

Solución del problema de optimización de inventario de dos escalones con demanda estocástica para una red de distribución de un solo producto

Cristhian Ricardo González Quitian, John Sebastián Nieves Pinzón

Libro de proyecto entregado como requisito para optar título de Ingeniería Industrial

Director:

Ma. Javier Arias Osorio

Universidad Industrial de Santander

Facultad de Ingenierías Físico-Mecánicas

Escuela de Estudios Industriales y Empresariales

Bucaramanga

2018

dedicatoria

A Dios, por la posibilidad de cumplir con nuestras metas y las enseñanzas de estas mismas.

A nuestros padres, por el apoyo incondicional y su formación.

A nuestras familias por su paciencia y apoyo.

A todos aquellos que de alguna manera colaboraron y apoyaron este proceso de formación e investigación sin importar el momento o la distancia.

agradecimientos

Al profesor Javier arias Osorio, por su acompañamiento y comprensión durante el proceso de investigación.

A la Universidad Industrial de Santander por abrirnos las puertas de su conocimiento científico como alma mater y por tantas experiencias allí vividas.

A la gente que le pone el alma, compañeros de estudio amigos y colaboradores directos de este proceso por el acompañamiento por preocuparse y por el apoyo.

A los compañeros del grupo de investigación ópalo por sus directrices e ideas.

Tabla de contenido

Introducción	16
1. Planteamiento del problema	18
2. Objetivos.....	20
2.1 Objetivo general	20
2.2 Objetivos específicos	20
3 Metodología.....	21
3.1 Etapa de revisión de literatura.....	21
3.2 Etapa de modelamiento.....	23
3.3 Paso: Experimentación de escenarios	24
3.4 Parte: Evaluación de escenarios	24
3.5 Parte: Elaboración del artículo	25
4 Marco teórico.....	25
4.1 Red de distribución	25
4.2 Logística	26
4.3 Cadena de suministro.....	27
4.4 Inventarios	27
4.5 Gestión de inventarios	29
4.6 Cross Docking	30
4.7 Optimización matemática	30
4.8 Programación lineal	31
4.9 Programación Entera	32
4.10 Programación dinámica	32
4.11 Heurísticas	34
4.12 Metaheurísticas	34

5	Revisión de literatura.....	36
5.1	Políticas básicas de control para una instalación individual.....	38
5.2	Políticas de control de inventario multiescalon.....	43
6	Problema de inventario multiescalon	54
6.1	Descripción de supuestos y condiciones del modelo.....	56
6.2	Procedimiento.....	56
6.3	Notaciones	57
6.4	Estado del sistema:	59
6.5	Información tomada en el período t:	59
6.6	Formulación matemática.....	60
7	Experimentación.....	62
7.1	Instancias de la prueba.....	62
7.2	Procedimiento de experimentación	65
8	Resultados de la experimentación	68
8.1	Experimentación CPLEX para encontrar configuración óptima y reducir el costo.	68
8.2	Experimentación con SCIP partiendo de la configuración del menor costo.....	70
9	Análisis estadístico de resultados.....	71
9.1	Análisis estadístico de los resultados utilizando CPLEX.....	71
9.2	Análisis estadístico de la interacción de las soluciones entre solvers CPLEX y SCIP.	74
10	Conclusiones.....	78
11	Recomendaciones	79
	Referencias Bibliográficas	80

Lista de tablas

Tabla 1 Criterios de inclusion y exclusion.....	22
Tabla 2 Modelos destacados de programacion.	31
Tabla 3 Métodos de solución usados por autores al año 2014.....	50
Tabla 4 Caracteristicas de las instancias.	62
Tabla 5 Comparacion entre solvers.....	65
Tabla 6. Resultados promedio para cada configuración..	67
Tabla 7. Resumen completo resultados del menor costo en el solver CEPLEX.	69
Tabla 8. Resumen completo resultados del menor costo en el solver SCIP.	69

Lista de figuras

Figura 1. Ecuación de búsqueda utilizada en Web of Science y SCOPUS.	19
Figura 2. Red de distribución. Adaptado de Diagrama hecho en Microsoft Visio.	24
Figura 3. Modelo de pedido por lotes y revisión continua.	37
Figura 4. Modelo de pedido variable y revisión periódica fija.	38
Figura 5. Sistema de distribución de dos escalones.	40
Figura 6. Ilustración básica del modelo planteado.	51
Figura 7. Inv inicial y capacidades de los minoristas.	60
Figura 8. Grafica de intervalos de costo total con IC de 95% para la media.	65
Figura 9. Grafica de residuos para el costo total.	68
Figura 10. Grafica orden de los datos.	69
Figura 11. Grafica de intervalos de costo total vs solver.	71
Figura 12. Grafica de intervalos de tiempos de solución vs solver.	73

Apéndices

Los apéndices están adjuntos en el CD y puede visualizarlos en base de datos de la biblioteca

UIS:

- A. Modelo de inventarios de dos escalones con demanda estocástica
- B. Tabulación de datos
- C. Anova tesis resultados
- D. Anova tesis entre los solvers
- E. Artículo científico publicable

Resumen

Título: Solución del problema de optimización de inventario de dos escalones con demanda estocástica para una red de distribución de un solo producto *

Autores: Cristhian Ricardo González Quitian y John Sebastián Nieves Pinzón **

Palabras clave: Cadena de suministro; inventario multiescalon; logística, demanda estocástica; modelos de inventario, red de distribución.

Descripción:

El control de la cadena de suministro y los inventarios se ha convertido en un factor muy importante e influyente en el éxito de las empresas que buscan alcanzar un alto nivel competitivo. Estos estudios se han ampliado y diversificado, adaptándose a las condiciones específicas de cada mercado en particular, como lo es el problema de los modelos de inventario de múltiples escalones, que a través de la aplicación y combinación de diferentes políticas pueden ofrecer una amplia gama de posibilidades para que las empresas mejoren su actividad productiva. En este documento evaluaremos mediante una metodología trazada en fases con un fundamento teórico sobre las bases y los temas relacionados tanto a la gestión de inventarios como el planteamiento de las mismas redes de inventarios, haciendo un análisis de la literatura el cual nos enseña antecedentes y políticas que se usan en la gestión de estos casos de inventarios de múltiples escalones, esto se lograra con más detalle a través de la programación de un modelo matemático usando software especializado e instancias adaptadas de la literatura las cuales sirven como fundamento para poder analizar los resultados estadísticamente y así concluir cuáles son los beneficios y posibles recomendaciones que se pueden obtener modificando los horizontes de planificación y utilizando diferentes métodos de solución teniendo en cuenta el caso de demanda estocástica y así servir de base para futuras investigaciones sobre el tema de inventarios de múltiples escalones .

* Trabajo de grado

** Facultad de Ingenierías Físico-Mecánicas Escuela de Estudios Industriales y Empresariales. Director: Javier Arias Osorio, Magister en administración de negocios.

Abstract**Title:**

Solution of the problem of optimization of inventory of two steps with stochastic demand for a distribution network of a single product^{*}

Authors:

Cristhian Ricardo González Quitian y John Sebastián Nieves Pinzón^{**}

Keywords:

Supply chain; multi echelon inventory; logistic, stochastic demand; inventory models, distribution network.

Description:

The control of the supply chain and inventories has become a very important and influential factor in the success of companies seeking to reach a high competitive level. These studies have been expanded and diversified, adapting to the specific conditions of each market in particular, just like the problem of multi echelon inventory models, which through the application and combination of different policies can offer a wide range of possibilities for companies to improve their productive activity. In this document we will evaluate by means of a methodology drawn up in phases with a theoretical foundation on the bases and the subjects related both to the inventory management and the planning of the inventories networks, making an analysis of the literature which shows us background and policies that are used in the management of these cases of multi echelon inventories, this will be achieved in more detail through the programming of a mathematical model using specialized software and instances adapted from the literature which serve as a basis to analyze the results statistically and thus conclude what are the benefits and possible recommendations that can be obtained by modifying the planning horizons and using different methods of solution taking into account the case of stochastic demand and thus serve as a basis for future research on the subject of multi echelon inventories.

^{*} Bachelor Thesis

^{**} Faculty of Physical-Mechanical Engineering School of Industrial and Business Studies. Director: Javier Arias Osorio, Magister in business administration.

Introducción

Uno de los principales objetivos de todas las empresas y grandes compañías actualmente es ofrecer un nivel de servicio óptimo al cliente, constante y que comprenda altos niveles de calidad para lograr atraer nuevos sectores y mantener los que ya han sido fidelizados. Con ello se incrementa la ventaja competitiva que puede tener la empresa en el mercado y obtiene una mejor ubicación por sobre las demás. Pero para lograr esto, se debe contar con un sistema de gestión de inventarios eficiente que pueda dar respuesta a una demanda variable de los clientes en un periodo de tiempo determinado y brindar con ello la calidad en el servicio que ellos se merecen. (CHOI & CHENG, 2011, págs. 83-102)

Sin embargo, la existencia inventarios ocasiona una serie de problemas relacionados que pueden generar conflictos serios para la empresa si es que no se les da una solución, existen costos que implican conservar un inventario, costos en manejo de materiales, personal administrativo y bodegas de almacenaje, entre otros a considerar, como que el inventario también pierde valor por obsolescencia, daños o deterioro.

Una vez que se piensa en grandes superficies de abastecimiento, es necesario hablar de intermediarios como almacenes o centros de distribución y por tanto estamos hablando de las cadenas de suministro basándonos en un enfoque de métodos cuantitativos de la administración de inventarios que involucra el uso de un modelo matemático para hallar e implementar una política óptima de inventarios.

Palabras clave: inventario multi escalón – cadena de suministro.

Cumplimientos de objetivos

objetivo	Cumplimiento
Revisar la literatura sobre el problema de inventario de dos escalones	Capítulo 5. Revisión de literatura
Formular el modelo de optimización del problema a tratar, partiendo de la literatura revisada.	Capítulo 6.6. formulación matemática
Definir y aplicar técnicas de optimización dada la programación MILP al modelo, utilizando software especializado.	Capítulo 7. experimentación
Evaluar los resultados obtenidos al aplicar las técnicas seleccionadas a instancias disponibles en la literatura o definidas dado sea necesario.	Capítulo 9. análisis estadístico de resultados
Elaborar un artículo publicable sobre el trabajo realizado.	Apéndices. apéndice E

1. Planteamiento del problema

El control de la cadena de suministro y de los inventarios se ha convertido actualmente en un factor muy importante e influyente en el éxito de las empresas que buscan llegar a un alto nivel competitivo. Estos estudios se han extendido y diversificado, adaptándose a las condiciones específicas de cada mercado en particular, Como lo es el problema de los modelos de inventario multiescalon, que, a través de la aplicación y combinación de diferentes políticas, puede ofrecer una amplia gama de posibilidades a las empresas en la mejora de su actividad productiva. En este documento evaluaremos detalladamente a través de la programación cuales son los beneficios que se pueden obtener modificando horizontes de planeación y usando métodos de solución diferentes.

En la actualidad la gestión de la cadena de suministro es visto como un importante paradigma, el control óptimo de un sistema de inventarios estocástico de varios escalones sigue siendo un tema en el cual aún no está todo dicho. Haciendo alusión a la literatura podemos decir que una solución para un problema de este tipo debe tener al menos 3 consideraciones: coordinación de órdenes, intercambio de información y agrupación de acciones o riesgos. Cada una de estas puede dar beneficios significativos no obstante encontrar una solución en la cual estas consideraciones puedan optimizar completamente el rendimiento de un sistema, en todas estas dimensiones ya que las necesidades de cada empresa varían de acuerdo a un sin número de consideraciones desde su objetivo económico hasta la forma de producción , en este proyecto intentaremos buscar una solución que se acomode a un escenario específico acorde a las instancias que se encuentren en la literatura para así aportar una solución optimizada mediante

modelación matemática. Con el fin de optimizar de aumentar la productividad de las empresas interesadas en aplicar técnicas relativamente nuevas.

2. Objetivos

2.1 Objetivo general

- Desarrollar una solución para un problema de inventario de dos escalones comparando los resultados de las técnicas de programación.

2.2 Objetivos específicos

- Revisar la literatura sobre el problema de inventario de dos escalones
- Formular el modelo de optimización del problema a tratar, partiendo de la literatura revisada.
- Definir y aplicar técnicas de optimización dada la programación MILP al modelo, utilizando software especializado.
- Evaluar los resultados obtenidos al aplicar las técnicas seleccionadas a instancias disponibles en la literatura o definidas dado sea necesario.
- Elaborar un artículo publicable sobre el trabajo realizado.

3 Metodología

3.1 Etapa de revisión de literatura

Se llevó a cabo una revisión de la literatura con el fin de garantizar una investigación amplia y confiable que nos permitiera avanzar inicialmente con algunos conocimientos elementales sobre los inventarios multiescalon. Para esta revisión de literatura también tuvimos como objetivo, enfocarnos en otros temas relacionados como lo son los modelos estocásticos, los tipos de programación y las diversas políticas de inventario existentes, de tal forma que fue necesario estructurar una ecuación de búsqueda que nos permitiera profundizar en artículos concretos y establecer una base de datos de la Universidad Industrial de Santander que fuese confiable, que contara con una amplia cobertura multidisciplinar y que tuviera un alto impacto en los estudios de la ingeniería para que pudieran aportar al avance del proyecto. Una vez establecida una ecuación de búsqueda, fue aplicada dos bases de datos inicialmente sugeridas por nuestro director de proyecto teniendo en cuenta la trayectoria, cobertura, fiabilidad e impacto que fueron Web Of Science y SCOPUS pudimos encontrar más de 300 artículos, libros, revistas y otros documentos con información sobre las políticas, modelos y todo lo relacionado con el tema de inventarios de dos escalones de demanda estocástica.

Ecuación de búsqueda

“two AND echelon AND inventories AND stochastic”

Figura 1. Ecuación de búsqueda utilizada en Web of Science y SCOPUS.

Con los anteriores resultados, teníamos información suficiente para la investigación, pero notamos que era necesario filtrar a través de dichos resultados para poder descartar documentos no registrados, que no estuviesen relacionados con los temas en contexto, o que estuvieran en idiomas complejos y fue por esto que decidimos aplicar criterios de inclusión y exclusión.

Tabla 1.

Criterios de inclusión y exclusión.

<i>Criterios de inclusión y exclusión</i>	
Criterio de Inclusión	Se incluyeron documentos registrados en todas las bases de datos que conforman la colección de central de web of science.
	Se incluyeron todos los documentos registrados en Web of Science entre 2001 y 2017.
	Se incluyeron solo los documentos categorizados como artículos.
Criterio de Exclusión	Se incluyeron artículos en inglés y en español.
	Se excluyeron los artículos que no son en inglés.
	Se excluyeron los artículos que no tienen relación alguna con el tema referenciado.

