

**ESTUDIO SOBRE LAS CONCEPCIONES DE CORRELACIÓN Y  
REGRESIÓN LÍNEAL EN ESTUDIANTES DE UNDÉCIMO GRADO  
UTILIZANDO LA CALCULADORA TI-92 PLUS**

**SILVIA JULIANA GARCIA ORTIZ  
YERLY SIOMARA HERRERA ROBAYO**

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER  
FACULTAD DE CIENCIAS  
ESCUELA DE MATEMÁTICAS  
BUCARAMANGA  
2009**

**ESTUDIO SOBRE LAS CONCEPCIONES DE CORRELACIÓN Y  
REGRESIÓN LÍNEAL EN ESTUDIANTES DE UNDÉCIMO GRADO  
UTILIZANDO LA CALCULADORA TI-92 PLUS**

**SILVIA JULIANA GARCIA ORTIZ  
YERLY SIOMARA HERRERA ROBAYO**

Trabajo de grado presentado para optar  
al título de Licenciadas en Matemáticas

Director

**GABRIEL YAÑEZ CANAL**  
Doctor en Matemática Educativa

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER  
FACULTAD DE CIENCIAS  
ESCUELA DE MATEMÁTICAS  
BUCARAMANGA  
2009**

A Dios a y ala Virgen Santísima por ser mis guías  
A mi familia por su apoyo entrega y cariño  
Los Quiero Mucho

## AGRADECIMIENTOS

*A Dios por haberme dado la oportunidad de estudiar y ser la persona que soy.*

*A toda mi familia en especial a mis abuelos y a mis tías quienes con su apoyo y amor siempre me colaboraron.*

*A Henry Fabián por su compañía incondicional en mis alegrías y tristezas.*

*A la familia de Henry por todo su apoyo en el transcurso de mi carrera:  
Emilce, Sonia, Henry Caballero.*

*Al profesor Daniel Moreno y los estudiantes que nos colaboraron en nuestra investigación.*

*Al profesor Gabriel Yáñez que en todo el proyecto nos brindó su ayuda y colaboración incondicional.*

*A mis amigos Eduardo, Luz, Jhovany, Alirito, Claudia quienes nos acompañaron con sus conocimientos en este trabajo.*

*A Yerly por trabajar conmigo y compartir este proyecto.*

## AGRADECIMIENTOS

*A Dios por haberme dado la oportunidad de estudiar y crecer como  
persona.*

*A toda mi familia en especial a mis padres Luz Dary y Jorge Enrique y  
a mi hermano Diego quienes con su apoyo y amor siempre han dado lo  
mejor de ellos para formar una persona de bien.*

*A Leidy Tatiana por su compañía incondicional en mis alegrías y  
tristezas.*

*Al profesor Daniel Moreno por sus enseñanzas impartidas, consejos,  
apoyo, esmero y colaboración, y a los estudiantes que nos colaboraron en  
nuestra investigación.*

*Al profesor Gabriel Yáñez por que en todo el proyecto nos brindo su  
ayuda, su paciencia, dedicación y colaboración incondicional.*

*A mis amigos de toda la vida Diana, Tatiana, y a las demás personas  
quienes me han acogido con gran aprecio y cariño en sus corazones.*

*A todos mis amigos Henry, Luz Dary, Eduardo, Jhovany y Eduard,  
quienes nos acompañaron con sus conocimientos en este trabajo.*

*A Juliana por trabajar conmigo, tenerme paciencia y compartir este  
maravilloso proyecto.*

## TABLA DE CONTENIDO

	Pág.
PRESENTACIÓN.....	1
1. PILARES TEÓRICOS DE LA INVESTIGACIÓN.....	8
1.1 ANTECEDENTES.....	8
1.1.1 ANTONIO ESTEPA Y FRANCISO SÁNCHEZ (2000) .....	8
1.1.2 FRANCISCO SÁNCHEZ, ANTONIO ESTEPA Y CARMEN BATANERO (2001) .....	11
1.2 CORRELACIÓN Y REGRESIÓN LINEAL.....	14
1.2.1 CORRELACIÓN LINEAL .....	15
1.2.2 MEDIDAS DE CORRELACIÓN.....	16
1.2.3 COEFICIENTE DE CORRELACIÓN (R) .....	17
1.2.4 RELACIÓN ENTRE VARIABLES.....	18
1.2.5 AJUSTE DE CURVAS .....	18
2. METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN .....	20
2.1. FASES DE LA INVESTIGACIÓN .....	28
2.1.1 LAS SITUACIONES PROBLEMA EN EL DISEÑO DE LAS ACTIVIDADES DURANTE EL PROCESO DE ENSEÑANZA.....	28
2.1.2 EVALUACIÓN Y ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS .....	31
2.2 ESTRUCTURA DE LAS ACTIVIDADES REALIZADAS .....	32
2.2.1 POBLACIÓN Y MUESTRA .....	32
2.3 ETAPAS DE LA METODOLOGÍA Y EL PROCESO DE ENSEÑANZA .....	33
2.3.1 PRIMERA SESIÓN: PRUEBA DIAGNÓSTICA.....	33
2.3.2 SEGUNDA SESIÓN: CORRELACIÓN.....	35
2.3.3 TERCERA SESIÓN. CORRELACIÓN Y COEFICIENTE DE CORRELACIÓN .....	39
2.3.4 CUARTA SESIÓN: REGRESIÓN LINEAL.....	44
2.3.5 QUINTA SESIÓN: EVALUACIÓN .....	46
3. CATEGORIAS DE ESTUDIO .....	48

<b>3.1 CATEGORÍA 1. DISTRIBUCIÓN DE DATOS</b> .....	48
3.1.1 IDENTIFICACIÓN .....	48
3.1.2 DATOS AGRUPADOS.....	50
3.1.3 DATOS DISPERSOS.....	51
<b>3.2 CLASES DE CORRELACIÓN</b> .....	52
3.2.1 CORRELACIÓN POSITIVA .....	52
3.2.2 CORRELACIÓN NEGATIVA.....	53
3.2.3 NO CORRELACIÓN .....	53
3.2.4 FUERTE CORRELACIÓN POSITIVA.....	54
<b>3.2.5 FUERTE CORRELACIÓN NEGATIVA</b> .....	54
<b>3.3 LÍNEA RECTA MEJOR AJUSTE PARA LOS DATOS</b> .....	55
3.3.1 COEFICIENTE POSITIVO .....	56
3.3.2 COEFICIENTE NEGATIVO .....	56
3.3.3 IDENTIFICACIÓN DE LOS VALORES A Y B EN LA LÍNEA RECTA ..	57
4. ANÁLISIS DE LA EVALUACIÓN .....	59
<b>5. CONCLUSIONES</b> .....	73
<b>BIBIOGRAFIA</b> .....	77
<b>ANEXOS</b> .....	79

## LISTA DE ANEXOS

ANEXO 1 .....	80
ANEXO 2 .....	82
ANEXO 3 .....	85
ANEXO 4 .....	88
ANEXO 5 .....	90

## RESUMEN

**TITULO:** CONCEPCIONES\*

**AUTOR:** SILVIA JULIANA GARCIA ORTIZ  
YERLY SIOMARA HERRERA ROBAYO\*\*

**PALABRAS CLAVES:** Correlación  
Regresión lineal  
Calculadora TI 92 Plus  
Análisis de situaciones problemas  
Estudiantes de colegio

### DESCRIPCION O CONTENIDO:

Esta investigación se orientó al estudio de las concepciones que adquirieron algunos estudiantes alrededor de correlación y regresión lineal mediante la utilización de la calculadora TI 92 Plus. La metodología utilizada durante el proceso de enseñanza y aprendizaje fue la resolución de problemas situación, la cual nos permite, a través del sistema de búsqueda de la solución, que los estudiantes construyan sus propios conceptos y significados.

Las actividades de clase se diseñaron en (tres) etapas, dichas actividades se implementaron a través de la utilización de la Calculadora TI 92 Plus.

Cada actividad está dividida en tres etapas la primera etapa era de instrucciones en la cual los estudiantes ingresaban los datos a la calculadora para obtener la grafica de la situación problema planteada en la actividad, la segunda etapa llamada contextualización se le orientaba al alumno con las preguntas para enfocar la actividad y la última etapa se socialización por parte de los alumnos y fomentar la participación en el aula de clase.

Los resultados de esta investigación muestran la evolución que vivieron los estudiantes en el aprendizaje del concepto de correlación y regresión lineal, y correlación. Adicionalmente, la investigación permitió observar las concepciones que se forman los estudiantes mediante el estudio de diferentes situaciones problemas. Las competencias que desarrollaron los estudiantes en formación de estos conceptos y las dificultades que implicó el trabajo con la calculadora TI 92 como herramienta de trabajo en el aula de clase, también forman parte de los resultados de esta investigación.

---

\* Trabajo de grado

\*\* Facultad de Ciencias. Escuela de Matemáticas. Dr. Gabriel Yáñez Canal.

## Summary

**TITLE:** CONCEPTIONS \*

**AUTOR:** SILVIA JULIANA GARCIA ORTIZ  
YERLY SIOMARA HERRERA ROBAYO \*\*

**KEY WORDS:** correlation  
Linear regression  
TI 92 Plus calculator  
Analysis of problematic situations  
Students

### **DESCRIPTION OR CONTENT:**

The main target of this research was the study of the concepts acquired by some students about correlation and linear regression by using TI 92 Plus calculator. The methodology used during the teaching and learning process was the solving of problematic situations, which enable students, through the problem-solution system, to build their own concepts and meanings.

Classroom activities were designed in (three) stages and were implemented through the use of the TI 92 Plus calculator.

Each activity is divided in three stages the first stage era of instructions in which the students entered the data the calculator to obtain graphic from the situation the problem raised in the activity, the second called stage contextualisation was oriented to him to the student with the questions to focus the activity and the last stage socialization on the part of the students and to foment the participation in the class classroom.

The results thrown by this research show the students' evolution at learning the concepts of correlation and linear regression. Furthermore, the study enabled us to observe the concepts that students bring up from the study of different problematic situations. Skills developed by students at the creation of these concepts as well as the difficulties brought by using a TI 92 Plus calculator as a working tool in the classroom, have come up as results or this research too.

---

\* Deegre work

\*\* Science faculty, Mathematic School. Director Gabriel Yáñez Canal.

## PRESENTACIÓN

Las herramientas tecnológicas como la calculadora y los computadores con *software* interactivo, cada una de ellas utilizada en la enseñanza de las matemáticas, permiten motivar y llamar la atención de los estudiantes implicados en el proceso de enseñanza-aprendizaje favoreciendo la comprensión de los objetos mentales a construir que de otra manera serían más difíciles de enseñar y, por supuesto, de aprender. Autores como Dunham y Dick (1994), Sheets (1993), Roano (1996) y Groves (1994) mencionados por Batanero (2000), corroboran que con el uso apropiado de la tecnología, los estudiantes pueden aprender más.

De este modo, el uso de las nuevas tecnologías en el currículo de matemáticas se ha logrado incorporar en las instituciones educativas colombianas, pero este avance demanda de parte de los docentes un compromiso con la creación producción de estrategias para motivar e incentivar a los estudiantes para lograr involucrarlos en la nueva plataforma de aprendizaje que exige, en medio de su novedad, mayor responsabilidad de su parte e, incluso, otras herramientas cognitivas que no suelen utilizarse muy seguido en la tarea de aprender.

Es así como en este caso en particular pretendemos que los estudiantes de grado once del colegio Técnico Vicente Azuero, alcancen un análisis interpretativo de los conceptos de correlación y regresión lineal, llevando a los estudiantes participantes de la experiencia a reconocer el concepto de correlación a través de las diferentes representaciones (las descripciones verbales, diagramas de dispersión, y coeficiente de correlación) y la presentación de situaciones problema para así lograr determinar la relación

entre una o más variables, tomando decisiones sobre la existencia o inexistencia de asociación de las mismas con el uso de la calculadora.

Como es sabido, el manejo y análisis de grandes datos exige la utilización de herramientas tecnológicas que faciliten su operatividad, representación gráfica o en diagramas de diferentes formas, el cálculo de parámetros estadísticos que permitan una descripción general de la información, todo esto de manera rápida. Por lo tanto, la calculadora graficadora se constituye como herramienta de clase pues permite que los estudiantes eviten realizar diferentes operaciones, que podríamos catalogar de algorítmicas o rutinarias y se puedan enfocar en la interpretación de los resultados que es lo realmente importante.

Se han realizado estudios sobre la manera como piensan los estudiantes y sobre cada uno de los procesos utilizados en la aprehensión de los conceptos, sin tener en cuenta, en ocasiones, la metodología que emplean los profesores en el desarrollo de las clases y la aplicación que le dan en la contextualización de las diferentes situaciones problema. Este hecho es uno de los motivos que nos llevó a analizar la utilización de herramientas tecnológicas –la Calculadora Texas Instruments 92 PLUS– como parte de la metodología de clase puesto que permite a los estudiantes acceder, utilizar y manipular la información dada en cada ejercicio con el fin de que sean ellos mismos los que reflexionen y razonen sobre las diferentes situaciones problemas que les pueda llevar a verificar las conclusiones obtenidas, dando espacio para socializar sus ideas con los demás compañeros, llevando a los estudiantes a tener claras las nociones básicas de correlación y regresión lineal.

Centrándonos en el tema trabajado en nuestro proyecto, regresión y correlación lineal, a grosso modo sabemos que la correlación indica la fuerza

(donde se mide el grado en que la línea representa la nube de puntos: si la nube es estrecha y alargada nos indica que la relación es fuerte; si la nube es dispersa, la relación es débil); si la nube de puntos es alargada, estrecha y horizontal o vertical no hay relación y la dirección (la cual mide la variación de los valores de las variables: cuando los valores crecen es una relación positiva; si los valores disminuyen, la relación es negativa) entre dos variables aleatorias y cuantitativas.

Por su parte, la regresión es la curva que mejor se ajusta a los datos para estimar la variabilidad de la información. Es precisamente en este punto en el cual se utiliza la calculadora graficadora TI - 92 Plus, ya que facilita realizar cambios de variabilidad en los datos permitiéndole a los estudiantes realizar conjeturas, diseñar hipótesis, tener espacio para validarlas o invalidarlas y, al final, lograr construir el concepto de manera significativa y clara.

Por otra parte, la enseñanza de la estadística en estudiantes de educación básica y media presenta dificultades, algunos aspectos que fortalecen e incluso resultan siendo parte de la raíz del problema son: la indisposición de los estudiantes al considerar la estadística complicada y poco útil para un futuro; la poca importancia que se le da a la materia por parte de los docentes, notándose en la reducción a un mínimo espacio que le brindan la mayoría de los colegios en el horario de enseñanza lo cual lleva a que los estudiantes alcancen muy pocas nociones del tema y tengan una escasa profundización en el mismo.

La naturaleza cambiante de la estadística hace necesario que su enseñanza se aborde en contextos significativos, en donde la presencia de problemas abiertos con cierto grado de indeterminación le permita al estudiante poner en juego actividades estadísticas como análisis de variables y de gráficas, diseño de parámetros, inferencia y estimación, con el fin de encontrar diferentes interpretaciones y tomar decisiones respecto a la situación.

La implementación de las tecnologías en el aula de clase cambia la manera de observar y abordar las situaciones problema, dado que los estudiantes deben combinar sus conocimientos con las diferentes opciones que ofrece la calculadora TI - 92 Plus, a la vez que la utilizan como herramienta que facilita su interpretación y análisis. De este modo, se propicia el espacio para complementar la resolución de problemas con el uso de las tecnologías, en particular la calculadora la cual puede favorecer el aprendizaje de las matemáticas.

Lo que nos motivó a realizar este trabajo fue intentar emplear una manera diferente de enseñar temas estadísticos en el currículo de matemáticas; cuando se aborda el estudio estadístico, se hace de manera tradicional por el –en ocasiones– desconocimiento de contextos significativos para hacer su presentación lo cual hace difícil y poco amena la enseñanza y, por ende, no se logra cautivar como se quisiera la atención de los estudiantes. Nuestra intención con este trabajo es aportar un “granito de arena” a la enseñanza de la estadística ya que la sociedad actual demanda a su sistema educativo una formación estadística que capacite a sus ciudadanos para entender, comprender y resolver, en su caso, la diversidad de información y problemas, tanto científicos como sociales que precisen del conocimiento estadístico.

Consecuentemente, nuestro sistema educativo solicita la implementación de contenidos relacionados para cada uno de los niveles de la educación, desde la primaria en adelante; pero, además, demanda la utilización de estrategias didácticas que faciliten no solamente su implementación, sino también su entendimiento y comprensión. Es así como desde aquí se formula la pregunta de investigación de este proyecto: **¿Qué ventajas o desventajas desarrollan los estudiantes cuando utilizan para su análisis la**

## **calculadora TI 92 Plus para resolver problemas de correlación y regresión lineal?**

Para esto se planeó elaborar y aplicar un cuestionario diagnóstico que permitió identificar las fortalezas y dificultades de los estudiantes en cuanto al análisis de gráficas e interpretaciones de las mismas, en primera instancia.

Luego se diseñó y aplicó guías de trabajo que les permitió a los estudiantes una mejor comprensión de los conceptos de correlación y regresión lineal por medio de situaciones problemas, además de la utilización de la calculadora como herramienta didáctica en el aula de clase.

Se analizaron los resultados obtenidos en la realización de las guías, con ayuda del diario de campo, que nos permitió ver las dificultades de los estudiantes en cada etapa del desarrollo de nuestro proyecto.

Al finalizar, se diseñó y aplicó una evaluación final que nos permitió tener una idea del conocimiento adquirido de estos temas por los estudiantes y si lograron o no superar las dificultades en el proceso de aprendizaje.

