo de las frecuencias naturales

En la mayoría de los casos, el sistema equivalente reduce el sistema real a un sistema de un único eje con momentos de inercia a lo largo del mismo, el sistema al estar en línea permite que sea posible el uso de métodos como la matrices de transferencia, El método de Holzer u otros, esto permite que no exista dificultad al resolver la rigidez, permitiendo que sea muy fácil escribir la matriz de rigidez para cada uno de los tramos del eje, para luego ensamblar la matriz global de rigidez. En el caso de sistemas lineales se obtiene una matriz de rigidez trigonal.

El procedimiento descrió anteriormente es uno de tantos métodos para encontrar la frecuencias naturales de los diferentes modos de vibración, estos otros procedimientos son expuestos en el capítulo 5 del libro seminario.

Tabla 10.3 Funciones sistemas equivalentes de 1, 2 y 3 masas concentradas

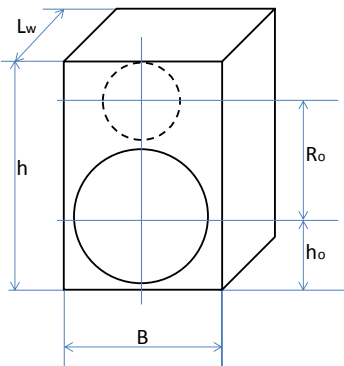
Sistema	Funciones características de frecuencia natural
<p>Sistema de solo una masa</p>  <p>(a)</p>	$F = 9.55\sqrt{K/J} \text{ [vib/min]}$ $J\ddot{\theta} + K\theta = 0. \text{ donde: } \theta = \theta_o \cos(\omega t) \text{ y } \omega^2 = K/J$
<p>Sistema de dos masas</p> 	$F = 9.55\sqrt{\left(K \frac{J_1 + J_2}{J_1 J_2}\right)} \text{ [vib/min]}$ $J_1\ddot{\theta}_1 + K(\theta_1 - \theta_2) = 0.$ $J_2\ddot{\theta}_2 + K(\theta_2 - \theta_1) = 0. \text{ donde: } \theta_1 = \theta_{o1}e^{j\omega t} ; \theta_2 = \theta_{o2}e^{j\omega t}$
<p>Sistema de tres masas</p> 	$F = 9.55\sqrt{A \pm (A^2 - B)^{1/2}} \text{ [vib/min]}$ $A = \frac{K_1(J_1 + J_2)}{2J_1J_2} + \frac{K_2(J_1 + J_2)}{2J_1J_2}$ $B = \frac{K_1K_2(J_1 + J_2 + J_3)}{J_1J_2J_3}$

Fuente: Los Autores

10.3 VIBRACIÓN FORZADA

Los elementos de maquinaria reciprocante están sujetos a cargas dinámicas periódicas, generando vibración y fatiga por ello debe ser cuantificada o asegurarse de la integridad de cada componente de la estructura. Al día de hoy la técnica, la demanda y los requisitos ambientales de los motores de combustión debe de operar a altas presiones, de esta manera los componentes del motor debe de ser optimizados para el mejor rendimiento.

Tabla 10.4 *Momento de inercia*

<p>El momento de inercia de cada uno de los volantes de inercia del sistema equivalente, simula la manivela, la biela, el pistón, el contrapeso de balance. El momento de inercia se puede hallar al evaluar individualmente cada término como la siguiente expresión:</p> $J_{te} = J_{muñon} + J_{codo} + J_{2webs} + J_{balance} + J_{biela} + J_{piston}$	
Momento de inercia del muñón	$J_{muñon} = \frac{\pi\rho}{32g} (D_j^4 - d_j^4) \cdot A \text{ [lb.in.sec}^2\text{]}$
Momento de inercia de muñequilla	$J_{codo} = \left[\frac{D_c^4 - d_c^4}{8} + R_o D_c^2 - (R_o + e)^2 d_c^2 \right] \text{ [lb.in.sec}^2\text{]}$
<p>Momento de inercia de cachetes de manivela</p> 	$J_{2webs} = 2 \frac{w}{g} \left[\frac{B^2 + h^2}{12} + \left(\frac{h}{2} - h_o \right)^2 \right] L_w$ <p>L_w = El espesor del cachete. Existe otros métodos alternativos para calcular este momento, teniendo encuenta la distribución de masa sobre los cachetes, para ello se divide en semi-aros toda la superficie del cachete.</p>
<p>Momento de inercia del contrapeso: La ecuaciones expresadas son para una de las divisiones echas del área del contrapeso</p>	$k_{xx} = \frac{A_2}{A_o} (PQ)^2 \text{ [in}^2\text{]} \quad k_{yy} = \frac{A_2'}{A_o} (OS)^2 \text{ [in}^2\text{]}$ $W = 2wA_o h \text{ [Lb]}$ $J_{xx} = Wk_{xx}^2/g \text{ [Lb.in.sec}^2\text{]} \quad J_{yy} = Wk_{yy}^2/g \text{ [Lb.in.sec}^2\text{]}$ $J_o = J_{xx} + J_{yy} = \frac{W}{gA_o} \left[A_2 (PQ)^2 + A_2' (OS)^2 \right] \text{ [lb.in.sec}^2\text{]}$

Fuente: *Los autores*

10.3.1 Torque motor

El torque motor es el resultado de las fuerzas variables producidas por la presión interna $p(t)$ en la cámara de combustión del pistón, la cual varía en función del ángulo de rotación de la manivela en todo el ciclo del motor.

$$M_m = \frac{d(\delta EK)}{d(\delta\theta)} = p(t)rA\sqrt{f_1(\theta)} \quad \text{Ec. 10.2}$$

El torque depende de cómo está trabajando la maquina en los procesos mecánicos y químicos del sistema, por esta razones dos ciclos consecutivos del mismo cilindro nunca son idénticos, debido a la naturaleza estocástica de los procesos de combustión, pero que para el estudio de este tipo de maquinas, es bien sabido que es necesario tomar medidas de un número de ciclos a fin de establecer un ciclo de referencia [20].

10.3.2 Torque de inercia

El torque de inercia es el resultado de la variabilidad de la inercia en los diferentes elemento que constituyen la maquina reciprocante, los cuales se han representado como un volante de inercia, Héctor que inercia se puede estimar de acuerdo a la ecuación:

$$M_i = -\frac{1}{2}\Omega^2[r^2(m_2 + m_p)\frac{df_1(\theta)}{d\theta} + J_0\frac{df_2(\theta)}{d\theta}] \quad \text{Ec. 10.3}$$

El torque total que actúa sobre el volante del modelo equivalente se obtiene al sumar las series de M_m y M_i .

10.4 VELOCIDADES CRÍTICAS EN CIGÜEÑALES

Los cigüeñales, los rotores de turbina o otros tipos de motores, piezas o otros equipos movidos por ellas comprende un sistema elástico torsional, estos sistemas tiene varios modos de oscilación libre torsional, cada uno de estos modos se caracteriza por una frecuencia natural y un patrón de amplitudes relativas de las partes del sistema cuando estas oscilan con su frecuencia natural [21].

Para excitar el sistema en sus modos de vibración, basta con que la frecuencia de cualquier componente armónico del torque motor sea igual o cercana a la frecuencia de cualquiera de sus modos de vibración. entonces existe una condición de resonancia y se dice que la

maquina está operando en una velocidad crítica, por lo tanto La velocidad de rotación en la cual una de las fuentes tiene una frecuencia coincidente con una de las frecuencias naturales del sistema son usualmente nombradas como velocidades críticas, estas se pueden identificar en el diagrama de Campbell Figura 10.7 por las intersecciones de las curvas de las frecuencias naturales con las líneas de frecuencias forzadas, entonces las velocidades críticas son definidas por las condiciones de resonancia.

$$\frac{60f_n}{q} \text{ rpm} \tag{Ec. 10.4}$$

f_n es la frecuencia natural de uno de los modos en Hz

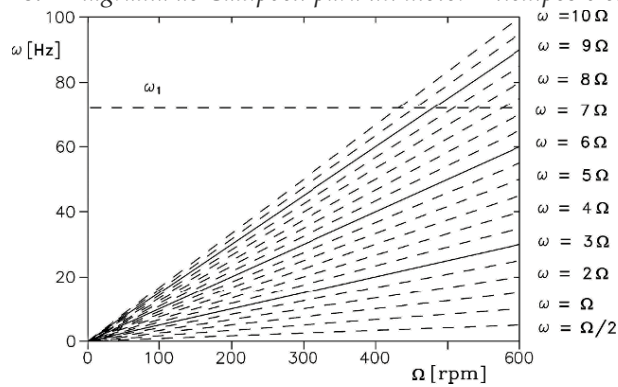
q es el número de orden de la velocidad crítica

Aunque existan muchas velocidades críticas en el rango de operación, solo algunas son de verdadera importancia.¹⁰

$$\omega_i = k\Omega \tag{Ec. 10.5}$$

$$\omega_i = \frac{k\Omega}{2} \tag{Ec. 10.6}$$

Figura 10.7 Diagrama de Campbell para un motor 4 tiempos 6 cilindros



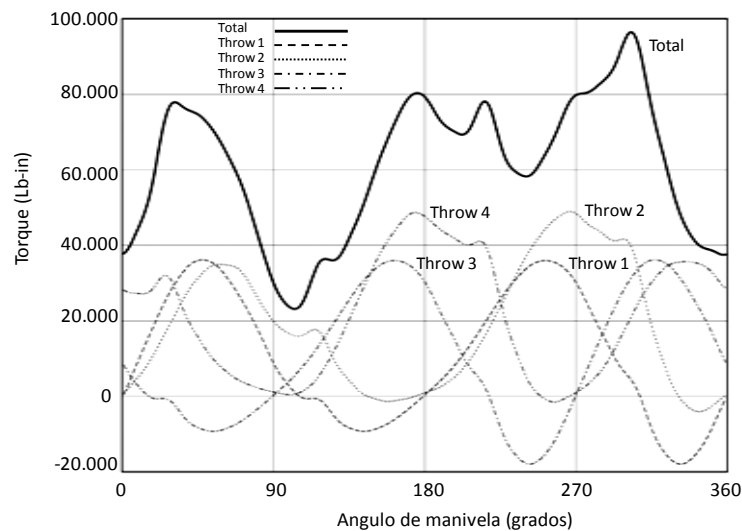
Fuente: GENTA, Giancarlo. *Vibration Dynamics and Control*, Springer.

¹⁰ PIERSOL, Allan, G. and PAEZ, Thomas, L. Harris' Shock and Vibration Handbook, 6 ed. McGraw-Hill. 2010. ISBN: 978-0-07-163343-7. 37.10p

10.4.1 Análisis Dinámico de Equipos Reciprocantes

Un análisis dinámico de un motor debe incluirse varias velocidades de rotación; se deben calcular las frecuencias naturales de los modos que tal vez sean de importancia. El cálculo usualmente se limita a la forma modal más baja o a las dos formas modales más bajas. En arreglos complicados, puede ser requerido el cálculo de más modos de vibración, dependiendo de la fuente de la vibración. Además se debe calcular las amplitudes de la vibración y esfuerzos alrededor del rango de operación [21]. En un análisis del torque total de la maquina deberá de contener al menos 12X armónicos [22]. Para compresores se aplica lo descrito anteriormente, esto se puede apreciar en el trabajo de Troy y Hill. En el cual muestra estudios de problemas de vibración torsional de maquinaria reciprocante; La Figura 7.2 es extractada de este trabajo en la cual se aprecia el torque total de compresión y los aportes de cada uno de los cilindros

Figura 10.8 Torque de compresión vs ángulo de manivela



Fuente: HILL, CHARLES. *Prevention of torsional vibration Problemas de reciprocant in machinery*. 2009, Engineering Dynamics Incorporated, p 216

Un análisis de Fourier para cada uno de los cilindros del compresor muestra la amplitud de cada orden de compresión. Un estudio de las medidas correctivas es también necesario.

10.5 SISTEMA MULTI-CILINDRICO

Un sistema mono-cilíndrico genera un componente primario y uno secundario de carga de vibración en el cigüeñal, que actúa en dirección del movimiento del pistón (x). Al no existir ningún elemento en la dirección (y), por ende existe un desequilibrio en el sistema.

En sistemas multi-cilíndricos no puede ser equilibrado con masas de contrapeso, para ello se usa desfases apropiados en la manivelas a lo largo del cigüeñal. No solo el hecho de tener correctamente sincronizadas las manivelas, sino también los cilindros deben ser correctamente espaciados a lo largo del cigüeñal para obtener el balance necesario [23].

10.5.1 Fuerza de balanceo para sistemas multi-cilíndricos

La inercia del embolo o la fuerza del gas en el embolo genera una fuerza f_i en la dirección x el cigüeñal, la ecuación Ec. 10.7 es la expresión obtenida para la fuerza de la inercia de embolo, esta ecuación cumple para un solo cilindro esta es la que posteriormente se balanceara:

$$f_i = m_p r \omega^2 \cos(\omega t + \alpha_i) + m_p l \left(\frac{r}{l} \right)^2 \omega^2 \cos(\omega t + \alpha_i) \quad \text{Ec. 10.7}$$

Tabla 10.5 Amplitud relativa de masa tabla de Holzer

$F=5920 \text{ vib/min. } \omega=F/9.55=619.5 \text{ rad/sec.}$
 $\omega^2=0.384 \times 10^6$

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
	Inertias	Inertia torque per rad	Deflexion at position of mass m	Inertia torque of mass m	Total torque at mass m	Shaft stiffness	Shaft twist
Mass no.	Jm [<i>Lb.in.sec</i> ²]	$Jm\omega^2$ [<i>Lb.in./rad</i>]	Δm [<i>rad</i>]	$Jm\omega^2 \Delta m$ [<i>Lb.in</i>]	$\sum Jm\omega^2 \Delta m$ [<i>Lb.in</i>]	K [<i>Lb.in/rad</i>]	$\Delta_e \lambda = (1/K) \sum Jm\omega^2 \Delta m$ [<i>rad</i>]
1	1.58	0.606×10^6	1.00	0.606×10^4	0.606×10^4	9.19×10^6	-
2	1.58	0.606×10^6	-	-	-	9.19×10^6	-
2	1.58	0.606×10^6	-	-	-	7.58×10^6	-
4	108.6	41.67×10^6	-	-	-	2.3×10^6	-
5	6.33	2.43×10^6	-	-	-	-	-

Fuente: NESTORIDES, E. J. *A Handnook on Torsional Vibration. 1958. p.162*

10.5.2 Diagrama Fase y Vector Suma

Algunas veces la amplitud de ciertas velocidades críticas de menor orden pueden reducirse al hacer una selección apropiada del arreglo de manivelas y el orden de encendido (secuencia de encendido) [21]. Este diagrama representa el vector unitario del torque resultante, mostrando la fase de las manivelas respectivas [10] [24], el procedimiento para realizarlo es el siguiente:

Tabla 10.6 Procedimiento para el diagrama fase y vector suma

Paso	Descripción
Numero de orden de velocidad crítica	$n = \frac{F}{N_c} = \frac{\text{Frecuencia natural del motor [vib./min.]} }{\text{velocidad crítica de operación [rpm]} } = \left[\frac{\text{vib.}}{\text{reb.}} \right]$
El valor pico del <i>n-ésimo</i> orden del torque excitador de un solo cilindro es:	$T^{(n)} = P_n \times AR_o [\text{Lb.in}]$ <p>P_n es la presión dentro del cilindro en [Lb/in²]. A área del embolo [in²]. R_o Radio de manivela [in]. $T^{(n)}$ Denominado armónico torsional por cilindro.</p>
Amplitud relativa de la <i>m-ésima</i> masa, donde $\Delta_1 = 1$ [Rad] ¹¹	$\Delta_m = \frac{\theta_m}{\theta_1} = \frac{\text{amplitud vibración de } m\text{-ésima masa}}{\text{amplitud vibración de la masa nu. 1}}$ $\Delta_{sh} = \sum (J\omega^2 \Delta) / K$ $\Delta_2 = \Delta_1 - \Delta_{sh1} [\text{Rad}]$ <p>Las amplitudes relativas de masa son determinadas por las tablas de Holzer, para todos los cilindros a un orden determinado.</p>
Torque de excitación del cilindro <i>m</i>	$T^* = P_n AR_o \sum \bar{\Delta}_{(n)}$ <p>donde $\sum \bar{\Delta}_{(n)}$, se conoce como el <i>vector suma de fase</i>, para el <i>n-ésimo</i> orden de vibración, el valor del vector suma indica el grado de atenuación de la amplitud de vibración.</p>

Fuente: Los autores

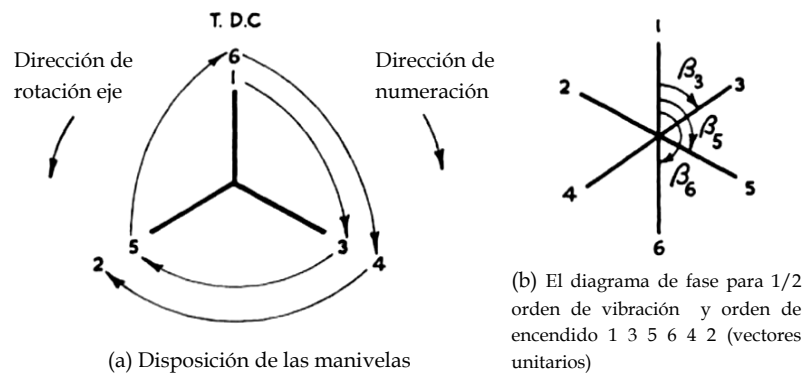
¹¹ NESTORIDES, E. J. *A Handbook on Torsional Vibration*. 1958. p.161

10.5.3 Construcción Del Diagrama fase

El proceso de la construcción de un diagrama ángulo de fase será descrito para el caso de un motor de cuatro tiempos, 6 cilindros en línea tomado como ejemplo; para motores de dos tiempos se aplica el mismo procedimiento.

El orden de encendido para el ejemplo es: 1 3 5 6 4 2. El diagrama entrega los ángulos entre las distintas manivelas, tal como se ve cuando se mira el cigüeñal a lo largo su eje central, lo dicho se muestra en la Figura 10.9. Se asume que la manivela 1, está en la posición de encendido del cilindro (T.D.C).

Figura 10.9 Construcción del diagrama de fase



Fuente: NESTORIDES, E. J. *A Handbook on Torsional Vibration*. 1958. p296.

1. Si la rotación del eje es anti horario los cilindros se numeran en sentido de las manecillas de rotación.
2. β_i es el ángulo de importancia, es el ángulo que tiene que recorrer la manivela i antes de llegar a su punto de ignición $\beta_i = T.D.C.^{\circ} - n \times \alpha_i^{\circ}$.

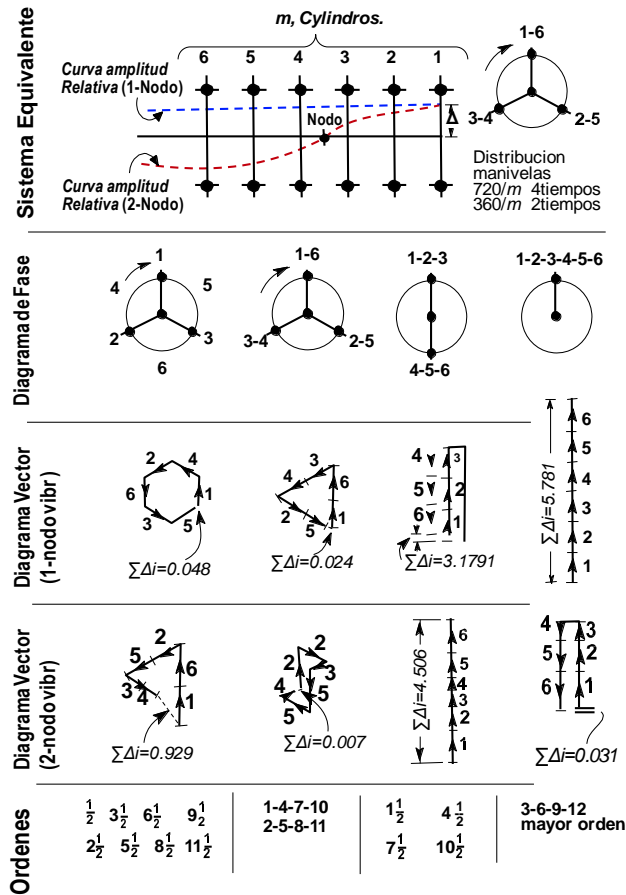
10.5.4 Diagrama vector y vector suma

Los diagramas vectores para un modo de vibración son obtenidos a partir del diagrama de fase descrito anteriormente y de las tablas Holzer. El valor del vector suma para diferentes órdenes se usara en la expresión ya obtenida para equilibrar la amplitud.

La Figura 10.10 muestra los diagramas fase- vector para dos formas modales de vibración de un motor 4tiempo, 6cilindros, simple efecto; Se graficaron los diagramas de fase para

cada orden característico, así como su correspondiente diagrama vector para los dos modos de vibración.

Figura 10.10 Diagrama vector suma de un motor 4 tiempos 6cilindros simple efecto



Fuente: Adaptación de: WILSON, W. K. *Practical solution of torsional Vibration Problems*. New York: John Wiley & Sons Inc., 1956. p473

10.6 CONSECUENCIAS DEL MOLDEAMIENTO SIMPLIFICADO DE SISTEMAS ALTERNANTES

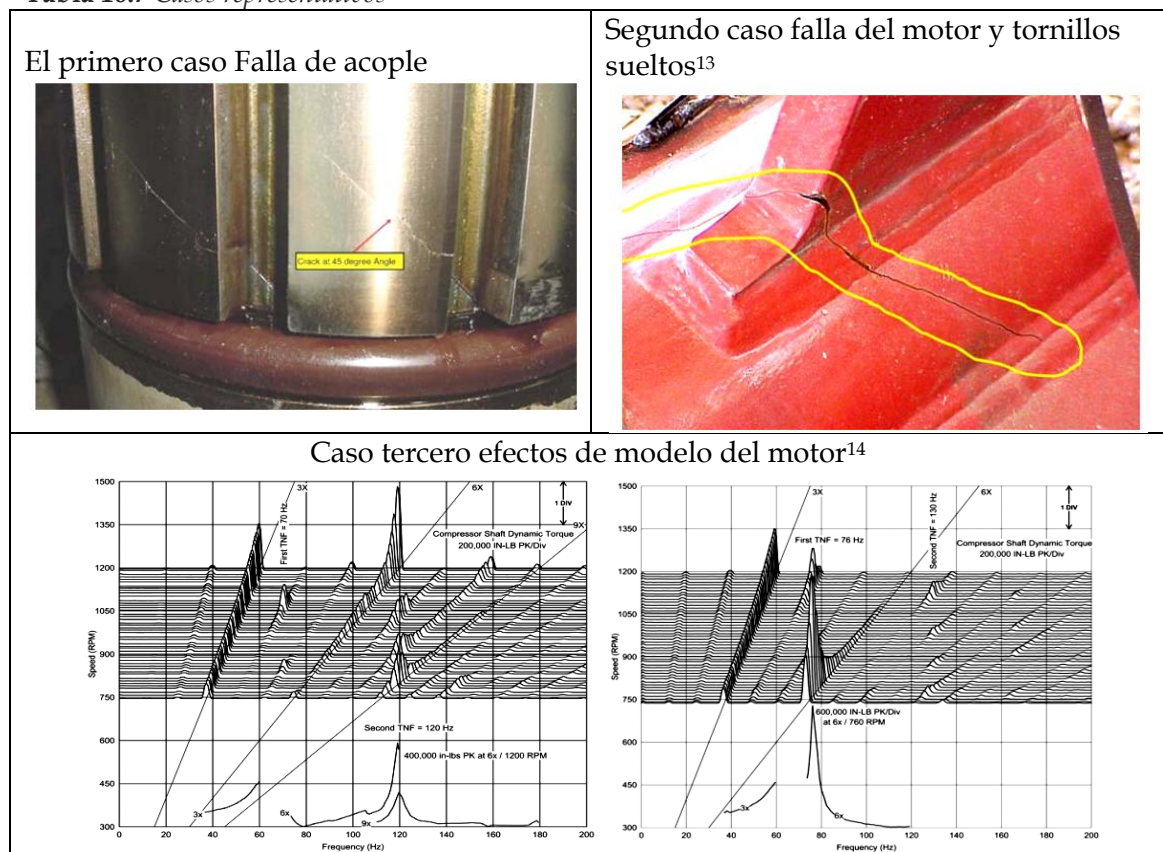
En el pasado los efectos de las características variables de los motores alternativos se consideraban que para la exactitud de los cálculos de la vibración torsional eran insignificantes. Las resonancias secundarias asociadas y inestabilidad tendían a ser despreciadas [25]. La situación cambia debido al comprobarse la existencia de los efectos

de resonancia secundaria lo que podría haber contribuido a un número de inexplicables de fallas del cigüeñal en grandes motores marinos de baja velocidad¹².

10.7 PROBLEMAS ESPECÍFICOS DE MAQUINAS RECIPROCANTES

En este apartado se presentan tres casos representativos, de los cuales se describió equipo analizado, nombrando la falla y causas de ella, además de el proceso llevado a cabo para la solución de dicha falla, los casos representativos se muestran en la :

Tabla 10.7 Casos representativos



Fuente: Los autores

¹²Pasricha, M. S. *Effects of variable inertia on the damped torsional vibrations of diesel engine systems*. 1976, Journal of Sound and Vibration, Vol.46, p71

¹³ HILL, CHARLES. *Prevention of torsional vibration Problemas de reciprocating machinery*. 2009, Engineering Dynamics Incorporated, p 219

¹⁴ HILL, CHARLES. *Prevention of torsional vibration Problems of reciprocating machinery*. 2009, Engineering Dynamics Incorporated, p 226

10.8 DISCUSIÓN DEL CAPÍTULO

- El proceso de modelado de un sistema reciprocante se debe hacer por medio de un sistema equivalente, para el cual se recomienda el uso de ecuaciones semi-empíricas por la simplicidad para aplicarlas, estas entregan resultados confiables en el cálculo de las características torsionales.
- El proceso de balanceo dinámico para una maquina reciprocante es un proceso más complejo que para un sistema rotativo, siendo función de factores geométricos como la distribución de las manivelas en el cigüeñal, su forma geométrica, material utilizado, todos estos factores conlleva a cambios de las características vibratorias torsionales del sistema.

11.1 ANÁLISIS MODAL

El Análisis Modal es el proceso de determinación de las características dinámicas inherentes a un sistema mecánico y necesario para la posterior formulación de un modelo matemático del comportamiento dinámico de dicho sistema. Esta modelización dinámica se lleva a cabo en base a los parámetros modales:

- Frecuencias naturales de vibración.
- Modos naturales de vibración.
- Relaciones de amortiguamiento.

Con la ayuda del análisis modal se puede dar recomendaciones de mejoras constructivas de la máquina, que consiste en:

- Plantear un diseño previo y calcular las frecuencias y modos de vibración, luego de acuerdo con los valores obtenidos de las frecuencias se estudiara si es necesario aumentar o disminuir estos valores.
- El modo proporcionara información para modificar la frecuencia natural ya que para aumentarla es suficiente con rigidizar el sistema de tal forma que la deformación se obstaculicé, u otra posibilidad es disminuir la masa de las partes del sistema donde se obtuvo mayor desplazamiento.

Para sistemas de torsión de dos o tres grados de libertad, se encuentran formulas deducidas en función de los parámetros característicos mediante los cuales se pueden llegar a calcular las frecuencias naturales y modos de vibración, sin embargo para sistemas con más de tres grados de libertad es casi imposible deducir este tipo de fórmulas y se hace necesario el uso de métodos iterativos o numéricos.

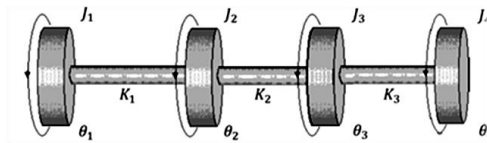
11.2 MÉTODO DE HOLZER

.El método consiste en calcular las frecuencias naturales y formas modales de sistemas torsionales que se empieza suponiendo una frecuencia y una amplitud unitaria en un extremo del sistema, calculando progresivamente el torque y el desplazamiento angular hasta llegar al otro extremo.

Las frecuencias con las que se calculan los torques y los desplazamientos angulares mientras que sean compatibles con las condiciones de frontera (torque cero si el extremo es libre y desplazamiento cero si el extremo esta empotrado) serán las frecuencias naturales del sistema. El método puede aplicarse a cualquier sistema de parámetros concentrados, sistemas lineales resorte-masa, vigas modeladas por masas discretas, entre otros.

11.2.1 Principio básico método de Holzer para sistemas torsionales

Figura 11. 1 Sistema torsional de 4 discos interconectados con ejes.



Fuente: Los autores

Las deformaciones angulares θ_j para un sistema torsional de n discos con $j=1,2,\dots, n$; K_{j-1} es la rigidez de la sección del eje, J_i inercia de los discos; se puede expresar como:

$$\theta_j = \theta_{j-1} - \frac{w^2 \sum_{i=1}^{j-1} J_i \theta_i}{K_{j-1}} \quad \text{Ec. 11.1}$$

Para un sistema torsional de n discos y velocidad angular w el torque se puede expresar como:

$$T_n = \sum_{i=1}^n J_i w^2 \theta_i \quad \text{Ec. 11.2}$$

Los desplazamientos angulares θ , correspondientes a las frecuencias naturales son las formas modales [26].

11.3 MÉTODO DE MATRIZ DE TRANSFERENCIA DE HOLZER

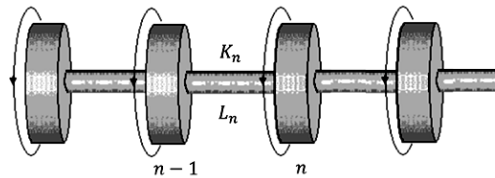
El método de matriz de transferencia es una versión extendida y generalizada del *método de Holzer*, se utiliza algebra matricial en lugar de una tabla numérica para el análisis de los problema de vibración de torsión.

La matriz de transferencia es un método numérico que consiste en asumir una frecuencia y se calcula la forma modal del sistema. Si la forma del modo se adapta a las condiciones de frontera, la frecuencia asumida es una frecuencia natural y se deriva una velocidad critica. Determinar las cantidades correctas de las frecuencias naturales es un proceso de ensayo y error controlado.

11.3.1 Principio básico para sistemas torsionales

En la Figura 11. 2 se muestra un sistema torsional que está compuesto por una serie de discos conectados por ejes con un extremo libre, cada disco se considera una sección del sistema. Cuando sea necesario se designan cantidades a la izquierda y la derecha del elemento por medio de los índices L y R

Figura 11. 2 Modelo de vibración torsional



Fuente: Los autores

$$\begin{bmatrix} \theta \\ T \end{bmatrix}_n^R = \begin{bmatrix} 1 & 1/K_n \\ J_n \omega^2 & 1 - \frac{J_n \omega^2}{K_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ T \end{bmatrix}_{n-1}^R \quad \text{Ec. 11.3}$$

La matriz de la Ec. 11.3 es la que se denomina como matriz de transferencia e involucra el comportamiento dinámico del sistema. La rigidez K_n y el momento polar de inercia de cada sección J_n se introducen en la ecuación para determinar el efecto de la transferencia de cada sección del modelo. Se va calculando de sección en sección el torque y los desplazamientos angulares de torsión, con las condiciones de frontera establecidas con el objetivo de obtener las frecuencias naturales del sistema. Este cálculo es especialmente adecuado para el ordenador digital con programas de hojas de cálculo. [27]

11.4 MÉTODO DE MATRIZ DE TRANSFERENCIA DE RICCATI

El método de matriz de transferencia de Riccati se basa en el modelo de masa continua con inercia centralizada, y consiste en asumir una frecuencia ω en un extremo del sistema por ejemplo el de un eje para calcular otras frecuencias progresivamente hasta llegar al otro extremo; si esta frecuencia calculada concuerda con las condiciones de frontera de vibración torsional de los rotores, esta frecuencia es la frecuencia natural y las características de la vibración torsional pueden ser calculados; pero si no concuerda se asume otra frecuencia ω y se vuelve a repetir el método.

11.5 MÉTODO DE NEWMARK-BETA β

Si el desplazamiento q_t , la velocidad \dot{q}_t , la aceleración \ddot{q}_t y el tiempo t , y el desplazamiento en el tiempo $t + \Delta t$ son conocidos, la velocidad \dot{q}_t y la aceleración \ddot{q}_t en el momento de $t + \Delta t$ puede ser calculado por el método integral paso a paso de Newmark- β , como lo siguiente:

$$\begin{cases} \ddot{q}_{t+\Delta t} = \frac{1}{\beta\Delta t^2} q_{t+\Delta t} - q_t - \frac{1}{\beta\Delta t} \dot{q}_t - \left(\frac{1}{2\beta} - 1\right) \ddot{q}_t \\ \dot{q}_{t+\Delta t} = \dot{q}_t + \frac{\gamma}{\beta\Delta t} q_{t+\Delta t} - q_t - \frac{\gamma}{\beta} \dot{q}_t - \left(\frac{\gamma}{2\beta} - 1\right) \ddot{q}_t \Delta t \end{cases} \quad \text{Ec. 11.4}$$

Donde γ y β son parámetros del método Newmark- β , y q es una coordenada generalizada. De la anterior ecuación, con incrementos quedaría:

$$\begin{cases} \Delta\ddot{q}_t = \ddot{q}(t + \Delta t) - \ddot{q}(t) = \frac{1}{\beta\Delta t^2} \Delta q(t) - \frac{1}{\beta\Delta t} \dot{q}(t) - \frac{1}{2\beta} \ddot{q}(t) \\ \Delta\dot{q}_t = \dot{q}(t + \Delta t) - \dot{q}(t) = \frac{\gamma}{\beta\Delta t} \Delta q(t) - \frac{\gamma}{\beta} \dot{q}(t) - \left(\frac{\gamma}{2\beta} - 1\right) \ddot{q}(t) \Delta t \end{cases} \quad \text{Ec. 11.5}$$

Combinando el método de matriz de transferencia de Riccati con el método integral paso a paso de Newmark- β , se obtiene el método de matriz de transferencia de incremento [28].

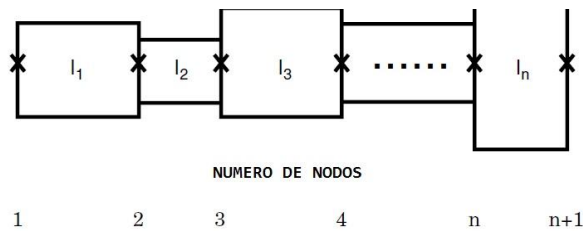
11.6 MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS

El análisis de elementos finitos es una ciencia aplicada sistemática, que incorpora la definición de un modelo físico de un sistema complejo como una colección de bloques de construcción (elementos finitos), la solución de ecuaciones de la matriz que describe el modelo físico y el análisis e interpretación de resultados numéricos.

Esta sección del capítulo se enfocara en los primeros principios elementos finitos para la rigidez y matrices de inercia requeridos para calcular las frecuencias naturales y los modos de vibración. Las matrices de inercias se originan utilizando funciones de formas lineales y cuadráticas; en el primer caso cada elemento tiene dos grados de libertad correspondiente al movimiento de cada extremos del elemento, y en el otro caso el elemento tiene tres grados de libertad ya que se incluye otro nodo en el centro del elemento. La creación de matrices de inercia global y de rigidez de cada elemento se demuestra utilizando la metodología de elementos finitos.

11.6.1 Matrices de inercia de energía distribuida

Figura 5.3 Modelo matemático de un rotor simple



Fuente: DUNCAN N., Walker. Chapter 6- Finite Elements. Torsional Vibration of Turbomachinery. s.1.: McGraw-Hill, 2004, pp 38.

$$\begin{bmatrix} I_1/3 & I_1/6 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ I_1/6 & \frac{I_1 + I_2}{3} & I_2/6 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & I_2/6 & \frac{I_2 + I_3}{3} & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \cdot & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdot & \dots & \frac{I_{n-1} + I_n}{3} & I_n/6 \\ 0 & \cdot & \dots & 0 & I_n/6 & I_n/3 \end{bmatrix}$$

Ec. 11.6

La matriz de inercia global para el modelo de la Figura 5.3 implica primero establecer todos los valores de la matriz que son ceros, después introducir en la matriz las inercias

individuales y las inercias de los nodos que es la suma de los elementos que comparten, quedando así de la siguiente manera:

11.6.2 Formación de matrices de rigidez del eje del rotor

La matriz global de rigidez para el modelo de la Figura 5. 3 se deriva utilizando el mismo método de montaje de los elementos para las matrices de inercia, obteniéndose:

$$\begin{bmatrix} K_1 & -K_1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ -K_1 & K_1 + K_2 & -K_2 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & -K_2 & K_2 + K_3 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & \dots & \dots & \ddots & \dots & 0 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & K_{n-1} + K_n & -K_n \\ 0 & \dots & \dots & \dots & -K_n & K_n \end{bmatrix} \quad \text{Ec. 11.7}$$

11.7 MÉTODO DE MONTAJE NUMÉRICO (NAM)

Existen en la actualidad diversas técnicas para obtener soluciones aproximadas de frecuencias naturales y formas modales para un eje circular uniforme llevando varios elementos concentrados (inercias o resortes de torsión), pero no es tan sencillo para obtener soluciones exactas. A continuación estudiaremos un método de solución exacto para vibración torsional libre propuesto por Der-Wei Chen [29].

11.7.1 Principio básico NAM para sistemas torsionales

Uno de los métodos para obtener soluciones exactas es el analítico pero es largo, tedioso y amplifica su complejidad al aumentar el número de elementos concentrados fijados, otro método es el de montaje numérico (NAM) que consiste en ubicar puntos de fijación y a los lados de este derecho e izquierdo puntos nodales, además se tiene en cuenta la compatibilidad de las deformaciones en los segmentos de los puntos de fijación y la incorporación la ecuación de movimiento para cada inercia-resorte, pueden obtenerse ecuaciones simultaneas asociados a constantes de integración para los segmentos del eje, $C_{vi}(v = 1 - n, i = 1 - 2)$. Es evidente que si estas constantes de integración son consideradas como desplazamientos nodales, entonces la matriz de coeficientes de las

ecuaciones, $[B_L]$, $[B_v](v = 1 - n)$ y $[B_R]$ se considera equivalente a la matriz de rigidez de un elemento del eje del punto de fijación; según esto se puede utilizar el método del montaje numérico (NAM) para el método de elementos finitos convencional (FEM) para obtener las ecuaciones simultáneas y la matriz de coeficientes general $[B]$, teniendo en cuenta las condiciones de frontera del eje. Las soluciones para la matriz de coeficientes general $[B]$ de las ecuaciones simultáneas iguales a cero darán frecuencias naturales w_j exactas y la sustitución de cada valor correspondiente de los coeficientes de integración en las funciones propias para cada punto de fijación determinara las formas de modo. [29]

11.8 ANÁLISIS DE LA SEÑAL

Las señales son representaciones tiempo-amplitud que generalmente requieren ser transformadas a otros dominios como frecuencia o tiempo-frecuencia para su análisis y procesamiento. Estas transformaciones permiten identificar información distintiva que de otra manera permanece escondida en la señal original.

El análisis de la señal es indispensable en la vibración de máquinas ya que sirve para el diagnóstico de fallas, así como en otras aplicaciones prácticas como el procesamiento digital de señales, ya que el contenido de la frecuencia es de gran importancia. Para el diagnóstico de fallas en la maquina causado por las vibraciones, el análisis de la señal tiene dos objetivos:

- Investigar características dinámicas en diferentes tipos de fallas
- Extraer características de falla si se produce para identificar la causa de la falla.

Hay que tener en cuenta que hasta ahora el análisis de la transformada rápida Fourier (FFT) explicada en la *sección 1.3.1.3* ha dominado el campo del análisis de la señal debido a su destreza y simplicidad, aunque tiene sus respectivas limitaciones ya que no es práctica para señales complejas aunque la vibración generada por la mayoría de las maquinas industriales contiene señales no lineales y no estacionarias. Recientemente se han propuesto nuevos métodos para el análisis de este tipo de señales entre los cuales se destaca la *transformada wavelet* y la *transformada Hilbert-Huang (HHT)* que se explicaran a continuación.

11.9 TRANSFORMADA WAVELET

La transformada wavelet, es una herramienta relativamente nueva y potente en el procesamiento de señales no estacionarias, es capaz de revelar aspectos ocultos de los datos que otras técnicas de análisis de señales no logran detectar lo cual es particularmente importante para la detección de fallas. Se caracteriza porque permite el uso de largos intervalos de tiempo cuando se necesita información precisa de baja frecuencia, y también permite el uso de cortos intervalos de tiempo cuando se desea información precisa de alta frecuencia. También se emplea para la extracción de señales de frecuencias de bandas estrechas.

La principal ventaja de la transformada de wavelets es la capacidad de realizar un análisis local de una señal, o para hacer un zoom en cualquier intervalo del tiempo sin perder la información espectral. Es importante resaltar que las wavelets se pueden implementar con una eficiencia computacional extremadamente alta a través de lo que se conoce como análisis multi-resolución. Así como se conoce que la transformada de Fourier es una herramienta practica para análisis espectrales, los análisis multi-resolución han hecho de la transformada wavelet una herramienta para el análisis tiempo-escala, y son importantes para la compresión de datos, detección de señales, filtrado de ruido y de interferencia.

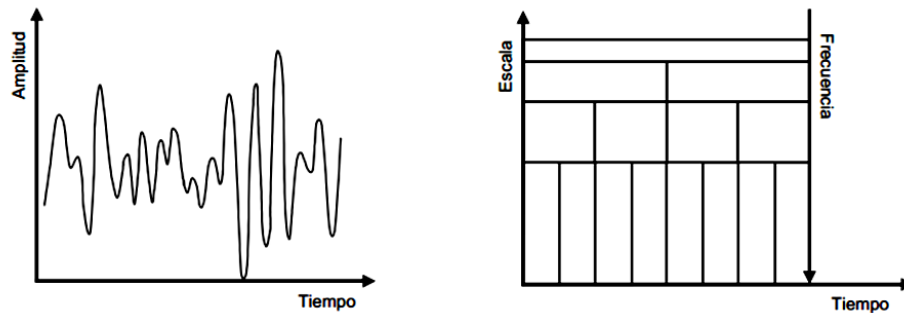
11.9.1 Análisis de señales con wavelets.

El análisis con wavelets utiliza una ventana con regiones de tamaño variable. La descomposición introduce el concepto de escala en vez de frecuencia y analiza una señal en el plano de tiempo-escala como se muestra en la Figura 5. 4. Cada escala en el plano tiempo-escala corresponde a un rango de frecuencias en el plano tiempo-frecuencia.

El término wavelet significa onda pequeña; y es una onda de duración limitada. Los wavelets son ondas localizadas que se extienden en un intervalo de tiempo infinito, muy diferentes a una onda de seno.

Las diferencias al utilizar el análisis de Fourier es que con el análisis con wavelets se descompone una señal en versiones escaladas y desplazadas del wavelet original, por otro lado el análisis de Fourier es la descomposición de una señal en ondas seno de distintas frecuencias.

Figura 5. 4 Procedimiento del análisis de señales mediante wavelets.



Fuente: VELAZQUEZ LOPEZ, Mayra. *Análisis en el dominio tiempo-frecuencia no lineales y no estacionarios utilizando la Transformada Hilbert-Huang y su aplicación en mediciones del fenómeno de resonancia subsincrona.* Tesis maestro en ciencias de ingeniería eléctrica. Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo. Facultad de ingeniería eléctrica. 2009. n 12

11.10 DE HILBERT-HUANG (HHT)

Desde la década pasada la transformada wavelet se ha convertido en una de las herramientas de procesamiento de señal rápida; es completa, local y adaptativa lo cual es importante para la formación de una base para analizar señales no lineales y no estacionarias. Aunque es capaz de analizar ese tipo de señales para el diagnóstico de fallas en máquinas muchas deficiencias se han presentado como la generación de picos indeseados en las escalas de frecuencias que hace que los resultados sean confusos y difíciles de interpretar. La transformada wavelet continua es computacionalmente intensiva, por otro lado aunque la transformada wavelet discreta es muy eficiente para trabajar en el computador, la resolución a alta frecuencia es pobre.

Como se ha visto anteriormente la vibración generada por máquinas industriales siempre contiene señales no lineales y no estacionarias. Uno de los métodos para el análisis de estos tipos de señales es la transformada Hilbert-Huang (**HHT**). La transformada se deriva de los principios de descomposición modal empírica (**EMD**) y la transformada de Hilbert. Al aplicar la **HHT**, en la primera etapa, la **EMD** descompone la señal adquirida en un conjunto de componentes conocidos como funciones modales intrínsecas (**IMF**). En la segunda etapa se aplica la transformada de Hilbert a cada uno de los **IMF** con el fin de calcular la magnitud, fase y frecuencia instantáneas de la señal. Con las frecuencias instantáneas es que se procede a construir el espectro Hilbert que es una representación en el energía-frecuencia-tiempo.

11.11 DISCUSIÓN DEL CAPÍTULO

- El análisis modal permite determinar los modos de vibración de un sistema y a su vez establecer condiciones de resonancia, a través de modelos dinámicos que dependen de las características de masa, rigidez y amortiguamiento.
- En el diseño el análisis modal es de gran importancia ya que con esta se puede establecer los límites de las frecuencias naturales del sistema variando una o varias características dinámicas de la máquina.
- Existen diferentes métodos iterativos y numéricos como HOLZER, RICCATI y MATRIZ DE TRANSFERENCIA para el cálculo de frecuencias naturales y modos de vibración de sistemas torsionales.
- El método de elementos finitos determina soluciones aproximadas de frecuencias naturales y formas modales a través de matrices de rigidez e inercia del sistema torsional.
- Con el método de montaje numérico (NAM) se obtiene fácilmente soluciones exactas de frecuencias naturales y formas modales de sistemas torsionales, otras soluciones exactas se consiguen a través de métodos analíticos que son largos, tediosos y complejos.
- El estudio de las técnicas de análisis de señales no lineales y no estacionarias como la transformada Wavelet y Hilbert-Huang son indispensables en las vibraciones generadas por máquinas industriales ya que sirven para el diagnóstico de fallas.

CAPITULO 12	MEDICIÓN Y MONITOREO DE LA VIBRACIÓN TORSIONAL
-----------------------	---

12.1 VIBRACIÓN TORSIONAL, MÉTODOS DE MEDICIÓN, MONITOREO Y DIAGNOSTICO

Las mediciones habituales que se toman en maquinaria rotativa y reciprocante cuando son requeridas son las oscilaciones de velocidad angular del eje sobre la velocidad media de rotación de la máquina y la deformación oscilante.

Tabla 12.1 *Vibración torsional en conjunto con el monitoreo de condición.*

MONITOREO DE CONDICIÓN	<p>Si la condición mecánica es mala, el monitoreo de condición hace que sea posible determinar la causa del problema y se utiliza en conjunto con el mantenimiento predictivo.</p> <ul style="list-style-type: none"> ❖ Evita averías catastróficas inesperadas con consecuencias costosas o peligrosas. ❖ Reduce el número de reparaciones en las máquinas a un mínimo, reduciendo de este modo los costos de mantenimiento. ❖ Elimina las intervenciones innecesarias, con el consiguiente riesgo de introducir errores en máquinas operando sin problemas. ❖ Permite que las piezas de repuesto se pidan en el tiempo y por lo tanto elimina inventarios costosos. ❖ Reduce el tiempo de intervención, minimizando así la pérdida de producción. Debido a que la falla a ser reparada se conoce. <p>La vibración es el parámetro que se puede utilizar para predecir la más amplia gama de fallos en maquinaria de manera satisfactoria. Esta descripción incluye:</p> <ul style="list-style-type: none"> ❖ La selección de un tipo apropiado de sistema de monitoreo (permanente o periódica). ❖ Establecimiento de un programa de monitoreo de condición. ❖ La detección de fallos. ❖ Interpretación del espectro y el diagnóstico de fallos. ❖ Técnicas de análisis especiales. ❖ El análisis de tendencias. ❖ Métodos de corrección.
-------------------------------	---

Fuente: *Los autores*

- Con las mediciones de la velocidad angular, asegurar que las ubicaciones axiales de la máquina no se seleccionan cerca de los puntos nodales de los modos de vibración.
- Para las ubicaciones axiales de las strain-gauge, asegurar que la torsión (torcedura) del rotor es significativa en los modos de vibración de interés. [30]

Tabla 12.2 Mediciones buscadas para observar el efecto de las vibraciones torsionales.

MEDICIONES DE TORQUE Y DEFORMACIÓN DEL ROTOR	<p>La manera más comúnmente utilizada para medir la deformación, en la superficie de un eje es a través del uso de rosetas de strain-gauges. Se colocan habitualmente con 180° de separación sobre el eje de transmisión y las señales son sumadas. Los sistemas strain-gauge de telemetría son útiles en las pruebas, pero puede carecer resistencia y durabilidad requeridos para monitoreo a largo plazo de una máquina.</p> <p>Los esfuerzos principales en la superficie de un eje anular sometido a torsión pura están en un ángulo de 45° con respecto al eje y son iguales al esfuerzo cortante nominal.</p> $\epsilon = \frac{S_{XY}}{E} + \frac{\nu \cdot S_{XY}}{E}$ <p>Donde E módulo de Young, ν relación de Poisson, aunque para materiales isotrópicos, los valores de estos están dados por ecuaciones (en el capítulo 6 del libro extenso sección 6.4). El giro y el torque en un eje son algunas veces medidos mediante el uso de dos transductores que miden el desplazamiento rotacional en dos posiciones axiales diferentes y restando las señales. [30]</p>
---	--

Fuente: WALKER, Duncan N. Chapter 13-Torsional Vibration Measurement, Methods, Monitoring, and Diagnostics. *Torsional Vibration of Turbomachinery*. McGraw-Hill, 2004. p 118

Tabla 12.3 Mediciones habituales de velocidad para observar el efecto de la vibración torsional

MEDICIONES DE VELOCIDAD DE OSCILACIÓN DEL ROTOR	<p>Las formas más comunes para medir las velocidades de oscilación angular de la vibración torsional son por medio de ruedas dentadas o engranajes con pickups magnéticos. Otros enfoques implican métodos ópticos utilizando rejillas o franjas en el eje como objetivo. Se debe tener cuidado para asegurar que no hay una gran discontinuidad "óptica" donde los extremos finales de la cinta se unen. Los métodos ópticos que implican láseres, y el principio Doppler se utilizan en ocasiones, generalmente con velocímetros de rayo cruzado y vibrómetros torsionales, con diferentes configuraciones geométricas para el haz laser.</p> <p>Las señales de respuesta de la vibración, pueden ser filtradas para pasar solo los componentes modales de torsión de la máquina.</p>
--	---

Fuente: WALKER, Duncan N. Chapter 13-Torsional Vibration Measurement, Methods, Monitoring, and Diagnostics. *Torsional Vibration of Turbomachinery*. McGraw-Hill, 2004. págs. 119:

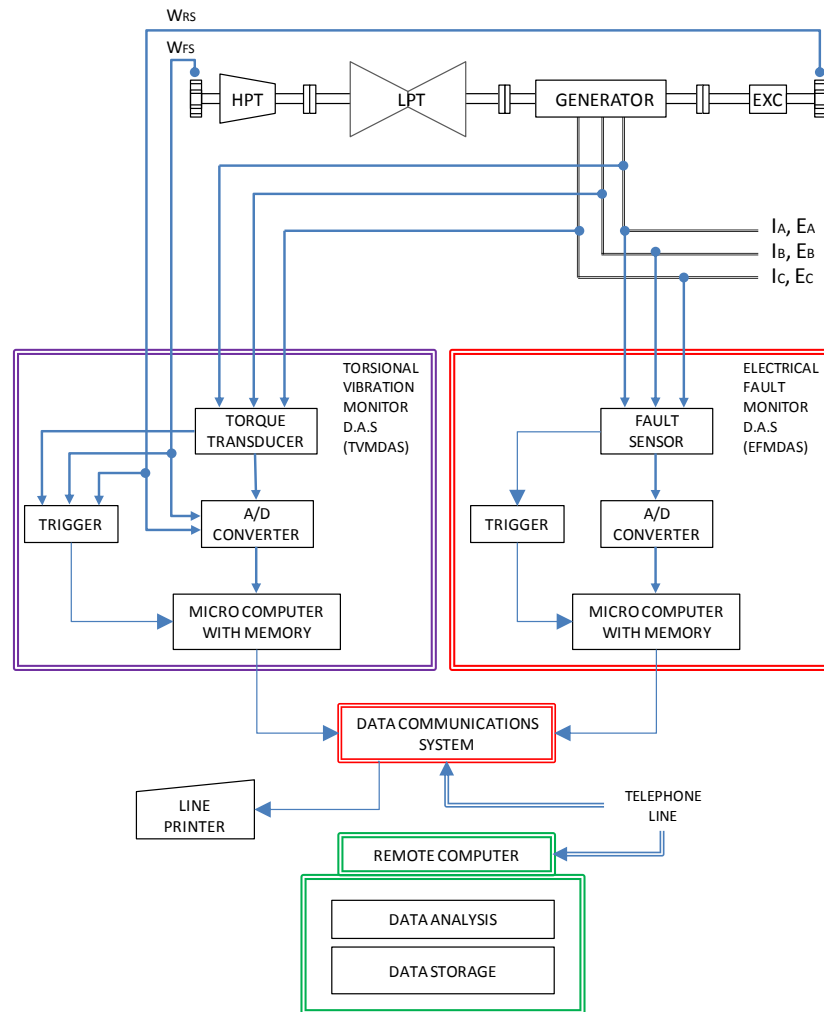
Tabla 12.4 Sistema de monitoreo para un conjunto turbina generador.

<p>MONITOREO DE LA VIBRACIÓN TORSIONAL EN UN SISTEMA TURBINA-GENERADOR</p>	<p>Las señales que fueron monitoreadas son cantidades de los terminales del generador eléctrico y variaciones de velocidades medidas en cada uno de los extremos de la máquina. El subsistema "TVMDAS", un transductor convirtió continuamente las corrientes de fase monitoreadas del generador y los voltajes del torque eléctrico de entre hierro. Un cambio repentino en el torque de entre hierro o un incremento repentino en la vibración torsional por encima de los valores configurados del trigger¹⁵, causó que el TVMDAS almacenara datos de: antes, durante y después del inicio de la perturbación. De forma similar el subsistema EFMDAS monitoreó continuamente las cantidades de los terminales eléctricos del generador y capturo estos en la base de activación de los triggers. La información adquirida fue transferida por el "sistema de comunicación de datos". Estos registros fueron analizados automáticamente para producir un expediente de vida de fatiga para cada uno de los ejes. El propósito de esa disposición de monitores fue:</p> <ul style="list-style-type: none"> ❖ Para recopilar, en diferentes tipos de máquinas varios tipos de perturbaciones eléctricas severas, y la cantidad de consumo de vida por fatiga experimentada en un eje y observar su tasa de acumulación. ❖ Para identificar las modificaciones necesarias para las prácticas de operación si se observa una tasa alarmante de consumo de vida por fatiga y antes de que mayores daños por acumulación de fatiga sucedan en la máquina, como se verá en el <i>capítulo 9</i>. ❖ Para confirmar la precisión del modelamiento del conjunto turbina-generador y de los procedimientos de cálculos de vibración. ❖ Para obtener los valores de amortiguamiento modal torsional y cuantificar el grado en que los niveles aumentan a altos niveles de vibración. ❖ Para proporcionar orientación en la planificación cronológica de la inspección del conjunto turbina-generador y en los programas de mantenimiento, y para ayudar a empresas y fabricantes en la optimización de la fiabilidad y disponibilidad de la generación y la transmisión de la energía eléctrica. ❖ Para proveer datos al planificador del sistema de energía y así definir futuros requerimientos del sistema. <p>Los monitores se han instalado donde no había posibilidad de problemas de resonancia sub-sincrónica, <i>en los capítulos 10 y 14 se estudiara estos efectos</i>.</p>
---	---

Fuente: WALKER, Duncan N. Chapter 13-Torsional Vibration Measurement, Methods, Monitoring, and Diagnostics. *Torsional Vibration of Turbomachinery*. McGraw-Hill, 2004.págs.121 :

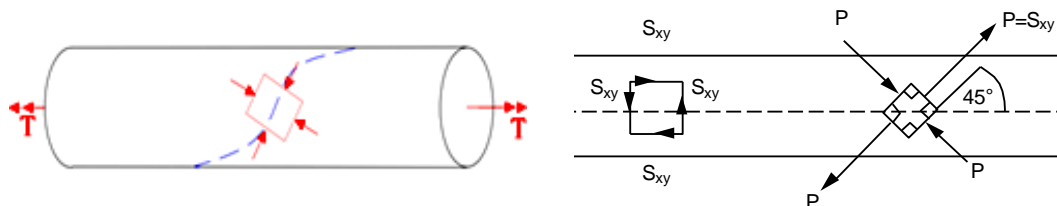
¹⁵ Trigger. (o disparador) en una base de datos, es un procedimiento que se ejecuta cuando se cumple una condición establecida al realizar una operación. Véase online [[http://es.wikipedia.org/wiki/Trigger_\(base_de_datos\)](http://es.wikipedia.org/wiki/Trigger_(base_de_datos))]

Figura 12.1 Sistema de monitoreo de la vibración torsional



Fuente: Adaptado de WALKER, Duncan N. Chapter 13-Torsional Vibration Measurement, Methods, Monitoring, and Diagnostics. *Torsional Vibration of Turbomachinery*. McGraw-Hill, 2004. p. 129

Figura 12.2 Esfuerzos de tensión y compresión que actúan sobre un elemento longitudinal



Fuente Adaptado de WALKER, Duncan N. Chapter 13-Torsional Vibration Measurement, Methods, Monitoring, and Diagnostics. *Torsional Vibration of Turbomachinery*. McGraw-Hill, 2004. p. 127

12.2 PROCEDIMIENTO PARA DIAGNOSTICO DE VIBRACIÓN EN MAQUINARIA

Los cálculos y pruebas que se realizan comúnmente para ayudar a diagnosticar problemas de vibración torsional en maquinas rotativas y para dar soporte asociado a pruebas de investigación son de la siguiente manera.

Tabla 12.5 Breve introducción al diagnostico de vibraciones torsionales.

DIAGNOSTICO	1	Definir las frecuencias naturales de torsión sin amortiguar y las formas modales para el rango de frecuencia de interés. Este cálculo de rango de frecuencia suele extenderse a por lo menos el segundo armónico de la frecuencia de la velocidad relacionada. Esta información es por tanto vital para diseñar modificaciones de la maquina si esto llega a ser necesario.
	2	Con la información obtenida en el paso uno, construir el diagrama de Campbell, a veces llamado "spoke diagram." Esto define gráficamente los márgenes de separación de las velocidades críticas de torsión (puntos de resonancia), para la velocidad de operación y cualquier velocidad del punto de interés. La descripción del diagrama de Campbell y su uso está dada en el <i>capítulo 3</i> .
	3	Calcule la respuesta forzada sinusoidal en estado estacionario, incluyendo los efectos de amortiguamiento, para estimar el grado de respuesta modal en los rangos de frecuencias de interés. Los torques son aplicados en los nodos donde el estimulo es conocido por estar presente.
	4	Realizar los cálculos de la respuesta transiente para los tipos de perturbaciones a los que la maquina podría haber estado sujeto, y para los cuales estos sean sospechosos.
	5	Evaluar los niveles relativos al stress cíclico, calculados para la alta capacidad a la fatiga de los componentes que preocupan de la maquina. Estimar el consumo de vida a la fatiga de los componentes para simular incidentes que muestren los niveles de respuesta al daño.
	6	En base a esa información, realizar programas de prueba como sea requerido para confirmar los resultados analíticos; establecer las líneas básicas de respuesta, y verificar el éxito de las modificaciones de la máquina de haber sido requeridas.
	7	Los métodos e instrumentación para las pruebas de desempeño de vibración torsional son cubiertos en las secciones anteriores de este mismo capítulo. Una de las formas de presentación de datos medidos más útiles para ayudar a diagnosticar problemas de vibración, es el " <i>waterfall plot</i> "

Fuente: Adaptado de **WALKER, Duncan N.** Chapter 13-Torsional Vibration Measurement, Methods, Monitoring, and Diagnostics. *Torsional Vibration of Turbomachinery*. McGraw-Hill, 2004. P. 134

12.3 MEDICIÓN EN GENERAL DE LA VIBRACIÓN TORSIONAL

La vibración torsional es la causa principal de fallas en trenes de conducción en turbomáquinas, donde algunos de los efectos típicos de la vibración torsional descontrolada origina fallas en los acoples, ejes rotos, engranajes desgastados y la más común la rotura de dientes de engranajes.

La criticidad para realizar este tipo de análisis se eleva siempre que el sistema sea conducido por motores síncronos AC, ya que son una de las fuentes más notorias de problemas de vibración torsional debido a las pulsaciones del torque que estos producen durante el arranque. Las magnitudes de estas pulsaciones son normalmente sustanciales y los esfuerzos del eje resultantes son a menudo inferiores a los límites de resistencia de los materiales que hacen los ejes susceptibles a la fatiga. Actualmente la vibración torsional no es una medición comúnmente realizada para el diagnóstico de turbomáquinaria o para un programa de mantenimiento general. Una razón es que la medición de vibración torsional es una labor difícil para hacer durante el funcionamiento de la maquina. [31] [32]

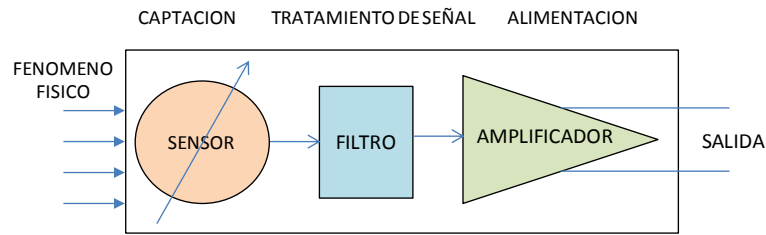
La mayoría de los sistemas disponibles comercialmente para la medición de vibración torsional requieren modificaciones significativas en las máquinas; que pueden ser inaceptables por razones de seguridad, confiabilidad y costo; o presentan limitaciones de aplicación o desempeño. Las técnicas de medición torsional pueden ser clasificados en dos tipos de técnicas, sobre eje (por contacto) y sin contacto.

12.4 SENSÓRICA

Un sensor es un " traductor" de un valor, generalmente no eléctrico, en un valor eléctrico; esto puede ser canalizado, amplificado y modificado a través de dispositivos electrónicos apropiados. La señal de salida puede presentarse en forma de corriente o carga eléctrica; éstos todavía pueden describirse en términos de amplitud, frecuencia y fase.

El término sensor no debe confundirse con transductor. Este último convierte un tipo de energía en otro, mientras que el primero transforma cualquier tipo de energía en energía eléctrica. Sin embargo, un sensor puede integrar en su constitución un transductor. [31]

Figura 12.3 Estructura general de un transductor.



Fuente: CRUZ, Mora Leonel. SISTEMA DE MONITOREO PARA EL BANCO DE. [book auth.] Facultad de Ciencias Fisico-Mecanicas. *Escuela de Ingenieria Mecanica*. Bucaramanga : s.n., 2004, p. 172. Págs. 8

12.4.1 Clasificación de los Sensores

Dependiendo del sensor pueden ser catalogados de tres formas principalmente como veremos a continuación, donde estas preselecciones están dispuesta en si son Analógicos, digitales o todo o nada, por otra parte, otra clasificación posible, estaría en si requieren o no alimentación externa para su funcionamiento, en dicho caso se clasifican como activos o pasivos, aunque otra forma de caracterización está por su principio de funcionamiento. En la extensión de este capítulo se podrá encontrar además de la clasificación, sus características estáticas y dinámicas. [33] [31] [30]

12.4.1.1 Transductores de posición

Los transductores de posición permiten medir la distancia de un objeto respecto a un punto o ejes de referencia o simplemente detectan la presencia de un objeto a una cierta distancia. Precisamente su capacidad de medida o solo indicación de presencia y la capacidad de medir distancias más o menos grandes permiten establecer una división:

Tabla 12.6 Clasificación de sensores por su principio de funcionamiento.

TRANSDUCTORES DE POSICIÓN	Detectores Inductivos	Por lo general se trata de sensores con respuesta todo o nada, con una cierta histéresis en la distancia de dirección y con salida a base de interruptor estático. Los sensores de proximidad inductivos incorporan una bobina electromagnética la cual es usada para detectar la presencia de un objeto metálico conductor. Este tipo de sensor ignora objetos no metálicos.
	Detectores proximidad capacitivos	Los sensores de proximidad capacitivos son similares a los inductivos. La principal diferencia entre los dos tipos es que los sensores capacitivos producen un campo electrostático en lugar de un campo electromagnético. Los interruptores de proximidad capacitivos censan objetos metálicos como los inductivos, pero además tiene la capacidad de detectar materiales no metálicos
	Sensores de efecto hall	El efecto Hall relaciona la tensión entre dos puntos de un material conductor o semiconductor con un campo magnético a través del material. Cuando se utilizan por sí mismos, los sensores de efecto Hall sólo pueden detectar objetos magnetizados.
	Sensores Ópticos	Emplean fotocélulas como elementos de detección. Algunos tipos disponen de un cabezal que incorpora un emisor de luz y la fotocélula de detección, actuando por reflexión y detección del haz de luz reflejado sobre el objeto que se pretende detectar. Otros trabajan a manera de barrera y están previstos para detección a mayores distancias con fuentes luminosas independientes del cabezal detector. Ambos tipos suelen funcionar con frecuencias luminosas en la gama de los infrarrojos. Las características particulares de los detectores de proximidad ópticos respecto a los otros de proximidad se encuentran en el libro extenso, en la sección de sensores ópticos

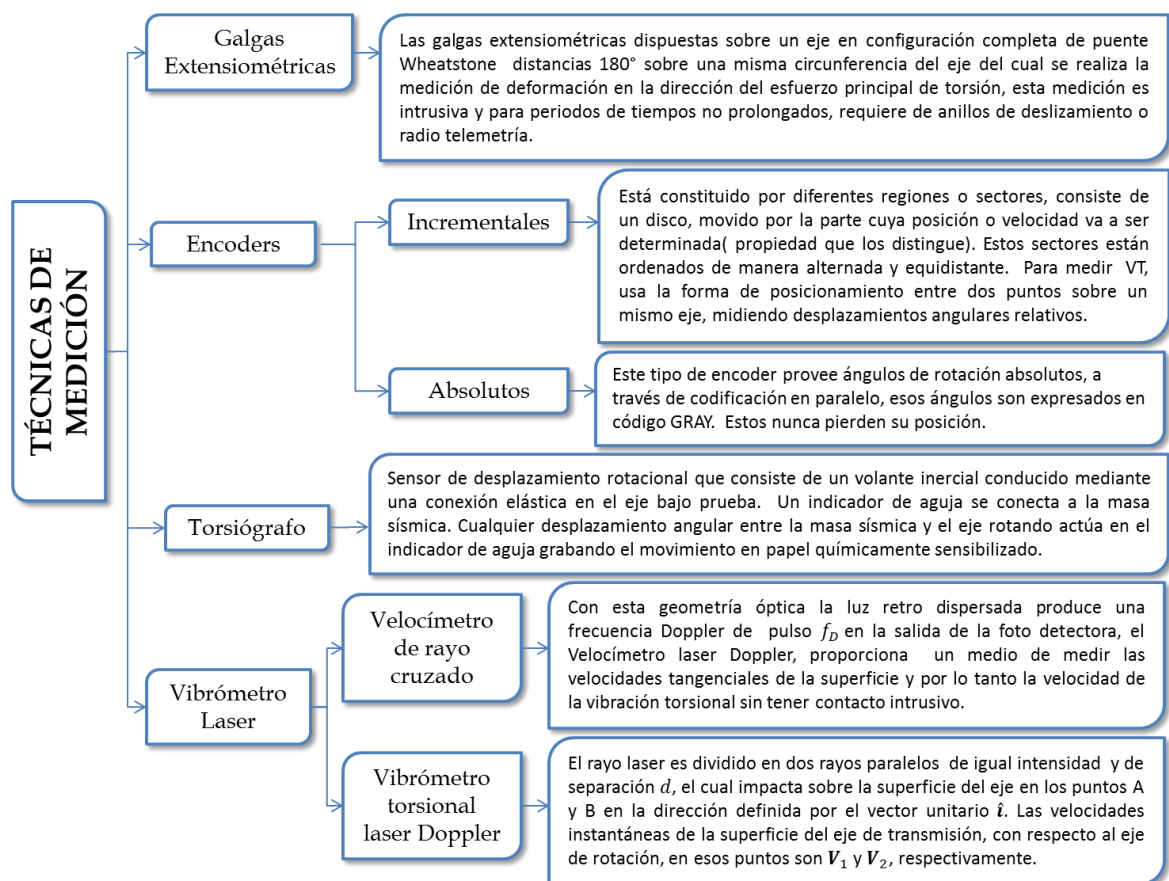
Fuente: Los autores

Detectores de presencia o proximidad: Son sensores de posición todo o nada que entrega una señal binaria que informa la existencia o no de un objeto ante el detector, el más elemental es el interruptor final de carrera por contacto mecánico. *Medidores de distancia o posición:* Entregan una señal analógica o digital que permite determinar la posición lineal o angular respecto a un punto o eje de referencia. *Transductores de pequeña deformación:* Son sensores de posición especialmente diseñados para detectar pequeñas deformaciones o movimientos. Muchas veces se emplean adosados a piezas elásticas o con palpadores como transductores indirectos de fuerza o de par.

12.5 TÉCNICAS GENERALMENTE UTILIZADAS PARA LA MEDICIÓN DE LA VIBRACIÓN TORSIONALES

En este apartado, se presentan los métodos más comunes utilizados para mediciones de la vibración torsional, una investigación más amplia fue compilada en el libro anexo, en el capítulo 6, donde estudian con mayor profundidad las características de los diferentes métodos utilizados para tal fin. A continuación se presenta un diagrama con algunos conceptos de su implementación.

Figura 12.4 Diversas técnicas de medición para la vibración torsional



Fuente: Los autores

Con respecto a las mediciones realizadas con vibrómetros láser, se debe tener en cuenta que:

- ❖ Las mediciones hechas con el velocímetro laser Doppler de rayo cruzado son sensiblemente dependientes del ángulo de refracción θ del objeto en movimiento hacia el transductor.
- ❖ Por otra parte, el vibrómetro torsional laser Doppler no posee este problema del ángulo de refracción, pero es altamente dependiente del paralelismo entre el rayo laser emitido y dividido, y el la luz retro dispersada, estos deben ser paralelos a l eje de la sección transversal del eje motriz en cuestión.
- ❖ Estas dos consideraciones son quizás lo que hace diferencia entre las configuración geométricas de los dos vibrómetros laser en consideración.

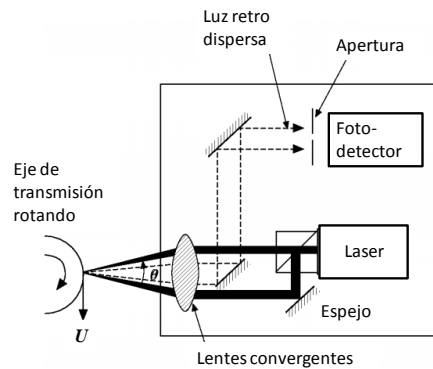
Tabla 12.7 Geometrías ópticas que utilizan el principio Doppler (Velocímetros y vibrómetros laser)

VIBRÓMETRO LASER	
Velocímetro de rayo cruzado	<p>Velocímetro laser Doppler, proporciona un medio de medir las velocidades tangenciales de la superficie y por lo tanto la velocidad de la vibración torsional sin tener contacto intrusivo</p> $f_D = \left(\frac{2 * U}{\lambda} \right) \sin \left(\frac{\theta}{2} \right)$ <p>Donde U es la velocidad tangencial de la superficie en el punto de intersección de los rayos, y λ es la longitud de onda de la luz laser, θ es el ángulo comprendido entre los rayos laser incidentes. La demodulación de la señal Doppler produce una resolución temporal de voltaje análogo de U, la parte fluctuante es proporcional a la velocidad de la vibración torsional.</p>
Vibrómetro torsional láser Doppler	<p>Las velocidades instantáneas de la superficie del eje de transmisión, con respecto al eje de rotación, en esos puntos son V_1 y V_2, respectivamente. y una longitud de onda de $\lambda = 6328 \times 10^{-10} \text{ m}$. La luz de esencialmente una frecuencia desde este laser, se somete a corrimiento o desplazamiento Doppler f_D cuando se dispersa por la superficie en movimiento y la luz colectada en esta dirección retro dispersa es desplazada por una cantidad dada. Si el instrumento es mantenido de forma que el plano incidente de los rayos laser son paralelos para la sección transversal del eje de transmisión, entre ellos $\theta = 0$ por tanto:</p> $f_D = \left(\frac{4 * \pi * d}{\lambda} \right) * N$

Fuente: Adaptado de HALLIWELL, N. A. The Laser Torsional Vibrometer: A Step Forward In

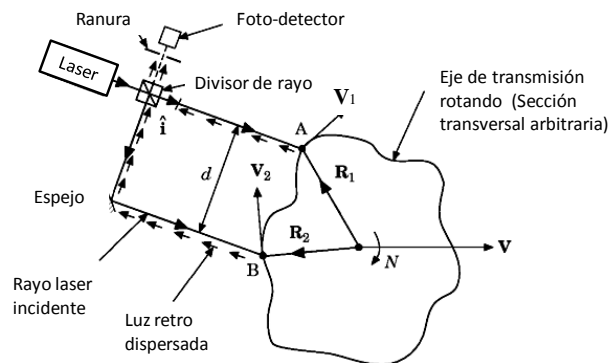
Rotating Machinery Diagnostics. Loughborough : Journal of Sound and Vibration, 1996, p. 20

Figura 12.5 El vibrómetro Laser de rayo cruzado



Fuente: Adaptado de HALLIWELL, N. A. The Laser Torsional Vibrometer: A Step Forward In Rotating Machinery Diagnostics. Loughborough : Journal of Sound and Vibration, 1996, p. 20 [34] págs. 404

Figura 12.6 Geometría óptica del vibrómetro torsional laser.



Fuente: Adaptado de HALLIWELL, N. A. The Laser Torsional Vibrometer: A Step Forward In Rotating Machinery Diagnostics. Loughborough : Journal of Sound and Vibration, 1996, p. 20 págs. 406

12.6 DIAGNOSTICO DE VIDA DE AMORTIGUAMIENTO TORSIONAL

La mayoría de los motores diesel requiere de algún tipo de amortiguamiento para prevenir el aumento de grandes amplitudes de vibración y stress en resonancia torsional. Dos diseños básicos son comúnmente utilizados, estos son: los amortiguadores viscosos de

cizallamiento y los elastómeros (hule) equivalentes. La primera es usualmente seleccionada para una mayor potencia de salida del motor debido a que esta tiene una mayor capacidad de disipación del calor. Mientras que la última es comparativamente una unidad más barata y es muy popular para todo tipo de motores de automóviles. El vibrómetro torsional laser suministra un medio de evaluar el desempeño de un amortiguador de vibración torsional. ¹⁶Un elemento elastómero proporciona rigidez y amortiguamiento. Un amortiguador de vibración de estos diseños, son entonces adheridos; es decir añade elasticidad y a la vez otra masa al sistema dinámico básico equivalente del motor e introduce una frecuencia natural torsional adicional, por lo tanto tiene una capacidad de "afinación". [31] [34]

El vibrómetro torsional laser fue utilizado para evaluar el desempeño de un amortiguador elastómero (de hule pegado). En una configuración experimental se verifica el uso del modelo para la predicción de la resonancia con un margen de error dentro del 5% (La descripción del experimento es mostrado en el capítulo 6 del libro anexo).

La pérdida del desempeño de un amortiguador elastómero puede ser atribuida a los cambios en las propiedades del elemento elastómero con el tiempo. En particular, cambios en la rigidez provista por el amortiguador bajo condiciones óptimas, podría producir rápidamente una disminución del desempeño a través de desafinación. En el *capítulo 7*, podrá encontrarse mayor información acerca de estos elementos para aplicación y control de este tipo de vibración. Dos vibrómetros torsionales laser midieron simultáneamente la respuesta de un cubo (θ) y la inercia del anillo (θ_d). Las mediciones obtenidas después de un periodo de 30 minutos son omitidas ya que después de este tiempo la relación ($\frac{\theta_d}{\theta}$) permaneció constante. Los resultados del experimento mostraron que se ha producido un cambio en la rigidez de el elemento amortiguador de aproximadamente 62% entre la operación en "frio" y en condiciones de funcionamiento estable. Tal diferencia no es extraña, puesto que los reportes de diferencias de los fabricantes sobrepasan el 100% en

¹⁶ Para una descripción más detallada se refiere al lector a los artículos. N.A.HALLIWELL and P. G. EASTWOOD 1990 Proceedings of the I. Mech. E. Conference on Automotive Diagnostics, 115-122; London, I. Mech. E. Torsional vibration damper performance. diagnosis using laser technology.

algunas ocasiones. [34] La tabla muestra la degradación del amortiguador, por medio de la relación θ_d/θ .

Tabla 12.8 simulación de falla de un amortiguador elastómero de torsión

Tiempo transcurrido desde el arranque (min)	Amplitud del armónico de sexto orden (Grados)		Relación de amplitud θ_d/θ
	Amortiguación del cubo θ	Inercia del anillo θ_d	
0	0.497	1.179	2.37
10	0.251	0.923	3.68
20	0.226	0.899	3.98
30	0.179	0.774	4.33

Fuente: HALLIWELL, N. A. The Laser Torsional Vibrometer: A Step Forward In Rotating Machinery Diagnostics. Loughborough : Journal of Sound and Vibration, 1996, p. 20

12.7 DISCUSIÓN DEL CAPÍTULO

- Diferentes técnicas de medición son utilizadas con el fin de realizar mediciones de las vibraciones torsionales, estas involucran principios intrusivos o no, y son aplicados de manera temporal o periódica.
- La utilización de galgas extensiométricas es uno de los métodos más ampliamente utilizados en configuraciones de puente de Wheatstone completo, que permite determinar los cortantes en la dirección del esfuerzo principal de torsión; este método de medición pierde confiabilidad debido a los efectos de ruido eléctrico que pueden sufrir las señales, y para evitar estos, se suelen implementar en conjunto con sistemas de radio telemetría.
- Diversos métodos son utilizados para las mediciones de velocidad de oscilación sobre la velocidad media de rotación del rotor, la señal obtenida puede ser integrada para obtener valores de posiciones angulares relativas de dos puntos diferentes pero colineales sobre el rotor.
- Métodos de medición de la velocidad y de vibraciones torsionales sobre un eje rotor como los vibrómetros y velocímetros son también utilizados, aunque el

velocímetro de rayo cruzado puede poseer problemas, la geometría óptica para el vibrómetro laser Doppler, presenta una ventaja sobre el anterior, pues solo depende de la velocidad de rotación y de la geometría del eje. Además de una alta confiabilidad en contra parte con los encoders rotacionales incrementales.

- Un diagnóstico de vida de un amortiguador torsional de elastómero por medio de un vibrómetro torsional, demuestra la efectividad de esta técnica de medición.
- La vibración como un parámetro de diagnóstico provee diferentes ventajas, si se usa en conjunto con el monitoreo de condición, y luego se dirige hacia el mantenimiento predictivo.
- Las técnicas de medición anteriormente discutidas, generalmente son implementadas, cuando se sospecha de la presencia de vibraciones torsionales, cabe resaltar, que estas vibraciones siempre están presentes y en muchas ocasiones pueden no producir grandes efectos, pero cuando se presentan fallos en rotores balanceados y se observan picos en el espectro de frecuencia a velocidades bi-sincrónicas de rotación, suelen atribuirse estos fallos a efectos eléctricos y a vibraciones torsionales, además de resaltar el hecho, de que estas perturbaciones eléctricas aquí mencionadas, pueden excitar dichas vibraciones, como se estudiara en sesiones posteriores.
- Diversas pruebas de vibración torsional son llevadas a cabo, con el fin de monitorear el efecto de las vibraciones torsionales, así como corroborar cálculos de diseño como frecuencias naturales de torsión, y acumulación de fatiga torsional.