Aplicando los criterios de inclusión (1 y 2) en la búsqueda de documentos de la plataforma virtual Web of Science, se encontraron 134 documentos científicos entre ellos incluidos artículos, procedimientos de papel, revistas, material de editorial. Posteriormente, aplicamos el criterio de inclusión (3) y de exclusión (1) mediante una refinación en tipos de documentos y de idiomas respectivamente, que permite realizar la plataforma Web of Science, dejando únicamente los artículos que estén en inglés, dando como resultado un número de 132 artículos.

Una vez filtrados, los resultados obtenidos, fueron sometidos a análisis de datos con el software VantagePoint, que nos permitió analizar con mayor detenimiento los datos de los

artículos y organizarlos según autores, palabras clave, fechas de publicación, lugar de publicación, número de referencias, entre otros, además de que cuenta con gráficos precisos para analizar la información de una manera detenida y precisa. Gracias a este software pudimos determinar el grado de relevancia y los datos estadísticos sobre los artículos encontrados y comenzar la lectura de dicha información.

3.2 Etapa de modelamiento

Inicialmente partimos de un modelo básico de inventarios al cual en un principio modificamos en pequeñas medidas partiendo del análisis del modelo planteado en el artículo “A two-stage stochastic programming model for inventory management in the blood supply chain” (Mary Dillon, Fabricio Oliveira, Babak Abbasi , 2017) en el cual se observó la necesidad de que el modelo sea multi periodo dado que si nos centramos en dar solución un único periodo el problema se simplifica en gran medida y esto nos alejaría de un modelo en el cual nos podamos basar para generar un caso de estudio con el alcance que deseamos desarrollar en la presente investigación.

Inicialmente se planteó un modelo de 2 escalones con multi periodo contando con una demanda conocida y restricciones en las cuales se asegura que la demanda de los clientes será satisfecha partiendo de la restricción en la cual cada cliente tiene asignado un centro de distribución o bodega en la cual la sumatoria de las demandas de los clientes asignados al centro de distribución no será mayor a la capacidad de centro de distribución con esto podemos eliminar los posibles costos de oportunidad dando paso a un escenario más propenso a tener soluciones óptimas y más ágiles, partiendo previamente de una capacidad definida en los centros de

distribución junto con costos de transporte, costos de ordenar y de mantener el producto se puede obtener un modelo sencillo pero que nos da una idea básica del modelo generalizado que trabajaremos en esta investigación.

Posteriormente analizando el modelo propuesto por Charles R. Daniel Guetta en su tesis doctoral “(2016) Applied Inventory Management: New Approaches to Age-Old Problems” en el apéndice “Two Echelon Distribution Systems with Random Demands and Storage Constraints – the Single Product Case” el cual optamos como base para el modelo en concreto para usarse en la investigación dado que su estructura general se ajusta a cabalidad a las necesidades de la investigación. El modelo final será sometido a programación y análisis utilizando el software General Algebraic Modelling System más conocido como GAMS, elegido por sus capacidades de modelamiento, facilidad de uso y entendimiento y por su eficiencia en la resolución de problemas iterativos.

3.3 Paso: Experimentación de escenarios

El objetivo de esta parte, se analizarán las instancias y restricciones para el modelo de acuerdo a las cuales se puede obtener una respuesta que cumpla con las necesidades de solución del problema planteado.

3.4 Parte: Evaluación de escenarios

Como última instancia, se procedió a realizar las corridas del modelo comparando los resultados obtenidos con los observados en la literatura teniendo en cuenta las restricciones e instancias propuestas en la etapa anterior.

Con los resultados obtenidos, realizamos un análisis que nos permitiera evaluar los modelos y obtener las conclusiones necesarias.

3.5 Parte: Elaboración del artículo

Concluimos esta investigación con la creación de un artículo publicable de base científica que sintetiza y especifica la información del proyecto realizado, destacando los aspectos más importantes encontrados y facilitando así el entendimiento para el lector.

Para la elaboración del artículo se siguieron las pautas descritas en la base de datos de inderscience para la revista de “International Journal of Industrial and Systems Engineering” conocida también por sus siglas “IJISE” que aborda el desarrollo de principios, herramientas, sistemas y métodos de ingeniería industrial y de sistemas con especial énfasis en las aplicaciones de las técnicas y herramientas de estas ingenierías para mejorar la productividad de la organización y la competitividad en los mercados globales.

4 Marco teórico

4.1 Red de distribución

Las redes de transporte de mercancías o redes de distribución surgen por la necesidad de conectar y transportar los bienes de consumo desde su punto de producción (fabrica) hasta el mercado de destino (clientes), a través de distintos medios de transporte. Dentro de las redes de distribución pueden existir una o más paradas (almacenes) también llamadas nodos que actúan como intermediarios dentro del recorrido de la red.

La principal función de la red de distribución es la de mantener los inventarios a lo largo de los intermediarios para satisfacer en ultimas la demanda del mercado. Esta distribución juega un papel importante en términos de rentabilidad para una empresa, ya que tiene un impacto directo sobre los costos y calidad del servicio. (CHOPRA & MEINDL, 2008)

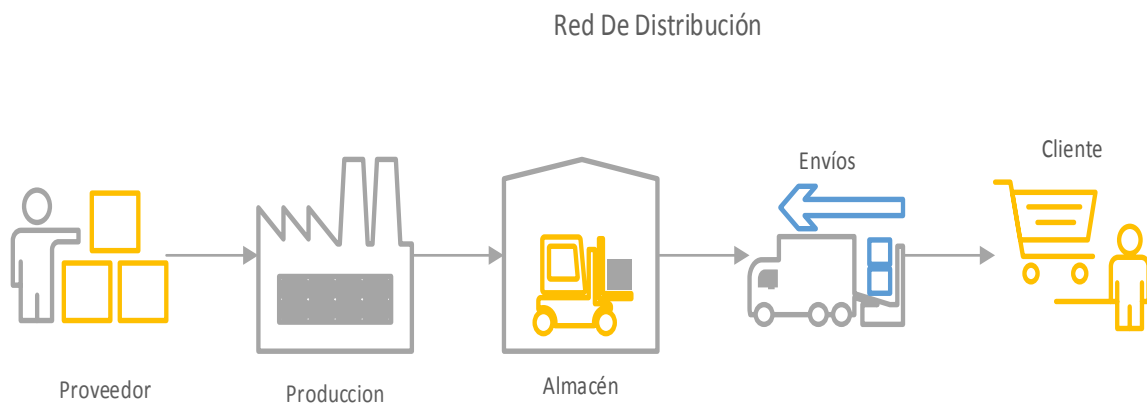


Figura 2. Red de distribución. Adaptado de Diagrama hecho en Microsoft Visio.

4.2 Logística

La logística es el conjunto de todos los métodos y medios que permiten la puesta en marcha, la administración y el correcto funcionamiento en una organización o una empresa. La logística garantiza el correcto almacenamiento, transporte y la entrega de bienes cubriendo la gestión y la

planificación de las actividades que hacen parte de compras, producción, transporte, almacenamiento, mantenimiento y distribución. (HAMDY A., 2012)

El objetivo fundamental de la logística empresarial es colocar los productos o servicios adecuados en el lugar adecuado en el momento adecuado y en las condiciones ideales que contribuyan lo máximo posible a la rentabilidad. Otro de los objetivos es la satisfacción de la demanda en las mejores condiciones de servicio, costo y calidad.

4.3 Cadena de suministro

La cadena de suministro o cadena de abastecimiento son todos aquellos procesos que están involucrados en la preparación de un elemento para su venta desde su concepción con la transformación de las materias primas hasta su consumo final por parte de los usuarios incluyendo a los proveedores, inventario de materias primas, línea de producción, inventario de productos terminados, distribución, mayoristas, minoristas y cliente final. Este tipo de cadenas es diferente en cada organización, pudiendo ser más cortas o largas según la complejidad del producto o servicio y según el tipo de empresa. Es de vital importancia que entre los elementos que conforman la cadena de suministro, exista un flujo constante y eficiente de información, recursos y productos, teniendo como único objetivo la satisfacción del cliente. (HAMDY A., 2012)

4.4 Inventarios

El inventario se refiere la existencia física de elementos almacenados que representan un valor para una empresa u organización y que serán destinados a realizar alguna operación o proceso

especifico evitando el desabastecimiento y la discontinuidad de los recursos. Son todos esos bienes tangibles que comprenden a las materias primas, productos terminados o semi-terminados, mercancías, materiales repuestos y accesorios que son dispuestos para su futuro uso o comercialización. Es muy importante para las empresas mantener el control de sus inventarios, por el alto impacto que tienen en la cadena logística y en los costos de operación en general, es por eso que existen diferentes técnicas que se han desarrollado para el manejo de los inventarios y que aún hoy en día se continúan perfeccionando para sacar el mayor provecho de los inventarios.

Los costos se pueden resumir en tres grandes categorías:

Costos de pedir: son aquellos costos relacionados con la adquisición de los productos y que incluyen tanto el ordenamiento como la logística de transporte y recepción.

Costos de mantener: todos aquellos en los que se incurre por el almacenamiento estático de los productos, costos de capital, del espacio, riesgos, costos de oportunidad entre otros.

Costo por faltantes: son los que ocurren cuando el inventario se agota, es decir costos por ventas perdidas, pedidos de emergencia, clientes perdidos, reputación, etc.

El inventario tiene las siguientes características.

- Es detallado porque define específicamente a todos y cada uno de artículos almacenados y sus características.
- Es valorado porque cada elemento almacenado tiene un nivel de importancia para la empresa y que se puede medir, ya sea por su relevancia, por el costo monetario que representa o por su nivel de demanda y disponibilidad.

- Es ordenado porque clasifica, agrupa y distribuye los elementos en lotes de manera organizada.

Existen actualmente una gran variedad de inventarios que se pueden clasificar según el momento en que se realizan, según su forma, según su función o según su punto de vista logístico, además de que existen otros tipos de inventario complementarios.

4.5 Gestión de inventarios

La gestión de inventarios es un punto determinante en el manejo estratégico de toda organización. Las tareas correspondientes a la gestión de un inventario se relacionan con la determinación de los métodos de registro, los puntos de rotación, las formas de clasificación y los modelos de inventario, determinados por los métodos de control. La gestión del inventario por su parte es determinante en el manejo estratégico de toda organización buscando asegurar la disponibilidad de existencias mientras se mantienen al mínimo tanto los niveles de inventario como los diferentes costos asociados al mismo. (FREDERICK S. & GERALD J., 2010)

Los objetivos fundamentales de la gestión de inventarios son:

- Reducir al mínimo "posible" los niveles de existencias
- Asegurar la disponibilidad de existencias (producto terminado, producto en curso, materia prima, insumo, etc.) en el momento justo.

4.6 Cross Docking

En el área de logística se conoce como cross Docking a un sistema de distribución en el que la elaboración de pedidos no involucra la colocación de dicha mercancía como inventarios, es decir que las unidades logísticas recibidas son llevadas a una plataforma de alistamiento en donde no se almacenan, sino que son preparadas para su envío inmediato al destino directamente. Esta estrategia logística está fundamentada en conseguir que el flujo de productos sea constante y por consiguiente habrá un ahorro en los costos de almacenamiento, reducción de tiempos y el transporte de mercancías se hará más rápido teniendo un mejor soporte en los clientes finales.

De forma estricta, el cross Docking impide que existan puntos de almacenaje intermedio en la cadena de suministro. Esta función logística tiene uso específico en ciertos tipos de productos como los son la prensa, productos perecederos, correo, fármacos, incluso la industria automotriz, entre otros que aprovechan el potencial ahorro y agilidad del cross Docking, previniendo los paros en las plantas y desperdicios de unidades.

4.7 Optimización matemática

La optimización o programación matemática se puede definir como una herramienta que se emplea para modelar la asignación de recursos con limitaciones a diferentes alternativas de decisión, y así poder dar distribuciones óptimas a la asignación de estos recursos.

Se destacan varios modelos de programación tales como:

Tabla 2.

Modelos destacados de programación.

<i>Según la naturaleza de los datos</i>	<i>Según la variable tiempo</i>	<i>Según los objetivos del problema</i>
Modelos Deterministas	Modelos Estáticos	Modelos de un único objetivo
Modelos Estocásticos	Modelos Dinámicos	Modelos Multi objetivo
<i>Según existan restricciones</i>	<i>Según linealidad</i>	<i>Según tipo de variables</i>
Modelos libres Modelos con restricciones	Modelos Lineales Modelos No Lineales	Modelos Continuos Modelos Discretos

Y los modelos tienen una forma general que es presentada como:

$$\text{Min o Max } f(x), x = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T \in \mathbb{R}^n$$

Sujeto a:

$$g_f(x) \leq 0, \quad j = 1, 2, \dots, m$$

$$h_f(x) = 0, \quad j = 1, 2, \dots, r$$

En los cuales $f(x), g_f(x)$ y $h_f(x)$ son funciones escalares del vector X.

4.8 Programación lineal

Llamamos programación lineal al uso de un modelo matemático para describir un problema en cuestión, se le denomina lineal gracias a que sus funciones matemáticas son de forma lineal; en este caso cuando se habla de programación no es en el sentido estrictamente computacional si no se hace referencia a la planeación necesaria para la solución óptima del problema acorde al modelo matemático planteado (FREDERICK S. & GERALD J., 2010).

Estos cuentan con una notación generalizada:

$$\text{Min ó Max } z = f(x) = \sum_{j=1}^n c_j x_j$$

Sujeto a:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = b_i, \quad i = 1, 2, \dots, p - 1$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = b_i, \quad i = p, \dots, q - 1$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = b_i, \quad i = q, \dots, m$$

$$1 \leq p \leq q \leq m$$

4.9 Programación Entera

Esta programación parte de modelos lineales en los cuales algunas de sus variables toman valores enteros generalmente cero (0) o uno (1), ya que estas variables ayudan a representar condiciones lógicas del modelo lo que permite dar soluciones a problemas más complejos.

En la mayoría de los casos la solución de los modelos se vuelve excesivamente complicada ya que las variables no son susceptibles a suavizarse por lo tanto modelos en los cuales más de una decena de variables se presentan de esta forma son prácticamente imposibles de solucionar. (HAMDY A., 2012)

4.10 Programación dinámica

Se suele definir como el enfoque general para la solución de problemas en los que se necesita tomar decisiones en etapas continuas o sucesivas esto quiere decir que las decisiones tomadas en la etapa previa condicionan la evolución futura de las siguientes etapas en el futuro del sistema a lo que se denomina estados del sistema. (FREDERICK S. & GERALD J., 2010)

No está de más decir que se diferencia de la programación lineal ya que la programación dinámica no sigue una forma estándar así que cada problema necesita de especificar cada uno de los componentes que comprenden el problema a resolver. Se suele trabajar el análisis de manera inversa cada una de las etapas del problema, es decir se comienza por la última etapa y se continua con la anterior y se finaliza con la obtención de la solución óptima de la solución del problema propuesto.