Para dar respuesta a ésta pregunta, trabajamos con estudiantes del grado Undécimo del Colegio Técnico Vicente Azuero (Floridablanca), colegio donde habitualmente se trabaja con la calculadora TI 92 Plus como medio didáctico para el aprendizaje de las matemáticas.

Teniendo en cuenta que el objetivo central está permeabilizado por el conocimiento de los conceptos de correlación y regresión lineal, con el uso de la calculadora graficadora TI 92 plus, nos interesamos en este trabajo en interpretar, describir, analizar y comprender las soluciones a las que llegaron los estudiantes al tener la aplicación en cada una de las actividades

desarrolladas durante este proceso de enseñanza-aprendizaje, actividades que corresponden a cinco talleres que se dividieron en una prueba diagnóstica, tres actividades y la evaluación final.

Consecuentemente, presentaremos los resultados cuantitativamente dándole prioridad a su interpretación en el marco del acontecer escolar de la vivencia y de los presaberes y conocimientos de los estudiantes con la idea de comprender cómo interpretaron y manejaron los estudiantes las situaciones problemas que fueron planteadas en las guías. Es importante resaltar que se seleccionó como método de investigación el estudio por medio de casos, de acuerdo con los aportes dados se escogerán los estudiantes; finalmente, para dar una idea rápida del contenido del cuerpo de este trabajo mencionamos los capítulos seis que lo estructuran:

El “**Capítulo 1. PILARES TEÓRICOS DEL PROYECTO**”, en el cual se describe algunas investigaciones previas sobre correlación y regresión de datos, dándonos unas conclusiones sobre el trabajo de exploración dado. Además, se presentan pautas teóricas sobre correlación y regresión, correlación lineal, medidas de correlación, coeficiente de correlación, y relación entre variables.

El “**Capítulo 2. METODOLOGÍA Y RECURSOS DE LA INVESTIGACIÓN**”, se presenta en él la estructura de la investigación, comentando la metodología, la calculadora Ti 92 empleada como recurso didáctico de este proyecto, las actividades y evaluaciones que se llevaron durante la investigación, el método de recolección de datos y análisis de datos; además se presentan los objetivos de las diferentes situaciones problemas que se trabajaron con los estudiantes en el proyecto.

El “**CAPÍTULO 3. CATEGORÍAS DE ESTUDIOS**”, presentamos las argumentaciones dadas por los estudiantes al enfrentarse a las diferentes situaciones problemas mostrando las fortalezas y dificultades presentadas en el proceso de enseñanza.

El “**CAPÍTULO 4. ANÁLISIS DE LA EVALUACIÓN**” se presenta el razonamiento que presentaron los estudiantes frente a la evaluación, concluyendo cuantos estudiantes llegaron al objetivo de nuestro proyecto.

EL “**CAPITULO 5. CONCLUSIONES**” presenta los resultados alcanzados de la investigación.

Al final después de las referencias se presentan los anexos. Primer anexo “Prueba diagnóstica”, cuyo objetivo era investigar e indagar las fortalezas y debilidades de los estudiantes en el área de estadística.

Segundo anexo “Actividad 1” tiene como objetivo la introducción de ideas fundamentales sobre la correlación entre las variables, identificando el sentido y la fuerza entre ellas.

Tercer anexo “Actividad 2” tiene como objetivo identificar las características de la correlación y asociar el valor con la gráfica correspondiente.

Cuarto anexo “Actividad 3” tiene como objetivo identificar la línea recta como el mejor ajuste para los datos.

Quinto anexo “Evaluación” en ella se planteó una situación problema que le permite al estudiante a trabajar los temas vistos en el proceso de aprendizaje, con ayuda de la calculadora TI 92 Plus.

## 1. PILARES TEÓRICOS DE LA INVESTIGACIÓN

Para este trabajo nos basamos en las investigaciones que abordan tanto los temas de correlación y regresión lineal como el uso de tecnología en el aula de clase, como metodología didáctica.

A continuación se presentan dos investigaciones que sirvieron como antecedentes para la realización de este proyecto ya que ofrecieron luces y directrices para diseñar la metodología de clase que nos permitiría alcanzar el objetivo de esta investigación a través de la calculadora TI 92 Plus.

### 1.1 ANTECEDENTES

**1.1.1 Antonio Estepa y Franciso Sánchez (2000).** *Correlación y regresión en los primeros cursos universitarios.* Esta investigación presenta un estudio sobre la caracterización del conocimiento que poseen los estudiantes acerca de regresión y correlación en los primeros cursos universitarios. Muestra las estrategias que utilizan los estudiantes cuando se enfrentan a la resolución de problemas sobre correlación y regresión, además se discuten las dificultades y errores que presentan los estudiantes sobre los diferentes conceptos relacionados con la correlación y regresión lineal.

El objetivo de esta investigación fue estudiar las dificultades que presentan los estudiantes a la hora de determinar el sentido de la asociación (directa, inversa o independiente). Asimismo abordar la poca importancia que se da en los textos de educación secundaria al estudio de diagramas de dispersión, a la distinción entre variable explícita y la explicada, y problemas de predicción utilizando las rectas de regresión.

Estepa y Sánchez tomaron una muestra de 193 estudiantes (57 hombres y 136 mujeres) de la Universidad de Jaén (España), estos estudiantes respondieron un cuestionario en el cual se incluyeron dos problemas cuyos resultados fueron discusión en dicho trabajo.

**PROBLEMA 1.** *Tomado de Estepa y Sánchez. “En una recta de regresión, con pendiente y punto de corte con el eje de la ordenada conocida, la media de la variable independiente dada, y se pide hallar la media de la variable dependiente”<sup>3</sup>. Para su resolución los estudiantes deben utilizar conocimientos: (a) geométricos como son los conceptos de rectas en el plano, de pendiente de una recta, y el corte de una recta con el eje de la ordenada  $y$ ; (b) estadísticos como es el hecho de que la recta de regresión pasa por el centro de gravedad del diagrama de dispersión, hecho fundamental para la aproximación intuitiva de la recta, y regresión a partir del diagrama de dispersión para así realizar una predicción, característica esencial de la regresión.*

**PROBLEMA 2.** Muestra información en una tabla de datos acerca del número de bacterias por unidad de volumen en un cultivo después de cierto tiempo y se resuelven una serie de preguntas sobre coeficiente de correlación lineal, tipos de relación entre variables (directa, indirecta o independiente), y predicciones respecto a lo que puede suceder<sup>4</sup>.

En la resolución de este problema, además de los cálculos del coeficiente de correlación y de las rectas de regresión, se pretende caracterizar el uso que los estudiantes hacen de ellos; además se quiere conseguir que el estudiante, después de calcular el coeficiente de correlación, identifique si la correlación es directa, inversa o si existe una independencia. También se

---

<sup>3</sup> Este problema es tomado de Cruise, Dudley y Thayer (1984, pp. 288)

<sup>4</sup> Este problema es una adaptación del que aparece en Vizmanos y Anzola (1998, pp. 372).

quiere que el estudiante interiorice debidamente la predicción y llegue a comprender su naturaleza estocástica si hace o no un uso adecuado de ella utilizando la recta de regresión adecuada y al mismo tiempo observar si tiene en cuenta las restricciones que deben imponerse a la extrapolación.

Mirando los resultados del Problema 1 cabe destacar que este problema fue difícil para estos estudiantes, según Estepa y Sánchez, pues solo dieron respuesta correcta dos tercios de los estudiantes de la muestra. Los estudiantes tienen dificultades cuando se ven en la necesidad de relacionar conceptos analíticos con conceptos estadísticos, como la interpretación correcta de la ecuación de la recta, el corte de la recta con el eje de ordenadas o bien que la recta de regresión pase por el punto definido, en consecuencia estas dificultades disminuyen la capacidad de utilizar la recta de regresión con eficacia.

En cuanto a los resultados del Problema 2, dos tercios de los 161 estudiantes utilizaron una fórmula para calcular el coeficiente de correlación y dieron una respuesta inadecuada, aunque los cálculos mal efectuados supone que el 40% de las respuestas son incorrectas por el mal manejo de la calculadora o el uso de expresiones inadecuadas para el cálculo de la desviación típica y covarianza. A la vista de estos resultados se puede concluir que la mayoría de los estudiantes utilizó una expresión adecuada para calcular el coeficiente de correlación y que algunos errores se debieron al cálculo y que algunos estudiantes tenían concepciones erróneas sobre la correlación.

Algunas conclusiones generadas por la investigación de estos autores son:

- ❖ Los estudiantes tuvieron escasa capacidad de estimar la correlación salvo cuando ésta es muy fuerte y está de acuerdo con sus teorías previas.

- ❖ Los errores de cálculo en la fórmula o de expresiones inadecuadas, dieron lugar a gran parte de las respuestas incorrectas ya que los estudiantes reconocieron que sus resultados no fueron correctos a la vista del diagrama de dispersión o del valor del coeficiente de correlación
- ❖ Los estudiantes tuvieron dificultades cuando se veían en la necesidad de relacionar conceptos analíticos con conceptos estadísticos.
- ❖ Las confusiones entre el sentido y la intensidad de la correlación, entre las variables dependiente e independiente, y la creencia de que la variación conjunta es proporcional, fueron dificultades importantes a tener en cuenta en la planificación de la enseñanza.

A la vista de los resultados podemos concluir que la enseñanza de este tema es compleja y puede dar lugar a concepciones erróneas y confusiones que dificulten un conocimiento profundo del mismo; empero, muchos de los resultados expuestos en dicha investigación necesitan aún mucha investigación para que todo quede totalmente claro.

### **1.1.2 Francisco Sánchez, Antonio Estepa y Carmen Batanero (2001)**

*“Un estudio experimental de la estimación de la correlación a partir de diferentes representaciones”*. En este trabajo se muestra que la correlación es un asunto relevante en la escuela secundaria y en la universidad. Por otra parte, la representación tiene influencia fundamental en la comprensión de conceptos matemáticos. Igualmente consideran las diversas representaciones de la correlación (la descripción verbal, la tabla numérica, el diagrama de la dispersión, el coeficiente de correlación), y estudian las diversas formas de representaciones. Se estudió la exactitud en el cálculo de coeficientes de correlación, y las estrategias de los estudiantes para solucionar estas tareas.

La metodología de esta investigación tuvo como objetivo caracterizar el conocimiento de los estudiantes al finalizar la enseñanza sobre la correlación en los primeros cursos universitarios. Se realizó un estudio con estudiantes de las carreras Empresarial y Enfermería, la edad media de la muestra fue de 18 años (la mayoría de ellos no habían estudiado en cursos anteriores de estadística).

Así, en ese trabajo se consideraron cuatro formas de representar la correlación entre dos variables cuantitativas:

- a. *La descripción verbal*, cuando se describe una distribución bivariada mediante el lenguaje natural.
- b. *Tabla de valores*, o presentación de un conjunto de pares o valores numéricos de una distribución bivariada.
- c. *Diagrama de dispersión*, cuando un conjunto de pares de valores de una distribución bivariada se presentan mediante un diagrama cartesiano.
- d. *Coefficiente de correlación* cuando se da el coeficiente de correlación existente entre dos modalidades de una distribución bivariada.

El análisis que se desarrolló en la investigación se distribuye en los siguientes apartados:

- ✓ La precisión en la estimación del coeficiente de correlación.
- ✓ Análisis de correspondencia entre las tareas y las estrategias empleadas para estimar la correlación.
- ✓ Identificación de situaciones reales en la que se presente un valor dado del coeficiente de correlación.

La parte más importante para el trabajo realizado por los autores fue el estudio de estrategias utilizadas por los estudiantes al resolver las tareas propuestas. El análisis de este aspecto se clasificó de la siguiente manera:

- ✓ Cuando la estrategia no es explícita.
- ✓ Los estudiantes hacen referencia alguna característica del diagrama de dispersión o lo dibujan.
- ✓ Los estudiantes se apoyan en algún hecho del marco numérico implícito.
- ✓ Los estudiantes utilizan el marco numérico y gráfico en forma conjunta.
- ✓ Los estudiantes sustentan sus argumentos en las teorías previas que poseen sobre el contexto del problema planteado.
- ✓ Los estudiantes usan otros conceptos, como la proporcionalidad o la dependencia funcional.

Algunas conclusiones generadas por la investigación de Estepa, Sánchez y Batanero (2001) son:

- ❖ Que el estudio de la correlación no siempre resulta sencillo, pues no todos los estudiantes actuaron de modo similar al enfrentarse a esta clase de problemas.
- ❖ Los estudiantes mostraron una buena capacidad de estimación de la correlación. Esta precisión en la estimación dependió del tipo de tarea, la intensidad de la correlación, el tipo de covariación, el tipo de dependencia, aunque no del tipo de ajuste y de la existencia de teorías previas.
- ❖ La estimación fue más precisa al estimar el coeficiente de correlación a partir de un diagrama debido a que los diagramas de dispersión

fueron una de las representaciones que los estudiantes usaban con frecuencia en la enseñanza.

- ❖ Los errores fueron mayores al construir una nube de puntos a partir de una descripción verbal y estimar el coeficiente de correlación desde una tabla de valores numéricos, tareas que no eran familiares para los estudiantes.
- ❖ La precisión de las estimaciones se hizo mayor cuando la correlación fue más intensa.

Finalmente, en ese trabajo se analizó la capacidad de traducir diferentes representaciones de la correlación en los estudiantes universitarios, que es precisamente lo que nosotras queremos lograr con los estudiantes del Colegio Vicente Azuero. Sin embargo los análisis del trabajo en mención muestran que este tipo de tareas no resultan tan sencillas y que no todos los estudiantes actúan de manera similar al enfrentar cada problema al trabajar en clase.

A continuación presentaremos el marco teórico en cuanto a correlación y regresión lineal se refiere (Capítulo 1.2) y, posteriormente, la metodología (Capítulo 2) que sustenta la presente investigación presentando allí el diseño y la descripción de las actividades realizadas durante el proceso de enseñanza en el desarrollo del proyecto.

## **1.2 CORRELACIÓN Y REGRESIÓN LINEAL**

En los últimos años la estadística ha venido ganando un espacio cada vez mayor en el desarrollo de nuestra sociedad dado que la regresión es una técnica utilizada para establecer la relación que puede existir entre dos o más variables ya que, además, se puede emplear en la construcción de un modelo que nos permita observar el comportamiento de una variable. Por lo

tanto, la regresión es muy utilizada en situaciones reales, en la toma de variables y el análisis de las variables.

A continuación se tratará el problema de la correlación, o el grado de interconexión entre variables, que intenta determinar con precisión donde se describe o explica la relación entre variables ya sea a través de una ecuación lineal o de cualquier otro tipo. Si todos los valores de una variable satisfacen una ecuación exactamente, decimos que las variables están perfectamente correlacionadas o que hay correlación perfecta entre ellas.

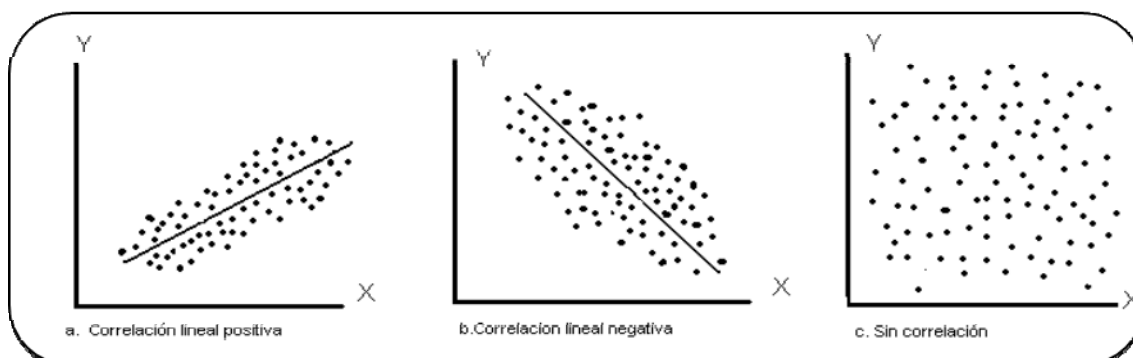
Este método, el de correlación, es utilizado para conocer la relación de los datos mediante dos variables que pueden ser discretas cuantitativas, porque se emplea un estadístico descriptivo y técnicas de estimación donde se obtienen gráficas como la nube de puntos o el diagrama de dispersión, que resulta de la representación de los datos, para luego llegar a la recta de regresión de mejor ajuste.

### **1.2.1 Correlación lineal**

La correlación lineal se presenta cuando los puntos del gráfico de las variables (que es lo que se analiza) se distribuyen alrededor de una recta; por eso cuando hablamos de *correlación lineal fuerte* es cuando decimos que la nube de puntos graficados se parece mucho a una recta, mientras que cuando la *correlación lineal es débil* (o menos fuerte) es cuando la nube de puntos es más dispersa y se van alejando cada vez más de la recta.

Si  $x$  y  $y$  son dos variables, un diagrama de dispersión muestra la localización de los puntos  $P(x, y)$  sobre un sistema rectangular de coordenadas. Si todos los puntos del diagrama de dispersión parecen estar en una recta, como en

la Figura 2.1.1 y 2.1.2, la correlación se llama lineal. En tales casos, una ecuación lineal es adecuada a efectos de regresión (o estimación).



a. Correlación lineal positiva

b. Correlación lineal negativa

c. Sin correlación

Figura 1.2.1

Figura 1.2.2

Figura 1.2.3

Fuerte Correlación

Correlación

No hay

Correlación

Ahora, si  $y$  tiende a un número grande se puede observar que es una *correlación es positiva o directa*. Mientras que  $y$  tiende a decrecer cuando  $x$  tiende a un número grande se puede observar que es una *correlación negativa o inversa*. Si todos los puntos parecen estar sobre una cierta curva, la correlación se llama *no lineal* y, por supuesto, una ecuación no lineal será apropiada para la regresión; además, es claro que la correlación no lineal puede ser positiva o negativa. Si no hay relación entre las variables (Figura 2.c), decimos que *no hay correlación* entre ellas.