13.1 OBJETIVOS DEL CONTROL DE LA VIBRACIÓN TORSIONAL

En ingeniería de mantenimiento después de las tareas de medición y monitoreo, los datos y las estadísticas obtenidos de este proceso se usan para establecer el estado de las máquinas y permiten determinar si estas están sujetas a fuerzas cíclicas que causan vibraciones de torsión indeseables o por fuera de los límites permitidos, si este es el caso se hace importante la supresión de vibraciones de torsión y la atenuación de estas perturbaciones en el sistema de rotación por medio de técnicas de control de vibración. A continuación se presentan algunos casos importantes:

Básicamente los objetivos del control de vibración son:

- Disminuir la magnitud de la vibración torsional.
- Alargar la vida útil de la maquinaria o partes de ella.
- Corregir frecuencias de operación por errores en el diseño mecánico.
- Proporcionar bandas de separación óptimas de las frecuencias de resonancia.
- Modificar parámetros torsionales para una operación correcta del equipo.
- Diseño y selección de acoples y amortiguadores torsionales. Evitando las vibraciones auto excitadas.
- Evitar la falla catastrófica.
- Reducir los costos de mantenimiento de equipos.

13.2 TIPOS DE CONTROL VIBRACIONAL

Los diversos métodos de control vibracional que están disponibles para evitar una velocidad crítica o reducir la amplitud de la vibración a la velocidad crítica puede ser clasificada como:

- Cambiando los valores de las velocidades críticas por cambios en la masa y elasticidad.
- Métodos cancelación vectorial.
- Cambio en la distribución de la masa para utilizar el amortiguamiento inherente en el sistema.
- La adición de amortiguadores o dispositivos internos o externos de diversos tipos.

Los dispositivos o métodos se pueden clasificar dentro del control de la vibración torsional como:

- *Control activo:* Esquemáticamente, el objetivo radica en la reducción de una perturbación no deseada mediante la generación de un movimiento fuera-de-fase por lo que se generan interferencias destructivas.
- *Control semi-activo:* Este método de control prácticamente es reciente, y utiliza fluidos electro-reológicos y magneto-reológicos.
- *Control pasivo:* Los métodos de atenuación de vibración pasivo implican una modificación estructural ya sea mediante la adición de un material disipativo o un amortiguador de vibración dinámica (DVA).

13.3 ESFUERZO DE TORSIÓN

El valor del esfuerzo cortante torsional máximo se calcula con:

$$\tau_{max} = \frac{Tc}{J_t} \quad \text{Ec. 13.1}$$

donde c es la distancia desde el centro del eje al punto de esfuerzo máximo.

La ecuación anterior se conoce como torsión recta o *teoría de Coulomb*¹⁷ y es aplicable a ejes de transmisión de potencia, debido a la simetría circular de la sección no pueden existir alabeos diferenciales sobre la sección.

13.3.1 Consideraciones de la fatiga torsional

La fatiga torsional es la tendencia de los materiales a agrietarse y, finalmente, a fracturarse bajo repeticiones de esfuerzos o deformación por torsión a un nivel considerablemente menor a la resistencia a rotura estática del material. El esfuerzo cíclico puede alternar con un nivel medio cero, alternar sobre un nivel medio, o variar bastante al azar en amplitud y frecuencia. Muchos aceros de baja aleación utilizados en la construcción de máquinas rotativas exhiben una propiedad de fatiga que se conoce normalmente como el límite de la resistencia o el límite de fatiga de alto ciclo.

13.4 ACOPLER DE SISTEMAS TORSIONALES

Los acoples o uniones son ampliamente utilizados para la modificación de rigidez y amortiguación en sistemas de transmisión de potencia, tanto en torsión como en otras direcciones (compensación de desalineación). Los acoplamientos torsionales pueden resolver algunos problemas de vibraciones de torsión típicos donde se utilizan equipos rotativos y reciprocantes. El acoplamiento torsional amortigua las vibraciones torsionales y sintoniza el sistema para que tenga velocidades críticas fuera de la zona de trabajo.


Al seleccionar o al diseñar un buen acoplamiento este proporciona ciertas ventajas en el funcionamiento de los equipos, algunas de ellas son:

¹⁷ hipótesis cinemática de Coulomb sobre cómo se deforma una pieza prismática con simetría de revolución, es decir, es una teoría aplicable sólo a elementos sección circular o circular hueca. Para piezas con sección de ese tipo el eje baricéntrico permanece inalterado y cualquier otra línea paralela al eje se transforma en una espiral que gira alrededor del eje baricéntrico.

- Protección de sobrecargas y cargas de choque. Hacer que la transmisión esté exenta de golpes, amortiguando eventuales vibraciones debidas a la cargas.
- La transmisión del par no ejerce cargas nocivas de reacción en el equipo.
- Mayor durabilidad del sistema, protección de los equipos acoplados de las peligrosas vibraciones de torsión, amortiguamiento torsional.
- Compensar durante el servicio ligeros desperfectos de alineación entre los ejes.
- Aislamiento resonancia de la vibración torsional.
- Atenuación de ruidos, Mejora de rodamiento/vida de engranajes.

13.4.1 Tipos de acoples torsionales

Tabla 13.1 Tipo de acoples torsionales

 <p>Rígidos</p>	<p>Se utilizan para la conexión rígida y de precisión de ejes alineados. Además del esfuerzo de torsión, también transmiten fuerza axial, momentos flectores y fuerzas de corte si existe una desalineación</p>
<p>Flexibles y Propósito especial</p> 	<p>Se utilizan a menudo para afinar características dinámicas (frecuencias naturales) de la transmisión por cambio intencional de su rigidez y/o amortiguación. Los acoplamientos flexibles a la torsión suelen tener un alto grado de flexibilidad torsional para aumentar su influencia en la dinámica de transmisión.</p>
<p>De desalineación</p> 	<p>Estos son necesarios para la conexión de dos miembros de una transmisión que no están perfectamente alineados, al permitir un movimientos sin restricciones o parcialmente restringido entre los extremos de lo eje conectados en las direcciones radiales y angulares.</p>
<p>Magnéticos</p> 	<p>Un acoplamiento novedoso es el flexible magnético que al igual que los populares tiene la misión de atenuar los cambios bruscos de par entre ambos tramos acoplados, actuando sin contacto mecánico entre ambas bridas de acople y evitando el rozamiento con el consiguiente beneficio que ello con lleva.</p>

Fuente: Los autores

13.5 TÉCNICAS DE AMORTIGUAMIENTO

En general el papel importante de la amortiguación es disipar la energía de vibración (durante la deformación cíclica) que de lo contrario conduciría a amplitudes de vibración

intolerablemente altas, en resonancias forzadas o permitirían que ocurran fenómenos de vibración auto-excitadas.

Las formas de amortiguar las vibraciones pueden ser por una de las siguientes o una combinación de estas:

- Fricción seca o Coulomb
- Fricción líquido Viscoso
- Coulomb o fricción viscosa más resortes
- Fuerza centrífuga, equivalente a un resorte con una constante proporcional al cuadrado de la velocidad
- Elastómeros o elementos flexibles
- Dispositivo magnético

Cada uno de estos tipos actúa mediante la generación de pares de torsión en oposición a los torques de excitación.

13.5.1 Características de los materiales de amortiguación

El diseño adecuado de los tratamientos de amortiguamiento requiere la selección apropiada de materiales de amortiguación, para una máxima eficiencia, el elemento flexible de un acoplamiento o amortiguador debe tener por lo tanto una alta disipación de la energía interna como sea posible, también debe poseer una flexibilidad máxima permisible para el control de la vibración del sistema en particular y debe estar ubicado en la parte del sistema donde la intensidad de las vibraciones mayor.

13.5.1.1 Tipos de materiales

Materiales visco-elásticos. El comportamiento lineal para esta clase de materiales es sensible a las leyes de superposición y otros tratamientos reológicos¹⁸ convencionales.

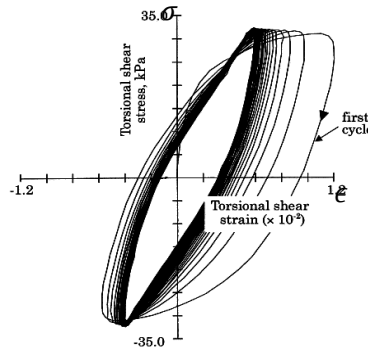
Metales estructurales y no metálicos. Estos materiales tienen una significativa característica no lineal en estados de altos niveles de esfuerzos, también los historiales de esfuerzos y temperatura pueden afectar las propiedades del material de amortiguación notablemente.

¹⁸ La Reología es la parte de la física que estudia la relación entre el esfuerzo y la deformación en los materiales que son capaces de fluir.

Revestimientos de superficies. Se utilizan para mejorar las propiedades de disipación de la energía. Aprovecha la unión con el material estructural a través de la interface material-amortiguador.

Bajo esfuerzos o deformaciones cíclicas la mayoría de los materiales utilizados en los mecanismos de amortiguamiento vibracional conducen a la formación de un bucle de histéresis de tensión-deformación como se muestra en la Figura 13.1.

Figura 13.1 Típico bucle de histéresis de un material bajo tensión cíclica. esfuerzo-deformación



Fuente: <http://ars.els-cdn.com/content/image/1-s2.0-S0022489800000112-gr7.gif>

Dos tipos de unidades se utilizan para especificar las propiedades de amortiguación de los materiales: (1) la energía disipada por ciclo en un espécimen de prueba y (2) la relación de esta energía a una energía de deformación de referencia. Las unidades son:

- D_0 = Energía total disipada de amortiguación, por el espécimen completo $N \cdot m/ciclo$
- D_a = Promedio de energía de amortiguación. D_0/V_0 , $\rightarrow V_0$ =Volumen del espécimen $N \cdot m/m^3/ciclo$
- D = Energía específica de amortiguación, trabajo disipado por unidad de volumen y por ciclo en un punto en el espécimen $N \cdot m/m^3/ciclo$

La energía específica de amortiguamiento D es la más fundamental de las tres unidades absolutas de amortiguación, ya que sólo depende del material en cuestión y no en la forma. La energía total D_0 suele ser de mayor interés para el ingeniero.

La energía específica de amortiguación D disipada en un material expuesto a cíclico de tensión se ve afectado por muchos factores. Algunos de los más importantes son:

- ❖ *Estado del material*
- ❖ *Estado de tensión interna*

❖ *Esfuerzo impuesto por las condiciones de prueba o servicio*

Mucho de los materiales plásticos, viscosos, visco-elásticos, (cauchos y polímeros), cambian sus propiedades al cambiar la temperatura y la frecuencia a la cual se someten, (por esta razón en el diseño de amortiguadores torsionales estas características deben tenerse en cuenta a fin de obtener un control adecuado de las amplitudes de vibración.

13.6 TIPOS DE AMORTIGUADORES TORSIONALES

Los amortiguadores se utilizan ampliamente para el control de vibraciones torsionales de motores de combustión interna en la mayoría de los casos, para maquinaria rotativa el amortiguador va incluido en el mecanismo del acoplamiento.

Tabla 13.2 *Algunos tipos de amortiguadores torsionales*

<p><i>Amortiguadores de goma</i></p> 	<p>Este tipo de amortiguador utiliza elementos de gomas y reduce la vibración del motor a velocidades específicas cuando un par de excitación excita la primera frecuencia natural del cigüeñal, pero no a otras velocidades.</p>
<p><i>Amortiguadores viscosos</i></p> 	<p>El anillo de inercia está completamente encerrado dentro de la carcasa y rodeado de una capa muy delgada de líquido de alta viscosidad (Generalmente con base de silicona).</p>
<p><i>Amortiguadores Tipo péndulo</i></p> 	<p>Estos amortiguadores tienen rodillos colocados en los agujeros del cubo amortiguador, taladrado paralelo al eje del cigüeñal. Los rodillos están flojos en el agujero para que la fuerza centrífuga actúe sobre ellos, así son libres rodar atrás y hacia adelante y hacia los lados cuando el eje oscila por el movimiento de torsión de la biela.</p>
<p><i>Amortiguadores de fricción Tipo Lanchester</i></p> 	<p>es una opción de amortiguamiento basado en el principio de fricción seca y no tiene resorte o elemento de restitución. Las superficies de contacto de los volantes de inercia y el disco están revestidas por material de fricción, que constituye el elemento de amortiguación</p>

Fuente: *Los autores*

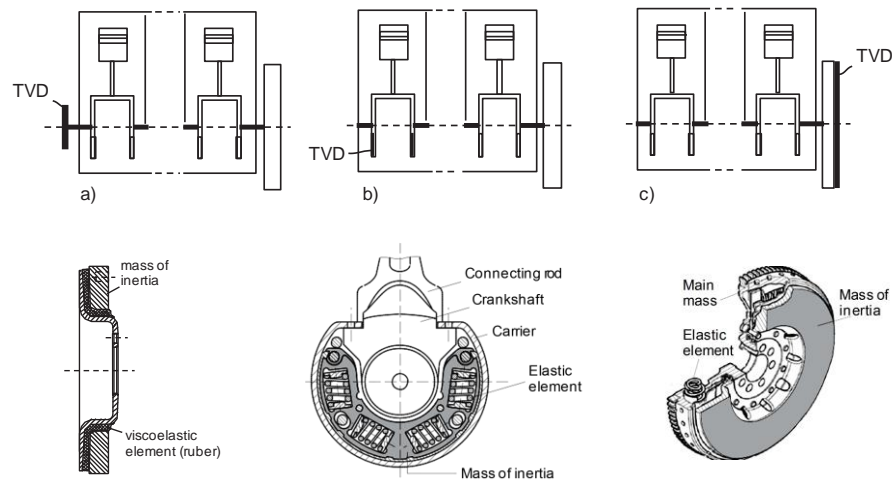
13.7 CONTROL DE VIBRACIÓN TORSIONAL EN MAQUINARIA RECIPROCANTE

En maquinaria recíprocantes especialmente para motores de combustión interna, es importante garantizar que las contribuciones de torque en dirección del cilindro sean uniformes con el fin de evitar un exceso de vibraciones torsionales del cigüeñal [19].

13.7.1 Amortiguadores acoplados a cigüeñales

El amortiguador de vibraciones de torsión del cigüeñal, es un dispositivo que va montado por lo general en el extremo delantero del cigüeñal del motor, pero también existen dispositivos que se colocan en las bielas del cigüeñal y en el acople de la transmisión, (ver Figura 13.2) estos están diseñados para reducir el movimiento de torsión, mejorando la vida útil de los componentes del motor y minimizando las averías del cigüeñal.

Figura 13.2 Tres tipos de TVD y sus lugares de montaje en Motores IC



Fuente: OSTMAN, Fredrik y TOIVONEN, T. Hannu, "Active Torsional Vibration Control of Reciprocating Engines," 2008. p. 80

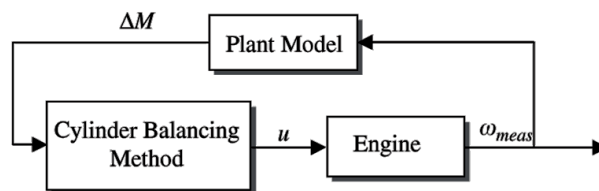
13.7.2 Control Activo del torque en dirección de los cilindros

En la actualidad existen muchos métodos de control activo para la vibración torsional en maquinaria reciprocante, a continuación se estudia dos métodos de este tipo de control.

1. Control sobre el volante y la inyección de combustible en un único cilindro

Östman y Toivonen [35], presenta un método para la reducción de la vibración de torsión del cigüeñal. Esta técnica equilibra las contribuciones de par de torsión del cilindro mediante la utilización de las mediciones de las velocidades angulares del sistema de cigüeñal. La Figura 13.3 muestra el esquema del control activo, las vibraciones de torsión, que se determinan a partir de los velocidad angular medida ω_{meas} , se utilizan para estimar el componente de par de torsión oscilante ΔM aplicado sobre el volante de inercia.

Figura 13.3 Esquema del control activo



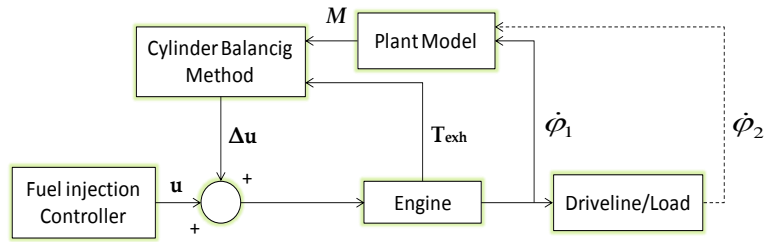
ω_{meas} es la velocidad angular medida del volante, ΔM es el par reconstruido aplicado en el volante y u denota las inyecciones de combustible del cilindro

Fuente: OSTMAN, Fredrik y TOIVONEN, T. Hannu, "Model-based torsional vibration control of internal combustion engines" 2008.p. 79

2. Control sobre la inyección de combustible en los cilindros del motor

Östman y Toivonen [36], presenta un método de equilibrio de cilindros, que minimiza las vibraciones torsionales del cigüeñal en los motores de combustión interna de velocidad media para una serie de frecuencias de torque-orden especificado mediante la manipulación de las inyecciones de combustible. Usando un modelo de la dinámica del motor, la reducción de las vibraciones torsionales del cigüeñal puede abordarse como un problema de optimización en línea, donde se determina los ajustes de la inyección de carburante en cada paso. Un diagrama de bloques del esquema de control se muestra en la Figura 13.4.

Figura 13.4 Diagrama de bloques del esquema de control



Fuente: DUTKA, Arkadiusz y ORKISZ, Michal, "Analysis and remedies for torsional oscillations in rotating machinery," 2011. p. 1026

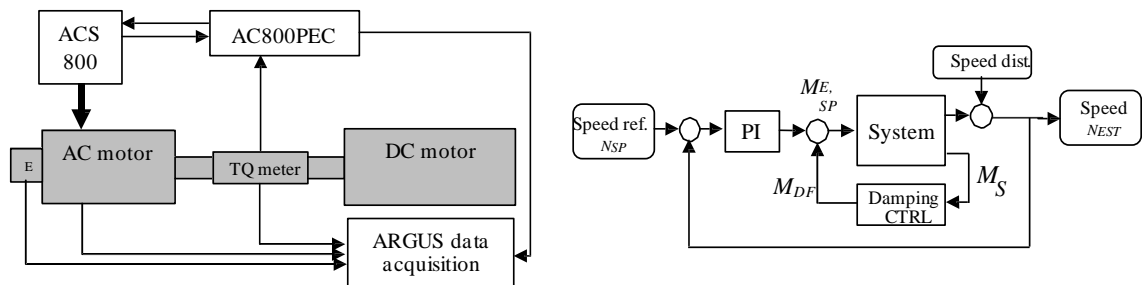
13.7.3 Amortiguadores de vibración activos

Amortiguadores de vibración activada son esencialmente servomecanismos diseñados para mantener un estado estacionario deseado. Gobernadores de velocidad de turbinas de vapor y gas, controles incorporados para la regulación de la frecuencia en turbinas de agua pueden considerarse como formas especiales de amortiguadores de vibración activada.

1. Control activo por motor DC enlazado

Dutka y Orkisz [37], proponen un método de atenuación de vibración torsional activo mediante el acoplamiento de un motor de corriente continua el cual proporciona el par torsor necesario para disminuir la amplitud de la vibración torsional.

Figura 13.5 modelo del sistema y esquema del control



a) Configuración de Laboratorio

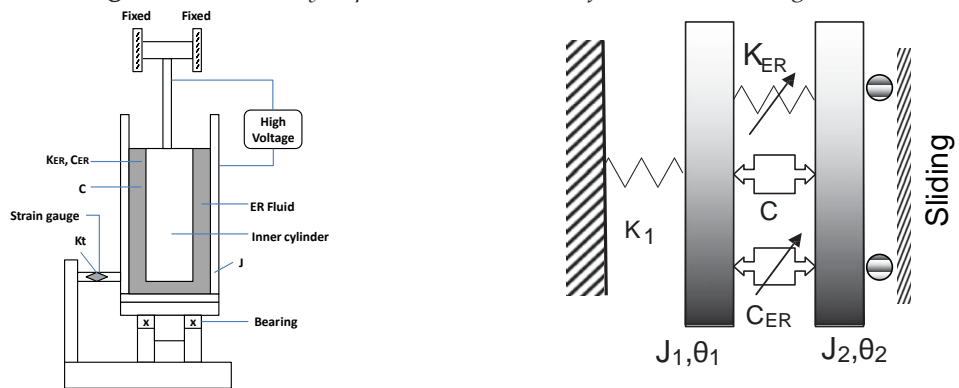
b) Sensibilidad complementaria e investigación de la función de sensibilidad

Fuente: SUN, Yulan y THOMAS, Marc, "Control of torsional rotor vibrations using an electrorheological fluid dynamic absorber," p. 4

2. Control semi-activo amortiguador dinámico de fluido electro-reológico

Sun y Thomas [38] [39] proponen el uso de un amortiguador de torsión dinámico electrorreológico, llamada Smart Houdaille ERF¹⁹ Dynamic Absorber (SHERDA), con el fin de controlar las vibraciones de torsión de un sistema de rotor. Los análisis teóricos, simulaciones y ensayos experimentales muestran que el amortiguador dinámico de ERF exhibe muy buenos resultados en la reducción de las vibraciones torsionales de los sistemas de rotor.

Figura 13.6 Modelo y esquema del control con fluido electrorreológico



A) Montaje experimental para las características dinámicas de fluidos de ER

B) Amortiguador dinámico inteligente Houdaille ERF

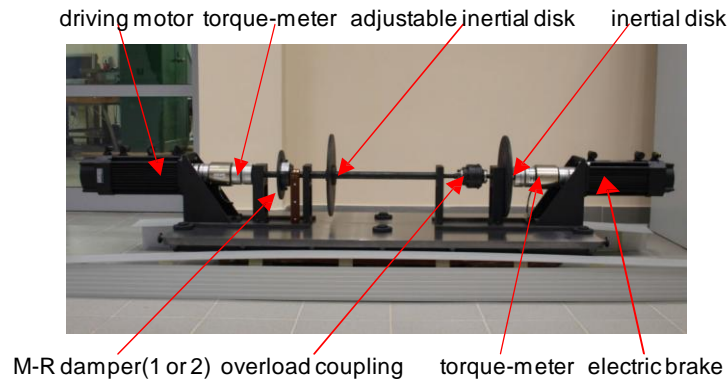
Fuente: Adaptado de: SUN, Yulan y THOMAS, Marc, "a smart electrorheological dynamic absorber for controlling torsional vibrations of rotors," Proceedings of PACAM XII, 12th Pan-American Congress of Applied Mechanics January 02-06, 2012, Port of Spain, Trinidad, 2012. p.6

3. Control semi-activo amortiguador dinámico de fluido Magneto-reológico

Ye y Williams [40] propone el uso de un freno de fluido MRF que se puede utilizar como un mecanismo de tipo embrague para transmitir el par entre un eje de rotación y la carcasa del freno.

¹⁹ ERF- Electro Rheological Fluid

Figura 13.7 Modelo de laboratorio y modelo simplificado del sistema con control de fluido MRF

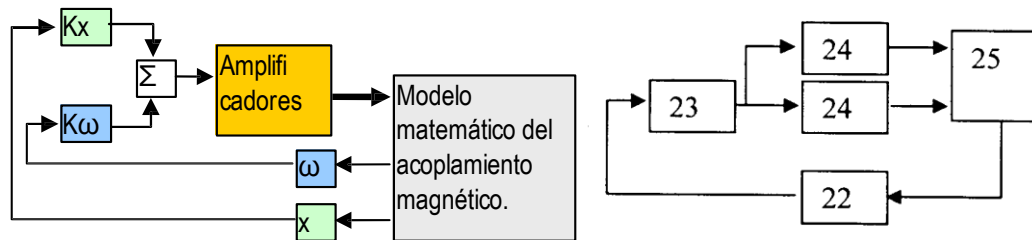


Fuente: YE, Shaochun y WILLIAMS, A. Keith, "Torsional vibration control with an MR fluid brake". 2005. p. 2

4. Control activo por medio de un acople o amortiguador electromagnético (AMD)

Ferreiro, patenta un acoplamiento magnético flexible activo con amortiguador electrodinámico de vibraciones torsionales. La invención consiste en un compensador activo de vibraciones torsionales implementado por medio de un acoplamiento magnético flexible basado en electroimanes de corriente variable modulada mediante un algoritmo de control por realimentación de la posición angular de un eje respecto al otro. La magnitud y frecuencia de las vibraciones torsionales son capturadas mediante la variación de impedancia del acoplamiento magnético y un acelerómetro y compensadas actuando por medio de los citados electroimanes ubicados en el acoplamiento flexible.

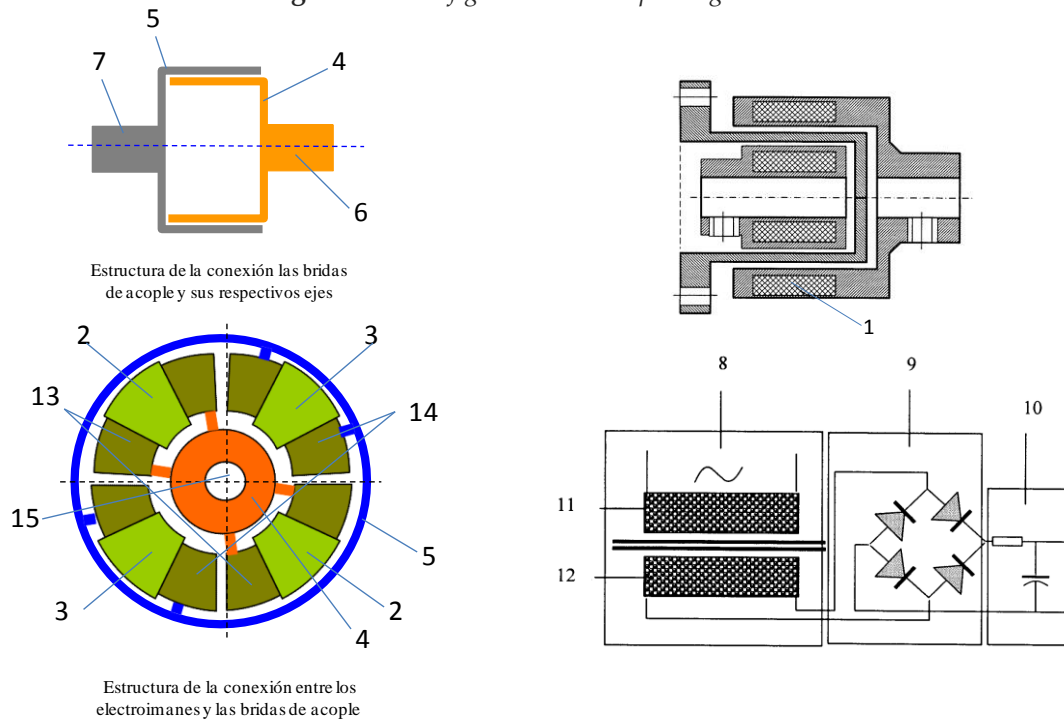
Figura 13.8 Diagrama de bloques de la estructura de control



22. sensores de vibraciones torsionales, 23.regulador de corriente, 24. amplificador de corriente, 25. acoplamiento magnético flexible activo.

Fuente: FERREIRO G., Ramón, "Control de vibraciones torsionales con un acoplamiento magnético activo," 2004. p. 3

Figura 13.9 Configuración del acople magnético activo



1. corona de imanes permanentes, 2. electroimanes del eje conductor, 3. electroimanes del eje conducido, 4. brida de acople del eje conductor, 5. brida de acople del eje conducido, 6. eje conductor, 7. eje conducido, 8. transformador, 9. rectificador, 10. filtro, 11. arrollamiento primario, 12. arrollamiento secundario, 13. primera pareja de núcleos, 14. segunda pareja de núcleos, 15. alojamiento concéntrico.

Fuente: Adaptado de: <http://patentados.com/patente/acoplamiento-magnetico-flexible-activo-amortiguador-electrodinamico-vibraciones/>

13.8 NORMAS Y ESPECIFICACIONES

Para ayudar a establecer los niveles máximos de vibración torsional a los que se debe exponer una máquina, existe normas internacionales que contienen información que permite comparar, con criterios consensuados, procedimientos habituales de medida y evaluación de datos.

13.8.1 API

Las normas API establecen, que las frecuencias naturales torsionales de la máquina serán de al menos 10% por encima o por debajo de cualquier frecuencia de excitación posible dentro del rango de velocidad de funcionamiento especificado.

Normas Api donde se dan instrucciones para el análisis de la vibración torsional.

- API 610 – Centrifugal pumps for Petroleum, Heavy Duty Chemical, and Gas Industry Services.
- API 611 – General-Purpose Steam Turbines for Petroleum, Chemical, and Gas Industry Services
- API 613 – Special Purpose Gear Units for Petroleum, Chemical and Gas Industry Services.
- API 618 – Reciprocating Compressors for Petroleum, Chemical, and Gas Industry Services.
- API 671 – Special-Purpose Couplings for Petroleum, Chemical, and Gas Industry Services.
- API 684 – Tutorial on the API Standard Paragraphs Covering Rotor Dynamics and Balancing: An Introduction to Lateral Critical and Train Torsional Analysis and Rotor Balancing.

13.8.2 U.S. MILITARY STANDARD

MIL STD 167-1 Mechanical Vibrations of Shipboard Equipment (Reciprocating Machinery and Propulsion System and Shafting) Type III, IV and V.

A nivel militar emitido por el Departamento de Marina de los estados de EE.UU. establece que el límite aceptable de esfuerzo de torsión nominal dentro del rango de operación es:

$$\text{Acero} \quad \tau = \frac{\text{resistencia última a la tracción}}{25} = \frac{S_u}{25}$$

$$\text{Hierro fundido} \quad \tau = \frac{\text{limite a la fatiga torsional}}{6} = \frac{S_e}{6}$$

Si el eje a gran escala ha tenido una prueba de fatiga, entonces

$$\text{Cualquier material} \quad \tau = \frac{\text{limite a la fatiga torsional}}{2} = \frac{S_e}{2}$$

13.8.3 ISO

ISO (Organización Internacional de normalización) es una Federación Mundial de cuerpos de normas nacionales (organismos miembros ISO).

La norma ISO 22266, proporciona directrices para la aplicación de criterios de vibraciones torsionales a ejes, bajo condiciones normales de operación, para sistemas de ejes acoplados y grandes álabes de un conjunto generador-turbina.

Otras ISO donde se dan instrucciones para el análisis de la vibración torsional.

- ISO 3046-5 – Reciprocating internal combustion engines -Performance -Part 5: Torsional vibrations
- ISO 7919 Mechanical vibration – Evaluation of machine vibration by measurements on rotating shafts.
- ISO 8528-9 - Reciprocating internal combustion engine driven alternating current generating sets -- Part 9: Measurement and evaluation of mechanical vibrations.
- ISO 6721-7:1996 - Plastics -- Determination of dynamic mechanical properties -- Part 7: Torsional vibration -- Non-resonance method.
- ISO 1352:2011 - Metallic materials -- Torque-controlled fatigue testing.

13.8.4 IACS

International Association of Classification Societies (IACS) es una organización de bases técnicas formada por trece sociedades de clasificación Marina con sede en Londres. Establece y mantiene normas técnicas para la construcción y operación de barcos y estructuras marítimas. La sociedad Bureau Veritas miembro de la IACS, provee en su sitio web, documentación en línea, sobre los límites permisibles de esfuerzo torsional en ejes y cigüeñales y también provee información acerca de los niveles permisibles de vibración torsional en otros tipos de elementos mecánicos como acoples y engranajes²⁰.

Normas IACS donde se dan instrucciones para el análisis de la vibración torsional.

- M44 - Documents for the approval of diesel engines.
- M48 - Permissible limits of stresses due to torsional vibrations for intermediate, thrust and propeller shafts.
- M53 - Calculation of Crankshafts for I.C. Engines.
- M68 - Dimensions of propulsion shafts and their permissible torsional vibration stresses.

²⁰ Rules for the Classification of Steelships - entry into force 1 January 2013 . Rules for Steel Ships, Pt C, Ch 1, Sec 9.
<http://erules.veristar.com/dy/app/bootstrap.html>

13.8.5 Otras normas aplicadas a la vibración torsional.

IEC / ANSI / AGMA / DIN / HI / NEMA²¹

ANSI/AGMA 9009 - D02 - Nomenclature for Flexible Couplings.

Presenta la nomenclatura común para acoplamientos flexibles utilizados en unidades de transmisión de potencia mecánica. Esta dispuesto para reducir las barreras lingüísticas que surgen entre diseñadores, fabricantes y usuarios cuando se trata de especificar los distintos tipos de acoplamientos flexibles y sus elementos.

Otras estándares.

- DIN 740 - Power Transmission Engineering; Flexible Shaft Couplings; Technical Delivery Conditions.
- DIN 748 - Cylindrical Shaft Ends; Dimensions, Nominal Transmissible Torques.
- ANSI/HI 9.6.4 Centrifugal and Vertical Pumps for Vibration Measurement and Allowable Values.
- ANSI/HI 9.6.5 Centrifugal and Vertical Pumps for Condition Monitoring.
- ANSI/NEMA MG 1. Motors and Generators. Section IV performance standards applying to all machines. Part 33 – definite purpose synchronous generators for generating set applications.
- IEC 60034-14, Rotating electrical machines - Part 14: Mechanical vibration of certain machines with shaft heights 56 mm and higher - Measurement, evaluation and limits of vibration severity

13.9 DISCUSIÓN DEL CAPÍTULO

- Es importante conocer el rol que desempeñan los diferentes tipos de acoplamientos y amortiguadores en las transmisiones de máquinas ya que existe gran variedad en el mercado, y de esta manera formular criterios; para la evaluación comparativa, la

²¹ HI - Hydraulic institute

DIN - Deutsches Institut für Normung (Instituto Alemán de Normalización)

ANSI - American National Standards Institute

AGMA - American Gear Manufacturers Association

NEMA - National Electrical Manufacturers Association.

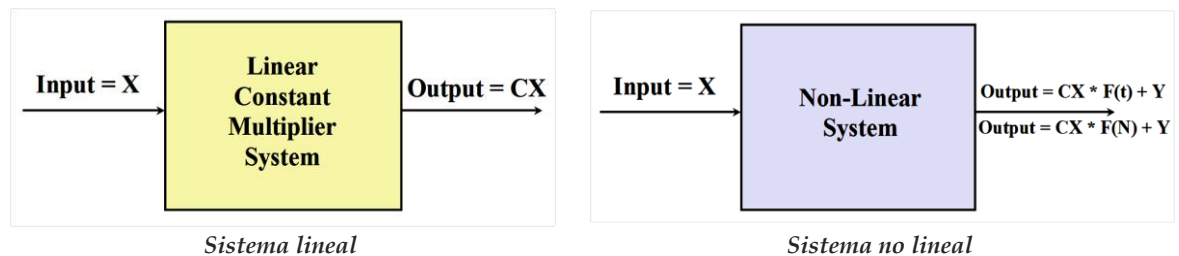
optimización, y la selección de diseños apropiados a las necesidades de control torsional de los sistemas.

- En el diseño del elemento amortiguador es de gran importancia conocer las propiedades del material, ya que estas cambian con la temperatura y las frecuencias a las que se somete y además la forma geométrica más adecuada para proveer una vida en servicio satisfactoria.
- Los sistemas de amortiguación torsional pasivos, como son los de tipo péndulo, tienen una buena respuesta de amortiguamiento de las oscilaciones torsionales cuando se sintonizan de manera apropiada al sistema.
- Los métodos de control vibracional activos y semiactivos, controlados por software, dan los mejores resultados además de que permiten amortiguar varias frecuencias naturales de torsión, pero estos requieren de un análisis completo del sistema para proporcionar la información adecuada para desarrollar el lazo de control óptimo.
- Se debe tener cuidado al seleccionar un acople torsional para desintonizar un sistema a una frecuencia de torsión específica ya que este elemento al ser introducido su inercia podría cambiar otras frecuencias naturales de torsión en el sistema y en algún momento entrar en resonancia.
- Las metodologías y recomendaciones que proveen las asociaciones internacionales contienen información que permite comparar, con criterios consensuados, procedimientos habituales de medida y evaluación de datos para ayudar a establecer los niveles máximos de vibración torsional a los que se debe exponer una máquina.

14.1 NO-LINEALIDAD EN SISTEMAS TORSIONALES

La linealidad con absoluta perfección no existe en ningún sistema real, sino que los aspectos no lineales son tan pequeños que por lo general pueden ser ignorados. Hay muchos tipos diferentes de no linealidad y existen en varios grados en todos los sistemas mecánicos, muchos sistemas actuales se acercan a un comportamiento lineal, especialmente con niveles de entrada pequeñas (niveles de excitación pequeños) pero se vuelven no lineales a niveles de excitación superiores. Si un sistema no es lineal, producirá frecuencias en su salida, que no existen en su entrada (Figura 14.1).

Figura 14.1 Sistema lineal- Sistema no lineal



Fuente: E, Malcolm, "Time Transient Analysis and Non-Linear Rotordynamics," Leader, P.E. Applied Machinery Dynamics Co.P.O.. p. 1

Se pueden establecer varias fuentes de no linealidad que surgen en el modelado de sistemas torsionales que no cumplen con el *principio de superposición*²². Las fuentes principales de no-linealidad se pueden englobar como:

- **Grandes deformaciones:** cuando los desplazamientos son grandes, las ecuaciones de equilibrio no se pueden plantear sobre la geometría inicial del problema, conocida, sino sobre la final. Además, en las relaciones entre deformación unitaria y desplazamiento deben retenerse los términos cuadráticos, resultando relaciones no lineales.

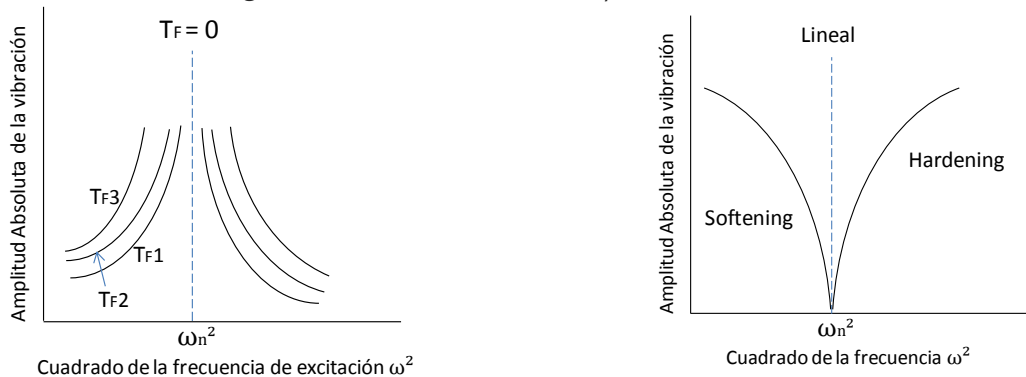
²² Un sistema cumple el Principio de Superposición si su respuesta ante un conjunto de solicitaciones es la suma de las respuestas a cada una de las solicitaciones por separado. Un sistema dinámico cumple el Principio de Superposición y que por lo tanto es lineal si dadas dos entradas $x_1(t)$ y $x_2(t)$ y sus respuestas correspondientes $y_1(t)$ e $y_2(t)$, la respuesta a una entrada $Ax_1(t+t_1) + Bx_2(t+t_2)$ es precisamente $Ay_1(t+t_1) + By_2(t+t_2)$, siendo A, B, t_1 y t_2 cuatro constantes cualesquiera.

- **Determinados tipos de rozamiento o amortiguamiento:** el ejemplo más claro de no linealidad de esta clase es el rozamiento de Coulomb o rozamiento seco, un ejemplo particularmente sencillo de no cumplimiento del Principio de Superposición.
- **No-linealidad en las ecuaciones constitutivas del material:** algunos materiales como el acero, presentan esta no-linealidad sólo para valores grandes de los esfuerzos. La plasticidad es un caso típico de no-linealidad.

14.2 COMPORTAMIENTO NO LINEAL

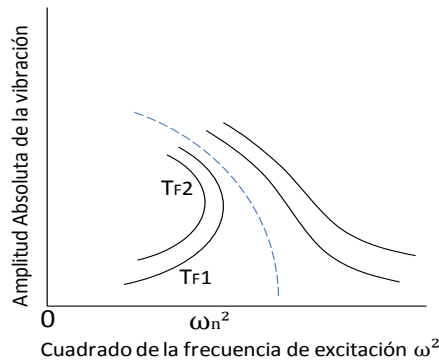
La no linealidad de un sistema torsional puede presentar dos comportamientos; el comportamiento de aplacamiento (softening) en la respuesta del sistema (curvatura a la izquierda) significa que la no linealidad efectiva es negativa, y el comportamiento de intensificación (Hardening) en la respuesta del sistema (curvatura a la derecha) significa que la no linealidad efectiva es positiva (ver Figura 14.2 b)).

Figura 14.2 Características del comportamiento no lineal

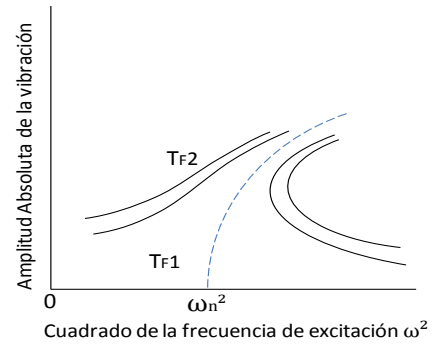


a) Familia de curvas de respuesta para el sistema lineal amortiguado

b) Curvas de vibración libre (frecuencia natural en función de la amplitud) en el diagrama la respuesta de sistemas lineales, Hardening y softening vibración



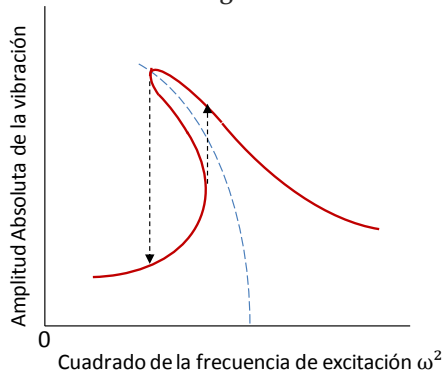
c) Curvas de respuesta de los sistemas no lineales no amortiguados con características Softening de la fuerza de restauración



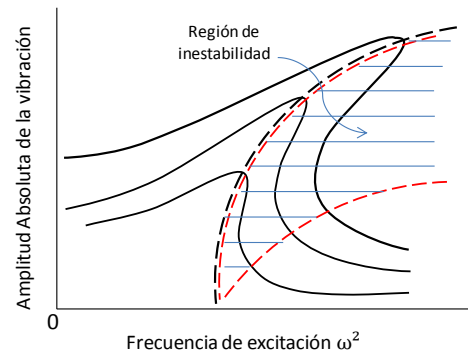
d) Curvas de respuesta de los sistemas no lineales no amortiguados con características Hardening de la fuerza de restauración

Fuente: Los autores

Figura 14.3 Curvas de respuesta de sistemas no lineales amortiguados



a) Fenómeno Jump o salto para sistemas no lineales



b) Región de inestabilidad para un sistema hardening

Fuente: Los autores

Las figuras anteriores sugieren que las curvas de respuesta de vibración forzada para los sistemas con fuerzas de recuperación no lineales tienen la forma general de los de un sistema lineal (Figura 14.2 a)), pero son "inclinadas" a la derecha o la izquierda dependiendo, de si el sistema es hardening o softening. Estos se muestran en la Figura 14.2 c) y d). El principal efecto de amortiguación en la vibración forzada de un sistema no lineal es limitar la amplitud en la resonancia, como se muestra en la Figura 14.3.

Tabla 14.1 *No linealidades en equipos rotativos*

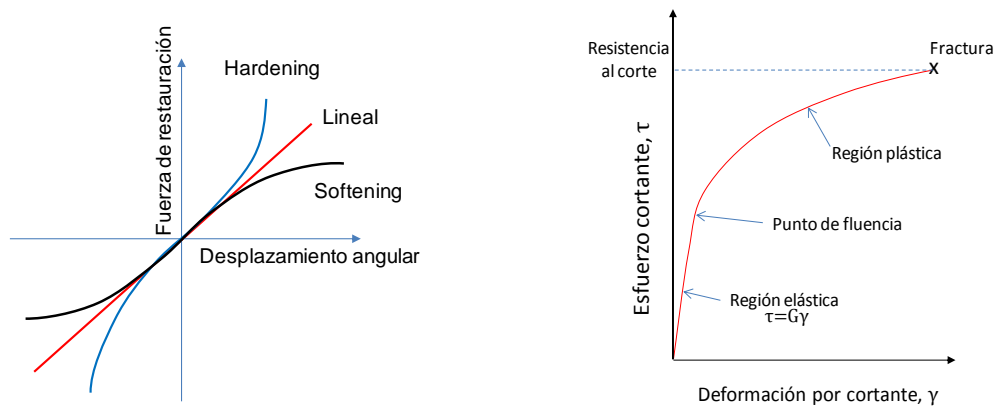
<p>Motores eléctricos y generadores</p> <p>Debido a la fuerte no linealidad de la fuerza electromagnética, que es función del desplazamiento y de la tensión aplicada, el modelo de análisis de este tipo de máquinas rotativas necesariamente tienen que incluir las no linealidades que pueda presentar el sistema.</p>
<p>Sistemas engranados</p> <p>La dinámica no lineal de los sistemas engranados se caracteriza por un cambio de la rigidez periódicamente debido al cambio de número de dientes en el engrane y una reacción de retroceso que puede conducir a una pérdida del contacto entre los dientes. Debido a la reacción de retroceso, el sistema de engranajes tiene características de rigidez no lineales por tramos y, en consecuencia, puede vibrar regularmente o caóticamente en función de los parámetros del sistema y de las condiciones iniciales.</p>
<p>Máquinas con ejes agrietados</p> <p>Debido a la presencia de una grieta un sistema sufre cambios en las frecuencias torsionales naturales, y deja de tener un comportamiento lineal ya que una grieta hace que la dinámica del eje de torsión cambie proporcionalmente, debido a la pérdida de la rigidez en la sección del eje donde esta se presenta ya que a medida que la profundidad de la grieta aumenta esta cambia el área transversal de la sección del eje y por esto el momento de área polar cambia (disminuye) y este cambio se ve reflejado en los modos de vibración y en los cambios en velocidad donde se presenta resonancia</p>
<p>Máquinas con desbalance</p> <p>Para estudiar las no linealidades por desbalance es necesario conocer las características de la vibración lateral ya que esta acoplada a la vibración torsional, la vibración sincrónica torsional se acompaña de pequeños armónicos y cuando la velocidad de rotación está cerca o igual a la mitad de la frecuencia natural de torsión los componentes bisincrónicos son mucho más notables que la componente sincrónica.</p>
<p>Máquinas con fricción en el rotor</p> <p>Las no linealidades por fricción en vibraciones torsionales se han analizado en ejercicio de cadena en un sistema y concluyendo que este fenómeno se presenta por la presencia de fuerzas de amortiguación negativas presente en fuerzas de fricción de cojinetes, entre el rotor y la carcasa o entre la broca y el pozo. Para valores pequeños de desplazamiento, el término negativo de amortiguamiento, suministra energía en el sistema, a pesar de que no hay ningún estímulo externo, el sistema puede tener una solución oscilatoria, y por lo tanto corresponde a un sistema de auto-excitado no lineal.</p>

Fuente: *Los autores*

14.2.1 No linealidad del material

Un sistema torsional simple con deformaciones angulares pequeñas se basa en la suposición de que el eje es elástico y obedece la ley de Hooke; es decir, la curva característica de la fuerza de restauración contra el desplazamiento angular es una línea recta. Sin embargo, muchos materiales no exhiben siempre una característica tan lineal. Cuando la fuerza de restauración aumenta más rápidamente que el desplazamiento angular se conoce como característica de endurecimiento (Hardening), inversamente, ciertos sistemas exhiben una característica de ablandamiento o suavizado (Softening).

Figura 14.4 Comportamiento no lineal del material



Curvas características de la fuerza de restauración para sistemas vibratorios, lineal, hardening y softening

Comportamiento de rigidez torsional no lineal

Fuente: Los autores

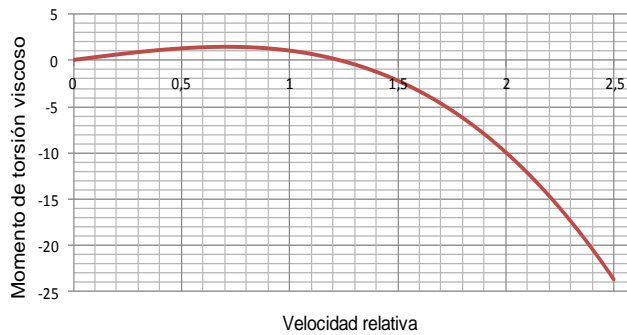
14.2.1.1 Amortiguamiento no lineal

El amortiguamiento no lineal se presenta en sistemas torsionales que incluyen un dispositivo disipador de la energía vibracional, tal con un amortiguador tipo Houdaille con un fluido viscoso no lineal como una silicona. Burdenko [41], demuestra en su estudio que un amortiguador visco-elástico con viscosidad no lineal es más efectivo que un amortiguador de fluido simple.

El momento de torsión viscoso en el amortiguador depende de la velocidad relativa del anillo y el cubo, ya que la viscosidad de una silicona depende del gradiente de velocidad. Se puede representar este comportamiento de la siguiente manera:

$$T_V = C_t(\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2) - \varepsilon(\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2)^3 \quad \text{Ec. 14.1}$$

Figura 14.5 Comportamiento de un fluido visco-elástico

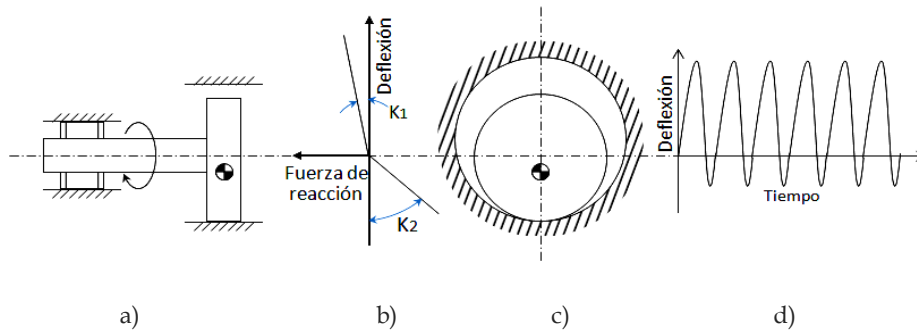


Fuente: Los autores

14.2.2 Holgura y vibroimpacto torsional

En muchos sistemas mecánicos complejos existen espacios libres, ya sea por diseño (para la lubricación o para evitar la interferencia) o debido a errores de fabricación y/o por el desgaste. La vibración de un sistema de torsión con espacios libres puede resultar en un movimiento relativo entre el espacio de holgura y el impacto entre los componentes. Los impactos repetidos, referidos como vibro-impacto, pueden dar lugar a un ruido excesivo y/o a grandes cargas dinámicas²³.

Figura 14.6 Característica no lineal de un rotor con contacto local intermitente en un espacio libre



Fuente: Adaptado de: EHRICH, F. Fredric. self-excited vibration. En: *Shock and Vibration Handbook (6th edition)*. New York: McGraw-Hill Book Company. 2002.

²³ R.J. Comparin; R. Singh. *Non-linear frequency response characteristics of an impact pair*. Journal of Sound and Vibration Volume 134, Issue 2, 22 October 1989, Pages 259-290

14.3 INESTABILIDADES TORSIONALES

Las inestabilidades en un sistema torsional, genera las denominadas vibraciones auto-excitadas, que es una oscilación en presencia de una fuerza externa que depende del movimiento propio del sistema. Los Sistemas auto-excitados comienzan a vibrar por su cuenta espontáneamente, la amplitud aumenta hasta que algún efecto no lineal limita cualquier aumento posterior. La energía que alimenta estas vibraciones se obtiene de una fuente uniforme de energía asociado con el sistema que, debido a un mecanismo inherente en el sistema, da lugar a fuerzas oscilantes. En la vibración auto-excitada la fuerza alternante que sostiene el movimiento es creada o controlada por el movimiento propio del sistema; cuando el movimiento se detiene, la fuerza alternante desaparece.

En maquinaria rotativa existe una variada documentación que estudian muchos fenómenos que causan vibraciones auto-excitadas. Todos estos sistemas de auto-excitación implican mecanismos de transferencia de energía por fricción y/o por el fluido que están presentes en los ejes de los rotores y que generan la fuerza de desestabilización.

Los mecanismos de auto-excitación que han sido identificados se pueden clasificar de la siguiente manera [42]:

Tabla 14.2 *Mecanismos de auto-excitación*

- **Remolineo y latiguelo**
 - Giro histéretico.
 - Fluido atrapado en el rotor.
 - Latiguelo de fricción seca.
 - Latiguelo de rodamiento fluido.
 - Efecto de sello y espacio libre-hélice/impulsor en turbomáquinas.
 - Hélice, impulsor y giro de turbomáquinas.
- **Inestabilidad paramétrica**
 - Eje asimétrico
 - Torque pulsante
 - Carga longitudinal pulsante
- **Inestabilidades en vibraciones forzadas**
 - Vibración Bi-estable
 - Desbalance inestable
- **Giro-roce, adherir-deslizar y traqueteo**
- **Efecto giroscópico**
- **Rigidez e inercia variable**

Fuente: *Los autores*

Tabla 14.3 Inestabilidades que afectan el comportamiento de vibración torsional

GIRO HISTÉRETICO (FRICCIÓN INTERNA)	DEFINICIÓN:
	El remolineo de histéresis es una inestabilidad auto-excitada de un rotor en sus rodamientos, en el que la amplitud de giro del rotor continúa aumentando independiente del estado de equilibrio del rotor, por encima del umbral de velocidad
	OCURRE CUANDO:
	Velocidades de rotación por encima de la primera velocidad crítica del eje (entre más bajo el efecto histéretico, mayor es el nivel posible de rpm de operación de giro libre).
FLUIDO ATRAPADO EN EL ROTOR	MÉTODOS DE PREVENCIÓN:
	Reduciendo al mínimo el número de elementos separados, restringiendo el palmo de rebajos concéntricos y partes equipadas encogidas o reducidas de tamaño,, y proporcionando un bloqueo seguro de los elementos ensamblados manteniéndolos unidos por pernos de sujeción y otros elementos de compresión. Las características de asentamiento de cojinetes también juegan un papel en la supresión del giro histéretico
	DEFINICIÓN:
	La auto-excitación puede ser experimentada donde los líquidos pueden ser inadvertidamente atrapados en la cavidad interna de rotores huecos. La superficie de molinete de la cavidad arrastra el fluido en la dirección de rotación. Este ángulo de avance da lugar a la fuerza centrífuga en el líquido que tiene un componente en la dirección tangencial en el sentido de rotación. Esta fuerza es la base de la inestabilidad, ya que induce giro hacia adelante lo que aumenta la fuerza centrífuga sobre el fluido y por lo tanto aumenta la fuerza de inducción de giro.
LATIGUEO DE FRICCIÓN SECA	OCURRE CUANDO:
	Se ha demostrado que la velocidad de inicio para la inestabilidad siempre está por encima de las rpm crítica y por debajo de dos veces las rpm crítica. Dado que el giro es a la frecuencia crítica del eje, la relación de la frecuencia de giro de las rpm estará en el intervalo de 0,5 a 1,0.
	MÉTODOS DE PREVENCIÓN:
	Cuando el fluido atrapado no es fundamental para la función de la máquina, la medida de prevención apropiada, si la aplicación particular lo permite, es proporcionar agujeros de drenaje en el radio más exterior de todas las cavidades huecas donde podría quedar atrapado el líquido.
LATIGUEO DE FRICCIÓN SECA	DEFINICIÓN:
	El latiguelo de fricción en seco se experimenta cuando la superficie de un eje de rotación entra en contacto con una guía estacionaria sin lubricar, mortaja o sistema de estator. Esto puede ocurrir en un cojinete liso sin lubricar, con la pérdida de holgura en un cojinete hidrodinámico o con contacto en el juego radial de juntas de laberinto.

Tabla 14.3 (Continuación)

	OCURRE CUANDO:
	Se ha sugerido (pero no concluido) que la frecuencia de giro es generalmente inferior a la velocidad crítica
	MÉTODOS DE PREVENCIÓN: Se encuentra que el giro puede ser inhibido si las frecuencias naturales independientes del rotor y estator se mantienen diferentes, es decir, debe diseñarse un rotor muy rígido con un elemento de estator montado muy suave que puede ser objeto de fricciones.
LATIGUEO POR FLUIDO DE COJINETE	DEFINICIÓN: La tendencia a la inestabilidad es evidente cuando esta fuerza tangencial excede las fuerzas inherentes de amortiguación estabilizadoras. Cuando esto sucede, cualquier giro inducido repercute en un aumento de las fuerzas centrífugas; esto, a su vez, cierra aún más la holgura o el espacio libre y resulta cada vez en una mayor fuerza tangencial desestabilizadora.
	OCURRE CUANDO: La inestabilidad se presenta, cuando los ejes giran a una rpm igual o superior a aproximadamente al doble de la velocidad crítica.
	MÉTODOS DE PREVENCIÓN: Restringir las rpm máxima del rotor por debajo del doble de su velocidad crítica más baja. También por variaciones geométricas en el diseño de las guías del cojinete, tales como ranurados y configuraciones de almohadillas de inclinación En casos extremos, el uso de cojinetes de contacto de rodadura en lugar de cojinetes de película de fluido puede ser aconsejable.
	DEFINICIÓN fuerzas de fricción interfacial de amortiguación en la interface del eje del disco causa el giro subsíncrono
	OCURRE CUANDO: Se sabe que la frecuencia de los giros, θ , en el umbral de la inestabilidad es igual a la frecuencia natural, ω_n , del rotor
AMORTIGUAMIENTO POR FICCIÓN INTERNA	DEFINICIÓN Se Investigó la inestabilidad de las turbinas de vapor y se sugirió que holguras no simétricas radiales causadas por un rotor excéntrico podría dar lugar a fuerzas desestabilizadoras, y las llamó fuerzas de excitación por holgura.
	SE PRESENTA EN: Para un compresor axial, se ha encontrado que la magnitud y dirección de las fuerzas de desestabilización son una función muy fuerte a la proximidad del punto de funcionamiento de la línea de pérdida.). La magnitud de la fuerza de desestabilización disminuye drásticamente para las líneas de operación más bajas, y se estabiliza en un valor positivo pequeño (es decir, haciendo una pequeña contribución a la inducción de giro hacia adelante). En el caso de turbomáquinas de flujo radial, las fuerzas de desestabilización se ejercen en un impulsor excéntrico (es decir, desviado dinámicamente) debido a las variaciones de carga de los álabes del difusor.
EFFECTO DE SELLO Y ESPACIO LIBRE-HÉLICE/IMPULSOR EN TURBOMÁQUINAS	

Tabla 14.3 (Continuación)

INESTABILIDAD PARAMÉTRICA	DEFINICIÓN	
	La inestabilidad es inducida por la variación periódica efectiva de parámetros del sistema (rigidez, inercia, frecuencia natural, etc.).	
	TIPOS	
	Inestabilidad lateral debido a torque pulsante. Inestabilidad paramétrica debido a la rigidez del eje. Inestabilidad torsional debido a velocidad variable. Inestabilidad paramétrica debido al momento de inercia. Inestabilidad paramétrica debido a la amortiguación del eje.	
GIRO-ROCE, ADHERIR-DESLIZAR Y TRAQUETEEO	DEFINICIÓN	
	La inestabilidad es causada por la naturaleza irregular de la fuerza de fricción desarrollada a muy bajas velocidades de frotamiento. A altas velocidades, la fuerza de fricción es esencialmente independiente de la velocidad de contacto. Sin embargo, a velocidades muy bajas de contacto se presenta el fenómeno de adherencia estática "sticktion" o fricción estática, donde se encuentran los niveles más altos de fuerza de fricción	
	CUANDO OCURRE:	
	La relación de frecuencia de vibración a la velocidad de rotación será mucho mayor que la unidad. Mientras que la vibración asociada con stick-slip o chatter es la vibración torsional, también pueden producirse vibraciones laterales planas.	
INESTABILIDADES EN VIBRACIÓN FORZADA	DEFINICIÓN	
	Es inducida por la interacción de la vibración forzada sobre los mecanismos de la respuesta del sistema, o en el propio desbalance. Dos manifestaciones de tales inestabilidades son; la vibración biestable y el desequilibrio inestable	
	CUANDO SE PRESENTAN:	
	Estas inestabilidades son caracterizadas por la vibración forzada en una frecuencia igual a la rotación del rotor (inducido generalmente por desbalance), pero con la amplitud de esa vibración siendo inestable.	
	TIPOS	
	Vibración biestable	se ha observado en un sistema de rotor soportado por cojinetes. La no linealidad en la rigidez provoca un "inclinación hacia la derecha" en el pico en la curva de respuesta cuando el rotor está funcionando en la proximidad de su velocidad crítica y siendo estimulado por el desbalance
Desequilibrio inestable	ha sido estudiado en las turbinas de vapor, el fenómeno es algunas veces llamado el efecto Newkirk en referencia a sus registros de la observación experimental. Donde el rotor "vibraría con la frecuencia de su rotación, obviamente causado por el desbalance, pero la intensidad de la vibración podría variar periódicamente y muy lentamente	

Tabla 14.3 (Continuación)

EFFECTO GIROSCÓPICO	DEFINICIÓN	
	Es un movimiento que se genera siempre que el eje alrededor del cual un cuerpo está en rotación gira a su vez alrededor de otro eje (Movimiento de precesión)	
	QUE AFECTA	
	El efecto giroscópico tienen una influencia sobre las frecuencias naturales, velocidades críticas y respuesta de desequilibrio del rotor, incluyendo giros de retroceso	
RIGIDEZ VARIABLE	DONDE SE PRESENTAN	
	Algunos mecanismos de barras accionados por motores eléctricos presentan una rigidez variable, y esto tiene un efecto en la respuesta vibracional del eje del motor.	
	QUE LO CONTRIBUYE	
	El motor tiene un momento de inercia de masa constante, siendo una pieza giratoria pura, pero las dos barras laterales contribuyen a la rigidez variable.	
INFLUENCIA DE MASAS ACOPLADAS	OBJETIVO	
	El propósito de acoplar masas a un sistema rotor es controlar el desbalance. En aplicaciones prácticas, los elementos de equilibrio pueden tomar varias formas.	
	CARACTERÍSTICAS	
	Los balanceadores deben tener suficiente peso y operar en un radio de tal manera que el producto de su peso y la excentricidad máxima que pueden alcanzar sea equivalente al momento de la carga desequilibrada.	
	DONDE SE UTILIZAN	
	El uso de sistemas auxiliares de masas o balanceadores para neutralizar el desequilibrio de maquinarias rotativas agrega al sistema una nueva inercia que debe ser considerada en el estudio de la vibración torsional	
EFFECTO DE LA LONGITUD DEL EJE	Torque whirl	Cuando el eje del disco rotor no está alineado con el eje del rodamiento, como es el caso con un rotor en voladizo, se ha demostrado que un giro no sincrónico (torque whirl) puede ocurrir como resultado de la falta de alineación entre el par de carga y el par de accionamiento
	Buckling torque	Cuando el eje de accionamiento es largo, delgado y hueco, hay una posibilidad para que el torque genere un fenómeno de pandeo conocido como "Buckling torque". Este fenómeno también es conocido como el problema de Greenhill
	Gravedad crítica	Se trata de una velocidad crítica secundaria comúnmente llamada gravedad crítica, lo que puede ocurrir en un rotor muy pesado ligeramente amortiguado. La velocidad crítica se produce en aproximadamente la mitad de la frecuencia natural del rotor y

		su amplitud de la deformación en la velocidad crítica es limitada y aproximadamente el doble de la desviación estática del rotor
	Arco del eje (Shaft bow)	Un rotor con un arqueado en el eje se comportará de manera similar a un rotor con una masa excéntrica. A altas velocidades del rotor ($\omega \gg \omega_{cr}$), el eje tenderá a corregir el arco. Cuando el arco del eje se combina con una excentricidad másica, patrones de comportamiento únicos se producen en función del ángulo de fase entre el arco y la masa excéntrica

14.4 DISCUSIÓN DEL CAPÍTULO

- Las máquinas rotativas presentan características de no linealidades cuando; se encuentra en un estado de alta velocidad, geometría y material con comportamiento no lineal, a inestabilidades propias del sistema, tales como la fricción, la no linealidad electromagnética, la rigidez variable de algunos elementos mecánicos, entre otros y debido también a la no linealidad de algunos dispositivos conectado directamente al eje de rotación.
- Conocer el origen de las no linealidades y de las inestabilidades que influyen en la vibración torsional en los sistemas reales nos permite obtener funciones adecuadas para modelar este comportamiento y así obtener unos modelos matemáticos que arrojen resultados más precisos para mejorar los diseños y evitar daños cuando las máquinas ya estén en servicio.
- Dependiendo de las características del sistema que influyen en la fuerza de restauración se tienen dos comportamientos relevantes en la curvas de resonancias; comportamiento de suavizado (softening) y comportamiento de endurecimiento (Hardening).
- La forma de evaluar las zonas o los rangos de velocidad donde el sistema es estable o presenta inestabilidad se puede realizar por medio de diagramas aplicando el método de Lyapunov exponents.
- Existen varios métodos para solucionar las de ecuaciones no lineales del modelo matemático de los sistemas torsionales, el más utilizado en la actualidad es el

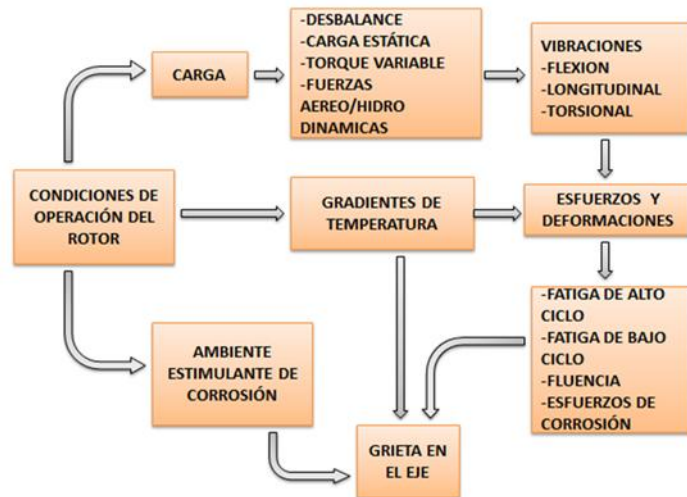
método de balance armónico (*HBM Harmonic Balance Method*) que permite identificar de manera más acertada las zonas de inestabilidad.

- Las inestabilidades paramétricas introduce no linealidades al sistema en el modelo matemático ya que estas son función del tiempo o de otro parámetro del sistema (por ejemplo la rigidez variable) y hacen que obtener un modelo lo bastante cercano al real sea difícil.

15.1 AGRIETAMIENTO EN EJES

El agrietamiento de los ejes se lleva a cabo por diversos factores (Ver Figura 15.1) como ciclos de fatiga baja, fatiga alta, corrosión, entre otros.

Figura 15.1 Factores estimulantes de grietas en los ejes

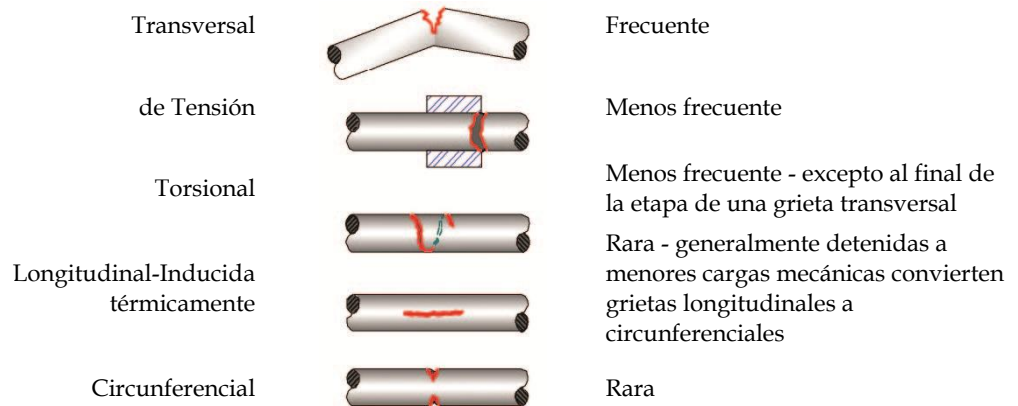


Fuente: Los autores

La falla ocurre cuando el material que no ha sido afectado por las grietas no puede resistir las cargas aplicadas. La falla en el material puede ser de una manera frágil o dúctil, dependiendo de las condiciones predominantes. Se produce una falla inminente ya cuando la grieta ha alcanzado un tamaño crítico. Basado en sus geometrías, las grietas se pueden clasificar de la siguiente manera [43]:

- Las grietas perpendiculares al eje son denominadas grietas “**transversales**”, las cuales son más comunes y más graves ya que reducen la sección transversal y con ello debilitan al rotor. La mayoría de las investigaciones anteriores y actuales se centra en la detección de este tipo de grietas, que se caracteriza porque se introduce una flexibilidad local en la rigidez del eje que se debe al concentrador de esfuerzos de energía en las proximidades de la punta de la grieta.
- Las grietas que se abren cuando la parte de material afectado se somete a esfuerzos y se cierra cuando el esfuerzo se invierte, estas son conocidas como grietas de “**respiración**”. La respiración resulta de las no linealidades en el comportamiento vibratorio del rotor. La mayoría de los esfuerzos de investigaciones teóricas se concentran principalmente en la “respiración transversal” por su importancia en la práctica.
- Las grietas “**circunferenciales**” son una consecuencia de las grietas longitudinales que se propagan en dirección radial.
- Grietas paralelas al eje que son conocidas como grietas “**longitudinales**”.

Figura 15.2 Tipos de grietas



Fuente: Adaptado de BOSMANS, Ronald . Shaft Crack. Detection Methodology for Reactor Coolant & Recirculation Pumps. EPRI Predictive Maintenance Users Group. Maryland : Vibration Forum in Annapolis, 2006

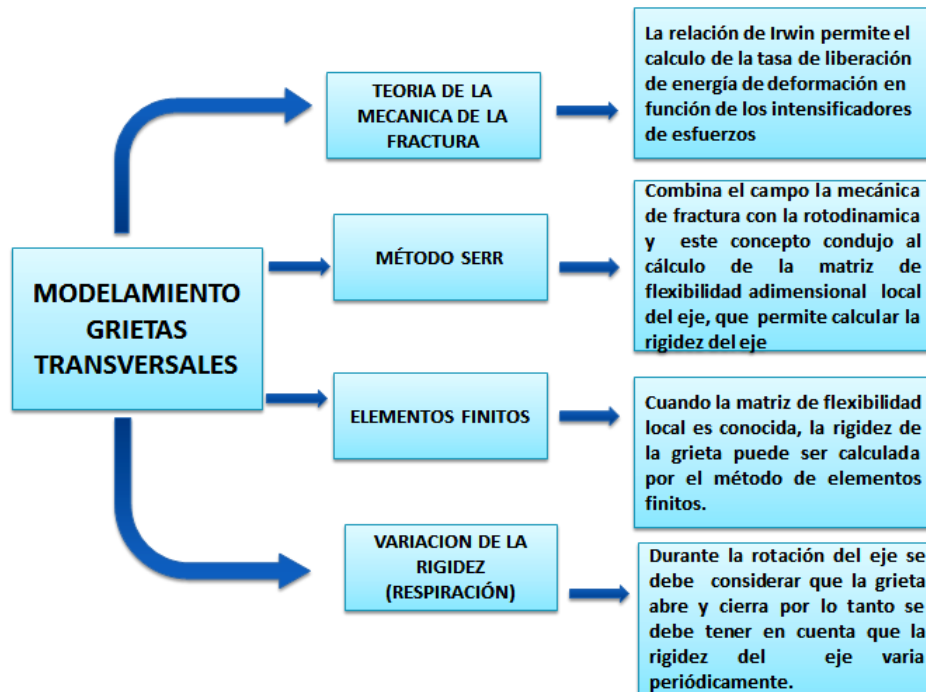
15.2 GRIETAS TRANSVERSALES

El comportamiento de un rotor agrietado lineal o no lineal depende del mecanismo de apertura y cierre de la grieta durante la rotación del eje.

15.2.1 Variación de la rigidez del eje agrietado con el cierre/apertura de la grieta (no linealidad)

Cuando el eje está girando se debe considerar que la grieta se abre y se cierra según los esfuerzos desarrollados en la superficie de la grieta. Si estos esfuerzos son de tracción la grieta se abre, lo que conlleva a una reducción de la rigidez; pero cuando los esfuerzos son de compresión la grieta permanece cerrada y tiene la misma rigidez que cuando el eje no tiene una grieta. Hay una situación intermedia entre las dos condiciones anteriores (grieta abierta y cerrada) parcialmente abierta y parcialmente cerrada. La respiración de la grieta es importante para el modelamiento de esta y puede ser aproximada ya sea por la variación de la rigidez sinusoidal o por la fluctuación de la rigidez.

Figura 15.3 Modelamiento grietas transversales



Fuente: Los autores

Cuando la grieta se encuentra completamente abierta, la matriz de rigidez del eje se puede determinar utilizando los coeficientes de flexibilidad adicional. Cuando la grieta está completamente cerrada la matriz de rigidez es simplemente la de un eje sin grieta. Durante la rotación del eje se debe considerar que la grieta abre y cierra por lo tanto se debe tener

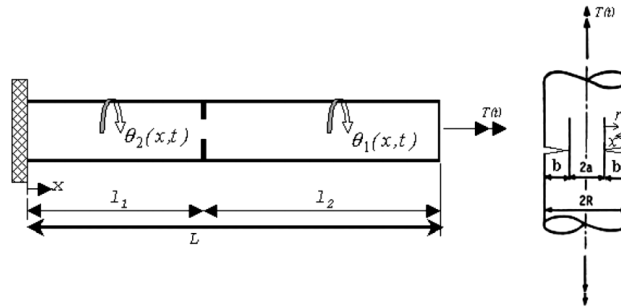
en cuenta que la rigidez del eje varia periódicamente. Para este caso φ es el ángulo que forma el eje perpendicular al fondo de la grieta con la dirección supuesta del desplazamiento transversal del eje, la variación de rigidez puede ser evaluado para cada ubicación de φ .

La forma de apertura de la grieta depende del sistema de cargas que actúa en la sección agrietada, de la razón profundidad de la grieta/diámetro del eje y de la esbeltez del eje (razón largo/diámetro). Como la forma de apertura de la grieta depende de muchos parámetros, específicamente de muchas combinaciones posibles de cargas, no es posible expresar los coeficientes de rigidez del eje agrietado y será necesario calcularlos para cada caso particular. Sin embargo, con el objeto de simplificar el procedimiento de cálculo, la mayoría de los autores especifican de antemano una forma de variación de los coeficientes de rigidez con la posición de la grieta en el eje variando entre un valor máximo cuando la grieta está completamente cerrada a un valor mínimo cuando la grieta está completamente abierta.

15.3 GRIETAS CIRCUNFERENCIALES

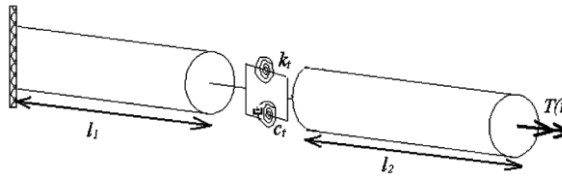
El modelo esquemático de un eje con una grieta circunferencial [44] se muestra en la Figura 15.4, es sometido a una carga de torsión dinámica $T(t)$; el material del eje se supone elástico lineal, perfectamente plástico. Con el fin de evaluar la respuesta dinámica de torsión del eje con una grieta circunferencial, el modelo consiste en dos segmentos conectados mediante un resorte de torsión que representa la flexibilidad local y un amortiguador de torsión que representa la pérdida de energía local de la región de la fractura. El valor de la constante del resorte de torsión se obtiene mediante la evaluación de la resistencia de la sección agrietada del eje para el desplazamiento rotacional. La constante de amortiguamiento de torsión se determina teniendo en cuenta la pérdida de energía en la región de la fractura debido a la deformación de plasticidad cíclica en el borde de la grieta y la pérdida de energía por ficción que se debe a la interacción de la superficie de la grieta.

Figura 15.4 Modelo esquemático de un eje con una grieta circunferencial



Fuente: VAZIRI, A. y NAYEB-HASHEMI, H. A theoretical investigation on the vibrational characteristics and torsional dynamic response of circumferentially cracked turbo-generator shafts. *International Journal of Solids and Structures* 43. 2006.pp. 4066

Figura 15.5 El modelo del sistema de la Figura 15.4



Fuente: VAZIRI, A. y NAYEB-HASHEMI, H. A theoretical investigation on the vibrational characteristics and torsional dynamic response of circumferentially cracked turbo-generator shafts. *International Journal of Solids and Structures* 43. 2006.pp. 4066

15.4 GRIETAS LONGITUDINALES

Las grietas longitudinales se conocen como grietas que se presentan paralelas al eje. En la literatura se encontró muy poco sobre el tema ya que en su mayoría están grietas no son nocivas debido a que se propagan lentamente y por lo general no afecta el funcionamiento de la máquina. “Una de las posibles causas de la existencia de este tipo de grietas es la expansión y contracción térmicas en ejes de bombas de refrigeración.”²⁴

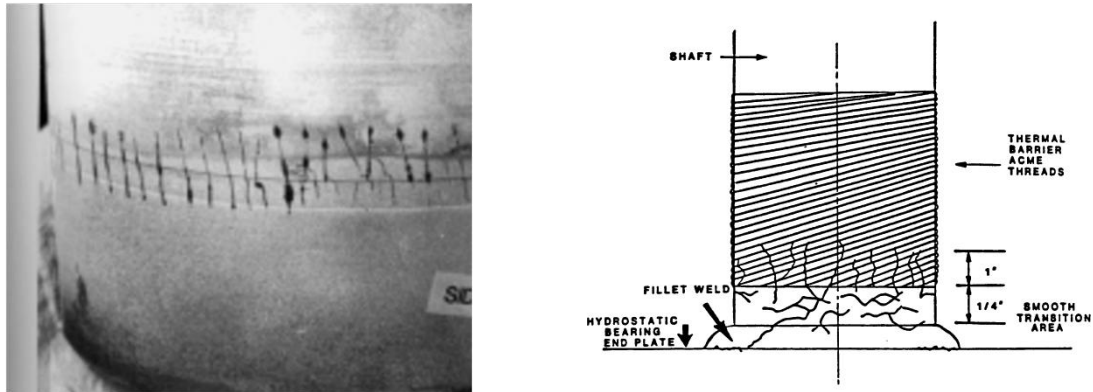
En el artículo [45] se afirma que de acuerdo a inspecciones realizadas en bombas de refrigerante del reactor se ha demostrado que el agrietamiento de los ejes es inducido térmicamente. Las grietas se inician como grietas longitudinales en el eje; sin embargo con

²⁴ GOPALAKRISHANN, S., VAGHASIA, G.K. y REIMERS, C.R. *Crack Propagation in Main Coolant Pumps*. Los Angeles, California : s.n.

suficientes cargas mecánicas las grietas longitudinales pueden cambiar de dirección y propagarse de forma circunferencial. El tiempo en que tarda para la transición de grietas longitudinales de crecimiento lento a grietas circunferenciales de crecimiento más rápido depende de la magnitud de las cargas mecánicas aplicadas en el eje de la bomba, lo cual podría tomar años. Se debe tener en cuenta que en los ejes la grieta circunferencial se propaga rápidamente; y si no se detecta a tiempo puede ocasionar la separación completa del eje. [46]

Un tipo de detección para las grietas longitudinales es la inspección por líquidos penetrantes, en la Figura 15.6 se observa el resultado de un examen en el eje de la bomba de recirculación.

Figura 15.6 Grietas longitudinales en eje de bomba de recirculación.

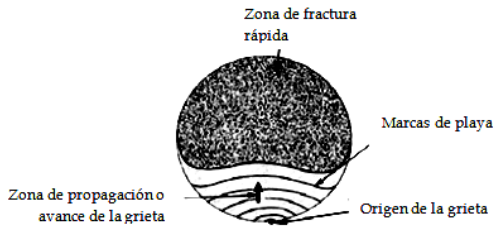



Fuente: DIERCKS, D.R. Analysis of Failed Nuclear Plant Components. *Journal of Materials Engineering and Performance*. 1993, Vol. 2, 6, págs. 799-806.

15.5 FATIGA TORSIONAL

El daño de los materiales inducida por la repetición cíclica de los ciclos de esfuerzo se conoce como *fatiga*. El desarrollo de la fatiga depende de muchos factores como: rugosidad de la superficie, esfuerzos residuales, dimensiones del eje, efectos de sobrecargas accidentales, presencia de muescas, presencia de esfuerzos multiaxiales, presencia de desgastes; entre otros factores que influyen en la resistencia a la fatiga de los materiales.

Tabla 15.1 Características de la fatiga torsional.

