

Estimar la permeabilidad magnética de pérdidas para un material FGM durante su tratamiento térmico con microondas a 2450 MHz utilizando la solución de un problema inverso

Oscar Iván Mateus Alba, Jhorman Stivent Maldonado Rey

Trabajo de Grado para Optar al Título de Ingeniero Electrónico

Director

Carlos Rodrigo Correa Cely

Ph.D en Ingeniería Química

Universidad Industrial de Santander

Facultad de Ingenierías Físico-Mecánicas

Escuela de Ingeniería Eléctrica, Electrónica y Telecomunicaciones

Bucaramanga

2025

Agradecimientos

Oscar ivan mateus alba

En primer lugar, quiero expresar mi sincero agradecimiento a mi director de proyecto, Carlos Rodrigo Correa Cely, por su valiosa guía, paciencia y apoyo constante a lo largo de todo el proceso. Su experiencia y dedicación fueron fundamentales para la culminación de este trabajo, y su confianza siempre fue una fuente de motivación. A mi familia, mis padres, hermanos, tíos y demás seres queridos, les debo un profundo agradecimiento por su apoyo incondicional. A lo largo de este viaje académico, fueron mi fuerza en los momentos más difíciles y mi alegría en cada logro. Sin su comprensión, sacrificios y amor, este proyecto no habría sido posible. También quiero agradecer a mis amigos, compañeros y profesores de la Universidad Industrial de Santander, quienes con su compañía, consejos y palabras de aliento contribuyeron tanto a mi desarrollo personal como académico. Cada uno, de una forma u otra, dejó una huella en mi camino. Por último, agradezco a la comunidad universitaria en general, por ser parte de un entorno que fomenta el crecimiento, el aprendizaje y la colaboración.

Jhorman stivent maldonado rey

Quiero expresar mi más profundo agradecimiento al Dr. Carlos Rodrigo Correa Cely, director de este proyecto, por su invaluable guía, paciencia y apoyo constante durante cada etapa de este trabajo. Su experiencia, compromiso y confianza en nuestras capacidades fueron fundamentales para el desarrollo y culminación exitosa de este proyecto, además de ser una fuente constante de inspiración y aprendizaje en mi formación académica y personal. A mis padres, quienes, con su amor incondicional, sacrificio y valores me han enseñado la importancia del esfuerzo, la perseverancia y la dedicación. Su apoyo inquebrantable ha sido el pilar sobre el cual he construido mis sueños, y su ejemplo me ha impulsado a seguir adelante incluso en los momentos más difíciles. A ellos les debo todo lo que soy y todo lo que he logrado.

A mi hermana, por ser mi confidente, mi apoyo y mi mayor aliada en este camino. Su compañía y comprensión han sido un refugio en los momentos difíciles y una alegría en los más felices. Saber que cuento con ella me ha dado la tranquilidad y la fuerza necesarias para afrontar cada reto con determinación. A mis abuelos, por su amor infinito y su sabiduría, que han dejado una huella imborrable en mi vida. Sus palabras, su ejemplo y su calidez han sido una fuente constante de inspiración y fortaleza, recordándome siempre la importancia de la familia y los valores que nos unen. A mis demás familiares, amigos y compañeros de universidad, quienes, con su apoyo, palabras de aliento y compañía han sido parte fundamental de este proceso. Cada conversación, consejo y momento compartido representaron un aporte invaluable que me ayudó a superar los desafíos y a crecer tanto personal como profesionalmente. A mis profesores, quienes no solo transmitieron su conocimiento, sino que también inculcaron en mí la pasión por el aprendizaje y la dedicación por la excelencia. Sus enseñanzas fueron clave en mi formación, no solo académica, sino también en el desarrollo de mi carácter y valores. A mi novia, por ser mi compañera incondicional en este recorrido, por motivarme a seguir adelante y por recordarme siempre que los sueños se alcanzan con esfuerzo y perseverancia. Su apoyo en los momentos de alegría y en los más difíciles fue una fuerza invaluable que me impulsó a dar lo mejor de mí. Gracias por creer en mí, por compartir este camino y por ser parte de mis metas, así como de todas las que aún nos quedan por alcanzar juntos. A cada uno de ustedes, gracias por ser el motor que impulsa mi corazón y la razón detrás de este logro. Sin su apoyo, este camino habría sido mucho más difícil. Este logro no es solo mío, sino también de todos ustedes.

Tabla de contenido

Introducción.....	10
1. Objetivo General.....	12
1.1 Objetivos Específicos.....	12
2. Marco Teórico.....	13
2.1 Materiales Graduados Funcionalmente (FGM)	13
2.1.1 Definiciones características.....	13
2.1.2 Mecanismos de fabricación.....	13
2.1.3 Propiedades y comportamiento	14
2.1.4 Aplicaciones de los FGM.....	14
2.2 Permeabilidad Magnética de Pérdidas	14
2.2.1 Definición y relevancia	14
2.2.2 Factores que afectan la permeabilidad magnética de pérdidas	15
2.2.3 Métodos de medición de la permeabilidad magnética de pérdidas.....	16
2.2.4 Relevancia en el contexto del tratamiento térmico con microondas.....	17
3. Problema Directo	17
3.1 Fundamentos teóricos.....	17
3.1.1 Modelado del problema directo	20
4. Resultados de la simulación.....	21
4.1 Enfoque para el Problema Inverso	28
4.1.1 Solución del problema inverso.....	29
4.1.2 Resultados del problema Inverso	29

5. Conclusiones.....	35
Referencias Bibliográficas.....	37

Lista de Tablas

Tabla 1. <i>Propiedades Circonio</i>	19
Tabla 2. <i>Propiedades Alumita</i>	20
Tabla 3. <i>Propiedades térmicas y físicas del material ZTA en capas internas y externas.</i>	21
Tabla 4. <i>Resultados de la simulación</i>	22
Tabla 5. <i>SNR de 60</i>	30
Tabla 6. <i>SNR 40</i>	31
Tabla 7. <i>SNR 20</i>	32

Lista de Figuras

Figura 1. Ecuación de transferencia de calor en coordenadas esféricas con generación interna	18
Figura 2. Ecuación de generación de calor por pérdidas electromagnéticas	18
Figura 3. Modelo de la microestructura esférica.....	23
Figura 4. Diagrama de calidad de los elementos de la malla utilizados en la simulación	23
Figura 5. Distribución de temperatura en la esfera en función del radio	23
Figura 6. Perfil de temperatura 3D.....	24
Figura 7. Perfil de temperatura 2D $t=2s$ con ruido.....	24
Figura 8. Perfil de temperatura 3D $t=2s$ con ruido.....	24
Figura 9. Perfil de temperatura 2D $t=2s$ con ruido.....	25
Figura 10. Perfil de temperatura 3D $t=10$ con ruido	25
Figura 11. Perfil de temperatura 2D $t=10s$ con ruido.....	25
Figura 12. Perfil de temperatura 3D $t=15s$ con ruido.....	26
Figura 13. Perfil de temperatura 2D $t=15s$ con ruido.....	26
Figura 14. Perfil de temperatura 3D $t=50s$ sin ruido	26
Figura 15. Perfil de temperatura 2d $t=50s$ sin ruido.....	27
Figura 16. Perfil de temperatura 3D $t=50s$ con ruido.....	27
Figura 17. Perfil de temperatura 2D $t=50s$ con ruido.....	28
Figura 18. Sumatoria de los errores cuadrados	28

Resumen

Título: Estimar la permeabilidad magnética de pérdidas para un material FGM durante su tratamiento térmico con microondas a 2450 MHz utilizando la solución de un problema inverso.

