

Desarrollo de un modelo matemático para el problema de ruteo e inventario con múltiples depósitos (MDIRP)

Erick Sebastián Sáenz Hoyos

Trabajo de grado para optar por el título de Ingeniero Industrial

Director:

Javier Eduardo Arias Osorio

Magister en Administración

Universidad Industrial de Santander

Facultad de Ingenierías Fisicomecánicas

Escuela de Estudios Industriales y Empresariales

Bucaramanga

2020

Agradecimientos

Primero a Dios, por darme sabiduría, disciplina y deseo de cumplir mis objetivos. Al profesor *Javier Eduardo Arias Osorio*, por creer en mí, por su paciencia y disposición. A *Javier y Ángela* por su apoyo a lo largo del proyecto.

A mi familia, en especial a mi mamá que siempre me ayudó en los momentos más difíciles. A mis compañeros del grupo OPALO, por su constante colaboración. A mis compañeros y amigos por estar a lo largo de mi carrera y en mi crecimiento personal.

Erick Sebastián Sáenz Hoyos

Dedicatoria

A mi madre por su apoyo incondicional.

A mi abuela que desde el cielo ha guiado cada
uno de mis pasos. A mi familia por su apoyo durante toda mi vida.

A mi hermana *Juliana* por ser mi motivación al querer ser un gran ejemplo para ella.

Erick Sebastián Sáenz Hoyos

Contenido

	Pág.
Introducción	16
1. Justificación y planteamiento del problema.....	18
2. Objetivos	20
2.1 Objetivo general.....	20
2.2 Objetivos específicos	20
3. Metodología	21
3.1 Fase 1: Revisión de literatura.....	21
3.2 Fase 2: Formulación del modelo MDIRP	22
3.3 Fase 3: Selección de la técnica metaheurística para desarrollar el problema	23
3.4 Fase 4: Desarrollo y validación de la metaheurística seleccionada	23
3.5 Fase 5: Elaboración artículo publicable.....	23
4. Revisión de la literatura	24
4.1 Análisis bibliométrico.....	27
4.2 Análisis preliminar de la literatura.....	31
5. Marco de Referencia	42
5.1 Marco de antecedentes	42
5.2 Marco teórico	45
5.2.1 Inventario gestionado por el Vendedor (VMI).	45

5.2.2 Problema de optimización.....	45
5.2.3 Optimización combinatoria.....	46
5.2.4 Complejidad computacional.	46
5.2.5 Métodos de solución.	47
5.2.5.1 Métodos Exactos.....	48
5.2.5.2 Heurísticas.....	48
5.2.5.3 Metaheurísticas.	49
5.2.5.3.1 Recocido Simulado (SA).	50
5.2.5.3.2 Búsqueda tabú (TS).....	50
5.2.5.3.3 Búsqueda local iterativa (ILS).	51
5.2.5.3.4 Optimización de colonias de hormigas (ACO).....	52
5.2.5.3.5 Algoritmos genéticos (AG).....	54
5.2.5.3.6 Algoritmos híbridos.	54
5.2.6 Problema de Ruteo de Vehículos (VRP).	55
5.2.7 Problema de Ruteo de Vehículos con múltiples depósitos (MDVRP).	55
5.2.8 Problema de ruteo e inventarios (IRP).....	55
5.2.9 Problema de ruteo e inventarios con múltiples depósitos (MDIRP).....	56
6. Formulación del Modelo.....	57
7. Validación del Modelo.....	64
8. Metaheurística algoritmo genético.....	69
9. Instancias.....	78
10. Experimentación	79
11. Resultados de la experimentación.....	81

11.1 Resultados de la experimentación por instancias.....	83
11.1.1 Resultados experimental instancia abs1n5.....	83
11.1.2 Resultados experimental instancia abs1n10.....	85
11.1.3 Resultados experimental instancia abs1n15.....	87
11.1.4 Resultados experimental instancia abs1n20.....	89
11.1.5 Resultados experimental instancia abs1n25.....	91
11.1.6 Resultados experimental instancia abs1n30.....	93
11.1.7 Resultados experimental instancia abs1n35.....	95
11.1.8 Resultados experimental instancia abs1n40.....	97
11.1.9 Resultados experimental instancia abs1n45.....	99
11.1.10 Resultados experimental instancia abs1n50.....	101
12. Artículo	106
13. Conclusiones.....	107
14. Recomendaciones	109
Referencias Bibliográficas	110

Lista de Figuras

	Pág.
<i>Figura 1.</i> Fases de la metodología.....	21
<i>Figura 2.</i> Publicaciones de los últimos años.	26
<i>Figura 3.</i> Publicaciones de los últimos años.	26
<i>Figura 4.</i> Mapa de palabras clave (Keywords).....	27
<i>Figura 5.</i> Mapa de publicaciones a nivel mundial.....	28
<i>Figura 6.</i> Publicaciones a nivel mundial.	28
<i>Figura 7.</i> Tipos de documentos.	29
<i>Figura 8.</i> Autores con mayor cantidad de artículos publicados.	30
<i>Figura 9.</i> Autores con mayor cantidad de artículos publicados.	30
<i>Figura 10.</i> Autores más citados.....	31
<i>Figura 11.</i> Consolidado de documentos	41
<i>Figura 12.</i> Métodos de solución para VRP.	48
<i>Figura 13.</i> Heurísticas.	49
<i>Figura 14.</i> Recocido Simulado. Adaptado de (Candotti, Dimas, & Reinaldo, 2014).....	50
<i>Figura 15.</i> Rutas y unidades enviadas Escenario 1	66
<i>Figura 16.</i> Resultado Inventario del cliente Escenario 1 Solver	66
<i>Figura 17.</i> Resultado Inventario del cliente Escenario 1 Nube Gams.....	67
<i>Figura 18.</i> Rutas y unidades enviadas Escenario 2	68

<i>Figura 19.</i> Resultado Inventario del cliente Escenario 2 Solver	68
<i>Figura 20.</i> Resultado Inventario del cliente Escenario 2 Nube Gams.....	69
<i>Figura 21.</i> Resultado Vector Solución	70
<i>Figura 22.</i> Diagrama de flujo Algoritmo genético	71
<i>Figura 23.</i> Pasos del Algoritmo genético Adaptado de (robologs, 2015).	71
<i>Figura 24.</i> Vector población inicial.....	72
<i>Figura 25.</i> Operador cruce. Adaptado de (robologs, 2015).....	74
<i>Figura 26.</i> Operador mutación. Adaptado de (Dagovett Cala & Prada Avellaneda, 2019)	75
<i>Figura 27.</i> Operador mutación, nueva población	76
<i>Figura 28.</i> Pseudocódigo Algoritmo genético.....	77
<i>Figura 29.</i> Vector solución por periodos de planificación	77
<i>Figura 30.</i> Gráfica de resultados instancia abs1n5	85
<i>Figura 31.</i> Gráfica de resultados instancia abs1n10.....	87
<i>Figura 32.</i> Gráfica de resultados instancia abs1n15.....	89
<i>Figura 33.</i> Gráfica de resultados instancia abs1n20	91
<i>Figura 34.</i> Gráfica de resultados instancia abs1n25.....	93
<i>Figura 35.</i> Gráfica de resultados instancia abs1n30	95
<i>Figura 36.</i> Gráfica de resultados instancia abs1n35.....	97
<i>Figura 37.</i> Gráfica de resultados instancia abs1n40.....	99
<i>Figura 38.</i> Gráfica de resultados instancia abs1n45.....	101
<i>Figura 39.</i> Gráfica de resultados instancia abs1n50.....	103

Lista de Tablas

	Pág.
Tabla 1. <i>Cumplimiento de los objetivos</i>	17
Tabla 2. <i>Estructura de la ecuación de búsqueda</i>	25
Tabla 3. <i>Consolidado estado del arte</i>	37
Tabla 4. <i>Consolidado Escenario1</i>	65
Tabla 5. <i>Consolidado Costos de transporte Escenario1</i>	65
Tabla 6. <i>Factores y parámetros en el análisis experimental</i>	80
Tabla 7. <i>Modificación parámetros en el análisis experimental Instancia (abs1n5)</i>	82
Tabla 8. <i>Características del ordenador</i>	83
Tabla 9. <i>Resumen resultados instancia abs1n5</i>	84
Tabla 10. <i>Resumen resultados instancia abs1n10</i>	85
Tabla 11. <i>Resumen resultados instancia abs1n15</i>	87
Tabla 12. <i>Resumen resultados instancia abs1n20</i>	89
Tabla 13. <i>Resumen resultados instancia abs1n25</i>	92
Tabla 14. <i>Resumen resultados instancia abs1n30</i>	93
Tabla 15. <i>Resumen resultados instancia abs1n 35</i>	96
Tabla 16. <i>Resumen resultados instancia abs1n40</i>	97
Tabla 17. <i>Resumen resultados instancia abs1n45</i>	99
Tabla 18. <i>Resumen resultados instancia abs1n50</i>	101

Tabla 19. <i>Mejores resultados de cada Instancia Nivel BAJA</i>	104
Tabla 20. <i>Mejores resultados de cada Instancia Nivel ALTA</i>	105

Lista de Apéndices

(Ver apéndices adjuntos en el CD y pueden visualizarlos en la base de datos de la Biblioteca UIS)

Apéndice A. Código de Solver Escenario 1.

Apéndice B. Código de Gams Escenario 1.

Apéndice C. Código de Solver Escenario 2.

Apéndice D. Código de Gams Escenario 2.

Apéndice E. Operadores del Algoritmo genético en Matlab.

Apéndice F. Instancias de referencia.

Apéndice G. Mejores soluciones en cada una de las pruebas por instancia.

Apéndice H. Cantidades entregadas en cada una de las mejores soluciones por instancia.

Apéndice I. Artículo publicable con los resultados del trabajo de investigación.

Resumen

Título: Desarrollo de un modelo matemático para el problema de ruteo e inventario con múltiples depósitos (MDIRP)*

Autor: Erick Sebastián Sáenz **

Palabras clave: Problemas de optimización, asignación de rutas, periodos de planificación, Multi-depósito, Multi-vehículo, problema de ruteo de vehículos, metaheurística, problemas de ruteo de inventarios.

Descripción:

La presente investigación tenía como objetivo desarrollar un modelo matemático para resolver un problema de ruteo e inventario con múltiples depósitos (MDIRP). Este problema consistió en determinar la cantidad óptima de producto a entregar a los clientes y establecer las rutas que deben realizar los vehículos de cada uno de los depósitos. Esto se hizo con el fin de satisfacer la demanda de los clientes durante un horizonte de planificación definido.

Para esta investigación la función objetivo tenía como propósito minimizar los costos asociados al enrutamiento y, a su vez, los costos por mantener inventario en el cliente y en los depósitos. De acuerdo a la revisión bibliográfica se seleccionó la metaheurística Algoritmo Genético (AG) como herramienta para dar solución a la problemática planteada, se ejecutaron varias corridas usando diferentes parámetros, para así, observar el comportamiento que mostraba la metaheurística cuando se modificaban la cantidad de clientes.

Los resultados de la experimentación fueron recopilados con el fin de observar para cada instancia, las rutas que generaban la mejor función objetivo. Con esta experimentación se pretendía identificar si el algoritmo propuesto era capaz de encontrar soluciones optimas, dentro de un tiempo de computación razonable.

* Proyecto de grado

** Facultad de ingeniería Físico Mecánicas. Escuela de Estudios Industriales y Empresariales. Programa de Ingeniería Industrial. Director M.sc. Javier Eduardo Arias Osorio

Abstract

Title: Development of a mathematical model for the routing and inventory problem with multiple deposits (MDIRP)*

Author: Erick Sebastián Sáenz **

Keywords: Optimization problems, routing, planning periods, Multi-depots, Multi-vehicles, Vehicle routing problem, matheuristic, inventory routing problems.

Description:

The objective of this investigation(research) was to develop a mathematical model to solve a multiple deposit routing and inventory problem (MDIRP).

This problem consisted in determining the optimal quantity of product to deliver to customers and establishing the routes to be taken by the vehicles in each of the warehouses. This was done in order to satisfy customer demand during a defined planning horizon.

For this research, the objective function was intended to minimize the costs associated with routing and, in turn, the costs of maintaining inventory in the customer and in warehouses.

According to the bibliographic review, the Genetic Algorithm (AG) metaheuristic was selected as a tool to solve the problem posed. Several runs were run using different parameters, in order to observe the behavior that the metaheuristics showed when the number of clients was modified.

The results of the experimentation were collected in order to observe for each instance, the routes that generated the best objective function. With this experimentation, the intention was to identify if the proposed algorithm was capable of finding optimal solutions, within a reasonable computing time.

* Proyecto de grado

** Facultad de ingeniería Físico Mecánicas. Escuela de Estudios Industriales y Empresariales. Programa de Ingeniería Industrial. Director M.sc. Javier Eduardo Arias Osorio

Introducción

En la actualidad, la logística es un proceso global que facilita un mejor desempeño de la actividad empresarial (Carvajal Pérez, 2018) , dicho esto, tener un proceso logístico eficiente genera que una empresa se pueda mantener posicionada en el mercado con el pasar de los días. Sin embargo, para lograr esto es necesario que se administren de manera eficiente los medios disponibles, además de tener algún tipo de planificación de lo que se debe producir para satisfacer a los clientes. Si no se hace todo esto, las empresas presentan problemas en la toma de decisiones y, por ende, se ve afectada no sólo la corporación, sino los eslabones de la cadena de suministro (Aldana Sulú & Echeverría, 2017). Dicho esto, el desarrollo de soluciones al problema de planeación de rutas en el área de operaciones logísticas ha sido de gran ayuda a la hora de hacer planeaciones de pedidos, tiempo, distancias e inversión (Soto, Soto, & Pinzon, 2008). Uno de los modelos más conocidos es el problema IRP (Inventory Routing Problem), pues modela y optimiza algunas de las actividades más costosas de la cadena de suministro: el manejo de inventarios y la distribución física de productos (Elizondo Cortés & Aceves García, 2007). Durante las últimas tres décadas, se introdujeron muchas variantes del modelo básico IRP. Las características que distinguen el modelo incluyen los tipos de demanda, si se trata como determinista o estocástica, además si el horizonte de planificación es el largo plazo o de corto plazo (Noor & Shuib, 2015).

El modelo que se propone en esta investigación es una variación del modelo IRP el cual consiste en un modelo de ruteo e inventario con múltiples depósitos (MDIRP), este modelo se acopla a las necesidades que presentan las empresas en la actualidad, ya que muchas de ellas al estar en

ciudades de gran tamaño, recurren a tener varios depósitos para poder cumplir los pedidos solicitados por sus clientes.

Para este trabajo se desarrollará un modelo matemático que permita minimizar los costos de mantener inventario y los costos de transportar un producto, junto a la consideración de satisfacer la demanda de los clientes durante un periodo de tiempo determinado. Además, se analizarán diferentes metaheurísticas obtenidas en la revisión de literatura para escoger la que le va a dar solución al modelo. Se usará Matlab para validar la eficiencia del modelo y, por último, se realizará un artículo de carácter publicable con todos los resultados e información que se recopilaron a lo largo de esta investigación.

Tabla 1.

Cumplimiento de los objetivos

Objetivo	Cumplimiento
Realizar una revisión de la literatura acerca del problema de optimización MDIRP.	Capítulo 4.
Formular el modelo MDIRP a trabajar, a partir de los trabajos previos sobre el IRP.	Capítulo 6.
Seleccionar la técnica metaheurística a desarrollar, a partir de la revisión de literatura.	Capítulo 8.
Desarrollar la técnica metaheurística seleccionada en software Matlab.	Capítulo 10 y Apéndice E.
Validar y evaluar la técnica metaheurística aplicada sobre el MDIRP, en función de tiempo y desempeño.	Capítulo 11 y Apéndices G y H.
Elaborar un artículo de carácter publicable con los resultados del proyecto de investigación.	Apéndice I.

1. Justificación y planteamiento del problema

En la actualidad, las necesidades de los clientes frente a servicios mucho más ágiles y de gran calidad obligan a las compañías a plantearse nuevas ideas para adentrarse en el mercado y obtener una ventaja competitiva estable. A raíz de esto, se evidencia el gran enfoque de las empresas frente a la gestión de la cadena de suministros (CS) por medio de la logística, la cual se encarga de manejar, planificar, organizar, y orientar todo el conjunto de actividades para lograr la satisfacción de los clientes.

Además, la evolución de la logística en los últimos 50 años ha sido demasiado vertiginosa, ya que de conceptos limitados como “manejo físico del producto” se ha avanzado en relativamente poco tiempo a una visión más amplia e integrada de la administración de costos y el suministro de servicios, para un posicionamiento en tiempo y disponibilidad oportunos bajo la denominación de Cadenas de Suministros (Olvera Hernández & Morales Calderón, s.f.). Por otro lado, en la CS existen costos que se trasladan al producto y afectan al cliente, los cuales se denominan costos logísticos y están conformados por: almacenamiento, transporte, administrativos, servicios al cliente y otros. Ahora bien, según la Encuesta Nacional Logística (Departamento Nacional de Planeación, 2018) se determinó, que el 69.1% de las empresas en Colombia calculan su costo logístico, el cual se compone principalmente por el costo de almacenamiento (46,5%) y el costo de transporte (35,2%) que representan el 81.7% del costo logístico total. Dicho esto, las organizaciones buscan estrategias o métodos que permitan asignar de manera adecuada las rutas de distribución y suministro en las que se logre una disminución considerable de sus costos.

Por esta razón, se considera el problema de ruteo e inventario (IRP) un modelo adaptable a los requerimientos logísticos ya que se puede describir como la combinación de problemas de gestión de inventario y salida de vehículos dentro de la planeación táctica de las organizaciones, en la cual un proveedor tiene que entregar productos a una cantidad de clientes dispersos geográficamente (Leandro, Cordeau, & Laporte, 2013) y cuya función objetivo principal es minimizar los costos de transportar y almacenar producto. En otras palabras, se demuestra la importancia del problema IRP en factores concretos de la logística y que, a su vez, se ven reflejados en el aumento o disminución de costos.

Sin embargo, con el fin de ajustar el problema IRP a una situación más real donde las empresas poseen más de un depósito que cuenta de manera independiente con una flota de vehículos para enviar el producto terminado, la investigación exige tener en cuenta un planteamiento más amplio del problema logístico, con una serie de restricciones específicas las cuales se ven representadas en un problema de ruteo e inventario con múltiples depósitos (MDIRP). Este modelo se considera como un modelo NP-Hard, es decir, no es posible resolverlo en tiempo polinomial, pues posee un nivel de complejidad superior al modelo IRP y VRP clásicos.

Por esto, se tomará como punto de partida las tesis de pregrado en ingeniería industrial tituladas: “Estudio y desarrollo de un modelo matemático para el problema de inventario y ruteo (IRP)” y “Diseño de un marco de trabajo para el problema de ruteo e inventarios (IRP), involucrando tres técnicas metaheurísticas adicionales a la Búsqueda Tabú”, a fin de entender el modelo IRP y ajustarlo a un modelo MDIRP. Este proyecto pretende ejecutar y validar el modelo, donde los resultados evidencien una solución eficiente al MDIRP, a través de una técnica metaheurística a seleccionar a partir de la revisión de la literatura.

2. Objetivos

2.1 Objetivo general

Desarrollar un modelo matemático para la solución del problema de ruteo e inventario con múltiples depósitos (MDIRP), a partir de los trabajos previos sobre el problema IRP y la aplicación de una técnica metaheurística, a seleccionar a partir de la revisión de la literatura.

2.2 Objetivos específicos

- Realizar una revisión de la literatura acerca del problema de optimización MDIRP.
- Formular el modelo MDIRP a trabajar, a partir de los trabajos previos sobre el IRP.
- Seleccionar la técnica metaheurística a desarrollar, a partir de la revisión de literatura.
- Desarrollar la técnica metaheurística seleccionada en software Matlab.
- Validar y evaluar la técnica metaheurística aplicada sobre el MDIRP, en función de tiempo y desempeño.
- Elaborar un artículo de carácter publicable con los resultados del proyecto de investigación.

3. Metodología

Para dar cumplimiento a los objetivos planteados, se propone la siguiente metodología que contiene (5) fases, las cuales se muestran en la siguiente figura.

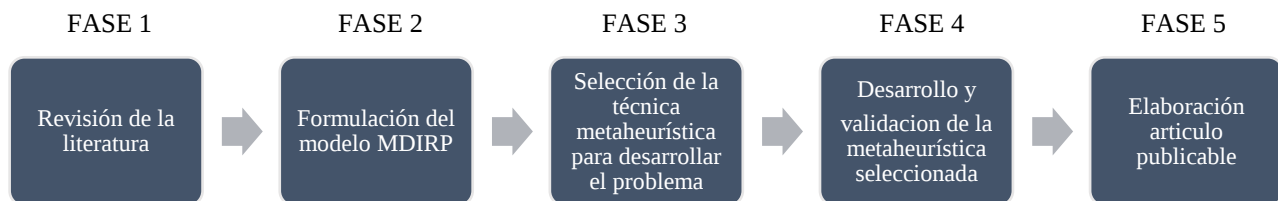


Figura 1. Fases de la metodología.

3.1 Fase 1: Revisión de literatura

Inicialmente, se llevará a cabo un análisis preliminar acerca del tema que se desea investigar, del cual se espera definir lo que se pretende con esta investigación. Una vez realizado lo anterior se procederá a establecer las fuentes de información que otorgarán datos referentes al tema de investigación, para esto se definirán las palabras clave y las características que contemplará la ecuación de búsqueda. Ahora bien, a partir de la definición de la ecuación de búsqueda se usarán bases de datos multidisciplinarias a las que los estudiantes de la UIS tienen acceso, así como Google Académico y literatura gris como complemento para esta revisión. Al adquirir los resultados iniciales se determinará la necesidad de modificar, reducir o incluir características a la

ecuación de búsqueda con el fin de que los resultados que se obtengan sean de calidad para lo que se desea investigar.

Finalmente, para presentar los hallazgos que se obtuvieron con la revisión se efectuará un análisis bibliométrico que indique estadísticas y patrones que se evidenciaron en los resultados, luego se llevará a cabo un análisis preliminar de la literatura que mostrará una síntesis de los aspectos y situaciones más relevantes que se presentaron durante esta fase, además, se expondrán los principales trabajos que se han realizado sobre el modelo MDIRP para observar lo que se ha hecho hasta la fecha referente al tema de interés. Finalmente, se integrará aquella información de calidad que será usada como base para esta investigación.

3.2 Fase 2: Formulación del modelo MDIRP

Para formular el modelo IRP, se tomarán inicialmente los 2 trabajos realizados en la escuela acerca de modelos IRP que se encuentran detallados en el inciso 5.1 Marco de antecedentes, con el fin de conocer y apropiarse de las consideraciones que posee el modelo IRP para luego adentrarse y conocer el modelo MDIRP. Del mismo modo, se tendrá en cuenta todas las consideraciones encontradas en la revisión de literatura que permitan estar al tanto de aquellas características que contempla un modelo de este tipo, estableciendo cada uno de los parámetros y particularidades que tendrá el MDIRP.

3.3 Fase 3: Selección de la técnica metaheurística para desarrollar el problema

En esta fase, se seleccionará entre las técnicas encontradas en los documentos fijados como base y según lo analizado junto al director del proyecto, aquella que se piense le podrá dar solución al problema formulado en la fase anterior. Del mismo modo, se analizará aquellas variaciones que la metaheurística seleccionada debe contener para el desarrollo del modelo formulado.

3.4 Fase 4: Desarrollo y validación de la metaheurística seleccionada

Una vez definida la metaheurística que se va a usar, se realizarán pruebas en el software Matlab para evaluar la efectividad de la técnica y cómo esta se comporta bajo diferentes instancias, lo anterior, se hace con el propósito de precisar la necesidad de ajustar algún parámetro de la técnica. Finalmente, se buscará la manera de evaluar los resultados obtenidos por medio de la calidad en las soluciones, por ejemplo, evaluando si los tiempos computacionales no fueron extensos.

3.5 Fase 5: Elaboración artículo publicable

Para esta última actividad se va a elaborar un artículo de carácter publicable que contenga toda la documentación, hallazgos y conclusiones de la investigación, resumiendo los aspectos más importantes encontrados en este proyecto.

4. Revisión de la literatura

La información presentada se recolectó al realizar una búsqueda en los recursos electrónicos que nos provee la biblioteca a los estudiantes UIS apoyado por los registros de literatura gris que se encuentran en la internet junto a los resultados encontrados en Google académico.

Para empezar, al revisar los recursos bibliográficos de la biblioteca UIS, se escogió las bases de datos *Scopus* y *Web of Science*, dado que son de las bases de datos más usadas en proyectos de este tipo además de tener respaldo en su información. Para empezar a establecer la ecuación de búsqueda, se tomó como base los problemas de ruteo e inventarios (inventory routing problems), se incluyó la consideración de modelos con múltiples depósitos y el uso de una metaheurística como método de desarrollo, se determinaron criterios de inclusión como el hecho de que los resultados fueran artículos en inglés y que estos fuesen publicados a partir del 2010, dado que estos trabajos por lo general recopilan información de años anteriores. Por último, se sumó como característica que los resultados se centraran en trabajos relacionados con la ingeniería, las matemáticas y las ciencias computacionales, al definir lo anterior, el diseño de la ecuación se representa en la siguiente tabla.

Tabla 2.

Estructura de la ecuación de búsqueda.

Objetivo	Documentos que definan y/o desarrollen un problema de ruteo e inventario con múltiples depósitos (MDIRP).
Bases de datos utilizadas	Web of Science y Scopus
Periodo de tiempo	2010-2019
Características	Documentos en Ingles, cuya temática esté relacionada con la Ingeniería, las matemáticas y las ciencias computacionales.
Ecuación de búsqueda	(inventory AND routing AND problems) AND (multi AND depot) AND (matheuristic) AND (LIMIT-TO (SUBJAREA , "COMP") OR LIMIT-TO (SUBJAREA , "DECI") OR LIMIT-TO (SUBJAREA , "MATH") OR LIMIT-TO (SUBJAREA , "ENGI")) AND (LIMIT-TO (PUBYEAR , 2020) OR LIMIT-TO (PUBYEAR , 2019) OR LIMIT-TO (PUBYEAR , 2018) OR LIMIT-TO (PUBYEAR , 2017) OR LIMIT-TO (PUBYEAR , 2016) OR LIMIT-TO (PUBYEAR , 2015) OR LIMIT-TO (PUBYEAR , 2014) OR LIMIT-TO (PUBYEAR , 2013) OR LIMIT-TO (PUBYEAR , 2012) OR LIMIT-TO (PUBYEAR , 2011) OR LIMIT-TO (PUBYEAR , 2010)) AND (LIMIT-TO (LANGUAGE , "English"))

Una vez realizada la ecuación de búsqueda, se obtuvo para **Scopus** 93 resultados y para **Web of Science** 25 resultados. Inicialmente, los resultados por años se expresan en las siguientes figuras.

