EL USO DEL ÁBACO PARA EL APRENDIZAJE DE LOS SISTEMAS DE NUMERACIÓN EN SEXTO GRADO DE EDUCACIÓN BÁSICA

LADY YURANY SOTO CARREÑO

OMAR JOSÉ CASTRO ORTIZ

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS
ESCUELA DE MATEMÁTICAS
LICENCIATURA EN MATEMATICAS
BUCARAMANGA
2009

EL USO DEL ÁBACO PARA EL APRENDIZAJE DE LOS SISTEMAS DE NUMERACIÓN EN SEXTO GRADO DE EDUCACIÓN BÁSICA

LADY YURANY SOTO CARREÑO

OMAR JOSÉ CASTRO ORTIZ

Trabajo de grado para optar al titulo de:

Licenciados en Matemáticas

Orientador:

ESP. German Alonso Jaimes Patiño

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS
ESCUELA DE MATEMÁTICAS
LICENCIATURA EN MATEMATICAS
BUCARAMANGA
2009

DEDICATORIA

A DIOS,

A Mi Madre Doris Ruth Carreño

A Mi Padre José Isaac Soto

A Todas aquellas personas que de una u otra forma colaboraron en la realización de mi Proyecto de Grado, a quienes dedico todos mis esfuerzos y el triunfo del logro alcanzado.

LADY YURANY

DEDICATORIA

A DIOS,

A Mi Madre Reyna Ortiz.

A Todas aquellas personas que de una u otra forma colaboraron en la realización de mi Proyecto de Grado, a quienes dedico este triunfo.

OMAR JOSÉ

AGRADECIMIENTOS

Los Autores expresan sus agradecimientos a:

A DIOS,

A La Universidad Industrial de Santander- UIS

AL Decano de la Facultad de Ciencias.

AL Orientador del proyecto señor Germán Jaimes.

A Todas aquellas personas que de una u otra forma colaboraron en la realización de nuestro Proyecto de Grado.

RESUMEN

TITULO:
EL USO DE ÁBACO PARA EL APRENDIZAJE DE LOS SISTEMAS DE NUMERACIÓN EN SEXTO GRADO DE EDUCACIÓN BÁSICA*.

AUTORES: SOTO CARREÑO, Lady Yurany
CASTRO ORTIZ, Omar José**

PALABRAS CLAVES:
1.Ábaco 2. Suma 3. Resta 4. Cambio de base 5. Material concreto

DESCRIPCIÓN:

Cuando los estudiantes pasan de un tema a otro sin lograr una comprensión del anterior que necesariamente está ligado al nuevo, es decir, sin lograr un verdadero aprendizaje significativo, se van generando vacíos que tarde o temprano se traducen en apatía, deserción, falta de concentración y motivación, que desde luego se verá reflejado en su bajo rendimiento académico.

Como futuros docentes consideramos de vital importancia implementar el tema de cambio de base y operaciones entre ellas (suma y resta), ya que es fundamental para lograr el verdadero entendimiento de las operaciones básicas, problemas que requieren de su uso, pero especialmente para la comprensión y desarrollo de temas más avanzados como M.C.M y M.C.D.

Para lograr un mejor aprendizaje de lo anterior, tuvimos en cuenta la importancia del uso del material concreto, en nuestro caso, el ábaco abierto, el cual permitirá que los estudiantes por medio de la manipulación y familiarización con él, puedan ver y experimentar lo que en realidad sucede al cambiar bases o al hacer operaciones de sumas y restas.

En nuestra investigación y para el desarrollo del estudio propuesto, tomamos como referencia el trabajo desarrollado con seis estudiantes de la Institución, a los cuales se hizo estricto seguimiento de sus actividades en el manejo del ábaco abierto, su utilización, dificultades y respuestas a su uso; al igual que la motivación y los aspectos sicológicos experimentados durante el uso de una herramienta nueva para ellos. Todo lo llevamos a unos resultados finales con los cuales pretendemos dilucidar y dar respuesta a una de las preguntas planteadas al inicio de éste proyecto:

¿Es posible lograr un mejor aprendizaje mediante el uso del ábaco abierto que permita a los estudiantes llenar vacíos dejados en el tema de sistemas de numeración en distintas bases para su mejor desempeño en otros temas?

---

[*] Trabajo de grado
[**]Facultad de ciencias-Escuela de Matemáticas-Licenciatura en Matemáticas-Director: Esp. German Jaimes

SUMMARY

TITLE:
THE USE OF ABACUS TO THE LEARNING OF THE NUMERATIO SYSTEM ON LEVEL SIXTH OF BASIC EDUCATION*.

AUTHORS: SOTO CARREÑO Lady Yurany
CASTRO ORTIZ Omar José**

KEYS WORDS:
1. Abacus 2.Addition 3.Subtraction 4. Change of base 5. Concrete Material

DESCRIPTION:

When the students pass to theme to another and they do not learn completely, this want to say, they do not obtain a truly significant learning, it going to create an empty in their minds, more late than early, that things going to reflect in the not understanding to new themes and that problem affect too to the academic output.

Like future teachers, in our opinion is so important to try to complement to the change of base theme and arithmetical operation between them (sum and subtraction) because this theme is fundamental to obtain the truly understanding of the basic operations, problems with this and other themes like M.C.M and D.C.M.

To obtain a better learning of before theme, we had to know the important use of the concrete material, the open abacus for us, it will let us that the students with the manipulation of that, they can see what happen to bases change or to make sums and subtractions.

In our investigation, we utilize the studio of cases to analyze the work with six students; it is tried to give answer to the question that we established for our Project.

¿Is it possible to obtain a better learning by means of the use of the open abacus that allows the students to fill emptinesses let in the subject of systems of numeration in different bases for its better performance in other subjects?

---

* Thesis.
** Science Faculty-School of mathematics-Bachelor of mathematics-Director: Esp. German Jaimes

CONTENIDO

LISTADO DE FIGURAS

Pág.

INTRODUCCIÓN

Una clase tradicional en donde el docente es la fuente de conocimiento y los alumnos solo vasijas por llenar, carece de diversos factores como la sorpresa, que cumple el objetivo de incrementar su atención y fomentar su participación en el descubrimiento de los principios básicos de la matemáticas. Otro factor que no está presente es la confianza en sus propias habilidades para dominar conceptos, recursos y estrategias en procura de lograr el pleno conocimiento.

Los bloqueos pueden ser frecuentemente causados en la niñez, ya que es en esta etapa en donde se generan preguntas iníciales y en donde las respuestas a veces incoherentes e incomprensibles hacen de las matemáticas una madeja cada vez más enredada y absurda.

Una de las formas de romper la enseñanza tradicional expositiva e introducir al estudiante en el mundo de las matemáticas, es a través de métodos menos tradicionales pero quizás más efectivos, buscando en el menor tiempo y de manera más sencilla, amena y agradable el objetivo propuesto. Uno de estos métodos y que forma parte de nuestro trabajo de Proyecto de Grado, consiste en la utilización de un material concreto de trabajo en la iniciación del estudiante en el mundo conceptual de los números, el cual cambiará su visión acerca de los tradicionales métodos de enseñanza de las matemáticas, a la vez que experimentará nuevas formas de aprenderlas. Este material concreto es el ábaco abierto.

Para su desarrollo, utilizamos en el Proyecto sistemas de numeración posicional en niños y niñas de 6° grado de Educación Básica, dada la especial importancia que representa este grado en particular en la vida del estudiante. Importancia que radica en primer lugar, por ser la etapa de transición de la primaria a la secundaria y segundo, porque los estudiantes de este grado que están iniciando su período de adolescencia, pasan de estructuras mentales concretas a otras más abstractas.

La experimentación se realizó con estudiantes de 6° grado de la Institución Educativa Las Américas, ubicado en la calle 33 con carrera 34 en la ciudad de Bucaramanga, cuya población escolar corresponde a los estratos socioeconómicos 1, 2 y 3, siendo la mayoría de sus alumnos provenientes de familias humildes y de sectores cercanos a la Institución, como lo son los barrios La Quebrada, Morrorico y Alvarez Restrepo.

Mediante el desarrollo del trabajo de investigación preliminar y a través de charlas sostenidas con docentes del área de matemáticas del colegio, pudimos detectar que con frecuencia los estudiantes presentan dificultades en la comprensión del tema de sistemas de numeración, sus relaciones, operaciones y propiedades influyendo significativamente en su rendimiento académico. Ello nos motivó a ver la importancia de los sistemas de numeración posicional en el aprendizaje de las matemáticas de los alumnos de dicho grado, ya que es uno de los primeros temas a los que se deben enfrentar y son la base para la comprensión, elaboración y desarrollo de futuros temas.

Por esta razón se propuso y es nuestro objetivo principal, desarrollar el aprendizaje de los sistemas de numeración de una manera diferente a la tradicional. Basados en el manejo del ábaco abierto como un material concreto, se puede lograr de una manera didáctica, dinámica, agradable y de muy sencilla comprensión, estimular al estudiante a entender y desarrollar los sistemas de numeración posicional logrando en poco tiempo la comprensión de estos y mediante la combinación del contenido (parte teórica) y la forma como se le presenta (parte práctica), un aprendizaje más significativo y suficiente del tema.

Para el inicio del proyecto en sí y la aplicación del material de trabajo propuesto, tuvimos en cuenta tres aspectos fundamentales: En primer lugar, utilizamos un método de tipo cualitativo, describiendo en forma detallada las situaciones y comportamientos que fueron observables al interior del aula; incorporando lo que los estudiantes dicen, sus experiencias, actitudes, creencias, pensamientos y reflexiones tal como fueron expresadas por ellos mismos y no como el docente las describe, para a través de esto lograr entender lo que los estudiantes piensan en las diferentes situaciones y ver que tanto influyó esta experiencia en sus razonamientos . En segundo lugar, el aprendizaje cooperativo, motivando e impulsando que el alumno tenga una participación plena en el proceso de aprendizaje con especial énfasis en el respeto hacia las demás ideas. Y finalmente, el aprendizaje significativo que junto con el aprendizaje cooperativo se constituyen en herramientas fundamentales para el estudio de las matemáticas y el cual le permitirá al estudiante encontrar en los temas estudiados una conexión con sus pre-saberes para darle un verdadero sentido a lo que aprende.

Se diseñó entonces, una prueba diagnóstica para ver el grado de comprensión que del tema tenían los alumnos hasta el momento. Mediante diversas actividades se enseñó el uso del ábaco, explicando cómo sumar y restar en diferentes bases y aprender a realizar conversiones de una base a otra. Al terminar el ejercicio y como una prueba final para tratar de establecer una comparación, entre el antes y el después de la aplicación de nuestro trabajo con el uso del ábaco como material concreto para el desarrollo de procesos de aprendizaje en las matemáticas, se diseñó una guía en la que mediante preguntas similares a las realizadas en la prueba diagnóstica pudimos establecer qué tanto comprendieron del tema de sistemas de numeración en distintas bases.

En los capítulos que se desarrollan a continuación, se establecen las bases teóricas del Proyecto de Grado, la metodología utilizada en su proceso, y los avances, resultados y experiencias obtenidos en el desarrollo del mismo. Procuraremos demostrar que la utilización del ábaco abierto como un método práctico en la enseñanza de las matemáticas, es una experiencia que genera satisfacción en el estudiante y que eleva su rendimiento académico en el área al permitirle una mayor comprensión de los temas tratados. Si con ello logramos un cambio de actitud positiva hacia la asignatura, que vaya produciendo en el estudiante el deseo de trabajar los números con verdadero placer y motivación, disminuyendo de esta forma los niveles de fracaso y aumentando su rendimiento académico, consideraremos entonces, que hemos logrado el objetivo propuesto.

1. PLATEAMIENTO DEL PROBLEMA Y RESULTADOS ESPERADOS

Durante los años anteriores los estudiantes del colegio Institución Educativa Las Américas que han cursado el grado sexto, han presentado dificultades en la comprensión de los sistemas de numeración y sus diferentes bases, lo cual se evidencia en la dificultad para entender conceptos más avanzados como mínimo común múltiplo, máximo común divisor y problemas en los que se requiere utilizar las cuatro operaciones básicas.

Es por esto que nos llamó la atención la idea de analizar el tema con más detenimiento, proponiendo un método alternativo al tradicional expositivo mediante el uso de un material concreto (ábaco abierto), para así afianzar las bases que le permitirán a los estudiantes comprender de una manera más sencilla y amena las operaciones básicas y no hacerlas de manera mecánica, pues el estilo tradicional de la enseñanza de este tema no permite que los alumnos razonen, trabajen con agrado, eleven sus niveles de éxitos y tengan un aprendizaje significativo.

¿Es posible resolver esta problemática mediante el uso del ábaco abierto, como una experiencia metodológica práctica con material concreto en los estudiantes de 6 grado de la Institución Educativa las Américas?

1.1 RESULTADOS ESPERADOS

Con este proyecto esperamos resolver esta pregunta y lograr que los estudiantes manejen los sistemas de numeración a un alto nivel de comprensión y raciocinio afianzando los conceptos básicos de la aritmética.

La prueba final que realizaremos después de aplicar las actividades que se enuncian más adelante, nos permitirá evidenciar si los objetivos se cumplieron a cabalidad y si el método alternativo propuesto, se constituye en una herramienta a tener en cuenta al momento de iniciar al estudiante en el mundo de las matemáticas.

2. MARCO TEÓRICO

2.1 UNA BREVE HISTORIA DEL ÁBACO

2.1.1 ¿Por qué existe el ábaco?

Es difícil imaginarse contando sin números, pero hubo un época cuando no existían los números escritos. Los primeros dispositivos para contar fueron las manos humanas y sus dedos. Entonces, como largas cantidades (mas de lo que 10 dedos humanos podían representar) fueron contadas, varios artículos naturales como piedrecillas y ramitas fueron usadas para ayudar a contar. Los comerciantes quienes negociaban artículos, no solo necesitaban una buena forma para contar lo comprado y lo vendido, si no también para calcular el costo de esos artículos. Hasta que los números fueron inventados, los dispositivos para contar eran usados para hacer cálculos todos los días.

2.1.2 La diferencia entre un tablero de contar y un ábaco

Es importante distinguir los ábacos antiguos, conocidos como tableros de contar, de los ábacos modernos. El tablero de contar es una pieza de madera, piedra o metal con surcos tallados o líneas pintadas entre cada cuenta, las piedrecillas o discos de metal son movidos. El ábaco es un dispositivo, usualmente de madera (de plástico, en los últimos tiempos), teniendo un marco para que sostenga unas barras con deslizamiento libremente de las cuentas montadas en ellas.

Ambos el ábaco y el tablero de contar son ayudas mecánicas usadas para contar; no son calculadoras en el sentido que usamos la palabra hoy en día. La persona operando el ábaco ejecuta cálculos en su cabeza y usa el ábaco como una ayuda física para mantener la pista de la suma, el acarreado, etc.

2.1.3 ¿Cómo lucía la primera tabla de contar?

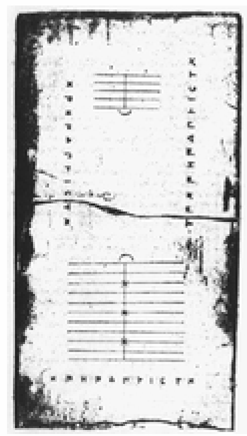
Las primeras tablas de contar se han perdido por siempre debido a los materiales perecibles usados en su construcción. Sin embargo, educadas conjeturas pueden ser hechas acerca de su construcción, basadas en las primeras escrituras de Plutarco (un sacerdote en el Oráculo en Delphi) y otros.

En el mercado externo de aquellos tiempos, la simplísima tabla de contar involucraba dibujar líneas en la arena con los dedos o una aguja, y ubicando piedrecillas entre aquellas líneas como lugar-sostenedor representando números (el espacio entre 2 líneas podría representar la unidad de 10, 100, etc.). El más acaudalado, podía ofrecer pequeñas mesas de madera teniendo construidas tablas que estaban llenas con arena (usualmente pintada azul o verde). Otro beneficio de estas tablas de contar en mesas fue que ellas podían ser movidas sin la perturbación del cálculo y también podían ser usadas bajo techo.

Con la necesidad por algo más durable y portable, tablas de madera con surcos tallados dentro de ellas, entonces fueron creados y los marcadores de madera (pequeños discos) eran usados como lugar-sostenedor. Las tablas de madera llevaron entonces a un material aun mas permanente como el mármol y el metal con piedra y marcadores de metal.

2.1.4 La Tablilla Salamis

Figura1. La tablilla salamis



La tabla de contar mas antigua es la tablilla Salamis (originalmente pensada para ser una tabla de juegos), usados por los Babilonios alrededor del 300 d.C., descubierta en 1846 en la isla de Salamis.

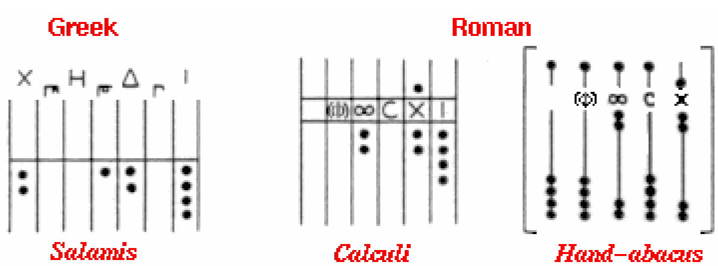
Es una tabla de mármol blanco cuyas medidas son 149cm de largo, 75cm de ancho y 4.5cm de espesor, en cual ahí 5 grupos de marcas. En el centro de la tablilla hay un set de 5 líneas paralelas divididas en partes iguales por una línea vertical, selladas con un semi-circulo en la intersección de la línea horizontal mas baja y la única línea vertical. Debajo de estas líneas hay un espacio ancho con una grieta horizontal dividiéndolo. Debajo de esta grieta hay otro grupo de 11 líneas paralelas, de nuevo divididas en dos secciones por una línea perpendicular a ellas pero con el semi-circulo en la parte superior de la intersección; el tercero, sexto y noveno de estas líneas están marcadas con una cruz donde ellas interceptan con la línea vertical . Tres grupos de símbolos Griegos (símbolos numéricos del sistema numérico acrofónico) están acomodados a la izquierda, a la derecha y en el borde bajo de la tabla[1].

2.1.5 La Evolución: El Ábaco a través de las Edades

La evolución del ábaco puede ser dividida en tres edades: Tiempos Antiguos, Edad Media y Tiempos Modernos.

Tiempos Antiguos: La Tabla Salamis, el Calculi Romano y el Ábaco Manual que vienen desde el periodo 300 A.C al 500 D.C. construidos en piedra.

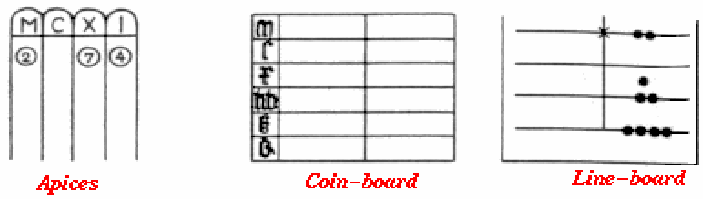
Figura 2. Tablas de contar en la edad antigua



Edad Media: El Apogeo, la tabla de monedas y la tabla de líneas son del periodo alrededor del 5 D.C. hasta alrededor 1400 D.C. y estaban construidos principalmente de madera.

[1] FERNANDEZ, Luis. EL ÁBACO: La artre de calculación con cuentas. Disponible en: <http//www.ee.ryerson.ca/~elf/abacus/español/history.html>

Figura 3. Tablas de contar en la edad media



Tiempos modernos: el ábaco tal cual como lo conocemos ahora, apareció cerca del 1200 D.C. en China con el nombre de swan-pan, luego llego a Japón y a Rusia y allí tuvo algunas variaciones.

Una variación del ábaco es el ábaco abierto, el cual utilizaremos en nuestra investigación, y a diferencia del swan-pan como su nombre lo indica es un ábaco que consta de 6 varillas en las cuales se pueden sacar o introducir aros para hacer cuentas.

2.2 El concepto de Base

A lo largo de la historia, cuando los hombres empezaron a contar vieron la necesidad de utilizar sus dedos, marcas en la arena o nudos en las cuerdas para así pasar de un numero a otro, pero a medida que las cantidades crecían se veían obligados a ingeniarse un sistema mas práctico que les permitiera representar grandes números de una manera mas sencilla.

Esta manera mas sencilla era hacer una marca distinta cuando se alcanzara un determinado numero y esta marca los representaría a todos ellos. Esta marca o símbolo es lo que ahora conocemos como base.

La base que más se ha utilizado a lo largo de la historia es 10 según parece, por ser este el número de dedos con los que contamos. Hay alguna excepción notable como son la numeración babilónica que usaba 10 y 60 como bases y la numeración maya que usaba 20 y 5.

Desde la antigüedad y hasta nuestros días el uso y el manejo de bases distintas a la base 10 ha requerido de cierta destreza mental que permite ampliar la visión y la percepción de nuevos conceptos, debido a la mayor complejidad y a los cálculos mentales que se deben hacer para manejar correctamente dichas bases. Solo los grandes abaquistas y los profesionales del calculo manejaban correctamente dichos sistemas, tanto que cuando empezaron a trabajar el sistema actual se sorprendieron tanto de la facilidad con la que ahora podían hacer cuentas que hasta llegaron a oponerse afirmando que [2]"siendo el cálculo algo complicado en sí mismo, tendría que ser un método diabólico aquel que permitiese efectuar las operaciones de forma tan sencilla".

2.3 SISTEMAS DE NUMERACIÓN

2.3.1 Sistema decimal. El sistema decimal es un sistema de numeración en el que las cantidades se representan utilizando como base el número diez, por lo que se compone de las cifras: cero (0); uno (1); dos (2); tres (3); cuatro (4); cinco (5); seis (6); siete (7); ocho (8) y nueve (9). Este conjunto de símbolos se denomina números árabes.

Es el sistema de numeración usado habitualmente en todo el mundo (excepto ciertas culturas) y en todas las áreas que requieren de un sistema

[2] CASADO, Santiago. Los sistemas de numeración a lo largo de la historia. Disponible en <http://thales.cica.es/rd/Recursos/rd97/Otros/SISTNUM.html>

de numeración. Sin embargo hay ciertas técnicas, como por ejemplo en la informática, donde se utilizan sistemas de numeración adaptados al método de trabajo como el binario o el hexadecimal. También pueden existir en algunos idiomas vestigios del uso de otros sistemas de numeración, como el quinario, el duodecimal y el vigesimal. Por ejemplo, cuando se cuentan artículos por docenas, o cuando se emplean palabras especiales para designar ciertos números (en francés, por ejemplo, el número 80 se expresa como "cuatro veintenas").

Según los antropólogos, “el origen del sistema decimal está en los diez dedos que tenemos los humanos en las manos, los cuales siempre nos han servido de base para contar”[3].

2.3.2 Sistema quinario. El sistema quinario es el nombre que se le da a la base 5 . Este sistema tiene su origen en el hecho de que los humanos tienen cinco dedos en cada mano, por lo que es uno de los sistemas de numeración más antiguos.

Para representar cualquier número en el sistema quinario, se utilizan los dígitos del 0 al 4. De acuerdo con este método, el número cinco se escribe 10, el número veinticinco 100 y el sesenta se escribe 220.

En el siglo XX, solamente ciertas tribus del este de África seguían utilizando un sistema de base cinco. Sin embargo, el sistema de base diez (decimal) ha

[3] MOOS, Lotear. Sistemas de Numeración. Editorial Dossat. España. 1973, pág. 17.

prevalecido en la mayoría de los territorios y éstas tribus, como todas las otras culturas que usaban el sistema quinario, se han convertido a él.

Aún así, *cinco* es un número primo, y por ello el sistema quinario se utiliza como sub-base del sistema decimal y el vigesimal.

2.4 TEORIAS DE APRENDIZAJE

2.4.1 El Aprendizaje Significativo. Ausubel plantea que el aprendizaje del alumno depende de la estructura cognitiva previa que se relaciona con la nueva información. Debe entenderse por "estructura cognitiva", al conjunto de conceptos, ideas que un individuo posee en un determinado campo del conocimiento, así como su organización.

En el proceso de orientación del aprendizaje, es de vital importancia conocer la estructura cognitiva del alumno; no sólo se trata de saber la cantidad de información que posee, sino cuales son los conceptos y proposiciones que maneja así como de su grado de estabilidad. Los principios de aprendizaje propuestos por Ausubel, ofrecen el marco para el diseño de herramientas metacognitivas que permiten conocer la organización de la estructura cognitiva del educando, lo cual permitirá una mejor orientación de la labor educativa. Ésta ya no se verá como: “Una labor que deba desarrollarse con "mentes en blanco" o que el aprendizaje de los alumnos comience de "cero", pues no es así, sino que, los educandos tienen una serie de experiencias y conocimientos que afectan su aprendizaje y pueden ser aprovechados para su beneficio”[4].

[4] Ausubel-novak-hanesian (1983) Psicología Educativa: Un punto de vista cognoscitivo .2° Ed.TRILLAS. México.1983, Pág. 15.

Ausubel resume este hecho en el epígrafe de su obra de la siguiente manera: *"Si tuviese que reducir toda la psicología educativa a un solo principio, enunciaría este: El factor más importante que influye en el aprendizaje es lo que el alumno ya sabe. Averígüese esto y enséñese consecuentemente".*[5]

2.4.1.2 Aprendizaje Significativo Y Aprendizaje Mecánico. Un aprendizaje es significativo cuando los contenidos son relacionados de modo no arbitrario y sustancial (no al pie de la letra) con lo que el alumno ya sabe. “Por relación sustancial y no arbitraria se debe entender que las ideas se relacionan con algún aspecto existente específicamente relevante de la estructura cognoscitiva del alumno, como una imagen, un símbolo ya significativo, un concepto o una proposición” [6].

Esto quiere decir que en el proceso educativo, es importante considerar lo que el individuo ya sabe de tal manera que establezca una relación con aquello que debe aprender. Este proceso tiene lugar si el educando tiene en su estructura cognitiva ideas y proposiciones bien definidas con los cuales la nueva información puede interactuar.

El aprendizaje significativo ocurre cuando una nueva información "se conecta" con un concepto relevante("subsunsor") pre existente en la estructura cognitiva, esto implica que, las nuevas ideas, conceptos y proposiciones pueden ser aprendidos significativamente en la medida en que otras ideas, conceptos o proposiciones relevantes estén adecuadamente claras y disponibles en la estructura cognitiva del individuo y que funcionen como un punto de "anclaje" a las primeras.

[5] Ibíd., Pág. 16.
[6] Ibíd., Pág. 18

A manera de ejemplo en física, si los conceptos de sistema, trabajo, presión, temperatura y conservación de energía ya existen en la estructura cognitiva del alumno, estos servirán de subsunsores para nuevos conocimientos referidos a termodinámica, tales como máquinas térmicas, ya sea turbinas de vapor, reactores de fusión o simplemente la teoría básica de los refrigeradores; el proceso de interacción de la nueva información con la ya existente, produce una nueva modificación de los conceptos subsunsores (trabajo, conservación de energía, etc.). Esto implica que los subsunsores pueden ser conceptos amplios, claros, estables o inestables. Todo ello de pende de la manera y la frecuencia con que son expuestos a interacción con nuevas informaciones.

En el ejemplo dado, la idea de conservación de energía y trabajo mecánico servirá de "anclaje" para nuevas informaciones referidas a máquinas térmicas, pero en la medida de que esos nuevos conceptos sean aprendidos significativamente, crecerán y se modificarían los subsunsores iniciales; es decir los conceptos de conservación de la energía y trabajo mecánico, evolucionarían para servir de subsunsores para conceptos como la segunda ley termodinámica y entropía.

La característica más importante del aprendizaje significativo es que, produce una interacción entre los conocimientos más relevantes de la estructura cognitiva y las nuevas informaciones(no es una simple asociación), de tal modo que éstas adquieren un significado y son integradas a la estructura cognitiva de manera no arbitraria y sustancial, favoreciendo la diferenciación, evolución y estabilidad de los subsunsores pre existentes y consecuentemente de toda la estructura cognitiva.

El aprendizaje mecánico, contrariamente al aprendizaje significativo, se produce cuando no existen subsunsores adecuados, de tal forma que la nueva información es almacenada arbitrariamente, sin interactuar con conocimientos pre- existentes. Un ejemplo de ello sería el simple aprendizaje de fórmulas en física; esta nueva información es incorporada a la estructura cognitiva de manera literal y arbitraria puesto que consta de puras asociaciones arbitrarias, cuando: "el alumno carece de conocimientos previos relevantes y necesarios para hacer que la tarea de aprendizaje sea potencialmente significativo"[7], independientemente de la cantidad de significado potencial que la tarea tenga.