Para que un problema pueda ser solucionado mediante la técnica de programación dinámica este debe cumplir dos condiciones:

- La solución al problema debe de ser alcanzada a través de una secuencia de decisiones, cada una tomada en una etapa.
- Dicha secuencia de decisiones ha de cumplir el principio de óptimo el cual dicta que, “dada una secuencia óptima de decisiones, toda subsecuencia de ella es, a su vez, óptima”.

Generalmente el diseño de un algoritmo de programación dinámica debe constar de los siguientes pasos:

1. Planteamiento de la solución como una sucesión de decisiones y verificación de que ésta cumple el principio de óptimo.
2. Definición recursiva de la solución.
3. Cálculo del valor de la solución óptima mediante una tabla en donde se almacenan soluciones a problemas parciales para reutilizar los cálculos.
4. Construcción de la solución óptima haciendo uso de la información contenida en la tabla anterior.

4.11 Heurísticas

“Una heurística es una técnica de búsqueda directa que utiliza reglas favorables prácticas para localizar soluciones mejoradas. La ventaja de la heurística es que en general determina (buenas) soluciones con rapidez, utilizando reglas de solución simples” (HAMDY A., 2012, pág. 351). Aunque tienen su lado negativo en cual consiste en están diseñadas solo para encontrar buenas soluciones para problemas difíciles ya que esta es una técnica en la cual se usan reglas que favorecen la solución del problema su ventaja consiste en la rapidez con la que se encuentran las soluciones, aunque son buenas su cercanía al óptimo no suele conocerse.

4.12 Metaheurísticas

Se refiere a los métodos de solución generalizados que buscan adaptar el modelo al problema en sí y poder generar un método heurístico que se ajuste a la solución del problema en cuestión la metaheurística se ha convertido en una técnica muy usada ya que permite dar soluciones rápidas y fáciles a problemas complejos.

Se cuenta con una muy amplia cantidad de metaheurísticas como, por ejemplo:

- Algoritmo de búsqueda tabú
- Algoritmo de recocido simulado
- Algoritmo genético

5 Revisión de literatura

Las primeras investigaciones que se realizaron sobre inventarios multinivel se atribuyen principalmente a Clark y Scarf (1960) (A. & SCARF, 1960, págs. 475–490) quienes comenzaron estudiando un sistema simple y particular con varias etapas y con unas políticas definidas. Fueron ellos quienes introdujeron el término de multiescalon para clasificar a toda una cadena logística a través de los distintos “escalones” que la componen. En sus principios, el planteamiento de un sistema de inventarios multiescalon, fue considerado como la agrupación de varios sistemas individuales de inventario independientes y debido a ello, muchos de los modelos y políticas encontradas, han sido construidos en base a sistemas individuales de inventario, se les conoce como políticas genéricas y comúnmente no permiten optimizar el rendimiento del sistema. Estas políticas aplicadas han tenido una serie de ventajas y desventajas en el estudio de los modelos multiescalon, pero no deberían tratarse de la misma manera. (CHOI & CHENG, 2011).

Tras las primeras formulaciones, se ha escrito mucho sobre el control y la gestión de los sistemas de inventario de la cadena de suministro, adoptando diferentes modelos y diferentes políticas de inventario basándose en las características del problema planteado. Es necesario resaltar que un sistema de control de inventario de multiescalon no es simplemente una extensión del control de inventario individual. El control y la gestión de un sistema multiescalon involucra problemas y desafíos completamente nuevos que son abordados por los autores en diferentes perspectivas.

Hoy en día, las cadenas de suministro han evolucionado y se han transformado en redes complejas que se encuentran conectadas en serie a través muchos canales. Existen redes en serie,

donde una ubicación sólo despachará productos al siguiente nivel en la cadena. Pero, también existen cadenas donde hay un flujo más dinámico de productos que son distribuidos desde una sola ubicación a diferentes niveles en la cadena, creando un ambiente multi-canal. A medida que el número de canales incrementa, la complejidad de la cadena aumenta exponencialmente dificultando el análisis y la creación de métodos estándar de solución. Entonces aparece la gestión de inventarios multi-escalón, para controlar de principio a fin, una cadena de suministro que cuente con por lo menos dos o más eslabones, implementando, combinando y mejorando una o varias políticas de inventarios Multi-eslabón, trabajando de manera coordinada y eficiente con los proveedores y finalmente buscando dar una mejor respuesta al cliente final, haciendo frente a las diversas variaciones y desequilibrios que se presentan en un entorno competitivo.

Según Wang Q (2011) Una política de control de inventario multinivel tiene que considerar al menos tres aspectos importantes: coordinación de los pedidos, intercambio de información y las características del almacenamiento incluyendo riesgos. Cada uno de estos aspectos afecta el rendimiento de la política de inventario, pudiendo generar beneficios significativos, pero al ser tan compleja la creación de una política que satisfaga todos los factores, es necesario la creación de diversas políticas individuales en donde se consideren todas las condiciones que se pueden encontrar y que cuya combinación permita encontrar soluciones factibles. Los diferentes autores encontrados han desarrollado, modificado y combinado diferentes políticas para los diferentes casos posibles, y estudiando cómo estas políticas se adaptan a ellos para generar soluciones óptimas. Esta cuestión es particularmente importante para las cadenas de suministro descentralizadas en las que las decisiones de control de inventarios se toman habitualmente a nivel local (Li y Wang 2007) (CHOI & CHENG, 2011).

El segundo elemento importante destacado por Wang Q (2011) es el intercambio de información, el cual no es considerado por otros autores a pesar de que, la información es exacta, oportuna y accesible para los miembros de una cadena de suministro sobre la demanda y las existencias o comportamiento de los clientes al final de la cadena puede mejorar significativamente el rendimiento del sistema. Cachon y Fisher (2000) (CACHON & FISHER, 2000, págs. 1032–1048) demostraron que el intercambio de información mejora el flujo de productos y reduce los costos del sistema en entre 2,2% y 12,1%. Finalmente, el tercer elemento que se debe tener en cuenta son las características propias de almacenamiento de inventario en cualquier escalón de la cadena, como lo son, los pedidos pendientes, faltantes, devoluciones, y otros que también se pueden controlar para lograr reducciones en cuanto a costos y disponibilidad. (CHOI & CHENG, 2011). Debido a la importancia y similitud que tienen las políticas básicas de inventario individual en la generación y construcción de políticas para inventario multiescalon, haremos una breve revisión y definición de estas primeras mencionadas en donde analizaremos algunos avances y autores importantes con relevancia para la construcción de políticas multiescalon.

5.1 Políticas básicas de control para una instalación individual

Las políticas para un inventario individual se dan suponiendo que el almacén central tiene una capacidad de inventario ilimitada y que puede cumplir perfectamente con la totalidad de los pedidos que realicen sus clientes. Entonces las decisiones de inventario de estos minoristas se pueden hacer independientemente porque no tienen ninguna interferencia entre sí.

Según Zipkin (2000) (ZIPKIN, 2000), La gestión de inventario en una sola instalación o instalación consta de dos decisiones fundamentales: cuánto ordenar y cuándo ordenar. También se deben tener en cuenta los costos que se presentan en cada instalación:

- **El costo de mantener inventarios:** se relacionan directamente con la cantidad de stock almacenado para que este se mantenga en buenas condiciones, como seguros, almacenaje, transporte entre otros. Este costo se puede relacionar también con el costo de oportunidad.
- **El costo de pedir:** es un costo independiente de la cantidad de pedido, incluye los costos del suministro, tiempo, formatos, procesamiento de pedidos, personal de apoyo etc.
- **El costo por faltantes:** se da únicamente cuando el almacén se ha quedado sin inventario y no puede suplir la demanda. También incluye las ganancias no percibidas, ventas pérdidas, retrasos en la entrega, descuentos, pérdida de clientes, etc.

Lo ideal en estos casos sería definir una política que permitiera hallar un punto de equilibrio entre el stock de seguridad, las cantidades a pedir y la frecuencia de estos pedidos, en donde se pudieran minimizar los costos mencionados anteriormente. Actualmente existen diversos modelos de políticas para el control de inventarios básicos que se podrían clasificar como políticas de revisión continua y revisión periódica. Si el nivel del inventario se conoce constantemente a lo largo de un periodo establecido, se le conoce como revisión continua. Por otro lado, un modelo es considerado como de revisión periódica cuando se establecen intervalos de tiempo fijo durante los cuales no se conoce exactamente la cantidad de inventario, pero existe un punto de revisión en donde se analiza el nivel del inventario y se realizará el pedido según dicha información obtenida.

5.1.1 Política de pedidos por lotes con revisión continua (R,Q). Esta podría ser la política más básica para los modelos de inventario individuales. Según esta política, se define un nivel de inventario R como un punto de reorden y cada vez que la posición del inventario alcance o descienda por debajo de dicho nivel, se realizara un pedido al proveedor en una cantidad constante Q . es importante destacar que uno de los supuestos de esta política es que el tiempo de entrega de las ordenes debe ser diferente de cero. (CHOI & CHENG, 2011)

Esta política ha sido analizada por Silver y Peterson (SILVER & PETERSON, 1998), Zipkin (ZIPKIN P. , 2000) y Zheng (ZHENG, 1992, págs. 87–103) concordando en que las dos variables R y Q no deberían ser calculadas individualmente porque aumentarían notablemente el valor de los costos en general.

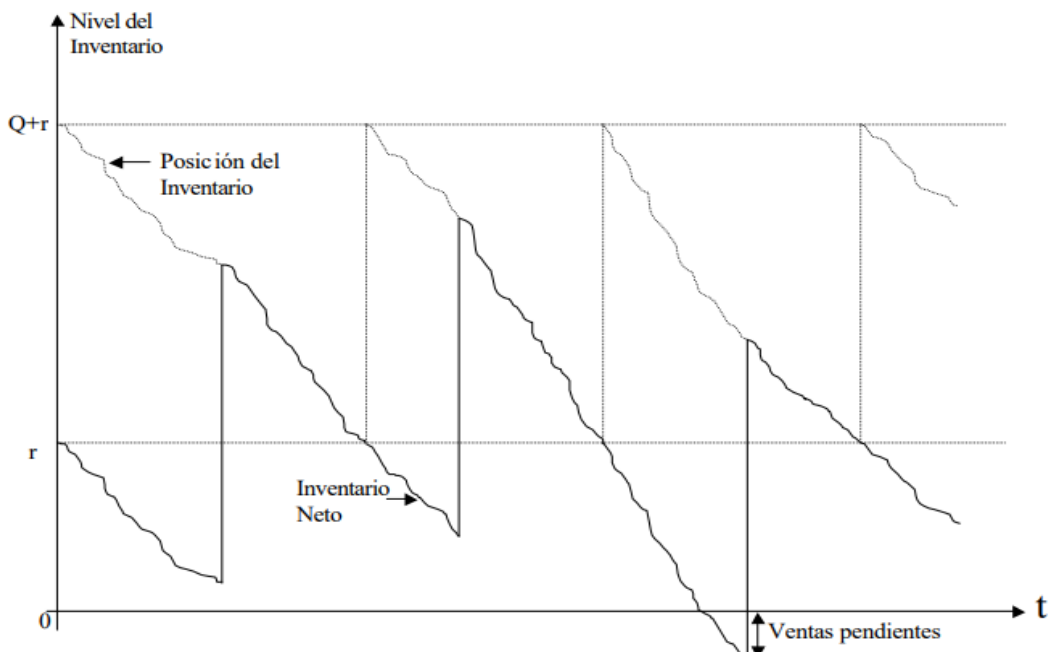


Figura 3. Modelo de pedido por lotes y revisión continua. Adaptado de WANG Q (2010) Integer-ratio policies for distribution systems with multiple retailers and stochastic demand. Working paper, Nanyang Business School, Nanyang Technological University, Singapore

5.1.2 Política de pedido variable y revisión periódica fija (R, T). Según esta política, cada intervalo de tiempo fijo T se hace una revisión del nivel de inventario y se piden las unidades necesarias para alcanzar un nivel deseado R . Según Graves (1996) (GRAVES, 1996, págs. 1–18) el uso de esta política fue una práctica muy común en la práctica con las empresas y no tan estudiada en la literatura por algunos autores. Este hecho puede deberse a que la política (R,T) está fuertemente dominada por la política (R,Q) en relación con los costos que generan en el largo plazo, hecho que fue estudiado y demostrado por Rao (2003). La superioridad de la política (R,Q) sobre la política (R,T) se atribuye principalmente al beneficio de la información que se tiene con la política (R,Q) ya que se tiene la posibilidad de conocer los niveles de inventario en tiempo real, optimizando la toma de decisiones de manera oportuna.