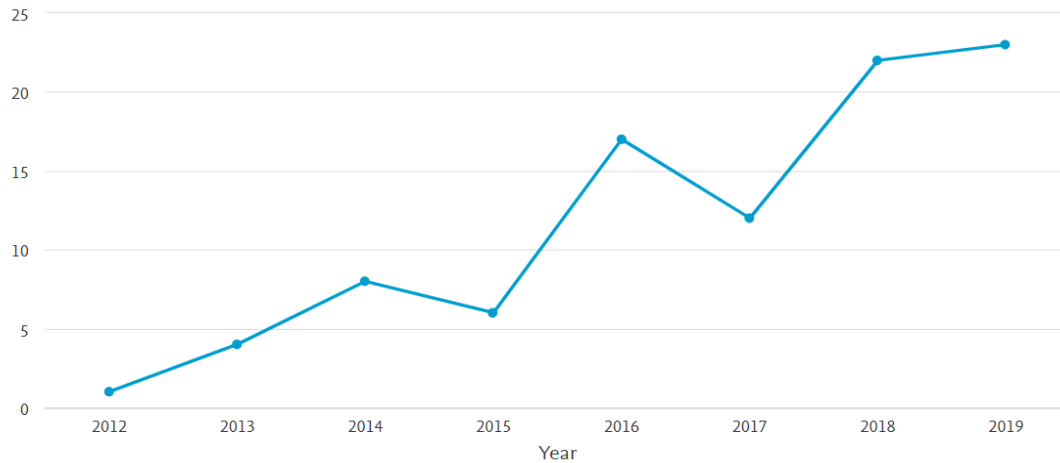


Figura 2. Publicaciones de los últimos años. Adaptado de base de datos Scopus.

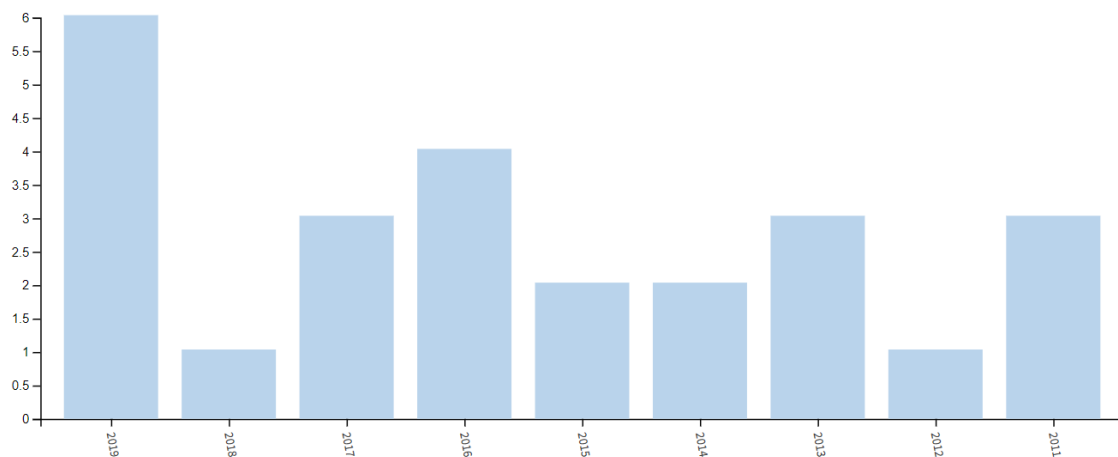


Figura 3. Publicaciones de los últimos años. Adaptado de base de datos Web of Science.

Al observar los resultados obtenidos de las publicaciones recientes en las bases de datos representadas en las figuras 2 y 3, se evidencia una tendencia creciente por investigar y trabajar modelos de este tipo, además, el año 2019 representa la mayor producción investigativa acerca del problema que se quiere desarrollar.

4.1 Análisis bibliométrico

Con el fin de realizar un análisis bibliométrico detallado acerca de los resultados arrojados por la ecuación de búsqueda en las bases de datos, con el apoyo del grupo OPALO se usó el software Vantage Point el cual se considera una herramienta útil que analiza resultados de búsquedas a partir de una amplia variedad de bases de datos y contenidos que en gran parte se obtienen de las fuentes de información en-línea (Search Technology, 2012).

En primer lugar, con los resultados obtenidos se quiso conocer cuáles eran las palabras que más se repetían y tomaban relevancia. El resultado se puede observar en la siguiente figura

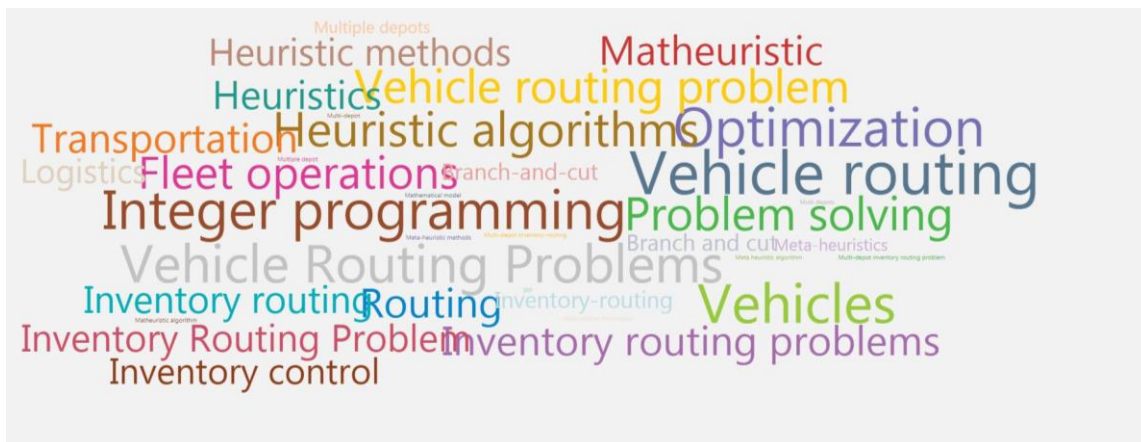


Figura 4. Mapa de palabras clave (Keywords). Adaptado de Vantage Point, base de datos Scopus.

Al analizar los resultados arrojados en la figura 4 se evidencio que existe poca información acerca del modelo multi depósito (MDIRP) que se desea investigar y, que además, en la literatura existen muchas variantes del modelo MDIRP, algunos de los cuales se van a describir en el inciso 4.2 análisis preliminar de la literatura; por último, se encontró que existen más problemas de ruteo de vehículos (VRP) en la literatura que del modelo IRP, esto se debe al que el modelo IRP parte

de un modelo VRP junto a las consideraciones de inventario y horizonte de planeación. Del mismo modo, en las figuras 5 y 6 se ilustra a nivel mundial, un mapa y una gráfica que indican en que países existe tendencia por generar investigaciones de este tipo según los resultados de la ecuación de búsqueda.

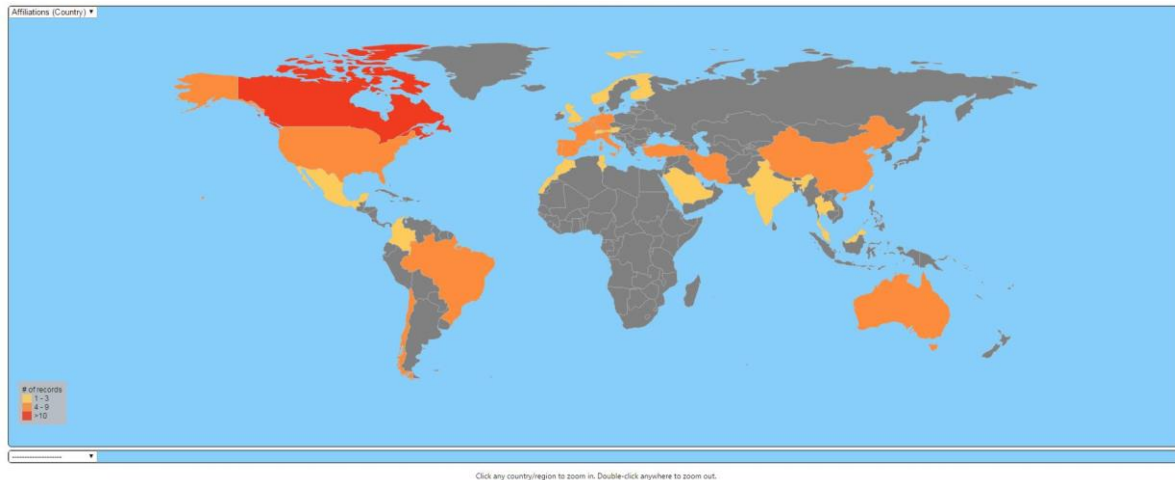


Figura 5. Mapa de publicaciones a nivel mundial. Adaptado de Vantage Point, base de datos Scopus.

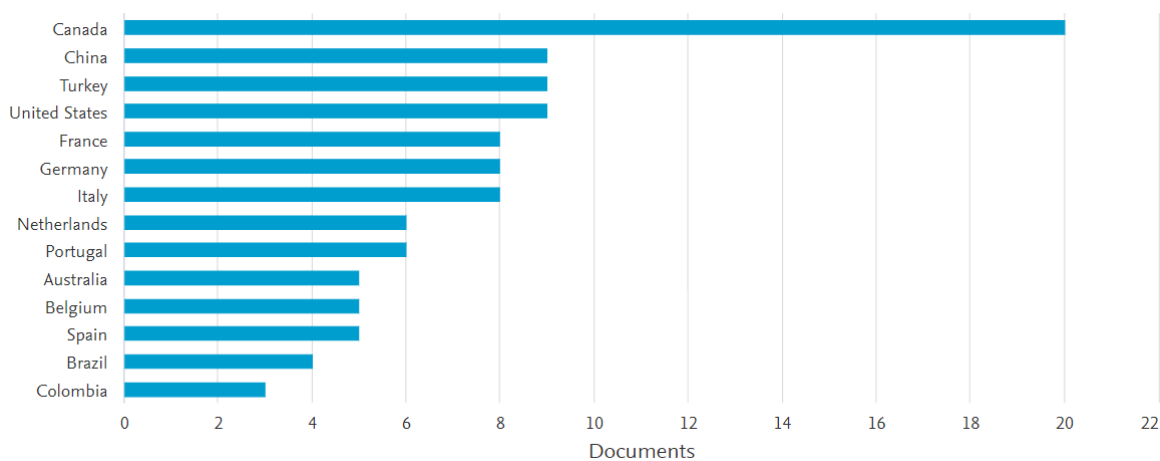


Figura 6. Publicaciones a nivel mundial. Adaptado de base de datos Scopus.

El país donde se ha realizado la mayor cantidad de investigaciones relacionadas con este proyecto es Canadá con 20 publicaciones, seguidos por China, Estados Unidos y Turquía con 9, por otra parte, Colombia aparece con 3 publicaciones y, finalmente, al detallar la figura 5 se evidencia que el continente africano es el que menos aporta con 6 resultados, 3 por parte de Marruecos y 3 por parte de Túnez.

Por otro lado, la figura 7 muestra que, los artículos equivalen a un 71% del total de tipos de documentos, sin embargo, para esta investigación se considera necesario examinar todos los tipos de documentación.

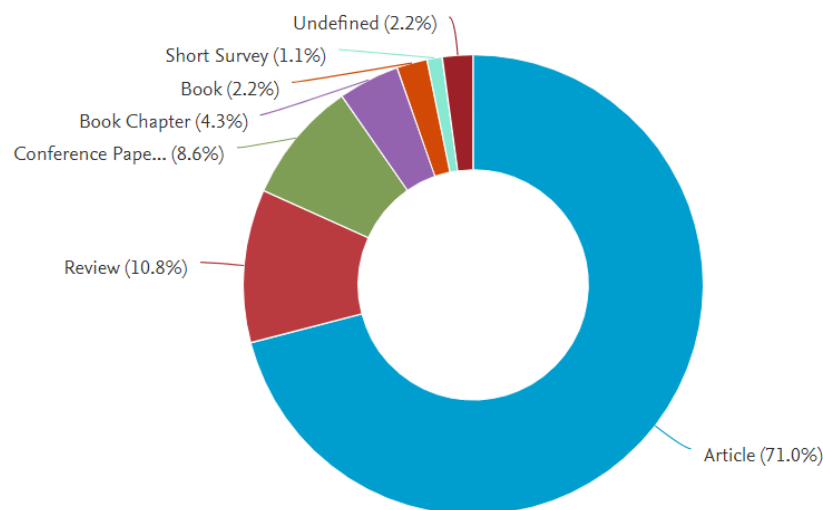


Figura 7. Tipos de documentos. Adaptado de base de datos Scopus.

Continuando con el análisis, se examinó los autores con mayor cantidad de publicaciones que hacen referencia al tema de interés, dado que existen muchos autores, se tomó en cuenta los 10 de mayor presencia en cada una de las bases de datos, estos se representan en las figuras 8 y 9.

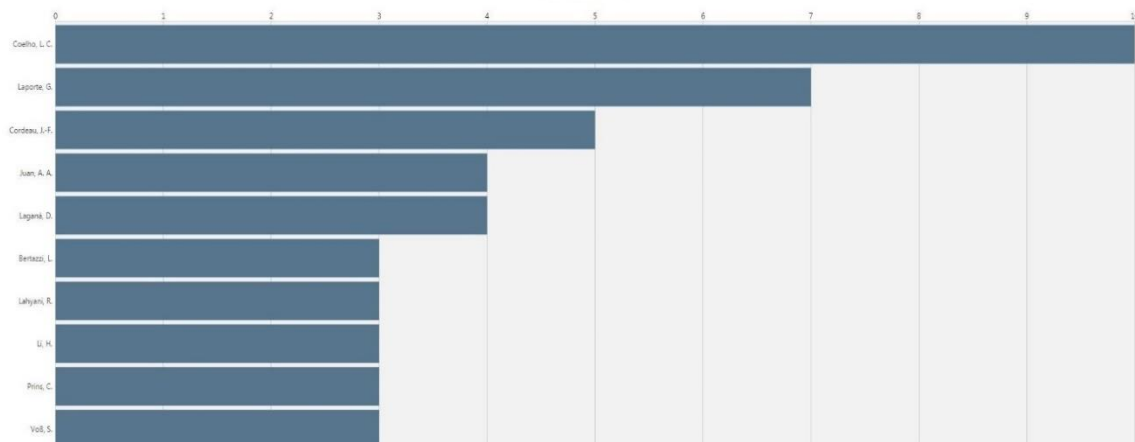


Figura 8. Autores con mayor cantidad de artículos publicados. Adaptado de Vantage Point, base de datos Scopus.

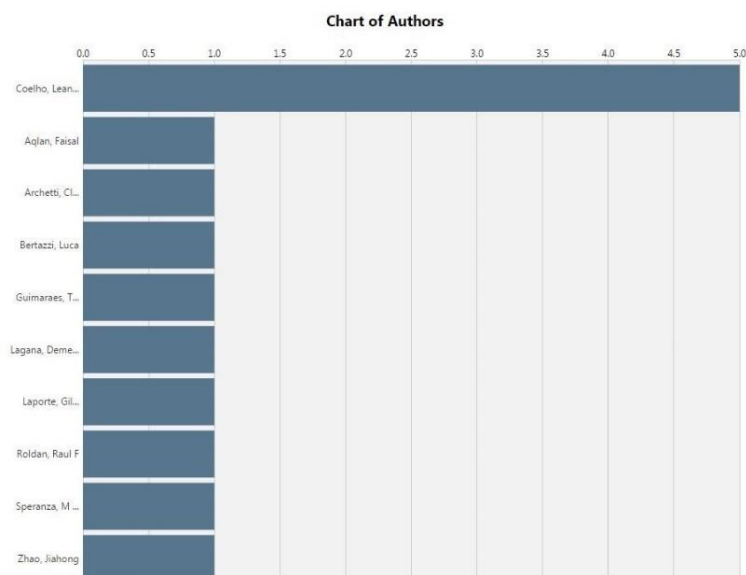


Figura 9. Autores con mayor cantidad de artículos publicados. Adaptado de Vantage Point, base de datos Web of Science.

Al ver las figuras 8 y 9, se concluye que el autor con mayores publicaciones es Coelo Leandro con 10 publicaciones en Scopus y 5 en Web of Science. Por otra parte, una vez conocidos los autores que más han investigado problemas de este tipo, se consideró pertinente revisar los más

citados con el fin de generar credibilidad a la hora de analizar los artículos y trabajos publicados por estos autores, el resultado se muestra en la figura 10.

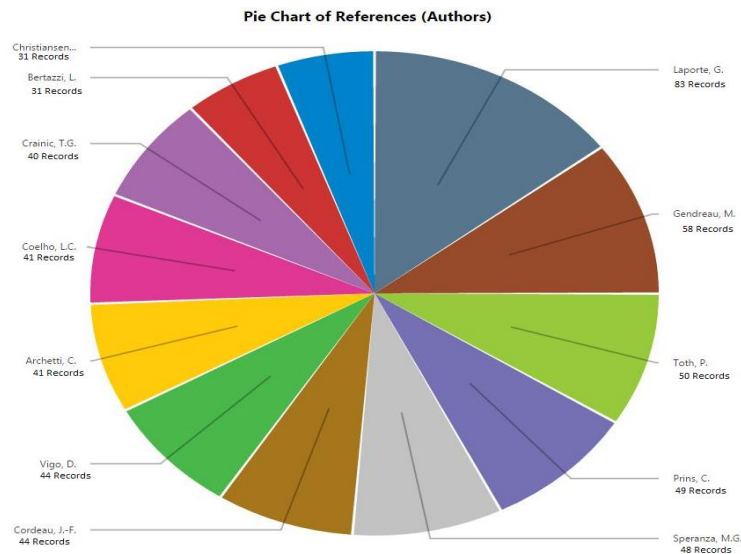


Figura 10. Autores más citados. Adaptado de Vantage Point, base de datos Scopus

Con respecto a la figura 9 se puede concluir que existe una relación con las figuras 7 y 8, dado que la mayoría de los autores mostrados en estas figuras han sido los más citados, sin embargo, para este caso el autor con mayor participación corresponde a Gilbert Laporte con 83 citaciones.

4.2 Análisis preliminar de la literatura

Para llegar al modelo que se quiere investigar hay que abordar su inicio, el cual no es otro que el IRP y que a su vez nació al considerar diferentes características de los modelos VRP (Vehicle Routing Problem) y VMI (Vendor Managed Inventory) respectivamente.

El modelo VRP tiene como objetivo, minimizar la distancia que recorren una flota de vehículos que parten desde un almacén o depósito, los cuales deben satisfacer la demanda de los

clientes. El primer intento de VRP fue presentado por Dantzig y Ramser (1959) cuyo fin consistía en mejorar la eficiencia de los sistemas de transporte (Tohidifard, Tavakkoli-Moghaddam, Navazi, & Partovi, 2018), formulan un modelo matemático aplicado en una red de distribución de combustible. Cinco años después, Clarke y Wright proponen el primer algoritmo que resultó efectivo para resolverlo. Y es así como se dio comienzo a grandes investigaciones y trabajos en el área de ruteo de vehículos (Mario Daza, Montoya, & Narducci, 2009).

Por otra parte, el modelo VMI tiene relación con el modelo IRP al incluir el tema de inventario pues (Tarik, 2013), lo define, como un medio para optimizar el rendimiento de la cadena de suministro en la cual el fabricante es responsable de mantener los niveles de inventario de los distribuidores. Su origen data de una sociedad entre Wal-Mart y Procter & Gamble, como parte de una iniciativa de respuesta eficiente al consumidor (Montenegro Carrascal, Pulido Reina, & Palacio León, s.f.), sin embargo, el modelo surgió cuando (Magee, 1967) explicó que era necesario determinar un control óptimo alrededor del inventario bajo la premisa de la demanda solicitada por el cliente y cuyo propósito consiste en optimizar las operaciones de la cadena de suministro como el manejo de inventarios, alistamiento y preparación de pedidos.

Según (Arango Serna, Romano, & Zapata Cortés, 2015) autores como Cho, D.W, Bertazzi y Esperanza señalan que generalmente los modelos matemáticos implementados para optimizar los costos de transporte (VRP) se basan en las distancias recorridas y/o en la ubicación de las instalaciones, por lo cual estudiaron la inclusión de los costos de inventario en proveedores y en los clientes (VMI), como un elemento fundamental dentro de los procesos de optimización de las redes de transporte. El modelo IRP recoge los modelos VMI y VRP, ya que es un modelo que resuelve un problema de distribución, que tiene dentro de sus características la asignación de inventarios y la planificación de rutas de transporte. El IRP modela el reabastecimiento de un

conjunto de minoristas en un corto o mediano plazo desde una planta de producción, conocida como proveedor. El proveedor decide las cantidades a entregar y las rutas para hacer estas entregas (Pérez Kaligari & Guerrero Rueda, 2015).

En muchas industrias existe una estructura compleja en su cadena de suministro, esto ocurre por diferentes consideraciones como el hecho de que una empresa tenga varios depósitos con el fin de cumplir la demanda en un área extensa, considerando la presencia de una flota de vehículos que serán asignados para cada cliente, este modelo se le conoce como modelo de ruteo e inventario con múltiples depósitos (MDIRP). El modelo MDIRP es un modelo NP-Hard que tiene como objetivo optimizar el equilibrio entre el inventario y la gestión de transporte (Bertazzi, Laganà, Coelho, & De Maio, 2017).

Una vez descrito el problema y al comparar los resultados obtenidos entre las bases de datos, se encontró duplicidad de documentos. Asimismo, muchos de los resultados en la revisión de la literatura pertenecen a modelos que no corresponden a lo que se desea investigar, solo 15 artículos correspondían al modelo de interés, y a su vez de estos 15 se destacaron 2 los cuales se consideró pertinente detallar en el inciso 5.1 Marco de antecedentes, debido a que se consideran documentos que constituyen una contribución principal para este proyecto. El restante de los 15 artículos corresponde a trabajos desarrollados a lo largo del tiempo que contienen diferentes variaciones del modelo IRP con múltiples depósitos, estos son algunos de los más representativos.

Inicialmente, un problema de ruteo e inventario con múltiples depósitos con backlogging¹ fue trabajado por (Razavi & Nik, 2013). Los autores consideraron que la combinación de estas dos características en un modelo integrado es de importancia en práctica debido a la inevitabilidad de backlogging en problemas del mundo real. Para resolverlo, se desarrolló un modelo matemático

¹ El Backlogging es una lista ordenada de todo el trabajo pendiente. Sirve como indicador referente a los ingresos futuros de la empresa.

entero mixto donde se usó un algoritmo combinatorio basado en un algoritmo genético y se midió su optimalidad.

Luego, un trabajo basado en un caso real fue desarrollado por (Lmariouh, Bouami, Jamali, & Mozher, 2016), el cual consistió en resolver un problema de distribución que enfrentaba una empresa de comida marroquí, el problema tenía características de multi-depósito, multi-producto, y multi-vehículo (3MIRP). Se propuso un sistema de inventario gestionado por el proveedor cuyo objetivo era disminuir los costos de transporte y de inventario. Se llevaron a cabo pruebas computacionales en cuatro casos de la vida real que se refieren a períodos representativos de la empresa y cuyo fin era maximizar el nivel de servicio y minimizar los costos al tiempo. Del mismo modo, en el mismo año, Mehmet Soysal modeló un sistema de logística de alimentos (productos perecederos), cuyas características principales eran el número limitado de clientes y almacenes.

Por otra parte, (Nikkhah Qamsari, Hosseini Motlagh, & Jokar, A two-phase hybrid heuristic method for a multi-depot inventory-routing problem, 2017), proponen un enfoque heurístico híbrido de dos fases para resolver un problema multi-depósito, multi-vehículo de enrutamiento e inventario (MDMVIRP), que se clasifica como un problema NP-Hard y como se ha dicho anteriormente es un problema que no es posible encontrar una única solución, para este caso se usó un método heurístico de dos fases basado en la Búsqueda de entorno variable con el fin de lograr buenas soluciones al problema planteado.

Actualmente en la literatura se ha encontrado modelos que combinan problemas de ruteo e inventario con múltiples depósitos (MDIRP) con escalones, autores como Guimarães, Coelho, Schenekemberg y Scarpin, fueron los primeros en proponer modelos de dos y tres escalones siendo su abreviatura (2E-MDIRP) y (3E-MDIRP) respectivamente. En resumen, para darle solución a los modelos, se diseñó un algoritmo de ramificación y corte (Branch-and-Cut) para resolver un

modelo matemático creado por los autores que contenía características y restricciones propias del problema planteado.

Algo que se encontró al examinar estos trabajos, fue en el comentario repetitivo de los autores donde expresaban la falta de información que se puede recopilar acerca del tema, dado la poca existencia de trabajos donde se investiga acerca del modelo MDIRP. Al expresar esto en las reuniones con el director del proyecto se determinó la necesidad de realizar una búsqueda adicional a fin de complementar la investigación, por esto, se usó la literatura gris y Google académico como se dijo en el apartado 4. Revisión de la literatura, como herramientas que pudiesen otorgar nuevos resultados enfocados al modelo MDIRP. El resultado de esta nueva búsqueda nos llevó al modelo MDVRP, una variación del modelo VRP, el cual como se mencionó anteriormente es una de las bases del modelo que se quiere investigar, dicho esto MDVRP se estableció como el modelo que complementaría la revisión de la literatura, que tiene como fin entre otras cosas definir la técnica metaheurística que se espera le dé solución al modelo que se va a plantear. Ahora bien, una definición precisa del modelo MDVRP la da (Molina Gómez, 2014) , el cual expresa que este modelo se caracteriza por disponer de más de un depósito o almacén para servir a los clientes. Además, se dispone de una flota conocida estacionada en cada depósito donde los vehículos y los depósitos cuentan con una capacidad limitada, lo que se busca es asignar rutas a cada vehículo que comienzan y finalizan en el mismo almacén.

En la web existe una estrategia de búsqueda de literatura basada en el principio de bola de nieve. Esta estrategia tiene como beneficio, que puede ser utilizada justo después de haber identificado y examinado información referente al tema. Consiste en revisar aquellas referencias bibliográficas que se citan en la literatura consultada y que parezcan ser específicas para el tema de investigación (Cañas, 2015). Se decidió usar esta estrategia pues en muchos de los trabajos

analizados los autores citaban a otros autores que habían trabajado problemas de ruteo bajo diferentes modelos con múltiples depósitos, siendo el más representativo el problema MDVRP. En otras palabras, se le conoce muestreo de bola de nieve porque cada sujeto estudiado propone a otros, produciendo un efecto acumulativo parecido al de la bola de nieve (Universo Formulas, 2019).

Como punto de partida, el artículo más reciente encontrado en la nueva búsqueda fue desarrollado por (Rocha & Salaberry, 2019) el cual recopila información de variaciones del modelo MDVRP. Este artículo citaba varios trabajos, sin embargo, el que se consideró más relevante fue el estado del arte titulado “A literature review on the vehicle routing problem with multiple depots”, el cual con el efecto bola de nieve fue citado reiterativamente por otros autores, al observar esto se consideró que este trabajo sería material base para recopilar información referente al modelo MDVRP.

El estado del arte fue desarrollado por (Montoya Torres, López Franco, Neto Isaza, Felizzola Jiménez, & Herazo Padilla, 2014) consta de 173 artículos y contempla documentos publicados desde 1988 hasta 2014, dado que este trabajo expone modelos diferentes al MDVRP y además contiene diferentes técnicas de solución a los modelos expuestos (métodos exactos, heurísticas y metaheurísticas), se procedió entonces a realizar una revisión minuciosa cuyo resultado fue una recopilación de 28 artículos que contienen información valiosa para esta investigación donde se usaron metaheurísticas como método de desarrollo para el modelo VRP con múltiples depósitos. Esta información se sintetiza en la siguiente tabla.

