

Diseño del sistema de suspensión para un vehículo utilitario eléctrico de tres ruedas

Edwin Santiago Duarte García y Juan Pablo Gómez León

Trabajo de grado para optar al título de Ingeniero mecánico

Director

William Pinto Hernández

Ingeniero mecánico, PhD

Codirector

Jorge Luis Chacón Velasco

Ingeniero mecánico, PhD

Universidad industrial de Santander

Facultad de Ingenierías Físico Mecánicas

Escuela de Ingeniería Mecánica

Bucaramanga

2022

Contenido

	Pág.
1. Introducción	13
2. Objetivos	15
2.1 Objetivo General	15
2.2 Objetivos Específicos.....	15
3. Justificación para solucionar el problema.....	16
4. Marco Teórico.....	17
4.1 Sistema de suspensión.....	17
4.1.1 Resortes.....	18
4.1.2 Amortiguadores.....	19
4.1.3 Puntales	19
4.1.4 Neumáticos	19
4.2 Tipos de suspensiones traseras.....	20
4.2.1 Suspensión rígida	21
4.2.2 Suspensión semirrígida	21
4.2.3 Suspensión independiente	21
4.3 Tipos de suspensión delantera	24
4.4 Norma de vibraciones y choques mecánicos ISO 2631-1	26
4.5 Modelos sistema de suspensión	27
4.5.1 Modelo de un grado de libertad	27

4.5.2 Modelo de dos grados de libertad	28
4.5.3 Modelo de 3 grados de libertad:.....	29
4.5.4 Modelo cuatro grados de libertad para suspensión independiente:	30
5. Justificación de la solución	33
5.1 Despliegue de la función calidad	33
5.1.1 Requerimientos del consumidor	33
5.2 Matriz Calidad	35
5.3 Planteamiento de las alternativas	36
5.3.1 Alternativas para la suspensión trasera:.....	36
5.3.2 Evaluación alternativas suspensión trasera.....	39
5.4 Análisis de alternativas para la suspensión delantera del vehículo.....	40
5.5 Diseño de concepto	40
5.6 Propuesta modelo del sistema de suspensión.....	42
6. Geometría de la suspensión	43
6.1 Geometría de la suspensión trasera.....	43
6.1.1 Condiciones iniciales	43
6.1.1.1 Dimensiones.....	43
6.1.1.2 Ruedas.....	44
6.1.2 Diseño de la geometría de la suspensión trasera.....	44
6.1.2.1 Centro de balanceo.....	44
6.1.2.2 Ángulo de caída (camber).....	46
6.1.2.3 Ángulo de salida (kingpin).....	47
6.2 Geometría de la suspensión delantera.....	48

6.2.1 Condiciones iniciales	48
6.2.2 Diseño de la geometría de la suspensión delantera.....	49
6.2.2.1. Avance.	49
6.2.2.2 Angulo de lanzamiento.	49
7. Análisis dinámico del sistema de suspensión	51
7.1 Modelo de 6 grados de libertad:.....	51
7.2 Determinación de los parámetros del modelo.....	56
7.2.1 Estimación coeficientes de rigidez neumáticos	58
7.2.2 Estimación coeficientes de rigidez y amortiguamiento de la suspensión	60
7.2.3 Selección conjunto muelle-amortiguador	63
7.2.3.1 Conjunto muelle amortiguador delantero.	63
7.2.3.2 Conjunto muelle amortiguador trasero.	64
7.3 Comportamiento de la suspensión ante una perturbación.....	65
7.3.1 Simulación en Matlab R2021a.....	66
7.3.1.1 Caracterización del resalto.....	66
7.3.1.2 Modelo simulink.	67
7.3.2 Respuesta del sistema	68
7.3.2.1 Frecuencia natural masa suspendida.	74
7.4 Transferencia de masa en dinámica	75
7.4.1 Transferencia de masa longitudinal en aceleración	76
7.4.2 Transferencia de masa longitudinal en frenado	78
7.4.3 Cálculo antivuelco	80
7.4.4 Transferencia de masa lateral.....	81

7.4.5 Aceleración lateral	82
7.4.6 Obstáculo	83
8. Análisis Estructural.....	84
8.1 Distribución de fuerzas en los brazos de la suspensión trasera	85
8.2 Análisis estructural suspensión trasera	87
8.3 Distribución de fuerzas en la suspensión delantera	90
8.4 Análisis estructural suspensión delantera	92
9. Conclusiones.....	95
10. Recomendaciones	97
Referencias Bibliográficas	98
Apéndices.....	101

Lista de Figuras

	Pág.
Figura 1. Emisiones de CO ₂ originadas por el transporte en la UE	14
Figura 2. Diagrama del Balance energético de Colombia 2015 (kTEP/año).....	16
Figura 3. Comparación entre suspensión rígida e independiente	22
Figura 4. Suspensión telescópica	25
Figura 5. Suspensión telelever	26
Figura 6. Representación gráfica de un modelo de un grado de libertad.....	28
Figura 7. Representación gráfica de un modelo de dos grados de libertad.....	29
Figura 8. Representación gráfica de un modelo de tres grados de libertad	30
Figura 9. Representación gráfica de un modelo de cuatro grados de libertad para suspensión independiente medio automóvil y modo de balanceo.....	31
Figura 10. Parámetros del modelo vibratorio de medio vehículo y modelo de balanceo.	31
Figura 11. Representación gráfica de un modelo de cuatro grados de libertad para suspensión independiente modelo de bicicleta y modo de balanceo.....	32
Figura 12. Parámetros del modelo vibratorio de bicicleta de un vehículo.....	33
Figura 13. Matriz calidad.....	35
Figura 14. Suspensión de brazos tirados.....	37
Figura 15. Suspensión McPherson.....	38
Figura 16. Suspensión paralelogramo deformable.....	39
Figura 17. Evaluación de alternativas suspensión trasera.....	39

Figura 18. Diseño conceptual suspensión trasera	41
Figura 19. Diseño conceptual suspensión delantera	41
Figura 20. Modelo sistema de suspensión	42
Figura 21. Dimensiones del vehículo.....	43
Figura 22. Centro instantáneo de rotación	45
Figura 23. Centro de balanceo	46
Figura 24. Cambio en el ángulo de caída.....	47
Figura 25. Ángulo de salida.....	48
Figura 26. Comparación entre los ángulos de lanzamiento de distintas motocicletas.....	49
Figura 27. Geometría de la suspensión delantera	50
Figura 28. Modelo de vehículo completo	52
Figura 29. Modelo aproximado chasis del vehículo	57
Figura 30. Horquilla para suspensión delantera.....	64
Figura 31. Conjunto muelle-amortiguador para la suspensión trasera	65
Figura 32. Dimensiones resalto.....	66
Figura 33. Modelo simulink.....	67
Figura 34. Desplazamiento vertical centro de masa de la carrocería.....	69
Figura 35. Velocidad centro de masa del chasis al pasar por resalto.....	70
Figura 36. Desplazamiento centro de masa del chasis ante entrada escalón	71
Figura 37. Velocidad centro de masa chasis ante entrada escalón	72
Figura 38. Desplazamiento vertical rueda delantera y trasera	73
Figura 39. Diagrama de bode ante resalto	74
Figura 40. Diagrama de cuerpo libre simplificado en aceleración	76

Figura 41. Diagrama de cuerpo libre simplificado en frenado	79
Figura 42. Condición inicial de fuerzas en la suspensión trasera	86
Figura 43. Vista isométrica sistema de suspensión trasero con cargas.....	88
Figura 44. Desplazamiento total del sistema de suspensión trasero	89
Figura 45. Esfuerzo máximo de la suspensión trasera.....	89
Figura 46. Factor de seguridad mínimo de la suspensión trasera	90
Figura 47. Condición inicial de fuerzas en la suspensión delantera	91
Figura 48. Vista isométrica sistema de suspensión delantera con cargas	93
Figura 49. Desplazamiento total del sistema de suspensión delantero	94
Figura 50. Esfuerzo máximo de la suspensión delantera.....	94

Lista de Tablas

	Pág.
Tabla 1. Parámetros del modelo de 6 gdl.....	53
Tabla 2. Coeficiente de rigidez de neumáticos rin 12 a 2 bar.....	59
Tabla 3. Coeficiente de rigidez de neumáticos rin 12 a 2,4 bar.....	59
Tabla 4. Propiedades mecánicas acero AISI 4140.....	85

Lista de Apéndices

	Pág.
Apéndice A. Código modelo 6 grados de libertad en Matlab R2021a	101
Apéndice B. Código entrada resalto en Matlab R2021a.....	104
Apéndice C. Mallado análisis estructural	105
Apéndice D. Planos del sistema de suspensión	107

Resumen

Título: Diseño del sistema de suspensión para un vehículo utilitario eléctrico de tres ruedas*.

Autores: Edwin Santiago Duarte García y Juan Pablo Gómez León**

Palabras clave: Diseño, suspensión, eléctrico, análisis, geometría.

Descripción:

Para este proyecto de investigación, cuyo objetivo es el diseño del sistema de suspensión para un vehículo eléctrico utilitario de tres ruedas, se da inicio al cumplimiento de los objetivos específicos planteados; en primer lugar, se realiza el diseño de la geometría de la suspensión teniendo en cuenta distintos parámetros geométricos para su correcto funcionamiento, posteriormente, se lleva a cabo el análisis dinámico del sistema de suspensión para estudiar el comportamiento de la misma y por último se hace el análisis estructural de los componentes del sistema de suspensión para comprobar que las piezas soportan las cargas a las que son sometidas en un caso crítico planteado, concluyendo así que las variables geométricas del sistema se encuentran dentro de los rangos permisibles para el tipo de suspensión escogida, tanto en la parte delantera como trasera; así mismo, se puede concluir que la frecuencia natural de la carrocería se encuentra dentro del rango admitido por la norma ISO 2631-1, evidenciando que los valores de las constantes de rigidez y amortiguamiento del sistema de amortiguación se deben encontrar en torno a los valores establecidos en este proyecto que necesitan ser validados de forma experimental al momento de la construcción, y por último se puede concluir que las piezas que componen el sistema de suspensión tanto trasero como delantero soportan satisfactoriamente las cargas a las que son sometidas en los casos críticos escogidos para realizar el estudio; sin embargo, es conveniente realizar un estudio de diferentes casos en el momento de la construcción del vehículo para validar la resistencia de las piezas.

* Trabajo de Grado

** Facultad de Ingenierías Físico Mecánicas Escuela de Ingeniería Mecánica Director: William Pinto Hernández Ingeniero mecánico, PhD. Codirector: Jorge Luis Chacón Velasco. Ingeniero mecánico, PhD

Abstract

Title: Design of the suspension system for a three-wheel electric utility vehicle*.

Authors: Edwin Santiago Duarte García y Juan Pablo Gómez León**

Key words: Design, suspension, electrical, analysis, geometry.

Description:

For this research project, whose objective is the design of the suspension system for a three-wheel electric utility vehicle, the fulfillment of the specific objectives set out begins; Firstly, the design of the geometry of the suspension is carried out taking into account different geometric parameters for its correct operation, later, the dynamic analysis of the suspension system is carried out to study its behavior and finally, the structural analysis of the components of the suspension system to verify that the pieces support the loads to which they are subjected in a critical case raised, thus concluding that the geometric variables of the system are within the permissible ranges for the type of suspension chosen, both in the front and rear; Likewise, it can be concluded that the natural frequency of the bodywork is within the range allowed by the ISO 2631-1 standard, showing that the values of the stiffness and damping constants of the damping system must be around the values established in this project that need to be validated experimentally at the time of construction, and finally it can be concluded that the parts that make up the suspension system, both rear and front, satisfactorily support the loads to which they are subjected in the critical cases chosen. to conduct the study; however, it is convenient to carry out a study of different cases at the time of construction of the vehicle to validate the resistance of the parts.

* Work of Grade

** Facultad de Ingenierías Físico Mecánicas Escuela de Ingeniería Mecánica Director: William Pinto Hernández Ingeniero mecánico, PhD. Codirector: Jorge Luis Chacón Velasco. Ingeniero mecánico, PhD

1. Introducción

Desde el inicio del ser humano como sociedad, este ha tenido la necesidad de transportarse tanto a sí mismo como tanto a objetos y mercancías, dando origen al transporte terrestre, al marítimo y al aéreo y enfocándonos en transporte terrestre, en sus inicios este se realizaba a pie, o por medio de la fuerza de los animales.

La necesidad de transportar objetos de gran tamaño, que era posible únicamente por la fuerza de los animales dio origen a la rueda, que permitió la evolución de los medios de transporte terrestres y que hoy en día aun utilizamos.

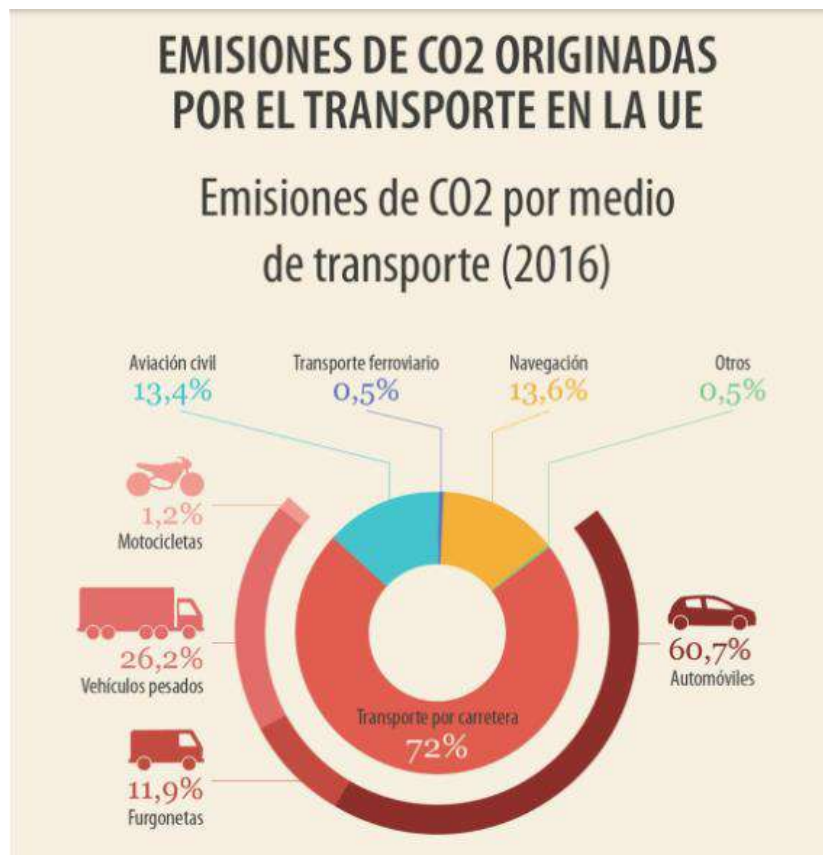
Paulatinamente el ser humano ha buscado transportarse a lugares cada vez más lejanos y en el menor tiempo posible, con el descubrimiento del petróleo en 1882 se fueron inventando maquinas que utilizan este recurso como fuerza impulsora que mejoro en gran medida el transporte como lo conocemos hoy en día.

Sin embargo, el uso del petróleo como combustible, ha generado la emisión de gases tales como dióxido de carbono, monóxido de carbono y óxido de nitrógeno, causantes no solo de problemas ambientales tales como el efecto invernadero sino también de problemas de salud pública debido a la contaminación del aire que respiramos.

Según el parlamento europeo el transporte es responsable de más del 30% de las emisiones de CO₂ en la unión europea las cuales el 72% es ocasionado por el transporte por carretera; debido a esta situación muchos países en el mundo han apostado por ambiciosos planes para la reducción de gases de efecto invernadero tales como el del reino unido que han planteado para el 2050 reducir a 0% su emisión de los mismos.

Figura 1.

Emisiones de CO2 originadas por el transporte en la UE



Nota. Tomado de Parlamento europeo (2019) *Emisiones de CO2*, <https://www.europarl.europa.eu/news/es/headlines/society/20190313STO31218/emisiones-de-co2-de-los-coches-hechos-y-cifras-infografia>

Esta problemática ha llevado a la necesidad de buscar alternativas utilizando tecnologías limpias de transporte como reemplazar los combustibles fósiles tradicionales por motores que funcionan a partir de energía eléctrica, para contribuir a esto se plantea el diseño de la suspensión de un vehículo utilitario eléctrico de tres ruedas.

2. Objetivos

2.1 Objetivo General

Diseño del sistema de suspensión para un vehículo eléctrico utilitario de tres ruedas a fin de cumplir con la misión de La Escuela de Ingeniería Mecánica de la Universidad Industrial de Santander de contribuir al desarrollo científico y tecnológico con el objetivo de dar respuesta a las necesidades de movilidad sostenible.

2.2 Objetivos Específicos

1. Diseño y dimensionamiento de los elementos del sistema de suspensión que cumpla con los siguientes requerimientos.

- Peso sin carga: 150-200 [Kg].
- Peso cargado: 350-400 [Kg].
- Tracción trasera.
- Longitud: 2500 mm.
- Distancia entre ejes: 1800 mm.
- Anchura: 850 mm.
- Velocidad: 85-90 Km/h.
- Para zonas urbanas.

2. Simulación del sistema de suspensión utilizando el software Matlab R2021a.

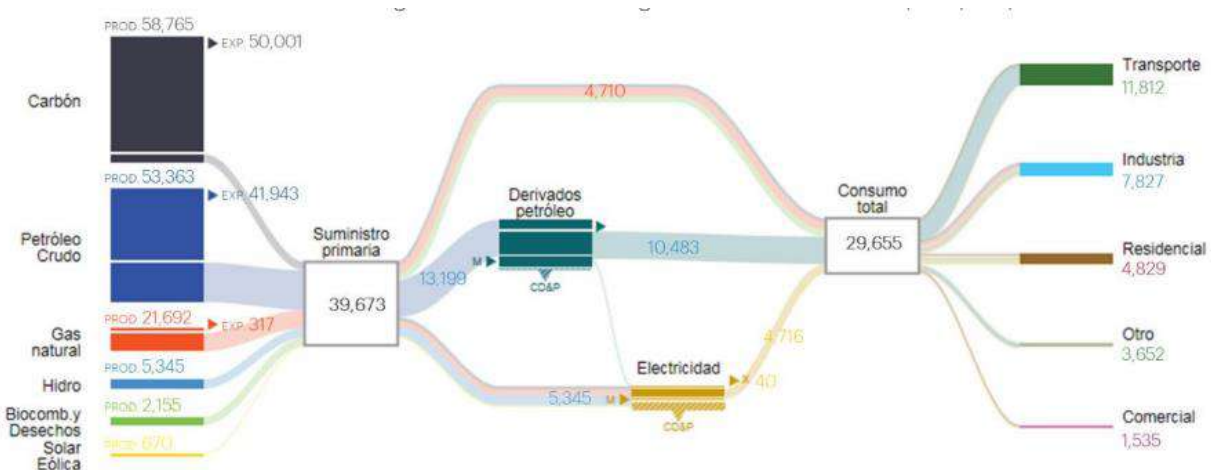
3. Análisis de las tensiones y deformaciones mecánicas de todos los elementos mediante un software de elementos finitos (Ansys 2021 R2 student).

3. Justificación para solucionar el problema

La sociedad colombiana se encuentra en constante desarrollo económico en todos sus sectores, lo que ha generado un gran aumento en la demanda energética, donde podemos encontrar que uno de los sectores que más ha contribuido a este incremento, es el sector del transporte, que en los últimos años se ha convertido en el sector con mayor consumo total. Como podemos observar en la figura 2 el transporte representa el 39.8% del consumo total de energía frente al 26,39% que representa la industria.

Figura 2.

Diagrama del Balance energético de Colombia 2015 (kTEP/año)



Nota. Tomado de UPME BECO (2015) *Energy demand situation in Colombia* (p. 12)

Por otra parte, nos encontramos con que los derivados del petróleo suministraron el 93.6% del consumo total de energía en el sector del transporte, lo que nos muestra una dependencia extrema de este medio.

Es por esto que la necesidad de una alternativa al medio de transporte tradicional cuya fuente de energía son los combustibles fósiles es necesaria, no solo por sus altos precios, sino también por la contaminación atmosférica que genera y sus emisiones de CO₂.

En virtud de esto es de vital importancia la implementación de un vehículo utilitario eléctrico de 3 ruedas que permite el transporte no solo de una persona sino también de cierta cantidad de carga aumentando la efectividad de los procesos de transporte en el día a día.

4. Marco Teórico

4.1 Sistema de suspensión

El sistema de suspensión se encarga de soportar un vehículo a través de las irregularidades en el camino amortiguando la estructura, el motor, la transmisión y los pasajeros, manteniendo las ruedas en contacto con el camino. (Melior, 2013)

Los componentes principales del sistema de suspensión son:

1. Resortes.
2. Amortiguadores.
3. Puntal.

4. Neumáticos.

4.1.1 Resortes

Los resortes son un elemento flexible que une el chasis y las ruedas permitiendo un movimiento relativo entre ellas, los resortes soportan el peso del vehículo, lo mantienen estable y absorben las perturbaciones del camino.

Los resortes más usados hoy en día son:

- Resortes de espira.
- Resortes de hojas.
- Barras de torsión.

Terminología en el estudio de los resortes:

Rebote: movimiento vertical del sistema de suspensión.

Compresión: el recorrido ascendente de la suspensión que comprime el resorte y el amortiguador.

Extensión: Recorrido descendente del neumático y la rueda que extiende el resorte y el amortiguador.

Constante del resorte: es usada para medir la resistencia del resorte.

Peso suspendido: Peso soportado por los resortes, como la carrocería, el chasis, el motor.

Peso no suspendido: Peso no soportado por los resortes, como las llantas, los frenos, etc.

(Popa, 2005)

4.1.2 Amortiguadores

Los amortiguadores son un componente muy importante en el sistema de suspensión para ayudar a que las ruedas se mantengan adheridas al suelo, para disminuir las oscilaciones no deseadas y absorber energía proveniente de goles o impactos.

Tipos de amortiguadores más comunes:

- Amortiguadores hidráulicos: constan de un pistón que trabaja dentro de un cilindro en el que hay aceite, sobre el pistón existen orificios y válvulas pre comprimidas que permiten el paso de aceite de un lado a otro cuando la presión supera un valor dado.
- Amortiguadores monotubo: cuenta con un compartimiento con gas, típicamente nitrógeno y otro con aceite, ambas tienen dimensiones que varían dependiendo de la compresión que se produzca en el gas por la presión del pistón. (Dominguez., 2016)

4.1.3 Puntales

Un puntal es un componente de una estructura ya sea de arquitectura o automotriz diseñada para resistir la compresión longitudinal, está actúa como soporte estructural para mantener dos componentes unidos.

El puntal lo constituyen una serie de elementos con la función de dar soporte estructural al sistema de suspensión y unirlo al chasis del vehículo, este se trata de hacer lo más liviano y funcional posible ya que hace parte de la masa no suspendida del vehículo.

4.1.4 Neumáticos

Las fuerzas que se producen entre el suelo y los neumáticos determinan en gran medida el comportamiento no solo del sistema de suspensión sino del vehículo en sí, los neumáticos realizan diferentes tareas y su aparente simplicidad oculta toda la ingeniería que estas tienen en su diseño y fabricación, en un principio se instalaron para mejorar la comodidad y reducir las cargas en las ruedas, incluso en los sistemas de suspensión modernos los neumáticos siguen siendo la primera línea de defensa para absorber los golpes de la carretera.

Funciones de los neumáticos:

- Soportar el peso del vehículo.
- Acción de suspensión, los neumáticos son el primer componente que siente los golpes de las irregularidades del camino y por lo tanto es importante que esta acción se cumpla de la mejor manera.

