

Registro de dos Haces con Momento Angular Orbital Entero con un Cristal
Fotorrefractivo con Fines de Multiplexado

Angie Liseth Solano Navarro

Trabajo de Grado para Optar por el Título de Física

Director

Yezid Torres Moreno

Dr. Óptica y Tratamiento de la Señal, Profesor Titular Escuela de Física

Codirectores

Vladimir Albeiro Jerez Martínez

Dr. en Física, Investigador senior

Jesús Hernán Mendoza Castro

Magister en Ingeniería Electrónica

Universidad Industrial de Santander

Facultad de Ciencias Básicas

Escuela de Física

Bucaramanga

2022

Contenido

Resumen.....	10
Introducción.....	13
1 Cristales fotorrefractivos.....	16
1.1 Modelo de Kukhtarev.....	17
1.2 Efecto Electroóptico Lineal.....	30
1.3 Estudio experimental del daño óptico y el efecto fotorrefractivo.....	33
1.4 Conclusiones.....	42
2 Holografía.....	44
2.1 Reconstrucción de un frente de onda.....	45
2.2 Técnica experimental de registro de un holograma.....	48
2.3 Técnica experimental de reconstrucción del frente de onda.....	52
2.4 Conclusiones.....	53
3 Hologramas en Cristales Fotorrefractivos.....	54
3.1 Hologramas de volumen.....	54
3.2 Eficiencia de difracción.....	58
3.3 Multiplexado holográfico.....	61
3.3.1 Técnica de registro de dos hologramas.....	63
3.3.2 Técnica de lectura de dos hologramas.....	67
3.4 Conclusiones.....	69

4 Momento angular orbital de la luz	71
4.1 Modos Laguerre Gauss	75
4.2 Generación de haces con Momento Angular Orbital.....	82
4.2.1 Placas de fase en espiral.....	82
4.2.2 Hologramas tipo fork	82
4.2.3 Generación de estados MAO usando un modulador espacial de luz	89
4.3 Difracción por una abertura triangular	93
4.4 Conclusiones	98
5 Registro de dos haces MAO en un cristal fotorrefractivo.....	99
5.1 Prueba del registro holográfico de estados MAO	99
5.2 Técnica de registro holográfico de dos estados MAO	101
5.3 Proceso de Registro.....	103
5.3.1 Proceso de Lectura	104
5.4 Resultados Experimentales del Registro Holográfico.....	104
5.4.1 Curva de registro del estado MAO $l_1 = 5$	104
5.4.2 Curva de registro del estado MAO $l_2 = 15$	108
5.4.3 Tiempo de borrado durante el proceso de lectura.	112
5.4.4 Resultados experimentales del multiplexado holográfico	114
6 Conclusiones.....	119
7 Anexos.....	121

7.1 Multiplexado de haces con Momento Angular Orbital..... 121

8 Referencias..... 126

Lista de Figuras

Figura 1	Distribución de defectos puntuales en el intervalo de energías electrónicas	19
Figura 2	Fotoexcitación y generación de portadores libres	21
Figura 3	Fenómenos de transporte en la banda de conducción	22
Figura 4	Atrapamiento o recombinación de portadores de carga	23
Figura 5	Distribución espacial de la intensidad, las cargas y el campo eléctrico interno.....	29
Figura 6	Esquema del efecto Pockel's.....	31
Figura 7	Geometría y dimensiones del cristal fotorrefractivo BGO.....	34
Figura 8	Arreglo experimental para análisis del daño óptico sobre un frente de onda Gaussiano al pasar a través del cristal BGO.....	35
Figura 9	Perfil de intensidad en 3D de un haz Gaussiano	36
Figura 10	Reconstrucción tridimensional de los perfiles de intensidad recuperados experimentalmente	37
Figura 11	Curvas de caracterización para los perfiles de intensidad recuperados experimentalmente.....	39
Figura 12	Esquema experimental para comprobar el efecto fotorrefractivo.	41
Figura 13	Anillos de Airy obtenidos experimentalmente.....	42
Figura 14	Esquema experimental de interferencia óptica para realizar un registro holográfico	49
Figura 15	Arreglo experimental de interferometría óptica para realizar un registro holográfico en el cristal fotorrefractivo BGO	50
Figura 16	Láminas utilizadas para la construcción de la onda objeto	51
Figura 17	Arreglo experimental de interferometría óptica para realizar la lectura del registro holográfico creado en el cristal fotorrefractivo BGO	52

Figura 18 Reconstrucción experimental del frente de onda a partir del interferograma registrado en el cristal BGO.....	53
Figura 19 Interferencia óptica entre dos ondas representadas por los vectores de onda k_1 y k_2 sobre un cristal fotorrefractivo.....	55
Figura 20 Periodo espacial de las franjas de interferencia en función del ángulo formado entre los vectores de onda k_1 y k_2	57
Figura 21 Arreglo experimental de interferencia óptica para realizar el registro de dos hologramas en el cristal fotorrefractivo BGO.....	64
Figura 22 Curva de registro correspondiente a la onda plana con forma de Círculo registrada con la Onda de Referencia #1 <i>REF1</i>	65
Figura 23 Curva de registro correspondiente a la onda plana con forma de estrella registrada con la Onda de Referencia #2 <i>REF2</i>	66
Figura 24 Curvas de borrado correspondientes a cada holograma de ondas planas (estrella y círculo)	67
Figura 25 Orden escogido para registrar dos hologramas en el cristal fotorrefractivo BGO	68
Figura 26 Reconstrucción de dos frentes de onda simultáneamente.	69
Figura 27 Momento angular de spin de la luz	73
Figura 28 Momento angular orbital de la luz	73
Figura 29 Influencia del signo en la carga topológica de un haz con MAO.....	76
Figura 30 Influencia del valor absoluto de la carga topológica de un haz con MAO	76
Figura 31 Gráficos normalizados de intensidad y fase de modos Laguerre-Gauss	81
Figura 32 Generación de un vórtice óptico con una placa de fase en espiral	82

Figura 33 Esquema de interferencia óptica entre la distribución de fase de un vórtice y una onda plana.....	83
Figura 34 Generación de un haz que porta MAO utilizando un holograma tipo tenedor.....	84
Figura 35 Estructura de fase de hologramas tipo tenedor.....	85
Figura 36 Generación de un haz con MAO utilizando el MSL LETO.....	90
Figura 37 Arreglo experimental para la generación de estados con MAO usando el MSL HOLOEYE LETO	92
Figura 38 Perfiles de intensidad de los vórtices ópticos generados con el MSL LETO.....	92
Figura 39 Parte I del patrón de difracción a través de una rendija triangular de vórtices ópticos con CT entera.....	94
Figura 40 Parte I del patrón de difracción a través de una rendija triangular de vórtices ópticos con CT entera.....	95
Figura 41 Arreglo experimental para la generar vórtices ópticos y determinar su carga topológica.....	96
Figura 42 Parte I de los Perfiles de intensidad y patrones de difracción de tres vórtices ópticos con CT entera.....	97
Figura 43 Parte II de los Perfiles de intensidad y patrones de difracción de tres vórtices ópticos con CT entera.....	97
Figura 44 Arreglo experimental para prueba de principio holográfico del estado con MAO $l = 1$	100
Figura 45 Perfil de intensidad y patrón de difracción del frente del vórtice óptico recuperado del cristal fotorrefractivo	101

Figura 46 Arreglo experimental para el registro de dos haces con MAO sobre el cristal fotorrefractivo BGO.....	102
Figura 47 Versión I de los perfiles de intensidad recuperados del cristal BGO correspondientes al estado con MAO $l = 5$	105
Figura 48 Versión II de los perfiles de intensidad recuperados del cristal BGO correspondientes al estado con MAO $l = 5$	106
Figura 49 Curva de registro correspondiente al estado con MAO $l = 5$ registrado con la Onda de Referencia <i>REF1</i>	107
Figura 50 Versión I de los perfiles de intensidad recuperados del cristal BGO correspondientes al estado con MAO $l = 15$	109
Figura 51 Versión II de los perfiles de intensidad recuperados del cristal BGO correspondientes al estado con MAO $l = 15$	110
Figura 52 Curva de registro correspondiente al estado con MAO $l = 15$ registrado con la Onda de Referencia <i>REF2</i>	111
Figura 53 Curva de borrado correspondiente a los estados con MAO $l = 5$ y $l = 15$	113
Figura 54 Orden escogido para el registro de dos estados con MAO $l = 5$ y $l = 15$ en el cristal BGO	116
Figura 55 Reconstrucción de dos frentes de onda correspondientes a los estados con MAO $l = 5$ y $l = 15$ simultáneamente	118
Figura 57. Conversión de haces Gaussianos a estados con MAO.....	122
Figura 58. Resultados experimentales del multiplexado espacial de haces con MAO.....	¡Error!
Marcador no definido.	
Figura 59. Eficiencia espectral en función del número de usuarios	125

Lista de Tablas

Tabla 1	Especificaciones del cristal fotorrefractivo BGO	34
Tabla 2.	Parámetros de caracterización para el perfil de intensidad de un haz Gaussiano puro y uno que pasa a través de un cristal fotorrefractivo BGO.....	38
Tabla 3	Especificaciones de modulador espacial de Luz.....	89
Tabla 5	Parámetros de ajuste correspondientes a la curva de registro del estado MAO $l = 5$	108
Tabla 6	Parámetros de ajuste correspondientes a la curva de registro del estado MAO $l = 15$	112
Tabla 7	Parámetros de ajuste correspondientes a la curva de borrado del estado MAO $l = 5$	113
Tabla 8	Parámetros de ajuste correspondientes a la curva de borrado del estado MAO $l = 15$	114

Resumen

Título: Registro de dos haces con Momento Angular Orbital entero con un cristal fotorrefractivo con fines de multiplexado.¹

Autor: Angie Liseth Solano Navarro²

Palabras Claves: Fotorrefractivo, Momento Angular Orbital, Vórtices Ópticos, Holografía

Esta investigación combina dos elementos clave: El momento angular orbital (MAO) y el efecto fotorrefractivo. El primero corresponde a una propiedad física, en este caso de la luz, de la cual se ha demostrado su potencial intrínseco para el envío de grandes cantidades de información (Wang et al., 2012). El segundo es un fenómeno físico que, en este caso, ocurre en el cristal fotorrefractivo convirtiéndolo en uno de los elementos ópticos más prometedores para el almacenamiento de múltiples hologramas y datos (Guo et al., 2004; Mok et al., 1991; Mok, 1993). En este sentido el Grupo de Óptica y Tratamiento de Señales (GOTS) y el Laboratorio de Óptica y Tratamiento de Señales (LOTS) han estado involucrados en este campo de investigación, a través de una serie de trabajos encaminados a implementar una técnica de generación, registro, caracterización y detección de estados MAO, donde ha sido usado un cristal fotorrefractivo BGO para este fin (Acevedo et al., 2013; Díaz Meza et al., 2012; Mendoza Castro, 2019).

Acorde a lo anterior se planteó la presente investigación con el objetivo de estudiar la posibilidad de registrar dos haces con MAO entero sobre un cristal fotorrefractivo con fines

¹ Proyecto de Grado

² Facultad de Ciencias, Escuela de Física, Director: Yezid Torres Moreno, Dr. En óptica y tratamiento de la señal; Codirectores: Vladimir Jerez Martínez, Dr. en Física e Investigador senior, Jesús Hernán Mendoza Castro, Mg. en Ingeniería Electrónica.

de multiplexado. Con este propósito se desarrolló una serie de experimentos en los cuales se demostró paso a paso la construcción e implementación de un esquema experimental de registro de dos haces que portan MAO entero.

El fenómeno se analizó con base en el modelo fisicomatemático de (Kukhtarev et al., 1978), el cual presenta una relación clara entre las propiedades del medio fotorrefractivo y el registro holográfico, y la generación de haces con MAO utilizando un modulador espacial de luz.

Los resultados demuestran que es posible registrar haces que porten MAO entero usando de manera particular el cristal fotorrefractivo BGO. Además, estos hologramas permiten discernir la información completa, amplitud y fase, de la luz con MAO.

Abstract

This research combines two key elements: the orbital angular momentum (OAM) and the photorefractive effect. The first corresponds to a physical property, in this case of light, whose intrinsic potential for sending large amounts of information has been demonstrated (Wang et al., 2012). The second is a physical phenomenon that, in this case, occurs in the photorefractive glass, making it one of the most promising optical elements for storing multiple holograms and data (Guo et al., 2004; Mok et al., 1991; Mok, 1993). In this sense, the Optics and Signal Processing Group (GOTS) and the Optics and Signal Processing Laboratory (LOTS) have been involved in this field of research, through a series of works aimed at implementing a generation technique, registration, characterization, and detection of MAO states, where a BGO photorefractive crystal has been used for this purpose (Acevedo et al., 2013; Díaz Meza et al., 2012; Mendoza Castro, 2019).

In accordance with the above, the present investigation was proposed with the aim of studying the possibility of recording two beams with whole MAO on a photorefractive crystal for multiplexing purposes. With this purpose, a series of experiments was developed in which the construction and implementation of an experimental scheme for recording two beams that carry whole MAO was demonstrated step by step.

The phenomenon was analyzed based on the physic-mathematical model of (Kukhtarev et al., 1978), which presents a clear relationship between the properties of the photorefractive medium and the holographic record, and the generation of MAO beams using a spatial light modulator.

The results demonstrate that it is possible to record beams bearing entire MAO using the BGO photorefractive crystal. In addition, these holograms allow to discern the complete information, amplitude, and phase, of the light with MAO.

Introducción

El estudio de la luz ha estado presente durante años como una de las principales motivaciones y cuestionamientos del ser humano, debido al incansable deseo de dar respuestas a las discusiones filosóficas, encaminadas hacia la comprensión del universo en el marco de una teoría fisicomatemática sobre la luz y su interacción con la materia. Al mismo tiempo, y en esta perspectiva se crean instrumentos ópticos y tecnologías que atienden las necesidades de interacción social a través de sistemas de comunicación. En el ámbito de las telecomunicaciones se ha visto cómo esta necesidad ha llevado al rápido incremento de la cantidad de datos que se mueven a través de la red. Con la intención de solucionar esta problemática se ha sacado provecho de diversas propiedades de la luz como: su longitud de onda, su estado de polarización, y en particular para el interés de este trabajo, las propiedades de un haz de luz que porta MAO (Yao & Padgett, 2011). Por primera vez fueron, Allen et al. 1992, quienes interpretaron este fenómeno como una propiedad natural de la luz, según la cual los haces portan una cantidad de MAO debido a que los fotones orbitan alrededor de su eje de propagación.

En los últimos años los vórtices ópticos han ganado reconocimiento en el campo de las telecomunicaciones donde se ha demostrado que los haces que portan MAO tienen potencial para el envío de grandes cantidades de información (Hammami et al., 2015; Wang et al., 2012; Willner, A. E. et al., 2015; Willner, Alan E. et al., 2021). La implementación de este tipo de sistemas de comunicación es un campo de investigación activo, por esto el Grupo de Óptica y Tratamiento de Señales (GOTS) ha venido desarrollando una serie de trabajos enfocados en investigar esta propiedad de las ondas electromagnéticas, el MAO. Los primeros trabajos estudiaron el perfil de intensidad

(Acevedo Cáceres, 2012; Acevedo Cáceres, 2014), simultáneamente se desarrolló un modelo de codificación de datos (Díaz Meza et al., 2012), también se ha investigado: su patrón de difracción por una abertura triangular equilátera (Acevedo et al., 2015), técnicas para generar vórtices ópticos perfectos (Anaya Carvajal et al., 2016), y posteriormente con la combinación de estas investigaciones se desarrolló una técnica de generación, registro, caracterización y detección de estados MAO, donde también se utilizó un cristal fotorrefractivo BGO (Mendoza Castro, 2019). De acuerdo con lo anterior se planteó la presente investigación, con el objetivo de dar continuidad a la labor investigativa del GOTS y LOTS se estudió la posibilidad de registrar dos haces con MAO entero sobre el cristal fotorrefractivo BGO con fines de multiplexado.

Esta investigación se delimitó a dar una descripción detallada sobre la técnica experimental para el registro de dos interferogramas en el cristal BGO. Se consideran dos razones que llevaron a realizar esta investigación: primero, la necesidad de profundizar en el modelo fisicomatemático que describe el fenómeno fotorrefractivo, segundo, el requerimiento de alimentar con pruebas experimentales la investigación sobre la generación y el registro de múltiples estados con MAO sobre el cristal fotorrefractivo BGO. Por supuesto este campo de investigación es más extenso, como lo demuestra (Mendoza Castro, 2019), es posible combinar la multiplexación de datos MAO con el cristal BGO para definir un protocolo de comunicación y codificación de información.

Este trabajo se desarrolló bajo una metodología teórico-experimental descrita a lo largo de 5 capítulos: en el capítulo uno se investigó el modelo fisicomatemático de los cristales fotorrefractivos y se comprobó experimentalmente la riqueza de efectos físicos que exhiben; el segundo fue necesario para describir el principio holográfico en el marco de la

teoría ondulatoria de la luz, en este capítulo también se incluyó un estudio experimental donde se combinó la holografía con las propiedades fotorrefractivas del cristal BGO; en el tercero se analizaron con mayor detalle las técnicas de registro holográfico en cristales fotorrefractivos y se diseñó un arreglo experimental para reconstruir, simultáneamente, dos frentes de onda; en el capítulo cuarto se explicó el modelo teórico de los haces que portan MAO, su generación y caracterización, en este apartado también se incluyeron más pruebas experimentales con el fin de enriquecer y justificar el desarrollo de este trabajo; en el quinto se combinaron los modelos teóricos y se unificaron los esquemas experimentales de los capítulos previos en un diseño experimental que permitió registrar dos interferogramas de estados con MAO de la luz sobre el cristal fotorrefractivo BGO. Las conclusiones del trabajo realizado pueden ser revisadas en el capítulo seis.

1 Cristales fotorrefractivos

En el campo de los cristales fotorrefractivos la ciencia estudia sus propiedades, particularmente físicas, a pesar de que, en primera instancia, no se trata de un material surgido espontáneamente en la *naturaleza*. El primer cristal, Niobato de Litio $LiNbO_3$, se sintetizó en uno de los centros de investigación más importantes del mundo, Laboratorios Bell, la cuna de numerosas patentes importantes y reconocidas como el láser y la fibra óptica. El origen de las investigaciones detalladas sobre su estructura y propiedades se enmarca en una serie de cinco artículos publicados el mismo año (Abrahams, Reddy et al., 1966; Abrahams, Levinstein et al., 1966; Abrahams, Hamilton et al., 1966; Nassau et al., 1966a; Nassau et al., 1966b) entre los cuales se destacan sus propiedades electroópticas, y su capacidad de producir cambios en el índice de refracción que pueden ser modulados controladamente por interferometría.

Inicialmente, se estudió la propagación de un haz Gaussiano a través del cristal, los resultados experimentales advirtieron la distorsión del frente de onda a la salida del medio y debido a esto el efecto fue reconocido como un *daño óptico*. Estudios posteriores ayudaron a comprender que este fenómeno es una consecuencia de las propiedades intrínsecas del cristal (Weis & Gaylord, 1985), a partir de allí surge un gran número de trabajos significativos encaminados en la descripción de principios físicos y deducciones matemáticas que permiten predecir y comprobar experimentalmente su comportamiento (Kukhtarev et al., 1978).

Entre la gran riqueza de sus propiedades físicas se destaca que el material exhibe, en su estructura cristalina, una energía fotovoltaica muy fuerte, permitiendo la aparición de

fenómenos de transporte eficientes como la difusión y migración (Weis & Gaylord, 1985). Lo anterior, se combina con su capacidad electroóptica para producir el efecto fotorrefractivo. Este último se refiere al cambio en el índice de refracción local que experimenta el cristal cuando interactúa con la luz, convirtiéndolos en un interesante objeto de estudio (J. Frejlich, 2007), enfocado en la investigación de sus centros fotosensibles (Fuentes Hernández, 2002; Gamernyk et al., 2006; Jerez et al., 2011), además dentro de la diversidad de las aplicaciones destacan: desde sus inicios el almacenamiento de información (Miridonov, 1994; Petrov et al., 2013; Stepanov, 1994a) y el registro de datos holográficos de alta densidad (Guo et al., 2004; Mok et al., 1991; Mok, 1993); en aplicaciones más actuales se han utilizado para la manipulación de micro y nano partículas (Zhang et al., 2009) con el fin de formar microestructuras metálicas; y también se han utilizado para la construcción de guías de onda ópticas (Caballero-Calero et al., 2009; Qi & Li, 2020; Tejerina, 2014). Por lo anterior es posible asegurar que los cristales fotorrefractivos constituyen uno de los materiales fotoconductores más utilizados en la actualidad en diferentes aplicaciones tecnológicas.

1.1 Modelo de Kukhtarev

Tres características fundamentales permiten clasificar los cristales fotorrefractivos:

Efecto electroóptico: Su índice de refracción varía al aplicar un campo eléctrico y su variación es proporcional a la intensidad del campo que la produce; este fenómeno se conoce como el efecto Pockel's (Pockels, 1906).

Fotoconductividad: Sus propiedades de conductividad se alteran cuando el cristal es expuesto a la luz.

Defectos puntuales: Su estructura cristalina posee zonas en las cuales los átomos están en disposición de atrapar electrones, y otras en las cuales los átomos los donan.

Con base en estas propiedades se describe el modelo teórico de Kukhtarev enfocado en el grupo de cristales tipo Selenitas constituido por: $Bi_{12}GeO_{20}$ (BGO), $Bi_{12}SiO_{20}$ (BSO), $Bi_{12}TiO_{20}$ (BTO) (J. Frejlich, 2007), en cada uno de ellos la permitividad dieléctrica se describe con un tensor de rango 2, cuyas componentes de la diagonal están relacionadas con los índices de refracción sobre cada uno de los ejes principales, mientras que las demás están relacionadas con los efectos de actividad óptica. Para delimitar el contenido informativo de este tensor, se considera que la actividad óptica es lo suficientemente baja para asumir que el tensor se puede representar en términos de la permitividad dieléctrica en el vacío ϵ_0 y una matriz 3×3 , de la forma:

$$\hat{\epsilon} = \epsilon_0 \begin{pmatrix} n_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & n_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & n_3^2 \end{pmatrix}. \quad (1.1)$$

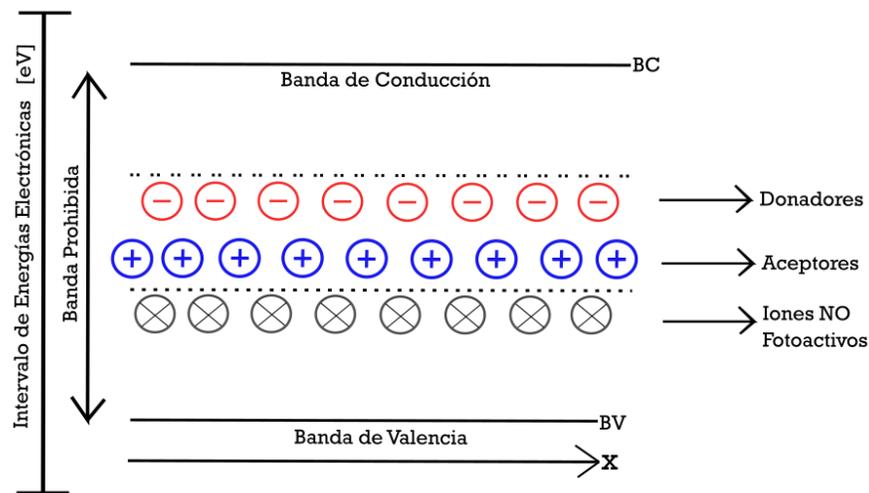
Adicionalmente, se considera que los tres índices de refracción principales satisfacen la igualdad $n_1 = n_2 = n_3 = n$, con lo cual se asume que el cristal es cúbico e isótropo (Fuentes Hernández, 2002), este es un modelo ideal ya que el medio fotorrefractivo es inherentemente anisótropo (Meng et al., 1998).

El modelo de (Kukhtarev et al., 1978), establece una aproximación a los cristales fotorrefractivos basándose en dos niveles de energía ubicados en la banda prohibida (ver Figura 1); allí se encuentran localizados los centros fotoactivos desde donde los electrones pueden excitarse hacia la banda de conducción (BC) o de valencia (BV).

El fenómeno fotorrefractivo se describe considerando que en la banda prohibida hay dos niveles de energía ocupados, el primero por los átomos que están disponibles para donar electrones (donadores), y el segundo por aquellos átomos ionizados que los atraen (aceptores). Estos niveles de energía se asocian con la distribución atómica y defectos de la red.

Figura 1

Distribución de defectos puntuales en el intervalo de energías electrónicas



Nota. El gráfico es una representación del modelo de Kukhtarev, según el cual en la banda prohibida: el nivel más bajo está ocupado por iones no fotoactivos que tienen la función de mantener el equilibrio de cargas en el estado de reposo; en el siguiente nivel se encuentran los iones aceptores, y en el nivel más alto los iones donadores.

En el estado inicial, antes de ser expuesto a una fuente de luz, cada unidad del volumen del cristal se puede describir a partir del número de átomos, electrones o defectos que se encuentran en cada uno de estos niveles, así:

- N_A es el número total de átomos o defectos que están localizados en el nivel de los aceptores en el instante $t = 0$.
- N_D^0 es el número total de átomos o defectos relacionados con los niveles donadores en el instante $t = 0$.