CARACTERÍSTICAS DE LA FATIGA TORSIONAL		
Fases de fractura por fatiga	Inicio de la grieta (fase I)	
	Propagación de la grieta (Fase II)	
	Fractura final (Fase III)	
Marcas de progresión: Describen el crecimiento de la grieta	Marcas de playa: Indican la punta de inicio de la grieta y aparecen como anillos que se expanden, dando un patrón circular o semicircular	
	Marcas de sierra: marcas perpendiculares a la superficie a partir de la cual se origina la fractura por fatiga	
Ciclos	Fatiga de ciclo bajo: < 10000 ciclos	Se caracteriza por una gran deformación plástica. Implica ciclos grandes y vida relativamente corta
	Fatiga de ciclo alto: > 10000 ciclos	Los esfuerzos y deformaciones se encuentran en la región elástica
Crecimiento de la grieta por fatiga	$\frac{da}{dN} = \frac{C(1-f)^n \Delta K_0^n (1 - (\Delta K_{th}/\Delta K_0))}{(1-R)^n \left(1 - \frac{\Delta K_0}{(1-R)K_C}\right)}$	
	Donde f es la función de apertura de la grieta, R es la relación de esfuerzos mínima y máxima, K_C es la tenacidad del material, K_0 es la variación cíclica del factor de intensidad de esfuerzos, C y n son constantes que dependen del tipo del material	

Fuente: Los autores

15.5.1 Metodología de la estimación de la fatiga torsional

Para la metodología de estimación se analiza la fatiga torsional usando un enfoque de deformación local. Este enfoque se basa suponiendo que la vida de la fatiga de un eje es controlado por la deformación cíclica de su superficie. Así una muestra lisa sometida al mismo historial de esfuerzo-deformación como el material de la superficie de un intensificador de esfuerzo o “muesca” (por ejemplo un concentrador de esfuerzos debido a un agujero o filete) en el eje real podría iniciarse una grieta por fatiga en el mismo número de ciclos. Este enfoque permite que sea posible estimar los gastos de vida de un eje de la

maquina con o sin muescas que se ha sometido a un historial de carga de torsión compleja de perturbaciones transitorias.²⁵

15.6 ANÁLISIS DE VIBRACIONES EN EJES AGRIETADOS

El principio básico durante la propagación de una grieta es que el eje que la contiene pierde rigidez, lo que provoca cambios en las vibraciones de la máquina. Para diagnosticar correctamente esta falla, debemos mirar toda la información obtenida de la amplitud de la vibración y los datos de fase cuidadosamente.

15.6.1 Características de las vibraciones en grietas transversales

Los siguientes efectos en las vibraciones torsionales se pueden esperar cuando existe una grieta en [47]:

- La rigidez torsional reduce las frecuencias naturales torsionales.
- La variación de la rigidez torsional podría excitar componentes de la vibración de banda lateral cuando un torque senoidal es aplicado.
- La variación de la rigidez torsional 1X periódico excita las vibraciones torsionales periódicas, cuando un torque constante es aplicado (excitación paramétrica).
- Debido al acoplamiento del mecanismo torsión-flexión las vibraciones torsionales son excitadas incluso si la única carga del eje sea su propio peso.

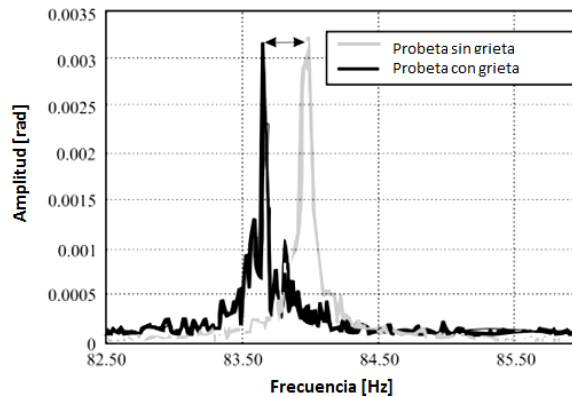
15.6.1.1 Cambio de la frecuencia torsional natural

El cambio de la frecuencia natural torsional se puede medir sólo si una excitación de torsión está presente o se aplica al eje, con el fin de excitar la resonancia torsional. Hay que tener en cuenta que las frecuencias naturales torsionales de los rotores con grietas se deducen de los picos en la respuesta y se miden durante la rotación del eje, cuando la grieta está respirando y no cuando está completamente abierta, de otro modo el cambio en la frecuencia puede sobreestimarse. Para grietas en otras posiciones los cambios de la

²⁵ DUNCAN, Walker. Torsional Fatigue. *Torsional Vibration of turbomachinery*. New York : Mc Graw Hill, 2004, 10, págs. 113-118.

primera frecuencia natural podría ser mucho menor o incluso podrían tender a desaparecer. [47]

Figura 15.7 Curvas de respuesta de la frecuencia torsional



Fuente: BACHSCHMID, N., PENNACCHI, P. y TANZI, E. Some Special Effects Caused by Cracks. *Cracked Rotors A Survey on Static and Dynamic Behaviour Including Modelling*. s.l. : Springer, 2010. pp. 253

15.6.1.2 Excitación de componentes de banda lateral de vibración torsional del eje

Algunos de los componentes a diferentes frecuencias que se espera en el espectro de respuesta del sistema torsional son:

- La frecuencia de excitación f_e
- Frecuencias iguales a la frecuencia f de rotación del sistema en estado estacionario, según los componentes armónicos de la matriz de rigidez $[K(\omega t)]$

En la Figura 15.8 se observa los resultados calculados de la excitación armónica en resonancia con la primera frecuencia natural torsional ($f_c = 88 \text{ Hz}$)

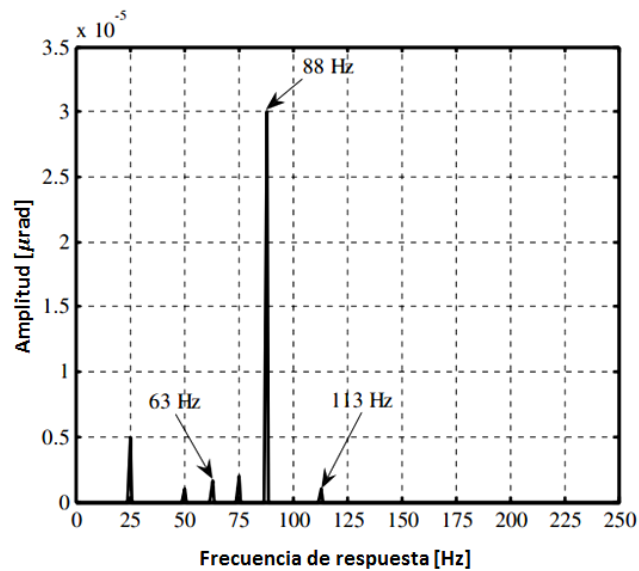
El espectro muestra:

- La amplitud de $5 \mu\text{rad}$ de 25 Hz debido a la excitación paramétrica (1X variación de la rigidez torsional) y amplitudes más bajas para los armónicos más altos (50,75 Hz). Estas excitaciones son proporcionales al torque aplicado, que era muy pequeño en este caso en comparación con el diámetro del eje. Este eje podría

permitir torques de hasta 20 a 30 veces el valor real : en consecuencia la excitación paramétrica sería 20 a 30 veces mayor ;

- La amplitud de $30 \mu\text{rad}$ de resonancia (88 Hz), que depende de la amplitud del torque de excitación armónica.
- La amplitud de $1.6 \mu\text{rad}$ en banda lateral frecuencia de 63 Hz (88 Hz - 25 Hz) y un pico más pequeño a 113 Hz (88 Hz +25 Hz), que también dependen de la torque de excitación.

Figura 15.8 Respuesta calculada con excitación en resonancia, dos componentes de banda lateral (63 y 113 Hz) y excitaciones paramétricas (25,50 y 75 Hz)



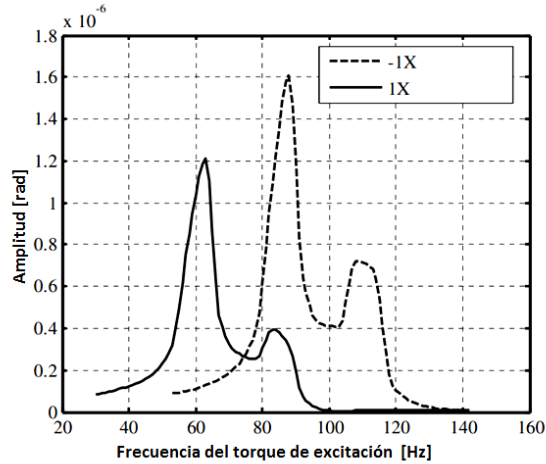
Fuente: BACHSCHMID, N., PENNACCHI, P. y TANZI, E. Some Special Effects Caused by Cracks. *Cracked Rotors A Survey on Static and Dynamic Behaviour Including Modelling*. s.l. : Springer, 2010. pp. 256

Si la frecuencia de excitación es barrida en el rango de 30 a 140 Hz y bandas laterales de 1X y 2X se calculan, se obtiene en la Figura 15.9.

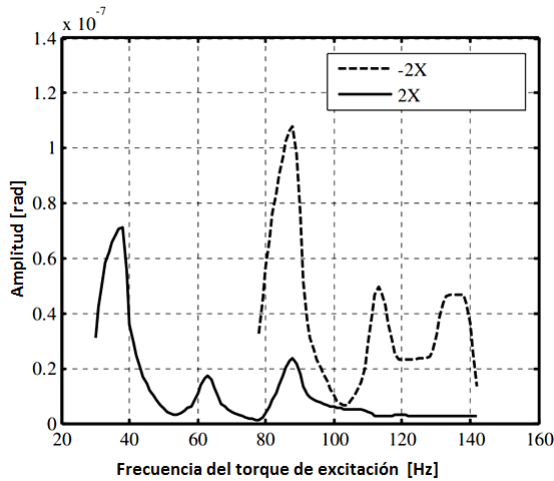
Las amplitudes de bandas laterales son en general bastantes pequeñas, pero, obviamente, están relacionados con la posición de la grieta y de la medición, así como a la amplitud del torque de excitación. En turbomaquinaria industrial el torque de excitación dinámico es generalmente poco fuerte, por lo tanto, difícilmente se medirán bandas laterales de excitación paramétrica y sólo serán efecto mensurable en vibraciones torsionales, pero sólo para las grietas de respiración (y no para grietas abiertas).

15.6.1.3 Excitación torsional de un eje vertical de una bomba centrífuga

Figura 15.9 Componentes de bandas laterales 1X y 2X



a) Componentes de banda lateral 1X ($f_e - 25 \text{ Hz}$) y ($f_e + 25 \text{ Hz}$)



b) Componentes de banda lateral 2X ($f_e - 50 \text{ Hz}$) y ($f_e + 50 \text{ Hz}$)

Fuente: BACHSCHMID, N., PENNACCHI, P. y TANZI, E. Some Special Effects Caused by Cracks. *Cracked Rotors A Survey on Static and Dynamic Behaviour Including Modelling*. s.l. : Springer, 2010.pp. 257

Las segunda y tercera respuestas armónicas de las vibraciones laterales que se muestra en la Figura 15.9 a), debido al momento de flexión estática y excitado por la grieta de

respiración, muestran amplitudes muy pequeñas que difícilmente podrían ser detectados por un sistema de monitoreo

El efecto más importante de la presencia de la grieta está dado por la respuesta torsional que se observa en la Figura 15.9 b). El primer componente armónico excitado por el torque estático y por la rigidez torsional periódico de la grieta con respiración se vuelve particularmente alta cuando la máquina atraviesa la resonancia torsional (a 1.566 rpm, que corresponde a 26,1 Hz).

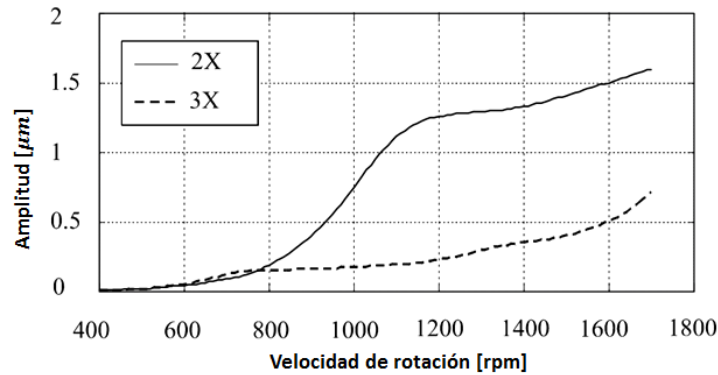
También el segundo componente armónico (a 1.641 rpm correspondiente a la mitad de la segunda frecuencia natural de 54,7 Hz) está fuertemente excitado por el mismo mecanismo. También el efecto de acoplamiento, por ejemplo, la excitación de vibraciones torsionales debido a la carga de flexión, está presente pero su contribución es más bien pequeña (como se muestra mediante el cálculo grieta siempre abierta en el que sólo el efecto de acoplamiento excita las vibraciones de torsión).

Los diagramas en la Figura 15.10 muestran las vibraciones laterales y torsionales excitadas en la medición por una grieta sin respiración (siempre abierta). En comparación con el caso de una grieta con respiración, se pueden establecer las siguientes consideraciones cuando la grieta está abierta:

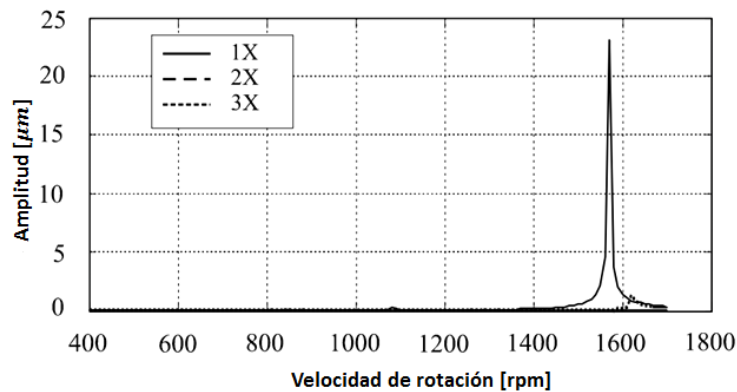
- El segundo y tercer componente armónico de la vibración a la flexión aumentan ligeramente y la pequeña perturbación en correspondencia de la velocidad crítica lateral desaparece.
- El segundo componente armónico se debe a la variación de la rigidez de flexión sinusoidal 2X y a la carga de flexión estática.
- Las vibraciones torsionales han disminuido considerablemente (por un factor de 10) porque la excitación torsional es el resultado de solamente al efecto de acoplamiento.

En resumen, los resultados más importantes son los siguientes. En la medición de la excitación de las vibraciones torsionales resultado de la existencia de una grieta con respiración podría ser consistente en: resonancias 1X y 2X se excitan a velocidades que se aproximan a la velocidad de funcionamiento de la bomba de rotación. Estas se pueden medir sólo si la velocidad de funcionamiento es en realidad mayor que la primera velocidad crítica torsional. La excitación de vibraciones de flexión es en cambio más bien pequeño y no constituye un síntoma de la presencia de una grieta. En el caso de la grieta de no respiración la excitación de vibración torsional es mucho más débil pero todavía reconocible de las velocidades críticas. Las vibraciones de flexión son muy pequeñas para ser utilizado como un síntoma importante de la presencia de la grieta.

Figura 15.10 Vibraciones en el eje- grieta abierta (sin respiración)



a) Componentes de vibración lateral armónica 2X y 3X



b) Componentes de la vibración torsional

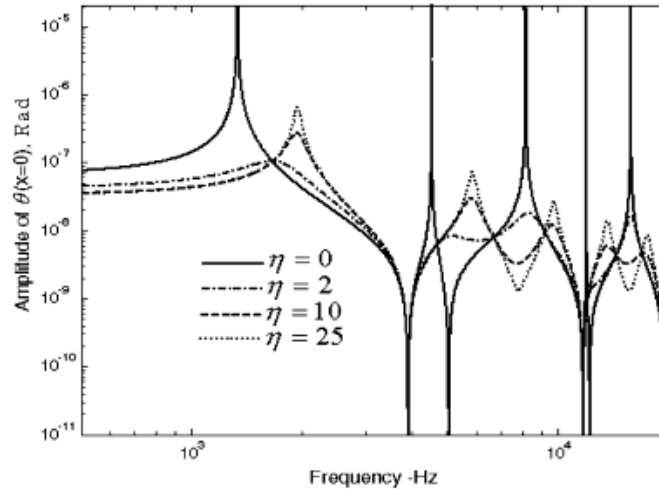
Fuente: BACHSCHMID, N., PENNACCHI, P. y TANZI, E. Some Special Effects Caused by Cracks. *Cracked Rotors A Survey on Static and Dynamic Behaviour Including Modelling*. s.l. : Springer, 2010.pp. 264

15.6.2 Características de las vibraciones de grietas circunferenciales

La Figura 15.11 muestra la respuesta de frecuencia del eje en el punto de la aplicación de la carga de torsión armónica con la amplitud de 1 m N, por varios factores de pérdida de energía locales, η . La grieta circunferencial se encuentra localizada en la mitad del eje con una tamaño de grieta $\gamma = 0.5$ (γ parámetro definido en la sección 9.3.1 del anexo SEMINARIO DE INVESTIGACIÓN EN VIBRACIÓN TORSIONAL EN MAQUINARIA ROTATIVA Y RECIPROCANTE). Los resultados indican que la pérdida de energía local afecta a la amplitud de la vibración, así como las frecuencias en las que se producen

respuestas de los picos. La amplitud del sistema se reduce drásticamente con la introducción del factor de pérdida local en la respuesta del sistema.

Figura 15.11 Efectos de la pérdida de energía local sobre la frecuencia de respuesta



Fuente: VAZIRI, A. y NAYEB-HASHEMI, H. A theoretical investigation on the vibrational characteristics and torsional dynamic response of circumferentially cracked turbo-generator shafts. *International Journal of Solids and Structures* 43. 2006. pp. 4077

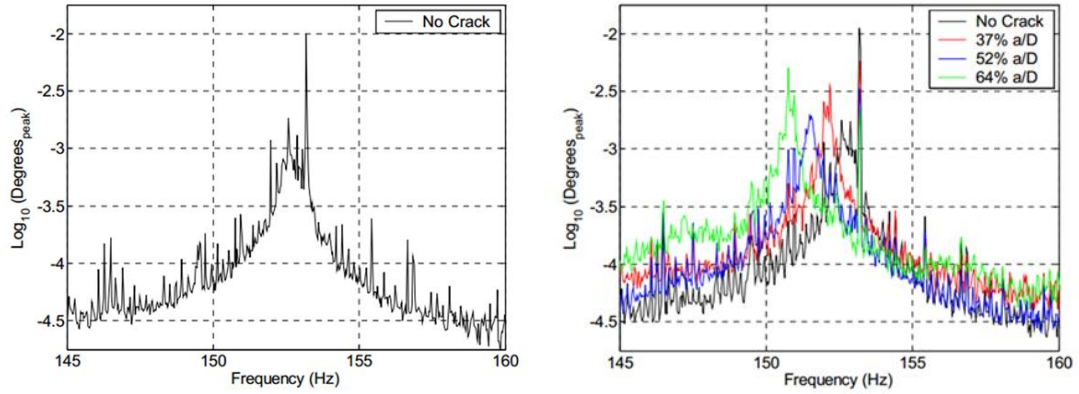
La sensibilidad de la frecuencia de respuesta pico para el factor de pérdida local es más pronunciado para bajas frecuencias de respuesta pico para la geometría y la ubicación grieta estudiado.

15.6.3 Análisis de vibraciones con crecimiento progresivo de la grieta

Una plataforma de pruebas fue construido para medir las vibraciones torsionales del eje de rotación cuando esta agrietado en condiciones controladas de laboratorio en [48]. Las pruebas de vibración torsional con crecimiento progresivo de la grieta por fatiga muestra que:

- Existe un cambio identificable en la frecuencia natural que puede ser detectado en relación con el origen de la falla del eje.
- La rigidez torsional (GJ) mostró una disminución apreciable en relación con el crecimiento de las grietas.
- Una disminución de la primera frecuencia natural torsional que no es lineal con respecto a la profundidad de la grieta en relación con el diámetro del eje. (Ver Figura 15.12 y Figura 15.13)

Figura 15.12 Espectros de vibración torsional

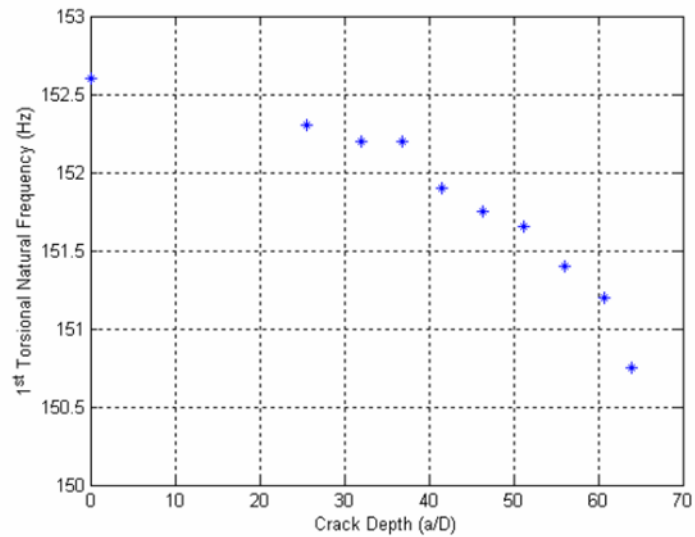


a) Espectro típico de vibración torsional

b) Espectro de vibración torsional para la prueba del laboratorio

Fuente: BIERYLA, Dennis J., y otros. Shaft Crack Monitoring via Torsional Vibration Analysis. Part 1 – Laboratory Tests. pp. 5

Figura 15.13 Primera frecuencia natural torsional Vs. Profundidad de la grieta por fatiga

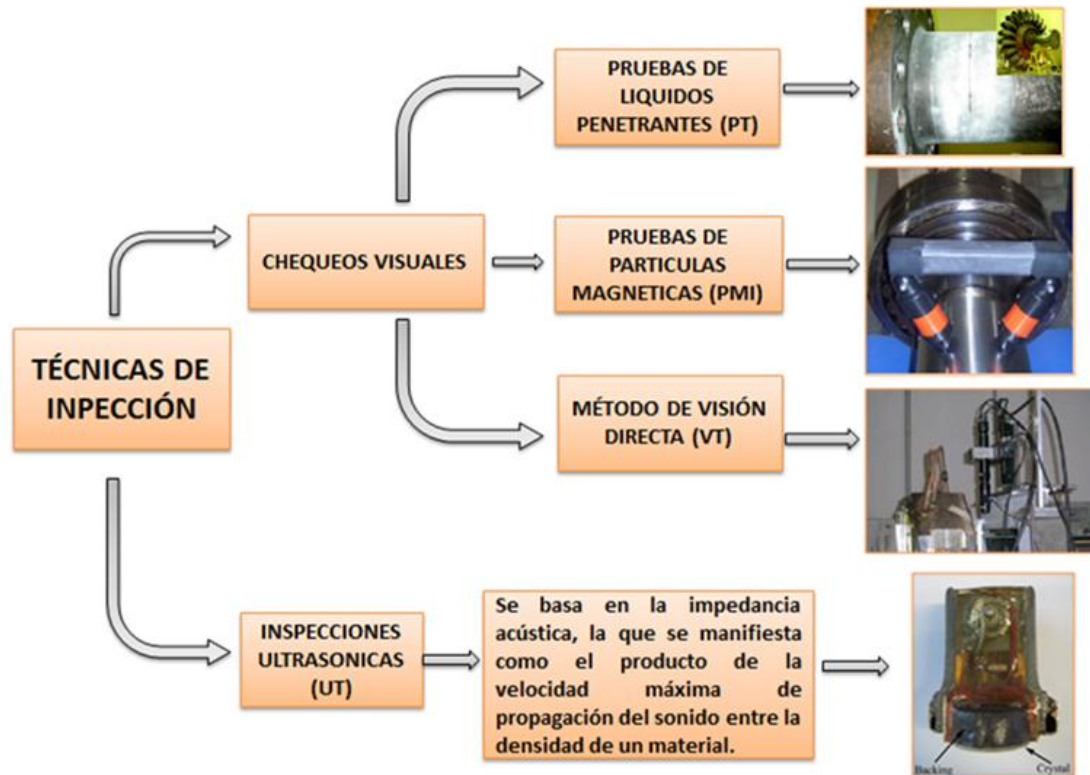


Fuente: BIERYLA, Dennis J., y otros. Shaft Crack Monitoring via Torsional Vibration Analysis. Part 1 – Laboratory Tests. pp. 5

15.7 TÉCNICAS DE INSPECCIÓN

Las pruebas no destructivas, como su nombre lo indica, no alteran de forma permanente las propiedades físicas, químicas, mecánicas o dimensionales de un material. Por ello no inutilizan las piezas que son sometidas a los ensayos y tampoco afectan de forma permanente las propiedades de los materiales que las componen

Figura 15.14 Técnicas de inspección (no destructibles)



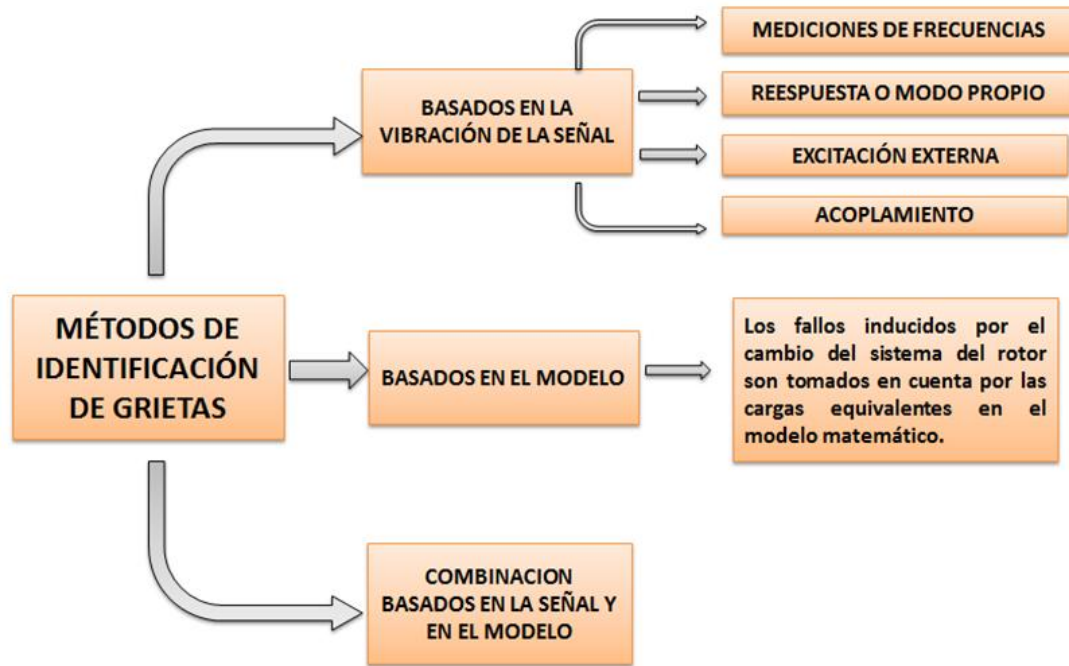
Fuente: Los autores

15.8 MÉTODOS DE IDENTIFICACIÓN DE GRIETAS

Sabnavis et al. [49] ha publicado una revisión de la literatura en 2004 donde se concentraron en la detección de grietas en los ejes utilizando (a) métodos basados en la

vibración de señal (o modelo), (b) pruebas modales (modos propios o cambios frecuencias propias, la respuesta a la excitación aplicada especialmente) y (c) Otros.

Figura 15.15 Métodos de identificación



Fuente: Los autores

15.9 DISCUSIÓN DEL CAPÍTULO

- El estudio de las grietas es de gran importancia en la industria, ya que representa uno de los problemas más serios en las máquinas de alta velocidad debido a que ocasionan fallas catastróficas que conllevan a la destrucción total de estas, paradas de plantas y en el peor de los casos pérdidas de vidas humanas.
- Existen en la actualidad diferentes modelamientos de ejes con grietas propuestos por autores a lo largo del tiempo con el fin de obtener el comportamiento dinámico de la grieta durante la rotación del eje.

- La no linealidad en ejes con grietas transversales se debe a la variación de la rigidez que depende del mecanismo de apertura y cierre de la grieta (respiración) durante la rotación, entre un valor máximo cuando la grieta está cerrada (rigidez del eje sin grieta) a un valor mínimo cuando la grieta está completamente abierta (rigidez reducida), alterando el comportamiento dinámico lo que provoca excitaciones de las vibraciones torsionales.
- La variación de la rigidez torsional reduce no linealmente las frecuencias torsionales del sistema, dejando la máquina vulnerable a la resonancia.
- Generalmente cambios en las frecuencias naturales de torsión en ejes se asocian a presencias de grietas, lo cual permite que la medición de las frecuencias naturales de torsión sea viable para la detección de grietas.
- Las grietas longitudinales no son perjudiciales para las máquinas, pero con suficientes cargas mecánicas aplicadas en el eje de la máquina pueden cambiar de dirección y propagarse de forma transversal o circunferencial.

16.1 CARACTERÍSTICAS ASIMÉTRICAS DE SISTEMAS ROTORES

Un sistema rotor consiste básicamente de dos subsistemas; el rotor y el estator, los cuales tiene cierto grado de no asimetrías en sus propiedades mecánicas, estas normalmente se refieren como anisotrópicas y asimétricas, y tienen influencias significativas en las características dinámicas, tales como la respuesta de desequilibrio, velocidades críticas y la estabilidad de los sistemas de rotor. Por lo tanto, la identificación precisa de tales propiedades asimétricas juega un papel importante en la comprensión física de las características dinámicas de los rotores asimétricos [50].

Tabla 16.1 *Asimetría en rotores*

<ul style="list-style-type: none"> • Asimetría del diseño • Inercias asimétricas o masas con excentricidad • Rigidez asimétrica en los cojinetes²⁶ • Rigidez asimétrica del eje • Ejes con sección lateral cónica 	<ul style="list-style-type: none"> • Ejes anisotrópicos • Ejes doblados o deformados • Ejes escalonados • Ejes con secciones de geometría especial e inercia variable.
---	--

Fuente: *Lo autores*

²⁶ También conocido como soportes con anisotropía o no-isotrópicos.

16.1.1 Asimetría del diseño y Rigidez asimétrica del eje

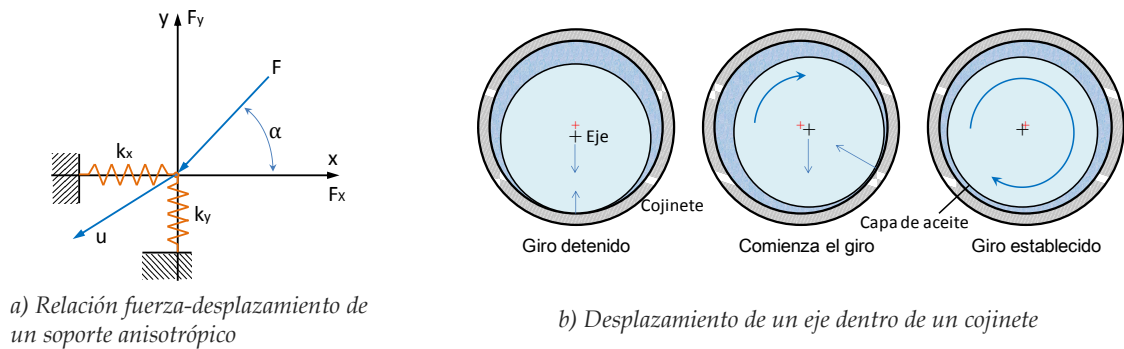
Algunos elementos rotativos de máquinas deben ser diseñados de formas no circulares y/o no concéntricas con el eje de rotación, como en el caso de los árboles de levas y cigüeñales de máquinas reciprocantes²⁷.

Algunos tipos de máquinas poseen asimetría en la rigidez del eje. Por ejemplo, un eje de rotor con una sección transversal rectangular o con chavetero. Los generadores de corriente alterna de 2 polos tiene ranuras para el bobinado y por tanto la rigidez en flexión difiere según la dirección considerada.

16.1.2 Rigidez asimétrica en los cojinetes

La no linealidad en la rigidez del apoyo presentará una distorsión considerable en el comportamiento de vibración de otro modo al armónico simple de un sistema puramente lineal. Los coeficientes de rigidez y amortiguación de los rodamientos y sus soportes son asimétricos en la mayoría de los casos, en particular en máquinas horizontales. Como resultado, las respuestas forzadas vibratorias en las dos direcciones principales son diferentes y pueden comportarse independientes unos de otros. Cada dirección principal mostrará una velocidad crítica única en sí misma²⁸.

Figura 16.1 Esquema de Anisotropía en los cojinetes



Fuente: Los autores

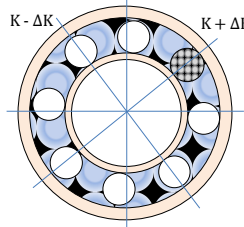
Otra causa de asimetría en un cojinete se presenta en un rodamiento de bolas, donde puede existir una bola con un diámetro mayor que las otras. El juego en la dirección de

²⁷ CARLINI, A.; RIVOLA, A. *A non linear elastodynamic model of a camshaft supported by journal bearings*. En Proceedings of AIMETA'03-16th AIMETA Congress of Theoretical and Applied Mechanics. 2003. p. 9-12.

²⁸ Ehrich, F.F. *Handbook of Rotordynamics*, Revised ed., Krieger Publishing Co.Inc., Melbourne, FL. 1999

esta bola será menor y en algunos casos puede existir el apriete, con lo que la rigidez del rotor aumenta en esta dirección.

Figura 16.2 Rodamiento con elemento rodante de diámetro mayor



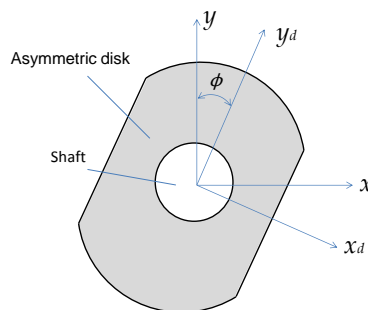
Fuente: Los autores

16.1.3 Inercias asimétricas o masas con excentricidad

Ejemplos típicos de un rotor con un momento de inercia asimétrico incluye propulsores o ventiladores de dos hélices, generadores de dos polos, impulsor de un ventilador axial o de una bomba, un aerogenerador tambaleante, un árbol de levas o un arado rotativo tienen inercia rotacional desigual alrededor de los dos ejes principales del disco giratorio.

Con las crecientes demandas de alta velocidad, grandes cargas y pesos ligeros en los sistemas de rotor modernos, la velocidad de operación del sistema puede ser mayor que las velocidades críticas de primer orden, de segundo orden, e incluso de orden múltiple. Por lo tanto, la excitación paramétrica de la inercia asimétrica provoca inestabilidad y vibración severa bajo ciertas condiciones de funcionamiento.

Figura 16.3 Posición relativa del disco asimétrico en la circunferencia

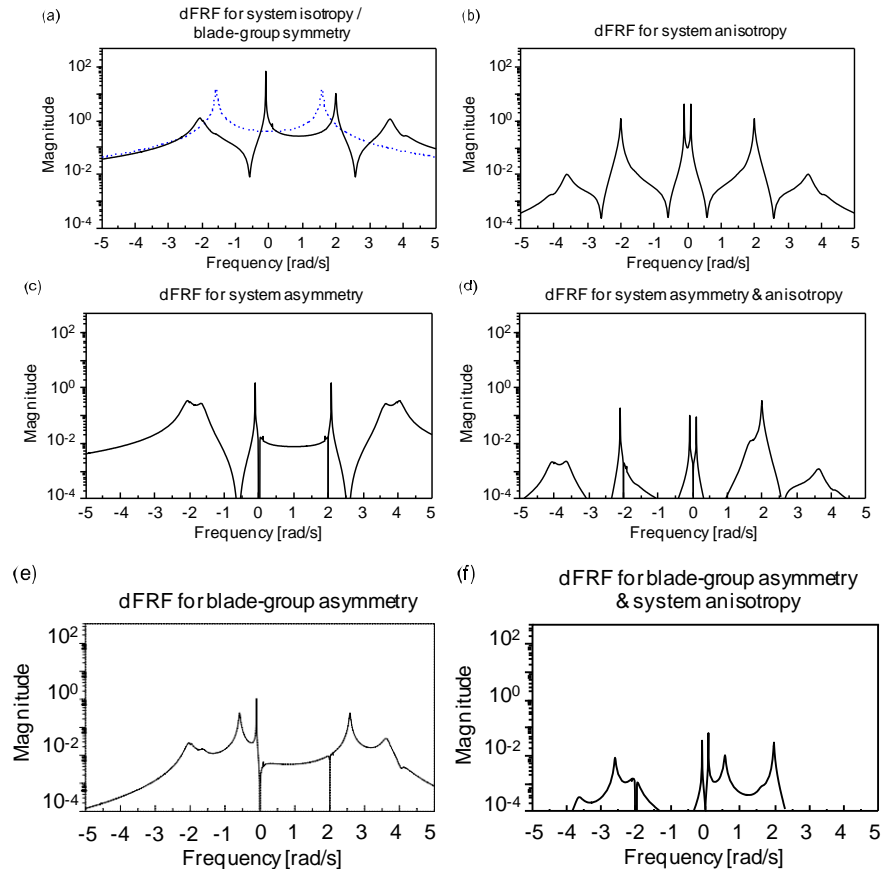


Un disco con inercia rotativa desigual se llama disco asimétrico

Fuente: Adaptado de: HAN, Qinkai and CHU, Fulei. *Parametric instability of a Jeffcott rotor with rotationally asymmetric inertia and transverse crack*. s.l. : Nonlinear Dynamics, 2013, p. 3.

Han y Chu [51] [52] definen un sistema de rotor-cojinete con discos asimétricos. El comportamiento dinámico de este tipo de sistema de rotor es de gran importancia teórica y práctica debido a sus muchas aplicaciones en diversos campos de la ingeniería.

Figura 16.4 Gráficas de magnitud dFRFs de un simple sistema rotor-pala con anisotropía del estator y asimetría en la inercia del disco



- (a) — para el sistema asimétrico - - - - para el conjunto-palas simétrico. (b) para el sistema anisotrópico. (c) para el sistema asimétrico. (d) para el efecto acoplado entre el sistema asimétrico y anisotrópico. (e) y (f) anisotropía del estator y rigidez desiguales de la pala.

Fuente: KIM, Kyung-Taek and LEE, Chong-Won. *Dynamic analysis of asymmetric bladed-rotors supported by anisotropic stator*. Journal of Sound and Vibration. 331 (2012) 5224–5246.

Joh y Lee [50], investigan dos tipos de estimaciones dFRFs²⁹ utilizando señales de entrada y salida complejas definido en los sistemas coordenados fijo y rotatorio. Los resultados experimentales indican que los dFRFs pueden ser utilizados eficazmente para el diagnóstico de la anisotropía y/o la asimetría en los sistemas de rotor. Kim y Lee [53]

²⁹ dFRFs. directional Frequency Response Functions

utilizan el método dFRFs de las realizan una modificación de un modelo generalizado para sistemas rotor-palas donde incluyen las propiedades no simétricas del conjunto-palas y del conjunto estator donde este descansa. En la Figura 16.4 se muestra la comparación de las curvas de respuestas del modelado del sistema turbofan simétrico y los cambios en las respuestas que producen las asimetrías tanto del conjunto-palas como del conjunto estator.

16.1.4 Ejes con sección lateral cónica

Los rotores con tramos de ejes con secciones cónicas, presenta un efecto en las características de vibraciones de torsión debido a la continua falta de uniformidad de las secciones transversales del eje. Este tipo de eje se usan en el acople de rodetes o alabes o palas de ventiladores. Yang y Noh [54] analiza la ecuación general de vibración torsional para ejes cónicos. En la Figura 16.5, se muestra un eje no uniforme con un disco de inercia en uno de sus extremos.



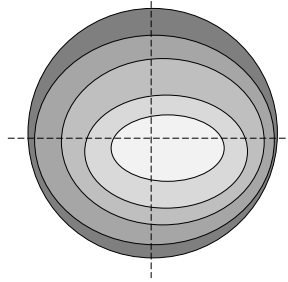
Fuente: Adaptado de: YANG, B. and NOH, K. *Exact transient vibration of nonuniform bars, shafts and strings governed by wave equations*. s.l.: International Journal of Structural Stability and Dynamics, 2012, vol. 12, no 04. p. 15

16.1.5 Ejes anisotrópicos

En la realidad los materiales son No-Homogéneos, esto es, que no presentan una densidad uniforme en todo su volumen, por lo que algunas partes serán más pesadas que otras. Por otro lado, los rotores o partes fundidas, como impulsores, poleas, engranajes, etc. pueden tener internamente pequeñas cavidades de aire o trampas de arena que resultan del proceso de fundición.

Chen y Wei ³⁰ establecen el marco teórico de *Torsión de Saint-Venant de ejes anisotrópicos* y demuestran que para un eje isotrópico, su comportamiento torsional depende de la forma en sección transversal del eje, así como en su micro geometría. Pero para un eje anisotrópico las magnitudes de campo y su rigidez torsional, pueden depender de otros tres grados de libertad (rigideces de corte).

Figura 16.6 Sección transversal de un eje anisotrópico - Enfriamiento irregular post-proceso térmico



Fuente: Los autores

16.1.6 Ejes doblados

La causa más usual de vibraciones en un sistema rotor es el desbalance. el desbalance puede ser producido por una deflexión estática (warping) que puede ser permanente o temporal, en tal caso hablamos de un rotor doblado.

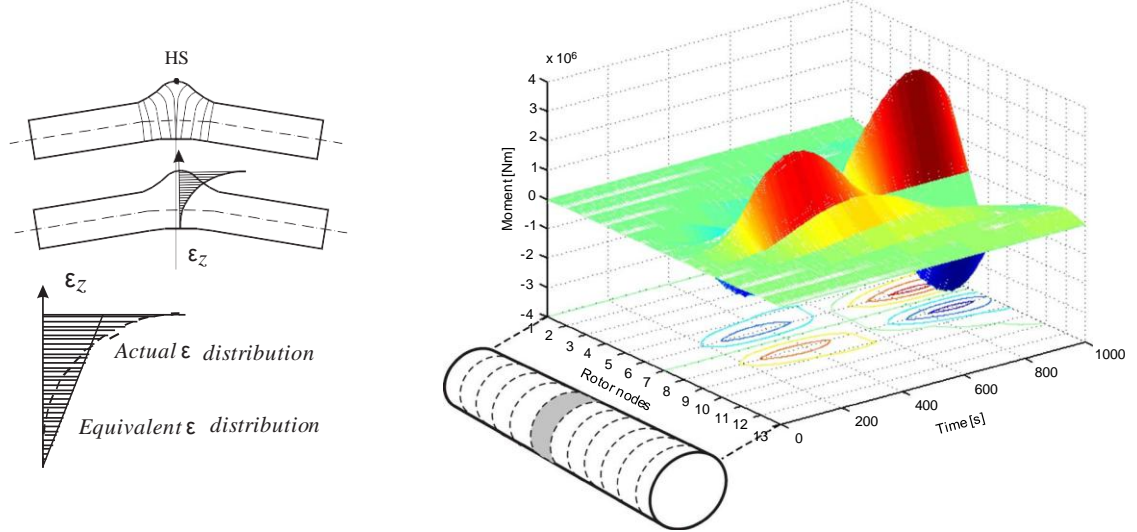
Cualquier parte que haya sido conformada por prensado, estirado, doblado, troquelado, etc. tendrá altos esfuerzos internos que no son liberados durante la fabricación. El rotor o sus partes pueden comenzar este proceso en algún periodo de tiempo, y como resultado el rotor se puede distorsionar ligeramente para tomar una nueva forma.

Es normal que los metales se expandan cuando se calientan; sin embargo, debido a imperfecciones menores y calentamiento no uniforme, muchos rotores se dilatan de manera no uniforme causando distorsión. Esta distorsión térmica puede requerir que el rotor sea balanceado a su temperatura normal de operación, aún cuando haya sido balanceado a temperatura ambiente. "El roce de un "high spot" (punto alto) causa fricción en un eje y se produce calentamiento y expansión térmica localizada en ese punto"³¹ esta dilatación aumenta el roce y por ende el calentamiento en la zona provocando desbalance en el rotor cada vez con mayor magnitud.

³⁰ CHEN, Tungyang; WEI, Chia-Jung. *Saint-Venant torsion of anisotropic shafts: theoretical frameworks, extremal bounds and affine transformations*. The Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics, 2005, vol. 58, no 2, p. 269-287.

³¹ MUSZYNSKA, Agnes. Thermal run effect in rotating machinery. En Orbit March 1993. Bently Rotordynamics. [On line] <http://www.ge-mcs.com/download/orbit-archives/1991-1995/March%201993/393muszynska.pdf>

Figura 16.7 Análisis de un eje doblado o deformado por efecto de dilatación térmica por rozamiento



Deformación ϵ_z en el HS "Hot Spot" y distribución equivalente

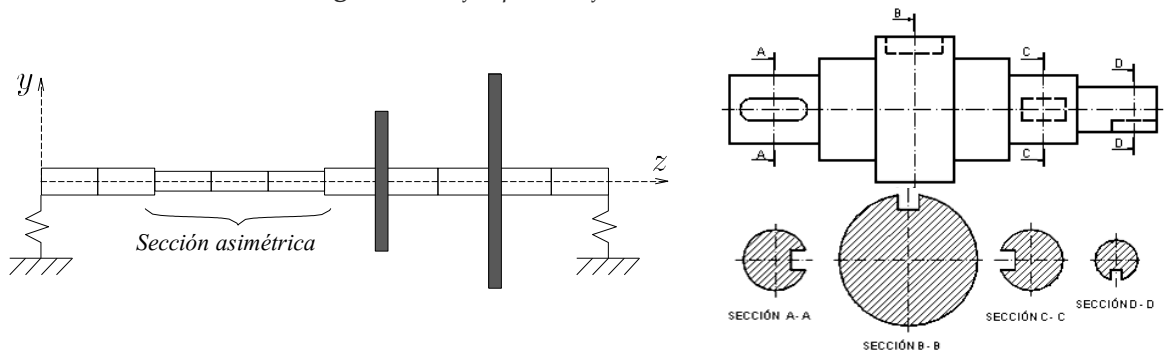
Momentos de flexión equivalentes

Fuente: BACHSCHMID, N.; PENNACCHI, P.; VANIA, A. *Thermally induced vibrations due to rub in real rotors.* Journal of sound and vibration, 2007, vol. 299, no 4, p. 683-719.

16.1.7 Ejes escalonados

La asimetría debida a ejes con escalonamientos conocido como "stepped shaft" es estudiado por el modelado de parámetros concentrados por medio de valores equivalentes de longitud L_e y diámetros D_e de los tramos del eje original para así definir la matriz de rigidez del sistema. La longitud equivalente L_e de un eje cilíndrico escalonado, como el que se muestra en la Figura 16.8 puede ser determinada por el método de B.I.C.E.R.A³²:

Figura 16.8 Ejemplos de ejes con tramos escalonados



Fuente: Los autores

³² NESTORIDES, E. J. (ed.). *A handbook on torsional vibration.* Cambridge University Press, 1958. pp.44

16.1.8 Ejes de secciones de geometría especial e inercia variable

En la práctica existen tramos del eje de un rotor que tiene una geometría especial, es decir no es totalmente cilíndrica y maciza tal como en un acople (ver figura en la Tabla 16.2), o hay ejes de material compuesto que tiene una inercia variable por las capas de diferentes materiales que lo compone, esto se considera como una característica asimétrica en el rotor y para el modelado del sistema se consideran sus propiedades equivalentes de longitud, diámetro en inercia a un eje de sección transversal circular maciza.

16.1.8.1 Ejes con sección transversal de geometría especial

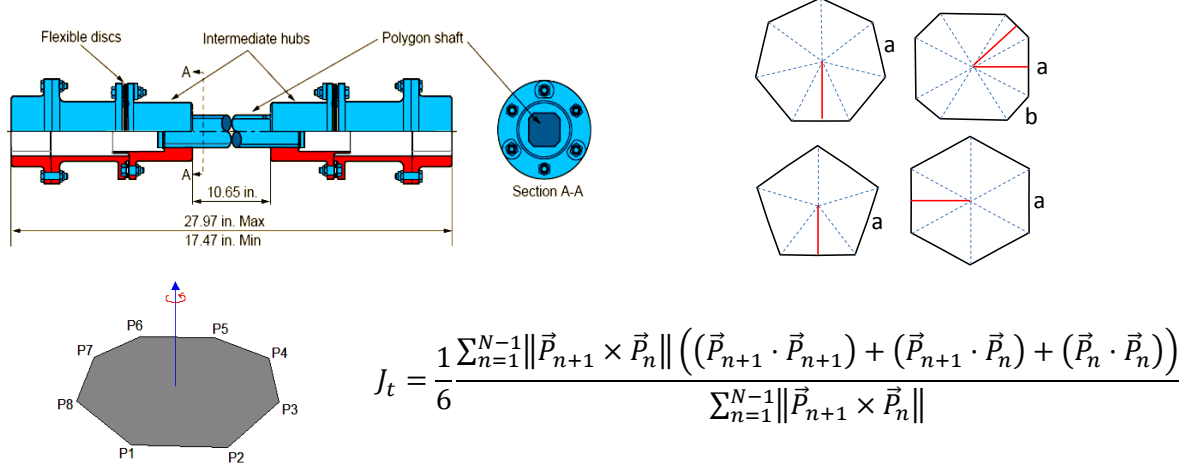
En la Tabla 16.3 y Tabla 16.2 se presentan algunas geometrías de sección lateral y transversal que pueden presentar un eje-rotor y se dan las formulas para su diámetro y longitud equivalentes para determinar su rigidez. La expresión de la Tabla 16.2 es válida para figura de formas poligonal regulares y poligonal irregulares en forma de estrella “star-shaped”. Los vectores $\vec{P}_1, \vec{P}_2, \vec{P}_3, \dots, \vec{P}_N$ son vectores de posición de los vértices.

16.1.8.2 Ejes de material compuesto³³

La dinámica de rotores asimétricos necesita más atención en particular con el surgimiento de nuevos materiales, como los materiales compuestos para ejes. Los equipos industriales se ven afectados negativamente por el peso propio, las características de vibración y la velocidad crítica de ejes de transmisión hechos de materiales metálicos. Se ha demostrado que ejes de transmisión compuesto son eficaces en la superación de estas limitaciones. En efecto, la naturaleza misma de los materiales compuestos (Fibras y aglutinante resinoso) permite que los ejes de transmisión sean diseñados para satisfacer las características de funcionamiento críticos específicos, y por lo tanto adaptados para que coincidan con los requisitos de las aplicaciones individuales.

³³ BADIE, M. A., et al. *Automotive Composite Driveshafts: Investigation of the design variables effects*. International Journal of Engineering and Technology, 2006, vol. 3, no 2, p. 227-237.

Tabla 16.2 Secciones transversales de ejes con de forma poligonal

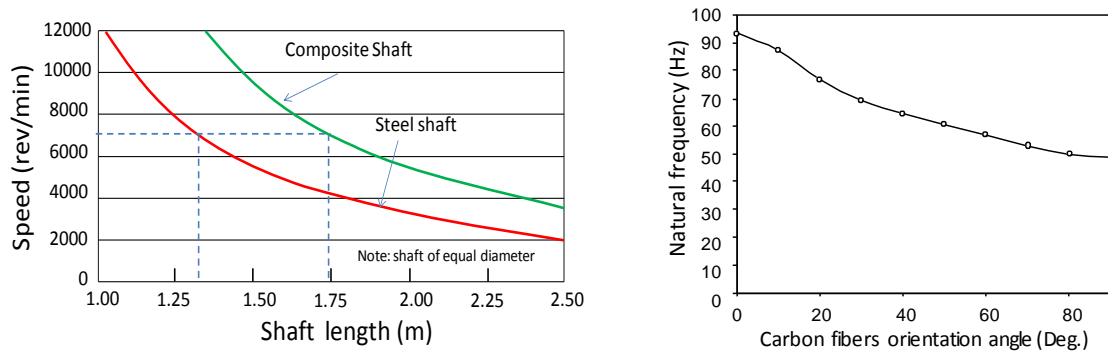


Fuente: Adaptado de: http://en.wikipedia.org/wiki/List_of_moments_of_inertia

Las diferentes orientaciones de las fibras ocasionan un cambio en el módulo elástico de torsión G . Se sabe que la rigidez torsional K está directamente relacionada con el módulo de torsión G .

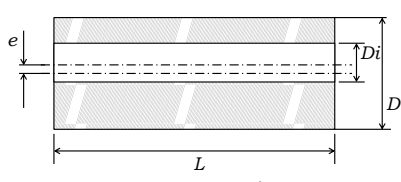
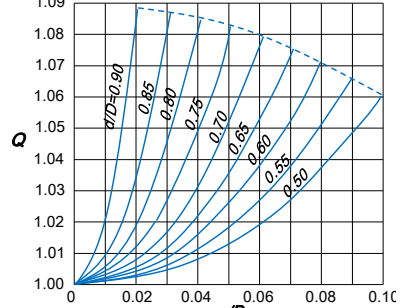
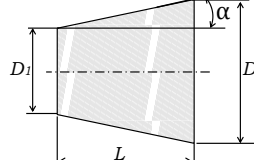
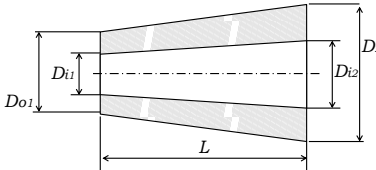
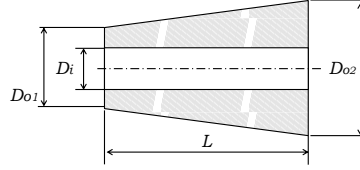
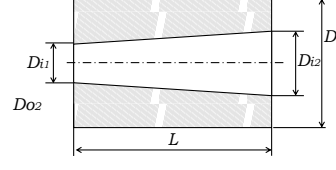
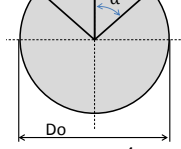
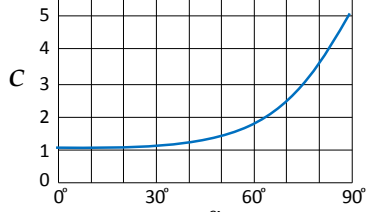
En la Figura 16.9 se muestra los efectos sobre las propiedades mecánicas y la frecuencia natural torsional al cambiar la orientación de las fibras que constituyen el eje compuesto.

Figura 16.9 Efecto de la orientación de las fibras sobre las propiedades mecánicas de un eje compuesto



Fuente: PAYKANI, A.; KHOSHRAVAN, M.R. *Design of a Composite Drive Shaft and its Coupling for Automotive Application*. Journal of Applied Research and Technology, Diciembre, (2012). pp. 829

Tabla 16.3 Fórmulas de longitud equivalente para varias secciones laterales de ejes

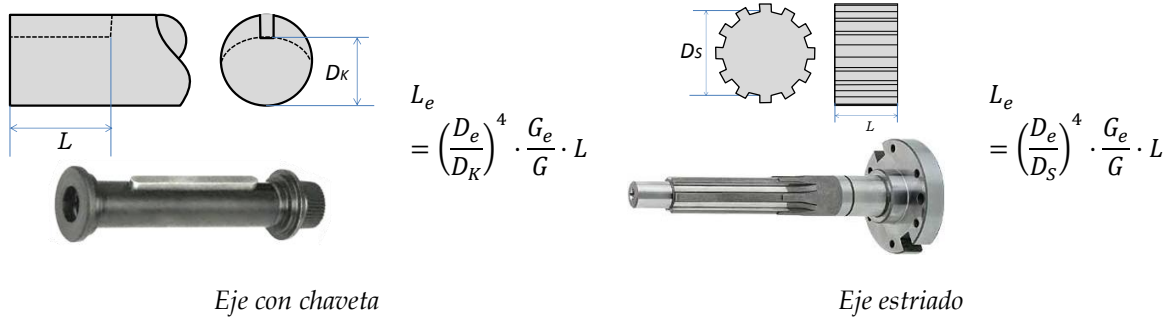
<p>Eje recto con agujero excéntrico</p>	 $L_e = L \frac{G_e}{G} \frac{D_e^4}{(D_o^4 - D_i^4)} \cdot Q$	
<p>Eje macizo con forma cónica lineal</p>		$L_e = L \frac{G_e}{G} \cdot \frac{D_e^4}{3(D_2 - D_1)} \cdot \left[\frac{1}{D_1^3} - \frac{1}{D_2^3} \right]$
<p>Eje cónico con agujero cónico</p>		$L_e \cong L \frac{G_e}{G} \cdot \frac{D_e^4}{3(A - B)}$ $A = D_{o1}^3 D_{o2}^3 / [D_{o1}^2 + D_{o1} D_{o2} + D_{o2}^2]$ $B = D_{i1}^3 D_{i2}^3 / [D_{i1}^2 + D_{i1} D_{i2} + D_{i2}^2]$
<p>Eje cónico con orificio recto</p>		$L_e = L \frac{G_e}{G} \cdot \frac{D_e^4}{4D_i^3(D_{o2} - D_{o1})} \left[\log_e Y - 2 \tan^{-1} \frac{D_{o2}}{D_i} + 2 \tan^{-1} \frac{D_{o1}}{D_i} \right];$ $\log_e Y = \log_e \frac{(D_{o2} - D_i)(D_{o1} + D_i)}{(D_{o2} + D_i)(D_{o1} - D_i)}$
<p>Eje cilíndrico con cavidad cónica</p>		$L_e = L \frac{G_e}{G} \cdot \frac{D_e^4}{4D_o^3(D_{i2} - D_{i1})} \left[\log_e Y - 2 \tan^{-1} \frac{D_{i2}}{D_o} + 2 \tan^{-1} \frac{D_{i1}}{D_o} \right];$ $\log_e Y = \log_e \frac{(D_o - D_{i1})(D_o + D_{i2})}{(D_o + D_{i1})(D_o - D_{i2})}$
<p>Eje con lado plano</p>	 $L_e = C \cdot \left(\frac{D_e}{D_o} \right)^4 \cdot \frac{G_e}{G} \cdot L$	

Fuente: Adaptado de: NESTORIDES, E. J. A handbook on torsional vibration. Cambridge University Press, 1958.

16.1.8.3 Ejes o rotores ranurados “slotted shaf”

Los ejes o rotores con ranuras longitudinales tales como ejes con chaveteros y ejes estriados; o rotores de generadores y motores eléctricos tienen características asimétricas. A pesar de su importancia en ámbitos concretos, las vibraciones características de ejes ranurados no han sido estudiadas en detalle. Las ranuras en el eje cambian la geometría de su sección transversal y la rigidez ya no se puede tomar como si fuese un eje de sección circular maciza.

Figura 16.10 Longitud equivalente de ejes con chaveta y ranurados



Fuente: Adaptado de: NESTORIDES, E. J. *A handbook on torsional vibration*. Cambridge University Press, 1958.

16.2 ANÁLISIS DE SISTEMAS TORSIONALES ASIMÉTRICOS

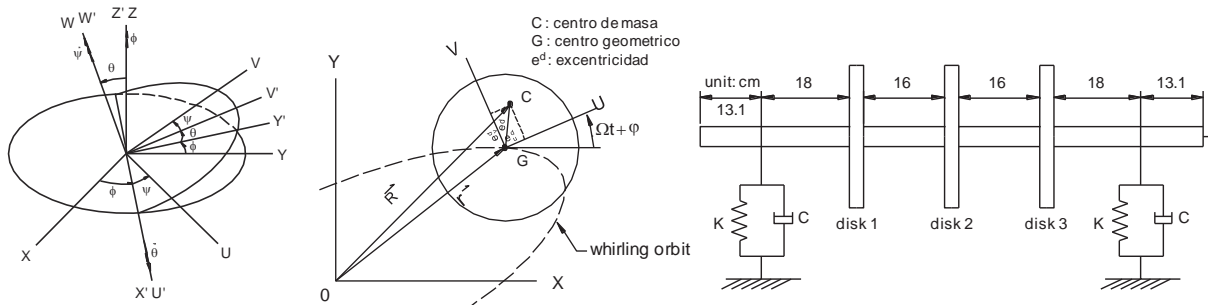
16.2.1 Sistema rotor-cojinete con eje flexible asimétrico³⁴

Hsieh y su grupo de investigación [55], utilizan el método de la matriz de transferencia modificada para analizar la respuesta acoplada de vibraciones torsional y lateral en sistemas rotor-cojinete asimétricos. En lugar del método convencional de sistema de parámetros concentrados, el de rotación asimétrico se modela por la teoría de viga de Timoshenko en un concepto de sistema continuo. Los mismos autores³⁵ también realizan un estudio para sistemas rotor-cojinete simétrico, se invita al lector a consultar el documento para comparar los resultados con los sistemas rotor-cojinete asimétricos.

³⁴ HSIEH, Sheng-Chung; CHEN, Juhn-Horng; LEE, An-Chen. *A modified transfer matrix method for the coupled lateral and torsional vibrations of asymmetric rotor-bearing systems*. Journal of Sound and Vibration 312 (2008) 563-571.

³⁵ HSIEH, Sheng-Chung; CHEN, Juhn-Horng; LEE, An-Chen. *A modified transfer matrix method for the coupling lateral and torsional vibrations of symmetric rotor-bearing systems*. Journal of Sound and Vibration, 2006, vol. 289, no 1, p. 294-333.

Figura 16.11 Modelo del sistema rotor-cojinete asimétrico con excentricidad del eje



Fuente: HSIEH, Sheng-Chung; et. al. *A modified transfer matrix method for the coupling lateral and torsional vibrations of symmetric rotor-bearing systems*. Journal of Sound and Vibration, 2006, vol. 289, no 1, p. 294-333.

En lugar del sistema agrupado convencional, el eje de rotación asimétrica se modela por la teoría de viga de Timoshenko en un concepto continua-sistema. De acuerdo con su análisis, para el sistema de rotor-cojinete isotrópica asimétrica, el modo lateral sincrónico se divide, por otra parte, hay un modo lateral $2X$ que no aparece en los sistemas de rotor y cojinete isotrópicas simétricas. Cuando la fuerza de desbalance, el peso y el torque de perturbación con frecuencia nX de la velocidad de rotación excita el sistema simultáneamente, aparecen giros $(n + 1)X$ de avance y $(n - 1)X$ de retroceso, junto con giros sincrónicos $2X$.

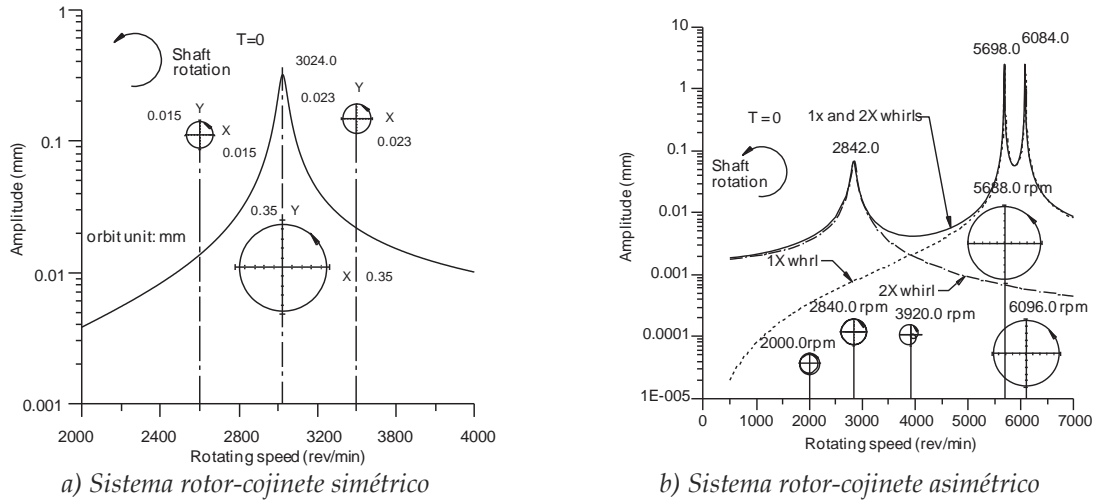
La Figura 16.12 muestra las amplitudes de respuesta y las orbitas del sistema sin torque de excitación externo, solo la fuerza de desbalance y el peso actúa en el sistema. Comparando las dos gráficas se ve que debido al efecto del eje asimétrico se obtiene que el modo lateral sincrónico se divide y un modo lateral a $2X$ aparece adicionalmente. En coordenadas de rotación fijado al eje asimétrico, el peso puede considerarse con una fuerza externa a $1X$, la cual puede excitar giros de avance $1X$ y giros de retroceso a $1X$ debido al efecto de la asimetría del eje. En otras palabras, el peso excitara giros de avance a $2X$ y deflexión estática con respecto al marco estático. Por otra parte, la velocidad crítica debido al peso es más o menos igual a la mitad de la velocidad crítica debido a la masa de desequilibrio. El giro sincrónico es excitado por la fuerza de desequilibrio y el giro $2X$ está excitado por el peso.

16.2.1.1 Efecto de excitación torsional

La Figura 16.13 ilustra las amplitudes de respuesta y la orbitas del disco 1 excitado por un torque de excitación a $1X$ ($T = 5000 \cos \Omega t$ Nm) para el mismo sistema. Aparte de los modos laterales sincrónico y $2X$, aparece un pico claramente a 4580rev/min. El torque

excita la vibración torsional con frecuencia de excitación torsional y , bajo el efecto de acoplamiento del sistema, también estimula la vibración lateral cuya frecuencia es la del torque de perturbación de más o menos la velocidad de rotación. Por lo tanto debido al efecto de acoplamiento. El torque a $1X$ excita un modo torsional a $1X$ en $4580\text{rev}/\text{min}$, y un modo lateral $2X$ en $2842\text{rev}/\text{min}$.

Figura 16.12 Curvas de resonancia sin torque de excitación



Cuando en el torque de excitación $1X$ se reemplaza por $2X$ (Figura 16.14), la respuesta se compone de giros $1X$, $2X$, y $3X$. Un modo lateral a $3X$ ocurre a $1876\text{ rev}/\text{min}$ (alrededor de un tercio de la frecuencia de resonancia lateral $5698\text{ rev}/\text{min}$) ya que el torque perturbador $2X$ excita los giros de avance $3X$ y retroceso $1X$. Además un modo torsional $2X$ ocurre en $22980\text{ rev}/\text{min}$ (mitad de la frecuencia de resonancia $4580\text{ rev}/\text{min}$) apareciendo simultáneamente sobre las componentes de giro $1X$ y $3X$.

Figura 16.13 Aplicación de torque al sistema rotor-cojinete asimétrico

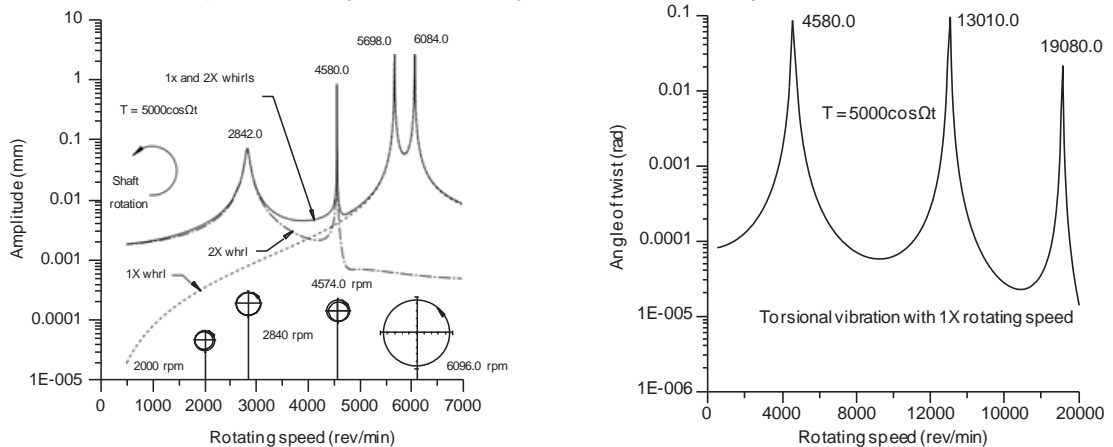
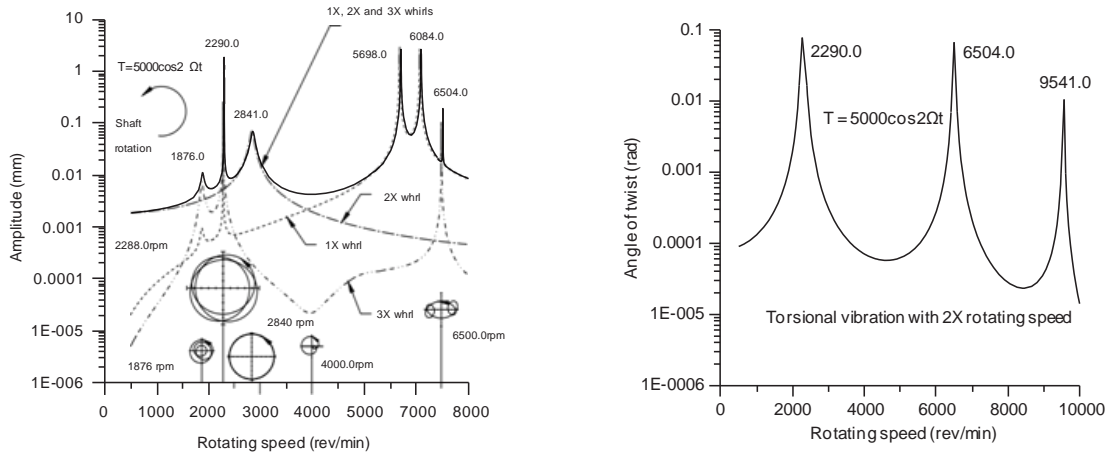


Figura 16.14 Aplicación de torque al sistema rotor-cojinete asimétrico



16.3 DISCUSIÓN DEL CAPÍTULO

- El análisis de la vibración torsional en rotores asimétricos ha tenido poco estudio y continúa en investigación.
- Las no axisimetrías en las propiedades mecánicas (anisotrópicas y asimétricas), tienen influencias significativas en las características dinámicas, tales como la respuesta de desequilibrio, velocidades críticas y la estabilidad de los sistemas de rotor.
- La identificación precisa de las propiedades asimétricas juega un papel importante en la comprensión física de las características dinámicas de los rotores asimétricos.

17.1 MODELADO DINÁMICO DE DESBALANCE

El sistema dinámico del modelo se desarrolla basado en un rotor de Jeffcott teniendo en cuenta que [56]:

- El modelo adopta el enfoque del Jeffcott simple que considera el sistema como un disco rígido montado en medio camino entre dos soportes en un eje flexible sin masa.
- El sistema tiene amortiguamiento proporcional, es decir, en el sistema el amortiguamiento es proporcional a la velocidad.
- Solo los desequilibrios se consideran como excitaciones externas.
- Se toman en cuenta los efectos giroscópicos.

En la Figura 17.1 $oxyz$ es un sistema de coordenadas fijo. $o'\xi n\zeta$ es un sistema de coordenadas de rotación con el rotor. o es el centro del rotor estático. o' es el centro del rotor en movimiento. E es el centro de la masa del rotor. me es la cantidad de masa de desequilibrio. El $oxyz$ y $o'\xi n\zeta$ son iguales cuando el rotor no está en movimiento. Asumiendo que el vector coordenado generalizado del rotor es $\{q\} = [x \ \theta_x \ y \ \theta_y \ z \ \theta_z]^T$, donde x, y y z son los desplazamientos del centro del disco en las direcciones x, y y z . θ_x y θ_y son los ángulos del disco alrededor de los ejes x y y , θ_z es el ángulo torsional.

17.1.1.1 Ecuaciones de movimiento

Se define la energía cinética del rotor y la energía potencial elástica del sistema, utilizando el enfoque de lagrange, las ecuaciones de movimiento se derivan como:

$$[M]\{\ddot{q}\} + [C]\{\dot{q}\} + [K]\{q\} = \{Q\}$$

Ec. 17.1

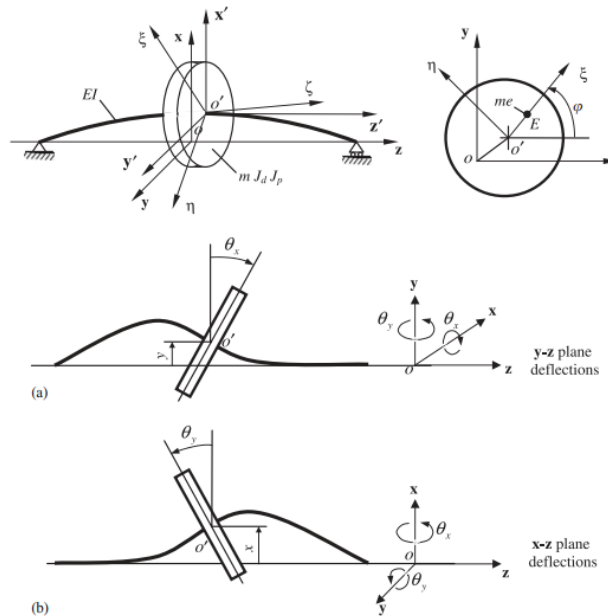
Donde $F_{Ux}\{Q\} = \{Q_C\} + \{Q_U\}$ es el vector fuerza generalizado; $Q_C = [0 \ M_{cy} \ 0 \ M_{cx} \ 0 \ M_{cz}]^T$ es el vector fuera acoplamiento interno; $Q_U = [F_{Ux} \ M_{Uy} \ F_{Uy} \ M_{Ux} \ 0 \ M_{Uz}]^T$ es el vector fuerza de desbalanceo acoplamiento externo que incluye un desbalance de fuerzas estáticas y dinámicas.

La matriz de inercia es $M = \text{diag}(m, J_D, m, J_D, m, J_P)$; la matriz de amortiguamiento teniendo en cuenta el efecto giroscópico³⁶ es

$$[C] = \begin{bmatrix} C_x & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_{\theta y} & 0 & \Omega J_P & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_y & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\Omega J_P & 0 & C_{\theta x} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{\theta z} \end{bmatrix};$$

La matriz de rigidez $[K] = \text{diag}(k_x, k_{\theta y}, k_y, k_{\theta x}, k_z, k_{\theta z})$. Los demás elementos a excepción del término giroscópico ΩJ_P en $[C]$ están determinados por la experiencia.

Figura 17.1 Sistema de coordenadas y las variables del modelo



Fuente: YUAN, Zhenwei, CHU, Fulei, y LIN, Yanli. External and internal coupling effects of rotor's bending and torsional vibrations under unbalances. En: *Journal of Sound and Vibration* 299. 2007. pp. 341

³⁶ Ver sección 8.4.9

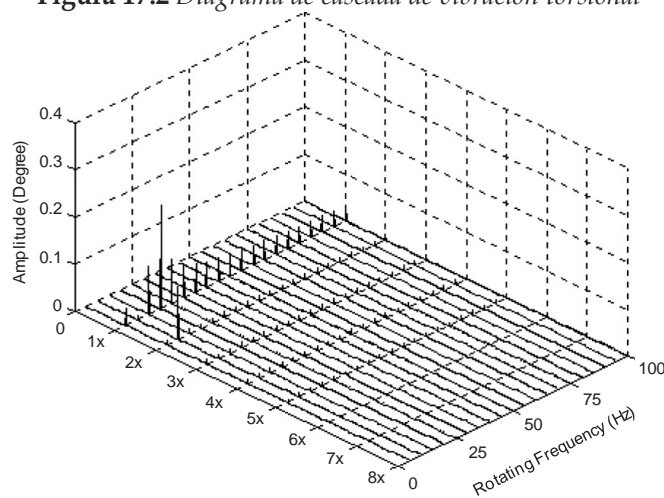
17.2 ANÁLISIS DE VIBRACIONES DE DESBALANCE

Hace mucho tiempo, el comportamiento de vibración lateral de un eje con desbalance había sido investigado; es decir, el desbalance causa vibración lateral síncrono. Sin embargo, se establece de las ecuaciones dinámicas del rotor que la vibración torsional es una parte importante como el lateral. Además, las ecuaciones de movimiento muestran que las vibraciones torsionales y laterales están acoplados [57]. Sólo mediante el estudio de las características indispensables de vibraciones torsionales además de las características de la vibración lateral, se puede entender perfectamente las características de la vibración de un rotor con desbalance.

17.2.1 Características de las vibraciones torsionales

En [58] se estudia las características de las vibraciones torsionales que a continuación se detallara. La Figura 17.2 muestra claramente vibraciones torsionales síncronos (1X) acompañados con pequeños componentes armónicos excitados, excepto cuando la velocidad de rotación está cerca, o igual a, la mitad de la frecuencia natural de vibración torsional, el componente bisíncrono³⁷ (2X) es mucho más notable que otros componentes armónicos.

Figura 17.2 Diagrama de cascada de vibración torsional



Fuente: HUANG, D.G. Characteristics of torsional vibrations of a shaft with unbalance. En: *Journal of Sound and Vibration* 308. 2007, pp. 693

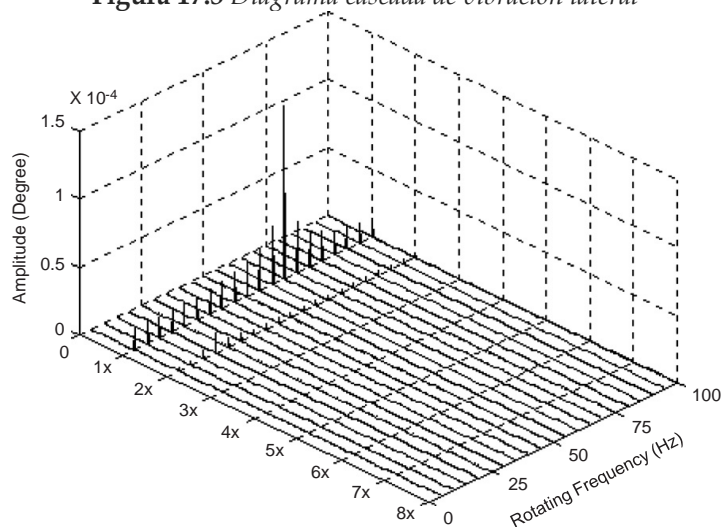
³⁷ Bisíncrono: con una frecuencia dos veces la frecuencia de rotación

Afortunadamente, el fenómeno de la vibración torsional bisíncrono y la región de velocidad correspondiente se han reportado y verificado experimentalmente por Bernasconi [59]; donde se afirma que esta vibración torsional bisincrona se induce por el componente longitudinal del momento angular causado por la precesión sincrónica (giro).

La Figura 17.4 ofrece la comparación de los diagramas de Bode entre simulación y experimento reportado por vibraciones torsionales en la frecuencia síncrona. Se muestra que los resultados son bastante consistentes en el rango del experimento. Bernasconi [59] proporciono sus experimentos en la región de frecuencia natural-media. El resultado obvio de las vibraciones torsionales bisíncrono (2X) acompañado con vibración sincrónica es consistente con la de la de la simulación en la Figura 17.2. La Figura 17.4 muestra que cuando el rotor pasa la velocidad crítica de las vibraciones torsionales, la fase de la vibración sincrónica se invierte. Excepto en la región de la frecuencia natural-media, los comportamientos de amplitud y fase de vibraciones torsionales síncrono son similares con la de vibración lateral síncrona.

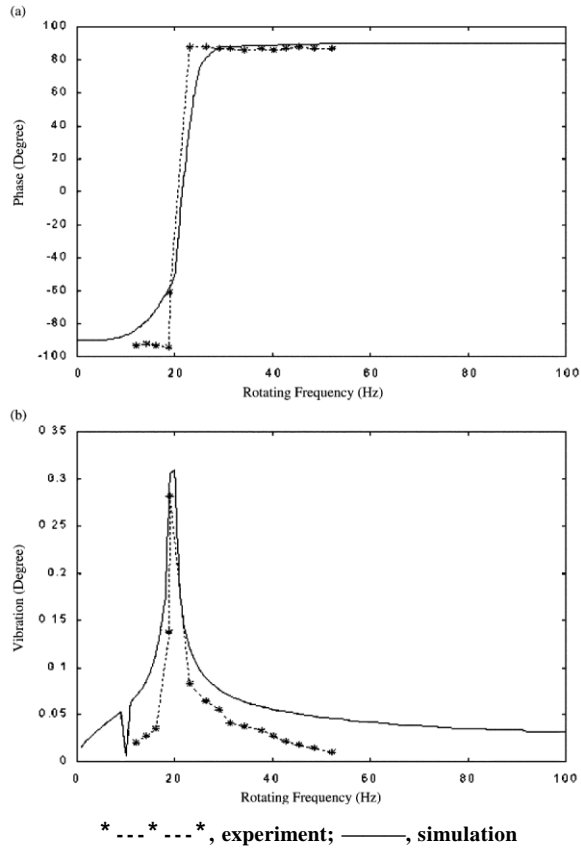
La Figura 17.3 y la Figura 17.5 proporciona la comparación de amplitud bisíncrona (2X) entre la simulación y el experimento para la vibración lateral. Los resultados coincidentes muestran que la vibración torsional excita la vibración lateral bisíncrona (2X). En la frecuencia de resonancia de torsión, la vibración lateral bisíncrona (2X) es donde se hace más fuerte, pero no genera ningún cambio en la vibración lateral síncrona.