El grado de correlación lineal entre dos variables se hace a través del *coeficiente de correlación* ( $r$ ), el cual será abordado más adelante. Algunas aplicaciones de la correlación se dan en las finanzas, mercadeo, economía y contabilidad entre otras.

### 1.2.2 Medidas de correlación

Se toman en cuenta cuando se determina en forma cualitativa la precisión que describe una curva dada por la relación de dos o más variables al

poderse observar por medio de un diagrama de dispersión. Por ejemplo, se ve que una recta es mucho más conveniente para describir la relación entre  $x$  y  $y$  para los datos de las Figura 1.a y la Figura 1.b porque hay menos dispersión, relativa a la recta en la figura 2.1.1

Si hemos de enfrentarnos al problema de la dispersión de datos muestrales respecto de rectas o curvas de modo cualitativo, será necesario definir *medidas de correlación*. Para determinar las medidas de correlación se tiene en cuenta un parámetro que se llama *coeficiente de correlación*, el cual permite valorar si la recta es fuerte o débil, positiva o negativa.

### 1.2.3 Coeficiente de correlación ( $r$ )

Este mide el grado de intensidad de la relación de las variables, el coeficiente de correlación se da cuando existe una relación entre las variables lineales, es decir, cuando se representa un par de valores la nube de puntos que se forma debe ser aproximada o cerca de la recta. La relación no siempre es lineal, pueden existir otro tipo de relaciones como la exponencial, parabólica, etc. En las situaciones problemas que se propusieron en las guías de clase se analizaría la relación de las variables, buscando el coeficiente más apropiado.

El coeficiente entre la variación explicada y la variación total se llama *coeficiente de determinación*, que interpreta el valor que puede tomar entre un intervalo determinado, llevándonos a observar su comportamiento. En los demás casos el coeficiente está entre 0 y 1. Como nunca es negativo denotaremos ese cociente por  $r$ . La cantidad  $r$  llamada *coeficiente de correlación*, viene dada por (Schaum, 2006, p. 325):

$$r = \pm \sqrt{\frac{\text{variación explicada}}{\text{variación total}}} = \pm \sqrt{\frac{\sum (\hat{Y}_{est} - \bar{Y})^2}{\sum (Y - \bar{Y})^2}}$$

Este coeficiente nos lleva a ver si la correlación lineal es fuerte/débil y positiva/negativa. Ahora, hay que tener en cuenta que  $-1 < r < 1$  teniendo presente que si los valores se aproximan o se acercan a los valores de  $-1$  ó  $1$  se considera una *buena correlación*; en cambio, si los valores se acercan a cero esto indica que la correlación no es apropiada pues no es lineal. Si  $r > 0$ , la correlación lineal es positiva (entonces suben los dos valores). Por lo tanto la correlación es más fuerte cuando se aproxima a 1.

#### 1.2.4 Relación entre variables

En la práctica encontramos a menudo que existen relaciones entre dos o más variables. Por ejemplo, el peso de las personas depende en cierta medida de sus alturas respectivas, las circunferencias de los radios, y la presión de una masa de gas dada depende de su volumen y de su temperatura, estos son algunos de los ejemplo más comunes que encontramos en el medio. Por lo tanto, se expresan las relaciones manifiestas en tales situaciones en forma matemática determinando una ecuación donde se puedan analizar las variables implicadas.

#### 1.2.5 Ajuste de curvas

Para hallar una ecuación que relacione las variables, el primer paso es recoger datos que muestren valores correspondientes de las variables a analizar. Así, por ejemplo, supongamos que  $x$  y  $y$  denotan, respectivamente,

la altura y el peso de personas adultas; entonces una muestra de  $N$  individuos revelaría las alturas  $X_1, X_2, \dots, X_n$  y los pesos correspondientes  $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$ .

El próximo paso es marcar los puntos  $(X_1, Y_1), (X_2, Y_2), \dots, (X_n, Y_n)$  sobre un sistema de coordenadas rectangulares. El conjunto de puntos resultantes se llama a veces un *diagrama de dispersión*. Y, a partir de este es posible visualizar una curva suave que aproxima los datos tal curva se llama una *curva aproximante*.

## 2. METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN

Como se ha mencionado, en esta investigación se quiso analizar las dificultades que los estudiantes tienen al realizar un análisis de correlación y regresión lineal con ayuda de una herramienta tecnológica como la calculadora TI 92 Plus analizando las ventajas y desventajas que los estudiantes pueden adquirir en la clase al apoyarse en esta herramienta.

La metodología de enseñanza planeada y desarrollada básicamente se sustentó en el hecho de que el aula de clase sería un espacio para propiciar la discusión y el análisis de situaciones que darían paso a los conceptos estadísticos necesarios para comprender la correlación y el sentido de la regresión lineal como herramienta para los estudiantes en estudios superiores como en los laboratorios de física, estudios estadísticos y situaciones de la vida diaria.

Teniendo claro que es tarea del profesor diseñar una metodología de enseñanza que le permita guiar a los estudiantes para llegar al objetivo, propiciando un espacio, fuertemente implantado en la docencia, proporcionales a los estudiantes desde el conjunto de conocimientos (contenidos) actualizados de la materia que se imparte escribiendo para ello: en el tablero fórmulas, mencionando para qué sirven, cómo y cuándo es que se emplean, para que al final del “proceso” los estudiantes sencillamente tomen apuntes, memoricen algoritmos y “estrategias de solución”, es lo que apostamos a la enseñanza de los temas estadísticos mencionados a través de la Calculadora Ti 92 Plus evitando con esto el silencio en el aula, intentando que ellos <los estudiantes> describan lo que hacen, que evoquen lo que hicieron en otro momento, motivándolos con preguntas con el fin que

ellos hagan conjeturas, expresen lo que están considerando y lo discutan con sus compañeros (Godino, Batanero y Font, 2000, p. 121).

“Es importante también ayudar a generalizar, a encontrar “la norma” para lo cual hay que promover experiencias [...] que consideren un abanico de ejemplos suficientes y representativos que sirvan de referencia, y conducir, con preguntas y ejemplos, el pensamiento de los jóvenes hasta llegar a la conceptualización. Obtendrán así una definición o norma que, por ser elaborada a partir de experiencias concretas y con la práctica y la discusión, tiene un valor totalmente distinto que la definición que se podría haber dado a un estudiante considerado receptor” (ibídem, p. 122).

Es así, y teniendo en cuenta lo anterior, que en las distintas propuestas de reforma del currículo matemático de diferentes comunidades se sugiere el uso de materiales didácticos (generalmente de tipo manipulativo o visual) como un factor importante para mejorar la calidad de la enseñanza. “Uno de los argumentos en que se apoyan estas orientaciones es que se supone que los materiales manipulativos ayudan a los niños a comprender tanto el significado de las ideas matemáticas como las aplicaciones de estas ideas a situaciones del mundo real” (ibídem, p. 123).

De esta manera y paulatinamente en la educación matemática los recursos y materiales didácticos hablan de su incidencia en el proceso de enseñanza-aprendizaje ya que facilitan este proceso y despiertan el interés de los estudiantes al igual que los conduce y orienta hacia el objetivo de aprendizaje.

Son muchos los posibles recursos didácticos que podemos usar en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Dentro de ellos están los propios libros de texto, cuadernos de ejercicios, pizarra, lápiz, papel e instrumentos de dibujo o la calculadora que usamos habitualmente en clase son recursos didácticos, puesto que ayudan al estudiante en su aprendizaje y al profesor en la enseñanza. Recursos didácticos más sofisticados incluyen

los documentales grabados en vídeo sobre aspectos concretos de las matemáticas, los programas didácticos de ordenador y recientemente los recursos en Internet.

Según Godino, Batanero y Font (ibíd., p. 123), “para comprender mejor la importancia de los recursos o materiales didácticos, se utilizan diferentes clasificaciones de los mismos. Una de ella consiste en diferenciar dos tipos de recursos:

- *Ayudas al estudio*: recursos que asumen parte de la función del profesor (organizando los contenidos, presentando problemas, ejercicios o conceptos). Un ejemplo lo constituyen las pruebas de autoevaluación o los programas tutoriales de ordenador, etc. También se incluyen aquí los libros de texto, libros de ejercicios, etc.
- *Materiales manipulativos que apoyan y potencian el razonamiento matemático*: Objetos físicos tomados del entorno o específicamente preparados, así como gráficos, palabras específicas, sistemas de signos etc., que funcionan como medios de expresión, exploración y cálculo en el trabajo matemático”.

Dentro de estos últimos se distinguen (ibídem, pp. 127-128):

- “*Manipulativos tangible*” –que ponen en juego la percepción táctil: regletas, ábacos, piedrecillas u objetos, balanzas, compás instrumentos de medida, etc. Es importante resalta que los materiales tangibles también desempeñan funciones simbólicas. Por ejemplo, un niño puede usar conjuntos de piedrecillas par representar los números naturales.
- “*Manipulativos gráfico-textuales-verbales*” –en los que participan la percepción visual y/o auditiva; gráficas, símbolos, tablas... Es importante resaltar que este segundo tipo de objetos –gráficos, palabras, textos y símbolos matemáticos, programas de ordenador– también pueden manipularse pues podemos actuar sobre ellos. Sirven como medio de expresión de las técnicas y conceptos matemáticos y al mismo tiempo son instrumentos de trabajo matemático.

El carácter dinámico y “manipulable” de los sistemas de signos matemáticos está siendo potenciado recientemente por el uso de las nuevas tecnologías en las distintas ramas de las matemáticas

(Geometría: Cabri; Análisis de datos: Statgraphics; Cálculo: Derive,  
etc.)

Consecuentemente, fue por estas razones “manipulables” que se escogió la Calculadora TI 92, para potenciar el razonamiento de los estudiantes.

Iniciaremos con una breve descripción de los comandos y de la utilidad del manejo de la Calculadora TI 92 Plus, determinando su importancia e incidencia en la educación y en nuestro proyecto de grado.

La década de los 60's se caracterizó por un movimiento internacional en el campo de la educación matemática preocupado por actualizar y reorientar lo enseñado tradicionalmente en las escuelas e incorporar ciertos temas de la denominada *Matemática Moderna o nueva*; estos temas estaban relacionados con la teoría de conjuntos, grupos, anillos, cuerpos, vectores, matrices y otros; que al no ser representados de manera unificada o coherente, hicieron que los programas de matemáticas elaborados atendieran a estos temas, evitando que aparecieran de una forma más compleja y abstracta.

Durante la década de los años 70's, en reacción al movimiento de la Matemática Moderna, y su énfasis en el carácter abstracto y formal de la matemática escolar, surgen movimientos de vanguardia que reivindican una enseñanza más real, con problemas de contenido real y reivindican el papel de los problemas frente a lo rutinario de los ejercicios. Renuncian a los modelos tradicionales, como la utilización de lápiz y papel, regla y compás, entre los que incluyen las matemáticas modernas, y se aproximan cada vez más a postulados pedagógicos y psicológicos que validen su modelo de enseñanza.

Uno de los movimientos surgidos como respuesta inmediata a las deficiencias que el movimiento en mención deja en los estudiantes, es el conocido como “*el regreso a lo básico*”. Dicho movimiento, le daba mucha importancia al manejo de las operaciones fundamentales y procedimientos algorítmicos; sin embargo, el regreso a lo básico tampoco mejoró el aprovechamiento de los estudiantes, ya que aunque estos últimos son capaces de resolver operaciones, muchas veces no entienden el significado o sentido de las respuestas; por eso hay casos en que el estudiante “encuentra la respuesta” a problemas cuyos datos no tenían sentido o eran insuficientes.

El currículo propuesto desde los Lineamientos Curriculares (2000) se enfatiza en el desarrollo de procesos de pensamientos, así que se ha implementado con el desarrollo de textos escolares que influyen fuertemente en las aulas de clase, para abordar la estadística descriptiva y la probabilidad como dos aspectos poco relacionados, signados por el uso extendido de métodos aritméticos y de cálculo, sumiendo el sentido de la estadística, tal como lo describe Batanero y Godino (2002): “Aunque es difícil dividir la estadística en partes separadas, una división clásica hasta hace unos años ha sido distinguir entre *estadística descriptiva* y *estadística inferencial*.”

La calculadora graficadora TI 92 Plus nos brinda utilidades, dependiendo del manejo y la implementación que se le dé, para poder analizar las situaciones problemas que los estudiantes pueden resolver. Nuestro interés, entonces, se centrará en analizar las actividades realizadas por los estudiantes del grado undécimo del Colegio Técnico Vicente Azuero, con el fin de observar y analizar los razonamientos dados en el desarrollo de situaciones problemas al utilizar la calculadora graficadora TI 92 Plus.

Consideramos que la calculadora graficadora sirve como un instrumento que facilita tareas a las que hasta ahora se dedicaba gran parte del tiempo de las clases de matemáticas, como es el caso de la construcción de una gráfica a partir de una expresión algebraica. Pero esta herramienta no funciona sola, requiere de la intervención del estudiante que a su vez tiene que interpretar y analizar los valores o gráficas que nos muestra la calculadora. Desde este punto de vista, el trabajo con calculadoras requiere de nuevas destrezas, conocimientos y dedicación.

Las calculadoras graficadoras pueden ayudar a estudiar temas relacionados con la estadística, dando una mejor visualización de las actividades planteadas, para que fácilmente se represente una situación problema por medio de un gráfico, o una tabla; tratando de visualizar mejor la solución. Esto nos ayudó en el planteamiento de las diferentes actividades de tal manera que el estudiante nos entienda cambiando, a su vez, la forma de enseñar y el aprendizaje sobre correlación y regresión lineal.

Por otra parte, las personas que han trabajado con las calculadoras graficadoras en los diferentes ámbitos han llegado a la conclusión de los beneficios que nos proporcionan como:

- 1 Realizar exploraciones para comprender mejor el problema.
- 2 Confirmar y comprobar ideas previas.
- 3 Analizar soluciones intuitivas o de las que no estamos totalmente convencidos.
- 4 Conocer nuevos métodos que complementen a otros ya conocidos y disponer de métodos alternativos.
- 5 Adquirir más experiencia con la preparación de esta nueva herramienta.

Al implementar clases didácticas e innovadoras que involucren las TIC's se hacen necesarias para adquirir destrezas en la utilización de la calculadora graficadora dejando así, paulatinamente, el manejo de esta en un segundo plano para enfocarse en:

- 1 Saber cómo interpretar los resultados del trabajo y el de la calculadora graficadora para orientarlos de la manera más productiva.
- 2 Establecer relaciones con otros conceptos y técnicas para ampliar la visión de las matemáticas.

De este modo, la calculadora graficadora proporciona una destreza para el análisis de cada una de las situaciones problemas de manera adecuada al ritmo del aprendizaje de los estudiantes, lo cual favorece la asimilación de conceptos sobre lo que queremos, en este caso particular: correlación y regresión lineal.

Por lo tanto, al diseñar la metodología de enseñanza aspiramos a que los estudiantes reconozcan ciertas nociones de la correlación y regresión lineal pues esta herramienta nos proporciona de manera rápida, una ventana donde se visualizan las gráficas correspondientes al problema lo cual permite observar su variabilidad.

A continuación mencionamos el uso de esta herramienta tiene sus ventajas y sus desventajas.

### **VENTAJAS**

- No hay necesidad de mecanizar un procedimiento extenso para llegar a la solución, sino saber analizar e interpretar los datos hallados o arrojados por la calculadora TI 92 Plus.
- La calculadora graficadora puede permitir que los conocimientos

matemáticos sean más intuitivos, por las nociones dadas en clase.

- Llegar a los estudiantes, que ahora se ven desanimados por la complejidad de los métodos utilizados, dándoles una herramienta en donde ellos mismos interactúen y saquen sus propias conclusiones.

### ***DESVENTAJAS***

- La calculadora gráfica todavía no se ha generalizado entre los estudiantes como lo han hecho la calculadora elemental o la científica.
- Hay que establecer con los estudiantes que aunque la calculadora nos facilita la visualización y el desarrollo de una situación problema en correlación y regresión lineal, es importante reconocer la utilidad que tuvo en su tiempo el método tradicional.
- Con el uso de las calculadoras graficadoras se hace necesario un cambio en la enseñanza y aprendizaje, como del profesor y esto implica disponibilidad de las dos partes.



## 2.1 FASES DE LA INVESTIGACIÓN

Este proceso de enseñanza, orientación y acompañamiento se utilizaron las siguientes etapas para lograr a un aprendizaje:

### 2.1.1 Las situaciones problema en el diseño de las actividades durante el proceso de enseñanza

Con el ánimo que los estudiantes adquirieran la noción de correlación y regresión lineal, se realizaron diversas actividades que les permitieron afrontar diferentes situaciones problema, aprovechando su contexto mediante la manipulación de la herramienta didáctica propuesta para este proyecto de enseñanza.

“Para aprovechar el contexto como un recurso en el proceso de enseñanza se hace necesaria la intervención continua del maestro para modificar y enriquecer ese contexto con la intención de que los estudiantes aprendan. Estas intervenciones generan preguntas y situaciones interesantes que por estar relacionadas con su entorno son relevantes para el estudiante y le dan sentido a las matemáticas. Así es como del contexto amplio se generan *situaciones problemáticas*”, *Lineamientos Curriculares* (MEN, 1998, p. 36).

Fue así, tal como lo proponen los *Lineamientos Curriculares* (ibídem), que estas herramientas <las situaciones problemas> transformaron el salón de clases en un espacio donde primó la autonomía de los estudiantes orientada por los saberes que les permitió avanzar en el proceso de aprendizaje o incluso evaluarse espontáneamente para dotarse de otros saberes que les da consolidación en su proceso y facilitar la construcción del conocimiento matemático.