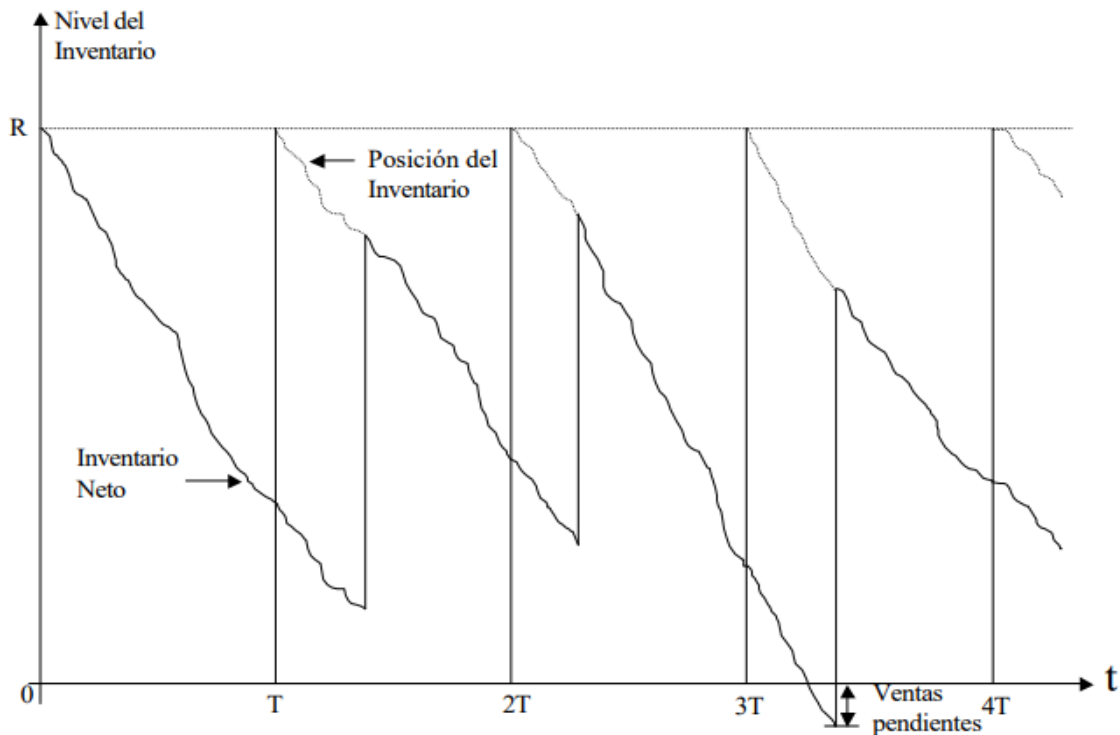


Figura 4. Modelo de pedido variable y revisión periódica fija. Adaptado de WANG Q (2010) Integer-ratio policies for distribution systems with multiple retailers and stochastic demand. Working paper, Nanyang Business School, Nanyang Technological University, Sing

5.1.3 Política de inventario base y revisión periódica. Bajo esta política, suponemos que existen restricciones que impiden tener información constante sobre el inventario, y, por tanto, todas las acciones significativas como la revisión y pedido ocurren en ciertos puntos de tiempo y cada cierto periodo de tiempo donde las restricciones lo permiten. Entonces se modela el tiempo como una serie de puntos discretos en donde se debe decidir la cantidad a ordenar (CHOI & CHENG, 2011). En un sistema de inventario (s, S) , el estado del inventario se revisa cada T periodo de tiempo y si, desde la última revisión, la demanda es suficientemente alta para que el inventario caiga por debajo de s , se ordena hasta llegar a un nivel de inventario S . Inicialmente, Arrow et al (1951) (ARROW, HARRIS, & MARSCHAK, 1951, págs. 250–272) y Dvoretzky et al (1952) (DVORETZKY, KIEFER, & WOLFOWITZ, 1952, págs. 187–222) formularon el problema como un modelo de programación dinámica suponiendo que las demandas en cada punto de tiempo eran independientes. Después, Porteus (1990) estudio a fondo posibles soluciones optimas en cada tipo de formulación y concluyo que un factor importante para determinar la política es la existencia de economías de escala en los pedidos, ya que, si no existen, la solución óptima será ordenar en cada punto hasta elevar el nivel de inventario S , se conoce como la política de inventario base. Por otro lado, en caso de existir economías de escala, la política de control de inventario optima será similar a la política de inventario base pero tendrá que tener en cuenta el stock necesario para cubrir el tiempo de suministro, esta cantidad se conoce como nivel máximo de stock, y esta política de inventario base modificada se conoce como política (s,S) . Existen varios autores que han desarrollado algoritmos para calcular políticas óptimas, entre ellos están Veinott y Wagner (1965) (VEINOTT & WAGNER, 1965, págs. 525–552) y Zheng y Federguen (1991) (AXSATER, 1990, págs. 64–69).

5.2 Políticas de control de inventario multiescalon

A pesar de que, en las políticas de inventario con estaciones individuales, existen algunas que son evidentemente dominantes sobre otras, no necesariamente significa que sea de la misma manera en un modelo de inventario multiescalon. Esto fue demostrado por Wang y Axsater (2010) y Wang (2010) que, aunque una política de pedidos por lotes tenga la ventaja de usar información en tiempo real, una política de inventario base puede proporcionar mejores mecanismos para la coordinación de pedidos de abastecimiento y demanda en los minoristas. Entonces en el caso de inventario multiescalon podría darse lo contrario, siendo más importante la coordinación de órdenes y acumulación de existencias que la información del inventario.

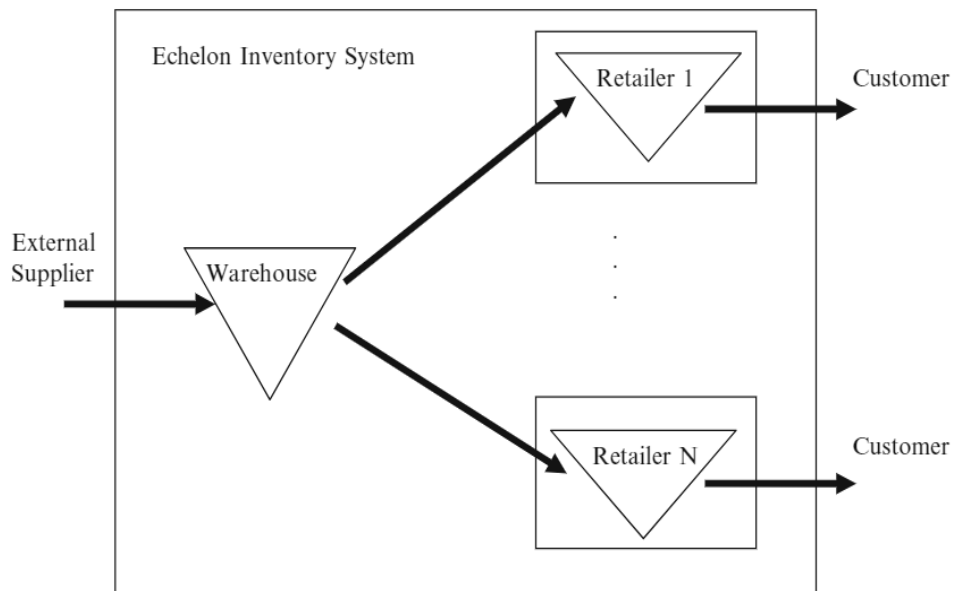


Figura 5. Sistema de distribución de dos escalones. Adaptado de WANG Q (2010) *Integer-ratio policies for distribution systems with multiple retailers and stochastic demand*. Working paper, Nanyang Business School, Nanyang Technological University, Singapore.

5.2.1 Políticas de pedido por lotes basadas en stock. Este tipo de políticas se definen cuando la toma de decisiones importantes como el momento y la cantidad de pedido, se hacen según el nivel del inventario en stock, ya que con este se definen los puntos de reorden y los tamaños de lote, además de que ambos datos pueden diferir entre los almacenes de un mismo escalón al enfrentarse a una demanda estocástica.

Partiendo de la aplicación de políticas de inventario en estaciones individuales en los modelos multiescalon, se desarrolla una política de pedidos por lotes con revisión continua que se aplica en todas las estaciones o escalones de la cadena de suministro. A pesar de que las instalaciones utilizan la misma política, tanto la cantidad a pedir como el punto de reorden podrían variar para cada estación según las características que posean individualmente. Entonces existen diversas sub políticas basadas en el pedido por lotes que podrían dar soluciones óptimas en condiciones específicas.

Definimos que: la demanda en el minorista i sigue una demanda de poisson λ_i donde

$$\lambda = \sum_{i=1}^N \lambda_i$$

N número de minoristas

λ_i tiempo de entrega de los minoristas

λ tiempo de entrega en el almacén

5.2.2 Reemplazos uno a uno. La primera aplicación de una política de pedido por lotes comienza con reabastecimientos uno a uno en todas las instalaciones de la cadena de suministro. Esto implica que cada instalación establece un nivel de pedido S_i y ordena cada vez que su nivel

de inventario iguala o desciende del valor S_i . De esta forma cuando un minorista hace un pedido al almacén, este puede ser satisfecho inmediatamente o no dependiendo de las existencias en dicho almacén.

El máximo retraso que puede existir en una orden de los minoristas se da cuando el almacén no puede abastecer dichos pedidos, entonces, este tiempo de espera será $t + L_0$, es decir el tiempo de espera del almacén con un proveedor externo más el tiempo de espera del minorista. Los pedidos pendientes se producen en el almacén cuando el número de pedidos pendientes superan el punto de reorden de dicho almacén S_0 . Sea y el número de ordenes pendientes y $E(B_0)$ el número medio de ordenes atrasadas, entonces tenemos que:

$$E(B_0) = E[(y - S_0)^+]$$

Según Axsater (1993) el retraso en el almacén es igual a $E(B_0)/\lambda_0$. Este resultado se mantiene incluso si el plazo de entrega en el almacén es estocástico (AXSATER S. , 1993, págs. 175–197) el tiempo de espera de un minorista escompuesto por una parte fija L_i más un retraso aleatorio que se pueda presentar en el almacén. Siendo un valor esperado $E(B_0)/\lambda_0$ resultando que:

$$L_i = L_i + E(B_0)/\lambda_0$$

Sherbrooke (1968) (SHERBROOKE, 1968, págs. 122–141) desarrolló por primera vez una aproximación a la que denomino METRICA asumiendo que el tiempo de entrega en el minorista i es constante. Con esta suposición, los niveles de inventario esperados y los pedidos faltantes en los minoristas pueden ser fácilmente evaluados. Sin embargo, esta aproximación a menudo conduce a errores significativos en los niveles de rendimiento. Más adelante se hicieron algunos otros estudios intentando mejorar y extender este enfoque METRICO a otras situaciones (MUCKSTADT, 1973, págs. 472–481), (MUCKSTADT J. , 1979), (GRAVES, 1996) (SHERBROOKE, 1968)).

Después del planteamiento MÉTRICO, (SIMON, 1971, págs. 761–777) desarrolló una solución exacta para el problema. Tiempo después aparecerían más y mejores soluciones exactas para el problema que son más eficientes y / o bajo condiciones más generales seguidas Shanker (SHANKER, 1981, págs. 579–601), (SVORONOS & ZIPKIN, 1991, págs. 68–83), (AXSATER, S., 1990, págs. 64–69) proporciono un método muy eficaz para evaluar las políticas de reabastecimiento uno a uno con la condición de que los minoristas sean idénticos. Forsberg (FORSBERG, 1995) también proporciono una solución cuando la demanda sigue un proceso compuesto por Poisson. Todas estas soluciones se han extendido al caso en que el almacén adopta una política de pedidos por lotes. (AXSATER S. , 1993).

5.2.3 Políticas generales de pedidos por lotes. Las políticas uno a uno solo se aplican cuando no se tienen en cuenta los costos de pedir. En caso de existir economías de escala, se hace más apropiado tomar una política de pedidos por lotes. Para un modelo de inventario multiescalon es más difícil poder evaluar este tipo de políticas por lotes, en parte debido a la complejidad para ajustar dicha política a cada minorista.

Sea Q_i la cantidad de pedido para el minorista i y el proceso de demanda en el almacén es una superposición de N procesos de pedido de los minoristas. Este problema podría ser razonable para sistemas en serie. Para un sistema de dos escalones con un único almacén ($N=1$) los minoristas usarían una política de pedidos por lotes (R_r, Q_r) , igualmente que el almacén (R_w, Q_w) ambos como lotes de Q_r y usando los resultados de las reposiciones uno a uno, Axsater (AXSATER S. , Exact and approximate evaluation of batch-ordering policies for two-level inventory systems, 1993, págs. 777–785) ofrece una fórmula para el total de los gastos de mantener y costos por faltantes por unidad de tiempo así:

$$\left(\frac{1}{Q_w * Q_r}\right) \sum_{j=Rw+1}^{Rw+Qw} \sum_{j=Rr+1}^{Rr+Qr} C(jQr, K)$$

Existen diversos estudios que han desarrollado políticas de control de inventario por lotes en sistemas generales en serie. Inicialmente De Bodt y Graves (DE BODT & GRAVES, 1985, págs. 1286–1299) desarrollaron una solución aproximada, Badinelli (BADINELLI, 1992, págs. 142–156) presentó un modelo de los valores estacionarios de los inventarios reales y de los pedidos faltantes en cada instalación cuando cada miembro de la cadena adopta una política (R, Q). Chen y Zheng (1994a) (CHEN & ZHENG, 1994, págs. 1262–1275) desarrollaron un procedimiento para calcular los niveles de inventario en estado estacionario con una demanda simple de Poisson y más adelante se extendieron a un proceso compuesto de Poisson, desarrollando políticas más optimas (CHEN & ZHENG, Near-optimal echelon-stock (R, nQ) policies in multistage serial system, 1998, págs. 592–602). Chen (CHEN F. , 1999) demostró que, en un sistema en serie de dos escalones con un tiempo de entrega nulo en el almacén, una política anidada de pedidos por lotes según existencias puede lograr al menos un 94% de optimización en el sistema.

Cuando existen varios minoristas, las decisiones de estos, deberían ser coordinadas para que pudieran optimizar el rendimiento del sistema, pero este es un hecho que no se logra tradicionalmente en una cadena de suministro real, ya que los miembros normalmente tienen poca información sobre su demanda y las actividades de inventario. Es por eso que las políticas de pedido por lotes para inventarios multiescalon, inicialmente consideraban que cada miembro tomara su decisión por separado según la información local que posea.

(DEUERMEYER & SCHWARZ, 1981, págs. 163–193) desarrollaron una política cuando los minoristas son idénticos y dicha política fue examinada más adelante por otros autores, que han llegado a obtener soluciones más precisas, entre ellos Lee y Moinzadeh (LEE & MOINZADEH,

1987a, págs. 140–149), Svoronos y Zipkin (SVORONOS & ZIPKIN, Estimating the performance of multi-level inventory systems, 1988, págs. 57–72) y Axsater (AXSATER S. , Exact and approximate evaluation of batch-ordering policies for two-level inventory systems, 1993). Más adelante, Forsberg (FORSBERG R. , 1997, págs. 130–138) y Axsater (AXSATER S. , Exact analysis of continuous review (R, Q) policies in two-echelon inventory systems with compound Poisson demand, 2000, págs. 686–696) generaron resultados para minoristas diferentes con demanda de poisson simple y compuesta.

Por otro lado, Cheung y Hausman (CHEUNG & HAUSMAN, 2000, págs. 646–653) proporcionaron una optimización para cuando los minoristas ordenan en lotes de cantidades fijas, dando paso a otras optimizaciones similares desarrolladas por Axsater et al (AXSATER, MARKLUND, & SILVER, Heuristic methods for centralized control of onewarehouse, N-retailer inventory systems, 2002, págs. 75–97), Axsater (2003a) (AXSATER S. , Approximate optimization of a two-level distribution inventory system, 2003, págs. 545–553) y Gallego et al. (GALLEGO, OZER, & ZIPKIN, 2007, págs. 503–517). Otro método desarrollado posteriormente para este tipo de políticas fue el de no usar el nivel de inventario local a la hora de pedir, si no que cada miembro de la cadena adopte una política basándose en el nivel del inventario del escalón completo y también en los niveles posteriores a él, es decir aguas abajo.