Figura 17.3 Diagrama cascada de vibración lateral



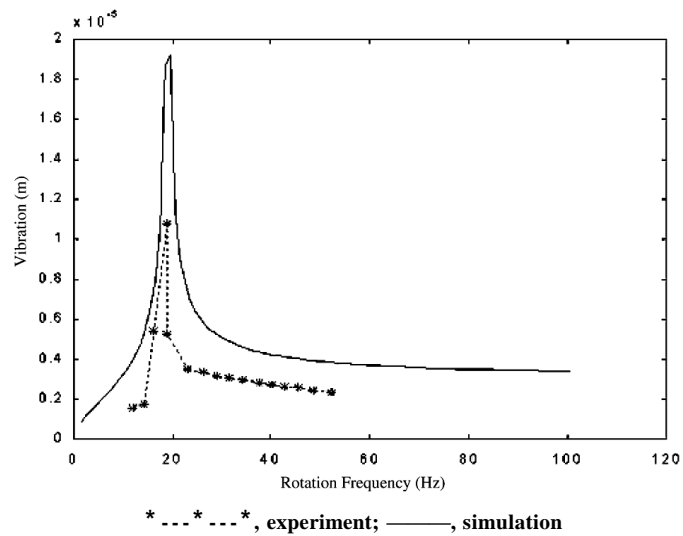
Fuente: HUANG, D.G. Characteristics of torsional vibrations of a shaft with unbalance. En: *Journal of Sound and Vibration* 308. 2007, pp. 694

Figura 17.4 Respuesta de la vibración torsional (1X) fase y amplitud.



Fuente: HUANG, D.G. Characteristics of torsional vibrations of a shaft with unbalance. En: *Journal of Sound and Vibration* 308. 2007, pp. 695

Figura 17.5 Amplitud de la vibración lateral bisíncrona (2X)



Fuente: HUANG, D.G. Characteristics of torsional vibrations of a shaft with unbalance. En: *Journal of Sound and Vibration* 308. 2007, pp. 697

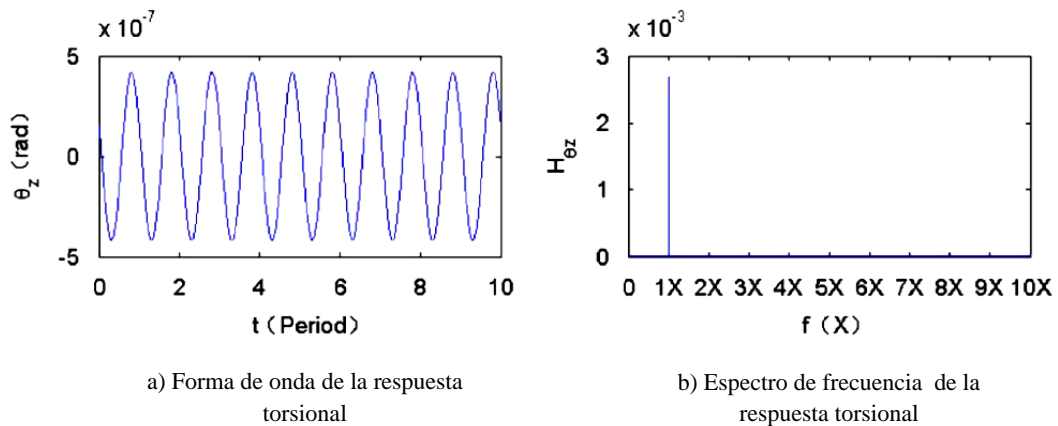
17.2.2 Vibraciones de efectos de acoplamiento torsión-flexión

Se demuestran los efectos de acoplamiento de torsión-flexión representados en la respuesta torsional del modelo de la *sección 11.3.2* del *anexo SEMINARIO DE INVESTIGACIÓN EN VIBRACIÓN TORSIONAL EN MAQUINARIA ROTATIVA Y RECIPROCANTE* en tres casos.

17.2.2.1 Efectos de acoplamiento torsión -flexión bajo desbalance estático

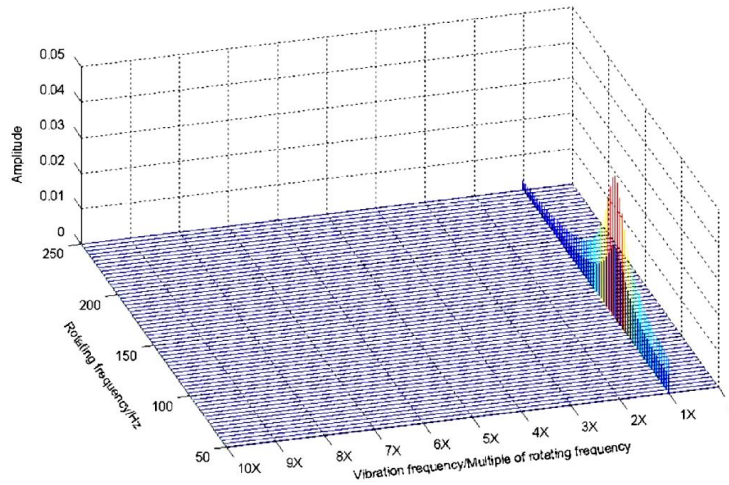
La Figura 17.6 muestra la forma de onda y el espectro de frecuencia de la respuesta torsional bajo desbalance estático. Evidentemente, se observa una respuesta torsional sincrónica en la forma de onda y el espectro. Se representa el efecto externo de flexión -torsión acoplamiento del sistema bajo desequilibrio estático. La Figura 17.7 es una visión general de los efectos de acoplamiento en virtud de desequilibrio estático en una gran gama de velocidad de rotación. Se muestra claramente que la única respuesta de torsión sincrónica (1X) aparece en una gran gama de velocidad de rotación.

Figura 17.6 Efectos de acoplamiento torsión-flexión bajo desbalance estático a 15000 rpm



Fuente: YUAN, Zhenwei, CHU, Fulei, y LIN, Yanli. External and internal coupling effects of rotor's bending and torsional vibrations under unbalances. En: *Journal of Sound and Vibration* 299. 2007 pp. 344

Figura 17.7 Visión general de los efectos de acoplamiento torsión- flexión bajo desequilibrio estático

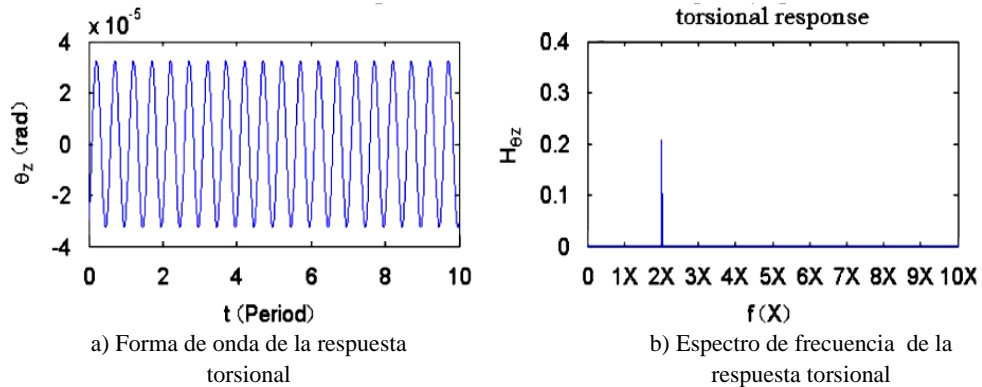


Fuente: YUAN, Zhenwei, CHU, Fulei, y LIN, Yanli. External and internal coupling effects of rotor's bending and torsional vibrations under unbalances. En: *Journal of Sound and Vibration* 299. 2007. pp 345

17.2.2.2 Efectos de acoplamiento torsión -flexión bajo desbalance dinámico

La Figura 17.8 muestra la forma de onda y el espectro de frecuencias de la respuesta torsional bajo desequilibrio dinámico. Evidentemente, se observa una respuesta torsional frecuencia bisíncrona (2X) en la forma de onda y el espectro. Se representa el efecto de acoplamiento de flexión - torsión interna del sistema bajo el desequilibrio dinámico.

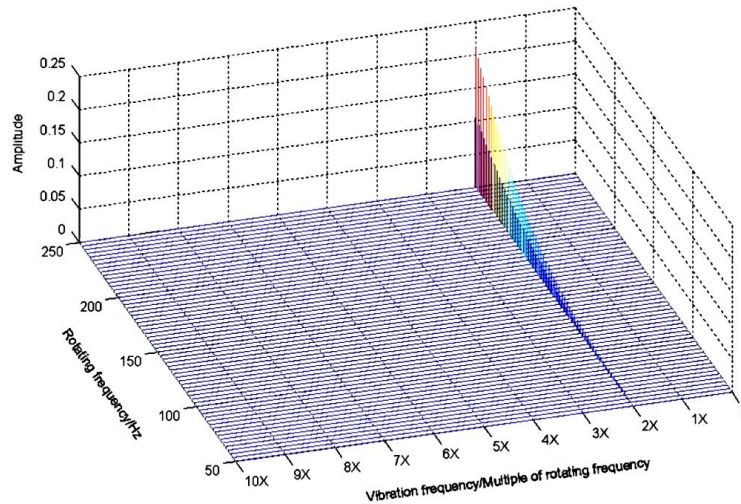
Figura 17.8 Efectos de acoplamiento torsión-flexión bajo desbalance dinámico a 15000 rpm



Fuente: YUAN, Zhenwei, CHU, Fulei, y LIN, Yanli. External and internal coupling effects of rotor's bending and torsional vibrations under unbalances. En: *Journal of Sound and Vibration* 299. 2007. pp 345

La Figura 17.9 es una visión general de los efectos de acoplamiento en virtud de desequilibrio dinámico en un gran rango de velocidad de rotación. Se muestra claramente que la única respuesta torsional frecuencia bisíncrona (2X) aparece en un gran rango de velocidades de rotación.

Figura 17.9 Visión general de los efectos de acoplamiento torsión- flexión bajo desequilibrio dinámico

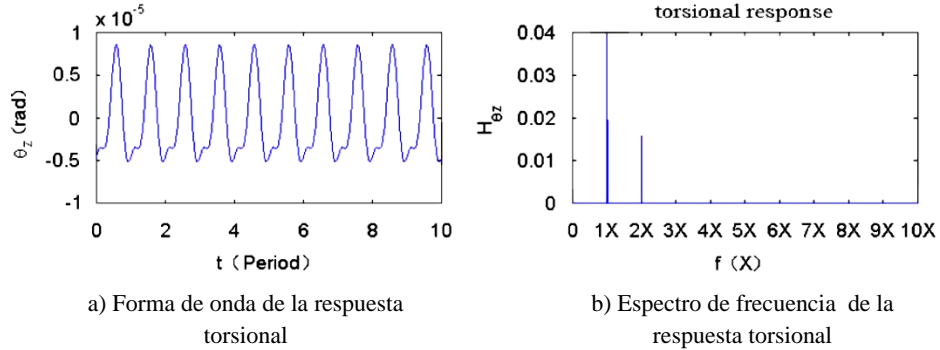


Fuente: YUAN, Zhenwei, CHU, Fulei, y LIN, Yanli. External and internal coupling effects of rotor's bending and torsional vibrations under unbalances. En: *Journal of Sound and Vibration* 299. 2007. pp 346

17.2.2.3 Efectos de acoplamiento torsión -flexión bajo desbalance completo (estático y dinámico).

La Figura 17.10 muestra la forma de onda y el espectro de frecuencias de la respuesta torsional desbalance completo. Evidentemente, un componente síncrono perfecto y un componente frecuencia bisíncrono (2X) se observan en la forma de onda y el espectro de la respuesta torsional. Se representan los efectos de acoplamiento de flexión - torsión del sistema bajo desequilibrio completo, que son los resultados totales de las representaciones de los acoplamientos internos y externos. El componente síncrona es causada por acoplamiento externo con desequilibrio estático, y el componente de frecuencia síncrona en dos tiempos es causada por acoplamiento interno con desequilibrio dinámico.

Figura 17.10 Efectos de acoplamiento torsión-flexión bajo desbalance completo a 15000 rpm



Fuente: YUAN, Zhenwei, CHU, Fulei, y LIN, Yanli. External and internal coupling effects of rotor's bending and torsional vibrations under unbalances. En: *Journal of Sound and Vibration* 299. 2007. pp 346

17.3 MODELADO DE DESALINEAMIENTO

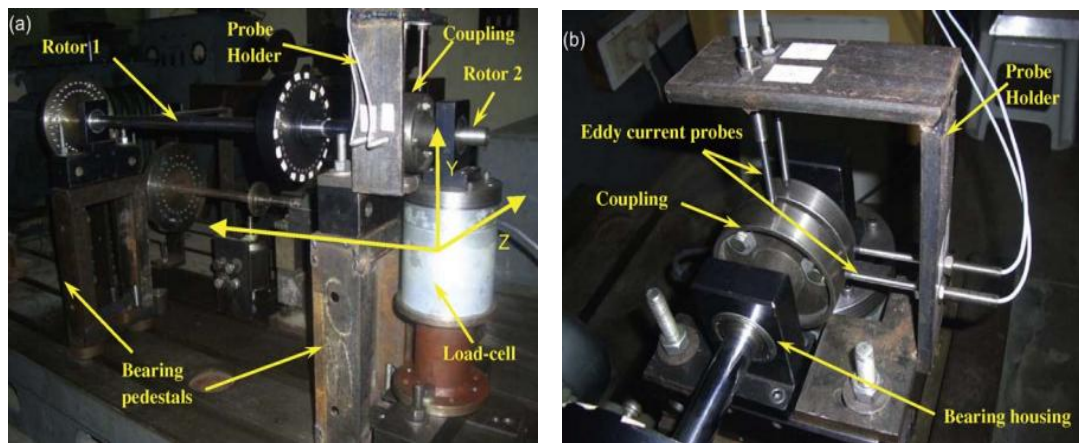
El sistema de rotor acoplado se modela utilizando elementos viga de Timoshenko con los seis grados de libertad. Se propone un enfoque experimental para la primera determinación de la magnitud y la naturaleza armónica de la excitación de desalineamiento. El efecto de desalineamiento en la ubicación del acoplamiento de modelo de elementos finitos del rotor es simulado utilizando vector de fuerza nodal. El vector de fuerza se encuentra usando el desalineamiento de la matriz de rigidez de acoplamiento, derivada de los datos experimentales y se aplica desalineamiento entre los dos rotores.

17.3.1 Formulación del efecto desalineamiento en el modelo de elementos finitos

La Figura 17.11 muestra el montaje experimental utilizado para determinar las fuerzas y los momentos inducidos de desalineamiento. La medida experimental de las fuerzas de desalineamiento se llevó a cabo en [60] para revelar el carácter armónico de las excitaciones de desalineamiento. Realizar la medición es esencial para revelar el comportamiento dinámico de los rotores acoplados en las condiciones de acoplamiento (con/sin desalineamiento). Para este propósito, se efectúa el movimiento angular cuasi-estático de los ejes y se miden las fuerzas inducidas en la localización del cojinete. La medición se lleva a cabo para ambas configuraciones: es decir, sin desalineamiento y con desalineamiento.

Antes de conectar las mitades de acoplamiento entre sí, el desalineamiento entre los dos ejes se lleva a un nivel mínimo posible. Esta condición con desalineamiento residual se trata como el caso alineado. El eje es girado ahora gradualmente y la medición simultánea de fuerzas para este caso alineado se realiza mediante una célula de carga. Estas fuerzas y momentos medidos son considerados como valores de referencia para el posterior cálculo de la matriz de rigidez acoplamiento desalineado. Todas las variaciones medidos experimentalmente de fuerzas y momentos ($F_x, F_y, F_z, M_x, M_y, M_z$) son curvas ajustadas mediante un ajuste polinómico de orden superior.

Figura 17.11 Montaje experimental determinación fuerzas y momentos



a) Vista completa

b) Vista del primer plano de las ubicaciones de las sondas en la superficie

Fuente: SAAVEDRA , P.N. y RAMIREZ , D.E. Vibration analysis of rotors for the identification of shaft misalignment – part I: theoretical analysis. En: *Proceedings of IMechE, Journal of Mechanical Engineering Science* 218C. 2004, pp. 2238

Las mitades del acoplamiento están ahora sometidos a cualquier desalineamiento angular o desalineamiento paralelo. Para el desalineamiento angular, la línea central del eje está inclinada con respecto al otro eje en el plano horizontal moviendo adecuadamente la célula de carga, mientras que las sondas de proximidad rastrean el ángulo real inducido mediante la medición del recorrido lineal lateral de las dos mitades del acoplamiento.

Por otro lado, el desalineamiento paralelo se puede obtener mediante la inserción de cuñas de pre - mecanizadas de espesor definido por debajo de la celda de carga. Una vez que las lecturas de la sonda confirman el tipo y la cantidad de desalineamiento inducida en el sistema, el eje del rotor se hace girar gradualmente y las fuerzas se miden. Usando la magnitud del desalineamiento inducido y las diferencias en las fuerzas y momentos medidos para los casos de desalineamiento y de línea de base, se calculan los coeficientes de rigidez en [60].

17.3.2 Ecuaciones del movimiento de los rotores acoplados desalineados

Una investigación de las características de vibración de la falla desalineamiento se lleva a cabo utilizando un modelo de elementos finitos del sistema de rotor acoplado. Dos rotores idénticos están acoplados entre sí a través de un acoplamiento flexible. El desalineamiento se considera entre los dos ejes de rotor a través de las mitades del acoplamiento.

17.3.2.1 Ecuaciones de movimiento

La forma generalizada de las ecuaciones de movimiento se puede escribir como:

$$[M]\{\ddot{q}\} + [C]\{\dot{q}\} - \omega[G]\{\dot{q}\} + [K]\{q\} = \{F\} \quad \text{Ec. 17.2}$$

Donde $[M]$, $[C]$, $[G]$ y $[K]$ son las matrices de masa, amortiguamiento, giroscópico y rigidez, respectivamente. $\{F\}$ es el vector fuerza de excitación externa que se debe al desalineamiento y desbalance, $\{q_i\} = \{X_i, Y_i, Z_i, \theta_{Xi}, \theta_{Yi}, \theta_{Zi}\}$ es la coordenada generalizada del sistema, donde i es número del nodo y ω es la velocidad de rotación.

17.3.3 Cálculo de las fuerzas y momentos de desalineamiento

El vector de fuerza desalineada estimado usando la matriz de rigidez para el acoplamiento (formulado mediante la medición experimental de las fuerzas y momentos) se aplica al rotor en la posición de acoplamiento. Sin embargo, la diferencia en las coordenadas debido a la desalineamiento entre las dos mitades del acoplamiento tiene que tenerse en cuenta antes de aplicar fuerzas y momentos de desalineamiento.

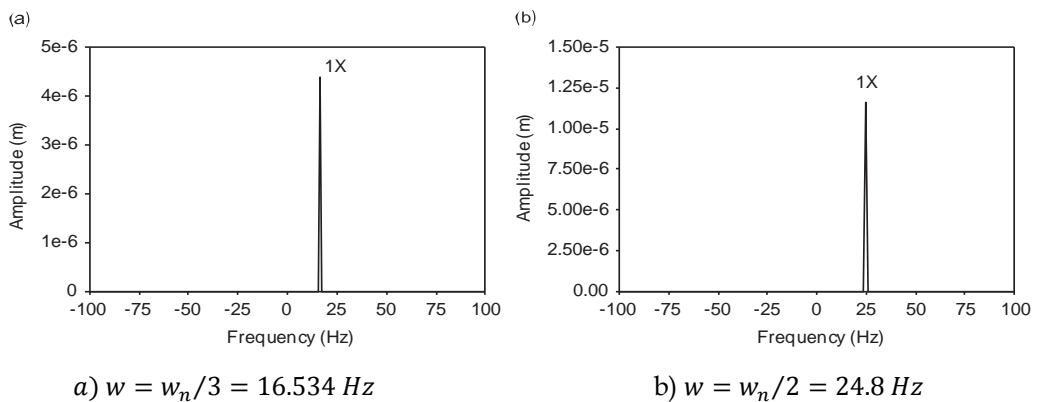
17.4 ANÁLISIS DE VIBRACIONES DE DESALINEAMIENTO

Las características de la vibración en sistemas de rotores están influenciadas por los tipos de desalineamiento, obteniéndose así características únicas de vibración que permiten fácilmente la identificación del tipo de desalineamiento si se presenta.

17.4.1 Respuesta de vibración de rotores acoplados sin desalineamiento del desequilibrio

La respuesta a la vibración lateral de los rotores acoplados sin ningún tipo de desalineamiento se investiga primero para formar un caso de referencia. La Figura 17.12 muestra los gráficos de espectro completo de la respuesta a la vibración del rotor 1 para la velocidad del rotor igual a un tercio y la mitad de la primera frecuencia natural de flexión (es decir, $w = w_n/3 = 16.534 \text{ Hz}$ y $w = w_n/2 = 24.8$). Cuando el desequilibrio es el único defecto presente en el sistema, las vibraciones son sincronas y girando en avance. Se puede observar que la respuesta de vibración del segundo rotor es exactamente el mismo que del primer rotor, por lo que se muestra los espectros completos de rotor - 1. Cabe señalar, además, que las vibraciones longitudinales y torsionales son cero, por lo tanto, no se muestran sus espectros.

Figura 17.12 Respuesta de vibración de desbalance de acoplamiento sin desalineamiento



Fuente: PATEL, Tejas H. y DARPE, Ashish K. Vibration response of misaligned rotors. En: *Journal of Sound and Vibration* 325.: ELSEVIER. 2009, pp. 619

17.4.2 Respuesta de vibración desequilibrio de rotores acoplados con desalineamiento paralelo

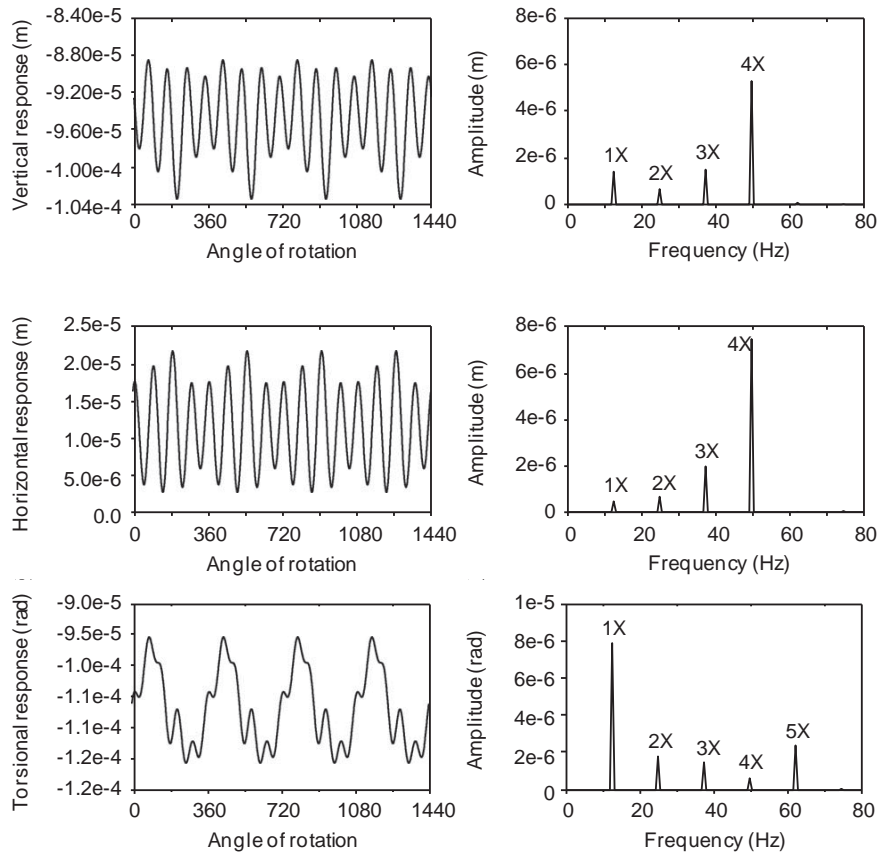
Se investigó la respuesta de vibración de los rotores acoplados debido al desalineamiento paralelo entre los ejes de los dos rotores. Las fuerzas y los momentos de excitación debido a la falta de alineación se consideran en el acoplamiento. Desalineamiento en paralelo de 0,32 mm se considera a lo largo de la dirección Y (es decir, vertical) en el presente estudio, es decir, $dy = 0,32 \text{ mm}$.

La Figura 17.13 muestra las formas de onda tiempo y las transformadas rápidas de Fourier de las respuestas de vibración vertical, horizontal y de torsión de rotor - 1 de los rotores desalineados ($d_y = 0,32 \text{ mm}$), para la velocidad de rotación $w = w_n/4 = 12.4 \text{ Hz}$, es decir, un cuarto de la velocidad correspondiente a la primera frecuencia natural de flexión del rotor. La respuesta a la vibración a lo largo de ambas direcciones laterales (es decir, vertical y horizontal) muestra los armónicos de la velocidad de rotación. En particular, los primeros cuatro armónicos son claramente visibles. Máxima amplitud de vibración se observa en el valor de la frecuencia 49.6 Hz. Puesto que, la velocidad de rotación es de 12.4 Hz (es decir, $w_n/4$); el cuarto armónico de la velocidad de rotación coincide con la frecuencia natural de flexión (49.6 Hz) y el rotor experimenta resonancia subarmónica. La desalineamiento inducida a lo largo de la dirección vertical aumenta la rigidez vertical del sistema de rotor en comparación con las vibraciones en la dirección horizontal. Esto se manifiesta por la disminución del nivel de vibración en la dirección vertical.

La presencia de respuestas torsionales a pesar de falta de excitación torsional explícita se atribuye al desalineamiento ya que el rotor desequilibrado alineado no experimenta efectos de vibraciones torsionales. En la respuesta torsional es fuertemente notable el componente 1X con presencia de otras componentes de frecuencia armónica 1X, 2X, 3X, 4X y 5X. El componente 5X es más notable en comparación con otras frecuencias armónicas en la respuesta torsional, se debe a que el componente de frecuencia 5X (62 Hz) está muy cerca de la primera frecuencia natural torsional (61.3 Hz). Se debe resaltar que en ausencia de desalineamiento, la respuesta de la vibración torsional era cero; el cambio del valor se debe a la precarga de desalineamiento.

Las formas de onda de la vibración y espectros de Fourier se obtienen para el segundo rotor (rotor-2) del sistema de rotores acoplado (no se muestra aquí). Para el caso de rotor-2, las amplitudes de vibración a lo largo de la dirección horizontal son más notables con respecto a la dirección vertical por las razones anteriormente discutidas para el caso de rotor-1. Se debe resaltar que la respuesta de vibración global depende del nivel de excitación y la fase relativa entre la excitación de desalineamiento y desequilibrio. El desequilibrio en los discos de rotor-1 y rotor-2 están en la misma fase. Sin embargo, las fuerzas de desalineamiento actúan en sentidos opuestos en los dos rotores. Las pequeñas diferencias en la respuesta de vibración del rotor-1 y rotor-2 se deben a la diferencia de fase entre las excitaciones de desequilibrio y desalineamiento. Dependiendo de la fase de excitación de alineación con respecto al ángulo de fase de desequilibrio, estas excitaciones (es decir, el desequilibrio y el desalineamiento) pueden ser completamente aditivos o sustractivos. Sin embargo, puede destacarse que el carácter espectral de la respuesta de vibración para ambos los rotores es similar.

Figura 17.13 Respuesta de la vibración y sus espectros de Fourier del rotor 1 desalineado a $w_n/4$



Fuente: PATEL, Tejas H. y DARPE, Ashish K. Vibration response of misaligned rotors. En: *Journal of Sound and Vibration* 325.: ELSEVIER. 2009, pp. 620

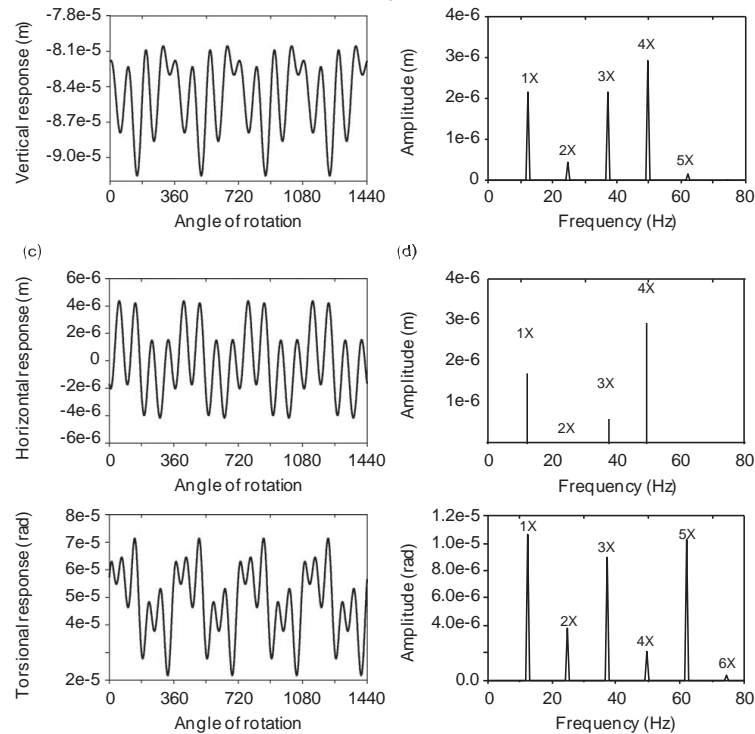
17.5 Respuesta a la vibración del desequilibrio de rotores acoplados con desalineamiento angular

Respuesta a la vibración de los rotores acoplados angularmente desalineados se obtiene a partir del modelo FE teniendo en cuenta las fuerzas y momentos de excitación de desalineamiento en el lugar de acoplamiento. Los coeficientes de rigidez presentan armónicos de la velocidad de rotación, por lo general los primeros seis. Sin embargo, los componentes de frecuencia 1X, 2X y 3X son significativos en amplitudes. La desalineamiento angular se considera en el plano vertical (sobre el eje Z).

La Figura 17.14 muestra la respuesta de vibración lateral y torsional de velocidad de rotación $w = w_n/4 = 12.4 \text{ Hz}$. Un valor de desalineamiento angular de $0,5^\circ$ (es decir, $\beta =$

0,5 °) se considera sobre la dirección horizontal para el estudio. Se observa la respuesta a la vibración lateral con componentes espectrales (cinco primeros armónicos) con un fuerte componente en 4X junto con notables componentes armónicas 1X y 3X. En $w_n/4$, el cuarto armónico de la velocidad coincide con la frecuencia natural de flexión de los rotores, por lo tanto, la máxima amplitud está en el componente 4X. El nivel de vibraciones en dirección vertical es mayor que en la dirección horizontal debido a la mayor rigidez efectiva en dirección horizontal, como la falta de alineación inducida es aproximadamente en la dirección horizontal.

Figura 17.14 Respuesta de la vibración y sus espectros de Fourier del rotor 1 desalineado angularmente a $w_n/4$



Fuente: PATEL, Tejas H. y DARPE, Ashish K. Vibration response of misaligned rotors. En: *Journal of Sound and Vibration* 325.: ELSEVIER. 2009, pp. 624

Aunque los niveles de amplitud son pequeños, la respuesta torsional la Figura 17.14 muestra claramente notable presencia de armónicos hasta el orden cinco. Armónicos impares en el espectro de frecuencia, es decir 1X, 3X y 5X son dominantes. Se presenta un fuerte componente en 5X que se puede explicar debido a la excitación de la frecuencia natural de torsión (61.3 Hz) por la armónica de quinto orden (62 Hz) de la velocidad de rotación. La respuesta torsional en el caso de desalineamiento paralela está dominado por el componente de frecuencia 1X (Figura 17.13); sin embargo, como es claramente evidente

a partir de la Figura 17.14, para el desalineamiento angular, los armónicos de 1X y 3X son dominantes y de amplitudes comparables. Un componente de frecuencia de gran amplitud en 3X en vibraciones torsionales es por lo tanto la función de vibración distintiva en el caso de desalineamiento angular. Hay que resaltar debido al pandeo estático, la forma de onda de vibraciones laterales siempre será diferente de cero. La presencia de formas de onda para las vibraciones torsionales diferentes de cero puede ser considerada como un síntoma de desalineamiento.

17.6 DISCUSIÓN DEL CAPÍTULO

- El desbalance y el desalineamiento son problemas serios y comunes en los sistemas de rotores, y en consecuencia en las máquinas, ya que generalmente ocasionan altos niveles de vibración y desgaste que reducen la resistencia a la fatiga.
- En desbalance la precesión sincrónica (giro) del eje es capaz de inducir vibración torsional bisíncrona (2X) cuando la velocidad de rotación este cerca o igual a la mitad de la frecuencia natural torsional; y la vibración lateral bisíncrona (2X) se hace notable en la frecuencia natural torsional sin generar ningún cambio de amplitud en la vibración lateral sincrónica(1X).
- Características únicas de vibración torsional se presentan dependiendo del tipo de desalineamiento permitiendo su identificación, para desalineamiento paralelo se observa respuesta de gran amplitud de vibración en 1X y para desalineamiento angular se observan respuestas de gran amplitud en 1X y 3X.
- Para la identificación del tipo de desalineamiento que se pueda presentar en un sistema de rotores, es conveniente utilizar las respuestas de fase de vibración lateral por orbitas, debido a su sencilla medición.

18.1 SOBRE EL MODELAMIENTO DE LA FRICCIÓN DE COULOMB

Este documento analiza dos tipos de representaciones de la fricción de Coulomb en el contexto de una simulación dinámica de la vibración torsional de una sarta de perforación conducida.

Tabla 18.1 *Dos modelos para comparación de simulaciones*

COMPARACIÓN DE LOS DOS MODELOS	
MODELO POR TROZOS	MODELO SIMULACIÓN NUMÉRICA
<p>Un modelo de fricción a trozos el cual es discontinuo y no analítico, además puede tener características lineales o no tenerlas, y en caso de poseer dichas características lineales una solución analítica está disponible para un buen intervalo de tiempo definido. Esto ofrece una particular ventaja sobre la simulación numérica con fricción suave no lineal puesto que esto permite la dependencia de la solución sobre los parámetros en el sistema para ser determinados fácilmente. El modelo a trozos requiere además ciertas condiciones, es decir, por una parte se requiere que durante las fases los grados de libertad estén ankylosados durante un periodo de tiempo, además se requiere estudiar las fases adherir y deslizar tanto positiva o negativamente, las cuales son denominadas carrera ascendente y descendente, estas requieren condiciones establecidas y ecuaciones que definen las fases es decir las reglas. La ecuación que define el modelo es el siguiente.</p>	<p>Este es un modelo utilizado para comparar con el modelo a trozos. En este modelo la función que define a la fricción es continua, al igual que la función a trozos es dependiente de la velocidad $\dot{\theta}$. En este caso se debe recordar que las aproximaciones continuas producen alternativas fenomenológicas aceptables. Sin embargo, no se es consistente de una comparación detallada entre la evolución dinámica basada sobre esas diferencia cercanas. Una propuesta continua y suavizada, se propone con la finalidad de evitar un análisis por trozos. Este modelo favorece la simulación numérica, debido a que no requiere interrumpir el código. Para el enfoque basado en un perfil de fricción continua se compara los efectos de la anterior ecuación con la representación de tres parámetros:</p>

Tabla 18.1(Continuación)

$F(t) = \begin{cases} C_f \operatorname{sgn}(\dot{\theta}(t)) & \dot{\theta}(t) \neq 0 \\ \left. \begin{cases} \frac{1}{W} u(t) & u(t) \leq WS_f; \quad \dot{\theta}(t) = 0 \\ S_f \operatorname{sgn}(u(t)), & \text{de otro valor} \end{cases} \right\} \end{cases}$ <p>La constante C_f describe la componente de fricción cinética y S_f la componente de fricción estática, tanto C_f y S_f son constantes positivas con $S_f > C_f$.</p>	$F(t) = \beta \left(\tanh(\dot{\theta}(t)) + \frac{A\dot{\theta}(t)}{1 - B\dot{\theta}(t)^2} \right)$ <p>Donde $-\infty \leq \theta \leq \infty$ y las constantes β, A, y B son todas positivas</p>
---	--

Fuente: Los autores

Con estas dos representaciones de la fricción, como una función suavizada y continua, y por otra parte un perfil de la fricción a trozos pero que es lineal, la cual se asemeja más al comportamiento dinámico de la fricción, se logra constituir las ecuaciones físicas que dominan al sistema mecánico. Una representación del modelo a presentar se da en la siguiente figura:

Figura 18.1 Esquema representativo del modelo sarta de perforación

Componentes de la sarta de perforación	Explicación
	<p>Un sistema idealizado consiste de un motor eléctrico provisto de una fuente de torque externo (El top-drive)³⁸ conectado a través de un tubo de acero vertical llamado la sarta de perforación (Drill string) a un estabilizador rotativo pesado y a su vez a la broca perforadora o drill-bit (El bottom-hole Assembly o BHA)³⁹.</p> <p>A continuación se presentan las ecuaciones del movimiento de una sarta resumida en una composición que simula una sarta de perforación real. De ella surgen las ecuaciones diferenciales que dominan el movimiento, y que además contienen los efectos de la fricción, la inercia de las masas del modelo, al igual que la fricción viscosa y el torque transmitido.</p>

Fuente: Los autores

³⁸ Un top-drive es un dispositivo mecánico sobre un drilling rig (Plataforma de perforación) que provee un torque en sentido horario para la sarta de perforación para facilitar el proceso de perforación en un pozo.

³⁹ El BHA se compone de: una broca, que se utiliza para romper la roca, formaciones, collares de perforación, que son pesados, tubos de paredes gruesas se utilizan para aplicar el peso de la broca, y estabilizadores de perforación, que mantienen el conjunto centrado en el agujero.

18.1.1 Ecuaciones del movimiento

En términos de la aproximación anterior sus ecuaciones del movimiento son.

$$J_T \ddot{\alpha}(t) + \mathcal{G}_m(t) + u(t) = 0 \quad \text{Ec. 18.1}$$

$$J_B \ddot{\theta}(t) - u(t) + WF(t) = 0 \quad \text{Ec. 18.2}$$

Donde los parámetros J_T y J_B son los momentos de inercia efectivos del *top-drive* y del BHA respectivamente y W denota el promedio del "peso sobre el Bit" (WOB weight on bit), asumido constante. La función forzada $\mathcal{G}_m(t)$ denota el torque externo deliberado por el *top-drive* y esta dado por:

$$\mathcal{G}_m(t) = k_p(\dot{\alpha}(t) - \Omega_0) + k_i(\alpha(t) - \Omega_0 t) \quad \text{Ec. 18.3}$$

Donde k_p y k_i son parámetros de control de la velocidad de rotación y Ω_0 es la velocidad angular objetivo. La función $u(t)$ describe el torque transmitido y el amortiguamiento debido a los efectos viscosos. Se da por:

$$u(t) = k(\alpha(t) - \theta(t)) + \beta_v(\dot{\alpha}(t) - \dot{\theta}(t)) \quad \text{Ec. 18.4}$$

Donde $k > 0$ y es la constante de elasticidad de la sarta de perforación estimada como una elasticidad torsional y $\beta_v > 0$ es una constante de amortiguamiento viscoso. El perfil de la fricción $F(t)$ modela la dependencia del torque por fricción sobre el movimiento relativo entre el BHA y la superficie de la roca. Esto se asume en todo que el perforador bit está en contacto con la superficie de la roca. En el contexto del modelo bajo discusión el enfoque basado en una construcción a trozos de la solución utiliza un perfil de fricción. En el libro anexo se muestran las reglas que dominan la función a trozos discontinua, al igual que se definen las condiciones de cada una de las fases, por último, se propone una forma de construir el modelo de la función a trozos. Las graficas de los modelos para comparación se encuentran en el libro anexo al igual que las conclusiones de estas simulaciones.

18.2 VIBRACIONES INDUCIDAS POR STICK-SLIP EN MODELOS DE FRICCIÓN ALTERNATIVOS (GENERALIDADES DEL CASO)

el modelo de fricción presentado a continuación, es una evolución de diferentes modelos planteados con anterioridad, basados por el presentado de Karnopp.

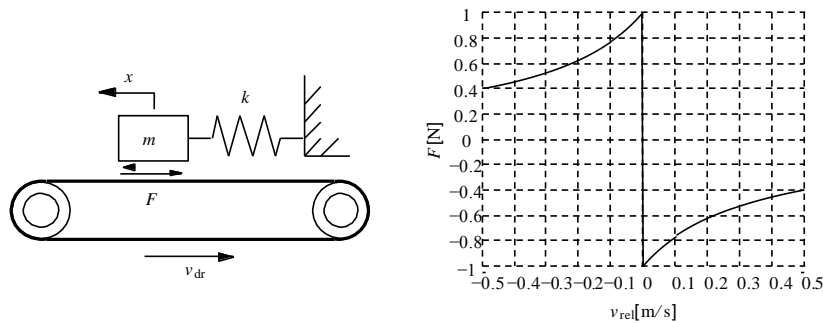
En este apartado se presenta la comparación del modelo de fricción suavizado complementado con un método de disparo que busca encontrar soluciones periódicas por medio del límite de ciclos, en contraparte un modelo utilizando un perfil de la fricción a trozos en conjunto con el método de disparo, es utilizado en una primera parte para comparar la eficiencia respecto al primer modelo mostrado [2].

18.2.1 Modelo de un grado de libertad

Consideremos una masa m unida a un espacio inercial por un resorte k , donde $m = 1\text{kg}$ y $k = 1\text{[N/m]}$ La masa esta montada sobre una banda transportadora (driving belt), que es movida a una velocidad constante $v_{dr} = 0,2\text{ [m/s]}$ Figura 18.2. Entre la masa y la correa sucede fricción seca, con una fuerza de fricción F . La ecuación de estados describiendo este modelo, es como se ve:

$$\dot{x} = f(x) = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ -\frac{k}{m}x + \frac{F}{m} \end{bmatrix} \quad \text{Ec. 18.5}$$

Figura 18.2 Fricción como una función de la velocidad relativa



Fuente: Adaptado de R.I. Leine, D.H. Van Capen, A.D. Kraker, L.VAN. Steen. *Stick-Slip Vibrations Induced by Alternate Friction Models*. [ed.] Eindhoven University of Technology. s.l. : Department of Mechanical Engineering, Nonlinear Dynamics. págs. 1-14. 1998. Págs. 44

de este sencillo ejemplo se desprende, el siguiente pseudocódigo utilizando un perfil de fricción a trozos en conjunto con el método de disparo.

if $|v_{rel}| > \eta$ **then**

$$\dot{x} = f(x) = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ -\frac{k}{m}x + \frac{F(v_{rel})}{m} \end{bmatrix} \quad \text{Deslizar}$$

elseif $|kx| > F_s$

$$\dot{x} = f(x) = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ -\frac{k}{m}x + \frac{F_s}{m} \operatorname{sgn}(kx) \end{bmatrix} \text{ Transicion de adherir a deslizar}$$

else

$$\dot{x} = f(x) = \begin{bmatrix} v_{dr} \\ -v_{rel} \sqrt{\frac{k}{m}} \end{bmatrix} \text{ Adherir}$$

end;

El tiempo de permanencia en la fase de adherir puede ser incluido como una variable de estado adicional, y de nuevo utilizando el perfil de fricción a trozos en conjunto con el método de disparo se obtiene el seudocódigo: η es una pequeña banda de velocidad en el perfil de fricción que permite formar el seudocódigo.

if $|v_{rel}| > \eta$ **then**

$$\dot{x} = f(x) = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ -\frac{k}{m}x + \frac{F(v_{rel})}{m} \\ -bt_{stick} \end{bmatrix} \text{ Deslizar}$$

elseif $|kx| > F_{stick}$

$$\dot{x} = f(x) = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ -\frac{k}{m}x + \frac{F_{stick}}{m} \operatorname{sgn}(kx) \\ -bt_{stick} \end{bmatrix} \text{ Transicion de adherir a deslizar}$$

else

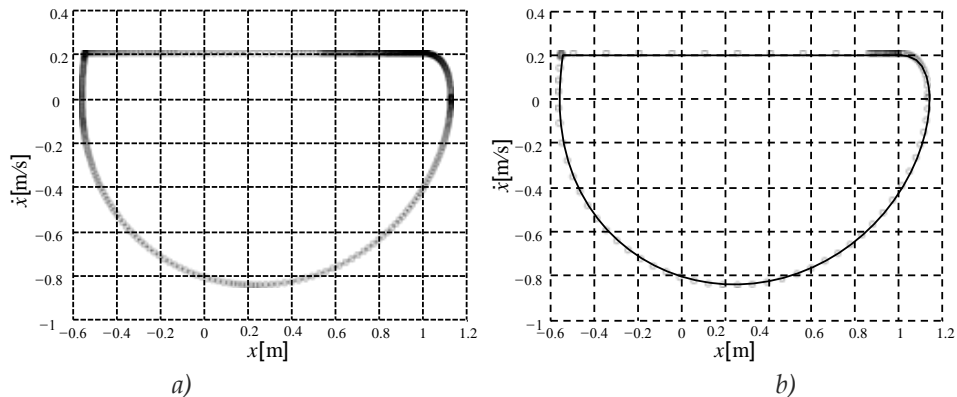
$$\dot{x} = f(x) = \begin{bmatrix} v_{dr} \\ -v_{rel} \sqrt{\frac{k}{m}} \\ 1 \end{bmatrix} \text{ Adherir}$$

end

Una comparación entre estos dos métodos se da en la grafica de limite de ciclos, donde se observa, que el método de suavizado, requiere aproximadamente 35.5 veces más operaciones de punto flotante, en comparación del perfil a trozos, esto

representa, tiempo de simulación computacional muy prolongado, a) suavizado a) a trozos.

Figura 18.3 Retrato de fase obtenido con el método de suavizado y con el modelo cambiante



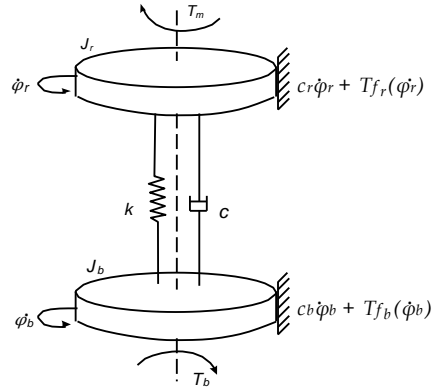
Fuente: R.I. Leine, D.H. Van Capen, A.D. Kraker, L.VAN. Steen. Stick-Slip Vibrations Induced by Alternate Friction Models. [ed.] Eindhoven University of Technology. s.l. : Department of Mechanical Engineering, Nonlinear Dynamics. págs. 1-14. 1998. Págs. 47

Las conclusiones de los modelos para simulación son presentadas en el libro anexo, así como la construcción del mismo, y la explicación del método de disparo. cabe resaltar que debido al perfil de fricción a trozos se pueden obtener las ecuaciones sencillas que pueden ser montadas con el seudocódigo, lo que infiere el hecho, de que sistemas de grados de libertad superiores pueden ser representados también. a continuación este método es aplicado a una sarta de perforación.

18.3 APLICACIÓN DEL MODELO CAMBIANTE A UNA SARTA DE PERFORACIÓN

Este modelo de fricción alternativo puede ser ampliado para el caso donde vibraciones torsionales aparecen, siguiendo este análisis, una implementación de dicho modelo puede seguirse al referenciarse respecto a una sarta de perforación como se verá a continuación, se incluye esta información con el fin de ver aplicado el análisis anterior en un caso que ha sido estudiado por muchos investigadores en el campo de la perforación del suelo para la extracción de gas y petróleo:

Figura 18.4 Modelo mecánico que describe el comportamiento torsional de una sarta genérica



Fuente: NAVARRO, Lopez E.M, SUÁRES R. *VIBRACIONES EN UNA SARTA A DE PERFORACIÓN: PROBLEMAS DE CONTROL*. Mexico D.F : s.n., 2004.. Instituto Mexicano del Petróleo. P.2-6

Aquí se presenta un modelo simplificado de una sarta de perforación, se toman en cuenta tanto las fricción de fondo como de la parte superior, o mesa rotativa. se pretende llegar a armar la función a trozos que permitirá realizar el pseudocódigo, y definir la banda estrecha que es lo que me permite, aplicar el mismo. las ecuaciones del movimiento surgen naturalmente.

$$J_r \ddot{\varphi}_r + c(\dot{\varphi}_r - \dot{\varphi}_b) + k(\varphi_r - \varphi_b) = T_m - T_r(\dot{\varphi}_r) \quad \text{Ec. 18.6}$$

$$J_b \ddot{\varphi}_b - c(\dot{\varphi}_r - \dot{\varphi}_b) - k(\varphi_r - \varphi_b) = -T_b(\dot{\varphi}_b) \quad \text{Ec. 18.7}$$

Donde: k y c son los coeficientes de rigidez y amortiguamiento torsionales asociados a las tuberías que componen la sarta, J_r es la inercia correspondiente al mecanismo rotatorio de la superficie y J_b la inercia asociada a las tuberías de perforación y a la BHA J_r y J_b son los desplazamientos angulares del mecanismo rotatorio de la superficie y de la BHA, respectivamente, T_m es el par dado por el motor eléctrico situado en la superficie. T_r , T_b , Son los pares de fricción asociadas a las inercias J_r y J_b , respectivamente, y en ellas se considera una componente seca y otra viscosa, es decir:

$$T_r(\dot{\varphi}_r) = c_r \dot{\varphi}_r + T_{fr}(\dot{\varphi}_r) \quad \text{Ec. 18.8}$$

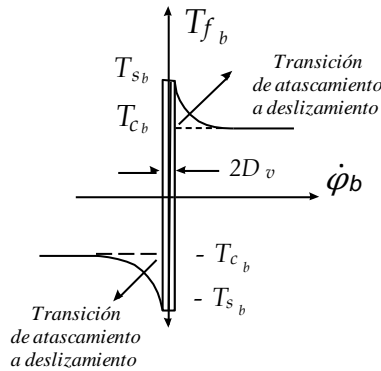
$$T_b(\dot{\varphi}_b) = c_b \dot{\varphi}_b + W_{ob} R T_{fb}(\dot{\varphi}_b) \quad \text{Ec. 18.9}$$

Donde:

$$T_{fr}(\dot{\varphi}_r) = [T_{cr} + (T_{sr} - T_{cr})e^{-\mu|\dot{\varphi}_r|}] \text{sgn}(\dot{\varphi}_r) \quad \text{Ec. 18.10}$$

$W_{ob} > 0$ Es el peso en la barrena, $R > 0$ el radio de la barrena, c_r and c_b son los coeficientes de amortiguamiento viscoso asociados al sistema rotatorio de la superficie y a la barrena, respectivamente; T_{sr} y T_{cr} son los coeficientes de fricción estática y de Coulomb, respectivamente, asociados a la inercia J_r y μ_r es una constante positiva. $T_{fb}(\dot{\phi}_b)$ Se define en la siguiente sección.

Figura 18.5 Fricción en la barrena: modelo cambiante de fricción con una variación del modelo de fricción de Karnopp



Fuente: NAVARRO, Lopez E.M, SUÁRES R. *VIBRACIONES EN UNA SART A DE PERFORACIÓN: PROBLEMAS DE CONTROL*. Mexico D.F : s.n., 2004. págs. 2-6. Instituto Mexicano P. 3

18.3.1.1 Modelado de la interacción roca/barrena

La interacción roca/barrena se modela mediante T_{fb} y se simplifica a través de considerar T_{fb} como una fricción de tipo seca. T_{fb} se propone como una variación de la fricción de Stribeck más el modelo de fricción estática (Armstrong-Hélouvry et al., 1994). El modelo de fricción seca, o sea, el carácter multi valuado de T_{fb} cuando $\dot{\phi}_b = 0$, se aproximará mediante una combinación del modelo conmutado propuesto en (Leine et al., 1998) y el modelo de fricción seca en el que se introduce una banda de velocidad cero (modelo de Karnopp (Karnopp, 1985)), por lo tanto:

$$T_{fb}(x) = \left\{ \begin{array}{ll} \frac{T_{eb}(x)}{W_{ob}R} & \text{si } |\dot{\phi}_b| < D_v, |T_{eb}| \leq RT_{sb} \text{ adherir} \\ T_{sb} \text{sgn}(T_{eb}(x)) & \text{si } |\dot{\phi}_b| < D_v, |T_{eb}| > RT_{sb} \text{ Transicion} \\ f_b(\dot{\phi}_b) \text{sgn}(\dot{\phi}_b) & \text{si } |\dot{\phi}_b| \geq D_v \text{ Deslizamiento} \end{array} \right\} \quad \text{Ec. 18.11}$$

donde:

$$T_{eb}(x) = c(\dot{\phi}_r - \dot{\phi}_b) + k(\phi_r - \phi_b) \quad \text{Ec. 18.12}$$

$$f_b(\dot{\varphi}_b) = T_{cb} + (T_{sb} - T_{cb})e^{-\mu_b|\dot{\varphi}_b|} \quad \text{Ec. 18.13}$$

Con $x = (\varphi_r, \varphi_r, \varphi_b, \varphi_b)^T$, $T_{eb}(x)$ el par externo aplicado que debe superar el par asociado al umbral de fricción estática T_{sb} para hacer que la barra se mueva, T_{bc} es el coeficiente de fricción de Coulomb de la barra, μ_b es una constante positiva, $D_v > 0$ define un entorno de $\dot{\varphi}_b = 0$, suficientemente pequeño, el modelo de fricción resultante se muestra en la **Figura 18.5**. Aquí se define la estrecha banda de velocidad relativa como D_v y se puede observar en la Figura 18.5. A partir de aquí es posible contruir el modelo alternante. El modelo es mostrado en [61]

18.3.1 Modelo de fricción humped

Muchos investigadores han desarrollado modelos en los cuales toman como punto de referencia el modelo presentado por Coulomb para la fricción. En esta sección se introducirá un modelo en el cual se toma en cuenta el efecto Stribeck sobre el fenómeno de fricción y por ende en el modelamiento de la misma.

En este modelo se involucra a la fuerza de fricción como una función de la velocidad (Figura 18.6) En la Figura 18.6(Derecha) se muestra la grafica de la fricción dividida en zonas. La zona I, no hay movimiento, y si se relaciona esta zona con las fases de la fricción con el fenómeno Adherir-Deslizar, entonces es esta zona I, se tiene que el cuerpo no se mueve, es decir está en la fase Adherir.

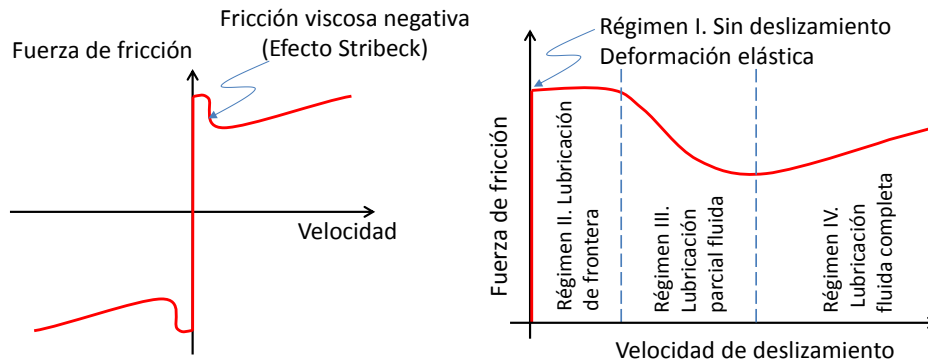
En la zona II se inicia el movimiento y la fuerza de fricción es constante, por ende en esta zona y observando el grafico, se puede observar que se da el deslizamiento positivo.

En la zona III disminuye la fricción a medida que aumenta la velocidad (pendiente negativa), seguimos en deslizamiento, pero ahora podemos ver como se relaciona directamente esta zona con e amortiguamiento negativo, el cual se llama efecto Stribeck.

A las tres regiones anteriores, se caracteriza a la fricción a velocidades bajas, se le llama fricción estática.

La zona IV es cuando ya se encuentra en movimiento, en la cual hay una relación lineal entre la velocidad y la fuerza de fricción.

Figura 18.6 Modelo de la fricción Humped y Regiones de la fricción (Derecha).



Fuente: Adaptado de MATTHEW O. T., Cole. *On stability of rotordynamic systems with*. Department of Mechanical Engineering, Chiang Mai University : Chiang Mai, Tailandia, 2008. pág. 23.

Este modelo es presentado con la finalidad de comprender que existen muchos modelos desarrollados para el fenómeno complejo de la fricción, además que servirá como introducción para el capítulo 16, donde se analiza una configuración experimental de una sarta de perforación, en donde esta se analiza por medio de un modelo de fricción Humped.

Las ecuaciones para este modelo de fricción están dadas en dicho capítulo, por esta razón se invita al lector, a revisar esta sección para mayor claridad. Por otra, se puede ver con mayor profundidad este modelo en el libro seminario.

18.3.1.1 Característica Stribeck

Un concepto muy útil para entender la comprensión del papel de los diferentes regímenes de lubricación es la curva Stribeck mostrada en la Figura 18.7. Históricamente la curva Stribeck fue ampliamente difuminada debido a los experimentos sistemáticos y definitivos experimentos realizados por Stribeck, que explican la fricción en los cojinetes, un tema que hasta ese momento había sido de gran confusión.

La ordenada en la Figura 18.7 es el coeficiente de fricción en condiciones estables. La abscisa, es un número adimensional, denominado a veces como el número de Hersey, o también como el número característico del cojinete es dado por:

$$H_s = \frac{\mu N}{p} \quad \text{Ec. 18.14}$$

donde:

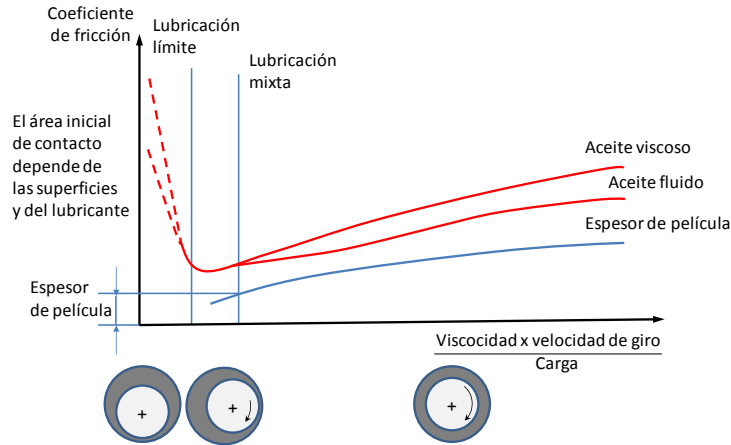
μ = Viscosidad absoluta [Pa.s], N = Velocidad angular [rps], p = Presión [Pa]

Un numero de Hersey grande usualmente significa una capa de lubricante relativamente gruesa, mientras que un numero bajo resultará una capa muy delgada.

Analicemos a la derecha de la grafica, es decir en la lubricación hidrodinámica, y supongamos por ejemplo, que ocurre un incremento en la temperatura del lubricante, con lo cual baja la viscosidad μ , y por consiguiente $\frac{\mu N}{p}$ bajará también, nótese que el coeficiente de fricción f disminuye al igual que la generación de calor; con esto desciende la temperatura del lubricante; podemos concluir que la zona hidrodinámica es una lubricación estable, por que las variaciones se corrigen por si solas⁴⁰.

En la lubricación límite, una disminución de la viscosidad produce un aumento en la fricción f , y la temperatura con este, que reduce más la viscosidad y por lo tanto habrá contacto directo. En consecuencia la zona de la izquierda representará lubricación inestable.

Figura 18.7 Lubricación hidrodinámica Stribeck



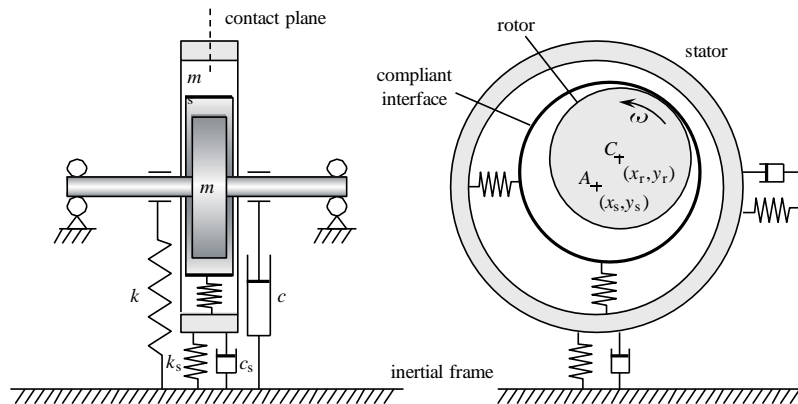
Fuente: Adaptada de LARA, Forero Diego Andres. PRIETO, Galvis Jaime Eduardo y RAMIREZ Mancipe Andrea Lizeth, et al. *seminario de investigacion en lubricacion hidrodinamica de cojinetes. Trabajo de grado. Universidad Industrial de Santander. Facultad de fisicomecanicas.. Bucaramanga, 2012 Págs. 488. : s.n. Págs. 101*

⁴⁰ B.J HAMROCK. Fundamental of fluid film lubrication, 1994

18.4 ACERCA DE LA ESTABILIDAD DE SISTEMAS ROTODINÁMICOS CON INTERACCIÓN DEL CONTACTO ROTOR-ESTATOR

En sistemas de las maquinas donde el rotor gira dentro de un limitado espacio apoyado por cojinetes, el contacto entre el rotor y sus alrededores pueden resultar en una constante vibración acoplada del rotor y el estator. Cuando la respuesta a la vibración es impulsada principalmente por las fuerzas de fricción, la estabilidad rotodinámica llega a ser un tema serio. Por esta razón y debido a que en esas circunstancias el rotor tendrá contacto con el estator, se producirá roce y fricción. En esta sección se analizara, el giro de precesión síncrono de avance y retroceso. Primero se define una geometría, y se calculan principalmente tres ecuaciones que darán como resultado una forma matemática encontrar en qué casos se presentan dicho giros, y en qué condiciones se presentará contacto, al igual que las velocidades de rotación del rotor que generan inestabilidades. Como ultima parte se presenta la demostración matemática que representa las inestabilidades, por el método de *Lyapunov*. Por razón es de simplicidad en este libro resumen. Los procedimiento matemáticos de lo anteriormente tratado no se abordan, pero puede encontrarse en el libro extenso en la sección 12.4.2.1.

Figura 18.8 masa acoplada en un modelo de rotor y estator



Fuente: Adaptado de MATTHEW O. T., COLE. *On stability of rotordynamic systems with*. Department of Mechanical Engineering, Chiang Mai University : Chiang Mai, Tailandia, 2008.. Págs. 3355

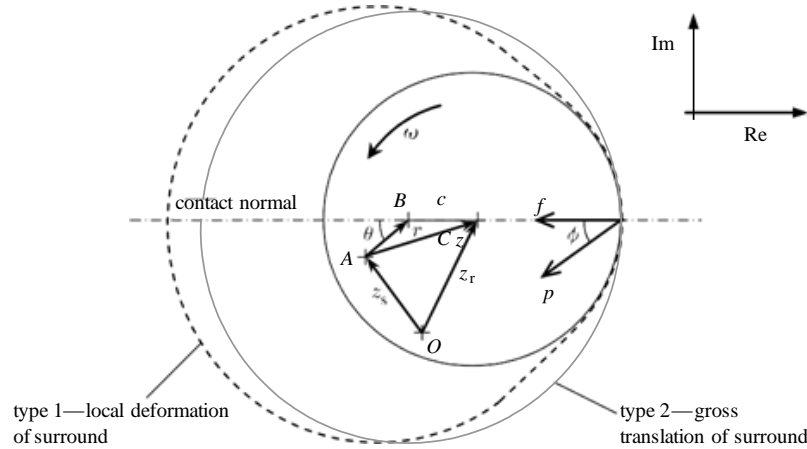
De esta configuración surgen las ecuaciones para el rotor y el estator, aquí lo único que une a las dos ecuaciones de movimiento es la fuerza de interacción p .

$$m\ddot{z}_r + b\dot{z}_r + kz_r = p + De^{i\omega t} \quad \text{Ec. 18.15}$$

Típicamente, La fuerza de perturbación girando sincrónicamente D representaría un desbalance del rotor, caso en el cual se podría configurar $D = me\omega^2$, donde e es la excentricidad másica del rotor, La ecuación de movimiento para este estator es:

$$m_s \ddot{z}_s + b_s \dot{z}_s + k_s z_s = -p \quad \text{Ec. 18.16}$$

Figura 18.9 Geometría de la interacción del rotor-estator mostrando 2 tipos de modelo de contacto



Fuente: MATTHEW O. T., COLE. *On stability of rotordynamic systems with*. Department of Mechanical Engineering, Chiang Mai University : Chiang Mai, Tailandia, 2008.. Págs. 3355 Págs. 3356

De estas ecuaciones y con la anterior geometría se obtienen las siguientes tres ecuaciones. Aquí, $Q(\omega)$ es la respuesta del rotor sin contacto y $g(\omega)$ es la frecuencia dependiente de la receptancia polar para el sistema rotor estator combinado. Para el sistema mostrado en la Figura 18.8

$$g(\omega) = \frac{1}{k + ib\omega - m\omega^2} + \frac{1}{k_s + ib_s\omega - m_s\omega^2}, \quad Q(\omega) = \frac{D}{k + ib\omega - m\omega^2} \quad \text{Ec. 18.17}$$

$$\left(g(\omega) + \lambda/k\right)Pe^{i\phi} + c = Q(\omega), \quad \lambda = \frac{1 + i \tan \theta}{1 + i \mu} \quad \text{Ec. 18.18}$$

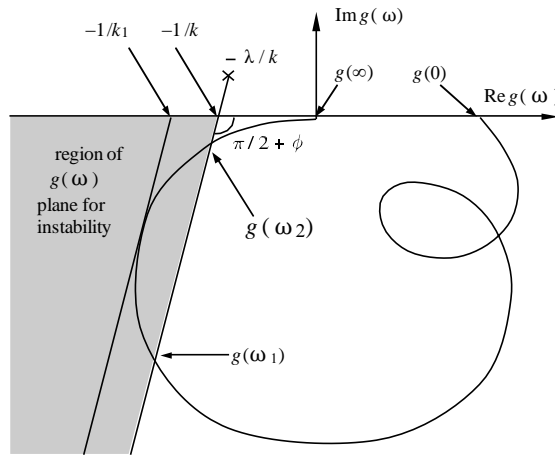
Determinadas estas ecuaciones se busca determinar cuando sucede cada efecto de giros.

18.4.1.1 Giro con avance sincrónico con frotación

$$\frac{P}{c} = \frac{-\cos(\psi + \phi) \pm \sqrt{\cos^2(\psi + \phi) + (Q/c)^2 - 1}}{|g(\omega) + \lambda/k|}, \quad \psi = \angle(g(\omega) + \lambda/k) \quad \text{Ec. 18.19}$$

$$\angle(g(\omega) + \lambda/k) < -\mu/2 - \phi \quad \text{Ec. 18.20}$$

Figura 18.10 Zonas de frecuencia para potencial interacción del rotor-estator



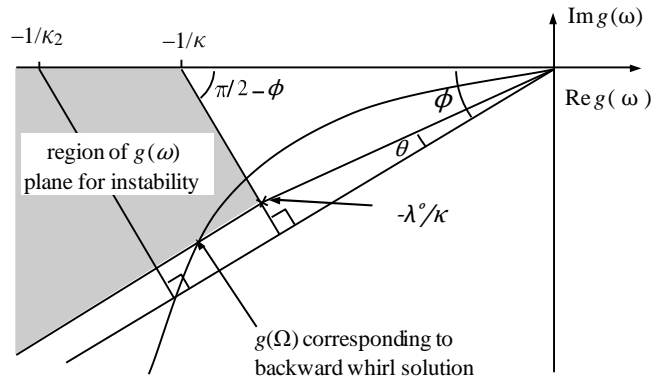
Fuente: Adaptado de MATTHEW O. T., COLE. *On stability of rotordynamic systems with*. Department of Mechanical Engineering, Chiang Mai University : Chiang Mai, Tailandia, 2008. Págs. 3355 Págs. 3358

18.4.1.2 Fricción seca de retroceso de giro

$$(g(-\Omega) + \lambda/k)Pe^{i\phi} + c = 0 \quad \text{Ec. 18.21}$$

$$\angle(g(-\Omega)^* + \lambda^*/k) = -\pi + \phi \quad \text{Ec. 18.22}$$

Figura 18.11 Existencia de potenciales inestabilidades de giro por retroceso.



Fuente: Adaptado de MATTHEW O. T., COLE. *On stability of rotordynamic systems with*. Department of Mechanical Engineering, Chiang Mai University : Chiang Mai, Tailandia, 2008..Págs. 3359

Las anteriores gráficas definen, las zonas de inestabilidad de contacto rotor estator y las condiciones necesarias para que cada posible efecto pueda presentarse.

EL documento extenso presenta una última parte donde se modela matemáticamente un sarta de perforación con valores propios del sistema mecánico real. Por otra parte se analizan distintos perfiles de fricción, a la vez que se calculan las ecuaciones que gobiernan el movimiento, y por medio de diagrama de retrato se analizan regiones de inestabilidades que dan origen a las vibraciones torsionales.

18.5 DISCUSIÓN DEL CAPÍTULO

- Debido a las no linealidades de la fricción se tiene potenciales problemas de no linealidades por efecto de este fenómeno, por tal razón es un problema que debe ser atendido debido a su potencial destructivo y excitador de vibraciones torsionales con y sin el efecto adherir-deslizar, así como el giro de precesión sincrónico de avance y retroceso.
- El efecto adherir-deslizar es una de las principales causas de la generación de las vibraciones torsionales, y se demuestra gráficamente el efecto de diferentes amortiguamientos viscosos.
- Modelos que utilizan perfiles como la fricción de Coulomb son utilizados en conjunto al efecto Stribeck, al igual que el amortiguamiento viscoso y positivo, como se pudo observar en el perfil de fricción Humped.
- Modelos alternativos para la fricción muestran su eficiencia de simulación en comparación con métodos de suavizado convencionales.

19.1 MODELOS MATEMÁTICOS

Uno de los más notables estudios en el campo de las artes de modelado vibracional realizado por Özgüven y Houser [62] y, aunque se publicó en 1988 sigue siendo considerado como el punto de partida de cualquier investigación sobre la dinámica de engranajes. En cuanto a los numerosos modelos de equipos desarrollados en las tres décadas anteriores a la publicación, el documento divide los modelos en 5 categorías que se indican a continuación, aunque algunos modelos se pueden colocar dentro de un número de categorías.

1. **Modelos de Factor dinámico simple:** Se utiliza para determinar las fórmulas de esfuerzos de raíz de engranajes a través de métodos empíricos y semi-empíricos y modelos dinámicos para la determinación del factor de dinámico.
2. **Modelos con dientes flexibles:** La flexibilidad del cuerpo de engranaje, ejes, rodamientos no son tomados en cuenta y la rigidez del diente es considerada como la única reserva de energía, que por lo general se reduce a un solo grado de libertad de modelo masa-resorte. Puede ser desarrollado para determinar el factor dinámico.
3. **Modelos para la dinámica de engranaje:** Incluye otros elementos (ejes, etc.) la flexibilidad torsional de ejes es importante a lo largo con la flexibilidad transversal de los rodamientos. Tradicionalmente la contribución de flexibilidad (compliance) del diente se introduce a través de la variable en el tiempo de la rigidez de engrane.
4. **Modelos Dinámicos Rotor-Engranaje:** se toman la vibración de ejes transversales en dos direcciones perpendiculares, en las cuales se permite la rotación, es decir el centro del eje se mueve junto con el rodamiento a la velocidad media de rotación. La vibración torsional comúnmente se considera al igual que el modelo dinámico incluye la vibración debido a la flexibilidad durante el tiempo que cambia la rigidez del engrane.

5. **Modelos para vibración de torsión:** la flexibilidad de dientes de engranaje no se toma en cuenta y el modelo de torsión se obtiene mediante el uso de ejes flexibles conectados a engranajes rígidos.

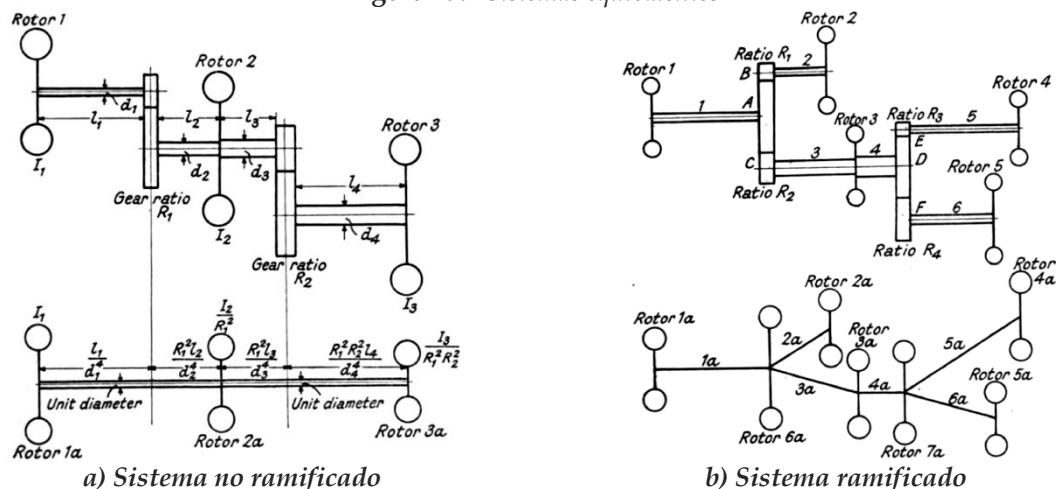
19.1.1 Características de un Sistema Engranado

Un sistema de transmisión engranado consiste en una serie de masas rotativas (engranes) que transmiten potencia entre los ejes. La determinación de las características de la vibración torsional de tal sistema se simplifica considerablemente si el sistema real se sustituye por un sistema dinámicamente equivalente donde todos los ejes y ruedas dentadas se sustituyen por un eje que gira a una velocidad media [24].

Las unidades que incorporan engranajes pueden ser divididos, desde el punto de vista de la vibración torsional, en dos clases principales [63]:

- **Sistemas no ramificados**, los cuales no engrana con más de un engrane en otro equipo. Tal sistema se reduce fácilmente a un sistema dinámico equivalente que consta de un árbol que lleva rotores en varios puntos de su longitud.
- **Sistemas ramificados** en los que al menos uno de los engranajes engrana a la vez con al menos dos engranajes adicionales. Un sistema de este tipo no puede ser representada por un solo eje.

Figura 19.1 Sistemas equivalentes



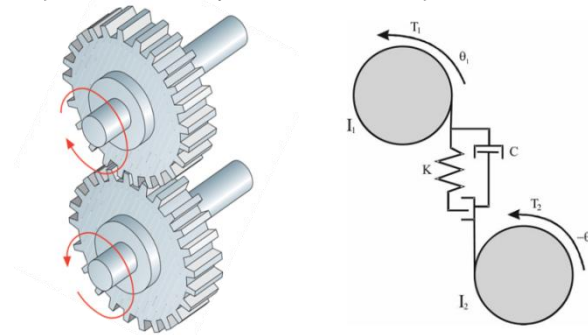
Fuente: adaptada de TUPLIN, W. A. *Torsional Vibration - Elementary Theory and Design Calculations*. Jhon Wiley & Sons, Inc. New York. 1934.p.49

La Figura 19.1(a) muestra el sistema equivalente para tres rotores en donde los dos pares de engranajes del sistema real son sustituidos por un solo momento de inercia montado sobre un solo eje que gira a la velocidad del eje principal, la Figura 19.1(b) ilustra el diagrama de una transmisión en la cual el engrane A engrana con B y C donde la relaciones de velocidad respectivamente son R_1 y R_2 , de igual manera para el engranaje D esta unido al engranaje E y F donde R_3 y R_4 son sus respectivas relaciones de velocidad.

19.1.2 Sistema de una Etapa de Dos Engranajes

Una sola etapa de una transmisión de engranajes se muestra en la Figura 7.2, al lado izquierdo se muestra la transmisión real, y al lado derecho el esquema simplificado.

Figura 19.2 Representación grafica de una sola etapa de transmisión por engranajes



Fuente: Adaptada de FARSHIDIANFAR, Anoshirvan; et al. Frequency response calculation of non-linear torsional vibration in gear systems. En: Journal of Multi-body Dynamics 2008, vol. 222, no 1

Las ecuaciones que gobiernen el movimiento podrían ser Ec. 19.1, Ec. 19.2:

$$I_1 \ddot{\theta}_1 + K(\theta_1 - \theta_2) + C(\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2) = T_1 \quad \text{Ec. 19.1}$$

$$I_2 \ddot{\theta}_2 - K(\theta_1 - \theta_2) - C(\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2) = -T_2 \quad \text{Ec. 19.2}$$

donde θ_1 y θ_2 son los desplazamientos angular absolutos de las ruedas dentadas, las dos ecuaciones anteriores se pueden simplificar a una sola usando la coordenada de desplazamiento relativo angular $\delta = \theta_1 - \theta_2$ [64] inercia efectiva torsional :

$$I = \frac{I_1 I_2}{(I_1 + I_2)} \quad \text{Ec. 19.3}$$

ecuación general de movimiento :

$$\ddot{\delta} + \frac{C}{I} \dot{\delta} + \frac{K}{I} \delta = F_m + \sum_{j=1}^{\infty} F_{pj} \sin(j\omega_p t + \phi_j) \quad \text{Ec. 19.4}$$

el término $F_m = T_m/I$ se denomina el torque medio efectivo, y $F_p = T_{pj}/I_1$ es la amplitud efectiva para el armónico j-esimo del torque pulsante.

19.1.3 Sistema Equivalente No ramificado

Para analizar un sistema real de varias ramificaciones, usualmente lo primero es cambiar el sistema a un equivalente sistema. Considerando los dos ejes como uno solo, las expresiones seguidamente presentadas no tienen en cuenta ninguna no linealidad del sistema.

Relación de velocidades

$$N = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{\theta_2}{\theta_1} \quad \text{Ec. 19.5}$$

La relación existente el sistema real y el equivalente se presentan en la siguiente tabla:

Tabla 19.1 Expresiones de sistema real y equivalente

Energía	Real	Equivalente
Cinética	$\frac{1}{2} I_1 \omega_2^2 + \frac{1}{2} I_b \omega_1^2 + \frac{1}{2} I_a \omega_2^2 + \frac{1}{2} I_2 \omega_2^2$	$\frac{1}{2} I_{1e} \omega_2^2 + \frac{1}{2} I_G \omega_1^2 + \frac{1}{2} I_{2e} \omega_1^2$ $I_{2e} = N^2 I_2, \quad I_G = I_b + N^2 I_a$
Potencial	$\frac{1}{2} K_1 \theta_1^2 + \frac{1}{2} K_2 \theta_2^2$	$\frac{1}{2} K_{1e} \theta_{1e}^2 + \frac{1}{2} K_{2e} \theta_{2e}^2 = \frac{1}{2} (K_1 + N^2 K_2) \theta_1^2$ $K_{1e} = K_1, \quad K_{2e} = N^2 K_2$

Fuente: Los autores

19.1.4 Sistema Equivalente Ramificado

El sistema dinámico equivalente puede ser representado como se muestra en la parte baja de la Figura 19.1(b), tomando el eje 1 como eje de referencia, el momento de inercia equivalente de los tres engranes A, B, y c los cuales constituyen un solo rotor, así:

$$I_{6a} = I_A + R_1^2 I_B + R_2^2 I_C \quad \text{Ec. 19.6}$$

$$I_{2a} = R_1^2 I_2 \quad \text{Ec. 19.7}$$

$$I_{3a} = R_2^2 I_3 \quad \text{Ec. 19.8}$$

$$I_{7a} = R_2^2 [I_D + R_3^2 I_E + R_4^2 I_F] \quad \text{Ec. 19.9}$$

$$I_{4a} = R_2^2 R_3^2 I_4 \quad \text{Ec. 19.10}$$

$$I_{5a} = R_2^2 R_4^2 I_5 \quad \text{Ec. 19.11}$$

19.1.5 Fuerzas Sobre El Engranaje

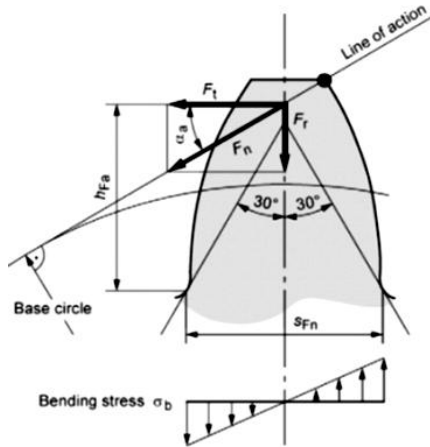
En la Figura 7.2 muestra la fuerza sobre un diente. De acuerdo a la ISO 6336, el esfuerzo cortante debido a las fuerzas laterales no se toma en cuenta cuando se determina la capacidad de carga del engranaje. Una fractura de fatiga flexión de raíz del diente usualmente comienza en la tangente de 30° de la raíz.