“Pero para que una situación cumpla con el papel de dar lugar a la actividad matemática del alumno, ésta debe ser asumida por él, en lo que Brousseau llamó la *devolución de la situación*. La devolución de la situación es, pues, una parte fundamental del trabajo, ya que a través

de ella se logra que el alumno asuma su papel y, por tanto, se enfrente al trabajo que se le presenta de manera autónoma y no como una exigencia externa motivada por el capricho de un adulto (el docente). En otras palabras, un paso fundamental está mediado por la capacidad del maestro en lograr que el alumno haga suyo el o los problemas que se le presentan, transfiriendo así la responsabilidad hacia el alumno. Esta transferencia es la garantía de lograr que él sea consciente del trabajo que realiza y, por tanto, su actividad matemática sea significativa. Esta actividad matemática debe fundamentarse sobre lo que ya sabe, para lograr el aprendizaje de nuevos conceptos” (Obando y Múnera, 2003, p. 12).

Por ende, la actividad de resolver problemas es esencial si queremos conseguir un aprendizaje significativo de las matemáticas. “No debemos pensar en esta actividad sólo como un contenido más del currículo matemático, sino como uno de los vehículos principales del aprendizaje de las matemáticas” (Godino, Batanero y Font, 2000, p. 62), y una fuente de motivación para los estudiantes ya que permite contextualizar y personalizar los conocimientos. Además “se constituyen como una justificación para aprender –en el caso de los estudiantes– matemáticas y se muestran como una actividad amena y recreativa ya que las matemáticas pueden ser divertidas y que hay usos entretenidos para los conocimientos matemáticos” (Vilanova, Rocerau, Valdez, Oliver, et al., 2001, p. 9).

De esta manera, los talleres empleados para la enseñanza usando como plataforma las situaciones problemas y la calculadora, tuvieron el papel protagónico ya que

“Los recursos didácticos, entendidos no sólo como el conjunto de materiales apropiados para la enseñanza, sino como todo tipo de soportes materiales o virtuales sobre los cuales se estructuran las situaciones problema más apropiadas para el desarrollo de la actividad matemática de los estudiantes, deben ser analizados en términos de los elementos conceptuales y procedimentales que efectivamente permiten utilizarlos si ya están disponibles, o si no existen, diseñarlos y construirlos. Dicho de otra manera, cada conjunto de recursos, puestos en escena a través de una situación de aprendizaje significativo y comprensivo, permite recrear ciertos elementos estructurales de los conceptos y de los procedimientos que se proponen para que los estudiantes los aprendan y ejerciten y, así, esa situación ayuda a profundizar y consolidar los distintos procesos generales y los distintos

tipos de pensamiento matemático. En este sentido, a través de las situaciones problema, los recursos se hacen mediadores eficaces en la apropiación de conceptos y procedimientos básicos de las matemáticas y en el avance hacia niveles de competencia cada vez más altos," (*Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas*, MEN, 2006, p. 75).

Finalmente, Obando y Múnera (2003, p. 1) ofrecen una aproximación teórica de las situaciones problemas tal cual se precisa a continuación:

"Una situación problema la podemos interpretar como un contexto de participación colectiva para el aprendizaje, en el que los estudiantes, al interactuar entre ellos mismos, y con el profesor, a través del objeto de conocimiento, dinamizan su actividad matemática, generando procesos conducentes a la construcción de nuevos conocimientos. Así, esta debe permitir la acción, la exploración, la sistematización, la confrontación, el debate, la evaluación, la autoevaluación, la heteroevaluación.

Si bien es cierto que Vigostky plantea que la presencia de un problema no es el único factor que interviene en la formación de los conceptos, también lo es que, para él, el problema es la base fundamental que desencadena dicho proceso. Desde su perspectiva, el problema desencadena una serie de procesos psicológicos que llevan a la formación de símbolos y palabras sobre las cuales se elabora el concepto. Por lo tanto, la situación problema, además de permitir el establecimiento de relaciones, asociaciones, inducciones, deducciones, representaciones, generalizaciones, etc., propicia niveles de estructuración simbólica y de lenguaje matemático, elementos básicos en la construcción de conceptos matemáticos."

Además, aceptan que

"Las situaciones problema pueden asumirse como un instrumento de enseñanza y aprendizaje que propicia niveles de conceptualización y simbolización de manera progresiva hacia la construcción de conocimientos matemáticos" (ibídem, p. 5).

Respecto a situaciones problemas existen diferentes concepciones, para esta investigación se tuvo en cuenta los puntos de vista de Moreno y Waldegg, citados por Obando y Múnera (ibídem, p. 1), quienes escriben que:

"[...] La situación problema es el detonador de la actividad cognitiva, para que esto suceda debe tener las siguientes características: (a) Debe involucrar implícitamente los conceptos que se va a aprender. (b)

Debe representar un verdadero problema para el estudiante, pero a la vez, debe ser accesible a él. (c) Debe permitir al alumno utilizar conocimientos anteriores.”

Es importante mencionar que para el diseño y la estructura de las guías fue tomada como norte el artículo de las actividades presentadas en la Revista *Investigating Statistics with the TI 92* (1997). De este modo, en el trabajo de campo, para el posterior análisis de los datos, tomamos nota en el diario de clase sobre las acciones, el comportamiento y acompañamiento de los estudiantes en el camino de aprendizaje.

### **2.1.2 Evaluación y análisis de los resultados**

Es importante mencionar que la población de esta investigación, tal cual se mencionó, fueron estudiantes de undécimo grado del Colegio Técnico Vicente Azuero con énfasis en electricidad cuya jornada se daba en la mañana y con una intensidad horaria de 4 horas semanales.

Antes de hablar de “análisis de resultados”, se debe mencionar que durante este proyecto se utilizaron los siguientes instrumentos de recolección de datos:

- Diario de campo.
- Informes escritos de las actividades propuestas en el aula de clase.
- Evaluación final.
- Grabación y fotos de las sesiones de trabajo.

A su vez, el análisis se presentará en los siguientes apartados:

- El estudio de estrategias de los estudiantes para resolver problemas de asociación en diferentes situaciones.
- Concepción de los estudiantes sobre la correlación a partir del diagrama de dispersión e interpretación del mismo.
- Interpretación del coeficiente de correlación lineal y recta de regresión.

En cuanto a la etapa final, al terminar el proceso de aprendizaje y acompañamiento, los estudiantes debían estar capacitados para realizar la evaluación final que revisaba el alcance de la metodología de enseñanza empleada. Dicha actividad consta de: una situación problema donde los estudiantes debían analizar e interpretar la relación de los datos, observando la gráfica que se presentaba desde la cual debían formular conjeturas y realizar conclusiones utilizando los conceptos vistos.

## **2.2 ESTRUCTURA DE LAS ACTIVIDADES REALIZADAS**

Las actividades realizadas fueron diseñadas teniendo en cuenta la estructura planteada por Kelly (1997, p. 30-40); esta está dividida en cuatro etapas:

- Etapa inductiva: Los estudiantes analizarían la situación problema individualmente y sin ayuda de la calculadora.
- Etapa de instrucciones: Espacio para explicar el manejo de la calculadora y las instrucciones necesarias para poder realizar cada guía con su apoyo.
- Etapa de contextualización: Según las necesidades de los estudiantes, se les brindaría apoyo a través de preguntas que les permitieran reflexionar y revisar su proceso de solución para así motivar el trabajo hasta que lograran culminarlo.
- Etapa socialización: Espacio para compartir, revisar y debatir las respuestas que tuvieron lugar en la actividad; etapa, además, propicia para hacer del error una herramienta que permita depurar los conceptos en construcción.

### **2.2.1 Población y muestra**

La población objetivo en esta investigación fueron estudiantes de undécimo grado del colegio Técnico Vicente Azuero de la jornada de la mañana; con énfasis en electricidad y con una intensidad horaria de 4 horas semanales de la asignatura de matemáticas, la muestra corresponde a 42 estudiantes.



## **2.3 ETAPAS DE LA METODOLOGÍA Y EL PROCESO DE ENSEÑANZA**

El proceso de enseñanza-aprendizaje se vivió en cinco sesiones. Las actividades se desarrollaron en cada etapa, según se expuso, donde el objetivo era dar una inducción de correlación, coeficiente de correlación y regresión lineal, y analizar las conjeturas o interpretación de los estudiantes a lo largo de este proceso.

A continuación se describe cada una de las sesiones de la investigación:

### **2.3.1 Primera Sesión: Prueba Diagnóstica**

Esta actividad tuvo una duración de una hora, en ella se utilizó una prueba diagnóstica (ver Anexo 1) con el objetivo de establecer los presaberes de los estudiantes. La prueba estaba diseñada de la siguiente manera: la primera parte tenía cinco preguntas de tipo informativo acerca de las expectativas

tanto académicas, como de la clase y el uso de la calculadora; la segunda parte, era una situación problema que requería que los estudiantes analizaran una situación un diagrama de barras que nos permitiera tomar nota de cuánto recordaban y manejaban esta clase de representaciones y revisar, por supuesto, la capacidad de análisis e interpretación de la información plasmada en ella para poder contestar las preguntas proporcionadas en la prueba.

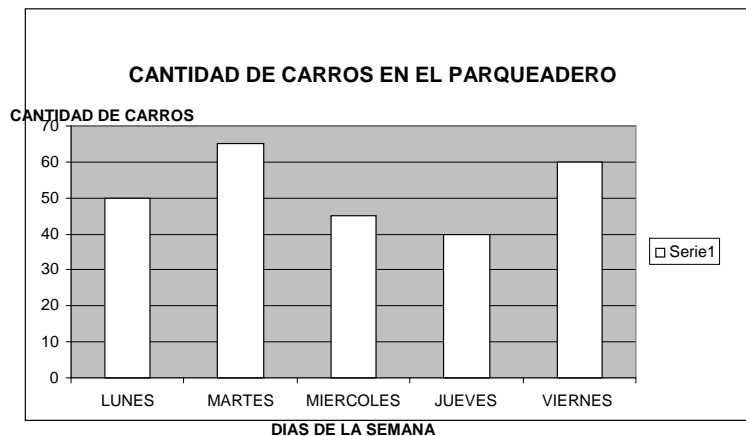
1. ¿Para qué cree usted que sirve la estadística y la probabilidad en su vida cotidiana?
2. ¿Qué tipos de gráficas conoce y cuáles son sus características principales? Y dibújelas.
3. ¿Desde que curso empezó su estudio de estadística?
4. ¿Cuáles son sus aspiraciones para el próximo año?
5. ¿Qué opina de la utilización de la calculadora en el salón de clase?

Las primero cinco preguntas se hicieron de tipo informativo para poder observar tanto las expectativas de los estudiantes a cerca de la materia de estadística y probabilidad así como las aspiraciones académicas que ellos tenían para su futuro. Otro objetivo importante del que se quería tener información era, por supuesto, la opinión de los estudiantes sobre el uso de la calculadora como herramienta de trabajo en el aula de clase para, así, conocer la motivación de los estudiantes frente a esta herramienta.

La segunda etapa de esta prueba diagnóstica se les propuso una situación problema, donde la información estaba dada por un gráfico de barras y se les

pedía contestar cierta información analizando los datos de la gráfica; el objetivo de esta actividad era identificar que tipo de análisis podían dar los estudiantes de la situación con ayuda del gráfico.

Para saber el número de carros que hubo de lunes a viernes de la semana pasada, en un parqueadero de la ciudad, se presenta el siguiente gráfico.



Con base en el gráfico anterior, responda las siguientes preguntas:

1. ¿Cuántos carros se guardaron en el parqueadero el día lunes?
2. ¿Cuántos carros se guardaron en el parqueadero el día martes?
3. ¿Cuántos carros se guardaron en el parqueadero el día miércoles?
4. ¿Cuántos carros se guardaron en el parqueadero el día jueves?
5. ¿Cuántos carros se guardaron en el parqueadero el día viernes?
6. Observando el gráfico, responda. ¿Cuál fue el día que guardaron más carros?
7. ¿Qué día se guardaron menos carros?

### 2.3.2 SEGUNDA SESIÓN: CORRELACIÓN

Esta actividad tuvo una duración de cuatro horas en las cuales se desarrolló una guía (véase Anexo 2) con el objetivo de identificar las características de una gráfica de dispersión y la relación de las variables. La primera parte se diseñó en cuatro etapas:

- **Eta**pa inductiva

Con el objetivo de generar expectativa en el estudiante, se planteó una situación problema en la cual se estudiaba la relación que tenían el número de horas estudiadas (la variable X), y valor obtenido en una prueba (la variable Y). Lo que se esperaba, era que el estudiante

### VAMOS A LA CALCULADORA


Entrar a **DATA/MATRIZ** editor y crear la variable NOTAS

Entrar en c1 escriba la primera coordenada de todos los pares ordenados, y en c2 la segunda coordenada de las parejas ordenadas, tenga cuidado y verifique que a cada valor de c1 le corresponda el de c2.

Presione **F2** para definir el diagrama, y utilice la función **F4** para desactivar el resto de diagramas. Ahora seleccione el diagrama que usted desea definir.

A continuación presione **F1** y complete la caja de diálogo como se indica:



Para obtener el diagrama de dispersión presionamos  **[GRAPH]**, seguido por **F2 - 9** y se obtiene la gráfica.

observara los datos de una manera detallada para interpretarlos, mediante un análisis interpretativo hecho a lápiz y papel. A continuación se mostrará la tabla y la situación problema de donde se obtuvo los datos:

Se les pidió a los estudiantes en la clase de matemáticas registrar el número de horas que pasaron estudiando para su prueba de matemáticas. Cada estudiante escribió una pareja ordenada  $(x, y)$ . El valor de  $x$  representa el número de horas de estudio y  $y$  el valor de la prueba. Por ejemplo: el dato de Samuel es  $(3,82)$  que significa que estudio 3 horas, y obtuvo una nota de 82 puntos de 100.

Se obtuvieron los siguientes datos de todos los estudiantes:

PAREJAS ORDENADAS				
$(3,0; 82)$	$(5,5; 78)$	$(1,0; 60)$	$(4,9; 93)$	$(5,1; 86)$
$(2,5; 71)$	$(4,2; 90)$	$(0,5; 40)$	$(3,5; 88)$	$(7,0; 96)$
$(1,5; 73)$	$(2,4; 82)$	$(2,0; 53)$	$(6,2; 87)$	$(8,4; 100)$
$(2,6; 75)$	$(3,7; 85)$	$(5,4; 70)$	$(9,3; 89)$	$(7,6; 87)$
$(1,4; 48)$	$(0,5; 56)$	$(6,5; 85)$	$(2,3; 61)$	$(5,2; 74)$
$(1,0; 47)$	$(3,5; 87)$	$(8,2; 94)$	$(3,0; 86)$	$(5,4; 92)$

Los datos que se muestran en el cuadro para determinar Si existe una relación entre el número de horas de estudio y la nota.

- **Etapa de instrucciones**

En la guía se presenta una breve explicación de cómo introducir los datos en la calculadora TI 92 –plus siguiendo un proceso, para obtener la gráfica de los datos propuestos en la primera parte.

- **Etapa de contextualización**

Llegamos a una contextualización, teniendo en cuenta que el objetivo es identificar las características de las gráficas a través de las preguntas propuestas bajo el supuesto de que el estudiante estaría en

capacidad de analizar cada pregunta observando la gráfica de tal manera que pudiera interpretar y relacionar el diagrama con los datos. Por último, se dio una situación problema para reforzar las nociones vistas durante la clase.

### **CONTEXTUALIZACIÓN**

Conteste las siguientes preguntas mirando la gráfica que usted obtuvo:

- ¿Los datos están agrupados o dispersos?, ¿explique por qué?
- ¿Qué características tienen los datos que se encuentran agrupados, si lo están?
- ¿Usted cree que las horas de estudio están relacionadas con las notas que obtuvieron?
- Si se quieren notas de 85,25 y 100. ¿Cuántas horas tendrá que estudiar respectivamente?
- Usted alguna vez se ha visto en una situación parecida. Explique.

A continuación se les plantea una situación problema para reforzar los temas vistos en clase

### **SITUACIÓN PROBLEMA**

La tabla que se muestra a continuación muestra los precios de un automóvil de marca popular en dólares, y el número de años.

AÑO	VALOR
1	\$15.97
2	5
3	\$9.285
4	\$8.000
5	\$6.790
	\$3.150

AÑO	VALOR
6	\$3.448
7	\$2.755
8	\$1.995
9	\$1.400
10	\$1.268

Use la tabla para determinar si hay una relación entre la edad de un coche y su valor.

Utilice los mismos pasos que se manejaron en el ejemplo anterior, creando la variable **CARRO**, y describa la relación entre estas dos variables. Intente hacer un razonamiento parecido al anterior y escriba sus conclusiones.

- **Etapas de socialización**

Culminando cada actividad los estudiantes y luego de haber sacado sus propias conclusiones, dieron aportes e inquietudes llevando a hacer una pequeña socialización de las respuestas lo cual permitía aprovechar el espacio para realizar preguntas que llevaran a los estudiantes a evaluar sus respuestas, sus conjeturas e, incluso, a defenderlas frente a sus compañeros en aras de validarlas.