Obviamente, el aprendizaje mecánico no se da en un "vacío cognitivo" puesto que debe existir algún tipo de asociación, pero no en el sentido de una interacción como en el aprendizaje significativo. El aprendizaje mecánico puede ser necesario en algunos casos, por ejemplo en la fase inicial de un nuevo cuerpo de conocimientos, cuando no existen conceptos relevantes con los cuales pueda interactuar, en todo caso el aprendizaje significativo debe ser preferido, pues, este facilita la adquisición de significados, la retención y la transferencia de lo aprendido.

Finalmente Ausubel no establece una distinción entre aprendizaje significativo y mecánico como una dicotomía, sino como un "continuum, es más, ambos tipos de aprendizaje pueden ocurrir concomitantemente en la misma tarea de aprendizaje" [8]; por ejemplo la simple memorización de fórmulas se ubicaría en uno de los extremos de ese continuo (aprendizaje mecánico) y el aprendizaje de relaciones entre conceptos podría ubicarse en el otro extremo (Aprendizaje. Significativo). Cabe resaltar que existen tipos

[7] Ibíd., Pág. 37.
[8] Ibíd., Pág. 39.

de aprendizaje intermedios que comparten algunas propiedades de los aprendizajes antes mencionados, por ejemplo aprendizaje de representaciones o el aprendizaje de los nombres de los objetos.

2.4.1.3 Requisitos Para El Aprendizaje Significativo. Al respecto AUSUBEL dice: *El alumno debe manifestar una disposición para relacionar sustancial y no arbitrariamente el nuevo material con su estructura cognoscitiva, como que el material que aprende es potencialmente significativo para él, es decir, relacionable con su estructura de conocimiento sobre una base no arbitraria"*[9] (AUSUBEL;1983: 48).

Lo anterior presupone que el material sea potencialmente significativo, esto implica que el material de aprendizaje pueda relacionarse de manera no arbitraria y sustancial (no al pie de la letra) con alguna estructura cognoscitiva específica del alumno, la misma que debe poseer "significado lógico" es decir, ser relacionable de forma intencional y sustancial con las ideas correspondientes y pertinentes que se hallan disponibles en la estructura cognitiva del alumno, este significado se refiere a las características inherentes del material que se va aprender y a su naturaleza.

Cuando el significado potencial se convierte en contenido cognoscitivo nuevo, diferenciado e idiosincrásico dentro de un individuo en particular
como resultado del aprendizaje significativo, se puede decir que ha adquirido un "significado psicológico" de esta forma el emerger del significado psicológico no solo depende de la representación que el alumno haga del material lógicamente significativo, " sino también que tal alumno posea

[9] Ibíd., Pág. 48.

realmente los antecedentes ideativos necesarios en su estructura cognitiva" [10].

El que el significado psicológico sea individual no excluye la posibilidad de que existan significados que sean compartidos por diferentes individuos, estos significados de conceptos y proposiciones de diferentes individuos son lo suficientemente homogéneos como para posibilitar la comunicación y el entendimiento entre las personas.

Debe además existir una disposición para el aprendizaje significativo, es decir que el alumno muestre una disposición para relacionar de manera sustantiva y no literal el nuevo conocimiento con su estructura cognitiva. Así independientemente de cuanto significado potencial posea el material a ser aprendido, si la intención del alumno es memorizar arbitraria y literalmente, tanto el proceso de aprendizaje como sus resultados serán mecánicos; de manera inversa, sin importar lo significativo de la disposición del alumno, ni el proceso, ni el resultado serán significativos, si el material no es potencialmente significativo, y si no es relacionable con su estructura cognitiva.

2.4.1.4 Tipos de aprendizaje significativo. Es importante recalcar que el aprendizaje significativo no es la "simple conexión" de la información nueva con la ya existente en la estructura cognoscitiva del que aprende, por el contrario, sólo el aprendizaje mecánico es la "simple conexión", arbitraria y no sustantiva; el aprendizaje significativo involucra la modificación y

[10] Ibíd., Pág. 55.

evolución de la nueva información, así como de la estructura cognoscitiva envuelta en el aprendizaje.

Ausubel distingue tres tipos de aprendizaje significativo: de representaciones, conceptos y proposiciones.

Aprendizaje De Representaciones

Es el aprendizaje más elemental del cual dependen los demás tipos de aprendizaje. Consiste en la atribución de significados a determinados símbolos, al respecto AUSUBEL dice:

"Ocurre cuando se igualan en significado símbolos arbitrarios con sus referentes (objetos, eventos, conceptos) y significan para el alumno cualquier significado al que sus referentes aludan[11] *"*

Este tipo de aprendizaje se presenta generalmente en los niños, por ejemplo, el aprendizaje de la palabra "Pelota", ocurre cuando el significado de esa palabra pasa a representar, o se convierte en equivalente para la pelota que el niño está percibiendo en ese momento, por consiguiente, significan la misma cosa para él; no se trata de una simple asociación entre el símbolo y el objeto sino que el niño los relaciona de manera relativamente sustantiva y no arbitraria, como una equivalencia representacional con los contenidos relevantes existentes en su estructura cognitiva.

---

[11] Ibíd., Pág. 46.

Aprendizaje De Conceptos

Los conceptos se definen como "objetos, eventos, situaciones o propiedades de que posee atributos de criterios comunes y que se designan mediante algún símbolo o signos"[12]; partiendo de ello se puede afirmar que en cierta forma también es un aprendizaje de representaciones.

Los conceptos son adquiridos a través de dos procesos. Formación y asimilación. En la formación de conceptos, los atributos de criterio (características) del concepto se adquieren a través de la experiencia directa, en sucesivas etapas de formulación y prueba de hipótesis. Del ejemplo anterior podemos decir que el niño adquiere el significado genérico de la palabra "pelota" ese símbolo sirve también como significante para el concepto cultural "pelota", en este caso se establece una equivalencia entre el símbolo y sus atributos de criterios comunes. De allí que los niños aprendan el concepto de "pelota" a través de varios encuentros con su pelota y las de otros niños.

El aprendizaje de conceptos por asimilación se produce a medida que el niño amplía su vocabulario, pues los atributos de criterio de los conceptos se pueden definir usando las combinaciones disponibles en la estructura cognitiva por ello el niño podrá distinguir distintos colores, tamaños y afirmar que se trata de una "Pelota", cuando vea otras en cualquier momento.

[12] Ibíd., Pág. 61.

Aprendizaje de proposiciones.

Este tipo de aprendizaje va más allá de la simple asimilación de lo que representan las palabras, combinadas o aisladas, puesto que exige captar el significado de las ideas expresadas en forma de proposiciones.

El aprendizaje de proposiciones implica la combinación y relación de varias palabras cada una de las cuales constituye un referente unitario, luego estas se combinan de tal forma que la idea resultante es más que la simple suma de los significados de las palabras componentes individuales, produciendo un nuevo significado que es asimilado a la estructura cognoscitiva. Es decir, que una proposición potencialmente significativa, expresada verbalmente, como una declaración que posee significado denotativo (las características evocadas al oír los conceptos) y connotativo (la carga emotiva, actitudinal e ideosincrática provocada por los conceptos) de los conceptos involucrados, interactúa con las ideas relevantes ya establecidas en la estructura cognoscitiva y, de esa interacción, surgen los significados de la nueva proposición.

.**2.4.2 Aprendizaje Cooperativo.** El Aprendizaje Cooperativo es un concepto diferente del proceso de enseñanza y aprendizaje. “Se basa en la interacción entre alumnos diversos, que en grupos de 4 a 6, cooperan en el aprendizaje de distintas cuestiones de índole muy variada”[13]. Este aprendizaje cuenta con la ayuda del profesor, que dirige este proceso supervisándolo. Se trata, pues, de un concepto del aprendizaje no competitivo ni individualista como lo

[13] NOVAK, J - GOWIN, B. Aprendiendo a Aprender. Martínez Roca. Barcelona.1998, pág. 45.

es el método tradicional, sino un mecanismo colaborador que pretende desarrollar hábitos de trabajo en equipo, la solidaridad entre compañeros, y que los alumnos intervengan autónomamente en su proceso de aprendizaje.

2.4.2.1 Funciones Básicas para la Cooperación en el Aprendizaje por parte de los Alumnos. Las funciones básicas son:

- Ponerse de acuerdo sobre lo que hay que realizar.

- Decidir como se hace y qué va a hacer cada cual.

- Realizar los correspondientes trabajos o pruebas individuales.

- Discutir las características de lo que realiza o ha realizado cada cual, en función de criterios preestablecidos, bien por el profesor, bien por el propio grupo.

- Considerar cómo se complementa el trabajo; escoger, de entre las pruebas o trabajos individuales realizados, aquél que se adopta en común, o bien ejecutar individualmente cada una de las partes de un todo colectivo.

- Valoración en grupo de los resultados, en función de los criterios establecidos con anterioridad.

2.4.2.2 Resultados. En la cooperación entre iguales el que explica o ayuda a otro a resolver un problema tiene más posibilidades de hacerse entender que el "adulto profesor" puesto que él ha pasado "menos tiempo" por la misma dificultad que el compañero tiene y por eso puede "entender mejor" sus dificultades.

En la cooperación que se crea para resolver el problema cada alumno/a del grupo puede observar gran variedad de estrategias, procedimientos, habilidades y técnicas que los otros utilizan para intentar resolver dicho problema.

Se salvan las circunstancias sociales que impiden una inclusión de alumnado que es "diferente" del resto del grupo, se coopera de una forma "natural" con él o ella.

Existe autonomía individual y de grupo y se resuelven dificultades con un buen grado de autonomía individualmente y en grupo, se asumen las responsabilidades individuales dentro del grupo y las colectivas del grupo como tal, coordinar o colaborar en la coordinación del grupo (relación y cooperación recíproca, participación, intervención adecuada dentro del grupo…)

Existe cumplimiento de compromisos: responsabilidad en la tarea (compromiso y esfuerzo)
Hay una actitud de comunicación (escuchar, respetar la opinión del grupo, mostrar tolerancia) y capacidad de comunicación (visionar e interpretar –saber manejar la información-, saber utilizar la expresión comunicativa y emocional).

2.5 TRABAJO CON MATERIAL CONCRETO

Las matemáticas proceden de lo concreto:(lo que se puede ver y tocar). [14]Si se pierde la conexión con esta raíz y el alumno automatiza procedimientos y fórmulas sin saber lo que está haciendo comienzan las dificultades en esta asignatura.

Los materiales concretos en la enseñanza de las matemáticas representan muchas ventajas, una de ellas es que permite que el estudiante manipule y haga uso de la intuición y de su propio razonamiento para llegar al nuevo conocimiento.

A lo largo de nuestra investigación queremos lograr en nuestros estudiantes aprendizajes realmente significativos que permitan un desarrollo en sus estructuras cognitivas, por medio de actividades con material concreto, como el ábaco que no solo motivaran al estudiante a aprender sino que permitirán que ellos logren ver un cambio en el significado de su experiencia de aprendizaje.

En nuestra experiencia nuestro material concreto y eje durante todo el proceso de la investigación es el ábaco abierto considerándolo de gran importancia en este proceso de enseñanza, ya que por lo general siempre se trata de imponer o enseñar a los estudiantes una manipulación de operaciones en la cuales el proceso se vuelve solamente un uso mecánico de reglas que tendrán poco o ningún significado en sí para ellos.

---

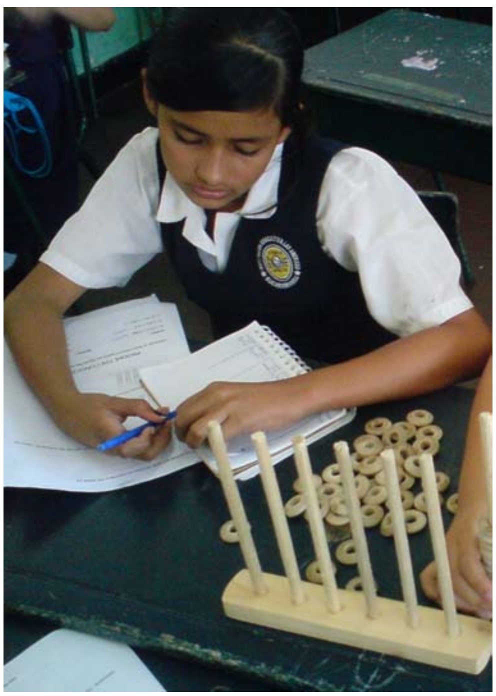
[14] DAVIS, Ron. Curso de las estrategias de enseñanza para las dificultades en las matemáticas. En: La llave del don.[en línea]. 2007 [consultado 15 de nov. 2008] Disponible en <http://www.lallavedeldon.com/curso.htm>

Es por esto que vimos necesaria la búsqueda de otras formas de enseñar en las que esto no se quede solamente en una manera verbal de transmitir conocimientos; A estas edades los niños no poseen una capacidad abstracta suficientemente desarrollada para comprender conceptos y procesos matemáticos con solo escuchar lo que el profesor dice; es necesario una interacción con objetos palmables (material concreto) que les permita ver lo que realmente sucede en los distintos procesos que llevan a cabo al resolver problemas y así tener las bases necesarias para aprendizajes futuros.

3. LOS PERSONAJES DE LA INVESTIGACIÓN

3.1 INGRID CAROLINA LEÓN

Figura 4. Ingrid Carolina.



Fuente: los autores.

Ingrid tiene doce años y es una niña muy respetuosa, es de las más tímidas y estudiosas. Vive en el barrio Morrorico y dice que su materia favorita es matemáticas.

Le gusta mucho trabajar en grupo y es muy buena colaborando en explicar lo que a ella se le facilita.

3.2 SHIRLEY BARRERA

Figura 5. Shirley Barrera.

Tiene 12 años y para ella su materia favorita son las matemáticas. Esto se evidencia en su insistencia en volver a hacer los ejercicios con el ábaco propuestos en la guía para así comprobar que sus resultados son los correctos.

Fuente: los autores.

3.3 KIMBERLY BAYONA

Figura 6. Kimberly Bayona.

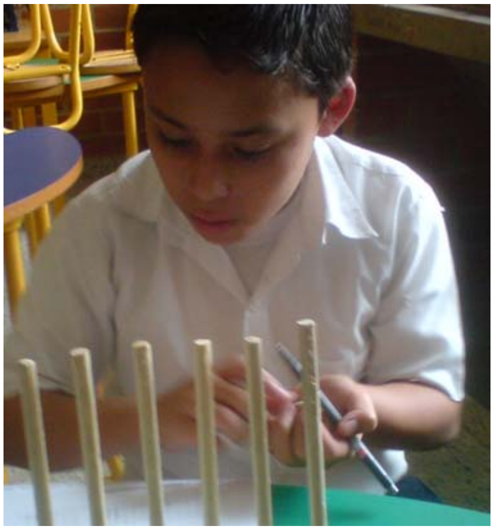
Fuente: los autores.

Kimberly es de las niñas mas inteligentes del grupo, fue la que mas se le facilitó el manejo del ábaco. Terminaba rápidamente quedándole la mayoría de las operaciones correctamente.

Ella tiene 12 años y vive en el barrio Álvarez, su materia favorita es matemáticas.

3.4 JONATHAN VILLAMIZAR

Figura 7. Jonathan Villamizar.



Fuente: los autores.

Es el único niño de los 6 estudiantes, tiene 12 años y su materia favorita es ética y artística.

Nos llamó la atención la manera como a él le gusta comprobar los resultados por medio de sumas y restas con papel y lápiz, pues al principio dudaba mucho de sus respuestas usando el ábaco.

3.5 CAROLAIN GÓMEZ

Figura 8. Carolain Gómez.

Fuente: los autores.

Carolain tiene 12 años y vive en el barrio Buenos Aires. Desde el principio nos dijo que no le gustaban mucho las matemáticas pues siempre le había ido regular en esta materia.

3.6 ASTRID CARVAJAL

Figura 9. Astrid Carvajal.

Fuente: los autores.

Astrid tiene 12 años y vive en el barrio Morrorico, es muy reservada y tímida, su materia favorita es matemática y fue de las niñas que más colaboró con sus compañeras de trabajo.

4. DESARROLLO DE ACTIVIDADES

Se llevaron a cabo siete actividades y cada una de ellas en sesiones de 2 horas, salvo aquellas en las que se presentaron algunas dificultades y se requirió de más tiempo.

Estas actividades fueron:

- Actividad 1: Prueba Diagnóstica.
- Actividad 2: Utilicemos el Ábaco para el Sistema de Numeración Decimal.
- Actividad 3: Sumemos y restemos con el ábaco en el sistema decimal.
- Actividad 4: Utilicemos el Ábaco Abierto para el Sistema de Numeración en Base 5.
- Actividad 5: Ahora cambiemos de Base Numérica.
- Actividad 6: Trabajemos otra Base.
- Actividad 7: Prueba Final.

El trabajo se realizó con guías que cada alumno resolvió tanto de manera individual como en grupos de trabajo donde, con la ayuda de la interacción con el ábaco, todos pudieron aportar sus ideas para llegar a las soluciones de los ejercicios propuestos.

Cabe resaltar que no sólo fue de gran importancia la interacción que se estableció entre el alumno y los contenidos o materiales de aprendizaje sino también, destacar que es de igual o mayor importancia las interacciones que estableció el alumno con las personas que lo rodeaban. Por lo tanto no puede dejarse de lado el análisis de la influencia educativa que ejerció el docente y los compañeros de clases

Para mostrar en forma de resultados la experiencia realizada con los estudiantes, se tomaron seis de ellos, en forma aleatoria, y a sus pruebas y actividades se les hizo el seguimiento.

4.1 PRUEBA DIAGNÓSTICA

OBJETIVO: Identificar las dificultades que presentan los 6 estudiantes para resolver operaciones básicas en el sistema de numeración decimal.

Pongo a prueba mis conocimientos resolviendo los siguientes ejercicios.

9 9 0 8 7 5 4 7 **+**	5 4 3 6 7 8 1 2 **+**
7 8 8 8 9 0 9 7	9 9 9 9 8 8 7 4
______________	________________

9 0 0 0 0 8 7 **-**	8 3 4 5 2 4 **-**
3 8 9 7 5 4 2	5 7 6 8 7 6
____________	_______________

- ¿El número 24 cuántas decenas tiene? ________________
- ¿El número 365 cuántas centenas tiene? ________________
- ¿En el número 98756, el 8 en que posición está? ______________

- ¿En el número 3465687 el 4 en que posición está? ____________

Observo las siguientes operaciones y con base en ellas contesto las preguntas.

$$\begin{array}{rr} & 1 \\ & 89 \\ + & 77 \\ \hline & 166 \end{array}$$

Cuando sumamos 9 + 7 ponemos 6 y llevamos 1, ¿Cuántas unidades representa ese 1 que llevamos?

$$\begin{array}{rr} & 1 \\ & 986 \\ + & 192 \\ \hline & 1178 \end{array}$$

Cuando sumamos 8 + 9 ponemos 7 y llevamos 1, ese 1 ¿Qué cantidad representa?

4.1.1 ELABORACIÓN PRUEBA DIAGNÓSTICA

Para el desarrollo del proyecto fue necesario realizar una prueba diagnóstica que nos permitiera conocer el nivel de comprensión que los estudiantes tenían hasta el momento del sistema de numeración decimal y sus operaciones básicas (suma y resta). Esta prueba nos facilitará saber por dónde y desde dónde empezar la enseñanza y que conceptos introducir en las guías a trabajar.

La prueba consistió en una actividad con ejercicios de sumas y restas en donde a los alumnos se les pedía resolverlos. A través del desarrollo de éstos y mediante una serie de preguntas, debían identificar el posicionamiento de los números dentro de las cifras y la comprensión de unidades, decenas y centenas cuando se suma o se resta y es necesario adicionar o prestar cantidades al número siguiente.

Posteriormente, luego de un análisis de las experiencias y conocimientos obtenidos en el aula de clase y basándonos en los resultados de esta prueba, poder analizar, identificar problemas y dificultades, diseñar y aplicar las próximas actividades con el ábaco en algunos sistemas de numeración.

4.1.2 EXPERIENCIA EN EL AULA

Esta prueba diagnóstica se desarrolló con los Estudiantes del Grado 6-3, elegidos para ser el grupo en el que se desarrolló el Proyecto. Se acudió a la cita en la fecha acordada y la respuesta de los estudiantes fue satisfactoria. Todo el tiempo estuvieron muy animados y dispuestos a colaborar en el proceso diagnóstico.

Los estudiantes esperaban que se comenzara dictando clase y se aplicara inmediatamente alguna actividad con el ábaco, por lo que al entregarles la prueba diagnóstica se pusieron nerviosos; algunos hasta se indispusieron, pues pensaban que ésta prueba tendría algún juicio valorativo que perjudicara o beneficiara su calificación de matemáticas.

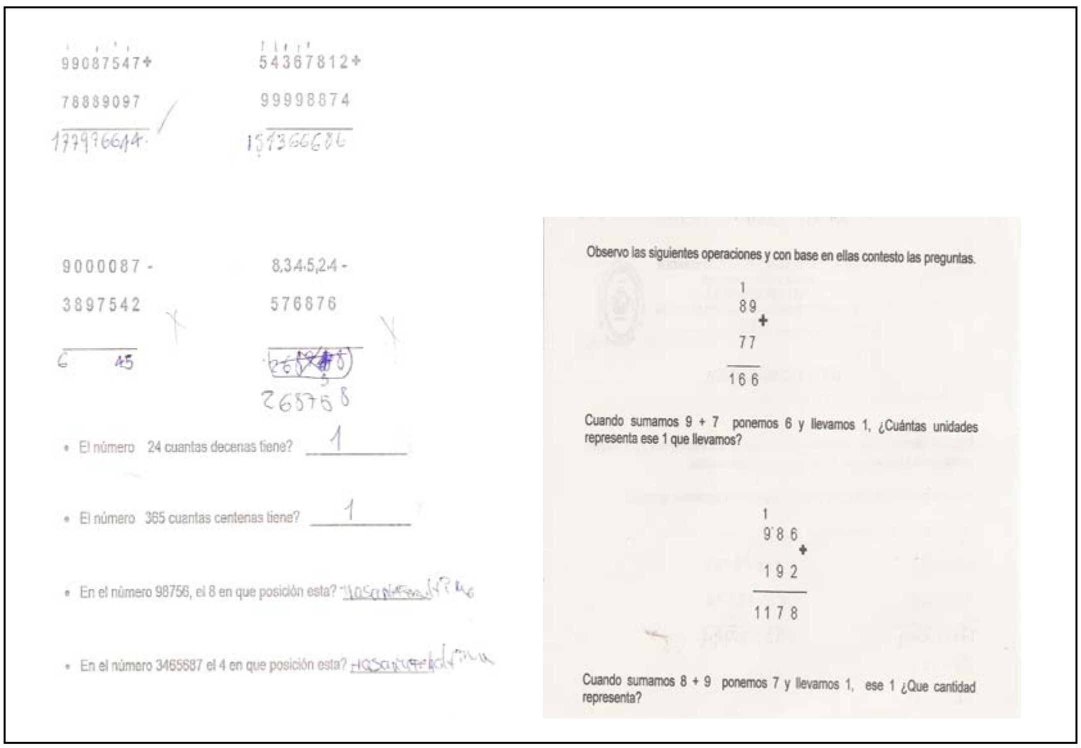
La labor consistió en explicarles en forma detallada cual era el verdadero sentido de la prueba, que no generaría juicio valorativo, que se trataba de conocer cual era el grado de comprensión que tenían hasta el momento de las operaciones fundamentales de suma y resta en base diez, que esta prueba serviría de fundamentación para las actividades posteriores y para comparar el grado de conocimiento sobre sistemas de numeración posicional antes y después del uso del ábaco.

Durante la prueba la mayoría de estudiantes estuvieron un poco preocupados al no estar seguros si acertaban en sus respuestas, lo notábamos en sus gestos y al estar preguntando constantemente qué debían contestar en varias preguntas. Entre esos estudiantes estaba Ingrid y Jonathan que solo obtuvieron dos respuestas acertadas de 10 preguntas.

Astrid, aunque durante toda la prueba estuvo en silencio sin hacer preguntas, su resultado también fue de dos respuestas acertadas de las 10 preguntas al igual que Ingrid y Jonathan, coincidiendo estos tres estudiantes en las dos mismas respuestas acertadas.

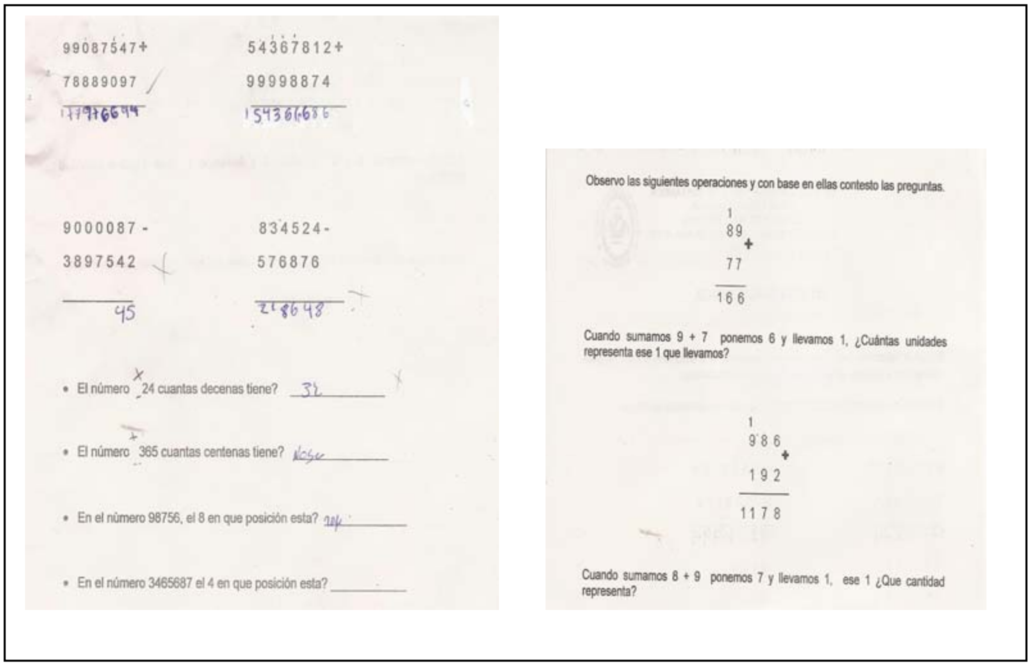
Observemos qué operaciones les quedó bien a estos tres alumnos en la prueba diagnóstica:

Figura 10. Respuestas de Jonathan, prueba diagnóstica.



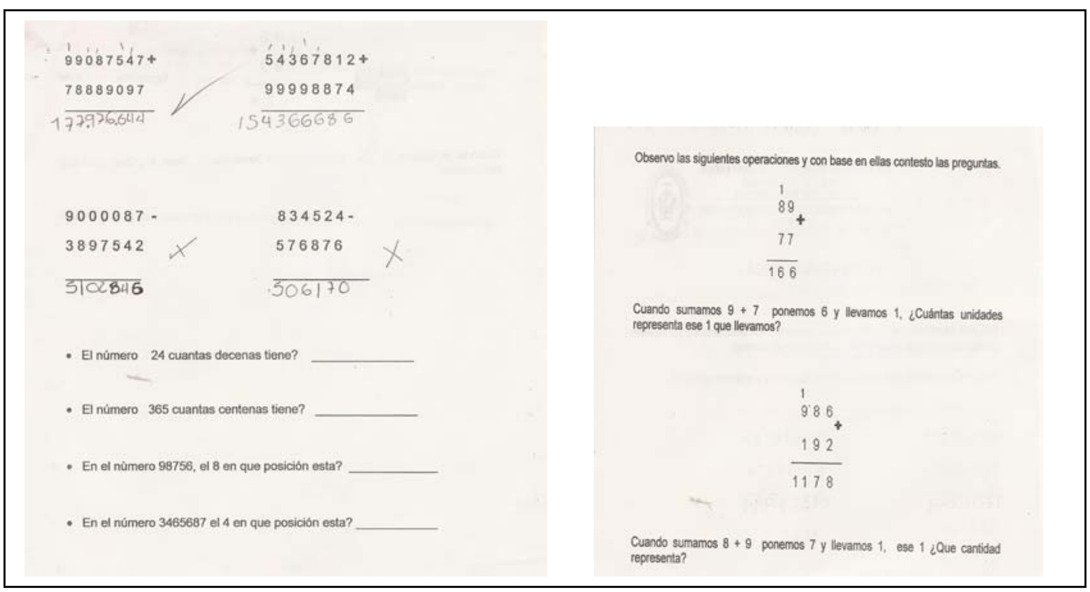
Fuente: los autores.