Tabla 3.

Consolidado estado del arte

Año	Trabajos
1996	-Renaud y Laporte, utilizan un algoritmo de búsqueda tabú con el fin de optimizar el costo operativo total en un modelo MDVRP.
1997	-Cordeau, Gendreau y Laporte proponen un algoritmo de búsqueda tabú que resuelve tanto el modelo MDVRP como el VRP periódico, conocido como PVRP.
2000	-Filipec, Škrlec, y Krajcar resuelven el problema MDCVRP mediante el uso de un algoritmo genético.
2001	-Cordeau, Laporte y Mercier trabajaron un modelo MDVRP con ventanas de tiempo, se usó la búsqueda tabú y se evaluó la metaheurística comparándola con métodos alternativos.
2005	-Hartl, Doerner, y Reimann, plantean un algoritmo basado en la filosofía de la búsqueda de vecindad variable (VNS) para resolver un modelo MDVRP con ventanas de tiempo. -Lim y Wang integran el modelo MDVRP, con la característica de una distribución fija de vehículos (MDVRPFD), usaron dos metodologías de solución: enfoques de dos etapas (asignación y enrutamiento) y de una etapa que integra la asignación con el enrutamiento.
2006	-Lim y Zhu trabajaron el modelo (MDVRPFD) mediante un algoritmo de mejor inserción aleatoria (RBI). Posteriormente desarrollan mejoras a lo propuesto, dando como resultado que las soluciones generadas por este nuevo algoritmo requieren un 20% menos de vehículos. -Parthanadee y Logendran proponen un modelo MDVRP de múltiples productos cuya característica es que los depósitos son interdependientes; se usó la búsqueda tabú como método de desarrollo.
2007	-Bae, Hwang, Cho, y Goa se enfocaron en el uso de un algoritmo genético (GA) para darle solución al problema MDVRP.
2008	-Ho, Ho, Ji, y Lau desarrollaron dos algoritmos genéticos híbridos (HGA) para resolver el modelo MDVRP. Se realizó una comparación de los algoritmos con el fin de determinar cuál otorgo mejores resultados. -Polacek, Benkner, Doerner, y Hartl usan la Búsqueda de vecindad variable (VNS) como método de desarrollo para un modelo MDVRP con ventanas de tiempo.

Año	Trabajos
2009	-Zhen y Zhang exponen una metaheurística que combina el principio de memoria adaptativa y la búsqueda tabú para la solución de subproblemas referentes al MVRP.
	-Dondo y Cerdá, presentan un algoritmo de mejora de búsqueda local que otorga una solución factible de bajo costo para cada una de las instancias que se propusieron.
2010	-Ting y Chen propusieron un algoritmo híbrido que combinaba múltiples sistemas de colonia de hormigas (MACS) y de recocido simulado (SA).
	-Mirabi, Fatemi Ghomi y Jolai exponen tres metaheurísticas híbridas para resolver el MDVRP con entregas parciales.
2011	-Vidal, Crainic, Gendreau, Lahrichi, y Rei implementan un algoritmo genético para resolver tres problemas de enrutamiento de vehículos, el MDVRP, el VRP periódico y el VRP periódico multi depósito con vehículos capacitados.
	-Yücenur y Demirel usaron un algoritmo de agrupamiento genético basado en formas geométricas para el problema MDVRP.
2012	-Aras, Aksen y Tekin Tomaron el modelo (MDVRP) y lo formularon mediante dos modelos de programación lineal de enteros mixtos (MILP), la búsqueda tabú fue la técnica escogida para desarrollar el problema.
	-Maischberger y Cordeau Usaron la búsqueda tabú para resolver ocho variaciones diferentes del problema VRP, en donde se incluyó el MDVRP.
2013	-Wang, Zhang y Wang, emplearon un algoritmo de búsqueda de vecindario variable, el cual resulto eficaz para resolver el MDVRP con ventanas de tiempo.
	-Bettinelli, Ceselli y Righini presentan un algoritmo de ramificación y corte para resolver el MDVRP con ventanas de tiempo.
2014	Kuo y Wang trabajaron un problema de ruteo de vehículos de varios depósitos con el costo de carga (MDVR PLC). Este modelo se resolvió con un método de búsqueda de vecindad variable (VNS).
	-Liu y Yu, para resolver el problema MDVRP, usaron la mezcla de 2 técnicas, el algoritmo de colonia de hormigas con un algoritmo genético.
2015	-Rahimi-Vahed, Crainic, Gendreau, y Rei Para abordar el problema, usaron un algoritmo de ruta eficiente mediante dos configuraciones diferentes: En primera medida, como un

Año	Trabajos
	algoritmo independiente y, por último, como parte de un Algoritmo de búsqueda operativa llamada búsqueda cooperativa integrativa.
	-Vidal, Crainic, Gendreau, y Prins formulan un algoritmo genético híbrido con búsqueda iterada local para resolver el problema MDVRP y el problema de combinación de flotas de vehículos con múltiples depósitos (MDVFMP).
	-Xu y Jiang presentaron un algoritmo de búsqueda de vecindad variable importada (IVNS) que resolvió un problema heterogéneo de ruteo de vehículos de múltiples depósitos con ventanas de tiempo conocido como (MDHVRPTW).
2014	-Salhi, Imran, y Wassen realizaron de manera eficiente un método de búsqueda de vecindad variable (VNS) que incluyó características propias de los autores disminuyendo el tiempo de ejecución del ordenador para resolver casos en la web acerca de MDVRP.
	-Hirsch, Schroeder, Maggiar, y Dolinskaya. Trabajaron el modelo MDVRP para embarcaciones de superficie, proponen la realización de diversas Metaheurísticas.

Con el objetivo de complementar la búsqueda adicional se continuó con el uso de la metodología de bola de nieve donde se encontraron trabajos posteriores a 2014, pues el objetivo ahora consistía en recopilar información reciente que fuese útil para la investigación.

(Hernández Ortiz, 2016) cita varios trabajos de los que se destacan, (González Vargas & González Aristizabal, 2007) donde se presentan dos fases para resolver el modelo. En la primera instancia, se aplicó un algoritmo genético y finalmente heurísticas de barrido y búsqueda local para la segunda fase. Más adelante, (Geetha, Vanathi, & Poonthalir, 2012) se adaptan a la metodología de primero agrupar para luego rutear, utilizan algoritmos genéticos (GA) y optimización de enjambre de partículas (PSO) para resolver el MDVRP. De igual manera, se propone una optimización de enjambre de partículas híbridas (HPSO) para resolver MDVRP, el algoritmo se implementa usando Matlab 7.0.1. Finalmente, Hernández Ortiz cita el documento de (Bolaños, 2014), donde se presenta un algoritmo metaheurístico para resolver el problema de ruteo de

vehículos con múltiples depósitos y flota heterogénea (MDHFVRP). Se utiliza una técnica de solución basada en un algoritmo genético de Chu-easley modificado, donde interviene un proceso heurístico y estrategias de búsqueda local entre rutas.

Por otra parte, y más recientemente (Toro Ocampo, Domínguez Castaño, & Escobar Zuluaga, 2016) En su trabajo exponen una metodología híbrida que combina técnicas aglomerativas de clusterización para generar soluciones con un algoritmo de búsqueda local iterada (ILS) para resolver el problema. Además, realizaron un extenso análisis sobre el desempeño de las técnicas de clusterización en este tipo de modelos con algunos trabajos que en la tabla 2 ya fueron mencionados.

De manera más reciente, (Ospina Toro, Toro Ocampo, & Gallego Rendón, 2017), el modelo MDVRP que propusieron los autores, tenía como característica la falta de restricción de distancia, además, se aceptaban soluciones por sobrecarga en vehículos, depósitos y longitud de ruta, las cuales son llevadas como penalidades en la función objetivo. Para darle solución se implementó el algoritmo de Búsqueda Local Iterada. La metodología fue verificada usando casos existentes en la literatura para demostrar el éxito de esta propuesta.

Finalmente, y con el fin de ilustrar toda la información que se recopiló a lo largo de la revisión de literatura, se realizó la figura 11 que muestra el consolidado de los artículos anteriormente expuestos.

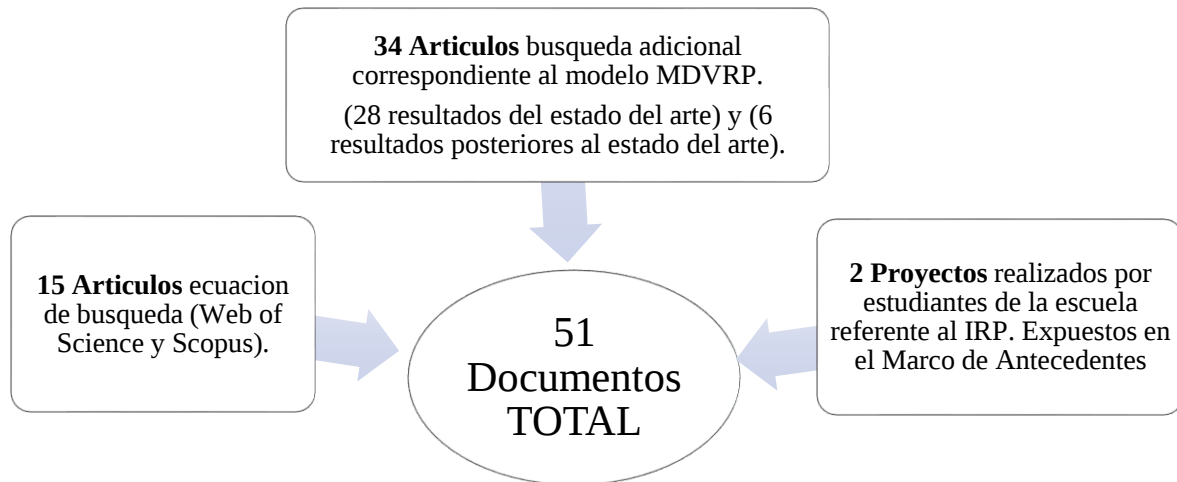


Figura 11. Consolidado de documentos

Cabe resaltar que los 2 proyectos realizados en la escuela no fueron expuestos en este apartado, se consideró pertinente incluirlos en 5.1 Marco de antecedentes por ser proyectos que anteceden a esta investigación. Por otra parte, para la figura 11 no se sumaron los artículos encontrados en la literatura gris y Google académico, sin embargo, estos documentos fueron un aporte importante para la realización del apartado 5.2 Marco teórico. Finalmente, con este consolidado de información se espera dar cumplimiento a los objetivos planteados para esta investigación.

5. Marco de Referencia

5.1 Marco de antecedentes

Con relación a algunos antecedentes que puedan brindar orientación para el desarrollo de este proyecto, y como se comentó en los pasados apartados, a continuación, se presentan dos trabajos que se realizaron en la escuela como tesis de pregrado de Ingeniería Industrial que sirven como referencia al modelo MDIRP que se pretende ejecutar en este proyecto.

Barragán Pineda & Romero Cuervo (2015) desarrollaron un proyecto titulado “Estudio y desarrollo de un modelo matemático para el problema de ruteo e inventario (IRP)” donde se busca satisfacer la demanda de los clientes a través del transporte de un producto desde un depósito (punto de origen) a múltiples clientes (puntos de destino). Además, se planteó la formulación de un modelo matemático haciendo uso de métodos y técnicas de optimización eficientes para encontrar solución a un problema IRP clásico.

A raíz de esto, la investigación fue centrándose en el análisis de dichos métodos, por un lado, los métodos exactos, los cuales a partir de modelos de programación lineal se llega a una solución factible por medio de algoritmos de acotamiento del conjunto de soluciones factibles. Por otro lado, los métodos aproximados (heurísticas y metaheurísticas), diseñados para resolver problemas complejos de optimización combinatoria y limitados a proporcionar una buena solución y no la óptima, que permitirían concluir sobre la enorme relación que existe entre la gestión de inventarios y ruteo de vehículos.

Para sintetizar, se usaron métodos exactos como el algoritmo de ahorro junto a dos métodos heurísticos, método de mejora 2-OPT y el algoritmo de ahorro de Clark and Wright con el fin de encontrar la solución para el modelo. Además, se usó la metaheurística búsqueda tabú para determinar si esta proporcionaba una mejor solución al modelo y a las consideraciones implementadas por los autores, lo que llevó a concluir que la metaheurística encontró un mejor costo para una de las instancias que tenía el problema, pero sus demás resultados tuvieron soluciones similares a las halladas con el método exacto.

Este trabajo será un aporte importante para la investigación, ya que fue el primero en estudiar y desarrollar un modelo IRP en la escuela, el cual se originó a partir de un problema de ruteo de vehículos Multi-periodo (PVRP) para posteriormente incluir las consideraciones del modelo IRP. Finalmente, su modelo matemático contenía todas las restricciones pertinentes según las consideraciones de demanda, inventario y el horizonte de planeación que permitirían ser punto de partida, junto con sus demás características para formular el modelo IRP con múltiples depósitos que se desarrollará en el presente trabajo.

Asimismo, un año más tarde (Barrera Barbosa & Santos Rueda, 2016) realizan un avance a la investigación de Elsa Barragán y Leidy Romero, la tesis titulada “Diseño de un marco de trabajo para el problema de ruteo e inventarios (irp), involucrando tres técnicas metaheurísticas adicionales a la búsqueda tabú”. Para este caso, los autores toman el modelo IRP que se generó en el pasado y se decide aplicar tres metaheurísticas diferentes a la búsqueda tabú, las cuales se conocen como: enjambre de partículas (PSO), algoritmos genéticos (GA) y colonia de hormigas (ACO), para luego, llevar a cabo diferentes instancias a fin de validar la coherencia en las soluciones. Por consiguiente, todo lo planteado tuvo como propósito comparar estas cuatro

metaheurísticas en diferentes escenarios para encontrar el método que arrojaba los mejores resultados y por tanto la mejor solución.

Con este segundo trabajo realizado en la escuela referente al mundo IRP, se pretende buscar si existen casos con modelos de múltiples depósitos donde se haya usado alguna de las cuatro metaheurísticas anteriormente mencionadas. Asimismo, se estudiarán las instancias que se realizaron en este proyecto con el fin de estudiar y entender el modelo IRP, para luego modificar las consideraciones que se deben tener en cuenta para el modelo MDIRP. Ahora bien, para complementar lo dicho en el apartado 4.2 Análisis preliminar de la literatura, se encontraron los siguientes artículos cuya característica es un modelo MDIRP.

El primero de ellos fue desarrollado por, (Bertazzi, Laganà, Coelho, & De Maio, 2017) proponen el primer modelo MDIRP, con la característica de una flota homogénea. El diseño del modelo se apropió de un modelo propuesto por Archetti (2016), quien implementó un modelo matemático para resolver un modelo de varios vehículos y de múltiples depósitos conocido como (MDVRP). Para resolver el problema se diseñó un algoritmo de ramificación y corte (Branch and cut) junto a una metaheurística de tres fases propuesta por los autores; en su ensayo se contemplaron hasta 50 personas (clientes) de forma aleatoria y cuyo objetivo era determinar los vehículos a asignar para cada depósito junto a la cantidad de producto que se debía entregar a cada uno de los clientes, teniendo en cuenta la capacidad tanto de los clientes como de los vehículos. Todo esto a fin de demostrar que la metaheurística propuesta por los autores tendría mejores resultados que el algoritmo de ramificación y corte.

Para finalizar, en este año los autores referenciados anteriormente realizaron un nuevo aporte titulado “A matheuristic algorithm for the multi-depot inventory routing problem”, cuya principal diferencia con su antiguo trabajo consistía en que la asignación de clientes a los depósitos no está

fijada a priori, es decir, era más flexible. Para este caso, se diseñó un modelo de programación lineal entera mixta y nuevamente se generó una metaheurística de tres fases para darle solución al problema. Al igual que su investigación anterior esta metaheurística se compara con un algoritmo de ramificación y corte, donde la metaheurística genera mejores resultados y tiempo de solución más cortos. Estos dos trabajos serán estudiados, para observar el modelo matemático que se propone junto a las consideraciones que se tomaron en cuenta para un modelo MDIRP. Además, se analizarán cada uno de los documentos en los cuales basaron su investigación con el fin de recolectar información que pueda ser útil para la investigación.

Para concluir, con ayuda de los trabajos que se han mencionado, se le buscará dar cumplimiento al segundo objetivo que consiste en “Formular el modelo MDIRP a trabajar, a partir de los trabajos previos sobre el IRP”.

5.2 Marco teórico

5.2.1 Inventario gestionado por el Vendedor (VMI). VMI es un concepto de administración de inventario que permite a los proveedores administrar el inventario de los clientes. El proveedor realiza revisiones periódicas del inventario (en el sitio del cliente) y el inventario se reabastece o se repone según la demanda que tenga el cliente (Encyclopedia of Production and Manufacturing Management, 2000). Este concepto se ha usado en problemas de optimización donde se busca tomar decisiones de inventario y reabastecimiento.

5.2.2 Problema de optimización. Un problema de optimización es aquel en el que se determina la solución óptima para el problema formulado, consiste en hallar el valor que deben

tomar las variables para hacer óptima la función objetivo planteada, teniendo en cuenta una serie de restricciones (Linares, Ramos, Sánchez, Sarabia, & Begoña, 2001).

5.2.3 Optimización combinatoria. Según (Garcia, 2006), la optimización combinatoria es una rama de la optimización de las matemáticas aplicadas fuertemente relacionada con la investigación operativa, la teoría algorítmica y la teoría de la complejidad computacional. Aguiar Pulido (2014) quien, basándose en Cook (1997), comenta que un problema de optimización combinatoria generalmente se caracteriza por un conjunto finito de soluciones admisibles. La resolución del problema consiste en minimizar o maximizar una función objetivo.

Por otra parte, un apartado realizado por (Yepes Piqueras, 2014), expresa que los problemas de optimización en los que las variables de decisión son enteras, reciben el nombre de problemas de optimización combinatoria. En este caso, se trata de hallar el mejor valor de entre un número finito o numerable de soluciones viables.

5.2.4 Complejidad computacional. Los problemas de optimización combinatoria son resueltos con ayuda de un ordenador, según el nivel de complejidad. Se puede encontrar que hay problemas que no pueden ser resueltos por cualquier tipo de medios mecánicos y electrónicos debido a su complejidad (Barragán Pineda & Romero Cuervo, 2015).

Existe una escala para medir la complejidad, incluyendo entre otros:

- Problemas combinatorios con tiempo polinómico (P): Resoluble en tiempo polinómico, es decir, de forma rápida; P-completo, los problemas más difíciles en P.

- Problemas combinatorios con tiempo no polinómico (NP): Problemas con respuestas positivas verificables en tiempo polinómico y NP-completo, los más difíciles problemas de NP (Cortéz, 2004).

Asimismo, existe una variación en la escala NP conocida como NP-Hard o NP-duro, la cual implica que se aborda y se resuelve en un tiempo polinomial no-determinista. Se diferencian con los problemas NP-completo pues estos últimos son aquellos que son NP y al mismo tiempo NP-Hard (Maldonado, 2013).

Para esta investigación se abordará un problema de ruteo e inventarios con múltiples depósitos, el cual es considerado como un modelo con dificultad NP-Hard, para el que no es posible encontrar una solución óptima, sino que se encontrara una solución que se considere factible para darle solución al problema.

5.2.5 Métodos de solución. Con el fin de encontrar aquellos métodos de solución que darán respuesta al modelo que se desea desarrollar en esta investigación, (Dorronsoro, 2017) en su página Web expone documentos donde muestra en otras cosas, las técnicas más utilizadas para resolver problemas de ruteo de vehículos. Principalmente se encuentran heurísticas y metaheurísticas, ya que según el autor ningún algoritmo exacto puede determinar la solución de un problema NP-Hard en un tiempo de cálculo razonable cuando el número de ciudades es grande.

De igual manera, en el artículo realizado por (Rocha Medina, Gonzales Larota, & Orjuela Castro, 2011) se hace una revisión bibliográfica en relación con lo que respecta a los métodos de solución, de esta revisión bibliográfica se concluyó que se abordan tres categorías que fueron nombradas en el párrafo anterior; métodos exactos, heurísticas y metaheurísticas, como se muestra en la figura 12.



Figura 12. Métodos de solución para VRP. Adaptado de (Rocha Medina, Gonzales Larota, & Orjuela Castro, 2011, pág. 42)

5.2.5.1 Métodos Exactos. Los métodos exactos como sugiere su nombre tienen como fin calcular todas las soluciones posibles hasta que se alcance el óptimo absoluto. A partir del supuesto de que la solución no debe estar muy lejos, se aplican diferentes técnicas que permiten llegar al óptimo entero (Hernández A. , s.f.). Por supuesto los métodos exactos no son siempre la respuesta adecuada, ya que presentan varias desventajas que impiden su uso en muchos problemas aplicados (Díaz, Morillo, & Moreno, 2014), además, en casos a gran escala, no se puede garantizar que ningún algoritmo exacto encuentre recorridos óptimos dentro de un tiempo de cálculo razonable (Dorronsoro, 2017) , es por esto que se recurre al uso de heurísticas y metaheurísticas con los que se espera encontrar soluciones en tiempos más razonables.

5.2.5.2 Heurísticas. Una heurística es un algoritmo que permite obtener soluciones de calidad para dar solución a un problema dado. Esto permite tener menores tiempos de ejecución, pero sin asegurar la optimalidad de la solución (Lüer, Benavente, Bustos, & Venegas, 2009). Es decir, no se garantiza que la solución sea la más óptima, ya que en ocasiones el valor de la solución dependerá de las características del problema y de la heurística aplicada. Existen dos tipos de heurísticas, las cuales se detallan en la figura 13.

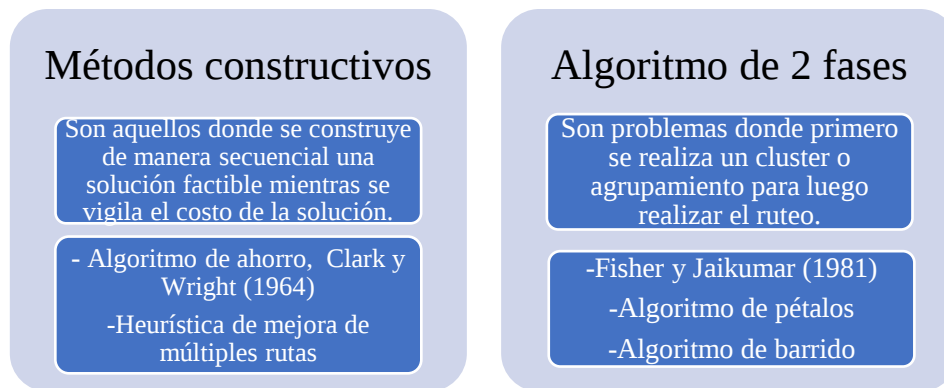


Figura 13. Heurísticas. Adaptado de (Dorransoro, 2017)

5.2.5.3 Metaheurísticas. Una desventaja importante de las heurísticas clásicas consiste es la incapacidad de continuar más allá del primer óptimo local encontrado. Además, dichos procedimientos no pueden reaccionar y adaptarse a casos de problemas particulares. La clase de heurística moderna conocida como metaheurística tiene como objetivo abordar estos desafíos (Crainic & Toulouse, 2003).

En el artículo realizado por (Vélez & Montoya, 2007) se expone una que los metaheurísticos son métodos aproximados diseñados para resolver problemas de optimización combinatoria, en los que los heurísticos clásicos no son efectivos. Por otro lado (Belén , Moreno Pérez, & Moreno Vega, 2003), expresan que las metaheurísticas pueden concebirse como estrategias generales de diseño de procedimientos heurísticos para la resolución de problemas con un alto rendimiento, dicho esto se concluye que para darle solución a los problemas de optimización combinatoria, las metaheurísticas implementan el uso de diversas heurísticas, ya sea combinando o modificando varias de ellas.

Existen varios tipos de metaheurísticas, sin embargo, para este trabajo se incluirán aquellos que se consideran los más relevantes para problemas de ruteo de vehículos, donde se incluyen métodos como recocido simulado (SA), búsqueda tabú (TS), búsqueda local iterativa (ILS)

optimización por colonia de hormigas (ACO), algoritmos genéticos (GA) y los algoritmos híbridos.

5.2.5.3.1 Recocido Simulado (SA). La idea surge del proceso físico conocido como recocido, en el cual se eleva la temperatura de un sólido hasta el punto de que se vuelve líquido, en seguida la temperatura se disminuye de forma paulatina para obtener una estructura cristalina conocida como (estado basal) (Hernández, Hernández, & Flores, 2011).

El recocido simulado se usó en problemas de optimización por Kirkpatrick en 1983. Comienza desde una solución aleatoria inicial, En cada iteración, una nueva solución es tomada del vecindario predefinido de la actual solución. El valor de la función objetivo de la nueva solución es comparado con la actual para determinar si un mejoramiento ha sido alcanzado (Escobar & Linfati, 2012). En la figura 14, Kirkpatrick describe el procedimiento básico para recocido simulado.

```

Definir función objetivo  $f(x,y)$ 
Establecer temperatura inicial  $T_0$ , Establecer temperatura final  $T_f$  y máximo número de iteraciones
Definir tasa de enfriamiento
While  $T > T_f$  y  $n < N$ 
  for  $j = 1 : \text{num\_agentes}$ 
    Mover aleatoriamente a nuevas ubicaciones:  $(x,y)_{n+1} = (x,y)_n + \text{randn}$ 
    Calcular  $\text{delta}f_{n+1} = f(x,y)_{n+1} - f(x,y)_n$ 
    Aceptar la nueva solución si es mejor
    if no es mejor
      Generar un número aleatorio  $r = \text{rand}$ 
      if  $p > r$  Aceptar la solución end if
    end if
  end for
  Actualizar el mejor global  $x_*$  y el valor de la función de costo  $f_*$ 
   $n = n + 1$ 
end While

```

Figura 14. Recocido Simulado. Adaptado de (Candotti, Dimas, & Reinaldo, 2014)

5.2.5.3.2 Búsqueda tabú (TS). Esta es una de las técnicas más populares para resolver problemas de ruteo en la actualidad. La búsqueda Tabú surge, en un intento de dotar de

“inteligencia” a los algoritmos de búsqueda local. Según Fred Glover, quien ofrece la primera definición en 1986, “la búsqueda tabú guía un procedimiento de búsqueda local para explorar el espacio de soluciones más allá del óptimo local” (Riojas Cañari, 2005).

Consiste en la aplicación del proceso de búsqueda local (buscar una mejor solución en el vecindario de la solución actual) pero añadiendo a éste, una memoria a corto plazo de forma tal que cada óptimo local visitado recientemente, es guardado en una lista denominada lista tabú (Gelves Tello & Mora Moreno, 2015), cualquier solución que se haya seleccionada recientemente se incluye en la lista para que se convierta en "tabú" durante un breve período de tiempo, dependiendo de la longitud de la lista. Esto minimiza la posibilidad de volver a soluciones pasadas y ciclarse y, por lo tanto, crea más posibilidades de mejora al moverse a áreas no exploradas del espacio de búsqueda (Mushi, 2006) .