- $N_A \ll N_D^0$ se considera que en el estado inicial el número de aceptores es mucho menor que el número de donadores.

Los portadores de carga (electrones) pueden ser excitados por efectos ópticos o térmicos. Los aceptores actúan como trampas de cargas, pero estos no pueden ser ionizados por efectos térmicos. Adicionalmente, se debe suponer que el nivel de energía de los aceptores se llena completamente cuando estos son neutralizados al atrapar los electrones.

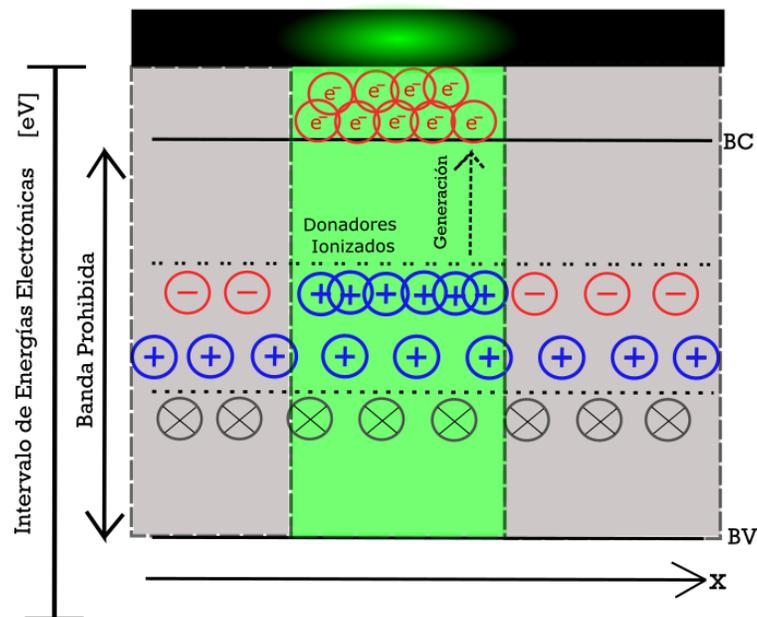
Los parámetros señalados anteriormente permiten describir el fenómeno fotorrefractivo que tiene lugar en el cristal cuando este es expuesto a una fuente de luz cuya distribución de intensidad $I(\vec{r})$ no es uniforme. El proceso ocurre cuando, en las zonas de mayor luminosidad, hay fotones con la energía suficiente para excitar los electrones, que están en el nivel de energía de los donadores, provocando que estos logren pasar a la banda de conducción debido a la fotoexcitación que experimentan, a su vez, los respectivos donadores van quedando ionizados. Según esta descripción, el número de portadores que saltan a la banda de conducción debe ser igual al número de donadores ionizados; entonces aparecen dos nuevas cantidades de donadores: la primera corresponde a los ionizados, denotada como N_D^+ , mientras que la segunda corresponde a los no ionizados, N_D , esta última es equivalente a realizar una sustracción, así, al número de donadores en el estado inicial N_D^0 se sustrae la cantidad de donadores que fueron ionizados N_D^+ , estos son ($N_D = N_D^0 - N_D^+$). Cabe resaltar que el número de no ionizados N_D representa los que han quedado disponibles para participar en la siguiente fotoexcitación.

El hecho de que la distribución de intensidad con la que se excita el cristal no sea uniforme $I(\vec{r})$ es un aspecto muy importante, debido a que en las zonas de mayor intensidad ocurre el proceso de fotoexcitación mediante el cual los electrones viajan hacia la banda de

conducción, como resultado de este proceso se obtiene una mayor acumulación de electrones en las zonas luminosas respecto a las zonas oscuras. Debe ser claro que cuanto mayor sea la concentración de donadores ionizados, mayor será la concentración de portadores en la banda de conducción, por lo que aparece un gradiente de concentración de cargas indicando que se ha alterado el estado de equilibrio del cristal (ver Figura 2).

Figura 2

Fotoexcitación y generación de portadores libres



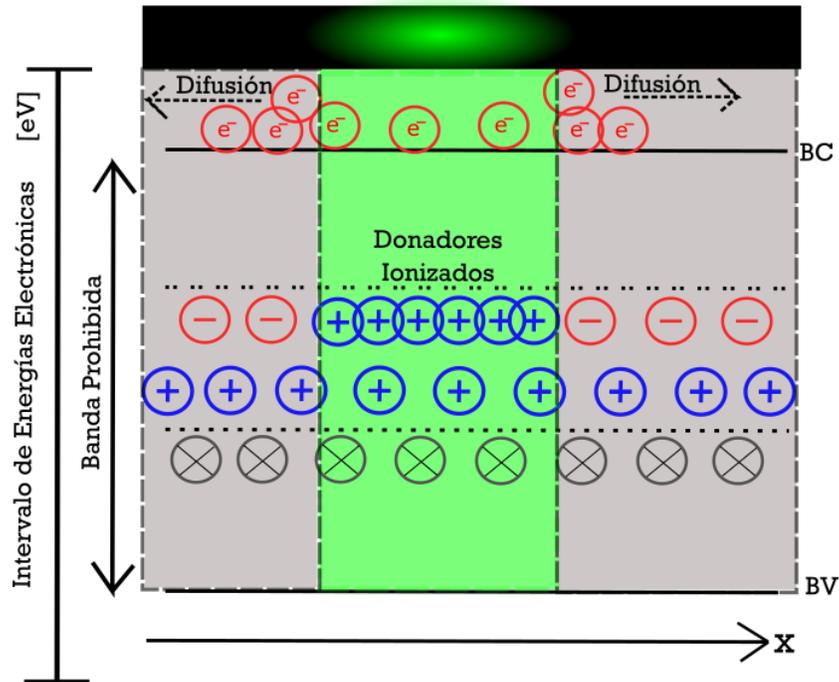
Nota. El gráfico representa los portadores de carga en el nivel de los donadores cuando son excitados por una fuente de luz y ganan la energía suficiente para subir a la banda de conducción.

Con base en la ley fundamental de los fenómenos de transporte (Urusovskaya et al., 2012), es bien sabido que, cuando se altera el equilibrio surgen unas transformaciones en el sistema relacionadas con flujos de carga. Por ello, la acumulación de cargas en la banda de conducción producirá un flujo de portadores hacia las zonas oscuras con el fin de equilibrar el sistema. Después de algún tiempo, los electrones se acumulan preferentemente en las

regiones menos iluminadas porque allí se excitan de manera menos eficiente que en cualquier otro lugar (Ver Figura 3).

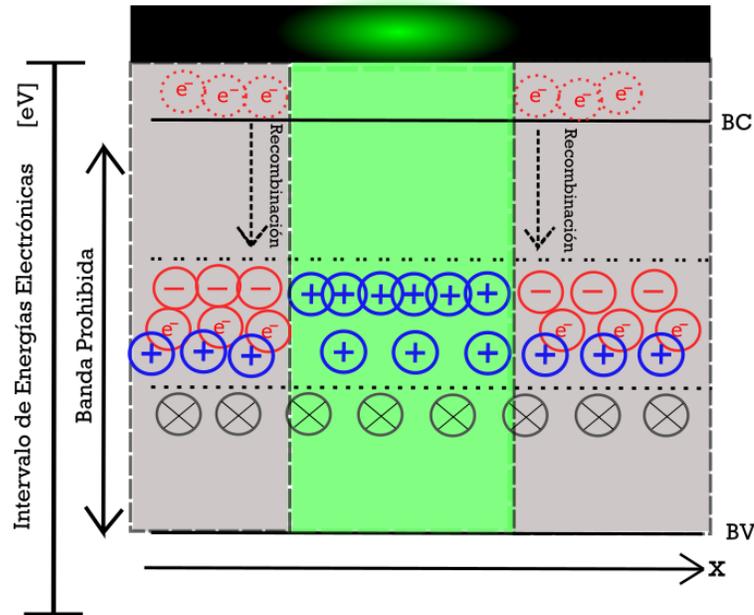
Figura 3

Fenómenos de transporte en la banda de conducción



Nota. El gráfico representa cómo el gradiente de concentración de cargas en la banda de conducción produce fenómenos de transporte por difusión, en este proceso los electrones se mueven hacia las zonas oscuras.

En este caso, la acumulación de portadores en las zonas de mayor luminosidad produce un flujo de electrones hacia las zonas oscuras, estos electrones que se han desplazado hacia las zonas oscuras están disponibles para neutralizar los átomos ionizados; entonces son atrapados por los aceptores y abandonan la banda de conducción. Por lo tanto, se construye una distribución espacial de carga eléctrica, dejando cargas positivas en las regiones iluminadas y cargas negativas en las regiones oscuras (Ver Figura 4).

Figura 4*Atrapamiento o recombinación de portadores de carga*

Nota. El gráfico representa a los electrones que se han desplazado hacia las zonas oscuras y están disponibles para neutralizar los átomos ionizados; entonces son atrapados por los aceptores y abandonan la banda de conducción.

Los fenómenos de fotoexcitación y atrapamiento de los electrones son llamados de generación y de recombinación, estos pueden ser descritos matemáticamente como sigue, primero se definen las cantidades físicas de interés:

- $N_D^+(\vec{r}, t)$ es el número de donadores ionizados en la posición \vec{r} en el instante t .
- $N_D^0 - N_D^+(\vec{r}, t)$ es el número de electrones que están disponibles para ser excitados en la posición \vec{r} en el instante t .
- $n_e(\vec{r})$ es el número de electrones libres en la posición \vec{r} .
- $I(\vec{r}, t)$ es la distribución de intensidad en la posición \vec{r} en el instante t .
- s es la sección transversal de fotoexcitación
- β es la rata de generación térmica
- γ_R es la constante de recombinación

Bajo la acción de un patrón de luz modulado sobre el cristal, los electrones se excitan a la banda de conducción, donde se difunden a lo largo de la dirección de su gradiente de concentración, luego se retraen de nuevo y vuelven a excitarse; es pertinente señalar que estos procesos corresponden a eventos probabilísticos ya que en el caso de la fotoexcitación hay una probabilidad de transición desde los donadores a la banda de conducción, que se describe a través de la siguiente ecuación:

- *Generación total de portadores libres*

$$G(\vec{r}, t) = \left(\frac{s}{h\nu} \cdot I(\vec{r}, t) + \beta \right) (N_D^0 - N_D^+(\vec{r}, t)). \quad (1.2)$$

Donde $h\nu$ es la energía del fotón; de esta expresión (1.2) se pueden discernir algunos factores que entran en juego, por ejemplo, que la probabilidad de transición de los electrones hacia la banda de conducción es proporcional al número de átomos donadores, y si además existe una contribución térmica que favorezca la fotoionización, entonces también será proporcional a la tasa de generación térmica β . Como la transición ocurre porque la absorción de un fotón en la posición \vec{r} da la energía suficiente a alguno de los electrones en el nivel de los donadores para llevarlo hasta la banda de conducción, es correcto afirmar que la generación ocurre en una razón proporcional al área transversal de fotoexcitación s y a la intensidad $I(\vec{r}, t)$.

Nótese que $\frac{s}{h\nu} \cdot I(\vec{r}, t)$ y β son tasas de cambio [s^{-1}] que al multiplicarse por $(N_D^0 - N_D^+(\vec{r}, t))$ dan como resultado el cambio en el número de donadores no ionizados. Este resultado es equivalente a decir que, desde un punto de vista conservativo, la tasa de

cambio del número de portadores en la banda de conducción (generación) debe compensarse con un cambio en el número de los donadores ionizados.

Para el caso de atrapamiento, hay una probabilidad de que los donadores ionizados capturen a los portadores, esta se describe a través de la ecuación siguiente:

- *Recombinación de carga:*

$$R(\vec{r}, t) = \gamma_R \cdot n_e(\vec{r}, t) \cdot N^+_D(\vec{r}, t). \quad (1.3)$$

De esta expresión es evidente que la probabilidad de que los donadores ionizados capturen a los portadores es proporcional al número de portadores libres y de átomos aceptores.

El fenómeno de atrapamiento requiere dos condiciones, la primera que haya electrones libres en la banda de conducción disponibles para ser atrapados (generación), la segunda que haya suficientes donadores o aceptores en disposición de atraparlos. De acuerdo con lo anterior, si A representa el primer evento (portadores a la banda de conducción), y B representa el segundo evento (portadores atrapados), es correcto afirmar que A y B son eventos independientes, por ende, la probabilidad de que ambos eventos ocurran se obtiene multiplicando las probabilidades, la multiplicación en este caso corresponde al producto $n_e(\vec{r}, t) \cdot N^+_D(\vec{r}, t)$. Ahora bien, γ_R es una constante que caracteriza la tasa de recombinación del sistema [s^{-1}], de manera que al multiplicarse por $n_e(\vec{r}, t) \cdot N^+_D(\vec{r}, t)$ da como resultado el cambio en la concentración de portadores libres atrapados.

A partir de estas dos ecuaciones se describe la variación de la densidad de donadores ionizados en el tiempo, esto es:

- *Generación y Recombinación de carga:*

$$\frac{\partial N_D^+(\vec{r}, t)}{\partial t} = \left(\frac{s}{h\nu} \cdot I(\vec{r}, t) + \beta \right) (N_D^0 - N_D^+(\vec{r}, t)) - \gamma_R \cdot n_e(\vec{r}, t) \cdot N_D^+(\vec{r}, t). \quad (1.4)$$

Del lado derecho de la igualdad, el primer término es la tasa de portadores libres que suben a la banda de conducción por efectos térmicos u ópticos, y el segundo es la tasa de electrones recombinados en las trampas de carga. Existe una equivalencia evidente en esta expresión, nótese que el número de donadores ionizados $N_D^+(\vec{r}, t)$ evoluciona en el tiempo así: su aumento se debe a la ionización térmica o fotoionización de los donadores, pero, su disminución es consecuencia de la recombinación de los electrones con átomos aceptores. Esta ecuación permite conocer cómo cambia el número de donadores ionizados, lógicamente el término asociado a la generación tiene el efecto de aumentarla, mientras que, el término de recombinación la disminuye.

Ahora conviene analizar cómo cambia la densidad de portadores libres $n_e(\vec{r}, t)$ en la banda de conducción con respecto al tiempo. Cuando se altera el estado de equilibrio del cristal ocurren dos fenómenos que afectan directamente la concentración de portadores libres, en primer lugar, el proceso de fotoexcitación puede hacer que la densidad de portadores libres en la banda de conducción cambie, pero, siempre en la misma proporción que cambia la densidad de átomos donadores ionizados $N_D^+(\vec{r}, t)$. Explícitamente; cuanto mayor sea el número de donadores ionizados, mayor será la cantidad de electrones libres en la banda de conducción. Entonces, la zona de la fotoexcitación genera una acumulación de portadores libres, por lo que el campo de concentraciones de carga ya no es homogéneo, la no homogeneidad da lugar a fenómenos de transporte de cargas, en este caso a un flujo de densidad de corriente que se dirige hacia las zonas de menor concentración con el fin de equilibrar nuevamente el sistema. Según esto, el cambio en el número de portadores en una

posición \vec{r} con respecto al tiempo obedece el principio fundamental de conservación de la carga eléctrica, expresado a través de:

- *Ecuación de continuidad:*

$$\frac{\partial n_e(\vec{r}, t)}{\partial t} = \frac{\partial N_D^+(\vec{r}, t)}{\partial t} - \frac{1}{e} \vec{\nabla} \cdot \vec{J}(\vec{r}, t). \quad (1.5)$$

Esta ecuación establece que la concentración de electrones libres en una región \vec{r} en un instante t sobre la banda de conducción, aumentará a medida que aumente el número de donadores ionizados, y disminuirá debido a los desplazamientos por fenómenos de transporte que producen flujos de densidad de corriente $\vec{J}(\vec{r}, t)$. La ecuación de continuidad es característica de sistemas conservativos, en este caso la cantidad física que se conserva es la carga, por lo tanto, la concentración de electrones libres puede incrementarse, o disminuir, en cualquier pequeño volumen. Esto último debido a la ionización de los donadores o al flujo de electrones que entra o sale del volumen como consecuencia de los mecanismos de transporte.

Si se supone que el cristal ha sido expuesto a una distribución de luz dejando que el sistema evolucione en el tiempo, las concentraciones de carga estarán cambiando una y otra vez dentro del cristal. Si se analiza, por ejemplo, el régimen estacionario $\left\{ \frac{\partial}{\partial t} = 0 \right\}$, la ecuación de *Generación y Recombinación de carga* toma la forma de un balance entre la tasa de generación de portadores libres y el atrapamiento, así:

$$\left(\frac{S}{h\nu} \cdot I(\vec{r}) + \beta \right) (N_D^0 - N_D^+(\vec{r})) = \gamma_R \cdot n_e(\vec{r}) \cdot N_D^+(\vec{r}), \quad (1.6)$$

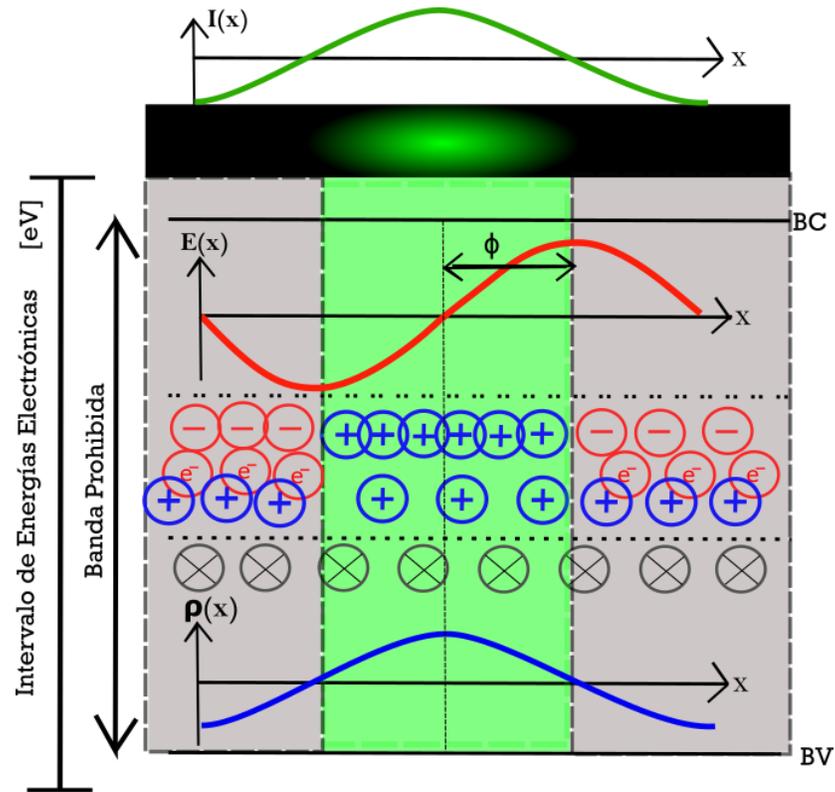
de esta expresión (1.6) es posible despejar la concentración de electrones libres $n_e(\vec{r})$ obteniéndose:

$$n_e(\vec{r}) = \frac{\left(\frac{S}{\hbar\nu} \cdot I(\vec{r}) + \beta\right) (N_D^0 - N_D^+(\vec{r}))}{\gamma_R \cdot N_D^+(\vec{r})}. \quad (1.7)$$

La expresión (1.7) describe una distribución espacial de carga que evidentemente no es uniforme. Según este resultado, la cantidad de portadores libres depende explícitamente de la distribución de intensidad $I(\vec{r})$, por lo que, si la intensidad no es uniforme, entonces la concentración de electrones tampoco lo es. En conclusión, la no uniformidad de la intensidad es capaz de generar una distribución espacial de cargas, de tal forma que los electrones se desplazan hacia las zonas oscuras, mientras que las zonas de mayor luminosidad quedan cargadas positivamente. Debido a esta nueva distribución de las cargas se genera un campo eléctrico interno (Ver Figura 5), que claramente no es uniforme, y puede permanecer por un intervalo de tiempo considerable, aún después de que se retira la iluminación.

Figura 5

Distribución espacial de la intensidad, las cargas y el campo eléctrico interno



Nota. El gráfico representa como los efectos de generación y recombinación de cargas dan lugar a una nueva distribución de cargas eléctricas $\rho(x)$, esta a su vez genera un campo eléctrico interno $E(x)$ modulado, el cual está desfasado en ϕ con respecto a $\rho(x)$.

Puesto que la ecuación de Gauss para el campo eléctrico se relaciona con la carga neta, la divergencia del campo eléctrico en un punto del espacio del cristal estará determinada por la concentración de donadores ionizados, portadores libres y aceptores, así:

$$\epsilon_0 \epsilon_r \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = e(N_D^+ - N_A - n_e). \quad (1.8)$$

Donde ϵ_0 es la permitividad eléctrica del vacío, ϵ_r es la permitividad relativa del medio y el producto $\epsilon_0 \epsilon_r$ es la permitividad absoluta. La creación de este campo eléctrico interno también produce movimientos de cargas en el cristal, este fenómeno de transporte es el resultado de un gradiente de potencial eléctrico que produce la migración de portadores en

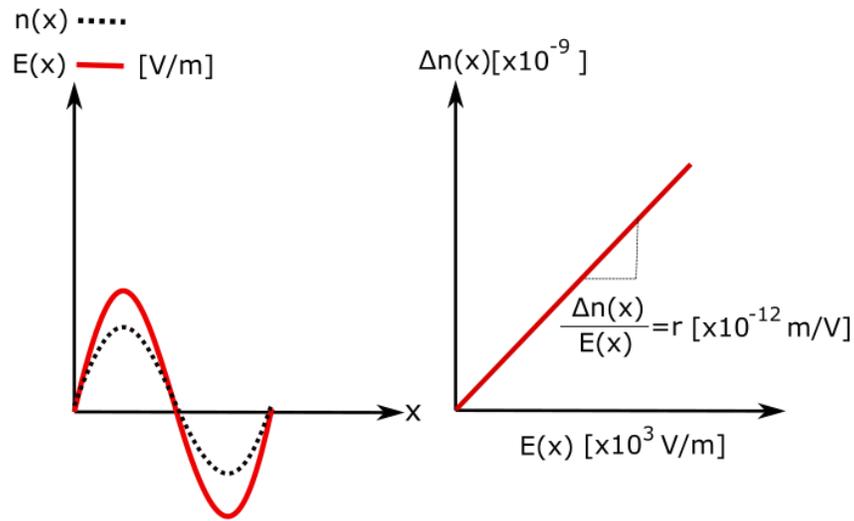
la dirección opuesta al campo eléctrico \vec{E} . El campo eléctrico total es el resultado del transporte de cargas por difusión y migración, donde el segundo es provocado por el mismo campo que está en formación. Entonces, la densidad de flujo de corriente $\vec{J}(\vec{r})$ total será debido al movimiento de cargas por difusión y también debido a desplazamientos de deriva:

$$\vec{J} = e\mu_e n_e \vec{E} + eD \vec{\nabla} n_e. \quad (1.9)$$

Donde D es la magnitud del vector desplazamiento eléctrico. El modelo de Kukhtarev, a pesar de que solo considera dos niveles de energía, aceptores y donadores, es un buen modelo que permite ilustrar el fenómeno físico detrás del efecto fotorrefractivo. Según el modelo, la concentración de electrones en la banda de conducción disminuye debido a desplazamientos por difusión o deriva, por tanto, los electrones son re-atrapados para participar nuevamente en procesos de fotoexcitación y comenzar un nuevo ciclo. Después de algún tiempo se habrá creado el campo eléctrico interno que producirá una modulación del índice de refracción. Este fenómeno se conoce como efecto electroóptico y se describe en la siguiente sección.

1.2 Efecto Electroóptico Lineal

Se refiere al cambio en el índice de refracción que experimenta un material debido a un campo eléctrico aplicado, cuando la modulación del índice de refracción es proporcional a la magnitud del campo (Ver Figura 6) se dice que el efecto es lineal y se le llama efecto *Pockel's* en honor al físico quien lo describió (Pockels, 1906).

Figura 6*Esquema del efecto Pockel's*

Nota. El primer esquema representa el efecto electroóptico lineal, la línea roja continua describe el comportamiento del campo eléctrico y la línea negra punteada el del índice de refracción. El segundo esquema muestra la modulación del índice de refracción como una cantidad proporcional a la magnitud del campo eléctrico.

En general, el efecto se describe matemáticamente recurriendo a la deformación que sufre el elipsoide de índices que describe las propiedades ópticas del medio (J. Frejlich, 2007), este es:

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{n^2}\right)_1 x^2 + \left(\frac{1}{n^2}\right)_2 y^2 + \left(\frac{1}{n^2}\right)_3 z^2 + 2\left(\frac{1}{n^2}\right)_4 yz \\ + 2\left(\frac{1}{n^2}\right)_4 xz + 2\left(\frac{1}{n^2}\right)_4 xy = 1. \end{aligned} \quad (1.10)$$

Luego, al aplicar un campo eléctrico los índices de refracción cambian de tal forma que dicho campo modula linealmente el cambio en el índice de refracción, así:

$$\Delta\left(\frac{1}{n^2}\right)_i = \sum_{j=1}^3 r_{ij} E_j. \quad (1.11)$$

Donde E_j son las componentes del campo eléctrico. Por otra parte, r_{ij} son las componentes del tensor electroóptico cuyas unidades se encuentran en el rango de [10^{-12} m/V] para la mayoría de los materiales (J. Frejlich, 2007).