Figura 11. Respuestas de Ingrid, prueba diagnóstica.



Fuente: los autores.

Figura 12. Respuestas de Astrid, prueba diagnóstica.



Fuente: los autores.

Únicamente les quedaron bien las sumas. Lo que aparentemente nos lleva a pensar que estos estudiantes no tienen dificultad y tienen claro el proceso para sumar, pero si analizamos las siguientes preguntas que estaban en la prueba notamos que están relacionadas con este tipo de operación y los estudiantes no contestaron nada:

Observo las siguientes operaciones y con base en ellas contesto las preguntas.

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 1} \\ 89\;+ \\ 77 \\ \hline 166 \end{array}$$

Cuando sumamos 9 + 7 ponemos 6 y llevamos 1, ¿Cuántas unidades representa ese 1 que llevamos?

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 1} \\ 986\;+ \\ 192 \\ \hline 1178 \end{array}$$

Cuando sumamos 8 + 9 ponemos 7 y llevamos 1, ese 1 ¿Que cantidad representa?

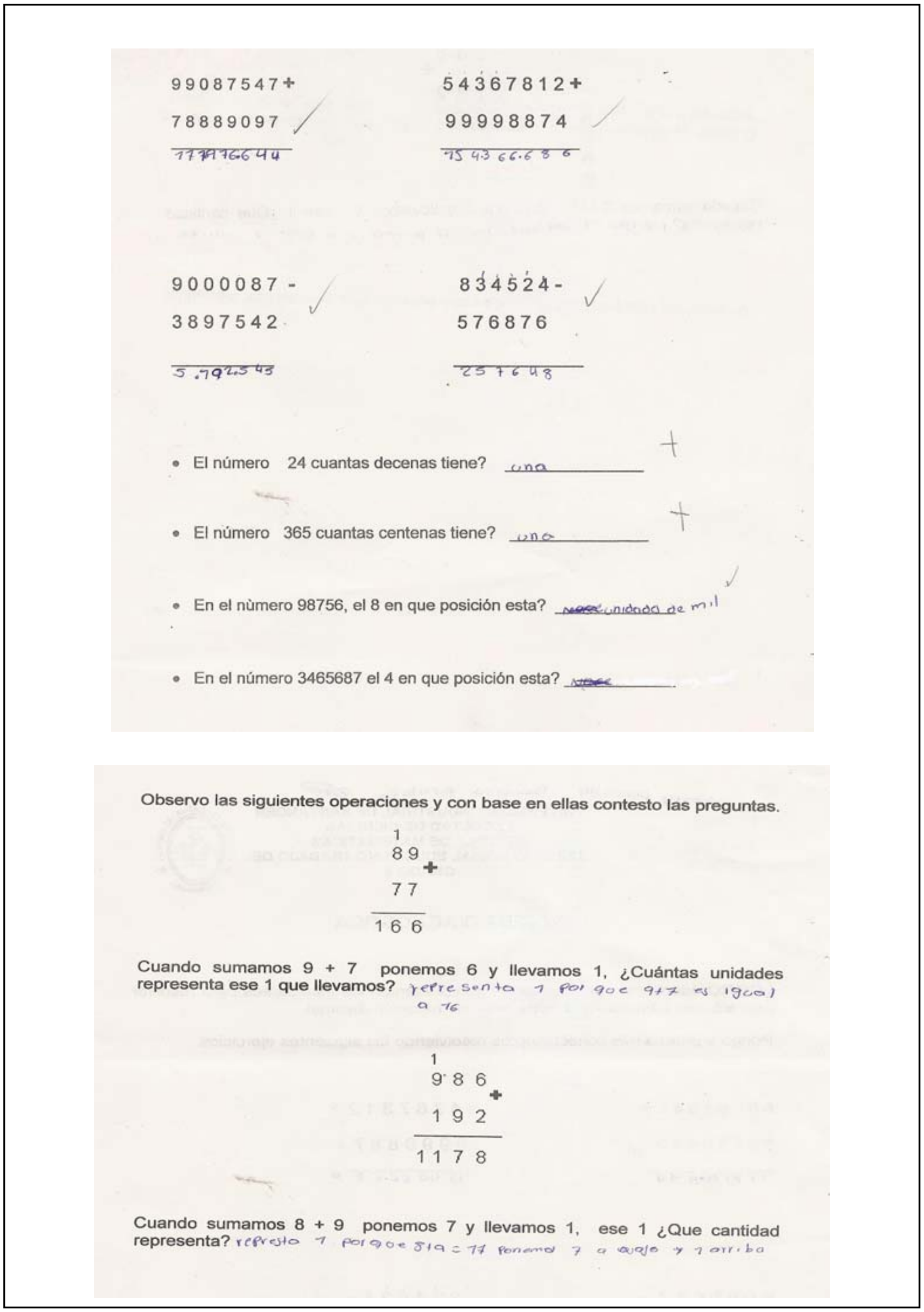
Lo que nos lleva a concluir que las operaciones de suma, estos estudiantes, las realizaron mecánicamente sin saber el proceso que se lleva para realizar cualquier suma en base 10. También notamos que no tienen claro ni manejan correctamente este sistema de numeración posicional, no saben que cuando se suman dos números de las unidades y su resultado es mayor a 9, entonces se lleva una decena. En el punto de la prueba ocurre esto donde al sumar 9 unidades + 7 unidades de los números 89 y 77 respectivamente nos da 16, como 16 es mayor a 9 entonces llevamos una decena y ponemos las unidades que nos quedan (6) debajo de las unidades de los dos números .

Ahora si analizamos el último punto de la prueba cuando se suma 8 decenas + 9 decenas nos da como resultado 17, por tanto se ponen 7 decenas debajo de las decenas de los números 986 y 192 y llevamos una centena.

El caso de Kimberly y Carolain es similar al anterior. Ellas obtuvieron 5 respuestas acertadas de las 10 preguntas, realizando correctamente todas las operaciones de suma y resta; pero en los dos últimos puntos de la prueba nos damos cuenta que aunque realizaron bien las operaciones de suma, en esta parte tuvieron dificultad para contestar adecuadamente, aún tratándose de la misma operación. Carolain no contesto nada y Kimberly tiene confusión al contestar que el 1 que llevamos representa 1 unidad, confunde 1 unidad con 1 decena y en otra notación 10 unidades.

La última respuesta de la prueba de Kimberly se presta para confusión, pues no especifica qué cantidad representa ese 1, si representa 1 unidad, 1 decena o 1 centena.

Figura 13. Respuestas de Kimberly, prueba diagnóstica.



99087547+
78889097

54367812+
99998874

9000087 -
3897542

834524-
576876

- El número 24 cuantas decenas tiene? una
- El número 365 cuantas centenas tiene? una
- En el nùmero 98756, el 8 en que posición esta? unidad de mil
- En el número 3465687 el 4 en que posición esta?

Observo las siguientes operaciones y con base en ellas contesto las preguntas.

$$\begin{array}{r} 1 \\ 89 \\ +\ 77 \\ \hline 166 \end{array}$$

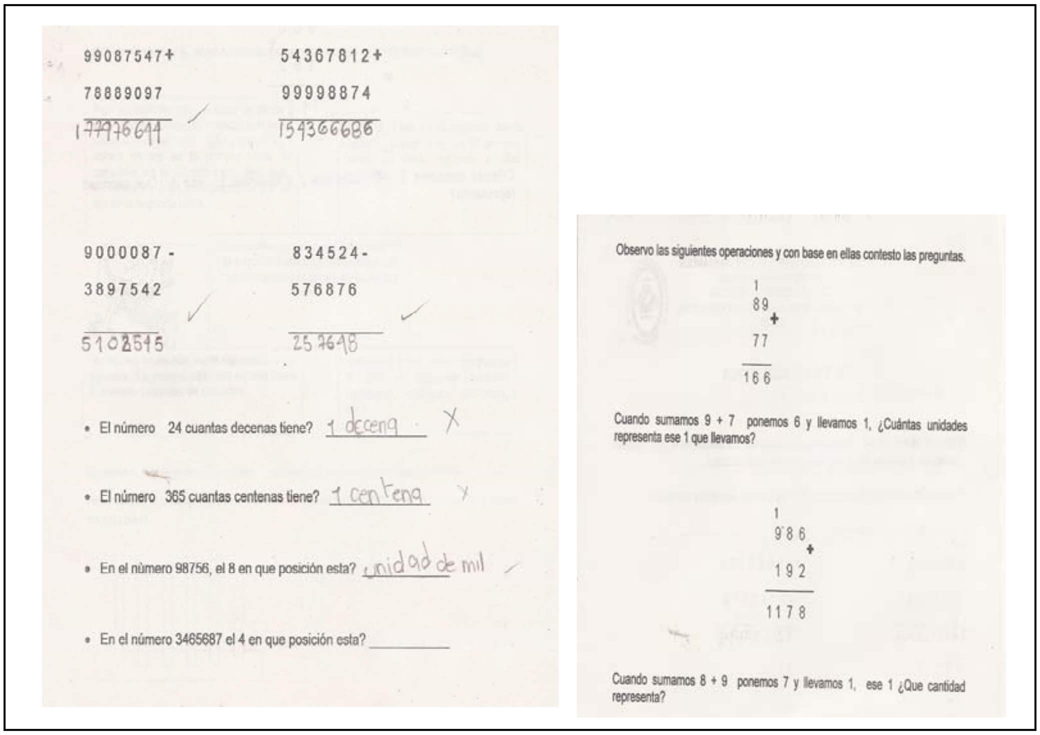
Cuando sumamos 9 + 7 ponemos 6 y llevamos 1, ¿Cuántas unidades representa ese 1 que llevamos? representa 1 porque 9+7 es igual a 16

$$\begin{array}{r} 1 \\ 986 \\ +\ 192 \\ \hline 1178 \end{array}$$

Cuando sumamos 8 + 9 ponemos 7 y llevamos 1, ese 1 ¿Que cantidad representa? representa 1 porque 8+9 = 17 ponemos 7 a abajo y 1 arriba

Fuente: los autores.

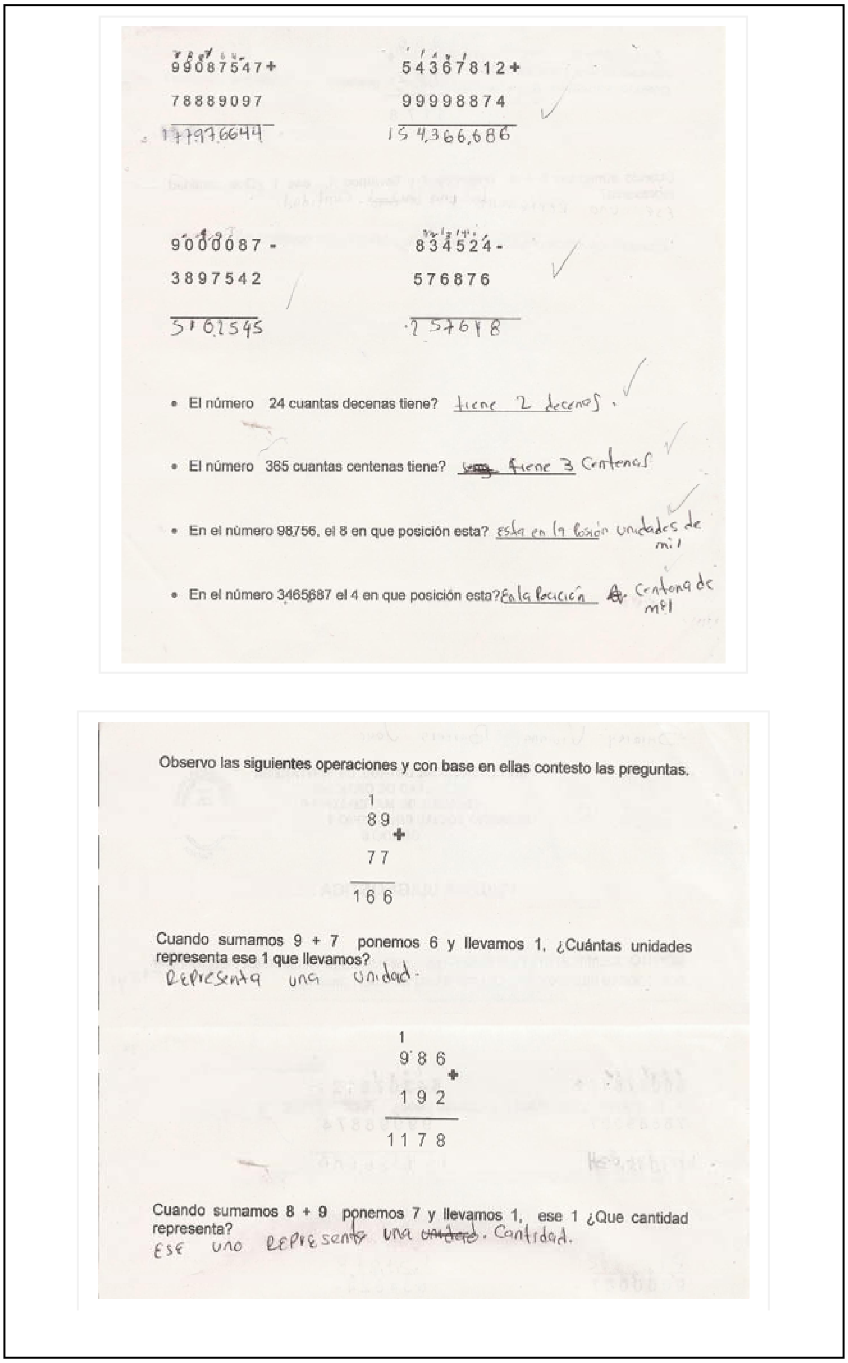
Figura 14. Respuestas de Carolain, prueba diagnóstica.



Fuente: los autores.

Shirley es la estudiante con mayor número de respuestas acertadas de los seis estudiantes que escogimos para hacerles seguimiento. Obtuvo 8 respuestas acertadas de 10 preguntas. Aunque sabe cómo se realiza el proceso para sumar y restar se le dificulta identificar cuántas unidades, decenas, centenas, etc. se lleva en cualquier suma. Ella piensa que siempre son unidades las cantidades que se llevan en una suma.

Figura 15. Respuestas de Shirley, prueba diagnóstica.



99087547+
78889097
177976644

54367812+
99998874
154366686

9000087 -
3897542
5102545

834524-
576876
257648

- El número 24 cuantas decenas tiene? tiene 2 decenas.
- El número 365 cuantas centenas tiene? ~~una~~ tiene 3 centenas
- En el número 98756, el 8 en que posición esta? esta en la posición unidades de mil
- En el número 3465687 el 4 en que posición esta? En la posición ~~de~~ centena de mil

Observo las siguientes operaciones y con base en ellas contesto las preguntas.

$$\begin{array}{r} {}^{1}\\ 89\\ +\ 77\\ \hline 166 \end{array}$$

Cuando sumamos 9 + 7 ponemos 6 y llevamos 1, ¿Cuántas unidades representa ese 1 que llevamos?
Representa una unidad.

$$\begin{array}{r} {}^{1}\\ 986\\ +\ 192\\ \hline 1178 \end{array}$$

Cuando sumamos 8 + 9 ponemos 7 y llevamos 1, ese 1 ¿Que cantidad representa?
Ese uno representa una ~~unidad~~. Cantidad.

Fuente: los autores.

En general notamos que aunque estos 6 estudiantes en sus años escolares han trabajado con el sistema de numeración decimal aún presentan falencias tanto para realizar operaciones básicas, como para identificar el valor que adquiere un dígito dentro de un número. Esto es notorio al tener como resultado la mitad de los seis estudiantes con solo dos respuestas acertadas, 2 estudiantes con 5 respuestas acertadas de 10 preguntas, al tener una sola estudiante con 8 respuestas acertadas y al no obtener ningún estudiante todas las respuestas acertadas.

Esto nos hace creer que en algunas ocasiones el método tradicional de tablero y marcador, logra que los estudiantes aprendan por el momento ó solo de memoria y al transcurrir un lapso de tiempo, les cueste trabajo recordar algún concepto, mientras que con la utilización de un material concreto esperamos que ellos al relacionar los conceptos con los objetos logren un aprendizaje mas duradero y significativo.

Es evidente que la prueba diagnóstica permitió establecer la importancia de utilizar el ábaco abierto como material concreto, ya que la mayoría de estos estudiantes presenta confusión en este sistema de numeración posicional.

Y fue ésta prueba la que reafirmó la necesidad de desarrollar las clases utilizando el método alternativo propuesto con material y las que orientaron el diseño de las actividades que se desarrollarían posteriormente con el uso del ábaco.

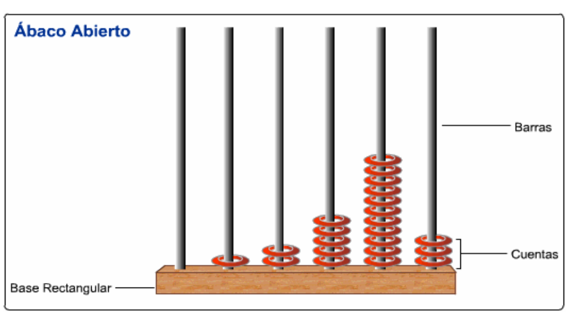
4.2 Guía: Utilicemos el ábaco abierto para el sistema de numeración decimal

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS
ESCUELA DE MATEMÁTICAS
SERVICIO SOCIAL EDUCATIVO TRABAJO DE GRADO II

UTILICEMOS EL ABACO ABIERTO PARA EL SISTEMA DE NUMERACION DECIMAL

Objetivo: Conocer el ábaco abierto para representar números en base diez.

El ábaco abierto está conformado por una base rectangular con seis orificios que miden aproximadamente 22 cms cada una, acompañada por cuentas o aros que se pueden colocar o quitar dependiendo de la cifra que se desee representar.



Para representar una cantidad de objetos en el ábaco abierto de acuerdo a nuestro sistema decimal, por cada elemento se introduce un aro en la primera barra. Al completar en la primera barra diez aros, los retiramos y los reemplazamos por un aro en la segunda barra.

Nota: Un aro en la segunda barra equivale a diez aros en la primera barra, es decir, equivale a diez unidades.

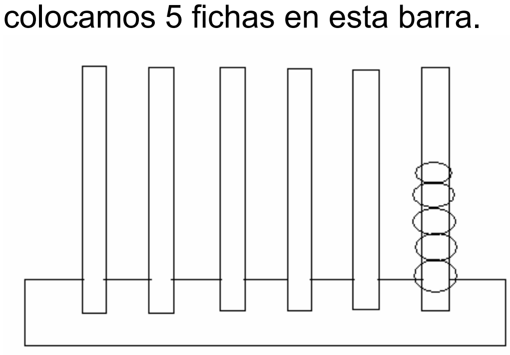
Al completar diez decenas (diez aros en la segunda barra), los retiramos y los reemplazamos por un aro en la tercera barra.

Un aro en la tercera barra representa diez decenas. En general cada aro en una barra representa paquetes de unidades.

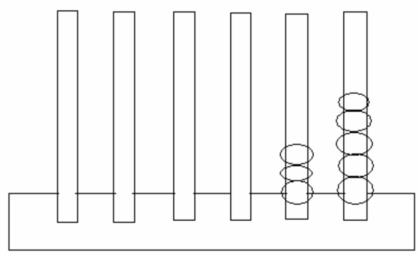
Nota: La barra vacía representa el cero en cualquier posición (Unidades, decenas, centenas, etc.).

Ejemplo 1: Represento 5 unidades, 3 decenas y 5 centenas en el ábaco abierto

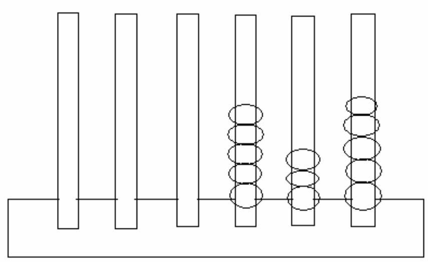
Recordemos que las unidades se ponen en la primera barra, por lo tanto colocamos 5 fichas en esta barra.



Las decenas se ponen en la segunda barra, por tanto colocamos 3 fichas en esta barra.

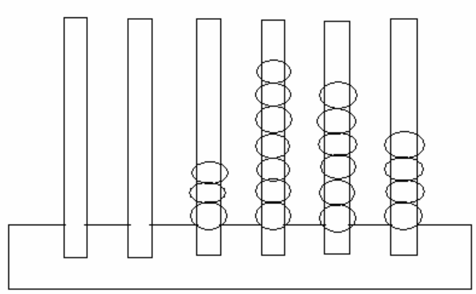


Las centenas se ponen en la tercera barra, por lo tanto agregamos 5 fichas en la tercera barra. Quedando la representación de este número de la siguiente manera:



Ejemplo 2:
Represento 3. 7 6 4 en el ábaco abierto

Teniendo en cuenta que 3. 7 6 4 representa 4 unidades, 6 decenas, 7 centenas y 3 unidades de mil, los representamos de la siguiente manera:



PRACTIQUEMOS LO APRENDIDO

Represento las siguientes cantidades en base diez

1) Una decena y dos unidades, ¿que número representa?
2) Dos centenas, 3 decenas y 5 unidades, ¿qué número representa?
3) 4 decenas y 0 unidades
4) 2 unidades de mil, 1 centena, 0 decenas y 4 unidades.
5) 1348
6) El año en que naciste y el día de tu cumpleaños
7) 5 números que tu quieras y escríbelos

AHORA JUGUEMOS

- Reúnete con un compañero, siéntate frente a él y utiliza un ábaco para los dos.

- Cada uno representa un número de hasta tres cifras con los aros requeridos.

- Cada jugador representa su número desde su derecha hacia su izquierda, lo que ocasiona que el ábaco es llenado completamente por los dos participantes.

- Cuando los números elegidos por ti estén listos, da media vuelta al ábaco y quien lea primero y correctamente el número representado por su oponente, gana dos puntos, si el segundo participante lee correctamente gana un punto. En caso contrario, no gana puntos.

❖ Anota los puntos de tu compañero y los tuyos en la siguiente tabla.

NOMBRE	PUNTOS	TOTAL

4.2.1 ELABORACIÓN DE LA GUÍA UTILICEMOS EL ABACO ABIERTO PARA EL SISTEMA DE NUMERACIÓN DECIMAL

Teniendo en cuenta los resultados obtenidos en la prueba diagnóstica, surgió la necesidad de realizar una guía donde los estudiantes por medio de este material, pudieran recordar que en el sistema de numeración decimal, los dígitos adquieren diferentes valores de acuerdo a la posición en la que se presenten. Por este motivo y teniendo en cuenta el gusto de los estudiante a esa edad, hemos diseñado una guía de manera atractiva donde los alumnos utilizarán un objeto concreto para representar cantidades en base 10 y de esta manera ellos puedan aclarar dudas que surgieron en la primera actividad que realizamos.

Este objeto es el ábaco abierto, un material que les ayudará a perfeccionar y a entender de manera más concreta el manejo de este sistema de numeración decimal.

El objetivo de esta guía es que los estudiantes aprendan a representar números en base 10 con el ábaco abierto y puedan darse cuenta a través de la manipulación y el juego, que el principio de agrupamiento de este sistema es diez en donde cada 10 unidades se forma otra de carácter superior.

Debido a lo anterior esta guía la hemos diseñado de la siguiente manera:

En primera instancia resumimos por medio de un cuadro todas las reglas que se deben tener en cuenta para la representación de cualquier número en el sistema de numeración decimal, con el fin de mostrarle a los estudiantes un contenido estructurado de forma diferente al que normalmente presentan en una clase de matemáticas, con dibujos animados que llamen su atención y de manera divertida al jugar utilizando la información dada.

Reforzamos este contenido utilizando un ejemplo de como representar un número en el ábaco abierto, ayudándonos de dibujos a medida que explicamos cada paso a seguir y al mismo tiempo cada estudiante utilizando su ábaco.

Esta parte la vimos detalladamente, porque es soporte para el trabajo de las siguientes guías. Además los resultados obtenidos en la prueba diagnóstica no fueron lo esperado para estudiantes de este nivel, por lo tanto necesitábamos formar buenas bases en las primeras guías para los temas que venían a continuación.

Culminamos esta guía realizando ejercicios y un juego donde pondrían a prueba lo aprendido.

4.2.2 EXPERIENCIA EN EL AULA

Antes de iniciar la explicación y desarrollo de la clase, quisimos llamar la atención de los estudiantes con un juego de gimnasia mental llamado “el rey manda “para que el grado de concentración a la hora de iniciar el tema estuviera más elevado y también porque queríamos entrar en confianza con los estudiantes, pues en la primera visita que hicimos, como contamos en la experiencia anterior, muchos estudiantes se indispusieron con la prueba diagnóstica. Entonces teniendo en cuenta que a la mayoría de estudiantes a esa edad les gusta participar en dinámicas y además como expresa Jorge Batllori A. [15]“Con el juego se desarrollan capacidades, conocimientos, actitudes y habilidades, ya que favorece la movilidad, estimula la comunicación, desarrolla la imaginación y facilita la adquisición de nuevos conocimientos”, aprovechamos esa información para implementarla en nuestras clases de matemáticas,

En cuanto dijimos juego todos los estudiantes sin excepción, estuvieron prestos a participar animadamente en la dinámica, manteniendo el orden, su buena actitud y logrando de esta manera ejercitar la mente de los estudiantes para tener mayor concentración en la explicación.

Terminado el juego iniciamos la actividad haciendo las siguientes preguntas: ¿cuantos estudiantes ya han trabajado con el ábaco en algún año escolar?, ¿Quién sabe para que sirve este instrumento? Todos los estudiantes manifestaron nunca haber utilizado en sus clases de matemáticas el ábaco, incluso algunos expresaron que ni siquiera sabían el nombre de esta herramienta tan conocida en el mundo de las matemáticas. Por consiguiente

[15] BATLLORI, Jorge. Juguemos a la gimnasia mental. [en línea]. 2002 [consultado 25 de nov. 2008. Disponible en < http://www.mineducacion.gov.co/1621/article-87974.html>

nuestra primera tarea consistió en mostrarles a los estudiantes la utilidad y los beneficios que trae el trabajar con el ábaco abierto.

Empezamos contándoles que el ábaco abierto es un instrumento de cálculo muy antiguo que los egipcios, romanos, hebreos, griegos e hindúes utilizaron en épocas remotas; que en la actualidad se usa para reforzar el aprendizaje y la comprensión de los algoritmos a través de la manipulación y el juego con sus elementos básicos y para realizar operaciones de suma, resta y multiplicación.

El contarles la funcionalidad de este instrumento sirvió para llamar la atención de los estudiantes e interesarlos en el trabajo que iban a realizar con el ábaco abierto.

Repartimos la guía a los estudiantes y explicamos las partes del ábaco ilustrándolas a medida que las nombrábamos. Hasta este momento los estudiantes solo conocían los nombres de cada elemento que conforma este material, pero necesitábamos que se familiarizaran con cada componente del ábaco, entonces dejamos que jugaran libremente en un tiempo determinado de 15 minutos.

Luego pedimos a los estudiantes que en parejas observaran el cuadro de la guía donde nos dan las pautas para representar números en base 10 y representaran con el ábaco el ejemplo 1. Esta parte la realizamos en grupo, pues como afirma la teoría de aprendizaje cooperativo, [*]hay más posibilidades de hacerse entender cuando la cooperación se hace entre iguales.

---

[*] Ver en este mismo trabajo. Pág. 23. “Aprendizaje cooperativo: Resulados”.

Retroalimentamos esa información representando todos en grupos otros números como por ejemplo: 74568, 327865, 670, etc.

A continuación solicitamos a los estudiantes que en forma individual realizaran la parte de la guía practiquemos los aprendido, que para esta actividad tenían 15 minutos.

Todos trabajaban en silencio cuando escuchamos que Kimberly muy contenta gritó “terminé” antes del tiempo estipulado para esta actividad. Nos dirigimos al puesto de Kimberly y evaluamos su trabajo pidiendo que nos representara el punto 4. Inmediatamente y sin dificultad lo representó. Nuestra tarea consistía en que los estudiantes realizaran todas las actividades correctamente pero con la precaución de que no realizaran las cosas mecánicamente, por consiguiente a Kimberly le hicimos la siguiente pregunta:
¿En el número 1348 del punto 5, el número 3 en que posición se encuentra?