Elementos claves en búsqueda tabú:

- Restricciones Tabú: Restringir la búsqueda al clasificar ciertos movimientos como prohibidos (tabú), para evitar caer en soluciones recientemente generadas.
- Criterio de aspiración (aspiration criteria): Liberar la búsqueda por medio de una función de memoria a corto plazo (olvido estratégico).

Se crea un subconjunto $T \subseteq S$ usando información histórica extendiéndola t iteraciones en el pasado. La membresía en T puede ser por medio de condiciones a cumplir (no necesariamente un índice de soluciones pasadas) (Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica, s.f.).

5.2.5.3.3 Búsqueda local iterativa (ILS). La metaheurística (ILS) genera subconjuntos del espacio de solución alrededor de soluciones óptimas locales, en las cuales se ejecutarán procedimientos de búsqueda local aplicando adecuados esquemas de vecindad, y para salir de los

óptimos locales se aplican procedimientos de diversificación, que permiten salir a otros espacios de solución (Castañeda Londoño, 2017).

Los autores (Lourenço, Martin, & Stützle, 2013) , expresan que la Búsqueda local iterativa necesita de cuatro componentes:

- Una solución inicial
- Un procedimiento de modificación (mutación) que aplica un cambio brusco sobre la solución actual para obtener una solución intermedia
- Un procedimiento de Búsqueda Local
- Un criterio de aceptación que decide a qué solución se aplica el procedimiento de modificación n En la mayoría de las aplicaciones, la mutación se aplica a la mejor solución encontrada

Este algoritmo es relativamente simple de implementar y usa muy pocos parámetros, lo cual facilita el proceso de ajuste de estos. Por lo tanto, ILS se transforma en un algoritmo atractivo para dar solución a problemas del mundo real (Bermudez, Minetti, & Salto , s.f.).

5.2.5.3.4 Optimización de colonias de hormigas (ACO). La metaheurística conocida como optimización por colonia de hormigas (Ant Colony Optimization, ACO), fue introducida por Marco Dorigo en los inicios de 1990 como herramienta para la solución de problemas de optimización complejos. (Dorigo & Blum, 2005). Simplificando el tema, la idea es que cada hormiga exploradora se mueve en principio de forma aleatoria, pero va dejando tras de sí un rastro de feromona. La intensidad del rastro de feromona afecta a las exploradoras que vengan detrás, haciendo que poco a poco todas converjan hacia el camino óptimo (Ponce , 2006).

La optimización de colonias ha sido usada para resolver problemas de optimización. A partir de los noventa, cuando se propuso el primer algoritmo de optimización de colonias de hormigas, ACO ha llamado la atención de los investigadores. En la actualidad, los investigadores y profesionales han trabajado en aplicaciones de ACO, hoy en día existen muchas aplicaciones exitosas disponibles en la web (Dorigo, Stützle, & Birattari, 2006). Algunas de las variantes o extensiones del algoritmo que se ven hoy en día la expone (Zufferey, Farres, & Glardon, 2015), los cuales se detallan a continuación:

- **Senderos de hormigas elitistas.** Es una de las primeras mejoras de los algoritmos clásicos de hormigas. Sesga la regla de actualización de camino para converger más rápido al área más prometedora del espacio de búsqueda.
- **Senderos delimitados.** Consiste en tener límites superior e inferior para los valores del camino. El límite inferior evita que el algoritmo descarte algunas soluciones y el límite superior evita que el algoritmo centre toda su atención en una región del espacio de búsqueda.
- **Listas de candidatos.** Consiste en reducir el número de opciones posibles para disminuir el esfuerzo computacional en cada iteración, por ejemplo, los clientes más cercanos serán los elegidos en la construcción de la solución.
- **Sistema de colonias de hormigas múltiples (MACS).** Consiste en varios grupos de hormigas que tienen su propio sistema de senderos. En este caso, cada colonia se enfoca en optimizar su propia función objetivo e interactúa con las otras para crear una mejor solución global.

5.2.5.3.5 Algoritmos genéticos (AG). Los Algoritmos Genéticos (AG), utilizan las ideas de la evolución natural de los seres vivos para resolver problemas de optimización y búsqueda. En general, se trabaja sobre una representación de las soluciones en algún esquema de codificación (vectores, matrices o arboles) (Olivera, 2004).

En el trabajo realizado por (González Vargas & González Aristizabal, 2007), se expresa que Goldberg, expone el por qué los algoritmos genéticos difieren de la mayoría de los procedimientos de búsqueda y optimización normales, así:

- Los algoritmos genéticos trabajan con una codificación de parámetros (o genotipo) y no con los parámetros en sí mismos (fenotipo), por esta razón en los GA cada solución (individuo de la población) está representada por un vector denominado cromosoma, en el que cada uno de sus componentes (gen) representa un parámetro de la solución.
- Los algoritmos genéticos realizan la búsqueda a partir de una población de soluciones y no desde una sola solución
- Los algoritmos genéticos utilizan la información de la evaluación de la función objetivo (función de fitness $f(i)$) para guiar la búsqueda.
- Los algoritmos genéticos utilizan reglas de transición probabilística y no determinística.

5.2.5.3.6 Algoritmos híbridos. Estos algoritmos son la consecuencia de unir o combinar diferentes características de metaheurísticas como las ya anteriormente mencionadas, esto se hace con el fin de complementar técnicas que puedan otorgar mejores resultados. El proceso de diseñar un algoritmo híbrido fuerte es caracterizado como un problema de optimización combinatoria, demostrándose que su resolución es NP-dura (Cotta Porras, 1998).

5.2.6 Problema de Ruteo de Vehículos (VRP). El problema de ruteo de vehículos (VRP) es una versión extendida del problema del agente viajero (TSP), el objetivo que se persigue en este problema es minimizar la distancia total recorrida, cuando uno o varios agentes deben visitar un número de nodos y regresar al punto inicial de partida (Galarcio, Buelvas, Nisperuza, López, & Hernandez, 2017). A grandes rasgos un Problema de Ruteo de Vehículos consiste en, dado un conjunto de clientes y depósitos dispersos geográficamente y una flota de vehículos, determinar un conjunto de rutas que generen el costo mínimo donde los vehículos una vez visitados los clientes, parten y terminan en los depósitos (Olivera, 2004). Sin embargo, si una compañía tiene muchos depósitos para atender a sus clientes, y cuya característica consiste en que los clientes y los depósitos están entremezclados entonces se debe plantear como un problema VRP multi-depósito (Rocha Medina, Gonzales Larota, & Orjuela Castro, 2011). Este problema es uno de los más investigados en el contexto de los problemas de ruteo siendo solucionado a lo largo del tiempo mediante diferentes técnicas de solución.

5.2.7 Problema de Ruteo de Vehículos con múltiples depósitos (MDVRP). El problema de enrutamiento de vehículos con múltiples depósitos (MDVRP) surge como una generalización del problema de enrutamiento de vehículos (VRP), donde los vehículos se separan de un depósito de múltiples ubicaciones (Pereira Ramos, Gomes, & Barbosa Póvoa, 2019). Cada vehículo debe salir y regresar al mismo depósito y el tamaño de la flota en cada depósito debe oscilar entre un mínimo y un máximo especificados (Tansini, Urquhart, & Viera, 2001).

5.2.8 Problema de ruteo e inventarios (IRP). Como se expresó en el apartado 4.2 análisis preliminar de la literatura, el problema IRP es un problema de optimización combinatoria que

posee las características del control de inventario administrado por el vendedor (VMI) y la asignación de rutas que se le asigna a una flota de vehículos (VRP). Además, este modelo adiciona particularidades como contemplar la capacidad de los vehículos, así como un horizonte de planificación con el fin de suplir la demanda y reducir los costos de mantener inventario. Todas las decisiones tomadas hoy deben hacerse teniendo en cuenta su impacto en lo que se tiene que hacer en el futuro (Campbell & Savelsbergh, 2004). Lo anterior, hace que el problema sea considerado de alta dificultad debido a que no es posible obtener una solución óptima, se han propuesto varios enfoques heurísticos y metaheurísticos para lograr buenas soluciones dentro de un tiempo de cálculo aceptable (Nikkhah Qamsari, Hosseini Motlagh, & Jokar, A two-phase hybrid heuristic method for a multi-depot inventory-routing problem, 2017).

5.2.9 Problema de ruteo e inventarios con múltiples depósitos (MDIRP). Al igual que en el caso del MDVRP, el MDIRP adiciona la característica de contemplar varios depósitos con el fin de satisfacer las demandas de los clientes, para este caso cada depósito cuenta con una flota de vehículos independientes con una capacidad y un costo fijo. Esto se presenta mucho en las megaciudades donde es necesario contar con varios depósitos cuya capacidad sumada deberá ser suficiente para servir las demandas de los clientes, al comienzo de cada período.

6. Formulación del Modelo

Como se mencionó en el apartado 5.1 Marco de antecedentes, para la construcción del modelo MDIRP, se tomó como base el modelo matemático IRP desarrollado en investigaciones realizadas por estudiantes de la Escuela de Estudios Industriales y Empresariales, en él, se incluyeron características encontradas en la revisión literaria, esto con el fin de adaptar y contemplar cada una de las características de un modelo MDIRP. El modelo IRP realizado previamente era el siguiente:

ÍNDICES

$i = \{0, 1, 2, \dots, n\}$	Conjunto de clientes a los cuales se visita, 0 denota el depósito.
$j = \{0, 1, 2, \dots, n\}$	Conjunto de nodos desde donde puede continuar un vehículo su ruta.
$t = \{1, 2, \dots, T\}$	Conjunto finito y discreto de los instantes de tiempo.
$k = \{1, 2, \dots, m\}$	Conjunto de vehículos utilizados por periodo.

PARÁMETROS

$Dem_{i,t}$	Demanda del cliente i en el periodo t .
m	Número de vehículos disponibles.
$CapC_i$	Capacidad de almacenamiento de cada cliente.
$CT_{j,i,k,t}$	Costo de transporte desde el nodo j al cliente i .
$CMI_{i,t}$	Costo de mantener inventario del cliente i en el periodo t .
$CapV$	Capacidad de carga de los vehículos.

VARIABLES DE DECISIÓN

$Q_{i,k,t}$	Cantidad de producto enviado al cliente i usando el vehículo k en el periodo t .
$INV_{i,t}$	Nivel de inventario almacenado en el cliente i en el tiempo t .
$X_{j,i,k,t}$	(1, si el arco (j,i) es usado por el vehículo k en el tiempo t), 0 si no.

F.O

$$\begin{aligned}
 \text{Min } z = & \sum_j \sum_i CT_{j,i,k,t} \sum_k \sum_t X_{j,i,k,t} \\
 & + \sum_i \sum_t CMI_{i,t} * INV_{i,t} + \sum_t CMI_{0,t} * \left(\sum_i \sum_k Q_{i,k,t} \right)
 \end{aligned} \tag{1.1}$$

$$\sum_{j=0, i \neq j} X_{j,i,k,t} - \sum_{i=0, i \neq j} X_{j,i,k,t} = 0 \quad \forall k, \forall t \tag{1.2}$$

$$\sum_{i=1} X_{0,i,k,t} \geq \sum_{i=1} X_{j,i,k,t}; \quad \forall k, \forall j, \forall t \tag{1.3}$$

$$\sum_{i=1} X_{i,0,k,t} \geq \sum_{i=1} X_{j,i,k,t}; \quad \forall k, \forall j, \forall t \tag{1.4}$$

$$\sum_{j \in S; i \in S} X_{j,i,k,t} \leq |S| - 1; \quad \forall S \subset V \mid |S| \geq 2; \quad \forall k, \forall t \tag{1.5}$$

$$\sum_{i \neq 0} Q_{i,k,t} \leq \text{CapV} * \sum_{i=1} X_{0,i,k,t}; \quad \forall t, \forall k, \forall j \quad (1.6)$$

$$\sum_k Q_{i,k,t} \leq \text{CapCi} - \text{INV}_{i,t} \quad \forall t, \forall k, \forall j \quad (1.7)$$

$$Q_{i,k,t} \leq \text{CapC}_i * \sum_j X_{j,i,k,t}; \quad \forall i, \forall t, \forall k \quad (1.8)$$

$$\sum_k Q_{i,k,t} + \text{INV}_{i,t-1} - \text{INV}_{i,t} = \text{Dem}_{i,t}; \quad \forall i, \forall t \quad (1.9)$$

$$Q_{i,k,t} \geq 0, \quad \text{INV}_{i,t} \geq 0, \quad X_{j,i,k,t} \in \{0,1\} \quad (1.10)$$

El objetivo del modelo es minimizar los costos de transporte y de mantener inventario tanto en el depósito como en los clientes. La expresión (1.2) garantiza que el vehículo que entre sea el que sale del nodo. La expresión (1.3) garantiza que cada vehículo/ruta salga del origen. La expresión (1.4) garantiza que cada vehículo/ruta entre al origen. La expresión (1.5) elimina los subtoures. La expresión (1.6) no permite que la capacidad del vehículo sea excedida por la cantidad a entregar al cliente por cada periodo. La expresión (1.7) expresa diferencia entre la capacidad del cliente con el inventario almacenado en ese periodo de tiempo, la cual debe ser mayor a la cantidad a despachar. La expresión (1.8) asocia que, si son enviadas unidades al cliente, éstas deben llegar por alguna ruta a él. La expresión (1.9) establece que la demanda del periodo debe ser satisfecha por la cantidad entregada en el mismo y el inventario actual, pudiendo dejar inventario para el

siguiente periodo. La expresión (1.10) corresponde a las condiciones de no negatividad del modelo.

Ahora bien, al abordar el escenario de un problema de ruteo de inventario que contempla la característica de múltiples depósitos y múltiples vehículos se definió de la siguiente manera:

Esta investigación aborda un modelo de programación lineal de enteros mixtos. Se consideró un grafo no dirigido $G = (N, E)$, donde E se define el conjunto de aristas $E = \{(i, j): i, j \in N, i \neq j\}$ donde N el conjunto de vértices. Dividimos el conjunto N de tal manera que $N = (R \cup D)$, donde $D = \{1, 2, \dots, d\}$ es el conjunto de depósitos que entregan un producto al conjunto de minoristas $R = \{d + 1, d + 2, \dots, d + i\}$ mediante un conjunto de vehículos $K = \{1, 2, \dots, k\}$ en un horizonte de planeación T con una longitud $t = \{1, 2, \dots, T\}$ correspondiente a períodos de tiempo. Ahora bien, CT_{ij} representa el costo de ir desde un nodo i al nodo j , por medio de una matriz cuadrada. La capacidad de almacenamiento de todos los clientes $CapC_i$, está definida. Los vehículos también contienen una capacidad $CapV_k$, es decir, la tasa de producción es limitada. Además, cada cliente i tiene una demanda D_{it} conocida en cada período t y puede ser atendida por vehículos del mismo depósito o desde diferentes (solo de ser estrictamente necesario). El nivel de inventario de cada cliente $INV(i, t)$ no puede ser negativo.

El objetivo del modelo es minimizar los costos generados por las actividades de transportar un producto, con la posibilidad de mantener inventario tanto en el depósito como en el cliente satisfaciendo la demanda de cada cliente en cada periodo de tiempo.

CONJUNTOS

N Conjunto de todos los puntos $(R \cup D)$

R Conjunto de minoristas

$\mathcal{D}$ Conjunto de depósitos

$\mathcal{T}$ Conjunto de periodos de tiempo

$\mathcal{K}$ Conjunto de vehículos

ÍNDICES

$i = \{1, 2, 3, \dots, R\}$ Representa los clientes.

$j = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ Representa los nodos

$d = \{1, 2, \dots, D\}$ Representa los Depósitos.

$k = \{1, 2, \dots, K\}$ Representa los Vehículos.

$t = \{1, 2, \dots, T\}$ Representa los Periodos.

PARÁMETROS

$Dem_{i,t}$ Demanda del cliente i en el periodo t .

$CapC_i$ Capacidad de almacenamiento de cada cliente.

$CapV_k$ Capacidad de carga de los vehículos.

$CT_{i,j}$ Costo de transporte desde el nodo j al cliente i .

$CMI_{i,t}$ Costo de mantener inventario en el cliente i en el periodo t .

$CMD_{d,t}$ Costo de mantener inventario en el depósito d en el periodo t .

VARIABLES DE DECISIÓN

$Q_{i,d,k,t}$ Cantidad de producto enviado al cliente i usando el depósito d con el vehículo k en el periodo t .

$INV_{i,t}$ Inventario almacenado en el cliente i en el tiempo t .

$Y_{i,j,d,k,t}$ Variable binaria igual a 1 si el vehículo k a partir del depósito d viaja directamente desde el vértice i al vértice j en el período t ($(i, j) \in N$). 0 de lo contrario.

$Z_{i,d,k,t}$ Variable binaria igual a 1 si el vehículo k visita el vértice i del depósito d en el período t , 0 de lo contrario. (La variable no está definida cuando el vértice i es un depósito diferente de d , en este problema la posibilidad de visitar un depósito comenzando el recorrido desde otro uno no se considera.

F.O

$$\begin{aligned} \text{Min } z = & \sum_{(i,j) \in N} CT_{i,j,d,k,t} * \left(\sum_d \sum_k \sum_t Y_{i,j,d,k,t} \right) \\ & + \sum_i \sum_t CMI_{i,t} * I_{i,t} + \sum_t CMI_{d,t} \left(\sum_i \sum_d \sum_k Q_{i,d,k,t} \right) \end{aligned} \quad (1.1)$$

S.t:

$$\sum_k \sum_d \sum_{j \in R} Y_{i,j,d,k,t} \leq 1; \quad \forall i \in R, \forall t \in T \quad (1.2)$$

$$\sum_k \sum_d \sum_{i \in R} Y_{i,j,d,k,t} \leq 1; \quad \forall j \in R, \forall t \in T \quad (1.3)$$

$$\sum_{j \in N} Y_{i,j,d,k,t} + \sum_{j \in N} Y_{j,i,d,k,t} = 2Z_{i,d,k,t}; \quad \forall i \in R, \forall k \in K, \forall d \in D, \forall t \in T \quad (1.4)$$

$$\sum_{i \in R} Q_{i,d,k,t} \leq \text{CapV } k; \quad \forall d \in D, \forall k \in K, \forall t \in T \quad (1.5)$$

$$\sum_k \sum_d Q_{i,d,k,t} \leq \text{CapC}_i - I_{i,t}; \quad \forall i \in R, \forall t \in T \quad (1.6)$$

$$Q_{i,d,k,t} \leq \text{CapC}_i * Z_{i \in R, d, k, t}; \quad \forall i \in R, \forall k \in K; \forall d \in D, \forall t \in T \quad (1.7)$$

$$\sum_{(i,j) \in E(S)} Y_{i,j,d,k,t} = \sum_{i \in S} Z_{i,d,k,t} - Z_{s,d,k,t}; \quad s \subseteq N, s \in S, k \in K, \forall t \in T \quad (1.8)$$

$$\sum_k \sum_d Q_{i,d,k,1} - DEM_{i,1} - INV_{i,1} = 0; \quad \forall i \in R \quad (1.9)$$

$$\sum_k \sum_d Q_{i,d,k,t} - INV_{i,t} + INV_{i,t-1} - DEM_{i,t} = 0; \quad \forall i \in R, \forall t > 1 \in T \quad (1.10)$$

$$INV_{i,1} = 0 \quad Q_{i,d,k,t} \geq 0 \quad INV_{i,t} \geq 0 \quad (1.11)$$

$$Y_{i,j,d,k,t} \in \{0,1\} \quad Z_{i,d,k,t} \in \{0,1\} \quad (1.12)$$

El objetivo del modelo es minimizar los costos de transporte junto a los costos de mantener inventario tanto en los depósitos como en cada uno de los clientes.

Las expresiones (1.2-1.3) garantiza que se cumplan las condiciones de ruteo, La expresión (1.4) indica que el vehículo que entre sea el que sale del nodo partiendo de su depósito usando el vértice (i, j). La expresión (1.5) no permite que la capacidad del vehículo sea excedida por la cantidad a entregar al cliente por cada periodo. La expresión (1.6) indica que la cantidad de

unidades a ser enviadas desde los depósitos mediante sus vehículos no puede exceder la diferencia entre la capacidad y el inventario que tiene el cliente. La expresión (1.7) imitan la producción disponible en cada depósito. La expresión (1.8) elimina los subtoures, las expresiones (1.9-1.10) establecen que la demanda del periodo debe ser satisfecha considerando su inventario actual e incluyendo la alternativa de dejar inventario para el siguiente periodo. La expresión (1.11) corresponde a las condiciones de no negatividad del modelo y, por último, la expresión (1.12) indica las condiciones de variables binarias del modelo.

7. Validación del Modelo

Para verificar el modelo formulado en el apartado 6. Formulación del modelo se inició con una prueba pequeña probando la combinación, 2 depósitos, 1 vehículo y 3 clientes (A, B, C) para un horizonte de 2 periodos, esta instancia se le llamará escenario 1, cada uno con demanda diferente y se contemplan entregas anticipadas aprovechando al máximo la capacidad del vehículo, además de tener una capacidad limitada de almacenamiento en los clientes. Cabe resaltar que esta prueba es muy diferente a la consideración IRP de un depósito con dos vehículos pues para el caso de este último los vehículos parten desde el mismo punto mientras que en un modelo MDIRP cada vehículo es dependiente de su depósito y vuelve a su depósito. Para resolver este modelo se usó el Software de programación Gams y el Solver de Excel, ambas licencias fueron necesarias premium dado que el modelo sobrepasa los niveles permitidos de las licencias Demo. Para resolver el MDIRP, el grupo OPALO compartió el Solucionador de GAMS en la nube NEOS (<https://neos->

server.org/neos/solvers/lp:CPLEX/GAMS.html) y para el caso de SOLVER Excel la versión premium de prueba está disponible aquí, (<https://appsource.microsoft.com/en-us/product/office/WA104357062?tab=Overview>). La información para este escenario se recopila en la siguiente tabla

Tabla 4.

Consolidado Escenario1

Demanda				
Periodo	A	B	C	Total
1	1000	3000	800	4800
2	1200	2700	1700	5600
Total	2200	5700	2500	10400
Capacidad de almacenamiento de los clientes				3000
Capacidad de carga los vehículos				3800
Costo de mantener inventario en los depósitos				0,14
Costo de mantener inventario en los clientes				0,15

Cabe indicar que los costos de transporte son iguales en todos los periodos y para todos los vehículos. Ver tabla 5.

Tabla 5.

Consolidado Costos de transporte Escenario1

Costo de transporte					
0	D1	D2	A	B	C
D1	-	-	200	180	170
D2	-	-	170	185	190
A	200	170	-	90	120
B	180	185	90	-	65
C	170	190	120	65	-

Al realizar el escenario 1 con las características mencionadas, las rutas que deberán seguir estos depósitos se pueden observar en la tabla 6 y en la figura 15

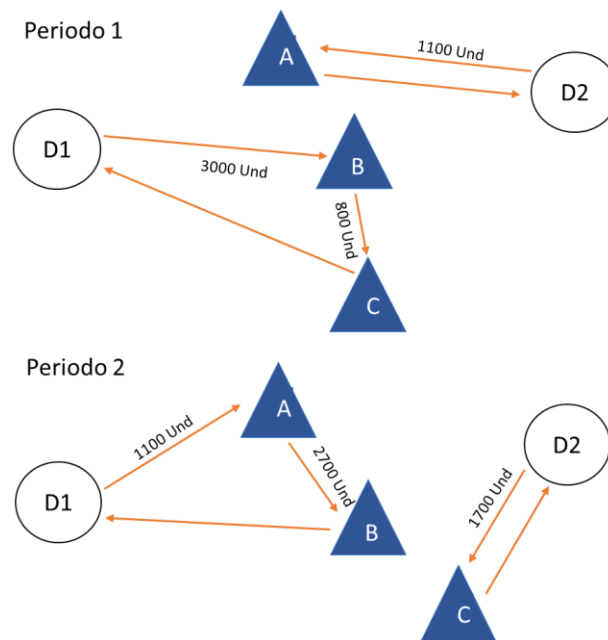


Figura 15. Rutas y unidades enviadas Escenario 1

En la figura 11 se muestra las unidades que fueron enviadas para cada cliente en cada instante de tiempo por cada depósito, ahora bien, para ambos sistemas de programación el inventario guardado en el cliente y la minimización de los costos quedaron expresados así:

Inventario en el cliente			
Periodo	A	B	C
1	100	0	0
2	0	0	0
F.O		2461	

Figura 16. Resultado Inventario del cliente Escenario 1 Solver

```

SOLVE SUMMARY

MODEL Tesis      OBJECTIVE fobj
TYPE  MIP        DIRECTION MINIMIZE
SOLVER CPLEX     FROM LINE 93

**** SOLVER STATUS 1 Normal Completion
**** MODEL STATUS  8 Integer Solution
**** OBJECTIVE VALUE      2461.0000

---- VAR inv inventario almacenado en el cliente i en el tiempo t

      LOWER  LEVEL  UPPER  MARGINAL
A.1   .    100.000  +INF   .
A.2   .      .    +INF   0.440
B.1   .      .    +INF   .
B.2   .      .    +INF   0.440
C.1   .      .    +INF   0.150
C.2   .      .    +INF   0.290

```

Figura 17. Resultado Inventario del cliente Escenario 1 Nube Gams

En los apéndices A y B se puede observar todo lo mencionado anteriormente, así como los códigos usados para resolver este escenario. Ahora bien, una vez comprobada la formulación del modelo, se le agregó la consideración de múltiples vehículos en cada depósito, para este escenario 2 se contemplan las mismas características del modelo anterior, solo se modifica que, al ser cuatro vehículos, dos por cada depósito la capacidad de los vehículos será ahora de 1750 unidades.

Al realizar el escenario 2 con las características mencionadas incluyendo la consideración de múltiples vehículos, las rutas que deberán seguir estos vehículos se pueden observar en la figura 18.