Los cristales fotorrefractivos exhiben la formación de un campo eléctrico interno, que como resultado da lugar a la modulación del índice de refracción local. En general, para todos los cristales el tensor electroóptico es de rango 3, sin embargo, para los cristales fotorrefractivos de tipo Selenitas es conveniente escribir el tensor con dos subíndices (Fuentes Hernández, 2002), la notación que contrae el tercer índice se define de la siguiente forma:

$$r_{lk} = r_{ijk},$$

$$r_{1k} = r_{11k},$$

$$r_{2k} = r_{22k},$$

$$r_{3k} = r_{33k},$$

$$r_{4k} = r_{23k} = r_{32k},$$

$$r_{5k} = r_{31k} = r_{13k},$$

$$r_{6k} = r_{12k} = r_{21k},$$

donde el tercer subíndice corre sobre el rango $k = \{1,2,3\}$. En los modelos teóricos se considera que los cristales son cúbicos y según las simetrías de su estructura atómica (J. Frejlich, 2007), su tensor electroóptico se puede representar matricialmente como:

$$R = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ r_{41} & 0 & 0 \\ 0 & r_{52} & 0 \\ 0 & 0 & r_{63} \end{pmatrix} \quad (1.12)$$

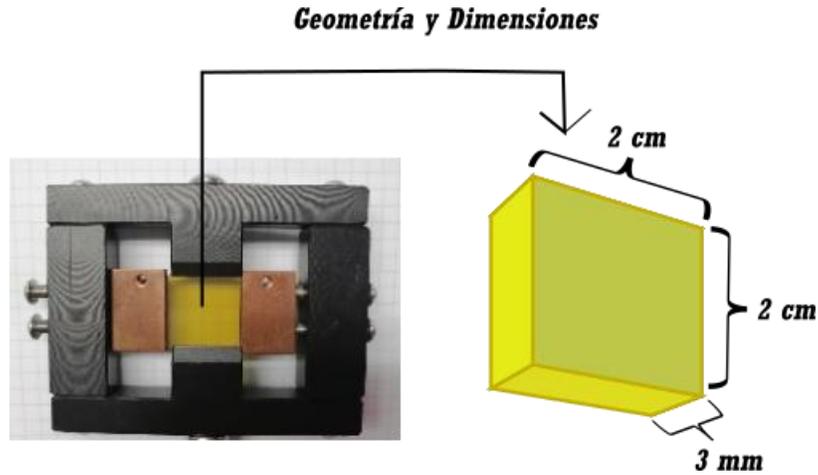
Cabe resaltar que, según esta representación, el tensor posee únicamente 3 componentes con valores distintos de cero, pero además estos satisfacen la igualdad $r_{41} = r_{52} = r_{63}$, por lo que el medio fotorrefractivo de interés básicamente se caracteriza a través de un único valor denominado coeficiente electroóptico efectivo r_{eff} (Fuentes Hernández, 2002), vale la pena recordar que las unidades de este coeficiente serán [m/V].

En síntesis, la conexión entre el efecto electroóptico y el efecto fotorrefractivo se puede entender de la siguiente manera, cuando el medio fotorrefractivo se expone a un patrón de franjas de interferencia, las cargas se reorganizan produciendo un campo eléctrico interno $E(\vec{r})$, este es el responsable de modular el índice de refracción tal como lo describe el efecto Pockel's. Las descripciones matemáticas sobre este efecto se reducen a una relación de proporcionalidad entre la modulación máxima del índice de refracción Δn y la modulación del campo eléctrico interno dada por:

$$\Delta n = -\frac{n^3}{2} r_{eff} E(\vec{r}). \quad (1.13)$$

1.3 Estudio experimental del daño óptico y el efecto fotorrefractivo

Con el objetivo de completar el estudio de los cristales fotorrefractivos, particularmente el cristal BGO utilizado en este trabajo, se presenta a continuación las propiedades geométricas del cristal (ver Figura 7):

Figura 7*Geometría y dimensiones del cristal fotorrefractivo BGO*

Nota. A la izquierda la imagen real del cristal tomada del Laboratorio de Óptica y Tratamiento de Señales (LOTS) de la UIS.

Otras especificaciones importantes se pueden resaltar de este tipo de cristales y resultan de gran interés para el desarrollo de este trabajo:

Tabla 1*Especificaciones del cristal fotorrefractivo BGO*

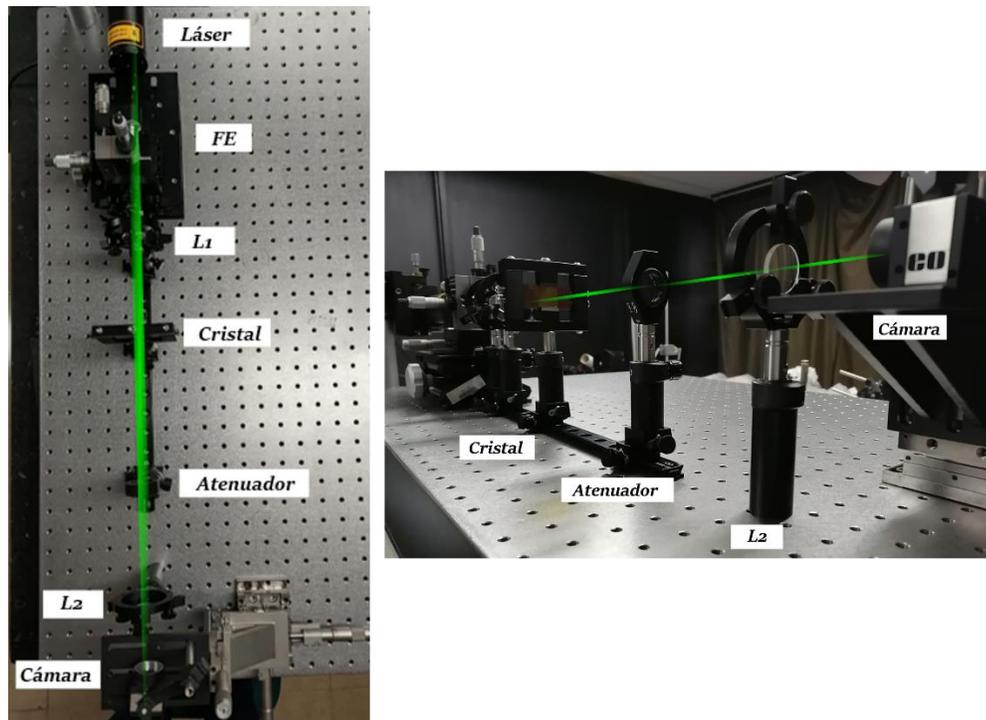
CRISTAL FOTORREFRACTIVO BGO	
Grupo de simetría	Cúbico
Absorción óptica	0.2 [cm^{-1}]
Densidad	9.23 [g/cm^3]
Dureza	5 [Mohs]
Parámetro de celda cristalina	10.518 [Amstrongs]
Coefficiente electroóptico	10.518 [pm/V]

Nota. Adaptado de 'Decodificador de datos para haces con momento angular orbital entero usando un cristal fotorrefractivo' (p.79), por J. H. Mendoza Castro, 2019. Tesis de Maestría.

También se implementó un arreglo experimental para identificar el *daño óptico* que genera el cristal fotorrefractivo BGO sobre un frente de onda Gaussiano (ver figura 8).

Figura 8

Arreglo experimental para análisis del daño óptico sobre un frente de onda Gaussiano al pasar a través del cristal BGO.



Nota. Fotografía del montaje real implementado en el LOTS.

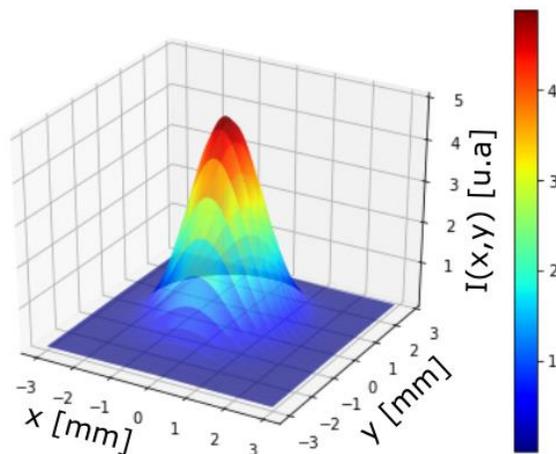
El esquema experimental está constituido por una fuente de la luz LASER (Light Amplification by Stimulated Emission Radiation) de longitud de onda $\lambda = 543\text{nm}$ y 1.5 mW de potencia. A la salida del láser se ubicó un filtro espacial (FE), que remueve frecuencias espaciales altas de la señal emitida, ruido espacial. El haz Gaussiano filtrado es posteriormente colimado al pasar por la lente planoconvexa L1 cuya distancia focal es $f = 3.5\text{cm}$. Luego, el haz es dirigido hacia el cristal fotorrefractivo BGO donde se produce el *daño óptico*. En el camino óptico del haz transmitido se añade el atenuador y luego la lente L2, $f = 8\text{cm}$ que focaliza la energía sobre el área del sensor CMOS. La función del atenuador es reducir parte de la radiación electromagnética que se dirige al sensor óptico

de la cámara, y protegerlo de densidades de energía que estén por encima del permitido para su óptima operación.

Para reconocer si ocurrió algún daño óptico sobre el frente de onda luego de pasar a través del cristal BGO, se analizó el perfil transversal del haz Gaussiano para cada caso, en ausencia y en presencia del cristal. La Figura (9) es un esquema tridimensional del perfil de un haz Gaussiano que incluye la representación de la intensidad en un mapa de colores, el rojo corresponde a las zonas más cercanas al centro y de mayor intensidad, mientras que, los colores apagados, como el azul, corresponden a zonas más alejadas del centro donde la intensidad es menor.

Figura 9

Perfil de intensidad en 3D de un haz Gaussiano



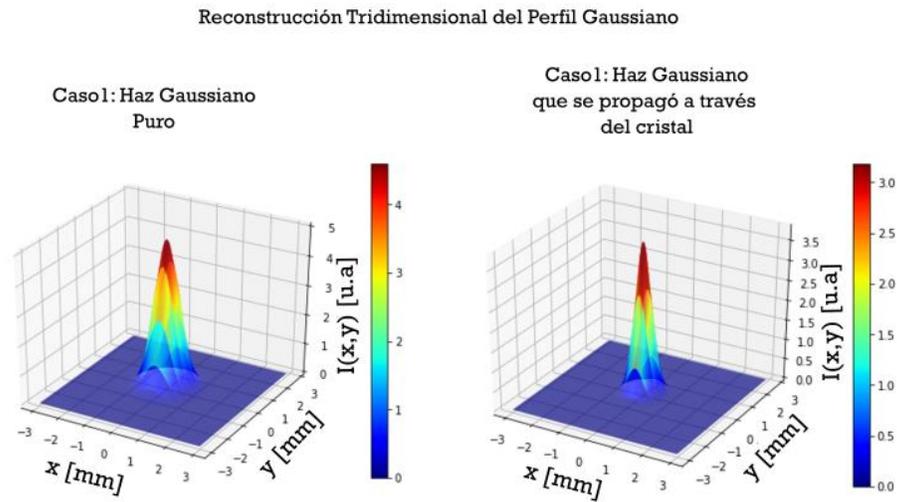
Nota. La figura describe en 3D como se vería un perfil Gaussiano en la representación de un mapa de colores tomando como eje z la intensidad en unidades arbitrarias.

Como el objetivo de este experimento es reconocer si ocurre algún cambio, sobre el perfil transversal de intensidad del haz Gaussiano cuando pasa a través del cristal fotorrefractivo BGO, es necesario tomar medidas de la intensidad sobre cada punto del frente de onda capturado por la cámara, se garantizó que no había saturación sobre el sensor gracias al

efecto del atenuador. En el proceso se capturaron los perfiles y luego se realizó la representación de la intensidad en un mapa de colores (Ver figura 10):

Figura 10

Reconstrucción tridimensional de los perfiles de intensidad recuperados experimentalmente



Nota. El esquema representa en 3D los perfiles de intensidad experimentales, en unidades arbitrarias. El haz Gaussiano puro vs el haz Gaussiano que pasa a través del cristal fotorrefractivo BGO.

A simple vista no es posible determinar con exactitud la influencia del cristal sobre el frente de onda Gaussiano. Por lo que se realizó una proyección del mapa de colores sobre el plano (xy) , luego, utilizando la función *improfile* se recuperaron los valores de intensidad de cada píxel sobre el eje transversal $x=0$, esta función devuelve un gráfico de valores de intensidad en función de la posición, el modelo matemático corresponde a una función Gaussiana de la forma:

$$I(x) = I_{max} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{(x - x_0)^2}{\sigma^2}\right) + I_0$$

Donde I_{max} es el valor máximo de intensidad, x_0 es la posición del centro donde se ubica el eje de propagación del haz, I_0 corresponde a la luz captada por el sensor cuando no está iluminado, dicho valor es despreciable para los efectos de este experimento porque resulta ser muy pequeño en comparación con I_{max} , y σ es la cantidad que determina la extensión radial del haz, este valor es por definición el diámetro del haz donde la irradiancia es I_{max}/e^2 . Esta última sirve para caracterizar la dispersión de los datos de intensidad, por ejemplo, cuanto más bajo sea el valor de σ se tendrá una Gaussiana más estrecha, lo cual indica que los valores de intensidad detectados por el sensor tienen una tendencia a estar más cerca del centro donde se encuentra la intensidad máxima. En el caso contrario, un valor grande se vería reflejado en una Gaussiana muy ancha indicando que los valores de intensidad detectados por el sensor se encuentran bastante dispersos y más alejados del máximo central.

Conociendo los parámetros I_{max} , x_0 y σ (ver Tabla 2), es posible caracterizar el perfil de intensidad en cada uno de los casos, en ausencia y en presencia del cristal (ver Figura 11).

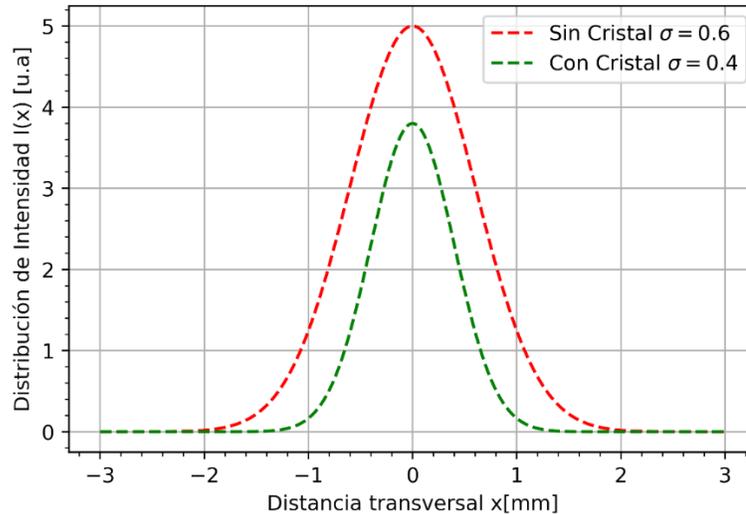
Tabla 2.

Parámetros de caracterización para el perfil de intensidad de un haz Gaussiano puro y uno que pasa a través de un cristal fotorrefractivo BGO.

Parámetro	Caso 1. Haz Gaussiano puro	Caso 2. Haz Gaussiano que se propagó a través del Cristal
I_{max} [u.a]	5 ± 0.05	3.8 ± 0.05
x_0 [mm]	0 ± 0.05	0 ± 0.05
σ [mm]	0.6 ± 0.05	0.4 ± 0.05

Figura 11

Curvas de caracterización para los perfiles de intensidad recuperados experimentalmente.



Nota. La figura presenta las curvas de caracterización de un haz Gaussiano. En rojo la distribución de intensidad del haz puro, en verde el perfil de haz que pasa a través del cristal fotorrefractivo BGO.

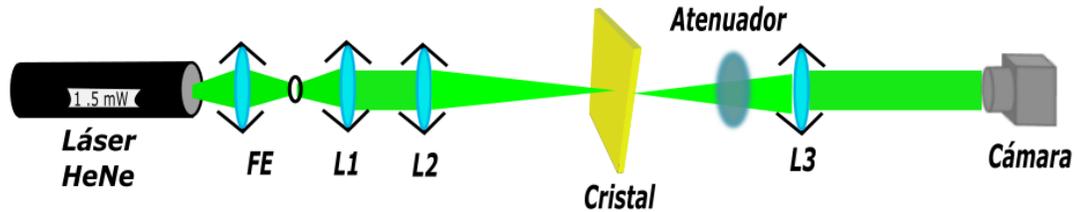
Los resultados sugieren que el valor de intensidad máxima disminuye al 76% cuando el haz atraviesa el cristal BGO, esto es algo común ya que los elementos ópticos tienen la capacidad de absorber parte de la radiación electromagnética, desde el punto de vista clásico, todos los materiales visibles tienen la capacidad de atenuar cualquier onda electromagnética que pase a través de ellos, convirtiendo la energía absorbida en calor (Joule, 1841). Por otra parte, en este experimento no hay evidencia de que el haz transmitido sufra algún tipo de desviación debido a las propiedades ópticas del cristal, esto se comprueba al notar que el máximo de intensidad se mantiene en la posición $x_0 = 0 \pm 0.05$. Vale la pena aclarar que para el recorte del perfil transversal se usó la misma métrica y adicionalmente el experimento se repitió 3 veces, en los resultados el pico de máxima intensidad se encontró siempre en la misma posición.

En el siguiente parámetro, σ , aparece un cambio, desde 0.6 en ausencia del cristal, a 0.4 en presencia de este, lo anterior sugiere que la función Gaussiana en presencia del cristal es más estrecha y por lo tanto los datos de intensidad tienden a estar más cerca del centro donde se encuentra la intensidad máxima. Este fenómeno podría ser denominado un daño óptico, aunque realmente parece que se trata de un efecto de auto focalización en el cual la mayor parte de la energía se concentra en el centro del perfil transversal del haz, es decir sobre su eje de propagación. Este tipo de distorsión en el perfil de intensidad suele ser denominado auto enfoque y se atribuye, a las propiedades del medio (Weis & Gaylord, 1985), y al fenómeno fotorrefractivo (Villarreal et al., 2010). Vale la pena aclarar que los efectos de auto-enfoque y absorción son completamente distintos por varias razones: el primero se detecta al analizar el cambio que sufre el parámetro σ , mientras que el segundo se detecta por el cambio en el parámetro I_{max} ; el primero es un indicativo de que la densidad de energía se distribuye sobre un área menor, el segundo indica que el cristal ha absorbido parte de la energía y por lo tanto se reduce la radiación electromagnética detectada por el sensor.

En este proyecto también se comprobó el efecto fotorrefractivo a través del siguiente experimento (ver figura 12), constituido por una fuente de la luz laser HeNe de longitud de onda $\lambda = 543\text{nm}$ y 1.5 mW de potencia. A la salida del láser se ubicó el filtrado espacial (FE), y luego el haz Gaussiano es colimado al pasar por la lente planoconvexa L1. Después, el haz colimado es dirigido hacia la lente L2, de tal forma que el cristal fotorrefractivo BGO se ubicó exactamente en la posición del foco $f = 10\text{cm}$, en este caso. En el camino óptico del haz transmitido se añade el atenuador y luego una lente L3 con $f = 8\text{cm}$ que focaliza la energía sobre el área del sensor CMOS.

Figura 12

Esquema experimental para comprobar el efecto fotorrefractivo.

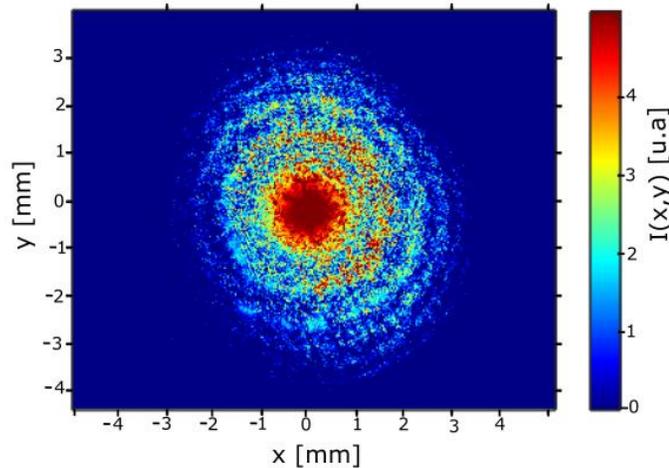


Nota. El esquema representa la configuración experimental que se utilizó para detectar el efecto fotorrefractivo en el cristal BGO del LOTS.

Al ubicar el cristal BGO justo en la posición del foco se consigue concentrar toda la energía en una zona circular, según el efecto fotorrefractivo este patrón de intensidad logrará excitar con la energía suficiente a los electrones que estén ubicados en la zona brillante para que suban a la banda de valencia, se acumulen, y luego el gradiente de concentración produzca un flujo de electrones hacia las zonas oscuras, dejando una acumulación de carga positiva en la zona circular brillante. La redistribución de las cargas produce un campo eléctrico, y este campo a su vez modula el índice de refracción del medio. Lo anterior genera la forma particular de una abertura circular. Es de esperar que, debido a la naturaleza ondulatoria de la luz, cuando el haz pase a través del cristal se difracte generando un patrón de anillos concéntricos (Ver Figura 13) conocido como disco de Airy (Airy, 1835).

Figura 13

Anillos de Airy obtenidos experimentalmente.



Nota. La figura representa el patrón de difracción de una onda electromagnética al pasar por una abertura circular creada en el cristal BGO a partir del fenómeno fotorrefractivo.

Al comparar los dos experimentos realizados para detectar el daño óptico y el efecto fotorrefractivo, surge la siguiente pregunta: ¿por qué, únicamente, en el segundo experimento se obtiene un patrón de difracción? El efecto de difracción en el último caso se debe a que, en este experimento particular, la singularidad circular que se produce en el cristal es del orden de la longitud de onda de la fuente.

1.4 Conclusiones

El principal logro de este capítulo fue entender el modelo teórico y reproducir el experimento para comprobar los comportamientos característicos de un cristal fotorrefractivo, usando el cristal BGO que es parte del conjunto de elementos con los que cuenta el GOTS. Las investigaciones coinciden en que estos cristales tienen una alta significancia en numerosas áreas de la ciencia y la tecnología, su impacto se debe a la riqueza de efectos físicos que exhibe su estructura. Lo anterior resalta la importancia que

tienen los trabajos de investigación que se han desarrollado en el GOTS con respecto a estos cristales (Acevedo et al., 2013; Mendoza Castro, 2019), además justifica los propósitos del presente trabajo y motiva al desarrollo de futuras investigaciones.

En el siguiente capítulo se incluye una descripción del principio holográfico, su modelo teórico, y la técnica experimental necesaria para usar el cristal BGO como medio de registro.

2 Holografía

La holografía es una técnica mediante la cual es posible registrar de manera completa la información de una onda electromagnética coherente, es decir, su amplitud y su fase (Gabor, 1949). Se realiza usando las propiedades ondulatorias de la luz, la interferencia y la difracción. Durante el proceso de registro se usa la interferencia: el haz láser pasa por un divisor de haz a partir del cual se obtienen dos haces que corresponden al haz reflejado y el transmitido. Uno de ellos es el haz objeto, su frente de onda es modulado en fase y amplitud siendo este el que posee la información que se desea registrar, y el otro por lo general es una onda plana de referencia. Luego, ambas ondas deben coincidir en el espacio y el tiempo generando un patrón de interferencia óptica (interferograma) que contiene la información tanto de la amplitud como de la fase de la onda objeto. Justo en el lugar donde se superponen las dos ondas se debe ubicar el material de registro, de manera que el interferograma registrado en el medio es lo que se conoce como un holograma. Durante el proceso de lectura ocurre la difracción: se dirige el haz de referencia haciendo que incida sobre el interferograma, allí se difracta produciendo la imagen reconstruida del objeto, la cual también suele ser llamada *holograma* (Salazar Santos, 1987).

Los primeros hologramas obtenidos por Gabor tuvieron algunos inconvenientes, por ejemplo, no se obtenía una sola imagen del objeto sino dos imágenes superpuestas, esto debido a que el haz de referencia y el haz objeto se propagaban sobre el mismo eje. Años más tarde la holografía se convirtió en un campo de investigación activo que empezó a dar buenos resultados, en particular en la Universidad de Michigan gracias a los investigadores (Leith & Upatnieks, 1962), ellos modificaron el proceso inicial de Gabor en dos aspectos: usaron una nueva técnica que denominaron holografía fuera de eje y una nueva fuente, el

láser; así pudieron separar las dos imágenes y reconstruir el frente de onda del objeto con una alta calidad. Posteriormente, se han venido implementando nuevos experimentos con el objetivo de obtener hologramas eficientes y rápidos, con lo cual se ha producido un desarrollo considerable de la metodología y se han ampliado sus aplicaciones. Por ejemplo, en el ámbito militar y la cacería se emplean los visores holográficos (Fisher, 1989); en el campo de almacenamiento de datos se construyen memorias holográficas que, teóricamente, poseen una densidad de almacenamiento en el orden de los terabits por centímetro cúbico (Rakuljic et al., 1992); en el ámbito de la salud aparece la caracterización química holográfica para obtener información a nivel molecular (Xu et al., 2013) y también los hologramas con información tridimensional del cerebro que facilitan de manera única la comprensión de las relaciones neuroanatómicas humanas (Ko & Webster, 1995); en el área de las energías renovables se plantean técnicas de holografía para construir sistemas de concentración solar para el aprovechamiento de la energía (Stojanoff et al., Mar 6, 1989) ; y para el estudio geológico permite obtener información importante de objetos enterrados con imágenes de alta resolución (Arezzini et al., Jul 2015), todo este tipo de hologramas ópticos son tan solo algunas de sus numerosas aplicaciones.