- Área de contacto con la carretera.
- El agarre o fricción con el suelo. (Tony Foale, 2002)

4.2 Tipos de suspensiones traseras

Los sistemas de suspensión vehicular se pueden clasificar de acuerdo con el tipo de control que se ejerce en sus parámetros.

Se utilizará un sistema de suspensión pasiva, que se caracterizan por no recibir directamente aplicación alguna de energía externa. Almacenan energía mediante resortes y la disipan mediante amortiguadores. Los parámetros de una suspensión pasiva son fijos y corresponden a un compromiso entre las características del terreno, la carga soportada y el confort.

4.2.1 Suspensión rígida

Las primeras suspensiones estaban formadas por un eje rígido, en cuyos extremos se montaban las ruedas. Como consecuencia de ello, todo el movimiento que afecta a una rueda se transmite a la otra del mismo eje

4.2.2 Suspensión semirrígida

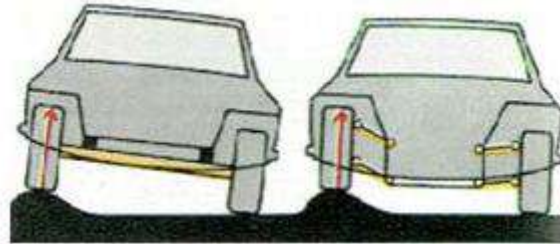
Las suspensiones son muy parecidas a las anteriores, su principal diferencia es que las ruedas están unidas entre sí y en el eje rígido, pero transmitiendo de una forma parcial las oscilaciones que reciben de las irregularidades del terreno.

4.2.3 Suspensión independiente

El sistema de suspensión independiente tiene un montaje elástico independiente que no está unido a otras ruedas. A diferencia del sistema rígido, el movimiento de una rueda no se transmite a la otra y la carrocería resulta menos afectada.

Figura 3.

Comparación entre suspensión rígida e independiente



Nota. Tomado de: Domínguez, R. (2018) *Comparación entre suspensión rígida e independiente.*

De Simulación en modélica de elementos mecánicos de una suspensión.

Los principales tipos de suspensiones de tipo independiente son:

- Suspensión de eje oscilante.
- Suspensión de brazos tirados. Capítulo 3.
- Suspensión McPherson.
- Suspensión de paralelogramo deformable.
- Suspensión multibrazo
- Suspensión de eje oscilante

Elemento de rodadura y el semieje son solidarios (salvo el giro de la rueda), de forma que el conjunto oscila alrededor de una articulación próxima al plano medio longitudinal del vehículo. Este tipo de suspensión no se puede usar como eje directriz puesto que en el movimiento oscilatorio de los semiejes se altera notablemente la caída de las ruedas en las curvas.

- Suspensión de brazos tirados o arrastrados

La suspensión de brazos tirados o arrastrados se caracteriza por tener dos elementos soporte o brazos en disposición longitudinal, que van unidos por un extremo al bastidor y por el otro a la mangueta de la rueda. Si el eje es de tracción, el grupo diferencial va anclado al bastidor. En

cualquier caso, las ruedas son tiradas o arrastradas por los brazos longitudinales que pivotan en el anclaje de la carrocería.

- Suspensión McPherson

La suspensión McPherson fue desarrollada por Earle S. McPherson, ingeniero de Ford del cual recibe su nombre. Este sistema es uno de los más utilizados en el tren delantero, aunque se puede montar igualmente en el trasero. Este sistema ha tenido mucho éxito, sobre todo en vehículos más modestos, por su sencillez de fabricación y mantenimiento, el coste de producción y el poco espacio que ocupa. Con esta suspensión es imprescindible que la carrocería sea más resistente en los puntos donde se fijan los amortiguadores y muelles, con objeto de absorber los esfuerzos transmitidos por la suspensión.

- Suspensión de paralelogramo deformable

La suspensión de paralelogramo deformable, junto con la McPherson, es la más utilizada en un gran número de automóviles, tanto para el tren delantero como para el trasero. Esta suspensión también se denomina suspensión por trapecio articulado y suspensión de triángulos superpuestos.

El paralelogramo está formado por un brazo superior y otro inferior que están unidos al chasis a través de unos pivotes, cerrando el paralelogramo a un lado el propio chasis y al otro la propia mangueta de la rueda. La mangueta está articulada con los brazos mediante rótulas esféricas que permiten la orientación de la rueda. Los elementos elásticos y amortiguador coaxiales son de tipo resorte helicoidal e hidráulico telescópico, respectivamente, y están unidos por su parte inferior al brazo inferior y por su parte superior al bastidor.

Completan el sistema unos topes que evitan que el brazo inferior suba lo suficiente como para sobrepasar el límite elástico del muelle y un estabilizador lateral que va anclado al brazo inferior.

- Suspensiones multibrazo o multilink

Las suspensiones multibrazo se basan en el mismo concepto básico que sus precursoras: las suspensiones de paralelogramo deformable; es decir, el paralelogramo está formado por dos brazos transversales, la mangueta de la rueda y el propio bastidor.

La diferencia fundamental que aportan estas nuevas suspensiones es que los elementos guía de la suspensión multibrazo pueden tener anclajes elásticos mediante manguitos de goma. Gracias a esta variante, las suspensiones multibrazo permiten modificar tanto los parámetros fundamentales de la rueda, como la caída o la convergencia, de la forma más apropiada de cara a la estabilidad en las distintas situaciones de uso del automóvil. (Dominguez., 2016)

4.3 Tipos de suspensión delantera

Suspensión telescópica vertical: Este es el tipo de suspensión más comúnmente utilizada ya que son de fabricación sencilla y fiable, consiste en un tubo hidráulico con un resorte helicoidal dentro, el resorte cuenta con un fluido hidráulico, generalmente aceite para regular los movimientos de compresión y rebote.

Suspensión telescópica invertida: En la suspensión telescópica invertida la parte inferior de la horquilla convencional está conectada a la dirección, también cuenta con un resorte helicoidal con aceite. Este tipo de suspensión ofrece mayor estabilidad que la convencional, pero es defectuoso en términos de fugas ya que el sello de aceite podría romperse, lo que haría imposible

el funcionamiento del sistema; en el caso del telescópico vertical puede seguir funcionando incluso con fugas.

Figura 4.

Suspensión telescópica



Nota. Tomado de Burguera, F. (2017) *Suspensión telescópica*, <https://california-motorcycles.com/blogs/mecanicaharley/suspension-delantera-como-funciona-la-horquilla-telescopica>

Suspensión telelever: este tipo de suspensión usa una horquilla que conecta el cuerpo de la motocicleta a los deslizadores telescópicos gemelos, esta conexión se hace en un punto justo encima de la rueda. La horquilla cuenta con un amortiguador que ofrece mejor equilibrio y estabilidad durante la conducción y el frenado.

Figura 5.

Suspensión telelever



Nota. Tomado de: Motorcycle integral service (2019) *R-1200-GS-Telelever-set-up* <https://motoiservices.com/r-1200-gs-telelever-set-up/>

Existen otros tipos de suspensión delantera de diversas configuraciones, pero estos son más costosos que los que ya se mencionaron, además que se usan en motocicletas de alto rendimiento o para competición. (Bajaj Finance, 2021.)

4.4 Norma de vibraciones y choques mecánicos ISO 2631-1

Esta norma define métodos para la medición de vibraciones del cuerpo entero periódicas aleatorias y transitorias. También se indican los principales factores para determinar el grado a la que la exposición a vibraciones es aceptable, además en los anexos se proporciona una guía sobre los posibles efectos de las vibraciones sobre la salud y el bienestar del usuario dando como frecuencia considerada:

- De 0,5 Hz a 80Hz un rango saludable y de bienestar
- De 0,1 Hz a 0,5 Hz un rango de mal movimiento

Esta norma también define criterios para los métodos preferidos de montaje de transductores.

Esta norma se aplica a movimientos transmitidos al cuerpo humano en partes como los pies, la espalda y las nalgas de una persona sentada, este tipo de vibraciones se encuentran en vehículos, maquinaria, edificios y en proximidad de máquinas en funcionamiento. (Asociación Española de Normalización y Certificación, 2008)

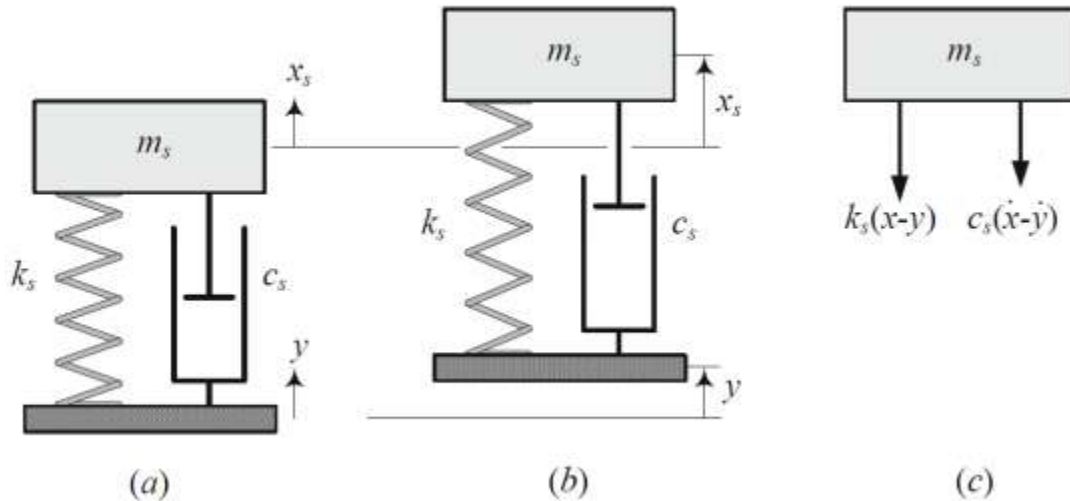
4.5 Modelos sistema de suspensión

4.5.1 Modelo de un grado de libertad

Este es el modelo más simple para análisis de vibraciones verticales de un automóvil; también llamado modelo de 1/8 de vehículo. El modelo de la figura podría asemejarse a la suspensión independiente de un cuarto de vehículo.

Figura 6.

Representación gráfica de un modelo de un grado de libertad



Nota. Tomado de Bono, B. (2017). *Modelado y caracterización de sistemas de suspensión en vehículos automóviles* (p. 50)

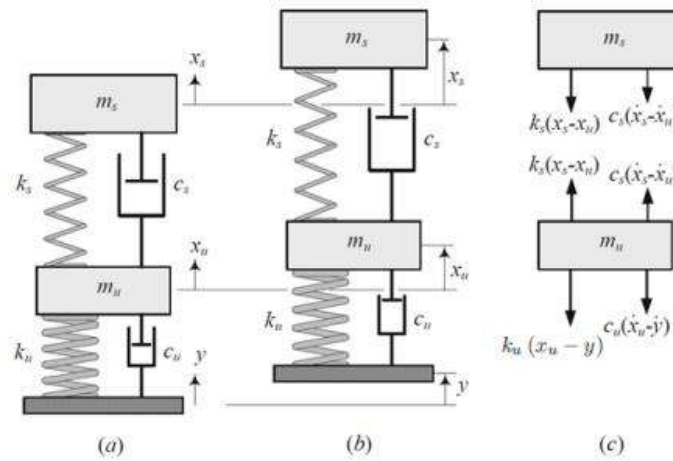
La masa m_s representa una cuarta parte del cuerpo del automóvil, que está montada sobre una suspensión compuesta por un resorte helicoidal lineal K_s en paralelo con un amortiguador hidráulico lineal C_s . Sea y el desplazamiento de la base y X_s el desplazamiento de la masa suspendida con respecto a su posición de equilibrio estático en el tiempo.

4.5.2 Modelo de dos grados de libertad

Cuando en el modelo simple de un cuarto de vehículo se considera, además de la masa suspendida (m_s), la masa no suspendida (m_u), y la rigidez del neumático (K_u), el modelo pasa a ser un modelo de 2 grados de libertad, además de tener en cuenta una amortiguación propia de la naturaleza de la goma del neumático (C_u).

Figura 7.

Representación gráfica de un modelo de dos grados de libertad



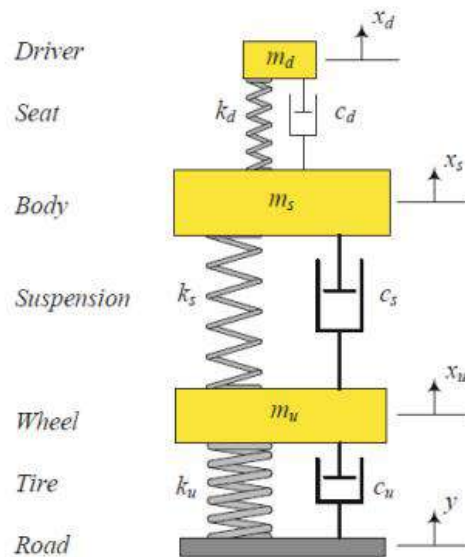
Nota. Tomado de Bono, B. (2017). *Modelado y caracterización de sistemas de suspensión en vehículos automóviles* (p. 52)

4.5.3 Modelo de 3 grados de libertad:

Se simula al usuario con una masa m_d sobre un cojín lineal encima de la masa suspendida m_s . la rigidez k_d y el amortiguamiento c_d representan el asiento del usuario.

Figura 8.

Representación gráfica de un modelo de tres grados de libertad



Nota. Tomado de Bono, B. (2017). *Modelado y caracterización de sistemas de suspensión en vehículos automóviles* (p. 53)

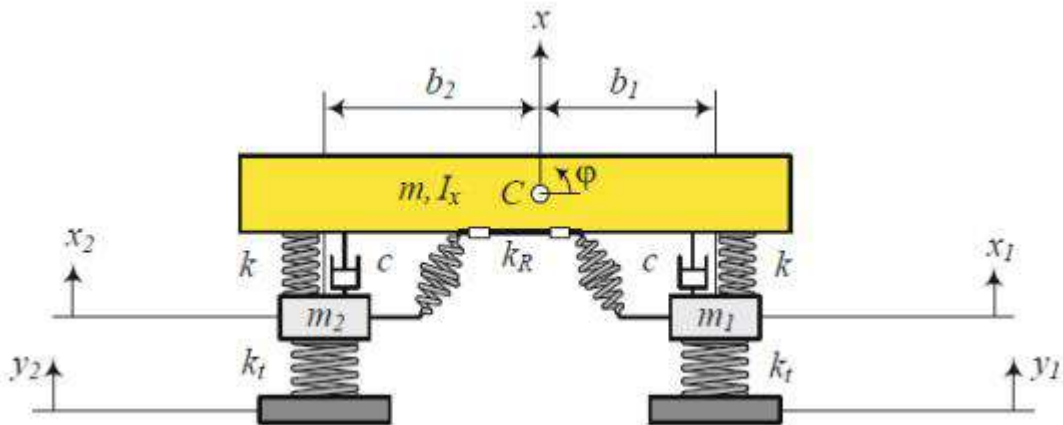
4.5.4 Modelo cuatro grados de libertad para suspensión independiente:

- Medio automóvil y modo de balanceo:

Los grados de libertad del modelo son, desplazamiento vertical de la rueda izquierda (X_1), desplazamiento vertical de la rueda derecha (X_2), desplazamiento vertical de la carrocería (X) y ángulo de balanceo de la carrocería (φ).

Figura 9.

Representación gráfica de un modelo de cuatro grados de libertad para suspensión independiente medio automóvil y modo de balanceo.



Nota. Tomado de Bono, B. (2017). *Modelado y caracterización de sistemas de suspensión en vehículos automóviles* (p. 55)

Figura 10.

Parámetros del modelo vibratorio de medio vehículo y modelo de balanceo.

Parámetro	Definición
m	Masa suspendida (masa total de la carrocería)
I_x	Momento de Inercia de la carrocería alrededor de su eje longitudinal
φ	Ángulo de balanceo de la carrocería
m_1	Masa no suspendida izquierda (masa de la rueda izquierda)
m_2	Masa no suspendida derecha (masa de la rueda derecha)
c	Coefficiente de amortiguación de la suspensión
k	Coefficiente de rigidez de la suspensión
k_t	Coefficiente de rigidez de los neumáticos
k_R	Coefficiente de rigidez de la barra antivuelco
y_1	Amplitud de la excitación de la rueda izquierda
y_2	Amplitud de la excitación de la rueda derecha
b_1	Distancia del centro de gravedad a la suspensión izquierda
b_2	Distancia del centro de gravedad a la suspensión derecha

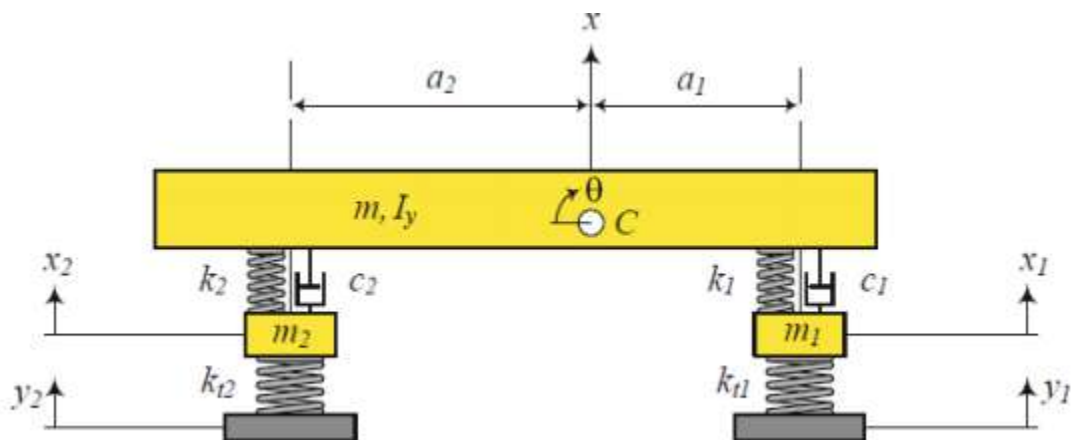
Nota. Tomado de Bono, B. (2017). *Modelado y caracterización de sistemas de suspensión en vehículos automóviles* (p. 56)

- Modelo de bicicleta y modo de balanceo:

Los grados de libertad del modelo serán, desplazamiento vertical de la rueda delantera (X_1), desplazamiento vertical de la rueda trasera (X_2), desplazamiento vertical de la carrocería (X), ángulo de cabeceo de la carrocería (θ).

Figura 11.

Representación gráfica de un modelo de cuatro grados de libertad para suspensión independiente modelo de bicicleta y modo de balanceo.



Nota. Adaptado de Bono, B. (2017). *Modelado y caracterización de sistemas de suspensión en vehículos automóviles* (p. 58)

Figura 12.

Parámetros del modelo vibratorio de bicicleta de un vehículo.

<i>Parámetro</i>	Significado
m	Masa suspendida, mitad de la masa de la carrocería
m_1	Masa no suspendida delantera, masa de la rueda delantera
m_2	Masa no suspendida trasera, masa de la rueda trasera
x	Desplazamiento vertical de la carrocería
x_1	Desplazamiento vertical de la rueda delantera
x_2	Desplazamiento vertical de la rueda trasera
θ	Ángulo de balanceo de la carrocería
y_1	Amplitud de la excitación de la rueda delantera
y_2	Amplitud de la excitación de la rueda trasera
I_y	Mitad del momento de inercia de la carrocería alrededor de su eje transversal
a_1	Distancia del centro de gravedad al eje delantero
a_2	Distancia del centro de gravedad al eje trasero

Nota. Adaptado de Bono, B. (2017). *Modelado y caracterización de sistemas de suspensión en vehículos automóviles* (p. 58)

5. Justificación de la solución

5.1 Despliegue de la función calidad

5.1.1 Requerimientos del consumidor

A continuación, se presenta una lista de los requerimientos básicos que se requieren a la hora del diseño del sistema de suspensión.

- Soportar las cargas a las que está sometido el vehículo utilitario
- Rigidez estructural

- Componentes ocultos dentro de la carrocería
- Uso de materiales livianos
- mantener el Angulo de dirección en todo el trayecto
- adherencia
- preservar el paralelismo entre los ejes y la perpendicularidad del bastidor
- uso de materiales económico

A estos requerimientos se les da diferente importancia en el diseño a la hora de evaluarlos en el QFD con respecto a los requisitos del proyecto establecidos anteriormente como características de ingeniería; los requerimientos se ubican en las celdas horizontales del QFD mientras que los requisitos se introducen en la parte superior, dando como resultado la siguiente matriz calidad.

5.2 Matriz Calidad

Figura 13.

Matriz calidad.

Nombres	PRIORIDAD	Dimensiones	Peso	Capacidad de carga	Estabilidad del vehículo	Geometría de la suspensión	Calidad de los materiales	Seguridad						
Soportar las cargas a las que está sometido el vehículo utilitario	9	27	3	9	1	81	9	1	81	9				
Mantener el ángulo de dirección en todo el trayecto	9	9	1	9	1	27	3	81	9	1				
Conservar el paralelismo entre los ejes y la perpendicularidad del bastidor	7	21	3	7	1	21	3	63	9	1				
Rigidez estructural	7	63	9	21	3	63	9	21	3	63				
Adherencia	7	7	1	7	1	7	1	63	9	1				
Componentes ocultos dentro de la carrocería	5	5	1	0	0	0	0	5	1	15				
Confort	5	5	1	0	0	5	1	5	1	15				
Uso de materiales livianos	3	0	0	27	9	3	1	3	1	0				
Uso de materiales económicos	3	0	0	3	1	3	1	0	0	27				
TOTALES		137		83		210		268		243		103		267
PONDERACIÓN RELATIVA		10,45		6,33		16,02		20,44		18,54		7,86		20,37
IMPORTANCIA		5		7		4		1		3		6		2
PORCENTAJES		10,45		6,33		16,02		20,44		18,54		7,86		20,37

De acuerdo con la matriz calidad los 4 aspectos más importantes y en los que nos vamos a enfocar para desarrollar del sistema de suspensión son los siguientes:

1. Estabilidad del vehículo
2. Seguridad
3. Geometría de la suspensión
4. Capacidad de carga

5.3 Planteamiento de las alternativas

Una vez obtenidos los resultados de la matriz calidad y la ponderación de las prioridades a tener en cuenta, se procede a plantear las alternativas para la solución del problema.

5.3.1 Alternativas para la suspensión trasera:

- **Suspensión de brazos tirados:**

Ventajas:

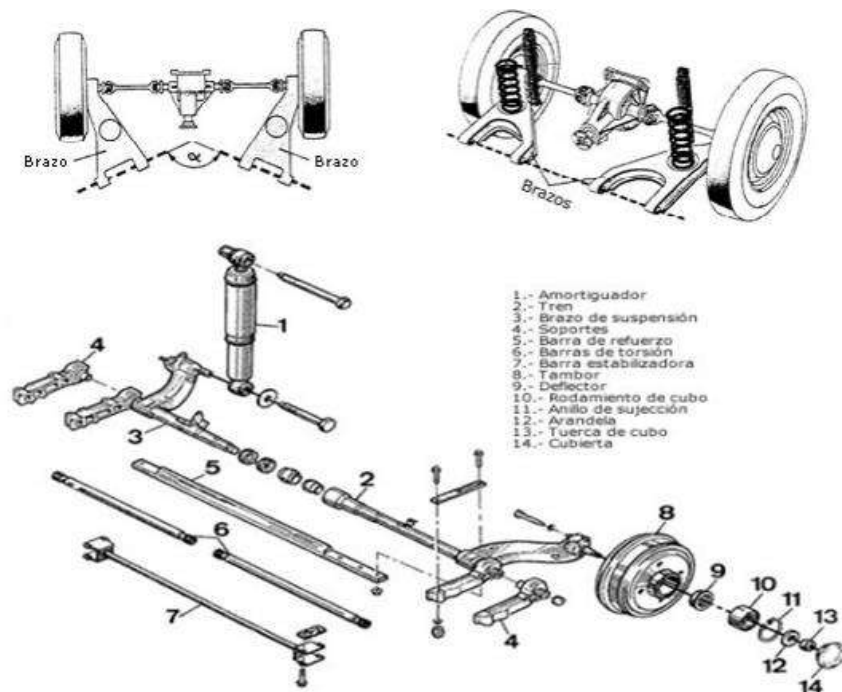
Presenta un desempeño aceptable en zonas urbanas.