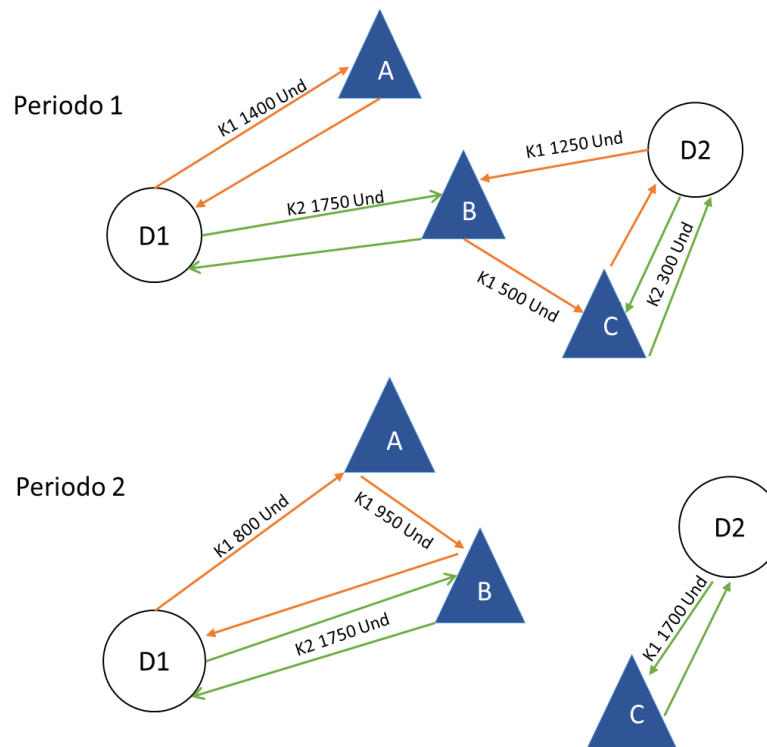


Figura 18. Rutas y unidades enviadas Escenario 2

En la figura 18 se muestra las unidades que fueron enviadas para cada cliente en cada instante de tiempo por cada uno de los vehículos que pertenece a cada depósito, como en el escenario 1, para ambos sistemas de programación el inventario guardado en el cliente y la minimización de los costos fue el siguiente:

Inventario en el cliente			
Periodo	A	B	C
1	400	0	0
2	0	0	0
F.O		3576	

Figura 19. Resultado Inventario del cliente Escenario 2 Solver

```

      SOLVE SUMMARY

      MODEL Tesis      OBJECTIVE fobj
      TYPE  MIP        DIRECTION MINIMIZE
      SOLVER CPLEX     FROM LINE 97

      **** SOLVER STATUS 1 Normal Completion
      **** MODEL STATUS  8 Integer Solution
      **** OBJECTIVE VALUE 3576.0000

      ---- VAR inv inventario almacenado en el cliente i en el tiempo t

      LOWER  LEVEL  UPPER  MARGINAL

      A.1    .    400.000  +INF    .
      A.2    .    .      +INF    0.440
      B.1    .    .      +INF    EPS
      B.2    .    .      +INF    0.440
      C.1    .    .      +INF    0.150
      C.2    .    .      +INF    0.290

```

Figura 20. Resultado Inventario del cliente Escenario 2 Nube Gams

En los apéndices C y D se puede observar los códigos usados para resolver este escenario.

Una vez realizadas estas validaciones y con el fin de realizar corridas bajo un escenario que manejen diferentes parámetros donde se aumente considerablemente características como el número de clientes, la necesidad de encontrar una técnica que permitiera realizar y ejecutar este procedimiento era imprescindible, pues la nube NEOS de Gams no entregaba resultados y se presentaba fallas cuando la cantidad de clientes era mayor a siete clientes.

8. Metaheurística algoritmo genético

El problema MDIRP está definido como un problema NP-HARD, la resolución de este tipo de problemas tiene numerosas aproximaciones, siendo las técnicas Metaheurísticas las más utilizadas y, entre ellas, una de la más conocida los Algoritmos Genéticos (AG) (Becerril Rosales & Villa Sanchez, s.f).

Inicialmente, el Algoritmo genético fue implementado por Holland (1992) y hasta la fecha ha sido ampliamente utilizado para solucionar diversas variantes del VRP, esto se debe a que cuando se usan para problemas de optimización resultan menos afectados por los máximos locales (falsas soluciones) que las técnicas tradicionales por otro lado son intrínsecamente paralelos, es decir, operan de forma simultánea con varias soluciones y situaciones, en vez de operar hacia una dirección que no llegue a ser una solución óptima como las técnicas tradicionales (Herrera Granada, 2017). Esto significa, que las técnicas tradicionales sólo pueden explorar el espacio de soluciones hacia una solución en una dirección al mismo tiempo mientras que, el algoritmo genético tiene mayor diversificación al explorar todo el espacio de búsqueda (Algoritmosgenet, 2013).

Para incluir las consideraciones del modelo MDIRP, inicialmente se definieron sus principales componentes, para esto se tomó como base el trabajo realizado por (Barrera & Santos, 2016), donde el **gen** correspondía a cada uno de los arcos correspondientes del modelo y el **cromosoma** era conjunto de posibles rutas desde el punto inicial hasta el punto final del recorrido, cada cromosoma trae con sí una posible solución de la función objetivo que para este tipo de problemas es Minimizar el Costo. Al ser este un modelo Multi depósito y multi vehículo la forma en que se quería expresar el vector solución se expresa en la figura 21, la cual muestra un vector solución para una instancia de 3 depósitos, 2 vehículos por depósito, 1 periodo y 12 clientes, siendo depósitos= (0.1, 0.2.... ,d) y clientes depósitos= (1, 2, 3..... ,i).

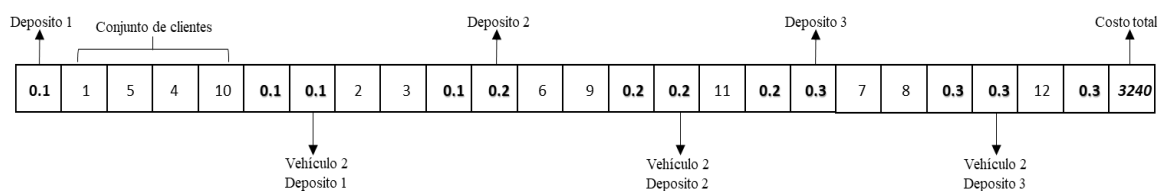


Figura 21. Resultado Vector Solución

En la figura 22 se expone el diagrama de flujo que indican cada uno de los pasos que tiene el algoritmo genético implementado en este proyecto.

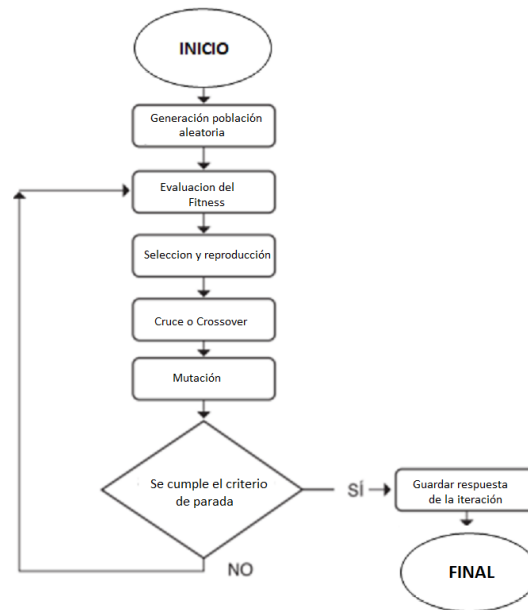


Figura 22. Diagrama de flujo Algoritmo genético

Una forma gráfica que facilita la comprensión del lector se presenta en la Figura 23, cada uno de los pasos será descrito posteriormente.

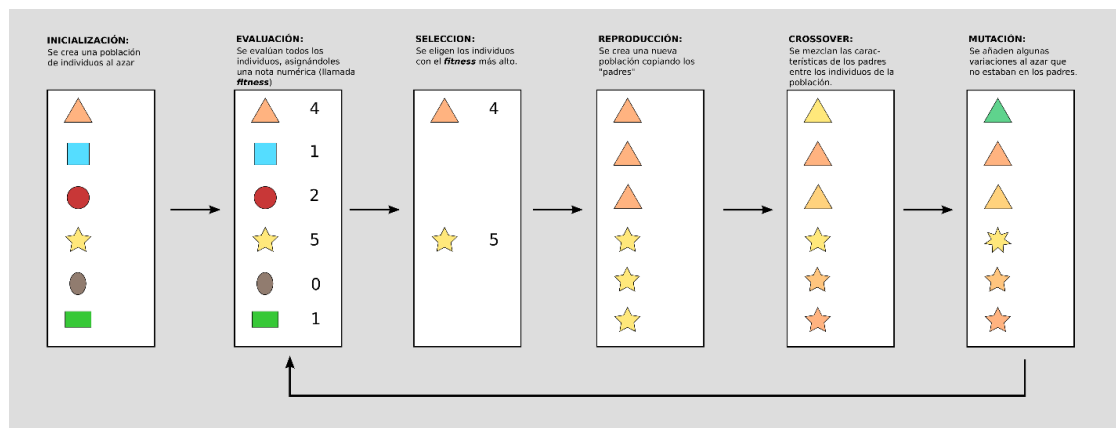


Figura 23. Pasos del Algoritmo genético Adaptado de (robologs, 2015).

Inicialización: La población inicial se generó de manera aleatoria, se origina un vector inicial que lo llamaremos vector población inicial, el cual varía suficientemente de manera diversa para que durante la evaluación los individuos muestren un fitness distinto. Este vector parte de la matriz clientes la cual a lo largo tiene la lista de clientes, a lo ancho las características de estos clientes (demanda, capacidad costos entre otros) y a profundidad la cantidad de cromosomas que se generaron inicialmente. Cada cromosoma corresponde a cada uno de los trozos del cubo los cuales solo contienen la lista desordenada de los clientes como se observa en la figura 24, además en este paso también se establece el vector depósitos el cual es desordenado con base a los depósitos disponibles.

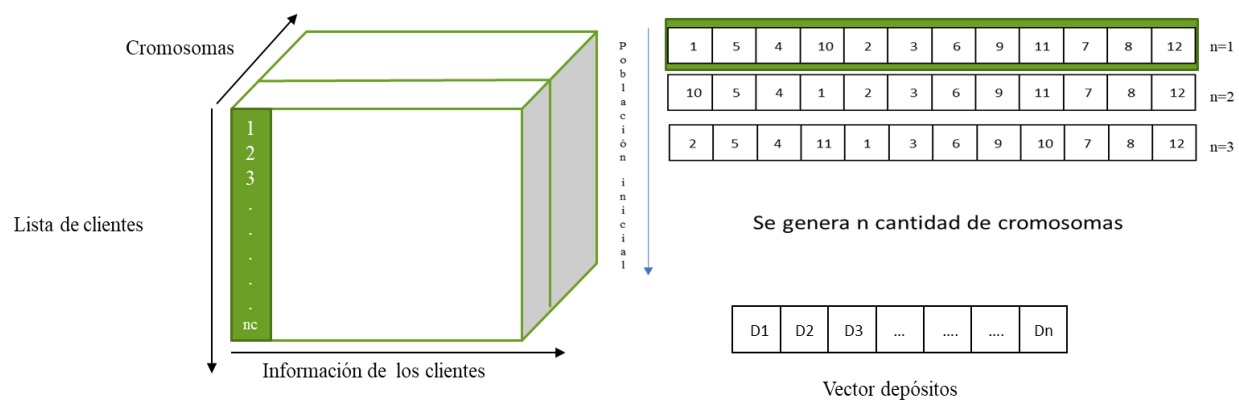


Figura 24. Vector población inicial

Evaluación: Se evaluó cada uno de los individuos de la población inicial asignándoles un valor según su calidad. Este valor numérico se llama fitness, y está asociado con los valores finales de costo (función objetivo). En el método de evaluación se contempla cada uno de los costos que contiene la función objetivo entre ellos los costos de inventario tanto en los depósitos como en los clientes y el costo de transportar desde el nodo i hasta otro nodo j .

Con el fin de realizar la evaluación se generó un vector para evaluación que era la unión del vector población inicial y del vector depósitos para verificar su fitness y saber si la configuración de esa ruta otorgaba una buena evaluación.

En este punto, fue necesario verificar si se cumple el criterio de parada, para este proyecto se determinó como criterio de parada realizar un número máximo de iteraciones (veces que se modifica características de la población inicial para generar cromosomas diferentes a los iniciales). Si se incumple este criterio se procede a realizarse los operadores genéticos, selección y reproducción, cruce y mutación. Estos operadores se realizaban sobre el **vector población inicial**, es decir, el que tenía solo la lista desordenada de clientes.

Selección y Reproducción: En este operador se verificaron los individuos que contenían el mejor fitness, el método que se usó en este operador fue la *selección por torneo*, la decisión radica en que este método de selección es uno de los más usados en relación con problemas de este tipo, se escogen individuos al azar de la población y entre ellos se comparan el fitness reduciendo la población a la mitad, el que tenga mejor valor es el que pasa a la siguiente generación, con este proceso se pretendía mezclar todo tipo de soluciones para explorar todo el material genético. Una vez seleccionados los individuos mediante la selección por torneo, se procede a reproducir una cantidad de cromosomas que nunca deben superar el valor n de población inicial.

Cruce o crossover: Cuando ya se tengan los mejores individuos (nuevos padres), se hace lo que se conoce como Crossover que consiste en mezclar el material genético. Una forma encontrada en la web que se considera de las más sencillas y que se eligió para este trabajo es mediante un “One-point” Crossover. Consiste en elegir un punto al azar de los dos individuos e intercambiar el material genético a partir de esta posición (robologs, 2015). Lo anterior, se puede ver en la

siguiente figura, el cual muestra el operador cruce con nuevos padres que contienen la mejor evaluación.

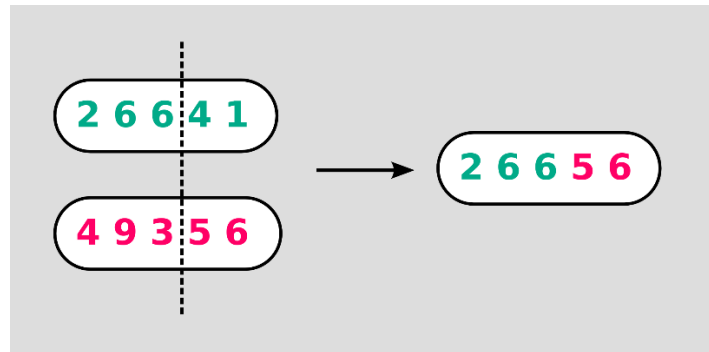


Figura 25. Operador cruce. Adaptado de (robologs, 2015).

Cabe recalcar que el crossover no permite encontrar nuevas soluciones al problema, esto se debe en gran medida a que al modificar el material genético de sus 2 padres puede que este hijo no contenga todas las características del modelo, para poner en contexto es el hecho de que al realizar este operador el cromosoma final no tuviese todos los clientes que debían ser atendidos por los depósitos, se eliminaban aquellas soluciones que repetían algún cliente ya que no era factible esta posibilidad y se pasaba al último operador del algoritmo que consiste en mutar el material genético de los nuevos individuos.

Mutación: Para realizar el último operador genético se decidió por la alternativa otorgada por (Dagovett Cala & Prada Avellaneda, 2019) las cuales desarrollaron un proyecto para la Escuela de Estudio Industriales y Empresariales que consistía en comparar metaheurísticas para el problema de Flowshop, ellas recogen la tesis doctoral de Ruiz (2003), quien propone el uso de (SHIFT mutación), el cual demostró la superioridad y ventaja que tiene esta alternativa, sobre los otros tipos de operadores establecidos.

Inicialmente se genera un número aleatorio inicial que va de 1 hasta t , donde t representa el tamaño de la población. Este número permite identificar el individuo a mutar. Posteriormente, se tiene otro número aleatorio (0 o 1), este número hace referencia a la probabilidad de mutación, es decir, a la probabilidad de que el individuo seleccionado sea sometido a mutar. De esta manera, se comparan los 2 números aleatorios y si la probabilidad asociada al individuo es mayor o igual a la probabilidad de mutación establecida en el algoritmo, el individuo es mutado.

En la estructura del operador SHIFT, está representada mediante dos fases. En la **fase 1** se tiene los valores (R1, R2 y R3) siendo números aleatorios que están entre 0 y 1. R1 y R2 representan el inicio y fin del bloque del cromosoma a desplazar. R3, establece la posición del cromosoma donde se realiza el desplazamiento, esta posición no debe estar contenida dentro del bloque. Durante la **fase 2**, se desplaza el bloque hasta la posición R3, y se acomodan las demás posiciones del cromosoma. Ver figura 26.

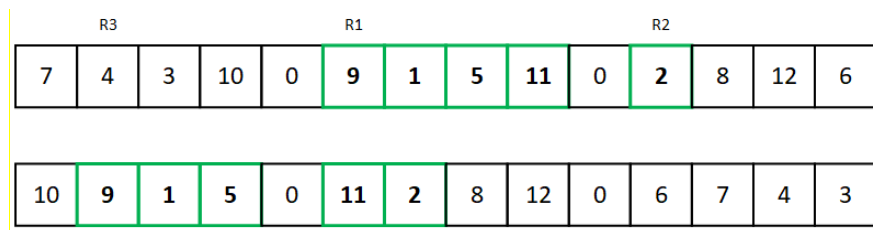


Figura 26. Operador mutación. Adaptado de (Dagovett Cala & Prada Avellaneda, 2019)

Para este trabajo, se realizó este procedimiento modificando los bloques para cada alternativa de clientes. Este proceso de mutación se realiza n veces en cada iteración, donde n es el tamaño de la población inicial, de manera que cada individuo es confrontado tanto por el fitness para definir su evaluación como por la probabilidad de mutación, de salir favorable será guardado y este individuo que resulta de la mutación pasa a ser parte de la nueva población. Ver figura 27.

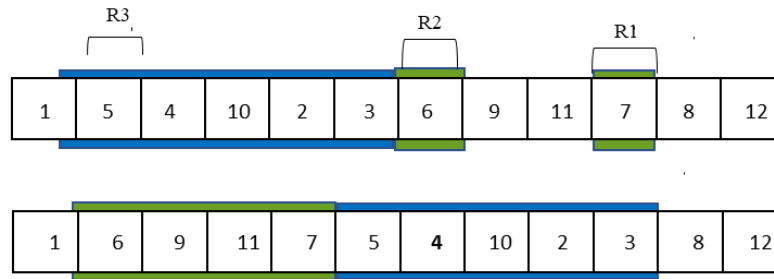


Figura 27. Operador mutación, nueva población

Al tener el vector mutado nuevamente este pasaba a evaluación donde se realizaba la inclusión de los depósitos para la evaluación de su fitness, cada cromosoma era comparado con el anterior y así se obtenía la mejor solución de la corrida. Cabe recalcar, que este proceso se realizaba para un solo periodo, al ser este modelo multiperiodo el proceso del AG se realizaba para cada uno de los periodos de planificación.

Ya definidos cada uno de los componentes del Algoritmo genético, se desarrolló este proceso en la herramienta de software computacional MATLAB. Cada uno de los códigos de los operadores están contemplados en el apéndice E, adicionalmente en la figura 28 se expone el pseudocódigo tomado como base para generar cada cromosoma.

```

INICIAR /*Algoritmo Genetico*/
  Generar poblacion inicial aleatoria
  Calcular la función fitness de cada individuo
  Insertar Población; Tot_Generaciones; Prob_Cruce; Prob_Mutacion
HACER
  Generaciones=1
MIENTRAS Terminar=FALSE HACER
  INICIAR /*Nueva generación*/
  POR Tamaño_población/2 HACER
    INICIAR /*Ciclo*/
    Calcular probabilidad de selección a cada individuo según fitness
    Seleccionar dos individuos aleatorios para el torneo
    El mejor individuo es Padre1
    Seleccionar dos individuos aleatorios para el torneo
    El mejor individuo es Padre2
    Generar Aleatorio para operador de cruce
    SI Aleatorio≤Prob_Cruce ENTONCES
      Cruzar Padre1 y Padre2
    SINO
      Hijo1=Padre1
      Hijo2=Padre2
    Generar Aleatorio para operador de mutacion Hijo1
    SI Aleatorio≤Prob_Mutacion ENTONCES
      Mutar Hijo1
    Generar Aleatorio para operador de mutacion Hijo2
    SI Aleatorio≤Prob_Mutacion ENTONCES
      Mutar Hijo2
    Calcular fitness de los dos descendientes
    Insertar los dos descendientes en la nueva generación
    Generaciones=Generaciones+1
  FIN
  SI Generaciones=Tot_Generaciones ENTONCES
    Terminar=TRUE
  FIN
FIN

```

Figura 28. Pseudocódigo Algoritmo genético

Una vez finalizado el proceso, la forma gráfica que tendrá el vector solución de cada uno de los periodos de planificación de las instancias escogidas en esta investigación será el siguiente:

P E R I O D O S	t=1	0.1	1	5	4	0.1	0.2	2	3	6	0.2	7	0.2	COSTO
	t=2	0.1	6	5	7	0.1	0.2	2	0.2	3	1	2	0.2	COSTO
	.													
	t=n	0.1	1	0.1	0.1	6	5	4	3	2	7	0.1	COSTO	

Figura 29. Vector solución por periodos de planificación

9. Instancias

Dado que no se encontraron instancias propias de un modelo MDIRP, se usaron las expuestas por (Archetti, Bertazzi, Laporte, & Speranza, 2007), las cuales corresponden a un modelo IRP empleadas para este tipo de problemas. Estas instancias exponen dos clases de recopilaciones, las cuales, con el director, se decidió tomar la asociada a un Horizonte de planificación de tres periodos donde se incluyen los costos de mantener inventario tanto en los clientes como en el proveedor, para niveles de 5 hasta 50 clientes. Estas instancias son nombradas de acuerdo a la cantidad de clientes siendo la de menor cantidad de clientes $abs1n5$ y la de mayor cantidad de clientes $abs1n50$.

Esta instancia contiene información en cuanto a número de clientes, número de instantes de tiempo, capacidad de transporte, coordenadas de los clientes y del depósito, demanda a lo largo del instante de planificación, inventarios iniciales de los clientes, costos de mantener inventario en el cliente y en el depósito, y las unidades disponibles para enviar mediante el depósito a sus clientes. En el apéndice F se exponen estas instancias.

Ahora bien, al ser este proyecto multi-depósito multi-vehículo, se consideró necesario realizar las siguientes modificaciones:

- Se ubicaron los depósitos en coordenadas aleatorias pertenecientes a la posición de un cliente.
- Se verificaron que las unidades a enviar sean las suficientes para soportar la totalidad de la demanda de todos los clientes.

- La capacidad que tiene cada vehículo y cada deposito se determinó a partir de la cantidad de vehículos y de la cantidad de depósitos, esto para que se mantenga el valor original de la instancia que consistía en un depósito y un vehículo.
- No se dejaron fijados la cantidad de depósitos y vehículos para cada nivel de clientes (5-50), estos hacen parte de la experimentación para observar la eficiencia de todas las posibles soluciones.
- Para generar el costo de transportar desde un punto i a j (CT_{ij}) se usó la ecuación $CT = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$, dado que las instancias seleccionadas manejan el sistema de coordenadas para cada uno de sus nodos.

10. Experimentación

El desempeño del Algoritmo genético depende en gran medida a un proceso de verificación de cada uno de sus parámetros, en la revisión de la literatura se encontró que para este algoritmo estos factores son imprescindibles: Esquemas de selección, tamaño de la población y variación de los operadores genéticos y sus probabilidades.

Cada autor puede tomar más factores según su necesidad y el camino al que se dirija su investigación. Para esta investigación, se tomaron en cuenta estos factores y asimismo añadir la posibilidad de analizar el comportamiento que se tiene cuando se agregan una cantidad de vehículos y depósitos durante la ejecución del ejercicio, lo anterior, para que exista una divergencia en los resultados, todo lo referente al análisis del comportamiento que tiene el algoritmo según se

modifique algún parámetro se reflejará en el capítulo 11. Resultado de la experimentación y lo recopilado se expondrá en el apartado 13. Conclusiones.

El análisis experimental de este proyecto se definió por dos tipos; en primer lugar, cuando la cantidad de clientes es menor a 25 (BAJA) y, en segundo lugar, cuando es mayor o igual a 25 (ALTA), cada uno de ellos con una probabilidad de cruce y una probabilidad mutación de 0,5, que es lo que se recomienda en la literatura, para este tipo de algoritmos, adicionalmente cuando la cantidad de clientes es BAJA solo se consideró la posibilidad de tener hasta tres depósitos con un máximo de tres vehículos para cada depósito, mientras que en el caso de la ALTA se consideró la posibilidad de tener un máximo de tres depósitos con cuatro vehículos cada uno, lo anterior, se hizo para observar al final de las corridas si la inclusión de más vehículos cuando la cantidad de clientes es considerable genera un menor costo, o si por el contrario, es un parámetro que no afecta los resultados. En la Tabla 6 se representa de manera gráfica lo mencionado anteriormente.

Tabla 6.

Factores y parámetros en el análisis experimental

Nivel de Clientes	BAJA		ALTA	
Factor	Bajo	Alto	Bajo	Alto
Tamaño Población	100	200	100	200
Número de iteraciones	100	200	100	200
Cantidad de Depósitos	2	3	2	3
Cantidad de Vehículos	2	3	3	4
Probabilidad de Cruce	0,5		0,5	
Probabilidad Mutación	0,5		0,5	
Periodos de planificación	3 periodos		3 periodos	
Cantidad de Clientes Instancia	5-10-15-20		25-30-35-40-45-50	

La forma en que se expresó la estructura de los parámetros para cada una de las combinaciones posibles fue la siguiente:

(# Iteraciones, # max de Vehículos disponibles, # depósitos Adicionales, # población Inicial)

Es importante recordar que como se indicó en el apartado 9 instancias, dado que las instancias escogidas provienen de un modelo único depósito, en las cuales para esta investigación los depósitos adicionales se añadieron de manera aleatoria en alguna posición perteneciente a algún cliente, en la estructura del parámetro solo se verá reflejado la cantidad de depósitos adicionales, es decir, si la cantidad de depósitos totales fue 3, en la estructura del parámetro aparecerá el valor 2. Dicho esto, junto con el director se determinó realizar un total de 10 pruebas para cada instancia, cada una de ellas con una combinación posible de la estructura del parámetro para un total de 160 corridas y dado que las instancias escogidas nos permiten ver 10 diferentes configuraciones donde se aumenta la cantidad de clientes, se generaron un total de 1600 muestras que serán evaluadas de acuerdo con la función objetivo de este proyecto que consiste en minimizar los costos por ruteo, junto a ese valor se expondrá el tiempo de corrida con el que se generó cada una de estas muestras. Todo esto será expuesto y analizado en el apartado 11 Resultados de la experimentación.

11. Resultados de la experimentación

Una vez definido los parámetros y la cantidad de muestras que generó el algoritmo genético, se observó el comportamiento de este mismo en cada una de las 10 instancias establecidas previamente. Como se tenía un total de 1600 muestras, el primer paso, consistió en elegir aquella

muestra que en cada corrida pertenece a cada instancia, obtuviese el menor costo asociado al ruteo que es el objetivo de este tipo de problemas, quedaron un total de 160 muestras, cada una de ellas están recopiladas en el apéndice G, cabe indicar que al iniciar el ejercicio para la instancia abs1n5 fue necesario reducir los parámetros de tres depósitos y cambiar a un máximo de dos vehículos, pues en cada una de las muestras pertenecientes a esta instancia los resultados arrojaron que las mejores soluciones contenían un máximo de un solo depósito, dicho esto, para la instancia abs1n5 se generó un parámetro adicional con el fin de mantener la cantidad de muestras definidas previamente. La modificación de la tabla 6 para esta instancia se ve reflejada en la tabla 7:

Tabla 7.

Modificación parámetros en el análisis experimental Instancia (abs1n5)

Instancia	abs1n5		
Factor	Bajo	Medio	Alto
Tamaño Población	100	150	200
Número de iteraciones	100	150	200
Cantidad de Depósitos	2		
Cantidad de Vehículos	1	2	
Probabilidad de Cruce	0,5		
Probabilidad Mutación	0,5		
Periodos de planificación	3 periodos		

Cada una de las pruebas fue ejecutada en un ordenador portátil, en la tabla 8 se exponen las características del equipo.

Tabla 8.