Una política de inventario de escala al incorporar la información de las instalaciones posteriores, para el control del inventario, se hace más eficiente que una política de inventario individual, así lo demostraron Axsater y Rosling (ROSLING, 1989, págs. 565–579) y Axsater y Juntti (AXSATER & JUNTTI, Comparison of echelon stock and installation stock policies for two level inventory systems, 1996, págs. 303–310), exponiendo que, si bien la diferencia normalmente no es mayor a un 5%, claramente la política de inventario de escala supera a la

política de inventario par instalaciones en serie. Estos autores también resaltan sobre las dos barreras que se pueden presentar aplicando estas políticas de inventario, la primera es que se necesitaría un sistema de información eficiente que permita el acceso a la información de los otros miembros en la cadena, especialmente aguas abajo en tiempo real, y la segunda es la dificultad elevada que se tendría para evaluar esta política a lo largo del tiempo. Axsater (AXSATER S. , Simple evaluation of echelon stock (R, Q) policies for two-level inventory, 1997) y Chen y Zheng (CHEN & ZHENG, One-warehouse multi - retailer systems with centralized stock information, 1997, págs. 275–287) proporcionaron evaluaciones de estas políticas por lotes para sistemas de inventario de dos escalones. Cuando dentro de la cadena existen varios minoristas, ninguna de las dos formas de esta política puede optimizar plenamente el rendimiento total del sistema. La política de inventario individual por un lado no permite que el proveedor utilice la información de los minoristas, por otro lado, la política de pedido de escala utiliza la información del inventario de todos los minoristas en grupo, pero no de forma individual. Es por eso que también se han usado políticas de pedidos por lotes modificadas ampliamente para poder analizar sistemas de inventario multiescalon y con diferentes modos de suministro. Dentro de los autores que han trabajado este tipo de políticas, podemos encontrar a quienes pensaron en los modos de suministro (LEE H. , 1987, págs. 1302–1316), (AXSATER S. , Simple evaluation of echelon stock (R, Q) policies for two-level inventory systems, 1997, págs. 661–669), (MOINZADEH & SCHMIDT, 1991, págs. 308–321), (JOHANSEN & THORSTENSON, 1998) y quienes pensaron en el intercambio de información (BOURLAND, POWELL, & PYKE, 1996, págs. 239–253), (CHEN F. , Echelon reorder points, installation reorder points, and the value of centralized demand information, 1998, págs. 221–S234),

(GAVIENENI, 2002, págs. 644–651), (GURBUZ, MOINZADEH, & ZHOU, 2007, págs. 293–308).

5.2.4 Políticas de intervalo fijo y pedido límite. En la mayoría de problemas con inventario multiescalon en donde la revisión es continua y se tiene conocimiento del nivel del inventario en todo momento, la mayoría de autores prefiere usar una política por lotes basada en stock. Las aplicaciones de la política de intervalo fijo y pedido límite para construir sistemas de inventario multiescalon, son limitadas porque como ya lo vimos antes, la política (S, T) está dominada por la política (R, Q) para los inventarios individuales. Pero esta dominancia no se aplica de la misma forma en los inventarios multiescalon.

Wang y Axsater (WANG & AXSATER, 2010) y (WANG Q. , 2010) demostraron que el control basado en el tiempo puede otorgar mejores beneficios que el control basado en las existencias según algunas condiciones para los sistemas de inventario multiescalon. Algunos estudios han considerado políticas para sistemas de inventario multinivel con intervalos fijos de abastecimiento. Dichos intervalos se determinan de manera externa, pero permiten flexibilidad para coordinar pedidos. La característica de anidación se logra bajo dos restricciones, la restricción de relación de integer necesita que el intervalo de abastecimiento en una etapa sea múltiplo entero del intervalo de abastecimiento del siguiente escalón aguas abajo; y la restricción de sincronización que dice que un envío procedente de un escalón anterior aguas arriba pueda ser enviado inmediatamente a los escalones inferiores aguas abajo si así se desea.

Tabla 3.

<i>Autores</i>	<i>Año</i>	<i>Método</i>	<i>Objetivo y/o Título</i>
A,J Clark H. Scarf	1986	Heurístico	Establecer políticas óptimas para el problema de inventarios multiescalon
Cardenas Barrón	2007	Modelo determinístico	Modelo de inventario de múltiples niveles de la cadena
Yu et al	2009	Modelo determinístico	Modelo de juego Stackelberg de inventarios en una cadena de suministro con VMI
Darwish & Odah	2010	Modelo determinístico	Modelo de inventario manejado por el proveedor (VMI)
W. Geng Q. Minmin Z. Xiaobo	2010	Programación dinámica	Evaluación de políticas centralizadas y descentralizadas en múltiples escenarios a través de programación dinámica
H. Keshteli S. Mostafa	2011	Sistema control de inventario con	Formulación de una política de inventario para tres eslabones (R,Q) con compartición

Métodos de solución usados por autores al año 2014.

R. Haji		demanda probabilística	de la información
H. Keshteli S. Mostafa R. Haji	2011	Sistema control de inventario con demanda probabilística	Formulación de una política de inventario para tres eslabones (R,Q) con compartición de la información
J. H. Kang K Yeong-Dae	2011	Heurística basada en relajación lagrangiana	Diseño de un sistema de control de inventario en una cadena de suministro de dos eslabones

Tabla 3. (Continuación)

<i>Autores</i>	<i>Año</i>	<i>Método</i>	<i>Objetivo y/o Título</i>
Shib Sankar Sana	2011	Calculo analítico	Modelo integrado de producción e inventario para una cadena de suministro de tres niveles (proveedor, fabricante y minorista)
Salas	2011	Modelo determinístico	Actividades propias del proceso y se mejore la manipulación y disposición del producto final en cada empresa
F. You I Grossman	2011	Modelo MIMLP (programación lineal no entera mixto)	Diseño óptimo de una cadena de suministro multiescalon y sistemas de inventario asociados a la presencia de incertidumbre en la demanda de los clientes
P. Berling J. Marklund	2012	Lógica difusa	Control y mitigación del impacto del efecto látigo en la cadena de suministro
Bylka	2012	Modelo determinístico	El problema de la coordinación y competencia en una cadena de suministro de tres niveles
R. Levi S. Cong	2012	Modelación estocástica	Estimación de la cantidad de pedido
P. Berling J. Marklund	2013	Modelación estocástica	Modelo de inventarios multiescalon con parámetros estocásticos para compras conjuntas en hospitales
Pal et al	2013	Modelo determinístico	Modelo de producción e inventarios
W.Guerrero T.G Yeung C. Guéret	2013	Algoritmo genético	Modelo de reaprovisionamiento conjunta en un esquema multiescalon a través de un algoritmo genético
W.Q Zhou L. Chen H.M Ge	2014	Modelo estocástico y heurística	Modelo para políticas de inventarios continuas con demanda estocástica para dos eslabones

Nota: página www.academia.edu artículo [en línea]
 <<https://www.academia.edu/28376515/Modelos_Inventario_Multi-Eslab%3%B3n_Revisi%C3%B3n_del_estado_del_arte_Modelos_inventario_Multi-Eslab%3%B3n>> [citado el 22 de julio de 2017]

6 Problema de inventario multiescalon

El modelo fue diseñado para un sistema de inventarios de dos escalones, donde se tiene una o más bodegas donde el costo de manipulación de la mercancía es menor que en los almacenes minoristas.

Para este modelo se asumen los costos de adquisición de material en la bodega, costos de transporte entre la bodega y los minoristas, costos de almacenamiento y costos de ordenar tanto en bodega como en los minoristas. Adicionalmente se considera un sistema cross docking donde se puede hacer despacho del material el mismo día que llega a la bodega, a fin de disminuir costos de manipulación e inventarios. También se consideran tiempos de entrega tanto en la entrega a bodega como en la entrega a los minoristas, estos tiempos de entrega son diferentes entre ellos. No se considera la mercancía que está en tránsito como causal de costo por manejo de inventarios debido a que esta se causa con un costo de ordenar y de envío. Para la construcción del modelo se desarrolla un sistema de inventarios para la bodega y un sistema para los minoristas el cual consta de 3 ecuaciones diferentes cada uno. La primera ecuación designa el inventario final para el periodo de tiempo 1, donde se asume que no hay llegadas de material debido al lead time y solo hay salidas dependiendo de la demanda de los minoristas, el inventario inicial para este periodo es asignado como un parámetro. La segunda ecuación designa el inventario final para todos los periodos de tiempo menores que el lead time respectivo y mayores que el periodo 1, en esta ecuación solo se tienen en cuenta las salidas de material como en la anterior pero el inventario inicial de cada periodo es el inventario final del periodo anterior. La tercera y última ecuación de este sistema designa el inventario final para los periodos de tiempo mayores o iguales al leadtime respectivo, en esta ecuación se tienen en cuenta las entradas de

material que habían sido ordenados periodos atrás (por el leadtime), el inventario inicial es el inventario final del periodo inmediatamente anterior y las salidas de material generadas por las demandas de los minoristas y clientes.

Finalmente se asignan dos ecuaciones que obliga a causar el costo de ordenar en caso de que se requiera enviar material del proveedor a la bodega o de la bodega al minorista en un periodo de tiempo específico.

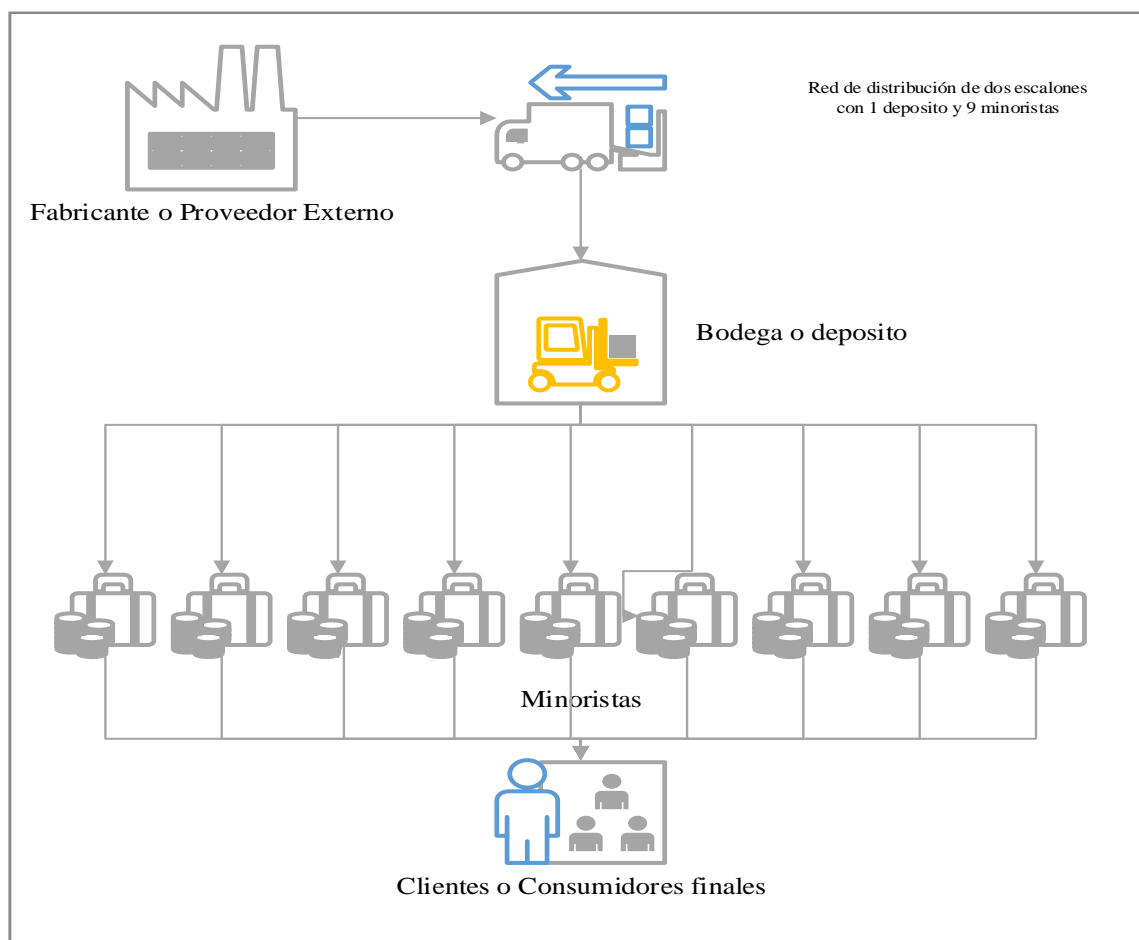


Figura 6. Ilustración básica del modelo planteado.

6.1 Descripción de supuestos y condiciones del modelo

1. El modelo debe ser útil para 1 o más periodos de tiempo.
2. El modelo corresponde a un solo producto.
3. Los costos son conocidos y fijos.
4. Tiempos de entrega de los minoristas constantes pero variables en su configuración como dato de entrada para el modelo.
5. La política de inventarios será unificada en los escalones propuestos en el modelo.
6. el modelo propuesto permite inventarios centrales en el depósito.
7. La demanda permite distribuciones de demanda es una distribución Normal.
8. Permitimos costos fijos de envío desde el depósito a los minoristas.

6.2 Procedimiento

- i. Se reciben entregas en el depósito y en cada uno de los minoristas.
- ii. Se toman las decisiones sobre cómo se debe gestionar el inventario en el depósito, si el depósito debe hacer un nuevo pedido y, de ser así, de qué tamaño debería ser.
- iii. Se observa la demanda esperada por parte de los clientes.
- iv. Los costos de mantenimiento y pedidos pendientes se evalúan en los minoristas, así como los costos de transporte en el depósito, dados los niveles de inventario restantes en estas diversas instalaciones.
- v. Se toman las decisiones de ordenar tanto al proveedor externo por parte del depósito tanto como las ordenes de los minoristas al depósito con un intervalo de tiempo anterior para cumplir con la demanda.

Antes de definir nuestra notación en detalle, observamos las siguientes convenciones generales.

6.3 Notaciones

El depósito principal será indexado por la letra i siendo por consiguiente $i = 1$

Las tiendas (minoristas) serán indexadas por $j = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$, ubicado en el subíndice de la variable en cuestión.

Indexamos el tiempo (periodo) en $t = 1; \dots; 24$, ubicado entre paréntesis en el subíndice de la variable en cuestión.

6.3.1 Datos de infraestructura:

L tiempo de entrega del almacén “leadtime”.

LT tiempo de entrega de los minoristas j .

6.3.2 Datos de capacidad:

$capD_{(t)}$ capacidad máxima del depósito i en el periodo t .

$capM_{(j)}$ capacidad máxima del minorista j en el periodo t .

$IId_{(t)}$ inventario inicial del depósito i .

$IIm_{(j)}$ inventario inicial del minorista j .