Para contestarnos esta pregunta el primer paso que hizo la estudiante fue volver a representar el número y luego observando el ábaco respondió correctamente que el 3 se encontraba en la posición de las centenas. Esto nos permite ver que en muchas ocasiones un material concreto permite que el estudiante explore y con la ayuda de esta herramienta pueda desarrollar más fácil el entendimiento de un tema determinado.

Pasado el tiempo establecido para realizar la actividad, los estudiantes expresaron no haber tenido dificultad para realizar esta parte de la guía, entonces dimos paso a la socialización pidiéndole a los estudiantes que a medida que quisieran participar levantaran su mano para pedir la palabra.

En esta parte los estudiantes estuvieron ordenados, participativos y muy animados, incluso en el momento que preguntábamos quién quería responder alguna pregunta, la mayoría alzaba la mano contestando correctamente.

Hasta el momento los estudiantes demostraron haber aprendido a representar correctamente números en el sistema decimal con el ábaco abierto, lo que era bueno para nuestro trabajo, ya que facilitaría nuestra futura labor, dado que en adelante todo es basado en este instrumento. Pero en realidad lo que nos interesaba era que los estudiantes resolvieran algunas dudas que tuvieron en la prueba diagnóstica. Por esta razón y aprovechando la facilidad que tuvieron los estudiantes para representar en el ábaco abierto números dentro de este sistema decimal, quisimos que resolvieran nuevamente tres preguntas de la prueba diagnóstica utilizando ahora este instrumento ; Las preguntas fueron:

- ¿El número 24 cuantas decenas tiene? _______________
- ¿El número 365 cuantas centenas tiene? _______________
- ¿En el número 98756, el 8 en que posición está? ____________

Para contestar cada pregunta, los estudiantes debían representar los números que aparecen en cada pregunta, luego el estudiante que quería compartir alguna respuesta debía explicar el porqué de su respuesta. Esto lo hacíamos con el fin de que expresaran la forma como habían comprendido la actividad.

Jonathan afirma que la respuesta de la primera pregunta es 2, porque al representar este número, en la varilla de las decenas quedan 2 aros y como no hay más aros en las varillas que representan los órdenes superiores, por tanto esa es la respuesta.

Carolain afirma que la respuesta de la segunda pregunta es 3, sustentando su respuesta de una manera similar a la de Jonathan. Ella dice que representó el número 365 en el ábaco y contó cuantos aros había en la varilla de las centenas, luego observó las varillas que representan los órdenes superiores y como no había más fichas en estas varillas, determinó que la respuesta era 3.

Para que fuera más específica en su respuesta le preguntamos que en vez de centenas cuántas decenas tenía ese número. Para darnos su respuesta primero observo la varilla de las decenas y se fijo que había 6 aros, luego observo que en la varilla de las centenas había 3 centenas y sustentó su respuesta de la siguiente manera: 365 tiene 6 decenas, es evidente al observar la varilla de las decenas, ahora teniendo en cuenta la información dada en el cuadro de la guía donde nos dice que 1 centena equivale a 10 decenas, ella cambió cada aro de las centena por 10 aros que los iba ubicando junto con las decenas y luego contó el total de aros que tenia en las decenas. De esta manera pudo concluir que en el numero 365 habían 36 decenas.

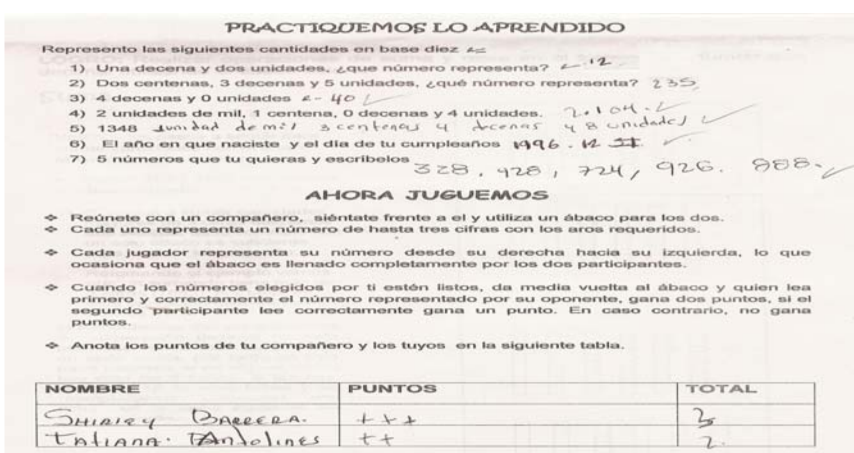
El análisis que hizo Carolain en esta última respuesta, utilizando el ábaco, nos indica que en muchas ocasiones cuando es utilizada una herramienta, donde los estudiantes puedan explorar por si mismos una información, permite que ellos hagan uso del razonamiento.

Shirley aunque en este punto de la prueba diagnóstica no tuvo dificultad, expresa que con el ábaco es mucho más fácil determinar el orden de un número en unidades decenas y centenas etc., pues con este método es solo observar cuantas fichas quedan en la varilla. Por eso pudo identificar rápidamente que el tercer punto su respuesta es unidades de mil.

Ingrid y Astrid durante toda la clase estuvieron muy calladas, poco participativas, pero realizando todas las actividades, excepto en el momento que iniciamos el juego cambiaron su actitud. Estaban más alegres, conversadoras del tema de la clase en cada uno de sus grupos e incluso cuando finalizamos la actividad, estas estudiantes nos solicitaron que nos quedáramos más tiempo y alargáramos el juego. Tal vez porque aparte de gustarle el juego, es una forma en la cual se les facilita aprender.

Al parecer todos los estudiantes habían aprendido a representar números en base 10 y a través de la manipulación y el juego pudieron resolver algunas dudas que tuvieron en la prueba inicial. Esto lo manifestaron con su participación en alguna otra actividad y en las respuestas que escribieron en la guía:

Figura 16. Respuestas de Shirley, guía utilicemos el ábaco abierto para el Sistema decimal



PRACTIQUEMOS LO APRENDIDO

Represento las siguientes cantidades en base diez

1) Una decena y dos unidades, ¿que número representa? 12
2) Dos centenas, 3 decenas y 5 unidades, ¿qué número representa? 235
3) 4 decenas y 0 unidades 40
4) 2 unidades de mil, 1 centena, 0 decenas y 4 unidades. 2.104.
5) 1348 1 unidad de mil 3 centenas 4 decenas y 8 unidades
6) El año en que naciste y el día de tu cumpleaños 1996 . 12 . 11
7) 5 números que tu quieras y escribelos 328, 428, 724, 926. 888.

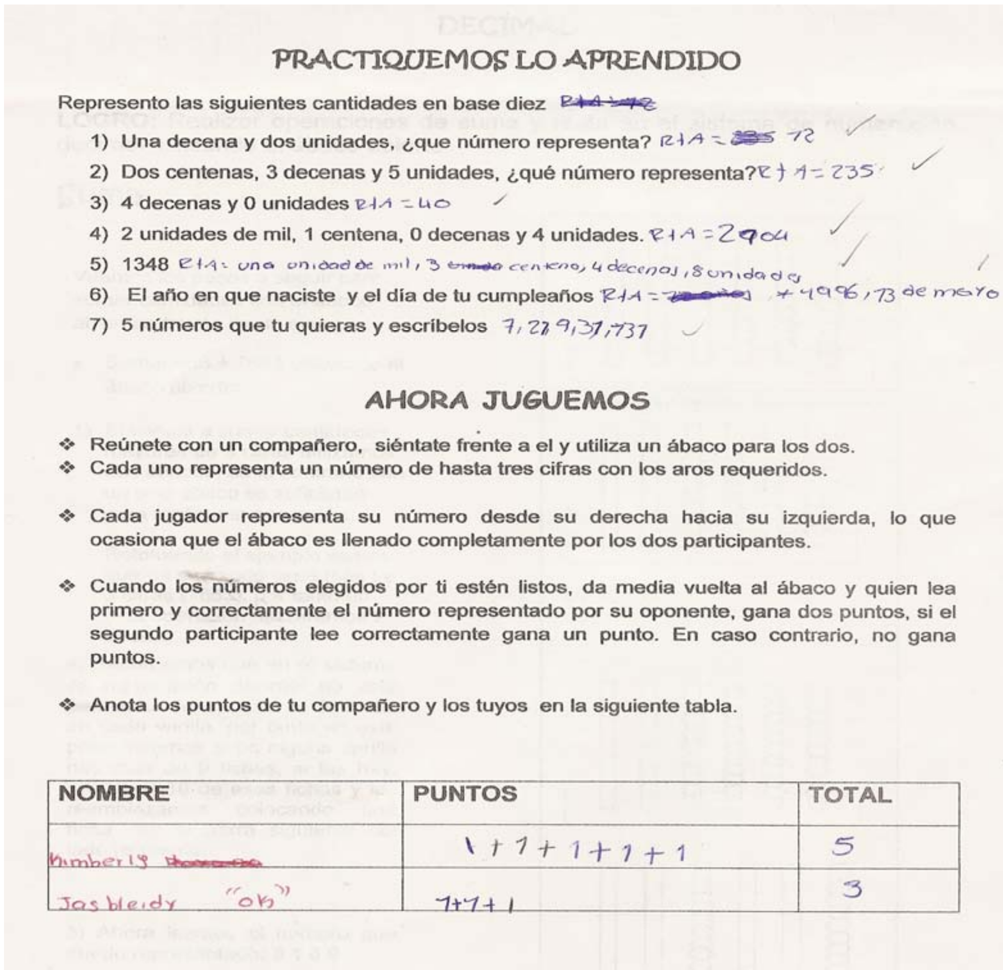
AHORA JUGUEMOS

- Reúnete con un compañero, siéntate frente a el y utiliza un ábaco para los dos.
- Cada uno representa un número de hasta tres cifras con los aros requeridos.
- Cada jugador representa su número desde su derecha hacia su izquierda, lo que ocasiona que el ábaco es llenado completamente por los dos participantes.
- Cuando los números elegidos por ti estén listos, da media vuelta al ábaco y quien lea primero y correctamente el número representado por su oponente, gana dos puntos, si el segundo participante lee correctamente gana un punto. En caso contrario, no gana puntos.
- Anota los puntos de tu compañero y los tuyos en la siguiente tabla.

NOMBRE	PUNTOS	TOTAL
Shirley Barrera.	+++	3
Tatiana Pantolines	++	2.

Fuente: los autores.

Figura 17. Respuestas de Kimberly, guía utilicemos el Ábaco abierto para el Sistema decimal



PRACTIQUEMOS LO APRENDIDO

Represento las siguientes cantidades en base diez ~~R/A~~

1) Una decena y dos unidades, ¿que número representa? R/A = ~~[illegible]~~ 12
2) Dos centenas, 3 decenas y 5 unidades, ¿qué número representa? R/A = 235
3) 4 decenas y 0 unidades R/A = 40
4) 2 unidades de mil, 1 centena, 0 decenas y 4 unidades. R/A = 2904
5) 1348 R/A: una unidad de mil, 3 ~~[illegible]~~ centeno, 4 decenas, 8 unidades
6) El año en que naciste y el día de tu cumpleaños R/A = ~~[illegible]~~ 1996, 13 de mayo
7) 5 números que tu quieras y escríbelos 1, 21, 9, 31, 131

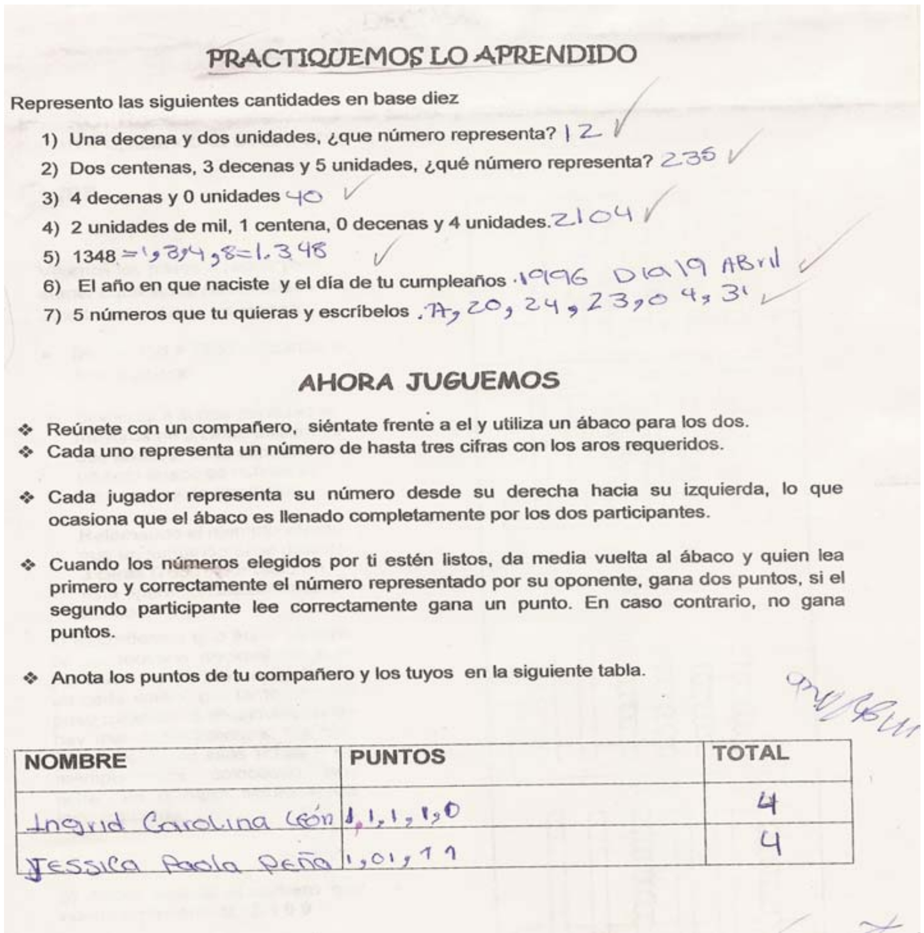
AHORA JUGUEMOS

- Reúnete con un compañero, siéntate frente a el y utiliza un ábaco para los dos.
- Cada uno representa un número de hasta tres cifras con los aros requeridos.
- Cada jugador representa su número desde su derecha hacia su izquierda, lo que ocasiona que el ábaco es llenado completamente por los dos participantes.
- Cuando los números elegidos por ti estén listos, da media vuelta al ábaco y quien lea primero y correctamente el número representado por su oponente, gana dos puntos, si el segundo participante lee correctamente gana un punto. En caso contrario, no gana puntos.
- Anota los puntos de tu compañero y los tuyos en la siguiente tabla.

NOMBRE	PUNTOS	TOTAL
Kimberly ~~[illegible]~~	1 + 1 + 1 + 1 + 1	5
Jasbleidy "ok"	1+1+1	3

Fuente: los autores.

Figura 18. Respuestas de Ingrid, guía utilicemos el Ábaco abierto para el Sistema decimal



PRACTIQUEMOS LO APRENDIDO

Represento las siguientes cantidades en base diez

1) Una decena y dos unidades, ¿que número representa? 12
2) Dos centenas, 3 decenas y 5 unidades, ¿qué número representa? 235
3) 4 decenas y 0 unidades 40
4) 2 unidades de mil, 1 centena, 0 decenas y 4 unidades. 2104
5) 1348 =1,3,4,8=1.348
6) El año en que naciste y el día de tu cumpleaños .1996 Dia 19 ABril
7) 5 números que tu quieras y escríbelos . 7, 20, 24, 23, 04, 31

AHORA JUGUEMOS

- Reúnete con un compañero, siéntate frente a el y utiliza un ábaco para los dos.
- Cada uno representa un número de hasta tres cifras con los aros requeridos.
- Cada jugador representa su número desde su derecha hacia su izquierda, lo que ocasiona que el ábaco es llenado completamente por los dos participantes.
- Cuando los números elegidos por ti estén listos, da media vuelta al ábaco y quien lea primero y correctamente el número representado por su oponente, gana dos puntos, si el segundo participante lee correctamente gana un punto. En caso contrario, no gana puntos.
- Anota los puntos de tu compañero y los tuyos en la siguiente tabla.

NOMBRE	PUNTOS	TOTAL
Ingrid Carolina León	1,1,1,1,0	4
Jessica Paola Peña	1,0,1,1,1	4

Fuente: los autores.

Figura 19. Respuestas de Jonathan y Astrid, guía utilicemos el Ábaco abierto Para el sistema decimal.

PRACTIQUEMOS LO APRENDIDO

Represento las siguientes cantidades en base diez

1) Una decena y dos unidades, ¿que número representa? 12
2) Dos centenas, 3 decenas y 5 unidades, ¿qué número representa? 235
3) 4 decenas y 0 unidades 40
4) 2 unidades de mil, 1 centena, 0 decenas y 4 unidades. 2,104
5) 1348 1 unidad demil 3 Centenas 4 decenas 8 unidades
6) El año en que naciste y el día de tu cumpleaños 1996 28 de septiembre.
7) 5 números que tu quieras y escríbelos 134. , 120 , 150, 180 , 110

AHORA JUGUEMOS

- ❖ Reúnete con un compañero, siéntate frente a el y utiliza un ábaco para los dos.
- ❖ Cada uno representa un número de hasta tres cifras con los aros requeridos.
- ❖ Cada jugador representa su número desde su derecha hacia su izquierda, lo que ocasiona que el ábaco es llenado completamente por los dos participantes.
- ❖ Cuando los números elegidos por ti estén listos, da media vuelta al ábaco y quien lea primero y correctamente el número representado por su oponente, gana dos puntos, si el segundo participante lee correctamente gana un punto. En caso contrario, no gana puntos.
- ❖ Anota los puntos de tu compañero y los tuyos en la siguiente tabla.

NOMBRE	PUNTOS	TOTAL
Jonathan	1 1 1	3
Astrid	1 1 1 1 1	5

Fuente: los autores.

Figura 20. Respuestas de Carolain, guía utilicemos el Ábaco abierto Para el sistema decimal.

PRACTIQUEMOS LO APRENDIDO

Represento las siguientes cantidades en base diez

1) Una decena y dos unidades, ¿que número representa? 12
2) Dos centenas, 3 decenas y 5 unidades, ¿qué número representa? 235
3) 4 decenas y 0 unidades 40
4) 2 unidades de mil, 1 centena, 0 decenas y 4 unidades. 2104
5) 1348 1 3 4 8
   um c d u
6) El año en que naciste y el día de tu cumpleaños 1996. 12 Sep.
7) 5 números que tu quieras y escríbelos 89567

AHORA JUGUEMOS

- Reúnete con un compañero, siéntate frente a el y utiliza un ábaco para los dos.
- Cada uno representa un número de hasta tres cifras con los aros requeridos.
- Cada jugador representa su número desde su derecha hacia su izquierda, lo que ocasiona que el ábaco es llenado completamente por los dos participantes.
- Cuando los números elegidos por ti estén listos, da media vuelta al ábaco y quien lea primero y correctamente el número representado por su oponente, gana dos puntos, si el segundo participante lee correctamente gana un punto. En caso contrario, no gana puntos.
- Anota los puntos de tu compañero y los tuyos en la siguiente tabla.

NOMBRE	PUNTOS	TOTAL
Jessica vs carolain	7 vs 8	

Fuente: los autores.

4.3 Guía: Sumemos y restemos con el ábaco en el sistema decimal

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS
ESCUELA DE MATEMÁTICAS
SERVICIO SOCIAL EDUCATIVO
TRABAJO DE GRADO II

SUMEMOS Y RESTEMOS CON EL ÁBACO EN EL SISTEMA DECIMAL

Objetivo: Realizar operaciones de suma y resta en el sistema de numeración decimal utilizando el ábaco abierto.

Suma

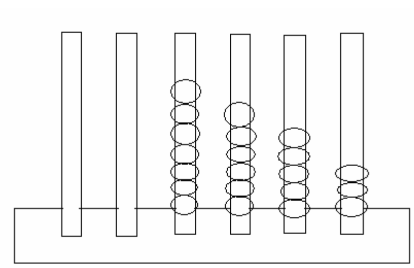
Veamos los pasos a seguir para sumar cantidades con el ábaco abierto a través de un ejemplo:

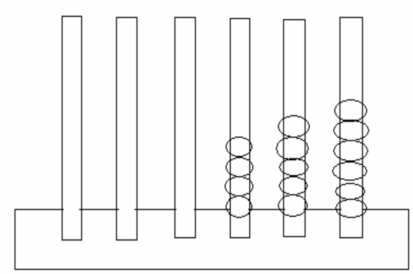
- Sumar 456 + 7653 utilizando el ábaco abierto:

1) Si vamos a sumar cantidades mayores de 3 cifras utilizamos dos ábacos, de lo contrario con un solo ábaco es suficiente para realizar la operación.

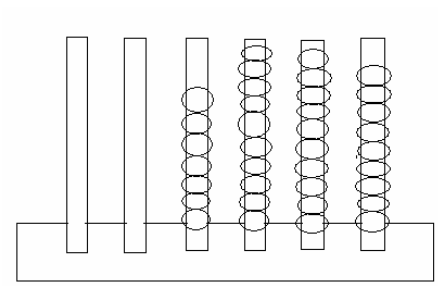
   Retomando el ejemplo vemos que un sumando tiene más de 3 cifras (7653), por tanto en esta operación utilizaremos 2 ábacos.

2) En un ábaco representemos el numero 456 y en el otro ábaco representemos el numero 7653 como se muestra en la imagen.

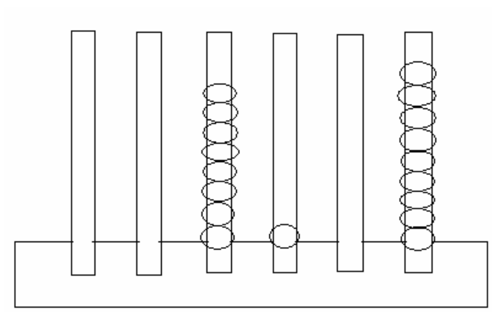




3) Ahora pasamos las unidades, decenas, centenas y unidades de mil de un ábaco al otro, de tal manera que todas las unidades, decenas, centenas y unidades de mil, queden representadas en un solo ábaco



4) Recordemos que en el sistema de numeración decimal no esta permitido tener más de 9 fichas en cada varilla, por tanto en este paso miramos si en alguna varilla hay mas de 9 fichas, si las hay, retiramos 10 de esas fichas y las reemplazamos por una ficha en la barra siguiente que representa un orden superior



5) Ahora leemos el número que quedo representado**:**

8 1 0 9

Resta

Veamos los pasos a seguir para restar cantidades con el ábaco abierto a través de un ejemplo:

- Restar 1 7 6 5 – 9 7 8 utilizando el ábaco

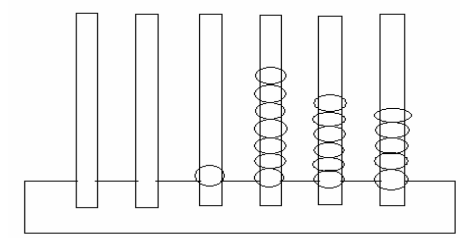
1) Si vamos a restar cantidades mayores de 3 cifras utilizamos dos ábacos, de lo contrario con un solo ábaco es suficiente para realizar la operación.

Retomando el ejemplo vemos que el minuendo tiene más de 3 cifras (1 7 6 5), por tanto en esta operación utilizaremos 2 ábacos.

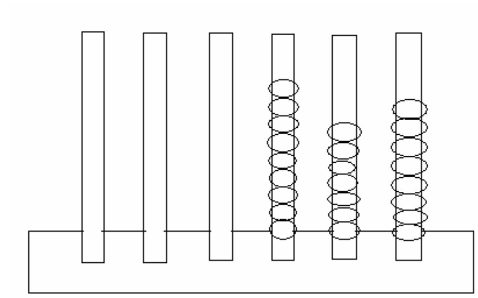
2) En el primer ábaco representamos el número mayor, en este caso 1765 y este representará el minuendo. En el segundo ábaco representaremos el numero menor y este representará el sustraendo.

3) Luego quitamos del minuendo las unidades, decenas, centenas y unidades de mil que aparezcan en el sustraendo como se muestra en la imagen.

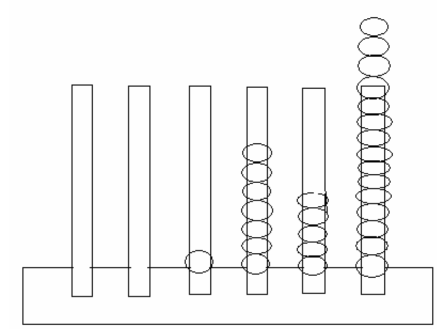
1765



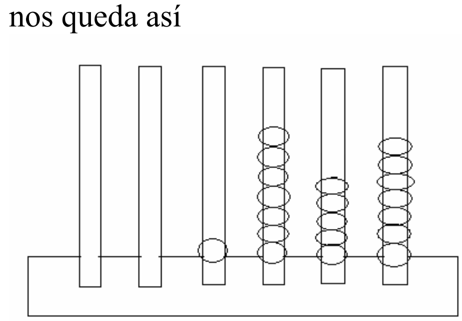
978



Quitamos una ficha de la segunda varilla y ponemos 10 en la primera, del ábaco que representa el minuendo.

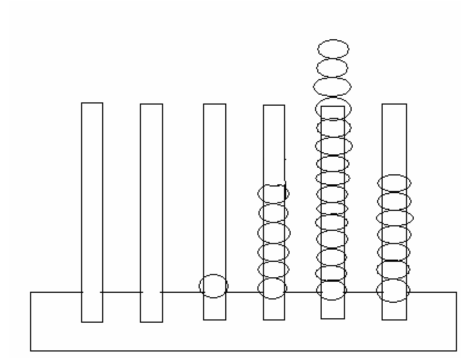


Restamos unidades con unidades y nos queda así

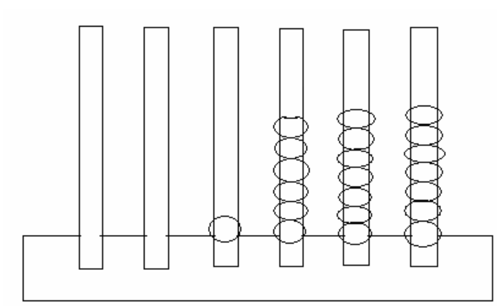


4) Si al momento de restar dos cifras, la cifra del minuendo es menor que la del sustraendo y no podemos restarla, quitamos un aro de la barra de la izquierda o orden superior y ponemos 10 aros más en donde esta la cifra menor para que así quede mayor la cifra del minuendo y se pueda hacer la resta. Observa la imagen que se muestra.

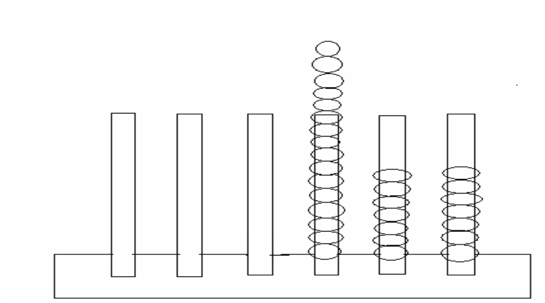
Ahora como las decenas del minuendo son menores que las del sustraendo, quitamos una centena y ponemos 10 decenas en el minuendo así:



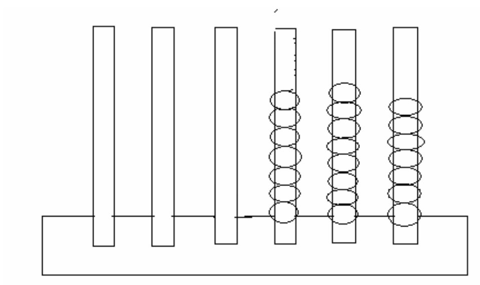
Ahora sí podemos restar decenas con decenas y nos queda así:



Como las centenas del minuendo otra vez son menores que las del sustraendo, entonces quitamos 1 aro de la varilla de las unidades de mil y ponemos 10 centenas. (1 unidades de mil equivale a 10 centenas) así:



Después de hacer esta sustitución restamos centenas ahora si con centenas y nos queda así:



PRUEBA TUS CONOCIMIENTOS

Utilizando el ábaco abierto realiza las siguientes sumas y restas

Sumar:

a) 2 573 + 4 386 =

b) 4 351 + 210 =

c) 67 421 + 242 =

Restar:

a) 7 535 - 2 321 =

b) 6 745 - 432 =

c) 985 – 568 =

Situación problema

Resuelve la siguiente situación, utilizando el ábaco abierto:

Camila va a la tienda a comprar golosinas y se encuentra con la siguiente lista de precios

GOLOSINA	PRECIO
PIRULITO	150
CARAMELO NOEL	50
BON YOUR	1750
GALLETAS FESTIVAL	350
GASEOSA	850
BON ICE	450
PAPAS MARGARITA	600
TUMIX	100

Si Camila tiene $5500 y ella quiere comprar 1 pirulito, 1 galleta festival 1 papas margaritas y una gaseosa

- ¿Cuanto debe pagar en la tienda?
- ¿Cuanto dinero le queda?
- ¿Qué puede comprar

- ¿Cómo te pareció el proceso para representar, sumar y restar números en base diez con el ábaco abierto? , ¿Por qué?
- Te fue útil la explicación del profesor?. ¿Por que?
- ¿Cómo te pareció la influencia de tus compañeros para aprender a sumar cantidades en el sistema de numeración decimal con el ábaco abierto?