### **2.3.3 TERCERA SESIÓN. CORRELACIÓN Y COEFICIENTE DE CORRELACIÓN**

Esta actividad tuvo una duración de cuatro horas dividida en dos partes. El objetivo era que los estudiantes identificaran las características de la correlación en una gráfica de dispersión; para que esto fuera posible se les mostraba unos gráficos de dispersión para que los estudiantes los interpretaran y relacionaran con la correlación a que hubiera lugar. A continuación se presentan las actividades propuestas en la guía:

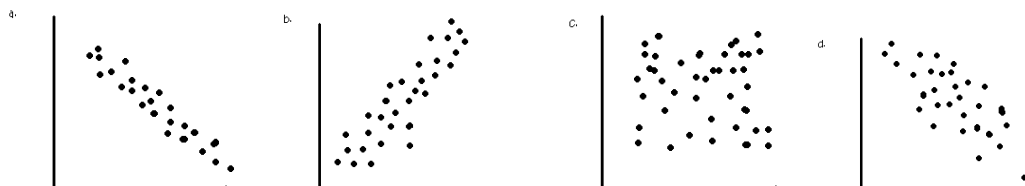
- **Etapas inductivas**

En esta actividad se quería que los estudiantes empezaran a interiorizar los términos correlación positiva, negativa, fuertemente positiva, fuertemente negativa y no correlación, con sus propias palabras.

Escriba con sus propias palabras los significados de las siguientes expresiones:

- \* Correlación positiva
- \* Correlación negativa
- \* No correlación
- \* Fuerte correlación positiva
- \* Fuerte correlación negativa

Utiliza las expresiones anteriores para identificar la clase de correlación que sea caracterizada por cada uno de los siguientes diagramas de dispersión:



- **Etapas de instrucciones**

Como en la primera guía, se les indicó a los estudiantes cómo crear el gráfico que representaría la relación entre la edad de los esposos de las mujeres casadas en la calculadora, por lo tanto, se les recordaría de manera rápida la forma de ingresar los datos para obtenerla.

- **Etapas de contextualización**

En la guía partimos mostrando una situación problema sobre las edades de las mujeres casadas y las edades de sus esposos dichos datos fueron tomados, según la fuente original de la situación, aleatoriamente para que crearan un diagrama de dispersión y verificaran si la correlación es positiva, negativa, débil o fuerte correlación, entre las edades de las mujeres y sus esposos.

La siguiente tabla muestra las edades de una mujer casada y la edad de su esposo, estas mujeres fueron seleccionadas aleatoriamente. Utilice el procedimiento trabajado anteriormente, para crear un diagrama de dispersión que revele si hay correlación entre la edad de una mujer y su esposo. En caso de hallar una correlación diga si es positiva o negativa y descríbala como fuerte o débil.

**EDAD DE MUJERES Y SUS ESPOSOS**

(29,34)	(37,38)	(19,20)	(57,57)	(34,32)
(23,25)	(51,24)	(72,81)	(29,23)	(70,70)
(45,54)	(39,37)	(58,56)	(64,71)	(35,35)
(42,50)	(25,24)	(37,48)	(36,36)	(27,32)
(56,42)	(17,24)	(28,28)	(57,26)	(41,39)
(47,47)	(16,18)	(24,27)	(84,87)	(55,59)

En el salón, la contextualización se dio pidiendo a un estudiante que recogiera los datos de la edad de las parejas de sus compañeros para analizarlos e interpretar la correlación que tenían y así poder sacar conclusiones.

Para continuar con la segunda parte de la actividad se dio una breve introducción del valor del intervalo del coeficiente de correlación, como una noción del valor del coeficiente y sus características para asociarlo con la correlación.

- **Etapla inductiva**

En esta actividad el objetivo era que los estudiantes identificaran el coeficiente mencionado y la relación con la gráfica de correlación. Para esto se planteó la actividad de identificar entre cuáles valores se encontraba  $r$  para reconocer que tipo de correlación se daba.

Si hay un valor entre -1 y 1 que explique la relación entre los datos conteste las siguientes preguntas:

a. Que rangos de valores de  $r$  indica:

¿Una fuerte correlación? ¿Una correlación débil?

¿Ninguna correlación?

b. Dados los siguientes valores de  $r$ , explique que tipo de correlación hay y gráfiquela.

a.  $r=0.5$  , b.  $r = 0.9$ , c.  $r = 0.1$ , d.  $r = 0.8$ , e.  $r = -1$  , f.  
 $r = 1$

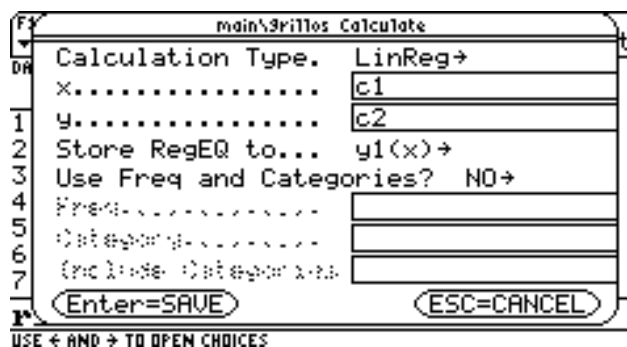
- **Segunda etapa (etapa de instrucciones)**

Estas instrucciones les indicaba a los estudiantes cómo obtener la tabla que mostraría el valor del coeficiente de correlación de los datos.

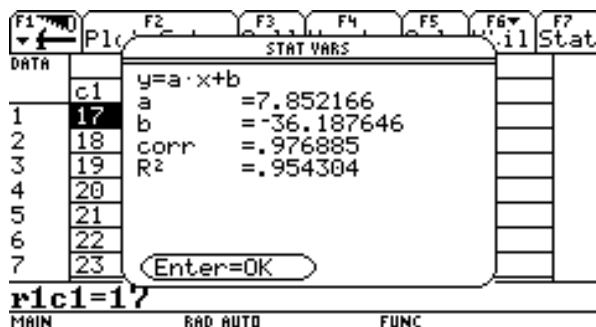
El proceso era el siguiente (no se pedía introducir los datos del ejercicio anterior que ya estaban guardados en la calculadora):

En la variable creada en ejercicio anterior, entre en el redactor de Data/Matriz y realice los siguientes pasos:

Presiones F5 y complete la caja de diálogo con TWOVARS



Presione ENTER y aparece la siguiente caja de diálogo.



- **Etapas de contextualización**

En esta etapa de la actividad el estudiante tendría la oportunidad de validar sus afirmaciones, para esto, se les pidió encontrar el coeficiente de los ejercicios trabajados en la guía 1. Siguiendo el procedimiento anterior para encontrar el valor del coeficiente de correlación  $r$  (denotado por *corr*) de los ejercicios hechos, comprobando todas sus afirmaciones.

### 2.3.4 CUARTA SESIÓN: REGRESIÓN LINEAL

Esta actividad se desarrolló en el aula con una duración de dos horas y se llevó a cabo en parejas. Esta guía se diseñó para que los estudiantes identificaran la recta que mejor ajusta los datos y las características de la recta.

- **Etapas inductivas**

Los estudiantes analizarían la relación de los años de la competencia con el tiempo de la prueba de 100 m y tratarían de predecir algunos valores a futuro; para esto se planteó una situación problema de los tiempos de los Juegos Olímpicos de mujeres y hombres.

#### LOS OLÍMPICOS

La tabla muestra el año y el tiempo en segundos de los ganadores en los juegos olímpicos de la competencia de los 100 metros, del verano de 1928 y 1996 para hombres y mujeres.

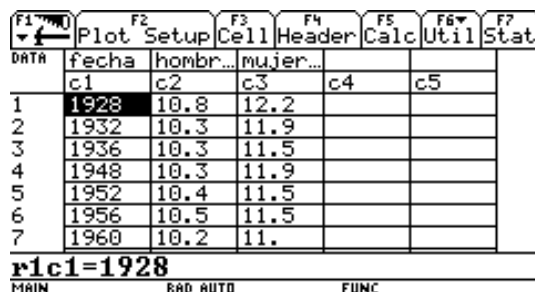
AÑO	HOMBRES GANADORES	SEG	MUJERES GANADORAS	SEG
1928	Percy Williams Canada	10,80	Elizabeth Robinson (U.S)	12,20
1932	Eddie Tolan(U.S)	10,30	Stanislawa Walasiewicz (Poland)	11,90
1936	Jessie Owens (U.S)	10,30	Helen Stephens (U.S)	11,50
1948	Harrison Dillard (U.S)	10,30	Francina Blanker-Koen (Nethlds)	11,90
1952	Lindy J. Remigino (U.S)	10,40	Marjorie Jackson (Australia)	11,50
1956	Bobby J. Morrow (U.S)	10,50	Betty Cuthbert (Australia)	11,50
1960	Armin Hary (Germany)	10,20	Wilma Rudolf (U.S)	11,00
1964	Robert L. Hayes (U.S)	10,00	Wyomia Tyus (U.S)	11,40
1968	James Hines (U.S)	9,90	Wyomia Tyus (U.S)	11,00
1972	Valery Borzov (U.S.S.R)	10,14	Renate Stecher (East Germany)	11,07
1976	Hasely Crawford (Trin. & Tob.)	10,06	Annegret Richter (West Germany)	11,01
1980	Allan Wells (Great Britain)	10,25	Lyudmila Kondratyeva (U.S.S.R.)	11,06
1984	Carl Lewis (U.S)	9,99	Evelyn Asford (U.S)	10,97
1988	Carl Lewis (U.S)	9,92	Florence Griffith-Joyner (U.S)	10,54
1992	Linford Christie (Great Britain)	9,96	Gail Devers (U.S)	10,82
1996	Donovan Bailey (Canada)	9,84	Gail Devers (U.S)	10,94

Utilice los datos dados en la tabla para establecer la relación de los tiempos que ganaron los olímpicos para los hombres y mujeres durante el período de 1928 –1996. Qué podemos decir para los olímpicos del año 2000 y 2004.

- **Eta**pa de instrucciones

### VAMOS A LA CALCULADORA

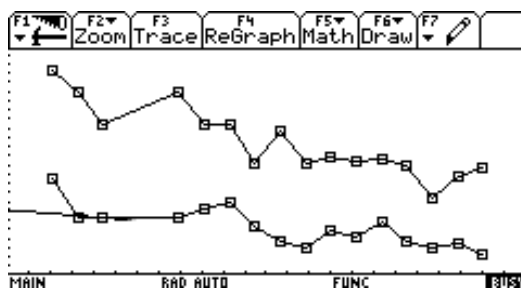
1. Entra a Data/Matriz editor y crear la variable OLIMPICOS. Ingrese en la columna de c1 los años en el periodo de 1928-1996. En c2 corresponde al tiempo en segundos que ganaron los hombres. Luego hacer lo mismo con el tiempo de las mujeres.



	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
	Plot	Setup	Cell	Header	Calc	Util	Stat
DATA	c1	c2	c3	c4	c5		
1	1928	10.8	12.2				
2	1932	10.3	11.9				
3	1936	10.3	11.5				
4	1948	10.3	11.9				
5	1952	10.4	11.5				
6	1956	10.5	11.5				
7	1960	10.2	11.				

r1c1=1928  
MAIN RAD AUTO FUNC

2. Presione F2 y aparece un cuadro, presione F4 para desactivar otras gráficas. Luego presiona F1 y complete la caja de diálogo. Defina de la misma manera para el tiempo en el que ganaron las mujeres, repitiendo el mismo procedimiento.



- **Etapas de contextualización**

En esta etapa se quería que los estudiantes analizaran la recta que mejor se ajusta a los datos y estudiaran las características de la recta y que de manera intuitiva entendieran el proceso de regresión lineal.

La actividad se planteó de la siguiente manera:

**CONTEXTUALIZACIÓN**

1. ¿Qué características tiene la gráfica que obtuvo?
2. ¿Qué se puede decir de los valores  $a$ ,  $b$ , valores para  $Y$ ? Si se varía el valor de  $b$ , ¿qué ocurre?.
3. Intente predecir distintos valores de la gráfica.
4. Escriba con sus propias palabras en que consiste el proceso de regresión lineal. Qué característica tiene una buena regresión lineal. De algunos ejemplos de regresión lineal, y explique la aplicabilidad que tiene en la vida real.

### **2.3.5 QUINTA SESIÓN: EVALUACIÓN**

Siendo esta la última actividad con una duración de dos horas, en ella se planteaba una situación problema; los estudiantes debían hacer el análisis aplicando todo lo visto en las clases anteriores desde la correlación hasta llegar a la recta que mejor ajusta los datos.

La primera parte nos muestra una tabla que contiene la distancia promedio al sol (en millones de kilómetros) y la duración de la órbita de cada planeta del sistema solar.

Planeta	Distancia al sol (Millones de Km.)	Duración de la órbita
Mercurio	57.9	88
Venus	108.2	225
Tierra	149.6	365
Marte	228	687
Júpiter	778.6	4333
Saturno	1427.4	10760
Urano	2838.2	30686
Neptuno	4497.8	60191
Plutón	5913.5	90379

En la segunda parte, se presentaron algunas preguntas aplicar lo aprendido en los talleres realizados en clase; estas son:

1. Encuentre la gráfica de puntos que muestra la relación que existe entre la distancia al sol con la duración de la órbita.
2. A partir de la gráfica que obtuvo describa las características vistas en clase. ¿Qué relación encuentran entre los datos?
3. Encuentre el coeficiente que usted cree que describe la gráfica, sin ayuda de la calculadora.
4. Encuentre la línea recta que mejor se ajusta a los datos, y explique qué significa los valores obtenidos en estos cálculos.
5. ¿Es esta regresión una buena aproximación del conjunto de puntos?
6. Conteste según la información obtenida:  
Si existiera un planeta que estuviera a una distancia de 500 millones km del sol, ¿cuál sería la duración de su órbita? Si existiera un planeta cuya órbita alrededor del sol fuera de 2.000 días, ¿cuál sería su distancia del sol?

### 3. CATEGORIAS DE ESTUDIO

A continuación se analizaran las respuestas de los estudiantes del Colegio Técnico Vicente Azuero, estos análisis se basan en las guías que se utilizaron en el proceso de la investigación, se estudiarán las respuestas de los estudiantes más representativos en el aula de clase.

Estos estudiantes se caracterizaban por hacer un análisis más detallado de las actividades, por el buen manejo de la calculadora e interpretación de la misma, y participación en clase.

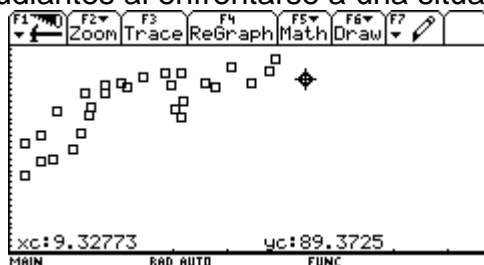
#### 3.1 Categoría 1. DISTRIBUCIÓN DE DATOS

En esta categoría se estudiaron los diferentes análisis de los estudiantes al realizar cada una de las actividades propuestas. Las dificultades y fortalezas que presentaron al momento de encontrar la relación entre las variables o situaciones problemas expuestas de manera intuitiva sin darles un tema o fórmula particular para encontrar la solución.

##### 3.1.1 Identificación

Para que los estudiantes logaran identificar las diferentes características de una gráfica de dispersión y la correlación se planteó una situación problema (ver Anexo 2) donde se les pedía determinar si existía una relación entre el número de horas de estudio y la nota que obtuvieron los estudiantes.

A continuación los diferentes razonamientos y conclusiones que realizaron algunos estudiantes al enfrentarse a una situación problema:



3.1.1. Gráfica tomada de los datos anexo N° 2

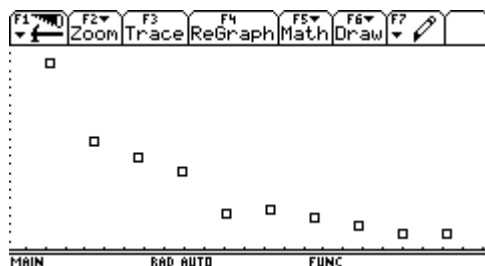
<sup>5</sup>Helga: “No existe relación porque algunos estudiantes estudiaron bastante y obtuvieron una mala nota y otros que estudiaron poco obtuvieron una nota buena”.

Ricardo: “El número de horas no influye en la probabilidad de la nota que saque”.

Jhon: “Los que estudiaron varias horas sacaron casi la misma nota, que aquellos que no estudiaron menos horas, así que la relación es inversamente proporcional”.

Estas respuestas están fundamentadas en los datos atípicos que no cumplían con la relación que ellos consideraron era la correcta: a más horas de estudio, más notas; y, lo contrario, a menos horas de estudio menor nota.

Como era de esperarse, los estudiantes se enfocaron en los datos atípicos sin analizar el total de los datos pues ellos tienden a generalizar apresuradamente y si observan que no cumple con las expectativas propuestas dicen que está mal lo cual los lleva a no poder establecer ninguna relación; empero, esto se lograría superar más adelante con diferentes actividades (ver anexo 2, punto 2).



3.1.1. Gráfica tomada de los datos anexo N° 2

A diferencia de los otros estudiantes que lograron establecer una relación, exceptuando varios datos o adjudicándole la razón a condiciones externas como la concentración o la capacidad intelectual de los estudiantes. Veamos:

---

<sup>5</sup> Las personas que participaron en este proyecto se citaron utilizando los nombres reales.

Alfredo: “Hay relación exceptuando casos donde no importa las horas de estudio para sacar una buena nota”.

Iris Jazmín: “El número de horas influye en la nota pero también depende de la concentración”.

Edinson: “Todos los estudiantes que sacaron puntajes altos fue porque estudiaron más de dos horas”.

### 3.1.2 Datos Agrupados

Algunos de los estudiantes lograron establecer la relación entre las variables tomando como referencia la distancia de los datos y la organización de los mismos. Veamos:

Alejandra: “Están agrupados ya que depende de su orden; es decir, el tiempo gastado y el puntaje. Por consiguiente, los datos están agrupados ya que los resultados no son muy lejanos”.

Joan Sebastián: “Agrupados porque si hay alguna relación directa entre los datos y la gráfica los muestra muy juntos y organizados”.