Autor: Oscar Iván Mateus Alba, Jhorman Stivent Maldonado Rey

Palabras Clave: Permeabilidad magnética, Material FGM, Tratamiento térmico con microondas.

Este proyecto tiene como objetivo principal la estimación de la permeabilidad magnética de pérdidas en un material FGM (Functionally Graded Material) durante su tratamiento térmico con microondas a una frecuencia de 2450 MHz. Se enfoca en la aplicación de un problema inverso, que permite deducir propiedades materiales a partir de mediciones indirectas. Este enfoque es relevante, ya que tradicionalmente la obtención de estas propiedades requiere de procesos experimentales complejos y costosos, que pueden no ser accesibles en todos los contextos.

Para llevar a cabo esta estimación, se planteará un modelo matemático que describa el proceso de conducción de calor en una esfera de material FGM expuesta a microondas. Este modelo será resuelto utilizando técnicas de elementos finitos, que permiten simular el comportamiento térmico del material bajo condiciones específicas. A partir de los resultados obtenidos, se planteará y resolverá un problema inverso mediante la norma de mínimos cuadrados, lo que facilitará la estimación de la permeabilidad magnética de pérdidas.

La justificación de este proyecto radica en la necesidad de desarrollar métodos que sean más accesibles y menos costosos para la estimación de propiedades en materiales. Al aplicar un problema inverso, se puede evitar el uso de laboratorios especializados, reduciendo el riesgo de errores en la recolección de datos y aumentando la viabilidad de investigaciones en este campo.

* Trabajo de Grado

** Facultad de Ingeniería Fisicomecánicas. Escuela de Ingeniería Eléctrica, Electrónica y de Telecomunicaciones.

Director: Carlos Rodrigo Correa Cely. PhD en Ingeniería Química.

Abstract

Title: Estimate the magnetic permeability losses for an FGM material during its microwave heat treatment at 2450 MHz using the solution of an inverse problem.

Author: Oscar Iván Mateus Alba, Jhorman Stivent Maldonado Rey

Key Words: Magnetic permeability, FGM material, Microwave heat treatment.

This project aims to estimate the magnetic loss permeability of a Functionally Graded Material (FGM) during its thermal treatment with microwaves at a frequency of 2450 MHz. It focuses on applying an inverse problem approach, which allows for deducing material properties from indirect measurements. This approach is significant, as traditional methods of obtaining these properties often require complex and costly experimental processes that may not be accessible in all contexts.

To achieve this estimation, a mathematical model will be proposed to describe the heat conduction process in a sphere made of FGM exposed to microwaves. This model will be solved using finite element techniques, enabling the simulation of the thermal behavior of the material under specific conditions. Based on the results obtained, an inverse problem will be formulated and solved using the least squares norm, facilitating the estimation of magnetic loss permeability.

The justification for this project lies in the need to develop methods that are more accessible and less expensive for estimating properties in materials. By applying an inverse problem approach, it is possible to avoid the use of specialized laboratories, reducing the risk of errors in data collection and increasing the feasibility of research in this field.

* Degree Work

** Faculty of Physical and Mechanical Engineering. School of Electrical, Electronic and Telecommunications.

Director: Carlos Rodrigo Correa Cely. PhD Chemical Engineering.

Introducción

En el ámbito de los materiales, los Materiales Graduados Funcionalmente (FGM) han emergido como una solución innovadora en la ingeniería y el diseño. Estos materiales poseen una composición que varía a lo largo de su estructura, permitiendo la creación de objetos con características que superan los enfoques tradicionales de estructura y funcionalidad. Su capacidad para combinar propiedades diversas, como la resistencia mecánica de los metales y la resistencia térmica de las cerámicas, los posiciona como una alternativa técnica en sectores como la industria aeroespacial, la biomedicina y la energía. Actualmente, la investigación sobre FGM se ha intensificado, destacando su potencial para desarrollar soluciones más eficientes y sostenibles.

Este proyecto de grado aborda el problema de la estimación de la permeabilidad magnética de pérdidas en FGM durante su tratamiento térmico con microondas, una tecnología que proporciona un calentamiento más uniforme y una mayor eficiencia energética en comparación con los métodos convencionales. La pregunta de investigación que guía este estudio es: **¿Cómo se puede estimar con precisión la permeabilidad magnética de pérdidas de los FGM utilizando un problema inverso?** Para abordar este desafío, se plantea la hipótesis de que la aplicación de la norma de mínimos cuadrados en un modelo matemático permitirá obtener estimaciones confiables de esta propiedad, a pesar de las limitaciones de las técnicas experimentales actuales.

La fundamentación de este proyecto radica en la necesidad de desarrollar métodos alternativos para la medición de propiedades materiales, dado que las técnicas experimentales suelen ser costosas y presentan riesgos. A través de una metodología que combina física de materiales, ingeniería térmica, programación y análisis matemático, se busca desarrollar un modelo que describa el comportamiento térmico y electromagnético de los FGM bajo la influencia de microondas. Este enfoque incluirá una revisión de la literatura relevante, selección de propiedades del material, programación de ecuaciones, aplicación de la norma de mínimos cuadrados y análisis estadístico de los resultados utilizando MATLAB.

La justificación de esta investigación se centra en el impacto que puede tener en el campo de los materiales, al proporcionar una herramienta efectiva para la estimación de propiedades que son críticas para el diseño y la aplicación de FGM. Además, la investigación beneficiará a la industria al facilitar un mejor control y optimización del tratamiento térmico con microondas. Este proyecto se desarrolla con el enfoque en la resolución del problema inverso, lo que no solo refuerza la comprensión de las interacciones electromagnéticas involucradas, sino que también contribuye a la mejora continua en el desarrollo de FGM.

1. Objetivo General

Estimar la permeabilidad magnética de pérdidas para un material FGM durante su tratamiento térmico con microondas 2450 MHz utilizando la solución de un problema inverso.

1.1 Objetivos Específicos

- Plantear el modelo matemático que describe el proceso de conducción de calor en una esfera hecha de un material FGM calentado con microondas.
- Resolver el modelo matemático mediante elementos finitos utilizando el valor de sus propiedades térmicas y eléctricas tomadas de la literatura.
- Plantear y resolver el problema inverso utilizando la norma de mínimos cuadrados para estimar la permeabilidad magnética de pérdidas para una frecuencia de 2450 MHz.

