

Influencia de la polarización magnética en la dinámica del
plasma en el *jet* de la radiogalaxia M87

Jesús Andrés Arrieta Villamizar

Trabajo de Investigación para optar al título de Magíster en Matemática Aplicada

Director

Fabio Duván Lora Clavijo

Doctorado en Física

Codirector

Óscar Mauricio Pimentel Díaz

Doctorado en Física

Universidad Industrial de Santander

Facultad de Ciencias

Escuela de Física

Bucaramanga

2023

Tabla de Contenido

Introducción	9
1. Objetivos	15
2. <i>Jets</i> astrofísicos	16
2.1. Características observacionales de un <i>jet</i>	16
2.2. Morfología de un <i>jet</i>	19
3. Ecuaciones de la RMHD con polarización magnética	21
4. Modelo MHD del <i>jet</i>	25
5. Métodos numéricos	27
5.1. Código CAFE	28
5.2. Volúmenes finitos	29
5.3. Resolvedor aproximado HLLE	30
6. Resultados	32
6.1. Modelo estratificado sin pérdidas radiativas	32
6.2. Modelo estratificado con pérdidas radiativas	33
7. Conclusiones	39

Referencias Bibliográficas

Lista de Figuras

Figura 1.	Imagen en VLA de la radio galaxia Cygnus A	17
Figura 2.	Imagen multifrecuencia del <i>jet</i> de la radiogalaxia M87	19
Figura 3.	Morfología al interior de un <i>jet</i>	20
Figura 4.	Distribución de la presión en función de la dirección de propagación del <i>jet</i>	26
Figura 5.	Discretización de la malla numérica en el esquema de volúmenes finitos	29
Figura 6.	Estructura de choques sin pérdidas radiativas	35
Figura 7.	Estructura de choques con pérdidas radiativas	36
Figura 8.	Potencia emitida en diferentes detectores	37
Figura 9.	Diferencia temporal entre los máximos de emisión	39

Lista de Tablas

Tabla 1.	Condiciones iniciales y constantes utilizadas en las simulaciones numéricas	31
----------	---	----

Glosario

Agujero negro objeto compacto con un campo gravitacional tan intenso que nada puede escapar de él, ni siquiera la luz.

Disco de acreción masa de gas y polvo que orbita alrededor del agujero negro.

***Jets* astrofísicos** chorros de plasma acelerados que radian en diferentes longitudes de onda. Transportan energía desde el núcleo de la fuente hacia el medio.

Resumen

Título: Influencia de la polarización magnética en la dinámica del plasma en el *jet* de la radiogalaxia M87. *

Autor: Jesús Andrés Arrieta Villamizar. **

Palabras Clave: Magnetohidrodinámica relativista, *jets* astrofísicos, métodos numéricos.

Descripción: Los *jets* relativistas presentes en diferentes escenarios astrofísicos como cuásares, blazares o radiogalaxias forman parte de los fenómenos más energéticos del universo. Las zonas observadas en estos flujos, con aparentes partículas superlumínicas, se interpretan como ondas de choque en propagación. Un mecanismo que puede producir estas ondas proviene de los campos magnéticos que rodean el *jet*. Sin embargo, aún no se han realizado suficientes estudios sobre la interacción de la magnetización con el material del *jet*. Por lo tanto, es relevante considerar los campos magnéticos inducidos por la polarización de la materia en regiones dominadas magnéticamente. En este trabajo, se resuelven numéricamente las ecuaciones de la magnetohidrodinámica ideal en relatividad especial, con términos de polarización magnética, y con pérdidas radiativas del gas que interactúa con un medio externo. Particularmente, se analiza la influencia de la polarización magnética en la estructura de choques del sistema, donde se encontró que las primeras ondas que aparecen en las soluciones numéricas son más rápidas en los materiales diamagnéticos que en los paramagnéticos. Además, la expansión del gas ocurre abruptamente en las etapas iniciales de eyección debido a las velocidades relativistas con las que se propaga. Finalmente, al considerar pérdidas radiativas, la potencia emitida es mayor en un plasma paramagnético en relación al diamagnético o el no polarizado, donde se concluye que los materiales paramagnéticos, al viajar más lento, son menos eficientes porque irradian más energía y se enfrían más rápido.

* Trabajo de investigación.

** Escuela de Física, Facultad de Ciencias. Director: Fabio Duván Lora Clavijo, Doctorado en Física. Codirector: Óscar Mauricio Pimentel Díaz, Doctorado en Física.

Abstract

Title: Influence of magnetic polarization on the dynamics of the plasma in the jet of the radio galaxy M87 *

Author: Jesús Andrés Arrieta Villamizar **

Keywords: Relativistic magnetohydrodynamics, astrophysical jets, numerical methods.

Description: The relativistic jets present in different astrophysical scenarios such as quasars, blazars or radio galaxies, are part of the most energetic phenomena in the Universe. The zones observed in these flows, with apparent superluminal particles, are interpreted as propagating shock waves. One mechanism that can produce these waves comes from the magnetic fields that surround the jet. However, not enough studies have been carried out on the interaction of magnetization with the jet material. Therefore, it is relevant to consider the magnetic fields induced by the polarization of matter in magnetically dominated regions. In this work, the equations of ideal magnetohydrodynamics in special relativity are solved numerically with terms of magnetic polarization, and radiative losses of the gas that interacts with an external medium. Particularly, the influence of magnetic polarization on the shock structure of the system is analyzed, where we found that the first waves that appear in the numerical solutions are faster in diamagnetic materials than in paramagnetic ones. Furthermore, the expansion of the gas occurs abruptly in the initial stages of ejection due to the relativistic velocities with which it propagates. Finally, when considering radiative losses, the emitted power is greater in a paramagnetic plasma in relation to the diamagnetic or non-polarized plasma, where we concluded that paramagnetic materials, traveling slower, are less efficient because they radiate more energy and cool faster.

* Research Work

** Escuela de Física, Facultad de Ciencias. Director: Fabio Duván Lora Clavijo, Doctorado en Física. Codirector: Óscar Mauricio Pimentel Díaz, Doctorado en Física.

Introducción

Las radiogalaxias han sido objeto de estudio debido a que son una fuente de información en la astronomía y cosmología observacional (Tovmasyan, 1980). Un claro ejemplo de esto son los resultados publicados por la colaboración Event Horizon Telescope¹ (EHT, por sus siglas en inglés²) el 10 de abril del 2019, donde se presentó la primera imagen real de un agujero negro supermasivo (SMBH) ubicado en el centro de la radiogalaxia M87, a una distancia aproximada de 17.9Mpc (The Event Horizon Telescope Collaboration, 2019). Las radiogalaxias con características similares a M87 se conocen como núcleos activos de galaxias (AGNs, Blandford et al. (2019)), pues se especula que contienen en su centro un SMBH el cual acreta la materia circundante, y aquella que no alcanza a ser acretada es expulsada hacia el medio intergaláctico (Shields, 1999). Esta clase de fenómenos se denominan *jets* astrofísicos, y se caracterizan por ser chorros de plasma acelerados con un alto grado de colimación (Fendt, 2006), que radían en diferentes longitudes de onda (Sauty, 2002) y transportan grandes cantidades de energía desde el núcleo de la fuente hacia el exterior. Adicionalmente, se han identificado *jets* en observaciones realizadas a diferentes cuerpos estelares, como microcuásares (Gallo, 2010), explosiones de rayos gamma (Kumar and Zhang, 2015) y AGNs (Marscher, 2010a). Así, a pesar de considerar que se generan en diferentes escenarios astrofísicos, y por lo tanto encontrar diferencias entre las distintas magnitudes físicas que se puedan medir de un *jet*, como su velocidad, polarización o luminosidad, todos muestran una morfología similar (Mirabel, 2010). En consecuencia, se podrían catalogar como un mismo fenómeno a diferentes escalas con un origen común (Blandford et al., 2019). Esto es importante, ya que se dispone de una gran variedad de *jets* a partir de los cuales se puede estudiar tanto la física de los mismos como del entorno que los rodea.

Cabe destacar que el estudio referente a los *jets* en AGNs ha tenido un gran progreso debido a los distintos resultados observacionales. Esto se debe a que los telescopios actuales han mejorado las escalas de precisión para

¹ Sitio web oficial: <https://eventhorizontelescope.org/>

² A partir de ahora, las siglas empleadas provienen de su traducción al inglés.

obtener imágenes que permiten dilucidar, con mayor claridad, la fenomenología al interior de los AGNs, lo que ha potencializado el interés en estos fenómenos. Lo anterior se refleja en telescopios como el Very Large Array (VLA), que condujo a un amplio descubrimiento de *jets* astrofísicos durante la década de los ochenta (Owen et al., 1985); el telescopio de rayos X Chandra (CXO), que permite hacer observaciones a escalas de kiloparsecs de los AGNs (Schwartz, 2010); el telescopio Hubble (HST), con el cual se ha realizado la identificación óptica de los mismos; o la interferometría de muy larga base (VLBI), que alcanza precisiones a escalas de miliarcos de segundo (Boccardi et al., 2017). En el caso particular del *jet* de M87, tanto el CXO (Bradford et al., 2019) como el HST (Biretta et al., 1999) han registrado un aparente movimiento superlumínico de las partículas. Sin embargo, aun cuando es un fenómeno puramente observacional que se debe a la inclinación del *jet* respecto a los telescopios, para registrar este fenómeno es necesario que dichas partículas tengan velocidades cercanas a la velocidad de la luz.

Ahora, cuando se habla de la generación de *jets* aún no existe un modelo definitivo que describa este proceso. Sin embargo, actualmente se consideran diferentes mecanismos que explican su formación. Entre estos, en el proceso de Penrose and Floyd (1971) se considera que el arrastre debido a la rotación del agujero negro imprime energía y cantidad de movimiento sobre las partículas que orbitan en la ergoesfera³, lo cual les permite escapar de la atracción gravitacional del agujero negro. Por otra parte, en el mecanismo Blandford and Znajek (1977), el agujero negro al rotar arrastra consigo las líneas de campo magnético a su alrededor, haciendo que estas expulsen el plasma en la dirección del eje de rotación del cuerpo compacto. Otro mecanismo de interés es la inestabilidad magneto-rotacional, la cual genera la emisión del plasma impulsado por los campos magnéticos que interactúan con la rotación diferencial del disco de acreción, lo cual genera turbulencias y da inicio al proceso de acreción (Lesur et al., 2013).

Con base en lo anterior, los campos magnéticos podrían desempeñar un rol de gran relevancia en los *jets* astrofísicos, ya que no solo permitirían explicar la aceleración del plasma (Romanova and Lovelace, 1992), sino también su alto grado de colimación y su tiempo de vida (Fendt and Memola, 2001). Por lo tanto, el estudio de los

³ Región en la cual las partículas están obligadas a moverse debido al arrastre gravitacional que produce el agujero negro

campos magnéticos ha permitido tener una mejor comprensión de los fenómenos físicos que se presentan durante la propagación y consecuente interacción del *jet* con el medio intergaláctico (Gouveia Dal Pino, 2005). Adicionalmente, se ha podido establecer una tendencia del comportamiento de las componentes transversales y longitudinales de los campos magnéticos asociados a fuentes de alta y baja potencia, respectivamente, en relación a la línea de visión de los telescopios (Wardle, 2013). Sin embargo, por la complejidad que implica medir directamente los campos magnéticos de los AGNs, la suposición que se pueda plantear sobre los mismos depende estrechamente del modelo físico que se ajuste a la observación, por ejemplo, modelos de radiación sincrotrón que contemplan campos magnéticos helicoidales (Meier et al., 2001).

Lo anteriormente expuesto permite evidenciar la relevancia de los campos magnéticos presentes en un *jet*. Por esta razón, también es importante destacar la respuesta del plasma al interactuar con un campo magnético externo, ya que se generará un campo magnético inducido. Esto se debe a que los dipolos magnéticos del material se reorientan debido al campo magnético externo, y cuando hay un alineamiento promedio diferente de cero, se dice que el material está polarizado magnéticamente (Lorrain and Corson, 1970). Entonces, cuando se considera la polarización magnética, el campo magnético externo se verá afectado directamente, ya que al interactuar con el plasma se puede registrar un aumento o disminución del mismo.

Es necesario mencionar que hasta el momento la polarización magnética y su influencia sobre los campos magnéticos no se ha estudiado en *jets* extragalácticos; sin embargo, sí se ha considerado en otros sistemas. Por ejemplo, en el estudio realizado por Pimentel et al. (2018), se determinaron por primera vez las ecuaciones en forma conservativa de la GRMHD con términos de polarización magnética. Además, los autores también muestran los fundamentos numéricos necesarios para estudiar la estructura de choques en medios polarizados magnéticamente. Se encontró que en una colisión de Komissarov (1999), en donde se colisionan dos fluidos con las mismas presiones y densidades de masa en reposo, la velocidad de propagación de choques rápidos es mayor en fluidos diamagnéticos. En contraste, los choques lentos tienen velocidades superiores cuando el fluido es paramagnético. Además, también se concluyó que al variar la susceptibilidad magnética del material, el valor máximo de la densidad de masa aumenta y el gradiente de presión a través de los choques invierte su sentido. En este mismo estudio, también se encontró que el

carácter relativista de un fluido en un choque aumenta al considerar materiales paramagnéticos. En esta misma línea de investigación, la polarización magnética del plasma también se ha estudiado en el desarrollo de la inestabilidad de Kelvin–Helmholtz, la cual se ha considerado como un posible mecanismo de amplificación del campo magnético en sistemas astrofísicos como los AGNs. Pimentel and Lora (2019) estudiaron los efectos lineales y no lineales de la susceptibilidad magnética en el desarrollo de esta inestabilidad, en donde se encontró que el campo magnético se amplifica más en un plasma relativista con propiedades diamagnéticas, en relación al fluido paramagnético.