Dado que la mayoría de los estudiantes no lograron establecer si los datos estaban agrupados, se realizó una breve introducción enfocando a los estudiantes, mediante un ejemplo con la siguiente situación: *“Si en el salón de 11 - 1 se realizaba una evaluación y cinco de los cuarenta y cinco estudiantes perdían el examen, ¿se podía afirmar que el grupo de 11-1 estaba mal académicamente o al contrario?”.*

Con este análisis ellos entendieron que no solo hay que enfocarse en unos datos, sino lograr analizar todos los datos en general; con esta aclaración se les pidió volver a realizar la actividad y estos fueron sus nuevas conclusiones:

Omar Alexis: “Se encuentran agrupados no tan fuertemente porque no todos se dirigen hacia la misma dirección”.

Andrés “Están agrupados y no tan fuertemente relacionados, por que hay concordancia o similitud en los datos (nota-horas de estudio), pero no en todas por que unos están más dispersos.”

Helga: “Agrupados por que tiene una fuerte relación totalitaria”.

Sebastián: “Hay una relación no tan fuerte, pero la mayoría de los datos se encuentran agrupados, solo algunos datos no concuerdan con lo esperado: a mayor número de horas mejores notas”.

Jaime Andrés: “Sí están agrupados pero no tan fuertemente, hay estudiantes que estudiaron mucho y sacaron buenas notas como el que estudio ocho horas y obtuvo un puntaje de cien puntos; los que estudiaron menos sacaron un puntaje menor como el que estudió 0.5 horas y su puntaje fue de 40 puntos; en el total de los datos:

17 estudiaron mayor tiempo y obtuvieron un puntaje alto.

15 estudiaron un tiempo regular y obtuvieron un puntaje sobresaliente.

8 estudiaron poco tiempo y obtuvieron un puntaje bajo”.

Después del apoyo brindado, los estudiantes lograron tener una mejor concepción de la interpretación de la gráfica para poder analizar los datos sin tener que enfatizar en los puntos aislados; una característica importante fue que algunos estudiantes lograron identificar la dirección de los datos en forma satisfactoria.

### **3.1.3 Datos Dispersos**

La mayoría de los estudiantes no lograron establecer la relación de los datos basando en casos particulares, en esta etapa los estudiantes estaban confundidos, no relacionaban la gráfica con la pregunta, no utilizaban de la

mejor manera la herramienta, en este caso, la calculadora; confundieron el concepto de agrupar con igualdad de los datos, enfocándose en los datos atípicos puesto que para ellos todos los datos tenían que estar ubicados

Juan: “Se encuentran dispersos porque cada uno de los datos tienen un valor diferente, además están en desorden.”

Marcela: “Los datos están dispersos porque ninguno de los estudiantes sacó la misma nota ni coincidió esto con el número de horas estudiado, la relación nota-horas estudiadas es distinto en todos”.

## **3.2 CLASES DE CORRELACIÓN**

Atendiendo a los planteamientos de los estudiantes, se identificó una categoría que representa el grado de apropiación de los conceptos relacionados con la correlación y sus diferentes clases, teniendo en cuenta que la correlación es la relación de dos variables donde los datos nos indica la fuerza, dirección y forma, entre ellas (la fuerza, representa la relación si es fuerte o débil; el sentido, orienta a si es positiva o negativa (desciende o asciende, respectivamente); y, la forma, indica el mejor ajuste de los datos).

### **3.2.1 Correlación Positiva**

Basándonos en las definiciones dadas por los estudiantes, logramos identificar que la totalidad de ellos lograron comprender el concepto asociándolo con el grupo de datos relacionados en forma ascendente, teniendo en cuenta que los valores de  $y$  aumentan a medida que aumentan los valores de  $x$ ; esto lo podemos palpar lo expresado por los estudiantes Andrés y Eriksson:

Andrés: “La relación de los datos que están agrupados y relacionados que van de forma ascendente por lo que se denomina positiva”.

Eriksson: “Es cuando un grupo de datos se dividen hacia arriba y hacia la derecha”.

Estos estudiantes, con los datos que se les daban, observaron su comportamiento en la gráfica realizada con ayuda de la calculadora determinando el sentido y la interrelación de los datos. Al ver que los datos iban en forma ascendente aseguran que es una correlación positiva, estableciendo una nube en el gráfico y teniendo en cuenta la mayoría de los datos.

### **3.2.2 Correlación Negativa**

Al igual que la correlación positiva, se identificó que la totalidad de los estudiantes contestaron de manera acertada cuando se les preguntó al respecto, llegando a establecer el conjunto de datos agrupados en forma descendente, a medida que disminuye  $y$  a medida que aumenta  $x$ .

Mauricio: “Se presenta cuando los datos están agrupados no muy fuertemente y en la gráfica desciende a medida que aumenta en  $x$ .”

Ricardo: “Es la agrupación de los datos en forma negativa y lineal o sea que mientras  $x$  aumenta  $y$  disminuye”

### **3.2.3 No Correlación**

En lo correspondiente a la “no correlación” la mayoría de los estudiantes coincidieron que si no hay relación entre las variables, no hay correlación entre ellas. Algunos estudiantes argumentaron lo siguiente:

Mauricio: “Los datos se encuentran dispersos, por lo tanto no hay correlación entre los datos.

Diana: “Los datos se encuentran muy separados, por eso no encuentro relación entre los datos”.

### **3.2.4 Fuerte Correlación Positiva**

Se logró observar la claridad en el momento que los estudiantes definieron el concepto de correlación positiva la mayoría lo asoció con cercanía entre los datos y en la forma como están distribuidos en la gráfica.

Adolfo: “Los datos se encuentran muy agrupados y están bastante relacionados entre sí, además la gráfica asciende a medida que aumenta  $x$ ”.

Andrés: “Es la relación donde los datos se encuentran muy agrupados de forma ascendente, es decir los datos son positivos”

Estas afirmaciones se fortalecen con los gráficos que representan para cada situación.

### **3.2.5 Fuerte Correlación Negativa**

De igual manera a lo ocurrido con la Fuerte Correlación Positiva (ver anexo 3) se evidencia claridad en la comprensión del término, como es el caso de Julián y Helga:

Julián: “Es cuando los datos están fuertemente relacionados y agrupados y se comportan de forma descendente”.

Helga: “Los datos están fuertemente relacionados y por lo tanto están agrupados pero la gráfica desciende a medida que aumenta  $x$  por la relación inversa entre ellos”.

Lo expuesto anteriormente nos permite afirmar que los estudiantes, en su gran mayoría, lograron aprender las diferentes clases de correlación con la ayuda de la herramienta computacional. Sin embargo, en un primer momento se observó la dificultad de identificar dichos conceptos en algunos en los ejercicios planteados; situación que se logró superar en la solución de ejercicios posteriores.

Para reforzar el concepto de correlación en la guía (ver Anexo 4) donde la mayoría de los estudiantes lograron identificar la correlación negativa como una correlación decreciente y sus diferentes características como fuerte o débil que era uno de los objetivos de guía para integrar todo lo visto anteriormente.

Grupo de Andrés, Alfredo y Ricardo: “Que es una débil correlación decreciente en la grafica de los hombres y las mujeres se presenta el mismo caso de correlación”.

Grupo de Jeffrey, Víctor y Jonathan: “La gráfica de los hombres se presenta en orden descendente negativa y presenta correlación con respecto al variable año tiempo y su pendiente no es tan inclinada. La gráfica de las mujeres, se presenta en forma descendente negativa, presenta una correlación fuerte y su pendiente es mas inclinada que la de de los hombres”.

Grupo de Hugo, Edwin y Diego: “Las características de los datos que nos muestra las gráficas es una correlación fuerte negativa, un poco más en las mujeres”.

Aunque los estudiantes lograron identificar el tipo de correlación todavía tenían dudas respecto a decidir si era fuerte o débil, concepto que corroboran con el coeficiente de correlación.

### **3.3 LÍNEA RECTA MEJOR AJUSTE PARA LOS DATOS**

El coeficiente de corrección está fuertemente relacionado con las clases de correlación, teniendo en cuenta que puede ser negativo o positivo. En este sentido los estudiantes determinaban el coeficiente según la gráfica y la explicación dada.

### 3.3.1 Coeficiente Positivo

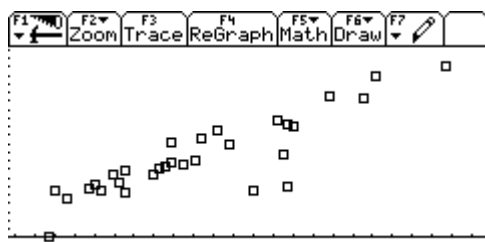
Algunos estudiantes argumentaron las siguientes respuestas, identificando el coeficiente positivo, determinando los diferentes que puede tomar  $r$  y relacionándolo con su grafica respectivamente. Es este caso Julián.

Julián: “los rangos estarían entre 0.8 y 1 porque entre mas correlacionados sea el número se va acercando a la unidad (uno)).

Las conclusiones a las que llegaron nuestros estudiantes es que los valores que se acercan a cero es una correlación, mientras los valores que no se acercan a cero es una correlación débil, y los valores que están muy cercanos a cero es porque no tienen correlación.

### 3.3.2 Coeficiente Negativo

Algunos estudiantes argumentaron las siguientes respuestas, identificando el coeficiente negativo (ver Anexo 3), determinando los diferentes valores que puede tomar  $r$  y relacionándolo con su gráfica respectivamente. Es este caso Jhovany.



3.3.1. Gráfica tomada de los datos anexo N° 3

Jhovany: son los números mas cercanos a 1, si es negativo - 0.9,-0.8,-1; según la grafica negativa”

La totalidad de los estudiantes relacionaron los valores con la grafica, aclarando que los valores cercanos a -1 son los datos correlacionados, mientras que los valores que se acercan a cero no tienen correlación y los

datos que se encuentran en el medio son los valores que tienen una correlación débil.

En la guía (ver Anexo 4) se les pedía a los estudiantes encontrar el coeficiente de correlación con ayuda de la calculadora para verificar sus predicciones acerca del tipo de correlación que se daba en esta situación problema.

Hugo, Edwin y Diego: El coeficiente de correlación es negativo y este caso es fuertemente por que su valor esta cerca de  $-1$  por lo tanto hay una fuerte correlación negativa. En este caso el de las mujeres es mayor.

Hombres  $corr = -0.801142$  Mujeres  $corr = -0.894072$

Adolfo y Xiomara: El coeficiente es negativo o sea que nos muestra que la correlación es negativa y más fuerte en las mujeres.

Hombres  $corr = -0.801142$  Mujeres  $corr = -0.894072$

Los estudiantes lograron identificar el sentido del coeficiente de correlación y los diferentes intervalos en el cual se hace fuerte y débil.

### 3.3.3 Identificación de los valores a y b en la línea recta

Al lograr identificar que los datos de la situación problema se pueden ajustar en una línea recta, queríamos que ellos lograran identificar los valores a y b, en este caso el valor de la pendiente y el corte con el eje Y. Estos son algunas de las respuestas de los estudiantes con ayuda de la calculadora TI 92 Plus.

Grupo de Sebastián, Jonathan y Nelson: La  $a$  es la pendiente. La  $b$  es tan alto o que tan bajo es el punto de inicio de la grafica o sea los valores que toma la grafica en eje  $Y$ . Si varia  $b$  la grafica puede dar o mas arriba o mas abajo en el eje  $Y$ .

Hombres

$$y = ax + b$$
$$a = -0,0095$$
$$b = 28,9942$$

Mujeres

$$y = ax + b$$
$$a = -0,0189$$
$$b = 48,4453$$

Grupo de Hugo, Edwin y Diego:  $a$ ,  $b$  y  $Y$ , determinan la posición de la recta. Si  $b$  aumenta la recta sube es decir el punto de corte seria mas arriba y si  $b$  disminuye seria lo contrario

$$y = ax + b$$
$$a = -0,009579$$
$$b = 28,994205$$

$$y = ax + b$$
$$a = -0,018924$$
$$b = 48,445327$$

Los estudiantes lograron identificar los valores de la recta y lo que podía ocurrir al cambiar cualquiera de los valores en la recta.

#### 4. ANÁLISIS DE LA EVALUACIÓN

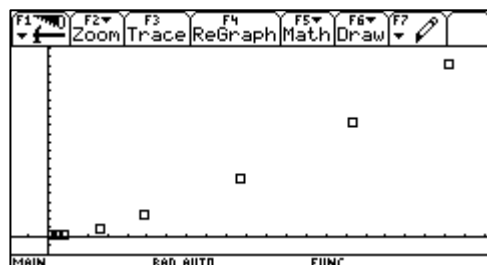
A continuación se analizaremos cada una de las preguntas propuestas en la evaluación realizada a los estudiantes después de haber aplicado tres actividades en clase. Se clasificaron los estudiantes según sus respuestas.

Para esto se les proporcionaba una tabla que contenía la siguiente información: la distancia promedio al sol (en millones de kilómetros) y la duración de la órbita de cada planeta del sistema solar.

Para la primera pregunta se le pedía encontrar la gráfica de puntos que muestra la relación que existe entre la distancia del sol con la duración de la órbita.

Planeta	Distancia al sol (millones de Km.)	Duración de la órbita
Mercurio	57.9	88
Venus	108.2	225
Tierra	149.6	365
Marte	228	687
Júpiter	778.6	4333
Saturno	1427.4	10760
Urano	2838.2	30686
Neptuno	4497.8	60191
Plutón	5913.5	90379

Los estudiantes al ingresar los datos en la calculadora obtuvieron la siguiente gráfica y a partir de ella dieron sus argumentos de como estaban relacionados los datos.



4.1. Gráfica tomada de los datos anexo N° 5

Las respuestas las clasificamos de la siguiente manera:

	Número de estudiantes
Si encontraron relación	25
Si encontraron relación pero no de manera clara	10
No encontraron relación	7

✓ **Si encontraron relación**

Estos estudiantes afirmaban que según la gráfica los datos estudiados tenían una relación positiva, porque va creciendo a medida que la distancia de los datos aumenta. Veamos los argumentos de Walter, Helga y Emily, que respalda nuestro análisis.

Walter: “Según la gráfica, los datos están relacionados positivamente, por que si la distancia al sol es mayor, mayor es su órbita, como la mayoría de los datos están agrupados se da que es una correlación positiva”

Helga: “Los datos según la gráfica están agrupados pero no de manera muy fuerte y la gráfica asciende a medida que aumenta en X, por eso la correlación es positiva”

Emily:” Como los datos se relacionan en una forma positiva (ascendente), se da que la correlación es positiva, además si trazo una círculo puedo tomar la mayoría de los datos”

Los 25 estudiantes que lograron establecer la relación entre los datos se enfocaron en el sentido de los datos, afirmando que era una correlación positiva porque a medida que aumentan los valores de X aumentan los de valores de Y; sin embargo no comentaron acerca de la cantidad de los datos, que en este caso era particular.

✓ **Si encontraron relación pero no de manera clara**

Estos estudiantes lograron establecer una relación parcial de los datos, observando la relación de los primeros datos, que se encontraban fuertemente correlacionados aunque los últimos datos no se encontraban tan relacionados.

Mery:” Según la gráfica están relacionados muy estrechamente entre ellos, los primeros cuatro planetas ósea que están relacionados positivamente y fuertemente, los otros cinco planetas están relacionados positivamente pero no fuertemente o sea que si X aumenta Y también.”

Jhon:” Entre los datos existe una mayor relación y están totalmente agrupados”

Joan Sebastián: “Si existe relación por que los datos aumentan de manera directa y se encuentran unos agrupados fuertemente y otros no tanto”

Ellos no lograban interpretar si estaban fuertemente o no relacionados, aunque la gráfica mostraba los primeros cuatro datos muy cerca, y los otro cinco mas separados no les dejaba ver la fuerza de la relación de los datos, sin embargo lograron establecer el sentido de la gráfica.

✓ **No encontraron relación**

Por el contrario nos encontramos con estudiantes que a pesar del análisis que se había realizado en las guías anteriores solo se fijaron en los datos atípicos, por lo tanto concluyeron que no existía una relación porque los datos están separados unos del otro, y no relacionaron los datos en general.

Adriana:” No hay relación por que los datos están muy separados, además a medida que X aumenta se separan mas por lo tanto si existiera mas datos estarían mas separados”

Ericsson:” No hay una relación clara por que cuando un grupo de datos se dirige hacia arriba y hacia la derecha pero están muy separados además los ultimo datos están muy separados y no se que comportamiento tenga después”

Jonathan: “Como se ve en la gráfica hay planetas que están muy cerca pero otros están muy separados por lo tanto no existe una relación directa y clara, además el último dato esta muy alejado con relación a los otros”

Como se puede observar estos estudiantes seguían confundidos con la distancia entre los datos y no se enfocaban en la relación que existía entre los datos, si estos no están tan cerca, no existe relación.

La mayoría de los estudiantes lograron establecer el sentido de la gráfica y su relación, en este caso su dirección era ascendente y positiva, que era el objetivo de la pregunta, sin embargo no alcanzaron a establecer la relación con la totalidad de los datos, tratando de particularizar y no de generalizar.

Para la segunda pregunta, se les pidió escribir las características de la gráfica que obtuvieron, como este punto estaba relacionado con el primero se obtuvieron resultados similares, nos enfocaremos en los estudiantes que además de identificar el sentido lograron establecer la fuerza de los datos. Las respuestas las clasificamos de la siguiente manera:

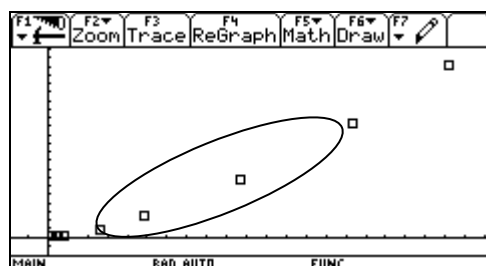
	Número de estudiantes
Correlación fuertemente positiva	15
Correlación positiva	22
No hay correlación	7

✓ **Correlación fuertemente positiva**

La mayoría de los estudiantes lograron identificar la gráfica como la mejor representación de una fuerte correlación positiva; en este caso presentamos el argumento de Adolfo, Ricardo y Álvaro.