2. Marco Teórico

2.1 Materiales Graduados Funcionalmente (FGM)

2.1.1 Definiciones características

Los Materiales Graduados Funcionalmente (FGM, por sus siglas en inglés) son una clase avanzada de materiales cuyas propiedades varían gradualmente a lo largo de una o más direcciones dentro del mismo cuerpo. Esta variación puede ser en propiedades mecánicas, térmicas, eléctricas, magnéticas o químicas, adaptándose a las exigencias específicas de un entorno de aplicación particular. A diferencia de los materiales compuestos tradicionales, en los FGM no existen interfaces abruptas entre los distintos materiales que los componen, lo que reduce la concentración de tensiones y mejora su rendimiento en condiciones extremas (Marty, 2021).

Esta gradiente de propiedades es resultado de un cambio continuo en la composición o microestructura del material. Por ejemplo, un FGM puede tener una composición que varíe entre un metal y una cerámica, donde el lado metálico proporciona alta conductividad térmica, mientras que el lado cerámico ofrece alta resistencia al desgaste y a temperaturas elevadas.

2.1.2 Mecanismos de fabricación

Los FGM se fabrican mediante técnicas avanzadas como el sinterizado por láser, el depósito de capas finas o la metalurgia de polvos. Dependiendo de los requisitos específicos de la aplicación, se puede controlar la variación de propiedades a nivel microscópico y macroscópico. La fabricación de FGM es un proceso complejo, ya que implica la manipulación cuidadosa de las fases de los materiales para asegurar una transición suave y controlada de las propiedades (Miyamoto, 1999).

2.1.3 Propiedades y comportamiento

Los FGM son conocidos por su capacidad de resistir ambientes agresivos y cambios bruscos de temperatura, lo que los hace ideales para aplicaciones donde se requiere una alta resistencia térmica, mecánica o a la corrosión. En el contexto de su tratamiento térmico con microondas, la distribución gradual de propiedades puede influir en la manera en que el material absorbe y disipa el calor, afectando directamente su eficiencia en procesos de calentamiento.

Otro aspecto clave es la capacidad de los FGM para presentar comportamientos complejos bajo la influencia de campos electromagnéticos, lo que los convierte en un campo fértil para la investigación de propiedades como la permeabilidad magnética y la conductividad eléctrica (Miyamoto, 1999).

2.1.4 Aplicaciones de los FGM

Los FGM han encontrado aplicaciones en sectores como la aeroespacial, donde se emplean para la fabricación de componentes resistentes al calor en motores y turbinas. En la biomedicina, los FGM son utilizados para desarrollar implantes óseos que imitan la gradiente de propiedades del hueso natural, mejorando la biocompatibilidad y la integración con el tejido. En el sector energético, los FGM se usan en recubrimientos de alta resistencia para mejorar la durabilidad de las turbinas de gas y los reactores nucleares (Miyamoto, 1999).

2.2 Permeabilidad Magnética de Pérdidas

2.2.1 Definición y relevancia

La permeabilidad magnética de pérdidas es un concepto clave en materiales sometidos a campos magnéticos alternos, como los que se encuentran en aplicaciones de microondas. Esta propiedad se refiere a la capacidad del material no solo de conducir líneas de campo magnético (permeabilidad real), sino

también de disipar energía en forma de calor debido a la interacción con el campo magnético (permeabilidad imaginaria). En otras palabras, la permeabilidad magnética de pérdidas cuantifica las pérdidas energéticas que ocurren cuando un material está expuesto a un campo magnético variable, como el generado por las microondas de 2450 MHz.

Esta propiedad es crucial para los **Materiales Graduados Funcionalmente (FGM)**, ya que la capacidad de estos materiales para gestionar eficientemente las pérdidas magnéticas afecta directamente su desempeño en aplicaciones industriales y tecnológicas. La estimación precisa de la permeabilidad magnética de pérdidas es importante para optimizar el diseño de dispositivos que utilizan FGM en procesos de calentamiento por microondas, donde se busca maximizar la eficiencia energética (Chakraborty, 2019).

2.2.2 Factores que afectan la permeabilidad magnética de pérdidas

Varios factores influyen en la permeabilidad magnética de pérdidas en FGM, y su análisis es esencial para una estimación adecuada:

2.2.2.1 Composición del material. La variación de la composición de los FGM a lo largo de su estructura afecta directamente su respuesta magnética. Un FGM compuesto de una mezcla graduada de metales y cerámicas exhibirá una variación en las pérdidas magnéticas, ya que los metales tienen una mayor susceptibilidad a las pérdidas por corrientes parásitas (efecto Joule) en comparación con las cerámicas (Fasina, 2003).

2.2.2.2 Frecuencia del campo magnético. La permeabilidad magnética de pérdidas es altamente dependiente de la frecuencia del campo magnético aplicado. A frecuencias más bajas, las pérdidas tienden a ser menores, mientras que, a frecuencias altas, como las de 2450 MHz utilizadas en este proyecto, las pérdidas energéticas se incrementan debido a fenómenos como el calentamiento dieléctrico y las pérdidas por histéresis magnética (Fasina, 2003).

2.2.2.3 Temperatura. Los tratamientos térmicos influyen en la microestructura de los FGM, por ende, en su permeabilidad magnética de pérdidas. Durante el calentamiento por microondas, la temperatura del material puede alterar las propiedades magnéticas debido a la redistribución de fases y la evolución de las tensiones internas en el material (Fasina, 2003).

2.2.2.4 Gradiente de propiedades. En los FGM, el hecho de que las propiedades varíen de forma continua introduce un desafío adicional para predecir las pérdidas magnéticas. La transición gradual entre diferentes fases materiales afecta la uniformidad de las pérdidas, generando zonas con mayor o menor disipación de energía, lo cual es un factor para considerar en el modelado (Miyamoto, 1999).

2.2.3 Métodos de medición de la permeabilidad magnética de pérdidas

La medición directa de la permeabilidad magnética de pérdidas en FGM es compleja debido a la naturaleza graduada del material. Los métodos experimentales tradicionales, como la utilización de bobinas de Helmholtz o la aplicación de técnicas inductivas, presentan limitaciones cuando se trata de FGM, ya que las variaciones espaciales en la composición afectan las lecturas de la permeabilidad (Miyamoto, 1999).

Dada esta dificultad, este proyecto se enfoca en la **estimación indirecta** de la permeabilidad magnética de pérdidas mediante la solución de un problema inverso. En lugar de medir la propiedad directamente, se utilizarán datos experimentales o simulaciones de otros parámetros físicos (como la

distribución de temperatura o la disipación de energía) para inferir la permeabilidad magnética de pérdidas del material. Este enfoque es particularmente útil cuando se trabaja con materiales de propiedades complejas o difíciles de medir experimentalmente.