2.1 Reconstrucción de un frente de onda

El modelo teórico se basa en considerar una onda $E(\vec{r}, t)$ que incide sobre el plano (x, y) tal que su amplitud compleja en un punto arbitrario $P(x, y)$ se puede expresar como:

$$E(x, y) = E_0(x, y) \exp[-j\phi(x, y)], \quad (2.1)$$

donde $E_0(x, y)$ es el valor de la amplitud real y $\phi(x, y)$ es la fase de la onda electromagnética. La expresión también suele ir multiplicada por un factor de fase temporal $\exp[-j\omega t]$ que representa el carácter oscilatorio de la onda electromagnética en el tiempo, donde $\omega = 2\pi f$, y f es la frecuencia de la vibración en el espacio libre. En las condiciones de laboratorio las ondas electromagnéticas son detectadas por receptores sensibles únicamente a la intensidad o irradiancia, una cantidad que es proporcional al cuadrado de la amplitud compleja de la onda. Básicamente los receptores cuadráticos no tienen la capacidad de registrar el valor de la fase de la onda electromagnética, por lo que la información contenida en el término de fase se pierde. Si sólo la onda objeto ilumina el receptor en el punto de coordenadas (x, y) queda registrada la cantidad proporcional al cuadrado del módulo de $E_0(x, y)$, esto es $|E_0|^2$. Es evidente que dicho registro no contiene la información de la fase, entonces si se desea obtener un registro completo de la onda coherente, amplitud y fase, se hace necesario convertir las variaciones de fase en variaciones de intensidad luminosa. De ahí proviene la idea de implementar la interferencia entre dos ondas, en este caso entre la onda difractada y/o reflejada por el objeto (que contiene la información que se desea registrar) y la onda de referencia. De esta manera se considera que en el punto $P(x, y)$ se superpone la onda objeto $E_0(\vec{r}, t)$ con una segunda onda coherente con ella, que se llama onda de referencia $E_r(\vec{r}, t)$ o también onda portadora, cuya amplitud compleja en el punto $P(x, y)$ es

$$E_r(x, y) = E_{0r}(x, y)\exp[-j\phi_r(x, y)]. \quad (2.2)$$

Estas dos ondas, la onda objeto $E_0(\vec{r}, t)$ de la cual se quiere registrar la amplitud y la fase, y la onda de referencia $E_r(\vec{r}, t)$ poseen la misma frecuencia de vibración $\omega = 2\pi f$ por lo

tanto pueden interferir en la medida en que ellas presenten el grado de coherencia temporal necesario. En el punto $P(x, y)$ la amplitud total es

$$E_{Total} = E_r(x, y) + E_0(x, y), \quad (2.3)$$

y, en consecuencia, la intensidad detectada por el medio holográfico es:

$$I_{Total}(x, y) = |E_0 + E_r|^2 = (E_0 + E_r)(E_0^* + E_r^*), \quad (2.4)$$

esto es

$$I_{Total}(x, y) = |E_0|^2 + |E_r|^2 + E_0 E_r^* + E_0^* E_r, \quad (2.5)$$

en definitiva, la señal modulada es de la forma

$$I_{Total}(x, y) = |E_0|^2 + |E_{0r}|^2 + 2E_0 E_{0r} \cos|\phi(x, y) - \phi_r(x, y)|, \quad (2.6)$$

donde es evidente que los dos primeros términos representan las intensidades respectivas de las dos ondas $E_0(\vec{r}, t)$ y $E_r(\vec{r}, t)$, mientras que el tercero corresponde al término de interferencia el cual depende de la diferencia de fase que las dos ondas presentan en el punto $P(x, y)$. Quiere decir que en el punto se ha registrado la información que contiene a la vez la amplitud y la fase de la onda objeto. Así, el conjunto global del fenómeno de interferencia producido y registrado en todos los puntos en el plano de registro es lo que constituye el holograma. Básicamente, la disposición de las franjas de interferencia y las variaciones de contraste conforman un mapeo de las amplitudes y las fases que se encuentran presentes en cada punto (x, y) del plano de interferencia, para registrar la información se ubica el medio holográfico en la posición del volumen de interferencia, así se almacena la información proveniente de todos los puntos del objeto.

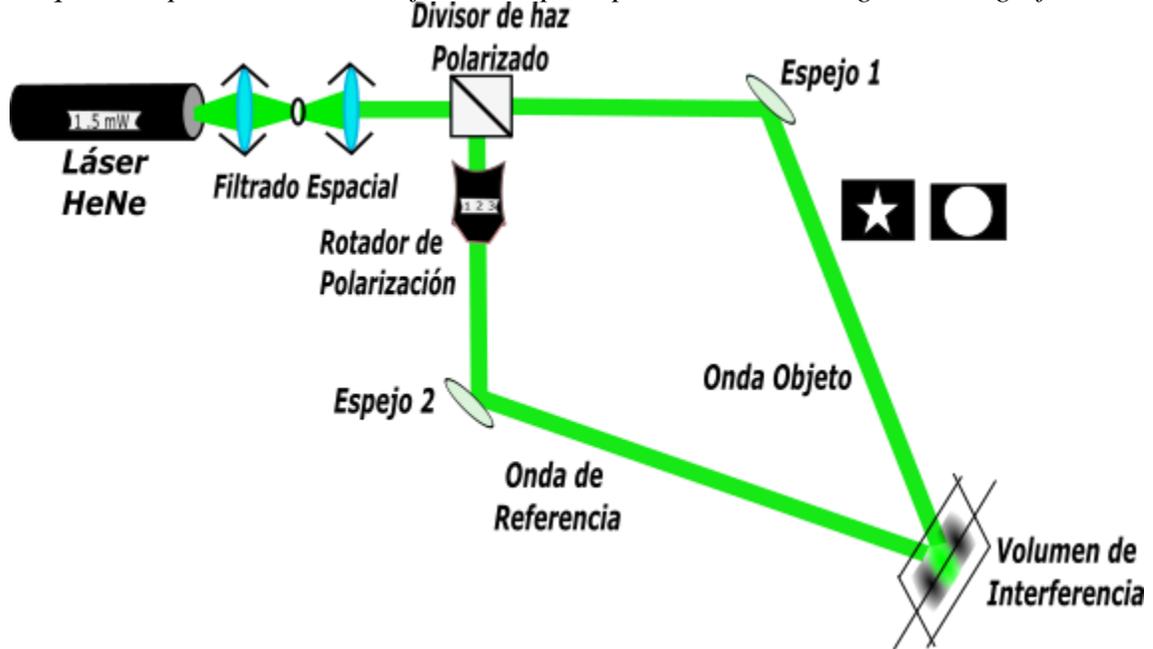
2.2 Técnica experimental de registro de un holograma

La técnica para el registro holográfico requiere de un material óptico fotosensible para capturar la información del patrón de interferencia, estos pueden ser, cristales, detectores electrónicos o placas fotográficas (Salazar Santos, 1987). El holograma se produce generando un cambio en las propiedades físicas o químicas del medio cuando este es expuesto al patrón de interferencia óptica entre la onda objeto y la onda de referencia. Los cambios físicos o químicos del medio estarán relacionados con la forma en que varía la intensidad de las franjas, estas contienen la información de amplitud y fase de la onda objeto, además cabe recordar que dicho patrón recibe el nombre de interferograma u holograma.

El esquema experimental, que se presenta en la Figura (14), está constituido por una fuente de luz laser. A la salida del láser se ubicó un filtro espacial (FE), que remueve frecuencias espaciales altas de la señal emitida, eliminando así el ruido espacial indeseado, adicionalmente se controla la divergencia del láser, obteniendo a la salida del filtrado espacial un frente de onda plano con diámetro constante. Luego, el haz es dirigido hacia un divisor de haz para generar dos haces que se propagan en direcciones ortogonales, el haz transmitido será modificado para convertirse en la onda objeto, mientras que el haz reflejado será la onda de referencia. Más adelante, las dos ondas se encontrarán en una región del espacio y tiempo, allí se formará el patrón de interferencia óptica; en esta misma posición se debe ubicar el medio holográfico donde quedará registrado el interferograma.

Figura 14

Esquema experimental de interferencia óptica para realizar un registro holográfico



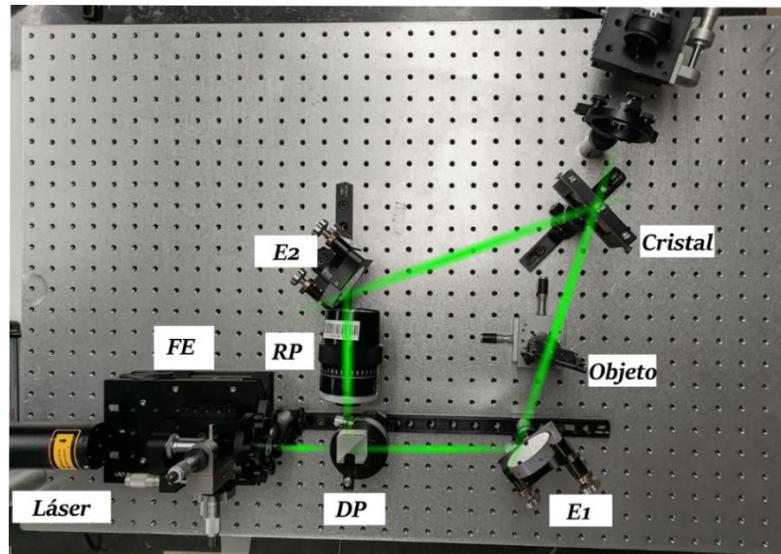
Nota. El esquema ilustra los elementos ópticos y la configuración experimental necesaria para producir el fenómeno de interferencia óptica y realizar un registro holográfico sobre algún medio que debe ser ubicado justo en la posición donde se encuentra el patrón de interferencia.

Es preciso aclarar que la fuente de luz láser de HeNe, señalada en el esquema (ver Figura 14), emite un haz con polarización lineal y radio de extinción 500/1, que posteriormente es dividido en dos componentes de polarización lineal ortogonales, usando el divisor de haz polarizado: la componente de polarización vertical es transmitida, mientras que, la componente con polarización horizontal es reflejada. De acuerdo con lo anterior, cuando estas dos ondas se encuentren no producirían un patrón de franjas porque sus estados de polarización son ortogonales. Por este motivo, en el brazo reflejado se ubica un rotador de polarización que convierte la polarización horizontal en polarización vertical, así se garantiza que las dos ondas tienen el mismo estado de polarización y pueden producir un patrón de interferencia.

El patrón de interferencia que se obtiene cuando las dos ondas se encuentran en el espacio y en el mismo instante, depende de la diferencia de longitud de camino óptico ΔL entre la onda objeto y la onda de referencia. Como la fuente primaria es un láser, se tuvo en cuenta que ΔL debe ser mucho menor que la longitud de coherencia de la fuente L_c , en este caso la simetría del experimento permite ver que $\Delta L \approx 0$, con lo cual se garantiza que se obtendrá un patrón de interferencia óptica de alta modulación y contraste. En la región del espacio donde se forma el patrón de franjas se ubica el medio holográfico, en este caso un cristal fotorrefractivo donde quedará registrado el interferograma. En la figura (15) se presenta en evidencia el arreglo experimental real que se implementó para registrar hologramas de volumen en un cristal fotorrefractivo.

Figura 15

Arreglo experimental de interferometría óptica para realizar un registro holográfico en el cristal fotorrefractivo BGO, se corresponde con el esquema anterior.

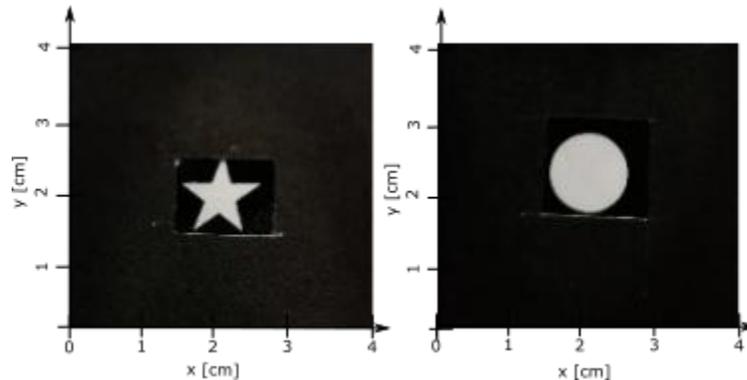


Nota. La imagen corresponde al montaje real implementado en el LOTS.

La onda objeto se construye ubicando una lámina de cartulina color negro, esta contiene en el centro la figura plana perforada que se desea registrar (Ver Figura 16).

Figura 16

Láminas planas utilizadas para la construcción de la onda objeto por transmisión



Nota. Las láminas de color negro contienen en el centro una transparencia con la figura que se desea registrar, de esta manera pueden dar la forma deseada a la onda objeto.

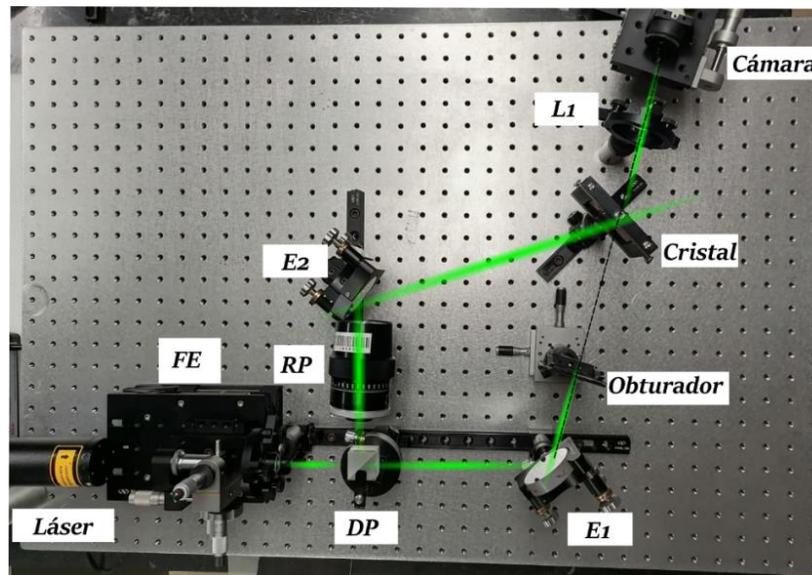
Durante el proceso de registro el cristal fotorrefractivo es expuesto al patrón de interferencia óptica entre la onda objeto y la onda de referencia durante un determinado tiempo de exposición, en este caso fue alrededor de dos minutos. Este tipo de registro se debe realizar en ausencia de luz, procurando que la única luz que reciba el cristal sea la producida por el patrón de interferencia óptica. El sistema de interferencia óptica es de una alta sensibilidad a las vibraciones, este problema se puede superar implementando un arreglo mecánico neumático con aire sobre los cuales descansa el mesón antivibración que contiene el arreglo experimental, de esta manera se garantiza, en gran parte, la disipación de las vibraciones, o su amortiguamiento, de manera que el holograma no se borre durante su registro. Otro de los desafíos para conseguir un registro eficiente es superar el problema del ajuste preciso del objeto y los frentes de onda de referencia que deben interferir justo en el espacio donde se ubica el material fotosensible, por esto es importante obtener una medida de la calidad del registro.

2.3 Técnica experimental de reconstrucción del frente de onda

Se comprueba que el registro fue exitoso leyendo la información almacenada, este proceso se realiza ubicando un obturador en el camino óptico de la onda objeto, mientras que únicamente el haz de referencia incide en el material fotosensible. De esta manera el haz de referencia es difractado por el interferograma y se produce la imagen de la onda objeto (Ver Figuras 17 y 18). Se estima que la intensidad de la onda difractada es del orden de los μW por lo cual no es observable a simple vista, para obtener la imagen difractada del objeto por el holograma se ubicó una lente que focaliza la energía sobre el área del sensor CMOS de una cámara.

Figura 17

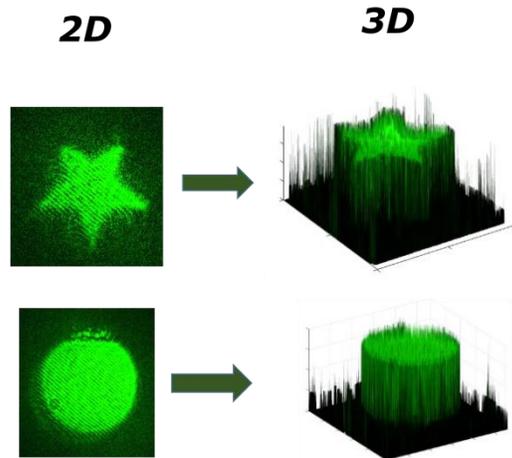
Arreglo experimental de interferometría óptica para realizar la lectura del registro holográfico creado en el cristal fotorrefractivo BGO



Nota. Fotografía del montaje real de reconstrucción de la onda objeto, implementado en el LOTS.

Figura 18

Reconstrucción experimental del frente de onda a partir del interferograma registrado en el cristal BGO

Reconstrucción del frente de onda

Nota. Las imágenes fueron recuperadas del cristal fotorrefractivo durante el proceso de lectura. Los frentes de onda reconstruidos en 2D se convierten en una representación tridimensional donde el eje z es proporcional a la intensidad.

2.4 Conclusiones

Este capítulo fue útil para comprender que la holografía funciona bajo los principios de la teoría ondulatoria de la luz, fenómenos como la interferencia y la difracción. El mayor logro fue el estudio experimental que permitió combinar el efecto fotorrefractivo con el principio holográfico utilizando como medio de registro el cristal BGO. El siguiente capítulo está dedicado a entender las características cuantitativas de este tipo de registros en cristales fotorrefractivos; y avanzar en la construcción de una técnica experimental que permita registrar, no solo uno, sino dos interferogramas que puedan leerse simultáneamente, lo cual es parte del objetivo principal de este proyecto.

3 Hologramas en Cristales Fotorrefractivos

3.1 Hologramas de volumen

El registro holográfico en cristales fotorrefractivos se puede clasificar según su dimensión, el criterio consiste en determinar si el holograma de registro es lo suficiente pequeño para despreciar los efectos de difracción dentro del mismo, en ese caso se dice que el holograma es delgado; por el contrario, cuando las dimensiones son tales que los efectos de difracción son considerables entonces este es un holograma de volumen. Para determinar el tipo de holograma se debe calcular el factor de Klein-Cook para una rejilla de difracción (Padilla, 2014):

$$Q \propto \frac{\lambda d}{n_0 \Lambda^2}. \quad (3.1)$$

Donde d es el espesor del cristal, λ es la longitud de onda de lectura, n_0 es el valor promedio del índice de refracción del cristal y Λ es el periodo espacial promedio de la rejilla. Cuando $Q > 10$ el holograma es volumétrico y para valores de $Q < 1$ se trata de un holograma delgado.

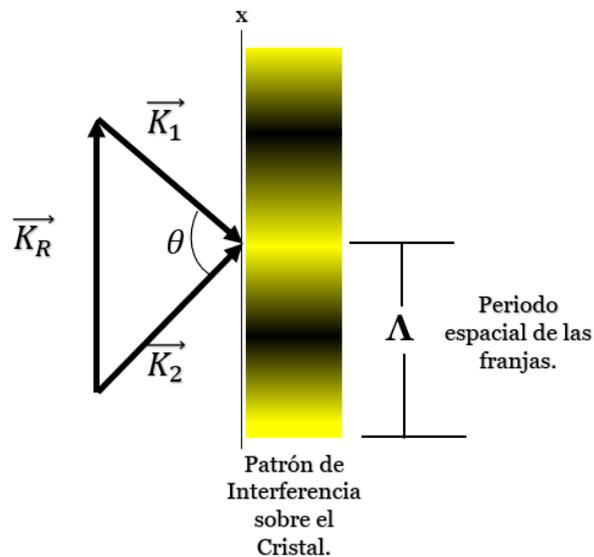
En los sistemas ópticos para el grabado de hologramas con cristales fotorrefractivos, entre los cuales se encuentran los trabajos realizados por el GOTS utilizando el cristal fotorrefractivo BGO (Acevedo et al., 2013; Jerez et al., 2011; Mendoza Castro, 2019), los valores aproximados son $d = 3 \text{ mm}$, $\lambda = 543 \text{ nm}$, $\Lambda = 1200 \text{ nm}$; con estos parámetros el factor de Klein-Cook es $Q \approx 1026$, de modo que estos corresponden a hologramas de volumen. El carácter volumétrico del holograma de fase lo dota de cualidades excepcionales y lo convierte en una alternativa conveniente para el almacenamiento de información en sistemas ópticos, teóricamente es bien sabido que la cantidad de

información que se puede grabar en modos holográficos es mucho mayor en los hologramas de volumen con respecto a los delgados (Miridonov, 1994).

El proceso de grabado holográfico consiste en iluminar el cristal fotorrefractivo con dos haces de luz coherentes, el haz de referencia y el haz del objeto (Ver Figura 19). El interferograma que producen los dos haces constituye una distribución espacial de intensidad no uniforme periódica en el instante del registro.

Figura 19

Interferencia óptica entre dos ondas representadas por los vectores de onda \vec{k}_1 y \vec{k}_2 sobre un cristal fotorrefractivo



Nota. En el esquema se observa que la magnitud del vector de onda \vec{k}_R es de la forma $2\pi/\Lambda$, donde Λ es el periodo espacial de las franjas de interferencia.

El modelo matemático que describe la distribución de intensidad, en una dimensión x , establece que cuando ambas ondas son planas la intensidad resultante es de la forma (Miridonov, 1994):

$$I(x) = I_m[1 + m \cdot \cos(2\pi vx + \varphi)]. \quad (3.2)$$

De la ecuación (3.1.2), $I_m = I_R + I_O$ es el valor promedio del patrón de franjas, ϕ es la diferencia de fase entre las dos ondas, m es la visibilidad del patrón de interferencia, definida como

$$m = 2 \frac{(I_R I_O)^{1/2}}{I_R + I_O}. \quad (3.3)$$

Tomando en cuenta que I_R e I_O son las intensidades de las dos ondas de referencia y objeto respectivamente.

Vale la pena señalar qué consecuencias tiene la escogencia del ángulo θ , formado entre el vector de onda \vec{k}_1 y el vector \vec{k}_2 sobre el valor del periodo espacial Λ en las franjas de interferencia; de la Figura (19) se deduce que

$$k_1 \sin \frac{\theta}{2} = \frac{k_R}{2}, \quad (3.4)$$

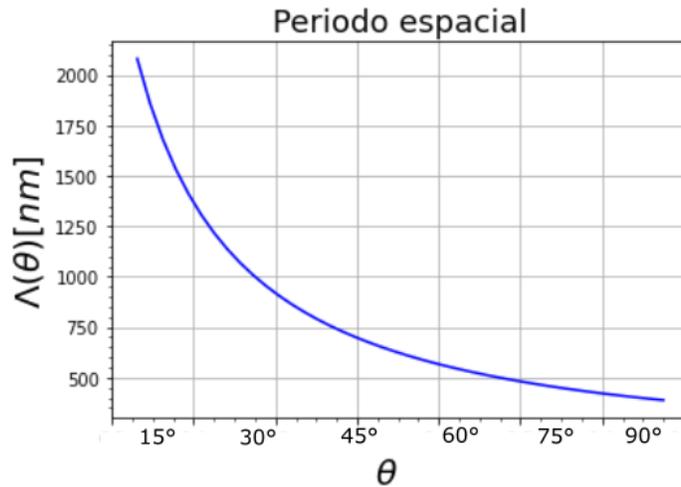
por lo tanto, Λ es igual a

$$\Lambda = \left(\frac{2}{\lambda} \sin \frac{\theta}{2} \right)^{-1}. \quad (3.5)$$

Esta función del período espacial Λ indica que la red de difracción será más estrecha cuanto mayor sea el ángulo, y también que los espaciamentos entre las franjas serán más anchos a medida que el ángulo decrece. El rango del ángulo será $0 < \theta < \pi/2$, como resultando Λ se relaciona de manera inversa con el ángulo θ (Ver Figura 20), nótese que Λ decrece a medida que $\theta \rightarrow \pi/2$ y aumenta en el caso contrario.

Figura 20

Periodo espacial de las franjas de interferencia en función del ángulo formado entre los vectores de onda \vec{k}_1 y \vec{k}_2



Nota. La gráfica corresponde a la función de la ecuación (3.5) con un valor de longitud de onda de la fuente de luz láser $\lambda = 543$ [nm].

El registro en forma de un patrón de interferencia contiene la información en amplitud y fase del objeto real, este se almacena al modular el índice de refracción del cristal, durante este proceso se altera la permitividad del medio y por esa razón estos registros son denominados hologramas de fase.