Consulta

Consulta qué otras operaciones puedes realizar con el ábaco abierto.

4.3.1 ELABORACIÓN DE LA GUÍA SUMEMOS Y RESTEMOS CON EL ÁBACO EN EL SISTEMA DECIMAL

Sabemos que los estudiantes a lo largo de sus experiencias con las matemáticas, han requerido de las operaciones de suma y resta para resolver alguna situación de la vida cotidiana o simulación de esta en los ejercicios planteados en el colegio. Estas operaciones en muchas ocasiones han sido solucionadas sin detenerse a analizar el proceso que se lleva para llegar a la solución. Tal vez porque aparentemente no es necesario hacer uso del razonamiento y mecánicamente también se llega a una respuesta acertada.

Pero si miramos el promedio de estudiantes con dificultad para realizar ejercicios de temas más avanzados, nos damos cuenta que la raíz de esta situación empieza cuando se enseña a resolver cualquier ejercicio matemático de forma mecánica. Por esta razón y teniendo en cuenta que en un gran porcentaje de estudiantes de 6-3 del Instituto Educativo Las Américas tuvieron dificultad tanto para desarrollar alguna operación de suma o resta, como para contestar preguntas relacionadas con el proceso de estas operaciones, hemos diseñado esta guía con el fin de que puedan aclarar las dudas que tengan con este tema utilizando el ábaco abierto.

Esta herramienta les permitirá conocer el proceso de estas operaciones de una manera más clara y concreta, pues al realizar una suma o una resta deberán realizar sustituciones utilizando los aros, donde se podrán dar cuenta en realidad qué cantidad se lleva en la suma o qué cantidad se presta en la resta. Lo anterior está explicado con dibujos en la guía, como soporte a la explicación que realizaremos en la clase.

Para evaluar que tanto aprendieron los estudiantes a sumar o restar cantidades en base 10, diseñamos dos partes en la guía: La primera parte la titulamos *prueba tus conocimientos.* Como su mismo nombre lo indica queremos probar que tanto aprendieron los estudiantes utilizando este instrumento, por medio de ejercicios parecidos a los ejemplos que plantearemos durante la clase de este tema.

La segunda parte es una situación que los estudiantes diariamente viven en su vida cotidiana donde deberán realizar tanto sumas como restas. Aunque sabemos que casi nunca podrán utilizar este instrumento cuando se enfrenten a situaciones que requieran utilizar estas operaciones, lo que realmente pretendemos al querer que los estudiantes utilicen este instrumento para realizar la situación planteada en la guía, es que esta herramienta sirva de puente para el entendimiento correcto y no mecánico de estas operaciones ya que como lo indica la teoría de material concreto: [*]los objetos manipulables permiten ver lo que realmente sucede en los distintos procesos que llevan a cabo al resolver problemas y así tener las bases necesarias para aprendizajes futuros.

A continuación realizaremos unas preguntas que nos indicara las observaciones de los estudiantes sobre los aspectos fundamentales en el aula de clase, tales como el proceso de sumar y restar números en base 10 con el ábaco abierto, la utilidad de la explicación del docente y la influencia de los compañeros para aprender a sumar cantidades en el sistema de numeración decimal con el ábaco abierto.

[*] Ver en este mismo trabajo. Pág. 26. “Trabajo con material concreto”.

Finalizamos esta guía dejando de tarea una consulta con el fin de motivar a los estudiantes para que exploren que otras operaciones se pueden realizar con este instrumento. El estudiante que realice esta consulta se le pondrá un punto. Estos puntos al finalizar las actividades serán sumados y tendrá un reconocimiento en su nota de matemáticas por su buen desempeño.

4.3.2 EXPERIENCIA EN EL AULA

Esta clase la iniciamos haciendo un pequeño juego donde debían representar en el ábaco unos números que íbamos anotando en el tablero a medida que los estudiantes lo iban representando. El estudiante que representara de primero cada número ganaba un punto. Al final contábamos los puntos y el estudiante que obtuviera más puntos sería el ganador.
Kimberly y Shirley fueron las estudiantes que más sobresalieron en esta actividad, pues cada una ganó en representar 4 números, de un total de 12. Carolain ganó en representar 2 números y los dos números restantes los representaron otros estudiantes de la clase.

A continuación repartimos las guías y formamos grupos de 4 estudiantes de tal manera que aquellos estudiantes más destacados en las actividades anteriores, se hicieran con aquellos que en algún momento tuvieron dificultad o eran poco participativos, pues teniendo en cuenta la teoría del aprendizaje cooperativo pretendemos que [*]al estar en grupos los estudiantes desarrollen hábitos de trabajo en equipo y solidaridad entre compañeros.

[*] Ver en este mismo trabajo. Pág. 23. "Aprendizaje cooperativo".

Solicitamos que dos integrantes de cada grupo leyeran la parte de la suma y los otros dos leyeran la parte de la resta, al terminar la lectura debían compartir la información dentro del grupo.

Cuando acabaran la dinámica, cada grupo debía aportar una pequeña idea de cómo representar tanto la suma como la resta con el ábaco abierto. Todos los aportes de los estudiantes los íbamos anotando en el tablero sin corregir aquellos que estaban mal.

Luego retomamos la información que estaba bien para dar una idea general y llegar a un acuerdo mutuo. Aquella información mal interpretada por los estudiantes también la retomamos y explicamos el por qué estaba mal.

Nos llamo la atención la capacidad de un gran número de estudiantes para interpretar el contenido de la guía, pues casi todas sus explicaciones nos indicaban que la información la habían entendido correctamente. Estos nos lleno de satisfacción, pues eran precisamente a lo que queríamos llegar, que entre todos hubiera colaboración para el aprendizaje de este tema con este instrumento y no únicamente que los estudiantes se empaparan de la información que el docente da.

Únicamente corregimos el grupo de Jonathan, pues la parte de la resta la interpretaron de la siguiente manera:

Al restar dos dígitos en la resta y se presenta el caso en que el minuendo es menor que el sustraendo entonces agregamos 10 fichas al minuendo para que de esta manera el minuendo quede mayor que el sustraendo.

Esta interpretación esta incompleta y determinamos que estaba mal porque no es agregarle 10 fichas a una cifra del minuendo sino es hacer una sustitución remplazando un aro de la barra izquierda o orden superior y ponemos 10 aros más en donde esta la cifra menor para que así quede mayor la cifra del minuendo y se pueda hacer la resta.

En el momento que el grupo de Jonathan dió este aporte para realizar restas con el ábaco abierto, la mayoría de estudiantes intervino para corregir esta idea errada que interpretó este grupo. Mas sin embargo nosotros pedimos que aunque alguien estuviera en desacuerdo con algún aporte de algún estudiante, por favor hiciera silencio y en el momento de determinar cuáles ideas estuvieran bien, dieran los motivos del por qué algunas o alguna estaba mal.

Esta actividad se llevó a cabo satisfactoriamente, pues se aclararon dudas y gracias al orden de los estudiantes, la capacidad para interpretar, los aportes brindados por ellos y la retroalimentación a esta lectura dada por nosotros, los estudiantes pudieron entender mejor el proceso para sumar y restar con esta herramienta.

Inmediatamente pedimos a los estudiantes que se quedaran en esos mismos grupos y empezaran a resolver cada uno en su guía, pero con la colaboración de todos, la parte de prueba tus conocimientos.
La parte de la suma se les facilitó muchísimo incluso la mayoría la pudo resolver antes del tiempo estipulado, pero esto aun no nos satisfacía, pues en realidad queríamos saber qué tanto habían avanzado en comparación con la prueba diagnóstica. Por tanto decidimos que resolvieran solos esta parte y luego en la socialización no solo corregir las respuestas de estas operaciones, sino hacer preguntas relacionadas al proceso para sumar y restar.

Mientras los estudiantes realizaban las operaciones con el ábaco abierto, nosotros supervisábamos que únicamente utilizaran este instrumento para realizar dichas operaciones y en caso de tener alguna duda ellos, nosotros servíamos como orientadores, sin decirle la respuesta para que así pudieran llegar a la solución de cada ejercicio.

Durante la actividad observamos que Ingrid y Astrid trabajaban muy animadamente incluso estaban tomando el papel de líderes en el grupo donde se encontraban. Esto fue de gran alegría para nosotros porque en las anteriores actividades estas estudiantes habían sido algo introvertidas a la hora de participar en alguna dinámica, pero esto nos demostraba que sumar y restar con este instrumento había llamado la atención de estas dos estudiantes y esta era la razón de su comportamiento en esta clase.

Cuando terminaron los estudiantes los ejercicios, dimos paso a la socialización. Lo primero que preguntamos es en que ejercicio algún grupo había tenido dificultad.

El grupo de Carolain manifestó haber tenido dificultad en la resta 985 – 568, porque al restar los dígitos de las unidades de los dos números, se les había olvidado que debían remplazar un aro de la barra del orden superior, en este caso de las decenas, por 10 fichas en las unidades, para así la cifra del minuendo quedara mayor y poder quitar tantas fichas como hubiese en el sustraendo.

Lo que hicieron fue quitar un aro de las decenas y se lo pusieron a las unidades, olvidando cuanto equivalía 1 decena y al hacer la operación de esta manera seguía quedando mayor el sustraendo, entonces se dieron cuenta que el procedimiento que estaban haciendo estaba errado, lo que los obligó a volver a leer la parte de la resta.

Nosotros le pedimos a Carolain y a un integrante de su grupo que pasaran al frente y nos compartieran al grupo en general como resolvieron al final este ejercicio. Carolain no quería pasar, pues les daba un poco de pena al ser supuestamente el único grupo en tener dificultad para realizar un ejercicio de este punto. Entonces nosotros comentamos que nos había parecido muy inteligente de este grupo al darse cuenta en este primer paso que algo de lo que ellos estaban haciendo estaba mal y recurrieron a la lectura para confirmar si lo que estaban haciendo estaba errado. También dijimos al grupo en general que el error que cometió este grupo también lo habían tenido muchos estudiantes en la prueba diagnóstica al pensar que en la resta siempre se presta una unidad.

Al escuchar lo anterior, Carolain y un integrante de su grupo se animaron a compartirnos los pasos que hicieron para llegar a la solución de este ejercicio. El primer paso que hicieron fue mirar cuántas cifras tenía tanto el minuendo como el sustraendo para determinar cuántos ábacos irían a utilizar en esta operación. Como ninguno de los dos números tenía más de tres cifras entonces utilizaron un solo ábaco.

En las tres primeras varillas representaron el minuendo y en las tres varillas restantes representaron el sustraendo. Luego observaron que las unidades de la cifra del minuendo era menor que las unidades de la cifra del sustraendo y basándose en la lectura de la guía, remplazaron del minuendo 1 aro de las decenas por 10 aros en las unidades. Al hacer esta sustitución las unidades del minuendo quedaron mayores que las del sustraendo, pues al remplazar 1 aro en las decenas por 10 aros en las unidades, este había

quedado convertido en 15 unidades y ahora si podían quitar 8 aros de esos 15, y les quedó la sustracción de esos digito como 7. En la varilla de las decenas del minuendo ahora quedaron 7 aros, siendo este número mayor que 6. Para realizar la resta de estos dígitos les fue más fácil, porque la cantidad de aros del minuendo era mayor que la del sustraendo y solo era quitar del minuendo 6 aros que había en el sustraendo, quedando 1 aro en la varilla de las decenas. En la varilla de las centenas del minuendo hay más aros que en la varilla del sustraendo, por esto la sustracción la hicieron directamente, retirando 5 aros que hay en el sustraendo del minuendo, quedando en esta varilla 4 aros.
Para dar el resultado miraron cuántas unidades, decenas y centenas quedaron y de esta manera pudieron determinar que la solución de esta resta es: **417**

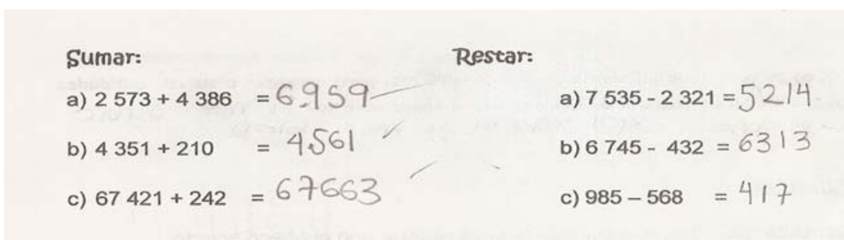
Nosotros preguntamos si alguien había realizado alguna resta de forma diferente a la que explicó el grupo de Carolain y todos manifestaron que éste fue el proceso que utilizaron para realizar las otras 3 restas.

El haber pasado Carolain a explicar este proceso para llegar a la solución de esa resta, hizo que los estudiantes dejaran la pena y preguntaran sin miedo las dudas o dificultades que habían tenido para llegar a la solución de estas operaciones utilizando el ábaco abierto.

Jonathan fue un estudiante que nos comentó que en la suma 2573 + 4386, al principio no sabía que hacer cuando pasó las unidades, decenas, centenas y unidades de mil de un ábaco al otro, pues había quedado de la siguiente manera: En la varilla de las unidades 9 aros, en la varilla de las decenas 15 aros, en la varilla de las centenas 8 aros y en la varilla de las unidades de mil 6 aros. La dificultad que tuvo fue al dar el resultado en la guía, no sabia como copiar ese 15 que había quedado en las decenas. Entonces se acordó de la clase anterior cuando decíamos que un aro en las centenas equivalía a 10 aros en las decenas y gracias a esa información él intuyó que debía remplazar 10 aros de esos 15 de las decenas por 1 aro en las centenas para quedar 5 aros en las decenas y en las centenas 9 aros. De esta manera el pudo determinar que la respuesta era **4659**.

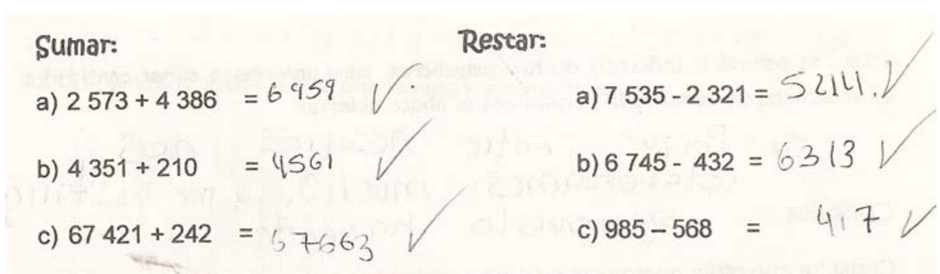
Para revisar las respuestas de las otras operaciones pedimos una guía de un estudiante al azar de cada grupo. Para nuestra alegría todos los estudiantes habían resuelto bien tanto las sumas como las restas.

Figura 21. Respuestas de Carolain, guía sumemos y restemos con el ábaco en el sistema decimal.


Sumar:
a) 2 573 + 4 386 = 6959
b) 4 351 + 210 = 4561
c) 67 421 + 242 = 67663
Restar:
a) 7 535 - 2 321 = 5214
b) 6 745 - 432 = 6313
c) 985 – 568 = 417

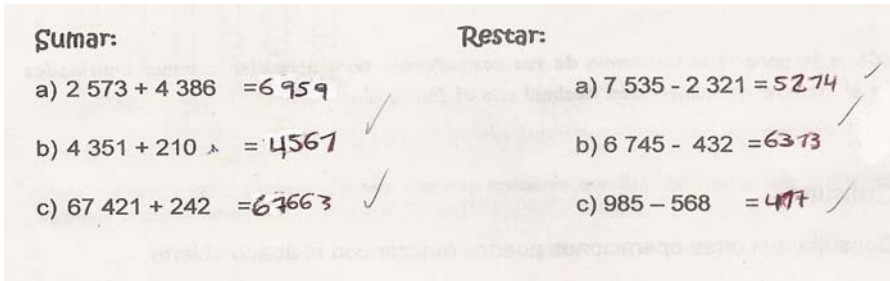
Fuente: los autores.

Figura 22. Respuestas de Shirley, guía sumemos y restemos con el ábaco en el sistema decimal.


Sumar:
a) 2 573 + 4 386 = 6959
b) 4 351 + 210 = 4561
c) 67 421 + 242 = 67663
Restar:
a) 7 535 - 2 321 = 5214
b) 6 745 - 432 = 6313
c) 985 – 568 = 417

Fuente: los autores.

Figura 23. Respuestas de Kimberly, guía sumemos y restemos con el ábaco en el sistema decimal.


Sumar:

a) 2 573 + 4 386 = 6959

b) 4 351 + 210 = 4567

c) 67 421 + 242 = 67663

Restar:

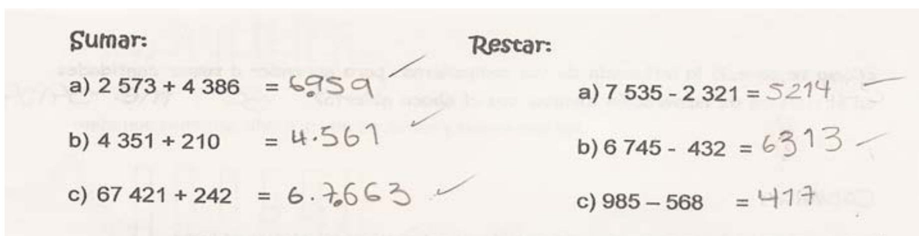
a) 7 535 - 2 321 = 5274

b) 6 745 - 432 = 6373

c) 985 – 568 = 417

Fuente: los autores.

Figura 24. Respuestas de Astrid, guía sumemos y restemos con el ábaco en el sistema decimal.


Sumar:

a) 2 573 + 4 386 = 6959

b) 4 351 + 210 = 4.561

c) 67 421 + 242 = 6.7663

Restar:

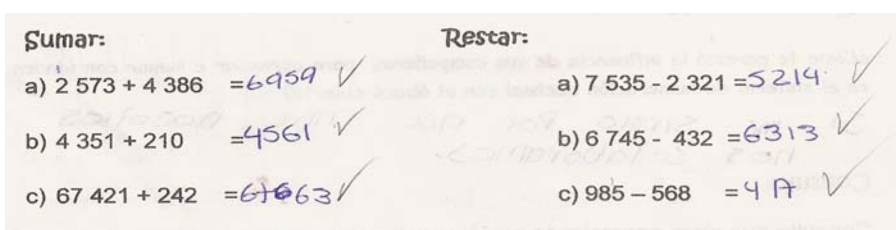
a) 7 535 - 2 321 = 5214

b) 6 745 - 432 = 6313

c) 985 – 568 = 417

Fuente: los autores.

Figura 25. Respuestas de Ingrid, guía sumemos y restemos con el ábaco en el sistema decimal.


Sumar:

a) 2 573 + 4 386 = 6959

b) 4 351 + 210 = 4561

c) 67 421 + 242 = 67663

Restar:

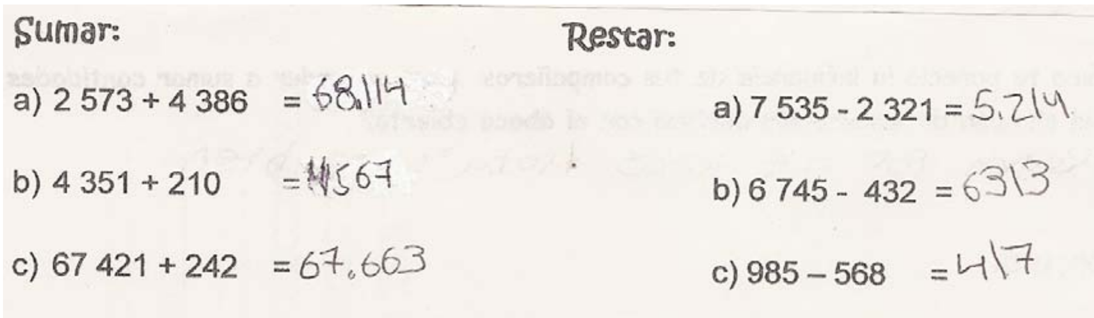
a) 7 535 - 2 321 = 5214

b) 6 745 - 432 = 6313

c) 985 – 568 = 4 A

Fuente: los autores.

Figura 26. Respuestas de Jonathan, guía sumemos y restemos con el ábaco en el sistema decimal.



Sumar:

a) 2 573 + 4 386 = 68.114

b) 4 351 + 210 = 4567

c) 67 421 + 242 = 67.663

Restar:

a) 7 535 - 2 321 = 5.214

b) 6 745 - 432 = 6313

c) 985 – 568 = 417

Fuente: los autores.

A continuación dimos paso para continuar con el siguiente punto de la guía, la situación problema.

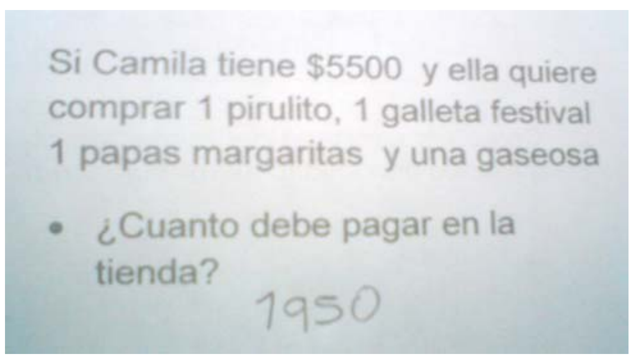
Nos llamó la atención la forma en general de los estudiantes de utilizar el ábaco abierto para resolver las operaciones de este punto. Por ejemplo el caso particular de la estudiante Astrid que para realizar la suma de los precios de estas golosinas del primer punto en esta situación, ella debía sumar 150 que era el valor del pirulito + 350 que era el valor de la galleta festival + 600 que era el valor de las papas margaritas + 850 que era el valor de la gaseosa y lo resolvió de la siguiente manera:

En las tres primeras varillas de un ábaco represento 150 y en las tres varillas faltantes de ese ábaco represento 350. Como el número 350 en la varilla de las unidades no tenía aros entonces no pasó ningún aro a la varilla de las unidades del numero 150, los 5 aros que había en la varilla de las decenas del numero 350 los pasó en la varilla de las decenas del numero 150 y los tres aros que habían en la varilla de las centenas del numero 350 los paso a la varilla de las centenas del numero 150. Luego ella observo que en la varilla de las decenas había 10 aros, entonces los remplazó por 1 aro en la varilla de las centenas y obtuvo el resultado de esa primera suma: **500**

Ahora en otro ábaco representó 600 en las tres primeras varillas y 850 en las tres últimas varillas de este ábaco, realizando un procedimiento similar a la anterior para esta suma dándole como resultado: **1450**

En un ábaco tenía representado el número 500 y en el otro ábaco tenía representado el número 1450 los cuales debía sumar para dar el resultado del primer punto de esta situación, entonces pasó los 400 que estaban representados en un ábaco al otro ábaco teniendo en cuenta que en la varilla de las centenas únicamente debía adicionar 5 aros más a los 4 aros que ya habían del número 1450. Luego observó que en ninguna varilla había más de 9 aros por tanto Astrid pudo responder que Camila debía pagar: 1950

Figura 27. Respuesta de Astrid, guía sumemos y restemos con el ábaco en el sistema decimal.



Fuente: los autores.

En el segundo y tercer punto de esta situación nos llamo la atención que Shirley los respondió sin utilizar el ábaco, ni utilizar papel y lápiz.

Para resolver el segundo punto debía realizar una resta y para realizar el tercer punto debía realizar sumas. Shirley fue capaz de resolver mentalmente estas operaciones sin utilizar ninguna herramienta. Esto nos lleno de satisfacción porque vimos que ella ya era capaz de hacer mentalmente estos tipos de operaciones, tal vez por los años de experiencia que lleva realizando sumas y restas, pero nuestra labor no es que siempre utilicen el ábaco, sino que este instrumento les sirva para entender muchos procesos de estas operaciones que han quedado sueltos sin darles la importancia necesaria, entonces le formulamos ciertas preguntas como:
¿Qué operación utilizó para resolver el segundo y tercer punto de esta situación?

Shirley respondió:
Utilicé una resta para solucionar la segunda pregunta y sumas para solucionar la tercera pregunta

¿Cuales números restó en la segunda pregunta y cuales números sumó en la tercera pregunta?

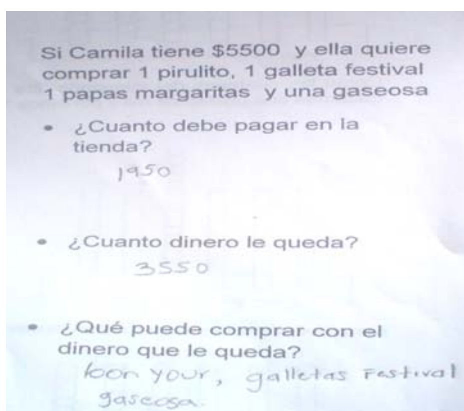
Shirley respondió:
Para la pregunta ¿Cuánto dinero le queda a Camila? Yo reste 5500 que ella tenía para comprar golosinas con 1950 que gastó y me dio como resultado 3550 y en la pregunta ¿Que puede comprar con el dinero que le queda a Camila? Yo sumé el precio de varias golosinas como: Bon Your que vale 1750, galletas festival que vale 350, gaseosa que vale 850, Bon Ice que vale 450 y un pirulito que vale 150. Esto me dio como resultado 3550 que era el dinero que le había sobrado a Camila.
¿La resta 5500 – 1950 que realizaste, fue necesario que algún dígito del minuendo le prestara a otro para realizar esta operación?, ¿cual?

Shirley respondió:

Si fue necesario que el 5 que está en las centenas le prestara una centena al cero que está en las decenas, pero esta centena es equivalente según lo que vimos en estas dos clases a 10 decenas por eso el cero queda convertido en 10 decenas y el 5 queda convertido en 4, ahora el 10 de las decenas le presta una decena al 0 que está en las unidades y este queda convertido en 10 unidades porque 1 decenas es equivalente a 10 unidades y el 10 de las decenas queda convertido en 9.

Esta respuesta era la que precisamente queríamos escuchar, pues si observamos en la prueba diagnóstica esta estudiante pensaba que siempre cuando realizaba operaciones de restas prestando, la cantidad que se prestaba era una unidad y al utilizar el ábaco abierto, esta herramienta le permitió ver de forma más concreta este sistema de numeración posicional y poder aclarar esta duda.

Figura 28. Respuestas de Shirley, guía sumemos y restemos con el ábaco en el sistema decimal.


Si Camila tiene $5500 y ella quiere comprar 1 pirulito, 1 galleta festival 1 papas margaritas y una gaseosa

- ¿Cuanto debe pagar en la tienda?
  1950
- ¿Cuanto dinero le queda?
  3550
- ¿Qué puede comprar con el dinero que le queda?
  boon your, galletas Festival gaseosa.

Ingrid aunque no presentó dificultad para resolver operaciones de suma y resta con el ábaco, en la situación problema le fue difícil plantear las operaciones para resolverlas, en especial la última pregunta de esta parte.

Ella pensaba que tocaba dar como resultado un número, pero gracias a la colaboración de una compañera de su grupo al leerle repetidamente e indagarle sobre esta pregunta, pudo comprender que le pedían era las golosinas que podía comprar con los 3550 que le quedaba. Esto es un ejemplo donde podemos ver que una parte de la teoría de aprendizaje cooperativo se da, [*]al una compañera ayudar a otra a entender que debía hacer en este punto de la guía, tal vez porque ha pasado "menos tiempo" por la dificultad que su compañera tuvo y por eso pudo "entender mejor" sus dificultades.

Considerablemente podemos ver al revisar las guías, en la participación con los estudiantes, que el proceso para representar, sumar y restar números en base 10 con el ábaco abierto, fue bueno, lo que implica que el uso de este material concreto generó motivación, más trabajo en equipo, comprensión de los temas y desarrollo de los procesos cognitivos

[*] Ver en este mismo trabajo. Pág. 23. "Aprendizaje cooperativo: Resultados".