2.2.4 Relevancia en el contexto del tratamiento térmico con microondas

En el tratamiento térmico con microondas a 2450 MHz, la permeabilidad magnética de pérdidas tiene un impacto directo en la forma en que el FGM interactúa con el campo electromagnético. Los materiales con mayores pérdidas magnéticas tienden a disipar más energía en forma de calor, lo que puede aumentar la eficiencia del calentamiento. Sin embargo, si las pérdidas son excesivas, el material puede sobrecalentarse localmente, afectando la uniformidad del tratamiento térmico (Yanlong Zheng, 2021).

Para los FGM, la variación espacial en la permeabilidad magnética de pérdidas puede generar una distribución no uniforme del calentamiento, lo que plantea un reto adicional para el control del proceso de tratamiento térmico. Esto hace que la estimación precisa de esta propiedad sea crucial para el diseño de procesos industriales más eficientes y seguros.

3. Problema Directo

3.1 Fundamentos teóricos

Los fundamentos teóricos del problema directo se basan en las ecuaciones que describen la conducción de calor en un material FGM (Functionally Graded Material), teniendo en cuenta sus propiedades térmicas y eléctricas dependientes de la posición. Para este caso, se utiliza la ecuación de la transferencia de calor en coordenadas esféricas con generación interna de calor por inducción, una forma de la ecuación de difusión del calor, que incluye términos relacionados con las pérdidas dieléctricas y magnéticas debido al calentamiento por microondas a 2450 MHz. Estas ecuaciones se complementan con condiciones de frontera que modelan la interacción entre la esfera y el entorno, así como con propiedades

materiales obtenidas de la literatura. permite simular cómo se distribuye la temperatura en función del tiempo, proporcionando datos base para el análisis del problema inverso (López Rojas, 2016).

La ecuación de la conducción de calor en coordenadas esféricas, que describe la distribución de temperatura T en función del tiempo t , el radio r , el ángulo polar θ y el ángulo azimutal ϕ , está dada por:

Ilustración 1. Ecuación de transferencia de calor en coordenadas esféricas con generación interna de calor por inducción.

$$\rho(r)C_p(r)\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2K(r)\frac{\partial T}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta K(r)\frac{\partial T}{\partial\theta}\right) + \frac{K(r)}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2 T}{\partial\phi^2} + \ddot{g}(r, \theta, \phi, t)$$

donde:

- ρ = rho es la densidad del material $[\frac{kg}{m^3}]$.
- C_p = calor específico $[\frac{J}{kg*K}]$.
- K = conductividad térmica $[\frac{W}{m*K}]$.
- T = Temperatura [K].
- t = tiempo [s].
- $\ddot{g}(r, \theta, \phi, t)$ = Fuente de calor volumétrica por disipación electromagnética $[\frac{W}{m^3}]$.

El término de generación interna de calor $\ddot{g}$ está relacionado con la absorción de energía electromagnética, tanto del campo magnético como del campo eléctrico y tiene la siguiente expresión:

Ilustración 2. Fuente de calor volumétrica por disipación electromagnética.

$$\ddot{g}(r, \theta, \phi, t) = (2\pi f)[(\mu_0\mu''_f H_{rms}^2) + (\epsilon_0\epsilon''_f E_{rms}^2)],$$

donde:

- f = es la frecuencia de las microondas[Hz].
- μ_0 = es la permeabilidad del vacío $\left[\frac{H}{m}\right]$.
- μ''_{ef} = permeabilidad magnética de pérdidas efectiva $\left[\frac{H}{m}\right]$.
- H_{rms} = valor cuadrático medio del campo magnético $\left[\frac{A}{m}\right]$.
- ε_0 = es la permitividad del vacío $\left[\frac{F}{m}\right]$.
- ε''_{ef} = permitividad dieléctrica de pérdidas efectiva $\left[\frac{F}{m}\right]$.
- E_{rms} = valor cuadrático medio del campo eléctrico $\left[\frac{V}{m}\right]$.

Presentamos las propiedades de los materiales utilizados en el diseño de nuestro material con gradiente funcional (FGM), aplicado a una esfera compuesta por tres capas concéntricas. En esta configuración, la capa interna está formada por alúmina, y la concentración de circonio aumenta progresivamente hacia las capas externas. Esta distribución gradual permite aprovechar las propiedades complementarias de ambos materiales, como la alta dureza de la alúmina y la tenacidad mejorada del circonio.

Tabla 1. *Propiedades Circonio.*

Propiedad	Valor	Unidad
Densidad de masa	6.511	$\frac{kg}{m^3}$

Calor específico	278	$\frac{J}{kg * K}$
Conductividad Térmica	22,7	$\frac{W}{m * K}$

Fuente: (thermal-engineering.org)

Tabla 2. *Propiedades Alúmina.*

Propiedad	Valor	Unidad
Densidad de masa	3.950	$\frac{kg}{m^3}$
Calor específico	880	$\frac{J}{kg * K}$
Conductividad Térmica	20-30	$\frac{W}{m * K}$

Fuente: (thermal-engineering.org)

3.1.1 Modelado del problema directo

El proceso de calentamiento por microondas se modeló utilizando el software MATLAB, una herramienta ampliamente conocida por su capacidad para realizar simulaciones complejas y su flexibilidad en el manejo de ecuaciones matemáticas. Este software ofrece un entorno sólido para simular el comportamiento del calentamiento de manera eficiente, gracias a su habilidad para trabajar con cálculos matriciales y resolver ecuaciones diferenciales, junto a toolbox especializadas en calentamiento térmico, lo cual es fundamental para modelar la transferencia de calor en los materiales.

Con MATLAB, es posible ajustar variables y parámetros según las condiciones del modelo, lo que facilita la adaptación a distintas propiedades y geometrías para analizar cómo se produce el calentamiento. El código inicial para resolver el problema directo fue proporcionado, para seguir la línea de trabajos de

grado que maneja el grupo CEMOS a cargo del director de este proyecto Carlos Rodrigo Correa Cely, y a partir de este se desarrolló uno nuevo para ajustarlo a las necesidades particulares del problema. Como trabajarlo para un material FGM de 3 capas que no se había manejado hasta el momento. Estas adaptaciones permitieron generar datos simulados que fueron utilizados como base para las simulaciones y el análisis del problema inverso en el calentamiento por microondas.

La siguiente tabla muestra cómo varían las propiedades del material metal-cerámico con gradiente funcional (FGM) a lo largo del radio de la esfera que analizaremos. Se presentan los valores correspondientes tanto al radio mínimo (capa interna) como al radio máximo (capa externa), reflejando la transición progresiva de propiedades entre los materiales constituyentes. Estas propiedades serán utilizadas para obtener los perfiles de temperatura mediante las herramientas (toolbox) de MATLAB, en el contexto del calentamiento térmico inducido por microondas.