19.1.5.1 Esfuerzo de flexión en el diente

El esfuerzo de flexión del diente es calculado como sigue de acuerdo a la norma ISO 6336,

$$\sigma_F = \frac{F_t}{m_n b} Y_F Y_S Y_\varepsilon Y_\beta K_A K_V K_F \beta K_{F\alpha} \quad \text{Ec. 19.12}$$

Figura 19.3 Esfuerzo de flexión en la base de un diente



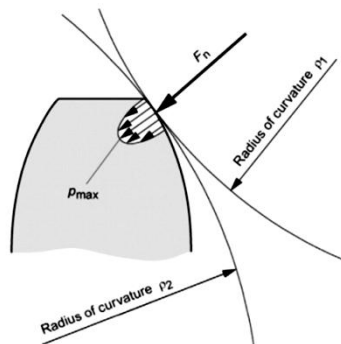
Fuente: BOZCA, Mehmet. *Torsional vibration model based optimization of gearbox geometric design parameters to reduce rattle noise in an automotive transmission.* . Mechanism and Machine Theory. 2010, vol. 45, no 11, p1586

19.1.5.2 Esfuerzo de contacto en el diente

$$\sigma_H = \sqrt{\frac{F_t}{m_n b} \frac{u+1}{u}} Z_H Z_\varepsilon Z_E Z_\beta \sqrt{K_A K_V K_H \beta K_{H\alpha}} \quad \text{Ec. 19.13}$$

Donde F_t es la carga nominal tangencial, b es el ancho de cara, m_n es el modulo normal, los factores geométricos y de diseño pueden ser consultados de los catálogos de los fabricantes.

Figura 19.4 Esfuerzo de contacto en flanco de un diente



Fuente: BOZCA, Mehmet. *Torsional vibration model based optimization of gearbox geometric design parameters to reduce rattle noise in an automotive transmission.* . Mechanism and Machine Theory. 2010, vol. 45, no 11, p1587

19.1.6 Rigidez Torsional Equivalente de un Sistema Engranado

El cálculo solo puede dar valores aproximados, porque el punto de contacto, la dirección de aplicación de la fuerza y del número de dientes en contacto, varía durante la rotación [10].

19.1.6.1 Engranos Rectos:

$$\frac{\delta}{P} = \frac{12}{EL} \left(\frac{h}{B} \right)^3 \left[2.303 \log_{10} \left| \frac{h}{h-h_p} \right| - \frac{h_p}{h} \left(1 + \frac{h_p}{2h} \right) \right] + \frac{h_p}{GLB \left(1 - \frac{h_p}{2h} \right)} \quad \text{Ec. 19.14}$$

19.1.6.2 Tornillo sin fin (Worm wheels)

$$\left(\frac{1}{K_s} \right)_{total}^3 = \left(\frac{1}{K'_s} + \frac{1}{K''_s} \right)^3 = \left(\frac{\delta_c}{P} \right)^3 = \frac{C}{P \left[\frac{E_1}{1-\sigma_1^2} + \frac{E_1}{1-\sigma_1^2} \right]^2} \cdot \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) \quad \text{Ec. 19.15}$$

19.1.6.3 Engranaje helicoidal

$$\frac{1}{K_{stotal}} = \frac{\delta}{P_t} \cong \frac{9}{L} \left[\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} \right] \cdot \frac{1}{\cos \psi} \quad \text{Ec. 19.16}$$

19.1.7 Rigidez Torsional Individual

J Wang [65] a fin de comprender la rigidez torsional de engrane de dos ruedas dentadas, dijo que la variación de la rigidez torsional individual de cada uno de los engranajes en el ciclo de engrane tiene que ser estudiada, sin embargo al predecir la rigidez torsional individual para uno de los engranajes en el engrane es un procedimiento bastante

complejo, debido a la no linealidad del contacto. La posición real de contacto es usualmente desconocida hasta cuando la solución para ambos engranajes es completada.

19.2 PROBLEMAS EN LOS SISTEMAS ENGRANADOS

Los modelos de sistemas torsionales de engranajes comúnmente son realizados independientes de los errores y fallos de sus elementos, pero a menudo se hace necesario un *modelo de excitación impulsada por desplazamiento*. Uno de los más importantes ejemplos para esto, son los errores en la geometría y otros casos como desalineamiento de rotores acoplados.

Engrane con error

$$N_2\phi_2 + N_3\phi_3 = \varepsilon(\phi_2, \phi_3) \quad \text{Ec. 19.17}$$

La mayoría de los fallos en transmisiones dentadas tienen su origen en problemas de excentricidad, montaje deficiente en el árbol, desalineamiento de la propia transmisión, oscilaciones torsionales, desgaste, grietas, picaduras y la fractura de los dientes [66], martilleo de del diente.

19.3 RESPUESTA TORSIONAL NO LINEAL

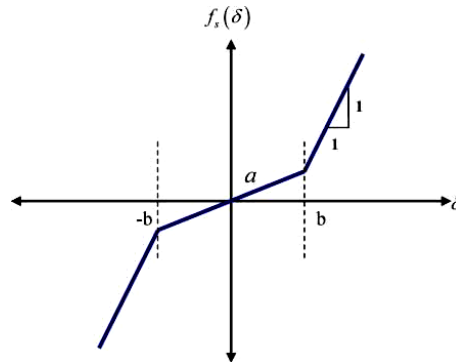
Farshidianfar [64] se centra en la vibración torsional no-lineal de un sistema de engranaje de transmisión de una sola etapa. Cuatro métodos diferentes se presentan para la solución de la ecuación de movimiento, el método de Discretización, el método de perturbación, el método de Ritz, y el tiempo de integración gradual. El modelo se muestra junto con la función no lineal en la Figura 19.6. Las ecuaciones que gobiernan el movimiento sin tener en cuenta inicialmente el retroceso de los engranes se describen en sección anteriores. Sistema de una Etapa de Dos Engranes, en las ecuaciones propuesta en esta sección no se tuvo en cuenta la fuerza de restitución del diente. Cornell⁴¹ propuso una ecuación para esta fuerza, la cual incluye la reacción de desplazamiento angular relativo y los efectos de error de transmisión Ec. 19.18:

$$F_{res} = K_M (f_s(\delta) - f_e(\delta)) \quad \text{Ec. 19.18}$$

⁴¹ Cornell, R. W. Compliance and stress sensitivity of spur gear teeth. *En: Trans. ASME*. 1981. Vol. 103. p447-459. citado por [64]

donde K_M es la rigidez de la ruedas dentadas, $f_e(\delta)$ es la función de error de transmisión periódica no lineal y $f_s(\delta)$ es una función lineal paso a paso esta es la mayor fuerza de no linealidad en el sistema, en la práctica la función $f_s(\delta)$ es como se muestra en la Figura 19.5 .

Figura 19.5 Esquema de la función no lineal $f_s(\delta)$

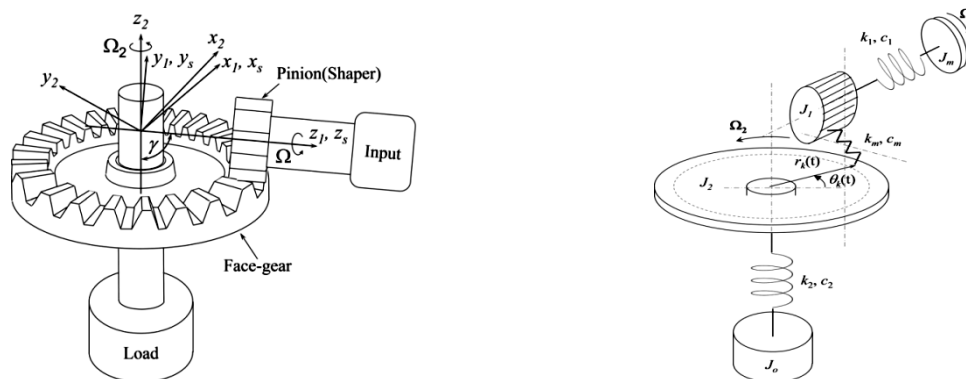


Fuente: Ref FARSHIDIANFAR, Anoshirvan.et al. Frequency response calculation of non-linear torsional vibration in gear systems.En:Journal of Multi-body Dynamics.2008.vol. 222.no.1.p51

19.3.1 Vibración Torsional de Sistemas Face-Gear

En esta sección se establece un modelo dinámico estructural para vibración torsional de cajas de engranajes que contiene un engranaje conductor del tipo face-gear y toma en cuenta la flexibilidad de los dientes y de los ejes de transmisión [67].

Figura 19.6 Diagrama esquemático y estructural del face-gear



Fuente: PENG, Meng.Parametric Instability Investigation and Stability Based Design for Transmission Systems Containing Face-gear Drives.2012.p136

Tabla 19.2 Método para análisis no lineal

Método	Descripción
Método de Discretización [64]	<p>Es un método donde se considera la no linealidad de la fuerza restauradora, Esta considera los rangos en donde esta fuerza se puede considerar lineal $[-\infty -b]$, $[-b b]$, y $[b \infty]$.</p> <p>La ecuación de movimiento para una señal excitadora sinusoidal será estas tres ecuaciones lineales:</p> $\begin{cases} \ddot{\delta} + \frac{C}{I}\dot{\delta} + \frac{K}{I}\delta = \left(F_m + \frac{K}{I}(1-\alpha)b\right) + F_p \sin \omega t & \delta > b \\ \ddot{\delta} + \frac{C}{I}\dot{\delta} + \frac{K}{I}\alpha\delta = F_m + F_p \sin \omega t & -b \leq \delta \leq b \\ \ddot{\delta} + \frac{C}{I}\dot{\delta} + \frac{K}{I}\delta = \left(F_m - \frac{K}{I}(1-\alpha)b\right) + F_p \sin \omega t & -b > \delta \end{cases}$
Método de perturbación [64]	<p>Se aplica a problemas donde un parámetro \mathcal{E} es asociado con el término no-linealidad de la ecuación diferencial. la solución es formada por una serie de términos del parámetro de perturbación \mathcal{E}, el resultado, El resultado hallado en los alrededores en de la solución del problema linealizado.</p>
Método de Ritz	<p>Aplicado ampliamente para estudios de ecuaciones diferenciales no-lineales. Este método es basado en las ideas de satisfacer la ecuación a ciertos puntos del movimiento o satisfacer la ecuación en el promedio.</p>

Fuente: Los autores

19.3.2 Evaluación de la Rigidez de diente y de engrane

La rigidez del diente es estimado considerando el diente como viga en voladizo cargado en la punta con dimensiones promedio de dientes. a). La rigidez del diente, k_t , a lo largo de la línea de acción se calcula como:

$$k_t = \frac{Ecp^3L}{32(a_g + H)^3 \cos \alpha_c} \quad \text{Ec. 19.19}$$

El modelo que se presenta en la Figura 19.6 se rige por las siguientes ecuaciones; La energía cinética total es:

$$EK = \frac{1}{2} J_m \dot{\varphi}_m^2 + \frac{1}{2} J_1 \dot{\varphi}_1^2 + \frac{1}{2} J_2 \dot{\varphi}_2^2 + \frac{1}{2} J_o \dot{\varphi}_o^2 \quad \text{Ec. 19.20}$$

Es la energía de deformación del sistema, debido a la flexibilidad del eje y a la deformación de engrane es:

$$R_D = \frac{1}{2}c_1\dot{\psi}_1(t)^2 + \frac{1}{2}c_2[\dot{\psi}_2(t) - \dot{\psi}_o(t)]^2 + \frac{1}{2}c_m \sum_i^{ceil(cr)} \dot{g}_i(t_i)^2 \quad \text{Ec. 19.21}$$

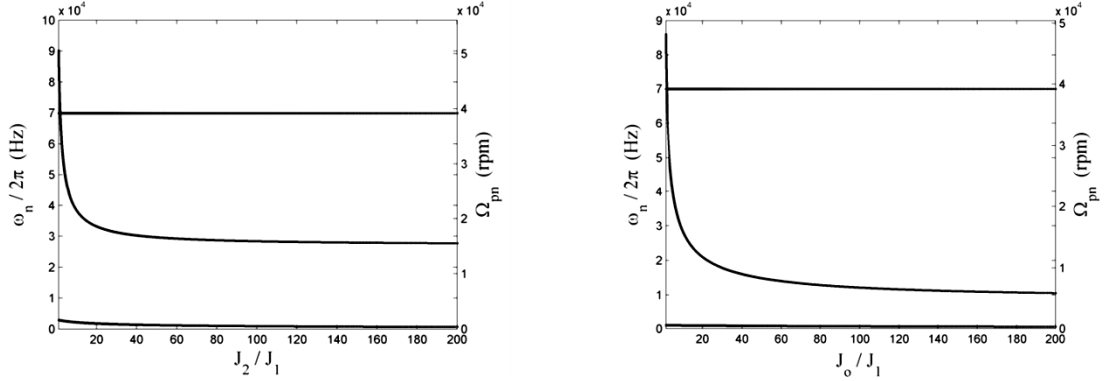
19.3.3 Estabilidad Torsional en Engranajes

La estabilidad de un sistema de spur-pinion/face-gear se exploró sobre la base de las distribuciones de inercia del sistema y las características del eje. Los efectos de la rigidez del eje y la amortiguación en la estabilidad del sistema a través de todo el rango de velocidad de operación se calculan por la teoría de Floquet. Posteriormente, el método de perturbación predice los límites de estabilidad aproximadamente para los casos de amortiguación del eje y los resultados se comparan con el análisis numérico completo por el método de Floquet.

19.3.4 Inestabilidad Paramétrica Debido al Momento de Inercia

La rigidez variable en el tiempo resultante de la amortiguación de engrane desaparece cuando la velocidad face-gear es estacionaria ($\Omega_2 = 0$). Las frecuencias naturales del sistema estacionario se representan, respectivamente, como las variaciones del momento de masa de inercia de face-gear, J_2 , en la *Figura 19.7(a)* y el momento de inercia de masa de la carga, J_o , en la *Figura 19.7(b)*. El momento de inercia de masa del piñón, J_1 , se calcula mediante el tratamiento como un cilindro sólido. Su radio es el radio de paso y la altura es la anchura de la cara del diente.

Figura 19.7 Sistema de frecuencias naturales VS face-gear y el momento de inercia de masa de carga:



(a) $J_o=10J_1$

(b) $J_2=100J_1$

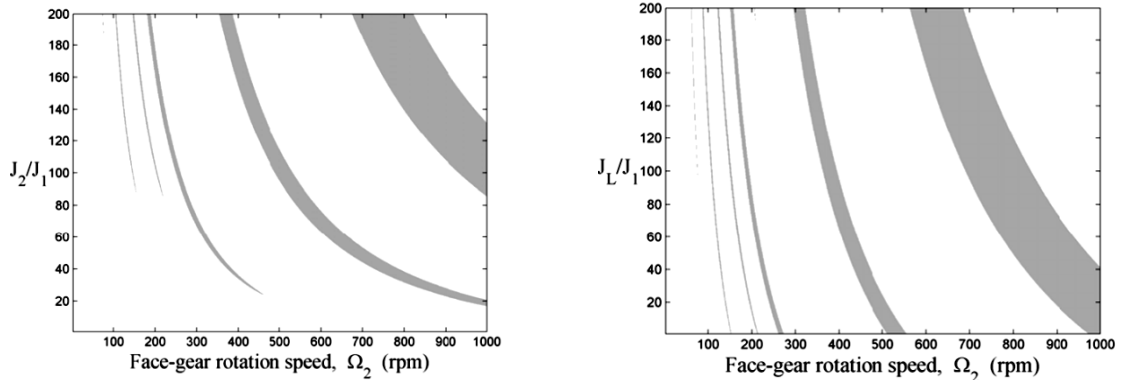
System natural frequencies VS face-gear and load mass moment of inertia:

$$\Omega_2=0, h=0.05R_2, cf=0.5, J_1=1.6 \times 10^{-3} \text{kg}\cdot\text{m}^2, k_m=1.58 \times 10^8 \text{N/m}, k_1=3.15 \times 10^8 \text{N}\cdot\text{m}/\text{rad},$$

$$k_2=4.73 \times 10^8 \text{N}\cdot\text{m}/\text{rad}.$$

Fuente: PENG, Meng. Parametric Instability Investigation and Stability Based Design for Transmission Systems Containing Face-gear Drives. 2012. p144

Figura 19.8 Sistema de face-gear inestabilidad torsional debida a face-gear y el momento de inercia de masa de la carga y de la velocidad de rotación:



(a) $J_o=10J_1$

(b) $J_2=100J_1$

Face-gear system torsional instability due to face-gear and load mass moment of inertia

$$\text{and rotation speed: } h=0.05R_2, cf=0.5, J_1=1.6 \times 10^{-3} \text{kg}\cdot\text{m}^2, k_m=1.58 \times 10^8 \text{N/m}, c_m=5 \times 10^{-6}$$

$$(\text{sec})k_m, k_1=3.15 \times 10^8 \text{N}\cdot\text{m}/\text{rad}, c_1=5 \times 10^{-6}(\text{sec})k_1, k_2=4.73 \times 10^8 \text{N}\cdot\text{m}/\text{rad}, c_2=5 \times 10^{-6}$$

$$(\text{sec})k_2.$$

Fuente: PENG, Meng. Parametric Instability Investigation and Stability Based Design for Transmission Systems Containing Face-gear Drives. 2012. p145

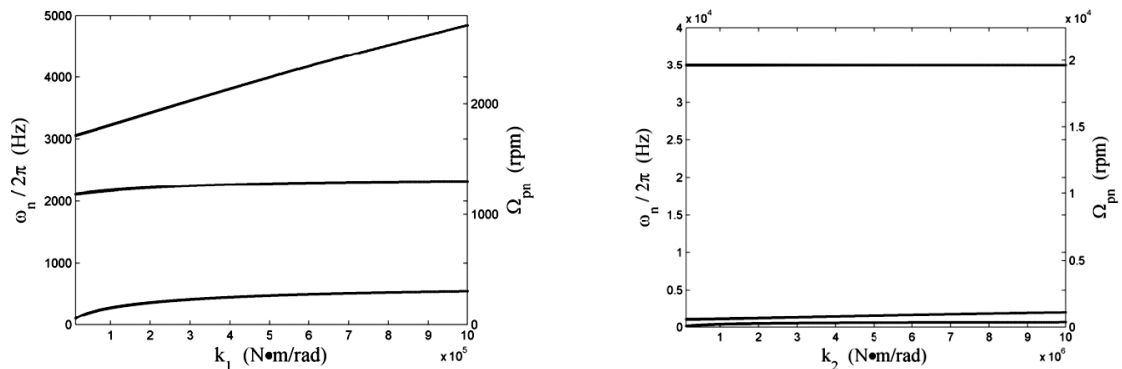
Los resultados de la inestabilidad dinámica con respecto a la cara de engranaje y el momento de inercia de masa de la carga se muestran en las Figura 19.8 (a) y (b), respectivamente, durante todo el rango de velocidad de rotación. Las regiones grises se utilizan para indicar inestabilidades basadas en el método de Floquet.

La Figura 19.7 revela que las primera y tercera frecuencias disminuyen ligeramente, mientras que los segundos se desintegra frecuencias naturales dramáticamente cuando la cara de engranajes o el aumento de carga de 1 a 40 veces el momento de inercia de masa del piñón. El aumento tanto en la cara de engranajes o el momento de inercia de masa de la carga cambia las zonas inestables hacia la zona de baja velocidad en la Figura 19.8. Esta tendencia es el resultado del movimiento de las frecuencias naturales que se obtiene más cara de engranajes o momento de inercia de masa de la carga.

19.3.5 Inestabilidad Paramétrica Debido a Rigidez de Eje

A continuación, se exploraron los efectos de la entrada y salida de la rigidez del eje sobre la estabilidad del sistema. Las frecuencias naturales del sistema estacionarias se muestran en las Figura 19.9(a) y (b), respectivamente, para diversos niveles de rigidez del eje de entrada y salida.

Figura 19.9 Frecuencias naturales del sistema Vs. Rigidez del eje



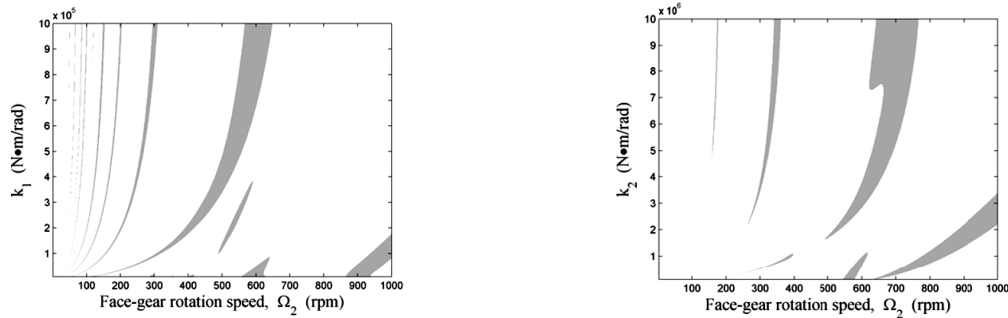
(a) Input shaft stiffness, $k_2=1.58 \times 10^7 \text{N}\cdot\text{m}/\text{rad}$ (b) Output shaft stiffness, $k_1=7.88 \times 10^7 \text{N}\cdot\text{m}/\text{rad}$
System natural frequencies vs. shaft stiffness: $\Omega_2=0$, $h=0.05R_2$, $cf=0.5$,

$$J_1=1.6 \times 10^{-3} \text{kg}\cdot\text{m}^2, J_2=91.97J_1, J_o=101.17J_1, k_m=1.58 \times 10^8 \text{N}/\text{m}$$

Fuente: PENG, Meng. *Parametric Instability Investigation and Stability Based Design for Transmission Systems Containing Face-gear Drives*. 2012. p14

La Figura 19.10 registra los resultados de estabilidad que dependen de la velocidad de rotación y la rigidez del eje. El aumento de la rigidez del eje aumenta las frecuencias naturales y también aumenta el rango de velocidad de la inestabilidad, lo cual es contrario a los efectos de la inercia.

Figura 19.10 Inestabilidad debido a la rigidez del eje y la velocidad de rotación



(a) Input shaft stiffness,

$$c_m=3 \times 10^{-6} \text{ (sec)} k_m, c_1= 3 \times 10^{-6} \text{ (sec)}$$

$$k_1, k_2=1.58 \times 10^7 \text{ N}\cdot\text{m/rad}, c_2= 3 \times 10^{-6} \text{ (sec)} k_2$$

Face-gear system torsional instability due to shaft stiffnesses and rotation speed:

$$h=0.05R_2, cf=0.5, J_1=1.6 \times 10^{-3} \text{ kg}\cdot\text{m}^2, J_2=91.97J_1, J_o=101.17J_1, k_m=1.58 \times 10^8 \text{ N/m}$$

(b) Output shaft stiffness,

$$c_m=1 \times 10^{-5} \text{ (sec)} k_m, c_2= 1 \times 10^{-5} \text{ (sec)}$$

$$k_2, k_1=7.88 \times 10^7 \text{ N}\cdot\text{m/rad}, c_1= 1 \times 10^{-5} \text{ (sec)} k_1$$

Fuente: PENG, Meng. *Parametric Instability Investigation and Stability Based Design for Transmission Systems Containing Face-gear Drives*. 2012. p148

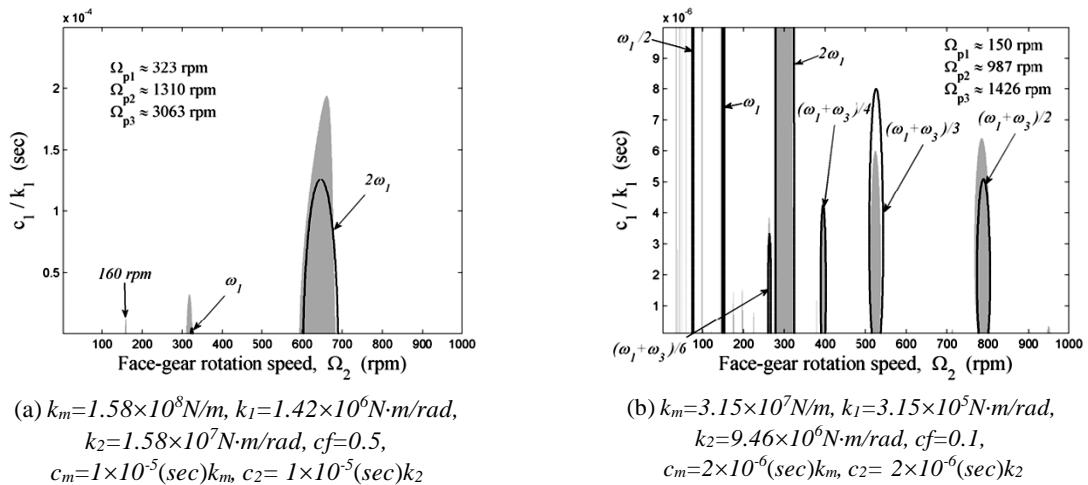
19.3.6 Inestabilidad Paramétrica Debido al Amortiguamiento de Eje

La amortiguación de ejes de entrada y de salida es proporcional a la rigidez del eje correspondiente en este capítulo. Los efectos de amortiguación del eje sobre la estabilidad del sistema se investigan primero por el método de Floquet y los resultados se muestran en la Figura 19.11 y Figura 19.12. Posteriormente, el límite de estabilidad se prevé aproximadamente a través de método de perturbación, marcado por líneas negras.

El eje de entrada de amortiguación inducida por la inestabilidad paramétrica se muestra claramente en la Figura 19.11. El método de perturbación predice las regiones inestables de resonancia principales (dos veces la frecuencia natural), alrededor de 650 rpm y la resonancia secundaria (frecuencia natural), cerca de 320 rpm, pero no para predecir la

resonancia subarmónicas cerca de 160 rpm en la Figura 19.11(a). Además, todas las predicciones sobrestiman la seguridad de la estabilidad. Sin embargo, los principales, secundarias, subarmónicas y la combinación de resonancias se indican con éxito en la Figura 19.11(b), ya que el último caso tiene menor rigidez de malla y la amortiguación para que la asunción de la componente constante dominante de la rigidez es más satisfecho.

Figura 19.11 Inestabilidad paramétrica debido al amortiguamiento de eje

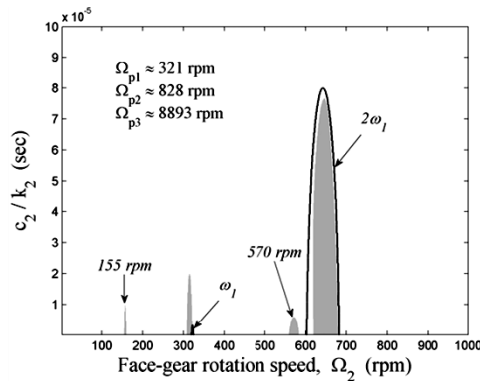


Face-gear drive-system torsional instability due to input shaft damping and rotation speed: $J_1=1.6 \times 10^{-3} \text{ kg}\cdot\text{m}^2$,
 $J_2=91.97J_1$, $J_o=101.17J_1$, $h=0.05R_2$

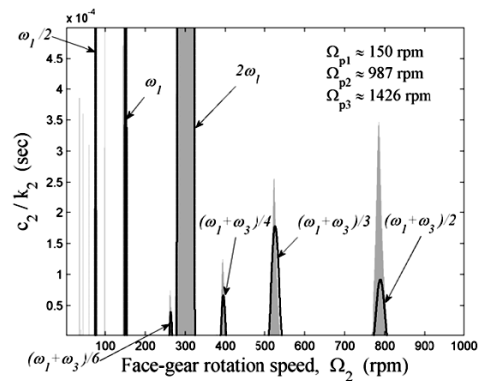
Fuente: PENG, Meng, Parametric Instability Investigation and Stability Based Design for Transmission Systems Containing Face-gear Drives. 2012. p. 150

La inestabilidad paramétrica resultante de la amortiguación de eje de salida se muestra en la Figura 19.12. El método de perturbación encuentra las regiones inestables de resonancia principales en torno a 650 rpm y la resonancia secundaria cerca de 320 rpm, pero no consigue encontrar la resonancia sub armónica cerca de 155 rpm y la combinación de resonancia en torno a 570 rpm en la Figura 19.12(a), y la resonancia principal se calcula así. La misma situación que en el caso de amortiguación del eje de entrada, los principales, secundarias, subarmónicas y la combinación de resonancias se predicen éxito en la Figura 19.12(b) a pesar de algunos resultados subestiman la inestabilidad.

Figura 19.12 Inestabilidad paramétrica debido al amortiguamiento de eje



(a) $k_m=1.58 \times 10^8 \text{ N/m}$, $k_1=1.58 \times 10^7 \text{ N}\cdot\text{m/rad}$,
 $k_2=4.73 \times 10^6 \text{ N}\cdot\text{m/rad}$, $cf=0.5$,
 $c_m=1 \times 10^{-5}(\text{sec})k_m$, $c_1=1 \times 10^{-5}(\text{sec})k_1$



(b) $k_m=3.15 \times 10^7 \text{ N/m}$, $k_1=3.15 \times 10^5 \text{ N}\cdot\text{m/rad}$,
 $k_2=9.46 \times 10^6 \text{ N}\cdot\text{m/rad}$, $cf=0.1$,
 $c_m=2 \times 10^{-6}(\text{sec})k_m$, $c_1=2 \times 10^{-6}(\text{sec})k_1$

Face-gear drive-system torsional instability due to output shaft damping and rotation speed: $J_1=1.6 \times 10^{-3} \text{ kg}\cdot\text{m}^2$,
 $J_2=91.97J_1$, $J_o=101.17J_1$, $h=0.05R_2$

Fuente: PENG, Meng. Parametric Instability Investigation and Stability Based Design for Transmission Systems Containing Face-gear Drives. 2012. p151

19.4 DESALINEAMIENTO DE LOS ACOPLEROS DE ENGRANAJES

El desalineamiento de un acople de engrane en un sistema multi-rotor es un importante problema en el puede causar varias falla. en el presente trabajo presenta un modelo no lineal de la vibración torsional acoplada a la lateral de un rotor en marcha es desarrollada basado en Las condiciones de conexión de un acople de engrane, Análisis teórico mostro que las fuerzas y momentos actuantes en el acople de engranes son debido a inicial desalineamiento son a partir de las fuerzas de inercias del cilindro y el amortiguamiento y el amortiguamiento inercial entre el engrane de los dientes, lo que dependen del desalineamiento, amortiguamiento interno, velocidad de rotación, y los parámetros estructurales del acople de engrane.

Análisis numérico de la señal característica de la vibración revelan que el múltiplos pares enteros (1, 2, 3, 4, ...) de la velocidad de rotación se debe a la vibración lateral, esto fue demostrado por Dewell y Mitchell⁴²; este es el criterio que dice que el acople esta bajo

⁴² Dewell, D. L., and L. D. Mitchell. Detection of a misaligned disk coupling using spectrum analysis. En: Journal of Vibration Acoustics Stress and Reliability in Design 1984. Vol.106.no. 2, referenciado [68]

desalineamiento, y que múltiplos impares enteros ocurren en la vibración torsional, y es evidente que los múltiplos entero son de la vibración del engranaje de acoplamiento [68].

La vibración de componentes múltiplos enteros no solo es causa de fallas de desalineamiento, y que por el contrario se pueden deber a fallas tales como grietas transversales, rose entre el rotor y el estator.

En maquinaria rotativa con desalineamiento del rotor es una importante razón que conlleva a problemas de vibración. Esta evaluada alrededor del 60% de las fallas causadas por el desalineamiento. Bajo la condición de desalineación las vibraciones pueden inducir desgaste de los rodamientos, deformaciones del eje, ect.

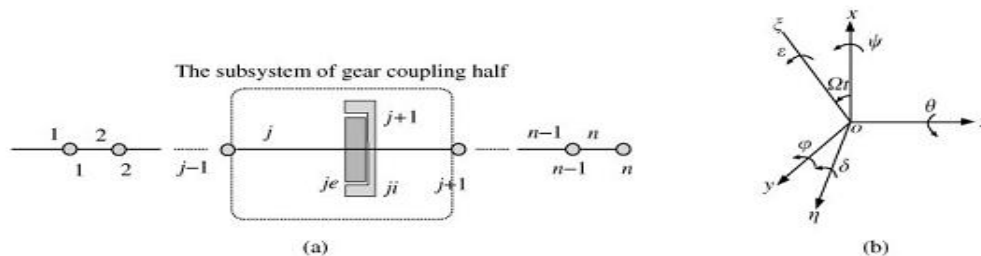
El acople de engranaje puede transmitir alto torque de carga al mismo tiempo que corrige el desalineamiento es decir acomoda los elementos de engrane en la posición y alineación correcta, como una parte de un sistema multi-rotor, acople engranaje son usados en altas velocidades de rotacionales como compresores centrífugos en granadés procesos químicos

19.4.1 Modelado del acople de engrane

En la figura se muestra un sistema acople engrane-rotor que puede ser separado por n -sección. Hay cinco grados de libertad por sección $(\xi, \eta, \delta, \varepsilon, \theta)$. $Oxyz$ Es el sistema de coordenadas fijas, donde el eje x y y son la dirección vertical y horizontal. $0\xi\eta\zeta$ el sistema coordinado rotativo, el eje ζ coincide con el eje axial del.

El sistema se modela como dos subsistemas, uno el cubo exterior dentado interior mente, y el otro es el cubo interior dentado exteriormente, denotado respectivamente como ji , je .

Figura 19.13 Modelo y sistema coordinado de un acople de engranajes



Fuente: Li, M., and L. Yu. *Analysis of the coupled lateral torsional vibration of a rotor-bearing system with a misaligned gear coupling*. En: Journal of Sound and Vibration 2001.Vol.243.n.2. p285.

19.4.2 Energía cinética de los subsistemas

ε, δ denotan los ángulos de un giro alrededor de eje ξ y η respectivamente. Entonces en el sistema rotativo coordinado mostrado en la Figura 3.2(b), la energía cinética del cubo interior o exterior puede ser escrito como:

$$EK_{jk} = \frac{1}{2}mV_c^2 + \frac{1}{2}G \cdot \omega \quad k = e, i, \quad \text{Ec. 19.22}$$

$$V_c^2 = \dot{x}^2 + \dot{y}^2 = \dot{\xi}^2 + \dot{\eta}^2 + \Omega^2(\xi^2 + \eta^2) + 2\Omega(\dot{\eta}\xi - \dot{\xi}\eta) \quad \text{Ec. 19.23}$$

$$G \cdot \omega = J^d(-\dot{\varepsilon} \cos \delta - \Omega \cos \varepsilon \sin \delta)^2 + J^d(\dot{\delta} - \Omega \sin \varepsilon)^2 + J^z[-\dot{\varepsilon} \sin \delta + (\Omega + \dot{\theta}) \cos \varepsilon \cos \delta]^2 \quad \text{Ec. 19.24}$$

La energía cinética EK del subsistema es obtenida así:

$$EK = EK_{je} + EK_{ji} \quad \text{Ec. 19.25}$$

19.4.3 Energía potencial del subsistema

La función de energía potencial U del subsistema consiste en dos partes, la primera es a partir de la deformación elástica de la sección del rotor del acople, y la otra es por parte de la deformación del diente el acople fue modelado por Mármol⁴³ con lateral y angular coeficiente de rigidez de acople.

$$U = U_s + U_c \quad \text{Ec. 19.26}$$

⁴³ R. A. MARMOL. Spline coupling induced nonsynchronous rotor vibrations. *En: Journal of Mechanical Design*, 1980. Vol.02, p 168-176.

$$\begin{aligned}
U_s = & \frac{1}{2} \left(\frac{12EI}{l^3} \right)_j (\xi_{je} - \xi_{j-1})^2 - \left(\frac{6EI}{l^2} \right)_j (\xi_{je} - \xi_{j-1})(\delta_{je} + \delta_{j-1}) \\
& + \frac{1}{2} \left(\frac{4EI}{l} \right)_j (\delta_{je}^2 + \delta_{je}\delta_{j-1} + \delta_{j-1}^2) \\
& + \frac{1}{2} \left(\frac{12EI}{l^3} \right)_j (\eta_{je} - \eta_{j-1})^2 - \left(\frac{6EI}{l^2} \right)_j (\eta_{je} - \eta_{j-1})(\varepsilon_{je} + \varepsilon_{j-1}) \\
& + \frac{1}{2} \left(\frac{4EI}{l} \right)_j (\varepsilon_{je}^2 + \varepsilon_{je}\varepsilon_{j-1} + \varepsilon_{j-1}^2) \\
& + \frac{1}{2} \left(\frac{12EI}{l^3} \right)_{j+1} (\xi_{j+1} - \xi_{ji})^2 - \left(\frac{6EI}{l^2} \right)_{j+1} (\xi_{j+1} - \xi_{ji})(\delta_{j+1} + \delta_{ji}) \\
& + \frac{1}{2} \left(\frac{4EI}{l} \right)_{j+1} (\delta_{j+1}^2 + \delta_{j+1}\delta_{ji} + \delta_{ji}^2) \\
& + \frac{1}{2} \left(\frac{12EI}{l^3} \right)_{j+1} (\eta_{j+1} - \eta_{ji})^2 - \left(\frac{6EI}{l^2} \right)_{j+1} (\eta_{j+1} - \eta_{ji})(\varepsilon_{j+1} + \varepsilon_{ji}) \\
& + \frac{1}{2} \left(\frac{4EI}{l} \right)_{j+1} (\varepsilon_{j+1}^2 + \varepsilon_{j+1}\varepsilon_{ji} + \varepsilon_{ji}^2) \\
& + \frac{1}{2} \left(\frac{GI_p}{l} \right)_l (\theta_{je} - \theta_{j-1})^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{GI_p}{l} \right)_{j+1} (\theta_{j+1} - \theta_{ji})^2
\end{aligned} \tag{Ec. 19.27}$$

U_s es la energía potencial del cubo exterior del acople, y U_c es la energía potencial del cubo interno.

$$U_c = \frac{1}{2} k_t [(\xi_{ji} - \xi_{je})^2 + (\eta_{ji} - \eta_{je})^2] + \frac{1}{2} k_a [(\delta_{ji} - \delta_{je})^2 + (\varepsilon_{ji} - \varepsilon_{je})^2] + \frac{1}{2} k_t (\theta_{ji} - \theta_{je})^2. \tag{Ec. 19.28}$$

19.4.4 La función de desplazamiento del subsistema

Expresión de Mármol⁴⁴ para la energía de desplazamiento del subsistema parte del amortiguación de acople, el cual es una fuente de inestabilidad. La función de disipación de Rayleigh \tilde{R} en el sistema coordinado rotacional puede ser expresada así:

$$\tilde{R} = \frac{1}{2} c_i [(\dot{\xi}_{ji} - \dot{\xi}_{je})^2 + (\dot{\eta}_{ji} - \dot{\eta}_{je})^2] + \frac{1}{2} c_a [(\dot{\delta}_{ji} - \dot{\delta}_{je})^2 + (\dot{\varepsilon}_{ji} - \dot{\varepsilon}_{je})^2]. \quad \text{Ec. 19.29}$$

Donde el amortiguamiento torsional es muy pequeño, por lo tanto es despreciada.

19.4.5 La ecuación de movimiento

En el análisis numérico, a pesar de algunas condiciones tal como gran rigidez del diente es necesaria para la ecuación

$$r_b^2 (\theta_{ji} - \theta_{je})^2 = (\xi_{ji} - \xi_{je})^2 + (\eta_{ji} - \eta_{je})^2 \quad \text{Ec. 19.30}$$

La Ec. 19.30 es una condición de restricción que deberá ser satisfecha en un normal engrane del acople. En un sistema real de turbo maquinaria esto es fácilmente satisfecho. Por ejemplo, la rigidez k_I es mayor a 10^{10} N/m para acoples de engranes tipo CL5 reemplazando la ecuación anterior en la ecuación de torque y energía potencial y según la ecuación de LaGrange de movimiento

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}} \right) - \left(\frac{\partial T}{\partial q} \right) + \left(\frac{\partial U}{\partial q} \right) = - \left(\frac{\partial \tilde{R}}{\partial \dot{q}} \right) \quad \text{Ec. 19.31}$$

donde la coordenada generalizada $q = \xi_{je}, \eta_{je}, \delta_{je}, \varepsilon_{je}, \theta_{je}, \xi_{ji}, \eta_{ji}, \delta_{ji}, \varepsilon_{ji}$, de tal forma la ecuación diferencial puede ser escrita en forma matricial, esta se puede observar en el trabajo de M, Li y L, Yu [68].

⁴⁴ R. A. MARMOL. Spline coupling induced nonsynchronous rotor vibrations. *En: Journal of Mechanical Design*, 1980. Vol.02, p 168-176.

19.5 Desalineamiento y Análisis

En la figura se muestra una simple configuración de un sistema de acoples, con dos acoples de engrane los cuales tienen ecuaciones de restricciones del sistema son expresadas como:

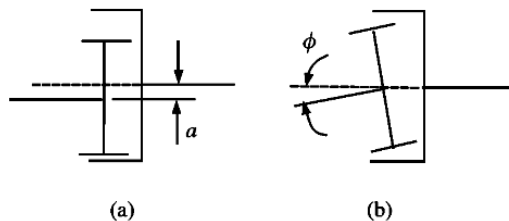
$$\begin{aligned} r_b^2(\theta_{4i} - \theta_{4e})^2 &= (\xi_{4i} - \xi_{4e})^2 + (\eta_{4i} - \eta_{4e})^2, \\ r_b^2(\theta_{5i} - \theta_{5e})^2 &= (\xi_{5i} - \xi_{5e})^2 + (\eta_{5i} - \eta_{5e})^2. \end{aligned} \quad \text{Ec. 19.32}$$

El desalineamiento es inaceptable en el sistema multi-rotor. Dos tipos principales de desalineamiento para un acople de engranajes son el paralelo y el angular mostrado en la Figura 3.2

19.5.1 Desalineamiento paralelo

a Denota el desalineamiento paralelo, este se caracteriza por un descentramiento entre ejes pero que cuyo eje central permanecen paralelos entre sí, la **Figura 3.2(a)**. Es necesario hacer una traslación del sistema fijo de coordenadas Ec. 19.33; Ec. 19.14, ver Figura 19.13(b),

Figura 19.14 Desalineamiento de acoples de engranajes



Fuente: Li, M., and L. Yu. Analysis of the coupled lateral torsional vibration of a rotor-bearing system with a misaligned gear coupling. En: Journal of Sound and Vibration 2001.Vol.243.n.2. p293.

$$x_{4i} = x_{4I} + a \quad \text{Ec. 19.33}$$

$$y_{4i} = y_{4I} \quad \text{Ec. 19.34}$$

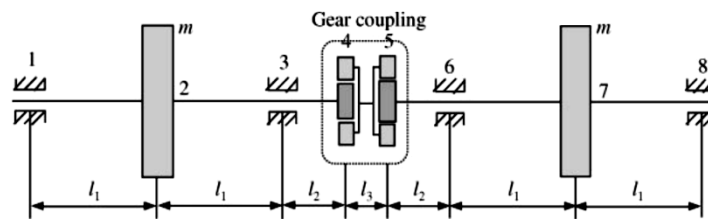
19.5.2 Desalineamiento angular

Se denota por ϕ el desalineamiento angular inicial que gira alrededor del eje horizontal del eje axial Figura 3.2(b), es necesario la translación del sistema fijo de coordenadas así (ver Figura 19.13(b)),:

$$\varphi_{4i} = \varphi_{4I} + \phi \quad \text{Ec. 19.35}$$

$$\psi_{4i} = \psi_{4I} \quad \text{Ec. 19.36}$$

Figura 19.15 Sistema acople Rotor-cojinete-engrane



Fuente: Li, M., and L. Yu. Analysis of the coupled lateral torsional vibration of a rotor-bearing system with a misaligned gear coupling. En: Journal of Sound and Vibration 2001.Vol.243.n.2. p292

19.5.3 Resultados de una integración numérica

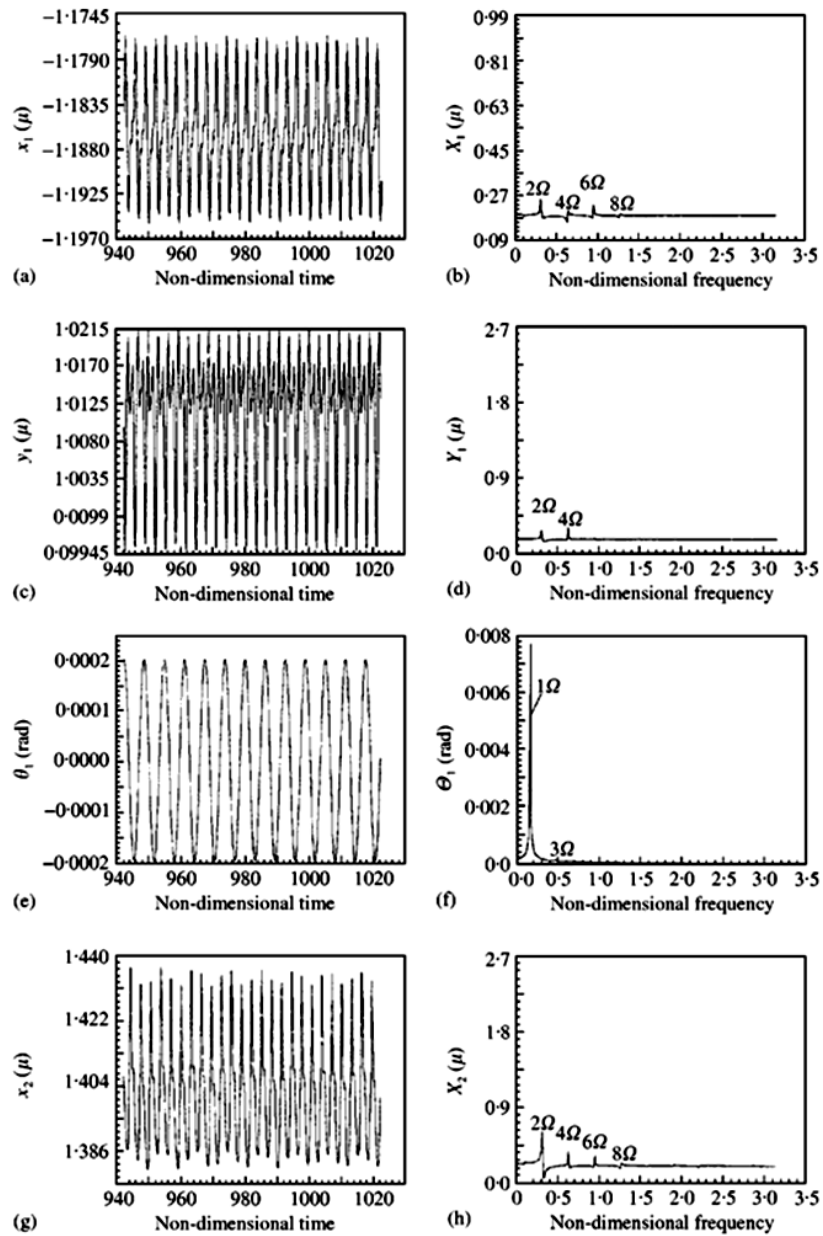
M. Li [68] para su estudio uso un sistema de acople rotor-cojinete-engrane mostrado en la figura 3. Uso para su análisis integración numérica realizando para dos rotores simétricos los cuales ha sido apoyados a los extremos a cada lado de los dos ejes en acople de engranes es de tipo CL5 Figura 3.2. Los autores de este trabajo concluyeron:

- Sobre la base de las condiciones de conexión de los acoplamientos, la ecuación restricción holonómica que describe una relación intrínseca entre los desplazamientos laterales en los y torsionales, el acople de la vibración entre las direcciones de torsión y lateral en multi-rotor sistemas con un acople del engranaje. Por lo tanto las vibraciones en las dos direcciones no puede considerarse en forma independiente
- El modelo no lineal acoplando la vibraciones de torsión y lateral de un sistema multi-rotor con un acople de engranajes se desarrolló a partir de la ecuación de LaGrange. El Análisis teórico muestran que las fuerzas y momentos que actúan sobre el acople de engranaje debido al inicial desalineamiento de las fuerzas de

inercia de la parte interna y externa del acople y amortiguamiento entre los dientes del engrane. La amplitud de la vibración del sistema en estado estacionario está relacionadas con el desalineamiento, amortiguación interna, la velocidad de rotación y los parámetros estructurales del engranaje de acoplamiento.

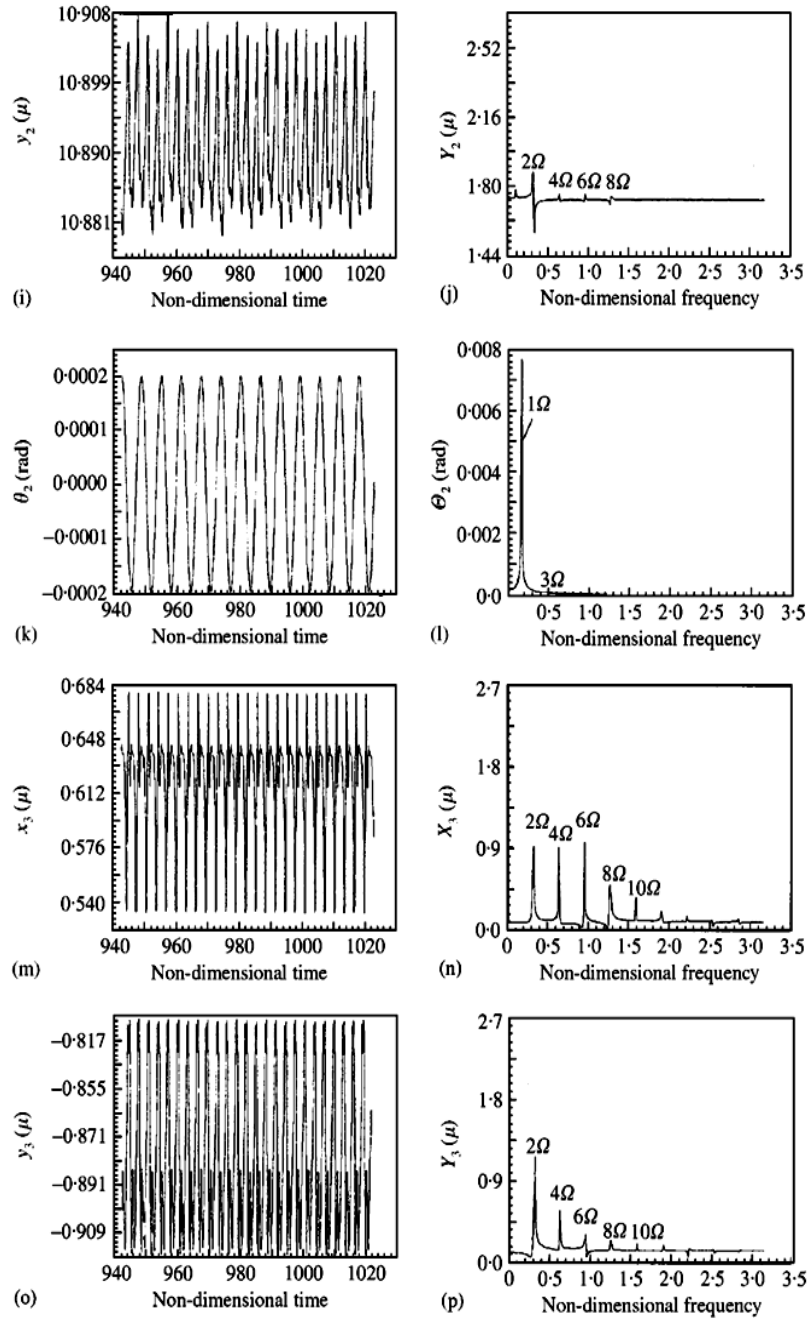
- El Análisis numérico para la señal de la vibración revela que múltiplos pares enteros de la velocidad de rotación representan las vibraciones laterales y los múltiplos enteros impares las vibraciones torsionales ocurrieron en el sistema desalineado y múltiplos, esto se evidencia en las *Figura 19.16*, donde corresponden a vibración axial, lateral, y torsional.

Figura 19.16 Respuesta del sistema en función del tiempo y de la frecuencia



Fuente: Li, M., and L. Yu. Analysis of the coupled lateral torsional vibration of a rotor-bearing system with a misaligned gear coupling. En: *Journal of Sound and Vibration* 2001. Vol.243.n.2. p296.

Figura 19.16 Continuación



Fuente: Li, M., and L. Yu. Analysis of the coupled lateral torsional vibration of a rotor-bearing system with a misaligned gear coupling. *En: Journal of Sound and Vibration* 2001. Vol.243.n.2. p297.

Figura 19.16 Continuación

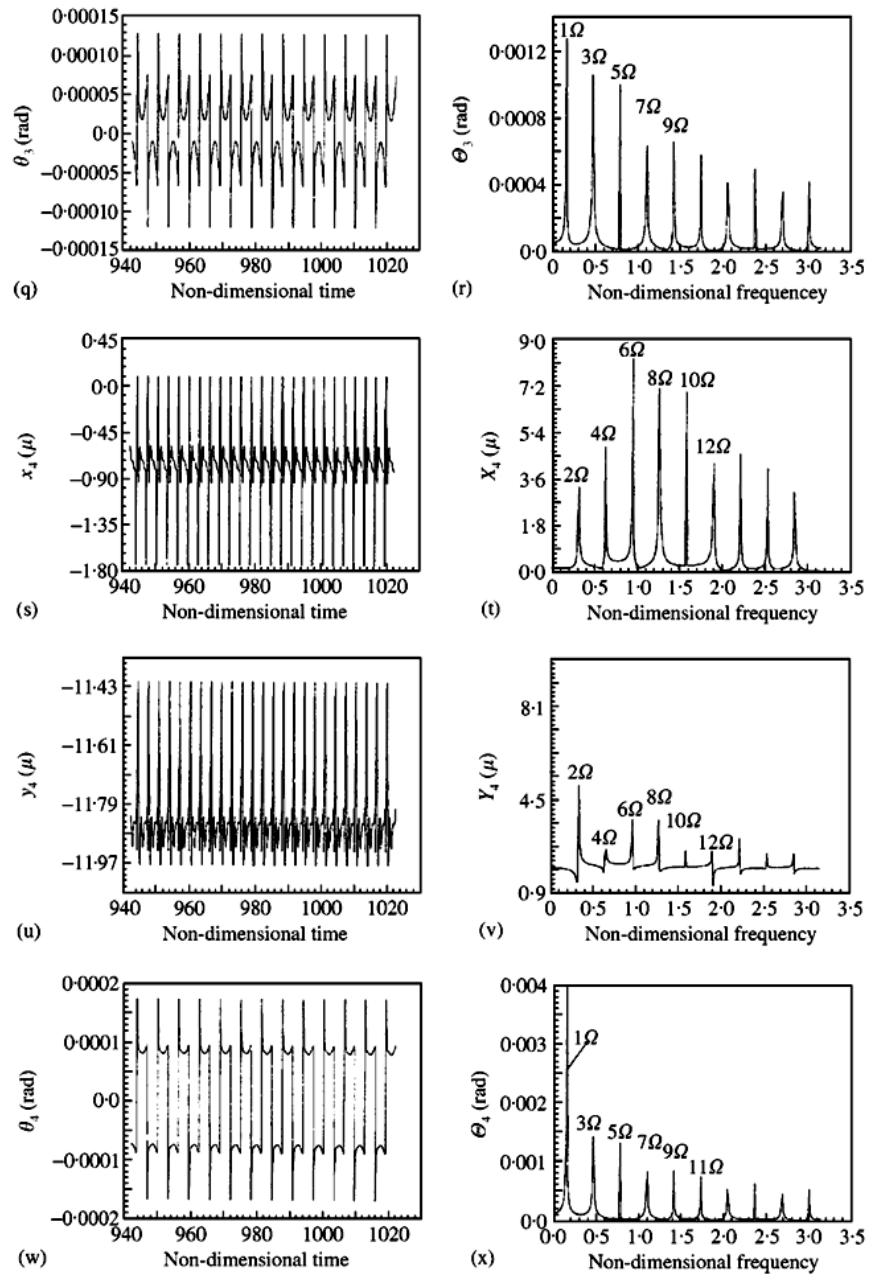


Figure 6. Continued.

Fuente: Li, M., and L. Yu. Analysis of the coupled lateral torsional vibration of a rotor-bearing system with a misaligned gear coupling. *En: Journal of Sound and Vibration* 2001.Vol.243.n.2. p298.

19.6 DISCUSIÓN DEL CAPITULO

- Los fallos en engranes en espectros utilizando Transformada de Fourier son fácilmente enmascarados , y no se aprecian con claridad
- Los mejores métodos para el análisis de fallos de lubricación y daños en los dientes del engranaje son: Análisis de correlación y transformada de Wavelet con los cuales son fácilmente apreciable los fallos en las graficas correspondientes

20.1 VIBRACIONES TORSIONALES DE ORIGEN ELÉCTRICO

La maquinaria eléctrica está sujeta a las más variadas y con frecuencia a las más graves perturbaciones de torsión en comparación con otras clases de máquinas [69]. El factor de inestabilidad de los sistemas de generación de energía eléctrica incrementa con el constante desarrollo de equipos de gran escala y/o mayor potencia. Por ejemplo en sistemas de generación de energía eléctrica una gran variedad de incidentes pueden causar oscilaciones de corrientes eléctricas en el equipo de transmisión el cual está conectado al generador en sus terminales. Cuando el funcionamiento del equipo turbina-generador es normal, existe un equilibrio entre el par mecánico y el par electromagnético. Cuando se produce un fallo en el sistema de origen eléctrico, el par electromagnético entre el estator y el rotor cambia rápidamente con una gran perturbación. En cada caso, los incidentes resultan en un esfuerzo de torsión oscilante aplicado al rotor del generador, que puede estimular las oscilaciones de torsión en los ejes de la máquina y vibración en los diversos componentes rotativos y no rotativos. Los esfuerzos cortantes alternantes debido a las vibraciones torsionales disminuye la vida de los ejes, e incluso produce ejes rotos [70].

20.2 MÁQUINAS ELÉCTRICAS

Los motores eléctricos y los generadores eléctricos son máquinas eléctricas. Los motores eléctricos son máquinas que convierten la energía eléctrica en energía mecánica rotacional. Existen tres tipos de motores eléctricos: asíncrono o de inducción, síncrono, y de corriente continua. Todas ellas también presentan la propiedad de ser reversibles funcionando como generadores de energía eléctrica. Los generadores eléctricos convierten la energía rotacional en energía eléctrica.

Los motores eléctricos como máquinas rotatorias, son susceptibles de presentar los fallos discutidos en capítulos anteriores, a los cuales habría que adicionar otros que sólo son

característicos en ellos. A continuación se relacionan algunos de los problemas electromecánicos más comunes en los motores eléctricos, que pueden ser identificados midiendo y analizando correctamente las vibraciones en estas máquinas [71]:

- Excentricidad del estator.
- Excentricidad del rotor.
- Barras del rotor agrietadas o rotas.
- Corto circuito en el enrollado del estator.
- Deformaciones térmicas.
- Pulsos torsionales.

20.3 PAR DE TORSIÓN EN UN MOTOR ELÉCTRICO

Por lo general, se dice que el par de torsión en un motor de inducción es una función de la velocidad y que el par de torsión en una máquina síncrona depende del ángulo de carga. Esto sólo es correcto en condiciones de estado estacionario. Durante la operación transitoria aparecen fenómenos totalmente diferentes. En estos casos la posición del rotor influye en el comportamiento en el motor de inducción, y la velocidad momentánea también determina la operación en la máquina síncrona [72].

El Torque total en un motor eléctrico viene determinado por la corriente que circula por los devanados y la intensidad instantánea de campo en el entrehierro y se expresa como:

$$M = \int_0^{2\pi} i \cdot b \cdot dy \quad \text{Ec. 20.1}$$

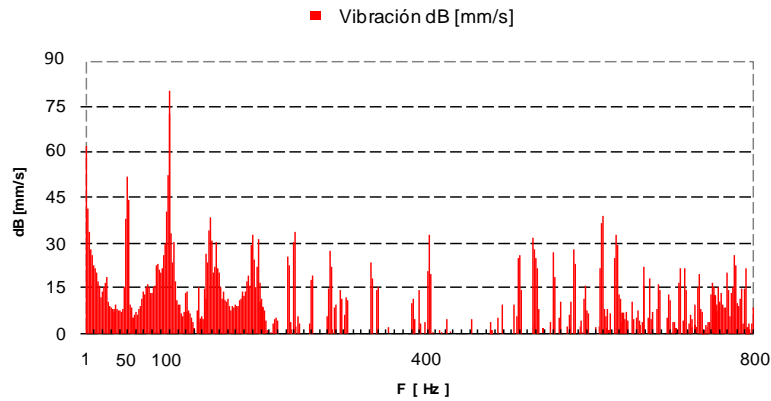
i: corriente de los devanados.

b: la intensidad instantánea de campo en el entrehierro.

dy: diferencia de ángulo de la máquina.

Si la frecuencia de los campos es la misma, y en muchas ocasiones de 50Hz, dará lugar a una frecuencia pulsante de 100Hz. En general se producen por campos no lineales interactivos ambos de frecuencia dominante de 50Hz.

Figura 20.1 Armónico de resonancia a 100Hz de un motor eléctrico excitado a 50Hz



Fuente: Ref. [73]

Frecuencias de diagnóstico

Las Tabla 20.2 y Tabla 20.1 muestra las frecuencias de mayor importancia para el diagnóstico de los motores de inducción.

Tabla 20.1 Frecuencias de resonancia debida a desequilibrios máscicos dependiendo del número de polos.

Frecuencia de red	Número de polos motor			
	2 polos	4 polos	6 polos	8 polos
50Hz	50 Hz	25 Hz	12.5 Hz	6.25 Hz
60Hz	60 Hz	30 Hz	15.0 Hz	7.50 Hz

Fuente: Los autores

Tabla 20.2 Frecuencias de diagnóstico

Velocidad sincrónica	$N_s = \frac{120 f_l}{P}$
Frecuencia de deslizamiento	$F_s = N_s - RPM$
Frecuencia de paso de polos	$F_p = F_s \cdot P$
Frecuencia de paso de barras del rotor	$RBPF = B \cdot RPM$
Razón de deslizamiento	$S_r = \frac{N_s - N_m}{N_s}$

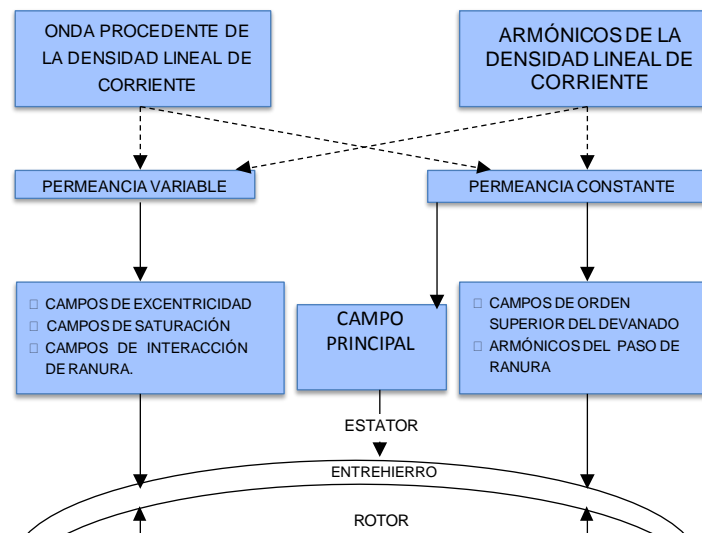
- P número de polos del motor
- f_l frecuencia de línea expresada en Hz
- B número de barras del motor
- N_m velocidad del motor (que crece desde 0 hasta N_s durante la partida)
- RPM velocidad asincrónica expresada en rpm

Fuente: Los autores

20.4 CAUSAS DE NO LINEALIDAD ELECTROMAGNÉTICA

Tanto en el estator como en el rotor se pueden crear campos magnéticos no lineales como se puede ver en la Figura 20.2. Donde aparecen las causas de formación de componentes armónicas que darán lugar a pares pulsantes indeseados. La onda procedente de la densidad lineal de corriente puede ser pura o venir afectada por distorsión. En un caso o en otro estas ondas de corriente actuando sobre permeancias constantes o variables darán lugar a mayores o menores distorsiones, salvo la parte no distorsionada actuando sobre la parte permeancia constante, que dará lugar al campo principal en el estator del motor y a su análogo de reacción en rotor. Uno de los factores más importantes es la excentricidad retórica que está clasificada como permeancia fluctuante. Las causas más comunes de vibración de naturaleza electromagnética y no linealidad son:

Figura 20.2 Causas comunes de creación de campos no lineales



Fuente: Los autores

1. Armónicos observados en estator

- Armónicos de la frecuencia de alimentación del estator.
- Armónicos debidos a la fuerza magneto-motriz del rotor (frecuencia dependiente de la velocidad del rotor).
- Armónicos de la frecuencia de paso de ranura del rotor, modulados por la fuerza magneto-motriz del estator.

2. *Armónicos observados en el rotor.*

- Armónicos de la frecuencia de deslizamiento debido a la no linealidad magnetizadora, corrientes en el rotor no lineales, no senoidales.
- Armónicos debidos a la fuerza magneto-motriz del estator.
- Armónicos de la frecuencia de paso de ranura (análogo al del rotor).

3. *Componentes debidas a asimetrías.*

- Geométricas (excentricidad).
- Anisotropía magnética de la chapa.
- Devanados irregulares. Algunos devanados de paso acortado dan lugar a distorsión.

20.5 Fuentes de excitación torsional

La excitación resonante de un sistema torsional puede ser causado por diferentes sucesos entre ellos:

1. **Impacto**

- Un impacto siempre sucede en las operaciones de encendido y apagado.

2. **Excitación por una función de barrido (sweep function)**

- Una función de excitación de barrido es la situación más problemática, ya que se ejecuta continuamente a través de una amplia gama de frecuencias.

3. **Excitación del sistema con frecuencias de resonancia o armónicos**

Fuentes de armónicos

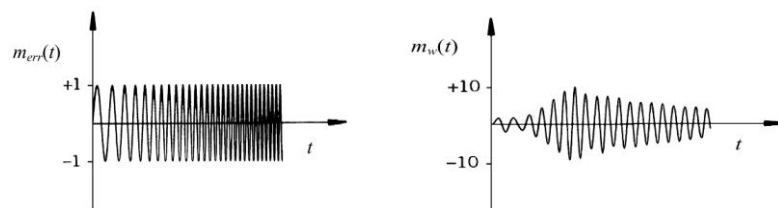
- La naturaleza distribuida del devanado del estator produce un mmf que contiene armónicos espaciales, tal como lo hace en un generador o motor sincrónico.
- La naturaleza distribuida de las corrientes del rotor también produce una onda mmf del rotor que contiene armónicos.
- El posicionamiento en el estator (o rotor) produce una variación de la permeabilidad en la frecuencia de paso de ranura, que, cuando actúa sobre mmf, produce otra serie de armónicos de flujo.

- Dependiendo del número de ranuras del rotor en comparación con el número de ranuras del estator, una pulsación del flujo principal puede ocurrir debido a que la permeabilidad media del entrehierro fluctúa debido a que el rotor se mueve con relación al estator, y la alineación de los dientes del rotor y del estator varía.

Consecuencias de los armónicos

- Las interacciones entre las diversas fuentes armónicas pueden producir esfuerzos de torsión constantes que suben y bajan con la velocidad, a veces acelerando el eje, y a veces frenando el eje
- Grandes transitorios tanto en el torque como en la velocidad se producen inmediatamente después de la puesta en marcha debido a la excitación del sistema oscilatorio.
- Durante el período previo proceso, grandes vibraciones pueden ocurrir debido a la amortiguación negativos de las bobinas del rotor.
- Normalmente esta vibración es suficientemente baja por lo que no representa una amenaza. Sin embargo, pueden excitar frecuencias de resonancias cercanas al duplo de la frecuencia de línea (2x) o producir vibraciones importantes en máquinas donde se exijan niveles de vibraciones suficientemente bajos, tal es el caso de máquinas herramienta de alta precisión.
- Se requiere un gran nivel de atención en la etapa de diseño para vibraciones torsionales para evitar problemas operativos de eventos de la red eléctrica que producen torques pulsantes en el rotor del generador y el estator.

Figura 20.3 Función de barrido (*swepp function*) y excitación resultante



Fuente: HANTEL, P. y Otros., machines, Analysis of parametric excited vibrations of drive shafts caused by induction. En: *MECHANIKA*. 2008, no 4, p. 48-53.

Tabla 20.3 Fuentes de excitación torsional en máquinas eléctricas

<p>Cargas no lineales</p> <p>Los generadores utilizados en la industria de energía eléctrica están diseñados fundamentalmente para alimentar cargas lineales. Sin embargo, cuando el tipo de carga es predominantemente no lineal, sistemas de generación deben cumplir con ciertos requisitos que permitan operar en condiciones estables y sin estar expuestos a vibraciones, a un calentamiento y torques torsionales excesivos, que pueden hacerlos exceder sus límites de funcionamiento admisibles. Esencialmente, una carga no lineal produce una distorsión de forma de onda de voltaje en los terminales del generador</p>
<p>Corrientes pulsantes</p> <p>Las corrientes pulsantes es un fenómeno que se presenta en los sets de equipos motor-compresor, debido al movimiento vibratorio del rotor del motor eléctrico. Las corrientes pulsantes se superponen sobre las corrientes de estado estacionario Según NEMA la pulsación de corriente se define como el cociente de la diferencia entre el máximo y mínimo de la amplitud de corriente y 1.421 veces la nominal del motor a plena carga (rms).</p> $\text{Corriente de pulsación} = \frac{I_{\text{máx}} - I_{\text{mín}}}{\sqrt{2}}$
<p>Vibraciones por deslizamiento</p> <p>En los motores de inducción la velocidad de giro del rotor es siempre menor a la velocidad de giro del campo magnético del estator y la corriente del rotor es inducido desde el estator. Esto quiere decir que las RPM siempre serán inferiores a la velocidad síncrona. Por ejemplo, un motor de inducción de cuatro polos opera a una velocidad aproximada de 1760 rpm en lugar de a 1800 rpm. A esta diferencia de frecuencias se le denomina <i>frecuencia de deslizamiento</i>.</p>
<p>Rotura de barras en el rotor</p> <p>Si una barra de rotor tiene más resistencia que las otras, debido a grietas o roturas, habrá menos corriente inducida en ella cuando está alineada con los polos y esto producirá un poco menos de torque en este punto del ciclo de deslizamiento; de esa manera, el torque será modulado a la frecuencia de deslizamiento multiplicada por dos veces el número de polos. Debido a este fallo mecánico se produce un desbalance eléctrico en el motor, que a la vez genera niveles de vibraciones suficientemente altos a la primera y segunda armónicas de la velocidad de rotación.</p>
<p>Inestabilidad por excentricidad rotor-estator</p> <p>Si el espacio de aire no está uniforme, las fuerzas en el rotor no son balanceadas y esto resulta en una alta vibración inducida magnéticamente. La atracción magnética es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre el estator y el rotor, y por eso, una pequeña excentricidad causará una vibración relativamente importante. Los problemas de excentricidad pueden dividirse en dos grupos que son excentricidad estática y dinámica</p>
<p>Accionador eléctrico de frecuencia variable</p> <p>Un <i>variable-frequency drive</i> (VFD) controla la velocidad y el torque del motor. Lo hace mediante la variación de la frecuencia y amplitud de la onda de corriente alterna que está siendo entregada a la armadura del motor. Los accionamientos eléctricos de alta velocidad son cada vez más comunes para grandes compresores, bombas, ventiladores, procesos, tuberías y aplicaciones de banco de pruebas.</p>

Tabla 20.3 (Continuación)

<i>Estimulo continuo de bajo nivel</i>
Ciertas condiciones de la red eléctrica pueden causar un estímulo torsional relativamente bajo, pero continuamente actuando en el rotor del generador (causada, por ejemplo, por líneas de transmisión no transpuestas y/o cargas desequilibradas). Comúnmente en estas condiciones, la frecuencia dominante en el que el rotor del generador estimula el sistema de rotor/eje del conjunto turbina-generador es al doble de la frecuencia del sistema de transmisión eléctrica.
<i>Resonancia sub-síncrona</i>
Existe la posibilidad de inestabilidad torsional en máquinas que están conectadas a redes eléctricas que tienen líneas de condensadores de compensación en serie para reducir las pérdidas de transmisión de energía [denominada <i>resonancia subsíncrona (SSR)</i>]. La Resonancia sub-síncrona es un fenómeno que surge como resultado de la interacción entre la línea de transmisión de compensación y el eje de la turbina-generador.
<i>Deformaciones térmicas</i>
El rotor, también es susceptible de sufrir deformaciones debido a la concentración de altas temperaturas en él, cuyo origen radica en el aislamiento deficiente de varias láminas contiguas en zonas del propio rotor pudiendo provocar roces eventuales de éste con el estator. Este problema trae consigo un efecto de "retroalimentación" ya que a pesar de que al inicio las deformaciones en el rotor son muy pequeñas, éstas hacen que se generen fuerzas electromagnéticas desbalanceadas lo cual a la vez genera mayor incremento en la temperatura haciendo más severas las deformaciones de rotor.
<i>Excitación de vibraciones debido a corrientes armónicas</i>
Las corrientes armónicas inducen componentes sinusoidales de torque que se superponen al componente constante del par motor eléctrico. Estas corrientes armónicas circulan en el estator de la máquina, produciendo una rotación m.m.f , con una frecuencia diferente que la fundamental. En caso de un m.m.f. producido por una secuencia armónica negativa, se obtiene un m.m.f. opuesto al sentido de giro. Armónicos de secuencia positivos o negativos produce una frecuencia del torque de un orden por delante o detrás del orden de la fuente de armónica
<i>Efecto de la variación de voltaje</i>
El desequilibrio de voltaje se produce cuando la línea RMS de voltajes en un sistema poli-fase son desiguales. Los voltajes son rara vez perfectamente equilibrados entre fases, pero cuando este desequilibrio llega a ser excesivo, y puede crear problemas para los motores. Muchos de los nuevos motores de inducción ahora son más sensibles al desequilibrio que los antiguos diseños, y además, variadores de velocidad ajustables pueden ser incluso más vulnerables que los motores estándares ⁴⁵ .

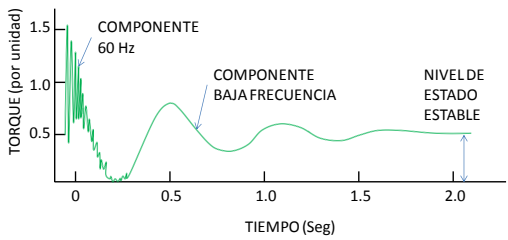
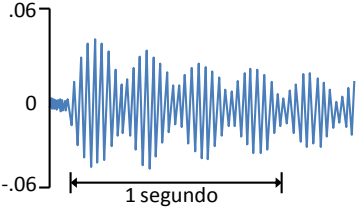
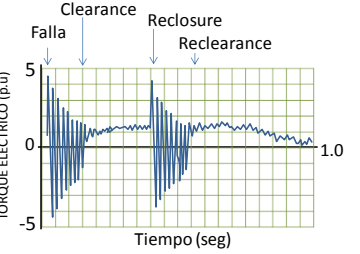
Fuente: *Los autores*

⁴⁵ P. Hofmann and P. Pillay, "Derating of Induction Motors Operating with a Combination of Unbalanced Voltages and Over- or Undervoltages", IEEE Transactions on Energy Conversion, vol 17, No. 4, Dec 2002 , pp 485-491.

20.6 PERTURBACIONES TRANSITORIAS Y RESPUESTA DE LA VIBRACIÓN

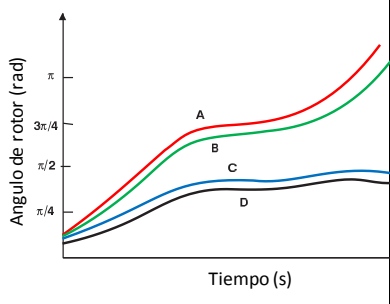
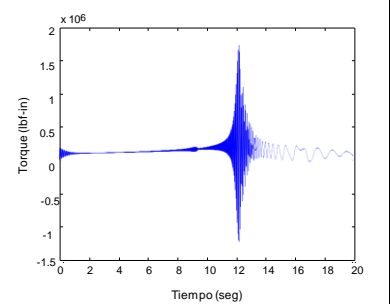
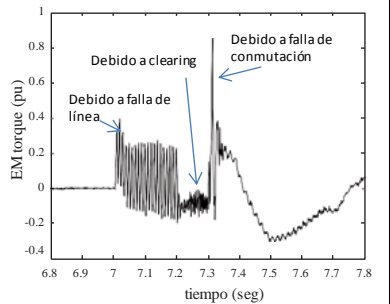
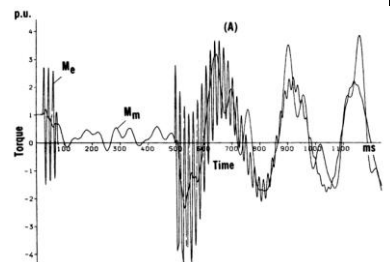
Estas oscilaciones transitorias producen torques oscilantes en el rotor, que por lo general, incluyen un cambio de paso en el torque (impulso) y componentes del torque de frecuencias discretas en el primer y/o segundo armónico de la frecuencia de generación de energía eléctrica (60 Hz) con niveles generalmente bajos en los armónicos más altos.