La holografía en cristales fotorrefractivos será el resultado del fenómeno que tiene lugar en el cristal cuando es expuesto a una luminosidad no uniforme, es decir, ocurre todo el proceso de reorganización de cargas, campo eléctrico y modulación del índice de refracción que fue descrito en el primer capítulo. De acuerdo con la ecuación de Poisson que describe la relación entre el campo y la carga, se puede señalar que la modulación del campo eléctrico estará desfasada respecto a la modulación espacial de carga. Adicionalmente la modulación espacial del campo da lugar a la modulación del índice de refracción, estas dos

si están en fase debido a que se está considerando que el material es electroóptico lineal. Bajo estas condiciones la distribución espacial del índice de refracción puede escribirse:

$$n(x) = n_0 + m \cdot \Delta n \cos(2\pi vx + \varphi + \psi), \quad (3.6)$$

en esta ecuación n_0 es el valor promedio del índice de refracción del cristal, Δn es el monto máximo de cambio para el índice de refracción y ψ es el desfase. Estos valores cambian según el tipo de cristal que se esté empleando y están relacionados con las especies de la estructura cristalina que participan en los fenómenos de transporte durante el fenómeno fotorrefractivo (Petrov et al., 2013).

3.2 Eficiencia de difracción

Para cuantificar la calidad del registro holográfico se define la eficiencia de difracción, su valor corresponde a la razón entre la potencia del haz objeto reconstruido y la potencia del haz de lectura, este último es el mismo haz de referencia. La rejilla de índice de refracción registrada en el cristal estará caracterizada por su respectivo valor de eficiencia η , este dependerá de varios factores, entre ellos, el valor del contraste m , la amplitud máxima de la rejilla de difracción Δn , el ancho del cristal d , la longitud de onda de la luz λ y el ángulo θ (Miridonov, 1994):

$$\eta = \sin^2 \left(\frac{\pi \cdot m \cdot \Delta n \cdot d}{\lambda \cos \frac{\theta}{2}} \right). \quad (3.7)$$

En el caso de los cristales fotorrefractivos es común encontrar que su coeficiente electroóptico efectivo toma un valor muy pequeño, en el orden de $10^{-12}[m/V]$, en

consecuencia, la eficiencia de difracción η será muy baja por lo que es posible reducir la ecuación (3.7) en su aproximación al primer orden:

$$\eta = \left(\frac{\pi \cdot m \cdot \Delta n \cdot d}{\lambda \cos \frac{\theta}{2}} \right)^2. \quad (3.8)$$

De acuerdo con el principio holográfico, después de grabar el holograma este debe ser leído iluminando el cristal con la onda plana de referencia, durante este proceso los centros fotoactivos y trampas participan nuevamente en la reorganización de cargas provocando que se reubiquen en posiciones diferentes, eventualmente se habrá perdido, luego de un tiempo de lectura, en su totalidad la organización adquirida durante el proceso de grabado y con ello la información de amplitud-fase de la onda objeto.

En síntesis, al iluminar el cristal que contiene el holograma con una luz uniforme (onda de referencia) las cargas se van desplazando con el fin de recuperar el estado de equilibrio del sistema, en consecuencia, el campo eléctrico $E(\vec{r}, t)$ se distorsiona progresivamente hasta perderse por completo, a su vez la modulación del índice de refracción se pierde totalmente. Este proceso no es instantáneo, sino que las modulaciones disminuyen en una tasa proporcional respecto a su valor actual ya que según el modelo de (Kukhtarev et al., 1978), la dinámica de las concentraciones de carga espaciales obedece a un comportamiento exponencial por lo tanto la evolución temporal del campo $E(\vec{r}, t)$ puede ser expresada por una ecuación diferencial de la forma:

$$\frac{dE(\vec{r}, t)}{dt} = -kE(\vec{r}, t). \quad (3.9)$$

La ecuación corresponde a un decaimiento exponencial:

$$E(\vec{r}, t) = E_0 e^{-kt}, \quad (3.10)$$

donde k es la constante característica del decaimiento, cuanto mayor sea el valor de k más rápida es la extinción del campo.

Ahora es posible conectar directamente la extinción del campo con el borrado del holograma se retoman las ecuaciones (1.13) y (3.8):

$$\Delta n = -\frac{n^3}{2} r_{eff} E(\vec{r}), \quad (3.11)$$

$$\eta = \left(\frac{\pi \cdot m \cdot \Delta n \cdot d}{\lambda \cos \frac{\theta}{2}} \right)^2. \quad (3.12)$$

Nótese que, a partir de estas dos expresiones es posible escribir una relación entre el campo producido por la distribución espacial de cargas en el cristal $E(\vec{r}, t)$ y la eficiencia de difracción del holograma η :

$$\eta \propto |E(\vec{r}, t)|^2. \quad (3.1)$$

Cabe resaltar que, la existencia del holograma es perfectamente relacionable con la eficiencia de difracción, porque esta corresponde a la razón entre la potencia del haz objeto reconstruido y la potencia del haz de lectura, esto es equivalente a decir que si la eficiencia es cero entonces la potencia del haz reconstruido es cero, o sea no hay holograma. En este caso, el borrado del holograma se describe a partir del decaimiento exponencial que experimenta la eficiencia de difracción:

$$\eta(t) = \eta_0 e^{-2kt}. \quad (3.2)$$

En cualquier sistema con este tipo de comportamiento se define el tiempo promedio de vida, los hologramas en medios fotorrefractivos no son la excepción, en este caso la

cantidad que disminuye con el tiempo es la eficiencia η y su promedio de vida $\tau = 1/k$ representa el valor temporal en el cual la eficiencia ha decaído a η_0/e . Es común que se exprese la eficiencia en términos del factor de escala temporal τ así:

$$\eta(t) = \eta_0 e^{-2\tau t}. \quad (3.3)$$

El valor de τ sirve para caracterizar el tiempo de borrado de la modulación del índice de refracción, es decir del holograma; cabe resaltar que este depende de las propiedades del cristal, las condiciones ambientales y la intensidad total.

3.3 Multiplexado holográfico

Teóricamente se establece que el registro holográfico permite almacenar alrededor de $\frac{V}{\lambda^3}$ bits en un determinado volumen V , por ejemplo, un registro holográfico realizado con una longitud de onda de $0.5\mu m$ tendría la capacidad de almacenar aproximadamente 8×10^{12} bits en tan solo un centímetro cúbico (Rakuljic et al., 1992). Por este motivo, el almacenamiento de datos ópticos empleando sistemas holográficos ha sido un campo de investigación muy llamativo desde sus inicios.

Los cristales fotorrefractivos son reconocidos como materiales idóneos para el registro de múltiples interferogramas. Cuando se realizan procesos de multiplexado cada registro holográfico que se genere, sobre el cristal fotorrefractivo, puede afectar los hologramas que ya han sido grabados, esto ocurre porque al multiplexar hologramas uno seguido de otro se expone el cristal a una distribución de intensidad de luz diferente que puede borrar el holograma grabado previamente, afectando la eficiencia y la calidad de este.

El método tradicional de multiplexado angular consiste en registrar secuencialmente diferentes objetos bidimensionales haciendo que el ángulo entre el haz objeto y el haz de referencia sea distinto para cada uno de los interferogramas (Kang et al., 1998). Cuando se desean registrar varios hologramas en un mismo volumen, secuencialmente, es común utilizar una metodología en la que el primer grabado se realiza en un intervalo de tiempo prolongado y para los siguientes se usan intervalos de tiempo cada vez más pequeños (Miridonov, 1994).

En particular, la técnica del multiplexado angular posee un efecto indeseado de interferencia entre los hologramas durante el proceso de reconstrucción de los frentes de onda, el efecto aparece especialmente cuando la diferencia en la distribución angular es muy pequeña. En la práctica, el borrado del holograma resulta casi inevitable y la eficiencia de difracción disminuye a medida que aumenta el número de hologramas multiplexados angularmente.

En busca de solucionar las limitaciones del multiplexado angular, algunos autores han presentado diferentes técnicas de multiplexado espacial que involucran distribución de longitud de onda (Rakuljic et al., 1992), selectividad angular (Kang et al., 1998) y codificación de fase (Matoba & Javidi, 1999). En particular, un grupo de investigadores del Instituto de Tecnología de California CALTECH propusieron un esquema de almacenamiento de diferentes datos holográficos (Rakuljic et al., 1992) con un cristal fotorrefractivo de $LiNbO_3$ de 2mm de grosor, lo novedoso de este método se resalta en dos aspectos clave: primero, todas las ondas de referencia se propagan a lo largo del mismo eje mientras que las ondas objeto se encuentran distribuidas en ángulos distintos; el segundo, que cada una de las ondas de referencia poseen una longitud λ ligeramente distinta de tan

solo 0.1-1 nm. Los autores destacan que con este método es posible aumentar la capacidad de almacenamiento de datos y a su vez disminuir el parámetro de interferencia entre los frentes de onda reconstruidos.

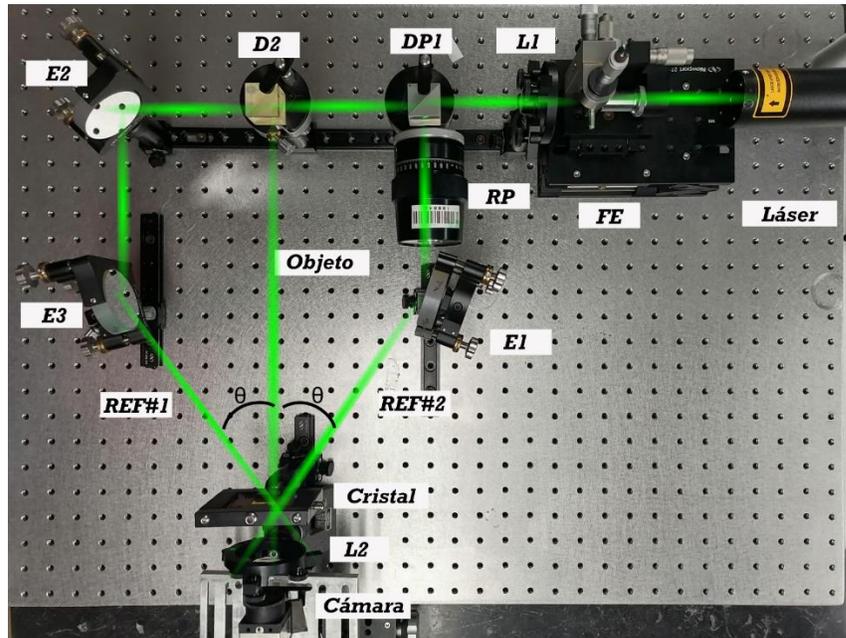
En la literatura también se destacan dos aspectos limitantes al momento de registrar una alta cantidad de hologramas: no solo el medio multiplexor posee un rango dinámico limitado, sino también el ancho de banda de los dispositivos ópticos, pese a estas limitaciones se han logrado registros desde 500 (Mok et al., 1991) hasta 5000 hologramas (Mok, 1993) utilizando como medio multiplexor un cristal fotorrefractivo $LiNbO_3$ de tan solo $2 \times 1.5 \times 1 \text{ cm}^3$, estos resultados lógicamente han logrado motivar aún más los grandes esfuerzos por conseguir aplicaciones enfocadas en el almacenamiento de datos (Barrera et al., 2006; Horn et al., 2008).

3.3.1 Técnica de registro de dos hologramas

Reconociendo que el registro de dos hologramas es el pilar de esta investigación, se diseñó un arreglo experimental para registrar dos ondas planas en el cristal fotorrefractivo BGO (Ver Figura 21), con el propósito de estudiar la técnica usando como ondas objeto dos imágenes, una estrella y un círculo.

Figura 21

Arreglo experimental de interferencia óptica para realizar el registro de dos hologramas en el cristal fotorrefractivo BGO



Nota. La fotografía presenta el montaje real implementado en el LOTS.

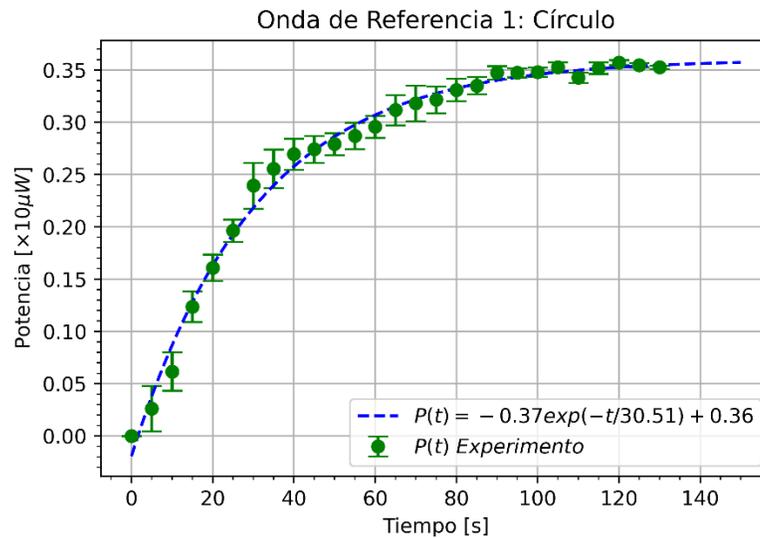
Cualquier esquema experimental de registro holográfico requiere una onda objeto y una onda de referencia. En este caso, se requiere registrar dos objetos (círculo y estrella), por lo tanto, es necesario que exista una onda de referencia por cada una de las ondas objeto. Manteniendo la misma fuente de luz láser, longitud de onda $\lambda = 543 \text{ nm}$, potencia 1.5 mW . El primer haz colimado se divide en dos: el haz reflejado corresponde a la onda de referencia #2 REF_2 , el haz transmitido avanza hacia un segundo divisor de haz D2. Este último haz se divide en dos: el haz reflejado corresponde al haz objeto, el haz transmitido corresponde a la onda de referencia #1 REF_1 .

Durante el proceso de registro, el cristal es expuesto al patrón de interferencia entre la onda objeto y la onda REF_i durante un intervalo de tiempo t_{Exi} . En este experimento se pudo comprobar que cuanto mayor es el tiempo de exposición mayor es la potencia difractada

por el holograma, esto es equivalente a decir que aumenta la eficiencia de difracción del holograma registrado, hasta alcanzar un valor de eficiencia máxima. La prueba se realizó tomando como variable el tiempo de exposición y midiendo como resultado la potencia difractada (Ver Figuras 22 y 23).

Figura 22

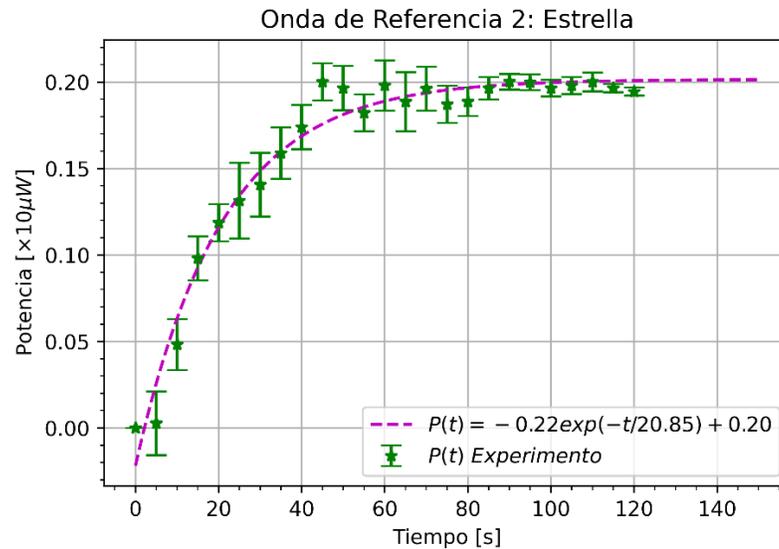
Curva de registro correspondiente a la onda plana con forma de círculo registrada con la onda de referencia #1 REF₁



Nota. En el eje vertical la potencia difractada por el interferograma registrado en el cristal, en el eje horizontal se representa el tiempo de exposición del patrón de interferencia sobre el cristal BGO. El coeficiente de determinación en este caso fue $R^2 = 0.967$, el cual refleja la bondad del ajuste.

Figura 23

Curva de registro correspondiente a la onda plana con forma de estrella registrada con la Onda de Referencia #2 REF_2



Nota. En el eje vertical la potencia difractada por el interferograma registrado en el cristal, en el eje horizontal se representa el tiempo de exposición del patrón de interferencia sobre el cristal BGO. El coeficiente de determinación en este caso fue $R^2 = 0.936$, el cual refleja la bondad del ajuste.

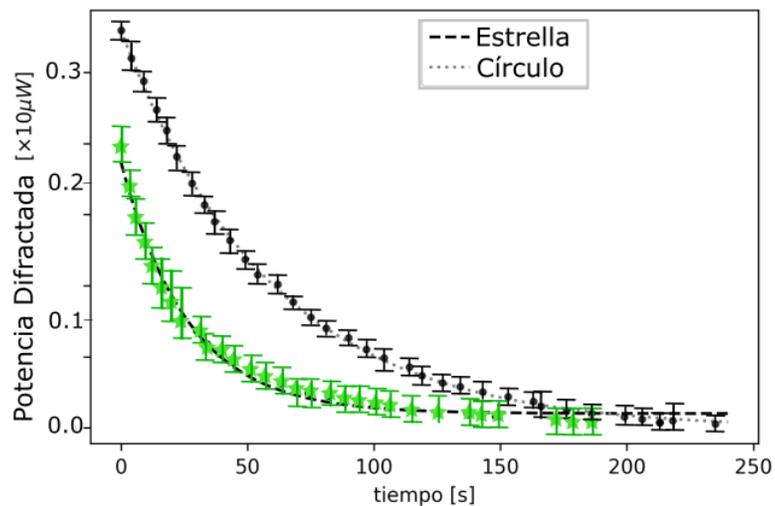
En ambos casos se puede notar que la curva de registro inicia con aumento rápido, un comportamiento de tipo exponencial, pero, luego de un tiempo característico τ , la tasa de cambio disminuye hasta que la potencia difractada se vuelve prácticamente constante. Particularmente, al registrar el círculo utilizando la onda de referencia #1 REF_1 el tiempo característico es $\tau = 30.51$ [s], un valor mayor comparado con el de la estrella registrada con la onda de referencia #2 REF_2 $\tau = 20.85$ [s]; este resultado permitió concluir que debía ser registrado primero el holograma del círculo, porque al registrarse primero el tiempo de exposición durante el registro puede ser tan prolongado como se desee.

3.3.2 Técnica de lectura de dos hologramas

Durante el proceso de lectura, cada interferograma registrado en el cristal es iluminado con su respectiva onda de referencia #1 REF_1 o #2 REF_2 y así obtener la imagen del objeto correspondiente, círculo o estrella. En este experimento se pudo comprobar que durante el tiempo de lectura la potencia difractada disminuye, indicando que el interferograma se está borrando hasta desaparecer por completo. Por este motivo, se analizó la evolución temporal de cada interferograma durante el proceso de lectura, la prueba se realizó tomando como variable el tiempo de lectura y midiendo como resultado la potencia difractada (Ver Figura 24).

Figura 24

Curvas de borrado correspondientes a cada holograma de ondas planas (estrella y círculo)



Nota. En el eje vertical la potencia difractada por el interferograma registrado en el cristal, en el eje horizontal se representa el tiempo de lectura durante el cual cada onda de referencia incide sobre el cristal BGO.

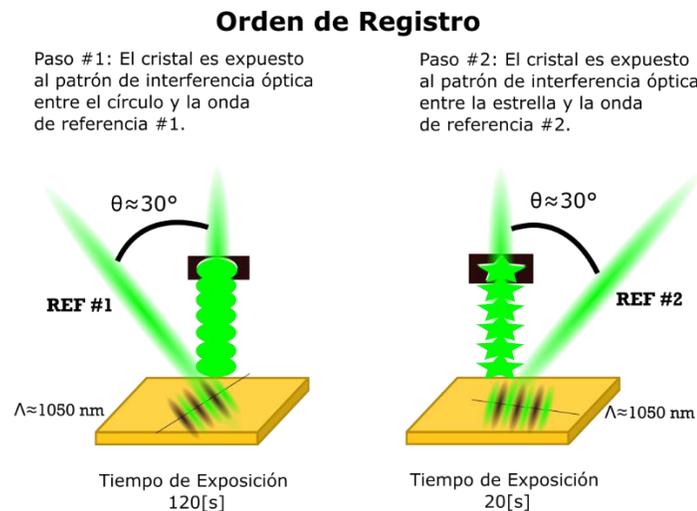
En las gráficas de borrado se evidencia de forma clara el decaimiento exponencial de la potencia difractada, lo cual indica que cada una de ellas se caracteriza por un tiempo de

vida media τ . Puesto que la curva de borrado de la estrella decae más rápidamente comparada con la del círculo, se puede asegurar que el interferograma de la estrella posee un tiempo de vida media más corto. Este resultado también permitió confirmar que la estrella debía registrarse de última, justo después de haber registrado el círculo.

Siguiendo esta secuencia se obtuvo un registro de dos ondas planas exitoso, primero se registró el interferograma del círculo iluminando el cristal con la onda objeto y la onda REF_1 durante un periodo de tiempo $t_{Ex1} = 120$ [s]; luego se ubicó un obturador en el camino óptico de la onda REF_1 y se cambió la onda objeto por la estrella, finalmente se registró el interferograma de la estrella iluminando el cristal con la onda objeto y la onda REF_2 durante un corto periodo de tiempo $t_{Ex2} = 20$ [s] (Ver Figura 25).

Figura 25

Orden escogido para registrar dos hologramas en el cristal fotorrefractivo BGO



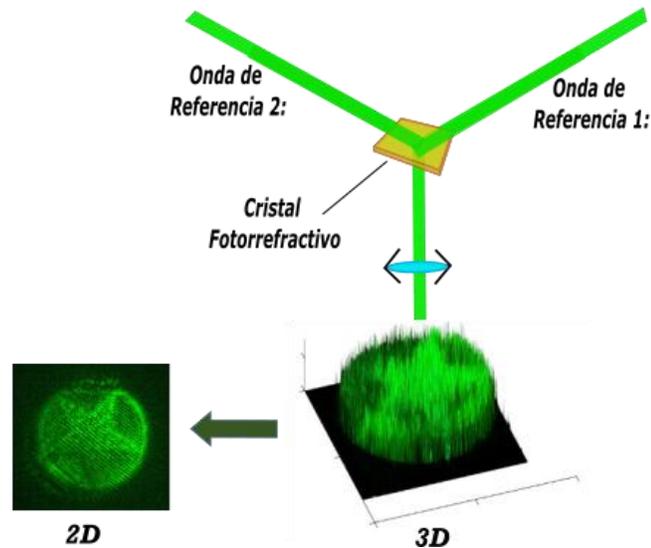
Nota. El esquema describe el orden y los tiempos de exposición elegidos para registrar dos hologramas (estrella y círculo) en el cristal fotorrefractivo BGO.

En seguida se realizó el proceso de lectura, se ubicó un obturador en el camino óptico de la onda objeto, dejando que solamente las ondas #1 REF_1 o #2 REF_2 incidieran sobre el

crystal, cada una de ellas se difracta en el interferograma correspondiente y así se obtuvo la reconstrucción de los dos frentes de onda simultáneamente (Ver Figura 26).

Figura 26

Reconstrucción de dos frentes de onda simultáneamente.



Nota. El esquema ilustra el proceso de lectura de los dos hologramas registrados en el cristal fotorrefractivo BGO. La imagen fue recuperada del cristal fotorrefractivo durante el proceso de lectura. Los frentes de onda reconstruidos en 2D se convierten en una representación tridimensional donde el eje z es proporcional a la intensidad.

3.4 Conclusiones

Este capítulo se enfocó en la construcción de hologramas de volumen en cristales fotorrefractivos, se centró una especial atención en algunas investigaciones sobre el registro de múltiples hologramas, sobre las técnicas, los logros, las ventajas y los desafíos. Para ilustrar el modelo teórico, se diseñó un arreglo experimental que permitió registrar dos ondas planas; los resultados experimentales sugieren que se debe tener en cuenta, al

menos, tres factores clave para conseguir un registro exitoso: el ángulo entre los vectores de onda, el tiempo de registro y el tiempo de borrado de cada holograma.

Vale la pena recordar que el objetivo de este trabajo es registrar dos hologramas, pero no de ondas planas, sino de estados con MAO. Por este motivo, en el siguiente capítulo se presenta el modelo teórico de los haces MAO, su generación y caracterización, incluyendo más pruebas experimentales con el fin de enriquecer y justificar el desarrollo de este trabajo.

4 Momento angular orbital de la luz

Con seguridad se puede afirmar que los efectos eléctricos y magnéticos se han observado desde la antigüedad, sin embargo, su estudio riguroso no se produjo antes de la edad media. Probablemente cuando alrededor de 1600 William Gilbert publicó la famosa obra donde dio una explicación a la existencia del magnetismo en la Tierra (Gilbert & Mottelay, 1958). Pese a eso, la primera descripción formal se dio en torno a los fenómenos eléctricos y en el marco de una teoría electrostática. Luego, no fue hasta el siglo XIX, cuando Michael Faraday introdujo el concepto de campo y de inducción electromagnética, que la comunidad científica empezó a aceptar que los efectos observados desde mucho tiempo atrás son manifestaciones de un mismo fenómeno: el electromagnetismo (Jackson, 1999).