4.4 Guía: Utilicemos el ábaco abierto para el sistema de numeración en base 5

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS
ESCUELA DE MATEMÁTICAS
SERVICIO SOCIAL EDUCATIVO
TRABAJO DE GRADO II

UTILICEMOS EL ABACO ABIERTO PARA EL SISTEMA DE NUMERACIÓN EN BASE 5

LOGRO: Representar números y realizar operaciones (suma y resta) en el sistema de numeración quinario utilizando el ábaco abierto.

En el sistema de numeración quinario se utilizan los dígitos del 0 al 4

Para representar una cantidad de objetos con el ábaco abierto en este sistema, por cada elemento se coloca un aro en la primera barra. Al completar en la primera barra 5 aros, los retiramos y los reemplazamos por un aro en la segunda barra.

Un aro en la segunda barra equivale a 5 aros en la primera barra, es decir, equivale a 5 unidades.

Al completar 5 aros en la segunda barra los retiramos y los reemplazamos por un aro en la tercera barra.

Un aro en la tercera barra representa 5 aros en la segunda barra. En general cada aro en una barra representa paquetes de unidades.

Nota: La barra vacía representa el cero en cualquier orden

PRACTIQUEMOS CON EL ÁBACO PARA BASE 5

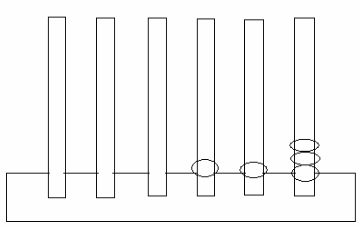
- Teniendo en cuenta la información anterior, Individualmente realizo el punto 1 y 2:

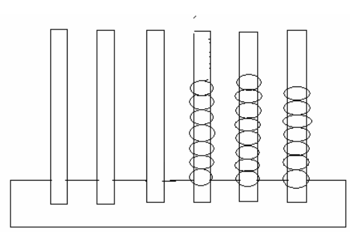
1) represente con el ábaco las siguientes cantidades:

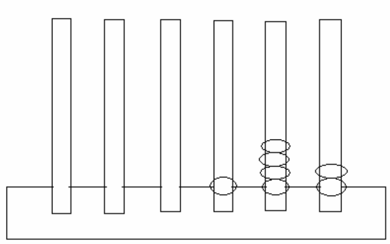
a) 1432 b) 3320 c) 3341

d) 2240 e) 1430 f) 4300

2) De las siguientes representaciones identifico que cantidades no pertenecen al sistema de numeración quinario. Márcalas con una X







ANALIZO LA SIGUIENTE INFORMACIÓN

Imaginemos que el comercio estuviera regido de números que solo pertenecieran a base 5, por ejemplo:

Un paquete de mixtos no costara $750 porque ni el 7 ni el 5 están dentro de este sistema de numeración, sino que costaran $11000, o que costaran 320 o cualquier número que este dentro de este sistema. Si esto ocurriera, piensa por un momento ¿Cómo haríamos para hacer la suma del mercado de la casa?, o ¿como haríamos para saber cuanto dinero me queda si tengo cierta cantidad y gasto una parte en golosinas?

No continúes la lectura sin antes compartir con tus compañeros y docente tu opinión de cómo crees que sería el método para realizar estas operaciones.

Conociendo el método que utilizamos para sumar en base 10, ¿Cómo crees que podríamos utilizar el ábaco para realizar estas operaciones en base 5? Escribe tu respuesta

Analiza y responde

Si sumas 4341 + 3322 ¿Cuál crees que sería la respuesta dentro de este sistema de numeración quinario?

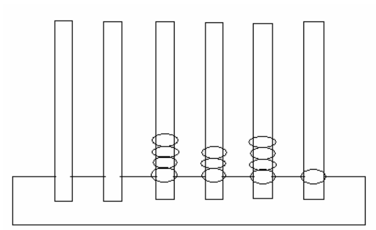
SUMEMOS Y RESTEMOS CON EL ABACO EN EL SISTEMA QUINARIO

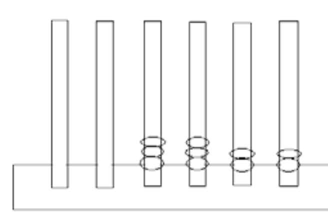
Retomando la información anterior si estuviéramos regidos por el sistema de numeración quinario al sumar la cuenta del mercado para la casa o al contar cuanto dinero tenemos en la alcancía, o cuanto dinero nos queda si por ejemplo tenemos $1100 y compro un paquete de chitos de $400, la respuesta también debe darse dentro de este sistema de numeración.

Veamos el procedimiento a seguir para sumar cantidades con el ábaco abierto dentro de este sistema de numeración, retomando la operación planteada anteriormente:

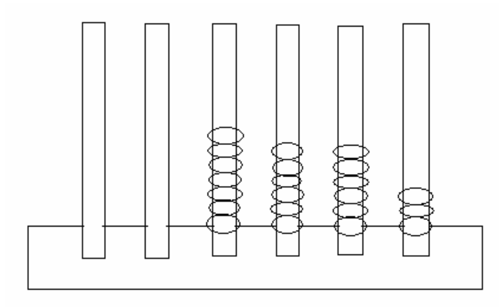
4341 + 3322

3) Empezamos representando en un ábaco el número 4341 y en el otro ábaco el numero 3322 como se muestra en la imagen

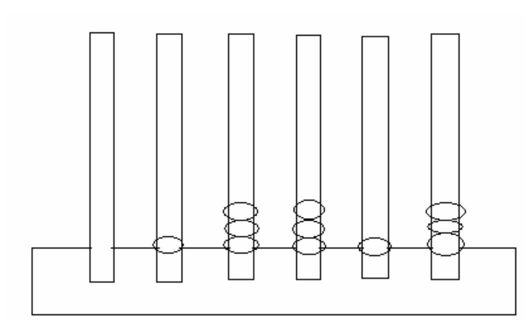




4) Ahora pasamos las fichas de primer, segundo, tercer y cuarto orden de un ábaco a otro, de tal manera que las fichas de primer, segundo, tercer y cuarto orden queden representadas en un solo ábaco.



5) Recordemos que en el sistema de numeración quinario no esta permitido tener más de 4 fichas en cada varilla, por tanto en este paso miramos si en alguna varilla hay mas de 4 fichas, si las hay, retiramos 5 de esas fichas y las reemplazamos colocando una ficha en la barra siguiente del lado izquierdo.



6) Después de realizar la operación en el ábaco abierto escribo cual número quedó representado :__________

RESTEMOS CANTIDADES CON EL ABACO ABIERTO

SITUACIÓN

La profesora de matemáticas vive en un mundo donde solo se utiliza base 5, ella quiere que le ayudemos a solucionar la siguiente situación:
Tiene 20 lápices y reparte 11 a sus estudiantes, ¿Cuantos lápices le quedan?

Acordémonos que en base 5 solo utilizamos los dígitos 0, 1, 2, 3, 4

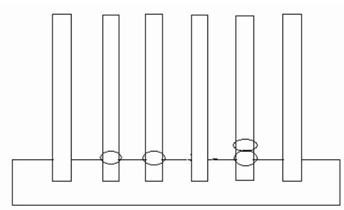
Para realizar restas o situaciones que involucres esta operación en base 5 ahora es mucho más fácil utilizando un material concreto como es el ábaco

Para ayudar a la profesora de matemáticas a resolver su cuestión debemos estar concentrados a los pasos a seguir:

1) Si vamos a restar cantidades mayores de 3 cifras utilizamos dos ábacos, de lo contrario utilizamos un ábaco de la siguiente manera:

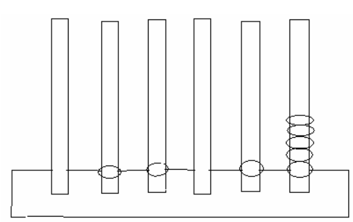
- se representa el minuendo en la 1a, 2a y 3a barra, en estas mismas barras quedará escrita la diferencia o resultado de la resta.
- En la 4a, 5a y 6a barra se escribe el sustraendo, es decir la cantidad que vamos a restar.

2) Observamos que los dígitos de la situación son menores de tres, por tanto representamos el número 20 en las dos primeras barras y el numero 11 en la 4 y 5 barra como se muestra en la imagen

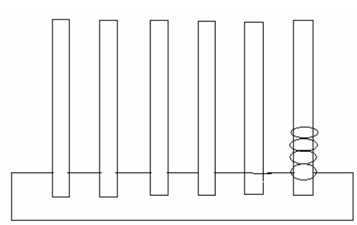


3) Luego quitamos del minuendo y del sustraendo las fichas de primer, segundo, tercer etc.…orden que aparezcan en el sustraendo.

- Si al momento de quitar una cantidad de fichas del minuendo y del sustraendo, la cifra del minuendo es menor que la del sustraendo y no podemos retirarlas, quitamos un aro de la barra de la izquierda y ponemos 5 aros más en donde esta la cifra menor para que así quede mayor la cifra del minuendo y se pueda hacer la resta. Observa la imagen que se muestra



- La resta quedó representada en la primera y en la segunda barra con el número_____



ACTIVIDAD

Reúnete con un compañero y juega a piedra, papel o tijeras.
El estudiante que gane debe representar en el ábaco o en los ábacos la siguiente suma:

- 234 + 3221

Y el que pierda debe resolver la suma utilizando el ábaco.
Luego anota los puntos que realices en la tabla que aparece al final.

- Repite este procedimiento para resolver las siguiente sumas y restas

- 321+ 142
- 2322 + 1242
- 3144 + 14234
- 4421- 120
- 2133-1022
- 4431-4420

NOMBRE	PUNTOS	TOTAL

4.4.1 ELABORACIÓN DE LA GUÍA UTILICEMOS EL ÁBACO ABIERTO PARA EL SISTEMA DE NUMERACIÓN EN BASE 5

Una vez vista base 10 en la actividad anterior y conociendo el manejo del ábaco abierto, diseñamos esta guía donde los estudiantes deben representar números y resolver operaciones de suma y resta con este instrumento pero ahora en base 5.

Escogimos para trabajar en este sistema de numeración quinario, porque creímos que los estudiantes les llamaría la atención el hecho de que su origen provino de los cinco dedos que tenemos los humanos en cada mano y también porque al comparar este nuevo sistema de numeración en base 5 con el sistema de numeración decimal los estudiantes tendrán una ligera noción de algunas características de cualquier otro sistema de numeración en otra base.

Esta guía la tratamos de hacer lo más interesante y concreta posible, al utilizar dibujos, cuadros y al explicar paso por paso la representación, suma y resta en esta base.

Iniciamos creando un cuadro donde resumimos de forma clara y sencilla las reglas para representar números en base 5 e inmediatamente pusimos ejercicios para que los estudiantes probaran qué tanto habían aprendido de esta información.

En esta guía no pusimos ejemplos sobre su representación porque creemos que al ser nuevo este tema para ellos, esto requiere de mayor acompañamiento y por esto pensamos que para reforzar la información del cuadro es mejor hacerlo nosotros mismos ayudándonos directamente del ábaco abierto.

Para explicar tanto la suma como la resta en la guía, consideramos que la mejor manera para hacerlo era situar a los estudiantes en un mundo donde solo existieran los dígitos 0, 1, 2, 3, 4 en situaciones donde ellos se ven involucrados o llame su atención, por ejemplo:

Cuestionarlos sobre como harían la suma del mercado en caso de estar regidos por este sistema de numeración, o como sabría que dinero me quedo al gastar cierta cantidad en golosinas y solo puedo utilizar los dígitos 0, 1, 2, 3,4 para realizar las operaciones.

Estas preguntas serán contestadas individualmente por cada estudiante antes de explicar el tema formalmente de suma y resta en base 5, para probar el grado de interpretación y comparación de este sistema de numeración con el sistema de numeración decimal. Lo haremos de esta manera, pues como plantea Ausubel en su teoría de aprendizaje significativo: [*]un aprendizaje es significativo cuando los contenidos son relacionados con un concepto que el alumno ya sabe. En este caso los estudiantes están relacionando este nuevo sistema de numeración quinario con el sistema de numeración decimal.

Posteriormente explicamos los pasos a seguir para realizar sumas y restas en esta base utilizando dibujos que les ayudará a entender más concretamente estas operaciones. Esta información será retroalimentada en clase con otros ejemplos en particular.

Debido a que el juego que realizamos en la guía de utilicemos el ábaco para el sistema de numeración decimal tuvo bastante acogida por los estudiantes, pues utilizaban los contenidos y al mismo tiempo se divertían al competir entre ellos quien obtuviera más números de puntos, decidimos también introducir en esta guía otro juego donde ellos pudieran competir y al mismo pudieran probar qué tanto habían aprendido a realizar sumas y restas en esta base.

---

[*] Ver en este mismo trabajo. Pág. 14-15. “Aprendizaje significativo”.

4.4.2 EXPERIENCIA EN EL AULA

Iniciamos la clase pidiéndoles a los estudiantes que leyeran individualmente el primer cuadro que aparecía en la guía y sacaran algunas ideas de lo que habían entendido de este sistema de numeración. Luego pedimos que con la participación de todos señaláramos las características más relevantes.

Aunque en el cuadro estaba explicado detalladamente y de forma clara las pautas para representar números en este sistema de numeración, queríamos retroalimentar estas reglas para representar números en base 5 con el ábaco abierto, ayudándonos de las ideas que los estudiantes dieran.

Esta dinámica sirvió mucho pues algunos estudiantes les costo trabajo entender y aferrarse a la idea de solo utilizar el 0,1,2,3,4 para representar números y así mismo poder llegar a realizar operaciones en esta base. Pero al hacer la socialización de esta información y explicar detalladamente ayudándonos del ábaco sirvió para que algunas ideas que estaban sueltas pudieran ser aclaradas. Por ejemplo:

Ingrid aunque es una estudiante introvertida tenía una duda con respecto a este sistema de numeración. Ella pregunta que por qué en este sistema de numeración solo utilizamos hasta el numero 4 y no utilizamos el numero 5, siendo que este es llamado sistema de numeración quinario. Inmediatamente otra estudiante contestó que porque dependiendo del sistema de numeración se trabaja con un dígito menos, que en base 10 se trabaja hasta el 9 y este como es base 5 entonces se trabaja hasta el 4.

Nosotros corregimos esta opinión diciendo que este sistema es llamado sistema de numeración quinario, no porque trabajemos con el número 5, sino porque trabajamos con 5 elementos: el 0, 1, 2, 3, 4. Igualmente para el sistema de numeración decimal es llamado de esta manera porque trabajamos con 10 elementos: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8,9.

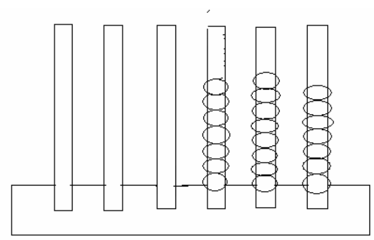
A continuación para generar un mejor ambiente de trabajo se desarrolló una actividad lúdica que consistió en jugar a que se vivía en un mundo donde solo existían los dígitos de esta base.

Para desarrollar este juego se empezó a contar del 0 al 100, teniendo en cuenta no nombrar los números que no pertenecían a esta base. Cada vez que un estudiante decía el número que le correspondía, debía representarlo en el Ábaco Abierto y en caso de equivocación debía pagar penitencia.

De los estudiantes que estamos analizando la única que se equivocó y nombró un número que no correspondía a esta base, fue Carolain, tal vez le faltó concentración o estaba nerviosa y dijo el número 15, pero por esta equivocación tuvo que pagar una penitencia que consistía en contar cierta cantidad de aros que le dábamos al azar. La penitencia fue lograda, pero esta estudiante se demoró más del tiempo estipulado para pagarla, tal vez porque hasta ahora se estaba familiarizando con este sistema de numeración.

Terminado este juego pedimos que formaran los mismos grupos de la clase anterior y representaran los números que aparecían a continuación.
Mientras los estudiantes realizaban esta actividad nosotros supervisábamos que representaran correctamente los números dados en la guía.

Debido al buen trabajo que tuvimos en las clases anteriores con el sistema de numeración decimal, los estudiantes no tuvieron ninguna dificultad para representar números en esta base, incluso en el punto donde debían escoger cual de los dibujos de los ábacos no pertenecía al sistema de numeración quinario, en general todos los estudiantes pudieron identificar inmediatamente que la respuesta era el siguiente dibujo.



Esta parte los estudiantes la realizaron incluso antes del tiempo estipulado, sin ninguna dificultad, por eso dimos paso a la lectura donde explicamos la suma y la resta en este sistema de numeración quinario.

La lectura se realizó de una forma antifonal, nosotros leíamos un párrafo y los estudiantes otro. El párrafo que le correspondía leer ya sea a los estudiantes o a nosotros debía también ser explicado.

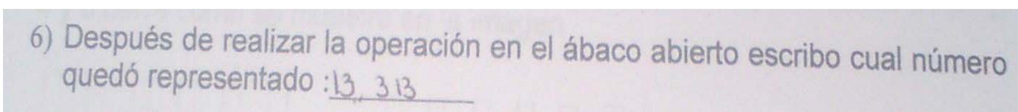
Debido a que el proceso para sumar y restar en este sistema es similar al anterior sistema de numeración decimal, los estudiantes no tuvieron dificultad alguna para entenderlo, pues comprendieron que en esta nueva base lo único que cambiaba era la manera de agrupar las fichas, pues ya no eran 10 sino 5 fichas; es decir cuando sumamos dos dígitos de números diferentes y se presenta el caso que al agruparlos para realizar esta operación, quedan mas de 4 aros, se deben retirar y remplazarlos por un aro en la siguiente varilla que representa un orden superior.

También la resta es similar al sistema de numeración visto, pues en caso de ser menor la cifra del minuendo que la del sustraendo, la cifra siguiente que representa un orden superior le presta 5 unidades.

Para revisar las respuestas de estas operaciones pedimos al azar a un estudiante de cada grupo que nos trajera la guía para revisarlas y luego otro compañero debía explicar un ejercicio.

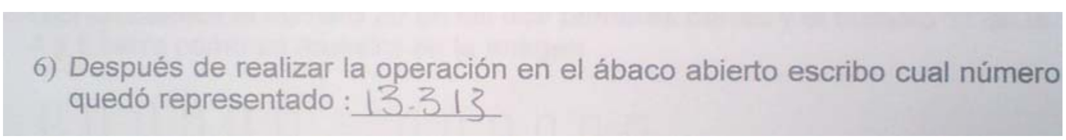
Una de las guías que revisamos fueron la de los siguientes estudiantes: Kimberly Shirley y Jonathan

Figura 29. Respuesta de Kimberly, guía utilicemos el ábaco para el sistema de numeración en base 5.


6) Después de realizar la operación en el ábaco abierto escribo cual número quedó representado : 13, 313

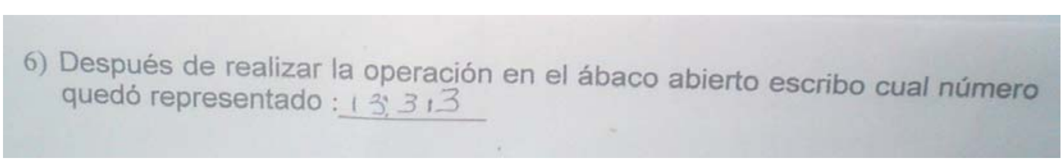
Fuente: los autores.

Figura 30. Respuesta de Shirley, guía utilicemos el ábaco para el sistema de numeración en base 5.


6) Después de realizar la operación en el ábaco abierto escribo cual número quedó representado : 13.313

Fuente: los autores.

Figura 31. Respuesta de Jonathan, guía utilicemos el ábaco para el sistema de numeración en base 5.


6) Después de realizar la operación en el ábaco abierto escribo cual número quedó representado : 13,313

Fuente: los autores.

Cada uno de estos de estos tres estudiantes, respondió correctamente estas operaciones utilizando el ábaco abierto.
Los demás estudiantes también coincidieron con estas respuestas, con lo que podemos intuir que un gran porcentaje de estudiantes entendió el proceso para sumar y restar utilizando esta herramienta.

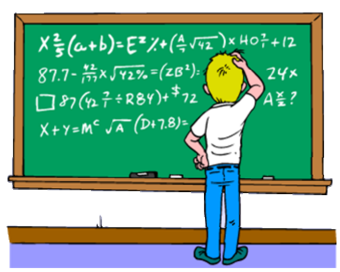
Finalizamos esta clase reforzando los temas vistos por medio de un juego, donde los estudiantes debían representar, sumar y restar números en base 5 utilizando el ábaco abierto.
En esta parte de la clase fue donde los estudiantes estuvieron más contentos, se veían más charladores del tema e incluso hacían apuestas entre ellos y ganaba el que más puntos hacia.

4.5 Guía: Ahora cambiemos de base numérica

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS
ESCUELA DE MATEMÁTICAS
SERVICIO SOCIAL EDUCATIVO TRABAJO DE GRADO II

Objetivo: Convertir números naturales de base 10 a cualquier otra base utilizando el ábaco abierto.

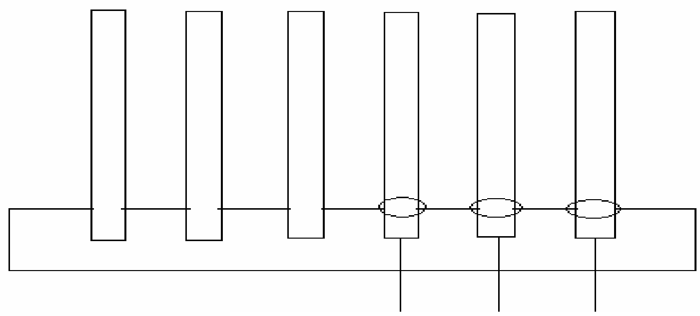
AHORA CAMBIEMOS DE BASE NUMÉRICA



Imaginemos que en nuestro mundo no utilizamos el sistema decimal para contar, es decir los números del 0 al 9 sino otra base numérica, por ejemplo base 4, esto quiere decir que en nuestro mundo imaginario solo existen los números 0, 1 , 2 , 3.

¿Pero como haríamos para representar números mayores como por ejemplo 13?

Así como en el sistema decimal contábamos 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9…y pasábamos a 10, es decir una decena y al completar 10 decenas decimos que es el numero 100. En el sistema en base 4 decimos 0,1,2,3… y pasamos a la segunda varilla una “ficha que vale cuatro unidades” por así llamarla, y cuando tengamos 4 “fichas que valen cuatro unidades” ponemos una ficha en la tercera varilla la cual es una “ficha que vale 16 unidades



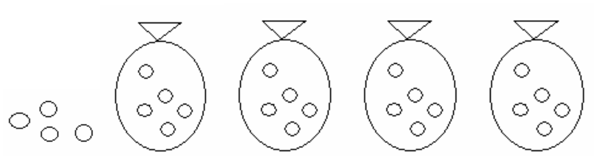
Ficha de 16-ficha de 4-ficha de 1 unidad

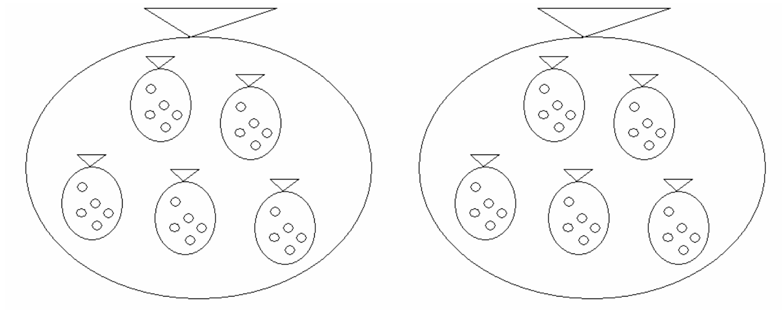
AHORA JUGUEMOS

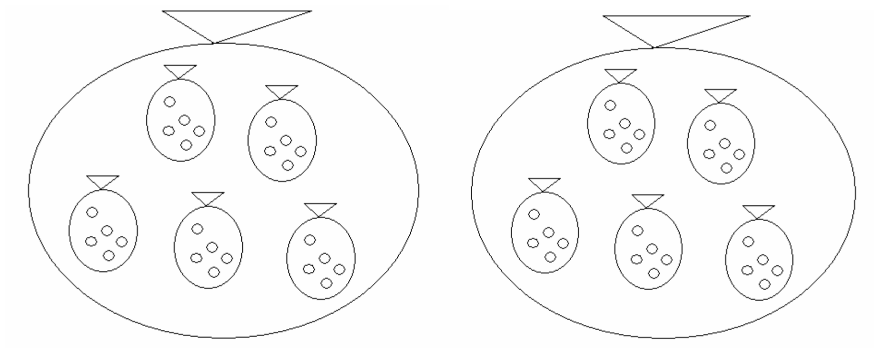
Para nuestro juego nos vamos a imaginar que solo tenemos los números del 0, 1, 2,3,4 es decir, base 5(porque tenemos 5 dígitos).

Queremos comprar ciertos productos pero tenemos que pagar la cantidad exacta de monedas por que el dueño de la tienda no tiene para darnos vueltos.

También debemos recordar que disponemos de lo siguiente y no podemos utilizar ni más monedas de las que nos dan, ni más paquetes, ni más bolsas grandes.







PRODUCTO	PRECIO
MUÑECO	18 MONEDAS
CARRO	22 MONEDAS
COFRE DE DULCES	29 MONEDAS
PATINES	37 MONEDAS
BALÓN	41 MONEDAS

¿Cuantas monedas, paquetes o bolsas grandes debo entregarle al tendero para que me de un muñeco y no tenga que darme vueltos?

Bolsas grandes	paquetes	monedas

¿Cuantas monedas, paquetes o bolsas grandes debo entregarle al tendero para que me de carro y no tenga que darme vueltos?

Bolsas grandes	paquetes	monedas

¿Cuantas monedas, paquetes o bolsas grandes debo entregarle al tendero para que me de un cofre de dulces y no tenga que darme vueltos?

Bolsas grandes	paquetes	monedas

¿Cuantas monedas, paquetes o bolsas grandes debo entregarle al tendero para que me de unos patines y no tenga que darme vueltos?

Bolsas grandes	paquetes	monedas

¿Cuantas monedas, paquetes o bolsas grandes debo entregarle al tendero para que me de un balón y no tenga que darme vueltos?

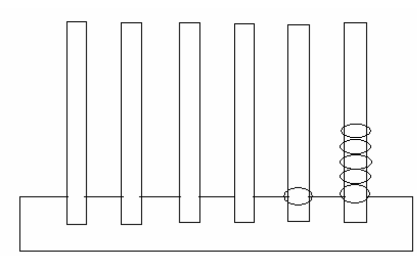
Bolsas grandes	paquetes	monedas

Ahora fíjate bien en los números que se forman en cada una de tus respuestas, y esos son los mismos números de los precios de los productos pero ahora no en base 10 sino en base 5.

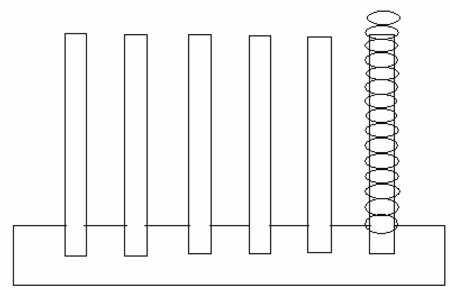
DE BASE 10 A BASE 2

Ahora miremos como cambiar de base 10 a base 2 con la ayuda del ábaco abierto.

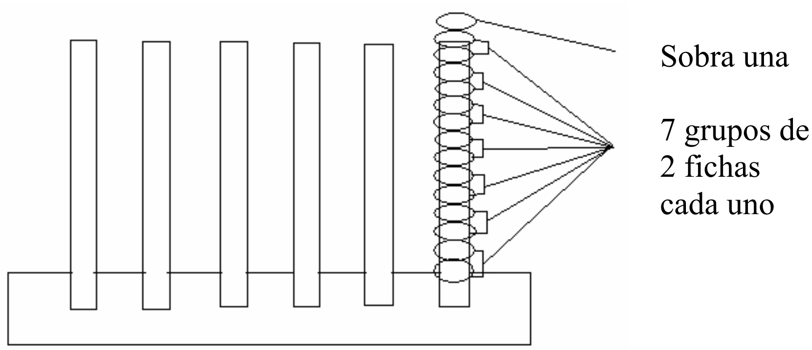
Si nos dan una cantidad en el ábaco por decir 15, que se representa así en base 10:



Lo que tenemos que hacer es fijarnos que tenemos una decena y 5 unidades y si pasamos la decena a la primera varilla nos quedan 15 fichas en esta.