Por otra parte, la polarización magnética del material también se ha estudiado en sistemas con campos magnéticos intensos como estrellas de neutrones. Por ejemplo, en el trabajo realizado por Blandford and Hernquist (1982), se considera la susceptibilidad magnética de los electrones libres degenerados en la corteza de la estrella para distintas configuraciones del campo magnético y de algunas variables termodinámicas, como su densidad y temperatura. Se encontró que si bien la polarización magnética no influye directamente en la superficie de la estrella, sí podría estar acoplada en los efectos observacionales. Adicionalmente, en las estrellas de neutrones también se ha estudiado la transición de fase diamagnética relacionada con la formación de dominios magnéticos, o el efecto De Haas–van Alphen, en el cual se presentan oscilaciones de la susceptibilidad magnética al aumentar la intensidad del campo magnético (Wang, 2016).

Por todo lo anterior, surge la motivación de estudiar la polarización magnética en *jets* extragalácticos y analizar cómo se modifican sus propiedades físicas medibles, como su densidad o velocidad. Ahora bien, con el fin de determinar el impacto de la polarización magnética en un *jet*, y así tener mayor comprensión de los fenómenos físicos que puedan relacionarse con estos flujos de altas energías, las simulaciones numéricas desempeñan un rol muy importante, ya que permiten contrastar los modelos teóricos con los resultados observacionales (Falcke et al., 2016).

Por otra parte, los *jets* presentes en AGNs representan el escenario astrofísico perfecto en el cual es posible modelar la emisión de flujos de materia como conductores perfectos asumiendo un fluido de prueba, donde se desprecia el campo gravitacional propio del fluido (Anile, 1990). Bajo esta premisa, la magnetohidrodinámica ideal (MHD) es una elección apropiada para describir la dinámica del plasma al interior de un *jet* (Font, 2008). Por consiguiente, las simulaciones en el marco de la MHD permiten considerar las configuraciones magnéticas que conforman el *jet*

(Mukherjee et al., 2020), así como posibles implicaciones observacionales que se pueden registrar en la morfología del mismo debido a la naturaleza de los campos magnéticos (Clarke et al., 1986). Además, también funcionan como una extensión de los resultados analíticos, en donde es posible considerar variabilidad en el tiempo o sistemas con menos simetrías (Abramowicz and Fragile, 2013).

Ahora, la MHD se describe por un conjunto de ecuaciones multidimensionales, dependientes del tiempo, acopladas y no lineales, por lo que encontrar una solución analítica de relevancia astrofísica es extremadamente complejo (Font, 2008). Este tipo de ecuaciones se caracterizan porque sus autovalores representan las velocidades de propagación de las ondas en cada dirección, lo cual también se conoce estructura de choques (Toro, 2011). Así, con el fin de solucionar las ecuaciones de forma numérica, se han desarrollado diversos códigos precisos y sofisticados, con diferentes técnicas numéricas capaces de resolver las ecuaciones de la MHD en relatividad especial y general (RMHD y GRMHD, respectivamente). Por nombrar algunos, se encuentran ATHENA, con el cual se han realizado simulaciones MHD de *jets* astrofísicos en los que se generan KHI (White et al., 2016); PLUTO, con el cual se han realizado simulaciones de *jets* protoestelares o simulaciones 3D de *jets* MHD (Mignone et al., 2007); HARM-R, el cual ha logrado simular la emisión de *jets* relativistas magnetizados (Liska et al., 2018); o CAFE, el cual resuelve las ecuaciones de la RMHD y GRMHD en tres dimensiones (Lora et al., 2015b). Una exploración más detallada de algunos de estos códigos, junto con otros que también se encuentran en la literatura, puede encontrarse en el trabajo realizado por Porth et al. (2019), en donde se compara la consistencia, robustez y capacidad de diferentes códigos de GRMHD, y se concluye que la concordancia entre los códigos mejora al aumentar la resolución.

Hasta el momento, se ha visto que los fenómenos magnéticos desempeñan un rol importante en diferentes sistemas astrofísicos, por lo que es relevante considerar las implicaciones de la polarización magnética de la materia en este tipo de sistemas; en particular, de los *jets* relativistas. Por esta razón, el objetivo principal de este trabajo de investigación es determinar el impacto de la polarización magnética en la estructura de choques de *jets* extragalácticos. Esto, con el fin de caracterizar la morfología de los mismos mediante simulaciones numéricas en el marco de la RMHD, y sus posibles implicaciones observacionales. El trabajo se divide de la siguiente forma. En el capítulo (2) se detallan las características observacionales y morfológicas al interior de un *jet*. En el capítulo (3) se muestran los

fundamentos teóricos que se utilizaron para obtener las ecuaciones de evolución. En el capítulo (4) se especifica el modelo magnetohidrodinámico del *jet*, el cual se utilizó para realizar las simulaciones. En el capítulo (5) se describe el código con el cual se llevaron a cabo las simulaciones y los métodos numéricos implementados. En el capítulo (6) se presentan los resultados numéricos de la estructura de choques y la potencia emitida para un *jet* polarizado magnéticamente. Por último, se presentan las conclusiones y las referencias bibliográficas.

Finalmente, la signatura de la métrica adoptada fue mayormente positiva $(-, +, +, +)$, y se emplearon unidades geometrizadas en donde la constante de gravitación universal y la velocidad de la luz son iguales a uno, es decir $G = c = 1$. Adicionalmente, los índices griegos en los cuadvectores corren de 0 a 3: la componente x^0 corresponde a la parte temporal y x^i , a las componentes espaciales. Además, se emplea el convenio de Einstein, en donde los índices repetidos representan una suma.

1. Objetivos

Objetivo general

Modelar la estructura de choques al interior del *jet* de M87 a partir de las ecuaciones de la RMHD ideal con términos de polarización magnética.

Objetivos específicos

Reproducir las ecuaciones que gobiernan la dinámica de la RMHD ideal con términos de polarización magnética.

Construir condiciones iniciales, basadas en las observaciones de M87, para el campo magnético y las variables de estado.

Realizar simulaciones magnetohidrodinámicas con el código CAFE que permitan analizar la morfología de M87.

Determinar la influencia de la polarización magnética del plasma en la estructura de choques del *jet* de M87.

2. *Jets* astrofísicos

2.1. Características observacionales de un *jet*

Los *jets* son un fenómeno ubicuo en observaciones astronómicas. El interés sobre los mismos radica en que se pueden formar y propagar bajo diferentes condiciones asociadas a una gran gama de escenarios astrofísicos. Por nombrar algunos, se pueden encontrar en AGNs (Marscher, 2010b), objetos compactos (Gallo, 2010) o estrellas jóvenes (Kölligan and Kuiper, 2018). Adicionalmente, los *jets* involucran fenómenos físicos que aún son desconocidos y se presentan en condiciones extremas. Un ejemplo de esto es el alto grado de colimación y estabilidad que mantienen (Fendt, 2006), o los mecanismos de aceleración de las partículas en su interior que generan grandes emisiones de energía durante tiempos longevos (Mati et al., 2015). Ahora, la importancia que estos flujos de materia suponen para el estudio de otros cuerpos estelares es crucial y significativa, ya que la masa que transportan es solo una fracción de la masa central, es decir, de la fuente de la que provienen, lo cual puede sugerir la masa de la fuente y el rastreo de la misma (De Young, 1991). También facilitan la identificación de otros cuerpos distantes en el Universo debido a su luminosidad, ya que al emitir en diferentes longitudes de onda, espectros en el infrarojo o el radio se atenúan menos al atravesar grandes nubes de polvo, lo que ha permitido observar con precisión protoestrellas (Ray and Ferreira, 2021).

Con el fin de entender la morfología de un *jet*, primero es preciso realizar una descripción del entorno en el cual se propaga. En el caso de un AGN se tiene (Leismann, 2004):

- Núcleo: origen y fuente de energía al interior de la galaxia progenitora del *jet*. Está formado por el SMBH y el disco de acreción que lo rodea.
- Lóbulos: estructura doble ubicada en ambos lados del AGN, la cual almacena el plasma caliente que es transportado directamente desde el núcleo hacia el exterior. A medida que almacena más materia la presión incrementa y se expande continuamente, en algunos casos hasta alcanzar escalas de megaparsecs.
- Puntos calientes: regiones brillantes en los extremos de los lóbulos. En esta zona los chorros de materia interactúan con el medio intergaláctico, lo cual conduce a una mayor radiación de las partículas.

En la figura (1) se muestra una imagen de la radiogalaxia Cygnus A, tomada con interferometría de larga base (VLA). En su estructura se aprecian los lóbulos, los cuales se extienden a una distancia aproximada de 60 kiloparsec. Adicionalmente, también se pueden ver los puntos calientes, con una extensión aproximada de 2 kiloparsec, y debido a su naturaleza resaltan en los extremos de los lóbulos. Cygnus A se encuentra situada a 800 millones de años luz de distancia del Sistema Solar, y se caracteriza por ser una de las fuentes más visibles con radiotelescopios (Steenbrugge et al., 2008). Su importancia en la cosmología y astronomía observacional se debe a que al inicio de la década de 1950, luego de múltiples observaciones, fue posible detectar *jets* astrofísicos, los cuales no se habían registrado hasta aquel entonces (Jennison and Das Gupta, 1953). Ahora, en las observaciones que se realizan de un *jet* a lo largo de un periodo de tiempo, se pueden registrar algunas componentes con velocidades aparentemente superlumínicas (Pearson, 1981). Este término se emplea cuando la componente transversal de la velocidad aparente de un objeto supera la velocidad de la luz (Laing, 1997). Se observó por primera vez en la década de 1970 en el *jet* de la radio galaxia 3C120, y se registraron componentes con velocidades hasta ocho veces mayores que la velocidad de la luz (Cohen et al., 1975). Sin embargo, esto puede explicarse debido a que el *jet* se propaga a velocidades relativistas, $v \sim c$, y su dirección tiene una leve inclinación θ respecto a la línea de visión del observador. No obstante, es necesario mencionar que aún

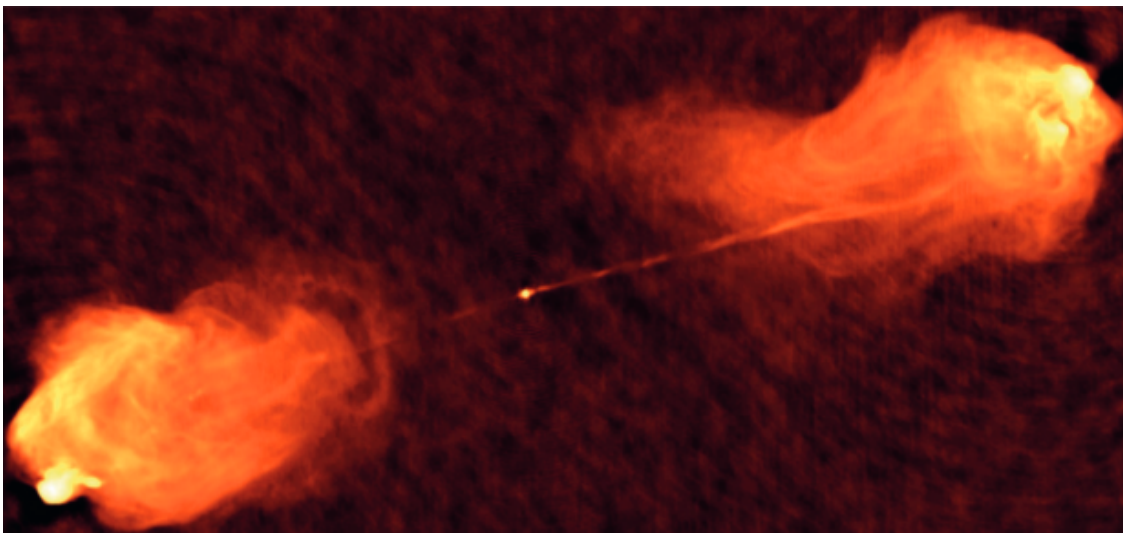


Figura 1. Imagen en VLA de la radio galaxia Cygnus A. En los extremos se observan los lóbulos junto con los puntos calientes. Imagen tomada de *National Radio Astronomy Observatory*.

no se ha establecido de manera clara el mecanismo bajo el cual se aceleran estas partículas, ya que incluso la propia fuente de combustible de los *jets* es objeto de debate (Smith, 2012). Se han propuesto diferentes procesos de emisión al interior de un *jet*, como radiación sincrotrón, Compton inverso, sincrotrón auto-Compton, emisión molecular, entre otros (Smith, 2012). En el caso de los puntos calientes de Cygnus A, el modelo radiativo que mejor se ajusta a las observaciones es el modelo de sincrotrón auto-Compton (Wilson et al., 1975).

Otro *jet* astrofísico de gran relevancia en la comunidad científica es el de la radiogalaxia M87, situada a una distancia aproximada de 17.9Mpc de la Tierra. Esta galaxia hospeda en su interior un agujero negro supermasivo con una masa estimada de $6.5 \pm 0.7 \times 10^9$ masas solares. Curtis (1918) observó por primera vez el *jet* emergente de esta radiogalaxia, y lo describió como "un curioso rayo recto... conectado con el núcleo?". Este *jet* es de particular interés debido a que ha sido ampliamente registrado por distintos telescopios en todo el espectro electromagnético (Sparks et al., 1996), lo cual ha permitido tener mayor comprensión no solo del plasma que se propaga por el medio intergaláctico, sino del entorno que lo rodea. A causa de esto, se pudo rastrear la fuente de la cual proviene, y el resultado fue la primera imagen que se obtuvo de un agujero negro (The Event Horizon Telescope Collaboration, 2019).