Tabla 20.4 Perturbaciones transitorias

<p>Torque de entrehierro (Air-gap Torque)</p> <p>Es el par de torsión aplicado al rotor de un generador (denominado Torque de entrehierro) después de un incidente de conmutación de línea de transmisión simulado. Es evidente el cambio en el paso del par motor en el tiempo cero con un valor inicial que decae lentamente en magnitud a la frecuencia de la salida de potencia media de la turbina-generador en relación con el sistema de energía (alrededor de 1,5 Hz en este ejemplo).</p>	 <p>El gráfico muestra el torque en unidades por unidad a lo largo del tiempo en segundos. Hay un pico inicial de aproximadamente 1.4 unidades a los 0.1 segundos, etiquetado como 'COMPONENTE 60 Hz'. Después, el torque decae y muestra un segundo pico más bajo de aproximadamente 0.8 unidades a los 0.5 segundos, etiquetado como 'COMPONENTE BAJA FRECUENCIA'. Finalmente, el torque se estabiliza en un nivel de estado estable de aproximadamente 0.5 unidades a los 2.0 segundos.</p>
<p>Respuesta al amortiguamiento</p> <p>A raíz de las perturbaciones transitorias en la red eléctrica a la que está conectado el generador, o de fallos eléctricos del generador en sus terminales o dentro de la máquina, La respuesta mecánica de torsión por ejemplo en un conjunto turbina-generador, generalmente, es multimodal con una tasa de decaimiento de la amplitud lenta debido a la amortiguación ligera.</p>	 <p>El gráfico muestra una oscilación de torque que decae lentamente en amplitud a lo largo del tiempo. El eje vertical va de -0.06 a 0.06. Una línea horizontal indica un intervalo de 1 segundo.</p>
<p>Fenómenos de Reclosure y Reclearance</p> <p>Un fenómeno de respuesta transitoria se da con el uso de algunas formas de recierre (reclosing) de alta velocidad (HSR⁴⁶) de interruptores de circuito de línea de transmisión a raíz de fallas eléctricas en la red. Estas fallas de línea de transmisión pueden resultar de transitorios eléctricos ya sean temporales o permanentes que se pueden producir durante las tormentas.</p>	 <p>El gráfico muestra el torque eléctrico en p.u. a lo largo del tiempo en segundos. Hay un evento de falla que causa un pico de torque de aproximadamente 5 p.u. Después de un tiempo de 'Clearance', se produce un 'Recierre' que causa otro pico de torque de aproximadamente 5 p.u. Finalmente, se produce un 'Reclearance' que causa un tercer pico de torque de aproximadamente 5 p.u. El eje vertical va de -5 a 5 p.u. y el eje horizontal va de 0 a 1.0 segundos.</p>

⁴⁶ High-Speed Reclosing System. http://store.gedigitalenergy.com/faq/Documents/750_760/GER-3224.pdf

Tabla 20.4 (Continuación)

<p>Mal-sincronización de la máquina</p> <p>La sincronización de un conjunto turbina-generador a la red de transmisión durante la secuencia de arranque resulta en una perturbación torsional a la máquina a menos de que se haga perfectamente. La mal sincronización produce principalmente impulsos torsionales y componentes de torque a 60 Hz. Comúnmente se utiliza equipamiento para sincronizar automáticamente un generador haciendo coincidir la diferencia del ángulo de fase entre el generador y la tensión del sistema para minimizar la perturbación.</p>	 <p>Este gráfico muestra el ángulo de rotor en radianes a lo largo del tiempo en segundos. El eje vertical está etiquetado como 'Angulo de rotor (rad)' con marcas en $\pi/4$, $\pi/2$, $3\pi/4$ y π. El eje horizontal está etiquetado como 'Tiempo (s)'. Se muestran cuatro curvas: A (rojo), B (verde), C (azul) y D (negro). Las curvas A y B muestran un aumento más pronunciado del ángulo, mientras que C y D muestran un aumento más moderado.</p>
<p>Pulsos torsionales (procesos de arranque y parada)</p> <p>En los motores eléctricos siempre están presentes en mayor o menor medida los pulsos torsionales debido a que el campo magnético rotatorio energiza a los polos del estator. Cuando los motores eléctricos de inducción se inician directamente on-line generan un torque pulsante considerable. Se han hecho mediciones de torques en el eje de hasta 25 veces el torque nominal de la máquina durante el cambio de un punto de operación a otro como revocación de la velocidad o situaciones de interrupción o apagado de la máquina.</p>	 <p>Este gráfico muestra un pulso de torque en lbf-in a lo largo del tiempo en segundos. El eje vertical está etiquetado como 'Torque (lbf-in)' con una escala de $\times 10^6$ y marcas de -1.5 a 2. El eje horizontal está etiquetado como 'Tiempo (seg)' con marcas de 0 a 20. Se observa un pulso positivo que comienza a los 10 segundos y alcanza un pico de aproximadamente 1.8 millones de lbf-in.</p>
<p>Efecto de fallas de conmutación</p> <p>la falla de conmutación (cf) es un fenómeno en el que la transferencia de corriente desde la válvula off-going a la válvula on-going no es acertada para un convertidor de tiristor. para un sistema hvdc, es uno de los eventos graves y se han hecho varios esfuerzos para entender este fenómeno. se muestra que la razón básica para los fallos de conmutación es que el ángulo de extinción durante la perturbación del sistema es demasiado pequeño.</p>	 <p>Este gráfico muestra el torque electromagnético (EM torque) en pu a lo largo del tiempo en segundos. El eje vertical está etiquetado como 'EM torque (pu)' con marcas de -0.4 a 1. El eje horizontal está etiquetado como 'tiempo (seg)' con marcas de 6.8 a 7.8. Se observan tres eventos de torque: uno positivo etiquetado como 'Debido a clearing', uno negativo etiquetado como 'Debido a falla de línea', y otro positivo etiquetado como 'Debido a falla de conmutación'.</p>
<p>Vibraciones de torsión debido a cortocircuito</p> <p>En un corto circuito existe una elevación de la corriente, en algunos casos puede elevarse unas 32 veces, se reporta que para una máquina 3000RPM-8800KVA, la corriente máxima de cortocircuito es de aproximadamente 10-20 veces mayor que a plena carga. La corriente disminuye rápidamente, pero el valor de estado estacionario se alcanza después de varios segundos. Un cortocircuito en los terminales de un generador moderno se produce durante un período muy corto, casi 0,2 segundos y se elimina mediante controles automáticos.</p>	 <p>Este gráfico muestra el torque a lo largo del tiempo en milisegundos. El eje vertical está etiquetado como 'Torque' con una escala de p.u. y marcas de -4 a 4. El eje horizontal está etiquetado como 'Time' con marcas de 0 a 1800 ms. Se observan oscilaciones de torque que comienzan a los 100 ms y alcanzan un pico de aproximadamente 4 p.u. a los 600 ms.</p>

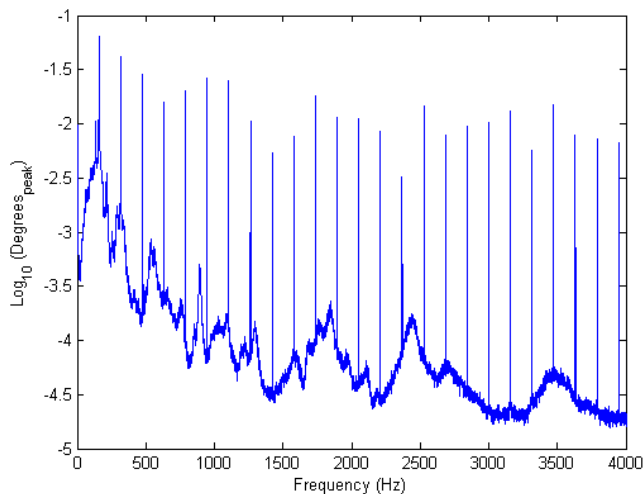
Fuente: Los autores

20.7 ANÁLISIS POR ALTA FRECUENCIA

Altos armónicos de la velocidad de rotación se presentan típicamente en donde las frecuencias características son un múltiplo entero de la velocidad de rotación de la máquina, por ejemplo, en el caso de cajas de cambios, compresores y turbinas, donde se produce la vibración en múltiplos del número de dientes, cuchillas, lóbulos, etc.

Contenido de frecuencia fija (es decir, componentes o resonancias estructurales) en espectros obtenidos de equipos rotativos se puede enmascarar por las fuertes fuentes de armónicos (orden) de la velocidad de marcha del eje. La relación de los componentes de frecuencia fija a los componentes de orden puede ser superior a 60 dB, dificultando la interpretación de resonancias en los espectros.

Figura 20.4 Vibraciones torsionales de turbo-máquina de alta velocidad



Con un codificador de engranaje y el método de medición de intervalo de tiempo Digital.

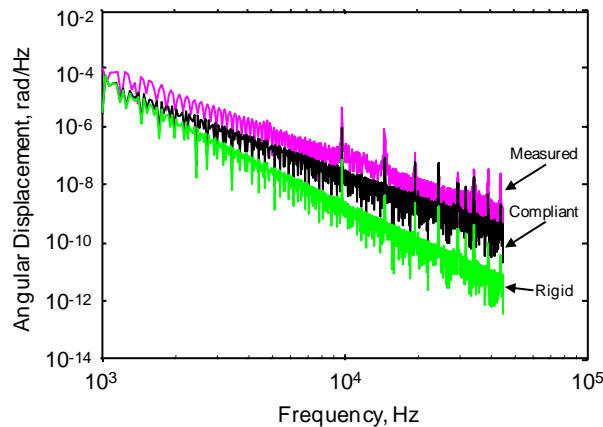
Fuente: RESOR, R. Brian y Otros., Natural frequency identification in torsional vibration with high level order content. En: *22nd International Modal Analysis Conference, Dearborn, Michigan, USA. 2004.*

Las vibraciones torsionales pueden medirse por cualquiera de los métodos de procesamiento en base analógica o digital. Independientemente del método de procesamiento, el contenido de la orden de alto nivel puede estar presente en cualquiera como se ven en la Figura 20.4. Resor y otros [74], proporcionan una metodología para contrarrestar este fenómeno.

20.7.1 Modelo de motor de inducción

Widdle y otros [75], investigan las vibraciones torsionales de alta frecuencia de un motor de inducción de 50 hp aproximadamente hasta 30 KHz, y determina experimentalmente que las vibraciones torsionales, debido a los armónicos de la conmutación de accionamiento del motor, contribuyen significativamente a la oscilación torsional del eje de salida. Esta investigación fue motivada por el hecho de que las oscilaciones de alta frecuencia son transmitidas a través del eje de salida.

Figura 20.5 Respuestas Medidas y previstas de la conexión de hardware para una frecuencia fundamental de 20 Hz y $\zeta=0.015$



Fuente: WIDDLE JR, D. R., KROUSGRILL JR, M. C., y SUDHOFF, D. S. An induction motor model for high-frequency torsional vibration analysis.. En: *Journal of sound and vibration*. 2006, vol. 290, no 3, p. 865-881.

20.8 DISCUSIÓN DEL CAPÍTULO

- La maquinaria eléctrica está sujeta a las más variadas y a menudo a las más graves perturbaciones de torsión en comparación con otras clases de máquinas.
- El factor de inestabilidad de los sistemas de generación de energía eléctrica se incrementa con el constante desarrollo de equipos de gran escala y/o mayor potencia.
- Cuando se produce un fallo en el sistema de origen eléctrico, el par electromagnético entre el estator y el rotor cambia rápidamente con una gran perturbación.

- En el espectro de un análisis vibracional los picos característicos de fallos son múltiplos de la frecuencia de línea y de la frecuencia de deslizamiento de la máquina.

CAPITULO 21	NO-LINEALIDAD E INESTABILIDAD DE LA VIBRACIÓN TORSIONAL EN MAQUINARIA RECIPROCANTE
------------------------------	---

21.1 NO-LINEALIDAD DE LA VIBRACIÓN TORSIONAL EN MAQUINARIA RECIPROCANTE

Investigaciones hechas por By B. Porter [76] fue uno de los primeros en afirmar que las vibraciones de gran amplitud en sistemas reciprocantes ocurrían como resultado de una excitación producto de la inercia variable, uso para tal fin un variante del método Kryloff y Bogoliuboff usado en años anteriores a 1965. Mucho tiempo después en 1994 Hesterman [77] tuvo en cuenta la variación de la inercia como un factor importante para el modelado de maquinas reciprocantes (motores y bombas), haciendo un estudio receptance mostrando que la frecuencia natural torsional varía según la posición angular, demostró su técnica por resultados obtenidos de una investigación experimental. En un trabajo posterior, Hesterman 1995 [77] indico los efectos de la inercia variable, diciendo que la mayor componente se presenta dos veces por revolución como efecto del ciclo del motor, de ahí el término "*inercia secundaria*". E Brusa 1997 [78] estudia los sistemas de inercia variable para respuestas libre y excitada de mecanismo del cigüeñal haciendo una linealización del análisis, mostro un conjunto de ecuaciones diferenciales lineales. D J Drew 1999 [79] hace un estudio para verificar la teoría de inercia secundaria, usando para tal fin un servomotor de AC para excitar los efectos en la torsión de la inercia variable. Metallidis 2003 [80] propone una dinámica de una maquina multi-cilindro teniendo

en cuenta además de la variación de inercia, los momentos motores y resistivos como una función del movimiento del cigüeñal, conduciendo a ecuaciones fuertemente no lineales, comparando modelos lineales y no lineales con el propósito de mostrar los efectos de los parámetros del sistema en sus dinámicas, también presento algunos resultado relacionando la vibración torsional y los fallaos de disparo (*misfire*). Pielorz Amalia 2003 [81] investigan la deformación con inercia variable de un sistema torsional multi-masas. A S, comprobando que se puede simplificar aun sistema de masas discreto-continuo. Méndez 2008 [82] solucionó las ecuaciones de movimiento para un sistemas de motor Diesel con amortiguamiento elástico y viscoso ensamblado al cigüeñal, utilizando matrices y convolución integral, concluyendo que la metodología de cálculo presentada puede ser aplicada a varios tipos de motores de combustión interna, en línea o en Vee de 2 o 4 tiempos, teniendo en cuenta un correcto tiempo de ignición y secuencia de encendido. En el 2011 GAO Haopeng después de modelar un sistema multi-masas, como resultado de su trabajo encontró una zona de velocidad crítica como resultado de la inercia variable. Estudios reciente en maquinas reciprocantes se usa como método preferido de solución los FEM, como los estudios de sistemas de compresión reciprocantes de Vasillaq Kacani 2012 [83], en donde se concluyo que el cálculo con métodos clásicos de la rigidez torsional para estos sistemas puede diferir en 100% o más. Otros como HUANG Ying busco mejorar la dinámica no lineal y confirmar los parámetros no lineales, usando para la solución el método de los eigenvectores. El tener en cuenta las señales de presión obtenidas en el cilindro es de gran importancia en el mantenimiento de sistemas modernos, Feilong Liu [84] propone un modelo simple y práctico basado en el modelo de estimación para la estimación de la presión a partir de las fluctuaciones de la velocidad.

Las fallas de maquinas reciprocantes son unos de los mayores factores que afectan la confiabilidad y el servicio de vida de los motores. Los modelos lineales de masas concentradas son usualmente utilizados para modelar la dinámica de éstos, pero que se revela movidos errores en la simulación de estos [85].

Muchas investigaciones que tratan con el fenómeno de vibraciones torsional en cigüeñales consideran inercias constante, y no tienen en cuenta sus efectos. En este capítulo se tendrán en cuenta los efectos de la variación de inercia, del número de cilindros, del amortiguamiento, etc. En aspectos como la resonancia secundaria, torque resultante.

Para generar modelos más adecuados la gran mayoría de los autores se basan en el modelo de energía cinética instantánea resultante [85] [86] [83] [84] [85] [87] entre otros; las ecuaciones a si obtenidas presentan una notable no linealidad [80].

Las inestabilidades en máquinas reciprocantes son todas aquellas alteraciones constantes o frecuentes en las condiciones características del fenómeno vibratorio torsional; las fuentes más comunes de este tipo de vibraciones son [88]:

- Variación de la presión del gas en el cilindro, la cual puede ser estimada por mediciones de amplitudes en la caja de cojinete principal del cigüeñal.
- Fallos en la ignición del combustible dentro de los cilindros.
- Fuerzas inerciales de un mecanismo de manivela.

Una adecuada señal precisa de la presión del cilindro es requisito previo para muchos procesos de sistemas de lazo cerrado en:

- Torque-on-demand (TOD)⁴⁷. Algoritmo de control motor.
- Onboard real-time (ORT), diagnóstico de combustión.
- Control de la chispa de encendido de cada cilindro.
- Air-fuel, balance interés cilindros.

La fiabilidad y el coste de los sensores de presión para cilindros es el impulsor para que se utilicen técnicas de estimación, para obtener indirectamente el valor de la

⁴⁷**Control Trac**, tracción a las cuatro ruedas es el nombre de marca de un seleccionador automático de torque en las cuatro ruedas, este sistema fue ofrecido por Ford motors Company. BorgWarner diseñador de este sistema lo llama torque on demand(TOD). Este fue el primer sistema automático que usará software de control y no sistemas planetarios o cónicos de engranajes.

presión del cilindro. Estos métodos tienen el potencial de entregar datos de razonable precisión y sin costos extra de hardware. [84].

21.1.1 Modelo dinámico de cigüeñal de un motor

El moldeamiento exacto de su comportamiento dinámico requiere un modelo distribuido continuo que pueda tener un infinito número de grados de libertad, el cual es impráctico usar cuando se necesita soluciones rápidas. Por esto se simplifica a un número finito de elementos. Feilong Liu [84] presenta un completo modelo de 7 grados de libertad de un cigüeñal de 4 cilindros.

Tabla 21.1 Modelo de 7 grados de libertad de un motor de 4 cilindros

Parámetros de modelo	Descripción
$J_0 \dots J_6$	momentos de inercia denota las 7 masas del modelo J_1 al J_4 son las inercias de cada cilindro J_0 es la inercia total de amortiguado J_5 es el volante de inercia J_6 el momento de inercia de la transmisión
k	Rigidez torsional de la sección de eje que une las masas
$\theta_0 \dots \theta_6$	posición angular de cada una de las masas
C_{rel}	es la fricción relativa entre la dos adyacentes inercias
C_{abs}	es la fricción absoluta ente la inercia
T_1 a T_4	son los torque de excitación de cada uno de los cilindros
T_{load}	torque que se opone al torque de los cilindros (carga)

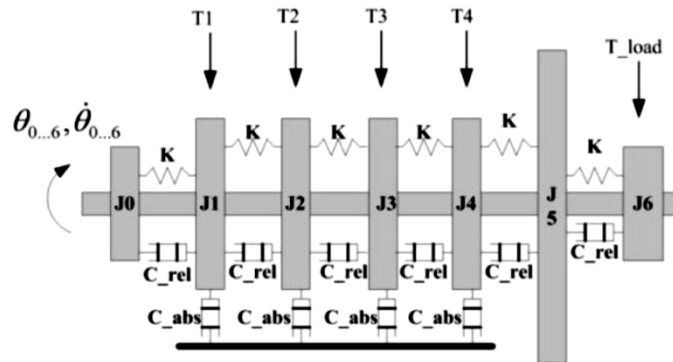
Fuente: Los autores

La Figura 21.1 muestra el esquema del modelo, mostrando cada uno de sus parámetros. teniendo encuentra los torque de cada cilindro, torque de gas, torque de fricción y torque de masas, este último es debido al movimiento reciprocante el cual depende del ángulo de la manivela, la ecuación matricial que establece el comportamiento dinámico, puede ser expresada como Ec. 19.14.

$$J\ddot{\theta} + C\dot{\theta} + K\theta = T_{gas} + T_{fric} + T_{load} + T_{mass} \quad \text{Ec. 21.1}$$

donde $\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}$ son los vectores referidos a la posiciones angulares de cada una de las la inercias. J, K y C son matrices simétricas referidas a la inercia , rigidez y amortiguación respectivamente los términos después del igual son los vectores de los torques de cada uno de los cilindros.

Figura 21.1 Modelo dinámico simplificado del cigüeñal



Fuente: FEILONG, Liu.et al. Experimental study en engine dynamics model based In-Cylinder pressure estimation. En:SAE international. Abril 2012

Feilong, Liu.et al [84] además propone ecuaciones para estimar el torque total como una función de la posición angular y de la velocidad angular Ec. 19.14 muestra la directa conexión entre el cambio instantáneo de velocidad del cigüeñal y el torque total actuando en el cigüeñal

$$\frac{1}{2} J \left[\left(\dot{\theta} \Big|_{\theta_n} \right)^2 - \left(\dot{\theta} \Big|_{\theta_{n-1}} \right)^2 \right] = \bar{T}_{total}(\theta_n) \times \Delta\theta \quad \text{Ec. 21.2}$$

$$\theta_n = \theta_0 + n \cdot \Delta\theta \quad n \in \mathbb{Z} \geq 0 \quad \text{Ec. 21.3}$$

Además presenta una ecuación para estimar el torque aportado por las masas del motor al torque total

$$T_{mass_full}(\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}) = -\left(m_{piston} + m_A\right) \frac{dx}{d\theta} \frac{d^2x}{d\theta^2} \dot{\theta}^2 - \left(m_{piston} + m_A\right) \left(\frac{dx}{d\theta}\right)^2 \ddot{\theta} - m_B r^2 \ddot{\theta} \quad \text{Ec. 21.4}$$

21.1.2 Interpolación de la presión alrededor de TDC

La señal de presión en el cilindro es de gran importancia para los sistemas de mantenimiento de motores modernos. Esta información es implementada para mejorar el control y el diagnóstico de los procesos de combustión, a fin de satisfacer las estrictas normas de emisiones, mejorar la fiabilidad y estabilidad de los vehículos. Feilong Liu [84], presenta un experimental estudio y propone un una práctica solución para la estimación de la presión en el cilindro a partir de fluctuaciones de velocidad usando la ecuación de Wiebe Ec. 19.14 y una función de interpolación Ec. 21.5 .

$$P_{int}(\theta) = P_{comp} \times [1 - f(\theta)] + P_{exp} \times f(\theta) \quad \text{Ec. 21.5}$$

$$f(\theta) = 1 - \exp \left[-a \times \left(\frac{\theta - \theta_o}{\Delta\theta} \right)^{m+1} \right] \quad \text{Ec. 21.6}$$

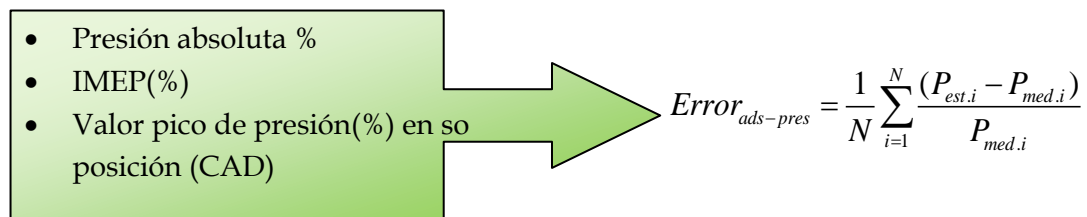
Las posible diferencia de la curva interpolación pueden deberse a considera la liberación de calor del combustible es constante, para sistemas con proceso de doble inyección de combustible, se debe tener encuentra la liberación de calor Ec. 21.7

$$\frac{dQ_{ch}}{d\theta} = \frac{V \frac{dP}{d\theta} + \lambda \cdot P \frac{dV}{d\theta}}{\lambda - 1} - \frac{dQ_{ht}}{d\theta} \quad \text{Ec. 21.7}$$

21.1.3 Estimación del error de presión en el sistema

La estimación precisa del resultado de la presión en el cilindro es evaluada al calcular los siguientes errores Figura 7.2.

Figura 21.2 Error absoluto



Fuente: Los autores

21.2 INESTABILIDAD TORSIONAL

Tabla 21.2 Efectos de inercia variable

No-Linealidades Y Sus Efectos	Descripción
Efectos de inercia variable	<ul style="list-style-type: none"> • El principal efecto es la resonancia secundaria, esta se estimula por una frecuencia cercana a $n-2$ la frecuencia natural torsional, presentando respuesta en los órdenes n, $n-2$ y $n+2$ del espectro. • adicional rigidez puede ser ignorada. • amplía las zonas de velocidades críticas. • afecta la fricción pistón cilindro. • Introduce torques adicionales de excitación: <ul style="list-style-type: none"> • torque adicional de amortiguamiento • torque adicional de inercia variable <p style="text-align: center;">Definiciones</p> <p>Resonancia secundaria: la resonancia secundaria es el resultado de la relación no lineal entre ciertas frecuencias en un sistema reciprocante, dependiendo de la frecuencia natural y de su sensibilidad a la variación de la inercia del motor. La velocidad del motor y las frecuencias componentes de la variación de inercia. $\omega_{op} = \omega_n / n - 2$</p>
Efecto del numero de cilindro	<p>El aumentar el número de cilindros de un motor de combustión interna no siempre significa un incremento en el ángulo de torsión causado por las fuerzas de inercia, en un motor de cuatro cilindros presentan las mayores amplitudes de la vibraciones de torsión y las mínimas ocurren en motores de un solo cilindro; los motores de 3 y 6 cilindros oscilan con la misma frecuencia, al igual que motores 2 y 4 cilindros [88]</p>
Efecto de amortiguamiento	<ul style="list-style-type: none"> • para un motor de un solo cilindro se apreciar que existen dos rangos de velocidades críticas. • Cuando se aumenta el factor de amortiguamiento ζ el rango de inestabilidad se vuelve más estrecho

Fuente: Los autores

Tabla 21.2 Continuación

<p>Efectos de las fallas de combustión</p>	<ul style="list-style-type: none"> • disminución de la velocidad de giro sistema rígido analizado. • la velocidad depende de la distribución de los fallos de disparo, es decir, en que cilindros sucede la falla. • la velocidad de giro del volante de inercia en los modelos rígidos es ligeramente mayor que en el modelo flexible. • una falla de ignición (misfire) del 50% la presión promedio efectiva disminuida su valor a la mitad. •
<p>Efectos del tiempo de ignición</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Retrasos en el tiempo de ignición refuerza la fase de pos-combustión. • incrementa de la cantidad de combustible. • retrasa la etapa de compresión. • incremento en la inestabilidad del motor. • incremento en pérdida de calor. • fluctuación del torque. • También podría suceder una inadecuada etapa de compresión antes de la ignición, entonces la temperatura inicial de ignición así como la presión será relativamente más baja. • la aparición excesivamente temprana del pico de presión en el cilindro, haciendo que la etapa de compresión sea incorrecta [89]
<p>Efectos de la fricción en f_n</p>	<ul style="list-style-type: none"> • diferencias de la frecuencia natural. • afecta el torque experimentado por el bloque M_z. • Discrepancia de predicciones a bajas velocidades. • incrementa el segundo orden de la frecuencia del momento del bloque del motor M_z. • implicación para la respuesta no-lineal torsional de un motor reciprocante.

Fuente: Los autores

21.2.1 Vibración torsional de un embrague

El embrague toma la energía del volante de inercia y la trasmite a la transmisión; Durante el acoplamiento del embrague en la superficie de fricción el torque generado por esta actúa como una fuerza de anclaje para la transmisión. Una parte de la energía transmitida es transformada en otra forma por los efectos positivos de amortiguación, pero si por alguna razón la amortiguación se hace negativa, una parte de la energía transmitida por el embrague podría inducir a auto excitación de vibración torsional del vehículo. En la región de la fricción de Coulomb, el torque de fricción M_f puede ser definido así:

$$M_f = 2F_f \cdot R = 2\mu F_n \cdot R \quad \text{Ec. 21.8}$$

La ecuación Ec. 21.8 nos dice que el momento de fricción depende de la fuerza normal de contacto F_n y de coeficiente de fricción μ , F_f es la fuerza de fricción en la superficie del embrague, R es el radio medio de la superficie del embrague definida por Wilson y Herscovici como. La ecuación general de movimiento de un vehículo durante el patinaje del embrague es Ec. 21.10:

$$R = \frac{2}{3} \left(\frac{R_e^3 - R_i^3}{R_e^2 - R_i^2} \right) \quad \text{Ec. 21.9}$$

$$m\ddot{x} + \left[c + \frac{dF_f(v)}{dv} \right] \dot{x} + kx = 0 \quad \text{Ec. 21.10}$$

$$x(t) = C_1 \exp \left\{ -\frac{c}{2m} + \sqrt{\left[\left(\frac{c}{2m} \right)^2 - \frac{k}{m} \right]} \right\} + C_2 \exp \left\{ -\frac{c}{2m} - \sqrt{\left[\left(\frac{c}{2m} \right)^2 - \frac{k}{m} \right]} \right\} \quad \text{Ec. 21.11}$$

Tabla 21.3 Consecuencias de los valores de amortiguamiento de un vehículo

<i>Amortiguamiento</i>	<i>Descripción</i>
$\left[c + \frac{dF_f(v)}{dv} \right] < 0$	La solución se bifurca dependiendo del signo del radical de la ecuación Ec. 21.11
$\left(c + \frac{dF_f(v)}{dv} \right)^2 \geq \frac{k}{m}$	La solución de la ecuación Ec. 21.11 tiene un movimiento divergente, dirigiéndose a la inestabilidad del sistema
$\left(c + \frac{dF_f(v)}{dv} \right)^2 < \frac{k}{m}$	La solución de ecuación Ec. 21.11 tiene una divergencia y por lo tanto puede surgir un sistema inestable

Fuente: Los autores

21.3 DISCUSIÓN DEL CAPÍTULO

- El fenómeno cuando la amplitud en el orden de velocidad crítica aumenta, al incrementar la variación de inercia se le conoce como resonancia secundaria, esto es más notorio en motores con grandes inercias recíprocantes.
- La resonancia secundaria en el orden de velocidad crítica n es excitada debido a que el sistema funciona a la velocidad de rotación del orden $n-2$ o $n+2$.
- La variación de inercia presenta franjas verticales rectangulares de inestabilidad en un diagrama de Campbell.
- El método de interpolación propuesto es una opción interesante para estimar la presión por medio de fluctuaciones de velocidad.

22.1 GENERALIDADES DE LOS BANCOS

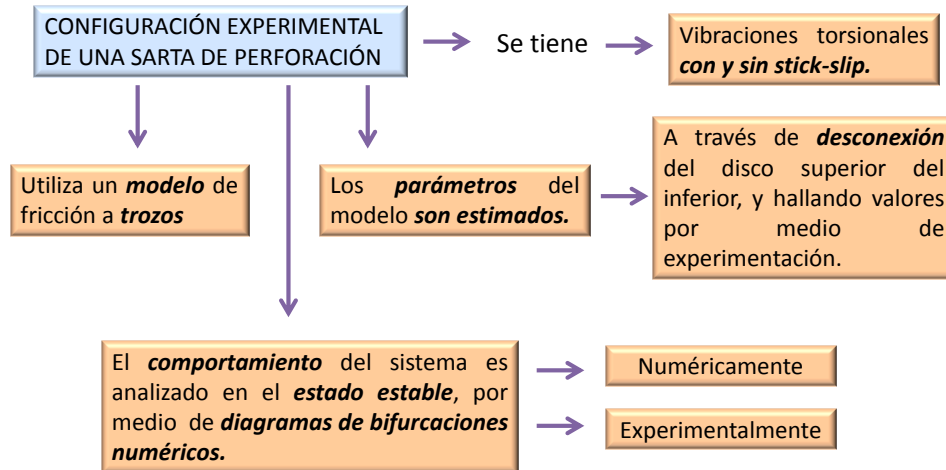
En las secciones previas, se analizaron diferentes aspectos de los fenómenos que pueden dar lugar a vibraciones torsionales, al igual que el modelamiento básico de la misma, métodos utilizados para modelar este tipo de vibraciones cuando se toman en cuenta, los efectos del amortiguamiento, las no linealidades, desbalances máscicos, amortiguamiento, la fricción, entre otras, además de dispositivos y técnicas para la medición, monitoreo, y pruebas para las mismas, como fue incluido en los capítulos previos a este.

Todo esto conlleva a que en este último capítulo, se pueda llegar a buscar la validación de los modelos propuestos con respecto a las mediciones tomadas en bancos de pruebas de diferentes formas, para así, reflexionar acerca de la importancia de esta investigación, la cual refiere a la recolección de los datos dispuestos alrededor del mundo, y acoplarlos en un documento.

Además de permitir un guía de un modelo propuesto de un banco para la medición de vibraciones torsionales, idea que se desprende de esta investigación.

22.2 VIBRACIONES TORSIONALES INDUCIDAS POR LA FRICCIÓN EN UN SISTEMA SARTA DE PERFORACIÓN

Figura 22.1 Características que busca esta configuración.



Fuente: Los autores

22.2.1 Configuración de una sarta de perforación

22.2.1.1 Configuración experimental.

La configuración experimental de la sarta de perforación es mostrada en la Figura 22.2. La entrada de voltaje desde el computador la cual es entre $-5V$ y $5V$, se alimenta al motor DC a través de un amplificador de potencia. El motor DC, el cual representa el motor de accionamiento de una sarta de una plataforma real de perforación, es conectado mediante una caja de transmisión mecánica al disco superior de acero (El cual representa la mesa rotativa de la plataforma de perforación). El disco superior e inferior son conectados a través una sarta de baja rigidez de acero. La sarta de perforación y el disco de bronce representan la sarta de perforación y el ensamble del fondo en la plataforma de perforación real y el freno adicionado representa la fuerza de fricción entre el bit y la roca. El material en contacto del freno es hule o goma. Las posiciones angulares del disco superior e

inferior son medidas utilizando encoders incrementales. Las velocidades angulares de ambos discos son obtenidos por diferenciación numérica de las posiciones angulares y filtrando las señales resultantes utilizando un filtro pasa bajo. En la Figura 22.2 así como más adelante del texto, θ_u y θ_l son las posiciones angulares de los discos superior e inferior respectivamente, T_{fu} es el torque por fricción presente en el motor y en los rodamientos en el disco superior y T_{fl} representa el torque por fricción en el disco inferior el cual es causado por la fricción en el disco inferior y el freno y por la fricción en los rodamientos.

22.2.1.2 Modelo de la configuración de la sarta experimental

La configuración de la sarta de perforación es un sistema electro mecánico y puede ser descrito por:

$$\begin{aligned} J_u \ddot{\theta}_u + k_\theta(\theta_u - \theta_l) + T_{fu}(\dot{\theta}_u) &= k_m u \\ J_l \ddot{\theta}_l - k_\theta(\theta_u - \theta_l) + T_{fl}(\dot{\theta}_l) &= 0 \end{aligned} \quad \text{Ec. 22.1}$$

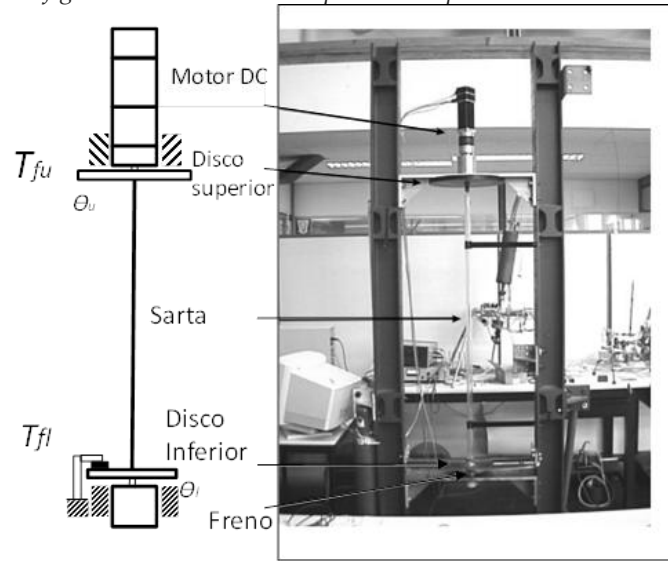
Donde u es la entrada de voltaje para el amplificador del motor, J_u y J_l son momentos de inercia de los discos superior e inferior respecto al centro de masa, respectivamente, k_θ es la rigidez torsional y k_m es la constante del motor. En la Ec. 22.1 los torques por fricción T_{uf} y T_{lf} son modelados por.

$$\begin{aligned} T_{fu}(\dot{\theta}_u) &\in \begin{cases} T_u(\dot{\theta}_u) \text{sgn}(\dot{\theta}_u) \text{ for } \dot{\theta}_u \neq 0, \\ [-T_u(0), T_u(0)] \text{ for } \dot{\theta}_u = 0, \end{cases} \\ T_{fl}(\dot{\theta}_l) &\in \begin{cases} T_l(\dot{\theta}_l) \text{sgn}(\dot{\theta}_l) \text{ for } \dot{\theta}_l \neq 0, \\ [-T_l(0), T_l(0)] \text{ for } \dot{\theta}_l = 0, \end{cases} \end{aligned} \quad \text{Ec. 22.2}$$

Los cuales representan el conjunto de valores de las leyes de fricción, Las funciones no lineales $T_u(\dot{\theta}_u)$ y $T_l(\dot{\theta}_l)$ representan los torques por fricción presentes en los discos superior e inferior para velocidades angulares diferentes de cero y para esas funciones no lineales se mantiene:

Lo cual significa que los torques por el fenómeno de fricción en la Ec. 22.2 disipan.

Figura 22.2 Configuración de una sarta experimental para el estudio de inestabilidades.



Fuente: MIHAJLOVIC, et al. Nenad. *Analysis of friction-induced limit cycling in an experimental drill-string system. Journal of dynamic systems, measurement, and control.*, 2004, vol. 126, no 4, Págs. 2

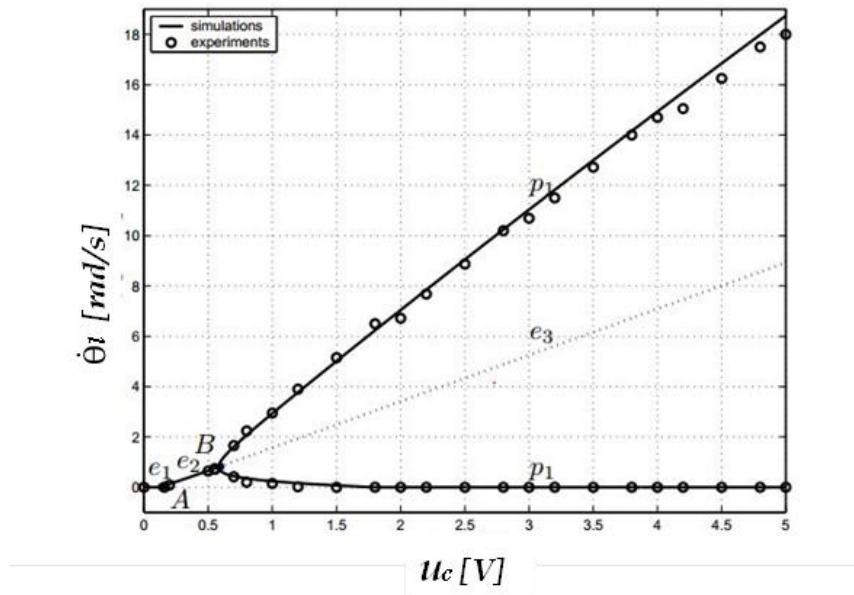
22.2.2 Conclusiones del banco de la configuración experimental de una sarta de perforación

En este documento el modelo dinámico de la configuración es introducido, los parámetros de la configuración son estimados y el comportamiento del estado estable de la configuración de la sarta de perforación son analizados con el fin de investigar la causa de las vibraciones torsionales en la configuración, cuando el freno es utilizado en el disco inferior, vibraciones torsionales con y sin el fenómeno de adherir-deslizar son observados en estado estable. Las vibraciones torsionales por adherir-deslizar son observados en estado estable. Las vibraciones torsionales por adherir-deslizar en un sistema de sarta de perforación pueden ser predecidas utilizando un modelo de fricción estática con el efecto Stribeck [90] [91] [2]. Adicionalmente, vibraciones sin el fenómeno adherir-deslizar no pueden ser modelados utilizando el mismo modelo de fricción. Por otra parte, un modelo de fricción discontinuo humped es utilizado.

La diferencia entre el modelo de fricción humped y el modelo de fricción con solo el efecto Stribeck es que para pequeñas velocidades angulares el modelo de fricción propuesto tiene amortiguamiento positivo. Con tal modelo las vibraciones torsionales observadas en la configuración experimental, tanto con o sin el fenómeno de adherir-deslizar, son exitosamente predecidas. Como un resultado del análisis en el estado estable, un diagrama de bifurcación, con entrada de voltaje constante u_c

como un parámetro de bifurcación es presentado. Adicionalmente una comparación entre los diagramas de bifurcación tanto numérico como experimental ilustra la calidad predictiva del modelo propuesto.

Figura 22.3 Diagrama de bifurcación simulado y experimental (Círculos) de la configuración



Fuente: Adaptado de MIHAJLOVIC, et al. Nenad. Analysis of friction-induced limit cycling in an experimental drill-string system. Journal of dynamic systems, measurement, and control, 2004, vol. 126, no 4, p. 709-720. Págs 6

22.3 BANCO PARA VIBRACIÓN TORSIONAL CLÁSICO

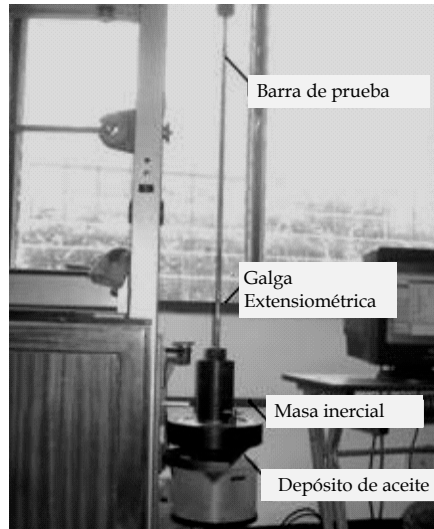
La vibración torsional es una oscilación de una posición angular respecto a una línea central (de Silva, 2000). Es causada por fuerzas de torque oscilatorias, La vibración torsional generalmente no es evidente externamente, excepto en el caso de los engranajes, donde se produce un ruido incrementado. Así, un problema serio de torsión no puede ser reconocido hasta que ocurre una falla catastrófica, tal como la fractura del eje. Por esto es importante cuidar las frecuencias críticas de torsión.

Para la medición se emplea una galga extensiométrica (strain gauge) por su alta sensibilidad a la deformación y un equipo de telemetría similar al empleado en la industrial.

22.3.1 Montaje experimental de vibración torsional

El banco de prueba diseñado para el estudio de la vibración torsional, el cual consta de un eje de acero al cual se le fijo una galga de deformación que registra la medición de la vibración torsional, con la siguiente descripción: CEA-06-250US-350, factor de ganancia (GF) de $2.08 \pm 1.0\%$. El voltaje de salida del transductor del puente de Wheatstone es registrado por el equipo de telemetría.

Figura 22.4 Montaje experimental para análisis de vibración torsional

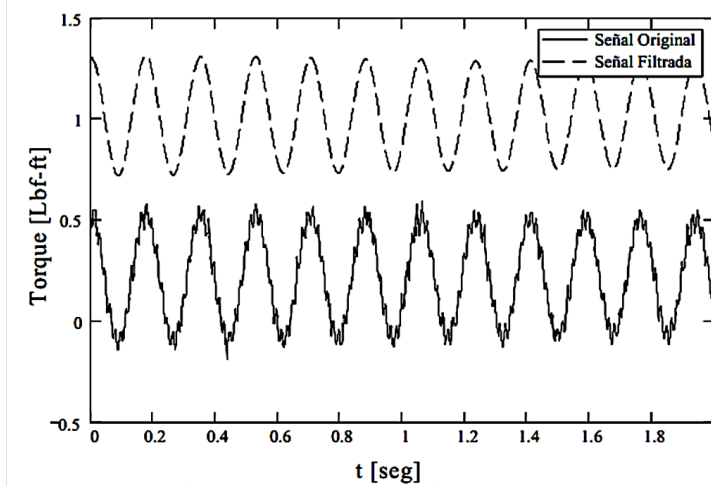


Fuente: TORRES, Jorge, RODRÍGUEZ, Gustavo, y DÍAZ, Sergio. Caracterización de un banco de pruebas para la enseñanza de vibraciones mecánicas. En: *Ciencia e Ingeniería*, 2008, vol. 29, no 3, Págs. 287

Uno de los problemas claros en la medición de vibraciones torsionales es que es independiente en cada sistema, se debe realizar una calibración para cada sistema a analizar.

Se nota que el banco permite realizar vibraciones con y sin amortiguador viscoso (el tanque de aceite dispuesto permite esto último). Los resultados del software se muestran en la Figura 22.5. Si la rotación de la masa inercial sobre el eje de la barra de prueba es θ , G es el módulo de corte, l es la longitud de la barra, se tiene de la teoría de torsión de ejes circulares, de las ecuaciones calculadas en el **capítulo 3**:

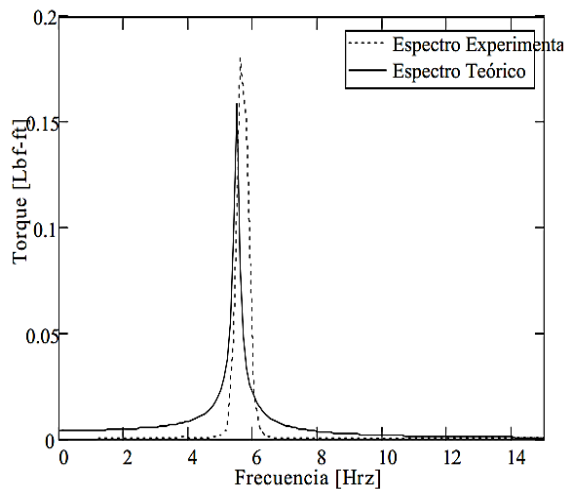
Figura 22.5 Registro de la galga en el tiempo obtenido por el software



Fuente: TORRES, Jorge, RODRÍGUEZ, Gustavo, y DÍAZ, Sergio. Caracterización de un banco de pruebas para la enseñanza de vibraciones mecánicas. En: *Ciencia e Ingeniería*, 2008, vol. 29, no 3, Págs. 288

Para la respuesta con amortiguador se emplea un aceite 20W – 50 por su alta viscosidad. La Figura 22.6 muestra el espectro de frecuencia aplicando la FFT del montaje libre-libre, la diferencia porcentual es de 1.67% al comparar los resultados experimentales con los teóricos.

Figura 22.6 Espectro de frecuencia para vibración torsional



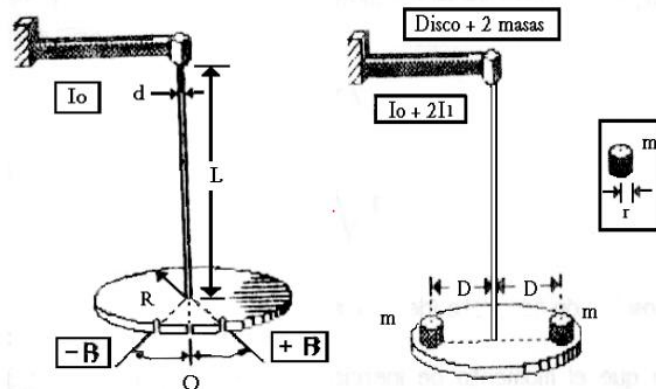
Fuente: TORRES, Jorge, RODRÍGUEZ, Gustavo, y DÍAZ, Sergio. Caracterización de un banco de pruebas para la enseñanza de vibraciones mecánicas. En: *Ciencia e Ingeniería*, 2008, vol. 29, no 3, Págs. 288

22.4 BANCO PARA LA ESTIMACIÓN DE LA RIGIDEZ TORSIONAL Y EL MOMENTO DE INERCIA POLAR BASADO EN EL PÉNDULO DE TORSIÓN CLÁSICO.

Esta configuración clásica del péndulo torsional busca establecer una relación para determinar la constante de rigidez torsional, así como las frecuencias naturales de torsión, en esta sección es necesario incluir esta disposición, para introducir, algunos bancos comerciales, que utilizan este principio.

Las pruebas se hacen por medio de la medición T_0 que es el periodo de oscilación del péndulo sin las masas adheridas como se ve en la parte izquierda de la Figura 22.7, y enseguida una vez adicionadas las dos masas inerciales al péndulo, calcular nuevamente el periodo de oscilación denominado T_1 , los momentos polares de inercia del péndulo con y sin pesas son denominados I_1 e I_0 respectivamente. Utilizando el teorema de Steiner de los ejes paralelos se obtiene:

Figura 22.7 Configuración del péndulo de torsión básico.



Fuente: Fuente: AGUILAR, Vásquez Eric, diseño conceptual y alternativas de solución del banco de medición para investigar las propiedades elásticas de los materiales Capítulo III, Universidad las americas p. 3

Esta configuración clásica del péndulo torsional busca establecer una relación para determinar la constante de rigidez torsional, así como las frecuencias naturales de torsión, en esta sección es necesario incluir esta disposición, para introducir, algunos bancos comerciales, que utilizan este principio.

Las pruebas se hacen por medio de la medición T_0 que es el periodo de oscilación del péndulo sin las masas adheridas como se ve en la parte izquierda de la Figura 22.7, y

enseguida una vez adicionadas las dos masas inerciales al péndulo, calcular nuevamente el periodo de oscilación denominado T_1 , los momentos polares de inercia del péndulo con y sin pesas son denominados I_1 e I_0 respectivamente. Utilizando el teorema de Steiner de los ejes paralelos se obtiene:

$$I = I_0 + 2I_1 \quad \text{Ec. 22.3}$$

$$I_1 = m \left(\frac{1}{2} r^2 + D^2 \right) \quad \text{Ec. 22.4}$$

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I_0}{k}} \quad \text{Ec. 22.5}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{I_0 + 2I_1}{k}} \quad \text{Ec. 22.6}$$

La ecuación Ec. 22.3 y Ec. 22.4 me dan como resultado un sistema de dos ecuaciones dos incógnitas sencillas, que me permite dejar todo en función de los periodos de oscilación que son fácilmente medibles. Al relacionar estas dos ecuaciones se obtiene:

$$I_0 = \left(\frac{T_0^2}{T^2 - T_0^2} \right) (r^2 + 2D^2)m \quad \text{Ec. 22.7}$$

$$k = 4\pi^2 \frac{I_0}{T_0^2} \quad \text{Ec. 22.8}$$

Las anteriores ecuaciones son solo funciones de los periodos de oscilación torsional así como de la geometría y de la masa, los cuales son datos conocidos, Primero Es calculado el momento de inercia I_0 .

Las oscilaciones angulares pueden ser observadas por medio de alguna de las técnicas de medición explicadas previamente, en este tipo de configuración, suelen utilizarse galgas extensiométricas. [92]

22.1 PÉNDULO TORSIONAL COMERCIALES G.U.N.T TM163

El modelo ofrece la oportunidad de estudiar vibraciones por torsión en varas de torsión. Se compone de un bastidor de base, de aluminio, montado a pared. Su placa portadora dispone de un sólido mandril de sujeción con ayuda del cual pueden fijarse varas de torsión. El disco, respectivamente, anillo de masa puede igualmente fijarse a la vara de torsión con un mandril de sujeción. De esta forma puede ajustarse sin más dificultades la longitud efectiva. [5]

Figura 22.8 Modelo físico del Aparato péndulo torsional para mediciones de vibración TM 163



Fuente: Producto péndulo G.U.N.T TM-163 [Online] :(citado 13 Octubre.2013) <Fuente: http://www.gunt.de/static/s3621_3.php?p1=&p2=&pN=#>

Determinación de la duración de la oscilación de torsión en función a:

- longitud del hilo de torsión
- diámetro del hilo de torsión
- masa rotativa y su forma

22.2 APARATO DE PARA VIBRACIONES TORSIONALES G.U.N.T TM-140

Este equipo de ensayo tiene la finalidad de hacer entender mediante experimentos sugestivos la torsión y vibraciones de torsión. También se han previsto igualmente ensayos demostrativos y prácticos.

Elemento central del ensayo es una barra de torsión. En la misma pueden fijarse con ayuda de mandriles de sujeción discos de masa con diferentes valores de inercia. De esta forma es posible construir un sistema de vibraciones por torsión de hasta tres masas. Con una unidad excitadora eléctricamente alimentada desde la unidad de mando pueden forzarse vibraciones sobre las mismas.

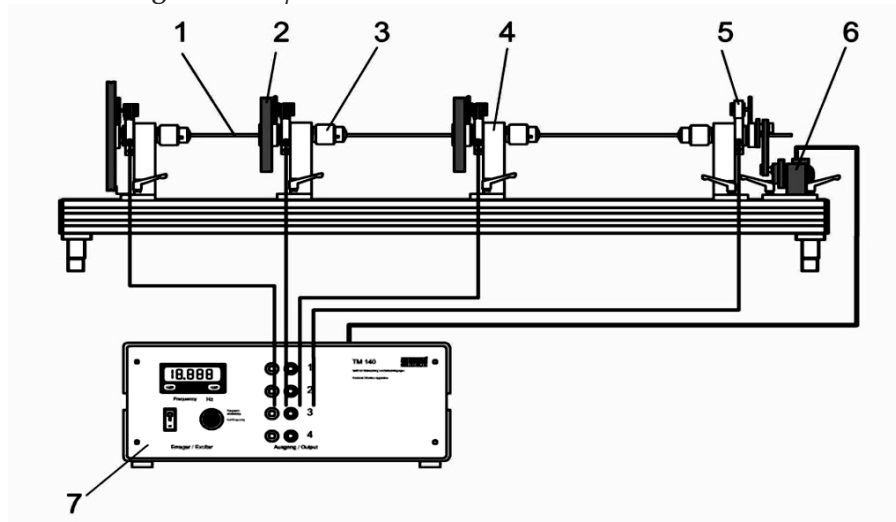
Un amortiguador regulable permite influir sobre éstas. Generadores de ángulos de giro en los mandriles de sujeción suministran como señal eléctrica la amplitud de las vibraciones.

La unidad de mando procesa estas señales y las pone a disposición a fines de indicación; p. ej., con el software LabVIEW para la adquisición de datos o con un osciloscopio bicanal apropiado de laboratorio. [93]

Los ensayos que pueden llevarse a cabo en esta configuración de banco son:

- Determinación de la resistencia a la torsión de una barra de acero
- Determinación de los pares de inercia de masas
- Comportamiento de la extinción de la oscilación de vibraciones por torsión
- Determinación de la amortiguación en vibraciones por torsión
- Vibraciones por torsión forzadas, resonancia
- Sistema de vibraciones por torsión con varias masas, vibrador por torsión de dos masas, vibrador por torsión de tres masas

Figura 22.9 Aparato de vibraciones torsionales G.U.N.T 140

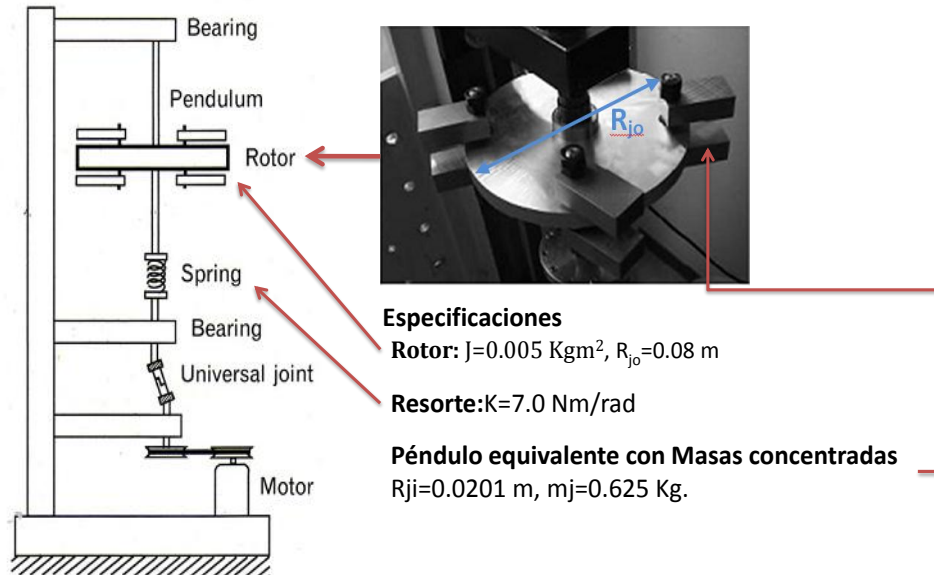


1 barra de torsión, 2 disco de masa, 3 mandril de sujeción, 4 unidad de rodamiento, 5 registrador del ángulo de giro, 6 unidad excitador, 7 unidad de mando.

Fuente: Producto G.U.N.T TM-140 [Online] : (citado 13 Octubre.2013) <Fuente: http://www.gunt.de/static/s3695_3.php?p1=&p2=&pN=#>

22.3 BANCO DE VIBRACIÓN TORSIONAL ROTOR CON ABSORVEDOR DE VIBRACIÓN PÉNDULO CENTRIFUGO

Figura 22.10 Disposición del banco de pruebas del absorbedor de VT con péndulo



Fuente: ISHIDA, Yukio, et al. *Nonlinear analysis and experiments on torsional vibration of a rotor with a centrifugal pendulum vibration absorber*. *Journal of System Design and Dynamics*. , 2008, vol. 2, no 3, p. 715-726.

Las pruebas realizadas en el banco, son mediante el uso de diferentes masas, en diferentes ensayos para luego comparar su eficiencia de uno respecto a los otros.

- Rotor con un péndulo
- Rotor con dos péndulos (masa total 1.25 Kg)
- con cuatro péndulos (masa total 2.5 kg)

22.3.1 Conclusiones

Las características dinámicas y los efectos de CPVA para la respuesta de la frecuencia son estudiados teóricamente, numéricamente y experimentalmente, dado que la frecuencia natural del CPVA cambia en proporción a la velocidad angular del rotor, lo que mueve el punto de resonancia y como resultado, CPVA pueden suprimir la vibración torsional en todo el rango de velocidades. Debido a la

no linealidad del péndulo, una resonancia armónica con grandes amplitudes, un inestable rango en la cercanía de la mayor velocidad crítica, y resonancia súper armónica de la segundo y tercer orden ocurrieron, esta vibración secundaria inducida puede ser eliminada por una combinación de péndulos con diferentes dimensiones, así como usar topes para restringir las amplitudes del péndulo.

22.1 BANCO PARA MEDICIONES DE VIBRACIONES TORSIONALES LIBRES Y AMORTIGUADAS.

El juego de ensayo contiene tres barras de torsión distintas y dos discos de masa también diferentes. Un amortiguador de aceite permite atenuar las amplitudes. Los componentes se montan fácilmente y con exactitud en las ranuras del perfil del bastidor del sistema para vibraciones TM 150 o TM 155. Las pruebas que pueden realizarse en el banco son:

- Frecuencia de resonancia de vibraciones torsionales.
- Efecto de la rigidez a la torsión, la masa giratoria y la amortiguación.

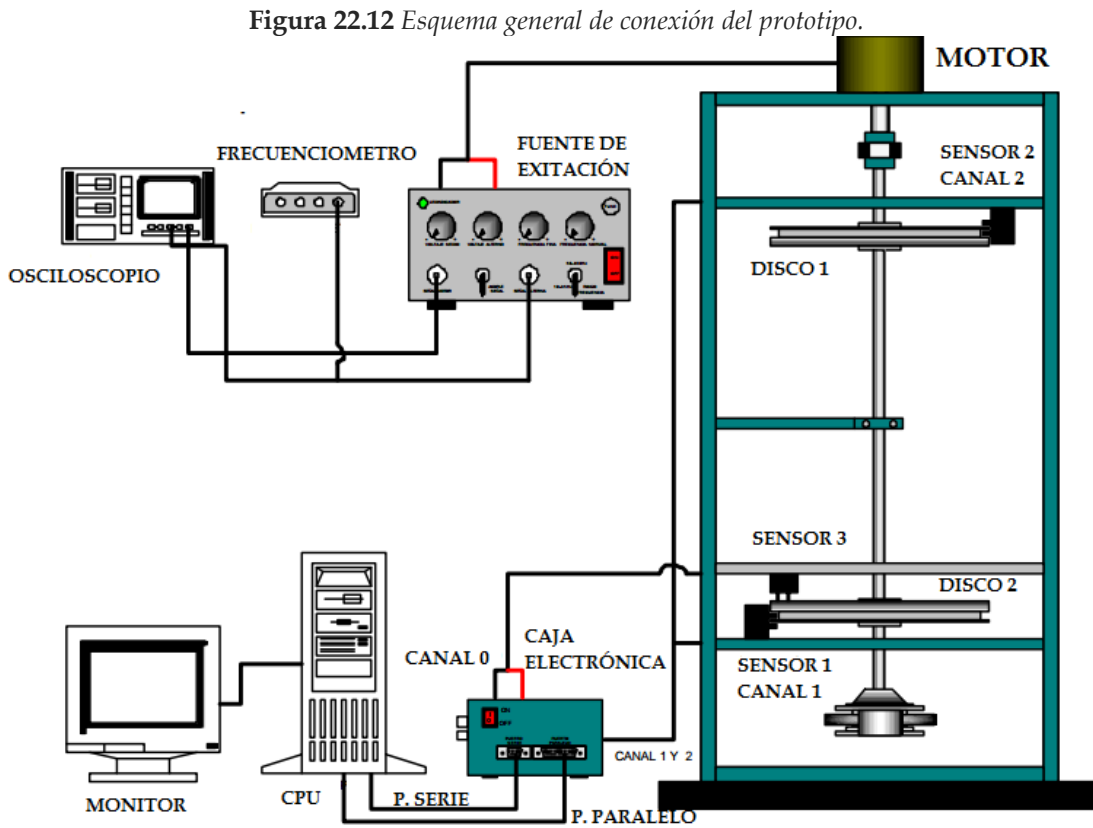
Figura 22.11 Banco de vibraciones libres y amortiguadas TM-150.02



Fuente: Producto G.U.N.T TM-150,02 TM-150.02 [Online] :(citado 13 Octubre.2013) <Fuente: http://www.gunt.de/static/s4434_3.php?p1=&p2=&pN=#>

22.2 SISTEMA DE MONITOREO DE VIBRACIONES TORSIONALES DEL LABORATORIO DE VIBRACIONES MECÁNICAS DE LA UIS.

El laboratorio de vibraciones mecánicas de la universidad industrial de Santander cuenta con un banco para el estudio de las vibraciones torsionales, Desarrollado por (URIBE A, y otros 1995 [3]) esté a sido sometido a varias modificaciones. El modelo básico de dicho banco se mantiene actualmente, aunque el sistema de monitoreo del banco de pruebas fue modificado por (MORA, C. Leonel. 2004), quien presenta un nuevo sistema para medición de las vibraciones torsionales, a través de encoders ópticos, acondicionamiento electrónico de señal, modulo de adquisición de datos, entre otros dispositivos necesarios para la medición y monitoreo. En la Figura 22.12 se muestra la disposición grafica del banco dispuesto para pruebas. Una descripción detallada de la configuración implantada para monitoreo sobre el banco del laboratorio se puede encontrar en [31].



Fuente: Adaptado de [31] y [3]

El esquema general de conexión del prototipo se presenta. Desde la fuente de alimentación del motor se lleva la señal de la salida SEÑAL MOTOR a uno de los canales del osciloscopio o Fluke para determinar el valor del voltaje continuo de alimentación y de la salida SEÑAL ALTERNA se lleva la señal al frecuencímetro y al otro canal del osciloscopio para determinar la frecuencia y la amplitud de la señal alterna la cual actúa como excitación torsional.

El motor es alimentado mediante unos bornes colocados en la parte posterior de la fuente de excitación. Seguidamente se debe conectar la caja electrónica como se indica más adelante.

Bajo esta configuración dada en [31] al finalizar las pruebas, se pudo concluir varias implicaciones, y se agregaron algunas observaciones:

22.2.1 Conclusiones del banco de pruebas

Se comprobó que el sensado sin contacto no es de ningún modo fácil de medir, debido a que la vibración torsional no está en dirección del radio del eje pero si en dirección tangencial que es completamente diferente de la vibración transversal.

Se desarrollo un sistema digital de monitoreo de la vibración torsional el cual se basó en el método de alineación de tiempo, mostrando una medición más confiable y precisa.

Se comprobó que al hacer las mediciones con base en un punto de referencia (sensor 1), activados mediante una señal exterior de disparo se obtienen datos más reales del comportamiento torsional del eje, con lo cual se asegura que los datos sean adquiridos en la misma posición angular del eje cada vez que el trigger envíe una señal (pulso) al sistema.

El sistema de monitoreo desarrollado crea un ambiente de medición más amigable lo que facilita su utilización por parte de estudiantes y profesores convirtiéndose en un soporte básico en la enseñanza de las vibraciones torsionales.

22.2.2 RECOMENDACIONES PARA EL BANCO DE VIBRACIONES TORSIONALES

Se debe tener en cuenta que a la hora de conectar los sensores, los cables no entren en contacto con los cables eléctricos, ya que generan ruido eléctrico en la señal y por ende se obtiene una señal errada y defectuosa.

Los sensores deben estar perfectamente alineados para que la señal sea lo más ideal posible. Y presentar un desfase de 180° , para una mejor visualización del efecto de vibración torsional eliminando los efectos de la vibración lateral.

Después de la adquisición de la señal se tiene que hacer un proceso de normalización de la señal, para luego tener un buen análisis de los pulsos de ambas señales.

Fue necesario encapsular la tarjeta dentro de una caja metálica para aislarla de posibles problemas de ruido electromagnético y evitar ambientes contaminantes del laboratorio de vibraciones mecánicas producidos por los motores en general. Por lo cual se debe asegurar en lo posible que la caja electrónica no se coloque cerca de dispositivos que puedan generar dicho ruido porque se pueden presentar errores en la medición

Es importante seguir investigando más sobre la rama de vibración torsional ya que ahora se cuenta con una herramienta útil para su medición.

El sistema cuenta con dispositivos de expansión que hacen que en el futuro se pueda mejorar su aplicación.

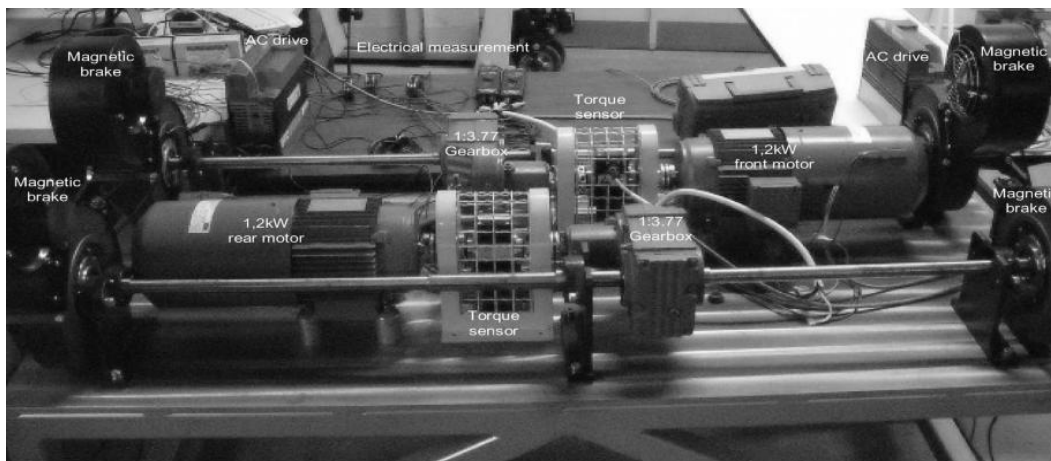
22.1 BANCO PARA DIAGNOSTICO Y EVALUACIÓN DE LA VIBRACIÓN TORSIONAL POR RUEDAS DENTADAS EN SISTEMAS DE TRENES DE TRANSMISIÓN MECÁNICA

Un RTS simulada a escala reducida ha sido desarrollado incluyendo dos conjuntos de motores de polos de inducción de $1.2kW$ $220 - V/380 - V$ $50 Hz$, y dos cajas de transmisión de dos etapas con una relación de transmisión de 1:3.77 cada una. Los diferentes números de dientes son $N_1 = 21$, $N_2 = 31$, $N_3 = 38$ y $N_4 = 97$ para tanto la tracción de los motores frontal y posterior. Figura 22.13, las frecuencias f_{r1} , f_{r2} y f_{r3} representan las frecuencias de rotación en las etapas de entrada, intermedia y a la

salida de cada caja de transmisión, respectivamente. En la caja de transmisión a la salida, dos frenos magnéticamente controlables están conectados al eje con el fin de simular la interacción de los engranes del tren de transmisión. Estos frenos magnéticos son controlados en lazo cerrado por dos controladores PID digitales que son capaces de aplicar dos torques diferentes en cada extremo del eje.

El variador de velocidad es capaz de controlar la velocidad del rotor del motor de inducción en lazo cerrado mediante un encoder óptico montado sobre el eje.

Figura 22.13 banco de pruebas de vibración torsional por efecto de dientes dañados y superficie desgastada



Fuente: HENAO, H., Kia, S. H., & Capolino,. *Torsional-vibration assessment and gear-fault diagnosis in railway traction system*. Industrial Electronics,G. (2011). IEEE Transactions on, 58(5), 1707-1717.p.1710

22.1.1 VIBRACIÓN TORSIONAL VERSUS OSCILACIÓN DEL TORQUE MECÁNICO

Tal como se mencionó anteriormente, la causa de las vibraciones en las cajas de transmisión se debe principalmente al error de perfil de diente, la excentricidad de las ruedas y la variación rigidez de las mismas.

Estas fuentes de excitación dan lugar a la rotación de entrada y de salida y oscilaciones de frecuencia rueda y rueda relacionadas en la vibración y en el torque. Dos acelerómetros se han utilizado para analizar estas vibraciones, uno en la etapa de entrada y otro en la etapa de salida de la caja de engranajes

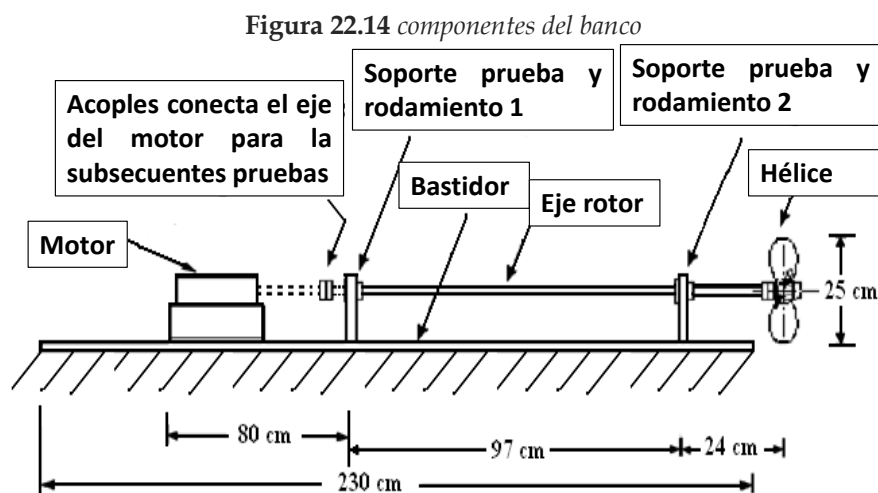
22.2 BANCO DE PRUEBA SISTEMA EJE-HÉLICE CON RODAMIENTOS

Parámetros de respuesta lateral (mediante un acelerómetro) y las vibraciones torsionales (mediante el uso de dispositivos de galgas extensiométricas fijado en tres lugares diferentes) se obtienen mediante el análisis modal software LMS. Los resultados experimentales se utilizan para validar los resultados numéricos obtenidos utilizando los elementos isoperimétricas tridimensionales disponibles en el programa ANSYS FEM.

22.2.1 Especificaciones del banco de pruebas

- **Eje:** longitud 1220 mm y diámetro de 16 mm
- **Dos rodamientos:** montados con accesorios de engrase e insertos de rodamiento de ranura profunda tipo 5967k81
- **Dos tornillos:** para fijar el eje a los rodamientos

El eje se fija por un extremo al marco del banco en el soporte 1, y es constante a lo largo del soporte 2 para terminar en un extremo en voladizo donde está la hélice. El eje se poya en dos rodamientos de bolas que se atornillan a los soportes de marco del banco.



Fuente: TLAISI, A. Akinturk, A. S. J. Swamidas & M. R. Haddara. *Crack Detection in Shaft Using Lateral and Torsional Vibration Measurements and Analyses A. Faculty of Engineering and Applied Science, Memorial University of Newfoundland, . St. John's, Canada 2012*

Figura 22.15 Disposición del banco para detección de fisuras en rotores.



Fuente: TLAISI, A. Akinturk, A. S. J. Swamidas & M. R. Haddara. *Crack Detection in Shaft Using Lateral and Torsional Vibration Measurements and Analyses A. Faculty of Engineering and Applied Science, Memorial University of Newfoundland, . St. John's, Canada 2012*

Figura 22.16 Corte con sierra para simular la grieta.



Fuente: LAISI, A. Akinturk, A. S. J. Swamidas & M. R. Haddara. *Crack Detection in Shaft Using Lateral and Torsional Vibration Measurements and Analyses A. Faculty of Engineering and Applied Science, Memorial University of Newfoundland, . St. John's, Canada 2012*

Se hacen cortes de sierra (0,65 cm de ancho) de diferentes relaciones de profundidad (0-70%) a una distancia de 2 cm del soporte 2. El corte de sierra (se hace manualmente) se muestra en la Figura 22.2 tenía un final de muesca plana y se hizo por una sierra con dentado endurecido con cuchilla de corte 0,65 mm de espesor. [7]

22.2.2 Montaje experimental para medir vibraciones de torsión del eje de rotación.

Tres galgas extensiométricas se fijaron en tres lugares, uno colocado cerca del soporte de cojinete 1, el segundo en la mitad de los apoyos, y el último situado cerca de la hélice como se muestra en la Figura 22.14. Un brazo de aluminio, que se muestra en la Figura 22.17 fue utilizado para aplicar diferentes magnitudes de esfuerzo de torsión de impacto en varias partes del eje.



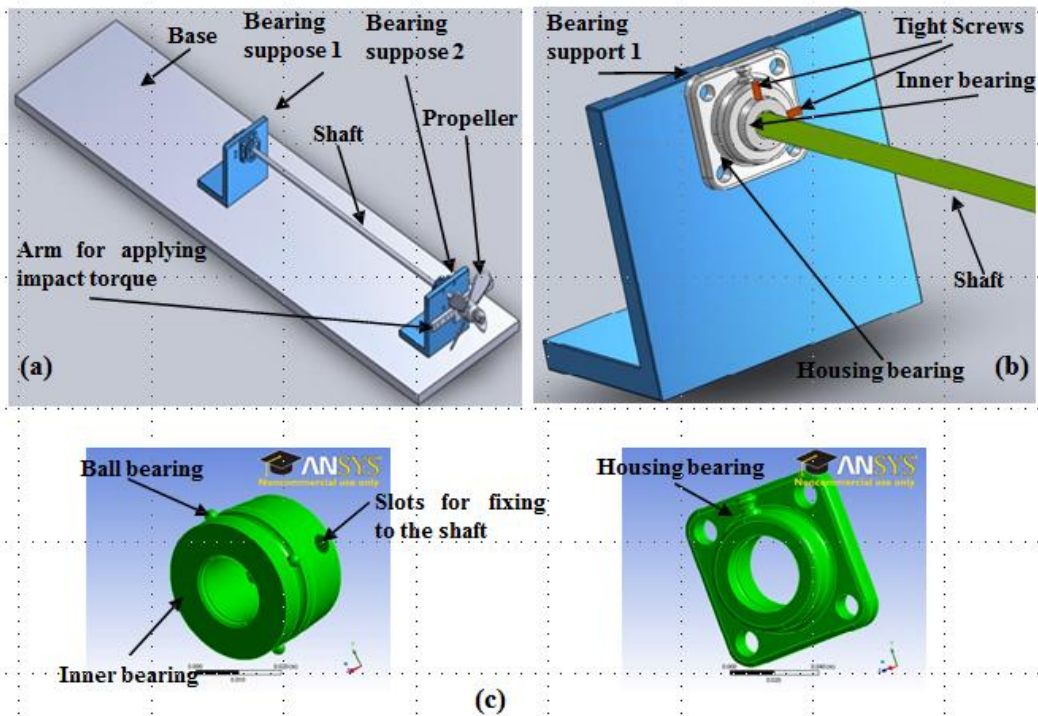
Fuente: LAISI, A. Akinturk, A. S. J. Swamidas & M. R. Haddara. *Crack Detection in Shaft Using Lateral and Torsional Vibration Measurements and Analyses A. Faculty of Engineering and Applied Science, Memorial University of Newfoundland, . St. John's, Canada 2012*

22.2.3 Modelado del eje soporte rodamiento

El eje fue apoyado sobre dos rodamientos apoyados por dos soportes de acero fijos; los soportes de acero fijos eran soldados a la placa base de acero grande como se muestra en la figura. La placa base de acero fue fijada a la mesa final.

El modelo de rodamiento utilizado para el presente estudio fue el brida montada McMaster-Carr rodamiento (5967 k 81) se muestra en la figura (McMaster-Carr, 2011) .

Figura 22.18 Banco en ANSYS piezas.



Fuente: LAISI, A. Akinturk, A. S. J. Swamidas & M. R. Haddara. *Crack Detection in Shaft Using Lateral and Torsional Vibration Measurements and Analyses A*. Faculty of Engineering and Applied Science, Memorial University of Newfoundland, . St. John's, Canada 2012

22.3 MEDICIÓN Y EQUIPOS

Anteriormente se introdujeron las generalidades y principios de funcionamiento de los diferentes métodos para la medición de las vibraciones torsionales.

En esta sección del capítulo 16, se introducirá hacia la obtención de los valores tomados por medio de estos instrumentos de medición como son las galgas extensiométricas, encoders incrementales (por ser el método de mayor utilización en la industria en comparación con los encoders absolutos), sensores laser Doppler, entre otros, a la vez se introducirá hacia la adquisición de datos, por medio de tarjetas para este propósito proporcionadas por la industria.

Además, se explicara cómo llevar estos datos a un computador dispuesto con software especializado. En este apartado se explican los diferentes sistemas de medición una forma más detallada se encuentra en el libro extenso

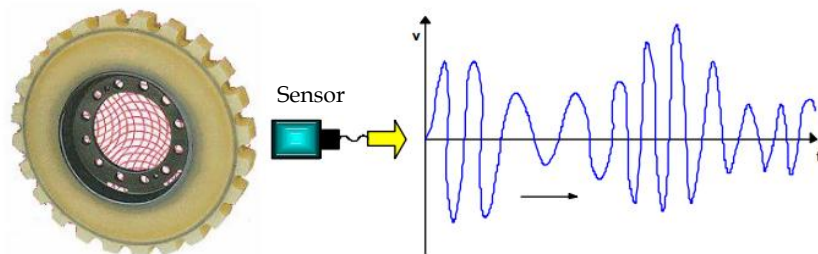
22.3.1 SISTEMAS CON TRANSDUCTORES DE SEÑAL PORTADORA

Si en un sistema a analizar están presentes engranajes, estos ofrecen una fuente ideal de señal portadora, la cual facilita la medición de vibración torsional.

La señal portadora debe ser generada ya sea mediante un transductor magnético o sensor de proximidad instalado cerca de los dientes de un determinado engranaje (Figura 22.19), desde donde se genera esta señal.

La frecuencia predominante en la señal portadora es la frecuencia del paso de los dientes del engranaje.

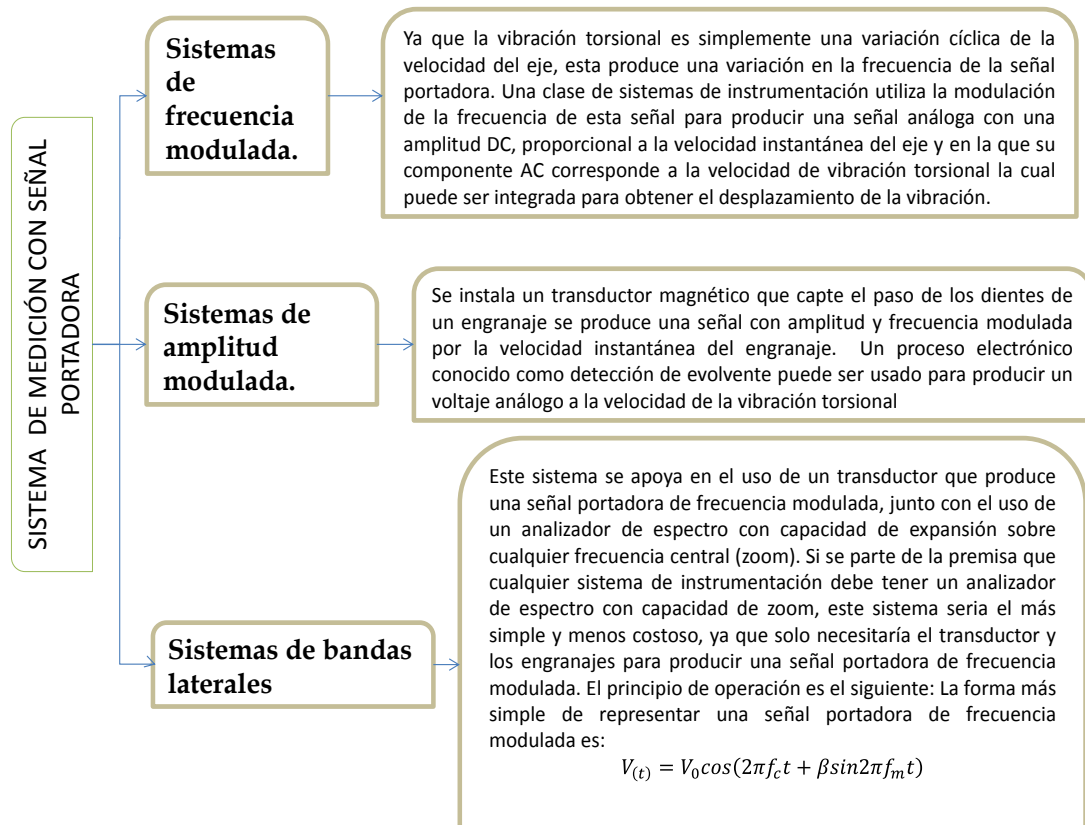
Figura 22.19 Señal portadora para medición de vibración torsional.



Fuente: Adaptado de URIBE, y FONQUE, A. D. Vibración Torsional. Sistema de medición y experimentación.. En: *Tesis de Grado*. Universidad Industrial de Santander. Bucaramanga, 1995, 169 p. Págs. 40

Mediante la demodulación de la amplitud o de la frecuencia de la señal se puede obtener las características de la vibración torsional, suministrando las frecuencias de interés, las cuales son mucho más bajas que la frecuencia de la señal portadora.

Figura 22.20 Síntesis de los sistemas analizados por señal portadora.