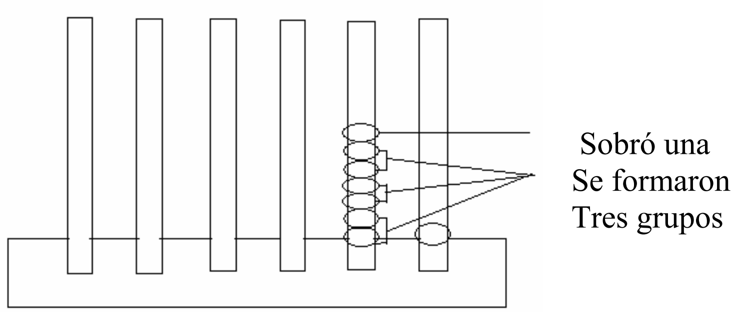


Ahora tenemos que hacer grupos de dos fichas y cada grupo lo sacamos y lo remplazamos por una ficha en la segunda varilla, en este caso se nos forman 7 grupos de dos fichas y nos sobra una, así:

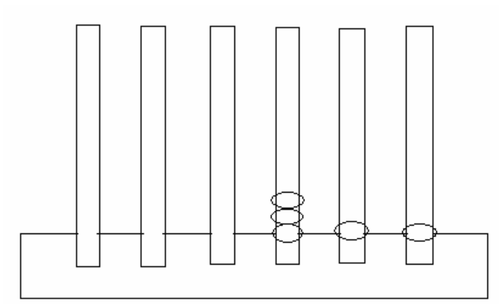


Y pasamos 7 fichas a la segunda varilla.

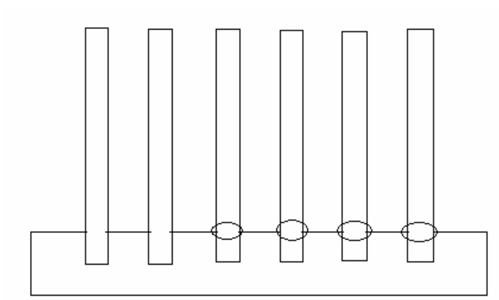
Ahora como en la segunda varilla nos quedaron 7 fichas, volvemos a hacer lo mismo, grupos de dos fichas y las sacamos remplazándolas por fichas en la tercera varilla, en este caso se nos forman 3 grupos y nos sobra una, así:



Y pasamos 3 fichas a la tercera varilla.



Ahora hacemos lo mismo en la tercera varilla y nos queda un grupo de dos fichas y nos sobra una, así:



Y así el numero 1111 es el numero 15 pero en base 2

AHORA PRUEBA LO QUE APRENDISTE

- Pasa el número 9 a base 2 ¿Qué número queda?

- pasa el número 13 a base 2 ¿Qué número queda?

- pasa el número11 a base 2 ¿Qué número queda?

¿Cómo crees que seria para pasar a base 3?

¿Hacer grupos de cuantas fichas?

- Pasa el número 7 a base 3 con la ayuda del ábaco ¿Qué número queda?

- Pasa el número 13 a base 3 con la ayuda del ábaco ¿Qué número queda?

- Pasa el número 9 a base 3 con la ayuda del ábaco ¿Qué número queda?

❖ ¿Cómo te pareció el proceso para cambiar de base?

Bueno	Regular	Malo

❖ ¿crees que es más fácil con la ayuda del ábaco? ¿Por qué?

Si	No

❖ ¿te fue útil la explicación del profesor? ¿Por qué?

Si	No

CONSULTA

❖ Averigua cómo es el proceso para dividir por medio del ábaco abierto.

4.5.1 ELABORACIÓN DE LA GUÍA AHORA CAMBIEMOS DE BASE NUMÉRICA

En esta guía se utilizó el ábaco abierto para facilitar por medio de la observación, el cambio de base 10 a otras bases.

El proceso consistía en hacer grupos de fichas según la base a la que la fuéramos a cambiar el número, es decir, si quisiéramos cambiar de base 10 a base 5 lo que tendríamos que hacer es representar el número en la primera varilla del ábaco únicamente y luego armar grupos de 5 fichas, teniendo en cuenta que por cada grupo que se forme lo sacamos y ponemos una ficha en la varilla siguiente, si al hacer esto, en la segunda varilla nos quedan más de 5 fichas repetimos el proceso.

A la hora de la explicación hicimos ver el anterior proceso como las reglas de un juego para que ellos no se sintieran con temor de no saber hacer las cosas, al contrario sintieron más deseos de aprender a dominar dichas reglas para así responder la guía antes que sus compañeros.

Para nosotros existía una especie de temor hacia el hecho de que por algún motivo se les fuera a dificultar este proceso de cambiar de base, pues este tema es algo que aún en la universidad a muchos estudiantes se les dificulta, pero nos llevamos una sorpresa al ver el dominio que tuvieron los estudiantes al manipular el ábaco para lograr cambiar de base, no se necesitó de mucho tiempo para que ellos solos, pudieran cambiar de base 10 a otras bases generalizando las reglas según la base a la que se les pedía cambiar.

En esta actividad nos llamó la atención Kimberly Bayona, pues realizaba las operaciones rápida y correctamente, ayudándole a su compañero de trabajo Jonathan Villamizar. Era la primera en responder todo y en contestarnos preguntas sueltas que no estaban en la guía sino que trataban de hacernos ver qué tanto tenían claro este proceso.

La guía en general se desarrollo en el tiempo indicado, los estudiantes estaban tan involucrados que organizaron una especie de competencia con sus compañeros de trabajo donde cada uno resolvía los ejercicios por aparte y al final miraban a cual de los dos le quedó bien.

4.5.2 EXPERIENCIA EN EL AULA

Comenzamos haciéndoles preguntas a los niños sobre por qué creen que nuestro sistema de numeración consta de 10 elementos y no de más o de menos, al principio todos se quedaron un buen rato pensando y no opinaban en voz alta, solo murmuraban entre ellos posibles respuestas pero ninguno se atrevía a asegurar una respuesta delante de todos los compañeros.

Hicimos muchas más preguntas como ¿con que aprendieron a contar?, unos opinaron que con ábacos, otros dijeron que haciendo rayitas o marquitas, pero otros dijeron que con la ayuda de los dedos, y que además de aprender a contar también aprendieron otras operaciones como la suma y la resta utilizando los dedos de sus manos; nosotros les mostramos que como los dedos de ambas manos son diez, podemos contar los objetos relativamente fácil asignando un dedo por objeto y llevando la cuenta de cuantas veces llenamos las manos, y por eso se llegó al convenio de trabajar con solo 10 elementos, es decir trabajar con base 10.

Pero ahora se hizo la pregunta de que si solo tuviéramos 4 dedos en cada mano, ¿que sistema de numeración o que base trabajaríamos? La gran mayoría contestaron rápidamente que sería un sistema en base 8 pero nos llamó la atención la respuesta de Astrid, una de los estudiantes, quien afirmó que desaparecerían los números 9 y 10, entonces le formulamos a ella la pregunta: y si desaparecen estos números, ¿Cuántos elementos o números hay del 0 al 8?, ella contestó con plena seguridad y casi sin pensarlo que 8 elementos, a lo que una de sus compañeras le respondió que eso no era así, que de 0 a 8 hay 9 elementos, el 0, el 1, el 2, el 3,el 4, el 5, el 6, el 7 y el 8.

Pero si es un sistema en base 8 ¿por qué tenemos 9 elementos?, al principio hubo mucha confusión, ninguno daba con la respuesta hasta que Kimberly afirmó que del 0 al 7 sí habían 8 elementos, y por lo tanto los números que desaparecerían si solo tuviéramos 8 dedos serían el 8 y el 9, la respuesta de Kimberly era la acertada, así al plantearles nuevas preguntas similares, ellos no dudaban en contestar correctamente, hasta Ingrid, otra de las niñas, generalizó diciendo que era muy sencillo, que para saber hasta que número se podía utilizar en las diferentes bases lo único que se debía hacer era restarle 1 al numero de la base, como por ejemplo: si es en base 6, se puede utilizar desde 0 hasta 5 (como es base 6, entonces 6-1 = 5). Para llegar a la respuesta correcta en esta situación vemos como se hizo fundamental el trabajo cooperativo, que como dice la teoría: [*]permite que cada alumno observe las estrategias, habilidades y técnicas de sus demás compañeros y las utilicen para resolver otras situaciones (En nuestro caso la generalización hecha por Ingrid).

Ahora entre ellos mismos surgían nuevas preguntas, Jonathan, se quedó pensando y la primera pregunta que nos hizo fue: ¿y cómo sería para representar números más grandes que el número de la base?, es decir, por ejemplo ¿en base 8, como podemos escribir o representar el numero 12 o el 9?

Para nosotros fue de gran asombro escuchar esta pregunta, pues a lo que queríamos llegar con las primeras preguntas era a esto, a que ellos se imaginaran como sería vivir en un mundo donde ya no se utilizara la base 10 sino cualquier otra base, y vieran la necesidad de pasar o cambiar los números que normalmente usamos a otra base.

---

[*] Ver en este mismo trabajo. Pág. 24. “Aprendizaje cooperativo: Resulados”.

Como para la anterior guía ya se habían dado ciertas reglas para trabajar base 5 en el ábaco abierto, lo que hicimos fue dar algunas indicaciones más para poder lograr cambiar de una base a otra.

Las indicaciones consistían en que cualquier número que se quiera cambiar de base 10 a otra base, se deben agarrar tantos aros como sea el numero que van a querer pasar y ponerlos todos en la primera varilla, luego se deben sacar grupos de fichas del número de la base a la que se quiere pasar y por cada grupo que se saque se pone un aro en la siguiente varilla. Así, si en esa varilla quedan muchas fichas y se pueden sacar mas grupos como en la anterior varilla, se sacan y nuevamente por cada grupo se pone un aro en la tercera varilla.

Hay que aclarar que esta explicación se hizo con un ejemplo y con un ábaco que nosotros íbamos manejando a medida que dábamos las indicaciones, así mientras nosotros hacíamos esto, ellos lo iban haciendo en sus ábacos.
Esto no se les dificultó mucho ya que para las guías anteriores se seguían indicaciones muy similares y cada vez que explicábamos cosas nuevas tratábamos de relacionarlas con lo que ya habíamos visto, por ejemplo les recordábamos que para base 10 cada vez que teníamos 10 fichas en cualquier varilla, las retirábamos y las remplazábamos por una sola ficha en la siguiente varilla, y pues ahora en nuestro caso ya no seria cada vez que tengamos 10 fichas en una varilla sino cada vez que tengamos el numero de fichas como sea el número de la base en la que trabajemos. Esto lo hacíamos para que ellos como dice la teoría sobre el aprendizaje significativo: [*]encuentren un significado lógico a la nueva información para

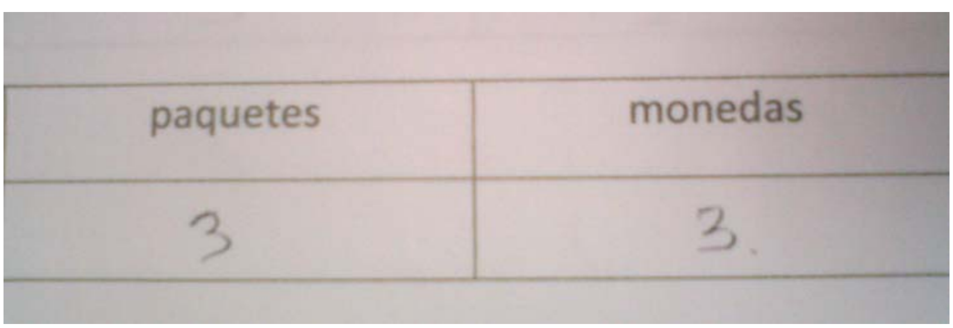
[*] Ver en este mismo trabajo. Pág. 18. “requisitos para el aprendizaje significativo”.

que esta pueda ser relacionable de forma intencional y sustancial con las ideas correspondientes y pertinentes que se hallan disponibles en la estructura cognitiva del alumno.

Cuando terminamos la explicación repartimos las guías para que cada uno la trabajara individualmente; el primer ejercicio al que se veían enfrentados era un juego en el cual debían pagar por algunos juguetes con algunas monedas o bolsas de monedas, con la única condición de que al momento de pagar no tengan que recibir vueltos, es decir que deben pagar con las bolsas y las monedas exactas.

La primera en resolver este juego fue Shirley, le preguntamos cómo hizo para resolver esto y dijo que ella para el primer punto, en el que tenía que pagar por un muñeco 18 monedas lo que hizo fue tomar 3 bolsas de 5 monedas con las que completaba 15 y agarrar tres monedas sueltas para un total de 18.

Figura 32. Respuesta de Shirley, guía cambiemos de base numérica.



paquetes	monedas
3	3.

Fuente: los autores.

Los demás alumnos coincidieron en la respuesta y no tuvieron mayor dificultad en este juego, al contrario nos pidieron que si podíamos darle precios de nuevos artículos para que ellos nos contestaran con cuantas monedas o bolsas debían pagar; Así que le preguntamos a una de las mas tímidas, a Ingrid que con cuanto pagaría una camisa de 31 monedas, ella sin pensarlo muy bien y por el afán de que alguno de sus compañeros se le adelantara contesto que con 6 bolsas de 5 monedas para tener 30 monedas y una moneda suelta para un total de 31. Kimberly al escuchar esto dijo muy segura que esa no era la respuesta por que no podía pagar con mas de 4 bolsas, que lo que tenía que hacer era agarrar una bolsa grande de 25 monedas, una bolsa pequeña de 5 monedas y una sola moneda de las sueltas para un total de 31.

Esta respuesta era la correcta, pero Ingrid al ver la respuesta de Kimberly afirmó que en su respuesta lo único que tenia que hacer era cambiar 5 de sus 6 bolsas por una bolsa grande y así su respuesta sería la misma que la de su compañera. Esto sonaba muy parecido a las reglas del ábaco en las que nos decían que para cada base no pueden haber más elementos del número de la base en cada varilla.

Esta situación nos dio la oportunidad de explicar este mismo juego pero ahora utilizando el ábaco, pusimos las 31 fichas en la primera varilla y preguntamos de a cuantas fichas debíamos agrupar para cambiar a base 5, la respuesta fue inmediata. Todos estuvieron de acuerdo en que se tendrían que sacar grupos de 5 y por cada grupo que sacáramos pondríamos una ficha en la segunda varilla, quedando en este caso 6 fichas en la segunda varilla y 1 sola en la primera. Hasta ahí, esa era la respuesta de Ingrid, pero había algo que faltaba, y era que en esa segunda varilla tampoco podrían estar 5 o más fichas, entonces habría necesidad de sacar nuevamente un grupo de 5 y poner 1 ficha en la tercera varilla, quedando una ficha en la tercer varilla, una en la segunda y una en la primera.

Cuando terminaron de resolver el juego les explicamos que este proceso que hicimos con el ábaco, es lo que llamamos cambio de base y que el número que quedaba representaba ese número que al principio nos daban en base 10.

Los siguientes ejercicios eran similares, consistían en cambiar varios números de base 10 a otras bases con la ayuda del ábaco abierto. A los estudiantes se les facilitó hacer esto y comentaban entre ellos que cuando vieron este tema se les dificultó más y que no se imaginaban que fuera tan sencillo como hacer grupos y ya.

El desarrollo de esta guía fue en el tiempo planeado, los estudiantes se comprometieron tanto en hacer las cosas bien que hicieron que la clase fuera muy agradable y dinámica.

4.6 Guía: Trabajemos otra base

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIASESCUELA DE MATEMÁTICAS
SERVICIO SOCIAL EDUCATIVO
TRABAJO DE GRADO II

TRABAJEMOS OTRA BASE

Objetivo: representar números en otras bases, hacer operaciones (suma y resta) y hacer conversiones de base.

Para representar un número en cualquier base en el ábaco abierto, debemos tener en cuenta primero qué base es, y así darnos cuenta cuántos elementos o fichas están permitidos en cada varilla. Por ejemplo si vamos a trabajar en base dos solo pueden estar dos elementos que son o la varilla vacía que representa el cero o una ficha que representa el numero uno; no puede haber más de una ficha por varilla. De la misma manera para base tres no están permitidos más de tres elementos, el cero, el 1 y el 2 (0 fichas, una ficha o 2 fichas). Recordemos que el 0 está presente en todas las bases y que en el ábaco se representa con la varilla vacía.

Trabajemos en base 4, lo que quiere decir que solo podemos tener en el ábaco 0 fichas, una ficha, dos fichas o tres fichas.

Cuando tengamos 4 fichas, las sacamos y las remplazamos por una ficha en la siguiente varilla, al completar 4 en esta segunda varilla, las sacamos y ponemos una en reemplazo de estas en la tercera varilla, y así sucesivamente.

Es decir:

- una ficha en la segunda varilla representa 4 fichas de la primera.
- una ficha en la tercera varilla representa 4 fichas de la segunda o 16 fichas en la primera.
- una ficha en la cuarta varilla representa 4 fichas en la tercera varilla o 16 de la segunda varilla o 64 de la primera.

SUMEMOS EN BASE 4

Hacemos el mismo proceso que utilizamos en base 10 y en base 5 vistos en las guías anteriores pero recordando que en este caso no pueden haber más de tres elementos en cada varilla.

- ❖ 33 +211
- ❖ 322+213
- ❖ 123+313
- ❖ 1113+2213

RESTEMOS EN BASE 4

Hacemos el mismo proceso que utilizamos en base 10 y en base 5 vistos en las guías anteriores pero recordando que si la cifra del minuendo es menor a la cifra del sustraendo, quitamos una ficha de la varilla siguiente y ponemos 4 en la cifra que vamos a restar.

- ❖ 3233-222
- ❖ 2233-1311
- ❖ 1233-123
- ❖ 321-31

Recuerda lo visto en la guía anterior y responde:

¿Cómo haríamos para pasar el número 9 en base 10 a base 4?

¿De cuántas fichas haríamos grupos?

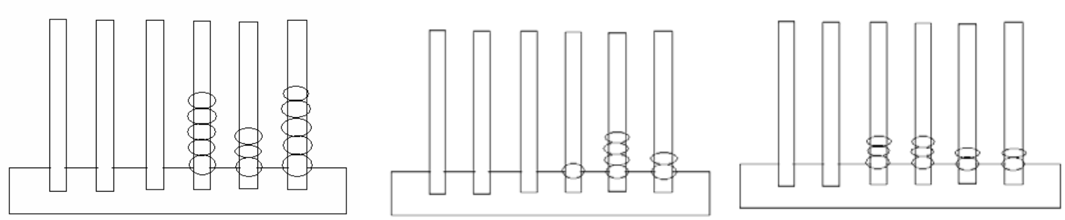
Pasa los siguientes números a base 4:

a) 9 b) 12

c) 15 d) 16

e) 8 f) 6

¿Cuáles de las siguientes representaciones en el ábaco no son de base 4? márcalas con una X



¿Te pareció útil trabajar con tu compañero para resolver esta guía?¿por qué?

SI	NO

¿Te pareció útil trabajar con la ayuda del ábaco?

SI	NO

4.6.1 ELABORACIÓN GUÍA TRABAJEMOS OTRA BASE

En esta actividad se trabajó todo lo anterior pero en base 4, es decir una guía donde ellos pudieran hacer operaciones de suma y resta y cambio de base.

Gracias a la práctica que desarrollaron en las actividades anteriores con el manejo del ábaco, los estudiantes no encontraron muchas dificultades y lograron comprender muchas cosa en operaciones como la resta, donde al ser la cifra del minuendo menor que la cifra correspondiente del sustraendo, ya no le prestan 10 sino 4, y que al sumar ya no se hacen grupos de 10 sino de 4; También lograron comprender en que consiste trabajar cada base y cuantos elementos son permitidos para cada una de las diferentes bases. Lo anterior nos confirma que para darse un aprendizaje [*]es necesario la interacción de materiales concretos que les permita ver lo que realmente sucede en los distintos procesos que llevan a cabo al resolver problemas y así tener las bases necesarias para aprendizajes futuros.

Esta guía consistía en aplicar todo lo visto anteriormente, todas las reglas y las operaciones, pero en una nueva base como es base 4, esta actividad resumía el trabajo de las anteriores y nos permitirían ver qué tanto comprendieron de lo visto.

Argumentaba sus respuestas y le corregía a sus compañeros los pasos en los que estuvieron. Para nosotros fue de gran agrado ver las respuestas de cada niño y ver como cada uno acertaba en las diferentes preguntas, evidenciando con esto, que en realidad lograron un aprendizaje significativo que les serviría para otros temas.

[*] Ver en este mismo trabajo. Pág. 26. “Trabajo con material concreto”.

La guía se desarrolló en menos tiempo del pronosticado debido a la facilidad que tienen los niños cuando manipulan material concreto para hacer operaciones, todos coincidieron en que con la ayuda del ábaco es mucho mas fácil trabajar matemáticas y es mucho mas entretenido que hacer operaciones con lápiz y papel

4.6.2 EXPERIENCIA EN EL AULA

Esta clase la comenzamos preguntando quien había hecho la consulta que se dejó en la actividad pasada, la cual consistía en averiguar cómo es el proceso de división con el ábaco abierto. Solo Ingrid realizó la consulta pero al momento que le dijimos que pasara y nos explicara qué había entendido sobre este proceso, se puso nerviosa y nos dijo que iba tratar de explicar lo que más o menos había entendido.

Comenzó por representar en el ábaco abierto el número 618 para dividirlo en 3, ella decía que se empezaba a dividir desde la izquierda hasta la derecha, es decir, primero dividiría el 6 en 3 y eso le daba dos, así que dejaba en la tercer varilla solo dos fichas; ahora, en la segunda solo hay una ficha y por lo tanto no se puede dividir entre 3 , entonces lo que hacía era pasar esa ficha de la segunda varilla a la primera, pero recordando que esa ficha valía 10 si la pasamos a la primera, quedando 18 fichas en la primera varilla y ninguna ficha en la segunda; luego, dividía 18 en 3, es decir hacia grupitos de tres fichas y así le saldrían 6 grupos exactos, quedando como resultado 2 fichas en la tercer varilla , 0 fichas en la segunda y 6 en la tercera, es decir, 206 que es la respuesta a 618 dividido en 3.

Ingrid explicó correctamente la consulta pero queríamos saber si a sus compañeros les había quedado claro; entonces les pusimos a dividir 160 en 5 utilizando el ábaco.

La primera en terminar fue Kimberly, quien sin esperar que sus compañeros terminara nos llamó y nos dijo que la respuesta era 32, sin embargo Jonathan insistía en que no le daba esa respuesta, pues le daba 12, pero que él sabia que estaba mal por que al hacerla con lápiz y papel le daba la misma respuesta que a Kimberly.
Nosotros insistimos en que repitiera el proceso que hizo para llegar a esa solución, pero delante de nosotros y de sus compañeros, para tratar de encontrar en donde esta el error.

Entonces comenzó por representar el 160 en el ábaco y decir que como el 1 no se puede dividir entre 5 entonces pasaba esa ficha a la segunda varilla, quedando en esta 7 fichas las cuales si se podían dividir, quedando una ficha en la segunda varilla y pasando dos a la primera, y como dos no se puede dividir entre 5, entonces la dejaba así y su respuesta sería 12. Mientras Jonathan explicaba varios de sus compañeros ya sabían por que le había quedado mal, pero insistimos en que lo dejaran terminar su explicación.

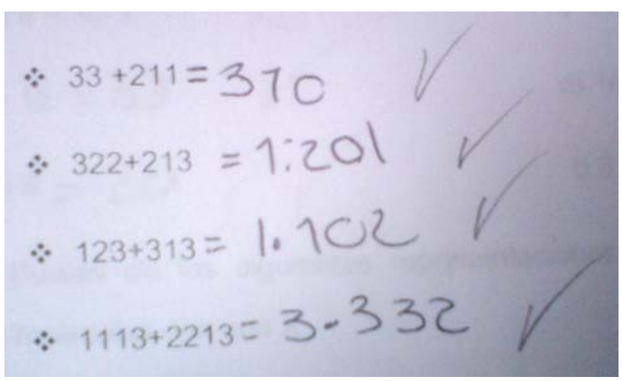
Kimberly quiso pasar adelante y explicar en donde estuvo el error. Ella comentó que Jonathan se equivocó al pasar las fichas de una varilla a la otra, ya que no se acordó que cuando se pasa una ficha a la siguiente varilla, no se pasa una sola ficha sino 10, y que si lo hace de esta manera, si le da la respuesta correcta que es 32.

Una vez revisada la consulta repartimos la guía: TRABAJEMOS OTRA BASE, en la cual queríamos que los estudiantes pusieran en práctica todo lo visto en las anteriores guías pero trabajando solo en base 4, es decir, queríamos que representaran números, que sumaran y restaran en base 4 y que cambiaran de base 10 a esta base.

En esta guía como en las anteriores hicimos una breve explicación con el fin de que si no recordaban algo, pudieran leer y tener herramientas para poderla desarrollar. En el primer punto se solicitaba resolver algunas sumas en base 4, se pedía sumar 33 +211, en estas sumas no hubo mayor dificultad. Carolain resolvió esta suma diciendo que lo único que tocaba hacer era pasar las fichas de las unidades con las de las unidades, las de las decenas con las de las decenas y las de las centenas con centenas, y tener en cuenta que donde quedaran 4 o mas fichas se sacaban grupos de 4 y se ponía una ficha como reemplazo en la varilla siguiente a la izquierda, ya que estamos trabajando en base 4.

Ninguno tuvo dificultad en este punto, pasaron a resolver las siguientes sumas Shirley, Ingrid y Kimberly sin ningún inconveniente.

Figura 33. Respuestas de Ingrid, guía trabajemos otra base.

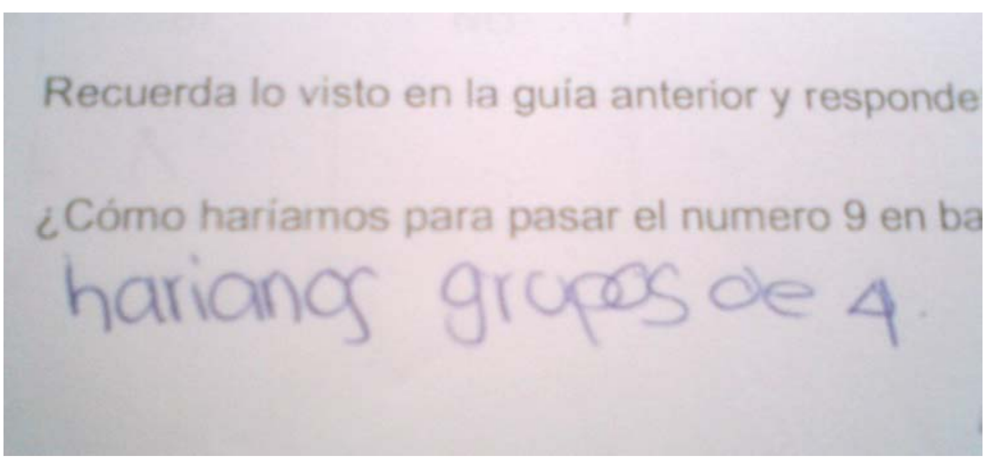


Fuente: los autores.

Algunos presentaron dificultad en el siguiente punto cuando se les pedía resolver restas en base 4, se equivocaron cuando las cifras del minuendo eran menores a sus respectivas cifras en el sustraendo pues no sabían que hacer o pasaban mal las fichas de una varilla a la otra como fue el caso de Shirley quien al resolver la resta 2233- 1311 puso como resultado 922, evidenciando que al pasar la ficha de la cuarta varilla a la tercera lo que hizo fue pasar 10 fichas y no 4 como debería ser ya que estamos en base 4.
Lo siguiente en la guía eran dos preguntas en las que se les pedía escribir como harían para pasar un número en base 10 a base 4 utilizando el ábaco abierto. Lo que pretendíamos era que ellos con sus propias palabras describieran el método que utilizamos en guías anteriores y de esta manera poder ver que tan claro había quedado dicho proceso.

Cada uno escribió de manera diferente como hizo para pasar el número 9 a base 4 (algunos más claro que otros), pero todos con la misma idea de hacer grupos de 4 en la primera varilla y sacar cada grupo remplazándolo por una ficha en la segunda varilla.