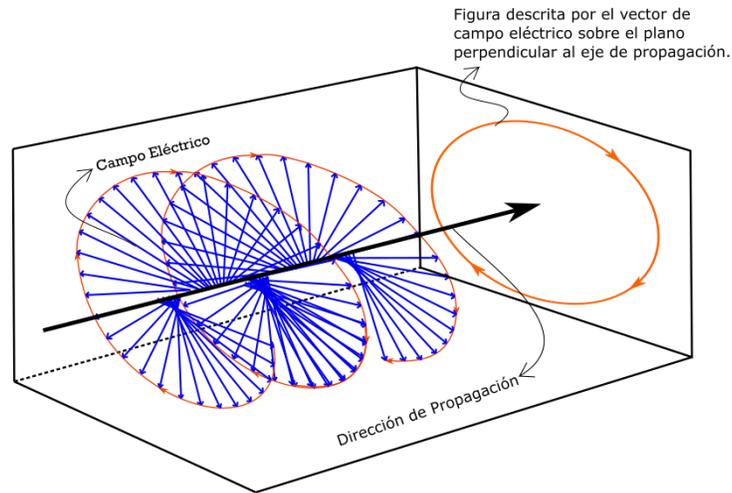
Faraday estaba convencido de la unificación de las fuerzas de la naturaleza y de que seguramente la luz y el electromagnetismo estaban relacionados, como bien se conoce hoy en día. Sin embargo, fue James Clerk Maxwell quien formuló la naturaleza electromagnética de la luz y postuló la existencia de las ondas de radio. Con este, y muchos otros aportes, fue posible desarrollar la teoría clásica del electromagnetismo que se condensa en las ecuaciones de Maxwell para el campo electromagnético, las cuales tienen soluciones de ondas viajeras que representan el transporte de energía de un punto a otro (Beléndez, 2008). En los años posteriores a la muerte de Maxwell, el físico John Henry Poynting, junto con otros científicos, continuó el desarrollo de la teoría electromagnética hasta que en 1884 formuló el teorema de trabajo y energía para el campo electromagnético

e introdujo una nueva cantidad para el flujo de energía conocida como el vector de Poynting (Loudon & Baxter, 2012).

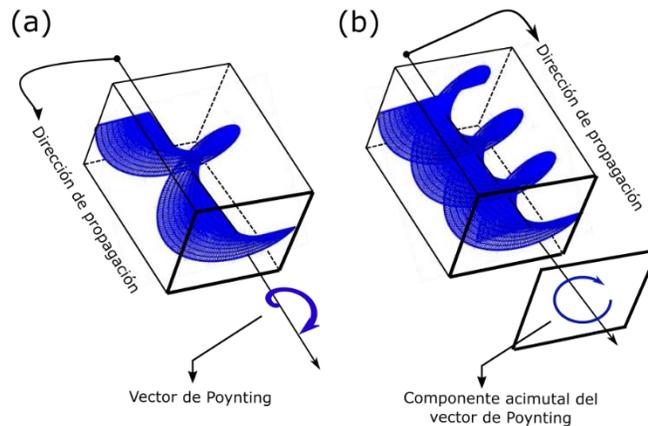
Con base en la teoría electromagnética los campos transportan energía y momento. Cuando las ondas electromagnéticas inciden sobre cualquier superficie o partícula ejercen presión de radiación debida a la interacción entre energía y materia, dando lugar a la transferencia de momento. Este último tiene una componente lineal y una componente angular. Particularmente, el momento angular posee una parte de espín \vec{S} (*MAS Momento Angular de Spin*) asociada con el estado de polarización, y una parte orbital relacionada con la distribución de fase espacial del frente de onda \vec{L} (*MAO*). Entonces el momento angular total transportado por la onda electromagnética y transferible a la materia se expresa como una suma

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}, \quad (4.1)$$

donde el primer término corresponde al momento angular orbital relacionado con la rotación de los fotones alrededor del eje de propagación (Ver Figura 27), y el segundo representa el momento angular de espín relativo al estado de polarización de la luz (Ver Figura 28).

Figura 27*Momento angular de spin de la luz*

Nota. El esquema representa como el MAS de la luz está relacionado con la polarización del campo eléctrico. La luz polarizada circularmente lleva un (MAS), $\pm\hbar$ por fotón, el signo depende de la dirección de giro.

Figura 28*Momento angular orbital de la luz*

Nota. El esquema representa como el momento angular orbital de la luz está relacionado con la forma helicoidal del frente de onda. El haz con MAO se caracteriza por el valor de su carga topológica (a) $l = \hbar$, (b) $l = 2\hbar$ por fotón.

El trabajo de (Poynting, 1909) sentó las bases teóricas para la descripción del momento angular de espín que transporta la luz, y propuso una técnica experimental que implementa placas de cuarto de onda para la detección del momento angular de espín a pesar de que él mismo manifestó que su experiencia no le daba muchas esperanzas de que esta propiedad pudiera ser detectada y medida. Años más tarde se realizó la detección mecánica y la medida del momento angular de espín de la luz en un trabajo experimental presentado por (Beth, 1936); como resultado de sus experimentos se concluyó que un haz de luz que avanza en el espacio puede también estar rotando sobre su propio eje de propagación, aunque esta rotación no es visible al ojo humano, pero sí se manifiesta a través de la interacción de la luz con la materia y está directamente relacionada con la polarización de las ondas electromagnéticas.

En contraste con el momento angular de espín, el momento angular orbital (MAO) es una propiedad física debida a la rotación de los fotones siguiendo una órbita, este tipo de comportamiento está presente en los rayos de luz que se caracterizan porque su frente de onda tiene forma de hélice. Además, los frentes helicoidales requieren una singularidad de fase a lo largo de su eje de propagación y sobre el mismo, esta se manifiesta como un cero perfecto de intensidad del campo electromagnético a lo largo de dicho eje, significa que haces con MAO típicamente poseen una distribución de intensidad anular en el plano transversal (Yao & Padgett, 2011).

La evolución de estas ideas en torno a los estados con MAO surge principalmente en el interés sobre su singularidad de fase a lo largo del centro del haz que resulta en una línea total de oscuridad, lo que desde el punto de vista de la teoría electromagnética es equivalente a decir que dicha singularidad no transporta energía puesto que allí la

intensidad es cero, se concluye entonces que el momento angular transportado por la onda no radica en su singularidad de fase sino en la luz que rodea la misma. Cuando se observa un vórtice, de cualquier naturaleza, es común la aparición de aspas, como un ventilador, alrededor del centro, particularmente en los vórtices ópticos estas se observan como zonas de alta luminosidad a manera de torbellinos de luz.

(Bazhenov et al., 1992), publicaron una forma de generar los vórtices empleando una rejilla de difracción con una forma particular que se denominó '*fork*' debido a la dislocación en forma de tenedor que presenta en el centro. Con este elemento óptico se pueden convertir modos Gaussianos en cualquier modo de fase helicoidal.

Los trabajos reportados hasta entonces hablaban sobre la aparición de singularidades de fase y cómo generarlas, no obstante, el campo de estudio avanzaba muy lentamente debido a la ausencia de una teoría que las explicara, al menos en el marco de la teoría clásica. El siguiente paso lo dieron (Allen et al., 1992), quienes describieron teóricamente la forma de generar las singularidades de fase y adicionalmente reconoció que la aparición de los vórtices ópticos implica que la luz tiene la capacidad de transportar y transferir momento angular orbital, diferenciando esta propiedad del momento angular de espín que se relaciona con el estado de polarización de la onda.

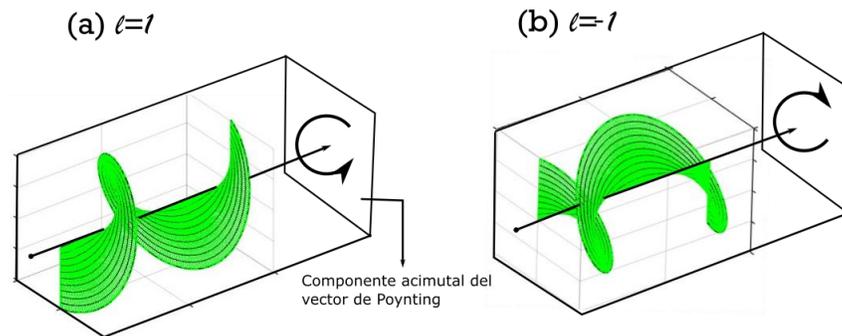
4.1 Modos Laguerre Gauss

De acuerdo con el trabajo de (Allen et al., 1992) es correcto afirmar que, en un haz de luz con MAO el vector de onda sigue una trayectoria espiral alrededor del eje de propagación, como resultado se obtiene una estructura transversal de fase descrita matemáticamente por el término $e^{il\varphi}$ donde l toma valores enteros y se denomina carga topológica, esta cantidad física determina cuántas veces la fase adquiere un valor múltiplo

de un giro completo (2π) y a su vez representa la cantidad de giros (2π) que realiza el frente de onda en un periodo espacial; por lo cual es de esperar que a mayor carga topológica la velocidad angular de giro entorno al eje también sea mayor y también que el signo de la carga topológica puede ser positivo o negativo dependiendo de si el sentido de giro es hacia la derecha (dextrógiro) o hacia la izquierda (levógiro).

Figura 29

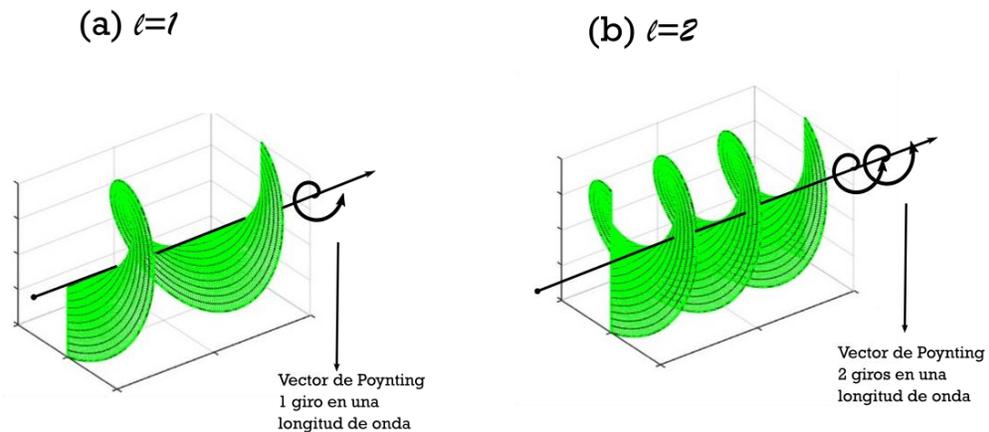
Influencia del signo en la carga topológica de un haz con MAO



Nota. El esquema ilustra los frentes de onda de dos haces que portan MAO con cargas topológicas $l=1$ y $l=-1$. Se puede observar que el signo de la carga únicamente afecta el sentido de giro. El vector de Poynting presenta dos componentes, una longitudinal responsable de la propagación de la onda y la otra acimutal, responsable de la rotación del frente de onda.

Figura 30

Influencia del valor absoluto de la carga topológica de un haz con MAO



Nota. El esquema ilustra los frentes de onda de dos haces que portan MAO con cargas topológicas $l=1$ y $l=2$. Se puede observar que el valor absoluto de la carga determina el

número de giros (2π) que realiza el frente de onda en una longitud de onda. El vector de Poynting presenta dos componentes, una longitudinal responsable de la propagación de la onda y la otra acimutal, responsable de la rotación del frente de onda.

Con base en la teoría electromagnética descrita por las ecuaciones de Maxwell, un campo electromagnético que se propaga en el espacio libre ($\rho(\vec{r}, t) = 0, \vec{J}(\vec{r}, t) = 0$) se representa matemáticamente por el conjunto de ecuaciones:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E}(\vec{r}, t) = 0, \quad (4.2)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B}(\vec{r}, t) = 0, \quad (4.3)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E}(\vec{r}, t) = -\frac{\partial \vec{B}(\vec{r}, t)}{\partial t}, \quad (4.4)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B}(\vec{r}, t) = \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}(\vec{r}, t)}{\partial t}. \quad (4.5)$$

Esta descripción establece que el campo vectorial eléctrico, al igual que el campo de inducción magnética, satisfacen la ecuación de onda:

$$\nabla^2 \vec{E}(\vec{r}, t) - \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{E}(\vec{r}, t)}{\partial t^2} = 0, \quad (4.6)$$

donde $\varepsilon_0 \mu_0 = 1/c^2$, siendo c la rapidez de la luz en el vacío.

La solución de esta ecuación diferencial parcial de segundo orden corresponde a una onda viajera monocromática cuya frecuencia angular de oscilación es ω . Entonces el campo eléctrico estaría dado por:

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \text{Re}(\vec{E}(\vec{r})e^{-j\omega t}). \quad (4.7)$$

Al sustituir esta solución (4.7) en la EDP de onda se obtiene la ecuación vectorial de Helmholtz (De La Bourdonnaye, 1995) aplicada al vector campo eléctrico:

$$\nabla^2 \vec{E}(\vec{r}) + k^2 \vec{E}(\vec{r}) = 0, \quad (4.8)$$

donde $k = \omega/c$ representa el número de onda. Ahora se requiere encontrar una solución a la ecuación de Helmholtz (4.8). Considerando que la onda viajera es transversal y que su propagación se da a lo largo de una dirección bien definida \hat{z} , es claro que el campo eléctrico \vec{E} oscila sobre el plano xy . De acuerdo con lo anterior es correcto afirmar que la dirección del campo sobre el plano de polarización estaría representada por el vector \vec{r} y su amplitud por el vector \vec{E}_0 de componentes complejas cuya magnitud estaría dada al ser multiplicado por el valor de un campo escalar complejo $U(\vec{r})$, así

$$\vec{E}(\vec{r}) = \vec{E}_0 U(\vec{r}). \quad (4.9)$$

Según esta expresión es posible estudiar las variaciones del campo vectorial \vec{E} conociendo la estructura del campo escalar complejo $U(\vec{r})$, así el problema se reduce a encontrar soluciones a la ecuación de Helmholtz dada por:

$$\nabla^2 U(\vec{r}) + k^2 U(\vec{r}) = 0. \quad (4.10)$$

En efecto, la solución del campo escalar toma la forma

$$U(\vec{r}) \approx u(\vec{r}) e^{jkz}. \quad (4.11)$$

Sobre la solución (4.11) se considera que $u(\vec{r})$ varía lentamente a lo largo del eje de propagación \hat{z} , una variación en el orden de la longitud de onda:

$$\lambda \left| \frac{\partial u}{\partial z} \right| \ll |u|, \quad (4.12)$$

$$\lambda \left| \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right| \ll \left| \frac{\partial u}{\partial z} \right|. \quad (4.13)$$

Lo anterior implica que la derivada de segundo orden de $u(\vec{r})$ respecto a z es despreciable. En consecuencia, al sustituir $u(\vec{r})$ en la ecuación de Helmholtz se obtiene la aproximación paraxial de la ecuación de onda:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + 2jkz \frac{\partial u}{\partial z} = 0. \quad (4.14)$$

Ahora, se implementa la transformación de coordenadas $r^2 = x^2 + y^2$ y $\varphi = \arcc\left(\frac{x}{y}\right)$, obteniéndose la siguiente expresión en coordenadas cilíndricas

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \frac{\partial u}{\partial r} \right] + \frac{1}{r^2} \frac{\partial u}{\partial \varphi^2} + 2jkz \frac{\partial u}{\partial z} = 0. \quad (4.15)$$

Luego, se encuentra que la solución corresponde a ondas electromagnéticas bajo el régimen de aproximación paraxial (Agrawal & Pattanayak, 1979; Takenaka et al., 1985; Wünsche, 1992):

$$u(r, \varphi, z) = \frac{C_1 \omega_0}{z_r \omega(z)} e^{-r^2/\omega^2(z)} L_p^l \left(\frac{2r^2}{\omega^2(z)} \right) \left(\frac{\sqrt{2}r}{\omega(z)} \right)^l e^{-j \left[\frac{kr^2}{2R(z)} + \arctan(z/z_r)(l+p+1) \right]} e^{-jl\varphi}, \quad (4.16)$$

donde,

$$C_1 = \sqrt{\frac{2p!}{\pi(l+p)}}. \quad (4.17)$$

En este resultado se puede observar el término de fase sobre la distribución espacial del frente de onda $e^{-jl\varphi}$. El parámetro $l \in Z$ representa el índice azimutal que introduce un MAO de $\pm l\hbar$ por fotón, p el índice radial asociado a la coordenada cilíndrica r , ω_0 la

cintura del haz, z_r el rango de Rayleigh, $\omega(z)$ el radio del haz en la posición z , normalmente en la posición $z = 0$ se define la cintura del haz, $R(z)$ es el radio de curvatura del frente de onda y L_p^l los polinomios generalizados de Laguerre (Koekoek & Meijer, 1993).

En general, es útil expresar la mayoría de los haces en una base completa constituida por un conjunto de modos ortogonales, para el caso de haces con MAO este suele ser el conjunto de modos Laguerre-Gauss (LG), estos modos tienen distribuciones de amplitud de la forma:

$$\begin{aligned}
 & LG_{pl} \tag{4.18} \\
 &= \sqrt{\frac{2p!}{\pi(p+|l|)!} \frac{1}{\omega(z)} \left[\frac{r\sqrt{2}}{\omega(z)} \right]^{|l|}} e^{-r^2/\omega^2(z)} L_p^l \left(\frac{2r^2}{\omega^2(z)} \right) e^{jl\varphi} e^{jk_0 r^2 z / 2(z^2 + z_R^2)} \\
 &\times e^{-j[\arctan(z/z_r)(l+2p+1)]}.
 \end{aligned}$$

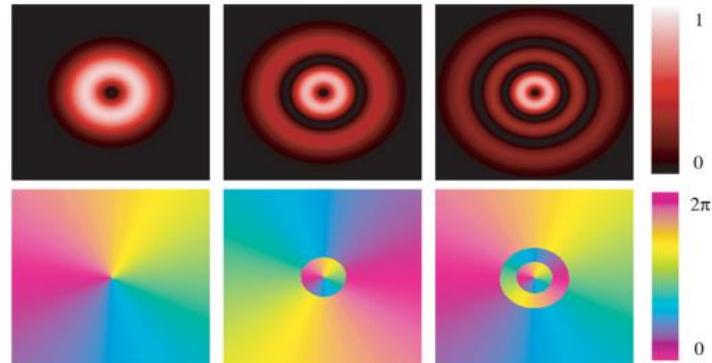
Los polinomios $L_p^l(x)$ se expresan como

$$L_p^l(x) = (-1)^{|l|} \frac{d^{|l|}}{dx^{|l|}} L_{p+|l|}(x) \tag{4.19}$$

En esta expresión l es el índice azimutal y p es el número de nodos radiales en la distribución de amplitud. Cuando los haces Laguerre-Gauss interfieren, producen patrones de regiones brillantes y oscuras, estos corresponden a las distribuciones de intensidad de los vórtices ópticos. La obtención de estados MAO a partir de la combinación de modos Laguerre-Gauss fue presentada por (Allen et al., 1992).

Figura 31

Gráficos normalizados de intensidad y fase de modos Laguerre-Gauss



Nota. En la figura se pueden observar gráficos normalizados de intensidad (arriba) y gráficos de fase (abajo) correspondientes a los modos Laguerre-Gauss LG_{01} , LG_{11} , LG_{21} (de izquierda a derecha). Se presentan los anillos concéntricos y el efecto sobre el patrón de fase helicoidal. Tomado de *Orbital Angular Momentum: origins, behavior and applications* (p.170) por Yao & Padgett, 2011, Optical Society of America.

De la Figura (31) se puede resaltar que los tres gráficos corresponden a vórtices ópticos con el mismo valor de carga topológica $l = 1$, esto resulta evidente en los subíndices de LG_{pl} . El único parámetro que cambia es el valor de $p = \{0,1,2\}$ el cual corresponde al número de nodos radiales en la distribución de amplitud, esta es la razón por la que el primer vórtice no tiene ningún nodo radial alrededor, mientras que el segundo tiene uno y el tercero tiene dos. Existen hoy en día diferentes métodos para generar vórtices ópticos, a continuación, se mencionan algunos de ellos, en particular los más usados en los laboratorios de física.

4.2 Generación de haces con Momento Angular Orbital

4.2.1 Placas de fase en espiral

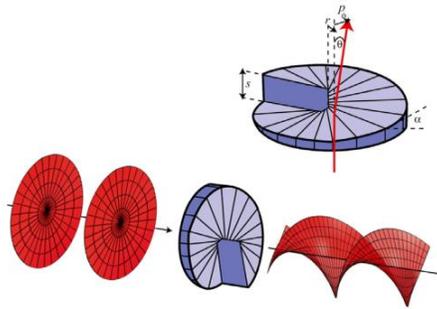
Este método para generar estados MAO consiste en una placa de fase (Oemrawsingh et al., 2004), este elemento óptico posee una forma helicoidal, quiere decir que su espesor no es uniforme, sino que cambia con respecto a la posición azimutal de acuerdo con:

$$s = \frac{l\lambda\theta}{2\pi(n-1)}, \quad (4.20)$$

en esta expresión, n es el índice de refracción del medio. Así cuando un haz de luz incide en forma perpendicular a la superficie de la placa, se refracta en la dirección azimutal mientras avanza dando lugar a los frentes de onda helicoidales (Ver Figura 32).

Figura 32

Generación de un vórtice óptico con una placa de fase en espiral



Nota. El esquema ilustra la conversión de un haz gaussiano $l = 0$ en un haz que porta MAO $l = 2$ al transmitirse a través de una placa de fase en espiral. Tomado de *Orbital Angular Momentum: origins, behavior and applications* (p.169) por Yao & Padgett, 2011, Optical Society of America.

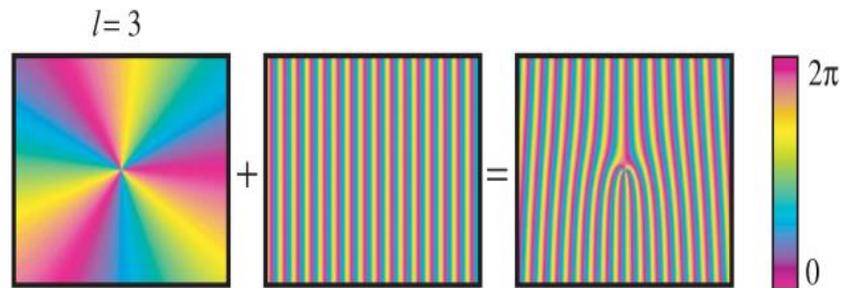
4.2.2 Hologramas tipo fork

Utilizando los principios de holografía se puede registrar el patrón de interferencia entre una distribución de fase helicoidal (haz objeto) y una distribución de fase plana (haz

de referencia) (Ver Figura 33); así el registro holográfico de ese patrón da como resultado un holograma de difracción que es capaz de producir los estados con MAO (haz objeto).

Figura 33

Esquema de interferencia óptica entre la distribución de fase de un vórtice y una onda plana

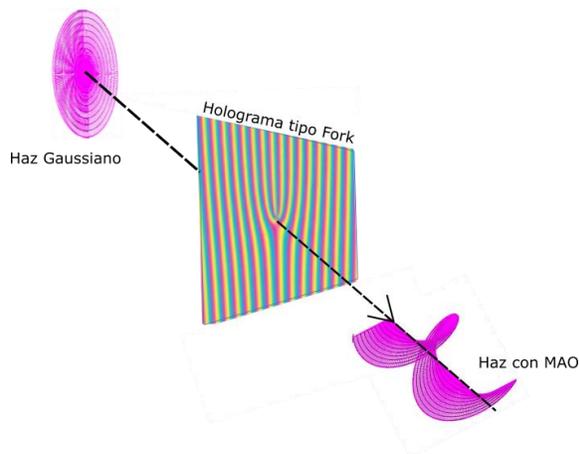


Nota. La distribución de fase del vórtice (haz objeto \rightarrow izquierda) y la distribución de fase lineal (haz de referencia \rightarrow derecha) produce un patrón de interferencia que corresponde a una rejilla bifurcada llamada (tenedor). Aquí, los autores, representan la fase del haz con MAO como uno con tres discontinuidades de fase, en la realidad tiene una fase continua en una longitud de onda, con cambio de fase total de $2\pi\ell$. Tomado de *Orbital Angular Momentum: origins, behavior and applications* (p.172) por Yao & Padgett, 2011, Optical Society of America.

Esta forma de generar los vórtices ópticos es especial e importante por su enfoque holográfico, básicamente el holograma necesario se puede proyectar en un modulador espacial de luz, de manera que, al incidir una onda plana, correctamente alineada con la dislocación del holograma tenedor, produzca en su difracción a primer orden la distribución de fase correspondiente a los estados MAO (Ver Figuras 34 y 35).

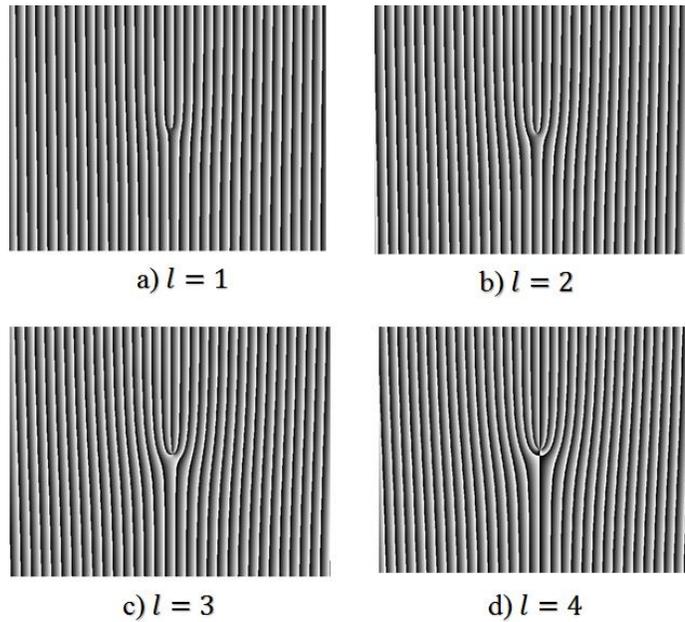
Figura 34

Generación de un haz que porta MAO utilizando un holograma tipo tenedor



Nota. La figura representa como un haz gaussiano que se transmite a través de un holograma tipo tenedor genera un haz que porta MAO.