Tabla 3. *Propiedades térmicas y físicas del material ZTA en capas internas y externas.*

Parámetro	Capa Interna	Capa Externa
Densidad $\frac{kg}{m^3}$	3.9	4.3
Calor Específico $\frac{J}{kg*K}$	880	845
Conductividad térmica $\frac{W}{m*K}$	22	23

Fuente: (thermal-engineering.org)

4. Resultados de la simulación

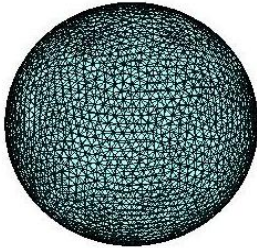
Recalcando que, para el desarrollo del modelo y las simulaciones, se utilizó como apoyo principal el código guía proporcionado por el director de tesis, basado en la transferencia de calor. Este código fue fundamental para estructurar adecuadamente las simulaciones, y a través de su adaptación, fue posible modificarlo para dar solución a los objetivos planteados.

En la siguiente tabla se presentan los distintos perfiles de temperatura ideales, junto con sus versiones perturbadas mediante ruido blanco gaussiano, utilizados como datos sintéticos experimentales. Estos perfiles permiten analizar el comportamiento térmico del sistema bajo diferentes condiciones de simulación y considerar diversas fuentes de variabilidad. Las simulaciones se realizaron en distintos intervalos de tiempo para ampliar el conjunto de resultados y obtener una comprensión más precisa del fenómeno. También se incluye la imagen de la microestructura de la esfera de tres capas, que permite identificar características relevantes para el análisis térmico, junto con su histograma de calidad, el cual describe la distribución de los distintos niveles de calidad del material. Finalmente, se muestra la distribución de temperatura en función del radio, lo que permite evaluar el perfil térmico a lo largo de la esfera. Cabe destacar que, al tratarse de un material con gradiente funcional (FGM), no existen condiciones de frontera entre capas internas, ya que las propiedades varían de forma continua; las únicas condiciones de frontera relevantes se presentan en la capa más externa, donde interactúan las ondas electromagnéticas que atraviesan el material.

Tabla 4. *Resultados de la simulación.*

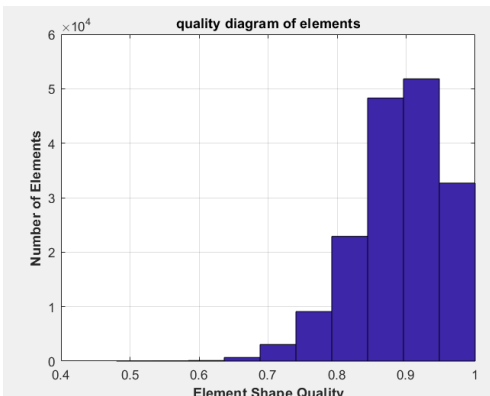
Ilustración	Descripción
-------------	-------------

Ilustración 3. *Modelo de la microestructura esférica*



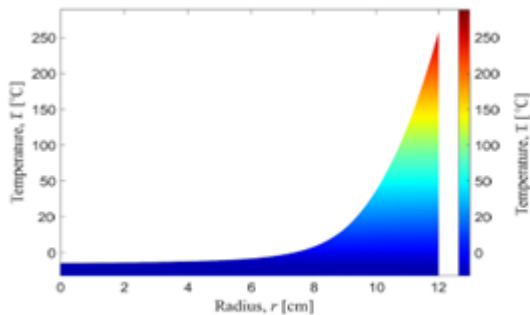
Usando el método de elementos finitos con una malla de tamaño 0.7 [mm], es posible calcular las propiedades físicas en zonas pequeñas y puntos específicos del material. Esto ayuda a obtener resultados más precisos, ya que permite detectar mejor los cambios locales en las propiedades, algo clave para analizar con detalle cómo se comporta térmicamente el sistema.

Ilustración 4. *Diagrama de calidad de los elementos de la malla utilizados en la simulación*



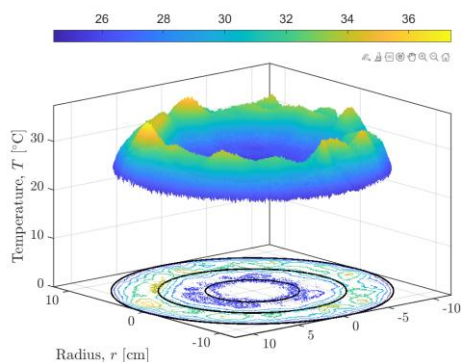
El diagrama de calidad de los elementos muestra qué tan precisa es la simulación. En la gráfica se ve que la mayoría de los valores están entre 0.9 y 0.95, lo que indica que la malla tiene una buena formación geométrica. Esto da confianza en que los resultados obtenidos en la simulación son confiables.

Ilustración 5. *Distribución de temperatura en la esfera en función del radio*



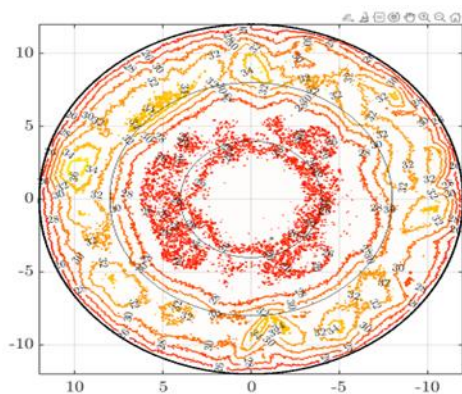
Observamos el comportamiento térmico con respecto al radio, el centro de la esfera permanece a bajas temperaturas mientras que al aumentar el radio aumenta notablemente la temperatura del material.

Ilustración 6. Perfil de temperatura 3D $t=1s$
con ruido



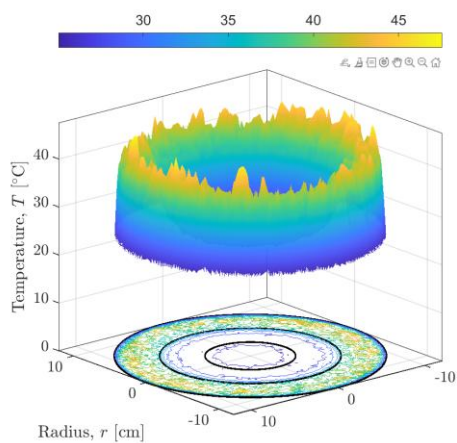
Se observa que empieza con el comportamiento esperado manteniendo el calor en su capa externa adicionando algo de ruido.