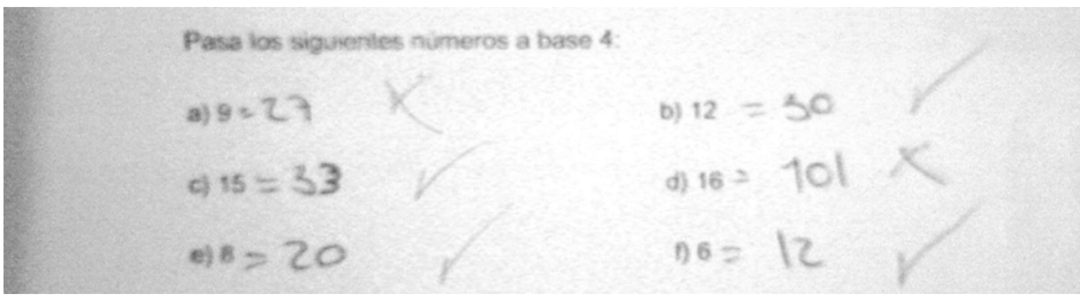
Figura 34. Respuesta de Jonathan, guía trabajemos otra base.



Fuente: Los autores.

A continuación les pedíamos pasar varios números que estaban en base 10 a base 4 con la ayuda del ábaco abierto, En general a todos les fue bien, solo Carolain e Ingrid se equivocaron en dos de los 6 puntos, en el de pasar 9 y 16 a base 4.

Figura 35. Respuestas de Carolain, guía trabajemos otra base.



Fuente: los autores

Ellas afirmaban que 9 en base 4 era 27 lo cual para ninguno de sus compañeros tenia lógica, ya que como lo afirmaba Jonathan, cuando trabajamos en base 4 no pueden haber ni 4, ni más fichas en ninguna de las varillas, por lo tanto 27 no esta base 4.

Jonathan decía que la respuesta es 21 y no 27 ya que con 9 fichas podemos hacer 2 grupos de 4 fichas y nos sobra una, dando como respuesta el numero 21, el cual si estaba en base 4 por que en ninguna de las varillas habían mas de 3 fichas.

En el punto de pasar 16 a base 4 ellas pusieron como respuesta 101, pero los demás compañeros no estaban de acuerdo, ellos afirmaban que la

respuesta era 100. Nosotros les preguntamos que por qué no podía ser 101 si ese número también estaba en base 4 puesto que no habían mas de 3 fichas en ninguna varilla, por un momento se quedaron callados y hasta volvieron a hacer el cambio de base en sus ábacos para estar completamente seguros de que estaban en lo cierto; Al poco tiempo Shirley levantó la mano y dijo que quería explicar como lo había hecho ella.
Shirley explico sin la ayuda del ábaco que si dividimos 16 en grupos de 4, nos da 4 grupos y no nos sobra nada, quedando como resultado el número 40, pero como no puede estar el número 4, entonces dividía 4 entre 4 y eso le daba 1 y le sobraba 0 quedando el número 100 como resultado.

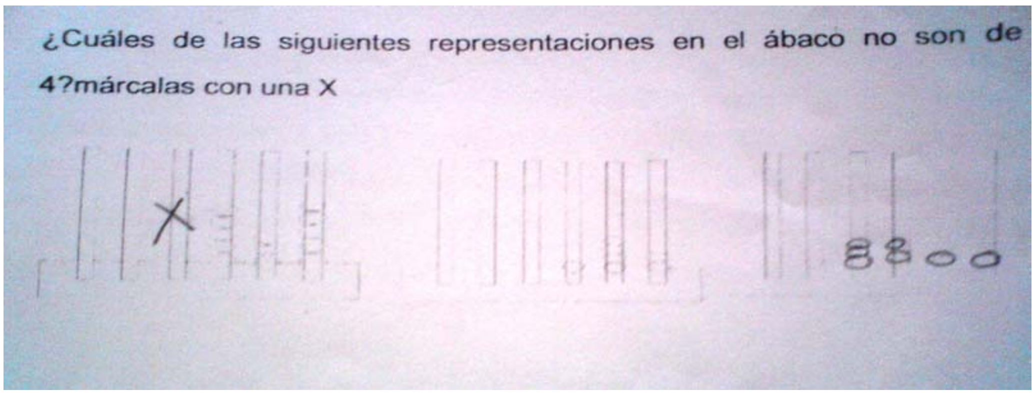
Nuestra primera impresión al escuchar la forma como lo explicaba Shirley fue de asombro, ya que hablaba como si tuviera el ábaco pintado en su mente, es decir, estaba pasando de usar material concreto, a crear estructuras mentales que le permitían ya no depender de materiales palpables para llegar a una respuesta acertada. Como habla ausubel en sus escritos sobre aprendizaje significativo, [*]es necesario en primer lugar lograr un aprendizaje de representaciones con el cual el alumno pueda atribuirle significados a los símbolos o a materiales palpables para así pasar a un pensamiento abstracto.

Aunque la respuesta de Shirley era correcta, ni Ingrid ni Carolain terminaban de comprender en donde estaba su error, así que utilizamos el ábaco delante de todos para explicar paso por paso el cambio de base 10 a base 4 del número 16.
El último punto de nuestra guía consistía en identificar entre varias gráficas de representaciones de números en el ábaco abierto, cual de ellas no podía

[*] Ver en este mismo trabajo. Pág. 20. “Aprendizaje de representaciones”.

pertenecer a la representación de un número en base 4. Todos los estudiantes coincidieron en la misma gráfica ya que en ella en dos de las varillas habían 4 o más fichas.

Figura 36. Respuesta de Astrid, guía trabajemos otra base.



El desarrollo de esta guía se llevó a cabo en el tiempo planeado pese a haber utilizado parte de la clase explicando y resolviendo la consulta puesta en la clase anterior. Los estudiantes se mostraron animados y comprometidos con la clase, haciendo que los puntos de la guía se pudieran resolver de una manera ágil y dinámica.

4.7 PRUEBA FINAL

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS
ESCUELA DE MATEMÁTICAS
SERVICIO SOCIAL EDUCATIVO TRABAJO DE GRADO II

Objetivo: Identificar las características de los sistemas de numeración en base 4, 5,10 para realizar conversiones, problemas de aplicación y resolver operaciones de suma y resta

- Para base 10: El digito 2 en 12345 en que posición está?

De la siguiente operación cuando sumamos 6 + 4 ponemos 0 y llevamos 1, ¿Cuántas unidades representa ese 1 que llevamos?

$$\begin{array}{r}
1 \\
46 \\
+\;54 \\
\hline
100
\end{array}$$

- Realiza la siguiente suma y resta en base 10

98456 + 6743 =

8874 – 2835 =

- Realiza la siguiente suma y resta en base 5

4322 +1322

3321 – 421

- Realiza la siguiente suma y resta en base 4

3221 + 22221

333111- 2132

- Convierte los siguientes números de base 10 a la base indicada

a. 59 a base 5: __________
b. 64 a base 4: _________
c. 37 a base 5: _________
d. 72 a base 4: _________

- Mario vive en un mundo donde solo se trabajan los siguientes dígitos: 0,1,2,3,4, es decir vive en un mundo en base ______ .El quiere que le ayudes a resolver la siguiente situación:

El tiene 43 mazorcas para desgranar.
En la tarde desgrana 34

¿Cuántas mazorcas le falta desgranar?

Rta: __________________

- ¿Te pareció difícil resolver los anteriores ejercicios en distintas bases?

  Si____ no___

  ¿Por qué?

  ____

  ____
  __

- ¿Durante las actividades desarrolladas necesitaste la ayuda de tus compañeros para resolver algún ejercicio?

  Si___ no___

- ¿Cómo calificas la influencia de los docentes durante las actividades trabajadas?

  Buena____ regular______ mala____

4.7.1 ELABORACIÓN DE PRUEBA FINAL

Esta prueba fue diseñada con el fin de observar si los estudiantes tuvieron una mejoría respecto a la prueba diagnóstica, es decir, queríamos comparar los avances obtenidos antes y después de utilizar el ábaco abierto y así poder ver si su nivel de comprensión en estos sistemas de numeración y los conceptos básicos de la aritmética habían mejorado notoriamente.

Para esto hicimos una recopilación de todo lo que habíamos trabajado durante las actividades: Sistema de numeración (decimal, quinario y otra base) con las operaciones básicas de suma y resta, donde los estudiantes debían resolver cada ejercicio sin la ayuda del ábaco abierto.

Quisimos que trabajaran de esta manera, ya que la idea de la utilización del ábaco abierto era que les sirviera como mediador para que comprendieran los procesos y pudieran resolver operaciones, mostrando un mayor dominio de los sistemas de numeración y un avance en sus estructuras mentales que les permitiera poder enfrentarse a nuevos temas.

La idea fundamental de esta prueba final era ver como se desenvolvían los estudiantes sin la ayuda del ábaco abierto, ahora que ya tenían ciertas bases y nociones sobre las ideas fundamentales de lo que encierra trabajar en bases distintas a la base 10. Se esperaba que dichas nociones hubieran quedado claras después de trabajar las guías anteriores con las representaciones concretas hechas en el ábaco abierto, ya que con este material los estudiantes podían ver realmente lo que sucede en las operaciones de suma cuando decimos que se lleva una y en la resta cuando decimos que una cifra le presta a la otra.

4.7.2 EXPERIENCIA EN EL AULA

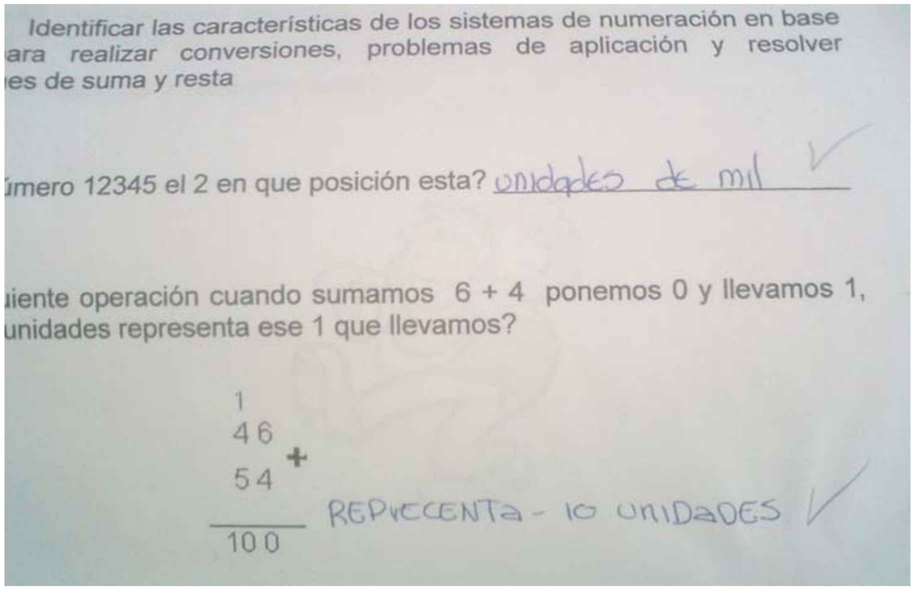
Para esta última clase no llevamos los ábacos, únicamente las guías. La primera impresión de los estudiantes fue de asombro y de desilusión pues estaban tan entusiasmados con utilizar el ábaco para hacer los ejercicios de las guías que se mostraron sin muchas ganas de trabajar.

Nosotros les explicamos que esta última guía sería sin el ábaco ya que este ya nos había servido y nos había aclarado muchas de las cosas que aparecerían en esta última prueba, así que no era necesario utilizarlo si no recordar las explicaciones y tratar de imaginarnos los procesos que hacíamos para resolver los ejercicios de las anteriores guías con el ábaco abierto y responder a las preguntas.

Los tres primeros puntos de la prueba eran muy similares a los de la prueba diagnóstica. Queríamos ver si ahora ya se tenía mas claridad en estos puntos en los que se debía saber qué valor tomaban los números según la posición en que se encuentren en el sistema decimal y qué pasa cuando en la suma llevamos un número a la siguiente cifra o en la resta cuando prestamos de una cifra a la otra.

En estos puntos ninguno se equivocó, todos respondieron correctamente haciendo la suma y la resta sin ninguna dificultad.

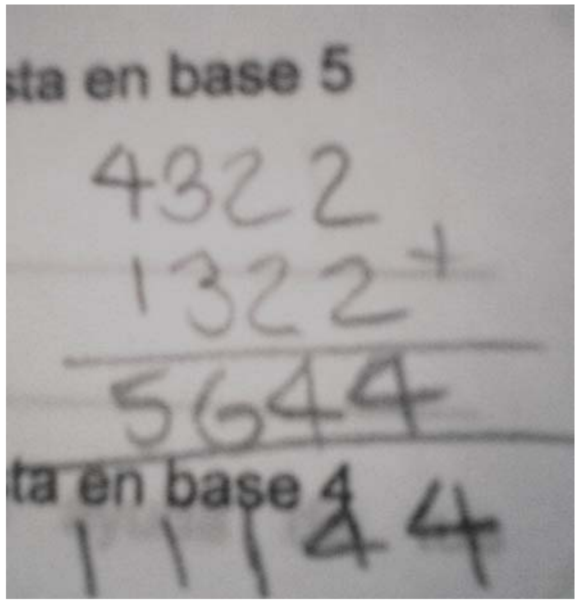
Figura 37. Respuestas de Shirley, prueba final.



Fuente: los autores.

Los siguientes dos puntos consistían en realizar algunas sumas y restas en base 5 y base 4, aquí vimos como Jonathan resolvía estos puntos de una manera ingeniosa, el sumaba y restaba primero normalmente como si lo estuviera haciendo en base 10 y luego aplicaba la norma de que para base 5 no podían estar ni el 5 ni números mayores a este en el resultado. Asi que donde tuviera un número que no cumpliera esto el sacaba grupos de 5 y dejaba lo que sobrara ahí y pasaba 1 a la siguiente cifra, así:

Figura 38. Respuesta de Jonathan, prueba final.

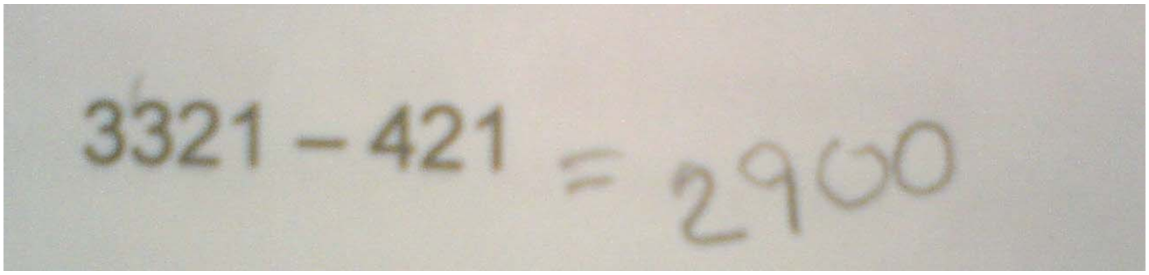


Fuente: Los autores

Nos llamó la atención su forma de resolver estos puntos ya que aplicó la idea como si estuviera haciendo las sumas y las restas con el ábaco, dejándonos ver que se apropió de las explicaciones dadas en las clases anteriores.

Astrid respondió correctamente las sumas pero a la hora de hacer las restas las respondió como si estuviéramos trabajando en base 10, olvidando que en base 5 o base 4 cuando prestamos una cifra, en realidad estamos pasando 5 o 4 unidades respectivamente.

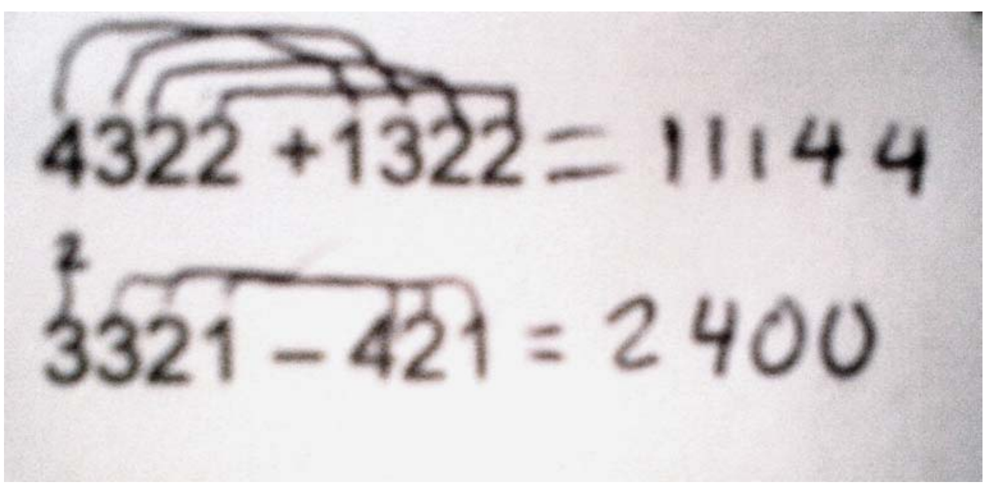
Figura 39. Respuesta de Astrid, prueba final.



Fuente: los autores

Kimberly respondió los dos puntos correctamente utilizando otra forma para resolverlos. Ella unía las cifras llevando cuentas mentales para saber que número poner como respuesta, así:

Figura 40. Respuestas de Kimberly, prueba final.

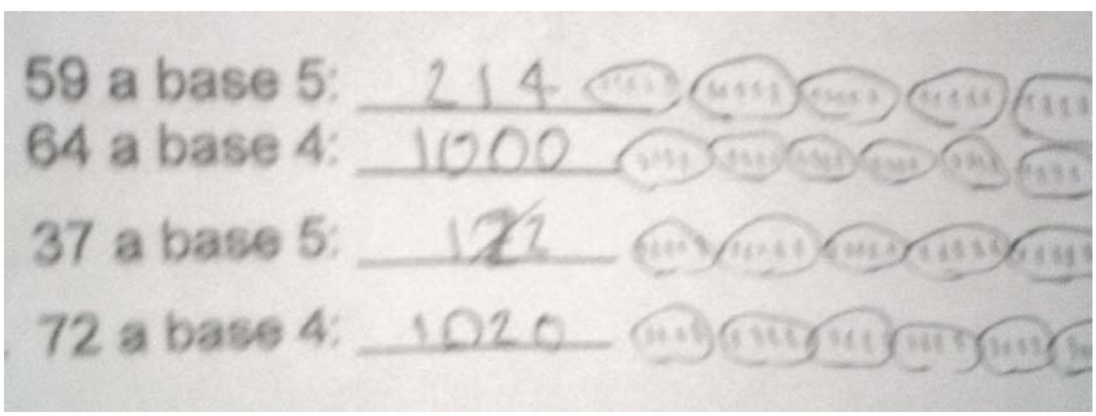


Fuente: Los autores

Durante todas las actividades realizadas, Kimberly se destacó por ser una de las niñas que más analizaba a la hora de resolver los ejercicios. Esto lo confirmó en la prueba final ya que logró hacer operaciones mentales que le permitieron llegar a la respuesta correcta.

El siguiente punto consistía en cambiar varios números de base 10 a otras bases. En esta prueba solo Ingrid y Kimberly pudieron resolver todos los ejercicios correctamente. Ellas tomaban el número en base 10 y hacían grupos según la base a la que fueran a pasar, dejando lo que sobraba aparte y la cantidad de grupos aparte, luego repetían esto con la cantidad de grupos que les había dado anteriormente y así llegaban a la respuesta
Esta es la prueba de Ingrid, en donde podemos ver como formaba los grupos:

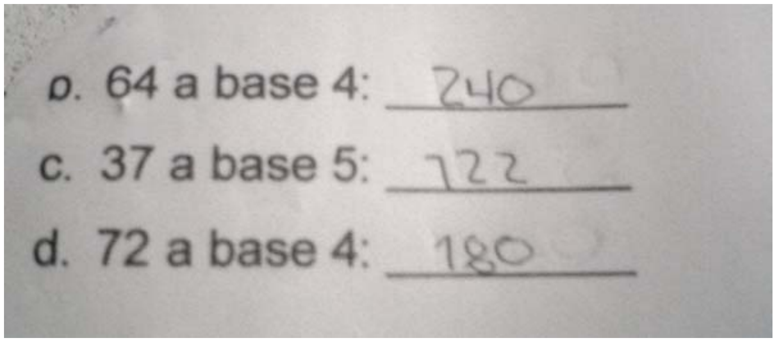
Figura 41. Respuestas de Ingrid, prueba final.



Fuente: Los autores.

Los demás estudiantes fallaron en algunos ejercicios ya que los dejaban a medias, es decir, hacían grupos y dejaban aparte lo que les sobraba, pero no se percataban de que si la cantidad de grupos que les salía era mayor a la base, se tendría que repetir el proceso anterior de hacer grupos.

Figura 42. Respuestas de Carolain, prueba final.



Fuente: los autores.

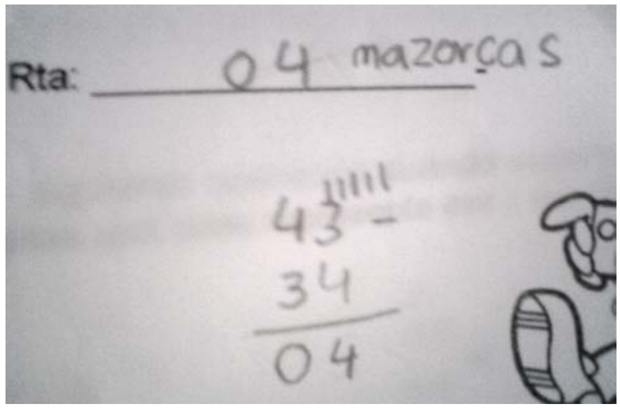
Estas respuestas resultan alentadoras por que nos dejan ver que tienen la idea de cómo hacerlo, y que tal vez por la prisa de terminar primero y ser los mejores, no se fijaron en que aún no habían terminado completamente el ejercicio

El último punto de la guía era un problema en el cual los estudiantes tenían que imaginarse en un mundo en el que solo tienen el 0, el 1, el 2, el 3 y el 4. Y resolver un problema en donde tenían que hacer una resta.

Lo primero que debían hacer era identificar la base de la que se está hablando. En ello no hubo problema, todos contestaron que se estaba hablando de base 5 ya que había 5 dígitos.

En este problema nos llamó la atención la respuesta de Astrid, ya que aquí si resolvió correctamente la resta y no como en un punto anterior. Ella colocó encima de la primera cifra del minuendo unas rayitas que indicaban lo que la cifra de la izquierda le prestaba, y así podía resolver la resta en base 5.

Figura 43. Respuesta de Astrid, prueba final.



Fuente: los autores.

No sabemos si fue por que en este punto la resta era mas corta o si fue por que acá si tenía completamente claro lo que pasa al prestar en otra base, pero se puede observar que ella tomo la idea del ábaco y representó con rayitas lo que en el ábaco hacíamos con aros, logrando responder correctamente la situación del problema. Con esto vemos como ella logra una conexión con lo concreto permitiéndole no depender ya de lo palmable y como dice Ron Davis no automatizar procedimientos si no hacer un razonamiento para llegar a una respuesta correcta[*].

El resto de estudiantes también respondieron correctamente este problema y en general todos terminaron antes del tiempo determinado para la Prueba Final.

[*] Ver en este mismo trabajo. Pág. 25. “Trabajo con material concreto”

5. CONCLUSIONES

- En nuestro compromiso por enseñarles a los niños y niñas de sexto grado de la Institución Educativa Las Américas de la ciudad de Bucaramanga, el uso del ábaco en operaciones como la suma y resta en base 10, 5 y 4, y la conversión entre diferentes bases, encontramos que el uso de este material concreto junto con el aprendizaje corporativo a través del trabajo en grupo, se convirtió en una estrategia adecuada que funcionó en el proceso de enseñanza- aprendizaje, permitiendo que los estudiantes analizaran y pudieran comprender realmente los procesos que se llevan a cabo cuando hacemos operaciones en cualquier sistema de numeración.

- El Proyecto permitió establecer como recomendación, que para llegar a los estudiantes de una manera efectiva y que estos consideren las matemáticas como una clase amena donde comprendan realmente los conceptos, es de gran utilidad diseñar actividades en las que ellos puedan manipular herramientas y resolverlas en un ambiente donde puedan socializar con sus compañeros las respuestas sin temor a equivocarse, para que exista una colaboración donde se vayan construyendo entre todos las respuestas correctas.

- Además, teniendo en cuenta el concepto de aprendizaje cooperativo, la respuesta parece indudable: el aula conlleva una participación y una serie de intercambios que dan pie a procesos a través de los cuales, sobre la base de las informaciones recibidas, los estudiantes van extrayendo una serie de atributos y formando un conjunto de conocimientos y saberes sobre los que diseñan y modelan sus aprendizajes. Por lo que trabajar en equipo fue un proceso fundamental para mejorar en clase.

- Las pruebas escritas y el trabajo realizado en clase con el ábaco, demostraron que se dio un gran avance entre los conocimientos y el grado de compresión que los estudiantes tenían sobre operaciones básicas como la suma y la resta en base 10. El hecho de ver detenidamente otros sistemas de numeración con la ayuda del ábaco nos hace pensar, que su uso permitió aclarar lo que pasa cuando hacemos operaciones y especialmente obtener plena comprensión de lo tratado, sin aprenderlo de manera mecánica.

- Si bien el ábaco no es la única forma de lograr un aprendizaje significativo en la enseñanza de las matemáticas, sí es una herramienta valiosa que en nuestro caso sirvió para lograr un cambio importante en el razonamiento de los estudiantes. Es evidente que en la medida que exista una mayor participación y que el estudiante esté directamente implicado en su propio aprendizaje con materiales que le permitan explorar a fondo todo lo que encierra las matemáticas, se puede llegar a un proceso donde a partir de sus conocimientos previos puedan hacer conjeturas con nuevos temas.

- Para hacer unas matemáticas agradables y atractivas que superen los tradicionales miedos y angustias que tienen los estudiantes frente a esta área, es fundamental tener en cuenta que el ábaco constituye una de las mejores estrategias para lograrlo, tal como se estableció durante todo el desarrollo del proceso, donde se mostró que este material concreto logra avances significativos en el proceso de enseñanza- aprendizaje como mediador entre saberes y comprensión.

6. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AUSUBEL-NOVAK-HANESIAN. Psicología Educativa: Un punto de vista cognoscitivo .2° Ed.TRILLAS México.1983.

BOLIVAR, Cris. Capital humano: revista para la integración y desarrollo de los recursos humanos, ISSN 1130-8117, Año nº 20, Nº 213, 2007.

COLL-PALACIOS-MARCHESI (1992) Desarrollo Psicológico y Educación II. Ed. Alianza. Madrid.1999.

DIAZ B, Frida Estrategias Docentes para un Aprendizaje Significativo. México, Editorial Mc Graw Hill. (998

GIL – PESSOA. Tendencias y Experiencias Innovadoras en la Formación del Profesorado de Ciencias. Taller Sub regional Sobre formación y capacitación docente. Caracas 1992.

LOVELL K. Didáctica de las Matemáticas. España. Ediciones Morata.1961.

MALAVÉ, Lenys. El Trabajo de Investigación. Venezuela. Editorial Quirón. 2002.

MÉNDEZ, Carlos. Metodología Diseño y Desarrollo del Proceso de Investigación. Colombia. Editorial Mc Graw Hill. 2001.

MOOS, Lotear. Sistemas de Numeración. España. Editorial Dossat .1973

MOREIRA M.A. Metodología da pesquisa e metodología de encino: uma aplicaçao práctica. En: Ciencia e Cultura,37(10), OCTUBRO DE 1985.

MOREIRA, M.A. A Teoría da Aprendizagem Significativa de David Ausubel. Fascículos de CIEF Universidad de Río Grande do Sul Sao Paulo.1993.

NOVAK, J - GOWIN, B. Aprendiendo a Aprender. Martínez Roca. Barcelona.1998.

ORTHON, Anthony. (1990) Didáctica de las Matemáticas: cuestiones, teoría y práctica. España. Ediciones Morata. 1990.

QUESADA, Rocío. Estrategias para el Aprendizaje Significativo. México, Editorial Limusa. 2004

CASADO, Santiago. Los sistemas de numeración a lo largo de la historia. [Consultado el 20 de noviembre del 2008]. Disponible en <http:// thales.cica.es/rd/Recursos/rd97/Otros/SISTNUM.html>

DAVIS, Ron. Curso de las estrategias de enseñanza para las dificultades en las matemáticas. [Consultado 15 de nov. 2008] Disponible en <http://www.lallavedeldon.com/curso.htm>

BATLLORI, Jorge. Juguemos a la gimnasia mental. [Consultado 25 de nov. 2008. Disponible en < http://www.mineducacion.gov.co/1621/article-87974.html>

ANEXOS

Los siguientes anexos son fotografías tomadas durante el desarrollo de las actividades.