6.3.3 Costos:

COD costo fijo de ordenar al almacén D en el periodo t.

COM costo fijo de ordenar a los minoristas M en el periodo t.

CA costo de adquisición para el depósito.

CE costo de envío hacia el depósito.

CID costo unitario del almacenamiento en el depósito

CIM costo unitario del almacenamiento en los minoristas

MM un valor grande utilizado como penalidad.

6.3.4 Demanda:

la demanda de un período en cada uno de los minoristas j en el período de tiempo t está representada por $DEM_{(j,t)}$. Suponemos que las demandas no se encuentran correlacionadas entre períodos, pero no necesariamente entre los minoristas. Más aún, también suponemos que el vector de las variables de la demanda $(DEM_{(1,t)}; \dots; DEM_{(j,t)})$ tiene una distribución normal.

6.4 Estado del sistema:

Las siguientes variables determinan el estado del sistema al inicio de cada periodo t

$OD_{(i,t)}$ variable binaria 1 si se ordena el deposito i en el periodo t y 0 de lo contrario

$OM_{(j,t)}$ variable binaria 1 si se ordena el minorista j en el periodo t y 0 de lo contrario

$XD_{(i,t)}$ cantidad a ordenar por el deposito i en el periodo t .

$XM_{(j,t)}$ cantidad a ordenar por el minorista j en el periodo t .

$IFD_{(i,t)}$ inventario final del depósito i en el periodo t .

$IFM_{(j,t)}$ inventario final del minorista j en el periodo t .

Z Costo total.

6.5 Información tomada en el período t :

En el período t , se deben tomar las siguientes decisiones. Tenga en cuenta que cada decisión afecta una variable de estado en el próximo período.

$IFM_{(j,t)}$ la cantidad total de inventario asignado al minorista j en el período t . Es la suma del inventario inicial en el minorista j más el envío asignado al minorista j en el periodo t .

$IFD_{(i,t)}$ cuánto inventario permanece en el depósito en el período t después de las asignaciones a los minoristas.

$\bar{W}_{(t)}$ el tamaño de la orden para colocar desde el proveedor externo en el período t . Para formular el problema, usamos las siguientes convenciones generales.

6.6 Formulación matemática

Nota* modelo programado en GAMS apéndice A.

$$\text{Min: } \mathbf{Z} \geq \sum_i \sum_t (\mathbf{COD} * \mathbf{OD}_{(i,t)} + \mathbf{CA} * \mathbf{XD}_{(i,t)} + \mathbf{CID} * \mathbf{FID}_{(i,t)}) + \sum_i \sum_t (\mathbf{COM} * \mathbf{OM}_{(j,t)} + \mathbf{CE} * \mathbf{XM}_{(j,t)} + \mathbf{CIM} * \mathbf{IFM}_{(j,t)}) \quad (11)$$

$$\text{sa: } \quad \mathbf{IFD}_{(i,t)} \leq \mathbf{capD}_{(i)} \quad \forall i, t \quad (1)$$

$$\mathbf{IFM}_{(j,t)} \leq \mathbf{capM}_{(j)} \quad \forall j, t \quad (2)$$

$$\mathbf{IFD}_{(i,1)} = \mathbf{IId}_{(i)} - \sum_j \mathbf{XM}_{(j,1)} \quad \forall i \quad (3)$$

$$\mathbf{IFM}_{(j,1)} = \mathbf{IIm}_{(j)} - \mathbf{DEM}_{(j,1)} \quad \forall j \quad (4)$$

$$\mathbf{IFD}_{(i,t)} = \mathbf{IFD}_{(i,t-1)} - \sum_j \mathbf{XM}_{(j,t)} \quad \forall i, 1 < t < L \quad (5)$$

$$\mathbf{IFM}_{(j,t)} = \mathbf{IFM}_{(j,t-1)} - \mathbf{DEM}_{(j,t)} \quad \forall j, 1 < t < LT \quad (6)$$

$$\mathbf{IFD}_{(i,t)} = \mathbf{IFD}_{(i,t-1)} + \mathbf{XD}_{(i,t-3)} - \sum_j \mathbf{XM}_{(j,t)} \quad \forall i, L < t \quad (7)$$

$$\mathbf{IFM}_{(j,t)} = \mathbf{IFM}_{(j,t-1)} + \mathbf{XM}_{(j,t-3)} - \mathbf{DEM}_{(j,t)} \quad \forall j, LT < t \quad (8)$$

$$\mathbf{XD}_{(i,t)} \leq \mathbf{MM} * \mathbf{OD}_{(i,t)} \quad \forall i, t \quad (9)$$

$$\mathbf{XM}_{(j,t)} \leq \mathbf{MM} * \mathbf{OM}_{(j,t)} \quad \forall j, t \quad (10)$$

Las ecuaciones (1) y (2) garantizan que los inventarios tanto en el depósito como en los minoristas, no supere la capacidad máxima de los mismos respectivamente. Las ecuaciones (3) y (4) definen el estado inicial del depósito y de los minoristas teniendo en cuenta su inventario inicial, de igual forma las ecuaciones (5), (6), (7) y (8) definen el estado del inventario tanto del depósito como de los minoristas, teniendo en cuenta la relación de los periodos de tiempo (t) con el leadtime (LT). Finalmente, las ecuaciones (9) y (10) utilizan la penalidad (MM) de un valor muy grande junto con un binario para asegurar que los pedidos solo se realicen una vez se haya tomado la decisión de ordenar.

7 Experimentación

7.1 Instancias de la prueba

Las instancias como datos para la validación del modelo, se requieren valores propios de los parámetros del inventario de dos escalones, estos valores se conocen como instancias; en este caso específico Charles R. Daniel Guetta en su tesis doctoral “(2016) Applied Inventory Management: New Approaches to Age-Old Problems “ en el apéndice “ Two Echelon Distribution Systems with Random Demands and Storage Constraints – the Single Product Case “ propone instancias las cuales son descritas en el “estudio numérico 1” del capítulo dos de su tesis llamado “sistemas de distribución de dos escalones con demandas aleatorias y restricciones de almacenamiento El caso de un solo producto”.

Los demás autores se basan en situaciones muy específicas tales como distribuciones para minas de carbón y disposiciones para manejo de inventarios en hospitales con 1 o más productos por lo cual se optó por usar las instancias descritas en la tesis doctoral antes descrita las cuales están pensadas para un modelo de programación dinámica por lo tanto los meta parámetros incluidos en estas se reemplazaron en las ecuaciones descritas por el autor se usaron para obtener tanto los costos fijos, capacidades, niveles de inventarios iniciales como la normal que describe la demanda en nuestro caso, las instancias adaptadas se presentarán a continuación en la siguiente tabla.

Tabla 4.

Características de las instancias

Instancias	
Sets	
Minoristas	9
deposito central	1
leadtime deposito	1,2,3
leadtime minoristas	1,2
Periodos	24
Parámetros	
capacidad del depósito (toneladas)	60
capacidad del minorista (toneladas)	cap superior a 3 periodos de la demanda
inv inicial del depósito (toneladas)	inv con capacidad sup a 3 periodos de la demanda
inv inicial de los minoristas (toneladas)	30
costo de orden del deposito	80
costo de orden de los minoristas	10
costo de envío a los minoristas	4
costo de adquisición del deposito	0,1
costo de envío a los minoristas	0,5
costo de almacenamiento unitario en el deposito	1
demanda normal con media y dev estándar (toneladas)	media = 5 desv estandar = 0,75

Nota* para los minoristas no se incluyen los datos exactos ya que al ser 9 se dificulta la presentación de los datos tabulados.

```
capM(j)  capacidad del minorista j
/
1  25.515
2  25.000
3  25.877
4  25.604
5  25.060
6  25.042
7  26.036
8  24.316
9  25.712
/

IIm(j)  inventario inicial del minorista
/
1  10.715
2  10.637
3  10.769
4  10.728
5  10.646
6  10.644
7  10.793
8  10.535
9  10.744
/
```

Figura 7. Inv inicial y capacidades de los minoristas. Adaptado del software GAMS.

En donde:

- En donde los sets son la cantidad de periodos tiempo y las instalaciones que se usan para definir el tamaño del modelo.
- En los parámetros tenemos los costos las capacidades los inventarios las capacidades y la demanda obtenida mediante los metas parámetros al ser reemplazados en las ecuaciones descritas por el autor en el estudio numérico.

7.2 Procedimiento de experimentación

Para la experimentación se usaron las instancias descritas en la sección INSTANCIAS DE LA PRUEBA, calculando el costo total los niveles de inventario final al terminar los periodos definidos la cantidad ordenada y la cantidad de veces que ordena el modelo según las diferentes configuraciones del leadtime que se pueden obtener posterior a esto se encontró la combinación de leadtimes con las cuales se obtuvo el menor costo de entre las diferentes configuraciones, para esto se hicieron 30 réplicas teniendo en cuenta el teorema de límite central el cual nos dice que cuando el número de réplicas aumenta la distribución de los datos se aproxima a una distribución normal, por cada una de las configuraciones obteniendo los promedios de los datos resultantes antes mencionados esta comparación se puede realizar gracias a que el modelo cuenta con los costos fijos y solo varían la configuración de los leadtimes al igual que la demanda pero esta al mantener una distribución normal su variación no afecta la comparación entre las réplicas del modelo y las diferentes configuraciones del mismo. Estas réplicas se hicieron con el solver CPLEX que resuelve problemas de MIP por defecto del software GAMS.

Ya conociendo la configuración que genero el menor costo promedio de entre todas las réplicas que se hicieron, se usó esta misma configuración y mismo número de réplicas para obtener los resultados antes mencionados además de los tiempos de computo promedio para el modelo en el solver CPLEX al igual con la misma configuración se hicieron el mismo número de réplicas del modelo para el solver SCIP el cual también se encuentra en software GAMS.

Se usaron estos dos solvers ya que tienen diferencias presentadas a continuación:

Tabla 5.

Comparación entre solvers.

SCIP	CPLEX
<p>SCIP (Solving Constraint Integer Programs) es un marco para la programación de números enteros restringidos. SCIP también se puede utilizar como un MIP puro o un solucionador de MINLP o como un marco para el corte de rama y el precio. Dentro de GAMS, las instalaciones de resolución de MIP y MINLP de SCIP están disponibles.</p>	<p>GAMS / Cplex es un solucionador de GAMS. Los optimizadores de Cplex están diseñados para resolver problemas grandes y difíciles de forma rápida y con una mínima intervención del usuario. Se proporciona acceso a los algoritmos de solución Cplex para problemas de programación lineal, cuadráticamente restringida y de enteros mixtos.</p>

SCIP admite variables continuas, binarias, enteras, semicontinuas, semi entero, restricciones de indicadores, conjuntos ordenados especiales y prioridades de bifurcación para variables discretas. Cplex resuelve problemas de programación lineal usando varios algoritmos alternativos. La mayoría de los problemas de LP se resuelven mejor utilizando el algoritmo dual simple de Cplex.

Usando la heurística completa, SCIP puede tratar de encontrar una solución factible basada en los valores dados por el usuario para todas o algunas de las variables. Los valores deben especificarse como niveles variables en el modelo GAMS. La heurística resuelve una copia del problema donde las variables para las cuales se han proporcionado valores están restringidas a estar cerca de ese valor

La solución de problemas de programación lineal requiere mucha memoria. A pesar de que Cplex administra la memoria de manera muy eficiente, la memoria física insuficiente es uno de los problemas más comunes cuando se ejecutan LP de gran tamaño. Cuando la memoria es limitada, Cplex hará ajustes automáticamente que pueden afectar negativamente el rendimiento.

Cplex está diseñado para resolver la mayoría de los problemas de LP utilizando la configuración de opciones predeterminada. Estas configuraciones generalmente brindan la mejor velocidad y confiabilidad para la optimización general del problema.

Por último, se usó el software MINITAB para analizar estadísticamente las diferencias y similitudes entre los resultados usando ANOVAS balanceados, graficas 4 en 1 y gráficos de intervalos en los resultados de los pasos anteriormente mencionados para así con esto poder concluir sobre los resultados del estudio.

8 Resultados de la experimentación

8.1 Experimentación CPLEX para encontrar configuración óptima y reducir el costo.

Para la verificación del modelo se usaron como referencia las instancias que se muestran en la sección INSTANCIAS DE LA PRUEBA, de estas instancias se presentara a continuación un resumen de resultados promedio obtenidos por cada tanda de réplicas del modelo en cada una de las variaciones de las instancias propuestas.

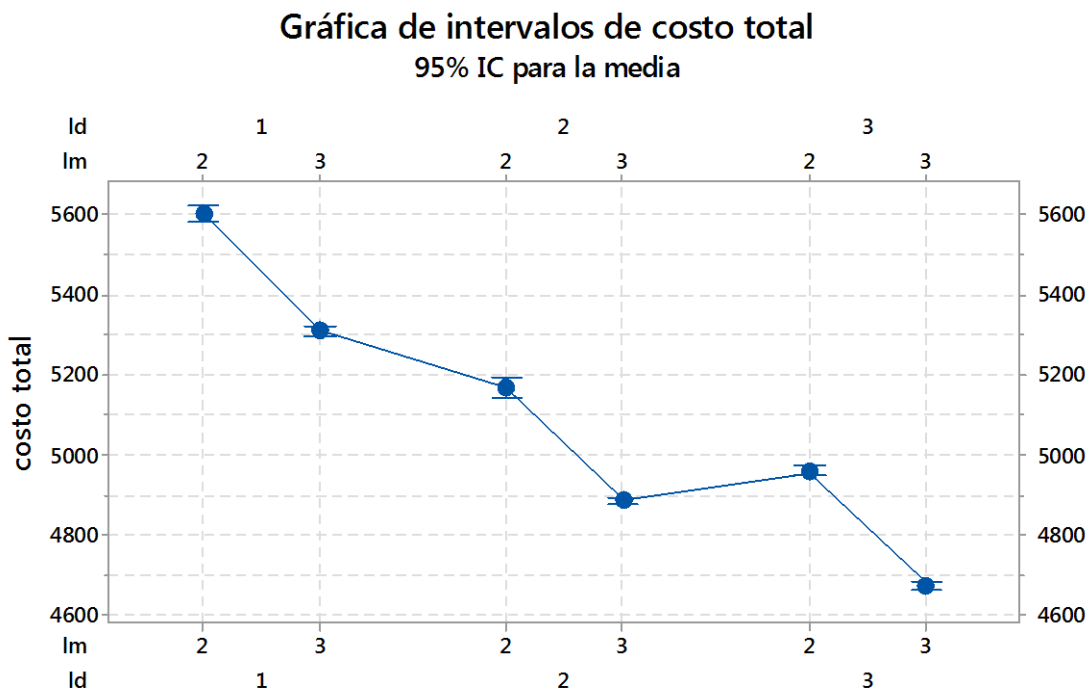
A continuación, se muestran las tablas de resultados promedio de las 30 réplicas de cada configuración de leadtimes hecha (los valores subrayados y en negrilla son los resultados con los mejores promedios obtenidos por las configuraciones después de las réplicas): (Ibid. Tabla 6. LT_D: leadtime del depósito y LT_M: leadtime de los minoristas).