No necesita estabilizadores longitudinales, mejorando la estabilidad del vehículo

Desventajas:

La gestión de las vibraciones no es del todo eficiente.

Inadecuada para superficies rurales.

Figura 14.*Suspensión de brazos tirados*

Nota. Adaptado de por Domínguez, (2011). *Suspensiones vehiculares* (p. 20)

- **Suspensión McPherson**

Ventajas:

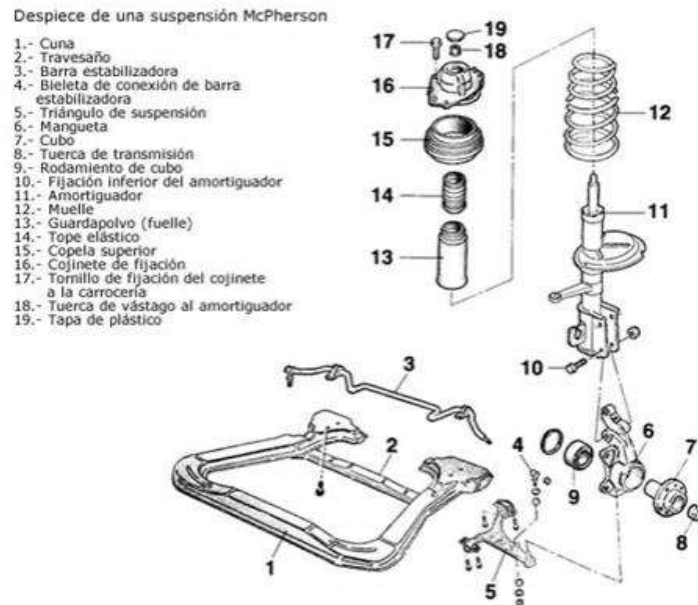
Sencillez de fabricación y mantenimiento.

Coste de producción y poco espacio que ocupa.

Desventajas:

Presenta un inconveniente geométrico ocasionando que el movimiento de la rueda no sea vertical, sino que varía algunos grados.

Desventajas aerodinámicas.

Figura 15.*Suspensión McPherson*

Nota. Adaptado de por Domínguez, (2011). *Suspensiones vehiculares* (p. 25)

- **Suspensión paralelogramo deformable**

Ventajas:

- rigidez e inclinación de la suspensión sobresalientes.
- Sistema de suspensión especializado para competición debido a que ofrecen de manera

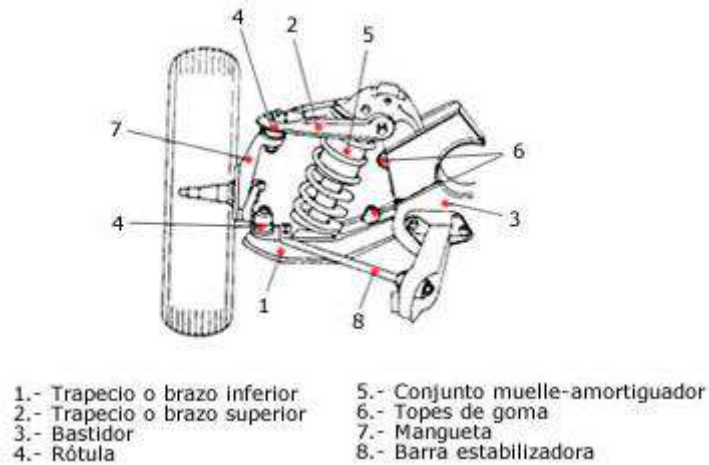
directa una inclinación de a la rueda que se requiere

Desventajas:

- Posee un costo elevado debido a sus componentes.
- Alto grado de complejidad de su geometría.

Figura 16.

Suspensión paralelogramo deformable



Nota. Adaptado de por Domínguez, (2011). *Suspensiones vehiculares* (p. 27)

5.3.2 Evaluación alternativas suspensión trasera

Figura 17.

Evaluación de alternativas suspensión trasera.

Criterio de evaluación		Alternativa 1 Suspension de brazos tirados		Alternativa 2 Suspensión McPherson		Alternativa 3 Suspensión paralelogramo	
Estabilidad del vehículo	27,11%	3	0,8133	4	1,0844	4	1,0844
Seguridad	27,04%	4	1,0816	5	1,352	4	1,0816
Geometría de la suspensión	25%	4	0,9836	3	0,7377	2	0,4918
Capacidad de carga	21%	4	0,85	4	0,85	3	0,6375
Total	100%		3,7285		4,0241		3,2953

La alternativa ganadora, en la suspensión trasera es la suspensión McPherson

Esta alternativa se presenta superior a las demás, puesto que otorga una buena estabilidad del vehículo y una excelente seguridad, además es una de las más utilizadas en la actualidad por su simplicidad de diseño y su bajo costo de fabricación.

5.4 Análisis de alternativas para la suspensión delantera del vehículo

Por lo general se utiliza suspensión telescópica vertical en motocicletas que poseen un cilindraje menor a 250cc. Este modelo de suspensión es el más utilizado en la industria y cumple muy bien con los requerimientos para los que está destinado el sistema de suspensión puesto que los demás sistemas posibles son para vehículos de mayor exigencia.

5.5 Diseño de concepto

Basados en la evaluación de alternativas realizada previamente se propone el siguiente diseño conceptual tanto para la suspensión trasera como la delantera.

Figura 18.

Diseño conceptual suspensión trasera

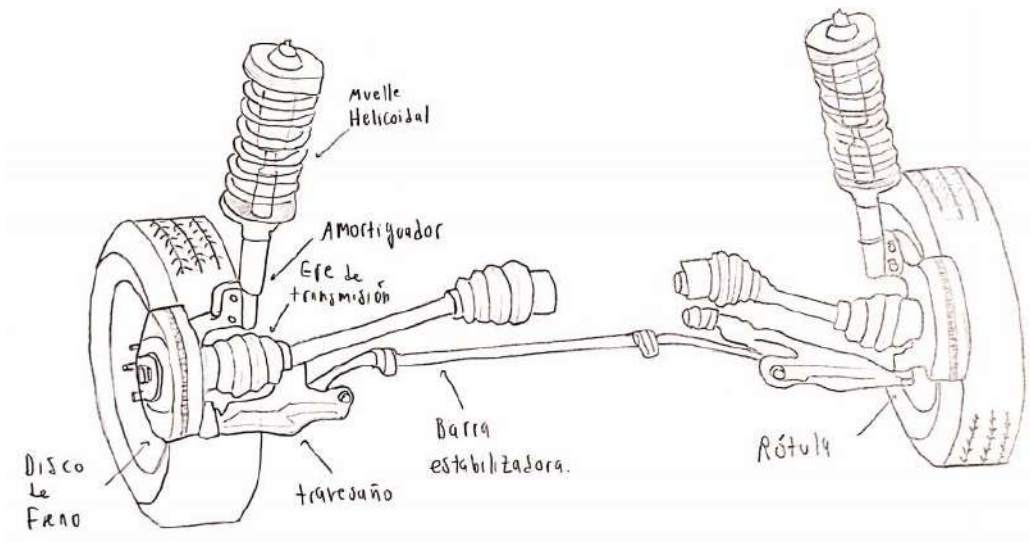
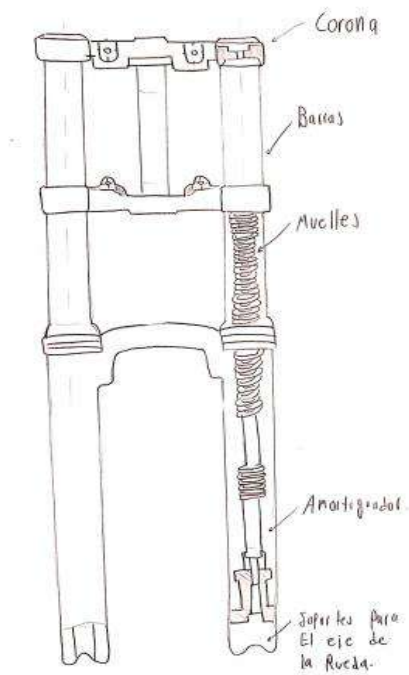


Figura 19.

Diseño conceptual suspensión delantera

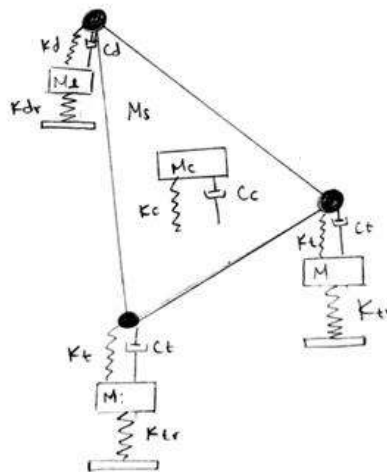


5.6 Propuesta modelo del sistema de suspensión

Teniendo en cuenta la información recopilada en el marco teórico se plantea el siguiente modelo del sistema de suspensión.

Figura 20.

Modelo sistema de suspensión



Este modelo considera la masa del conductor (M_c), la rigidez K_c y el amortiguamiento C_c representan el asiento del conductor. Luego se tiene en cuenta la masa suspendida (M_s) así como las masas no suspendidas M y M_1 . K_t representa el coeficiente de rigidez de la suspensión trasera, C_t representa el coeficiente de amortiguamiento de la suspensión trasera, además K_{tr} es el coeficiente de rigidez de los neumáticos traseros. En la parte delantera K_d y C_d son el coeficiente de rigidez y el coeficiente de amortiguamiento de la suspensión delantera respectivamente, K_{dr} es el coeficiente de rigidez de los neumáticos delanteros.

6. Geometría de la suspensión

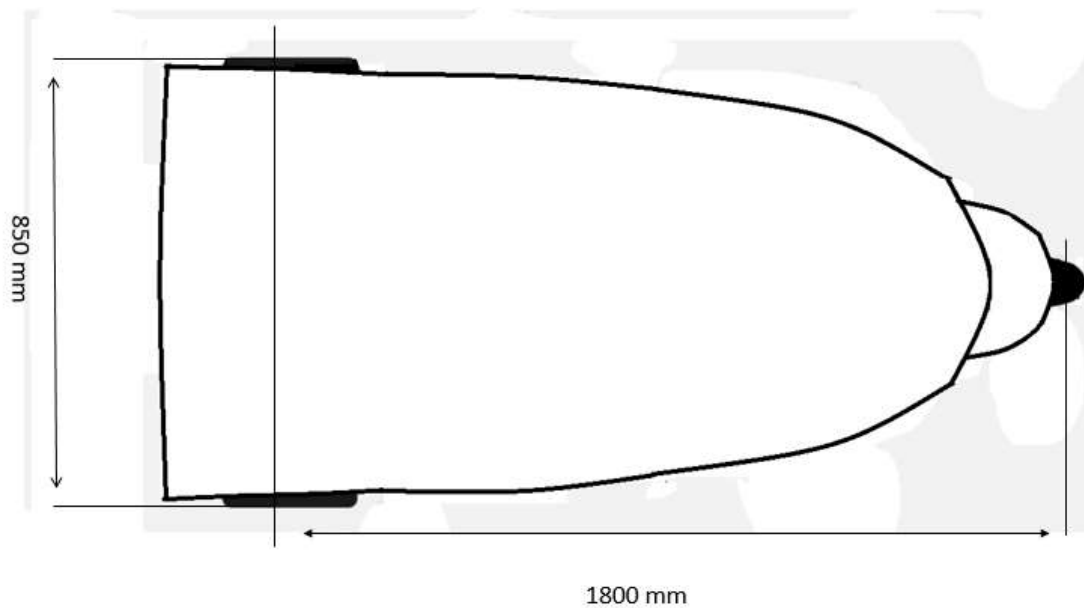
6.1 Geometría de la suspensión trasera

6.1.1 Condiciones iniciales

6.1.1.1 Dimensiones. Para el diseño de la geometría se deben tener en cuenta los parámetros de dimensionamiento que fueron expuestas en los objetivos específicos, las dimensiones del vehículo fueron establecidas como 1800 mm, distancia entre ejes y ancho de vía de 850 mm.

Figura 21.

Dimensiones del vehículo



6.1.1.2 Ruedas. Dentro de una gran gama de llantas se optó por seleccionar el mismo tipo de llanta que utilizan diversos tipos de motos comerciales, la llanta escogida para el vehículo, tanto traseras como delanteras es el modelo 120/70 r12, Las características de las ruedas son las siguientes:

- Ancho de sección = 120 mm.
- Altura de sección = 84 mm.
- Diámetro rin: 12 in = 304,8 mm
- Masa rueda delantera = 16 kg
- Masa rueda trasera = 18 kg

6.1.2 Diseño de la geometría de la suspensión trasera

El tipo de suspensión trasera elegida para el vehículo fue McPherson, a la hora de diseñar la suspensión se deben tener en cuenta diversos parámetros geométricos para que esta funcione correctamente.

6.1.2.1 Centro de balanceo. El centro de balanceo es el punto en el plano vertical que pasa por los puntos centrales de la rueda y en el que las fuerzas transversales de la masa suspendida son ejercidas, es decir, sin que se produzcan ángulos de balanceo cinemáticos.

El centro de balanceo también es el punto en el centro del vehículo y en el centro del eje alrededor del cual el chasis empieza a girar cuando actúa una fuerza lateral. (Reimpell et al, 2001).

Para calcular el centro de balanceo primero se definen los brazos de la suspensión, una vez ajustada su longitud y posición, en una vista frontal se traza una línea constructiva a 90° del

conjunto muelle-amortiguador y se proyecta el brazo inferior hasta que se crucen, el punto de cruce se conoce como centro instantáneo de rotación.

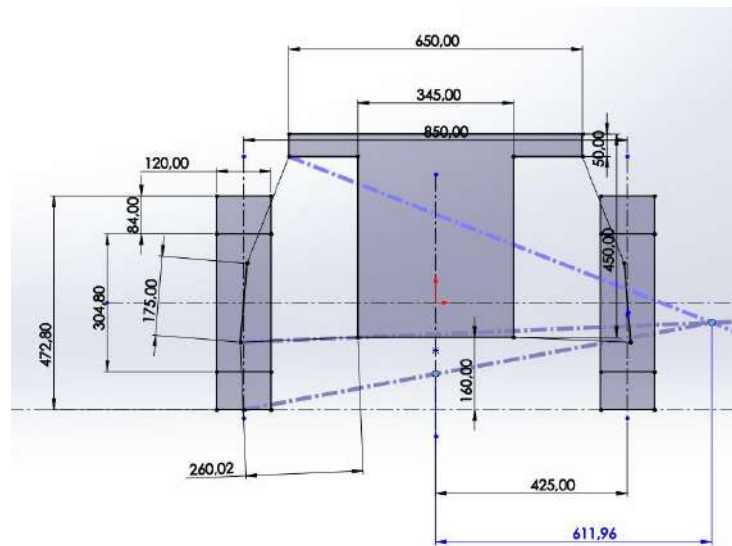
A partir del centro instantáneo de rotación se proyecta una línea hasta el punto de contacto de la rueda, este eje corta con el eje vertical del centro de gravedad del vehículo y es donde se encontrará el centro de balanceo.

La longitud y la posición de los brazos de la suspensión son las siguientes:

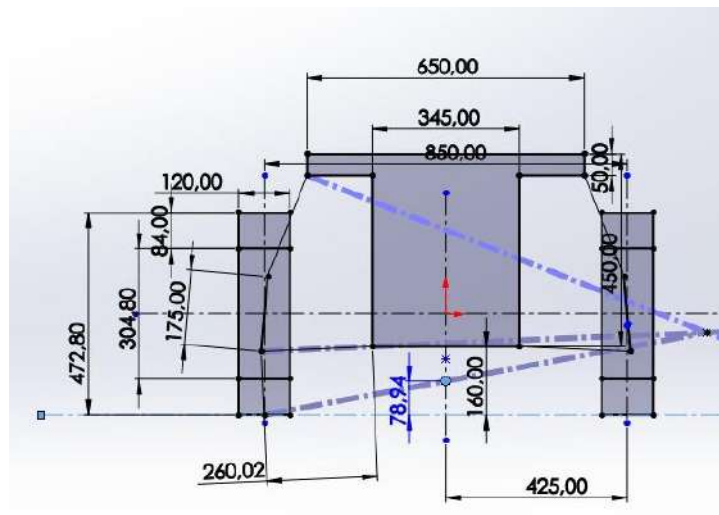
- Mangueta: 175 mm
- Brazo inferior: 260,02 mm
- Conjunto muelle amortiguador: 360 mm

Figura 22.

Centro instantáneo de rotación



Nota. El centro instantáneo de rotación se encuentra a 611,96 mm del eje vertical del centro de gravedad del vehículo.

Figura 23.*Centro de balanceo*

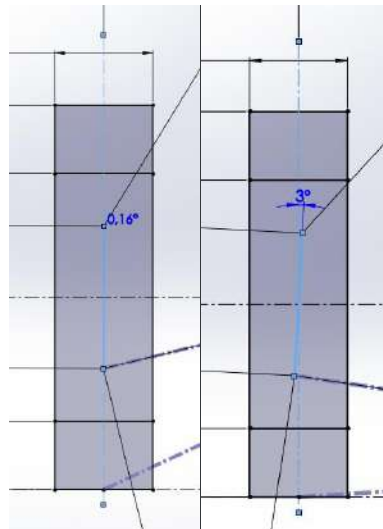
Nota. El centro de balanceo se encuentra a 78,94 mm del suelo.

6.1.2.2 Ángulo de caída (camber). Es el ángulo que caída es la inclinación que presenta entre el plano del centro de la rueda y la vertical al plano de la carretera, este es positivo si la rueda esta inclinada hacia afuera y negativo cuando esta inclinada hacia adentro.

Lo ideal es que el camber sea positivo cuando la rueda sube y cuando la llanta baje lo ideal es que se mantenga neutra o posea una caída positiva. (Reimpell et al, 2001).

Figura 24.

Cambio en el ángulo de caída.



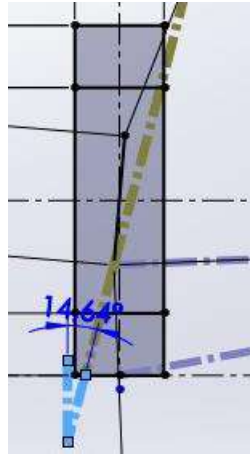
Nota. El cambio en el ángulo de caída es de $2,84^\circ$

En la geometría propuesta el recorrido total de la suspensión va a ser de 100 mm, en su punto más bajo el camber es de -3° mientras que en su punto más alto el camber es de $-0,16^\circ$, quedado así con un cambio de $2,84^\circ$, de acuerdo a (Reimpell et al, 2001), para las suspensiones tipo McPherson el cambio en el cambier suele estar en torno a los 3° .

6.1.2.3 Ángulo de salida (kingpin). El ángulo formado por el eje dado por la línea que une los puntos superior e inferior de la mangueta (eje kingpin) respecto a la vertical de a la superficie de contacto se conoce como ángulo de salida.

Figura 25.

Ángulo de salida



Nota. El ángulo de salida es de $14,64^\circ$

El ángulo resultante para la geometría propuesta es de $14,64^\circ$, obteniendo así un ángulo que se encuentra dentro de un rango aceptable para vehículos de este tipo, el cual va de 11° a $15,5^\circ$, según (Reimpell et al, 2001).

6.2 Geometría de la suspensión delantera

6.2.1 Condiciones iniciales

Las condiciones iniciales para la suspensión delantera se conservan de las utilizadas para el diseño de la geometría de la suspensión trasera.

6.2.2 Diseño de la geometría de la suspensión delantera

El tipo de suspensión delantera elegida para el vehículo fue la telescópica vertical, a la hora de diseñar la suspensión se deben tener en cuenta diversos parámetros geométricos para que esta funcione correctamente.

6.2.2.1. Avance. El avance se considera como la distancia entre el centro de la huella de contacto y el eje de dirección, esta puede medirse en dirección perpendicular al propio eje o también sobre el suelo. (Reimpell et al, 2001).

6.2.2.2 Angulo de lanzamiento. El ángulo de lanzamiento es el que se forma entre la vertical y el eje alrededor del que pivota la dirección

El lanzamiento es el ángulo que forma, con la vertical, el eje alrededor del que pivota la dirección cuando ésta gira.

Figura 26.

Comparación entre los ángulos de lanzamiento de distintas motocicletas.

Motocicleta	Enfoque	Suspensión delantera	Lanzamiento
Honda CBR 600 RR	Deportiva	Convencional	23° 55'
Yamaha GTS	Sport/Turismo	Parker/GTS	24°
BMW K1300S	Sport/turismo	Doulever	29° 36'
Suzuki Burgman	Scooter/ciudadana	Convencional	26° 0'
Honda Goldwin	Turismo	Convencional	29° 15'
Kawasaki er-6n	Naked/ciudadana	Convencional	25° 0'
Honda Shadow	Custom	Convencional	34° 0'

Nota. Tomado de Rubio Alonso, H., & Beltrán Carrión, C. (2012). Diseño y cálculo de la columna de dirección para una motocicleta con suspensión delantera alternativa (Bachelor's thesis).

Teniendo en cuenta la tabla anterior, el ángulo de lanzamiento elegido es de 26° , puesto que es el que más se adapta al enfoque que posee el vehículo, el cual es para tránsito en ciudad.

A partir de lo anterior mencionado, es posible hallar el avance apropiado para la geometría a partir de la siguiente relación.

$$Avance = \frac{(Rw * Sen(Ah)) - Of}{Cos(Ah)} \quad (6.2.2-1)$$

Dónde Rw es el radio de la rueda, Ah es el ángulo de lanzamiento y Of es el rake.

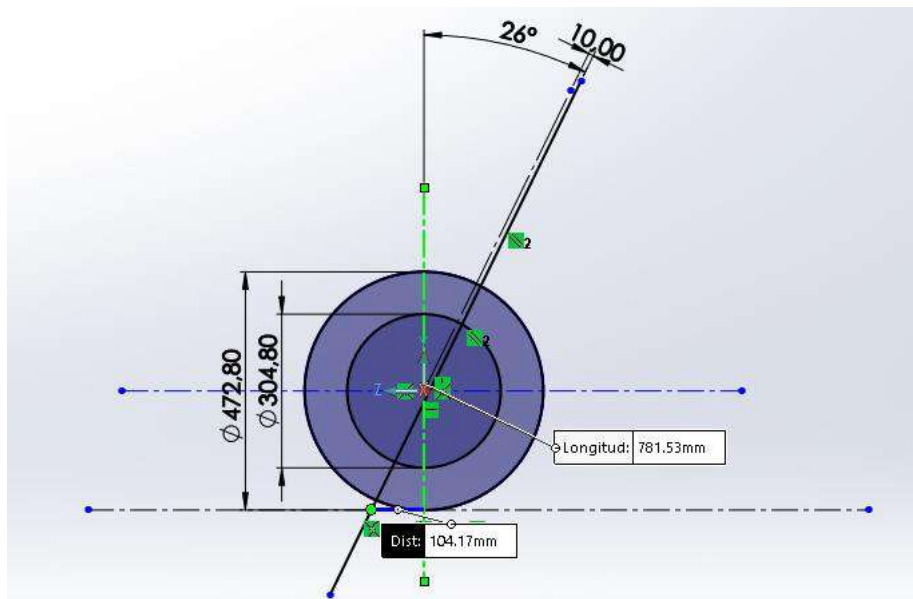
$$Avance = \frac{(236.4 * Sen(26)) - 9.25}{Cos(26)} \quad (6.2.2-2)$$

$$Avance = 105mm$$

A partir de estos dos parámetros es posible diseñar la distribución geométrica de la suspensión delantera.