Fuente: Los autores

En un sensor de proximidad se genera un voltaje de salida proporcional a la distancia existente entre el sensor y el diente; la amplitud de la señal portadora no es modulada por la vibración torsional, solo la frecuencia de paso de los dientes es modulada. En un transductor magnético la señal es doblemente modulada (en amplitud y frecuencia) ya que el transductor produce un voltaje proporcional a la velocidad instantánea del diente del engranaje. Las ventajas de un sensor magnético consisten en que estos no requieren fuente de poder externa, su señal de salida es generalmente limpia y con bajos niveles de ruido y además producen una señal fuerte la cual a menudo no requiere de amplificación. Una señal portadora de frecuencia modulada puede también ser generada ópticamente mediante un encoder y un sensor óptico o fotocelda.

22.3.2 TÉCNICAS DE MEDICIÓN DE VIBRACIÓN TORSIONAL.

En esta sección se presentan las diferentes formas para ejecutar las mediciones de la vibración torsional, una definición más completa puede encontrarse en el capítulo 16 del libro anexo, en donde se define más detalladamente cada una de estas formas, a continuación un resumen de los temas tratados se presenta.

Tabla 22.1 Tipos de sistemas de medición

SISTEMA DE MEDICIÓN	DEFINICIÓN
MEDICIÓN POR INTERVALOS DE TIEMPO	<p>Cuando no se dispone de engranajes o ruedas dentadas para producir una señal portadora mediante transductores magnéticos u otros, es posible utilizar una cinta reflectiva con franjas blancas y negras alternadas, que se enrolla en el eje de la maquina y que puede ser colocada en cualquier parte del eje del sistema mecánico; además un transductor óptico para generar una señal portadora de forma cuadrada.</p> <p>La base del sistema de medición de intervalos de tiempo consiste en la medición de la duración en tiempo de cada pulso cuadrado de la señal portadora.</p>
MEDICIÓN SIN CONTACTO	<p>El sensado sin contacto no es de ningún modo fácil, en el efecto de Doppler Cruzado, el movimiento en dirección tangencial de la superficie del eje puede ser captado por un sistema de láser. La técnica sin contacto es un método práctico para medir la vibración torsional, mediante un transductor de sensado remoto que se instala en el pedestal de la máquina.</p>
MEDICIÓN POR SATURACIÓN DE PULSOS	<p>Una de las técnicas más simples consiste en colocar marcas en el eje o en un volante asociado y detectarlas usando sensores magneto -eléctricos u ópticos, capaces de producir un pulso siempre que la marca pase por su proximidad. Los pulsos iniciales generados por las marcas pueden tener formas complicadas, sus formas se requieren para un extenso procesamiento de la señal.</p>
MEDICIÓN POR ALINEACIÓN DE TIEMPO	<p>Este método también utiliza las señales generadas desde los transductores sin contacto, pero apartándose del componente de vibración torsional de las señales del procesamiento digital de señal. Cuando un eje rota, está en un estado de vibración torsional estable, su movimiento angular sería teóricamente:</p> $\phi(z, t) = \omega + A(z)\sin(\omega_t + \theta(z))$ <p>Donde, ω denota la frecuencia angular de rotación del eje, ω_t es la frecuencia angular de la vibración torsional; A y θ representa la amplitud y la fase inicial de la vibración torsional respectivamente; z indica la localización de los puntos de medición a lo largo de la dirección axial del eje.</p>

MEDICIÓN MEDIANTE SENSADO ÓPTICO.	<p>La velocidad de la superficie del eje puede ser medida cronometrando la duración del paso alternado de la cinta de opacos y transparentes en la superficie del eje. Sólo se detecta los componentes de velocidad perpendicular al sensor. Más allá, las fluctuaciones de esta medición de velocidad podrían ser causadas por movimiento del centro del eje o por fluctuaciones angulares sobre el centro. Si sólo se usa un sensor, no es posible distinguir entre estos tipos de movimiento. Por consiguiente, hay ecuaciones que traducen el cronometraje de pulsos con información de dos sensores dentro de las estimaciones del movimiento translacional del centro del eje y el movimiento rotatorio superpuesto en él. El tiempo que toma una franja opaca y una transparente consecutiva en pasar por el sensor es medido usando una señal de reloj digital de alta velocidad y contando cuántos pulsos del reloj ocurren por los pasos de opacos y transparentes del sensor (encoder).</p>
--	--

Fuente: *Los autores.*

22.3.3 CÓMO REALIZAR UNA MEDICIÓN CON UNA GALGA EXTENSIOMÉTRICA

Anteriormente, se explicaron diferentes formas para medir la vibración torsional, entre estas, se incluyó la medición por medio de galgas extensiométricas, y las diferentes configuraciones que debería tener dichas galgas para medir este tipo de vibración, utilizando la disposición de puente de Wheatstone. En este capítulo se implementa por medio de un modulo de adquisición de datos de la empresa National Instruments, y se explicara con algo de detalle, las conexiones que deben realizarse, para lograr la medición vía a un computador, dispuesto para tal tarea.

La mayoría de la soluciones para mediciones con galgas extensiométricas proveen opciones para configuraciones de cuarto, medio y puente completo (en el caso de las mediciones sobre ejes para medir deformaciones por vibración torsional se utiliza el puente completo). Considere como ejemplo un sistema NI CompactDAQ con un módulo de puente de 4 canales simultáneos NI 9237). En este capítulo se presenta información sobre las conexiones, que deben realizar con un modulo de la empresa National Instruments. Una especificación de como adquirir datos a través de este método de medición, se encuentra en el libro anexo.

22.3.4 CÓMO MEDIR UN CODIFICADOR O ENCODER

Para realizar las medidas de un codificador, se necesita un componente electrónico básico llamado contador. Basado en sus diversas entradas, un contador básico emite un valor que representa el número de flancos (transiciones de nivel bajo a nivel alto en la forma de onda) contados. La mayoría de contadores tienen tres entradas relevantes - la puerta (gate), la fuente (source) y arriba/abajo (up/down). El contador cuenta los eventos registrados en la entrada de la fuente (source) y, dependiendo del estado de la línea 'up/down', incrementa o decrementa el contador. En esta sección se maneja información acerca de los elementos que componen el lazo de medición con encoder, además al igual que las galgas mencionadas anteriormente se ve la forma de conexión a un módulo de adquisición de datos, y la sintonización 1X, 2X, y 4X.

22.4 DIAGNÓSTICO

En esta sección una compilación bastante completa se presenta, para ejercer diagnóstico. A lo largo del libro se ha establecido los fenómenos que contribuyen a la dinámica de la vibración torsional tanto para máquinas rotativas como reciprocantes, a continuación se presenta un procedimiento paso a paso generalizado para el análisis torsional de cualquier sistema, que permite obtener información inicial y determinar previamente los niveles permisibles de torque y deformación angular en cada elemento del sistema y que luego de una comparación mediante la adquisición de datos de vibración de la máquina real permite diagnosticar el estado de esta [94] [95] [96] : En este espacio, se resumirán los pasos, pero una descripción completa de cada uno se encuentra en el libro completo, en la sección diagnóstico, del capítulo 16.

1. *Generar el modelo de parámetros agrupados.*
2. *Determinar formas modales y las frecuencias naturales no amortiguadas.*
3. *Verificar los resultados del análisis no amortiguado utilizando cálculos manuales.*
4. *Generar un Diagrama de Campbell.*
5. *Determine todos los puntos de interferencia del diagrama Campbell.*
6. *Utilizar técnicas de inspección para eliminar puntos de interferencia.*

7. *Determinar magnitudes de esfuerzo de torsión de excitación.*
8. *Realizar el análisis de estado estacionario preliminar de vibraciones forzadas.*
9. *Realizar un análisis riguroso de estado estacionario de vibraciones forzadas.*
10. *Realizar análisis preliminares de vibración forzada transitoria.*
11. *Realizar análisis rigurosos transitoria vibración forzada.*
12. *Implementar modificaciones para eliminar problemas de interferencia.*
13. *Analizar el nuevo sistema resultante desde los cambios del paso 12.*

Se ve que los pasos del uno al cinco implican la identificación de los puntos de interferencia de la máquina. Los pasos restantes son luego utilizados para despreciar puntos, uno por uno, hasta que no haya ninguno restante. Cuando se alcanza este punto, el sistema es viable. Y finalmente, se puede encontrar, una serie de tablas que nos muestran diferentes aspectos en fallos de máquinas como son: *Fuentes de excitación y frecuencias, Casos relevantes para varias máquinas eléctricas, Casos relevantes para varias máquinas eléctricas, entre otras*, que son abordados en el libro anexo al final del capítulo 16.

22.5 DISCUSIÓN DEL CAPÍTULO

- Se realizó una muestra de cómo monitorear las vibraciones torsionales en diferentes bancos así como las pruebas que pueden realizarse en los mismos.
- Se entregaron las disposiciones para lograr tales mediciones, además de complementar el proceso de adquisición de datos, para integrarlo con técnicas de medición mostradas.
- Se realizó una discusión acerca de las diferentes configuraciones de los bancos, con la finalidad de plantear una disposición más compleja de un banco de vibraciones torsionales, el cual debe ser desarrollado en diferentes trabajos futuros.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. **WALKER, Duncan N.** *Torsional Vibration Measurement Methods, Monitoring, and Diagnostics*. Torsional vibration of Turbomachinery. s.l; McGraw-Hill, 2004, págs. 125-135.
2. **LEINE, R. I. y VAN CAMPEN, D. H.** Stick-slip whirl interaction in drillstring dynamics. *IUTAM Symposium on Chaotic Dynamics and Control of Systems and Processes in Mechanics*. s.l. : Springer Netherlands, , 2005. p. 287-296.
3. **URIBE, D. y FONQUE, A.** Vibración Torsional. Sistema de medición y experimentación. . *Tesis de Grado. Universidad Industrial de Santander. Bucaramanga, 1995, 169 p.*
4. **CRUZ MORA, Leonel.** SISTEMA DE MONITOREO PARA EL BANCO DE. [aut. libro] Facultad de Ciencias Fisico-Mecanicas. *Escuela de Ingenieria Mecanica. Bucaramanga : s.n., 2004, pág. 172.*
5. Producto péndulo torsional G.U.N.T [Online] :(citado 13 Octubre.2013) <Fuente: http://www.gunt.de/static/s3621_3.php?p1=&p2=&pN=#>.
6. **ISHIDA, Yukio, et al.** *Nonlinear analysis and experiments on torsional vibration of a rotor with a centrifugal pendulum vibration absorber. Journal of System Design and Dynamics*. 2008, vol. 2, no 3, p. 715-726.
7. **TLAISI, A. Akinturk, A. S. J. Swamidas & M. R. Haddara.** *Crack Detection in Shaft Using Lateral and Torsional Vibration Measurements and Analyses A. . s.l. : Faculty of Engineering and Applied Science, Memorial University of Newfoundland,, St. John's, Canada 2012.*
8. **XU, Chu-Zhen, SHI, Jin-Yuan y ZHANG, Heng-Tao.** THE HAPPENING POSSIBILITIES OF MAIN VIBRATION FAULTS COMING FROM MORE THAN

160 EXAMPLE CASES IN RMISPP (ROTATING MACHINES IN STEAM POWER PLANTS). *Diagnostics of Rotating Machines in Power Plants: Proceedings of the CISM/IFToMM Symposium, October 27-29, 1993*,. 1994.Udine, Italy. Springer, Vol. 352. p. 177.

9. *Cálculo y medición de vibraciones torsionales en los grandes juegos de turbinas a vapor*. **HUSTER, Josef y POHLE, Frank**. 1998, ABB VIBRACIONES TORSIONALES, págs. 31-40.

10. **NESTORIDES, E. J.** *A Handbook on Torsional Vibration*. 1958. págs. págs 84-88.

11. **ESHLEMAN, Ronald L.** *TORSIONAL VIBRATION OF MACHINE SYSTEMS*. PROCEEDING OF THE SIXTH TURBOMACHINARY SYMPOSIUM. Texas : Texas A&M University System Turbomachinery Laboratory, 1985. págs. 13-22. [Online]consultado 30 Oct. 2012<<http://turbolab.tamu.edu/proc/>>..

12. **PASCUAL J., Rodrigo**. *Modelamiento de Sistemas Rotores*. Santiago de Chile : Departamento de Ing. Mecánica-Universidad de Chile, 2004.

13. **DONG, Chuan, y otros**. *Sensitivity analysis of torsional vibration behavior of the shafting of a turbo generator set to changes of its mechanical parameters*. s.l. : Higher Education Press and Springer-Verlag, 2007. Front. Energy Power Eng. China 2007, 1(4): 483-486, DOI 10.1007/s11708-007-0072-4.

14. **WALKER, Duncan N.** Chapter 11-Machine Torsional Vibration Design Rules. *Torsional Vibration of Turbomachinery*. s.l. : McGraw-Hill, 2004, págs. 119-121.

15. **LEISSA, Arthur W. y QATU, Mohamad S.** *Vibrations of Continuous Systems*. New York : Mc Graw-Hill, 2011. ISBN: 978-0-07-145728-6.

16. **HARRIS, C. M. y CREDE, C. E.** *Shock and Vibration Handbook*. 2nd Edition. New York : McGraw-Hill Book Co, 1976.

17. **RAO, Singiresu S.** *Mechanical Vibrations*. 5th Edition. s.l. : Prentice Hall-Pearson Education Inc., 2011. ISBN 978-0-13-212819-3.

18. **VANCE, John, ZEIDAN, Fouad y MURPHY, Brian**. *Machinery Vibration and rotodinamics*. New York : John Wiley & Sons Inc., 2010. ISBN 978-0-471-46213-2.

19. **GENTA, Giancarlo**. *Vibration Dynamics and Control*. Torino : Springer, 2009.

20. **MILASINOCIC, A., FILIPOVIC, I. y AHRIBERNIC, A.** Contribution to the definition of the torsional stiffness of the crankshaft of a diesel engine. stiffness of the crankshaft of a diesel engine. s.l. : Sange, 2009, p. 223-921.

21. **PERSOL, Allan, G. PAEZ. Tomas, L.** *Harris' Shock and Vibration Handbook*. [ed.] 6. New York : Mc Graw Hill, 2010. ISBN: 978-0-07-163343-7.
22. **FEESE, Troy y HILL, Charles.** Prevention of torsional vibration problems in reciprocating machinery. *En Proceedings of the thirty-eighth turbomachinery symposium, college station TX*. s.l. : Turbomachinery Laboratory, Texas A&M University, 2009. p. 213-38, págs. 213-236.
23. **De SILVA, Clarence W.** *Vibration and Shock Handbook*. New York : Taylor & Francis Group, 2005.
24. **WILSON, W. K.** *Practical solution of torsional Vibration Problems*. New York : John Wiley & Sons Inc., 1956.
25. *Effects of variable inertia on the damped torsional vibrations of diesel engine systems.* **PASRICHA, M. S. CARNEGIE, W. D.** 1976, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. Volume 46, págs. 339-345.
26. **THOMSON, T, Willian.** *Teoria de vibracines Aplicaciones*. [ed.] Jacob ENRIQUE. 2. s.l. : PRENTICE-HALL HISPANOAMERICANA, 1982.
27. **BORRAS PINILLA, Carlos y GARCIA CASTRO, Alfonso.** *Análisis de vibración torsional en maquinas*. Bucaramanga (Col.) : Publicaciones UIS (Universidad Industrial de Santander), 1995.
28. **HE, Qing y DU, Dongmei.** *Modeling and Calculation Analysis of Torsional Vibration for Turbine Generator Shafts*. s.l. : *Journal of Information & Computational Science*, 2010. p 2174-2182. Published Online October 2010 (<http://www.joics.com>).
29. **CHEN, Der-Wei.** *An exact solution for free torsional vibration of a uniform circular shaft carrying multiple concentrated elements*. *En Journal of Sound and Vibration*. v 291. Taiwan : Science Direct Elsevier, 2006. págs. 627-643.
30. **WALKER, Duncan N.** *Torsional Vibration of Turbomachinery*. págs. 119-121 : McGraw-Hill, 2004.
31. **CRUZ MORA, Leonel.** SISTEMA DE MONITOREO PARA EL BANCO DEL BANCO DE VIBRACIONES MECANICAS UIS. [aut. libro] Facultad de Ciencias Fisico-Mecanicas. *Escuela de Ingenieria Mecanica*. Bucaramanga : s.n., 2004, pág. 172.
32. **BRAUND, D. F.** *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers: Automobile Division. Institution of Mechanical Engineers*. London : s.n., 1984, págs. 1-11.

33. **B. C. Carter, J.R. Forshaw.** Design and Development of a Torsiograph Having a Serrated-condenser Pick-up Unit. *MINISTRY OF AIRCRAFT PRODUCTION*. London : s.n., 1982, Vol. 6, págs. 1-13.
34. **HALLIWELL, N. A.** The Laser Torsional Vibrometer: A Step Forward In Rotating Machinery Diagnostics. Loughborough : *Journal of Sound and Vibration*, 1996, pág. 20.
35. **OSTMAN, Fredrik y TOIVONEN, Hannu T.** *Active Torsional Vibration Control of Reciprocating Engines*. s.l. : Elsevier. *Control Engineering Practice*, 16, pp. 78-88., 2008. <http://www.journals.elsevier.com/control-engineering-practice>.
36. —. *Model-based torsional vibration control of internal combustion engines*. s.l. : IET *Control Theory and Applications*. Vol. 2, No. 11, pp. 1024-1032, 2008. www.ietdl.org. ISSN 1751-8644.
37. **DUTKA, Arkadiusz y ORKISZ, Michal.** *Analysis and remedies for torsional oscillations in rotating machinery*. s.l. : *IEEE Transactions on Industry Applications*, 2011. págs. 474-481.
38. **SUN, Yulan y THOMAS, Marc.** *Control of torsional rotor vibrations using an electrorheological fluid dynamic absorber*. s.l. : *EN: Journal of Vibration and Control*. 17(8) 1253-1264, 2010. <http://jvc.sagepub.com/content/17/8/1253>.
39. —. *A SMART ELECTORHEOLOGICAL DYNAMIC ABSORBER FOR CONTROLLING TORSIONAL VIBRATIONS OF ROTORS*. *Proceedings of PACAM XII, 12th Pan-American Congress of Applied Mechanics January 02-06, 2012, Port of Spain, Trinidad . 2012*.
40. **YE, Shaochun y WILLIAMS, Keith A.** "Torsional vibration control with an MR fluid brake". *Proc. SPIE 5760, Smart Structures and Materials 2005: Damping and Isolation*, 283 (May 20, 2005); . 2005. doi:10.1117/12.600174;
41. **BURDENKO, A. F.** *VISCOELASTIC TORSIONAL-OSCILLATION DAMPER WITH NONLINEAR VISCOSITY FOR SYSTEM WITH THREE DEGREES OF FREEDOM*. s.l. : *Prikladnaya Mehhanika*. Vol 4, N° 6, pp. 86-92, , 1968.
42. **EHRICH, Fredric F.** self-excited vibration. [aut. libro] C. M. Harris y C. E. Crede. *Shock and Vibration Handbook (6th edition)*. New York : McGraw-Hill Book Company, 2002.

43. **BOSMANS , Ronald .** Shaft Crack. Detection Methodology for Reactor Coolant & Recirculation Pumps. *EPRI Predictive Maintenance Users Group*. Maryland : Vibration Forum in Annapolis, 2006.
44. **VAZIRI, A. y NAYEB-HASHEMI, H.** A theoretical investigation on the vibrational characteristics and torsional dynamic response of circumferentially cracked turbo-generator shafts. *International Journal of Solids and Structures* 43. 2006, págs. 4063–4081.
45. **REGULATION, OFFICE OF NUCLEAR REACTOR.** *MONITORING VIBRATION TO DETECT CIRCUMFERENTIAL CRACKING OF REACTOR COOLANT PUMP AND REACTOR RECIRCULATION PUMP SHAFTS*. NUCLEAR REGULATORY COMMISSION. WASHINGTON, D.C. : s.n., 2005.
46. **DIERCKS, D.R.** Analysis of Failed Nuclear Plant Components. *Journal of Materials Engineering and Performance*. 1993, Vol. 2, 6, págs. 799-806.
47. **BACHSCHMID, N., PENNACCHI, P. y TANZI, E.** Some Special Effects Caused by Cracks. *Cracked Rotors A Survey on Static and Dynamic Behaviour Including Modelling*. s.l. : Springer, 2010, págs. 247-301.
48. **BIERYLA, Dennis J.** et al. Shaft Crack Monitoring via Torsional Vibration Analysis. Part 1 - Laboratory Tests. *IMAC-XXIII: Conference & Exposition on Structural Dynamics*. 2005.
49. **SABNAVIS, G., KIRK, R.G. y KASARDA, M.** Cracked shaft detection and diagnostics: A literature review. *Shock and Vibration Digest* 36. 2004.
50. **JOH, CHEZE-YOUNG y LEE, Chong-Won.** Use of dFRFs for diagnosis of asymmetric/anisotropic properties in rotor-bearing system. s.l. : Journal of vibration and acoustics, , 1996, vol. 118, no 1, p. 64-69.
51. **HAN, Qinkai y CHU, Fulei.** Parametric instability of a Jeffcott rotor with rotationally asymmetric inertia and transverse crack. [aut. libro] p. 1-16 *Nonlinear Dynamics*. 2013.
52. **HAN, Qinkai y CHU, Fulei.** The effect of transverse crack upon parametric instability of a rotor-bearing system with an asymmetric disk. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*. 2012, vol. 17, no 12, p. 5189-5200.
53. **KIM, Kyung-Taek y LEE, Chong-Won.** Dynamic analysis of asymmetric bladed-rotors supported by anisotropic stator. *Journal of Sound and Vibration*, 331. 2012, p. 5224–5246.

54. **YANG, B. y NOH, K.** EXACT TRANSIENT VIBRATION OF NONUNIFORM BARS, SHAFTS AND STRINGS GOVERNED BY WAVE EQUATIONS. *International Journal of Structural Stability and Dynamics*, vol. 12, no 04. 2012.
55. **HSIEH, Sheng-Chung, CHEN, Juhn-Horng y LEE, An-Chen.** A modified transfer matrix method for the coupled lateral and torsional vibrations of asymmetric rotor-bearing systems. s.l. : Journal of Sound and Vibration, 2008, vol. 312, no 4, p. 563-571, 2008.
56. **YUAN, Zhenwei, CHU, Fulei y LIN, Yanli.** External and internal coupling effects of rotor's bending and torsional vibrations under unbalances. *Journal of Sound and Vibration* 299. 2007, págs. 339-347.
57. **COHEN, R. y PORAT, I.** Coupled torsional and transverse vibration of unbalanced rotor. *Journal of Applied Mechanics, Transactions of ASME* 52. 1985, págs. 701-705.
58. **HUANG, D.G.** Characteristics of torsional vibrations of a shaft with unbalance. *Journal of Sound and Vibration* 308. 2007, págs. 692-698.
59. **BERNASCONI, O.** Bisynchronous torsional vibrations in rotating shaft. *Journal of Applied Mechanics, Transactions of ASME* 54. 1987, págs. 893-897.
60. **PATEL, Tejas H. y DARPE, Ashish K.** Vibration response of misaligned rotors. *Journal of Sound and Vibration* 325. s.l. : ELSEVIER, 2009, págs. 609-628.
61. **NAVARRO LÓPEZ E.M, SUÁRES R.** VIBRACIONES EN UNA SART A DE PERFORACIÓN: PROBLEMAS DE CONTROL. Mexico D.F: s.n., 2004. págs. 2-6. Instituto Mexicano del P etróleo.
62. **NEVZAT ÖZGÜVEN, H. y HOUSER, D. R.** Mathematical models used in gear dynamics – a review. *Journal of Sound and Vibration* . 1988, vol. 121, no 3, p. 383-411.
63. **TUPLIN, W. A.** *Torsional Vibration - Elementary Theory and Design Calculations.* . Jhon Wiley & Sons, Inc. New York. 1934.
64. **FARSHIDIANFAR, Anoshirvan, MOEENFARD, Hamid y RAFSANJANI, A.** Frequency response calculation of non-linear torsional vibration in gear systems.En:Journal of Multi-body Dynamics. 2008, vol. 222, no 1, p. 49-60.
65. **WANG, J. y HOWARD, I.** The torsional stiffness of involute spur gears. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, . 2004, vol. 218, no 1, p. 131-142.

66. **MARÍN, Evelio Palomino.** *Elementos de medición y análisis devibraciones en máquinas rotatorias.* s.l. : Centro de Estudios en Ingeniería de Mantenimiento, CEIM – CUJAE, 2007. ISBN 959-261-043-6. ISBN 959-261-043-6.
67. **PENG, Meng.** *Parametric Instability Investigation and Stability Based Design for Transmission Systems Containing Face-gear Drives.* s.l. : University of Tennessee, Knoxville, 2012.
68. **Li, M y Yu., L.** Analysis of the coupled lateral torsional vibration of a rotor-bearing system with a misaligned gear coupling. En *Journal of Sound and Vibration.* 2001. Vol.243.no.2.p 283-300.
69. **WALKER, Duncan N.** Rotating Machinery Torsional Characteristics. *Torsional Vibration of Turbomachinery.* s.l. : Mc Graw-Hill, 2004, p.11-29.
70. **HE, Quing y DU, Dongmei.** Modeling and Calculation Analysis of Torsional Vibration for Turbine Generator Shafts. *Journal of Information & Computational Science,* . 2010, vol. 7, no 10pp, p. 2174-2182.
71. **MARÍN, Evelio Palomino.** *Uso intensivo de la fase y la órbita en el diagnóstico de turbogeneradores.* Centro de Estudios en Ingeniería de Mantenimiento, Instituto Superior Politécnico José Antonio Echeverría. La Habana-Cuba : s.n., 2001.
72. **VANDENPUT, A., BELMANS, Ronnie y GEYSEN, Willy.** The Electro-Mechanical Torsional Vibration Behaviour of AC Machines and Drives. *En Vibrations and Audible Noise in Alternating Current Machines.* Springer Netherlands. 1988. p. 515-544.
73. **CABAÑAS, M. F. y Otros.** *Técnicas para el Mantenimiento y Diagnóstico de Máquinas Eléctricas Rotativas.* Barcelona : ABB Service S.A., Boixareu Editores S. A., 1998.
74. **RESOR, Brian R. y Otros.** Natural frequency identification in torsional vibration with high level order content. *22nd International Modal Analysis Conference, Dearborn, Michigan, USA.* 2004.
75. **WIDDLE JR, R. D., KROUSGRILL JR, C. M. y SUDHOFF, S. D.** An induction motor model for high-frequency torsional vibration analysis. . *Journal of sound and vibration.* 2006, vol. 290, no 3, p. 865-881.
76. **PORTER, B.** Non-linear torsional vibration of a two-degree-of-freedom system having variable inertia. *Journal of Mechanical Engineering Science.* 1965.Vol.7.no.1.p101-113.

77. **HESTERMAN, D C.et al.** A systems appach to the torsional vibration multi-cylinder reciprocating engines and pumps. *Journal of Mechanical Engineering Science* November. 1994 .Vol. 208 no. 6.p395-408.
78. **BRUSA, E, DELPRETE, C y GENTA, G.** TORSIONAL VIBRATION OF CRANKSHAFTS: EFFECTS OF NON-CONSTANT MOMENTS OF INERTIA. *Journal of Sound and Vibration*. 1997.Vol.205.no.2.p135-150.
79. **DREW, S.J., HESTERMAN, D.C. y STONE, B.J.** The torsional excitation of variable inertia effects in a reciprocating engine. *MechanicalSystems and Signal Processing*. 1999,Vol.13.no.1.p125-144.
80. **METALLIDIS, P y S.NATSIAVAS,S.** Linear and nonlinear dynamics of reciprocatingengines. *International Journal of Non-Linear Mechanics* 38. 2003.Vol.38.p723-738.
81. **PIELORZ, Amalia. SKÓRA,Monika.** Modeling of multimass systems torsionally deformed with variable inertia. *International Journal of Differential Equations-Differential Equations and Nonlinear Mechanics*. 2006.Vol.2006.p1-11.
82. **AS Mendes, PS Meirelles, DE Zampieri.** Analysis of torsional vibration in internal combustion engines: modelling and experimental validation. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*. 2008.Vol.222.p155-178.
83. **KACANI, Vasillaq.** Simulation of Reciprocating Compressor Start-Up and Shut down under Loaded and Unloaded Conditions,. *International Compressor Engineering Conference at Purdue*. 2012.p1-14.
84. **FEILONG, Liu.et al.** Experimental study en engine dynamics model based In-Cylinder pressure estimation. *SAE international*. 2012 Abril.no.212-0-0896.
85. **HUANG Y ing, et al.** Nonlinear Torsional Vibration Characteristics of an Internal Combustion Engine Crankshaft Assembly. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, . 2012, vol. 25, no 4, p. 797-808.
86. **M, S,Pasricha y F,M,Hashim.** Analysis Of Parametrically Excited Instability In Damped Torsional Vibration Torsional Vibrations Of Diesel Engine Systems. *Seminar on Advances in Malaysian Noise Vibration and Comfort*. 2005. p39-48.
87. **HAOPENG, Gao, et al.** Study on torsional vibration of the crankshaft system with variable inertia based on dynamics of multi-body systems. *Computing, Control and Industrial Engineering (CCIE)*. 2011.Vol.1.p207-210.

88. **SALAH, Noori Abbood y ABUDULJALEEL.** Effects of the number of cylinders on crankshafts inertias torsional vibrations. *Journal of Kerbala University*. 2010.Vol.8.no.4.p313-323.
89. **Xin Wang, et al.** Experimental study on factors affecting lean combustion limit of S.I engine fueled with compressed natural gas and hydrogen blends. *Energy*. 2012.Vol.38.p58-65.
90. **JANSEN, J. D. y VAN DEN STEEN, L.** Active damping of self-excited torsional vibrations in oil well drillstrings. *Journal of Sound and Vibration*, vol. 179, no 4, p. 647-668. 1995.
91. **LEINE, R. I. y VAN CAMPEN, D. H.** Bifurcation phenomena in non-smooth dynamical systems. *European Journal of Mechanics-A/Solids*, 2006, vol. 25, no 4, p. 595-616. 2006.
92. **AGUILAR, Vásquez Eric,.** *Diseño conceptual y alternativas de solución del banco de medición para investigar las propiedades elásticas de los materiales Capítulo III.* Cholula, Puebla Mexico Págs. 101. : s.n., Tesis para optar el título de ingeniero mecanico. 2003, Universidad de las Americas Puebla.
93. Producto G.U.N.T TM-140 [Online] :(citado 13 Octubre.2013) <Fuente: http://www.gunt.de/static/s3695_3.php?p1=&p2=&pN=#>.
94. **CORBO, A. Mark y MALANOSKI, Stanley B.** *PRACTICAL DESGN AGAINST TORSIONAL VIBRATION. PROCEEDINGS OF THE TWENTY-FIFTH TURBOMACINERY SYMPOSIUM.* Texas: Texas A&M University System Turbomachinery Laboratory, 1996. págs. 192-193. [Online]consultado 30 Oct. 2012<<http://turbolab.tamu.edu/proc/>>..
95. **CORBO, Mark A. y Otros.** TORSIONAL VIBRATION ANALYSIS AND TESTING OF SYNCHRONOUS MOTOR-DRIVEN TURBOMACHINERY. *PROCEEDINGS OF THE THERTY-FIRST TURBOMACINERY SYMPOSIUM.* s.l.: Texas A&M University System Turbomachinery Laboratory., 2002 .
96. **CORBO, Mark A., COOK, Clifford P. y CIMUSZ, J. M.** Torsional Vibration Analysis of Synchronous Motor-driven Turbomachinery. *Proceedings, 29th Turbomachinery Symposium, Texas A&M Univ., College Station.* . 2000.
97. **LEE, Cheng-Tang y SHAW, Steven W.** *TORSIONAL VIBRATION REDUCTION IN INTERNAL COMBUSTION ENGINES USING CENTRIFUGAL PENDULUMS.* Department of Mechanical Engineering, Michigan State University. East Lansing, MI48824 : s.n.

98. **PASCUAL, J,Rodrigo.** *Modelamiento de Sistemas Rotores ME755.* s.l. : Departamento de Ing. Mecánica, 2004.
99. **THOMSON, T,Willian.** *Teoria de vibracines Aplicaciones.* [ed.] Jacob ENRIQUE. 2. s.l. : EL sistema SI de Unidades.EN:PRENTICE-HALL HISPANOAMERICANA, 1982.
100. **CRUZ MORA, Leonel.** SISTEMA DE MONITOREO PARA EL BANCO DEL BANCO DE VIBRACIONES MECACNICAS UIS. [aut. libro] Facultad de Ciencias Fisico-Mecanicas. *Escuela de Ingenieria Mecanica.* Bucaramanga : s.n., 2004, pág. 172.
101. **ZULOAGA SEPULVEDA, Daniel Ivan.** *Calculo de las frecuencias críticas rotacionales de un sistema propulsor por el método de elementos finitos.* Facultad De Ciencias De La Ingeniería, Universidad Austral de Chile. Valdivia : s.n., 2006. pág. 91, Tesis de grado Ingeniero Naval, mención en arquitectura naval.
102. **ZOU, J., CHEN, J. y PU, Y.P.** *Wavelet time-frequency analysis of torsional vibrations in rotor system with a transverse crack.* *Computers and Structures* 82 . s.l. : Elsevier Ltd, 2004. p. 1181-1187.
103. **ZOU, J., y otros.** Discussion on the local flexibility due to the crack in a cracked rotor system. *Journal of Sound and Vibration*262. 2003, págs. 365–369.
104. **ZHANG, Wenming, et al.** Study on Bifurcation and Chaotic Motion of a Strongly Nonlinear Torsional Vibration System under Combination Harmonic Excitations. *IJCSI International Journal of Computer Science Issues, Vol. 10, Issue 2, No 3, March .* 2013.
105. **YAOJUNG, Shiao y MOSKWA,John.** Cylinder Pressure and Combustion Heat Release Estimation for SI Engine DiagnosticsUsing Nonlinear Sliding Observers. *IEEE TRANSACTIONS ON CONTROL SYSTEMS TECHNOLOGY.* 1995.Vol.3.no.1.p70-78.
106. **YAO, Yuwen.** *Analysis of Multi-Branch Torsional Vibration For Design Optimization.* s.l. : Tesis Doctoral. West Virginia University. p180, 2004.
107. **XU, Kun y Otros.** The Application of Complex Torque Coefficient Method in Multi-generator System. *Electrical Power Systems and Computers. Springer Berlin Heidelberg.* 2011. p. 299-306.
108. **XIE, Dan-Mei, y otros.** *Analysis on problem of removing the odd point in rotors torsional vibration characteristic's calculation using riccati method.* s.l. : IEEE, 2003. p 2185-2188.

109. **XIE, Dan-Mei, y otros.** *A General Calculating Method of Rotor's Torsional Stiffness Based on Stiffness Influence Coefficient.* s.l. : Scientific Research, 2010. Engineering, 2010, 2, 698-704, doi:10.4236/eng.2010.29090 Published Online September 2010 (<http://www.SciRP.org/journal/eng>) .
110. **XIANG, Ling, YANG, Shixi y GAN, Chunbiao.** Torsional vibration of a shafting system under electrical disturbances. . *Shock and Vibration*, . 2012, vol. 19, no 6, p. 1223-1233.
111. **WU, Xi y MEAGHER, Jim.** *A two-disk extended Jeffcott rotor model distinguishing a shaft crack from other rotating asymmetries.* s.l. : International Journal of Rotating Machinery, 2008, vol. 2008, 2008.
112. **WU, Jong-Shyong y CHEN, Chin-Tzu.** An exact solution for the natural frequencies and mode shapes of an immersed elastically restrained wedge beam carrying an eccentric tip mass with mass moment of inertia. *Journal of sound and vibration*, vol. 286, no 3, p. 549-568. 2005.
113. **WU, Jia-Jang.** *Torsional vibration analyses of a damped shafting system using tapered shaft element.* En: *Journal of Sound and Vibration* 306 (2007) 946-95. s.l. : Elsevier-Scencedirect, 2007.
114. **WILSON, W. Ker.** *Practical Solution of Torsional Vibration Problems: Devices for Controlling Vibration.* . s.l. : Chapman & Hall, , 1968.
115. **WHITE, Glen.** *Introducción al Analisis de Vibraciones.* s.l. : AZIMA DLI, 2010.
116. **WHALLEY, R., EBRAHIMI, M. y JAMIL, Z.** *The torsional response of rotor systems.* En *Journal Mechanical Engineering Science.* School of Engineering, Design, and Technology, University Of Bradford. Bradford UK : Proc. IMechE vol.219 Part C., 2005. págs. 357-380.
117. **WETTERGREN, H. L. y OLSSON, K.-O.** *Dynamic instability of a rotating asymmetric shaft with internal viscous damping supported in anisotropic bearings.* s.l. : *Journal of sound and vibration*, 1996, vol. 195, no 1, p. 75-84, 1996.
118. **WEDIN, Anders.** *Reduction of Vibrations in Engines using Centrifugal Pendulum Vibration Absorbers a Study with Modeling and Simulation of Centrifugal Pendulum Vibration Absorbers in the Dual Mass Flywheel.* Master's Thesis in the Master's programme Automotive Engineering. Department of Product and Production Development-Division of Product Development, CHALMERS UNIVERSITY OF TECHNOLOGY. Goteborg, Sweden : s.n., 2011.

119. **WAUER, J.** On the dynamics of cracked rotors: a literature survey. *Applied Mechanics Review* 43. 1990, págs. 13-17.
120. **WANG, Yen-Nien, GU, Jyh-Cherng y CHEN, Chih-Ming.** Real-time tracking of the torsional vibration of an induction motor supplied by distorted voltage sources. *Electric Power Systems Research*. 2001, vol. 57, no 3, p. 205-215.
121. **WALKER, Duncan.** *Torsional Vibration of turbomachinery*. New York : Mc Graw Hill, 2004. pág. 189.
122. **WACHEL, J. C. y SZENASI, Fred R.** ANALYSIS OF TORSIONAL VIBRATIONS IN ROTATING MACHINERY. PROCEEDINGS OF THE TWENTY-SECOND TURBOMACHINERY SYMPOSIUM. Texas : Texas A&M University System Turbomachinery Laboratory, 1993. págs. 130-132. [Online]consultado 30 Oct. 2012<<http://turbolab.tamu.edu/proc/>>.
123. **VELAZQUEZ LOPEZ, Mayra.** *Análisis en el dominio tiempo-frecuencia no lineales y no estacionarios utilizando la Transformada Hilbert-Huang y su aplicación en mediciones del fenómeno de resonancia subsincrona*. Tesis maestro en ciencias de ingeniería eléctrica. Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo. 2009. Facultad de ingeniería eléctrica, 2009.60 p.
124. **TRETHERWEY, Martin y GROOVER, Charles.** APPLICATION OF TORSIONAL VIBRATION MEASUREMENT TO SHAFT CRACK MONITORING IN POWER PLANTS. *En: New Frontiers in Integrated Diagnostics and Prognostics*. Virginia Beach : s.n., 2001.
125. **TRETHERWEY, Martin W. y LEBOLD, Mitchell S.** Identification of torsional vibration features in electrical powered rotating equipment. *Proceedings of the 27th IMAC, Orlando*. 2009, p. 9-12.
126. **TORRES, Jorge, RODRÍGUEZ, Gustavo y DÍAZ, Sergio.** Caracterización de un banco de pruebas para la enseñanza de vibraciones mecánicas. *Ciencia e Ingeniería*, vol. 29, no 3, p. 285-292. 2008.
127. *Model-based torsional vibration control of internal combustion engines*. **TOIVONEN, F. y OSTMAN, H. T.** ISSN 1751-8644, s.l. : IET Control Theory and Application, 2007.
128. **TIMOSHENKO, S.** *Vibration Problems in Engineering*. Second Edition. New York : D. Van Nostrand Company, Inc., 1937.
129. **Thring, R. H.** Piston skirt friction in internal combustion engines. *ASME*. 1987.

130. **TADA, H., PARIS, P.C. y IRWIN, G.R.** *The Stress Analysis of Cracks Handbook*. Pennsylvania : Paris Productions, 1973.
131. **SZOLC, Tomasz, y otros.** AN APPLICATION OF THE MAGNETO-RHEOLOGICAL ACTUATORS TO TORSIONAL VIBRATION CONTROL OF THE ROTATING ELECTRO-MECHANICAL SYSTEMS. *Proceedings of the 8th IFToMM International Conference on Rotordynamics, KIST, Seoul, Korea*. 2010, págs. 1-8.
132. **SZOLC, Tomasz y JANKOWSKI, Łukasz.** ACTIVE CONTROL OF TRANSIENT TORSIONAL VIBRATIONS DUE TO RUN-UP OF A ROTOR MACHINE DRIVEN BY THE ELECTRIC MOTOR. *XXIII SYMPOSIUM - VIBRATIONS IN PHYSICAL SYSTEMS - Poznań-Będlewo 2008*. 2008. p.1-10.
133. **SZENASI, Fred R.** Torsional Analysis of Variable Frequency Drives. *EPRI/PEAC Seminar*. 1990.
134. **STONE, B. J. y HESTERMAN, D. C.** Secondary Inertia Effects in the Torsional Vibration of Reciprocating Engines—A Literature Review. *Journal of Mechanical Engineering Science*. 1994, Vol. vol. 209.
135. **SONG-MANGUELLE, Joseph, SIHLER, Christof y SCHRAMM, Simon.** A General Approach of Damping Torsional Resonance Modes in Multimegawatt Applications. *Industry Applications, IEEE Transactions* . 2011, vol. 47, no 3, p. 1390-1399.
136. **SMITH, J. R., ABD-ALLAH, H. M. y JONES, K. M.** Prediction of torsional oscillations in turbogenerator units connected to series compensated transmission systems. *Electrical Engineers, Proceedings of the Institution of*. 1979, vol. 126, no 5, p. 411-420.
137. **SIYU, Chen y Otros.** Nonlinear dynamic characteristics of geared rotor bearing systems with dynamic backlash and friction. *Mechanism and Machine Theory*. 2011, vol. 46, no 4, p. 466-478.
138. **SISCO, William C.** Crankshaft Torsion and Dampers. *BHJ Dynamics*. [En línea] http://www.bhjdynamics.com/downloads/pdf/tech/BHJDynamics_Damper_Info.pdf.
139. **SINOUE, J. y LEES, A.W.** The influence of cracks in rotating shafts. *Journal of Sound and Vibration* 285. 2005, págs. 1015–1037.
140. —. A non-linear study of a cracked rotor. *European Journal of Mechanics – A: Solids* 26. 2007, págs. 152–170.

141. **SINHA, Sunil K.** Rotordynamic analysis of asymmetric turbofan rotor due to fan blade-loss event with contact-impact rub loads . *Journal of Sound and Vibration*. 2013, vol. 332, no 9, p. 2253-2283.
142. **SHIH, Y. y CHEN, J.** Analysis of fatigue crack growth on a cracked shaft. *International Journal of Fatigue* 19. 1997, págs. 477-485.
143. **SEKHAR , A.S.** Crack identification in a rotor system: a model-based approach. *Journal of Sound and Vibration* 270. 2004, págs. 887-902.
144. **SEKHAR, A.S. y PRABHU , B.S.** Crack detection and vibration characteristics of cracked shafts. *Journal of Sound and Vibration* 157. 1992, págs. 375-381.
145. **SEKHAR, A.S. y PRABHU, B.S.** Condition monitoring of cracked rotors through transient response. *Mechanism and Machine Theory* 33. 1998, págs. 1167-1175.
146. **SEKHAR, A. S. y SRINIVAS, B. N.** Vibration characteristics of slotted shafts. *Journal of sound and vibration*, . 2002, vol. 251, no 4, p. 621-630.
147. —. Vibration characteristics of slotted shafts. *Journal of sound and vibration*. 2002, vol. 251, no 4, p. 621-630.
148. **SEIBOLD, S. y WEINERT, K.** A time domain method for the localization of cracks in rotors. *Journal of Sound and Vibration* 195. 1996, págs. 57-63.
149. **SCHULZ, Marcus.** Low-frequency torsional vibrations of a power split hybrid electric vehicle drive train. *Journal of Vibration and Control*. 2005, vol. 11, no 6, p. 749-780.
150. **SCHRAMN, Simon.** *Damping of Torsional Interaction Effects in Power Systems*. Lehrstuhl für Energiewirtschaft und Anwendungstechnik, TECHNISCHE UNIVERSITÄT MÜNCHEN. Munich, Alemania : s.n., 2010.
151. **SCHEFFER, Cornelius y GIRDHAR, Paresh.** Machinery fault diagnosis using vibration analysis. *Practical Machinery Vibration Analysis and Predictive Maintenance*. s.l. : Newnes, 2004.
152. **SAWICKI, Jerzy T.** *Application of Nonlinear Dynamics Tools for Diagnosis of Cracked Rotor Vibration Signatures*. Depto. De Ingeniería Mecánica, Universidad Estatal de Cleveland. 2005. OH44135.
153. **SAMARASEKERA, H. Sam.** *Vibration in Rotating Machinery* . [aut. libro] Clarence W. de Silva. *Vibration and Shock Handbook*. 2005 by Taylor & Francis Group, LLC.

154. **SAAVEDRA , P.N. y RAMIREZ , D.E.** Vibration analysis of rotors for the identification of shaft misalignment—part I: theoretical analysis. *Proceedings of IMechE, Journal of Mechanical Engineering Science 218C*. 2004, págs. 971-985.
155. **SAAVEDRA, Pedro Nelson.** *LA MEDICION Y ANALISIS DE LAS VIBRACIONES COMO TECNICA DE INSPECCION DE EQUIPOS Y COMPONENTES, APLICACIONES, NORMATIVAS Y CERTIFICACION*. Facultad de Ingenierías, Universidad de Concepción. Concepción-Chile : s.n., 1997. págs. 2-7.
156. **SAAVEDRA, P., BAQUEDANO, D. y SAN JUAN, L.** MODELO NUMÉRICO PARA EL ESTUDIO DINÁMICO DE UN ROTOR CON EJE AGRIETADO. *Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería*. Vol. 12. 1996, págs. 125-146.
157. **ROSSAS SARMIENTO, Guillermo..** *Estudio de vibraciones mecánicas en máquinas reciprocantes; Escuela de ingeniería mecánica, Universidad Industrial de Santander*. 2004, Bucaramanga PP. 391.
158. **RIVIN, Eugene I.** *Stiff ness and Damping in Mechanical Design*. New York : Marcel Dekker, Inc., 1999 ., NY.
159. —. *Spider Coupling*. s.l.: IJ.S. Patent 6,733,393 (En línea) <http://www.google.com/patents/US6733393>, 2002.
160. —. Coupling Selection & Performance. *SDP/SI Stock Drive Products and Sterling Instrument*. [En línea] [Citado el: 13 de Marzo de 2013.] <http://www.sdp-si.com/index.asp>.
161. —. *Compilation and Compression of Mathematical Model for a Machine Transmission*. New York : ASME Paper 80-DET-104, ASME, 1980.
162. **RICE, J.R. y LEVY, N.** The part-through a surface crack transversing an elastic plate. *Journal of Applied Mechanics* 39. 1972, págs. 185–194.
163. **RICE, J.R.** A path independent integral and the approximate analysis of strain concentration by notches and cracks. *Journal of Applied Mechanics*. 1968.
164. **RESOR, R. Brian, GROOVER, Charles L y y TRETHERWEY, Martin W.** Natural frequency identification in torsional vibration with high level order content. *22nd International Modal Analysis Conference, Dearborn, Michigan, USA*. 2004.

165. **REED, F. Everett.** Dynamic Vibration Absorbers and Auxiliary Mass Dampers. [aut. libro] C. M. Harris y C. E. Crede. *Shock and Vibration Handbook*. 6th edition. New York : McGraw-Hill Book Company, 2002.
166. **RATAN , S., BARUH, H. y RODRIGUEZ, J.** On-line identification and location of rotor cracks. *Journal of Sound and Vibration* 194. 1996, págs. 67-82.
167. **RAO, J. S.** Instability in Torsional vibrations. *Rotor dynamics*. s.l. : New Age International, 1996, págs. 351-359.
168. —. *History of rotating machinery dynamics*. Springer. 2011.
169. **RAN, L., YACAMINI, R. y SMITH, K. S.** Torsional vibrations in electrical induction motor drives during start-up. *Journal of vibration and acoustics*. 1996, vol. 118, no 2, p. 242-251.
170. **RAMIREZ CASTRO, Ricardo I. y MONTEJO, Luis A.** Transformada Hilbert, Descomposición Empírica modales y sus aplicaciones en el análisis de vibraciones libres. Rev. Int de desastres naturales, accidente e infraestructura. 2011, vol. 11, no 2. Vol 11. p. 123-134.
171. **PŮST, L.** Weak excitation of non-linear rotor system with closely spaced resonances. 2007.
172. **PU, Y.P., CHEN, J. y ZOU, J.** Quasi-periodic vibration of cracked rotor on flexible bearings. *Journal of Sound and Vibration* 251. 2002, págs. 875-890.
173. **PRJIGOWSKA, Agnieszka, KONOWROCKI, Robert y SZOLC, Tomasz.** Experimental Verification of the Semi-Active Control Concepts for Torsional Vibrations of the Electro-Mechanical System Using Rotary Magneto-Rheological Actuators. s.l. : XXV Symposium Vibrations in Physical Systems, Poznan-Bedlewo, May 15-19, , 2012.
174. **PIERLOZ, Amalia.** *Vibration Problems in Selected Torsional Mechanical Systems*. s.l. : EN:Meccanica.December 2003, Volume 38, Issue 6, pp 731-738.Kluwer Academic Publishers, 2003. <http://dx.doi.org/10.1023/A%3A1025833526257>.
175. **PIERLOZ, Amalia y SKÓRA, Monika.** TORSIONAL VIBRATIONS OF DISCRETE-CONTINUOUS SYSTEMS WITH LOCAL NONLINEARITY HAVING HARD TYPE CHARACTERISTICS. s.l. : EN:JOURNAL OF THEORETICAL AND APPLIED MECHANICS 44, 4, pp. 949-962, Warsaw , 2006.

176. **PIERLOZ, Amalia y SADO, Danuta.** *Irregular vibrations in multi-mass discrete-continuous systems torsionally deformed.* s.l. : EN: Latin American Journal of Solids and Structures (10), 2013. págs. 141-148.
177. **PIELORZ, Amalia y SADO, Danuta.** *Regular and Irregular Vibrations in Nonlinear Discrete-Continuous Systems Torsionally Deformed.* s.l.: En Vibration Problems ICOVP 2011. Springer Netherlands, , 2011. p. 139-144.
178. **PIELORZ, Amalia.** NON-LINEAR VIBRATIONS OF A DISCRETE-CONTINUOUS TORSIONAL SYSTEM WITH NON-LINEARITIES HAVING CHARACTERISTIC OF A SOFT TYPE. *Journal of Sound and Vibration.* 1999, 225(2), Article No. jsvi.1999.2283, págs. 375-389.
179. **PFABE, Mathias y WOENRLE, Christoph.** Reduction of Periodic Torsional Vibration using Centrifugal Pendulum Vibration Absorbers. *PA MM. Proc. Appl. Math. Mech.* 9, pag. 285 – 286. 2009.
180. **PENNACCHI , P., BACHSCHMID, N. y VANIA, A.** A model-based identification method of transverse cracks in rotating shafts suitable for industrial machines. *Mechanical Systems and Signal Processing* 20. 2006, págs. 2112–2147.
181. **PATEL, Tejas H y DARPE, Ashish K.** Experimental investigations on vibration response of misaligned rotors. *Mechanical Systems and Signal Processing* 23. s.l. : ELSEVIER, 2009, págs. 2236–2252.
182. **PASCUAL, J,Rodrigo.** *Modelamiento de Sistemas Rotores ME755.* s.l. : Universidad de Chile-Departamento de Ing. Mecánica, 2004.
183. **PARESH , Girdhar y SCHEFFER, Cornelius.** *Practical Machinery Vibration Analysis and Predictive Maintenance.* Oxford : Newnes, 2004. pág. 264. ISBN 0 7506 6275 1..
184. **PAPADOPOULOS , C.A. y DIMAROGONAS, A.D.** Coupled longitudinal and bending vibrations of a rotating shaft with an open crack. *Journal of Sound and Vibration* 117. 1987, págs. 81–93.
185. **PAPADOPOULOS, Chris A.** The strain energy release approach for modeling cracks in rotors: A state of the art review. *Mechanical Systems and Signal Processing* 22. 2008, págs. 763–789.
186. **PAPADOPOULOS, C.A. y DIMAROGONAS, A.D.** Stability of cracked rotors in the coupled vibration mode. *Journal of Vibration Acoustics Stress and Reliability in Design-Transactions of the ASME* 110. 1988, págs. 356–359.

187. **PAPADOPOULOS, C.A.** Some comments on the calculation of the local flexibility of cracked shafts. *Journal of Sound and Vibration* 278. 2004, págs. 1205–1211.
188. **PAPADOPOULOS, C.A. y DIMAROGONAS, A.D.** Coupling of bending and torsional vibration of a cracked Timoshenko shaft. *Archive of Applied Mechanics (Ingenieur Archiv)* V57. 1987, págs. 257–266.
189. **PAPADOPOULOS, C.A. y GOUNARIS, G.D.** Analytical and experimental crack identification of beam structures in air or in fluid. *Computers and Structures* 65. 1997, págs. 633–639.
190. **PAN, J. Q., et al.** *Three-dimensional response and intensity of torsional vibration in a stepped shaft*. s.l. : Journal of sound and vibration, , 2000, vol. 236, no 1, p. 115-128.
191. **PAEZ, Thomas L. y PERSOL, Allan G.** *Harris' Shock and Vibration Handbook*. New York : McGraw-Hill, 2010.
192. **OSTACHOWICZ, W.M. y KRAWCZUK, M.** Coupled torsional and bending vibrations of a rotor with an open crack. *Archive of Applied Mechanics* 62. 1992, págs. 191-201 .
193. **NESTER, Tyler M., y otros.** *EXPERIMENTAL OBSERVATIONS OF CENTRIFUGAL PENDULUM VIBRATION ABSORBERS*. Department of Mechanical Engineering, Michigan State University. Honolulu, Hawaii : The 10th International Symposium on Transport Phenomena and Dynamics of Rotating Machinery, 2004. pág. 9. ISROMAC10-2004-043.
194. **NAYEB-HASHEMI, H. y TASLIM, M.E.** Effects of the transient Mode II on the steady state crack growth in Mode I. *Engineering Fracture Mechanics* 26. 1987, págs. 789–807.
195. **NAYEB-HASHEMI, H. y MCCLINTOCK, F.A.** Effects of friction and high torque on fatigue crack propagation in Mode III. *Metallurgical Transactions A (Physical Metallurgy and Materials Science)* 13. 1982, págs. 2197–2204.
196. **NAGATA, Koichiro y Otros.** A sensorless control for damping of torsional vibrations with middle voltage induction motor drive for compressor application. *Power Electronics and Applications (EPE 2011), Proceedings of the 2011-14th European Conference on. IEEE*. 2011. p. 1-10.
197. **NADOLSKI, W., PIELORZ, A. y MIODUCHOWSKI, A.** *Multi mass drive systems with stepped shafts*. s.l. : Meccanica, 1985, vol. 20, no 2, p. 164-170, 1985.

198. **MIROŠEVIĆ, Marija, SUMINA, Damir y BULIĆ, Neven.** Influence of Time Gap between Impact Loads on Torsional Dynamics of Generator Units. *International Review of Electrical Engineering*. 2010, vol. 5, no 3, p. 1012-1021.
199. **MIODUCHOWSKI, A.** Torsional waves and free vibrations of drive systems with stepped shafts. *Ingenieur-Archiv*. 1986, vol. 56, no 4, p. 314-320.
200. —. *On dynamics of nonhomogeneous multi mass drive systems*. s.l.: Ingenieur-Archiv, , 1990, vol. 60, no 5, p. 303-310.
201. —. *On dynamics of nonhomogeneous multi mass drive systems*. *Ingenieur-Archiv*. 1990, vol. 60, no 5, p. 303-310.
202. **MIHAJLOVIC, Nenad, et al.** Analysis of friction-induced limit cycling in an experimental drill-string system. *Journal of dynamic systems, measurement, and control*, . 2004, vol. 126, no 4, p. 709-720.
203. **MERIAM, J. y. K.** *Dinámica. Mecánica para ingenieros*. Tercera Edición. Barcelona : REVERTÉ,S.A, 2000. págs. 30-35.
204. **MEDICA, Vladimir, PAVKOVIC, Branimir y SMOLJAN, Bozo.** The Analysis of Shaft Breaks on Electric Motors Coupled with Reciprocating Compressors. *International Compressor Engineering Conference. School of Mechanical Engineering. Purdue University*. 2004.
205. **MAYES, I.W y DAVIES, W.G.R.** Analysis of the response of a multi-rotor-bearing system containing a transverse crack in a rotor. *Journal of Vibration Acoustics Stress and Reliability in Design – Transactions of the ASME* 106. 1984, págs. 139-145.
206. **MARKERT, R., PLATZ, R. y SIDLER, M.** Model based fault identification in rotor systems by least squares fitting. *International Journal of Rotating Machinery* 7. 2001, págs. 301-321.
207. **MARINCA, Vasile y HERIŞANU, N.** Nonlinear dynamic analysis of an electrical machine rotor-bearing system by the optimal homotopy perturbation method. *Computers & Mathematics with Applications*. 2011, vol. 61, no 8, p. 2019-2024.
208. **LIN, Chi-Hshiung.** Effect of Commutation Failures on Torsional Vibrations of a Turbine Generator Nearby an HVDC Link. . *Journal of Marine Science and Technology*. 2010, vol. 18, no 1, p. 69-76.

209. **LI, X., y otros.** *Application of wavelet packet analysys for fault detection in electro-mechanical systems based on torsional vibration measurement.* Mechanical Systems and Signal Processing. s.l. : ElsevierScience Ltd, 2003. p. 1219-1235.
210. **LI, Laihang y Rajendra, SINGH.** Analysis of Speed-Dependent Vibration Amplification in a Nonlinear Driveline System Using Hilbert Transform. *SAE International. J. Passeng. Cars - Mech. Syst.* 6(2):2013, doi:10.4271/2013-01-1894. 2013.
211. **LEONHARD, Martin L., KERN, Ulrich y REISCHL, Klaus.** Electric power supply exciting torsional and lateral vibrations of an integrally geared turbocompressor. *Proceedings of the Thirtieth Turbomachinery Symposium, College Station, Tex.* . 2001. p. 49-55.
212. **LEISHMAN, B. A. y DREW, S. J y STONE, B. J.** Torsional vibration of a back-to-back gearbox rig Part 2: time domain modelling and verification. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal of Multi-body Dynamics.* 2000, vol. 214, no 3, p. 163-179.
213. **LEISHMAN, B. A., DREW, S. J. y STONE, B. J.** Torsional vibration of a back-to-back gearbox rig Part 1: Frequency domain modal analysis.En:Journal of Multi-body Dynamics. 2000, vol. 214, no 3, p. 143-162.
214. **LEES, A. W. y FRISWELL, M. I. y LITAK , G.** Torsional Vibration of Machines with Gear Errors. *Journal of Physics.* 2011. Vol.305.no.1. p1-10.
215. **LEES, A. W. y FRISWELL, M. I.** *The vibration signature of chordal cracks in asymmetric rotors.* s.l. : En Proceedings of the 19th International Modal Analysis Conference. , 2001. p. 1-6.
216. **LEE, ChengTang y SHAW, Steven W.** *Torsional Vibration Reduction In Internal Combustion Engines Using Centrifugal Pendulums.* 1996.
217. **LARA, Forero Diego Andres. PRIETO, Galvis Jaime Eduardo y RAMIREZ Mancipe Andrea Lizeth, et al.** *seminario de investigacion en lubricacion hidrodinamica de cojinetes. Trabajo de grado. Universidad Industrial de Santander. Facultad de fisicomecanicas. Escuela de ingenieria mecanica . Bucaramanga, 2012 Págs. 488. : s.n.*
218. **KUSHWAHA, Vishwajeet.** *Analysis of torsional vibration characteristics for multi-rotor and gear branched systems using finite element method.* Rourkela : Department of Mechanical Engineering - National Institute of Technology, 2011.

219. **KUMAR, Chandan y RASTOGI, Vikas.** *Vibration analysis of multi-rotor system through extended Lagrangian formalism.* s.l.: World Journal of Modelling and Simulation, , 2012, vol. 8, no 2, p. 103-110.
220. —. Effects of asymmetric stiffness on parametric instabilities of rotor. *EN: Journal of Computational and Applied Research in Mechanical Engineering, vol. 1, no 2, p. 119-128.* 2012.
221. **KULIG, T. S., LAMBRECHT, D. y LIESE, M.** Investigation of the transient performance of superconducting generators with an advanced Network-Torsion-Machine program. *Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on.* 1984, no 7, p. 1764-1772.
222. **KOLENDA, J.** *Whirling of asymmetric shaft under constant lateral force.* AKADEMIIMARYNARKI WOJENNEJ. s.l. : Zeszyty Naukowe. ROK LIII NR 3 (190), 2012.
223. **KOCUR, J. A. y MUENCH, M. G.** Impact of Electrical Noise on the Torsional Response of VFD Compressor Trains. *Proceedings of the First Middle East Turbomachinery Symposium.* 2011.
224. **KIM, Tae-Chung.** *ANALYSIS OF CLEARANCE NON- LINEARITIES AND VIBRO-IMPACTS IN TORSIONAL SYSTEMS DISSERTATION.* Department of Mechanical Engineering, School of The Ohio State University. 2003.
225. **KIM, T.C., ROOK, T.E. y SINGH, R.** *Super- and sub-harmonic response calculations for a torsional system with clearance nonlinearity using the harmonicbalance method.* s.l. : EN: Journal of Sound and Vibration 281 (2005) 965–993, 2005.
226. **KENNEDY, Marcus y HOPPE, Steffen y ESSER, Johannes.** *Piston Ring Coating Reduces Gasoline Engine Friction.* 2012.Vol.73.p40-43.
227. **KELLY, S. GRAHAM.** *Mechanical Vibrations: Theory and Applications.* Stamford USA : Cengage Learning, 2012. ISBN-13: 978-1-4390-6212-8.
228. **Kawlewski, K.** Modelling torsional vibrations of mechanical system in Matlab in statespace approach. *10th International Scientific Conference Applied Mechanics.* 2008.
229. **KARTHIKEYAN, M., TIWARI, R. y TALUKDAR, S.** Crack localization and sizing in a beam based on the free and forced response measurements. *Mechanical Systems and Signal Processing* 21. 2007, págs. 1362-1385.

230. **JOYCE, John S., KULIG, Tadeusz y LAMBRECHT, Dietrich.** Torsional fatigue of turbine-generator shafts caused by different electrical system faults and switching operations. *Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on.* 1978, no 5, p. 1965-1977.
231. **JONES, David I. G.** Applied Damping Treatments. [aut. libro] C. M. Harris y C. E. Crede. *Shock and Vibration Handbook (6th edition)*. New York : McGraw-Hill Book Company, 2002.
232. **JIAJUN, Qiu.** The transverse and torsional vibrations of AC motors in the starting process. *Acta Mechanica Sinica.* 1988, vol. 4, no 1, p. 45-58.
233. **JAMMI, Chinka,Rao y JAMMI, Ramanamma.** *History of Rotating Machinery Dynamics.* s.l. : Springer. Vol. 20. ISBN 978-94-007-1164-8. 2011..
234. **J. D, Irwin y E. R, Graf.** *Industrial Noise and Vibration Control.* New Jersey (USA) : Prantice Hall, 1979.
235. **ISIDORI, A.** Nonlinear Control Systems: An Introduction,. *Springer-V erlag. Berlin.* 1989.
236. **ISHIDA, Yukio, y otros.** *Torsional Vibration Suppression by Roller Type Centrifugal Vibration Absorbers.* New York, NY : Journal of Vibration and Acoustics-American Society of Mechanical Engineers. Vol. 131(051012),. 2009. ISSN 1048-9002.
237. **ISHIDA, Yukio, y otros.** *Nonlinear Analysis and Experiments on Torsional Vibration of a Rotor with a Centrifugal Pendulum Vibration Absorber.* Dept. of Mechanical Science and Engineering, Nagoya University. s.l. : Journal of System Design and Dynamics. Vol 2, N° 3, 2008. págs. 715-726.
238. **IRWIN , G.R.** Analysis of stresses and strains near the end of a crack traversing a plate. *Applied Mechanics* 24. 1957, págs. 361–364.
239. **INMAN, Daniel J.** *Engineering Vibration.* Second Edition. New Jersey : Pretince-Hall Inc, 2001. ISBN: 013-0174483.
240. **IMAN , I., AZZARO, S.H. y BANKERT, R.J.** Development of an on-line rotor crack detection and monitoring system. *Journal of Vibration,Acoustics, Stress, and Reliability in Design* 111. 1989, págs. 241-250.
241. **HÜTTEN, Volker, ZUROWSKI, Rainer M. y HILSCHER, Martin.** Torsional interharmonic interaction study of 75 MW direct-driven VSFS motor compressor

trains for LNG duty. *Proceedings of the Thirty-Seventh Turbomachinery Symposium*. 2008. p. 57-66.

242. **HUANG, Xianghui**. *Diagnostics OF Air Gap Eccentricity IN Closed-Loop Drive-Connected Induction Motors*. 2005. Tesis Doctoral. Georgia Institute of Technology.

243. **HUANG, D**. Torsional vibration monitor and torsional vibrational behaviors of some typical shaft troubles. *Degree paper, Thermal Department*. Tsinghua University : s.n., 1990.

244. **HUANG, D. G**. *Characteristics of torsional vibrations of a shaft with unbalance*. s.l. : Journal of sound and vibration., 2007. págs. 692-698.

245. **HOWES, Brian**. *Perplexing Variable Frequency Drive Vibration Problems*. s.l. : CMVA, Edmonton, AB, Beta Machinery Analysis Ltd., Calgary, AB, Canada, T3C 0J7 , 2004.

246. *INFLUENCE OF TEMPERATURE CHANGES ON TORSIONAL RIGIDITY AND DAMPING COEFFICIENT OF RUBBER TORSIONAL VIBRATION DAMPER*. *TRANSPORT PROBLEMS. Volume 6 Issue 1. pag 129-135*. 2011. **HOMIK, Wojciech**. 1, Rzeszow-Polonia : Gliwice, 2011, *TRANSPORT PROBLEMS*, Vol. 6, págs. 129-135. <http://transportproblems.polsl.pl/>.

247. **HIZUME, A**. Transient torsional vibration of steam turbine and generator shafts due to high speed reclosing of electric power lines. . *Journal of Engineering for Industry*, . 1976, vol. 98, p. 968.

248. **HIDALGO, Juan Ignacio**. *Curso de Introducción a la Dinámica de rotores*. s.l. : Universidad Nacional de San Juan. Departamento de Electromecánica.

249. *A Comparison of Secondary Inertia Effects in a Range of Reciprocating Engines*. **HESTERMAN, DC**. 1994. Vol.3.

250. *The Consequences For Torsional Vibration Modelling Of Representing Reciprocant Mechanisms By Simplified Models*. **HESTERMAN, D. C**. New Zealand : The University of Auckland, 1995, pp. 387-392, *Proceedings of the 13th IMAC*, .

251. **HESTERMAN, D C.et al**. Secondary Inertia Effects in the Torsional Vibration of Reciprocating Engines –A Literature Review. *Journal of Mechanical Engineering Science January*. 1995. Vol. 209. no.1.p11-15.

252. **HENSEN, Ronnie Herman Anna**. *Controlled mechanical systems with friction*. *Thesis, Eindhoven University of T echnology*. 2002.

253. **HENAO, H., Kia, S. H., & Capolino,.** *Torsional-vibration assessment and gear-fault diagnosis in railway traction system.* Industrial Electronics,G. (2011). IEEE Transactions on, 58(5), 1707-1717.
254. **HARVEY, John D. y VARTY, Rodney R.** *TORSIONAL VIBRATION MODELLING AND ANALYSIS CONTINUED.* Calgary, AB, Canada,: Beta Machinery Analysis Ltd. T3C 0J7. págs. 1-2.
255. **HANTEL, P. y Otros.** machines, Analysis of parametric excited vibrations of drive shafts caused by induction. *MECHANIKA.* 2008, no 4, p. 48-53.
256. **HAN, Qinkai y CHU, Fulei.** *Parametric instability of a Jeffcott rotor with rotationally asymmetric inertia and transverse crack.* s.l. : Nonlinear Dynamics. Springer., 2013.
257. **HAMMONS, Thomas James y GOH, Mui Wah.** [aut. libro] generator, system modeling and impact of variable-frequency ripple currents on torsional stressing of generators in Poland and Sweden: Lithuania/Poland and Sweden/Poland HVDC links. Turbine. *Energy Conversion, IEEE Traactions on,* . 2000, vol. 15, no 4, p. 384-394.
258. **HAJZMAN, Michal y POLACH, Pavel.** SENSITIVITY ANALYSIS OF GEARBOX TORSIONAL VIBRATIONS. *Engineering MECHANICS.* 2012, vol. 19, no 2/3, p. 77-86.
259. **GUZZOMI, Andrew,L.et al.** The effect of piston friction on the torsional natural frequency of a reciprocating engine,. *Mechanical Systems and Signal Processing.* 2007 Febrero.Vol.21.p2833-2837.
260. **GUZZOMI, Andrew L., HESTERMAN, Dianne C. y STONE, Brian J.** The effect of piston friction on the torsional natural frequency of a reciprocating engine. . *Mechanical Systems and Signal Processing,* . 2007, vol. 21, no 7, p. 2833-2837.
261. **GUZZOMI, A.L., HESTERMAN, D.C. y STONE, B.J.** The effect of piston friction on engine block dynamics. *Journal of Multibody Dynamics.* 1999.Vol.13.p125-144.
262. **GUZZOMI, A, Li, HESTERMAND, C y STONE, J.** The effect of piston friction on engine block dynamics. *Multi-body Dynamics.* 2007.Vol.221.p227-289.
263. **GROSS, T.S. y MENDELSON, D.A.** On the effect of crack surface contact and friction due to fracture surface roughness in edge cracks subjected to external shear. *Engineering Fracture Mechanics* 31. 1988, págs. 405-420.

264. —. Mode I stress intensity factors induced by fracture surface roughness under pure Mode III loading: Application to the effect of loading modes on stress corrosion crack growth. *Metallurgical Transactions A 20A*. 1989, págs. 1989–1999.
265. **GROSS, G. y HALL, M. C.** Synchronous machine and torsional dynamics simulation in the computation of electromagnetic transients. *Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on*. 1978, no 4, p. 1074-1086.
266. **GRIFFITH, A.A.** The phenomena of rupture and flow in solids. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical or Physical Character*. 1921, 221, págs. 163–198.
267. **GOUNARIS, G. y DIMAROGONAS, A.** A finite element of a cracked prismatic beam for structural analysis. *Computers & Structures* 28. 1988, págs. 309–313.
268. **GOPALAKRISHANN, S., VAGHASIA, G.K. y REIMERS, C.R.** Crack Propagation in Main Coolant Pumps. *EPRI 5th International Workshop on Main Coolant Pumps*. Los Angeles, California : s.n., 1992.
269. **GOODMAN, L. E.** Material Damping And Slip Damping. [aut. libro] C. M. Harris y C. E. Crede. *Shock and Vibration Handbook*. 6th Edition. New York : McGraw-Hill Book Company, 2002.
270. **GOMEZ MANCILLA, J., SINOU, J. y NOSOV, V.R.** The influence of crack-imbalance orientation and orbital evolution for an extended cracked Jeffcott rotor. *Comptes Rendus Mecanique* 332. 2004, págs. 955-962.
271. —. The influence of crack-imbalance orientation and orbital evolution for an extended cracked Jeffcott rotor. *Comptes Rendus Mecanique* 332. 2004, págs. 955–962.
272. *Ejes fracturados simulados aplicando nuevo modelo y análisis de su comportamiento no lineal.* **GÓMEZ MANCILLA, J.** 5:27-30, noviembre, 2000: México, D.F.). : Instituto Politécnico Nacional, 27-30 de Noviembre de 2000, Congreso Nacional de Ingeniería Electromecánica y de Sistemas, págs. 577-582. Memorias. México, D.F..
273. **GOMEZ M., J. C, NOSOV V., R. y ZAMBRANO R., A.** *Tipicas respuestas bode y orbitales de sistemas rotor-chumaceras caracterizando el comportamiento de ejes fisurados.* Laboratorio de vibraciones y rotodinamica.SEPI-ESIME, instituto politécnico Nacional. México D.F. : s.n., 2006.
274. **GOLDSBROUGH, G R.** Torsional vibrations in reciprocating engine shafts. *Proceedings of the Royal Society of London*. 1925 .Vol.109. no.749 .p 99-119.

275. **GOLDMAN, P. y MUSZYNSKA, A.** Application of full spectrum to rotating machinery diagnostics. *Orbit First Quarter*. 1999, págs. 17-21.
276. **GENTA, Giancarlo.** *Dynamics of Rotating Systems*. [ed.] Frederick F. Ling-Mechanical Engineering Series. s.l.: Springer Science+Business Media, Inc, 2005. ISBN 0-387-20936-0.
277. —. Anisotropy of rotors and supports. *En Dynamics of Rotating Systems*. s.l.: Springer US, 2005, págs. 227-263.
278. **GASCH, R.** A survey of the dynamic behaviour of a simple rotating shaft with a transverse crack. *Journal of Sound and Vibration* 160. 1993, págs. 313-332.
279. **GARCIA, Castro Alfonso. BORRAS, Pinilla Carlos.** *Analisis de vibracion torsional en maquinas*. Bucaramanaga, 1995 pp.218 Escuela de ingenieria mecánica. Universidad Industrial de santander. .
280. **FU, H.** Technological research on torsional vibration measuring for large rotating shaft system. *Degree paper, Precision Instrument Department*. Tsinghua University : s.n., 1990.
281. **FREISWELL, M. I. y WALKER, Lees.** *The influence of torsion on rotor/stator contact in rotating machinery*. s.l.: EN: Journal of Sound and Vibration 225(4), 1999. págs. 767-778.
282. **FINLEY, William R.** [aut. libro] Troubleshooting induction motors. En Industry Applications Conference. *Conference Record of the 2000 IEEE. IEEE*, . 2000. p. 3491-3498.
283. **FILIPOWICZ, Krzysztof.** Determining of the static characteristics of a torsionally flexible metal coupling. *Acta Montanistica Slovaca. Ročník 12. číslo 4,304-308*. . 2007.
284. **FILIPOVIC, Ivan, y otros.** Preliminary Selection of Basic Parameters of Different Torsional Vibration Dampers Intended for Use in Medium Speed Diesel Engines. *Transactions of FAMENA*. 2012, vol. 36, no 3, p. 79-88.
285. **FENGQI, W. y MENG, G.** Compound rub malfunctions feature extraction based on full spectrum cascade analysis and SVM. *Mechanical Systems and Signal Processing* 20. 2006, págs. 2007-2021.

286. **FELDMAN, M. y SEIBOLD, S.** Damage diagnosis of rotors: application of Hubert transform and multihypothesis testing. *Journal of Vibration and Control* 5. 1999, págs. 421-442.
287. **FEESE, Troy, MAXFIELD, Ryan y HILSCHER, M.** Torsional vibration problem with motor/ID fan system due to PWM variable frequency drive. . *Proc. 37th Turbomach. Symp.* 2008. p. 45-56.
288. **ESPEJO MORA, Edgar y MARTINEZ, Juan Carlos.** *Modos de fallas comunes en ejes.* Grupo de investigación AFIS (Análisis de fallas, Integridad y Superficies), Universidad Nacional de Colombia. Bogotá D.C. : s.n., 2011.
289. **ESHLEMAN, Ronald L.** Chapter 38. Torsional vibration in reciprocating and rotating machines. *SEP Institutos tecnológicos-Instituto Tecnológico de Ciudad Guzmán.* [En línea] [Citado el: 28 de Noviembre de 2012.] http://cursos.itcg.edu.mx/libros/Libros%20y%20Manuales%20de%20Ingenieria/E%20ngineering%20Books/Harris__Shock_And_Vibration_Handbook/HARRIS~1.-HA/70811_38.pdf.
290. **ESCOBAR MARTINEZ, J. C. A. y DE LA ROSA, Francisco.** Shaft torsional vibration due to non-linear loads in low capacity turbine units. *Power Engineering Society Summer Meeting, 2001. IEEE.* 2001. p. 1403-1408.
291. **Emiliana Mendoza P., Jorge Eduardo Hernández M., Manuel Felipe González G.** *Curso pratico de electronica industrial y automatización.* Pereira : CEKIT, 2002. pág. 122. Vol. 2.
292. **EL HACHEMI BENBOUZID, Mohamed.** A review of induction motors signature analysis as a medium for faults detection. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on.* 2000, vol. 47, no 5, p. 984-993.
293. **EHRICH, Fredric y ABRAMSON, H. Norman.** Nonlinear Vibration. [aut. libro] C. M. Harris y C. E. Crede. *Shock and Vibration Handbook (6th edition).* New York : McGraw-Hill Book Company, 2002.
294. **E., Malcolm.** Time Transient Analysis and Non-Linear Rotordynamics. *Applied Machinery Dynamics Co.* Malcolm E. Leader, P.E. Applied Machinery Dynamics Co. P.O. BOX 157. Dickinson, TX 77539. MLeader@RotorBearingDynamics.COM.
295. **DUNCAN, Walker.** Torsional Fatigue. *Torsional Vibration of turbomachinery.* New York : Mc Graw Hill, 2004, 10, págs. 113-118.

296. **DUAN, Yong y WU, Wenwei.** *Tuned viscoelastic damper for hollow shaft's torsional vibration control.* s.l. : The Journal of the Acoustical Society of America, 2012.
297. **DUAN, Chengwu y SINGH, Rajendra.** Transient responses of a 2-dof torsional system with nonlinear dry friction under a harmonically varying normal load. . *Journal of sound and vibration,* . 2005, vol. 285, no 4, p. 1223-1234.
298. **DREW, S. J. y STONE, B. J.** IMPACT EXCITATION OF TORSIONAL VIBRATION SYSTEMS. *rig,* . 1995, vol. 12, p. 8.
299. **DORFMAN, Larry S y TRUBELJA, Miroslav.** Torsional Monitoring of Turbine-Generators for Incipient Failure Detection. *En Proc. of the Sixth EPRI Steam Turbine/Generator Workshop (August 17–20, St. Louis, MO).* San José (CA) : s.n., 1999. p. 1-6.
300. **DORFMAN, Larry S. y TRUBELJA, Miroslav.** Torsional monitoring of turbine-generators for incipient failure detection. *Proc. of the Sixth EPRI Steam Turbine/Generator Workshop (August 17–20, St. Louis, MO).* 1999. p. 1-6.
301. **DONG, G.M., CHEN, J. y ZOU, J.** arameter identification of a rotor with an open crack. *European Journal of Mechanics – A: Solids* 23. 2004, págs. 325-333.
302. **DOMINGO SANTILLANA, Jaime Santo.** OCW. *OpenCourseWare Universidad de Salamanca.* [En línea] 2008. [Citado el: 5 de Febrero de 2012.] <http://ocw.usal.es/enseñanzas-tecnicas/resistencia-de-materiales-ingeniero-tecnico-en-obras-publicas/contenidos/%20Tema8-Torsion.pdf>.
303. **DIMAROGONAS , A.D.** Vibration of cracked structures: a state of the art review. *Engineering Fracture Mechanics* 55. 1996, págs. 831–857.
304. **DIMAROGONAS, A.D. y PAPADOPOULOS, C.A.** Vibration of cracked shafts in bending. *Journal of Sound and Vibration* 91. 1983, págs. 583–593.
305. **DIMAROGONAS, A.D.** Author's Reply. *Journal of Sound and Vibration* 169. 1994, págs. 575–576.
306. **DIMAROGONAS, A.D. y PAIPETIS, S.A.** Analytical Methods in Rotor Dynamics. *Applied Science Publishers.* London : s.n., 1983.
307. **DIDIER, Jérôme, SINOU, Jean-Jacques y FAVERJON, Béatrice.** Study of the non-linear dynamic response of a rotor system with faults and uncertainties. *Journal of Sound and Vibration,*. 2012, vol. 331, no 3, p. 671-703.