Adicionalmente, debido a la información que se dispone por las múltiples observaciones realizadas a este *jet*, es un excelente candidato para explorar la física del flujo que se propaga, y se han podido contrastar diferentes modelos de radiación que ajustan a las observaciones (Felten, 1968). Por nombrar algunos, entre estos se encuentra el modelo de emisión sincrotrón de electrones provenientes de un flujo de acreción advectivo (Feng et al., 2016), consistente con los registros del radiotelescopio ALMA (Prieto et al., 2016); radiación sincrotrón producida por una inyección continua de electrones relativistas, consistente con los datos recolectados por el telescopio de rayos X Chandra (Sahyanathan, 2008); o radiación de Compton-Scattering, consistente con las observaciones realizadas con el telescopio de rayos gamma MAGIC (Dong Cui et al., 2012). En la figura (2), se muestra una imagen en múltiples frecuencias de observaciones simultáneas realizadas al *jet* de M87 durante una campaña en el año 2017 (The EHT MWL Science Working Group, 2021). Se puede apreciar que cada telescopio brinda información distinta sobre la radiación del *jet*. En su totalidad, colaboraron 19 observatorios con telescopios distribuidos en la tierra y en el espacio,

y se abarcó el espectro visible (telescopio Hubble), rayos X (telescopio Chandra), luz ultravioleta (telescopio Swift) y rayos gamma (Telescopio Fermi).

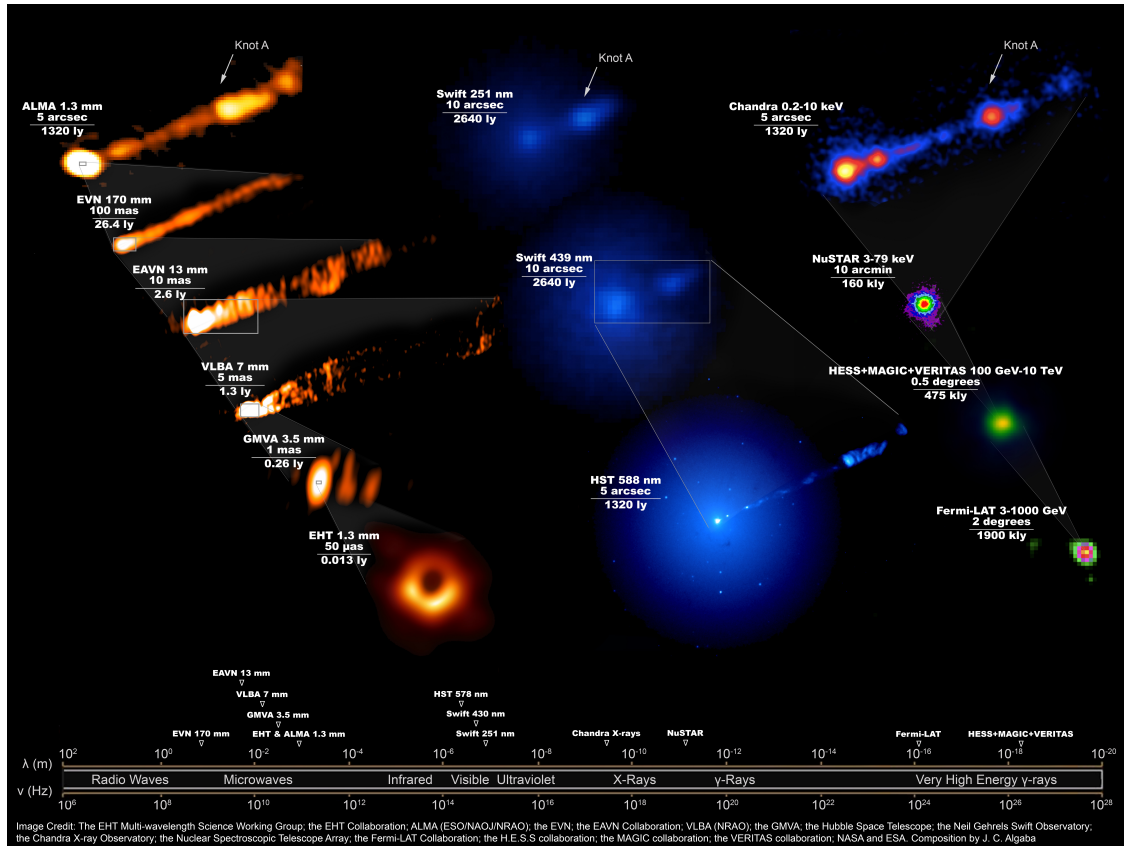


Figura 2. Imagen multifrecuencia del *jet* proveniente de la radiogalaxia M87. Imagen tomada de la colaboración *Event Horizon Telescope*.

2.2. Morfología de un *jet*

El proceso en el cual un *jet* se propaga e interactúa con el medio intergaláctico da lugar a la formación de ondas de choque, rarefacciones o de contacto, las cuales afectan su morfología. Los choques son transiciones discontinuas que se presentan en el flujo, y aparecen cuando hay cambios abruptos en la presión, aunque también se observan en otras variables del fluido. En el caso de los choques, acompañan las compresiones del plasma, y las rarefacciones se dan en zonas de menor densidad y presión, es decir, en regiones de expansión. Este tipo de ondas son las que se encargan de mantener la colimación del fluido a medida que se propaga (Müller, 1998). Las discontinuidades de

contacto, son superficies que separan zonas de diferente densidad y temperatura. En esta región no hay flujo de materia debido a que la presión es constante (Norman and Winkler, 1985). De esta forma, las discontinuidades de contacto se aprecian en las zonas de mayor emisión que están ubicadas en los puntos calientes que se generan en la cabeza del *jet*, y también se les conoce como superficie de trabajo (Raga et al., 1977). La cabeza del *jet* se caracteriza porque su estructura además contiene un disco de Mach (también llamado disco de choque o superficie de trabajo interna).

De manera más detallada, en la figura (3) se muestran las principales características asociadas a la morfología del *jet*, en donde se pueden apreciar los choques generados en su interior como cambios en escala de amarillo y café. En una imagen real o una simulación numérica, estos cambios podrían indicar variaciones abruptas en la densidad o la presión, por ejemplo. Adicionalmente, se tiene toda la región interna que comprende el arco de choque. En esta zona se encuentra el haz de materia o *jet*, que se extiende desde la zona de inyección hasta la interfaz con el medio; el capullo (conocido en la literatura como *cocoon*) es la región que envuelve el *jet*, y allí se forma una mezcla de flujos en reversa que es desviado por el choque que aparece entre la cabeza del *jet* y el material del medio. Esto proceso genera la creación, en los límites del capullo, de inestabilidades de Kelvin–Helmholtz que a su vez dan paso a un capullo con regiones de turbulencia.

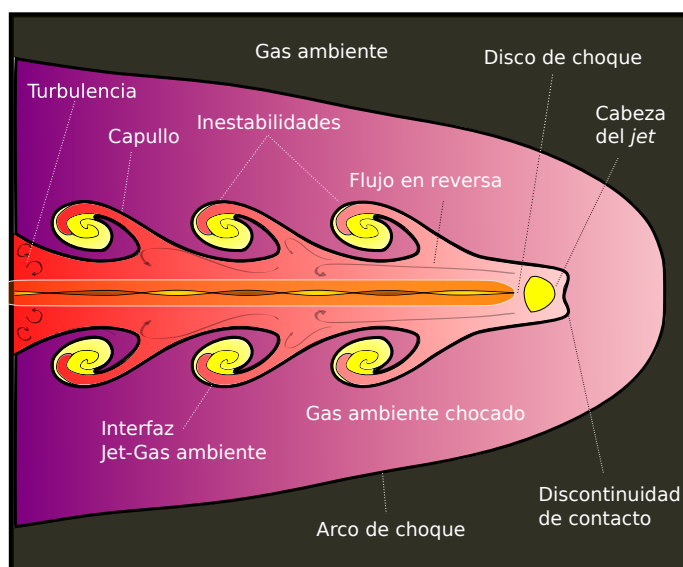


Figura 3. Representación gráfica en dos dimensiones de las regiones y la morfología al interior de un *jet*. Imagen adaptada de (Müller, 1998).

3. Ecuaciones de la RMHD con polarización magnética

La dinámica de un plasma relativista inmerso en campos magnéticos y polarizado magnéticamente viene dada, respectivamente, por la ecuación de continuidad, la ecuación del tensor momento-energía, y las ecuaciones homogéneas de Maxwell

$$\partial_\mu(\rho u^\mu) = 0, \quad \partial_\mu T^{\mu\nu} = S^\nu, \quad \partial_\nu^* F^{\mu\nu} = 0, \quad (1)$$

con ρ la densidad de masa en reposo, u^μ la cuadri-velocidad del fluido, $T^{\mu\nu}$ el tensor de momento-energía, S^ν el término de fuentes que representa las pérdidas por radiación, y $*F^{\mu\nu}$ las componentes del tensor dual de Faraday (Antón et al., 2006).

Bajo la aproximación de la RMHD ideal, en la cual los campos eléctricos en el sistema de referencia del fluido se anulan, el tensor de Faraday y su tensor dual se escriben

$$F^{\mu\nu} = \varepsilon^{\mu\nu\delta\lambda} b_\delta u_\lambda, \quad *F^{\mu\nu} = b^\mu u^\nu - b^\nu u^\mu, \quad (2)$$

en el que $\varepsilon^{\mu\nu\delta\lambda}$ es el símbolo antisimétrico de Levi–Civita, y b^μ es el campo magnético medido por el observador comóvil al fluido (Porth et al., 2017). Ahora, para un fluido perfecto inmerso en un campo magnético y polarizado magnéticamente, se construye el tensor de momento-energía como la siguiente superposición

$$T^{\mu\nu} = T_f^{\mu\nu} + T_m^{\mu\nu} + T_p^{\mu\nu}, \quad (3)$$

donde $T_f^{\mu\nu}$, $T_m^{\mu\nu}$, $T_p^{\mu\nu}$ son los tensores para un fluido perfecto, de campo magnético y de polarización magnética, respectivamente (Pimentel et al., 2018). Para el fluido se tiene que

$$T_f^{\mu\nu} = \rho h u^\mu u^\nu + p \eta^{\mu\nu}, \quad (4)$$

en el cual $\eta^{\mu\nu}$ son las componentes de la métrica de Minkowski, $h = (e + p)/\rho$ la entalpía específica, con p la presión termodinámica y e la densidad de energía interna total (Rezzolla and Zanotti, 2013). Por otra parte, el tensor de momento-energía asociado al campo magnético, medido en el sistema del fluido viene dado por

$$T_m^{\mu\nu} = \left(\frac{1}{2} \eta^{\mu\nu} + u^\mu u^\nu \right) b^2 - b^\mu b^\nu, \quad (5)$$

con $b^2 = b^\mu b_\mu$ la magnitud del campo magnético (Ripperda et al., 2019). Adicionalmente, el tensor de polarización magnética se expresa como

$$T_p^{\mu\nu} = \frac{1}{2} (b^\mu m^\nu + m^\mu b^\nu) - b^\alpha m_\alpha (\eta^{\mu\nu} + u^\mu u^\nu), \quad (6)$$

donde m^μ es el cuadrivector asociado a la polarización magnética medido por el observador comóvil al fluido (Chatterjee et al., 2015), y se relaciona con el cuadrivector de polarización magnética, $M_{\nu\alpha}$, en el marco euleriano como

$$m^\mu = \frac{1}{2} \varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta} M_{\nu\alpha} u_\beta. \quad (7)$$

Al superponer las expresiones (4), (5), y (6), el tensor de momento-energía total para un fluido ideal, interactuando con campos magnéticos y polarizado magnéticamente adopta la forma

$$T^{\mu\nu} = \rho h^* u^{\mu\nu} + p^* \eta^{\mu\nu} - \Pi^{\mu\nu}, \quad (8)$$

y acorde al trabajo de (Pimentel et al., 2018), se definen los siguientes términos

$$\rho h^* = \rho h + b^2 - b^\alpha m_\alpha, \quad (9)$$

$$p^* = p + \frac{b^2}{2} + b^\alpha m_\alpha, \quad (10)$$

$$\Pi^{\mu\nu} = b^\mu b^\nu - \frac{1}{2} (b^\mu m^\nu + m^\mu b^\nu). \quad (11)$$

Una vez se ha construido el tensor completo, es necesario definir el término de fuentes. Para ello, se asume que la presión de los electrones es una fracción ξ_e de todo el conjunto de partículas que conforman el plasma, $p_e = \xi_e p$, de tal forma que el término de fuentes medido en el marco del fluido se expresa como

$$S^v = \left(-\frac{\xi_e p}{\tau_c}, 0^i \right), \quad (12)$$

con τ_c el tiempo de enfriamiento. El último paso para resolver el conjunto de ecuaciones de la RMHD es reescribir (1) de forma explícita como un sistema conservativo, en el cual las derivadas temporales están separadas de las derivadas espaciales, lo cual es conveniente para poder aplicar métodos numéricos que permitan calcular la evolución del sistema a partir de un estado inicial dado. En particular, se empleó la formulación de Valencia, uno de los formalismos más usados en códigos numéricos para resolver las ecuaciones de la hidrodinámica relativista, lo que es de gran ayuda ya que permite estudiar la estructura característica mediante la matriz Jacobiana (Font et al., 1994). En consecuencia, los métodos numéricos de la hidrodinámica Newtoniana pueden adaptarse al caso relativista asociándolos con las denominadas variables primitivas (Toro, 2013). De manera compacta, las ecuaciones de la RMHD en coordenadas cartesianas pueden expresarse como un sistema de primer orden e hiperbólico

$$\partial_t \mathbf{U} + \partial_i \mathbf{F}^i = \mathcal{S}, \quad \partial_i B^i = 0, \quad (13)$$

donde \mathbf{U} representa un vector de cantidades conservadas, \mathbf{F}^i el vector de flujos en las direcciones espaciales y \mathcal{S} el término de fuentes (Font, 2008). De manera explícita, en el marco de referencia euleriano

$$\mathbf{U} = \left[D, S_k, \tau, B^k \right]^T, \quad (14)$$

con densidad de masa D , flujo de momento S_k en dirección espacial, densidad de energía τ , y campo magnético B_k . Estas cantidades conservadas se definen en términos de las variables primitivas (ρ, v^i, p) , Bucciantini and Del Zanna

(2013)) como sigue

$$\begin{aligned}
 D &= \rho \Gamma, \\
 S_k &= \rho h^* \Gamma^2 v_k - b_j b^0 + \frac{1}{2} (m^0 b_j + b^0 m_j) \\
 \tau &= \rho h^* \Gamma^2 - p^* - (b^0)^2 + m^0 b^0 - D,
 \end{aligned} \tag{15}$$

con Γ el factor de Lorentz. Para un fluido polarizado magnéticamente, el vector de flujos \mathbf{F}^i adopta la forma

$$\mathbf{F}^i = \begin{bmatrix} D v^i \\ S_k v^i + p^* \delta_k^i - \frac{b_k B^i}{\Gamma} + \frac{1}{2\Gamma} (m_k B^i + b_k M^i) \\ \tau v^i + p^* v^i - \frac{b^0 B^i}{\Gamma} + \frac{1}{2\Gamma} (m^0 B^i + b^0 M^i) \\ v^i B^k - v^k B^i \end{bmatrix}. \tag{16}$$

Es necesario mencionar que los términos que no contienen derivadas del vector de cantidades conservadas se incluyen en el vector de fuentes

$$S = \left[0, -\frac{\xi \epsilon p}{\tau_c} \Gamma v^i, -\frac{\xi \epsilon p}{\tau_c} \Gamma, 0^i \right]^T. \tag{17}$$

El sistema de ecuaciones se cierra cuando se introduce una relación constitutiva entre el vector de polarización magnética y el campo magnético, $m^\mu = m^\mu(b^\nu)$, y una ecuación de estado de la forma $p(\rho, \epsilon)$ (Shibata, 2015). En este caso, la ecuación de un gas ideal $p = \rho(\hat{\gamma} - 1)\epsilon$ con $\hat{\gamma}$ el índice adiabático.