Figura 27.

Geometría de la suspensión delantera



Nota. La geometría tiene un ángulo de lanzamiento de 26° y un avance de $104,17\text{ mm}$.

7. Análisis dinámico del sistema de suspensión

En este apartado se analiza el comportamiento del vehículo sometido a perturbaciones externas, las cuales producen oscilaciones en el chasis que se deben tener en cuenta para el diseño; permitiendo dimensionar variables como la rigidez y la amortiguación del sistema.

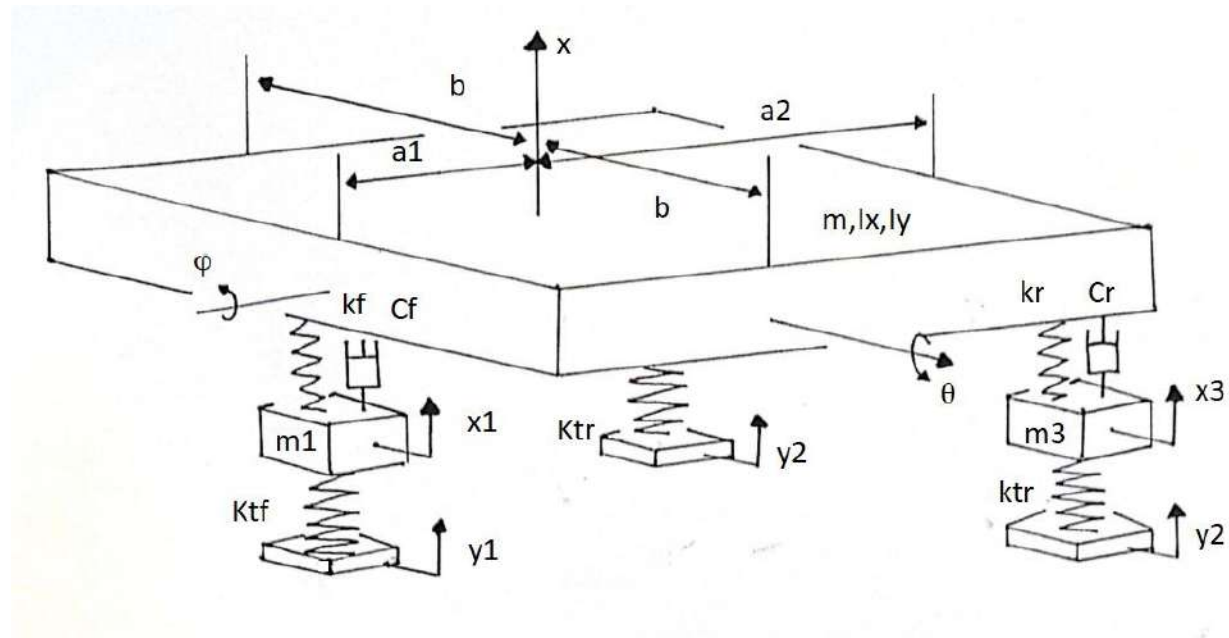
Para realizar el estudio dinámico se debe establecer un modelo que represente el comportamiento de la suspensión, en este caso se opta por el modelo de 6 grados de libertad.

7.1 Modelo de 6 grados de libertad:

Para el modelado del sistema de suspensión del vehículo de tres ruedas se optó por utilizar un modelo de 6 grados de libertad con suspensión independiente, el cual posibilita el tratamiento independiente de la suspensión en las tres ruedas, Permitiendo analizar el movimiento vertical-longitudinal y vertical-transversal de la masa suspendida o chasis.

Este modelo incluye el desplazamiento vertical del chasis x , el movimiento de balanceo φ y de cabeceo θ , así como el movimiento vertical de cada rueda x_1, x_2, x_3 y las respectivas perturbaciones del camino y_1, y_2 .

Figura 28.

Modelo de vehículo completo

Los grados de libertad del modelo son los siguientes:

- Desplazamiento vertical chasis, x .
- Desplazamiento vertical rueda delantera, x_1 .
- Desplazamiento vertical rueda trasera izquierda, x_2 .
- Desplazamiento vertical rueda trasera derecha, x_3 .
- Ángulo de balanceo del chasis, ϕ .
- Ángulo de cabeceo del chasis, θ .

Tabla 1.*Parámetros del modelo de 6 gdl.*

Nomenclatura	Parámetro
m	Masa total de la masa suspendida (chasis)
mf	Masa de la rueda delantera
mr	Masa de la rueda trasera
cf	Coefficiente de amortiguamiento suspensión delantera
cr	Coefficiente de amortiguamiento suspensión trasera
kf	Coefficiente de rigidez suspensión delantera
kr	Coefficiente de rigidez suspensión trasera
ktf	Coefficiente de rigidez neumáticos delanteros
ktr	Coefficiente de rigidez neumáticos traseros
b	Distancia transversal del centro de gravedad a la suspensión
a_1	Distancia longitudinal del centro de gravedad a la suspensión delantera
a_2	Distancia longitudinal del centro de gravedad a la suspensión trasera
I_x	Momento de inercia de la carrocería alrededor de su eje longitudinal
I_y	Momento de inercia de la carrocería alrededor de su eje transversal
φ	Ángulo de balanceo chasis
θ	Ángulo de cabeceo chasis
y_1	Entrada rueda delantera
y_2	Entrada ruedas traseras

Nota. En la tabla se muestran los parámetros utilizados en el modelo de seis grados de libertad y suspensión independiente con su respectiva nomenclatura.

El modelo vibratorio del vehículo cuenta con las siguientes ecuaciones de movimiento.

$$\begin{aligned}
 m\ddot{x} + c_f(\dot{x} - \dot{x}_1 - a_1\dot{\theta}) + c_r(\dot{x} - \dot{x}_2 + a_2\dot{\theta}) + c_r(\dot{x} - \dot{x}_3 + a_2\dot{\theta}) \\
 + k_f(x - x_1 - a_1\theta) + k_r(x - x_2 - a_2\theta) + k_r(x - x_3 - a_2\theta) \quad (7.1-1) \\
 = 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 I_x\ddot{\varphi} + bc_r(-\dot{x}_2 + b\dot{\varphi}) - bc_r(-\dot{x}_3 - b\dot{\varphi}) + bk_r(-x_2 + b\varphi) - bk_r(-x_3 - b\varphi) \\
 = 0 \quad (7.1-2)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
I_y \ddot{\theta} - a_1 c_f (\dot{x} - \dot{x}_1 - a_1 \dot{\theta}) + a_2 c_r (\dot{x} - \dot{x}_2 + a_2 \dot{\theta}) + a_2 c_r (\dot{x} - \dot{x}_3 + a_2 \dot{\theta}) \\
- a_1 k_f (x - x_1 - a_1 \theta) + a_2 k_r (x - x_2 - a_2 \theta) \\
+ a_2 k_r (x - x_3 - a_2 \theta) = 0
\end{aligned} \tag{7.1-3}$$

$$m_f \ddot{x}_1 - c_f (\dot{x} - \dot{x}_1 - a_1 \dot{\theta}) - k_f (x - x_1 - a_1 \theta) + k_{tf} (x_1 - y_1) = 0 \tag{7.1-4}$$

$$m_r \ddot{x}_2 - c_r (\dot{x} - \dot{x}_2 + b \dot{\varphi} + a_2 \dot{\theta}) - k_r (x - x_2 + b \varphi + a_2 \theta) + k_{tr} (x_2 - y_2) = 0 \tag{7.1-5}$$

$$m_r \ddot{x}_3 - c_r (\dot{x} - \dot{x}_3 - b \dot{\varphi} + a_2 \dot{\theta}) - k_r (x - x_3 - b \varphi + a_2 \theta) + k_{tr} (x_3 - y_2) = 0 \tag{7.1-6}$$

Teniendo estas ecuaciones se procede a representarlas en un espacio de estados para posteriormente hacer el análisis del sistema en Matlab, obteniendo lo siguiente.

$$\dot{Z}_{(t)} = AZ_{(t)} + BU_{(t)} \tag{7.1-7}$$

$$Y_{(t)} = CZ_{(t)} + DU_{(t)} \tag{7.1-8}$$

Se definen las variables de estado.

$$Z_1(t) = x$$

$$Z_2(t) = \dot{x}$$

$$Z_3(t) = x_1$$

$$Z_4(t) = \dot{x}_1$$

$$Z_5(t) = x_2$$

$$Z_6(t) = \dot{x}_2$$

$$Z_7(t) = x_3$$

$$Z_8(t) = \dot{x}_3$$

$$Z_9(t) = \varphi$$

$$Z_{10}(t) = \dot{\varphi}$$

$$Z_{11}(t) = \theta$$

$$Z_{12}(t) = \dot{\theta}$$

Se define la matriz de estados (A).

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-kf - 2kr}{m} & \frac{-cf - 2cr}{m} & \frac{kf}{m} & \frac{cf}{m} & \frac{kr}{m} & \frac{cr}{m} & \frac{kr}{m} & \frac{cr}{m} & 0 & 0 & \frac{kfa1 - 2kra2}{m} & \frac{cfa1 - 2cra2}{m} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{kf}{mf} & \frac{cf}{mf} & \frac{-kf - ktf}{mf} & -\frac{cf}{m} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-kfa1}{mf} & \frac{-cfa1}{mf} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{kr}{mr} & \frac{cr}{mr} & 0 & 0 & \frac{-kr - ktr}{mr} & -\frac{cr}{mr} & 0 & 0 & \frac{kr b}{mr} & \frac{cr b}{mr} & \frac{kr a2}{mr} & \frac{cr a2}{mr} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{kr}{mr} & \frac{cr}{mr} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-kr - ktr}{mr} & -\frac{cr}{mr} & \frac{kr b}{mr} & -\frac{cr b}{mr} & \frac{kr a2}{mr} & \frac{cr a2}{mr} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{bkr}{Ix} & \frac{bcr}{Ix} & -\frac{bkr}{Ix} & -\frac{bcr}{Ix} & \frac{2b^2kr}{Ix} & -\frac{2b^2cr}{Ix} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{a1kf - 2a2kr}{ly} & \frac{a1cf - 2a2cr}{ly} & -\frac{a1kf}{ly} & -\frac{a1cf}{ly} & \frac{a2kr}{ly} & \frac{a2cr}{ly} & \frac{a2kr}{ly} & \frac{a2cr}{ly} & 0 & 0 & \frac{-a1^2kf - 2a2^2kr}{ly} & \frac{-a1^2cf - 2a2^2cr}{ly} \end{bmatrix}$$

Se define la matriz de entrada (B).

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{k_{tf}}{m_f} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{k_{tr}}{m_r} \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{k_{tr}}{m_r} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Se define la matriz de salida (C): la salida se define de acuerdo a la variable que se quiera estudiar, va a ser una matriz $C_{m \times 12}$, m depende de cuantas variables se quiera tener respuesta.

Para un primer caso se va a tener la matriz de salida $C_{1 \times 12}$, que representa el comportamiento del centro de gravedad de la masa suspendida.

$$C = [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$$

La matriz de transmisión directa (D) representa un acoplamiento directo entre la entrada y la salida, lo cual en este caso no aplica, por lo tanto, esta va a ser una matriz nula de $m \times 2$, donde m debe ser igual al número de filas de la matriz C.

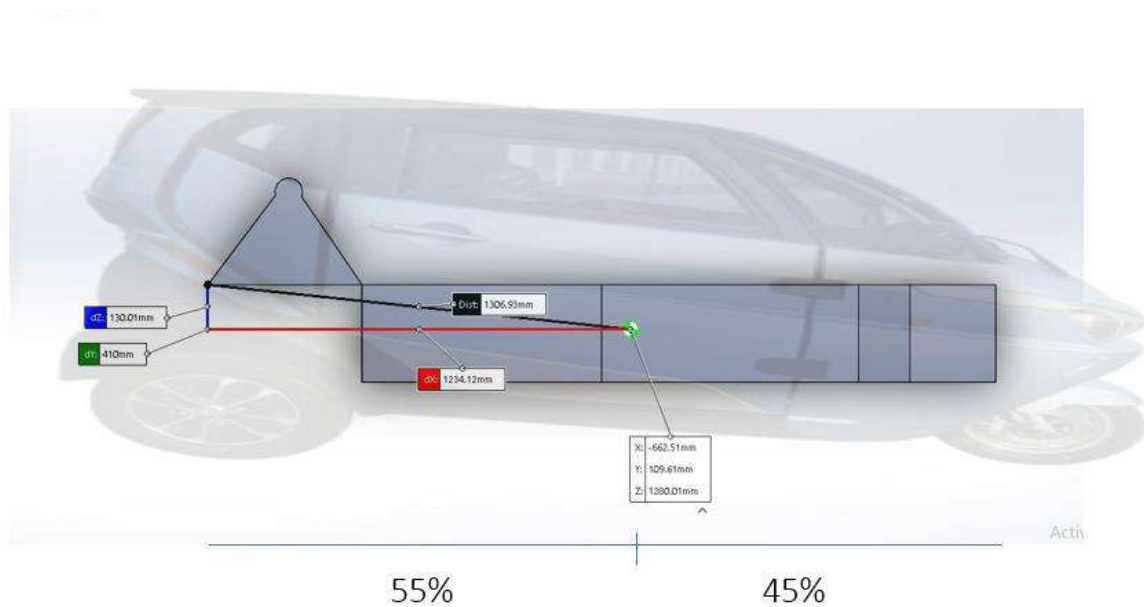
7.2 Determinación de los parámetros del modelo

El primer paso para calcular los parámetros necesarios en el modelo de 6 gdl es conocer el centro de gravedad de la masa suspendida del vehículo, para posteriormente conocer el reparto de masas en cada eje.

Para calcular el centro de gravedad de la masa suspendida se modela la forma aproximada del chasis en el software solidworks, donde se define que una masa de 400 [kg] para la masa suspendida, luego el software determina el centro de gravedad, dando como resultado lo siguiente.

Figura 29.

Modelo aproximado chasis del vehículo



La longitud total del chasis es de 2300 mm, la distancia de la parte trasera al centro de gravedad es de 1234,12 mm y la distancia de la parte delantera al centro de gravedad es de 1068,88 mm; la distancia del centro de gravedad a los laterales del chasis es de 410 mm hacia ambos lados.

Por lo tanto, se tiene que:

$$a_1 = 1,06888 \text{ m}$$

$$a_2 = 1,23412 \text{ m}$$

$$b = 0,410 \text{ m}$$

Del software solidworks también se puede conocer los momentos de inercia de la carrocería, para este caso los momentos de inercia queda así:

$$I_x = 25,636285 \text{ kg.m}^2$$

$$I_y = 113,85017 \text{ kg.m}^2$$

Con estos datos se halla el reparto de masas para cada eje de la siguiente forma:

$$m_t = 400 \cdot \frac{1234,12}{2300} = 214,63 \text{ [kg]} \quad (7.2-1)$$

El cual es un 54% de la masa total sobre el eje trasero.

$$m_d = 400 \cdot \frac{1065,88}{2300} = 185,37 \text{ [kg]} \quad (7.2-2)$$

Y un 46% de la masa total sobre el eje delantero.

Cada rueda del eje trasero soportara una masa de:

$$m_t = \frac{m_t}{2} = \frac{214,63}{2} = 107,315 \text{ [kg]} \quad (7.2-3)$$

La rueda delantera soporta toda la masa puesto que es una sola, por tanto, $m_d = 185,37 \text{ [kg]}$.

7.2.1 Estimación coeficientes de rigidez neumáticos

Para hallar el coeficiente de rigidez de los neumáticos se toma como referencia los datos experimentales del artículo realizado por (Mhaske, 2016) donde calculan la rigidez en unos neumáticos de rin 12 a diferentes presiones de inflado, para el caso de este proyecto se utilizan los datos para una presión de inflado de 2 y 2,4 bar.

Tabla 2.

Coefficiente de rigidez de neumáticos rin 12 a 2 bar.

Presión inflado 2 [bar]		
Carga [kg]	Def. [mm]	Rigidez [N/mm]
300	14.8	198,85
400	20.1	195,22
500	27.6	177,71
600	31.09	189,32
700	36.04	190,53
800	40.05	195,95

Nota. Tomado de P. Y., Narwade, P. A., & Nagarkar, M. P. (2016, enero). Stiffness analysis of passenger Mhaske car tire using nitrogen. *International Journal of Scientific and Research Publications*, 6(1), 143.

Tabla 3.

Coefficiente de rigidez de neumáticos rin 12 a 2,4 bar.

Presión inflado 2,4 [bar]		
Carga [kg]	Def. [mm]	Rigidez [N/mm]
300	14	210,21
400	20	196,2
500	26	188,65
600	30.5	192,98
700	34.9	196,76
800	38.3	204,90

Nota. Tomado de P. Y., Narwade, P. A., & Nagarkar, M. P. (2016, enero). Stiffness analysis of passenger Mhaske car tire using nitrogen. *International Journal of Scientific and Research Publications*, 6(1), 143.

Con estos datos se procede a estimar el coeficiente de rigidez correspondiente para cada neumático dependiendo de la carga que este soporta y la presión de inflado; para estimar la rigidez se realiza una interpolación usando los datos del experimentales.

El neumático delantero soporta una carga de 195,38 kg y una presión de inflado de 2,4 bar dando como resultado una constante de rigidez de 226269,7 N/m.

Los neumáticos traseros van a soportar una carga de 107,315 kg cada uno a una presión de inflado de 2 bar, la constante de rigidez estimada es de 205844,5 N/m.

7.2.2 Estimación coeficientes de rigidez y amortiguamiento de la suspensión

Para calcular la rigidez y la constante de amortiguamiento se parte del modelo de vibraciones libres con amortiguamiento viscoso que representa la suspensión independiente de un vehículo.

La ecuación del movimiento será de la forma

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F(t) \quad (7.2.2-1)$$

Donde m es la masa suspendida, c es la constante de amortiguamiento, k la constante de rigidez del elemento elástico y F(t) es la excitación externa al sistema.

Para este caso F(t) va a ser igual a cero cuya solución corresponde físicamente a una vibración libre amortiguada, quedando así

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0 \quad (7.2.2-2)$$

Se supone una solución de la forma $x = e^{st}$, donde s es una constante.

Sustituyendo en la ecuación tenemos

$$(ms^2 + cs + k)e^{st} = 0 \quad (7.2.2-3)$$

Que satisface para todos los valores de t cuando

$$s^2 + \frac{c}{m}s + \frac{k}{m} = 0 \quad (7.2.2-4)$$

Esta es la ecuación característica y tiene dos raíces

$$s_{1,2} = -\frac{c}{2m} \pm \sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m}} \quad (7.2.2-5)$$

Y la solución general es dada por

$$x = Ae^{s_1 t} + Be^{s_2 t} \quad (7.2.2-6)$$

En donde A y B son constantes que deben evaluarse por medio de las condiciones iniciales.

Entonces se sustituye la ecuación (7.2.2-5) en (7.2.2-6), quedando de la siguiente forma

$$x = e^{-(c/2m)t} (Ae^{\sqrt{(c/2m)^2 - k/m} t} + Be^{\sqrt{(c/2m)^2 - k/m} t}) \quad (7.2.2-7)$$

Para esta ecuación se tiene 3 casos

- Sobre-amortiguado: cuando el término $(c/2m)^2$ es mayor a k/m , los términos de los exponenciales son reales y no se producen oscilaciones
- Sub-amortiguado: cuando el término $(c/2m)^2$ es menor a k/m , el exponente se vuelve imaginario.
- Amortiguamiento crítico: el valor de c que anula el radical

Para el amortiguamiento crítico c_c , el radical de la ecuación (7.2.2-7) es cero, por tanto

$$\left(\frac{c_c}{2m}\right)^2 = \frac{k}{m} = w_n^2 \quad (7.2.2-8)$$

Despejando c_c

$$c_c = 2\sqrt{km} = 2mw_n \quad (7.2.2-9)$$

La razón de amortiguamiento es dada por

$$\zeta = \frac{c}{c_c} \quad (7.2.2-10)$$

Para el caso sub-amortiguado se tiene que la frecuencia fundamental de vibración del sistema amortiguado está dada por

$$w_n = \sqrt{\frac{k}{m} - \left(\frac{c}{2m}\right)^2} \quad (7.2.2-11)$$

Basado en la norma de vibraciones y choques mecánicos ISO 2631-1 del numeral 4.4. la frecuencia fundamental para el sistema de suspensión debe estar en un rango de 0,5 a 80 Hz, para este caso se va a tomar la frecuencia natural como 1 Hz. Para la razón de amortiguamiento esta se estima de 0.25 para tener una suspensión cómoda para el usuario.

Teniendo en cuenta que el coeficiente de amortiguación cambia poco la frecuencia fundamental se puede encontrar el valor de la rigidez, utilizando la ecuación (7.2.2-8) para amortiguamiento crítico, y haciendo que w_n sea $2\pi f$, donde f es 1 Hz, se tiene que K es

$$k = 4\pi^2 m \quad (7.2.2-12)$$

Además, utilizando las ecuaciones (7.2.2-9) y (7.2.2-10) tiene

$$0,25 = \frac{c}{2\sqrt{km}} \quad (7.2.2-13)$$

Resolviendo estas ecuaciones para la suspensión delantera que soporta una masa de 185,37 kg, los valores de k y c son:

$$k_f = 7318,114 \text{ N/m}$$

$$c_f = 583 \text{ N}\cdot\text{s/m}$$

Para la suspensión trasera que soporta una masa de 107,315 kg en cada rueda se los valores de k y c son:

$$k_r = 4236,62 \text{ N/m}$$

$$c_r = 337,14 \text{ N}\cdot\text{s/m}$$

7.2.3 Selección conjunto muelle-amortiguador

Para la selección del conjunto muelle-amortiguador se deben tener en cuenta los cálculos realizados en el anterior apartado del proyecto y la geometría especificada, dando como resultado lo siguiente:

- Rigidez para rueda delantera = $7318,114 \text{ N/m}$
- Coeficiente de amortiguación delantero = $583 \text{ N}\cdot\text{s/m}$
- Recorrido delantero = 111,26 mm
- Rigidez para ruedas traseras = $4236,62 \text{ N/m}$
- Coeficiente de amortiguación trasero = $337,14 \text{ N}\cdot\text{s/m}$
- Recorrido trasero = 93,75 mm

7.2.3.1 Conjunto muelle amortiguador delantero. Para la rueda delantera se opta por elegir la Öhlins RXF48 Horquilla delantera MX FFX 0205 que cuenta con las siguientes especificaciones.

- Longitud total = 940 mm
- Recorrido = 298 mm
- Rigidez del muelle = 4,3 N/mm

Figura 30.

Horquilla para suspensión delantera



Nota. Tomado de ANDREANI MHS IBERICA, S.L. Öhlins RXF48 Horquilla delantera MX FFX 0205. Recuperado de <https://andreamhs.com/productos/rxf48-mx-suzuki-rm-z-250450ffx-0205>

En este tipo de horquilla es posible ajustar la amortiguación para que cumpla con el valor requerido, en cuanto a la rigidez se tiene un coeficiente de 4,3 N/mm para cada muelle, por consiguiente, el coeficiente de rigidez total será de 8,6 N/mm, el cual es un valor cercano al que se calculó anteriormente.