Ilustración 7. Perfil de temperatura 2D $t=1s$
con ruido

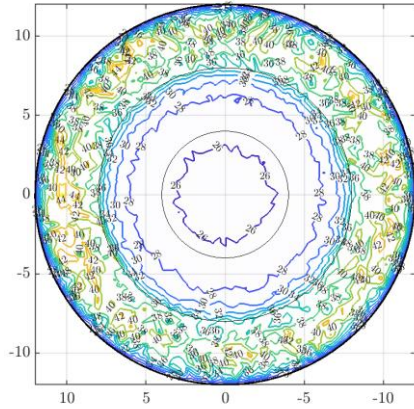


Perfil de temperatura a un segundo de iniciar el calentamiento.

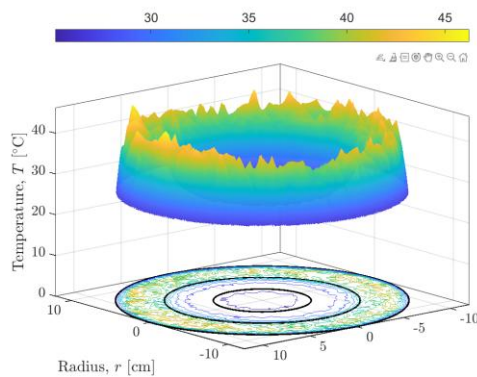
Ilustración 8. Perfil de temperatura 3D $t=2s$
con ruido



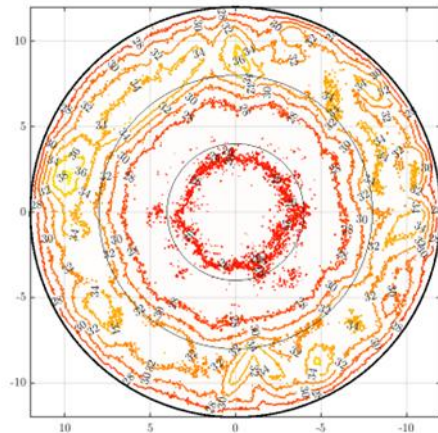
Tras pasar 2 segundos de calentamiento el cambio es muy poco notorio como se observa.

Ilustración 9. *Perfil de temperatura 2D $t=2s$* *con ruido*

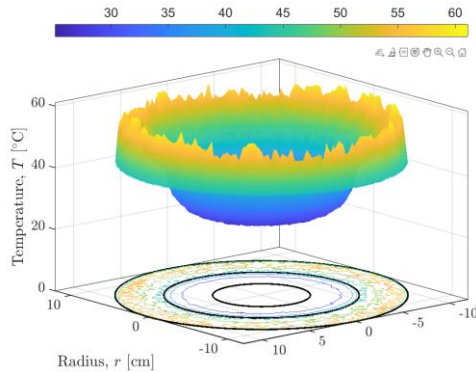
Los perfiles de temperaturas en 2D que respalda la figura tridimensional de la Ilustración 8. Se observa que la máxima temperatura es de 30 grados centígrados con ruido blanco gaussiano.

Ilustración 10. *Perfil de temperatura 3D $t=10$* *con ruido*

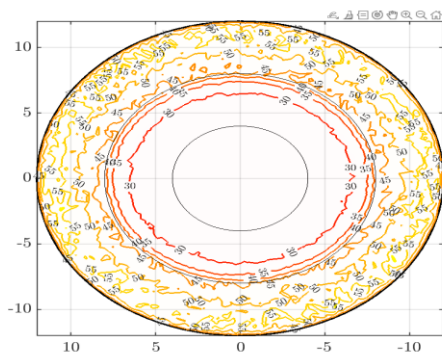
Tras 10 segundos de haber pasado el calentamiento el material no presenta mucha diferencia en su calentamiento sin embargo tiende a permanecer el comportamiento esperado.

Ilustración 11. *Perfil de temperatura 2D* *$t=10s$ con ruido*

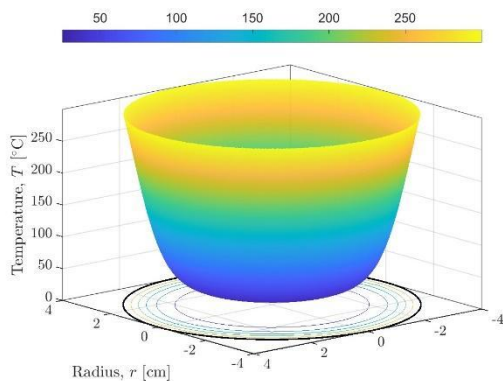
Una vista en 2D después de diez segundos de haber calentado el material nos da una idea más clara de su comportamiento. Se observa que llega a valores máximos de 45 grados centígrados y como afecta el ruido a nuestros perfiles de temperatura.

Ilustración 12. Perfil de temperatura 3D*t=15s con ruido*

Luego de 15 segundos se puede observar claramente el comportamiento esperado, donde se calienta la parte externa del material.

Ilustración 13. Perfil de temperatura 2D*t=15s con ruido*

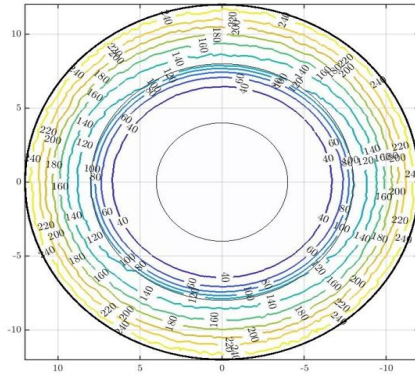
En el perfil 2d en 15 segundos se aprecia como la temperatura aumento donde un radio de 6 cm desde el núcleo permanece aproximadamente en 60 grados centígrados.

Ilustración 14. Perfil de temperatura 3D*t=50s sin ruido*

Ya en el 3D de 25s se ve como la temperatura ya está mejor distribuida llegando a temperaturas de más de 250 grados centígrados en su capa externa, también se tiene en cuenta que esta imagen es sin ruido.

Ilustración 15. Perfil de temperatura 2d

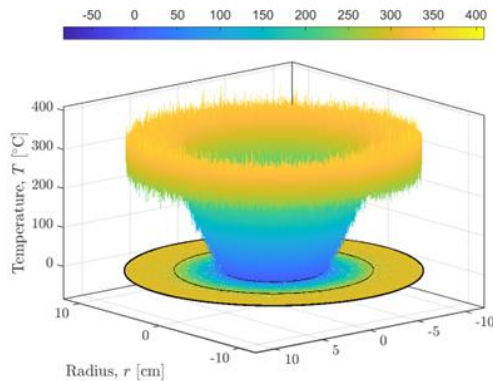
$t=50s$ sin ruido



En el 2D se visualiza como su temperatura se distribuye mejor, teniendo la temperatura más alta en su capa externa, se tiene la forma y distribución más clara ya que no cuenta con un ruido.