Finalmente, en este trabajo se consideran únicamente materiales lineales, isótropos y homogéneos, de tal forma que se cumple que

$$m^\mu = \frac{\chi_m}{1 + \chi_m} b^\mu, \tag{18}$$

con χ_m la susceptibilidad magnética del medio material. Esta relación permite describir materiales lineales polarizados magnéticamente, como diamagnéticos ($\chi_m < 0$) y paramagnéticos ($\chi_m > 0$).

4. Modelo MHD del *jet*

En este capítulo se describe el modelo del *jet* empleado, el cual tiene tres características principales: (i.) presión estratificada del medio; (ii.) pérdidas radiativas del *jet*; (iii.) polarización magnética del material transportado. Además, se muestran las condiciones iniciales en las variables de estado, motivadas en datos obtenidos del medio interestelar y observaciones a *jets* astrofísicos (Nakamura et al., 2010). En primera instancia, se estudió la propagación del *jet* bajo un modelo estratificado con un perfil que obedece a una ley de potencias para la presión del gas atmosférico (Gómez et al., 1997). En el sistema rectangular (x, y, z) , la presión atmosférica o presión del medio se expresa como

$$p_a(z) = \frac{P_{0a}}{\left[1 + \left(\frac{z}{z_c}\right)^n\right]^{m/n}}, \quad (19)$$

donde p_a es la presión atmosférica, $z_c = 2.5$ es un factor de escala de la presión en dirección z (dirección de propagación del plasma), y los parámetros $n = 2$ y $m = 2.5$ suavizan el decaimiento en el perfil de la presión. Estos parámetros permiten obtener diferentes gradientes de presión para modelar qué tan rápido decae la presión del medio. Ahora, para mantener el equilibrio del medio ambiente puede incorporarse una fuerza que equipare el gradiente de presión sin afectar significativamente la dinámica del *jet*; una opción que se deriva al analizar el equilibrio del ambiente podría ser un gradiente del campo magnético en dirección azimutal (Marti, 2015). Adicionalmente, el valor inicial de la presión atmosférica (p_{0a}) está expresado en términos del valor inicial de la presión del *jet* (p_{0b}) como $p_{0a} = p_{0b}/\alpha$, donde $\alpha = 1.0$ indica que la presión inicial del *jet* es igual que la presión del medio. En la figura (4), se ilustra el perfil de la presión de la ecuación (19), en donde se aprecia que la presión del ambiente decrece suavemente hasta alcanzar un estado constante a medida que z aumenta.

El modelo está motivado en la generación de gradientes de presión que permitan inducir diferentes ángulos de apertura que coinciden con las observaciones realizadas a varios *jets* extragalácticos (Blandford and Königl, 1979). Ahora, una

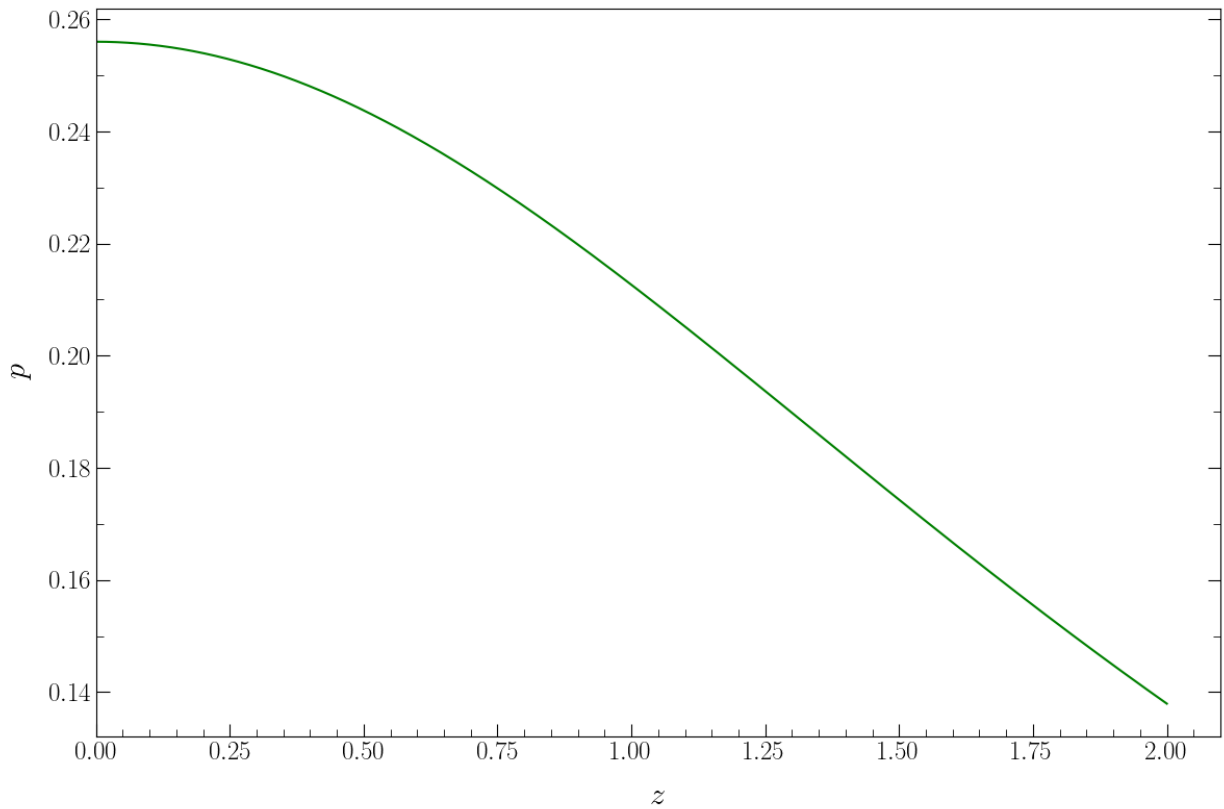


Figura 4. Distribución de la presión como una ley de potencias en función de la dirección de propagación z del *jet*. La presión del *jet* y del medio son iguales en $z = 0$.

característica notable de estos *jets* son las regiones con mayor luminosidad que se han resuelto con observaciones de VLA (Owen et al., 1989); por ejemplo, el complejo conocido como HST-1 en el *jet* de la radiogalaxia M87 (Biretta et al., 1999), cuyas velocidades son altamente relativistas: $4c - 6c$. Motivados en lo anterior se escogió este tipo de modelo, ya que permite variar los ángulos de apertura hasta conseguir valores de las componentes del *jet*, cuyas partículas se mueven con velocidades aparentes superlumínicas. Sin embargo, es necesario mencionar que en este trabajo únicamente se consideró la propagación en dirección z , por lo cuál no se tuvo en cuenta el ángulo de inclinación del *jet*.

Por otro lado, el modelo empleado también incluye pérdidas radiativas. Esto se sustenta al considerar que el *jet* se enfría por la radiación que emite al interactuar con el medio que lo rodea. Este proceso también ocasiona

pérdidas de presión, y a su vez esto podría generar procesos de recolimación que aceleren las partículas en el flujo a grandes distancias de la fuente (Tavecchio et al., 2011). Se considera entonces, que la pérdida radiativa es proporcional a la presión de las partículas relativistas. De esta forma, si se supone que la presión de los electrones es una fracción ξ_e de la presión de todo el conjunto de partículas que conforman el plasma, $p_e = \xi_e p$, el enfriamiento estará dominado por la emisión Compton inversa. Adicionalmente, también se asume que esta fracción de electrones al interior del *jet* no cambia, lo cual implica que debe haber un mecanismo que compense la energía disipada por la emisión de las partículas (Bromberg and Levinson, 2009). Con base en esto, las pérdidas radiativas se realizaron para $\xi_e = 0.001$, y se determinaron a partir de la energía inicial del flujo (E_0) y la energía radiada en cada instante de tiempo (E_r), donde la expresión $\Delta E = E_0 - E_r$ representa la energía liberada.

Finalmente, para la configuración inicial del campo magnético, se tomaron los valores propuestos en el modelo MHD de Nakamura et al. (2010) para el *jet* de M87. Motivados en las observaciones, se considera el rol que pueden desempeñar los campos magnéticos en la eyección del plasma a escalas de ≈ 100 pc (Owen et al., 1989). En el sistema rectangular (x, y, z) , el campo magnético y la velocidad, respectivamente, se expresan como $\mathbf{B} = B_x \hat{e}_x + B_y \hat{e}_y + B_z \hat{e}_z$, $\mathbf{v} = v_x \hat{e}_x + v_y \hat{e}_y + v_z \hat{e}_z$. Por último, en el sistema CGS, se adoptaron unidades dimensionales con campo magnético $B_0 = 4.3$ mG, densidad $\rho_0 = 1.27 \times 10^{-27}$ g cm $^{-3}$, escala temporal $t_0 = 10^8$ s, presión $p = 1.5 \times 10^{-6}$ dyn cm $^{-2}$ y la potencia = 4.40709×10^{41} erg s $^{-1}$.

5. Métodos numéricos

Las ecuaciones de Euler relativistas son un conjunto de ecuaciones multidimensionales, acopladas, dependientes del tiempo y no lineales, por lo que obtener una solución analítica de las mismas es una tarea prácticamente imposible (Font, 2008). Por esta razón, surge la necesidad de recurrir a métodos numéricos que permitan obtener una solución aproximada. Ahora, las ecuaciones de la RMHD se caracterizan porque independientemente de que los datos iniciales implementados sean suaves, generalmente presentarán discontinuidades en la solución (Toro, 2011). En consecuencia, discretizar estas ecuaciones mediante diferencias finitas supondrá un problema, ya que son insuficientes para su tratamiento debido a que dependen de la diferenciabilidad de las funciones. Es necesario mencionar, que ya se han obtenido soluciones basadas en las diferencias finitas agregando términos disipativos a las expresiones para así

poder tratar con las discontinuidades (Von Neumann and Richtmyer, 1950). No obstante, diferentes modelos astrofísicos involucran la propagación de ondas de choque, y la inclusión de esta disipación artificial altera las ecuaciones y la dinámica original del sistema. Para solucionar este problema, se han desarrollado métodos de HRSC (LeVeque, 1992), los cuales se basan en discretizar las ecuaciones utilizando volúmenes finitos (Eymard et al., 2000). En este capítulo, se describe brevemente el código empleado para resolver el conjunto de ecuaciones y los métodos numéricos implementados.

5.1. Código CAFE

Una vez obtenido el sistema conservativo en (13) se resolvió con el código CAFE (*Code for the study of Astrophysical Fluids and Energetic events*, Lora et al. (2015b)). Este es un código relativista que resuelve las ecuaciones de la RMHD en tres dimensiones. Los métodos numéricos implementados en CAFE para resolver problemas de ecuaciones diferenciales parciales dependientes del tiempo se basan en el método de líneas, en conjunto con un integrador temporal Runge-Kutta (Schiesser, 2012). Para obtener la versión discretizada de las expresiones en (13) se implementó una aproximación de volúmenes finitos (Toro, 2013) junto con el esquema de HRSC. Además, el código funciona con el solucionador de Riemann aproximado propuesto por Harten et al. (1997), Lax, van Leer y Einfeldt (1988) (HLLE), debido a que es un método robusto que solo requiere información sobre la estructura de valores propios del sistema de ecuaciones. Finalmente, para calcular el vector de estado, CAFE proporciona diferentes tipos de esquemas de reconstructores espaciales como el método de Godunov, Minmod, MC, MC Beta y Superbee.

Ahora, CAFE se ha puesto a prueba en múltiples escenarios astrofísicos como el cono de choque que aparece cuando un agujero negro rotante acreta un fluido relativista (Cruz et al., 2012). Adicionalmente, tiene incorporadas las ecuaciones de Einstein para analizar el crecimiento del horizonte de eventos de un agujero negro semilla debido a la acreción de un campo de materia oscura (Lora et al., 2014) y de un campo de radiación (Lora et al., 2013). Este código también ha sido utilizado para modelar la acreción de Bondi–Hoyle de un gas supersónico ideal con gradientes de velocidad (Cruz et al., 2016) y de densidad (Lora et al., 2015a) en el espacio-tiempo de Kerr. Recientemente, una nueva versión de CAFE incluye las ecuaciones de la GRMHD con polarización magnética para estudiar la evolución de la inesta-

bilidad relativista MHD de Kelvin-Helmholtz en un fluido polarizado magnéticamente (Pimentel and Lora, 2019), o problemas unidimensionales de Riemann con polarización magnética (Pimentel et al., 2018).