Características del ordenador

PROCESADOR	Intel Core i5 – 1.8[GHz]
MEMORIA RAM	4 GB
SISTEMA OPERATIVO	64 bits
VERSIÓN MATLAB	Matlab R2019b

11.1 Resultados de la experimentación por instancias.

Posteriormente a esta modificación para cada una de las instancias se generó una tabla junto a su gráfica correspondiente, en ellas se puede observar el comportamiento que tuvo cada una de las mejores soluciones de cada prueba. Para nombrar la mejor prueba de cada una de las instancias se decidió incluir al final (. #prueba); por ejemplo, para la primera corrida **abs1n5.1** hasta finalmente llegar a la prueba 10, **abs1n5.10**. En cada una de estas pruebas se mostrará la función objetivo (z^*), el tiempo de corrida en segundos (**CPU**), el parámetro de la mejor solución y al final el promedio de las diez corridas en cuanto a su función objetivo y su tiempo de ejecución; para el caso de la instancia **abs1n5** solo se expondrá una tabla con estas características mientras que para las instancias **abs1n10**, **abs1n15**, **abs1n20**, **abs1n25**, **abs1n30**, **abs1n35**, **abs1n40**, **abs1n45**, y **abs1n50** se realizó una tabla con las mejores soluciones, una cuando la cantidad de depósitos usados fueron dos y otra cuando se usaron máximo tres depósitos.

11.1.1 Resultados experimental instancia abs1n5. En la tabla 9 se exponen los resultados obtenidos en la instancia **abs1n5**. El mejor resultado para cada instancia aparece con un asterisco, mientras que el promedio de ellos está subrayado.

Tabla 9.

Resumen resultados instancia abs1n5

INSTANCIA ABS1N5				
Cantidad de depósitos d=2				
Prueba	Instancia	Parámetro	Best F.O (z*)	CPU (seg)
1	abs1n5.1	150-2-1-150	227.233.733.561.310	4,13
2	abs1n5.2 *	200-2-1-200	190.283.733.561.310	7,45
3	abs1n5.3	150-1-2-150	251.977.867.927.631	4,16
4	abs1n5.4	200-1-2-200	260.659.867.927.631	8,17
5	abs1n5.5	150-2-1-150	226.545.733.561.310	3,84
6	abs1n5.6	100-2-1-100	264.971.733.561.310	1,67
7	abs1n5.7	150-2-1-150	227.233.733.561.310	3,87
8	abs1n5.8	150-2-1-150	251.189.867.927.631	4,28
9	abs1n5.9	150-2-1-150	227.005.733.561.310	2,58
10	abs1n5.10	200-2-1-200	224.866.867.927.631	7,63
Promedio			235.196.887.307.838	4,778
Best F.O Instancia			190.283.733.561.310	
Parámetro Best F.O Instancia			200-2-1-200	

En la figura 30 se expresa gráficamente lo mencionado en la tabla 9, en ella, se evidencia que el parámetro 200-2-1-200 tiene el menor costo asociado a la planificación de rutas, sin embargo, dado que presenta el mayor valor de población inicial y de número de iteraciones su tiempo de corrida fue de los más elevados, ubicados por encima del promedio de las muestras de la instancia.

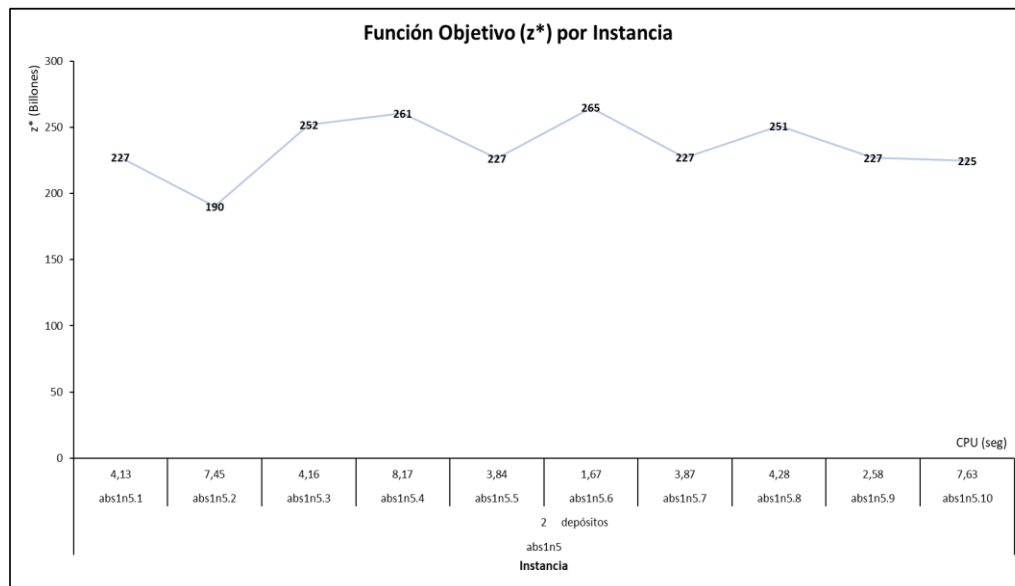


Figura 30. Gráfica de resultados instancia abs1n5

11.1.2 Resultados experimental instancia abs1n10. En la tabla 10 se exponen los resultados obtenidos en la instancia abs1n10 para dos y tres depósitos. El mejor resultado para cada instancia aparece con un asterisco, mientras que el promedio de ellos está subrayado.

Tabla 10.

Resumen resultados instancia abs1n10

INSTANCIA ABS1N10									
Cantidad de depósitos d=2					Cantidad de depósitos d=3				
Prueba	Instancia	Parámetro	F.O (z* Bill)	CPU (seg)	Prueba	Instancia	Parámetro	F.O (z* Bill)	CPU (seg)
1	abs1n10.1	100-2-1-200	501.401	9,17	1	abs1n10.1	200-3-2-200	477.233	19,14
2	abs1n10.2	100-2-1-100	563.881	5,66	2	abs1n10.2	200-2-2-200	574.553	13,29
3	abs1n10.3	100-2-1-200	577.951	9,95	3	abs1n10.3	200-2-2-200	508.245	13,09
4	abs1n10.4	200-2-1-200	613.248	14,17	4	abs1n10.4	200-3-2-200	436.012	13,52
5	abs1n10.5	200-2-1-200	568.675	13,92	5	abs1n10.5 *	200-3-2-200	413.940	13,75
6	abs1n10.6	100-2-1-200	538.965	6,99	6	abs1n10.6	200-3-2-200	475.979	13,41
7	abs1n10.7	200-2-1-200	478.558	14,46	7	abs1n10.7	200-3-2-200	978.298	14,08
8	abs1n10.8*	100-2-1-200	339.034	7,66	8	abs1n10.8	200-3-2-200	1.169.360	13,31

INSTANCIA ABS1N10									
Cantidad de depósitos d=2					Cantidad de depósitos d=3				
Prueba	Instancia	Parámetro	F.O (z* Bill)	CPU (seg)	Prueba	Instancia	Parámetro	F.O (z* Bill)	CPU (seg)
9	abs1n10.9	100-2-1-200	468.266	7,09	9	abs1n10.9	200-3-2-200	1.336.934	13,49
10	abs1n10.10	100-2-1-200	539.960	7,3	10	abs1n10.10	200-2-2-200	441.717	13,67
Promedio			518.994	9,67	Promedio			681.227	14,07
Best F.O Instancia			339.034.		Best F.O Instancia			413.940	
Parámetro Best F.O Instancia			100-2-1-200		Parámetro Best F.O Instancia			200-3-2-200	

En la figura 31 se expresa gráficamente lo mencionado en la tabla 10, en ella, se evidencia que, cuando la cantidad de depósitos es de dos, el parámetro 100-2-1-200, tiene el menor costo asociado a la planificación de rutas, ahora bien, cuando se tienen tres depósitos el parámetro 200-3-2-200 tiene el menor costo asociado a la planificación de rutas, las pruebas abs1n10.7, abs1n10.8 y abs1n10.9 presentaron valores elevados en su función objetivo lo que generó un aumento en el promedio de estas muestras, cabe resaltar, que para este caso el parámetro 200-3-2-200 fue el mejor parámetro en cada una de las muestras.

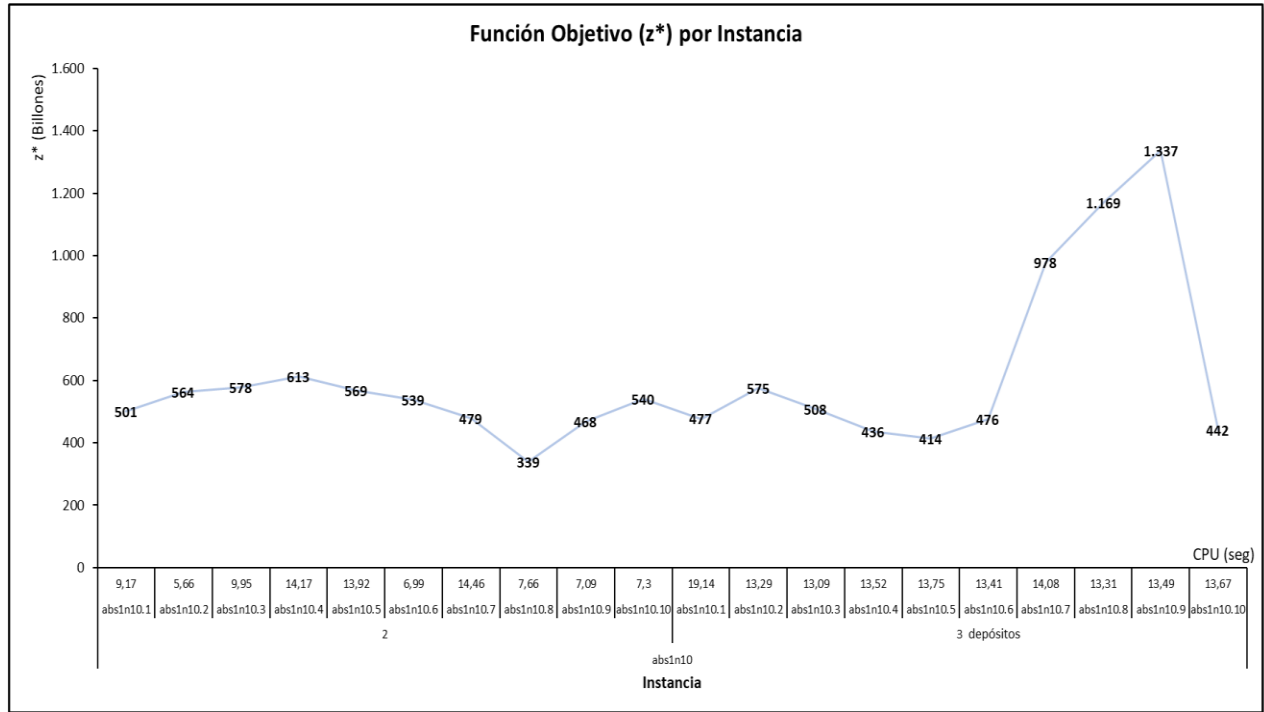


Figura 31. Gráfica de resultados instancia abs1n10

11.1.3 Resultados experimental instancia abs1n15. En la tabla 11 se exponen los resultados obtenidos en la instancia abs1n15 para dos y tres depósitos. El mejor resultado para cada instancia aparece con un asterisco, mientras que el promedio de ellos está subrayado.

Tabla 11.

Resumen resultados instancia abs1n15

INSTANCIA ABS1N15									
Cantidad de depósitos d=2					Cantidad de depósitos d=3				
Prueba	Instancia	Parámetro	F.O (z* Bill)	CPU (seg)	Prueba	Instancia	Parámetro	F.O (z* Bill)	CPU (seg)
1	abs1n15.1	100-3-1-100	741.607	5,01	1	abs1n15.1	200-3-2-200	673.048	19,42
2	abs1n15.2	200-2-1-200	714.026	19,11	2	abs1n15.2	100-3-2-100	715.797	4,73
3	abs1n15.3	200-2-1-200	755.809	19,8	3	abs1n15.3	200-3-2-200	748.398	19,51
4	abs1n15.4	100-2-1-100	760.674	4,29	4	abs1n15.4	200-3-2-200	685.658	20,15
5	abs1n15.5	200-3-1-200	747.189	20,18	5	abs1n15.5 *	200-3-2-200	624.517	19,45

INSTANCIA ABS1N15									
Cantidad de depósitos d=2					Cantidad de depósitos d=3				
Prueba	Instancia	Parámetro	F.O (z* Bill)	CPU (seg)	Prueba	Instancia	Parámetro	F.O (z* Bill)	CPU (seg)
6	abs1n15.6	100-2-1-200	737.425	9,69	6	abs1n15.6	200-3-2-100	691.004	9,45
7	abs1n15.7*	100-2-1-200	708.532	9,35	7	abs1n15.7	100-3-2-100	655.220	4,67
8	abs1n15.8	100-3-1-100	745.874	4,88	8	abs1n15.8	100-3-2-100	717.292	4,77
9	abs1n15.9	100-3-1-200	730.726	9,63	9	abs1n15.9	200-3-2-200	735.989	18,95
10	abs1n15.10	200-3-1-200	778.529	19,64	10	abs1n15.10	200-3-2-200	655.359	19
Promedio			742.039	12,15	Promedio			690.228	14,01
Best F.O Instancia			708.532		Best F.O Instancia			624.517	
Parámetro Best F.O Instancia			100-2-1-200		Parámetro Best F.O Instancia			200-3-2-200	

En la figura 32 se expresa gráficamente lo mencionado en la tabla 11, en ella se evidencia que, cuando la cantidad de depósitos es de dos, el parámetro 100-2-1-200, tiene el menor costo asociado a la planificación de rutas con un tiempo de corrida inferior al promedio de las muestras, cuando se tienen tres depósitos, el parámetro 200-3-2-200 tiene el menor costo asociado a la planificación de rutas, en este caso, se resalta que el promedio de tener dos depósitos representó mayores costos que el promedio donde se incluyen tres depósitos.

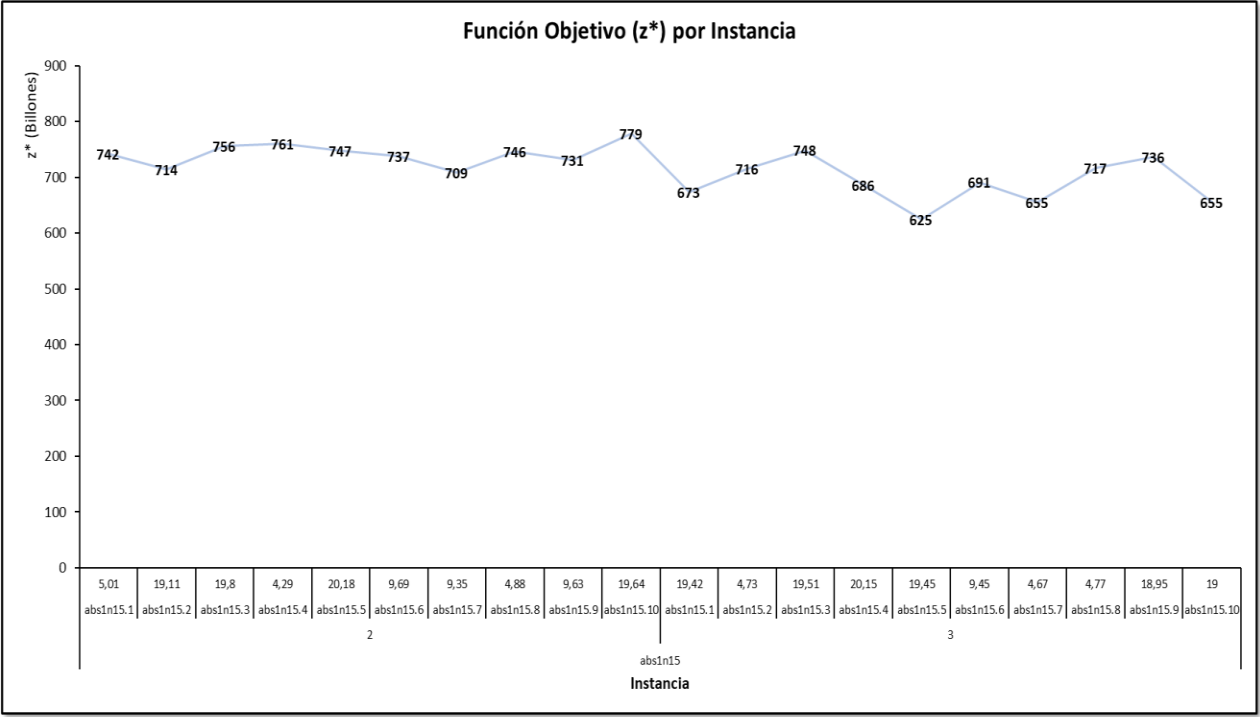


Figura 32. Gráfica de resultados instancia abs1n15

11.1.4 Resultados experimental instancia abs1n20. En la tabla 12 se exponen los resultados obtenidos en la instancia abs1n20 para dos y tres depósitos. El mejor resultado para cada instancia aparece con un asterisco, mientras que el promedio de ellos está subrayado.

Tabla 12.

Resumen resultados instancia abs1n20

INSTANCIA ABS1N20									
Cantidad de depósitos d=2					Cantidad de depósitos d=3				
Prueba	Instancia	Parámetro	F.O (z* Bill)	CPU (seg)	Prueba	Instancia	Parámetro	F.O (z* Bill)	CPU (seg)
1	abs1n20.1 *	200-2-1-200	887.687	24,43	1	abs1n20.1	100-2-2-100	842.274	5,79
2	abs1n20.2	100-2-1-200	919.450	13,06	2	abs1n20.2*	200-2-2-200	752.523	23,9
3	abs1n20.3	100-3-1-100	917.043	5,98	3	abs1n20.3	200-3-2-200	872.307	26,83
4	abs1n20.4	100-3-1-200	900.334	12,71	4	abs1n20.4	200-3-2-200	807.738	24,7

INSTANCIA ABS1N20									
Cantidad de depósitos d=2					Cantidad de depósitos d=3				
Prueba	Instancia	Parámetro	F.O (z* Bill)	CPU (seg)	Prueba	Instancia	Parámetro	F.O (z* Bill)	CPU (seg)
5	abs1n20.5	100-3-1-200	986.540	12,58	5	abs1n20.5	200-3-2-200	977.020	24,92
6	abs1n20.6	200-3-1-200	992.325	24,55	6	abs1n20.6	100-3-2-200	868.493	12,23
7	abs1n20.7	200-3-1-200	972.444	24,96	7	abs1n20.7	100-3-2-200	1.044.617	12,09
8	abs1n20.8	200-3-1-200	911.188	25,63	8	abs1n20.8	100-3-2-200	872.320	12,63
9	abs1n20.9	100-3-1-200	934.736	16,31	9	abs1n20.9	100-3-2-100	896.149	8,25
10	abs1n20.10	100-3-1-200	894.668	13,325	10	abs1n20.10	100-3-2-100	853.641	7,396
Promedio			931.641	17,35	Promedio			878.708	15,8
Best F.O Instancia			887.687		Best F.O Instancia			752.523	
Parámetro Best F.O Instancia			200-2-1-200		Parámetro Best F.O Instancia			200-2-2-200	

En la figura 33 se expresa gráficamente lo mencionado en la tabla 12, en ella se evidencia que cuando la cantidad de depósitos es de dos, el parámetro 200-2-1-200, tiene el menor costo asociado a la planificación de rutas, para tres depósitos el parámetro 200-2-2-200 tiene el menor costo asociado a la planificación de rutas, en esta instancia se evidenció que, estas soluciones al tener los mayores parámetros por población inicial y cantidad de iteraciones su tiempo de corrida en ambos casos están por encima del promedio de las muestras.

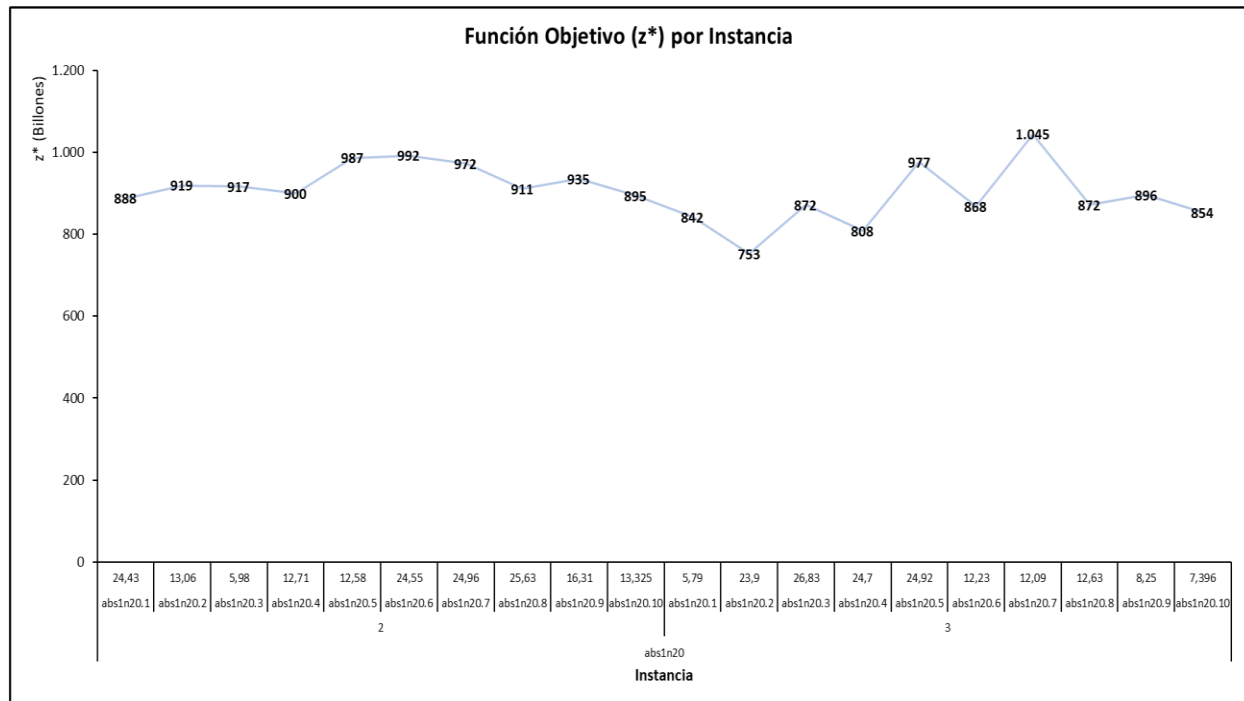


Figura 33. Gráfica de resultados instancia abs1n20

11.1.5 Resultados experimental instancia abs1n25. En la tabla 13 se exponen los resultados obtenidos en la instancia abs1n25 para dos y tres depósitos. El mejor resultado para cada instancia aparece con un asterisco, mientras que el promedio de ellos está subrayado.

Tabla 13.

Resumen resultados instancia abs1n25

INSTANCIA ABS1N25									
Cantidad de depósitos d=2					Cantidad de depósitos d=3				
Prueba	Instancia	Parámetro	F.O (z* Bill)	CPU (seg)	Prueba	Instancia	Parámetro	F.O (z* Bill)	CPU (seg)
1	abs1n25.1	100-4-1-200	1.414.654	19,13	1	abs1n25.1	200-4-2-200	1.340.573	18,41
2	abs1n25.2	200-4-1-200	1.279.149	36,86	2	abs1n25.2	200-3-2-200	1.563.382	35,27
3	abs1n25.3	100-4-1-100	1.352.339	9,09	3	abs1n25.3	200-3-2-200	1.411.122	32,7
4	abs1n25.4	100-3-1-200	1.409.127	22,44	4	abs1n25.4	100-3-2-200	1.485.261	17,15
5	abs1n25.5	200-4-1-200	1.263.795	34,04	5	abs1n25.5	200-3-2-200	1.349.421	32,52
6	abs1n25.6	200-3-1-200	1.237.616	33,1	6	abs1n25.6*	100-4-2-200	1.329.503	17,64
7	abs1n25.7	200-4-1-200	1.367.428	35,17	7	abs1n25.7	100-4-2-100	1.591.527	8,25
8	abs1n25.8	100-3-1-200	1.350.980	17,93	8	abs1n25.8	200-3-2-200	1.395.163	33,27
9	abs1n25.9*	100-4-1-200	1.182.085	20,49	9	abs1n25.9	100-3-2-200	1.636.371	17,12
10	abs1n25.10	100-3-1-200	1.534.491	15,59	10	abs1n25.10	100-4-2-100	1.347.170	7,83
Promedio			1.339.166	24,34	Promedio			1.445.049	22,01
Best F.O Instancia			1.182.085		Best F.O Instancia			1.329.503	
Parámetro Best F.O Instancia			100-4-1-200		Parámetro Best F.O Instancia			100-4-2-200	

En la figura 34 se expresa gráficamente lo mencionado en la tabla 13, en ella, se evidencia que cuando la cantidad de depósitos es de dos, el parámetro 100-4-1-200, tiene el menor costo asociado a la planificación de rutas con un tiempo de corrida inferior al promedio de las muestras, cuando se tienen tres depósitos el parámetro 100-4-2-200 tiene el menor costo asociado a la planificación de rutas, a partir de esta instancia la posibilidad de tener un máximo de cuatro vehículos a disposición por pertenecer al nivel alto de clientes.

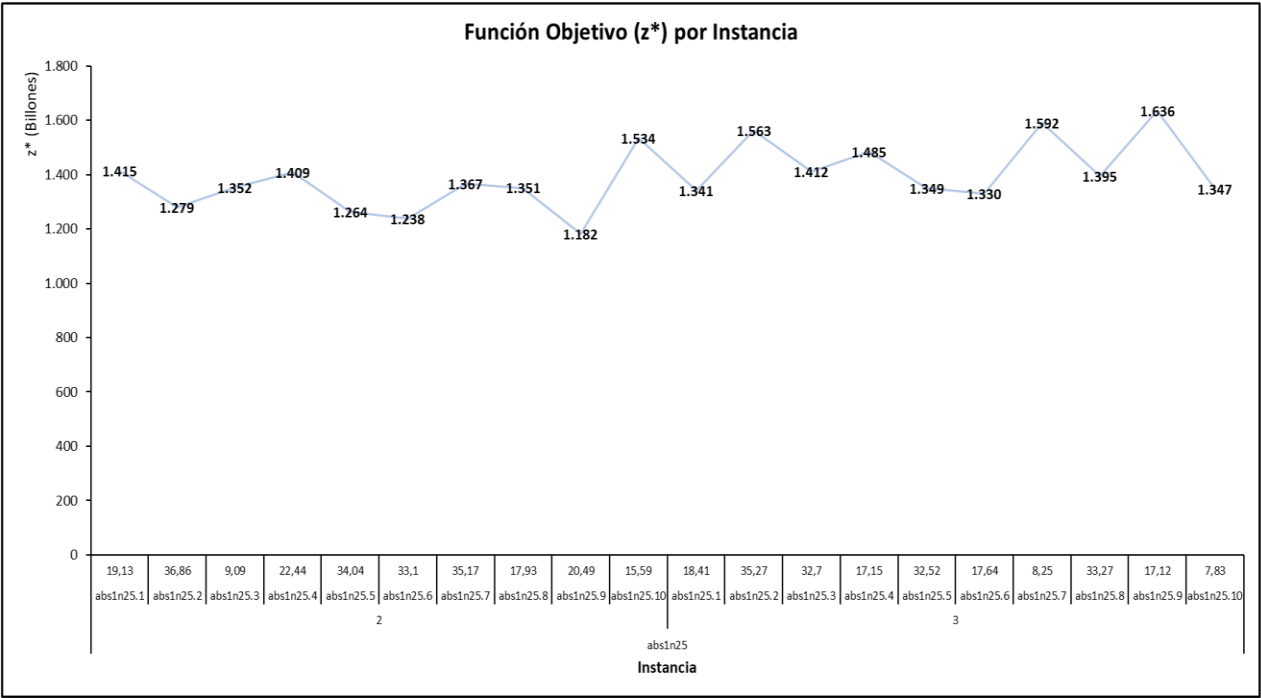


Figura 34. Gráfica de resultados instancia abs1n25

11.1.6 Resultados experimental instancia abs1n30. En la tabla 14 se exponen los resultados obtenidos en la instancia abs1n30 para dos y tres depósitos. El mejor resultado para cada instancia aparece con un asterisco, mientras que el promedio de ellos está subrayado.