Tabla 6.
Resultados promedio para cada configuración.

leadtimes	costo total promedio	# pedidos promedio deposito	# pedidos promedio minoritas	inventario final promedio
LT_D 3				
LT_M 3	4674,7659	4,2	6,727969349	0
LT_D 2				
LT_M 3	4887,3739	5,233333333	7,52962963	0
LT_D 3				
LT_M 2	4961,4794	5,3	7,440740741	0
LT_D 2				
LT_M 2	5168,709567	5,266666667	7,418518519	0
LT_D 1				
LT_M 3	5310,908167	5,9	6,425925926	0
LT_D 1				
LT_M 2	5604,275833	6,466666667	6,722222222	0

Nota* Para ampliar información dirigirse al apéndice B.

De aquí podemos observar que la configuración con el menor costo total y cantidad de pedidos del depósito es la configuración de 3 periodos de leadtime tiempo en el minorista como en el depósito. Con el fin de determinar si la diferencia es significativa estadísticamente, se realiza un análisis de los intervalos de confianza (Figura 8)



Las desviaciones estándar individuales se utilizaron para calcular los intervalos.

Figura 8. Gráfica de intervalos de costo total con IC de 95% para la media. Adaptada del software MINITAB.

En la gráfica podemos evidenciar el comportamiento de los costos depende de los leadtimes configurados lo que corrobora los resultados de obtenidos en las tablas y se puede concluir que la mejor configuración es LT_D (3) y LT_M (3), seguida de LT_D (2) y LT_M (3)

A continuación, un resumen completo de la configuración con el menor costo (Ibíd. Leadtimes: tiempos de entrega):

Tabla 7.
Resumen completo resultados del menor costo en el solver CPLEX.

leadtimes	costo total promedio	# pedidos promedio deposito	# pedidos promedio minoritas	invtario final promedio	tiempo de computo promedio
LT_D 3 LT_M 3	4674,766	4,20	6,7	0,0	0,646 (segundos)

8.2 Experimentación con SCIP partiendo de la configuración del menor costo

Partiendo de la configuración de los leadtimes de LT_D y LT_M ambos igual a tres (3) se realizaron las mismas pruebas para el modelo en el solver SCIP en el software GAMS después de realizar el mismo número de réplicas obtuvimos la siguiente tabla de resultados:

Tabla 8.
Resumen completo resultados del menor costo en el solver SCIP.

leadtimes	costo total promedio	# pedidos promedio deposito	# pedidos promedio minoritas	invtario final promedio	tiempo de computo promedio
LT_D 3 LT_M 3	4688,673	4,47	7,02	0	5,805 (segundos)

De esta tanda de réplicas y sus resultados observamos un aumento en el tiempo de computo promedio de 5,159 segundos usando el solver SCIP quien mediante gaps de computación entrega los resultados más cercanos al óptimo (es necesario resaltar que ambos algoritmos encontraron siempre la solución óptima), los cuales en este caso varían en 13,907 (unidades monetarias) en el costo total promedio. Durante las réplicas del modelo usando el SCIP se evidencio la dificultad para que el solver encontrara una solución para el modelo teniendo que hacer múltiples replicas para encontrar un resultado.

9 Análisis estadístico de resultados.

Para esto usaremos el software estadístico MINITAB, utilizando sus análisis de medias ANOVA balanceado el cual prueba la igualdad de las medias de población.

Apoyándonos en las gráficas y resultados proporcionados por el software se presentan a continuación los siguientes análisis.

Nota* Para ampliar información sobre los análisis estadísticos apéndice C y D.

9.1 Análisis estadístico de los resultados utilizando CPLEX.

Analizando los datos mediante una ANOVA balanceada:

Nota* datos obtenidos usando el software MINITAB.

ANOVA: COSTO TOTAL PROMEDIO vs. LT_D. LT_M.

Factor	Tipo	Niveles	Valores
LT_D	fijo	3	1. 2. 3
LT_M	fijo	2	2. 3

Análisis de varianza de costo total promedio

Fuente	GL	SC	MC	F	P
LT_D	2	12750010	6375005	3783,54	0,000
LT_M	1	3710195	3710195	2201,99	0,000
LT_D * LT_M	2	1090	545	0,32	0,724
Error	174	293178	1685		

S = 41,0479 R-cuad. = 98,25% R-cuad.(ajustado) = 98,20%

Del análisis medias podemos concluir analizando los valores de P que tanto el leadtime del depósito (LT_D) como el leadtime de los minoristas (LT_M) al tener un valor menor al α (nivel de significancia) de la prueba que es de 0,05; lo que implica que tienen un efecto significativo sobre el costo total arrojado por la solución del modelo, pero no la interacción entre ellos ya que su valor de P corresponde a 0,724.

En la figura que se presenta a continuación podemos evidenciar el comportamiento de los datos de las 180 repeticiones totales de las 6 configuraciones posibles de los leadtimes.

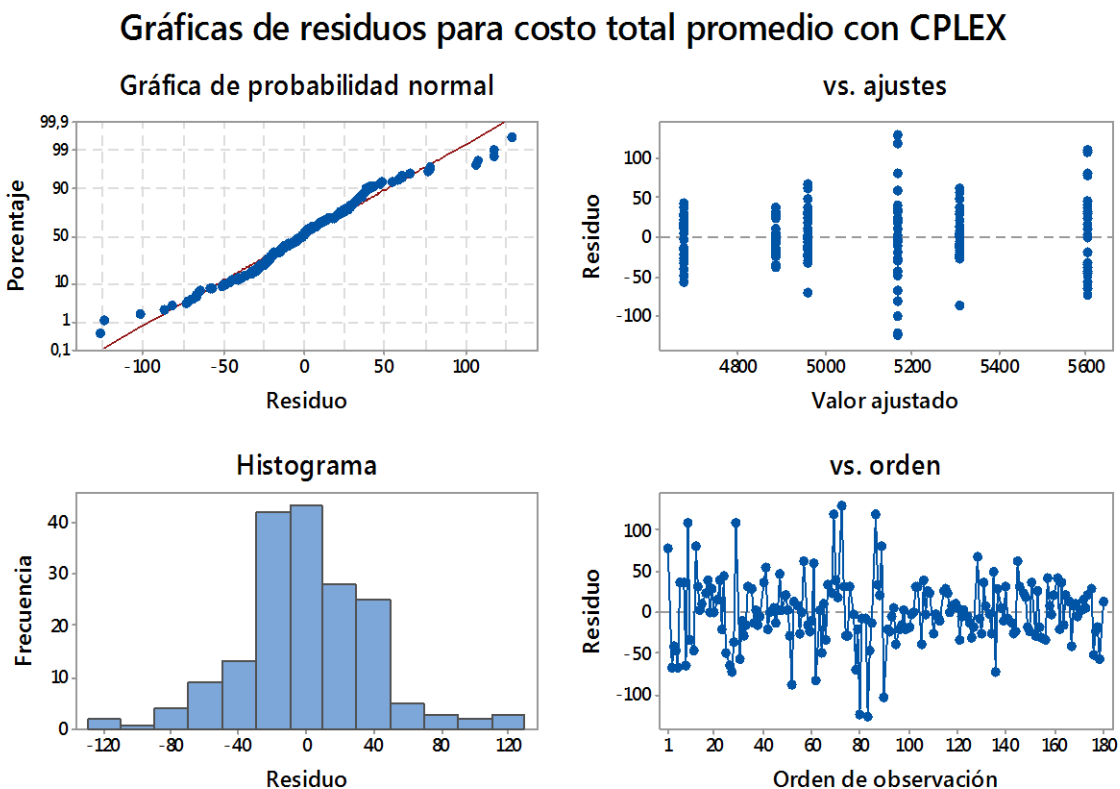


Figura 9. Gráfica de residuos para el costo total. Fuente software MINITAB.

- De la gráfica de probabilidad normalidad podemos decir que los datos obtenidos tienen un comportamiento de distribución cercana a la normal, pero se presentan unas colas un poco alejadas de la línea central.
- Del histograma podemos observar patrones asimétricos que no se asemejan a una campana en su totalidad, posiblemente porque los residuales presentan valores relativamente altos, lo que aumenta la dispersión.
- De la figura en la gráfica de residuos vs valores ajustados podemos describir que no existe una tendencia definida, es decir, la variabilidad de los grupos no depende de los Lead Times.
- Figura en la gráfica de residuos vs orden de datos se puede decir que existe un aparente orden aleatorio, es decir, no se puede afirmar que el orden de las réplicas influye en el resultado.

Ahora bien, como existe una aparente diferencia en la dispersión en algunos grupos, se realiza un análisis gráfico de los costos dependiendo de los lead Times, buscando así identificar valores atípicos y tendencias según configuración (Figura 10):

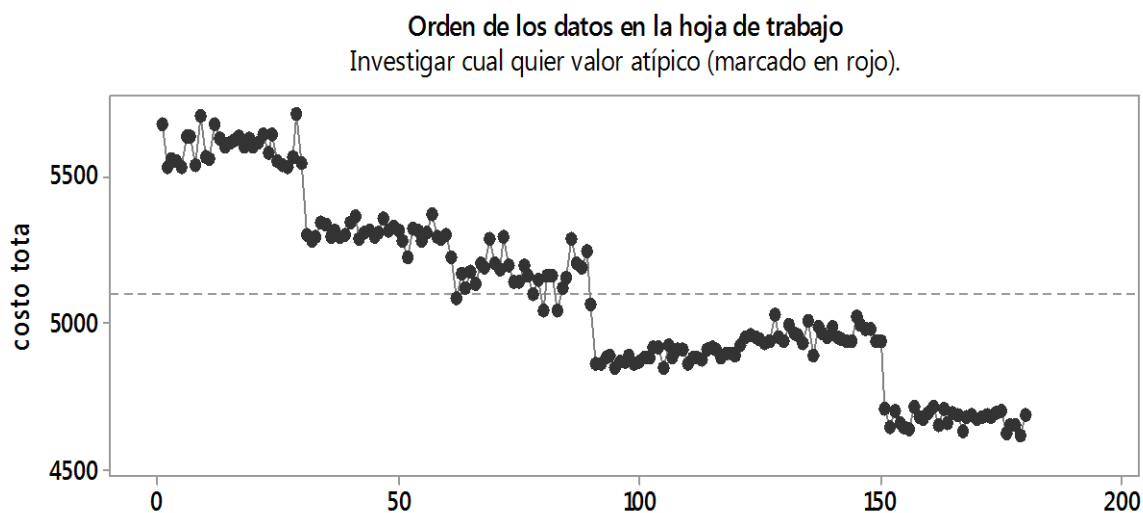


Figura 10. Grafica orden de los datos fuente software MINITAB.

De la figura de orden de datos podemos evidenciar los 6 grupos de datos y por su falta de puntos rojos podemos concluir que cada grupo no presenta valores atípicos y la dispersión identificada en las gráficas anteriores corresponde a los grupos que están más alejados entre sí en su costo.

9.2 Análisis estadístico de la interacción de las soluciones entre solvers CPLEX y SCIP.

Analizando los datos mediante una ANOVA unidireccional:

Nota* datos obtenidos usando el software MINITAB.

ANOVA unidireccional: Costo total vs. Tipo De Solver

Método

Hipótesis nula Todas las medias son iguales

Hipótesis alterna Por lo menos una media es diferente

Nivel de significancia $\alpha = 0,05$

Se presupuso igualdad de varianzas para el análisis.

Información del factor

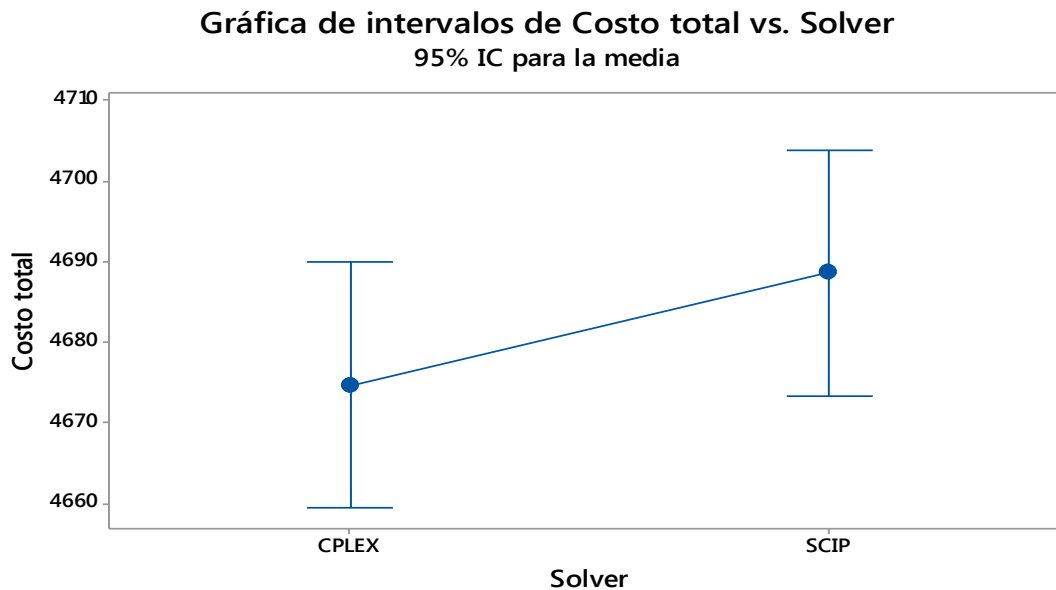
Factor	Niveles	Valores
Solver	2	CPLEX. SCIP

Análisis de Varianza

Fuente	GL	SC Ajust.	MC Ajust.	Valor F	Valor p
Solver	1	2901	2901	1,67	0,201
Error	58	100462	1732		
Total	59	103363			

Del análisis medias podemos concluir analizando los valores de P que los dos solvers no tienen un efecto significativo sobre el costo total promedio.

En la figura que se presenta a continuación podemos evidenciar el comportamiento de los datos de las 60 repeticiones totales de los 2 solvers en concreto, donde se corrobora si similitud estadística ya que los intervalos de confianza se superponen.



La desviación estándar agrupada se utilizó para calcular los intervalos.

Figura 11. Gráfica de intervalos de costo total vs solver.