7.2.3.2 Conjunto muelle amortiguador trasero. Para cada una de las ruedas traseras se opta por elegir amortiguadores para motocicletas, la referencia elegida es Öhlins STX 36 classic.

- Longitud total = 360 mm
- Recorrido = 107 mm
- Rigidez del muelle= 12 N/mm

Figura 31.

Conjunto muelle-amortiguador para la suspensión trasera



Nota. Tomado de ANDREANI MHS IBERICA, S.L. STX 36 Pareja amortiguadores clásicas. Recuperado de <https://andreamhs.com/productos/stx-36-apareja-amortiguadores-clasicas-cc-606>

En este caso también es posible ajustar el valor de la amortiguación para que se acerque bastante a la calculada, en el caso del muelle la referencia se aleja del valor calculado para la rigidez, pero cuenta con un recorrido que se ajusta a la geometría de la suspensión.

Para conocer si el cambio en los valores de rigidez afecta de manera negativa el confort de los pasajeros, se va a analizar el comportamiento de la suspensión ante una perturbación.

7.3 Comportamiento de la suspensión ante una perturbación

Con los datos obtenidos ya se podrá simular el comportamiento del sistema ante una perturbación, para este proyecto la perturbación al sistema va a ser un reductor de velocidad, teniendo en cuenta que el vehículo va a ser principalmente para uso dentro de ciudades.

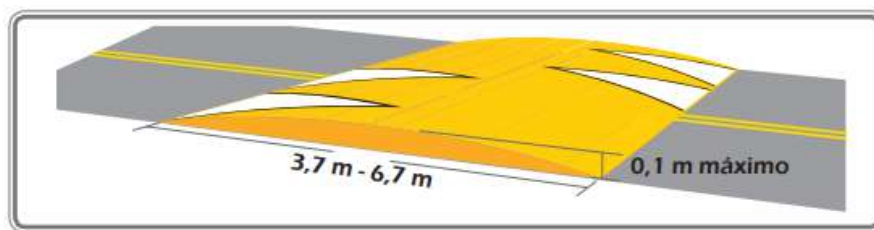
7.3.1 Simulación en Matlab R2021a

Para la simulación del sistema se va a utilizar el modelo de 6 grados de libertad planteado en capítulos anteriores, en donde se va a escribir las ecuaciones en su forma de espacio de estados, para posteriormente utilizando Simulink se le dé al espacio de estados la entrada correspondiente, en este caso, la función que describe el reductor de velocidad y así obtener el comportamiento de la suspensión en esa situación.

7.3.1.1 Caracterización del resalto. El resalto que se utiliza como perturbación es de tipo parabólico o circular; las dimensiones del resalto según el manual de señalización colombiano del 2015 son las siguientes.

Figura 32.

Dimensiones resalto



Nota. Tomado de Ministerio de transporte, 2015. *Manual de señalización vial* (p. 661)

Para la simulación se elige una distancia horizontal de 5 m y una distancia vertical de 0,1 m.

Luego se procede a modelar el resalto como una función de segundo grado de la forma $ax^2 + bx + x$, dando como resultado

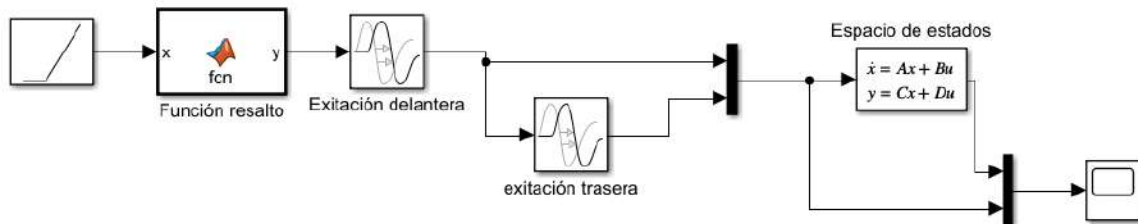
$$\frac{2}{125}x^2 + \frac{2}{25}x \quad (7.3.1.1-1)$$

Donde el dominio que se va a utilizar como entrada es de $0 \leq x \leq 5$.

7.3.1.2 Modelo simulink. El modelo que se plantea para la simulación es el siguiente:

Figura 33.

Modelo simulink



Nota. Modelo de simulink planteado para la simulación

En la figura se tiene la entrada al sistema en el bloque llamado función resalto, que contiene la función previamente caracterizada; puesto que el sistema necesita de dos entradas, una para la rueda delantera y otra para las dos traseras, se adicionan dos bloques llamados transport delay los cuales cumplen con la función de dar la misma entrada después de un tiempo determinado; para estimar el tiempo de separación entre las dos entradas se calcula el tiempo que se demoran en iniciar el contacto con el resalto las ruedas de atrás luego de que la rueda de adelante hiciera contacto con el mismo, para este cálculo se toma la velocidad del vehículo y la distancia que hay entre las ruedas del mismo. A continuación, estas perturbaciones entran en el bloque de espacio de

estados donde están contenidas las matrices y los parámetros planteados en el modelo de 6 grados de libertad, para posteriormente dar la respuesta del sistema.

La velocidad del vehículo para la simulación es de 2 m/s y teniendo en cuenta que la distancia entre ruedas es de 1,8 m, se tiene que el tiempo que se demoran las ruedas de atrás en iniciar contacto con el resalto es de 0,9 s.

7.3.2 Respuesta del sistema

Los valores de los parámetros para la simulación son los siguientes:

- $k_f=8600$ N/m
- $k_r=12000$ N/m
- $c_f=583$ N·s/m
- $c_r=338$ N·s/m
- $a_1=1.06888$ m
- $a_2=1.23412$ m
- $b=0.410$ m
- $m=400$ kg
- $m_f=16$ kg
- $m_r=18$ kg
- $k_{tf}=226269.7$ N/m
- $k_{tr}=205844.5$ N/m
- $I_x=25.636285$ kg·m²
- $I_y=113.85017$ kg·m²

Se va a analizar el la posición y la velocidad del centro de masa del chasis del vehículo en dos casos, en el primer caso se realiza la simulación teniendo como entradas al sistema el resalto modelado anteriormente, y en segundo caso se tiene como entrada la función de escalón unitario.

- Desplazamiento vertical del chasis al pasar por el resalto.

Para este caso la matriz de salida C es:

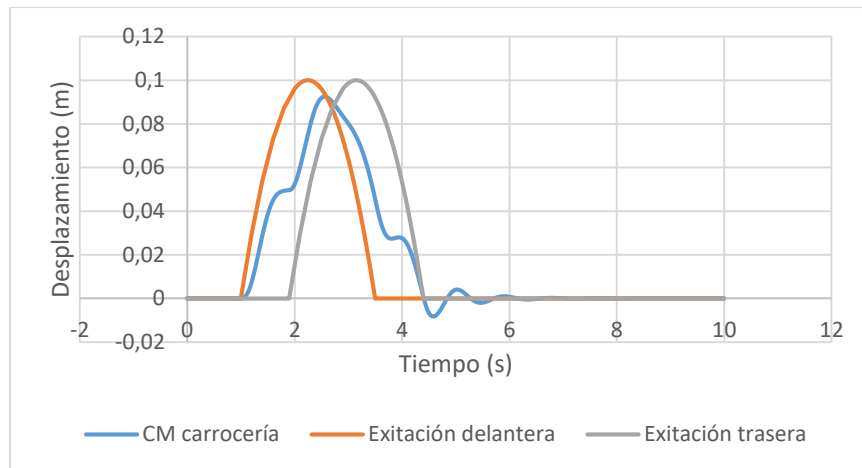
$$C = [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$$

Y la matriz de transmisión directa D es una matriz nula de 1x2.

Se tiene como resultado la siguiente gráfica.

Figura 34.

Desplazamiento vertical centro de masa de la carrocería



En la figura se puede ver el desplazamiento vertical del centro de masas de la carrocería, se puede observar que cuando el vehículo pasa por el resalto el chasis sube y tiene un desplazamiento máximo de 0,092 m.

Cuando el vehículo pasa completamente por el resalto se puede apreciar que el chasis presenta oscilaciones amortiguadas en la respuesta transitoria, que tiene un tiempo de

establecimiento de aproximadamente 2 segundos y cuenta con un pico máximo de $-7,875e^{-3}$ m de caída de la masa suspendida en un tiempo aproximado de 4,5 segundos de la simulación.

- Velocidad del centro de masa del chasis al pasar por el resalto

Para este caso la matriz de salida C es:

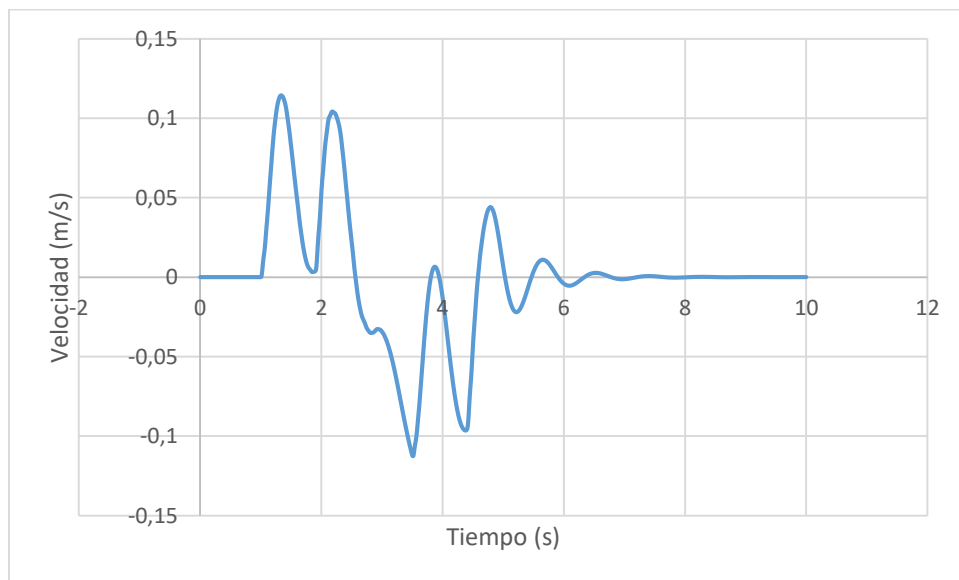
$$C = [0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

Y la matriz de transmisión directa D es una matriz nula de 1x2.

Se tiene como resultado la siguiente gráfica

Figura 35.

Velocidad centro de masa del chasis al pasar por resalto



En la figura se observa la velocidad que toma el centro de masa del chasis cuando pasa por el resalto, la velocidad máxima que alcanza el chasis es de 0,1143 m/s y esta se da aproximadamente en el segundo 1,4, donde la rueda delantera del vehículo está empezando la subida por el bache.

Luego de que las dos ruedas pasaron por el bache la velocidad del chasis presenta oscilaciones amortiguadas, donde se tiene tiempo de establecimiento de 2,5 s aproximadamente y un pico máximo de 0,094 m/s en el segundo 4,4 de la simulación.

- Desplazamiento vertical del chasis ante la función escalón unitario.

Para este caso la matriz de salida C es:

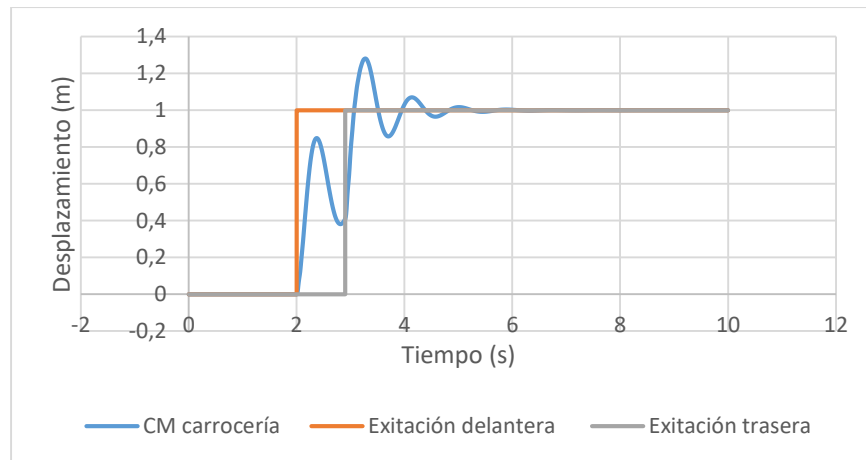
$$C = [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$$

Y la matriz de transmisión directa D es una matriz nula de 1x2.

Se tiene como resultado.

Figura 36.

Desplazamiento centro de masa del chasis ante entrada escalón



En la figura se ve el desplazamiento del chasis cuando se tienen como entradas dos funciones escalón unitarias, en este caso también se tiene un tiempo entre entradas, el cual es de 1 segundo.

El desplazamiento máximo del chasis se da aproximadamente a los 3,3 segundos de simulación, teniendo un valor de 1,28 m, y se tiene un tiempo de establecimiento de 2,2 segundos aproximadamente.

- Velocidad del chasis ante la función escalón unitario.

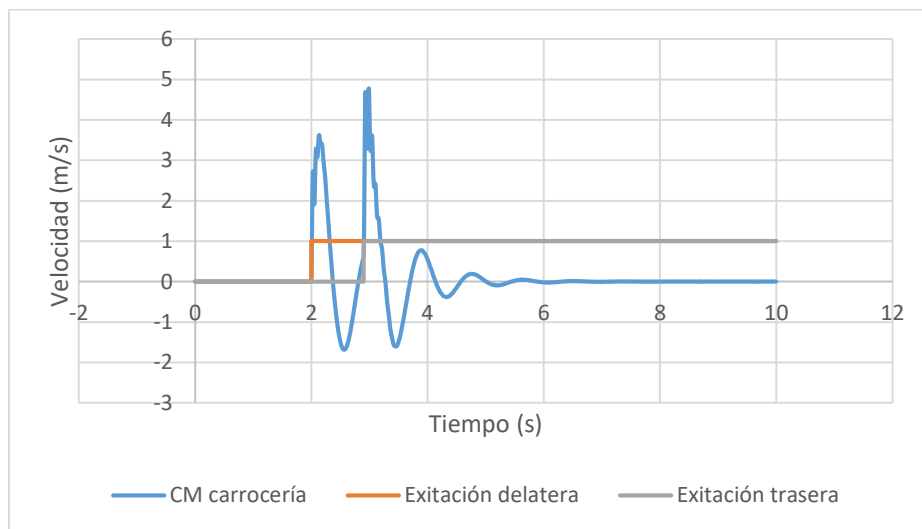
La matriz de salida en este caso es:

$$C = [0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$$

Y la matriz de transmisión directa D es una matriz nula de 1x2.

Figura 37.

Velocidad centro de masa chasis ante entrada escalón



Se puede ver en la figura la velocidad del centro de masa del chasis ante las dos entradas escalón, la velocidad máxima que se tiene en este caso se da aproximadamente a los 3 segundos de simulación donde se da una velocidad de 4,7 m/s, que se da cuando entra al sistema la segunda función escalón y tiene un tiempo de establecimiento de unos 2,6 segundos.

- Se analiza también el desplazamiento vertical de la rueda delantera y las traseras.

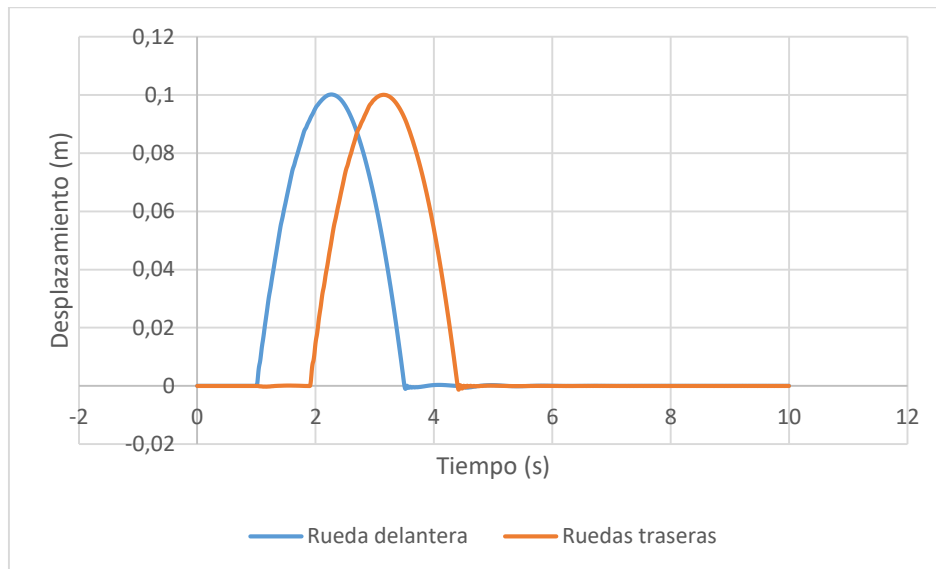
La matriz de salida en este caso es:

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Y la matriz de transmisión directa D es una matriz nula de 2x2.

Figura 38.

Desplazamiento vertical rueda delantera y trasera



En la figura se ve en amarillo el desplazamiento vertical de la rueda delantera y en azul el de las ruedas traseras, se puede apreciar que cuando la rueda delantera inicia el desplazamiento las ruedas de atrás se desplazan un poco hacia abajo, como es esperado.

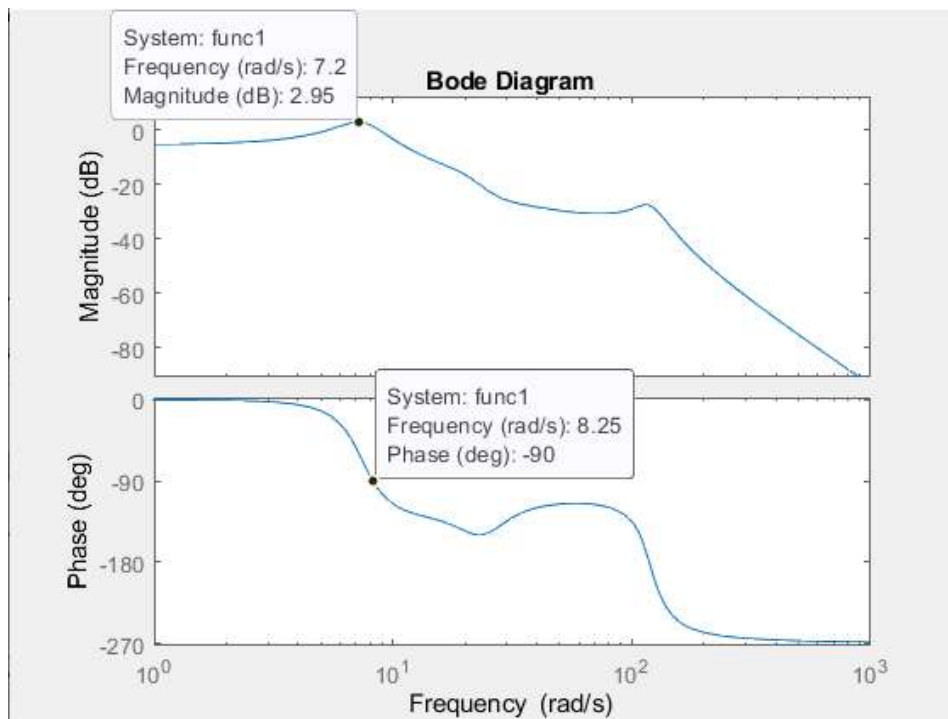
Cuando las ruedas, tanto delanteras como traseras superan completamente el resalto estas tienen un comportamiento oscilatorio amortiguado.

7.3.2.1 Frecuencia natural masa suspendida. Un factor muy importante para la suspensión del vehículo es el confort del pasajero, como ya se había mencionado, para esto se analizan las frecuencias naturales del sistema, también teniendo como entradas las excitaciones provocadas por el resalto.

Utilizando Matlab se grafica un diagrama de bode para caracterizar la respuesta en frecuencia de la masa suspendida ante el resalto, dando como resultado lo siguiente.

Figura 39.

Diagrama de bode ante resalto



En el diagrama de bode se pueden ver dos gráficas, una es la del logaritmo de la magnitud de la función de transferencia sinusoidal y la otra representa la gráfica del Angulo de fase, ambas dibujadas con respecto a la frecuencia en escala logarítmica. CONTROL MODERNO OGATA

Para conocer la frecuencia natural del sistema se debe ir al diagrama de fase, donde esta se encuentra cuando la fase tiene un valor de -90 grados, para el sistema propuesto la frecuencia natural es de $8,25$ rad/s.

Además de la frecuencia natural, el diagrama de bode nos da también la frecuencia de resonancia que tiene el sistema, en este caso, la frecuencia de resonancia se da en $7,2$ rad/s y el valor pico de resonancia es de $2,95$ dB.

Una vez obtenida la frecuencia natural de la masa suspendida, se tiene que comparar con la norma de vibraciones y choques mecánicos ISO 2631-1 para comprobar si la frecuencia del vehículo se encuentra dentro del rango saludable para los pasajeros, para esto debemos conocer la frecuencia natural en Hz, dividiendo la obtenida en rad/s en 2π .

$$w_n = \frac{8,25}{2\pi} = 1,31 \text{ Hz} \quad (7.3.2-1)$$

Según la norma ISO 2631-1 el rango de bienestar y saludable para el pasajero va de $0,5$ Hz a 50 Hz, como la frecuencia natural del vehículo es de $1,31$ Hz se comprueba que está dentro del rango y, por lo tanto, es una frecuencia aceptable para la suspensión. Asociación Española de Normalización y Certificación. (2008).

7.4 Transferencia de masa en dinámica

Para realizar un análisis estructural de las diferentes piezas que componen el sistema de suspensión es preciso estudiar las diferentes transferencias de masas del vehículo cuando se encuentra en movimiento.

A continuación, se estudiará en profundidad la dinámica del vehículo en sus acciones más habituales a la hora de circular, en aceleración y frenado.

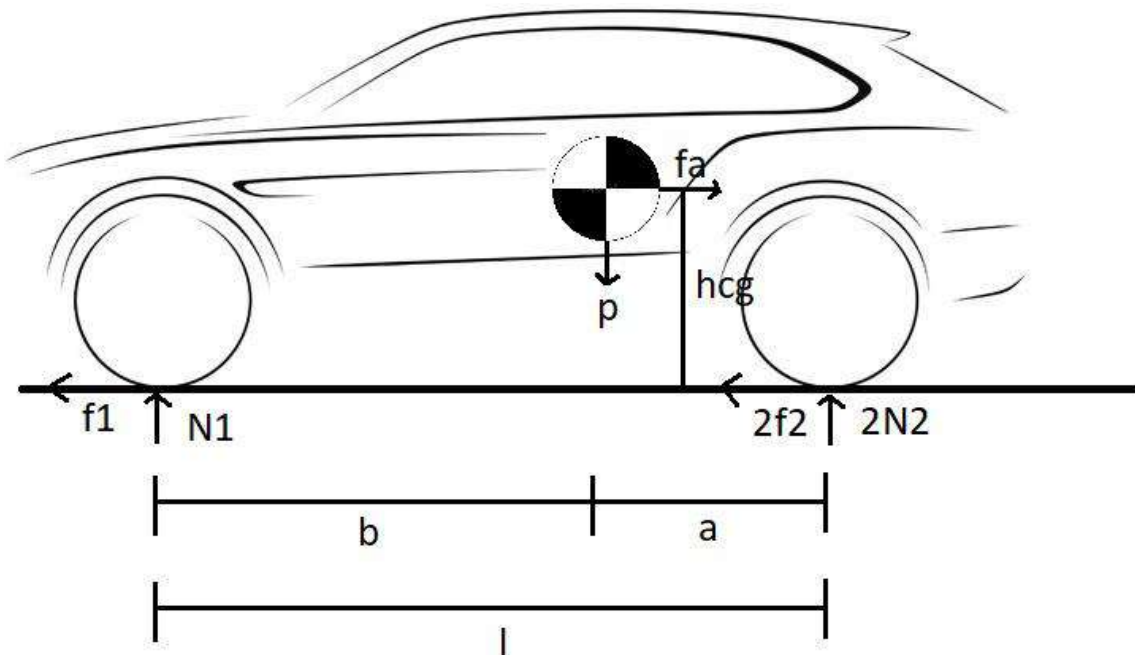
7.4.1 Transferencia de masa longitudinal en aceleración

En el momento que un vehículo acelera, es posible observar cómo se produce un momento de giro el cual tiende a cargar el eje trasero y disminuir la carga en el delantero, aumentando así la fuerza normal en las ruedas traseras y por lo tanto generando una mayor fuerza de rozamiento entre el suelo y los neumáticos.