5.2. Volúmenes finitos

El método de los volúmenes finitos tiene como finalidad resolver una ecuación tipo balance en su forma integral sobre un volumen de control $V = \Delta t \Delta x \Delta y \Delta z$, también denominado celda computacional. Para el caso de una dimensión, el tiempo y el espacio se discretizan como

$$t^n = n\Delta t, \quad z_i = i\Delta z, \quad (20)$$

donde $n = 0, 1, 2, \dots, N_t$ e $i = 0, 1, 2, \dots, N_z$ caracterizan el lapso de tiempo y la posición espacial de la celda, respectivamente. En la figura (5) se ilustra la malla resultante, donde se resalta el volumen de control en una sola dimensión espacial $C_i^{n+1/2}$. Ahora, al discretizar el sistema de ecuaciones (13) utilizando volúmenes finitos y el método de líneas,

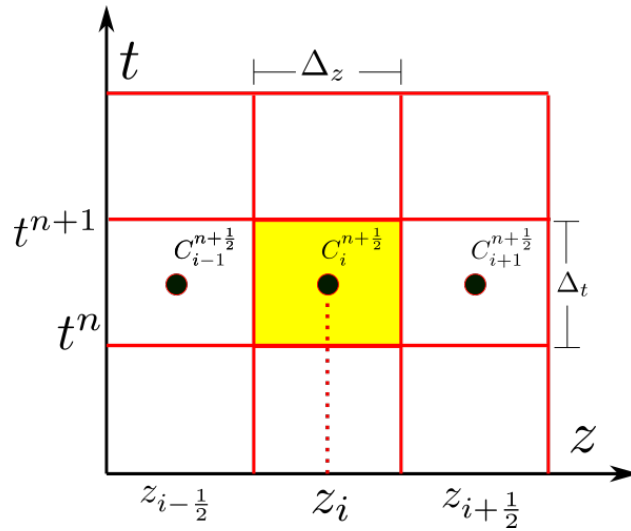


Figura 5. Discretización de la malla numérica en el esquema de volúmenes finitos. El volumen de control unidimensional, $V = \Delta t \Delta z$, tiene un dominio $[t^n, t^{n+1}] \times [z_{i-1/2}, z_{i+1/2}]$. En este caso, el volumen de referencia está ubicado en $(t^{n+1/2}, z_i)$.

se obtiene

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{U}_{i,j,k}}{dt} = & -\frac{1}{\Delta x} \left(\mathbf{F}_{i+\frac{1}{2},j,k}^x - \mathbf{F}_{i-\frac{1}{2},j,k}^x \right) - \frac{1}{\Delta y} \left(\mathbf{F}_{i,j+\frac{1}{2},k}^y - \mathbf{F}_{i,j-\frac{1}{2},k}^y \right) \\ & - \frac{1}{\Delta z} \left(\mathbf{F}_{i,j,k+\frac{1}{2}}^z - \mathbf{F}_{i,j,k-\frac{1}{2}}^z \right) + S_{i,j,k}, \end{aligned} \quad (21)$$

donde $\mathbf{U}_{i,j,k}$ es el promedio espacial sobre cada celda $C_{i,j,k}^n$ del vector de variables conservativas; los flujos $\mathbf{F}_{i\pm\frac{1}{2},j,k}^x$, $\mathbf{F}_{i,j\pm\frac{1}{2},k}^y$, $\mathbf{F}_{i,j,k\pm\frac{1}{2}}^z$ son los promedios espacio-temporales en las interceldas; y $S_{i,j,k}$ los promedios espacio-temporales del vector de fuentes.

5.3. Resolvedor aproximado HLLE

Con el fin de utilizar el método de Runge-Kutta en la expresión (21), y así encontrar las soluciones numéricas del vector \mathbf{U} , primero es necesario calcular los flujos en las interceldas. Para ello, se escogió el método HLLE, el cual es un robusto método que se caracteriza por el tiempo de cómputo que requiere (menor costo computacional en relación a otros resolvedores), además de que solo involucra los valores propios de la matriz jacobiana en cada una de las direcciones espaciales. Así, los flujos en las interceldas se expresan como

$$\mathbf{F}_{i+1/2,j,k}^x = \frac{\lambda^+ \mathbf{F}_{i+1/2,j,k}^L - \lambda^- \mathbf{F}_{i+1/2,j,k}^R + \lambda^+ \lambda^- \left(\mathbf{U}_{i+1/2,j,k}^R - \mathbf{U}_{i+1/2,j,k}^L \right)}{\lambda^- - \lambda^+}, \quad (22)$$

donde $\mathbf{F}_{i+1/2,j,k}^L$, $\mathbf{F}_{i+1/2,j,k}^R$ son los flujos a izquierda y derecha de las interfases, mientras que λ^+ , λ^- son los autovalores máximos y mínimos, es decir las velocidades características. Esta estructura de valores propios, considerando los términos de polarización magnética, se puede encontrar con mayor detalle en el trabajo de Pimentel et al. (2018)

Finalmente, para reconstruir $\mathbf{U}^{L,R}$ se utilizan los métodos de Godunov (1959), en donde se define un problema de Riemman en cada una de las interceldas y se aproxima por funciones a izquierda y derecha cada variable del vector de cantidades conservadas. Estos valores se obtuvieron empleando el reconstructor lineal por pedazos MINMOD (Van

Leer, 1979), con el cual aproxima la función mediante rectas, y se define como

$$\text{MINMOD}(a,b) = \begin{cases} 0 & \text{si } ab \leq 0, \\ a & \text{si } |a| < |b|, \\ b & \text{si } |a| > |b|, \end{cases} \quad (23)$$

en donde a y b son números reales, de tal manera que la función MINMOD retornará la menor pendiente o el menor de este par de números.

Con base en lo anterior, se realizaron simulaciones 1.5D (el estudio se realizó únicamente en dirección z ; las dimensiones x, y existen pero se utilizó un número reducido de puntos.) para estudiar el impacto de considerar la polarización magnética de la materia en la propagación del *jet*. Se asumió la susceptibilidad magnética del plasma constante en todo el dominio numérico. Adicionalmente, se resolvió el dominio computacional adoptando la unidad de longitud en parsecs (pc), de la siguiente manera: $x \in [-0.000102, 0.000102]$, $y \in [-0.000102, 0.000102]$, y $z \in [-0.04, 4]$, con un factor de Courant de 0,2. Esta configuración representa los análogos físicos de los problemas de Riemann en dirección z , que poseen dos estados iniciales uniformes (izquierdo y derecho) separados por una interfaz en la posición $z = 0$, lo que produce un conjunto de choques MHD relativistas. En la tabla (1) se muestra el conjunto de parámetros utilizados en todas las simulaciones.

	Estado	$\hat{\gamma}$	ρ_0	p	v^x	v^y	v^z	B^x	B^y	B^z
$\xi_e = 0, 0.001$	Izquierda	5/3	1.0	0.256	0.0	0.0	0.987	$-\frac{2\sqrt{2}}{5}$	$\frac{2\sqrt{2}}{5}$	2.4
$\chi_m = -0.01, 0.0, 0.01$	Derecha	5/3	1.0	$p_a(z)$	0.0	0.0	0.36	$-\frac{2\sqrt{2}}{5}$	$\frac{2\sqrt{2}}{5}$	2.4

Tabla 1

conjunto de condiciones iniciales y constantes utilizadas en las simulaciones numéricas. Estos valores están asociados a un jet relativista, con pérdidas radiativas, polarizado magnéticamente, y se propaga en un medio estratificado en la presión. Los valores se escogieron basados en el trabajo de Nakamura et al. (2010), y corresponden al jet de la radiogalaxia M87.

6. Resultados

En este capítulo se muestra la evolución de un gas relativista inmerso en un campo magnético, y se analizan las implicaciones físicas de considerar las propiedades de polarización magnética de un plasma que interactúa con un medio, inicialmente, con la misma presión. Adicionalmente, se realiza un comparativo entre el caso en donde no hay radiación ($\xi_e = 0$) y el aquel con términos de pérdidas radiativas ($\xi_e = 0.001$). Para este segundo caso, se hace un análisis de la potencia emitida en función de las propiedades magnéticas del material, y se discuten las posibles implicaciones observacionales.

6.1. Modelo estratificado sin pérdidas radiativas

En la figura (6), se muestra la densidad propia ($\Gamma\rho$), la presión (p), el factor de Lorentz (Γ), los campos magnéticos B_x y B_y , y la velocidad en dirección z (v_z). Esto, para un plasma diamagnético ($\chi_m = -0.01$), paramagnético ($\chi_m = 0.01$) y no polarizado ($\chi_m = 0$), que se propaga en un medio estratificado en la presión, sin tener en cuenta las pérdidas radiativas ($\xi_e = 0.0$). Los resultados de la simulación 1.5D corresponden al tiempo $t = 2.0$. Los perfiles de las variables dinámicas que se presentan en la figura (6), estructura de choques, muestran la distribución espacial en el tiempo $t = 2.0$. En primera instancia, es necesario comprender cómo se mueven los choques sobre la malla numérica, ya que a medida que estos evolucionan, se desplazan hacia la derecha y al mismo tiempo se separan entre sí, por lo que algunos choques presentan un movimiento relativo opuesto al choque frontal.

En la figura (6), de derecha a izquierda en dirección z , puede verse que los efectos de la polarización magnética son más apreciables en los choques rápidos, estos son: el choque frontal (zona de rarefacción) en $z \approx 1.96$, donde el fluido diamagnético (línea roja) muestra la mayor densidad, y el choque en reversa, que aparece en $z \approx 1.35$ (discontinuidad de contacto moviéndose hacia la izquierda). La solución obtenida muestra que los choques rápidos tienen mayores velocidades para el plasma diamagnético. En consecuencia, al introducir la susceptibilidad magnética en el sistema, la velocidad del fluido que se propaga aumenta cuando se considera un plasma con propiedades diamagnéticas.

En contraposición, la inclusión de la polarización magnética no muestra cambios significativos en los choques

lentos, pues no se aprecian diferencias destacables en la velocidad de propagación de los fluidos. Estos choques se generan en $z \approx 1.9$ (donde aparece una discontinuidad de contacto, que se desplaza hacia la derecha con dos ondas de choque), en $z \approx 1.8$ y en $z \approx 1.47$ (ambas zonas de rarefacción moviéndose en direcciones opuestas). Para el factor de Lorentz, se aprecia que Γ presenta el cambio más notable únicamente en el choque en reversa, el cual aparece en la región cercana a la zona de inyección del *jet*. Ahora, en el caso de los campos magnéticos transversales, B_x y B_y , mientras uno aumenta el otro disminuye. Entre sus correspondientes valores mínimos y máximos la diferencia entre el paramagnético y el diamagnético es de $\approx 20mG$. Por último, para la velocidad longitudinal v_z , las diferencias más apreciables se presentan en los choques rápidos, y este cambio es más notorio en la velocidad de propagación de los choques en reversa para el plasma diamagnético.

6.2. Modelo estratificado con pérdidas radiativas

El segundo escenario que se consideró fue la propagación de un *jet* en un medio estratificado en la presión con pérdidas radiativas. En la figura (7), se muestra la estructura de choques para los tres valores de la susceptibilidad magnética ($\chi_m = -0.01, 0.01$ y 0.0), y fracción de electrones $\xi_e = 0.001$. En primera instancia puede verse, al igual que en el caso anterior, que la velocidad del fluido diamagnético es mayor que el paramagnético o el no polarizado. No obstante, la estructura de choques, de manera global, se mueve más lento en comparación al caso sin pérdidas radiativas. Los choques lentos se registran en $z \approx 1.68$ y $z \approx 1.89$, mientras que los choques rápidos en $z \approx 1.47$ y $z \approx 1.98$. También se puede observar que la magnitud de los campos magnéticos transversales disminuye, esto conlleva a que la presión magnética disminuya.

Aunado a lo anterior, también puede verse que al incluir pérdidas por radiación, la morfología de los choques cambia respecto al caso sin radiación. Esto se hace evidente en la densidad propia ($\rho\Gamma$), que además aumenta su valor en un orden de magnitud, y en los estados constantes entre los choques, los cuales, según los resultados obtenidos por Giacomazzo and Rezzolla (2007), son ahora más difíciles de capturar con la resolución utilizada debido a los gradientes de presión que se presentan. Otro cambio sustancial producto de la radiación se aprecia en las pérdidas de presión que se presentan en la solución. Puede observarse un pico que se genera en el choque frontal, donde hay una disminución en la presión. Esto implica que el gas se acumula en esa zona y se expande con más fuerza (Bodo and Tavecchio,

2018). Es necesario mencionar que estos cambios que aparecen en la presión, hacen que el sistema sea más difícil de evolucionar numéricamente cuando se considera un plasma con propiedades paramagnéticas. En comparación con los resultados obtenidos por Nakamura et al. (2010), la susceptibilidad magnética en un *jet* con pérdidas radiativas hace que los fluidos se muevan en escalas espaciales más grandes, y esto genera que las partículas irradien por más tiempo. Por otro lado, se ubicaron 30 detectores en la malla numérica con $z \in [0.8, 3.8]$. El objetivo principal en la segunda parte de las simulaciones fue determinar la emisión de energía del *jet* en la dirección de propagación. En cada uno de estos detectores se calculó la pérdida de energía como la diferencia entre la energía inicial (E_0) que tenía el material cuando fue expulsado, y la energía radiada (E_r) en cada instante de tiempo a medida que el *jet* se propaga, $\Delta E = E_0 - E_r$. En la figura (8) se presenta la potencia emitida en diferentes detectores, para la simulación con fracción de electrones $\xi_e = 0.001$, y los tres valores de la susceptibilidad magnética, $\chi_m = -0.01, 0, 0.01$. En la primera fila, de izquierda a derecha, se muestra la potencia medida en los detectores 4, 8 y 12, respectivamente. Al tomar como referencia el primer panel, puede apreciarse que en un mismo detector se registran varias emisiones para distintos instantes de tiempo. De derecha a izquierda, se observa un pico primario (en $t \approx 1.65$), uno secundario (en $t \approx 1.47$), uno terciario (en $t \approx 1.29$), y cuarto pico (en $t \approx 1.22$).