De la figura podemos corroborar el análisis obtenido del ANOVA ya que la gráfica nos dice que los dos solvers arrojan el mismo resultado de costo al menos en sus medias (y en el intervalo de confianza de la misma) por lo cual el análisis de la ANOVA en el cual el tipo de solver no afecta el costo total promedio al menos en el punto en el que los leadtimes son 3 y 3 es acertado.

Posterior al análisis por costo analizaremos el comportamiento de los solvers por su tiempo de cómputo en donde se evidencio una diferencia.

Analizando los datos mediante una ANOVA unidireccional:

Nota* datos obtenidos usando el software MINITAB.

ANOVA unidireccional: tiempo de sol vs. Solver

Método

Hipótesis nula Todas las medias son iguales

Hipótesis alterna Por lo menos una media es diferente

Nivel de significancia $\alpha = 0,05$

Se presupuso igualdad de varianzas para el análisis.

Información del factor

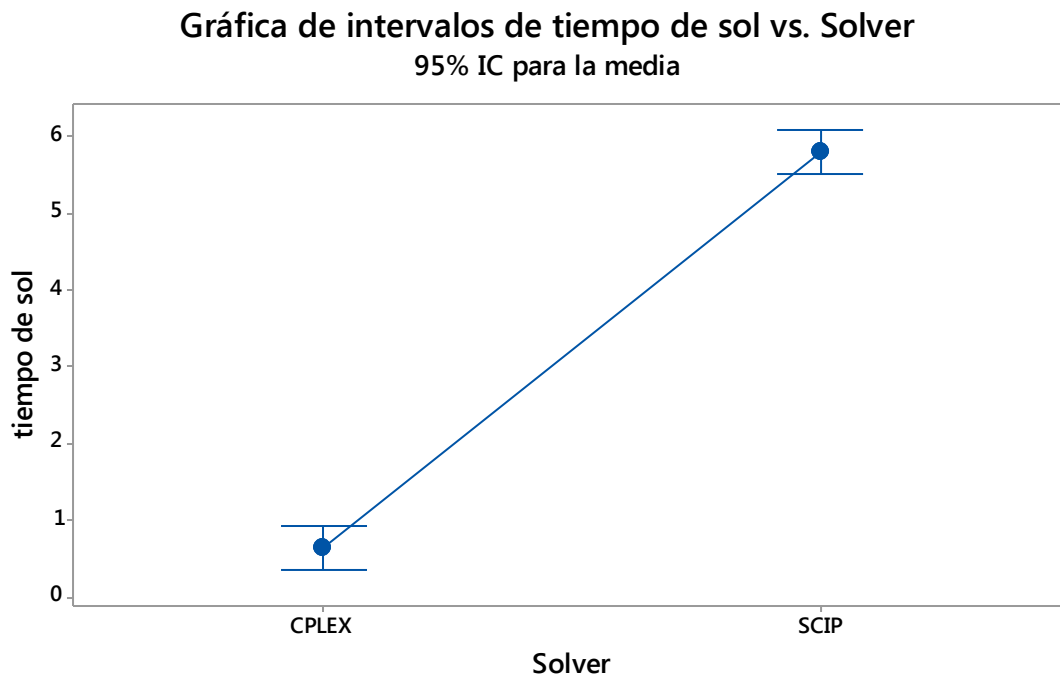
Factor	Niveles	Valores
Solver	2	CPLEX. SCIP

Análisis de Varianza

Fuente	GL	SC Ajust.	MC Ajust.	Valor F	Valor p
Solver	1	399,12	399,121	659,91	0,000
Error	58	35,08	0,605		
Total	59	434,20			

Del análisis medias podemos concluir analizando los valores de P que tanto el solver CPLEX como el solver SCIP al tener un valor menor al α (nivel de significancia) de la prueba que es de 0,05 tienen un efecto significativo sobre el tiempo de computo promedio arrojado por la solución del modelo.

En la figura que se presenta a continuación podemos evidenciar el comportamiento de los datos de las 60 repeticiones totales de los 2 solvers diferentes según su diferencia en el intervalo de confianza.



La desviación estándar agrupada se utilizó para calcular los intervalos.

Figura 12. Gráfica de intervalos de tiempos de solución vs solver.

De la figura podemos corroborar el análisis obtenido del ANOVA ya que nos dice que los dos solvers arrojan diferentes tiempos de solución ya que medias no pertenecen a la misma familia de medias y su intervalo de confianza no se superponen, en síntesis, el tipo de solver tiene un efecto significativo sobre el tiempo de cómputo total promedio al menos en el punto en el que los leadtimes son 3 y 3 es acertado.

10 Conclusiones

De acuerdo a la investigación, se evidencia como el problema de inventarios de dos escalones se puede configurar basado en el cumplimiento de la demanda, así como por medio del modelo se sustenta la posibilidad de la variación de los leadtimes encontrando soluciones factibles y óptimas para diversos tipos de configuraciones indistintamente del tipo de solver usado en el mismo.

De la experimentación se puede percibir que las diferentes configuraciones de los leadtimes tienen un efecto significativo en el costo total y la cantidad de pedidos realizados reduciendo ambos en las configuraciones de mayor leadtime, al igual que la significativa injerencia del tipo de solver en los tiempos de solución.

Respecto a los métodos de solución se observa como el solver CPLEX encuentra soluciones óptimas y con mayor rapidez que el solver SCIP aun trabajando bajo los mismos parámetros y limitantes del gap de computación.

11 Recomendaciones

Acorde a la revisión de la literatura se evidencia la tendencia a usar situaciones no generalizadas para proponer y solucionar problemas de inventarios de dos escalones por lo cual, se recomienda el uso de los modelos de inventarios de múltiples escalones en próximas propuestas de investigación en las cuales la situación sea concreta como los ejemplos que se encontraron la literatura de manejo de residuos, minería y servicios de almacenamiento hospitalario para productos con caducidad entre otros.

En el presente trabajo se usaron instancias con un depósito centralizado y múltiples minoristas junto con una demanda estocástica, por lo cual se sugiere analizar los efectos de la ampliación de estas instancias en próximas investigaciones.

En el estudio de los sistemas de inventarios de dos o más escalones se percibe la necesidad de ajustar el modelo para el caso de multi producto en el cual el modelo tendrá que tomar decisiones acordes al tipo de producto priorizando el mantenimiento o flujo de al menos dos tipos de productos ampliando las posibles aplicaciones del mismo en diferentes tipos de situaciones y o problemas planteados.

Referencias Bibliográficas

- Arrow, K.; Harris, T.; Marschak, J. (1951). Optimal inventory policy. *Econometrica* 19:250–272
- Axsater, S.; Rosling, K. (1993). Installation vs. echelon stock policies for multilevel inventory control. *Manage Sci* 39(10):1274–1280
- Axsater, S. (1990). Modeling emergency lateral transshipments in inventory systems. *Manage Sci* 36:1329–1338
- Axsater, S. (1990). Simple solution procedures for a class of two-echelon inventory problems. *OperRes* 38:64–69
- Axsater, S. (1993). Continuous review policies for multi-level inventory systems with stochastic demand. In: Graves S, Rinnooy Kan A, Zipkin P (eds) *Handbooks in operations research and management science*, vol 4, *Logistics of production and inventory*. North-Holland, Amsterdam, pp 175–197
- Axsater, S. (1993). Exact and approximate evaluation of batch-ordering policies for two-level inventory systems. *Oper Res* 41(4):777–785
- Axsater, S. (1993). Optimization of order-up-to-S policies in two-echelon inventory systems with periodic-review. *Nav Res Logist* 40:245–253
- Axsater, S. (1997). Simple evaluation of echelon stock (R, Q) policies for two-level inventory systems. *IIE Trans* 29:661–669
- Axsater, S. (2000). Exact analysis of continuous review (R, Q) policies in two-echelon inventory systems with compound Poisson demand. *Oper Res* 48(5):686–696
- Axsater, S. (2001). A framework for decentralized multi-echelon inventory control. *IIE Trans* 33:91–97
- Axsater, S. (2003). Approximate optimization of a two-level distribution inventory system. *Int J Prod Econ* 81–82:545–553
- Axsater, S. (2003). Supply chain operations: serial and distribution inventory systems. In: Graves SC, de Kok T (eds) *Supply chain management: design, coordination, and operation*. *Handbooks in operations research and management science*, vol 11, Chap. 10. Elsevier, Amsterdam, pp 525–559

- Axsater, S. (2005). A simple decision rule for decentralized two-echelon inventory control. *Int J Prod Econ* 93–94:53–59
- Axsater, S.; Juntti, L. (1996). Comparison of echelon stock and installation stock policies for twolevel inventory systems. *Int J Prod Econ* 45:303–310
- AXSATER, S.; Marklund, J. (2008). Optimal position-based warehouse ordering in divergent twoechelon inventory systems. *Oper Res* 56(4):976–991
- Axsater, S.; Marklund, J.; SILVER, EA. (2002). Heuristic methods for centralized control of onewarehouse, N-retailer inventory systems. *Manuf Serv Oper Manage*.
- Axsater, S.; Zhang, W. (1999). A joint replenishment policy for multi-echelon inventory control. *Int J Prd Econ* 59:243–250
- Badinelli, R. (1992). A model for continuous-review pull policies in serial inventory systems. *Oper Res* 40(1):142–156
- Bourland, K.; Powell, S.; Pyke, D. (1996). Exploiting timely demand information to reduce inventories. *Eur J Oper Res* 92:239–253
- Cachon, G. (2001). Exact evaluation of batch-ordering inventory policies in two-echelon supply chains with periodic review. *Oper Res* 49(1):79–98.
- Cachon, G.; Fisher, M. (2000). Supply chain inventory management and the value of shared information. *Manage Sci* 46(8):1032–1048.
- Cachon, G.; Zipkin, P. (1999). Competitive and cooperative inventory policies in a two-stage supply chain. *Manage Sci* 45(7):936–953.
- Chen, F. (1998). Echelon reorder points, installation reorder points, and the value of centralized demand information. *Manage Sci* 44(12): S221–S234
- Chen, F. (1999). 94%-effective policies for a two-stage serial inventory system stochastic
- Chen, F.; Zheng, Y. (1994). Evaluating echelon stock (R, nQ) policies in serial production/inventory systems with stochastic demand. *Manage Sci* 40(10):1262–1275.
- Chen, F.; Zheng, Y. (1997) One-warehouse multi-retailer systems with centralized stock information. *Oper Res* 45(2):275–287
- Chen, F.; Zheng, Y. (1998) Near-optimal echelon-stock (R, nQ) policies in multistage serial system. *Oper Res* 46(4):592–602.
- Cheung, K.; Hausman, W. (2000). An exact performance evaluation for the supplier in a two-echelon inventory system. *Oper Res* 48(4):646–653

- Choi, Tsan-Ming; Cheng, T. C. E. (2011). Control Policies for Multi-echelon Inventory Systems with Stochastic Demand, Supply Chain Coordination under Uncertainty (pp. 83-102). Berlin, Alemania: Springer.
- Clark, A.; Scarf, H. (1960). Optimal policies for a multi-echelon inventory problem. *Manage Sci* 6(4):475–490.
- Compound Poisson demand. *Eur J Oper Res* 81:143–153.
- De bodt, M.; Graves, S. (1985) Continuous review policies for a multi-echelon inventory problem with stochastic demand. *Manage Sci* 31(10):1286–1299.
- Demand. *Manage Sci* 45(12):1679–1696.
- Deuermeyer, B.; Schwarz, L. (1981). A model for the analysis of system service level in warehouse/ retailer distribution systems: the identical retailer case. In: Schwarz LB (ed) *Studies in the management sciences*, vol 16, Multi-level production/inventory control systems. North-Holland.
- Dvoretzky, A.; Kiefer, J.; Wolfowitz, J. (1952). The inventory problem. *Econometría* 20:187–222.
- Forsberg, R. (1997). Exact evaluation of (R, Q)-policies for two level inventory systems with Poisson demand. *Eur J Oper Res* 96:130–138.
- Gallego, G.; Ozer, O.; Zipkin, P. (2007). Bounds, heuristics, and approximations for distribution systems. *Oper Res* 55(3):503–517
- Gavieneni, S. (2002). Information flows in capacitated supply chains with fixed ordering cost. *Manage Sci* 48(5):644–651
- Guetta, C. R. D. (2016). *Applied Inventory Management: New Approaches to Age-Old Problems*
- Gurbuz, M.; Moinzadeh, K.; ZHOU, Y. (2007). Coordinated replenishment strategies in inventory/ distribution systems. *Manage Sci* 53(2):293–308
- Lee, H. (1987). A multi-echelon inventory model for repairable items with emergency lateral transshipments. *Manage Sci* 33:1302–1316
- Lee, H, Moinzadeh k (1987) Two-parameter approximations for multi-echelon repairable inventory models with batch ordering policy. *IIE Trans* 19:140–149
- Moinzadeh K, Schmidt C (1991) An (S-1, S) inventory system with emergency orders. *Oper Res* 39:308–321

- Muckstadt J (1973) A model for a multi-item, multi-echelon, multi-indenture inventory system. *Manage Sci* 20:472–481.
- Muckstadt J (1979) A three-person, multi-item model for recoverable items. *Nav Res Logistics Q* 26:199–221.
- Orders. *Int J Prod Econ* 56–57:275–289
- Rosling K (1989) Optimal inventory policies for assembly systems under random demands. *Oper Res* 37(4):565–579
- Shanker K (1981) Exact analysis of a two-echelon inventory system for recoverable items under batch inspection policy. *Nav Res Logistics Q* 28:579–601.
- Sherbrooke C (1968) Metric: a multi-echelon technique for recoverable item control. *Oper Res* 16:122–141.
- Silver E, Peterson R (1998) *Decision systems for inventory management and production*. Wiley, New York.
- Simon R (1971) Stationary properties of a two-echelon inventory model for low demand items. *Oper Res* 19:761–777.
- Svoronos A, Zipkin P (1988) Estimating the performance of multi-level inventory systems. *Oper Res* 36(1):57–72
- Svoronos A, Zipkin P (1991) Evaluation of one-for-one replenishment policies for multiechelon inventory systems. *Manage Sci* 37:68–83.
- Veinott A, Wagner H (1965) Computing optimal (s, S) inventory problems. *Manage Sci* 11:525–552.
- Wang Q (2010) Integer-ratio policies for distribution systems with multiple retailers and stochastic demand. Working paper, Nanyang Business School, Nanyang Technological University, Singapore
- Wang Q, Axsater S (2010) Fixed-interval order-up-to policies for distribution systems with multiple retailers and stochastic demand. Working paper, Nanyang Business School, Nanyang Technological University, Singapore
- Zipkin P (2000) *Foundations of inventory management*. McGraw-Hill, New York.
- Zheng Y (1992) On properties of stochastic inventory systems. *Manage Sci* 38(1):87–103.