Si bien la técnica holográfica para la generación de haces Laguerre-Gauss es conveniente, también se ha reconocido que hay factores adversos que dificultan la obtención de los vórtices, algunos autores como (Yi-Dong et al., 2008) y (Bekshaev, A. et al., 2010) estudian la influencia de ciertos aspectos como el desplazamiento lateral y la desviación angular.

Figura 35*Estructura de fase de hologramas tipo tenedor*

Nota. En la estructura de fase de hologramas tipo tenedor el color de las regiones varía en escala de grises representando el rango de fase de 0 a 2π . Las imágenes corresponden a rejillas con l dislocaciones en el centro tomando la forma de un tenedor, la franja central se ramifica en $l+1$ franjas, donde l corresponde a la carga topológica.

A partir de un haz Gaussiano emitido por una fuente de luz láser con un cierto valor de ω_0 (*cintura del haz*) y su número de onda $k = 2\pi/\lambda$, que emerge desde la posición $z = 0$ de tal forma que la distribución del campo en coordenadas cilíndricas está dada por:

$$U_i(r, \theta, \mathcal{E}) = \frac{q(0)}{q(\mathcal{E})} e^{-jk\left[\mathcal{E} + \frac{r^2}{2q(\mathcal{E})}\right]}, \quad (4.21)$$

donde $z = \mathcal{E}$ es la posición donde se encuentra ubicada la pantalla de observación y el parámetro complejo $q(\mathcal{E})$ de tal forma que:

$$\frac{1}{q(\mathcal{E})} = \frac{1}{R(\mathcal{E})} - \frac{2j}{k\omega^2(\mathcal{E})}, \quad (4.22)$$

de la expresión (4.22) se define $R(\mathcal{E}) = \mathcal{E}|1 + (k \omega_0^2/2\mathcal{E})^2|$ como el radio de curvatura y también se define $\omega(\mathcal{E}) = \omega_0(1 + 2\mathcal{E}/k \omega_0^2)^{1/2}$ como el radio transversal del haz, ambos definidos en la posición $z = \mathcal{E}$ (Schmidt, 2010). El haz Gaussiano descrito en la ecuación (4.21) se propaga desde $z = 0$ hasta ($z = \mathcal{E}$), allí incide sobre el plano $\Delta(r, \theta)$ donde se encuentra un holograma con forma de tenedor, por ende, el haz Gaussiano se difracta y posteriormente se observa el patrón de difracción en el plano $\delta(\rho, \varphi)$ ubicado a una distancia ($z - \mathcal{E}$), la cual se mide desde la posición donde está ubicado el holograma. Para determinar la intensidad del campo difractado se parte de la integral de Fresnel-Kirchoff dada por:

$$U(\rho, \varphi, z) = jk \frac{e^{(-jk[(z-\mathcal{E})+\rho^2/(2(z-\mathcal{E}))])}}{2\pi(z-\mathcal{E})} \iint_{\Delta} T(r, \theta) U_i(r, \theta, \mathcal{E}) e^{-jk\left[\frac{r^2}{z-\mathcal{E}} - \frac{2r\rho \cos(\theta-\varphi)}{z-\mathcal{E}}\right]} r dr d\theta. \quad (4.23)$$

De esta expresión (4.23), $T(r, \theta)$ es la función de transmitancia descrita en coordenadas cilíndricas, para este caso corresponderá a una red con forma sinusoidal cuyo periodo es D y sus coeficientes de transmitancia son t_n . Esta función se expresa matemáticamente como:

$$T(r, \theta) = t_0 + \sum_{n=1}^{\infty} t_n e^{-jn\left(\frac{2\pi}{D}r \cos(\theta) - m\theta\right)} + \sum_{n=1}^{\infty} t_{-n} e^{jn\left(\frac{2\pi}{D}r \cos(\theta) - m\theta\right)}. \quad (4.24)$$

Cuando el haz Gaussiano se propaga y se difracta, es bien sabido que la distribución de intensidad que describe la amplitud del campo en el espacio cambia en cada punto sobre el plano de observación, para conocer la nueva forma que tiene la amplitud del campo se sustituye la función de transmitancia $T(r, \theta)$ y la amplitud del campo $U_i(r, \theta, \mathcal{E})$ en la integral de Fresnel-Kirchoff así:

$$\begin{aligned}
U(\rho, \varphi, z) &= \frac{jk}{2\pi(z-\mathcal{E})} \frac{q(0)}{q(\mathcal{E})} e^{-jk\left[z+\frac{\rho^2}{2(z-\mathcal{E})}\right]} \left\{ t_0 \int_0^\infty \int_0^{2\pi} e^{-j\frac{k}{2(z-\mathcal{E})q(\mathcal{E})}r^2} e^{\frac{jkr\rho}{(z-\mathcal{E})}\cos(\theta-\varphi)} r dr d\theta \right. \\
&+ \sum_{n=1}^\infty t_n \int_0^\infty \int_0^{2\pi} e^{-j\frac{k}{2(z-\mathcal{E})q(\mathcal{E})}r^2} e^{\frac{-jkr\rho}{(z-\mathcal{E})}\sin\varphi\sin\theta} e^{\frac{jkr\cos\theta}{z-\mathcal{E}}} \left(\rho \cos\varphi \right. \\
&- \left. \frac{n\lambda(z-\mathcal{E})}{D} \right) e^{jmn\theta} r dr d\theta \\
&+ \sum_{n=1}^\infty t_{-n} \int_0^\infty \int_0^{2\pi} e^{-j\frac{k}{2(z-\mathcal{E})q(\mathcal{E})}r^2} e^{\frac{-jkr\rho}{(z-\mathcal{E})}\sin\varphi\sin\theta} e^{\frac{jkr\cos\theta}{z-\mathcal{E}}} \left(\rho \cos\varphi \right. \\
&- \left. \frac{n\lambda(z-\mathcal{E})}{D} \right) e^{-jmn\theta} r dr d\theta \left. \right\}. \tag{4.25}
\end{aligned}$$

Posteriormente, se resuelven los cálculos integrales con respecto a las variables radial r y azimutal θ (Bazhenov et al., 1992) a lo cual se obtiene como resultado la amplitud del campo, correspondiente al haz Gaussiano difractado al pasar a través del holograma con forma de tenedor, en el plano de observación $\delta(\rho, \varphi)$:

$$\begin{aligned}
U_{\pm n}(\rho_{\pm n}, \varphi_{\pm n}, z) &= t_{\pm n} \frac{q(0)}{q(z)} \left[\frac{jk\pi}{4Q(z)} \right]^{\frac{1}{2}} (\pm 1)^{mn} \rho_{\pm n} j^{\frac{mn-1}{2}} e^{-jk\left[z+\frac{\rho^2}{2(z-\mathcal{E})}+\frac{(\rho_{\pm n})^2}{2Q(z)}\right]} \times \\
&e^{jmn\left(\frac{\pi}{2} \pm \varphi_{\pm n}\right)} \left[\frac{J_{mn-1}}{2} \left(\frac{k}{2Q(z)} (\rho_{\pm n})^2 \right) - j \frac{J_{mn+1}}{2} \left(\frac{k}{2Q(z)} (\rho_{\pm n})^2 \right) \right]. \tag{4.26}
\end{aligned}$$

Nótese que la amplitud del campo difractado contiene los subíndices n y m los cuales definen unívocamente el respectivo momento angular orbital para cada uno de los enésimos órdenes de difracción. De esta expresión el parámetro complejo $Q(z)$ representa el radio de curvatura del frente de onda el cual se define como

$$\frac{1}{Q(z)} = \frac{1}{R'(z)} - \frac{2j}{k\omega'^2(z)}, \tag{4.27}$$

cabe resaltar que $R'(z)$ es el radio de curvatura definido de la forma

$$\frac{1}{R'(z)} = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{R(z)} - \frac{1}{(z - \mathcal{E})} \right], \quad (4.28)$$

por último, el radio transversal del haz $\omega'(z)$ se expresa matemáticamente como

$$\omega'(z) = \sqrt{2}\omega(z). \quad (4.29)$$

Ahora se usa la aproximación de campo lejano para obtener el patrón de difracción en el régimen de Fraunhofer, dicha aproximación consiste en considerar que el plano de observación $\delta(\rho, \varphi)$ se encuentra a una distancia $(z - \mathcal{E})$ mucho más grande que las dimensiones del holograma de difracción, para esto se toma la condición $\lim_{(z-\mathcal{E}) \rightarrow \infty} \frac{1}{Q(z)}$

obteniéndose

$$\lim_{(z-\mathcal{E}) \rightarrow \infty} \frac{1}{Q(z)} = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{R(z)} - \frac{1}{z - \mathcal{E}} \right] - \frac{2j}{k\omega'^2} \approx \frac{1}{k\omega^2(z)}. \quad (4.30)$$

Luego se sustituyen estos resultados en la amplitud de campo y se llega al resultado

$$\begin{aligned} U_{\pm n}(\rho_{\pm n}, \varphi_{\pm n}, z) &= \frac{t_{\pm n} q(0)}{2} \frac{\sqrt{2}}{q(z) \omega(z)} (\pm 1)^{mn} \rho_{\pm n} e^{jkz} e^{\frac{-\rho^2}{2\omega^2(z)}} e^{jmn\left(\frac{\pi}{2} \pm \varphi_{\pm n}\right)} \\ &\times \left[I_{\left(\frac{mn-1}{2}\right)} \left(\frac{(\rho_{\pm n})^2}{2\omega^2(z)} \right) - I_{\left(\frac{mn+1}{2}\right)} \left(\frac{(\rho_{\pm n})^2}{2\omega^2(z)} \right) \right]. \end{aligned} \quad (4.31)$$

De esta expresión cabe señalar que $I_{\left(\frac{mn-1}{2}\right)}$ e $I_{\left(\frac{mn+1}{2}\right)}$ son por definición las funciones de Bessel de primera especie modificadas (Arfken et al., 2011). Con este resultado final en la difracción al primer orden $n = 1$ se obtiene la distribución del campo correspondiente a un haz con MAO que posee una singularidad de fase definida por el subíndice m .

Los hologramas descritos anteriormente de manera teórica se pueden obtener, en la práctica, utilizando un modulador espacial de luz (MSL), este es un dispositivo electrónico conformado por pixeles que alteran espacialmente las propiedades ópticas de un frente de

onda de luz. Es común que sean usados para modular la amplitud, la fase o las dos simultáneamente, lo cual los convierte en elementos muy apropiados para aplicaciones como el grabado holográfico.

4.2.3 Generación de estados MAO usando un modulador espacial de luz

Para la configuración experimental de este proyecto se utilizó un *LETO Phase Only Spatial Light Modulator (Reflective)*, este es un modulador espacial de luz MEL basado en cristales líquidos depositados sobre Silicio (*Liquid Cristal deposito n Silicon LCoS*).

Tabla 3

Especificaciones del modulador espacial de luz

LETO Spatial Light Modulator-Microdisplay Features		
	Display Type	<i>Reflective LCoS (Phase Only)</i>
	Resolution	1920 × 1080
	Píxel Pitch	6.4µm
	Fill Factor	93%
	Active Area/Diagonal	12.5 × 7.1mm (0.55" Diagonal)
	Adressing	8Bit (256 Grey Levels)
	Signal Formats	<i>HDMI</i> – <i>HDTV Resolution</i>
	Input Frame Rate	60 Hz / 180 Hz

Nota. Adaptado de *Pioneers in Photonic Technology (2021)*. Por HOLOEYE, 2021, ([HOLOEYE Photonics AG – Spatial Light Modulators, Diffractive Optics, LCOS Microdisplay Components](#)).

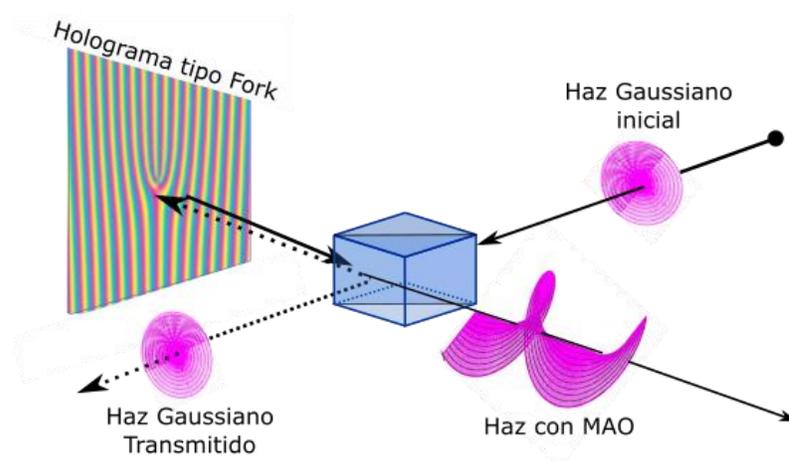
Estos dispositivos poseen una estructura bidimensional de píxeles, donde cada uno contiene una serie de capas de cristal líquido que se encuentran ordenadas de forma alineada, cada una de estas celdas se comporta como una placa birrefringente con sus respectivos índices de refracción ordinario n_o y extraordinario n_e . En estado de reposo, la orientación de los índices de refracción extraordinarios de las moléculas (llamados ejes directores) es la misma, no obstante, al aplicar una diferencia de potencial sobre los cristales se generan rotaciones en las posiciones relativas de las moléculas, lo cual modifica

el camino óptico que induce cada píxel. Cuando la luz incide en el modulador cambia su velocidad de propagación mientras viaja por cada píxel y este efecto da lugar a la variación o modulación de fase. En síntesis, los MEL de tipo LCoS usan la birrefringencia de las moléculas del cristal líquido excitadas vía electrónica para poder alterar la amplitud y fase del frente de onda de manera local.

Para proyectar el holograma deseado en la matriz se requiere una conexión entre el MEL y el computador, donde los hologramas tipo *fork* que generan los haces con MAO son proyectados en la matriz de píxeles, de manera que cuando el haz Gaussiano incide sobre la matriz, se refleja y se modula en fase pura, generando un estado con Momento Angular Orbital entero definido por su carga topológica l (Ver Figura 36).

Figura 36

Generación de un haz con MAO utilizando el MSL LETO



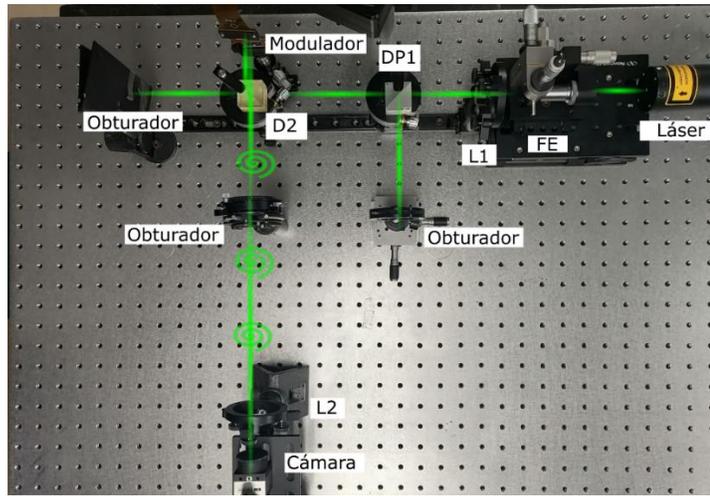
Nota. Para comprender el esquema empiece por el haz gaussiano inicial, este incide sobre el divisor de haz de tal forma que el rayo reflejado se dirige hacia la matriz de píxeles, allí el haz gaussiano incide sobre el holograma tipo fork donde se refleja y se modula en fase pura generando un estado con MAO entero definido.

Para verificar el funcionamiento correcto del *Software Pattern Generator* se diseñó un arreglo experimental incluyendo el MSL para la generación de estados con MAO (Ver

Figura 37). La fuente es un láser de HeNe, longitud de onda $\lambda = 543$ nm, potencia 1.5 mW, emite ondas con polarización lineal con radio de extinción 500/1, el divisor de haz DP es polarizado, así el haz transmitido tiene el estado de polarización lineal vertical que requiere la matriz de cristal líquido para su correcto funcionamiento, mientras que, el reflejado tiene polarización lineal horizontal, este último no es de interés para este experimento, por ello se ubica en el camino óptico un obturador. El haz transmitido en el DP1 se dirige hacia un segundo divisor D2 del cual emergen dos haces: el reflejado, se dirige hacia el MEL e incide sobre la matriz, el haz transmitido por el D2 no es de interés para este experimento, por ello se ubica un obturador en su camino óptico. El haz que fue reflejado en el D2 y dirigido hacia la matriz se refleja y se modula en fase pura, generando un estado con MAO entero definido por su carga topológica l , en su dirección de propagación se ubica un diafragma que actúa como filtro dejando pasar únicamente el primer orden de difracción generado por el MEL. Finalmente, el estado obtenido pasa a través de la lente L2 y el perfil de intensidad es capturado con la cámara CMOS (Ver Figura 37).

Figura 37

Arreglo experimental para la generación de estados con MAO usando el MEL HOLOEYE LETO

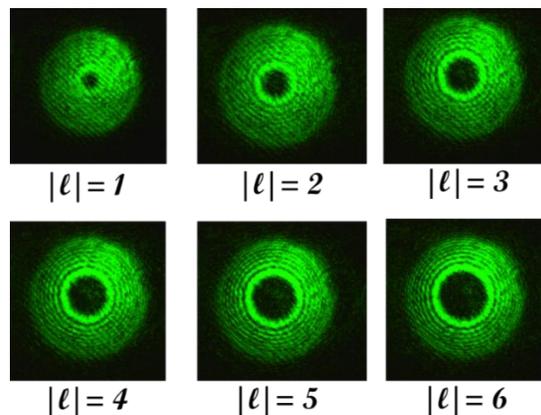


Nota. Fotografía que presenta el montaje real implementado en el LOTS.

A continuación, se presentan los perfiles de intensidad de los vórtices ópticos obtenidos experimentalmente (Ver Figura 38):

Figura 38

Perfiles de intensidad de los vórtices ópticos generados con el MEL LETO



Nota. La figura presenta los perfiles de intensidad recuperados experimentalmente.

La Figura (38) presenta seis perfiles de intensidad correspondientes a estados con MAO, de los cuales se conoce, a priori, el valor absoluto de su carga topológica. Estos perfiles de

intensidad se caracterizan por tener la forma de una dona o disco, con su singularidad central sobre el eje de propagación, indicando la nulidad del campo electromagnético en este punto. Los resultados son coherentes con el modelo teórico donde aparece el término de fase sobre la distribución espacial del frente de onda $e^{-jl\varphi}$, de tal forma que el parámetro l representa el índice azimutal que introduce un MAO de $\pm l\hbar$ por fotón.

De la Figura (38) se puede resaltar que los tres gráficos corresponden a vórtices ópticos LG_{pl} con un número de nodos radiales $p \neq 1$, esta es la razón por la que se pueden distinguir anillos concéntricos en la distribución de amplitud. Con estas imágenes se pudo comprobar que el tamaño del disco, que encierra la singularidad, y la carga topológica se relacionan de manera directa, un mayor valor de l se ve reflejado de inmediato en un mayor tamaño del disco.

Por lo tanto, se hizo pertinente comprobar por métodos de difracción el valor absoluto y el signo del índice azimutal l para cada uno de los haces con MAO entero generados.

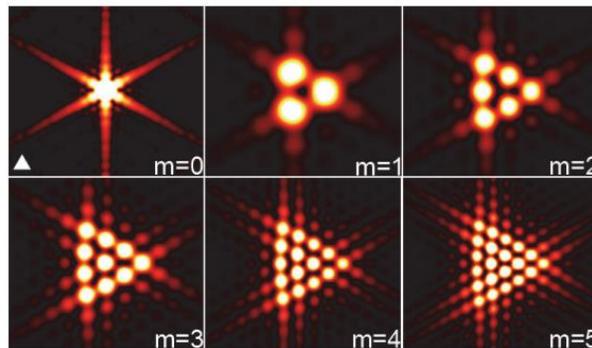
4.3 Difracción por una abertura triangular

El momento angular orbital de la luz posee una descripción matemática que se compone de amplitud y fase, de esta última es bien sabido que su distribución tiene una forma particular helicoidal que se caracteriza a partir del valor de la carga topológica CT. Los vórtices ópticos se explican como una indeterminación en la fase y la nulidad de la amplitud del campo electromagnético en un punto ubicado sobre el eje de propagación, desde un punto de vista físico se trata de frentes de onda que se retuercen como un torbellino transportando una cantidad de Momento Angular Orbital que se asocia con el número entero l y este a su vez se relaciona con la cantidad de MAO de cada fotón.

Para determinar el signo y la magnitud de la CT se analiza la intensidad del campo en el régimen de Fraunhofer obtenida al difractar una onda luminosa con MAO a través de una rendija triangular equilátera (Acevedo et al., 2015).

Figura 39

Parte I del patrón de difracción a través de una rendija triangular de vórtices ópticos con CT entera

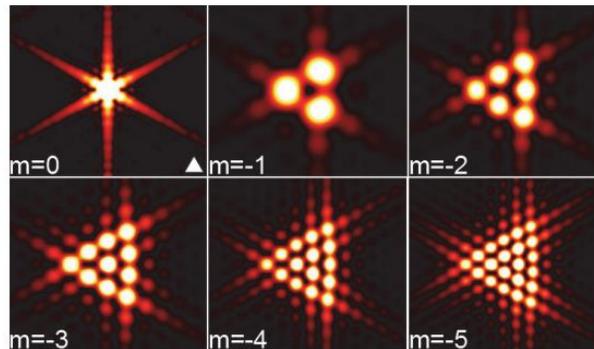


Nota. La figura presenta los resultados numéricos de la intensidad en el régimen de Fraunhofer de una onda electromagnética con carga topológica entera positiva desde $m=0$ hasta $m=5$ difractada a través de una abertura triangular equilátera. Tomado de *Determinación de la carga topológica de un haz Bessel-Gauss* por Acevedo et al., 2015.

Los resultados de la difracción muestran que el patrón resultante tiene la misma forma de la abertura (Ver Figura 39), sobre el área del triángulo equilátero se distribuyen spots brillantes fáciles de distinguir y de contar; en efecto el número de spots brillantes n sobre cada lado tiene una relación directa con el valor de la CT, nótese que en cada caso $n=l+1$, por ende, el método de difracción por una abertura triangular resulta ser un método eficiente para determinar la magnitud de la CT. A continuación, se presentan los resultados obtenidos para cargas topológicas negativas (Ver Figura 40):

Figura 40

Parte I del patrón de difracción a través de una rendija triangular de vórtices ópticos con CT entera



Nota. La figura presenta los resultados numéricos de la intensidad en el régimen de Fraunhofer de una onda electromagnética con carga topológica entera negativa desde $m=-5$ hasta $m=0$ difractada a través de una abertura triangular equilátera. Tomado de *Determinación de la carga topológica de un haz Bessel-Gauss* por Acevedo et al., 2015.

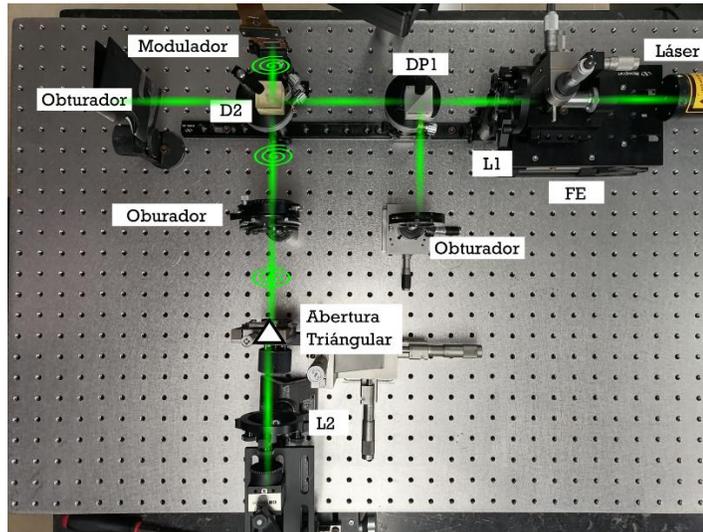
Al comparar los resultados de la difracción para CT entera positiva y luego negativa se deduce que el signo no altera el número de puntos brillantes sobre los lados del triángulo, además el número total k de puntos brillantes dentro del triángulo se puede obtener a partir de la CT:

$$k = \frac{(|m| + 1)(|m| + 2)}{2}, \quad (4.32)$$

entonces sigue siendo conveniente aplicar el método para reconocer la magnitud de la CT, aún cuando esta sea negativa. También es evidente que para valores negativos el patrón de difracción resultante se encuentra rotado 180° con respecto al obtenido para valores positivos. Aplicando el método de difracción por una abertura triangular se determinó el signo de la carga topológica correspondiente a los estados MAO presentados en la sección anterior.