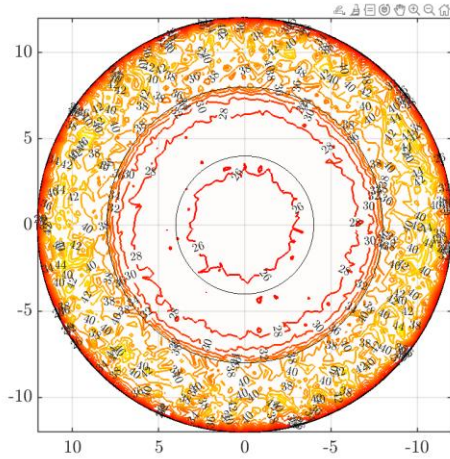
Ilustración 16. Perfil de temperatura 3D

$t=50s$ con ruido



En esta imagen en 3D, se observa la evolución de la temperatura a los 50 segundos. Se apreciará cómo la temperatura alcanza valores superiores a los 350°C en la capa externa, con una distribución más homogénea en comparación con instantes anteriores.

Ilustración 17. Perfil de temperatura 2D
t=50s con ruido



La imagen en 2D permite visualizar la distribución de la temperatura en el plano, donde la región externa mantiene los valores más elevados. Debido al ruido, se observan fluctuaciones y distorsiones en el contorno térmico, lo que introduce variabilidad en la representación de las isothermas. A pesar de esto, se mantiene la tendencia de un incremento de temperatura hacia el exterior, lo que concuerda con el comportamiento esperado.

4.1 Enfoque para el Problema Inverso

Para resolver el problema inverso, primero se realizó una investigación sobre los métodos disponibles. Luego de revisar varios documentos y referencias técnicas, se concluyó que el método más adecuado en este caso es el de mínimos cuadrados (Dillo, 2022). Este método ayuda a cuantificar la diferencia entre los datos experimentales sintéticos y los datos ideales, obtenidos de las simulaciones.

Ilustración 18. Sumatoria de los errores cuadrados.

$$\sum_{i=1}^n (x_i - y_i)^2$$

- x_i = *variable independiente*(temperaturas estimadas)
- y_i = *variable dependiente* (temperaturas medidas)

Con los datos obtenidos, es posible calcular con precisión la permeabilidad magnética del material, reduciendo el margen de error entre las temperaturas estimadas y las medidas. Para lograrlo, se usa el método de mínimos cuadrados, que ayuda a ajustar la diferencia entre los datos simulados y las predicciones del modelo.

Además, este método se combina con el algoritmo de enjambre de partículas (PSO), que imita el comportamiento colaborativo de grupos para encontrar la mejor solución. El método PSO es muy útil en problemas inversos porque facilita la búsqueda de parámetros en espacios de soluciones complejos (Blum). La combinación de ambos enfoques permite desarrollar una estrategia robusta y eficiente para la estimación de parámetros, asegurando una alta confiabilidad en el análisis de la permeabilidad magnética del material.

4.1.1 Solución del problema inverso

Para resolver el problema inverso en este proyecto, se utiliza como función objetivo la ecuación basada en el método de mínimos cuadrados, que permite cuantificar el error entre las temperaturas simuladas y aquellas obtenidas mediante el modelo. Esta herramienta es fundamental para la identificación de parámetros desconocidos, como la permeabilidad magnética de pérdidas (μ'') del material (V. L. Chechurin, 2007).

Con el fin de optimizar el proceso de ajuste, se implementa el algoritmo de Enjambre de Partículas (PSO), el cual busca minimizar la función objetivo explorando el espacio de soluciones. Para garantizar resultados físicamente realistas, se establecen límites superiores e inferiores al parámetro estimado. Durante cada iteración, las soluciones candidatas (partículas) actualizan su posición y velocidad, convergiendo hacia el valor que minimiza el error entre los perfiles de temperatura teóricos y experimentales.

4.1.2 Resultados del problema Inverso

Tabla 5. *SNR de 60.*

Iteration	f-count	Best f(x)	Stall f(x)
0	20	3.1449e+02	29.873e+02
1	40	2.5740e+02	26.431e+02
2	60	2.1074e+02	16.744e+02
3	80	1.7256e+02	18.460e+02
4	100	1.4146e+02	12.504e+02
5	120	1.1568e+02	10.708e+02
6	140	9.4892e+01	89.871e+01
7	160	7.7748e+01	77.960e+01
8	180	6.3674e+01	52.460e+01
9	200	5.2183e+01	52.907e+01
10	220	4.2748e+01	45.059e+01
11	240	3.5054e+01	35.103e+01
12	260	2.8741e+01	27.171e+01
13	280	2.3551e+01	22.496e+01
14	300	1.9338e+01	20.447e+01
15	320	1.5853e+01	15.269e+01
16	340	1.3015e+01	11.153e+01
17	360	1.0692e+01	10.493e+01
18	380	8.7903	83.597
19	400	7.2331	77.959
20	420	5.9583	66.603
21	440	4.9145	57.710
22	460	4.0599	36.852
23	480	3.3602	30.527
24	500	2.7874	30.357
25	520	2.3183	23.660
26	540	1.9344	18.061
27	560	1.6199	13.822

28	580	1.3626	13.614
29	600	1.1518	10.841
30	620	0.99929	9.7643

Tabla 6. *SNR 40.*

Iteration	f-count	Best f(x)	Stall f(x)
0	20	3.144e+02	33.2e+02
1	40	2.612e+02	24.6e+02
2	60	2.138e+02	19.9e+02
3	80	1.752e+02	14.6e+02
4	100	1.436e+02	14.0e+02
5	120	1.176e+02	98.9e+01
6	140	9.636e+01	96.1e+01
7	160	7.896e+01	77.4e+01
8	180	6.472e+01	66.5e+01
9	200	5.306e+01	47.4e+01
10	220	4.352e+01	38.5e+01
11	240	3.570e+01	34.7e+01
12	260	2.930e+01	25.9e+01
13	280	2.406e+01	23.2e+01
14	300	1.977e+01	19.0e+01
15	320	1.626e+01	16.3e+01
16	340	1.339e+01	10.7e+01
17	360	1.103e+01	10.4e+01
18	380	9.105	84.9
19	400	7.527	71.8
20	420	6.235	54.7
21	440	5.178	39.0
22	460	4.312	38.2

23	480	3.603	28.8
24	500	3.022	26.9
25	520	2.547	19.4
26	540	2.158	16.4
27	560	1.839	14.6
28	580	1.578	12.1
29	600	1.365	9.3
30	620	0.977	7.8

Tabla 7. *SNR 20.*

Iteration	f-count	Best f(x)	Stall f(x)
0	20	3.1439e+02	34.671e+02
1	40	2.5740e+02	23.888e+02
2	60	2.1074e+02	19.180e+02
3	80	1.7254e+02	17.267e+02
4	100	1.4126e+02	14.029e+02
5	120	1.1566e+02	12.065e+02
6	140	9.4692e+01	81.013e+01
7	160	7.7528e+01	79.522e+01
8	180	6.3474e+01	67.164e+01
9	200	5.1968e+01	46.340e+01
10	220	4.2548e+01	38.512e+01
11	240	3.4835e+01	34.481e+01
12	260	2.8521e+01	23.999e+01
13	280	2.3351e+01	22.454e+01
14	300	1.9118e+01	20.078e+01
15	320	1.5653e+01	15.271e+01
16	340	1.2815e+01	14.874e+01
17	360	1.0492e+01	92.236