Adolfo: "hay una correlación positiva fuerte porque la mayoría de los datos están agrupados y es positiva por que cuando aumenta los valores del eje X los valores de Y también aumentan pero no de manera tan rápida"

Ricardo: "Según la gráfica nos muestra que los datos están ubicados de manera descendente que nos indica que hay un correlación y es positiva, los datos están agrupados en su mayoría por lo tanto puede establecer que es fuerte ya que los primeros datos los puede encerrar en un ovalo"



Álvaro: "Primero esta relacionados positivamente por que aumentan tanto los valores de X como los de Y, y mirando la mayoría de los datos puedo decir que están fuertemente relacionados así los dos últimos datos no lo en estén."

✓ **Correlación positiva**

Estos estudiantes lograron establecer la relación positiva, aunque no diferenciaron si era fuerte o débil simplemente le dieron importancia al sentido. Los siguientes son algunos de los análisis de los muchachos con respecto a la gráfica.

Ricardo: "Esta gráfica esta correlacionada positivamente pero no fuertemente, los datos están esperados entre si"

Álvaro: "En esta gráfica existe una correlación positiva, algunos datos se encuentran dispersos, por lo tanto podemos deducir que los datos no están relacionados tan fuertemente".

Adolfo: En la gráfica podemos observar que los datos están relacionados positivamente pero no fuertemente para ser una correlación fuertemente positiva, tendrían que estar más agrupados los datos, yo diría que hay una relación positiva.

Para estos estudiantes la relación si existe, lo que no tienen claro es reconocer a partir de cuántos datos la relación es fuertemente correlacionada, la concepción de fuerte correlación la asimilaron como si todos los datos tuvieran que estar muy cerca.

✓ **No hay correlación**

Los estudiantes que no lograron identificar claramente la relación, no pudieron establecer la correlación ni las diferentes características de la gráfica. Estos son algunos ejemplos de los estudiantes:

Adriana: "La gráfica nos muestra que los datos están separados por lo tanto no existe correlación"

Jonathan: Las características de la gráfica es que están agrupados por partes pero en general no puedo decir nada de los datos, por lo tanto no existe una correlación ni débil ni fuerte"

Estos estudiantes argumentaban que no existía ninguna relación entre la distancia del sol y la órbita de los planetas, por lo tanto no lograban identificar qué tipo de correlación existía entre los datos.

En la tercera pregunta se les pedía que analizaran la gráfica y expusieran sus argumentos sobre un valor optativo para el coeficiente de correlación, sin ayuda de la calculadora; esta pregunta también estaba relacionada con las dos anteriores. Las respuestas las clasificamos de la siguiente manera:

	Numero de estudiantes
Coeficiente de correlación alto.	15
Coeficiente de correlación bajo.	22
Coeficiente cero.	7

✓ **Coeficiente de correlación alto**

Los estudiantes que en el punto anterior lograron establecer una fuerte correlación positiva, daban un valor alto para poder justificar su análisis. Estos son algunos de los valores que los muchachos lograron establecer.

Adolfo: “El valor mas acertado para el coeficiente de correlación fuerte esta entre 0.85 y 9.5”

Walter: “El valor de  $r=0.9$ ”

Emily: “El valor del coeficiente es de: 0.95”

Estos estudiantes daban un valor alto para justificar las características de los puntos anteriores.

✓ **Coefficiente de correlación bajo.**

Clasificamos a los estudiantes que lograron identificar el sentido que, aunque no establecieron si era fuerte o débil, decidieron dar los siguientes valores:

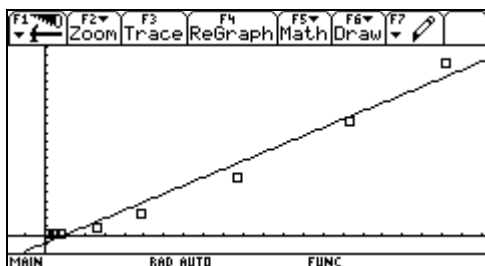
Ricardo: “Como los datos están un poco dispersos el valor que mejor representa esta grafica es 0.6”

Helga: “Aunque están relacionados positivamente por lo tanto el coeficiente es positivo, como los datos no logran estar todos cerca el coeficiente de correlación es: 0.5”

Álvaro: El coeficiente de correlación puede estar en un intervalo de 0.4 y 0.6 siendo ambos extremos el mayor y menor numero que podrían tomar”

Igualmente estos estudiantes se basaron en los dos puntos anteriores para dar el valor del coeficiente que mejor se ajustaba a las diferentes características que el tiene.

Para la cuarta y quinta pregunta, se les pedía a los estudiantes encontrar la línea recta que mejor ajustara los datos con ayuda de la calculadora y establecer si el un buen ajuste. Los estudiantes al ingresar los datos en la calculadora y realizar el proceso de regresión lineal debía obtener una grafica de la siguiente manera:



DATA	c1	y=a·x+b
4	228	a =14.908828
5	778	b =-4535.036293
6	142	corr =.989437
7	283	R <sup>2</sup> =.978985
8	449	
9	591	
10		

Enter=OK

Los gráficos nos muestra la recta que mejor ajusta los datos y la ecuación de la recta, los valores de a, b y el coeficiente de correlación.

	Numero de estudiantes
Ingresaron bien los datos y lograron identificar el valor de $a$ y $b$	38
Ingresaron mal los datos	4

✓ **Ingresaron bien los datos y lograron identificar el valor de  $a$  y  $b$**

La mayoría de los estudiantes lograron encontrar la recta que mejor representaba los datos, logrando identificar los valores de  $a$  y  $b$  corroborando el coeficiente de correlación que plantearon en el punto anterior. Estas son algunas de las respuestas de los estudiantes:

John: “El valor de  $a$  que en este caso es la pendiente es positivo como el coeficiente de correlación, el corte con el eje  $y$  nos muestra que es negativo, pero en este caso no se podría hablar de una distancia negativa. El coeficiente de correlación que nos arroja la calculadora es muy alto es casi perfecto 0.98 por lo tanto el ajuste es bueno debido a que el coeficiente es alto”

Helga: “La gráfica nos muestra que los datos se podrían ajustar a una línea recta que tiene la siguiente ecuación  $y = 14.908828x - 4535.036293$  con un coeficiente de correlación muy alto lo que indica que las variables están muy correlacionadas y los puntos están muy cercanos a la recta”

Álvaro:” La línea de regresión es buena, la ecuación de línea recta nos indica que el valor de  $a$  es positivo por que es una regresión positiva el valor de  $b$  es negativo, pero en este caso no nos dice nada y el coeficiente de correlación es alto, por lo tanto el ajuste es bueno la relación entre la distancia del sol y la orbita es positiva”

Ricardo: El valor de  $a = 14.908828$  el valor de  $a$  es  $b = -4535.036293$  pendiente y el de  $b$  la pendiente. El  $corr = 0.989437$  que nos indica el coeficiente de correlación.

La mayoría logro obtener la gráfica pero pocos lograron hacer un análisis de los datos, los demás solo se limitaron a identificar el valor de  $a$  y  $b$  en una ecuación lineal.

✓ **Ingresaron mal los datos**

Algunos estudiantes ingresaron mal los datos por que les dieron valores distintos a los de sus compañeros aunque lograron identificar el valor de  $a$  y  $b$ .

Jonathan: La línea recta casi no se ajusta a los datos aunque el coeficiente es un poco alto. El valor de  $a$  indica la pendiente, el valor de  $b$  el corte con el eje Y, por lo tanto no es una buena regresión.

$$a = 9.5214455$$

$$b = -0.2541541654$$

$$corr = 0.7821546$$

Adriana: Para mí la línea recta no logra explicar bien el comportamiento de los datos aunque el coeficiente es débil. Por lo tanto no es un buen modelo de regresión

$$a = 10.5214455$$

$$b = -2.2541541654$$

$$corr = 0.6521546$$

Al parecer los estudiantes no ingresaron de manera correcta los datos, por eso tuvieron dificultad en toda la evaluación, aunque lograron identificar cada uno de los datos que la calculadora les ofrecía, para ellos era difícil explicar el por qué del coeficiente de correlación era tan alto en algunos casos, si ellos no lograban establecer la relación.

En la pregunta del sexto punto, se les cuestionó: *Si existiera un planeta que estuviera a una distancia de 500 millones de kilómetros del sol, ¿Cuál sería la duración de su órbita?; si existiera un planeta cuya órbita alrededor del sol fuera de 2.000 días ¿Cuál sería su distancia del sol?*

Las respuestas de los estudiantes se clasificaron de la siguiente manera:

	Numero de estudiantes
Utilizaron la ecuación de la línea recta	22
Dieron un valor optativo	18

✓ **Utilizaron la ecuación de la línea recta**

Algunos estudiantes decidieron utilizar la ecuación de la línea recta y reemplazaron el valor que se les pedía. Estos son algunos ejemplos:

John: "Para saber cual es la orbita de un planeta que está a 500 millones, reemplazo ese valor en la siguiente ecuación:

$$y = 14.908828x - 4535.036293$$

Se obtiene que la orbita es 2041.82 aproximadamente y puede variar para arriba o para abajo.

Para saber cual es la distancia de un planeta al sol si sabemos su orbita lo que hacemos es reemplazar el valor Y para obtener el de X.

$$y = 14.908828x - 4535.036293$$

*despejando x nos queda*

$$x = \frac{y + 4535.036293}{14.908828} = 438.333$$

Por lo tanto si la duración de la orbita es 200 la distancia al sol es aproximadamente 438.333"

Helga: “Reemplazando en recta que nos ajusta los datos podemos obtener los siguientes datos que aunque no son exactos están cerca de la recta que mejor ajusta los datos.

Para saber qué tiempo dura la orbita si la distancia al sol fuera 500 millones reemplazamos en X que es la variable que nos representa la distancia y para saber la distancia al sol si la orbita dura 2000 días reemplazamos el valor de Y que represente el tiempo de duración.

Haciendo cálculos tenemos:

$$y = 14.908828 x - 4535.036293$$

$$\frac{y + 45.35.036293}{14.908828} = x$$

Por lo tanto si la distancia la sol fuera de 500 millones la duración de la órbita sería 2041.8 días y si la duración de la orbita fuera 2000 días la distancia del sol es 438.3”

✓ **Dieron un valor optativo**

Los demás estudiantes dieron valores aproximados sin utilizar la ecuación, algunos de ellos utilizaron la misma gráfica para dar su valor.

Ricardo: “Para saber qué valor aproximadamente tiene la duración de una orbita que tiene una distancia al sol de 500 millones miro en la tabla valores cercarnos por ejemplo:

Marte tiene una distancia de 228 Km. y una duración de orbita de 687 días mientras que Júpiter tiene una distancia de 778.6 Km. y una duración de orbita de 4333 días.

La diferencia entre los dos es de 500 aproximadamente entre las distancias y en cuanto a la orbita es de 3646 haciendo cálculos el valor podría ser de 2187 que es la mitad de la diferencia le sumo la que lleva a los 228

Igualmente para saber la distancia del sol si la orbita dura 2000 días miramos los valores mas cercanos a 2000 días en este caso son:

Marte tiene una distancia de 228 y una duración de orbita de 687

Júpiter tiene una distancia de 778.6 y una duración de orbita de 4333

Como el valor del resultado es parecido al que obtuve arriba el valor puede estar cerca de los 500 o 480

Adolfo: para la primera pregunta utilizando la calculadora me dio un valor aproximado de por encima de recta de 2743.62 por debajo de la recta de 1681.37.

Para la segunda pregunta los valores no son muy exacto se saltan mucho pero el valor esta entre 417 y 446.

Aunque estos valores no son tan exactos fueron buenas tácticas de los estudiantes para encontrar los valores que se les pedía.

Otros aunque no explicaban su metodología dieron buenas aproximaciones:

Adriana: "Para una distancia de 500 millones el valor aproximado será 2200 y para una orbita de duración 2000 días la distancia esta entre 480 y 500"

### **A manera de conclusiones:**

El análisis de la evaluación aplicada a los estudiantes, nos permitió ver si ellos habían logrado superar todas las dificultades que presentaron en el proceso de aprendizaje. Estas son algunas de las debilidades o fortalezas que observamos:

- La mayoría de los estudiantes lograron establecer la relación de los datos, teniendo en cuenta el número de datos que estaban analizando, en este caso el número relacionado con los planetas.
- La gráfica fue utilizada por los estudiantes para identificar el sentido, la dirección y fuerza de los datos.

- Los estudiantes que no lograron establecer la relación, cometieron las mismas equivocaciones realizadas en clase, como el analizar por separado los datos, mirando datos atípicos y enfocándose solamente en ellos.
- Los estudiantes lograron identificar el coeficiente positivo, lo cual implica que manejaban el concepto asociando a la gráfica que se obtuvo con ayuda de la calculadora.
- Los estudiante pudieron predecir algunos datos de la situación problema, por medio de la gráfica y con ayuda de la calculadora o dando valores aproximados.
- Los estudiantes estuvieron motivados en todo el proceso de aprendizaje durante el desarrollo de nuestro proyecto, tal como se puede observar en la siguiente foto:



## 5. CONCLUSIONES

En este capítulo presentamos las conclusiones generales de este trabajo donde analizamos las dificultades y las concepciones que presentaron los estudiantes al realizar las diferentes actividades con la calculadora TI 92 Plus en el análisis de correlación y regresión lineal.

- ✓ Con las actividades propuestas se cumplió con el objetivo general propuesto en el cual se analizaron las ventajas y desventajas de los estudiantes de grado 11 del colegio Técnico Vicente Azuero, en adquirir el aprendizaje de Correlación y Regresión lineal, mediante el uso de herramientas tecnológicas como la calculadora TI-92.
- ✓ La aglomeración de los datos observados en la calculadora, no permitió a los estudiantes analizar cada una en las situaciones problemas planteadas, llevando a que éstos últimos respondieran superficialmente.
- ✓ Los estudiantes permitieron observar falencias cuando se les presentaba el tamaño de la muestra puesto que no establecían una relación entre las dos variables a analizar, además de confundir el sentido de la correlación cada vez que notaban un dato atípico.
- ✓ La calculadora se tornó en una herramienta didáctica de aprendizaje debido a que facilitó la elaboración de diagramas de dispersión a los estudiantes, a la vez que les permitió analizar cada situación problema en la búsqueda de una mejor comprensión de los conceptos vistos.
- ✓ Cobró importancia el conocimiento y dominio que deben tener los estudiantes del concepto de *fuerza y dirección de la correlación*, debido a que cuando los estudiantes se enfrentaban a una situación problema en donde se analizaban más de treinta datos, la gráfica tendía a mostrar los

puntos más cercanos (aglomeración de los datos) y los estudiantes en ocasiones no lograban manejar esta situación con claridad.

✓ El docente debe estar atento en cada una de las actividades en donde se maneje la calculadora pues fue común notar que en varias ocasiones los estudiantes no anotaban correctamente los datos, ocasionando que el análisis de las situaciones los llevara a conjeturas erróneas o equivocadas.

✓ La resolución de problemas es una metodología que debe aplicarse en el aula de clase, pues al ser orientada correctamente le permite a los estudiantes una mejor comprensión del concepto al ayudarlo a visualizar estos problemas como situaciones de la vida cotidiana.

✓ Los estudiantes, al realizar el análisis de las situaciones problema, se basaron en la representación gráfica para establecer el concepto de correlación; los docentes deben tener especial atención al momento de la explicación, resaltando que existen diferentes maneras de analizar los datos. Se observó que, al momento de analizar la gráfica, ésta no era “perfecta” en el sentido que ninguno de los datos cumplía con las expectativas de los estudiantes, logrando que ellos manifestaran que no existía ninguna relación.

✓ La calculadora graficadora permitió que los estudiantes pudieran adquirir los conocimientos matemáticos de forma más intuitiva, porque brindó la posibilidad de experimentar con las nociones dadas en las clases.

✓ Con el uso de las calculadoras graficadoras se hace necesario un cambio en la enseñanza, tanto por parte de los alumnos como del profesor y esto implica disponibilidad de las dos partes.

✓ Comprender y aplicar los conceptos relacionados con correlación y distribución de datos por medio de gráficos de dispersión necesita de un previo conocimiento de ubicación de datos en el plano cartesiano, manejo

básico de la calculadora graficadora y análisis de gráficos; sin lo cual el desarrollo del proyecto hubiera sido lento y complejo.

✓ Se notó que la mayoría de los estudiantes pudieron asociar el coeficiente de correlación de manera intuitiva como un valor que oscila entre - 1 y 1, logrando identificar la gráfica correspondiente entre dicho rango; por ejemplo, para los valores entre -1 y 0 la correlación es negativa y entre más cercana al valor de -1 más fuerte es la relación de las variables; igualmente lo hacían para los valores entre 0 y 1, reconociendo que si era cero el coeficiente de correlación, no existía ninguna relación entre las variables.

✓ Los estudiantes, después de varias actividades de aplicación, pudieron reconocer la regresión lineal como el mejor ajuste de los datos, teniendo en cuenta que este modelo fue el estudiado en el desarrollo del proyecto.

✓ En la evaluación final la mayoría de los educandos lograron reconocer el sentido de la gráfica, la relación entre las variables, el coeficiente de correlación y pudieron predecir algunos datos de la situación problema superando las dificultades en el proceso del proyecto.

✓ El tema de correlación y regresión lineal se puede introducir a los estudiantes desde la media vocacional, mostrando la aplicabilidad de las mismas en algunas materias en donde se necesite el análisis estadístico, puesto que le ayudará al estudiante en sus estudios futuros.