Al momento de calcular la carga que se ejerce sobre las ruedas durante la aceleración se parte de un modelo simplificado en el cual se supone suspensión rígida (despreciando efectos debidos al cabeceo).

Figura 40.

Diagrama de cuerpo libre simplificado en aceleración



El diagrama de cuerpo libre anterior nos permite calcular los momentos respecto a los puntos de contacto rueda-suelo, que deben ser cero.

Se consideró el cuerpo libre de todo el vehículo en completo para que así la masa y posición del centro de gravedad sean los totales

Para iniciar con los cálculos se hará una sumatoria de fuerza en ambos ejes igual a cero.

$$\sum F_x = 0;$$

$$F_1 + 2F_2 - F_a = 0 \quad (7.4.1.-1)$$

$$\sum F_y = 0;$$

$$N_1 + 2N_2 - P = 0 \quad (7.4.1.-2)$$

En el eje horizontal se encuentra la fuerza F_a la cual depende del vehículo y del modo de aceleración, para esto se supondrá una aceleración perfecta partiendo desde el reposo hasta una velocidad de 50km/h.

$$f_a = m * a_x \quad (7.4.1.-3)$$

Posteriormente se procede a realizar una sumatoria de momentos en el punto de contacto de la rueda delantera y se iguala a cero, obteniendo así:

$$\sum M_1 = 0;$$

$$(2 * N_2 * l) - (P * b) - (F_a * h_{cg}) = 0 \quad (7.4.1.-4)$$

Donde:

- h_{cg} : es la altura del centro de gravedad al suelo.
- F_a : es la fuerza debida a la aceleración.
- P : peso total del vehículo aplicado en el centro de gravedad.

- b : es la distancia en el eje horizontal desde el centro de gravedad hasta el punto de contacto rueda-suelo delantero.

- N_2 : es la transferencia de carga que aparece el punto de contacto rueda-suelo trasero

- N_1 : es la transferencia de carga que aparece el punto de contacto rueda-suelo delantero.

- l : distancia entre ejes

Acto seguido se procede a despejar N_2 y N_1 de las ecuaciones (7.4.1.-2) y (7.4.1.-4).

$$N_2 = \frac{(P * b) + (F_a * h_{cg})}{2 * l}$$

$$N_1 = \frac{P}{2} - N_2$$

Por último, se sustituye por los valores del vehículo y se obtienen los valores de las cargas en el punto de contacto de ambos ejes para la transferencia de carga en aceleración.

$$N_2 = \frac{(3924N * 0.99m) + (1424N * 0.31429m)}{2m * 1.8m}$$

$$N_1 = \frac{3924N}{2m} - N_2$$

Obteniendo así:

$$N_2 = N \text{ trasera} = 1203.41 N$$

$$N_1 = N \text{ Delantera} = 758.59 N$$

7.4.2 Transferencia de masa longitudinal en frenado

En el momento en que un vehículo realiza una acción de frenado, aparecerá una fuerza de inercia, la cual actúa en el centro de gravedad, esta fuerza será paralela a la superficie de rodadura y lleva el sentido del avance del vehículo.

$$f_i = m * a_{xf} \quad (7.4.2.-1)$$

Para realizar los cálculos se considera una frenada de 1G y se parte del hecho que la física del frenado es muy similar a la de aceleración.

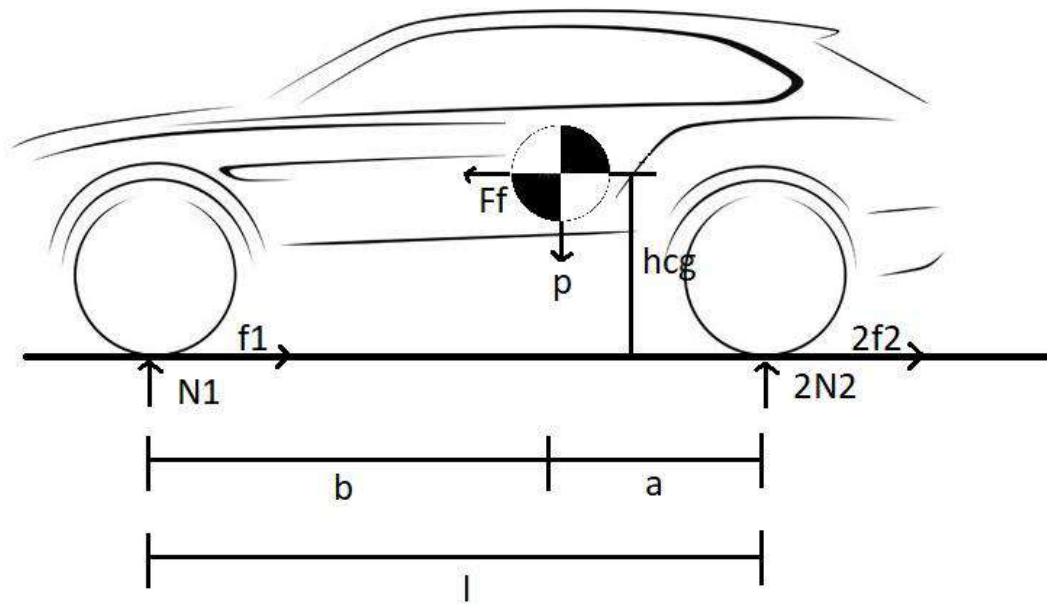
Se procede entonces a calcular la fuerza debida a la frenada, a partir de una masa aproximada del vehículo de 400 kg y el supuesto de frenada de 1G.

$$f_i = f_f = m * a_{xf} = 3924N \quad (7.4.2.-1)$$

Conociendo ya la fuerza de inercia se procede a analizar el diagrama de cuerpo libre.

Figura 41.

Diagrama de cuerpo libre simplificado en frenado



Se procede a plantear las ecuaciones de equilibrio:

$$\sum F_x = 0;$$

$$F_f - F_1 - 2F_2 = 0 \quad (7.4.2.-3)$$

$$\sum Fy = 0;$$

$$N_1 + 2N_2 - P = 0 \quad (7.4.2.-4)$$

$$\sum M1 = 0;$$

$$(2 * N_2 * l) - (P * b) + (F_f * h_{cg}) = 0 \quad (7.4.2.-5)$$

Acto seguido se procede a despejar N_2 y N_1 de las ecuaciones (7.4.2.-4) y (7.4.2.-5).

$$N_2 = \frac{(P * b) - (F_f * h_{cg})}{2 * l}$$

$$N_1 = \frac{P}{2} - N_2$$

Por último, se sustituye por los valores del vehículo y se obtienen los valores de las cargas en el punto de contacto de ambos ejes para la transferencia de carga en aceleración.

$$N_2 = \frac{(3924N * 0.99m) - (3924N * 0.31429m)}{2m * 1.8m}$$

$$N_1 = \frac{3924N}{2m} - N_2$$

Obteniendo así:

$$N_2 = N \text{ trasera} = 736.84$$

$$N_1 = N \text{ Delantera} = 1225.16$$

7.4.3 Cálculo antivuelco

Este cálculo nos permite garantizar la estabilidad del vehículo en curva, además permite realizar una nueva distribución de masas en caso de fallo.

$$\beta = \tan^{-1} \left(\frac{t}{2 * h} \right) \quad (7.4.3.-1)$$

Donde:

t: ancho de vía

h: altura del centro de gravedad

β : inclinación máxima

reemplazando en la ecuación se obtiene

$$\beta = \tan^{-1} \left(\frac{850}{314.29 * 2} \right) = 53.51^\circ \approx 54^\circ$$

Podemos verificar que el vehículo resiste los 54 grados antes de volcar, observando así que posee un cálculo antivuelco mayor al promedio de los vehículos de su tipo.

7.4.4 Transferencia de masa lateral

En el momento en que el vehículo pasa por una curva, observamos que se presenta una fuerza centrífuga que genera que la masa se transfiera al exterior, es fundamental conocer cuánta masa se transfiere a la hora de seleccionar los materiales de fabricación de las piezas.

$$W_L = \frac{W_d}{2} + \frac{W_d * h * A_y}{t} \quad (7.4.4.-1)$$

Donde:

t: ancho de vía

h: altura del centro de gravedad

WL: peso en el eje exterior

Ay: aceleración lateral

Reemplazando

$$W_L = \frac{214,63}{2} + \frac{214,63 * 0,8 * 314,29}{850} = 170 \text{ kg}$$

El total de peso en la rueda exterior de la curva es de 170 kg para una aceleración de 0,8g.

7.4.5 Aceleración lateral

Al momento en que el vehículo pasa por una curva podemos observar que se genera una fuerza lateral en la rueda a causa de la fuerza centrífuga, la cual se debe calcular para posteriormente tener en cuenta al momento del análisis de cargas en el sistema.

Para encontrar la fuerza centrífuga del vehículo se considera una velocidad de 55 km/h y un radio de curva de 13 metros.

$$F_{lateral} = m \frac{v^2}{r} \quad (7.4.5.-1)$$

Donde:

m: masa del vehículo

r: radio de la curva

v: velocidad del vehículo

Reemplazando

$$F_{lateral} = 400 \frac{15.2778^2}{13} = 7134,95 \text{ N}$$

Por lo tanto, la fuerza lateral generada entre calzada y cada neumático sería de 2379 N.

7.4.6 Obstáculo

Es fundamental para determinar las fuerzas que actúan sobre el sistema de suspensión, tener en cuenta cuando el vehículo pasa sobre un obstáculo, se considera una velocidad de 55 km/h y que los neumáticos se mantienen en contacto en todo momento, además se considera un obstáculo triangular con pendiente de 30° Y altura de 20 cm para simplificar el cálculo.

Para encontrar la velocidad en dirección y se tiene

$$\tan(30) = \frac{V_y}{V_x} \quad (7.4.6.-1)$$

Donde $V_x = 15,2778 \text{ m/s}$

Por tanto

$$V_y = 15,2778 \tan(30) = 8,82 \text{ m/s}$$

Luego, se procede a encontrar la aceleración vertical

$$a_{vertical} = \frac{vy^2}{2h} \quad (7.4.6.-2)$$

Donde:

V_x = velocidad del vehículo

V_y = velocidad del vehículo en dirección y

h: altura del obstáculo

Se tiene entonces:

$$a_{vertical} = \frac{8,82^2}{2 * 0,2m} = 194,481 \text{ m/s}^2$$

La fuerza generada en el neumático del eje delantero sería:

$$F_{eje} = 0,2 * weje \text{ delatero} * a_{vertical} \quad (7.4.6.-3)$$

$$F_{eje} = 0,2 * 185,37kg * 194,481m/s^2 = 7210,18N$$

Por lo tanto, la fuerza en un neumático al pasar por un obstáculo sería de 7210,18 N.

La fuerza generada en los neumáticos de eje trasero sería

$$F_{eje} = 0,2 * w_{eje\ trasero} * a_{vertical}$$

$$F_{eje} = 0,2 * 214,63 kg * 194,481m/s^2 = 8348,3 N$$

Por lo tanto, la fuerza en un neumático al pasar por un obstáculo sería de 4174,15 N.

8. Análisis Estructural

En el análisis estructural, se procede a realizar un estudio a las piezas que componen el sistema de suspensión, en base a la geometría y las cargas que este soporta, que fueron definidos en los apartados anteriores; dónde se va a verificar que las piezas soportan las fuerzas a las que son sometidas, utilizando el software ANSYS.

En primera instancia se define el material del cual van a ser los componentes de la suspensión que se van a analizar, en este caso se seleccionó el acero AISI 4140, que es un acero de medio carbono aleado con cromo y molibdeno, el tendrá un acabado y procesado de temple y revenido; este tipo de acero es comúnmente utilizado en piezas que exigen elevada dureza, resistencia mecánica y tenacidad.

El material presenta las siguientes propiedades:

Tabla 4.*Propiedades mecánicas acero AISI 4140*

	Resistencia a la tensión (Kg/cm²)	Punto de cedencia (Kg/cm²)	% Elongación en 50.8 m.m.	% Reducción de área	Dureza Brinell
Recocido (815°C) 1"Ø	6680	4255	26	57	197
Normalizado (870°C) 1"Ø	14000	6680	18	47	302
2"Ø	9900	6450	17	48	285
4"Ø	8620	4885	22	57	241
Templado (840°C) Y Revenido (540°C) 1"Ø	10970	10070	16	57	311
2"Ø	9830	8140	17	60	285
4"Ø	8980	6980	19	61	277

Nota. Tomado de *acero 4140* (p.2), por Iirsacero, Iirsacero <http://iirsacero.com.mx/wp-content/uploads/2019/08/Ficha-T%C3%A9cnica-Acero-4140-iirsacero.pdf>

Cuenta con una densidad $\rho = 7850 \frac{kg}{m^3}$, un módulo de Young $E = 210000$ MPa y un coeficiente de Poisson de 0,3.

8.1 Distribución de fuerzas en los brazos de la suspensión trasera

Para realizar el estudio de las fuerzas en la suspensión trasera, se escoge un caso crítico en el cual se busca encontrar las cargas en el brazo inferior y la parte superior de la mangueta. El caso que se plantea es cuando el vehículo acelera en curva de radio 13 m a una velocidad de 55 km/h sobre un obstáculo. Con lo cual, se van a considerar las cargas por transferencia de masa

longitudinal en aceleración, transferencia de masa lateral, la carga provocada por el obstáculo y la fuerza generada por la aceleración lateral.

Las cargas en la rueda quedan así:

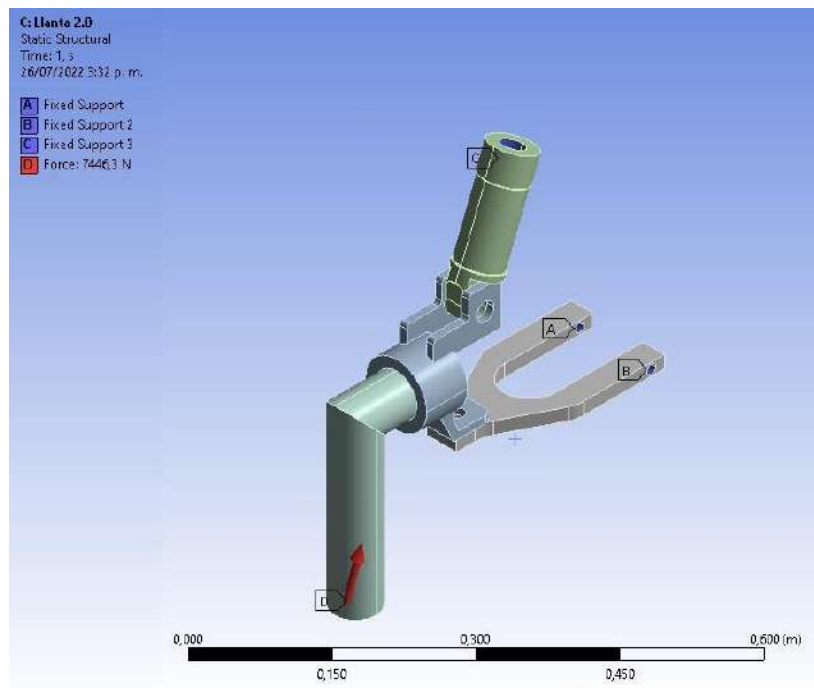
Fuerza lateral = 2379 N

Fuerza de la rueda = 7056 N

Para tener una mayor precisión en el cálculo de las cargas en los brazos del a suspensión trasera, se utiliza el software ANSYS

Figura 42.

Condición inicial de fuerzas en la suspensión trasera



Nota. En la imagen se ve la ubicación de la carga que compone la fuerza lateral y fuerza normal a la rueda, el eje que está unido a la mangueta se utiliza para representar la llanta.

Luego de definir las condiciones iniciales se procede a solucionar para encontrar las reacciones en el brazo inferior y en donde va el conjunto muelle-amortiguador.

Las fuerzas obtenidas de la simulación dan el siguiente resultado.

$$F_A = -158,48 \bar{i} - 151,04 \bar{j} - 1033,1 \bar{k}$$

$$F_B = 157,76 \bar{i} - 150,43 \bar{j} - 1031,6 \bar{k}$$

$$F_C = 0,72066 \bar{i} - 6754,5 \bar{j} - 4443,8 \bar{k}$$

Para el análisis estructural de la suspensión delantera se van a usar las fuerzas obtenidas en este apartado.

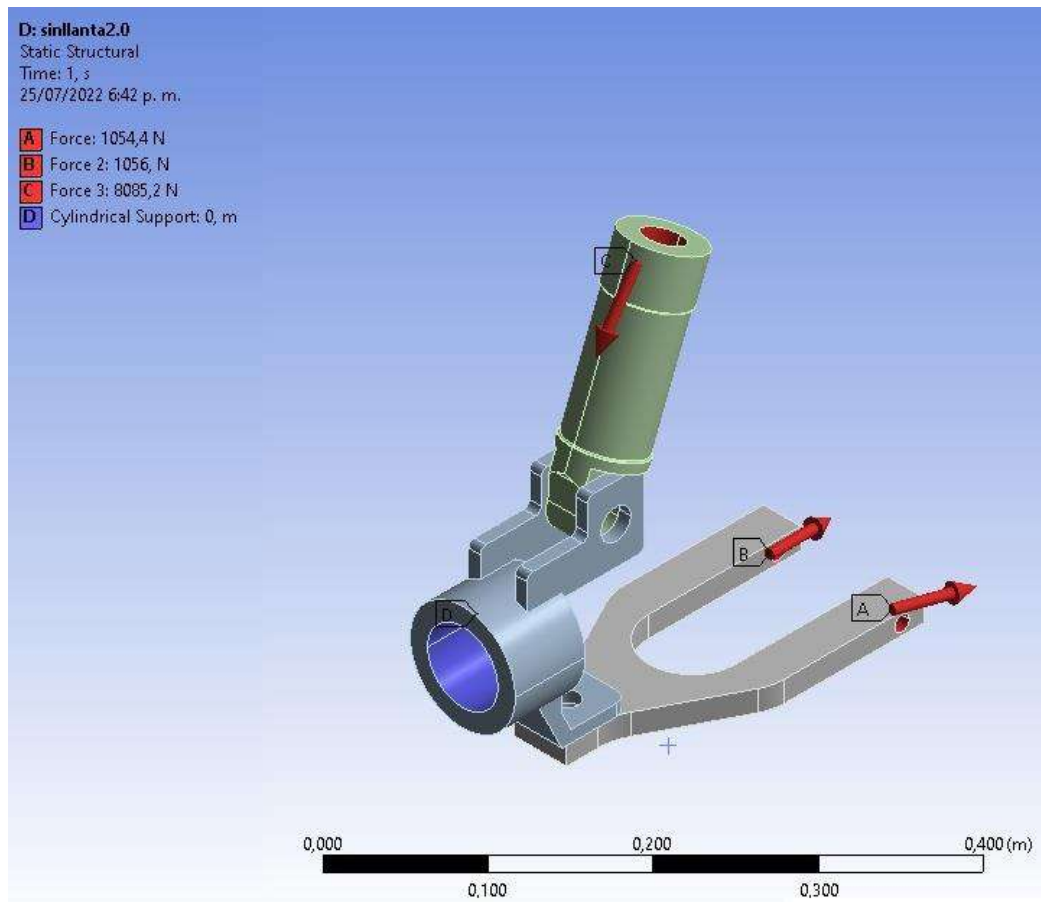
8.2 Análisis estructural suspensión trasera

Teniendo la geometría de la suspensión y las cargas a las que está sometida en el caso crítico se procede a realizar el análisis estructural por medio del método elementos finitos que utiliza el software ANSYS, en donde se va a comprobar que la suspensión tolera dichas cargas.

Los resultados de la simulación que se van a analizar son la tensión de Von Mises, la deformación total y el factor de seguridad, que no puede ser menor a dos.

Figura 43.

Vista isométrica sistema de suspensión trasero con cargas

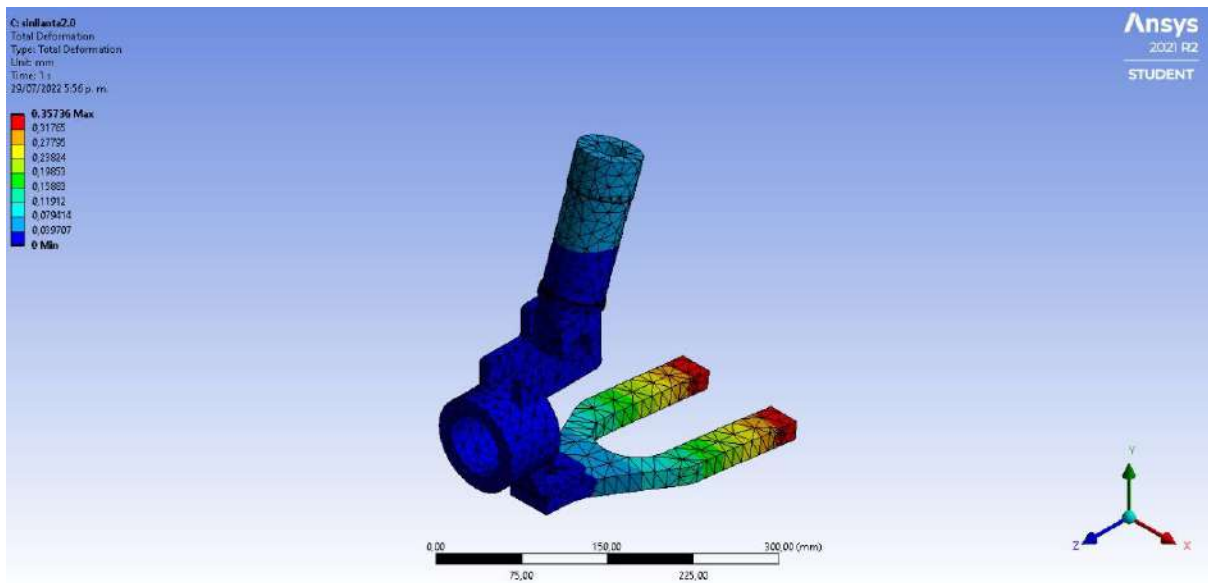


Nota. Vista isométrica del sistema de suspensión trasero con las cargas que soportan en los puntos A, B, C y empotramiento en el punto D.

Luego, se soluciona en ANSYS y se tienen los siguientes resultados.

Figura 44.