18	380	8.5903	76.576
19	400	7.0331	67.720
20	420	5.7583	60.471
21	440	4.7145	46.903
22	460	3.8599	39.100
23	480	3.1602	30.702
24	500	2.5874	25.374
25	520	2.1183	24.308
26	540	1.7344	16.947
27	560	1.4200	12.433
28	580	1.1626	13.347
29	600	0.95183	8.5983
30	620	0.77930	7.4310

Para una mejor comprensión de los resultados, se pasaron los datos de la permeabilidad magnética de pérdidas efectiva a la permeabilidad magnética de pérdidas relativa, que tiene una naturaleza adimensional, usando la siguiente fórmula:

$$\mu_r'' = \frac{\mu_{ef}''}{\mu_0}$$

Obtenemos una respuesta de la parte compleja de la permeabilidad magnética relativa que cambia según el radio de la esfera en metros, debido a que varían sus propiedades de forma continua a medida que aumenta el radio en la esfera gracias a las características del FGM, en la Tabla 8. Se aprecia su permeabilidad máxima, su permeabilidad mínima y la ecuación que representa su cambio dependiendo del radio.

Tabla 8. Resultados de la estimación para la permeabilidad magnética de perdida relativa.

SNR	$\mu_r''(0.12)$ Máxima	$\mu_r''(0)$ Mínima	$\mu_r''(r)$ Estimada	Unidades
-----	------------------------	---------------------	-----------------------	----------

60 [dB]	1.005	0.989	$1.33 * r + 0.989$	Adimensional
40 [dB]	0.988	0.958	$1.66 * r + 0.958$	Adimensional
20 [dB]	0.937	0.901	$0.3 * r + 0.901$	Adimensional

5. Conclusiones

5.1 Se alcanzaron de manera satisfactoria los objetivos establecidos al inicio del trabajo de grado. Las simulaciones desarrolladas, junto con el análisis teórico correspondiente, permitieron validar los planteamientos iniciales y comprobar la coherencia de los resultados obtenidos.

5.2 La implementación de simulaciones con datos sintéticos facilitó el estudio del fenómeno de calentamiento por microondas, permitiendo replicar condiciones experimentales en un entorno controlado. Esta metodología contribuyó al entendimiento de los mecanismos térmicos involucrados y a la validación de modelos teóricos sin necesidad de realizar experimentación física.

5.3 El análisis del comportamiento térmico del material tipo FGM (Functionally Graded Material) evidenció un patrón esperado, en el cual el núcleo del material permaneció a menor temperatura en comparación con la superficie externa. Este resultado respalda la precisión de los modelos empleados en el estudio.

5.4 En el caso del material Zirconia Toughened Alúmina (ZTA), se observó que, después de 50 segundos de calentamiento por microondas, la distribución de temperatura fue más uniforme en la capa externa, alcanzando temperaturas superiores a los 250 °C. La inclusión de ruido en las mediciones generó fluctuaciones que introdujeron distorsiones en las representaciones tridimensionales y bidimensionales, así como una sobreestimación de las temperaturas. Estos resultados evidencian la importancia de incorporar técnicas de filtrado que permitan mitigar el impacto del ruido y mejorar la precisión de las simulaciones.

5.5 El abordaje del problema inverso se realizó mediante el uso del entorno de simulación MATLAB, lo que permitió desarrollar algoritmos adecuados para la detección de fallas sin recurrir a ensayos físicos extensivos. Esta estrategia constituye una herramienta eficaz para mejorar los procesos de diagnóstico y reducir tiempos de desarrollo en sistemas electrónicos.

5.6 Las simulaciones realizadas para estudiar la permeabilidad magnética de los materiales permitieron explorar diferentes configuraciones sin la necesidad de experimentación física. Esto optimiza

el proceso de diseño y desarrollo de dispositivos, con beneficios tanto en términos de tiempo como de costos.

5.7 El análisis de los algoritmos de optimización mostró que el algoritmo de enjambre de partículas (PSO) presentó una mayor precisión y convergencia en la estimación de la permeabilidad magnética, lo que resalta su efectividad para la resolución de problemas complejos.

5.8 Este trabajo hizo parte de una línea de proyectos de grado que permitió mantener un enfoque investigativo claro y coherente. Durante el desarrollo del proyecto, contamos con el apoyo de nuestros compañeros Magda Piedad Cuadros García, Jefferson Alfonso Estévez Ramírez y Eduar Favian Tirado Afanador, quienes nos ayudaron a resolver dudas puntuales y nos orientaron en la elección y aplicación de los métodos necesarios para alcanzar los objetivos del proyecto.

Referencias Bibliográficas

- Chakraborty, A. K. (2019). Frequency and temperature dependence of permeability and magnetic loss factor of Mg substituted Ni ferrite. *IOSR Journal of Applied Physics (IOSR-JAP)*, 11(5), 32-36. doi:<https://doi.org/10.9790/4861-1105023236>
- Dillo, F. V. (2022). Ajuste de curvas: Mínimos Cuadrados. En U. e. UNEMI, *Una introducción a los problemas de minimos cuadrados*.
- Fasina, O. O. (2003). Thermal and dielectric properties of sweetpotato puree. *International Journal of Food Properties*, 6(3), 461-472. doi:<https://doi.org/10.1081/JFP-120021459>
- López Rojas, J. C. (2016). *Estimación de la generación interna de calor variable en el tiempo en sólidos calentados con microondas, mediante análisis de su correspondiente problema inverso*. Tesis de grado, Universidad Industrial de Santander, Universidad industrial de santander, Facultad de ingenierias fisico-mecanicas, Bucaramanga. Obtenido de <https://noesis.uis.edu.co/handle/20.500.14071/35090>
- Marty, K. &. (2021). Applications of functionally graded materials (FGMs). *International Journal of Engineering Research and Technology (IJERT)*, 9(3), 1-5. Obtenido de <https://www.ijert.org/research/applications-of-functionally-graded-materials-fgms-IJERTCONV2IS03054.pdf>
- Miyamoto, Y. K. (1999). *Functionally graded materials : design, processing and applications*.
- V. L. Chechurin, N. V. (2007). En *Inverse Problems in Electric Circuits and Electromagnetics* (págs. XII, 332). Springer New York, NY. doi:<https://doi.org/10.1007/978-0-387-46047-5>
- Yanlong Zheng, T. S. (2021). A method to derive the dielectric loss factor of minerals from microwave heating rate tests. *Measurement*, 171, 108788. doi:<https://doi.org/10.1016/j.measurement.2020.108788>