✓ La metodología utilizada en el proyecto quería llegar a más estudiantes, que ahora se ven desanimados por la complejidad de los métodos utilizados, dándoles una herramienta en donde ellos mismos interactúen y tengan la posibilidad de elaborar sus propias conclusiones.



## BIBIOGRAFIA

SÁNCHEZ, F; ESTEPA, A; BATANERO, C (2000) Un estudio experimental de la estimación de la correlación a partir de diferentes representaciones. Investigación didáctica. Universidad de Jaen. Facultad de Humanidades y Ciencias de la Educación. Universidad de Granada. Facultad de Ciencias de la Educación.

SÁNCHEZ, F; ESTEPA, A. (2000) Correlación y regresión en los primeros cursos universitarios. Universidad de Jaén. Departamento de Matemáticas, Escuela Matemática Superior. Departamento de Didáctica de la Ciencias.

Ministerio de Educación Nacional. Dirección de Calidad de la Educación Preescolar Básica y Media. Pensamiento Variacional y Tecnologías Computacionales (2004). Proyecto Incorporación de nuevas Tecnologías al Currículo de Matemáticas de la Educación Básica Secundaria y Media de Colombia.

Ministerio de Educación Nacional. Dirección de Calidad de la Educación Preescolar Básica y Media. Pensamiento Estadístico y Tecnologías Computacionales (2004). Proyecto Incorporación de nuevas Tecnologías al Currículo de Matemáticas de la Educación Básica Secundaria y Media de Colombia.

Godino, J. D., Batanero, C., Font, V. (2003, febrero). *Fundamentos de la Enseñanza y el Aprendizaje de las Matemática para Maestros, Matemáticas y su Didáctica para Maestros. Proyecto Edumat-Maestros*. URL:  
<http://www.ugr.es/local/jgodino/edumat-maestros/>

*Lineamientos Curriculares* (ibídem), MEN, Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos Curriculares de Matemáticas*. Bogotá D.C.

Obando, G. y Múnera, J. J. (2003). “Las situaciones problema como estrategia para la conceptualización matemática”. *Revista educación y pedagogía*, Vol. XV, No. 35, pp. 1-17 (enero-abril). Medellín: Universidad de Antioquia, Facultad de Educación.

1 Kelly, B. (1997) *Investigating Statistics with the TI-92* (Paperback), Publishing Inc.

## **ANEXOS**

## ANEXO 1

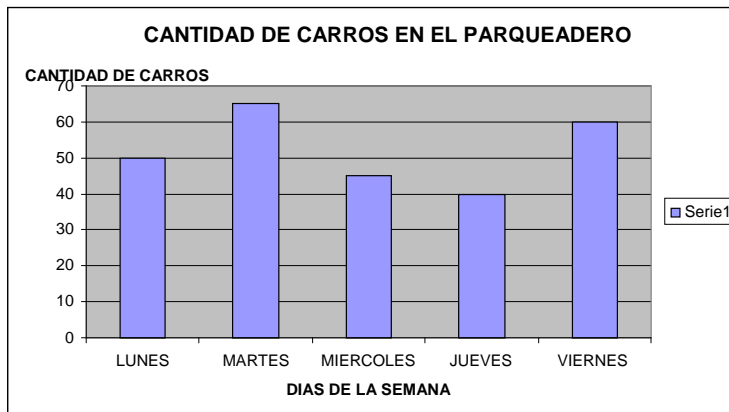


**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL SANTANDER**  
**LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS**  
**COLEGIO TÉCNICO VICENTE AZUERO**



**NOMBRE** \_\_\_\_\_ **CÓDIGO:**  
\_\_\_\_\_

1. ¿Para qué cree usted que sirve la estadística y la probabilidad en su vida cotidiana?
2. ¿Qué tipos de graficas conoce y cuales son sus características principales? Y dibújelas.
3. ¿Desde que curso empezó su estudio de estadística?
4. ¿Cuáles son sus aspiraciones para el próximo año?
5. ¿Qué opina de la utilización de la calculadora en el salón de clase?



Con base en el grafico anterior, responda las siguientes preguntas:

1. ¿Cuántos carros se guardaron en el parqueadero el día lunes?
2. ¿Cuántos carros se guardaron en el parqueadero el día martes?
3. ¿Cuántos carros se guardaron en el parqueadero el día miércoles?

4. ¿Cuántos carros se guardaron en el parqueadero el día jueves?
5. ¿Cuántos carros se guardaron en el parqueadero el día viernes?
6. Observando el grafico, responda. ¿Cuál fue el día que guardaron más carros?
7. ¿Qué día se guardaron menos carros?
8. ¿Cuántos carros se guardaron durante la semana

## ANEXO 2



**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL SANTANDER**  
**LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS**  
**COLEGIO TÉCNICO VICENTE AZUERO**



**NOMBRE** \_\_\_\_\_ **CÓDIGO:**  
\_\_\_\_\_

Se les pidió a los estudiantes en la clase de matemáticas registrar el número de horas que pasaron estudiando para su prueba de matemáticas. Cada estudiante escribió una pareja ordenada  $(x, y)$ . El valor de  $x$  representa el número de horas de estudio y  $y$  el valor de la prueba.

Por ejemplo: El dato de Samuel es  $(3,82)$  que significa que estudio 3 horas y obtuvo una nota de 82 puntos de 100.

Se obtuvieron los siguientes datos de todos los estudiantes:

PAREJAS ORDENADAS				
$(3.0, 82)$	$(5.5, 78)$	$(1.0, 60)$	$(4.9, 93)$	$(5.1, 86)$
$(2.5, 71)$	$(4.2, 90)$	$(0.5, 40)$	$(3.5, 88)$	$(7.0, 96)$
$(1.5, 73)$	$(2.4, 82)$	$(2.0, 53)$	$(6.2, 87)$	$(8.4, 100)$
$(2.6, 75)$	$(3.7, 85)$	$(5.4, 70)$	$(9.3, 89)$	$(7.6, 87)$
$(1.4, 48)$	$(0.5, 56)$	$(6.5, 85)$	$(2.3, 61)$	$(5.2, 74)$
$(1.0, 47)$	$(3.5, 87)$	$(8.2, 94)$	$(3.0, 86)$	$(5.4, 92)$

### ACTIVIDAD 1

Los datos que se muestran en el cuadro para determinar si existe una relación entre el número de horas de estudio y la nota.

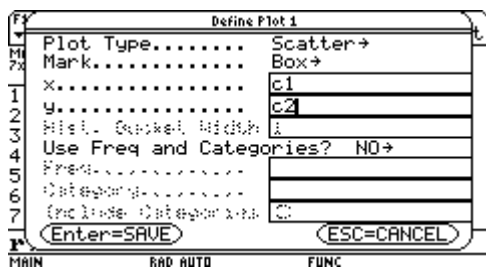
### VAMOS A LA CALCULADORA


1. Entrar a **DATA/MATRIZ** editor y crear la variable NOTAS

Entrar en c1 la primera coordenada de todos los pares ordenados y en c2, la segunda coordenada de las parejas ordenadas, tenga cuidado y verifique que a cada valor de c1 le corresponda el de c2.

2. Presione **F** para definir el diagrama, y utilice la **función** para desactivar el resto de diagramas. Entonces seleccione el diagrama que usted desea definir.

A continuación presione **ENTER** y complete la caja de dialogo como se indica:







3. Para obtener el diagrama de dispersión  presionamos **[GRAPH]** **F** **9** seguido por **ENTER** y se obtiene la grafica.

### CONTEXTUALIZACIÓN

**Entregar sus respuestas en una hoja de examen.**

4. Conteste las siguientes preguntas mirando la gráfica que usted obtuvo:

-  ¿Los datos están agrupados o dispersos?, ¿Explique por qué?
-  ¿Qué características tienen los datos que se encuentran agrupados si lo están?
-  ¿Usted cree que las horas de estudio están relacionadas con las notas que obtuvieron?
-  Si se quiere una nota de 85 puntos. ¿Cuántas horas tendrá que estudiar?



Usted se ha visto reflejado en una situación similar. ¿Explique por qué?

### **SITUACION PROBLEMA**

La tabla que se muestra a continuación muestra los precios de un automóvil de marca popular en dólares, y el número de años.

AÑO	VALOR
1	\$15.975
2	\$9.285
3	\$8.000
4	\$6.790
5	\$3.150

AÑO	VALOR
6	\$3.448
7	\$2.755
8	\$1.995
9	\$1.400
10	\$1.268



Use la tabla para determinar si hay una relación entre la edad de un coche y su valor.

Utilice los mismos pasos que se manejaron en el ejemplo anterior, creando la variable **CARRO**, y describa la relación entre estas dos variables. Intente hacer un razonamiento parecido al anterior y escriba sus conclusiones.

### ANEXO 3



**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL SANTANDER**  
**LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS**  
**COLEGIO TÉCNICO VICENTE AZUERO**



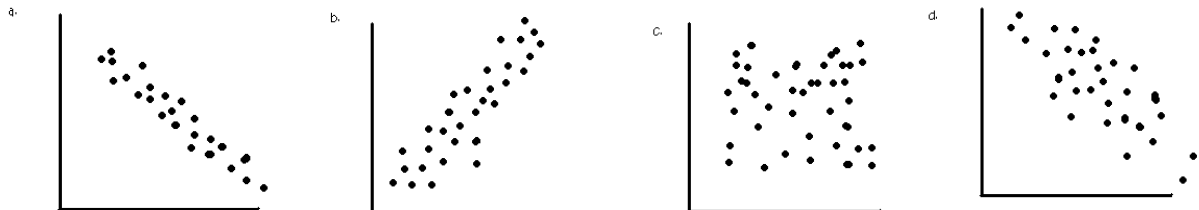
**NOMBRE:** \_\_\_\_\_

**CÓDIGO:** \_\_\_\_\_

1. Escriba con sus propias palabras los significados de las siguientes frases:

- \* Correlación positiva
- \* Correlación negativa
- \* No correlación
- \* Fuerte correlación positiva
- \* Fuerte correlación negativa

2. Utilice las frases anteriores para identificar la clase de correlación que caracteriza a cada uno de los siguientes diagramas de dispersión:



3. La siguiente tabla muestra las edades de las mujeres casadas y las edades de sus esposos, estas mujeres fueron seleccionadas aleatoriamente. Utilice el procedimiento trabajado en la clase anterior, para crear un diagrama de dispersión que revele si hay correlación entre las edades de las mujeres y sus esposos. En caso de hallar una correlación diga si es positiva o negativa y descríbala como fuerte o débil.

(29,34)	(37,38)	(19,20)	(57,57)	(34,32)
(23,25)	(51,24)	(72,81)	(29,23)	(70,70)
(45,54)	(39,37)	(58,56)	(64,71)	(35,35)
(42,50)	(25,24)	(37,48)	(36,36)	(27,32)
(56,42)	(17,24)	(28,28)	(57,26)	(41,39)
(47,47)	(16,18)	(24,27)	(84,87)	(55,59)



### CONTEXTUALIZACIÓN

Realice el mismo proceso con 20 compañeros de curso o del colegio y pregúntele la edad de su novio (a). ¿Qué conclusiones obtiene de los datos recogidos?

Si hay un valor entre -1 y 1 que explique la relación entre los datos conteste las siguientes preguntas:

a. Que rangos de valores de  $r$  indican:

¿Una fuerte correlación?

¿Una correlación débil?

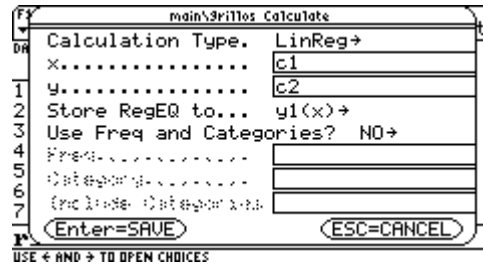
¿Ninguna correlación?

b. Dados los siguientes valores de  $r$ , explique que tipo de correlación hay y gráfíquela.

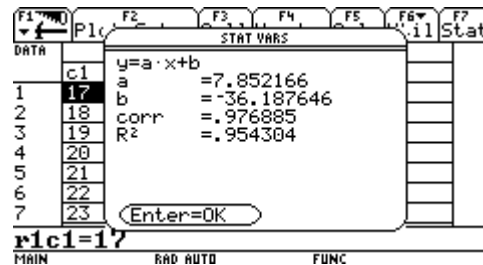
- $r=0.5$
- $r=0.9$
- $r=0.1$
- $r=-0.8$
- $r=-1$
- $r=1$

c. En la variable creada en ejercicio anterior, entre en el redactor de Data/Matriz y realice los siguientes pasos:

Presiones F5 y complete la caja de dialogo con TWOVARS



Presione ENTER y aparece la siguiente caja de dialogo.



Siga el procedimiento anterior para encontrar el valor del coeficiente de correlación  $r$  (denotado por el corr) de los ejercicios hechos anteriormente. Y compruebe todas sus afirmaciones.

## ANEXO 4



**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL SANTANDER**  
**LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS**  
**COLEGIO TECNICO VICENTE AZUERO**



**NOMBRE** \_\_\_\_\_  
**GRADO** \_\_\_\_\_

### LOS OLIMPICOS

La tabla muestra el año y el tiempo en segundos de los ganadores en los juegos olímpicos de la competencia de los 100 metros, del verano de 1928 y 1996 para hombres y mujeres.

AÑO	HOMBRES GANADORES	SEG	MUJERES GANADORAS	SEG
1928	Percy Williams Canada	10,80	Elizabeth Robinson (U.S)	12,20
1932	Eddie Tolan(U.S)	10,30	Stanislawa Walasiewicz (Poland)	11,90
1936	Jessie Owens (U.S)	10,30	Helen Stephens (U.S)	11,50
1948	Harrison Dillard (U.S)	10,30	Francina Blanker-Koen (Nethlds)	11,90
1952	Lindy J. Remigino (U.S)	10,40	Marjorie Jackson (Australia)	11,50
1956	Bobby J. Morrow (U.S)	10,50	Betty Cuthbert (Australia)	11,50
1960	Armin Hary (Germany)	10,20	Wilma Rudolf (U.S)	11,00
1964	Robert L. Hayes (U.S)	10,00	Wyomia Tyus (U.S)	11,40
1968	James Hines (U.S)	9,90	Wyomia Tyus (U.S)	11,00
1972	Valery Borzov (U.S.S.R)	10,14	Renate Stecher (East Germany)	11,07
1976	Hasely Crawford (Trin. & Tob.)	10,06	Annegret Richter (West Germany)	11,01
1980	Allan Wells (Great Britain)	10,25	Lyudmila Kondratyeva (U.S.S.R.)	11,06
1984	Carl Lewis (U.S)	9,99	Evelyn Asford (U.S)	10,97
1988	Carl Lewis (U.S)	9,92	Florence Griffith-Joyner (U.S)	10,54
1992	Linford Christie (Great Britain)	9,96	Gail Devers (U.S)	10,82
1996	Donovan Bailey (Canada)	9,84	Gail Devers (U.S)	10,94



Utilice los datos dados en la tabla para establecer la relación de los tiempos que ganaron los olímpicos para los hombres y mujeres durante el periodo de 1928 –1996.

Que podemos decir para los olímpicos del año 2000 y 2004.

### ACTIVIDAD

1. Analiza por separado a los hombres y mujeres. Como es el comportamiento de los tiempos en cada caso, ¿Qué puedo decir de los datos? explíqueme ¿por que?

### VAMOS A LA CALCULADORA

2. Entra a Data/Matriz editor y crear la variable OLIMPICOS. Ingrese en la columna de c1 los años en el periodo de 1928-1996. En c2 corresponde al tiempo en segundos que ganaron los hombres. Luego hacer lo mismo con el tiempo de las mujeres.

3. Presione F2 y aparece un cuadro, presione F4 para desactivar otras graficas. Luego presiona F1 y complete la caja de dialogo. Defina de la misma manera para el tiempo en el que ganaron las mujeres, repitiendo el mismo procedimiento.

### CONTEXTUALIZACION

1. ¿Qué características tiene la gráfica que obtuvo?

2. Que se puede decir de los valores a, b, Y. Si se varía el valor de b, ¿Qué ocurre?

3. Intente predecir distintos valores de la gráfica.

4. Escriba con sus propias palabras en que consiste el proceso de regresión lineal. Que característica tiene una buena regresión lineal. De algunos ejemplos de regresión lineal, y explique la aplicabilidad que tiene en la vida real.

## ANEXO 5



**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL SANTANDER**  
**LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS**  
**COLEGIO TÉCNICO VICENTE AZUERO**



**NOMBRE** \_\_\_\_\_

**CÓDIGO:** \_\_\_\_\_

### EVALUACIÓN FINAL

La siguiente tabla contiene la distancia promedio al sol (en millones de kilómetros) y la duración de la órbita de cada planeta del sistema solar.

Planeta	Distancia al sol (millones de Km.)	Duración de la órbita
Mercurio	57.9	88
Venus	108.2	225
Tierra	149.6	365
Marte	228	687
Júpiter	778.6	4333
Saturno	1427.4	10760
Urano	2838.2	30686
Neptuno	4497.8	60191
Plutón	5913.5	90379

1. Encuentre la gráfica de puntos que muestra la relación que existe entre la distancia al sol con la duración de la órbita.
2. A partir de la gráfica que obtuvo describa las características vistas en clase. ¿Qué relación encuentran entre los datos?
3. Encuentre el coeficiente que usted cree que describe la gráfica, sin ayuda de la calculadora.

4. Encuentre la línea recta que mejor se ajusta a los datos, y explique qué significa los valores obtenidos en estos cálculos.
5. ¿Es esta regresión una buena aproximación del conjunto de puntos?
6. Conteste según la información obtenida:  
Si existiera un planeta que estuviera a una distancia de 500 millones km del sol, ¿cuál sería la duración de su órbita? Si existiera un planeta cuya órbita alrededor del sol fuera de 2.000 días, ¿cuál sería su distancia del sol?