El pico primario se caracteriza por ser el de mayor emisión, en donde puede verse que el fluido paramagnético es el que presenta más pérdidas por radiación. Este pico indica que la energía se irradia debido a la fuerza inicial del choque, lo que implica que podría ser la emisión de fotones de alta energía en varias longitudes de onda. Adicionalmente, también hay un desfase temporal entre los picos primarios de cada material, lo cual es consistente con la estructura de choques presentada en la figura (7). En particular, con los choques en reversa que aparecen en la solución, ya que es en dicha zona donde los efectos de incluir la polarización magnética son más apreciables. Al analizar estos choques en reversa, el plasma diamagnético al moverse con mayor velocidad, y en dirección opuesta al choque principal, será el último en ser registrado en cada detector. Si se continúa con esta misma idea, basada en la velocidad de propagación, el fluido paramagnético se mueve con menor velocidad, por lo que en los detectores será el primero en ser registrado. En consecuencia, para el caso paramagnético se obtuvo que al ser el de menor velocidad, interactúa más con el medio que lo rodea, por lo que irradia mayor energía.

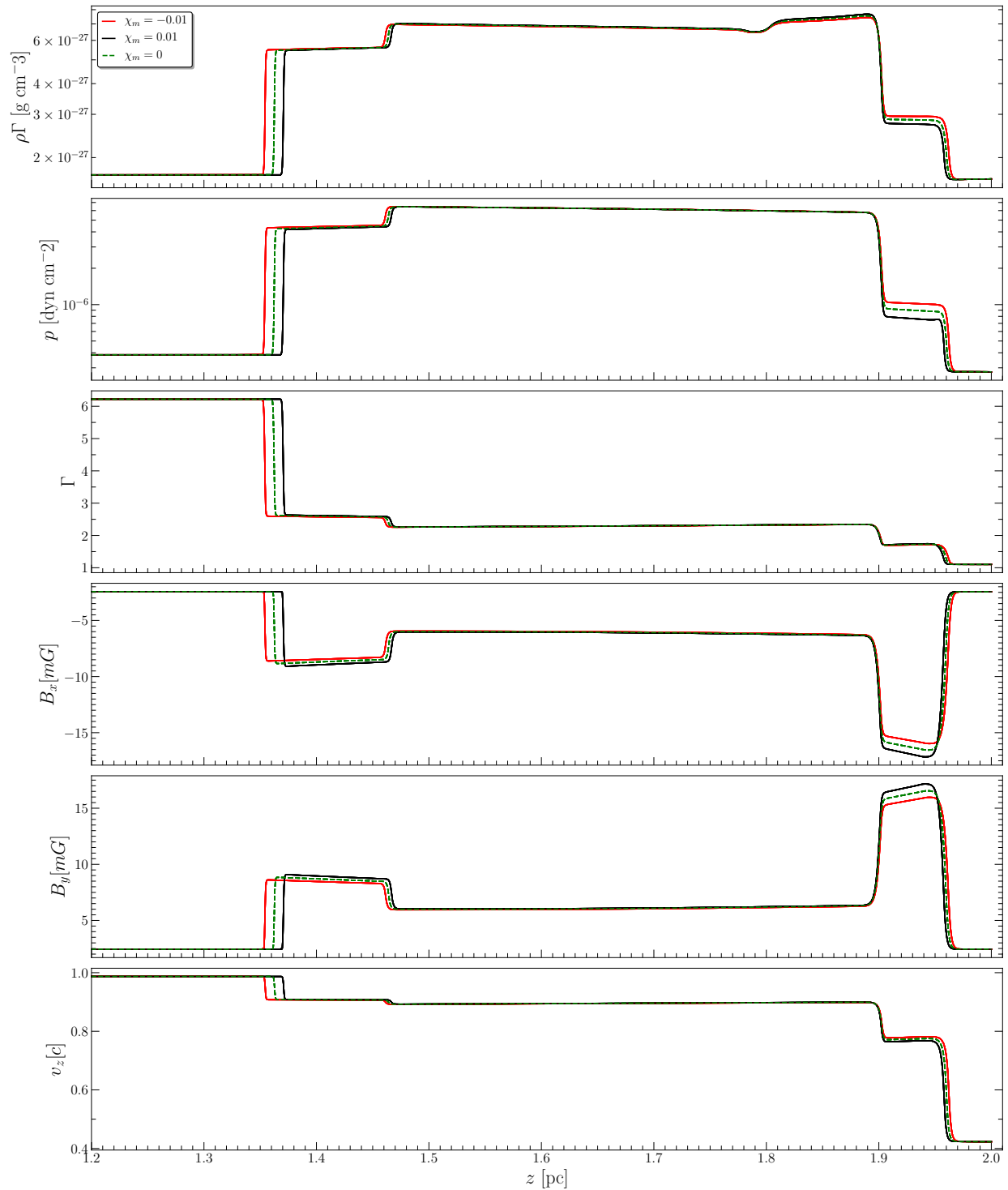


Figura 6. Estructura de choques 1.5D, en el tiempo $t = 2$, de las variables dinámicas del *jet* que se inyecta en un medio estratificado en la presión, para tres fluidos con diferentes susceptibilidades magnéticas: diamagnético (línea roja), paramagnético (línea negra) y no polarizado (línea verde discontinua). De arriba a abajo, se muestran los perfiles de densidad propia, presión, factor de Lorentz, campos magnéticos transversales y velocidad en dirección z . Esta simulación es para el caso $\xi_e = 0.0$. Se aprecia que el plasma diamagnético es más rápido que los demás en los choques rápidos. Para los choques lentos no hay diferencias notables cuando se varía la susceptibilidad magnética.

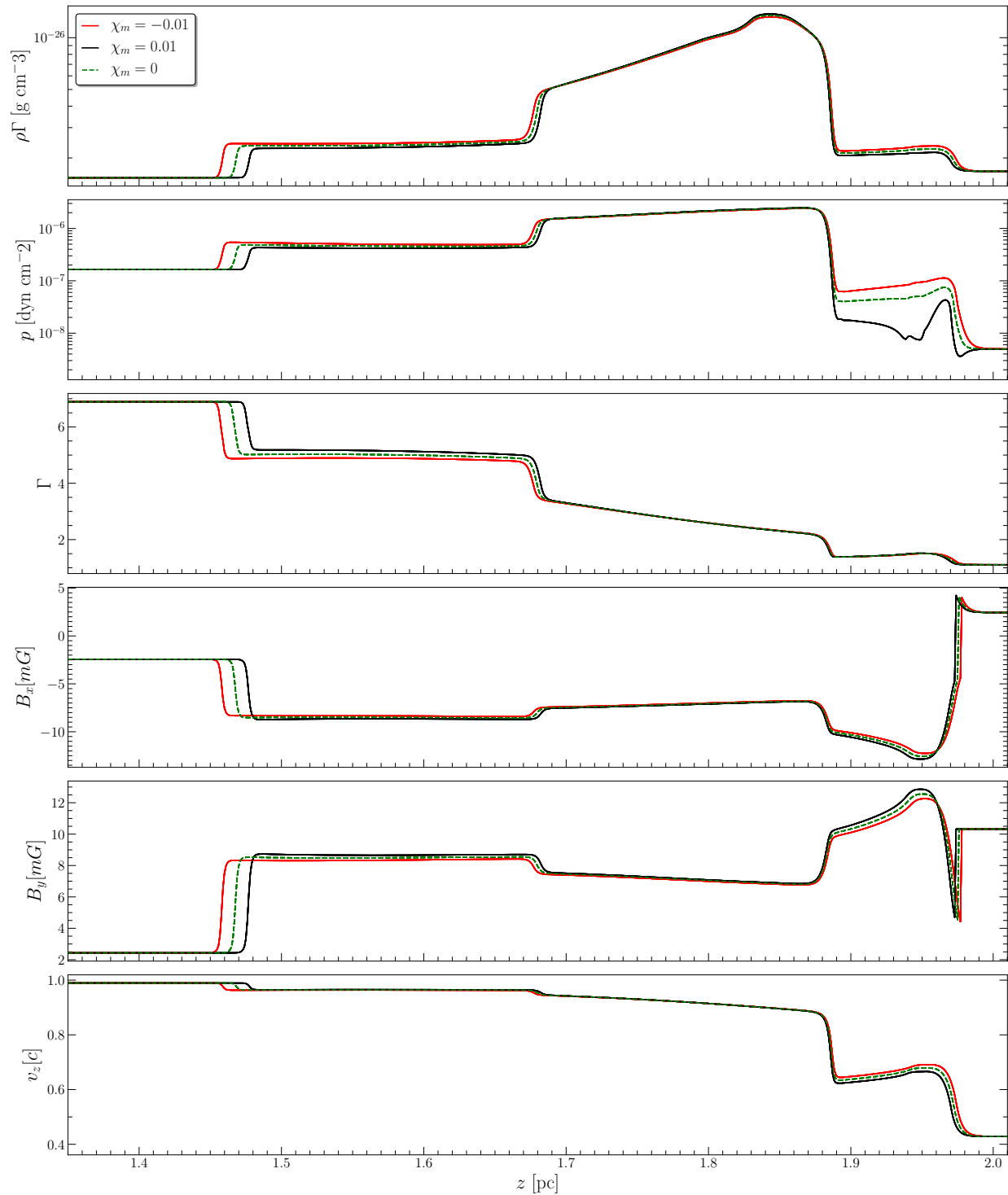


Figura 7. Estructura de choques 1.5D, en el tiempo $t = 2$, de las variables dinámicas del *jet* que se inyecta en un medio estratificado en la presión, con pérdidas radiativas, para tres fluidos con diferentes susceptibilidades magnéticas: diamagnético (línea roja), paramagnético (línea negra) y no polarizado (línea verde discontinua). De arriba a abajo, se muestran los perfiles de densidad propia, presión, factor de Lorentz, campos magnéticos transversales y velocidad en dirección z . Esta simulación es para el caso $\xi_e = 0.001$. Se aprecia que el plasma diamagnético tiene mayor velocidad que los demás en los choques rápidos, estas diferencias son más notables en el choque en reversa. Para el choque lento no hay diferencias notables cuando se varía la susceptibilidad magnética.

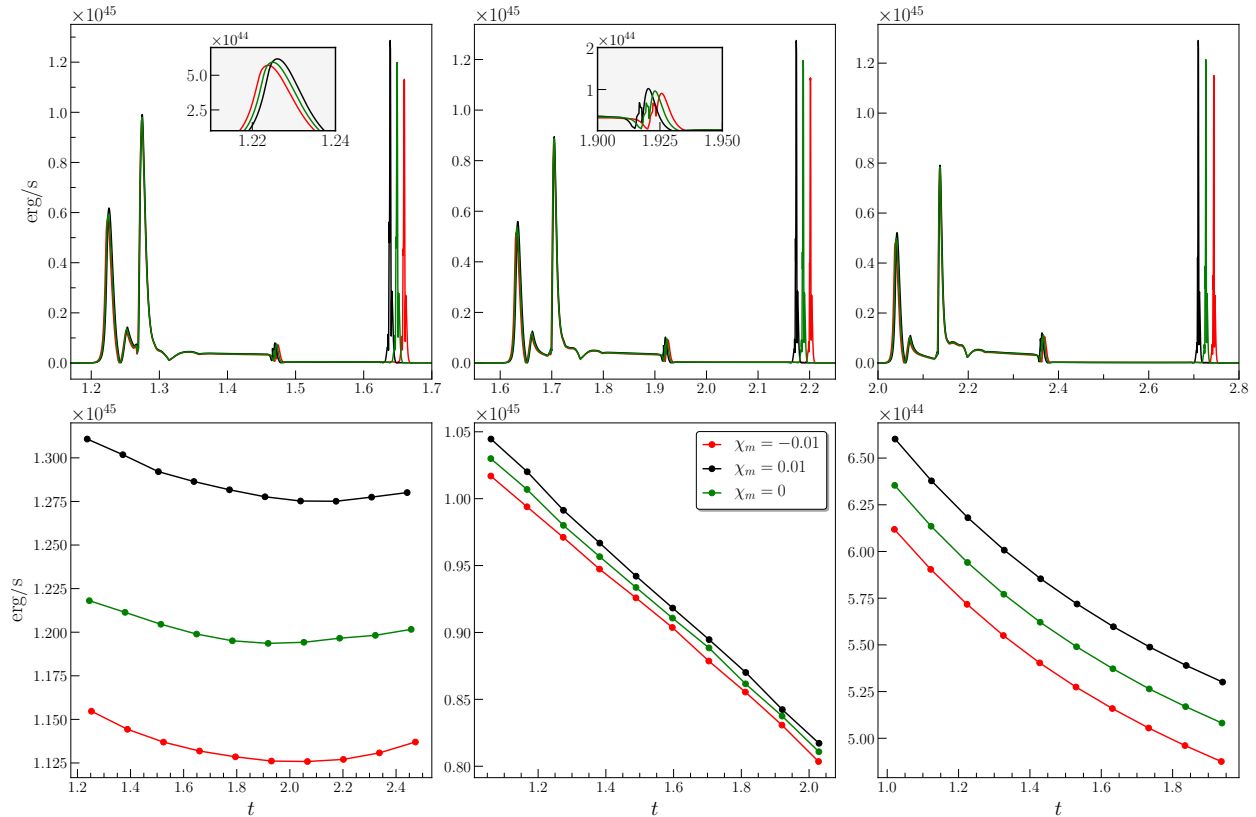


Figura 8. De izquierda a derecha, en la primera fila se muestra la potencia emitida en los detectores 4, 8 y 12, para los tres tipos de polarización magnética: diamagnética (línea roja), paramagnética (línea negra) y no polarizada (línea verde). Los picos de cada panel indican los valores máximos de las pérdidas de energía de cada material, medida en un mismo detector, en diferentes instantes de tiempo. Segunda fila: de izquierda a derecha, potencia máxima emitida de los picos primarios, secundarios y terciarios, medida en diez detectores, para las tres susceptibilidades.