Tabla 14.

Resumen resultados instancia abs1n30

INSTANCIA ABS1N30									
Cantidad de depósitos d=2					Cantidad de depósitos d=3				
Prueba	Instancia	Parámetro	F.O	CPU	Prueba	Instancia	Parámetro	F.O	CPU
			(z* Bill)	(seg)				(z* Bill)	(seg)
1	abs1n30.1	100-3-1-100	1.833.126	7,61	1	abs1n30.1	100-3-2-100	1.741.532	8,9
2	abs1n30.2	200-3-1-200	1.654.870	36,89	2	abs1n30.2	100-3-2-200	1.764.016	18,28
3	abs1n30.3	100-3-1-200	1.712.258	18,65	3	abs1n30.3	200-3-2-200	1.784.629	36,63
4	abs1n30.4	100-3-1-200	1.690.283	18,93	4	abs1n30.4	100-3-2-200	1.655.610	18,97
5	abs1n30.5	100-3-1-200	1.599.615	22,93	5	abs1n30.5	100-3-2-200	1.781.781	21,22

INSTANCIA ABS1N30									
Cantidad de depósitos d=2					Cantidad de depósitos d=3				
Prueba	Instancia	Parámetro	F.O (z* Bill)	CPU (seg)	Prueba	Instancia	Parámetro	F.O (z* Bill)	CPU (seg)
6	abs1n30.6	100-4-1-200	1.590.963	18,61	6	abs1n30.6	200-3-2-200	1.746.825	37,53
7	abs1n30.7	100-3-1-100	1.683.417	10,17	7	abs1n30.7	100-3-2-100	1.764.440	10,12
8	abs1n30.8	200-3-1-200	1.711.666	37,16	8	abs1n30.8*	100-3-2-100	1.632.013	8,99
9	abs1n30.9*	100-3-1-200	1.585.351	20,46	9	abs1n30.9	100-3-2-100	1.877.984	9,36
10	abs1n30.10	200-4-1-200	1.701.476	37,98	10	abs1n30.10	200-3-2-200	1.676.904	36,35
Promedio			1.676.302	22,93	Promedio			1.742.573	20,63
Best F.O Instancia			1.585.351		Best F.O Instancia			1.632.013.605	
Parámetro Best F.O Instancia			100-3-1-200		Parámetro Best F.O Instancia			100-3-2-100	

En la figura 35 se expresa gráficamente lo mencionado en la tabla 14, en ella se evidencia que cuando la cantidad de depósitos es de dos, el parámetro 100-3-1-200, tiene el menor costo asociado a la planificación de rutas, la prueba abs1n30.1 genera un aumento en el promedio de costos de las muestras, mientras que para el caso de tres depósitos el parámetro 100-3-2-100 tiene el menor costo asociado a la planificación de rutas, para este caso la prueba abs1n30.9 fue la que generó un aumento en el promedio de costos de las muestras.

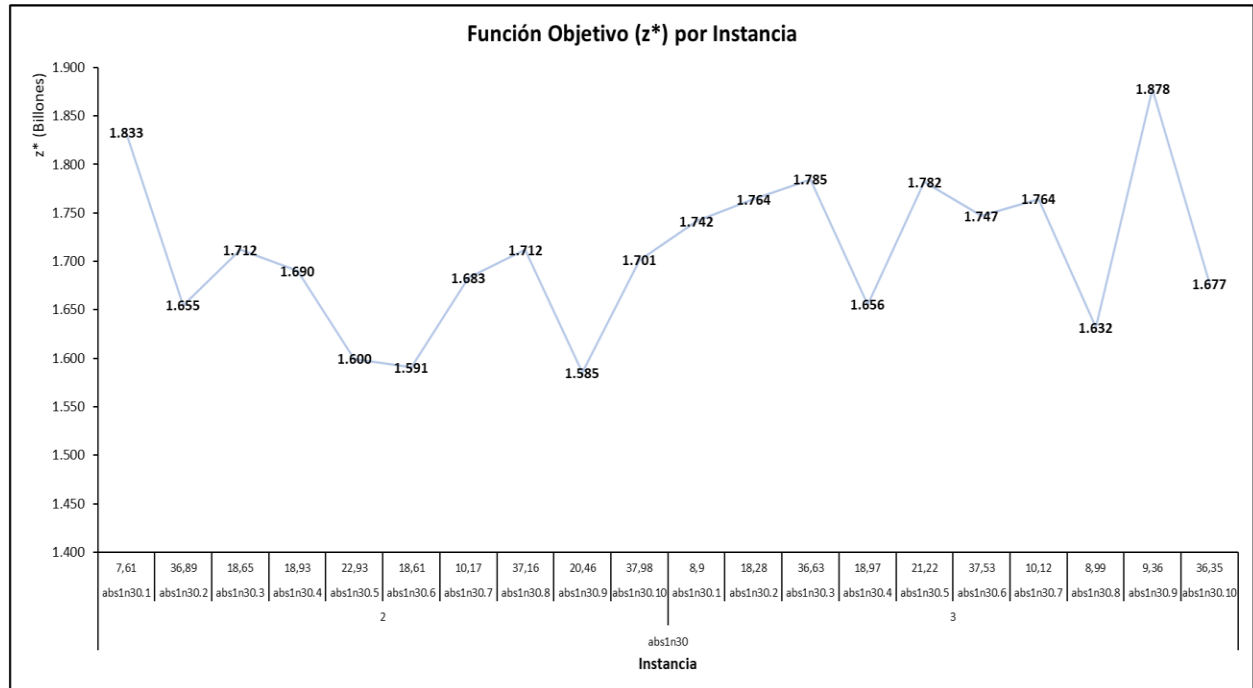


Figura 35. Gráfica de resultados instancia abs1n30

11.1.7 Resultados experimental instancia abs1n35. En la tabla 15 se exponen los resultados obtenidos en la instancia abs1n35 para dos y tres depósitos. El mejor resultado para cada instancia aparece con un asterisco, mientras que el promedio de ellos está subrayado.

Tabla 15.

Resumen resultados instancia abs1n 35

INSTANCIA ABS1N35									
Cantidad de depósitos d=2					Cantidad de depósitos d=3				
Prueba	Instancia	Parámetro	F.O (z* Bill)	CPU (seg)	Prueba	Instancia	Parámetro	F.O (z* Bill)	CPU (seg)
1	abs1n35.1	100-3-1-200	1.838.04	23,4	1	abs1n35.1	200-3-2-200	1.741.018.	47,18
2	abs1n35.2 *	200-4-1-200	1.706.353	48,28	2	abs1n35.2	100-3-2-200	2.022.951	24,09
3	abs1n35.3	100-3-1-100	1.987.125	11,57	3	abs1n35.3	100-3-2-200	1.936.327	23,05
4	abs1n35.4	100-3-1-100	1.881.809	11,67	4	abs1n35.4	100-4-2-100	2.069.219	12,49
5	abs1n35.5	100-3-1-100	1.837.326	11,94	5	abs1n35.5	200-3-2-200	1.866.194	46,09
6	abs1n35.6	100-3-1-200	1.790.585.	25,2	6	abs1n35.6	200-3-2-200	2.010.693	49,42
7	abs1n35.7	200-3-1-200	1.810.185	52,59	7	abs1n35.7	200-3-2-200	1.909.195	46,34
8	abs1n35.8	100-3-1-200	1.795.690	23,8	8	abs1n35.8	200-3-2-200	1.843.525	50,77
9	abs1n35.9	100-4-1-100	1.860.524	11,26	9	abs1n35.9	100-3-2-200	2.013.526	22,33
10	abs1n35.10	200-3-1-200	1.773.153	43,06	10	abs1n35.10	200-3-2-200	1.698.370	42,38
*									
Promedio			1.828.080	26,27	Promedio			1.911.102	36,41
Best F.O Instancia			1.706.353		Best F.O Instancia			1.698.370	
Parámetro Best F.O Instancia			200-4-1-200		Parámetro Best F.O Instancia			200-3-2-200	

En la figura 36 se expresa gráficamente lo mencionado en la tabla 15, en ella se evidencia que, cuando la cantidad de depósitos es de dos, el parámetro 200-4-1-200, tiene el menor costo asociado a la planificación de rutas al tener los mayores parámetros por población inicial, cantidad de iteraciones y cantidad de vehículos disponibles, su tiempo de corrida fue el mayor de todas las pruebas de esta instancia. Para tres depósitos el parámetro 200-3-2-200 tiene el menor costo asociado a la planificación de rutas, nuevamente al tener los mayores parámetros por población inicial y cantidad de iteraciones su tiempo de corrida fue uno de los mayores.

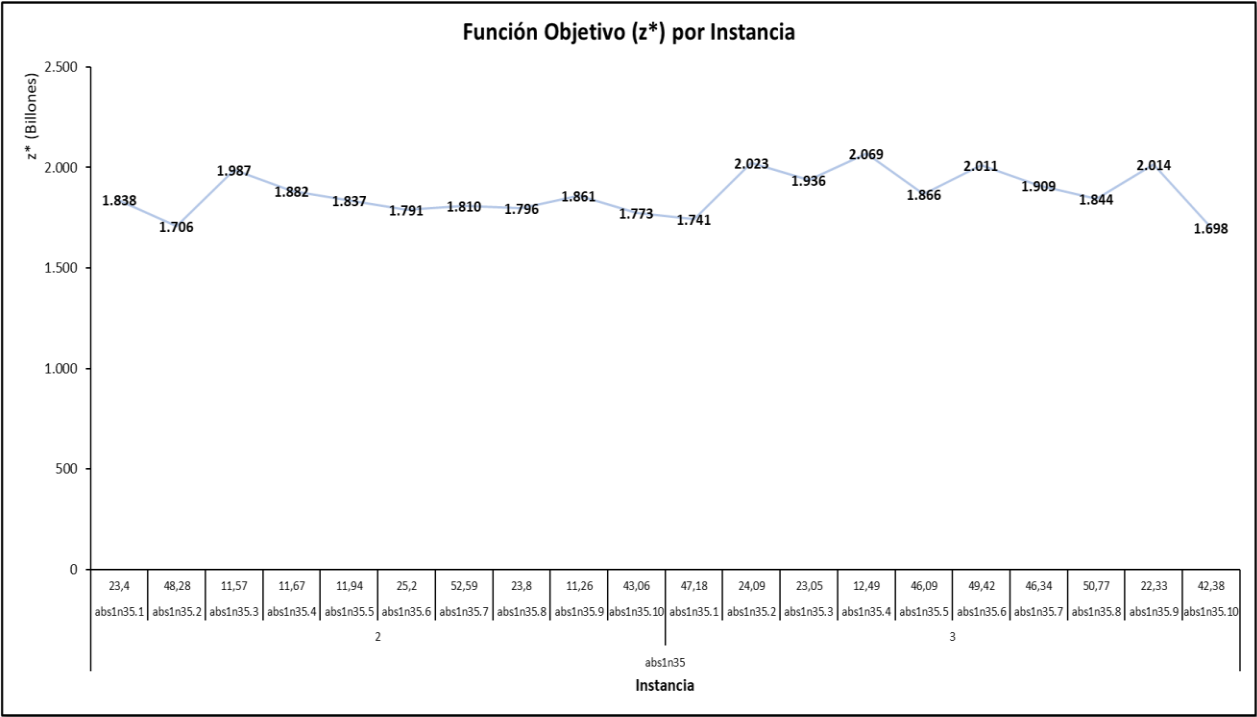


Figura 36. Gráfica de resultados instancia abs1n35

11.1.8 Resultados experimental instancia abs1n40. En la tabla 16 se exponen los resultados obtenidos en la instancia abs1n40 para dos y tres depósitos. El mejor resultado para cada instancia aparece con un asterisco, mientras que el promedio de ellos está subrayado.

Tabla 16.

Resumen resultados instancia abs1n40

INSTANCIA ABS1N40									
Prueba	Cantidad de depósitos d=2				Prueba	Cantidad de depósitos d=3			
	Instancia	Parámetro	F.O	CPU		Instancia	Parámetro	F.O	CPU
			(z* Bill)	(seg)				(z* Bill)	(seg)
1	abs1n40.1	100-3-1-200	2.181.102	24,68	1	abs1n40.1	100-3-2-200	2.269.608	25,36
2	abs1n40.2	200-4-1-200	2.148.010	51,76	2	abs1n40.2	100-3-2-100	2.260.776	12,35
3	abs1n40.3	100-3-1-200	2.218.322	24,94	3	abs1n40.3	100-3-2-200	2.582.798	25,57
4	abs1n40.4	200-4-1-200	2.187.713	50,12	4	abs1n40.4	200-4-2-200	2.408.492	50,31

INSTANCIA ABS1N40									
Prueba	Cantidad de depósitos d=2				Prueba	Cantidad de depósitos d=3			
	Instancia	Parámetro	F.O	CPU		Instancia	Parámetro	F.O	CPU
			(z* Bill)	(seg)				(z* Bill)	(seg)
5	abs1n40.5	100-3-1-100	2.093.830	11,23	5	abs1n40.5	100-3-2-100	2.229.475	12,01
6	abs1n40.6	200-4-1-200	2.212.898	51,1	6	abs1n40.6	100-3-2-100	2.264.288	12,67
7	abs1n40.7	200-4-1-200	2.149.360	51,41	7	abs1n40.7*	100-3-2-100	2.192.007	11,85
8	abs1n40.8	100-4-1-100	2.197.952	13,75	8	abs1n40.8	200-3-2--200	2.347.862	49,28
9	abs1n40.9*	200-3-1-200	2.064.634	50,32	9	abs1n40.9	100-3-2-200	2.269.903	25,13
10	abs1n40.10	100-3-1-200	2.184.232	24,35	10	abs1n40.10	100-3-2-200	2.335.471	27,39
Promedio			2.163.805	35,36	Promedio			2.316.068	25,19
Best F.O Instancia			2.064.634		Best F.O Instancia			2.192.007	
Parámetro Best F.O Instancia			200-3-1-200		Parámetro Best F.O Instancia			100-3-2-100	

En la figura 37 se expresa gráficamente lo mencionado en la tabla 16, en ella se evidencia que, cuando la cantidad de depósitos es de dos, el parámetro 200-3-1-200, tiene el menor costo asociado a la planificación de rutas, al tener los mayores parámetros por población inicial y cantidad de iteraciones su tiempo de corrida fue el mayor de todas pruebas de esta instancia. Para tres depósitos el parámetro 100-3-2-100 tiene el menor costo asociado a la planificación de rutas, para este caso, como tiene el menor nivel de los parámetros, población inicial y cantidad de iteraciones su tiempo de corrida fue el más bajo.

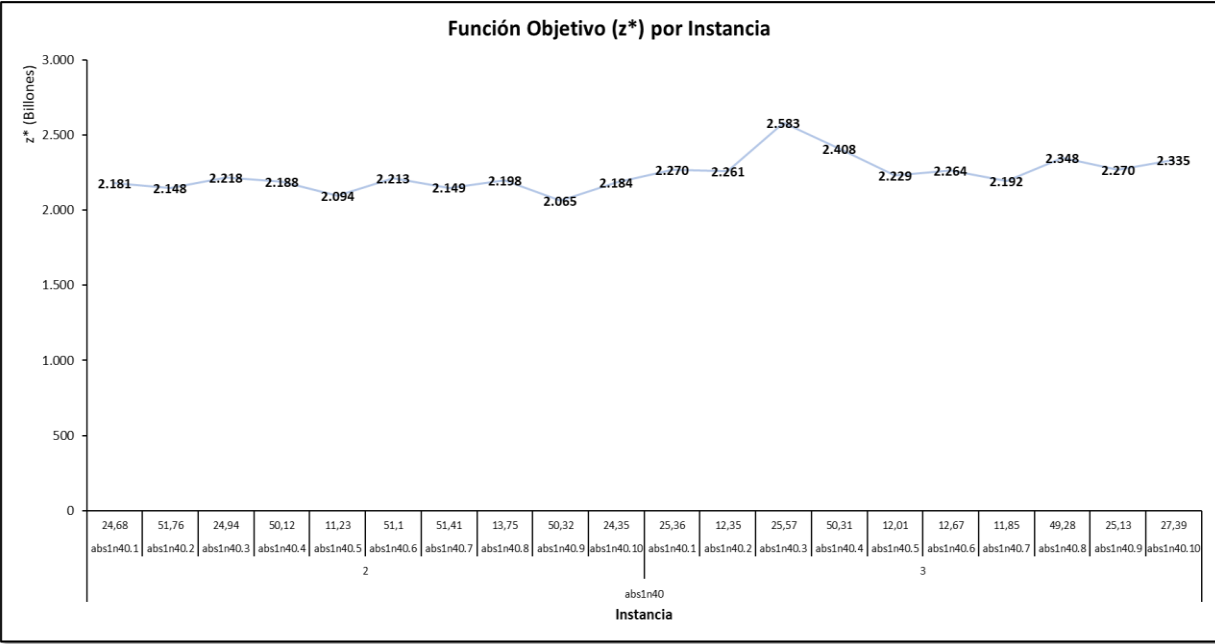


Figura 37. Gráfica de resultados instancia abs1n40

11.1.9 Resultados experimental instancia abs1n45. En la tabla 17 se exponen los resultados obtenidos en la instancia abs1n45 para dos y tres depósitos. El mejor resultado para cada instancia aparece con un asterisco, mientras que el promedio de ellos está subrayado.

Tabla 17.

Resumen resultados instancia abs1n45

INSTANCIA ABS1N45									
Cantidad de depósitos d=2					Cantidad de depósitos d=3				
Prueba	Instancia	Parámetro	F.O (z* Bill)	CPU (seg)	Prueba	Instancia	Parámetro	F.O (z* Bill)	CPU (seg)
1	abs1n45.1	200-3-1-200	2.403.990	55,36	1	abs1n45.1	100-3-2-200	2.497.009	29,22
2	abs1n45.2	200-3-1-200	2.382.802	54,13	2	abs1n45.2	100-3-2-200	2.596.027	27,21
3	abs1n45.3	100-4-1-200	2.409.817	28,18	3	abs1n45.3	100-3-2-200	2.530.481	27,22
4	abs1n45.4	200-3-1-200	2.377.772	55,97	4	abs1n45.4	200-3-2-200	2.461.643	54,62
5	abs1n45.5	100-3-1-200	2.493.926	28,59	5	abs1n45.5	100-3-2-200	2.434.239	27,29
6	abs1n45.6	200-3-1-200	2.472.574	55,66	6	abs1n45.6	100-3-2-100	2.510.789	13,96

INSTANCIA ABS1N45									
Cantidad de depósitos d=2					Cantidad de depósitos d=3				
Prueba	Instancia	Parámetro	F.O (z* Bill)	CPU (seg)	Prueba	Instancia	Parámetro	F.O (z* Bill)	CPU (seg)
7	abs1n45.7	100-3-1-200	2.357.503	31,73	7	abs1n45.7	100-3-2-200	2.534.707	29,4
8	abs1n45.8*	100-3-1-100	2.276.892	14,95	8	abs1n45.8	200-4-2-100	2.443.688	32,63
9	abs1n45.9	100-3-1-200	2.400.577	28,1	9	abs1n45.9	200-3-2-200	2.424.792	73,51
10	abs1n45.10	100-3-1-200	2.470.753	31,52	10	abs1n45.10*	200-3-2-200	2.415.402	60,04
Promedio			2.404.661	38,41	Promedio			2.484.878	37,51
Best F.O Instancia			2.276.892		Best F.O Instancia			2.415.402	
Parámetro Best F.O Instancia			100-3-1-100		Parámetro Best F.O Instancia			200-3-2-200	

En la figura 38 se expresa gráficamente lo mencionado en la tabla 17, en ella se evidencia que, cuando la cantidad de depósitos es de dos, el parámetro 100-3-1-100, tiene el menor costo asociado a la planificación de rutas, para este caso como tiene el menor nivel de los parámetros, población inicial y cantidad de iteraciones su tiempo de corrida fue el más bajo. Para tres depósitos el parámetro 200-3-2-200 tiene el menor costo asociado a la planificación de rutas, al tener los mayores parámetros por población inicial y cantidad de iteraciones su tiempo de corrida fue el mayor de todas pruebas de esta instancia.

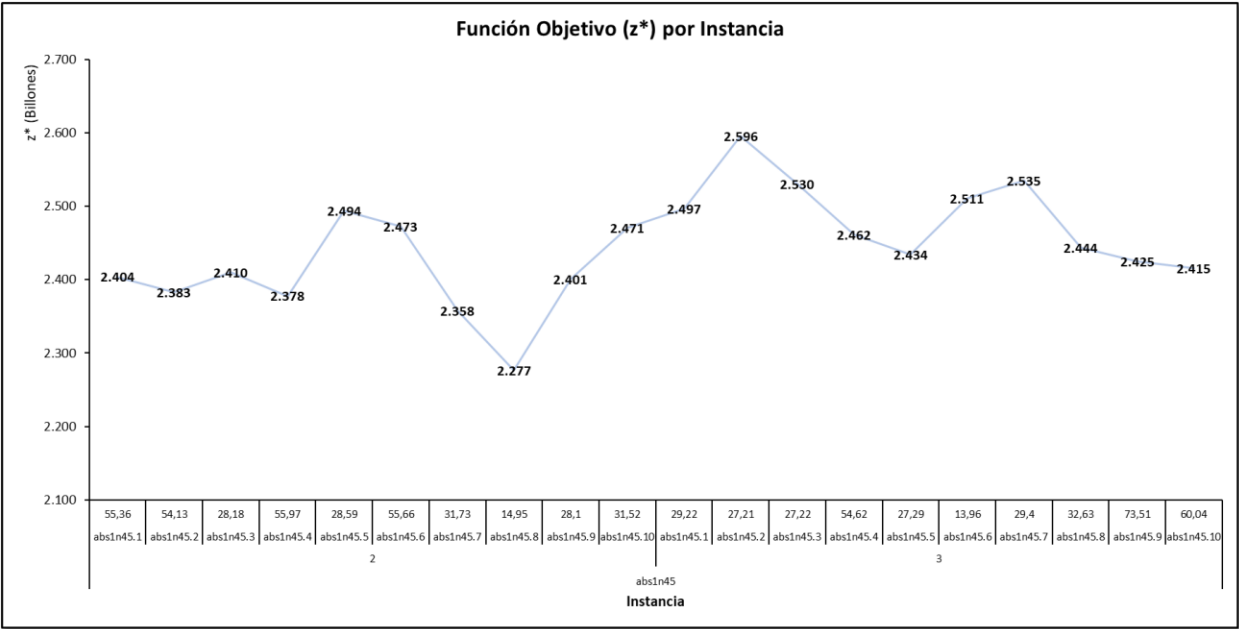


Figura 38. Gráfica de resultados instancia abs1n45

11.1.10 Resultados experimental instancia abs1n50. En la tabla 18 se exponen los resultados obtenidos en la instancia abs1n50 para dos y tres depósitos. El mejor resultado para cada instancia aparece con un asterisco, mientras que el promedio de ellos está subrayado.

Tabla 18.

Resumen resultados instancia abs1n50

INSTANCIA ABS1N50									
Prueba	Cantidad de depósitos d=2				Prueba	Cantidad de depósitos d=3			
	Instancia	Parámetro	F.O	CPU		Instancia	Parámetro	F.O	CPU
			(z* Bill)	(seg)				(z* Bill)	(seg)
1	abs1n50.1	200-4-1-200	2.475.663	61,05	1	abs1n50.1	200-3-2-200	2.610.625	60,39
2	abs1n50.2	200-3-1-200	2.544.288	59,87	2	abs1n50.2	200-3-2-200	2.565.314	59,35
3	abs1n50.3	100-3-1-200	2.494.508	29,29	3	abs1n50.3	100-3-2-200	2.759.686	30,87
4	abs1n50.4	100-3-1-200	2.372.092	31,84	4	abs1n50.4	100-3-2-100	2.592.813	15,19
5	abs1n50.5	200-4-1-200	2.560.457	62,03	5	abs1n50.5	100-3-2-100	2.710.635	15,15
6	abs1n50.6*	200-3-1-200	2.346.089	59,96	6	abs1n50.6	100-3-2-200	2.678.864	34,78

INSTANCIA ABS1N50									
Prueba	Cantidad de depósitos d=2				Prueba	Cantidad de depósitos d=3			
	Instancia	Parámetro	F.O	CPU		Instancia	Parámetro	F.O	CPU
			(z* Bill)	(seg)				(z* Bill)	(seg)
7	abs1n50.7	200-3-1-200	2.551.425	61,35	7	abs1n50.7	200-3-2-200	2.641.192	60,04
8	abs1n50.8	100-3-1-200	2.501.223	30,26	8	abs1n50.8	100-3-2-200	2.585.583	31,37
9	abs1n50.9	100-4-1-200	2.429.656	31,59	9	abs1n50.9	100-3-2-100	2.699.223	15,41
10	abs1n50.10	100-3-1-100	2.381.820	13,46	10	abs1n50.10*	100-3-2-100	2.453.897	16,33
Promedio			2.465.722	44,07	Promedio			2.629.783	33,88
Best F.O Instancia			2.346.089		Best F.O Instancia			2.453.897	
Parámetro Best F.O Instancia			200-3-1-200		Parámetro Best F.O Instancia			100-3-2-100	

En la figura 39 se expresa gráficamente lo mencionado en la tabla 18, en ella se evidencia que, cuando la cantidad de depósitos es de dos, el parámetro 200-3-1-200, tiene el menor costo asociado a la planificación de rutas ahora bien, cuando se tienen tres depósitos el parámetro 100-3-2-100 tiene el menor costo asociado a la planificación de rutas, en esta instancia se resalta que ambas pruebas obtuvieron como solución óptima, tener tres vehículos disponibles en cada depósito, además, para esta instancia y para la anterior dado que son las que tienen la mayor cantidad de clientes, ya se empieza a notar la diversificación en las posibles soluciones que tiene el modelo.