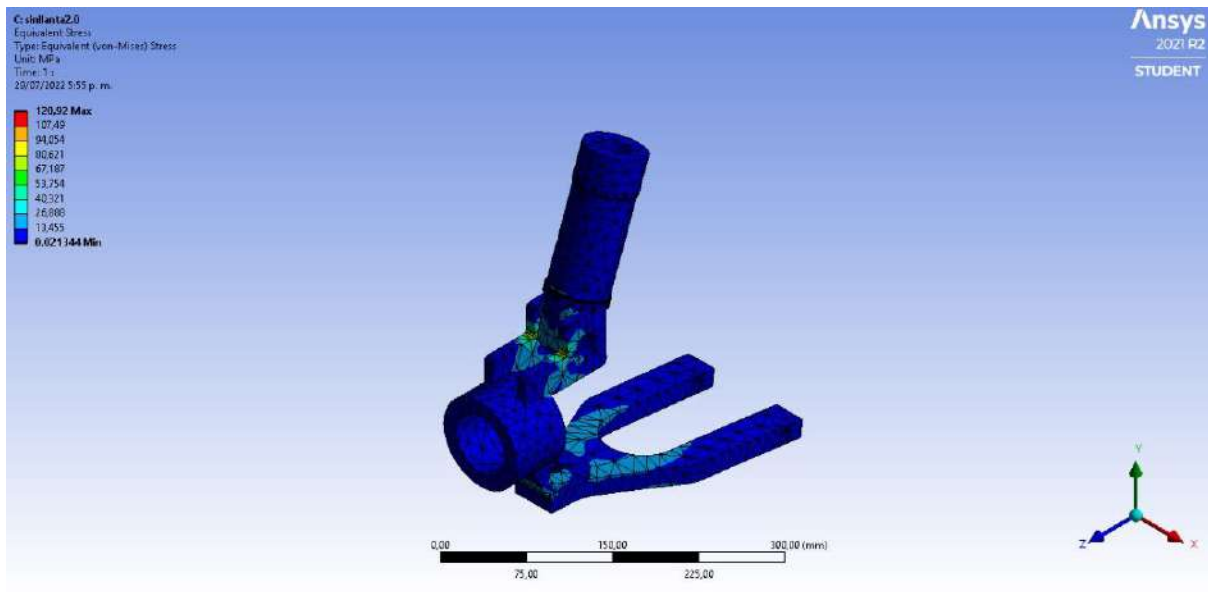
Desplazamiento total del sistema de suspensión trasero



Nota. Desplazamiento máximo de la suspensión trasera, el cual tiene un valor de 0,35736 mm.

Figura 45.

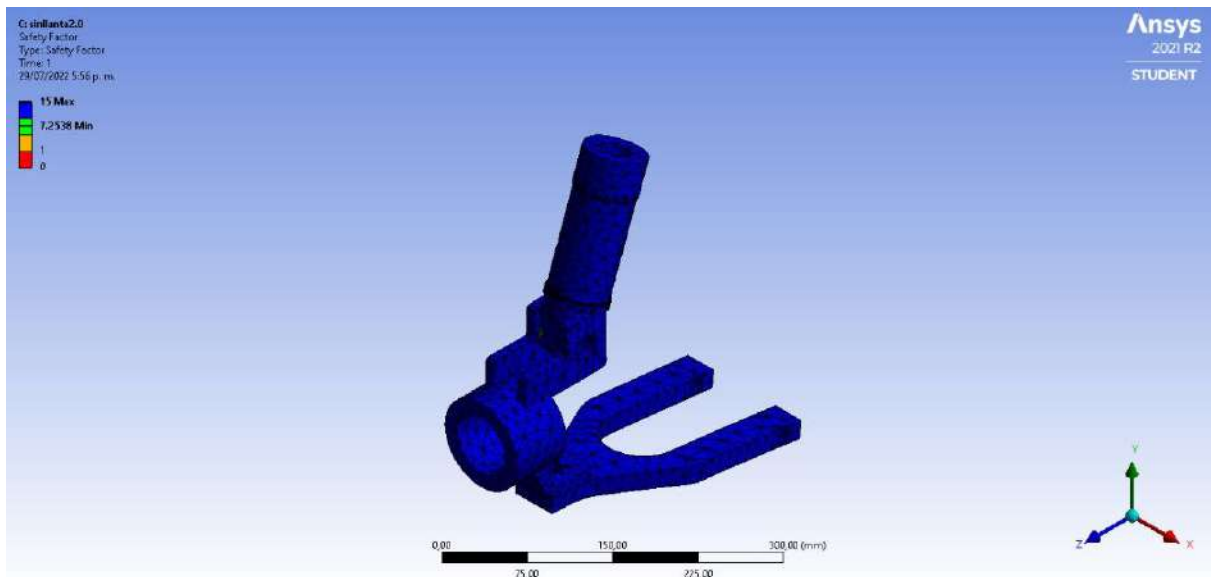
Esfuerzo máximo de la suspensión trasera



Nota. Esfuerzo máximo de la suspensión trasera con un valor de 120,92 Mpa

Figura 46.

Factor de seguridad mínimo de la suspensión trasera



Nota. Factor de seguridad mínimo de la suspensión trasera de 7,2538.

Los resultados de la simulación indican que se tiene un factor de seguridad que es bastante mayor a 2, pero se opta por dejarlo de esta manera debido a que a lo largo del proyecto se asumieron varios aspectos del diseño, por lo tanto, el sistema no va a tener problemas respecto a las cargas a las que será sometida.

8.3 Distribución de fuerzas en la suspensión delantera

Para realizar el estudio de las fuerzas en la suspensión delantera, se considera un caso crítico diferente al que se usó para la suspensión trasera, el caso crítico definido se da cuando el vehículo frena en una curva de radio 13 m a una velocidad de 55 km/h sobre un obstáculo. Por lo

tanto, se consideran las cargas por transferencia de masa longitudinal en frenado, transferencia de masa lateral, la carga provocada por el obstáculo y la fuerza generada por la aceleración lateral.

Las cargas en la rueda quedan así:

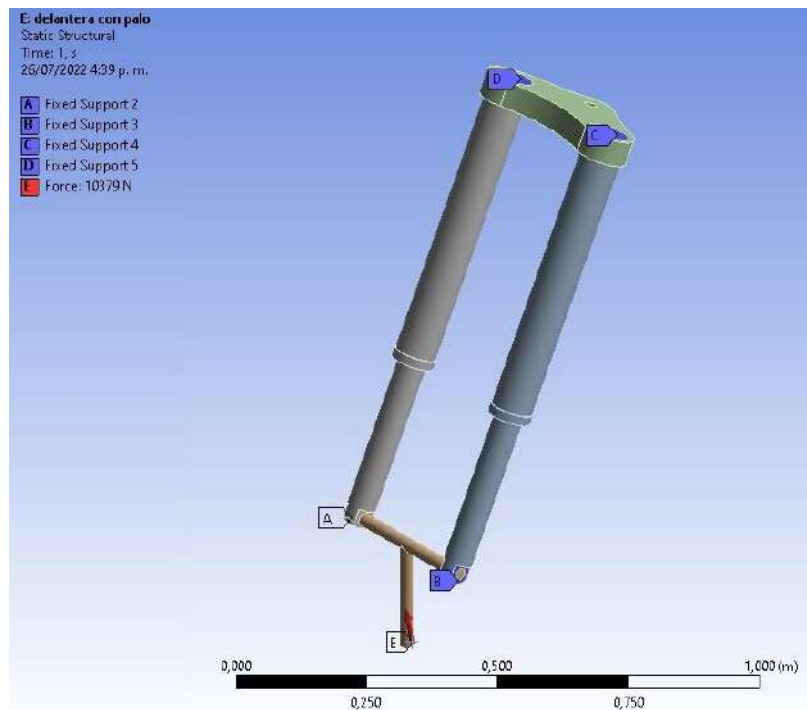
Fuerza lateral = 2379 N

Fuerza de la rueda = 10103,04 N

Para calcular las cargas en la suspensión en la suspensión delantera se tiene.

Figura 47.

Condición inicial de fuerzas en la suspensión delantera



Nota. En la imagen se ve la ubicación de la carga que compone la fuerza lateral y fuerza normal a la rueda, el eje donde se ubica la fuerza se utiliza para representar la llanta.

Luego de definidas las condiciones iniciales se procede a solucionar para encontrar las reacciones en los apoyos, dando así las siguientes fuerzas.

$$F_A = 3759 \bar{i} - 7999 \bar{j} - 380,9 \bar{k}$$

$$F_B = -635,79 \bar{i} - 1481,2 \bar{j} - 90,45 \bar{k}$$

$$F_C = -6,3536 \bar{i} - 567,18 \bar{j} + 304,18 \bar{k}$$

$$F_D = 72,982 \bar{i} - 1670,03 \bar{j} + 91,998 \bar{k}$$

Para el análisis estructural de la suspensión delantera se van a utilizar las fuerzas calculadas en este apartado.

8.4 Análisis estructural suspensión delantera

Ya definida tanto la geometría como las cargas en el caso crítico para la suspensión delantera, se procede a realizar el análisis estructural por medio del software ANSYS.

Los resultados de la simulación que se analizan son la tensión de Von Mises, la deformación total y el factor de seguridad, que no puede ser menor a dos.

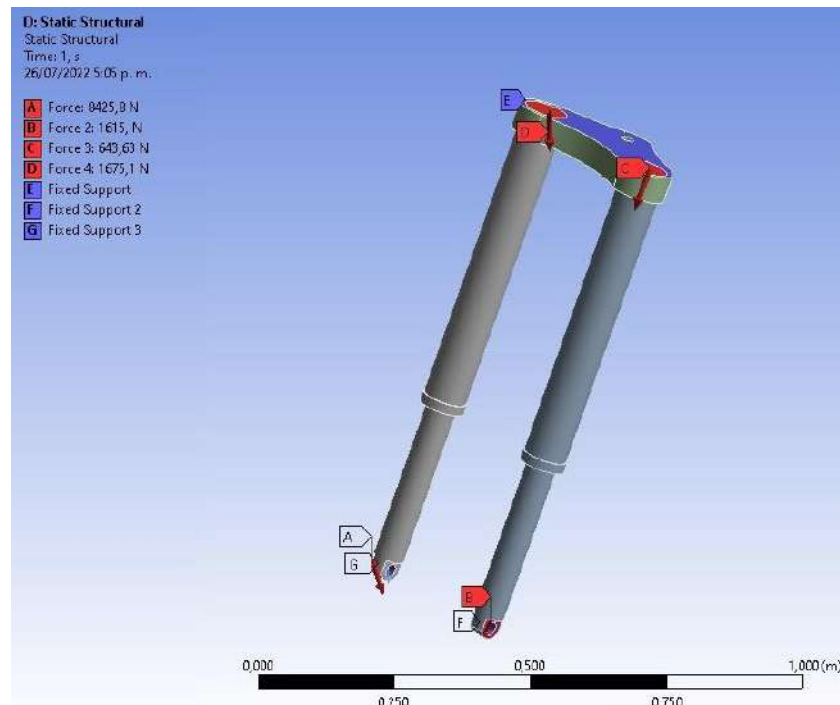
Para este caso se utiliza de material acero estructural con las siguientes propiedades.

Densidad $\rho = 7850 \frac{kg}{m^3}$, un módulo de Young $E = 200000$ MPa y un coeficiente de Poisson de 0,3.

Límite elástico de 250 Mpa y resistencia última a la tracción de 460 Mpa.

Figura 48.

Vista isométrica sistema de suspensión delantera con cargas

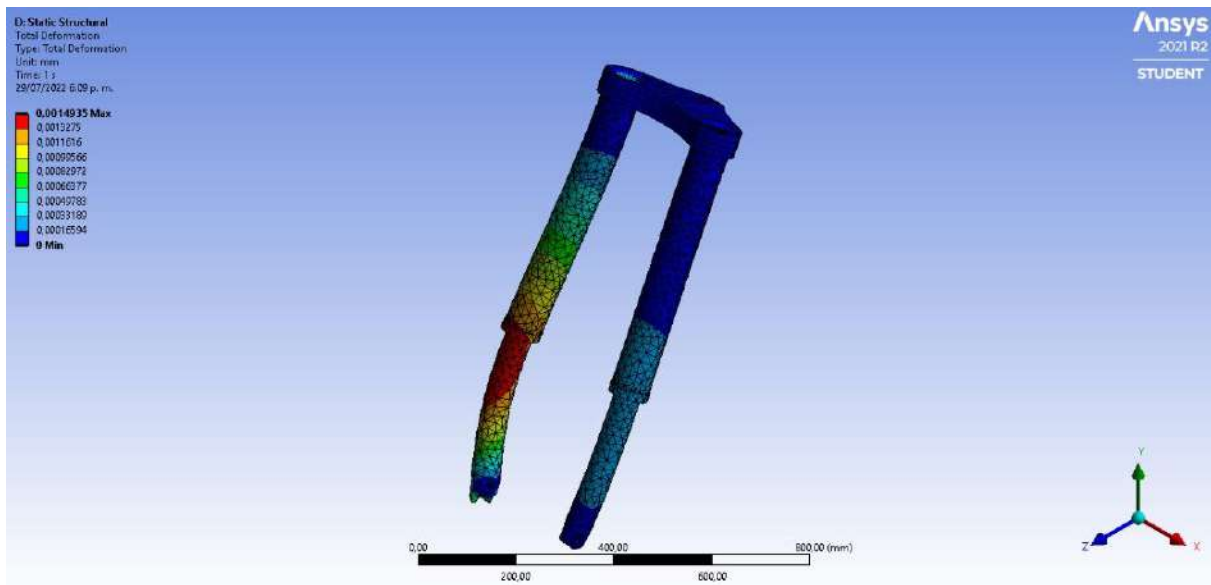


Nota. Vista isométrica del sistema de suspensión delantero con las cargas que soportan en los puntos A, B, C, D y empotramiento en los puntos E, F, G.

Luego, se soluciona en ANSYS y se tienen los siguientes resultados.

Figura 49.

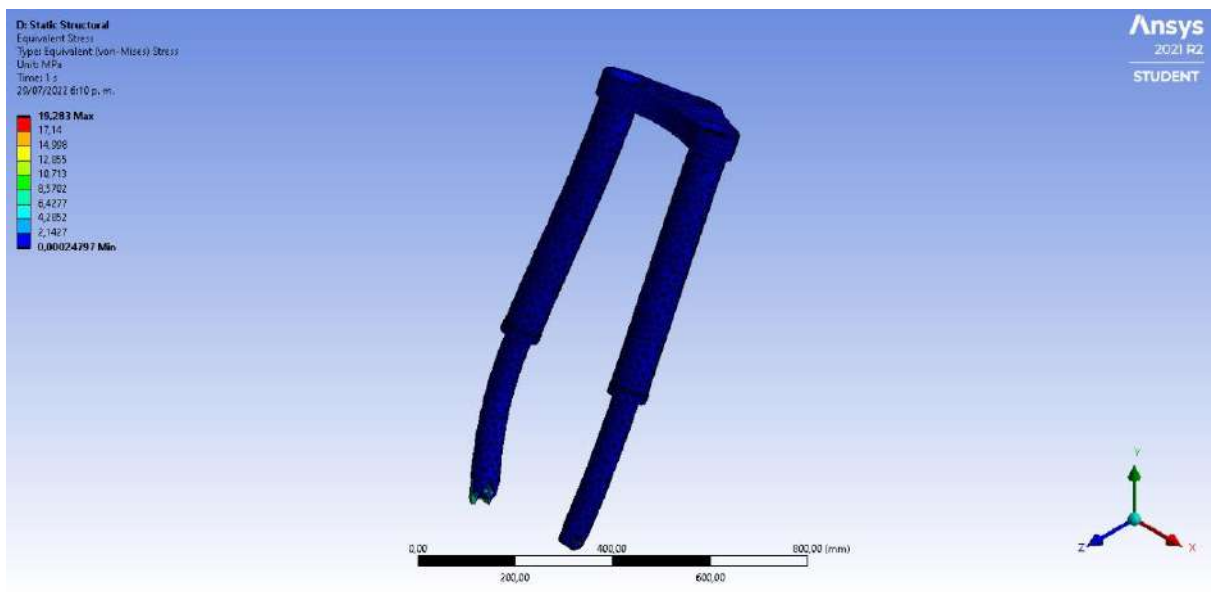
Desplazamiento total del sistema de suspensión delantero



Nota. Desplazamiento máximo de la suspensión delantera, el cual tiene un valor de $1,4935 \times 10^{-3}$ mm.

Figura 50.

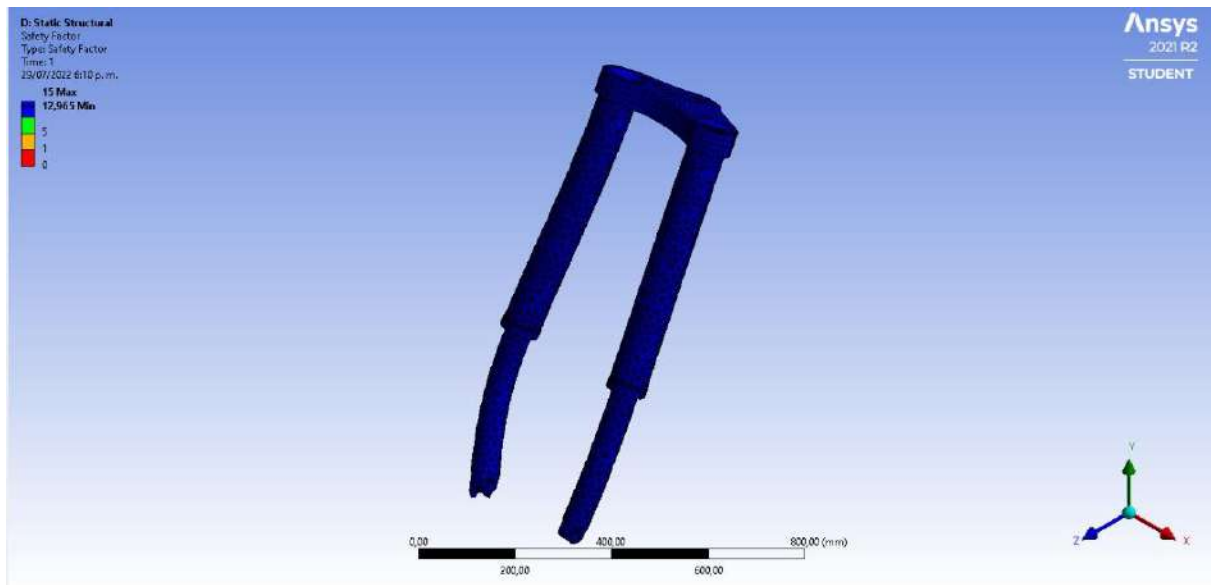
Esfuerzo máximo de la suspensión delantera



Nota. Esfuerzo máximo de la suspensión delantera con un valor de 19,283 Mpa.

Figura 46.

Factor de seguridad mínimo de la suspensión delantera.



Nota. Factor de seguridad mínimo de la suspensión delantera de 12,965.

En este caso el factor de seguridad también es bastante mayor a 2, pero nuevamente se opta por dejarlo de esta manera debido a todos los aspectos de diseño que se asumieron en el proyecto.

9. Conclusiones

Al comienzo de este proyecto se definieron los diferentes requerimientos del vehículo y se expusieron las bases teóricas de los sistemas de suspensión para cumplir con dichos requerimientos; luego de un proceso de recopilación de información, aprendizaje y estudio se puede concluir lo siguiente.

Se ha definido para el tren trasero un sistema de suspensión tipo McPherson donde se define la geometría de la suspensión teniendo en cuenta el centro de balanceo, el ángulo de caída y el ángulo de salida, concluyendo que los valores de estas variables de diseño se encuentran dentro de los rangos permisibles para el tipo de suspensión escogida, a fin de un correcto funcionamiento cinemático.

Se ha definido en el tren delantero un sistema de suspensión telescópica vertical para la cual se define su geometría en función del avance y ángulo de lanzamiento, de lo anterior se concluye que dichas variables son de vital importancia para la estabilidad y dirección del vehículo, por lo tanto, se deben encontrar dentro de un rango de valores estándar para su correcto funcionamiento.

A partir de la simulación del modelo vibratorio de cuerpo completo utilizando el software Matlab R2021a se concluye que la frecuencia natural de la carrocería se encuentra dentro de un rango saludable y de bienestar para el usuario (1,31 Hz) con el fin de dar cumplimiento a la norma de vibraciones y choques mecánicos ISO 2631-1, evidenciando que los valores de las constantes de rigidez y amortiguamiento del sistema de amortiguación se deben encontrar en torno a los valores establecidos en este proyecto que necesitan ser validados de forma experimental al momento de la construcción.

Del análisis estructural utilizando el software Ansys 2021 R2 student donde se analizó el desplazamiento y esfuerzo máximo, así como el factor de seguridad, se puede concluir que las piezas que componen el sistema de suspensión tanto trasero como delantero soportan satisfactoriamente las cargas a las que son sometidas en los casos críticos escogidos para realizar el estudio; sin embargo, es conveniente realizar un estudio de diferentes casos en el momento de la construcción del vehículo para validar la resistencia de las piezas.

10. Recomendaciones

Se recomienda para el proceso de construcción corroborar los datos obtenidos en este proyecto, utilizando el diseño real del chasis a utilizar para el vehículo.

Se recomienda realizar pruebas experimentales en los conjuntos muelle-amortiguador y neumáticos a utilizar en el vehículo para obtener los valores reales de las constantes de rigidez y amortiguamiento del sistema.

Como recomendación para una posible mejora se puede realizar una optimización tanto en el material como en la forma de algunas partes del sistema de suspensión, con el fin de obtener un mejor diseño.

Referencias Bibliográficas

- Asociación Española de Normalización y Certificación. (2008). Vibraciones y choques mecánicos Evaluación de la exposición humana a las vibraciones de cuerpo entero Parte 1: Requisitos generales. *Evaluation*, 38.
- Andreani MHS Iberica, S.L. Öhlins RXF48 Horquilla delantera MX FFX 0205. Recuperado de <https://andreamhs.com/productos/rxf48-mx-suzuki-rm-z-250450ffx-0205>
- Andreani MHS Iberica, S.L. STX 36 Pareja amortiguadores clásicas. Recuperado de <https://andreamhs.com/productos/stx-36-apareja-amortiguadores-clasicas-cc-606>
- Bajaj, (2021). Types Of Front Motorcycle Suspensions, Working And Their Differences. Recuperado el 13 de mayo 2021, de <https://www.bajajautofinance.com/blog/types-of-front-motorcycle-suspensions>
- Bono, B. C. (2017). *Modelado Y Caracterización de un sistema de suspensión en el diseño de automóviles*.
- Burguera, F. (2017). *Suspensión delantera: cómo funciona la horquilla telescópica* California motorcycle. <https://california-motorcycles.com/blogs/mecanicaharley/suspension-delantera-como-funciona-la-horquilla-telescopica>
- Dominguez., R. (2011). *Simulación en modelica de elementos mecánicos de una suspensión* (Tesis de pregrado). Universidad Carlos III, Madrid, España.
- Iirsacero. (s. f.). *Ficha técnica acero 4140*. Recuperado 21 de julio de 2022, de <http://iirsacero.com.mx/wp-content/uploads/2019/08/Ficha-T%C3%A9cnica-Acero-4140-iirsacero.pdf>

- Manoj, R. S., & Shanmugasundaram, S. Design and Analysis of Front Mono Suspension in Motorcycle.
- Melior. (2013). *MLR – Steering and Suspension e Book* (pp. 1–86).
- P. Y., Narwade, P. A., & Nagarkar, M. P. (2016, enero). Stiffness analysis of passenger Mhaske car tire using nitrogen. *International Journal of Scientific and Research Publications*, 6(1), 143.
- Motoicervices. (2019). *R-1200-GS-Telelever-set-up* Motorcycle integral services. <https://motoiservices.com/r-1200-gs-telelever-set-up/>
- Mohammadzadeh, A., & Haidar, S. (2006). Analysis and design of vehicle suspension system using MATLAB and SIMULINK. Grand Valley State University.
- Norton, R. L. (1999). Diseño de máquinas (No. TJ233. N67 1999.).
- Parlamento Europeo. (2019). *Emisiones de CO2 de los coches: hechos y cifras* Parlamento Europeo. <https://www.europarl.europa.eu/news/es/headlines/society/20190313STO31218/emisiones-de-co2-de-los-coches-hechos-y-cifras-infografia>
- Popa, C. E. (2005). *Steering System and Suspension Design for 2005 Formula SAE-A Racer Car* (Issue October).
- Pulido Laparra, C. (2014). Diseño del sistema de suspensión para un vehículo de fórmula student (Master's thesis).
- Reimpell, J., Stoll, H., & Betzler, J. W. (2001). *The automotive chassis: Engineering principles* (2.^a ed.). Society of Automotive Engineers, Inc.
- Rubio Alonso, H., & Beltrán Carrión, C. (2012). Diseño y cálculo de la columna de dirección para una motocicleta con suspensión delantera alternativa (Bachelor's thesis).