El comportamiento descrito se repite con diferencias mínimas en el cuarto pico que aparece en el perfil de la potencia, y es consistente con el choque frontal, que es el primero en ser registrado. En esta zona, el plasma paramagnético sigue siendo el de menor velocidad, y nuevamente, el de mayor nivel de emisión, como se observa en el recuadro inscrito en el primer panel de la figura (7). Finalmente, el segundo y tercer pico corresponden con la potencia registrada cuando se generan los choques lentos. El segundo pico se relaciona con el choque que aparece en $z \approx 1.68$ (donde empieza a notarse el aumento del carácter relativista de cada plasma), lo cual origina el desfase

temporal entre los picos de cada material, como se aprecia en el recuadro inscrito en el segundo panel de la primera fila; mientras que el tercer pico, correspondiente al choque en $z \approx 1.89$, presenta las diferencias menos apreciables.

Una vez caracterizado el perfil de la potencia en cada detector, se realizó un análisis de los valores máximos correspondientes a los tres picos de mayor magnitud, medidos en 10 detectores distintos. De izquierda a derecha, en cada panel de la segunda fila de la figura (8), se muestra el valor máximo de la potencia, para el primero, tercero y cuarto pico, respectivamente. Puede verse, que la tendencia a medida que el plasma se propaga es que la pérdida de energía es mayor para los fluidos paramagnéticos (línea negra), en comparación con los diamagnéticos (línea roja) y los no polarizados (línea verde). Se encontró que los materiales paramagnéticos alcanzan a emitir $\approx 7.6\%$ más de energía que el caso no polarizado, mientras que los materiales diamagnéticos alcanzan a emitir $\approx 5.2\%$ menos de energía que un plasma que no está polarizado magnéticamente. De acuerdo a Bodo and Tavecchio (2018), los máximos valores registrados en las pérdidas radiativas se deben a que se relacionó la emisividad de la fracción de electrones con la presión del plasma. Así, las pérdidas por radiación implican valores más bajos de la presión del gas. En consecuencia, se esperaría que los efectos de aumentar ξ_e conduzcan a una mayor pérdida de energía, lo cual implicaría que el factor de Lorentz debería disminuir.

Ahora, la magnitud de la potencia obtenida es consistente con los resultados presentados por Tavecchio et al. (2011), donde los autores determinaron la potencia para electrones relativistas en procesos de emisión dominados por dispersión Compton inversa, para el blazar PKS 1222+216. No solo esto, los resultados obtenidos en este trabajo también concuerdan con las escalas de potencia de M87 que se obtienen con VLA a 90 cm (Owen et al., 2000). Es importante resaltar que la diferencia de la potencia radiada para las tres susceptibilidades es más significativa en el primer pico, ya que se genera un desfase temporal debido a la velocidad de propagación de cada material. Esta diferencia de tiempo, respecto al caso sin polarización, se presenta en la figura (9), donde se aprecia para todas las configuraciones de los parámetros χ_m y ξ_e , que el último plasma que se registra es el material diamagnético. Así, los fluidos diamagnéticos son más eficientes al emitir menos energía, debido a que su velocidad es mayor en comparación al plasma paramagnético y el no polarizado. Finalmente, también puede verse que la diferencia de tiempo en los desfases para los tres tipos de materiales aumenta a medida que se propagan. Entonces, al considerar escalas espaciales

más grandes (≈ 100 pc), estas diferencias temporales pueden tener consecuencias observacionales, lo cual es algo que podría analizarse más detenidamente como una posibilidad para detectar efectos diamagnéticos o paramagnéticos.

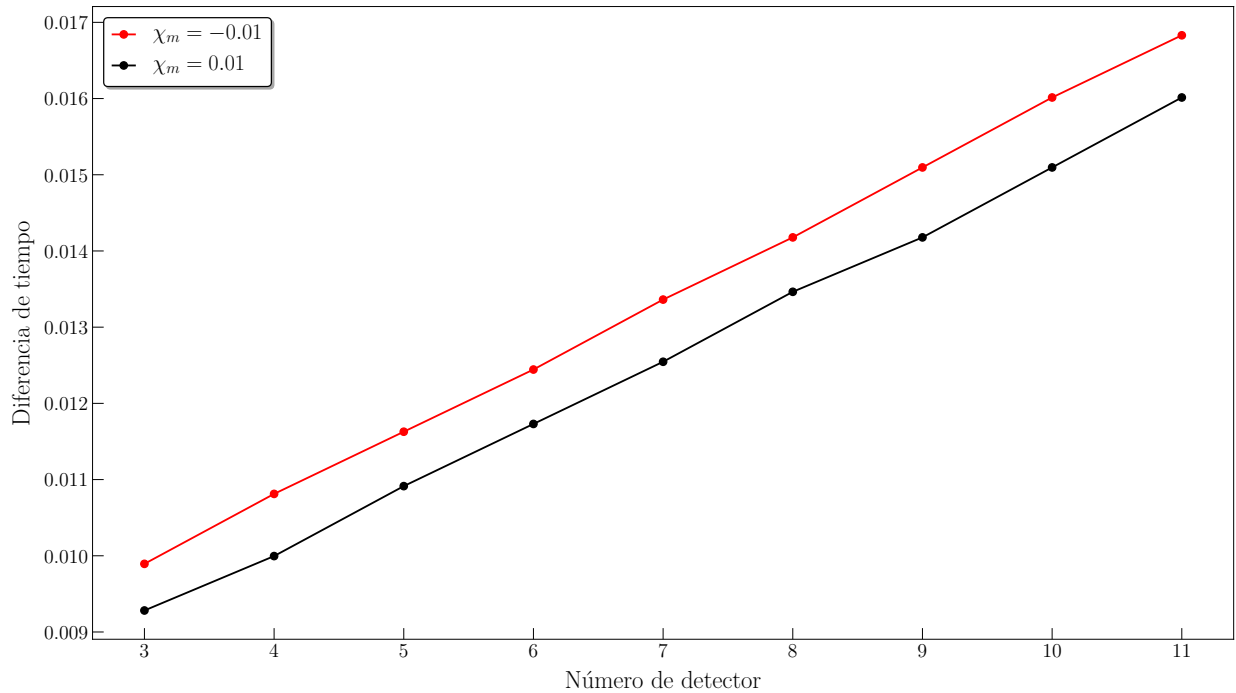


Figura 9. Diferencia temporal respecto al caso no polarizado para la separación del máximo correspondiente al primer pico.

7. Conclusiones

En este trabajo, se resolvieron las ecuaciones de la RMHD con términos de polarización magnética y una función que contempla las pérdidas debido a la radiación de las partículas. Mediante la formulación de Valencia y métodos de HRSC, se simuló la estructura de choques y la emisión de potencia para un *jet* relativista considerando las propiedades magnéticas del plasma que transporta. Adicionalmente, se empleó un modelo estratificado de la presión como una ley de potencias en la presión del gas ambiente que interactúa con el *jet*. Todo lo anterior se determinó al establecer dos parámetros principales: la susceptibilidad magnética χ_m y la fracción de electrones ξ_e . Posteriormente, se realizaron simulaciones en donde se contempla el caso con y sin radiación, para realizar un comparativo al considerar las pérdidas por radiación en tres plasmas con propiedades magnéticas diferentes. Estas pérdidas de energía se

determinaron mediante múltiples detectores ubicados en la malla numérica, y para cada detector se realizó un análisis de la máxima potencia emitida a medida que el *jet* evoluciona en el tiempo.

En primera instancia, se generó un gradiente de presión que decae como una ley de potencias, donde la presión del *jet* y del medio en la discontinuidad inicial son iguales. Se encontró que este gradiente de presión es el responsable de la estructura obtenida en los choques y la separación de los mismos. Ahora, el exceso de inercia que lleva el gas, producto de las variaciones obtenidas en la presión, también influye en su morfología, ya que el plasma del *jet* que impacta con el gas ambiente está sometido a abruptos procesos de expansiones y compresiones. Este tipo de comportamientos durante la evolución del *jet* podrían permitir comprender los procesos de recolimación en ciertas regiones observables, las cuales se caracterizan por sus altos niveles en los espectros de emisión. Se esperaría que al generar mayores gradientes de presión, por ejemplo, en un medio inicialmente con una presión menor que el *jet*, los choques se muevan con mayor velocidad. Sin embargo, para llevar a cabo este estudio se requiere implementar integradores numéricos más sofisticados que puedan tratar con las discontinuidades que aparecen.

Al analizar la estructura de choques, se encontró que en los choques rápidos el plasma diamagnético es más rápido en relación a los demás. En particular, los efectos de la susceptibilidad magnética son más apreciables en los choques en reversa que aparecen en la solución. De esta forma, se encontró que al modelar un sistema que presenta inhomogeneidades en el medio circundante, el impacto de la polarización magnética implica que los plasmas con propiedades diamagnéticas se mueven con mayor velocidad, por lo que las partículas irradiarán durante más tiempo. Para el plasma paramagnético, se encontró que es el de menor velocidad, esto implica que interactúa más con el medio en el proceso de propagación, por lo que irradia mayor energía, lo cual lo hace menos eficiente en relación a los otros casos, ya que este es el material que se enfriará más rápido por la disipación de energía.

Adicionalmente, también se observó que en el caso sin radiación, a medida que se aproxima hacia la zona de inyección, el campo magnético y el factor de Lorentz aumentan, lo que sugiere que la emisión está dominada por partículas relativistas y fuertemente magnetizadas. En contraste, cuando se consideraron pérdidas radiativas, el campo magnético y la presión magnética disminuyeron, lo cual podría sugerir que el sistema está dominado por la presión

del fluido. Esto es relevante, porque al analizar las pérdidas debido a la radiación presentes en un *jet* con diferentes propiedades magnéticas, podría explicarse el aumento de la velocidad de los choques, o emisiones de alta energía en algunas componentes, la cual es una de las características principales de los *jets* modelados en el marco de la MHD.

Por otro lado, en los perfiles de potencia se encontró que el plasma paramagnético tiene los niveles de emisión máximos, y la tendencia es que este tipo de material es más lento en comparación con el caso diamagnético y no polarizado. Debido a esto, un *jet* con propiedades paramagnéticas alcanza a tener una potencia $\approx 7.6\%$ mayor en comparación con el caso sin polarización. También se determinó que el plasma diamagnético alcanza a tener una tasa de emisión $\approx 5.2\%$ menor que el plasma no polarizado. La magnitud de la potencia obtenida en este trabajo, con órdenes de 10^{45} (erg/s), es consistente con los resultados de las observaciones de M87 con VLA, y también con el blazar PKS 1222+216, considerando la emisión de partículas dominada por la dispersión Compton inversa. Así, la importancia de mayores emisiones para el plasma paramagnético radica en la rápida variabilidad que se podría observar, en contraposición al caso del fluido diamagnético o sin polarización. Esto indica que las pérdidas por radiación conducen a un menor valor de la presión del gas, por lo que para mayores valores de ξ_e , la colimación del *jet* es más efectiva. También se encontró que la inclusión de la polarización magnética en el sistema produce un desfase temporal en los valores máximos de la potencia emitida. Este desfase se hace más notorio a medida que el plasma se propaga. En distancias más grandes (≈ 100 pc), esta diferencia temporal podría tener implicaciones observacionales, y abre la posibilidad de detectar plasmas con propiedades diamagnéticas o paramagnéticas. En consecuencia, todas las características morfológicas y cinemáticas mencionadas hasta el momento, pueden cobrar relevancia al momento de realizar futuras observaciones.

Finalmente, la continuidad de este trabajo es realizar simulaciones 2D que permitan visualizar de manera más precisa la morfología en los mapas de densidad y presión. Adicionalmente, sería interesante considerar los mecanismos de calentamiento de las partículas en la superficie de trabajo del *jet*, que pueden inducir nuevas características relevantes en las observaciones. También se proyecta construir un modelo en el cual se tengan menos restricciones, como la variabilidad espacial o temporal de la susceptibilidad magnética, variaciones en la velocidad de inyección del plasma, y modificar directamente el tensor de momento-energía total, incluyendo un tensor de radiación.

Referencias Bibliográficas

- Abramowicz, M. and Fragile, P. (2013). Foundations of black hole accretion disk theory. *Living Reviews in Relativity*, **16**, 88pp.
- Anile, A. M. (1990). *Relativistic Fluids and Magneto-fluids: With Applications in Astrophysics and Plasma Physics*. Cambridge Monographs on Mathematical Physics. Cambridge University Press.
- Antón, L. et al. (2006.). Numerical {3+1} general relativistic magnetohydrodynamics: A local characteristic approach. *The Astrophysical Journal*, **637**, 296-312.
- Biretta, J. A. et al. (1999). *Hubble space telescope* observations of superluminal motion in the M87 jet. *Astrophysical Journal*, **520**, 621-626.
- Blandford, R. and Hernquist, L. (1982.). Magnetic susceptibility of a neutron star crust. *Journal of Physics C Solid State Physics*, **15**, 6233-6243.
- Blandford, R. and Königl, A. (1979). Relativistic jets as compact radio sources. *The Astrophysical Journal*, 232:34–48.
- Blandford, R., Meier, D., and Readhead, A. (2019). Relativistic jets from active galactic nuclei. *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, **57**, 467-509.
- Blandford, R. and Znajek, R. (1977.). Electromagnetic extraction of energy from kerr black holes. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **179**, 433-456.
- Boccardi, B. et al. (2017). Radio observations of active galactic nuclei with mm-vlbi2. *The Astronomy and Astrophysics Review*, **25**, 4.
- Bodo, G. and Tavecchio, F. (2018.). Recollimation shocks and radiative losses in extragalactic relativistic jets. *Astronomy and Astrophysics*, **609**, A122.