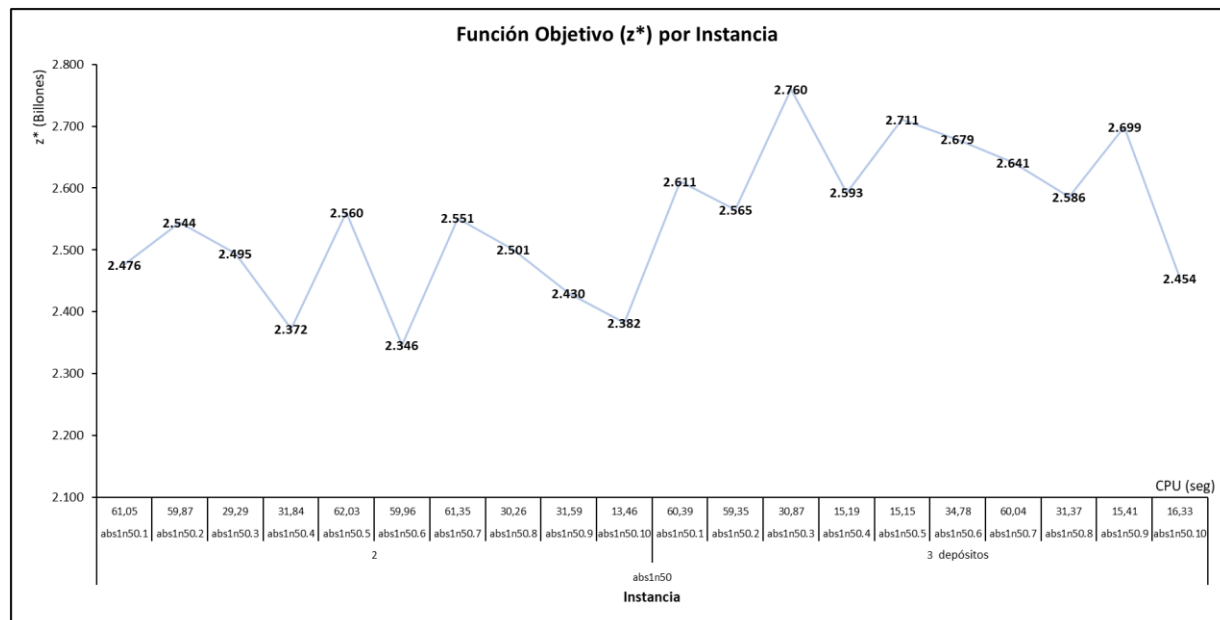


Figura 39. Gráfica de resultados instancia abs1n50

Finalmente, al ser este un modelo MDIRP donde se asignan rutas para cada periodo de planificación en las tablas 19 y 20 se expresa el vector solución de cada instancia por periodo, en el caso de abs1n5 únicamente se expone para un máximo de dos depósitos y para las restantes se muestra una para dos y una para tres depósitos que concuerdan con los resultados anteriormente expresados. La programación de las cantidades entregadas en cada uno de los depósitos pertenecientes a cada una de las mejores soluciones por instancia se presenta en el apéndice H.

Tabla 19.

Mejores resultados de cada Instancia Nivel BAJA.

Periodo	Cantidad de depósitos e=2	Instancia: absIn5	Parámetro: 100-2-1-200	Prueba: absIn10.8	CPU (seg): 7.46	z [*] = \$190.283.783.561.310
P1	0.1 3 4 2 1 0.1					
P2	0.1 3 4 2 1 0.1					
P3	0.1 3 4 2 1 0.1					
Periodo	Cantidad de depósitos e=2	Instancia: absIn10	Parámetro: 100-2-1-200	Prueba: absIn10.8	CPU (seg): 7.66	z [*] = \$339.034.993.331.339
P1	0.1 4 9 5 8 0.1 0.2 7 6 2 3 1 0.2					
P2	0.1 4 5 2 8 9 0.1 0.2 6 7 1 3 0.2					
P3	0.1 4 8 2 5 9 0.1 0.2 1 3 7 6 0.2					
Periodo	Cantidad de depósitos e=3	Instancia: absIn10	Parámetro: 200-3-2-200	Prueba: absIn10.5	CPU (seg): 13.75	z [*] = \$413.940.190.772.943
P1	0.1 3 6 4 0.1 0.1 8 7 0.1 0.2 5 0.2 2 1 0.2					
P2	0.1 3 6 4 0.1 0.1 8 7 0.1 0.2 2 1 0.2 0.3 5 0.3					
P3	0.1 3 6 4 0.1 0.1 8 7 0.1 0.2 2 1 0.2 0.2 5 0.2					
Periodo	Cantidad de depósitos e=2	Instancia: absIn15	Parámetro: 100-2-1-200	Prueba: absIn15.7	CPU (seg): 9.35	z [*] = \$708.532.562.839.915
P1	0.1 14 12 11 9 13 6 5 0.1 0.2 8 7 4 1 10 2 3 0.2					
P2	0.1 14 12 11 9 13 1 10 0.1 0.2 8 7 6 4 3 2 5 0.2					
P3	0.1 14 12 11 13 9 1 4 0.1 0.2 10 6 8 7 2 3 0.2 0.2 5 0.2					
Periodo	Cantidad de depósitos e=3	Instancia: absIn15	Parámetro: 200-3-2-200	Prueba: absIn15.5	CPU (seg): 19.45	z [*] = \$624.517.919.929.871
P1	0.1 4 6 0.1 0.1 5 10 8 7 0.1 0.2 2 0.2 0.2 1 13 9 3 0.2 0.3 11 12 0.3					
P2	0.1 8 4 7 0.1 0.1 10 6 0.1 0.2 3 9 1 13 0.2 0.2 2 0.2 0.3 5 11 12 0.3					
P3	0.1 5 8 4 6 0.1 0.1 7 10 0.1 0.2 2 0.2 0.2 9 13 3 0.2 0.3 1 11 12 0.3					
Periodo	Cantidad de depósitos e=2	Instancia: absIn20	Parámetro: 200-2-1-200	Prueba: absIn20.1	CPU (seg): 20.49	z [*] = \$887.687.350.709.762
P1	0.1 17 18 6 9 16 10 12 0.1 0.2 1 2 13 5 14 8 11 7 3 4 0.2 0.2 15 19 0.2					
P2	0.1 17 18 6 9 16 10 14 0.1 0.2 7 12 4 13 8 5 3 2 0.2 0.2 1 11 15 19 0.2					
P3	0.1 17 18 6 9 16 10 12 0.1 0.2 2 14 3 1 5 7 8 11 13 4 0.2 0.2 15 19 0.2					
Periodo	Cantidad de depósitos e=3	Instancia: absIn20	Parámetro: 200-2-2-200	Prueba: absIn20.2	CPU (seg): 23.9	z [*] = \$752.523.056.723.413
P1	0.1 17 16 7 10 0.1 0.2 14 18 4 2 3 0.2 0.2 11 15 13 9 6 8 1 0.2 0.3 12 5 0.3					
P2	0.1 16 17 7 10 0.1 0.2 6 1 2 18 14 4 0.2 0.2 15 8 0.2 0.3 11 12 5 13 3 9 0.3					
P3	0.1 17 16 7 10 0.1 0.2 14 4 18 1 9 0.2 0.2 2 8 6 0.2 0.3 13 15 11 3 12 5 0.3					

12. Artículo

En el apéndice I, se expone un artículo de carácter publicable para la revista **Facultad de Ingeniería** de la Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia (Uptc), en él se presenta la información más relevante recopilada en esta investigación.

13. Conclusiones

- A partir del análisis bibliométrico se evidenció el aumento de investigaciones pertenecientes a problemas de optimización de ruteo en los últimos años, sin embargo, para el caso puntual de los problemas MDIRP, la participación de este tipo de publicaciones que arrojó el análisis bibliométrico es del 8%, esto se debe, en gran medida, a que existe una cantidad amplia de variaciones de este tipo de modelos, lo cual propicia el interés y la posibilidad de investigar el modelo multi depósito desde diferentes puntos de vista, características y parámetros.
- Al tomar como base el modelo IRP propuesto por estudiantes de la Escuela de Estudios Industriales y Empresariales de la UIS, para incluir la característica de múltiple depósito, se evidenciaron cambios representativos en las restricciones de ruteo, ya que en el caso del modelo de único depósito todos los vehículos que viajan a lo largo de los nodos regresan al punto 0 o de origen, mientras que para el caso MDIRP se necesitan dos variables binarias que interactúan entre sí para cumplir esta condición y que cada vehículo regrese a su depósito origen.
- La decisión de elegir la metaheurística Algoritmo genético para la resolución del problema MDIRP, presentó una serie de características que se acomodaron a lo que se buscaba analizar en la planificación de rutas, ya que favoreció la aleatoriedad de soluciones en la construcción de rutas iniciales las cuales ofrecieron una amplia exploración en las respuestas otorgadas por el modelo, en tiempos de ejecución relativamente cortos.

- La herramienta Matlab fue de gran ayuda para esta investigación ya que permitió usar el algoritmo genético de tal manera que se pudiese modificar los parámetros de entrada, en cada una de las instancias escogidas en esta investigación.
- A partir de las pruebas realizadas con el algoritmo genético, se concluye que, los factores tamaños de población y número de iteraciones tuvieron efectos significativos en los tiempos de corrida; la tendencia indicó que cuando se tenían los mayores niveles de tamaño de la población y número de iteraciones los tiempos de corrida se elevaban considerablemente.
- Se observó que la selección apropiada del número de iteraciones es un factor que puede permitir encontrar soluciones de buena calidad sin desperdiciar el recurso computacional.
- Se deja planteado un artículo publicable para la revista Facultad de ingeniería de la Uptc, en él se recopila la información más relevante de esta investigación como: introducción, descripción del problema, formulación del modelo, metaheurístico algoritmo genético, resultados, conclusiones y referencias bibliográficas.

14. Recomendaciones

- Continuar con la investigación, para esto se propone crear o implementar nuevos operadores para el algoritmo genético que permitan la búsqueda de mejores resultados para el modelo MDIRP.
- Buscar instancias propias, una vez existan, de un modelo MDIRP que permita evaluar desde otra perspectiva el desarrollo de modelos de este tipo.
- Se sugiere tomar esta investigación y modificar los parámetros usados, así como la inclusión de diferentes métodos heurísticos y metaheurísticos, con el fin de comparar estos resultados con los obtenidos en el presente trabajo.
- Se propone mediante el algoritmo desarrollado en esta investigación, solucionar problemáticas de distribución en empresas existentes que requieran este tipo de herramientas con el fin de planificar y optimizar sus modelos de entrega y ruteo.

Referencias Bibliográficas

- Cotta Porras, C. (1998). *Un estudio de las técnicas de hibridación y su aplicación al diseño de algoritmos evolutivos*. Doctoral dissertation, Universidad de Málaga.
- Escobar, J., & Linfati, R. (2012). Un algoritmo metaheurístico basado en recocido simulado con espacio de búsqueda granular para el problema de localización y ruteo con restricciones de capacidad. *Revista Ingenierías Universidad de Medellín*, 3-4.
- Aguiar Pulido, V. (2014). *Resolución de problemas de optimización combinatoria utilizando técnicas de computación evolutiva. Una aplicación a la biomedicina*. Universidade da Coruña.
- Aldana Sulú, A., & Echeverría, W. (2017). Calidad de los costos logísticos para la toma de decisiones. *Logistic Summit & Expo*.
- Algoritmosgenet. (31 de Mayo de 2013). *Algoritmos Genéticos* . Obtenido de Blog: <http://algoritmosgenet.blogspot.com/2013/05/ventajas-y-desventajas-los-algoritmos.html>
- Arango Serna, M., Romano, C., & Zapata Cortés, J. A. (2015). *Distribución colaborativa de mercancías utilizando el modelo IRP*. Medellín: Universidad Nacional de Colombia - Sede Medellín.
- Archetti, C., Bertazzi, L., Laporte, G., & Speranza, M. (2007). *A branch-and-cut algorithm for a vendor-managed inventory-routing problem*. Transportation Science.
- Barragán Pineda, E., & Romero Cuervo, L. (2015). *ESTUDIO Y DESARROLLO DE UN MODELO MATEMÁTICO PARA EL PROBLEMA DE INVENTARIO Y RUTEO (IRP)*. Bucaramanga: Universidad Industrial de Santander .

- Barrera , A., & Santos, M. (2016). *DISEÑO DE UN MARCO DE TRABAJO PARA EL PROBLEMA DE RUTEO E INVENTARIOS (IRP), INVOLUCRANDO TRES TÉCNICAS METAHEURÍSTICAS ADICIONALES A LA BÚSQUEDA TABÚ*. Bucaramanga.
- Barrera Barbosa, J., & Santos Rueda, M. (2016). *Diseño de un marco de trabajo para el problema de ruteo e inventarios (IRP), involucrando tres tecnicas metaheurísticas adicionales a la busqueda tabú*. Bucaramanga : Universidad Industrial de Santander.
- Becerril Rosales, I., & Villa Sanchez, G. (s.f). *DISEÑO DE UN ALGORITMO GENÉTICO PARA RESOLVER PROBLEMAS DE RUTEO DE VEHÍCULO*.
- Belén , M., Moreno Pérez, J., & Moreno Vega, M. (2003). Metaheurísticas: Una Visión Global . *Revista Iberoamericana de Inteligencia Artificial*, 1-23.
- Bermudez, C., Minetti, G., & Salto , C. (s.f.). *Busqueda local iterada para resolver problemas de planificación*. La Pampa: Departamento de Informática, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de la Pampa.
- Bertazzi, L., Laganà, D., Coelho, L., & De Maio. (2017). The Multi-depot Inventory Routing Problem: An Application of Vendor-management Inventory in City Logistic. *CIRRELT, Centre interuniversitaire de recherche sur les réseaux d'entreprise*.
- Bolaños, R. (2014). *Un algoritmo metaheurístico para la solución del problema de ruteo de vehículos con múltiples depósitos y flota heterogénea*. Pereira: Universidad Tecnológica de Pereira.
- Campbell, A., & Savelsbergh, M. (2004). A decomposition approach for the inventory-routing problem. . *Transportation science*, 488-502.
- Candotti, K., Dimas, M., & Reinaldo, V. (2014). Comparación de métodos metaheurísticos de optimización: recocido simulado, algoritmos genéticos y búsqueda del cuco. *Universidad, Ciencia y Tecnología*.
- Cañas, I. (11 de Octubre de 2015). *Blog del Grupo EMAR*. Obtenido de <https://racionalidadltda.wordpress.com/2015/10/11/como-realizar-busquedas-de-literatura-para-escribir-articulos-de-revision-bibliografica/>

- Carvajal Pérez, L. (2018). Importancia de los indicadores logísticos en la gestión de los sistemas de producción de leche bovina de la parroquia el carmelo. *Comercio y gestion. Revista digital*, 105-116.
- Castañeda Londoño, J. (2017). *Repositorio Institucional*. Obtenido de Universidad Tecnologica de Pereira: <http://repositorio.utp.edu.co/dspace/bitstream/handle/11059/9308/T519.6%20C346.pdf?sequence=4&isAllowed=y>
- Cortéz, A. (2004). TEORÍA DE LA COMPLEJIDAD COMPUTACIONAL Y TEORÍA DE LA COMPUTABILIDAD. *Investig. sist. Inform.*, 102-105.
- Crainic, T. G., & Toulouse, M. (Enero de 2003). *researchgate*. Obtenido de https://www.researchgate.net/publication/312340966_Parallel_strategies_for_meta-heuristics/link/5cb2c6b6299bf1209764560e/download
- Dagovett Cala, S., & Prada Avellaneda, S. (2019). *Comparación del desempeño de metaheurísticas híbridas para el problema de Flowshop Distribuido y Permutado con Etapa de Ensamble, considerando tiempos de alistamiento dependientes de la secuencia (DAFPSP-SDST) y fábricas heterogéneas*. Bucaramanga.
- Departamento Nacional de Planeación. (2018). *Andi*. Recuperado el Mayo de 2019, de <http://www.andi.com.co/Uploads/Encuesta%20Nacional%20Log%C3%ADstica%202018.pdf>
- Díaz, J., Morillo, D., & Moreno, L. (2014). Metodologías Analíticas y Heurísticas para la Solución del Problema de Programación de Tareas con Recursos Restringidos (RCPSP): una revisión. Parte 1. *Ing.cienc*, 10, 247-271.
- Dorigo, M., & Blum, C. (2005). Ant Colony Optimization Theory: A Survey. *Lecture Notes in Computer*, 243-278.
- Dorigo, M., Stützle, T., & Birattari, M. (Diciembre de 2006). *ResearchGate*. Obtenido de https://www.researchgate.net/publication/308953674_Ant_Colony_Optimization

- Dorronsoro, B. (20 de Abril de 2017). *bernabe.dorronsoro*. Obtenido de <http://www.bernabe.dorronsoro.es/>
- Elizondo Cortés, M., & Aceves García, R. (2007). *Descomposición cruzada separable en la solución del problema de asignación–distribución*. Ciudad de México: Universidad Nacional Autónoma de México.
- Encyclopedia of Production and Manufacturing Management. (2000). *Springer*. Obtenido de https://bibliotecavirtual.uis.edu.co:2142/referenceworkentry/10.1007/1-4020-0612-8_1035
- Galarcio, J., Buelvas, M., Nisperuza, P., López, J., & Hernandez, H. (2017). Una nueva metaheurística aplicada al problema de ruteo de vehículos capacitados (cvrp) para la distribución de productos perecederos. *Ingeniería e Innovación*.
- Garcia, J. (2006). *Modelado mediante Optimización Combinatoria* . Obtenido de <http://personales.upv.es/jpgarcia/LinkedDocuments/MCOIOptimizacionCombinatoria.pdf>
- Geetha, S., Vanathi, P., & Poonthalir, G. (2012). *METAHEURISTIC APPROACH FOR THE MULTI-DEPOT VEHICLE ROUTING PROBLEM*. An International Journal.
- Gelves Tello, N., & Mora Moreno, R. (2015). *Solución del problema de ruteo de vehículos con demandas estocásticas (vrpsd) mediante la metaheurística optimización por espiral*. Bucaramanga: Universidad Industrial de Santander.
- González Vargas, G., & González Aristizabal, F. (2007). *Metaheurísticas aplicadas al ruteo de vehículos. Un caso de estudio: Parte 2: algoritmo genético, comparación con una solución heurística*. Ing. Investig.
- Hernández Ortiz, Y. (2016). *DISEÑO DE UN SISTEMA DE RUTEO DE VEHÍCULOS CON MÚLTIPLES*. BOGOTÁ, D.C. : UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS.

- Hernández, A. (s.f.). *Monografias*. Obtenido de <https://www.monografias.com/trabajos66/programacion-lineal-entera/programacion-lineal-entera.shtml>
- Hernández, J., Hernández, S., & Flores, I. (2011). Algoritmo recocido simulado para el problema de la programación del tamaño del lote económico bajo el enfoque de ciclo básico. *Ingeniare. Revista chilena de ingeniería*, 19(3).
- Herrera Granada, I. (2017). *Diseño y evaluación de un algoritmo genético para ruteo vehicular que permita optimizar la distribución en una empresa comercializadora de autopartes en Quito*. Quito.
- Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica. (s.f.). *ccc.inaoep*. Obtenido de <https://ccc.inaoep.mx/~emorales/Cursos/Busqueda/btabu.pdf>
- Jaimes, T., Bohórquez, C., Moreno, J., Gonzáles, E., & Lopez, M. (2018). *Optimización del makespan en el problema de Job Shop Flexible con restricciones de transporte usando Algoritmos Genéticos*. Entre Ciencia e Ingeniería.
- Leandro, C., Cordeau, J. F., & Laporte, G. (2013). Thirty Years of Inventory Routing. *INFORMS*, 1-19.
- Linares, P., Ramos, A., Sánchez, P., Sarabia, Á., & Begoña, V. (2001). *MODELOS MATEMÁTICOS DE OPTIMIZACIÓN*. Madrid: Universidad Pontificia ICAI.
- Lmariouh, J., Bouami, D., Jamali, A., & Mozher, A. (2016). *SOLVING A MULTI-DEPOT INVENTORY ROUTING PROBLEM ARISING IN THE MOROCCAN FOOD MARKET*. Journal of Theoretical & Applied Information Technology.
- Lourenço, H., Martin, O., & Stützle, T. (2013). *Sci2S*. Obtenido de https://sci2s.ugr.es/sites/default/files/files/Teaching/GraduatesCourses/Algoritmica/Tema06-Multiarranque_II-ILSyVNS-12-13.pdf
- Lüer, A., Benavente, M., Bustos, J., & Venegas, B. (2009). *El problema de rutas de vehículos: Extensiones y métodos de resolución, estado del arte*. Universidad de La Frontera. Obtenido de

https://www.researchgate.net/profile/Barbara_Venegas/publication/221419373_El_Problema_de_Rutas_de_Vehiculos_Extensiones_y_Metodos_de_Resolucion_estado_del_Arte/links/54062db00cf2c48563b24957.pdf

Magee, J. F. (1967). *Production planning and inventory control*. McGraw-Hill.

Maldonado, C. (2013). Un problema fundamental en la investigación: Los problemas P vs. NP. *Revista Logos, Ciencia & Tecnología*, 10-20.

Mario Daza, J., Montoya, J., & Narducci, F. (2009). *Scielo*. Obtenido de <http://www.scielo.org.co/pdf/eia/n12/n12a03.pdf>

Molina Gómez, J. C. (2014). *PROBLEMAS DE OPTIMIZACIÓN DE RUTAS DE VEHÍCULOS CON ASPECTOS MEDIOAMBIENTALES*. Sevilla: Biblioteca de Ingeniería. Universidad de Sevilla.

Montenegro Carrascal, M. V., Pulido Reina, J. S., & Palacio León, Ó. (s.f.). *UMNG*. Recuperado el 2 de Junio de 2019

Montoya Torres, J., López Franco, J., Neto Isaza, S., Felizzola Jiménez, H., & Herazo Padilla, N. (2014). *A literature review on the vehicle routing problem with multiple depots*. Computers & Industrial Engineering.

Mushi, A. (2006). TABU SEARCH HEURISTIC FOR UNIVERSITY COURSE TIMETABLING PROBLEM. *African Journal of Science and Technology (AJST)*, 34-44.

Nikkhah Qamsari, A., Hosseini Motlagh, S., & Jokar, A. (2017). *A two-phase hybrid heuristic method for a multi-depot inventory-routing problem*. International Journal of Transportation Engineering.

Nikkhah Qamsari, A., Hosseini Motlagh, S., & Jokar, A. (2017). *A Two-Phase Hybrid Heuristic Method for a Multi-Depot Inventory-Routing Problem*. International Journal of transportation Engineering.

- Noor, N., & Shuib, A. (2015). Multi-depot instances for inventory routing problem using clustering techniques. *Journal of Industrial y Intelligent Information*, 2-3.
- Olivera, A. (2004). *Heurísticas para Problemas de Ruteo de Vehículos*. Montevideo: Instituto de Computación, Universidad de la República.
- Olvera Hernández, F., & Morales Calderón, J. R. (s.f.). *La cadena de suministros como elemento clave de trabajo la estrategia competitiva de las organizaciones*. Red Internacional de Investigadores en Competitividad.
- Ospina Toro, D., Toro Ocampo, R., & Gallego Rendón, A. (2017). *SOLUCIÓN DEL MDVRP USANDO EL ALGORITMO DE BÚSQUEDA LOCAL*. Pereira: Universidad Tecnológica de Pereira.
- Pereira Ramos, T., Gomes, M., & Barbosa Póvoa, A. (2019). Multi-depot vehicle routing problem: a comparative study of alternative formulations. *International Journal of Logistics Research and Applications*, 2-3.
- Pérez Kaligari, E., & Guerrero Rueda, W. (2015). *MÉTODOS DE OPTIMIZACIÓN PARA EL PROBLEMA DE RUTEO DE VEHÍCULOS CON INVENTARIOS Y VENTANAS DE TIEMPO DURAS*. Revista Ingeniería Industrial.
- Ponce, J. (2006). *ResearchGate*. Obtenido de https://www.researchgate.net/publication/241195019_ACHPM_Algoritmo_de_Optimizacion_con_Colonia_de_Hormigas_para_el_Problema_de_la_Mochila
- Razavi, M., & Nik, E. (2013). *Meta heuristic for multi depot inventory routing problem backloging*. J Basic Appl Sci Res.
- Riojas Cañari, A. (2005). *sisbib*. Obtenido de http://sisbib.unmsm.edu.pe/bibvirtualdata/monografias/basic/riojas_ca/cap3.pdf
- robologs. (28 de Agosto de 2015). *robologs.net*. Obtenido de <https://robologs.net/2015/08/28/como-programar-un-algoritmo-genetico-parte-i-in-theory/>

- Rocha Medina, L. B., Gonzales Larota, E. C., & Orjuela Castro, J. (2011). Una revisión al estado del arte del problema de ruteo de vehículos: Evolución histórica y métodos de solución. *Ingeniería*, Vol. 16, No. 2, pág. 35 - 55 .
- Rocha, V., & Salaberry, J. (2019). *Un método de resolución para el problema de ruteo de vehículos con múltiples depósitos*.
- Search Technology. (2012). *The Vantage Point*. Obtenido de [https://www.thevantagepoint.com/data/documents/VantagePoint%20\(4-page%20esp\).pdf](https://www.thevantagepoint.com/data/documents/VantagePoint%20(4-page%20esp).pdf)
- Soto, D., Soto, W., & Pinzon, Y. (2008). *UNA METAHEURÍSTICA HÍBRIDA APLICADA A UN PROBLEMA DE PLANIFICACIÓN DE RUTAS*. <https://revistas.unal.edu.co/index.php/avances/article/view/10107>: Revistas Unal.
- Tansini, L., Urquhart, M., & Viera, O. (2001). *Comparing assignment algorithms for the Multi-Depot VRP*. Montevideo: Dpto. Investigación Operativa, Instituto de Computación, Facultad de Ingeniería, UDELAR.
- Tarik, E. (2013). *VENDOR MANAGED INVENTORY*. Yeditepe University .
- Tohidifard, M., Tavakkoli-Moghaddam, R., Navazi, F., & Partovi, M. (2018). A Multi-Depot Home Care Routing Problem with Time Windows and Fuzzy Demands Solving by Particle Swarm Optimization and Genetic Algorithm. *IFAC-PapersOnLine*, 358-363.
- Toro Ocampo, E., Domínguez Castaño, A., & Escobar Zuluaga, A. (2016). *Desempeño de las técnicas de agrupamiento para resolver el problema de ruteo con múltiples depósitos*. Tecno Lógicas.
- Universo Formulas. (2019). *Universo Formulas*. Obtenido de <https://www.universoformulas.com/estadistica/inferencia/muestreo-bola-nieve/>
- Vélez, M. C., & Montoya, J. A. (2007). Metaheurísticos: una alternativa para la solución de problemas combinatorios en administración de operaciones. *EIA.Esc.Ing.Antioq*, 1-3.

Yepes Piqueras, V. (10 de Septiembre de 2014). *victoryepes.blogs.upv.es*. Obtenido de <https://victoryepes.blogs.upv.es/2014/09/10/optimizacion-combinatoria/>

Zufferey, N., Farres, J., & Glardon, R. (2015). Ant Metaheuristic with Adapted Personalities for the Vehicle Routing Problem. En F. Corman, R. Negenborn, & S. Vob, *Computational Logistics* (págs. 3-18). Springer.