Saurabh, Y. S., Kumar, S., Jain, K. K., Behera, S. K., Gandhi, D., Raghavendra, S., & Kalita, K. (2016). Design of suspension system for formula student race car. *Procedia Engineering*, 144, 1138-1149.

Segla, S., & Roy, S. (2020). Dynamic Simulation Analysis of a Motorcycle Suspension System—Assessment of Comfort. *Manufacturing Technology*, 20(3), 373-377.

Tony Foale. (2002). Motorcycle Handling and Chassis Design. In *Motorcycle Handling and Chassis Design*.
<https://drive.google.com/file/d/1AVD4AmhGwZsfZiF6xYG6x2irKqvi5iyx/view>

Apéndices

Apéndice A. Código modelo 6 grados de libertad en Matlab R2021a

```
clear all
```

```
kf=8600;
```

```
kr=12000;
```

```
cf=583;
```

```
cr=338;
```

```
a1=1.06888;
```

```
a2=1.23412;
```

```
b=0.410;
```

```
m=400;
```

```
mf=16;
```

```
mr=18;
```

```
kf=226269.7;
```

```
ktr=205844.5;
```

```
Ix=25.636285;
```

```
Iy=113.85017;
```

```
A = [0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0];
```

$(-k_f - 2k_r)/m$ $(-c_f - 2c_r)/m$ k_f/m c_f/m k_r/m c_r/m k_r/m c_r/m 0 0 $((k_f a_1) - (2k_r a_2))/m$ $((c_f a_1) - (2c_r a_2))/m$;

0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 ;

k_f/m_f c_f/m_f $(-k_f - k_{tf})/m_f$ $-c_f/m_f$ 0 0 0 0 0 0 $(-k_f a_1)/m_f$ $(-c_f a_1)/m_f$;

0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 ;

k_r/m_r c_r/m_r 0 0 $(-k_r - k_{tr})/m_r$ $-c_r/m_r$ 0 0 $(k_r b)/m_r$ $(c_r b)/m_r$ $(k_r a_2)/m_r$ $(c_r a_2)/m_r$;

0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 ;

k_r/m_r c_r/m_r 0 0 0 0 $(-k_r - k_{tr})/m_r$ $-c_r/m_r$ $-(k_r b)/m_r$ $-(c_r b)/m_r$ $(k_r a_2)/m_r$ $(c_r a_2)/m_r$;

0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 ;

0 0 0 0 $(b k_r)/I_x$ $(b c_r)/I_x$ $-(b k_r)/I_x$ $-(b c_r)/I_x$ $-(2b^2 k_r)/I_x$ $-(2b^2 c_r)/I_x$ 0 0 ;

0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 ;

$((a_1 k_f) - (2a_2 k_r))/I_y$ $((a_1 c_f) - (2a_2 c_r))/I_y$ $(-a_1 k_f)/I_y$ $(-a_1 c_f)/I_y$ $(a_2 k_r)/I_y$ $(a_2 c_r)/I_y$

$(a_2 k_r)/I_y$ $(a_2 c_r)/I_y$ 0 0 $((-a_1^2 k_f) - (2(a_2^2 k_r)))/I_y$ $((-a_1^2 c_f) - (2(a_2^2 c_r)))/I_y$;

$B = [0$ 0 ;

0 0 ;

0 0 ;

k_{tf}/m_f 0 ;

0 0 ;

0 k_{tr}/m_r ;

0 0 ;

0 k_{tr}/m_r ;

0 0 ;

```
0 0;
```

```
0 0;
```

```
0 0;];
```

```
C= [1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
```

```
0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0];
```

```
% 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0;];
```

```
D = zeros(2 , 2);
```

```
[num1, den1]=ss2tf(A,B,C,D,1);
```

```
func1=tf(num1,den1);
```

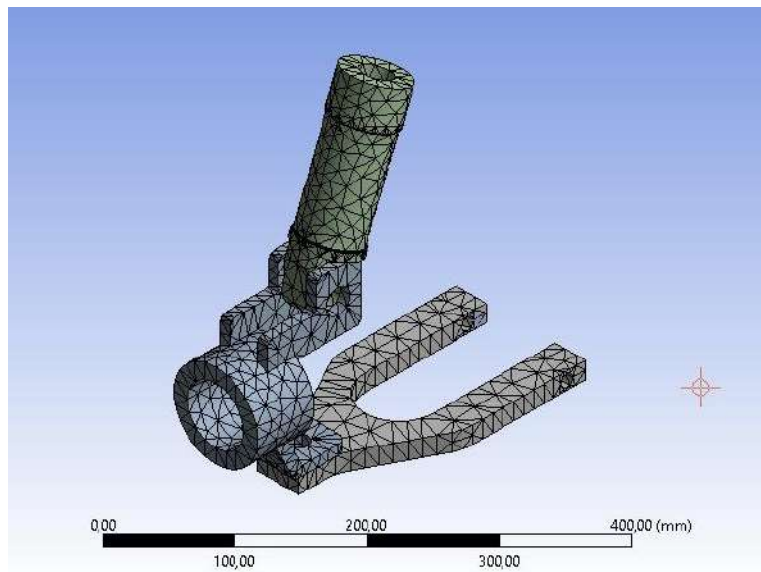
```
bode(func1);
```

Apéndice B. Código entrada resalto en Matlab R2021a

```
function y=fcn(x)
if x>=0
    if x<=5
        y =  $-(2/125)*x^2 + (2/25)*x$ 
    else
        y=0;
    end
else
    y=0;
end
```

Apéndice C. Mallado análisis estructural

Suspensión Trasera

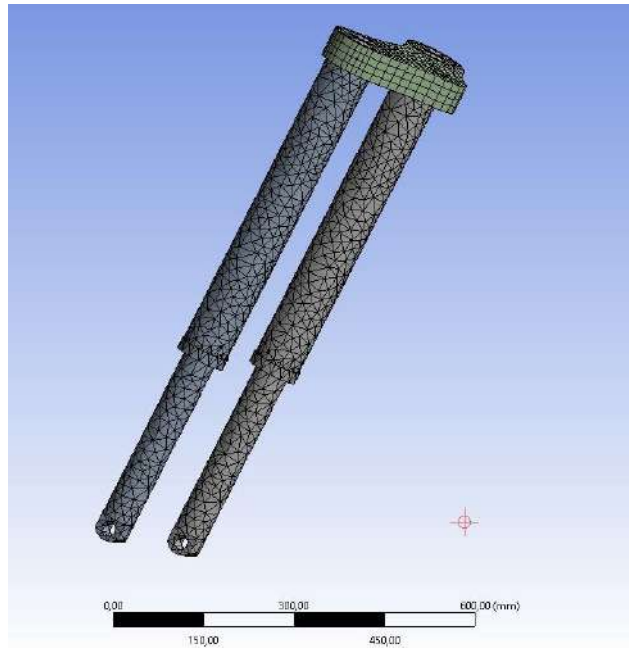
Figura 1*Isométrico mallado suspensión trasera*

Nota. Tamaño de elemento de 12 mm, 12024 nodos y 6200 número de elementos.

Suspensión Delantera

Figura 2

Isométrico mallado suspensión delantera

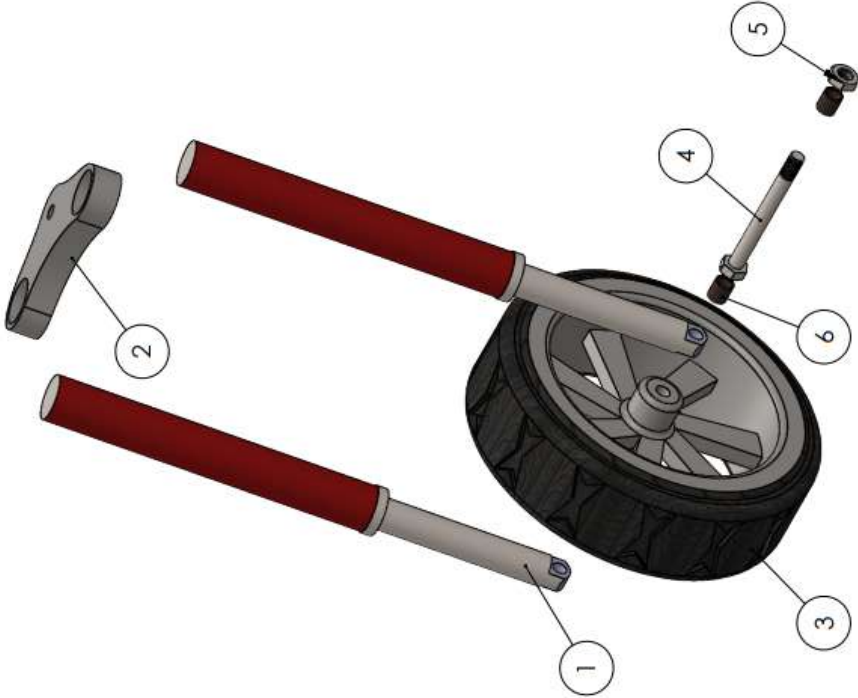


Nota. Tamaño de elemento de 20 mm, 18921 nodos y 8318 número de elementos.


Apéndice D. Planos del sistema de suspensión

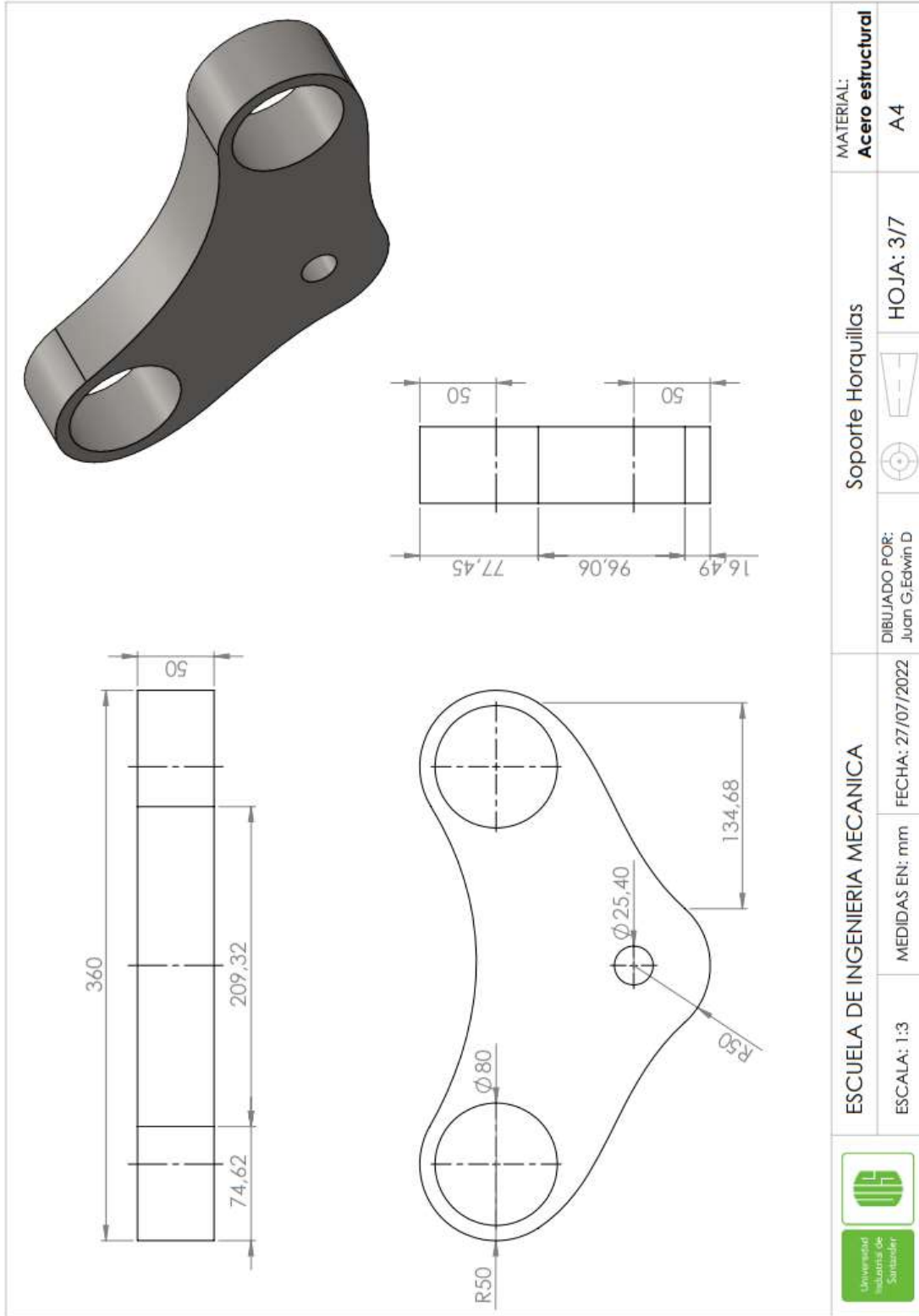


	ESCUELA DE INGENIERIA MECANICA	Suspensión delantera vista isométrica	
	ESCALA: 1:7	MEDIDAS EN: mm	HOJA: 1/7
	FECHA: 27/07/2022	DIBUJADO POR: Juan G.Edwin D	A4



6	Buje	2	ANSI 32x25.4x35 Bronce
5	Tuerca	1	ANSI Tuerca hexagonal 1-1/8,7
4	Perno	1	ANSI Perno con Cabeza hexagonal 1/12x13x1,5
3	Llanta	1	Llanta RIN 12
2	Soporte horquillas	1	Acero estructural
1	Horquilla	2	Horquilla Öhlins RFX48
	Código pieza	Cantidad	Especificación

	ESCUELA DE INGENIERIA MECANICA	Suspensión delantera vista explosionada	
	ESCALA: 1:9	MEDIDAS EN: mm	DIBUJADO POR: Juan G.Edwin D
	FECHA: 27/07/2022		HOJA: 2/7
			A4



	ESCUELA DE INGENIERIA MECANICA		Soporte Horquillas		MATERIAL: Acero estructural
	ESCALA: 1:3	MEDIDAS EN: mm	FECHA: 27/07/2022	DIBUJADO POR: Juan G.Edwin D	HOJA: 3/7





7	Conjunto muelle-amortiguador	1	Pareja de amortiguador es ANDREANI MHS STX36
6	Tuerca	1	ANSI Tuerca hexagonal 1-1/8,7
5	Perno	1	ANSI Perno con Cabeza hexagonal 1/12x3x1,5
4	Brazo inferior	1	Acero AISI 4140 templado y revenido
3	Rotula	1	ANSI Ball Joint 1.18x0.5
2	Mangueta	1	Acero AISI 4140 templado y revenido
1	Llanta	1	Llanta RIN 12
	Código pieza		Especificación

ESCUELA DE INGENIERIA MECANICA



ESCALA: 1:5

MEDIDAS EN: mm

FECHA: 27/07/2022

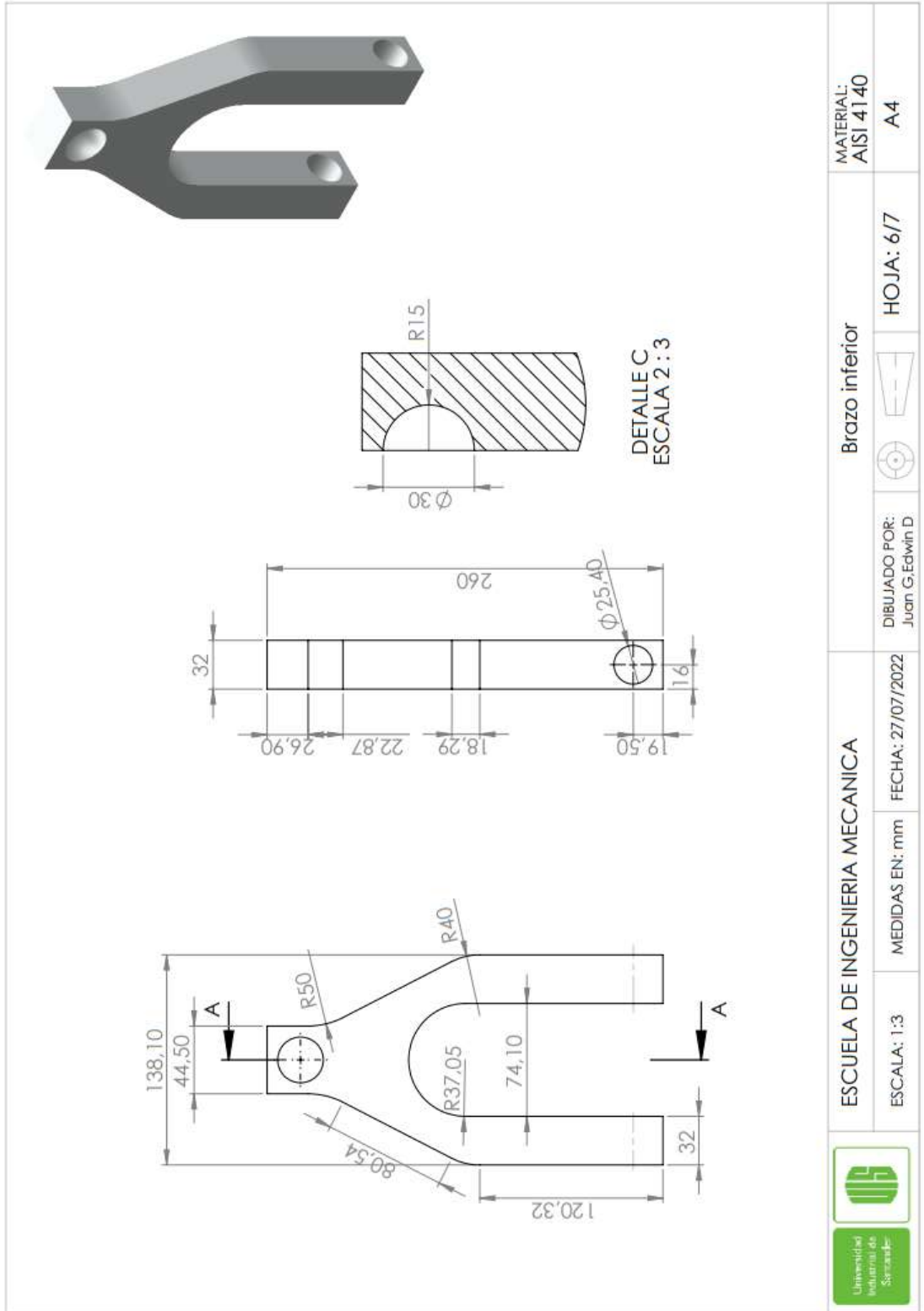
DIBUJADO POR:
Juan G.Edwin D

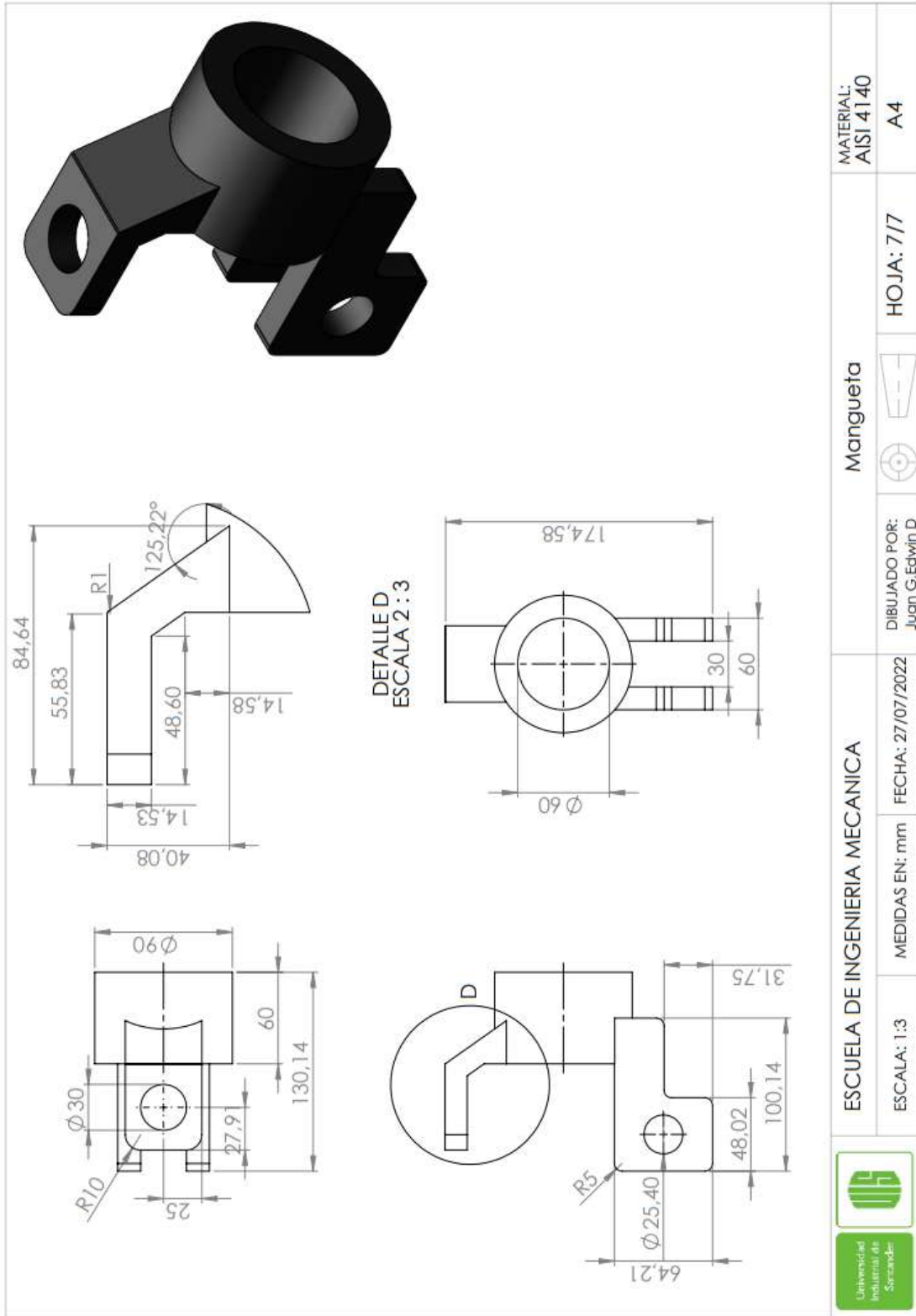


HOJA: 5/7

Suspensión Trasera vista explosionada

A4





	ESCUELA DE INGENIERIA MECANICA		Mangueta		MATERIAL: AISI 4140
	ESCALA: 1:3	MEDIDAS EN: mm	FECHA: 27/07/2022	DIBUJADO POR: Juan G.Edwin D	HOJA: 7/7