308. **N.A.HALLIWEY.** **Diagnostics, The Laser Torsional Vibrometer: A Step Forward In Rotating Machinery.** Loughborough : s.n., 1996, Journal of Sound and Vibration, pág. 20.
309. **DERI, A., KISS, L. y TOTH, G.** *A distributed parameter model for the torsional vibration analysis of turbine-generator shafts.* Berlin-Alemania : Springer-Verlag, 1987. Archiv für Elektrotechnik vol. 70, no3, pp. 171-175.
310. **DENTSORAS, A.J. y DIMAROGONAS, A.D.** Fatigue crack propagation in resonating structures. *Engineering Fracture Mechanics* 34. 1989, págs. 721-728.
311. **De SILVA, Clarence W.** *Vibration: Fundamentals and Practice.* Second Edition. Vancouver : Taylor & Francis Group, 2005. pág. 1064.
312. **DE LA ROSA, Francisco.** *Harmonics and power systems.* s.l. : CRC Press, 2006.
313. **DE LA ROCHE, Luis, ENG, P. y HOWES, Brian.** *Lateral and torsional vibration problems in systems equipped with variable frequency drives.* GMC, Covington, Ky. 2005.
314. **DAZA HERNANDEZ, Gonzalo.** *Apuntes del Curso Vibraciones Mecánicas.* Ingeniería de Ejecución en Mecánica de procesos y Mantenimiento Industrial, UTFSM-Universidad Técnica Federico Santa María-Sede Concepción. Chile : s.n., 2007.
315. **DAVIES, W.G.R y MAYES , I.W.** The vibrational behavior of a multi-shaft, multi-bearing system in the presence of a propagating transverse crack. *Journal of Vibration Acoustics Stress and Reliability in Design – Transactions of the ASME* 106. 1984, págs. 146-153.
316. **DARPE, A.K., GUPTA, K. y CHAWLA, A.** Coupled bending, longitudinal and torsional vibrations of a cracked rotor. *Journal of Sound and Vibration* 269. 2004, págs. 33-60.
317. **CUMMINGS, Paul G.** Power and current pulsations of an induction motor connected to a reciprocating compressor. *Industry Applications, IEEE Transactions on.* 1978, no 3, p. 213-219.
318. **COLTTERS, Raúl.** Análisis de fractura . [En línea] <http://www.analisisdefractura.com/fatiga/>.
319. **COFFIN JR, L.F. y TAVERNELLI, J.F.** *The cyclic straining and fatigue of metals.* s.l. : Trans. Metall. Soc. AIME, 1959, págs. 794-807.

320. **COFFIN JR, L.F.** Low cycle fatigue. s.l. : A review. *Appl. Mater. Res*, 1962, Vol. 1, pág. 129.
321. **CHYN, C., WU, R.-C. y TSAO, T.-P.** Torsional fatigue of turbine-generator shafts owing to network faults. *Generation Transmission and Distribution, IEE Proceedings- IET*. 1996. p. 479-486.
322. —. Torsional fatigue of turbine-generator shafts owing to network faults. . *Generation, Transmission and Distribution, IEE Proceedings- IET*, . 1996. p. 479-486.
323. **CHOWDHURI, M. A. K. y HOSSAIN, R. A.** Design analysis of an automotive composite drive shaft. *International Journal of Engineering and Technology*. 2010, vol. 2, no 2, p. 45-48.
324. **CHENGWU, M. S.** DYNAMIC ANALYSIS OF DRY FRICTION PATH IN A TORSIONAL SYSTEM. *Presented in Partial Fulfillment of the Requirements for the Degree Doctor of Philosophy in the Graduate School of The Ohio State University*. University, The Ohio State. 2004 pág. 225.
325. **CHEN, Y. Z.** Torsional free vibration of a cylinder with varying cross-section and adhesive masses. s.l. : *Journal of sound and vibration*, , 2001, vol. 241, no 3, p. 503-512.
326. **CHEN, W.F. y HAN, D.J.** *Plasticity for Structural Engineers*. s.l. : Springer-Verlag, 1988.
327. **CHEN, Tungyang y WEI, Chia-Jung.** Saint-Venant torsion of anisotropic shafts: theoretical frameworks, extremal bounds and affine transformations. *The Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics*. 2005, vol. 58, no 2, p. 269-287.
328. **CHEN, Jian. y RANDALL,Robert.** *Vibration Signal Processing of Piston Slap and Bearing Knock in IC Engines*. 2012.
329. **CHEN, Jian. et al.** automade diagnosis of piston slap faults in internal combustion engines based on a simulation model. *Proceedings of acoustics*. 2012.
330. **CHAUVIN, Jonathan.et al.** Real-Time Combustion Torque Estimation on a Diesel Engine Test Bench Using Time-Varying Kalman Filtering. *43rd IEEE Conference on Decision and Control*. 2004 diciembre.no.WeA09.3.
331. **CHASALEVRIS, A.C. y PAPAPOPOULOS, C.A.** Identification of multiple cracks in beams under bending. *Mechanical Systems and Signal Processing* 20. 2006, págs. 1631-1673.

332. **CASTRO GARCÍA, Alfonso.** *Vibraciones Mecánicas.* Bucaramanga : Publicaciones UIS, 2001.
333. **CARROLA, Miguel, GUERRA, César y VILLALOBOS, José.** *Fundamentos de las vibraciones mecánicas.* México : FIME-UANL(facultad de ingeniería mecánica y eléctrica - Universidad Autónoma de Nuevo León), 2005.
334. **C, Yeliana.et al.** wiebe function parameter determination for mass fraction burn calculation in an ethanol-gasoline fuelled si engine. *Jurnal of kones powertrain ytransport.* 2008.Vol.15.no.3.p567-574.
335. **C, E. Goering.** ENGINE HEATRELEASE VIA SPREAD SHEET. *Transaction of the ASAE.* 1998.Vol.41.no.5.p1249-1253.
336. **BUKOWITZ, David.** *Principio y Técnicas de Balanceo de Rotores.* s.l. : Austyn Dynamical System,LLC. pág. 88.
337. **BROWN, M. D. y GRANDE-MORAN, C.** Torsional system parameter identification of turbine-generator sets. . *Energy Conversion, IEEE Transactions on,* . 1997, vol. 12, no 4, p. 304-309.
338. **BROEK, D.** *Elementary Engineering Fracture Mechanics.* s.l. : Sijthoff & Noordhoff, 1978.
339. **BRAUND, D. F.** Torsional Vibration. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers: Automobile Division.* 1958, vol. 12, no 1, p. 63-72.
340. **BOZCA, Mehmet.** Torsional vibration model based optimization of gearbox geometric design parameters to reduce rattle noise in an automotive transmission. . *Mechanism and Machine Theory.* 2010, vol. 45, no 11, p. 1583-1598.
341. **BOYCE, William E. y DiPRIMA, Richard C.** *Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems.* 9th Edition. s.l. : John Wiley & Sons Publishers., 2008. ISBN 0470383348.
342. **BOVSUNOVSKII, A. P.** Assessment of fatigue damage in steam turbine shafting due to torsional vibrations. *Strength of materials.* 2011, vol. 43, no 5, p. 487-497.
343. **BERDY, J. y Otros.** *HIGH-SPEED RECLOSING SYSTEM AND MACHINE CONSIDERATIONS.* General Electric. GER-3224.
344. *Vibration analysis techniques for detecting and diagnosing shaft cracks.* **BENTLY, Donald E.** 1986, Orbit, págs. 18-21.

345. **BENTLY, Donald E. y MUSZYNSKA, Agnes.** Detection of rotor cracks. *Proceedings of the fifteenth turbomachinery symposium*. Minden, Nevada : s.n., 1986.
346. **BEARDS, Chris F.** *Engineering Vibration Analysis with Application to Control Systems*. Great Britain : Edward Arnold, a division of Hodder Headline PLC, 1995. ISBN 0 340 63183 X.
347. **BARNA, S.F. y HOSSAIN, Z.** Two Degree of Freedom Torsional Vibration with Clearance Nonlinearity. *5th Saudi Technical Conference and Exhibition, Riyadh*. 2009, 11-14 Jan. .
348. **BARBOSA Valbuena William, ARGOTE Fuentes Fidel.** *ELIMINACION Y AMORTIGUACION DE VIBRACIONES DE TORSION EN MAQUINAS,*. 1991, Escuela de ingenieria mecanica. Universidad industrial de santander. PP. 241.
349. **BADRZADEH, Babak y Otros.** Torsional Vibration of Turbine Generator by Variable Speed Drives. *PULSE. THE MANITOBA HVDC RESEARCH CENTRE JOURNAL* L. . 2008.
350. **BADRZADEH, Babak y SALMAN, S. K.** Enhancement of fault ride-through capability and damping of torsional oscillations for a distribution system comprising induction and synchronous generators. *Sustainable Alternative Energy (SAE), 2009 IEEE PES/IAS Conference on. IEEE*. 2009. p. 1-7.
351. **BADIE, M. A., et al.** Automotive Composite Driveshafts: Investigation of the design variables effects. *International Journal of Engineering and Technology*. 2006, vol. 3, no 2, p. 227-237.
352. **BACHSCHMID , N., PENNACCHI, P. y TANZI, E.** Crack Modelling. *Cracked Rotors A Survey on Static and Dynamic Behaviour Including Modelling*. s.l. : Springer, 2010, págs. 109-196.
353. *Diagnostic significance of orbit shape analysis and its application to improve machine fault detection.* **BACHSCHMID, Nicolás, PENNACCHI, Paolo y VANIA, Aparecida.** 2, Brasil: Scientific Electronic Library Online, 2004, Journal Brazilian Society Mechanicals Scientifics & Engineer. [online]., Vol. 26.
354. **BACHSCHMID, Nicolás y TANZI, Ezio.** Coupling of the lateral and torsional vibration in a cracked shaft . *Advances in vibration control and diagnostics*. Italy : Polimetrica International Scientific Publisher, 2006, págs. 13-26.

355. **BACHSCHMID, N. y DELLUPI, R.** Non linear behaviour of oil film bearings and its relevance in force identification procedures. *American Society of Mechanical Engineers*. 1997.
356. **BACHSCHMID, N., PENNACCHI, P. y TANZI, E.** Identification of transverse crack position and depth in rotor systems. *Meccanica V* 35. 2000, págs. 563-582.
357. **BACHSCHMID, N. y TANZI, E.** Deflections and strains in cracked shafts due to rotating loads: a numerical and experimental analysis. *International Journal of Rotating Machinery* 10. 2004, págs. 283-291.
358. *DUAL DYNAMIC ABSORBER FOR THE TORSIONAL VIBRATIONS OF SYNCHRONOUS MOTOR-DRIVEN COMPRESSORS.* **B.O. Al-Bedoor, K.A. Moustafa, K.M. Al-Hussain.** 4, s.l. : Elsevier, 1999, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 220, págs. 729 - 748. <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022460X98919757>. ISSN 0022-460X.
359. **B&W, M. A. N.** *Shaft Generators for the MC and ME Engines, vol. 9, p. 05-12.* (citado:2013-06-12) : s.n., [En línea] http://www.mandieselturbo.de/files/news/files5478/Shaft_generators.pdf. (citado:2013-06-12) http://www.mandieselturbo.de/files/news/files5478/Shaft_generators.pdf.
360. **AVRAMOV, K. V. y BORYSIUK, O. V.** *Nonlinear dynamics of one disk asymmetrical rotor supported by two journal bearings.* s.l. : Nonlinear Dynamics, 2012, vol. 67, no 2, p. 1201-1219, 2012.
361. **AVRAMOV, K. V. A.** model of asymmetric single-disk rotor self-vibrations. *Strength of materials*, . 2010, vol. 42, no 4, p. 459-470.
362. **ALLOTTA, Benedetto.** *Torsional electro-mechanical interaction in compression trains with a synchronous motor fed by a load commutated inverter.* . 2011.
363. **ABRAHAM, O.N.L., BRANDON, J.A. y COHEN, A.M.** Remark on the determination of compliance coefficients at the crack section of a uniform beam with circular cross-section. *Journal of Sound and Vibration* 169. 1994, págs. 570-574.
364. **A.-K., H.** *Modal Analysis Design to Exposure Gyroscopic Effect in Rotating Machinery Using Experimental and Analytical/Computational Techniques.* s.l. : International Journal of Engineering Science and Technology (IJEST), 2011. Vols. 3. N° 9. págs. 2-3.

365. **MATTHEW O. T., COLE.** *On stability of rotordynamic systems with.* Department of Mechanical Engineering, Chiang Mai University : Chiang Mai, Thailand, 2008. pág. 23.
366. **D. F, Braund.** *Torsional vibration.* Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers. Turnbrige : s.n., 1958. págs. 1-11. [online], Available from Internet octubre 2012: <<http://pad.sagepub.com/content/12/1/63>>..
367. **WEST INSTRUMENTS OF MEXICO S.A.** Manual de aplicación de encoders. *Una guía de referencia y tutoría sobre encoders para.* Mexico D.F : Págs. 1-21, 2008.
368. **BETA MACHINERY ANALYSIS.** Torsional Vibration Analysis (TVA). [En línea] [Citado el: 2 de Noviembre de 2012.] <http://www.BetaMachinery.com>.
369. Teaching of Mechanical Ing. Site. *Chapter 9 Distributed-Parameter Model.* [En línea] [Citado el: 31 de Octubre de 2012.] <http://www.drshokuhi.com/HTML/03/09/pdf/ch09.pdf>.
370. *ISO 9934-1 (2001) Non-destructive testing - Magnetic particle testing - Part 1: .*
371. *ISO 5577 (2000), Non-destructive testing - Ultrasonic inspection – Vocabulary.*
372. *ISO 3452 (1984) Non-destructive testing - Penetrant inspection - General .*
373. *ISO 3058 (1998) Non-destructive testing - Aids to visual inspection - Selection of low-power magnifiers.*
374. <http://www.ni.com/white-paper/7130/es>. [En línea] National Instrument, 21 de Mayo de 2008. [Citado el: 25 de mayo de 2013.]
375.
http://galia.fc.uaslp.mx/~cantocar/automatas/PRESENTACIONES_PLC_PDF_S/24_SENSORES_INDUCTIVOS.PDF. *GaliaAutomatas.* [En línea] [Citado el: 3 de junio de 2013.]
376. *Geislinger coupling and dampers.* **GEISLINGER.** Version 5.3 - 2010, Geislinger Monitoring, págs. 1-30.
377. *ASTM E709-01 (2001) Standard Guide for Magnetic Particle Examination.*
378. *ASTM E587-00 (2005) Standard Practice for Ultrasonic Angle-Beam Examination by the Contact Method.*
379. *ASTM E165-02 (2002) Standard Test Method for Liquid Penetrant Examination. .*

ANEXOS

ANEXO A

Verificación de Frecuencias Naturales de Torsión de un Sistema Equivalente Modelado en ANSYS

Ardila Johan, Bonilla Virgilio, Cortés Nini, Martínez Edwin Q.
ing.ardilajohan@gmail.com; vbcviggo@hotmail.com; nini.cortes70@gmail.com; ing-quintiliano@gmail.com
Seminario de Investigación en Vibración Torsional en Máquinas Rotativas y Reciprocantes
Universidad Industrial de Santander

Director
MSc. Jabid E. Quiroga Méndez
Ingeniero Mecánico
Universidad Industrial de Santander
Jabid@uis.edu.co

Resumen—Este artículo presenta la verificación de las frecuencias naturales torsionales, como resultado del análisis modal de un sistema mecánico, utilizando Workbench ANSYS 14 y comparándolo con el método de Holzer. El sistema consta de un motor acoplado a un volante de inercia por medio de un acople rígido, el cual se ha simplificado en un sistema equivalente torsional de discos de inercia y secciones de eje flexible torsional.

Índice de Términos— Ansys 14, modos de vibración torsional, método de Holzer, sistema equivalente, Workbench.

Nomenclatura

n	Números de discos
j	Disco
θ_j	Deformación angular disco j
J_i	Inercia del disco j
K_{j-1}	Coefficiente de rigidez entre disco j y disco anterior
T_n	Torque resultante externo
w	Velocidad angular
J_1	Inercia del disco 1
J_2	Inercia del disco 2
J_3	Inercia del disco 3
K_1	Coefficiente de rigidez entre disco 2 y disco 1
K_2	Coefficiente de rigidez entre disco 3 y disco 2
θ_1	Deformación angular disco 1
θ_2	Deformación angular disco 2
θ_3	Deformación angular disco 3
T_1	Torque en el disco 1
T_2	Torque en el disco 2
T_3	Torque resultante externo
F_n	Frecuencia

III. SISTEMA SIMPLIFICADO

El sistema real se debe simplificar a un sistema equivalente de masas de inercia y secciones de eje, los cuales deben de representar los valores de inercia del motor, acople, volante, y la rigidez torsional de cada eje. El sistema equivalente se muestra en la Figura 2.

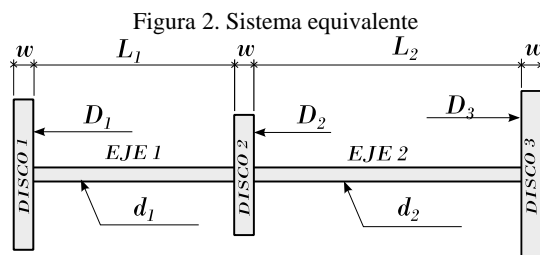


Figura 2. Sistema equivalente

I. INTRODUCCIÓN

Este documento busca verificar los resultados entregados por un análisis modal realizado por Workbench ANSYS 14 el cual se compara con los resultados obtenidos al usar el método de Holzer para un sistema mecánico que se describirá posteriormente.

Se mostrara el proceso de equivalencia del sistema real y su modelado en Ansys14.

II. DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

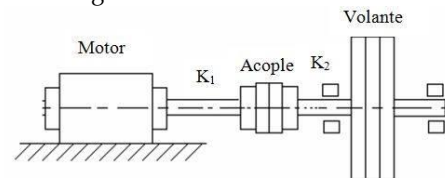
El sistema mecánico analizado consta de un motor que está conectado a un volante de inercia por medio de un acople rígido (Figura 1), el sistema es usado en un elevador de carga.

Los momentos de inercia para el motor, acople y el volante, y los valores de rigidez del eje se muestran en la Tabla 1.

Tabla 1. Datos del problema

Datos	valores	Unidades
J_1	2	kg-m ²
J_2	0,8	kg-m ²
J_3	3	kg-m ²
K_1	80	kN-m/rad
K_2	60	kN-m/rad

Figura 1. Sistema mecánico real



El motor, acople, volante, es representado por el disco de inercia A, B, C respectivamente, los valores respectivos de su rigidez y momento de inercia se observan en la Tabla 2. Con el objetivo de ser modelado en ANSYS se debe encontrar valores geométricos para este sistema, por ello se supone como material equivalente el acero con densidad de $\rho = 7860 \text{ kg/m}^3$, módulo de Young $E=206.84 \text{ GPa}$, relación de Poisson $\nu = 0.3$. Las ecuaciones utilizadas para hallar el sistema equivalente se muestran a continuación:

Módulo de corte

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (1)$$

Segundo momento de inercia sección circular

(disco).

$$I = \frac{\pi D^4}{32} \quad (2)$$

Momento polar de inercia de masa (disco de inercia).

$$J = \rho \cdot I = \frac{\rho \cdot \pi \cdot \omega \cdot D^4}{32} \quad (3)$$

Rigidez de sección de eje circular

$$K = \frac{G \cdot I}{L} \quad (4)$$

El eje del motor y del volante de inercia Figural son iguales $d=0.05$ m, con este valor se encuentra la longitud equivalente de las dos secciones de eje. Para encontrar los diámetros de los discos de inercia se supone que el espesor de estos es de $w=0.06$ m; al sustituir los valores dados en la descripción del problema en las ecuaciones pertinentes, se obtienen todos los datos geométricos equivalentes necesarios para el modelado en ANSYS, estos se muestran en la Tabla 2.

Tabla 2. Valores geométricos del sistema simplificado

Elemento	Diámetro [m]	w[m]	L[m]
Disco 1	0,424	0,0800	---
Disco 2	0,337	0,0800	---
Disco 3	0,470	0,0800	---
eje 1	0,050	---	0,610
eje 2	0,050	---	0,814

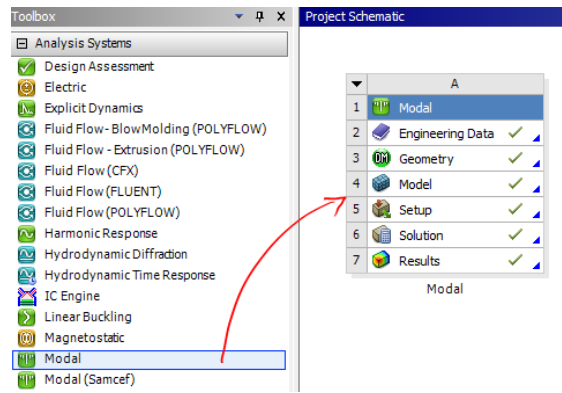
IV. ANÁLISIS MODAL EN WORKBENCH ANSYS14

Se mostrará el modelado del sistema simplificado en la interfaz de ANSYS 14, el proceso de análisis modal de este sistema, el mallado y las configuraciones para la solución de los modos de vibración torsional.

A. Modelado

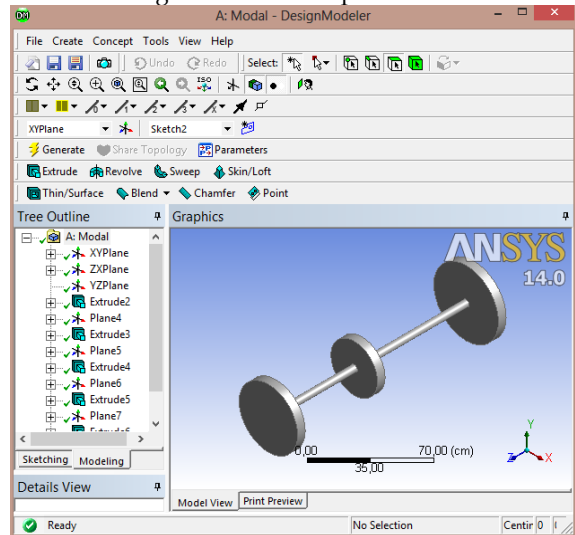
El primer paso para el análisis modal de vibración torsional es el modelado para ello se crea un proyecto en Workbench Ansys 14, luego se abrirá y se creará un sistema independiente, arrastrando de la caja de herramientas (*Toolbox/Analysis Systems/modal*) el elemento correspondiente al análisis modal, ver Figura 3. En este se agregan las propiedades del material equivalente (*Engineering Data*).

Figura 3. Toolbox y Modal



Al configurar el material hay que regresarse y crear una nueva geometría (*Geometry/New Geometry*); al abrirse *DesingModeler* se modela el sistema de acuerdo con los valores mostrados en la Tabla 2, el resultado se ve en la Figura 4.

Figura 4. Modelo equivalente

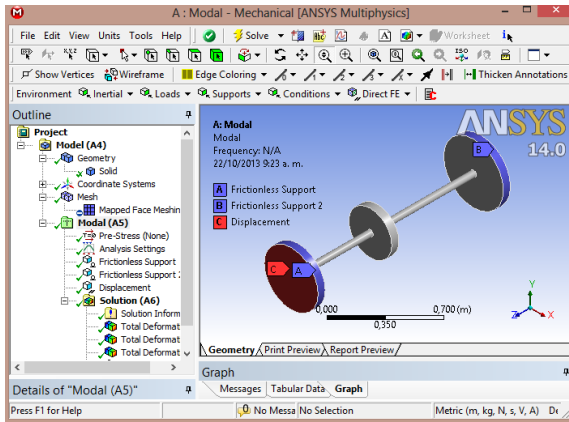


B. Modelo Ansys

Aquí se presentara las configuraciones necesarias para solucionar los modos de vibración torsional para el sistema propuesto, los cuales son mallados, restricciones y número de modos.

Para realizar las tareas mencionadas se tienen que crear el modelo para ello (*ver* Figura 3) se edita el modelo (*Model/Edit*), al abrirse Modal-Mechanical se configura la malla y las restricciones como se muestra en la Figura 5.

Figura 5. Edición Modelo



C. Resultado ANSYS 14

Aquí se presentan los resultados obtenidos, los cuales se muestran en la Figura 6 para la primera forma modal y la Figura 7 para la segunda forma modal, los valores de sus correspondientes frecuencias naturales de torsión son respectivamente 26.473Hz y 71.75 Hz.

Figura 6. Primer modo de vibración torsional 26.473 Hz

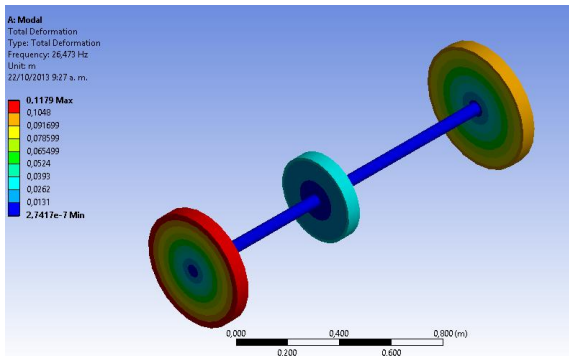
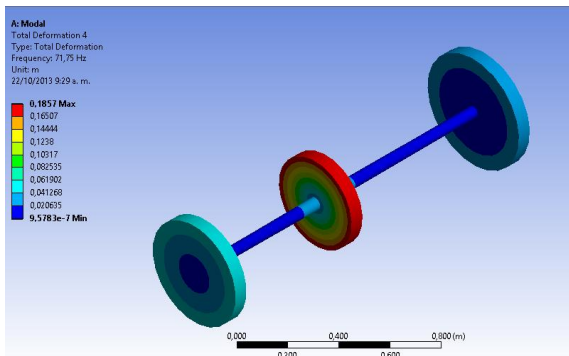


Figura 7. Segundo modo de vibración torsional 71.75 Hz



V. MÉTODO DE HOLZER

El método consiste en calcular las frecuencias naturales y formas modales de sistemas torsionales suponiendo una frecuencia y una amplitud unitaria en un extremo del sistema, calculando progresivamente el torque y el desplazamiento angular hasta llegar al otro extremo. Las frecuencias con las que se calculan los torques y los desplazamientos angulares mientras que sean compatibles con las condiciones de frontera (torque cero si el extremo es libre y desplazamiento cero si el extremo esta empotrado) serán las frecuencias naturales del sistema.

La expresión general para deformaciones angulares para un sistema torsional de n discos con $j=1,2,\dots,n$ se muestra a continuación:

$$\theta_j = \theta_{j-1} - \frac{w^2 \sum_{i=1}^{j-1} J_i \theta_i}{K_{j-1}} \quad (5)$$

El torque resultante en el extremo para n discos se expresa como:

$$T_n = \sum_{i=1}^n J_i w^2 \theta_i \quad (6)$$

A. Aplicación método de Holzer.

Para calcular las frecuencias naturales de torsión a través del método se utilizó como herramienta el software EES (Engineering Equation Solver) por la facilidad de iteración, como primer paso se hizo un planteamiento de las ecuaciones de las expresiones generales para el sistema planteado (sección II) de deformaciones angulares y el torque resultante como se muestra a continuación Figura 8:

Figura 8. Ecuaciones y constantes en EES

DATOS DE INERCIAS Y CONSTANTES DE RIGIDEZ

$$J_1 = 2$$

$$J_2 = 0,8$$

$$J_3 = 3$$

$$K_1 = 80000$$

$$K_2 = 60000$$

DEFORMACIONES ANGULARES

$$\theta_1 = 1$$

$$\theta_2 = \theta_1 - \frac{w^2}{K_1} \cdot J_1 \cdot \theta_1$$

$$\theta_3 = \theta_2 - \frac{w^2}{K_2} \cdot (J_1 \cdot \theta_1 + J_2 \cdot \theta_2)$$

TORQUES DE LOS DISCOS

$$T_1 = \omega^2 \cdot J_1 \cdot \theta_1$$

$$T_2 = T_1 + \omega^2 \cdot J_2 \cdot \theta_2$$

$$T_3 = T_2 + \omega^2 \cdot J_3 \cdot \theta_3$$

FRECUENCIA

$$F_n = \frac{\omega}{2 \cdot \pi}$$

Se asume un rango de valores de frecuencias en EES donde se puede observar en la Figura 9 que hay dos modos de vibración, esto se debe a que se encuentra dos valores de frecuencias en los cuales T_3 se hace cero (condición de frontera si el extremo es libre), estos puntos son las frecuencias naturales de torsión del sistema ver Tabla 3 que están aproximadamente alrededor de 24,64 y 72,4 Hz.

En la Figura 10 se observa los respectivos modos de vibración a esas frecuencias naturales encontradas y en la Figura 11 como varía el torque resultante con respecto a la frecuencia asumida.

Figura 9. Iteraciones valores de frecuencia EES

1.20	1	F_n [Hz]	2	T_3 [N-m]
Run 1		0		0
Run 2		10		19296
Run 3		20		36926
Run 4		30		-45737
Run 5		40		-319239
Run 6		50		-755287
Run 7		60		-1,052E+06
Run 8		70		-433068
Run 9		80		2,593E+06
Run 10		90		1,052E+07
Run 11		100		2,719E+07
Run 12		110		5,815E+07
Run 13		120		1,110E+08

VI. RESULTADO

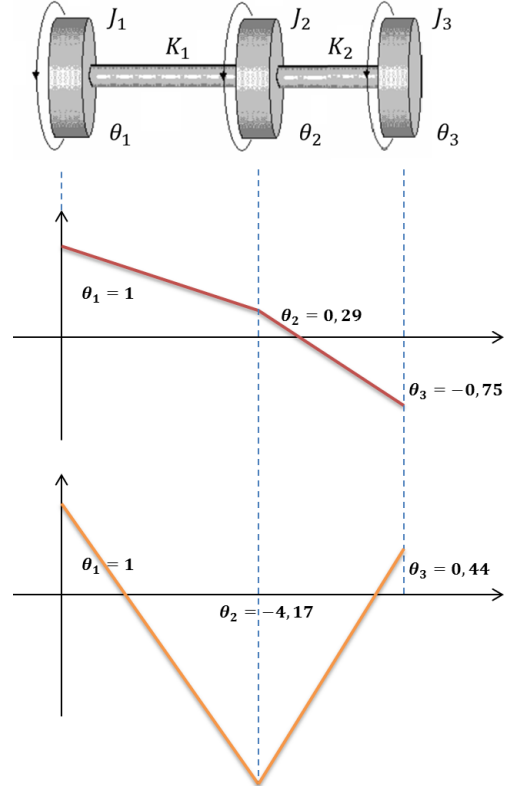
Al comparar los resultados obtenidos por solución ANSYS 14 y método de Holzer, se evidencia que los dos valores obtenidos son bastante cercanos, con una diferencia 0.63 % para la primera forma modal y un 0.9% para la segunda forma modal, se puede observar en la Tabla 4.

Tabla 4. Comparación de los resultados

Tabla 3. Frecuencias naturales del sistema torsional

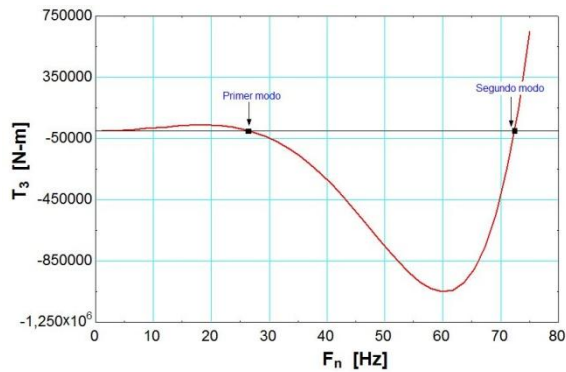
F_n [Hz]	T_3 [Nm]	θ_1 [rad]	θ_2 [rad]	θ_3 [rad]
26,64	0	1	0,2996	-0,7463
72,4	0	1	-4,173	0,4438

Figura 10. Modos de Vibración Torsional Holzer



Forma modal	ANSYS14 [Hz]	HOLZER [Hz]	Error %
Primera	26,473	26,64	0,63
Segunda	71,75	72,4	0,90

Figura 11. Frecuencias Naturales del Sistema



VII. CONCLUSIONES

En la Tabla 4 se evidencia que los valores obtenidos por método de Holzer y el modelado equivalente en ANSYS son muy cercanos el uno del otro presentando pequeños porcentajes de error.

En la figura 10 muestra las dos formas modales para este sistema los cuales son acordes con las mostradas por el análisis modal de Ansys

Se concluye que las restricciones utilizadas en el modelo de ANSYS son apropiadas para el cálculo de las frecuencias naturales torsionales para este tipo de equivalencia de un sistema. Mostrando así que el método propuesto en el artículo para hallar un sistema equivalente es apropiado para este tipo de sistemas mecánicos.

VIII. REFERENCIAS

- [1] J. Samuelsson, «Rotordynamisk analys av 3D-modellerad gasturbinrotor i ANSYS,» Linköpings, Suecia, 2009.
- [2] J. T. e. al, «MODAL ANALYSIS OF THE ROTOR SYSTEM.Meeting and Conference.2012».
- [3] R. R. D. e. al, «ANÁLISIS MODAL DE UN ROTOR DE UNA TURBINA DE 300MW.MEMORIAS DEL XV

CONGRESO INTERNACIONAL ANUAL DE LA SOMIM,» 2009.

- [4] W. T. THOMSON , TEORÍA DE VIBRACIONES APLICACIONES, México: PRENTICE-HALL HISPANOAMERICANA, S.A., 1982. p. 491.

Autores

Ardila Johan. Estudiante de último semestre de Ingeniería Mecánica

Bonilla Virgilio. Estudiante de último semestre de Ingeniería Mecánica

Cortés Nini. Estudiante de último semestre de Ingeniería Mecánica

Martínez Edwin Q. Estudiante de último semestre de Ingeniería Mecánica

Director

Quiroga Méndez Jabid E. MSc. en Ingeniería Mecánica

ANEXO B

NI 9403

Módulo Bidireccional de E/S Digital de la Serie C de 32 Canales, 5 V/TTL

- Módulo de E/S digital de 32 canales para NI CompactDAQ o CompactRIO
- E/S digital tipo sinking/sourcing de 5 V/TTL
- Bidireccional, configurable por línea
- Aislamiento transitorio de 1000 Vrms, protección de sobrevoltaje de ± 30 V
- Operación intercambiable en vivo (hot-swappable)
- Rango de operación de -40 a 70 °C



Información General

El 9403 de National Instruments es un módulo bidireccional de entrada/salida digital de 32 canales a $7 \mu\text{s}$ para cualquier chasis NI CompactDAQ o CompactRIO. Usted puede configurar la dirección de cada línea en el NI 9403 para entrada o salida. Cada canal es compatible con señales de 5 V/TTL y ofrece aislamiento transitorio de 1,000 Vrms entre los canales de E/S y el plano trasero. El NI 9403 también tiene protección de sobrevoltaje de ± 30 V y puede soportar salida de corriente de hasta 2 mA por canal.

Al usarse con un chasis NI CompactDAQ, el NI 9403 se puede usar únicamente como un módulo de entrada/salida digital estática (temporizado por software). Comenzando con DAQmx 9.3, el NI 9403 puede ser usado en tareas con búfer para una sola dirección (ya sea entrada o salida). Debido a la transferencia serial de datos, estos módulos no pueden ser usados para enrutar señales de temporización y disparo. Con el NI 9403 en un chasis CompactRIO, usted puede usar LabVIEW FPGA para programar el NI 9403 para implementar contadores/temporizadores personalizados, generación de pulso y mucho más.

El NI 9923 (u otro conector de D-Sub de 37 pines) se requiere para usarse con el módulo NI 9403.

NI 9205

Módulo de Entrada Analógica de 32 Canales ± 200 mV a ± 10 V, 16 Bits, 250 kS/s

- Conectividad de terminal de resorte o D-Sub
- Resolución de 16 bits, rango de muestreo acumulado de 250 kS/s
- Rango de operación de -40 a 70 °C
- Certificados de calibración trazable expedidos por el NIST
- 32 entradas analógicas de una sola terminal o 16 diferenciales
- Rangos de entrada programables de ± 200 mV, ± 1 V, ± 5 V y ± 10 V
- Operación intercambiable en vivo; protección de sobrevoltaje; aislamiento



Información General

El NI 9205 de National Instruments cuenta con 32 entradas analógicas de una sola terminal y 16 diferenciales, resolución de 16 bits y máxima velocidad de muestreo de 250 kS/s. Cada canal NI 9205 tiene rangos de entrada programables de ± 200 mV, ± 1 V, ± 5 V y ± 10 V. Para protegerse contra señales transitorias, el módulo NI 9205 incluye hasta 60 V de protección contra sobrevoltajes entre canales de entrada y común (COM). Además, este módulo incluye doble barrera de aislamiento de canal a tierra para seguridad, inmunidad a ruido y alto rango de voltaje en modo común. Está diseñado para protección de sobrevoltaje transitorio de 1,000 Vrms.

Hay dos opciones de conector para el NI 9205; un conector de terminal de resorte de 36 posiciones para conectividad directa o un conector D-Sub de 37 posiciones. Para procurar la liberación de tensión y protección de alto voltaje a la terminal de 36 posiciones del NI 9205, se recomienda el accesorio NI 9940 de liberación de tensión.

El NI 9205 con opción D-Sub tiene un conector D-Sub estándar en la industria de 37 posiciones que brinda una opción de cableado de bajo costo a una variedad de accesorios de NI o de terceros. Algunos vendedores ofrecen fabricación personalizada de cable D-Sub y pueden proporcionar cables con pin-out que satisfaga las necesidades de su aplicación. El NI 9933 (u otro conector de D-Sub de 37 pines) se requiere para usarse con el NI 9205 con D-Sub. El NI 9933 incluye un conector de terminal de tornillo con liberación de tensión así como un conector D-Sub para crear cable personalizados.

ANEXO C

SELECCIÓN DE UN ACOUPLE TORSIONAL

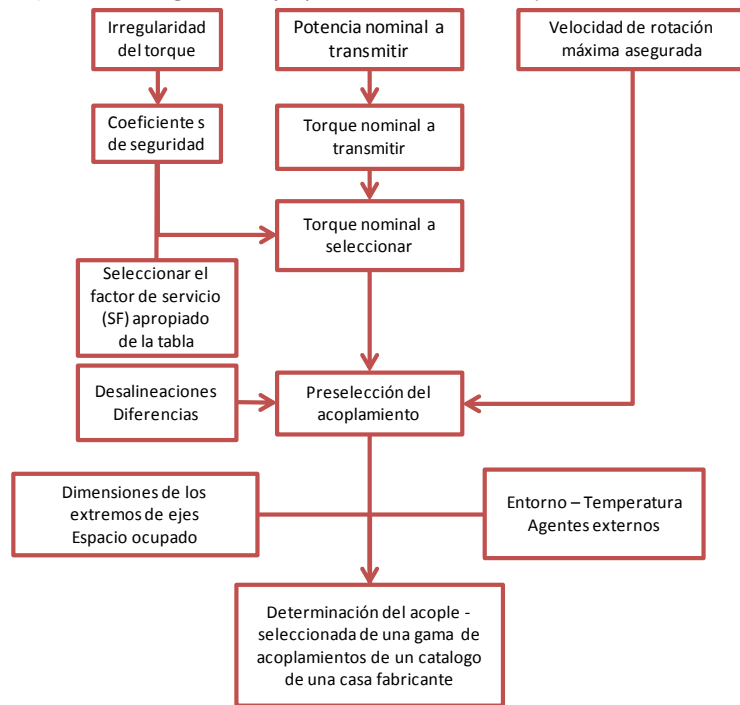
Los procedimientos de selección de un acople torsional dependen en gran medida de las sugerencias indicadas por cada tipo o modelo de una casa fabricante.

Cuando un acople es dimensionado y seleccionado correctamente, amortiguará eficazmente las vibraciones y sintonizará las frecuencias críticas fuera del rango de operación de los sistemas. Sin embargo, para asegurarse de que el acoplamiento va a hacer su trabajo como es debido, la selección debe ser verificada con un análisis de vibraciones de torsión del sistema. La selección indebida del acople frecuentemente conduce a falla del acoplamiento o daños al sistema.

Antes de comenzar el procedimiento de selección, deberá disponerse como mínimo de la información siguiente. Si parte de la misma no se halla disponible, la selección será solamente preliminar. Un mayor aporte de información siempre servirá de ayuda para una selección correcta (por ejemplo, longitud del eje, espacio envolvente, masa máxima permitida, etc.)

- Potencia a manejar (kw) - P
- Torque nominal a transmitir [la alternativa a la potencia es el par (N-m) - T]
- Coeficiente de seguridad - Torque nominal del acoplamiento
- Velocidad de funcionamiento (rpm) - N
- Distancia entre los extremos de los ejes - DBSE
- Diámetros de los ejes correspondientes a las máquinas conductora y conducida - D1 y D2
- Rigidez - Desalineaciones - Diferencias

Figura 21. Diagrama de flujo selección de un acoplamiento torsional



Fuente: Los autores

23.1 PARÁMETROS DE SELECCIÓN

23.1.1 Par nominal a transmitir

El par nominal es el factor principal de dimensionamiento de los acoplamientos de los ejes y de las máquinas directamente conectadas a ellos.

El par nominal a transmitir es función de la potencia nominal a transmitir y de la velocidad de rotación.

$$C \text{ (mN)} = \frac{7160 \times P \text{ (caballos)}}{N \text{ (Nº de rev./min.)}}$$

Ec. 9

$$C \text{ (mN)} = \frac{9735 \times P \text{ (kilowatios)}}{N \text{ (Nº de rev./min.)}}$$

La velocidad de rotación expresada en Rev./min es la que tiene la máquina motriz y debe ser inferior a la velocidad máxima del acoplamiento.

➤ Coeficiente de seguridad

En la determinación del par nominal del acoplamiento, hay que tener en cuenta:

- Las irregularidades del par debidas a los diferentes tipos de máquinas motrices y receptoras (K1),
- Las frecuencias de arranque (K2),
- El número de horas de funcionamiento por día (K3).

El producto K de estos 3 coeficientes K1, K2, K3, se denomina coeficiente de seguridad o factor de carga

Par nominal del acoplamiento = Par nominal a transmitir x coeficiente de seguridad. Hay que evitar un coeficiente de seguridad excesivo porque podría seleccionarse un acoplamiento sobredimensionado y demasiado rígido.

➤ Rigideces - Desalineaciones - Diferencias

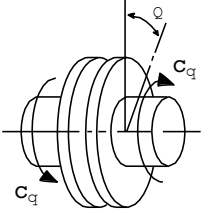
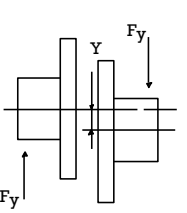
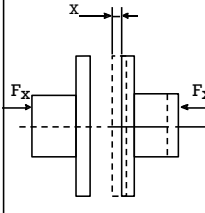
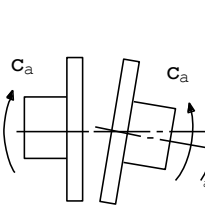
Un acoplamiento elástico tiene siempre, en graduación diferente según el tipo, estructura y dimensionamiento, posibilidades de deformación según cuatro modos: axial, radial, cónico y torsional, para cada uno de los cuales se define una rigidez. Estas rigideces condicionan las reacciones del acoplamiento cuando se le impone las diferentes deformaciones posibles.

Resulta evidente que un acoplamiento admite tanto mejor los efectos de alineaciones cuanto mayor sea su flexibilidad (por tanto, más pequeña su rigidez). Con acoplamientos elásticos, las "alineaciones" no son operaciones arduas, de alta precisión, como en el caso de acoplamientos rígidos.

Por supuesto, las reacciones elásticas del acoplamiento, que repercuten sobre los ejes y los paliers⁴⁸, son proporcionales a las amplitudes de las desalineaciones impuestas.

⁴⁸ Los paliers son los ejes a través de los cuales se transmite el movimiento desde el diferencial a las ruedas motrices. <http://es.wikipedia.org/wiki/Palier>

Tabla 2 Formas de Rigidez

Rigidez torsional o polar	Rigidez radial	Rigidez axial	Rigidez cónica
			
$K_t = \frac{\text{Par de torsión}}{\text{Angulo de torsión}} = \frac{C_q}{Q}$ Expressado en m.kN/radian	$K_y = \frac{\text{Esfuerzo radial}}{\text{Diferencia radial correspondiente}} = \frac{F_y}{Y}$ Expressado en m.kN/radian	$K_x = \frac{\text{Esfuerzo axial}}{\text{Deformación axial correspondiente}} = \frac{F_x}{X}$ Expressado en daN/mm	$K_a = \frac{\text{Par de desalineación}}{\text{Desalineación angular}} = \frac{C_a}{a}$ Expressado en m.kN/radian

Fuente: Los autores

➤ Dimensiones - Espacio ocupado

Al elegir el acoplamiento hay que tener en cuenta:

- Las dimensiones (diámetro y longitud) de los extremos de los ejes en donde se aplicarán los manguitos del acoplamiento,
- El espacio disponible (diámetro y longitud) para el acoplamiento entre las máquinas.

➤ Entorno - Temperatura - Agentes externos

El caucho natural, elegido en razón de sus buenas cualidades dinámicas para la mayor parte de nuestros acoplamientos estándar:

- Soporta muy bien el entorno de trabajo de la mayor parte de las máquinas,
- No resulta afectado por vertidos accidentales de aceite o de gasolina,
- Soporta, con facilidad, temperaturas de hasta 70°C.

Una temperatura permanente más elevada conduciría a una disminución progresiva de las cualidades del caucho y por tanto, sería necesario considerar mezclas especiales.

Algunos acoplamientos elásticos pueden fabricarse con diversos tipos de mezclas especiales capaces de soportar temperaturas superiores a lo normal y permitir un buen comportamiento de los mismos en ambientes especiales: contacto prolongado con hidrocarburos, ácidos, bases, atmósferas cargadas de gases agresivos (ozono, cloro ...).

23.1.2 Coeficientes de seguridad

➤ Coeficiente K1 = Máquina motriz/máquina receptora

Tabla 3. Valores coeficientes K1

Máquina motriz		Máquina receptora	Ejemplos de máquinas receptoras	
Motor electr. y turbina	Máq. de pistón			
	4 a 6 cilind.	1 a 3 cilind.		
1	1,2	1,4	1 Marcha regular Inercia muy pequeña	•Eje de reenvío •Generador de alumbrado •Línea de ejes •Bombas centrífugas •Ventilador centrífugo ...
1,2	1,4	1,7	2 Marcha irregular Inercia pequeña	•Agitador de líquidos •Cinta transportadora •Ascensor •Máquinas herramientas rotativas para madera y metales •Máquinas textiles ligeras •Plegadoras •Bombas de engranajes •Bombas de paletas •Ventiladores ...
1,4	1,7	2	3 Marcha irregular Inercia media	•Agitador de líquidos cargados •Compresor rotativo •Transportadora de rodillos •Desmenuzadoras •Hornos rotativos •Máquinas para maderas (desbastadora, sierra de cinta ...) •Máquinas para imprimir •Mezclador •Montacargas •Punzonadora •Bomba centrífuga para líquidos cargados ...
1,7	2	2,4	4 Marcha irregular Inercia media De golpes medios	•Hormigonera •Molino de percusión •Molino de bolas •Compresor de pistón con volante de inercia •Transportador de cadena •Grúa •Laminador de metales ligeros •Máquinas de molino harinero •Martillo pilón •Telar •Bomba de pistón con volante de inercia •Cepilladora de metales •Tornos elevadores •Ventiladores de mina ...
2	2,4	2,8	5 Marcha irregular Inercia importante De golpes importantes	•Molino de martillos •Calandra (de caucho, textil ...) •Compresor de pistón con pequeño volante de inercia •Desfibradora de madera •Excavadora •Laminador •Bomba de pistón con pequeño volante de inercia •Prensa forjadora •Prensa para fabricación de papel •Tamiz vibrante ...
2,4	2,8	3,3	6 Marcha irregular Inercia muy importante De golpes muy importantes	•Compresor de pistón sin volante de inercia •Triturador •Generador de soldadura •Laminador pesado •Prensa de mam- postería •Bomba de pistón sin volante de inercia ...

Fuente: Los autores

➤ Coeficiente K2 = Frecuencia de arranque

Tabla 4. Valores coeficientes K2

Según máquina motriz - máquina receptora Ver cuadro K ₂	NUMERO DE ARRANQUES POR HORA				
	1	10	30	60	120
①	1	1,2	1,3	1,5	1,6
② ③	1	1,1	1,2	1,3	1,4
④ ⑤ ⑥	1	1,05	1,1	1,2	1,2

Fuente: Los autores

➤ Coeficiente K3 = Número de horas de funcionamiento diario

Tabla 5. Valores coeficientes K3

Número de horas de funcionamiento diario	0 - 2	2 - 8	8 - 16	16 - 24
Coeficiente K ₃	0,9	1	1,1	1,2

Fuente: Los autores

➤ Factor de servicio

Tabla 6. Factores de servicio aplicaciones generales

APLICACIONES GENERALES			
AGITADORES		EXTRUSORAS	
Líquidos	1,00	Densidad constante	1,50
Líquidos y sólidos	1,25	Densidad variable	2,50
Líquidos con densidad variable	1,50	GENERADORES	
BOMBAS		Motosoldadores	2,00
Centrifugas:		Carga uniforme	1,00
Normales	1,25	GUINCHES O PUENTES GRÚAS	
Alta densidad ó sobrecarga	1,50	Detracción	1,75
Rotativas, a engranajes,paletas ó lóbulos	1,50	Malacate principal	2,00
A Pistón:		HORNOS	
Simple efecto: De 1 ó 2 cilindros	2,50	De cemento, rotativos ó secadores	2,00
De 3 ó más cilindros	2,00	IMPRESORA	
Doble efecto	2,50	Rotativas	1,00
COMPRESORES		Prensa	1,50
Alternativos: (mayor de 4 cilindros)	2,50	MAQUINAS HERRAMIENTAS	
Menor de 4 cilindros	Consultar en fábrica	Cepillo	1,50
Rotativos	1,50	Calandras, prensa de estampado	2,00
Centrifugos	1,25	Roscados	2,50
ELEVADORES		MEZCLADORAS	
Montacargas	1,75	De tambor	1,50
Carga de pasajeros(Consultar en fábrica)		De concreto	1,75
		MOLINOSA	
		A martillo	2,00
		A bolas	2,25
		SOPLADORES	
		Centrifugos	1,00
		Metálicos	1,25
		Lóbulos	1,50
		TRANSPORTADORES	
		Aéreos, cintas, correas, discos, a tornillo	1,50
		Vibratorios	2,50
		TRITURADOR	
		De piedra	2,75
		VENTILADORES	
		Centrifugos	1,00
		Metálicos	1,25
		Lóbulos	1,50
		ZARANDA	
		Rotativa	1,50
		Vibratoria	2,50

Fuente: Adaptado de ACOPLES FLEXIBLES MASKA

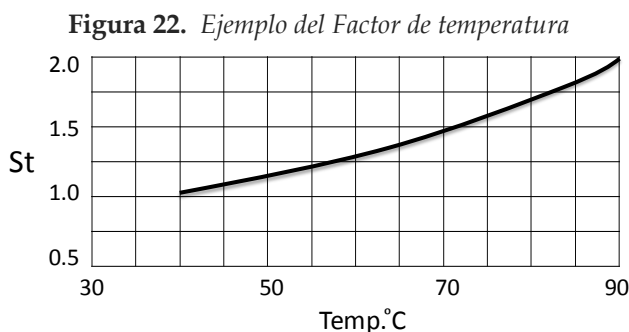
Tabla 7. Factores de servicio aplicaciones específicas

APLICACIONES ESPECIFICAS		
CELULOSA Y PAPEL		
Bombas servicios, bobinadoray desbobinadora	1,50	
Cilindros, desfibradoras	1,75	
Calandras, cortadores,refinadores, prensas, lavadores, descascadores, picadores	2,00	
INDUSTRIA DEL CAUCHO		
Calandras	2,00	
Molinos	2,25	
Mezcladores (Bambury), Conformadoras	2,50	
CERÁMICA		
Prensas	2,25	
Extrusora	1,50	
Molinos	2,00	
DRAGAS		
Bombas, malacates, zarandas, guinche de maniobras	1,75	
INDUSTRIA TEXTIL		
Cardas, bobinadora, secadores	1,50	
Tambor de secado, calandras, lavadora de ropa	2,00	
PETROLEO		
Filtros	1,25	
Equipos de bombeo	2,00	
INDUSTRIAS ALIMENTICIAS		
BEBIDAS		
Embotelladoras, envasadoras	1,00	
Cortadores, molidor de carne,mezclador de maza	1,75	
INDUSTRIA DEL AZÚCAR		
Mesa inclinada	1,75	
Molienda	2,00	
SIDERÚRGICA		
Formadoras de espiras, Bobinadora, desbobinadora	1,75	
Trefiladora	2,00	

Fuente: Adaptado de ACOPLES FLEXIBLES MASKA

➤ Factor de temperatura

Algunos fabricantes proveen en sus catálogos criterios de selección de sus acoples por temperatura para cada tipo de acople se puede obtener de una gráfica un factor por temperatura que multiplica el torque de servicio para un torque de selección con cierta factor de seguridad que compense el cambio de temperatura en el acople.



Fuente: www.lovejoy-inc.com

23.1.3

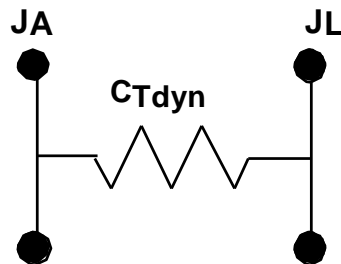
IMPORTANTE: Para motores de combustión con cuatro o más cilindros incrementar 1,0 al valor factor de servicio encontrado.

Una vez elegido el acoplamiento, si se manifiestan regímenes críticos perturbadores, sería conveniente buscar un acoplamiento de características elásticas diferentes. El amortiguamiento corresponde a una absorción irreversible de energía que se transforma luego en calor. Para que el calentamiento resultante no deteriore el caucho, sobre todo si el régimen de funcionamiento es rápido, es importante realizar la mejor alineación posible.

23.2 SELECCIÓN DE ACOPLAMIENTO TORSIONAL PARA APLICACIONES DE MOTOR DE COMBUSTIÓN INTERNA

1. **Elegir un modelo** que se adapte a la disposición de accionamiento con las descripciones de los modelos básicos indicados en los catálogos.
2. **Torque nominal:** El Torque nominal de transmitido, a través del acoplamiento (TLN) no debe ser mayor que el valor nominal de torque para el acoplamiento (TKN) a cualquier temperatura de funcionamiento dado.
3. **Pulsos de torque máximo:** La magnitud de los impulsos de par máximo que se producen durante el funcionamiento (T_{max}) a todas las temperaturas de operación no debe exceder los valores de par máximo del acoplamiento ($TK_{máx}$). Son impulsos transitorios de corta duración que se derivarían de la puesta en marcha, shock, o aceleración a través de un sistema de resonancia para alcanzar la velocidad de operación. Por definición, estos pulsos pueden ocurrir durante la vida útil del acoplamiento 10^5 veces en una dirección de rotación, o 5×10^4 veces de marcha atrás.
4. **Determinar velocidades críticas debido a la resonancia:** Seleccione la rigidez de acoplamiento de manera que el sistema no se ejecuta a alta resonancia, o en otras palabras, hacer que el funcionamiento normal y seguro de las velocidades en ralentí no están en o cerca de las velocidades críticas. Las Velocidades Críticas están relacionados con la frecuencia natural del sistema y el número de impulsos o excitaciones generadas por revolución i (orden). Para el análisis, si es posible, reducir la aplicación a un sistema de 2-masas y aplicar la siguiente ecuación:

Figura 23. Modelo simplificado de dos masas



Fuente: Los autores

$$n_R = \frac{60}{2\pi \cdot i} \sqrt{C_{Tdyn} \cdot \frac{J_A + J_L}{J_A \cdot J_L}} \quad \text{Ec. 10}$$

- n_R = La velocidad de resonancia del sistema (RPM)
- C_{Tdyn} = La rigidez torsional dinamica del acople (Nm/rad)
- J_A = El momento de inercia másico del lado conductor (Kg-m²)
- J_L = El momento de inercia másico del lado carga (Kg-m²)

Utilice los valores de rigidez torsional dinámica de la tabla de datos de rendimiento que se dan en los catálogos de los fabricantes de acoples. Los valores de los Momento de inercia de se puede obtener a partir de los respectivos fabricantes de motores y equipos.

En general, las velocidades de operación de estado estacionario del sistema deben ser de 1,5 a 2 veces la velocidad crítica importante para una operación segura, de baja resonancia.

5. **Torque vibratorio continuo admisible.** La amplitud del torque continuamente oscilante (vibratorio) generado en el sistema (TW) no debe exceder el valor del acoplamiento (TKW) a una frecuencia de estado estacionario en particular (RPM) y de la temperatura. Este torque se superpone (co-existe con) la carga básica (TLN).

$$T_{KW} \geq T_W * S_t * S_f \quad \text{Ec. 11}$$

- T_{KW} = Evaluación del acople para torque oscilante continuo a 10 Hz
- El factor de frecuencia que relaciona la frecuencia de funcionamiento para la evaluación del acoplamiento de 10 Hz.

Frecuencia de operación f (Hz)	≤ 10	>10
Factor de frecuencia S_f	1	$\sqrt{f/10}$

La magnitud del torque de forma oscilante continuo (TW) es dependiente de un factor de amplificación (V) sobre la base de la distancia de la velocidad de funcionamiento de estado estacionario del sistema n a la velocidad de resonancia n_R :

$$V = \frac{1}{\left|1 - \left(\frac{n}{n_R}\right)^2\right|} \quad \text{Ec. 12}$$

Consultar si el fabricante proporciona valores para este criterio de evaluación.

6. **Selección del acople:** Ya teniendo todo los factores de seguridad necesarios se evalua el torque nominal del acople, con la informacion de potencia y velocidad del sistema.

Algunos fabricantes proveen un sistema de corte líneas para seleccionar el acople adecuado como el que se muestra en la Figura 26.

Generalmente la selección se realiza por medio de tablas simplemente utilizando el factor de servicio proporcionado por la Tabla 6y la Tabla 7. Por ejemplo para un sistema con 5 HP @ 55 RPM and 1.25 Service Factor:

$$\text{HP @ 100} = 5 \times 1.25 \times 100 / 55 = 11.36 \text{ (ver Figura 160)}$$

Use #12 EPDM or Neoprene or #9 Hytrel with rating of 11.4 HP. (ver Figura 161)

Figura 161. Tabla de selección.

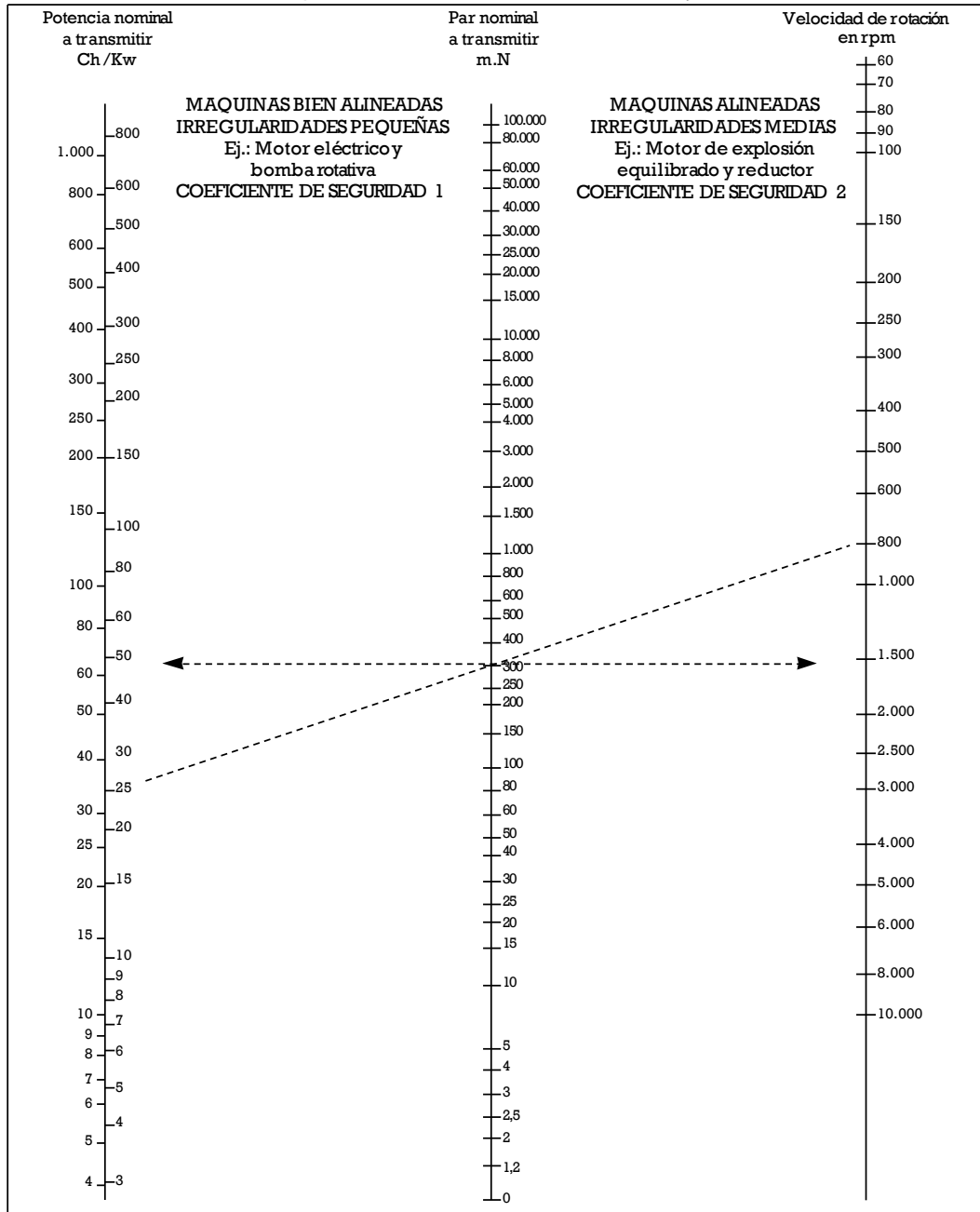
COUPLING RATINGS

Size	EPDM Sleeves	Neoprene Sleeves	HP @ RPM				Torque (in. lbs.)	Stiffness (in. lbs./rad)	Max RPM
			100	1160	1750	3500			
3	JE,JES	JN,JNS	0.1	1.1	1.7	3.3	60	229	9200
4	E,JE,JES	N,JN,JNS	0.2	2.2	3.3	6.7	120	458	7600
5	E,JE,JES	N,JN,JNS	0.4	4.4	6.7	13	240	916	7600
6	E,JE,JES	N,JN,JNS	0.7	8.3	12.5	25	450	1718	6000
7	E,JE,JES	N,JN,JNS	1.2	13	20	40	725	2769	5250
8	E,JE,JES	N,JN,JNS	1.8	20	32	63	1135	4335	4500
9	E,JE,JES	N	2.9	33	50	100	1800	6875	3750
10	E,JE,JES	N	4.6	53	80	160	2875	10980	3600
11	E	N	7.2	83	126	252	4530	17300	3600
12	E	N	11.4	132	200		7200	27500	2800
13	E	N	18.0	209	315		11350	43350	2400
14	E	N	28.6	331	500		18000	68755	2200
16	E		75.0	870			47250	180480	1500

Size	Hytrel Sleeves	Urethane Sleeves	HP @ RPM				Torque (in. lbs.)	Stiffness (in. lbs./rad)	Max RPM
			100	1160	1750	3500			
6	H, HS		2.9	33	50	100	1800	10000	6000
7	H, HS		4.6	53	80	160	2875	20000	5250
8	H, HS		7.2	84	126	252	4530	30000	4500
9	H, HS		11.4	132	200	400	7200	47500	3750
10	H, HS	U	18.0	209	315	630	11350	100000*	3600
11	H, HS	U	28.6	331	500	1000	18000	125000*	3600
12	H, HS	U	50.0	580	875		31500	225000*	2800
13	HS		75.0	870	1312		47268	368900	2400
14	HS		115.0	1334	2013		72480	593250	2200

Fuente: SURE-FLEX® ELASTOMERIC COUPLINGS. TB WOOD'S INCORPORATED Chambersburg, Pennsylvania 17201

Figura 26. Forma de selección de un acople



Fuente: SURE-FLEX® ELASTOMERIC COUPLINGS. TB WOOD'S INCORPORATED
Chambersburg, Pennsylvania 17201

ANEXO D

MONITOREO DE CONDICIÓN DE VIBRACIÓN TORSIONAL EN EJES CON GRIETAS

La ventaja de utilizar las frecuencias naturales de torsión para la detección de grietas presentes en el eje sobre las frecuencias naturales de flexión en maquinaria rotativa de acción directa, consiste en que:

- Con los cambios en la frecuencia natural de flexión sería difícil determinar la causa de un eje agrietado, ya que esta se puede asociar a rozamiento de los sellos, cambios de la rigidez en la película del rodamiento debido a cambios de temperatura, desalineamiento, etc. Sin embargo ninguno de este conjunto de fallos afecta las frecuencias naturales torsionales. Entonces cambios en la frecuencia de vibración torsional implica cambios en los elementos de las máquinas, podría ser una grieta o tal vez o desgaste del acoplamiento.
- En el modelado de elementos finitos se simplifica para analizar las frecuencias naturales de torsión, ya que la determinación de las condiciones de frontera es complejo caracterizarlas para los modos de traslación del rotor.⁴⁹

24.1 TÉCNICAS DE MEDICIÓN

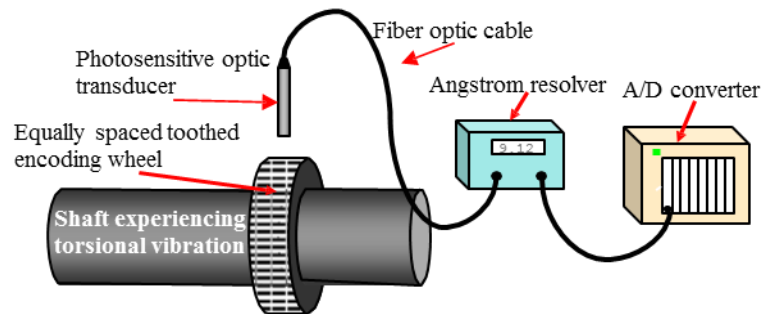
24.1.1 Primera Técnica

Un sistema para medir vibraciones torsionales de un sistema de ejes giratorios se muestra esquemáticamente en la Figura 1. La detección de señal consiste en cuatro aspectos principales, el eje de codificación, transducción, discretización de datos y demodulación. El eje del sistema de codificación puede utilizar una variedad de enfoques, incluyendo un engranaje o codificador óptico. Dependiendo del dispositivo de codificación del eje un número de transductores puede ser viable, incluyendo sensores de fibra óptica con cinta

⁴⁹ TRETHEWEY, Martin y GROOVER, Charles. *APPLICATION OF TORSIONAL VIBRATION MEASUREMENT TO SHAFT CRACK MONITORING IN POWER PLANTS*. En: *New Frontiers in Integrated Diagnostics and Prognostics*. Virginia Beach : s.n., 2001.

reflectiva y transductores de efecto Hall. La demodulación se puede realizar mediante un proceso analógico o digital. Este trabajo pone en práctica el método digital llamado TIMS (sistema de medición intervalo tiempo). [1]

Figura 1. Instrumentación para la medición de vibración torsional



Fuente: BIERYLA, Dennis J. ;et al. Shaft Crack Monitoring via Torsional Vibration Analysis. Part 1 – Laboratory Tests. *IMAC-XXIII: Conference & Exposition on Structural Dynamics*. 2005. pp.2

En primer lugar, un circuito temporizador de alta velocidad (en la gama MHz) se utiliza para registrar los tiempos de paso de cada línea en el dispositivo de codificación. Los tiempos de paso se convierten luego en la velocidad angular del eje.

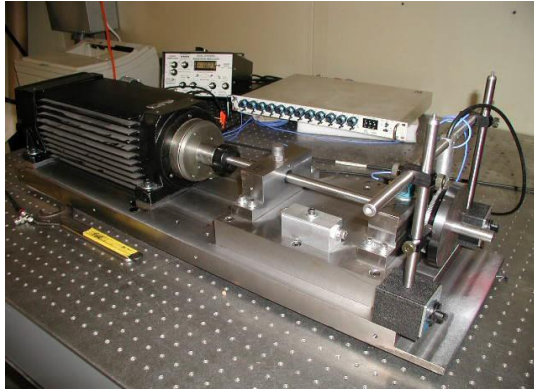
El método de seguimiento de los cambios característicos en las frecuencias de vibraciones naturales de torsión está asociado con la propagación de las grietas en los ejes. La frecuencia natural torsional para cada prueba se determina por un método de selección visual de picos. Los espectros de vibraciones torsionales alrededor de la primera frecuencia natural de cuatro incrementos seleccionados para los ensayos abarcan todo el rango de prueba (La profundidad de la grieta en relación con el diámetro del eje es $a/D = 0\%$, 37% , 52% y 64%). La reducción de la frecuencia natural del sistema cuando la grieta va creciendo es evidente. Los resultados muestran que hay una disminución gradual en la frecuencia natural del eje con una caída de aproximadamente 2 Hz observado para una profundidad de la grieta de $a/D = 64\%$.

24.1.2 Segunda Técnica

Otro montaje del sistema para la medición de vibraciones torsionales se muestra en Figura 3 donde parámetros de respuesta lateral (mediante un **acelerómetro**) y las vibraciones torsionales (mediante el uso de dispositivos de **galgas extensiométricas** fijado en tres lugares diferentes) se obtienen mediante el análisis modal software LMS. Para la descripción del

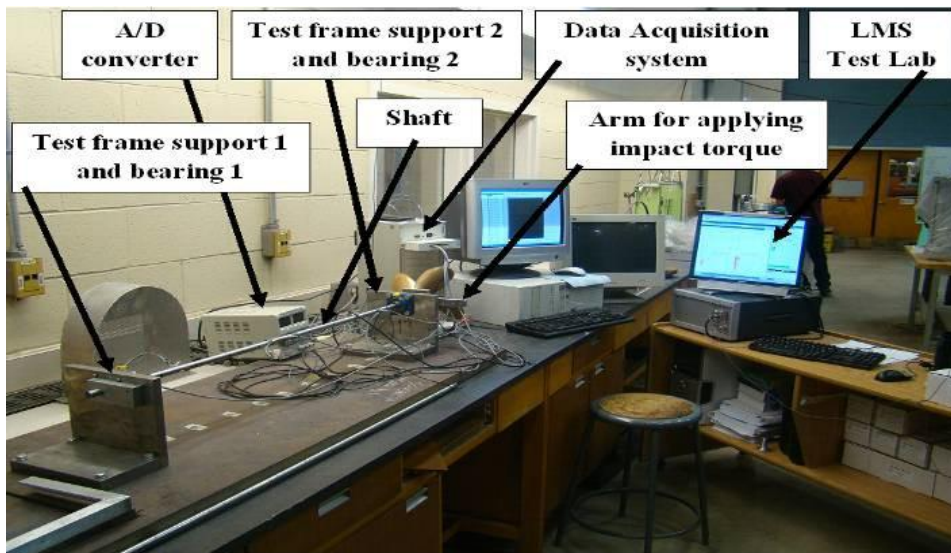
montaje ver capítulo 16 del anexo LIBRO SEMINARIO DE INVESTIGACIÓN DE MÁQUINAS ROTATIVAS Y RECIPROCANTES.

Figura 2. Banco de prueba vibración torsional 1



Fuente: BIERYLA, Dennis J. ; et al. Shaft Crack Monitoring via Torsional Vibration Analysis. Part 1 - Laboratory Tests. *IMAC-XXIII: Conference & Exposition on Structural Dynamics*. 2005. pp.4

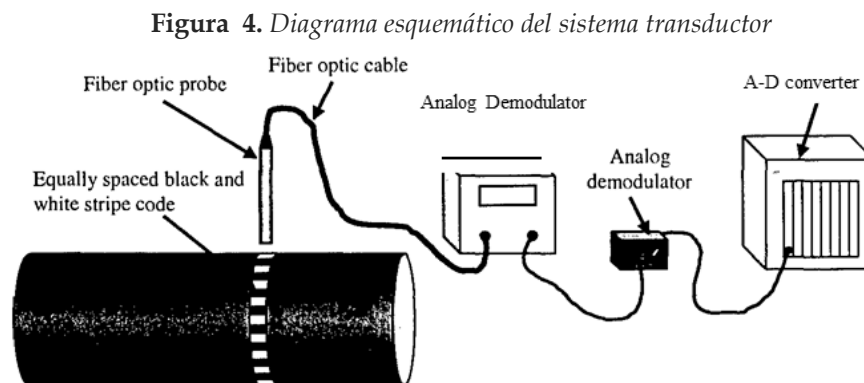
Figura 3. Banco de prueba vibración torsional 2



Fuente: TLAISI, A. Akinturk, A. S. J. Swamidas & M. R. Haddara. *Crack Detection in Shaft Using Lateral and Torsional Vibration Measurements and Analyses* A. . s.l. : Faculty of Engineering and Applied Science, Memorial University of Newfoundland,, St. John's, Canada 2012. pp. 56

APLICACIÓN DE LA MEDICIÓN DE VIBRACIONES TORSIONALES PARA MONITOREO DE EJES AGRIETADOS EN CENTRALES ELÉCTRICAS

Configuración del transductor y metodología: el transductor utilizado para detectar las vibraciones torsionales del eje incluye un eje codificado con rayas blancas y negras, una sonda de infrarrojo de fibra óptica, un demodulador analógico y un convertidor A/d. La aplicación de la técnica en condiciones de laboratorio se presentó en la técnica 1. La Figura 4 muestra un diagrama esquemático del sistema transductor.

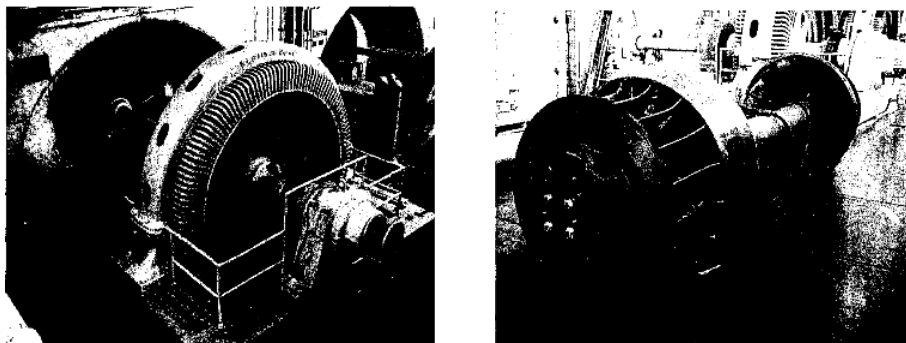


Fuente: TRETHERWEY, Martín y GROOVER, Charles. *APPLICATION OF TORSIONAL VIBRATION MEASUREMENT TO SHAFT CRACK MONITORING IN POWER PLANTS*. En: *New Frontiers in Integrated Diagnostics and Prognostics*. Virginia Beach : s.n., 2001. pp 217.

Campo de aplicación: La metodología fue implementada en dos máquinas de la planta de energía, un generador de turbina de la central hidroeléctrica que ha experimentado agrietamiento en su rotor en el rediseño de la turbina; el otro un motor en un ventilador de tiro inducido (ID) en una planta de carbón que ha experimentado el agrietamiento del eje.

La Turbina hidráulica de la central hidroeléctrica: se compone de cinco turbinas de 3 MW eléctricos conjuntos generadores. La planta fue construida en el año 1910, pero recientemente ha sido rediseñado (Ver Figura 5). La Figura 6 muestra la sonda óptica, tacómetro, y colocación de la cinta codificada. El motor de un ventilador de tiro inducido (ID): El resultado ha sido una serie de fallas de los motores debido a la falla de las soldaduras. Dos de estos motores se han instrumentado para detectar las frecuencias naturales del eje y establecer una línea de referencia para seguimiento de los cambios que pueden ser asociadas al fallo de la soldadura.

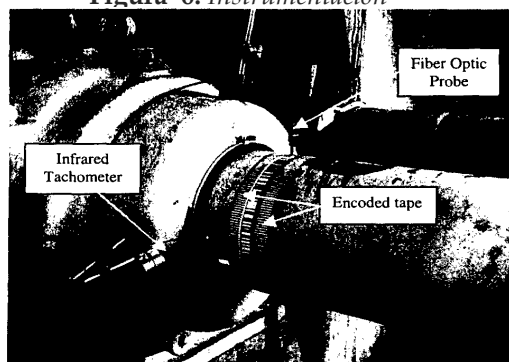
Figura 5. Diseño unidad hidráulica



Fuente: TRETHERWEY, Martin y GROOVER, Charles. *APPLICATION OF TORSIONAL VIBRATION MEASUREMENT TO SHAFT CRACK MONITORING IN POWER PLANTS*. En: *New Frontiers in Integrated Diagnostics and Prognostics*. Virginia Beach : s.n., 2001. pp 218.

La instalación de la cinta era más difícil en el ventilador de tiro que en la unidad hidráulica, debido al tamaño del eje y los espacios reducidos. La Figura 7 muestra la instalación del transductor. También se tuvo en cuenta el desalineamiento del empalme de los extremos de la cinta que apareció por crecimiento térmico del eje; en algunos casos, provocando saturación y mal funcionamiento del demodulador analógico.

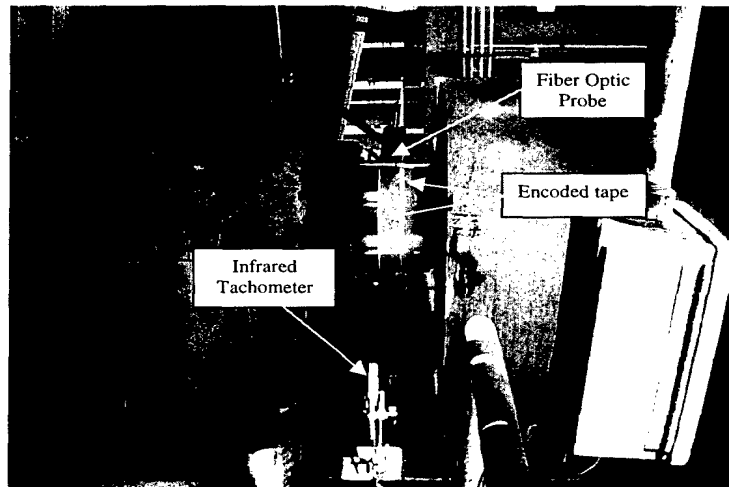
Figura 6. Instrumentación



Fuente: TRETHERWEY, Martin y GROOVER, Charles. *APPLICATION OF TORSIONAL VIBRATION MEASUREMENT TO SHAFT CRACK MONITORING IN POWER PLANTS*. En: *New Frontiers in Integrated Diagnostics and Prognostics*. Virginia Beach : s.n., 2001. pp 219.

Respuestas obtenidas: Los datos adquiridos claramente demostraron la viabilidad de la implementación de campo y establecieron las frecuencias naturales. Sin embargo, se presentaron interferencias con las cinta en el contenido espectral.

Figura 7. Cinta, Sonda óptica de fibra e instalación de tacómetro de ventilador ID



Fuente: TRETHERWEY, Martin y GROOVER, Charles. *APPLICATION OF TORSIONAL VIBRATION MEASUREMENT TO SHAFT CRACK MONITORING IN POWER PLANTS*. En: *New Frontiers in Integrated Diagnostics and Prognostics*. Virginia Beach : s.n., 2001. pp 220.

Esta interferencia no fue experimentada en el laboratorio debido a las diferencias ambientales, acceso y tamaño del eje. Se cree que este contenido espectral no se asocia a un error de impresión de cinta o superposición, pero si fue introducido por la instalación.

24.2 Referencias Bibliográficas

1. **BIERYLA, Dennis J.** ;et al. Shaft Crack Monitoring via Torsional Vibration Analysis. Part 1 - Laboratory Tests. *IMAC-XXIII: Conference & Exposition on Structural Dynamics*. 2005.
2. **TLAISI, A. Akinturk, A. S. J. Swamidas & M. R. Haddara.** *Crack Detection in Shaft Using Lateral and Torsional Vibration Measurements and Analyses A. . s.l. : Faculty of Engineering and Applied Science, Memorial University of Newfoundland,, St. John's, Canada 2012.*
3. **TRETHERWEY, Martin y GROOVER, Charles.** *APPLICATION OF TORSIONAL VIBRATION MEASUREMENT TO SHAFT CRACK MONITORING IN POWER PLANTS*. En: *New Frontiers in Integrated Diagnostics and Prognostics*. Virginia Beach : s.n., 2001.

ANEXO E

- Libro SEMINARIO DE INVESTIGACIÓN DE MAQUINARIA ROTATIVA Y RECIPROCANTE (Entregado en la Escuela de Ingeniería Mecánica).

ANEXO F

(Ver CD adjunto)

- Libro SEMINARIO DE INVESTIGACIÓN DE MAQUINARIA ROTATIVA Y RECIPROCANTE (formato digital).
- Recopilación de las actas.
- Recopilación de las presentaciones.
- Archivos de simulación en ANSYS 14.