- Bradford, S. et al. (2019). Detection of superluminal motion in the X-ray jet of M87. *The Astrophysical Journal*, **879**, 8.
- Bromberg, O. and Levinson, A. (2009). Recollimation and radiative focusing of relativistic jets: Applications to blazars and M87. *The Astrophysical Journal*, **699**, 1274–1280.
- Bucciantini, N. and Del Zanna, L. (2013.). A fully covariant mean-field dynamo closure for numerical 3 + 1 resistive grmhd. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **428**, 71–85.
- Chatterjee, D. et al. (2015.). Consistent neutron star models with magnetic-field-dependent equations of state. *The Astrophysical Journal Supplement Series*, **447**, 3785-3796.
- Clarke, D. et al. (1986). Numerical simulations of a magnetically confined jet. *Astrophysical Journal, Letters*, **311**, L63.
- Cohen, M., Moffet, A., et al. (1975). Observations with a VLB array. I. Introduction and procedures. *The Astrophysical Journal*, **201**:249–255.
- Cruz, A., Lora, F., and Guzman, F. (2012.). Is the flip-flop behaviour of accretion shock cones on to black holes an effect of coordinates? *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **426**(1):732–738.
- Cruz, A., Lora, F., and Guzman, F. (2016). Non-axisymmetric relativistic wind accretion with velocity gradients on to a rotating black hole. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **460**(3):3193–3201.
- Curtis, H. (1918). Descriptions of 762 nebulae and clusters photographed with the Crossley reflector. *Publications of Lick Observatory*, **13**, 9–42.
- De Young, D. (1991). Astrophysical Jets. *Science*, **252**:389–396.
- Dong Cui, Y. et al. (2012). A general relativistic external compton-scattering model for tev emission from M87. *The Astrophysical Journal*, **746**: 177.

- Einfeldt, B. (1988). On godunov-type methods for gas dynamics. *SIAM Journal on Numerical Analysis*, **25**(2):294–318.
- Eymard, R., Gallouët, T., and Herbin, R. (2000). Finite volume methods. *Handbook of numerical analysis*, 7:713–1018.
- Falcke, H. et al. (2016.). General relativistic magnetohydrodynamical simulations of the jet in M87. *Astronomy and Astrophysics*, **586**, A38.
- Felten, J. (1968). The radiation and physical properties of the M87 Jet. *The Astrophysical Journal*, **151**: 861.
- Fendt, C. (2006). Collimation of astrophysical jets: The role of the accretion disk magnetic field distribution. *The Astrophysical Journal*, **651**, 272-287.
- Fendt, C. and Memola, E. (2001.). Collimating, relativistic, magnetic jets from rotating disks. the axisymmetric field structure of relativistic jets and the example of the M87 jet. *Astronomy and Astrophysics*, **365**, 631-641.
- Feng, J. et al. (2016). A accretion jet model for M87: Interpreting the spectral energy distribution and Faraday rotation measure. *American Astronomical Society*, **830**:6.
- Font, J. (2008.). Numerical hydrodynamics and magnetohydrodynamics in general relativity. *Living Reviews in Relativity volume*, **11**, 7.
- Font, J. et al. (1994.). Multidimensional relativistic hydrodynamics: Characteristic fields and modern high-resolution shock-capturing schemes. *Astronomy & astrophysics*, **282**, 304-314.
- Gallo, E. (2010). Radio Emission and Jets from Microquasars. *Lecture Notes in Physics, Springer-Verlag Berlin Heidelberg*, **794**:85–113.
- Giacomazzo, B. and Rezzolla, L. (2007). WhiskyMHD: a new numerical code for general relativistic magnetohydrodynamics. *Classical and Quantum Gravity*, **24**, 12:S235–S258.

- Godunov, S. (1959). A difference scheme for numerical solution of discontinuous solution of hydrodynamic equations. *Math. Sbornik*, 47:271–306.
- Gómez, J., Martí, J., Marscher, A., Ibáñez, J., and Alberdi, A. (1997). Hydrodynamical models of superluminal sources. *The Astrophysical Journal*, **482**(1):L33–L36.
- Gouveia Dal Pino, M. (2005). The role of magnetic fields on astrophysical jets. *American Institute of Physics Conference Series*, **784**, 183-194.
- Harten, A., , Lax, P., and van Leer (1997). *On Upstream Differencing and Godunov-Type Schemes for Hyperbolic Conservation Laws*, pages 53–79. Springer Berlin Heidelberg.
- Jennison, R. and Das Gupta, M. (1953). Fine structure of the extra-terrestrial radio source Cygnus I. *Nature*, **172**:996-997.
- Kölligan, A. and Kuiper, R. (2018). Jets and outflows of massive protostars. From cloud collapse to jet launching and cloud dispersal. *Astronomy & astrophysics*, **620**:A182.
- Komissarov, S. (1999,). A Godunov-type scheme for relativistic magnetohydrodynamics. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **303**, 343-366.
- Kumar, P. and Zhang, B. (2015,). The physics of gamma-ray bursts & relativistic jets. *Physics Reports*, **561**, 1-109.
- Laing, R. (1997). Faster than light: superluminal motion and light echoes. *Physics Education*, **32**, 30-34.
- Leismann, T. (2004). *Relativistic magnetohydrodynamic simulations of extragalactic jets (Doctoral thesis)*, page 8. Max-Planck-Institut für Astrophysik.
- Lesur, G. et al. (2013). The magnetorotational instability as a jet launching mechanism. *Astronomy and Astrophysics*, **550**: A61.
- LeVeque, R. (1992). *Numerical methods for conservation laws*, volume 214. Springer.

- Liska, M. et al. (2018,). Formation of precessing jets by tilted black hole discs in 3d general relativistic mhd simulations. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **474**, L81-L85.
- Lora, F., Cruz, A., and Guzmán, F. (2015a). Relativistic bondi-hoyle-lyttleton accretion onto a rotating black hole: Density gradients. *The Astrophysical Journal Supplement Series*, **219**(2):30.
- Lora, F. et al. (2013,). PBH mass growth through radial accretion during the radiation dominated era. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, **12**, 015.
- Lora, F. et al. (2014,). Horizon growth of supermassive black hole seeds fed with collisional dark matter. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **443**, 2242â€“2251.
- Lora, F. et al. (2015,b). CAFE: A new relativistic MHD code. *The Astrophysical Journal Supplement Series*, **218**, 35.
- Lorrain, P. and Corson, D. (1970,). Electromagnetic fields and waves. *Freeman*.
- Marscher, A. (2010a). Jets in Active Galactic Nuclei. *Lecture Notes in Physics, Springer-Verlag Berlin Heidelberg*, **794**:173–201.
- Marscher, A. (2010b). Jets in Active Galactic Nuclei. *Lecture Notes in Physics, Springer-Verlag Berlin Heidelberg*, **794**:173–201.
- Marti, J. (2015). The structure of steady, relativistic, magnetized jets with rotation. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **452**: 3106â€“3123.
- Mati, J. et al. (2015). Real-time evolution of a large-scale relativistic jet. *Astronomy and Astrophysics*, 578:L11.
- Meier, D. et al. (2001,). Magnetohydrodynamic production of relativistic jets. *Science*, **291**, 84-92.
- Mignone, A. et al. (2007). Pluto: A numerical code for computational astrophysics. *The Astrophysical Journal supplement series*, 170:228–242.

- Mirabel, I. (2010). Microquasars: Summary and Outlook. *Lecture Notes in Physics, Springer-Verlag Berlin Heidelberg*, **794**:1–15.
- Mukherjee, D. et al. (2020). Simulating the dynamics and non-thermal emission of relativistic magnetised jets I. Dynamics. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, Accepted manuscript.
- Müller, E. (1998). *Computational methods for astrophysical fluid flow*, volume 343–494. Springer.
- Nakamura, M., Garofalo, D., and Meier, D. (2010). A Magnetohydrodynamic Model of the M87 Jet. I. Superluminal Knot Ejections from HST-1 as Trails of Quad Relativistic MHD Shocks. *The Astrophysical Journal*, **721**, 2:1783–1789.
- Norman, L. and Winkler, K. (1985). *Supersonic Jets*, volume 343–494. Los Alamos National Laboratory.
- Owen, F., Eilek, J., and Kassim, N. (2000). M87 at 90 Centimeters: A Different Picture. *The Astrophysical Journal*, **543**, 2:611–619.
- Owen, F., Hardee, P., and Cornwell, T. (1989). High-resolution, high dynamic range vla images of the m87 jet at 2 centimeters. *The Astrophysical Journal*, **340**:698.
- Owen, F. N. et al. (1985). VLA observations of the multiple jet galaxy 3c 75. *Astrophysical Journal*, **294**, L85-L88.
- Pearson, T. (1981). Superluminal expansion of quasar 3c273. *Nature*, **290**, 365–368.
- Penrose, R. and Floyd, R. (1971.). Extraction of rotational energy from a black hole. *Nature Physical Science*, **229**, 177-179.
- Pimentel, O. and Lora, F. (2019). On the linear and non-linear evolution of the relativistic mhd kelvin-helmholtz instability in a magnetically polarized fluid. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **490**:4183–4193.
- Pimentel, O., Lora, F., and González, G. (2018). Numerical general relativistic mhd with magnetically polarized matter. *The Astrophysical Journal*, **861**, 115.

- Porth, O. et al. (2017,). The black hole accretion code. *Computational Astrophysics and Cosmology*, **4**, 1.
- Porth, O. et al. (2019). The Event Horizon General Relativistic Magnetohydrodynamic Code Comparison Project. *The Astrophysical Journal Supplement Series*, **243**:26.
- Prieto, M. et al. (2016). The central parsecs of M87: jet emission and an elusive accretion disc. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **457**: 3801-3816.
- Raga, A., Rodriguez, L., and Canto, J. (1977). Chorros astrofísicos. *Revistas Mexicana de Física*, **43**:825–836.
- Ray, T. and Ferreira, J. (2021). Jets from young stars. *New Astronomy Reviews*, **93**:101615.
- Rezzolla, L. and Zanotti, O. (2013). *Relativistic Hydrodynamics*. Oxford University Press.
- Ripperda, B. et al. (2019,). General-relativistic resistive magnetohydrodynamics with robust primitive-variable recovery for accretion disk simulations. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **1**, 10.
- Romanova, M. and Lovelace, R. (1992,). Magnetic field, reconnection and particle acceleration in extragalactic jets. *Astronomy and Astrophysics*, **262**, 26-36.
- Sahayanathan, S. (2008). A two-zone synchrotron model for the knots in the M87 jet. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society: Letters*, **338**: L49-L53.
- Sauty, C. (2002). Relativistic flows in astrophysics. *Springer*, **589**, 41-70.
- Schiesser, W. (2012). *The Numerical Method of Lines: Integration of Partial Differential Equations*. Elsevier Science.
- Schwartz, D. (2010). Chandra enables study of x-ray jets. *National Academy of Sciences*, **107**, 7190-7195.
- Shibata, M. (2015). *Numerical relativity (Vol. 1)*. World Scientific.
- Shields, G. (1999). A brief history of active galactic nuclei. *The Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, **111**, 661-678.

Smith, M. (2012). *Astrophysical jets and beams*. Cambridge Astrophysics series.

Sparks, W. et al. (1996). The jet of M87 at tenth-arcsecond resolution: Optical, ultraviolet, and radio observations. *The Astrophysical Journal*, **473**:254–268.

Steenbrugge, K. et al. (2008). Detection of a relic X-ray jet in cygnus A. *International Journal of Modern Physics D*, **17**:1561-1567.

Tavecchio, F. et al. (2011.). On the origin of the γ -ray emission from the flaring blazar pks 1222+216. *Astronomy & astrophysics*, **534**, A86.

The EHT MWL Science Working Group (2021). Broadband multi-wavelength properties of M87 during the 2017 Event Horizon Telescope Campaign. *The Astrophysical Journal Letters*, **911**: L11.

The Event Horizon Telescope Collaboration (2019). First M87 Event Horizon Telescope Results. I. The shadow of the supermassive black hole. *The Astrophysical Journal Letters*, **875**, L1.

Toro, E. (2011.). Riemann solvers and numerical methods for fluid dynamics: A practical introduction. *Berlin: Springer*.

Toro, E. (2013). *Riemann Solvers and Numerical Methods for Fluid Dynamics*. Springer Science & Business Media.

Tovmasyan, G. M. (1980). Radio emission of extragalactic objects. *Astrophysics*, **16**, 330-345.

Van Leer, B. (1979). Towards the ultimate conservative difference scheme V. A second order sequel to godunov's method. *Journal of computational physics*, 32:101–136.

Von Neumann, J. and Richtmyer, R. (1950). A method for the numerical calculation of hydrodynamic shocks. *Journal of Applied Physics*, 21:232–237.

Wang, Z. (2016.). The diamagnetic phase transition of dense electron gas: Astrophysical applications. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, **128**, 104201.

Wardle, J. (2013). Magnetic fields and polarization in agn jets. *EPJ Web of Conferences*, **61**, 06001.

White, C. et al. (2016,). An extension of the athena++ code framework for grmhd based on advanced riemann solvers and staggered-mesh constrained transport. *The Astrophysical Journal Supplement Series*, **225**, 22.

Wilson, A., Young, A., and Shopbell, L. (1975). Chandra Observations of Cygnus A: Magnetic Field Strengths in the Hot Spots of a Radio Galaxy. *The Astrophysical Journal*, **544**:L27–L30.