Figura 41

Arreglo experimental para la generacion vórtices ópticos y determinar su carga topológica



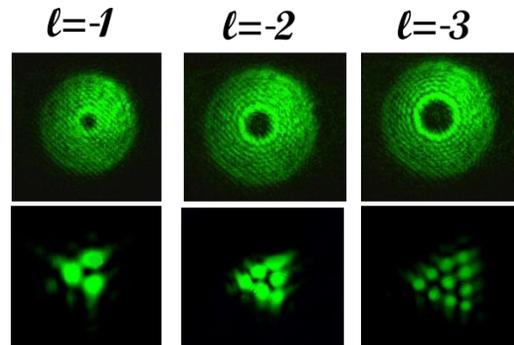
Nota. La fotografía presenta el montaje real implementado en el LOTS, en el cual se generan los vórtices ópticos y luego el haz con MAO es dirigido hacia una abertura triangular equilátera para obtener su patrón de difracción.

En busca de verificar la carga topológica de los haces MAO generados se diseñó un arreglo experimental incluyendo el modulador espacial de luz para la generación de estados con MAO (Ver Figura 41), y una abertura con forma de triángulo equilátera. El haz que es reflejado en el D2 y dirigido hacia la matriz se refleja y se modula en fase pura, generando un estado con MAO entero definido por su carga topológica l , en su dirección de propagación se ubica un diafragma que actúa como filtro dejando pasar únicamente el primer orden de difracción generado por el modulador. Posteriormente se ubica la abertura triangular, para este experimento es de gran importancia que la abertura se encuentre perfectamente alineada con el haz MAO, de tal forma que este logre pasar, exactamente, a través del centro; por este motivo la abertura se encuentra sujeta a un desplazador micrométrico con tres grados de libertad. Cuando el haz MAO pasa a través de la abertura triangular se difracta y en el patrón surgido de este proceso se obtiene una distribución

triangular de puntos brillantes que determinan unívocamente el valor de la carga topológica. Finalmente, el patrón obtenido pasa a través de la lente L2 y el perfil de intensidad es capturado con la cámara CMOS (Ver Figuras 42 y 43).

Figura 42

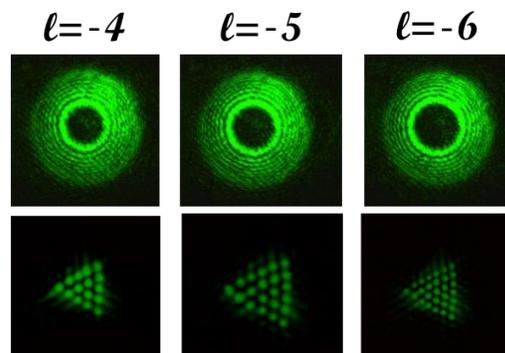
Parte de los Perfiles de intensidad y patrones de difracción de tres vórtices ópticos con CT entera



Nota. La figura presenta los resultados experimentales de difracción por una abertura triangular de tres vórtices ópticos para determinar la magnitud y el signo de la carga topológica.

Figura 43

Parte de los Perfiles de intensidad y patrones de difracción de tres vórtices ópticos con CT entera



Nota. La figura presenta los resultados experimentales de difracción por una abertura triangular de tres vórtices ópticos para de determinar la magnitud y el signo de la carga topológica.

4.4 Conclusiones

En este capítulo se incluyó el tercer elemento importante en este trabajo de investigación, los estados con momento angular orbital de la luz; estos fueron caracterizados por su perfil de intensidad y su patrón de difracción, los cuales determinan unívocamente el valor de su carga topológica y de esta manera fue posible continuar hacia la prueba de principio del registro de dos estados con MAO sobre el cristal fotorrefractivo BGO.

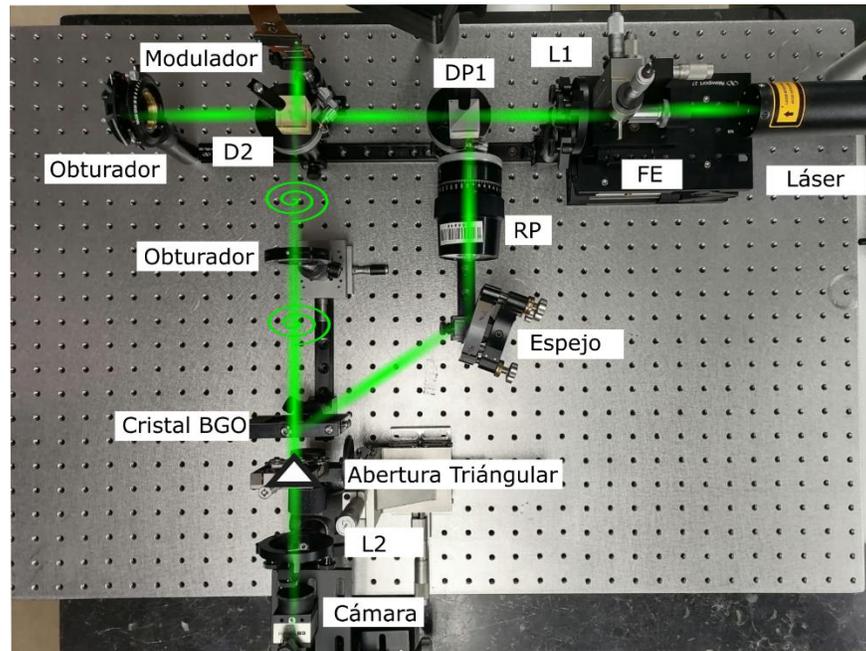
5 Registro de dos haces MAO en un cristal fotorrefractivo

5.1 Prueba del registro holográfico de estados MAO

Es preciso recordar que la importancia de la holografía radica en el hecho de que se logra registrar, no solo la amplitud, sino también la fase de la onda objeto. Si un estado de MAO es almacenado en el cristal BGO, debe ser posible recuperar la información completa del mismo: el perfil de intensidad del haz y su fase característica. Por lo tanto, el haz recuperado del medio holográfico se difracta por una abertura triangular equilátera, de forma que el correspondiente patrón de difracción permita discernir el índice azimutal del mismo y por ende verificar que la información correspondiente a la fase del objeto fue exitosamente almacenada y recuperada. Con la finalidad de estudiar las características del haz difractado, por el interferograma de un haz MAO registrado en el cristal fotorrefractivo, se realizó el proceso de registro y lectura del estado con carga topológica $l = -1$ (Ver Figura 44).

Figura 44

Arreglo experimental para prueba de registro holográfico del estado con MAO $l = -1$

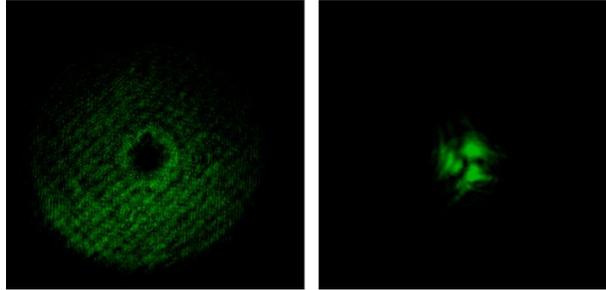


Nota. Fotografía del montaje experimental implementado en el LOTS, en el cual se realiza el registro holográfico del estado MAO $l = -1$ y el frente de onda reconstruido es difractado a través de una abertura triangular equilátera.

El perfil de intensidad recuperado del cristal en el proceso de lectura se presenta en la figura (45), con esto se verificó que la intensidad se adapta de manera correcta al perfil de un haz con índice acimutal $l = -1$, como el presentado en la figura (38). También, se comprobó que el patrón de difracción por una abertura triangular equilátera es exactamente el correspondiente a un haz MAO con carga topológica $l = -1$, con esto se comprobó que el registro holográfico de un estado con MAO conserva la información completa de su amplitud y fase.

Figura 45

Perfil de intensidad y patrón de difracción del vórtice óptico recuperado del cristal fotorrefractivo



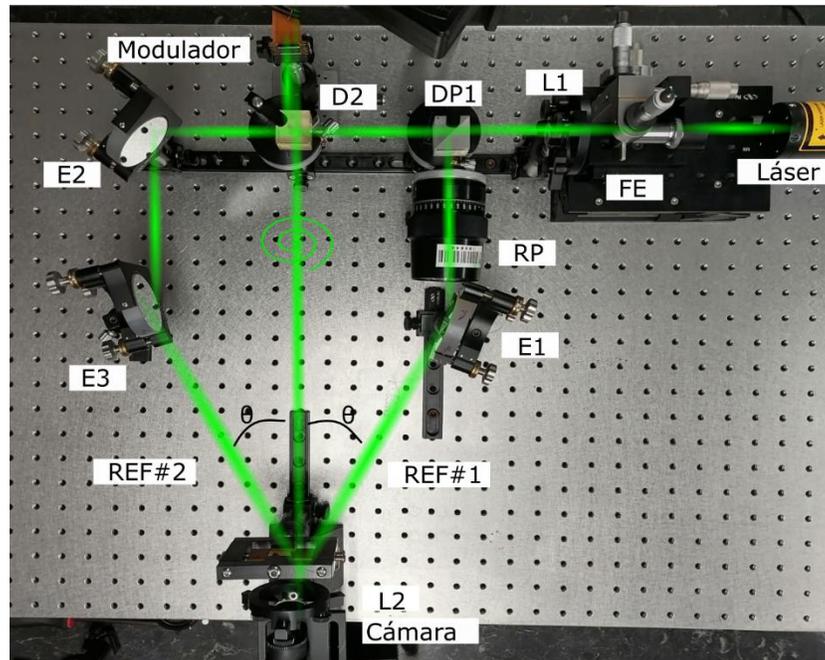
Nota. La figura presenta los resultados experimentales de la lectura de holograma con MAO $l = -1$. La figura izquierda corresponde al perfil de intensidad, la figura derecha es el patrón de la difracción del haz por una abertura triangular equilátera.

5.2 Técnica de registro holográfico de dos estados MAO

El objetivo principal de este trabajo de investigación fue implementar una técnica experimental que permitiera registrar dos hologramas de estados con MAO de la luz usando un cristal fotorrefractivo. Para conseguirlo, se requirió comprobar la posibilidad de reunir la propiedad física del MAO con la holografía en cristales fotorrefractivos. Para el registro de dos haces con MAO de la luz se implementó la configuración experimental presentada en la figura (46).

Figura 46

Arreglo experimental para el registro de dos haces con MAO en el cristal fotorrefractivo BGO



Nota. La fotografía presenta el montaje real, implementado en el Laboratorio de Óptica y Tratamiento de Señales UIS, en el cual se realiza el registro holográfico de dos estados con MAO entero.

El haz reflejado por el divisor DP1 corresponde a la onda de referencia #1 REF_1 , el haz transmitido avanza hacia un segundo divisor de haz D2: El haz reflejado por el D2 corresponde al haz objeto, este es dirigido hacia el MEL que proyecta una rejilla de difracción tipo fork, donde se refleja y modula en fase pura para obtener un estado con MAO; por otra parte, el haz transmitido por D2 corresponde a la onda de referencia #2 REF_2 .

Nótese que después de la reflexión sobre el MEL el estado con MAO de carga topológica l_1 o l_2 se propaga hacia el cristal fotorrefractivo donde se encuentra con su respectiva onda de referencia REF_1 o REF_2 para comenzar el registro. Cabe resaltar que justo en la posición

donde ocurre la interferencia se debe ubicar el cristal fotorrefractivo BGO para obtener allí la modulación del índice de refracción.

5.3 Proceso de Registro

Cada haz objeto que porta la información de los estados con MAO es generado por el mismo MEL; entonces las dos ondas objeto se propagan en una misma dirección. Debido a esto es necesario registrar primero uno de los estados l_1 con su respectiva onda REF_1 , y luego cambiar el holograma proyectado en la matriz para generar el segundo estado l_2 que interfiere con su respectiva onda REF_2 . Suponiendo que se registre primero el estado MAO l_1 el proceso de registro tendría tres pasos de la siguiente forma:

En el primer momento la onda REF_2 se encuentra obstaculizada, mientras tanto en el MEL se proyecta el holograma para generar el estado l_1 que interfiere con su respectiva onda REF_1 sobre el cristal fotorrefractivo durante un determinado intervalo de tiempo de exposición t_{Ex1} . En el segundo momento, se obstaculiza la onda REF_1 y se abre paso a la onda REF_2 . En el tercer momento, se proyecta el holograma para generar el estado l_2 que interfiere con la onda REF_2 sobre el cristal durante un determinado tiempo de exposición t_{Ex2} .

Durante el proceso de registro se deben tener en cuenta tres factores clave para conseguir el multiplexado deseado: el primero es la eficiencia de difracción que se consigue para cada uno de los hologramas de manera independiente, segundo es el tiempo de registro para el cual se logra la máxima eficiencia, tercero y último, el tiempo de borrado de cada holograma durante la exposición a las ondas de lectura.

5.3.1 Proceso de Lectura

Con el fin de comprobar que se ha realizado exitosamente el proceso de registro se procede a realizar el proceso de lectura. Luego de realizar el proceso de registro de los dos estados con MAO, se obstaculiza la onda objeto utilizando un obturador para que únicamente las dos ondas REF_1 y REF_2 se propaguen hacia el cristal fotorrefractivo, allí inciden sobre las rejillas de difracción creadas por la modulación del índice de refracción en el cristal. En la difracción a primer orden se obtiene la imagen de los dos objetos superpuestos, en este caso dos perfiles de intensidad correspondientes a los estados l_1 y l_2 .

5.4 Resultados Experimentales del Registro Holográfico

La descripción del proceso de registro presentó tres pasos secuenciales que son necesarios para obtener el registro holográfico de dos estados MAO, l_1 y l_2 . Allí se dijo que el cristal fotorrefractivo debe ser expuesto a cada patrón de interferencia durante tiempos de exposición específicos t_{Ex1} y t_{Ex2} . Para estimar el valor de estos tiempos se estudió la potencia difractada del frente de onda reconstruido y se analizó su relación con el tiempo de exposición.

5.4.1 Curva de registro del estado MAO $l_1 = 5$

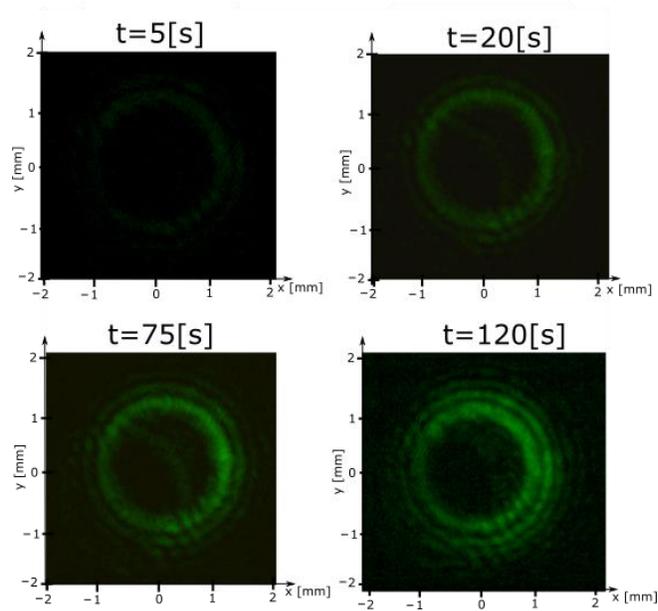
En el proceso de registro el cristal es expuesto al patrón de interferencia entre el estado l_1 y la onda REF_1 durante un intervalo de tiempo t_{Ex1} . Posteriormente, se ubicó un obturador para obstaculizar la onda objeto y leer el holograma con la onda REF_1 . La potencia de la onda difractada es del orden de los μW por lo cual no es observable a simple vista, entonces para obtener imágenes del holograma se ubicó una lente que

focaliza la energía difractada sobre el área del sensor CMOS. A continuación, se presentan algunas de las imágenes obtenidas para diferentes tiempos de exposición

$$t_{Ex1} = \{5, 20, 75, 120\}[\text{s}] \text{ (Ver Figura 47).}$$

Figura 47

Versión de los perfiles de intensidad recuperados del cristal BGO correspondientes al estado con MAO $l = 5$

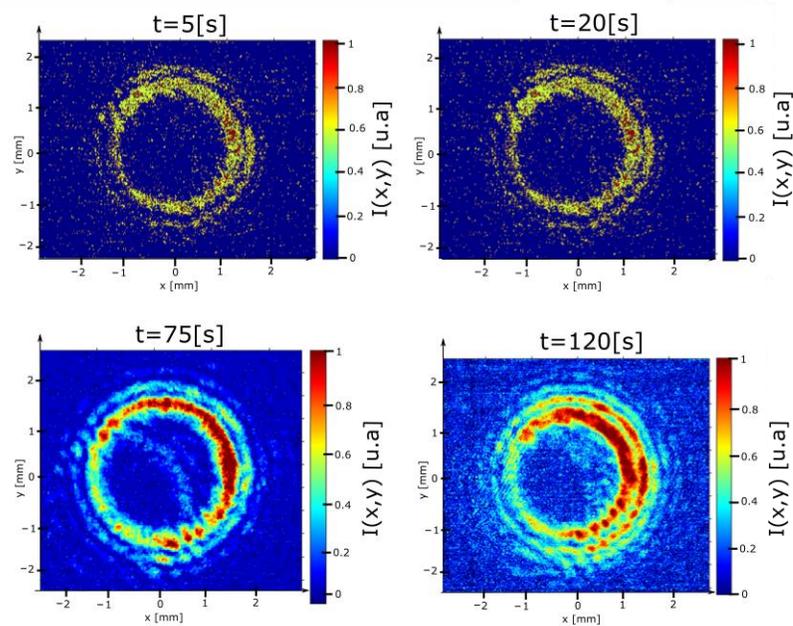


Nota. La figura presenta cuatro perfiles de intensidad obtenidos experimentalmente al realizar la reconstrucción del frente de onda del estado con MAO $l = 5$ para diferentes tiempos de exposición $t_{Ex1} = \{5, 20, 75, 120\}[\text{s}]$, obsérvese que, aún para el mayor tiempo, la cámara CMOS no alcanza su saturación.

También se realizó un procesamiento de las imágenes para obtener la escala de las intensidades representada en un mapa de colores en un rango de 0 a 1 en unidades arbitrarias. De esta manera se puede visualizar aún mejor cómo aumenta la potencia difractada a medida que aumenta el tiempo de exposición, los resultados obtenidos se resumen en las siguientes gráficas (Ver Figura 48).

Figura 48

Versión de los perfiles de intensidad recuperados del cristal BGO correspondientes al estado con MAO $l = 5$

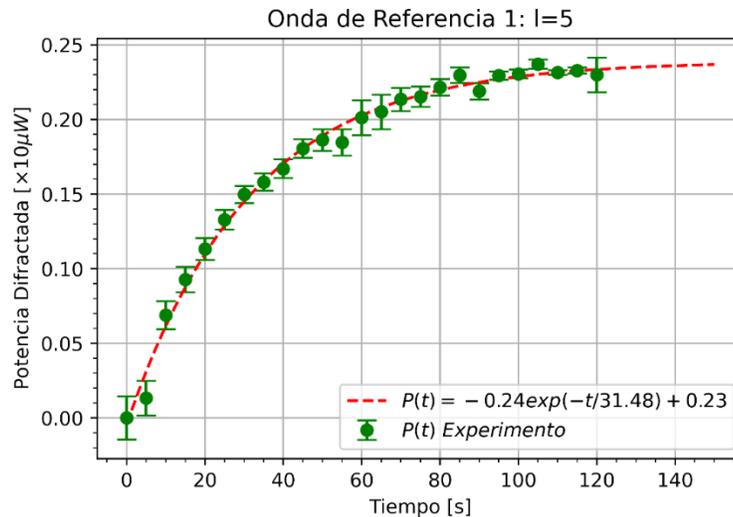


Nota. La figura presenta cuatro perfiles de intensidad obtenidos experimentalmente al realizar la reconstrucción del frente de onda del estado con MAO $l = 5$ para diferentes tiempos de exposición $t_{Ex1} = \{5, 20, 75, 120\}$ [s]. Cada imagen es representada en un mapa de colores independiente, en un rango de 0 a 1 en unidades arbitrarias.

Se recopilaron aproximadamente 400 imágenes cambiando el valor de t_{Ex1} desde los 5 [s] hasta los 120 [s]; aquí se consideran las imágenes como una matriz numérica de datos *RGB* de dimensiones $220 \times 228 \times 3$ formato *unit8*, de las que se obtuvo el promedio de todos los valores de intensidad. Con estos valores de intensidad se construyó la curva de tendencia dada por un ajuste de mínimos cuadrados. En el siguiente gráfico se presentan los datos experimentales junto con su respectiva curva de tendencia (Ver Figura 49).

Figura 49

Curva de registro correspondiente al estado con MAO $l = 5$ registrado con la Onda de Referencia REF_1



Nota. En el eje vertical la potencia difractada, en el eje horizontal se representa el tiempo de exposición. El coeficiente de determinación en este caso fue $R^2 = 0.982$, el cual refleja la bondad del ajuste.

Nótese que la potencia difractada empieza con un crecimiento muy rápido $\left. \frac{dP}{dt} \right|_{20} =$

$4 \mu W/s$, pero, desde los 60 [s] la tasa de cambio disminuye $\left. \frac{dP}{dt} \right|_{70} = 0.81 \mu W/s$ hasta

que la potencia difractada se vuelve prácticamente constante después de los 80 [s]

$\left. \frac{dP}{dt} \right|_{100} = 0.31 \mu W/s$, a partir de este tiempo la potencia difractada alcanza un máximo que

oscila en el rango $(0.22, 0.23)[\times 10 \mu W]$. El comportamiento del gráfico de dispersión

de datos sugiere que la curva de tendencia corresponde a una función de la forma:

$$P(t) = A_1 e^{-t/\tau_1} + P_{01} . \quad (5.1)$$

Donde $A_1 + P_{01}$ es un valor de potencia cuando $t = 0$ relacionado con el ruido de fondo

que detecta la cámara. La curva de tendencia que mejor se ajusta a los datos se caracteriza

por los parámetros (ver Tabla 5):

$$P(t) = -0.24e^{-\frac{t}{31.48}} + 0.23 \quad (5.2)$$

Tabla 4

Parámetros de ajuste correspondientes a la curva de registro del estado MAO $l = 5$

Parámetro	$A_1 [\times 10\mu W]$	$\tau_1 [s]$	$P_{01} [\times 10\mu W]$
Ajuste	-0.24	31.48	0.23
%Error	0.04%	0.02%	0.03%

Donde $\tau_1 = 31.48 [s]$ se puede interpretar como el tiempo característico del registro, de este modo, si $t_{Ex1} = \tau_1 = 31.48 [s]$ entonces la potencia difractada tiene un valor de 61.61% su valor máximo. En cambio, si se elige que el tiempo de exposición sea de $t_{Ex1} = 120 [s]$ la potencia difractada por el holograma alcanza su valor máximo $\approx 0.23 \times 10 \mu W$. Conocer el valor de la potencia máxima difractada por el holograma permite calcular cual es la máxima eficiencia, para ello se estimó la potencia de la onda de referencia REF_1 como $0.75mW$, en efecto:

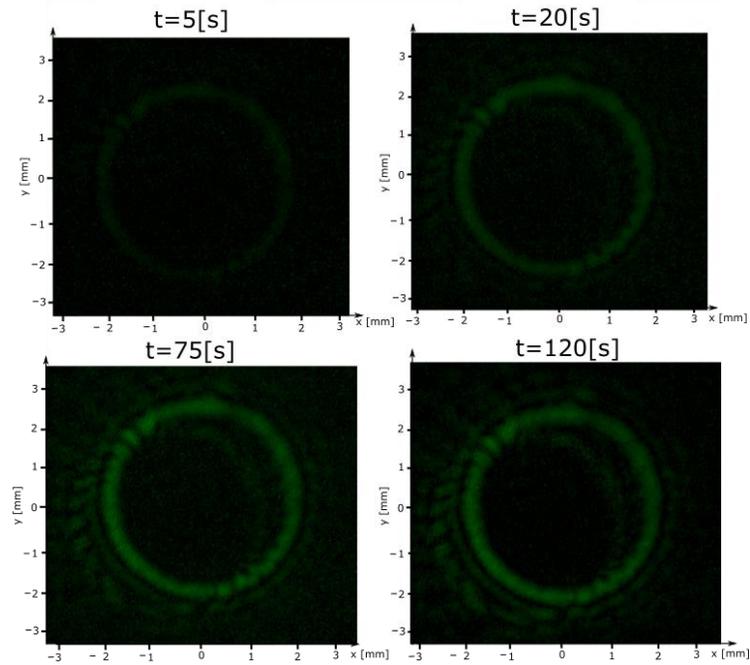
$$\eta_{l=5} = \frac{I_d}{I_{Ref1}} = \frac{0.23 \times 10^{-5}}{0.75 \times 10^{-3}} \times 100 = 0.3 \pm 0.03\%. \quad (5.3)$$

5.4.2 Curva de registro del estado MAO $l_2 = 15$

Nuevamente se siguieron los pasos descritos en la sección anterior. A continuación, se presentan algunas de las imágenes obtenidas para diferentes tiempos de exposición $t_{Ex1} = \{10, 45, 80, 120\} [s]$ (Ver Figuras 50 y 51).

Figura 50

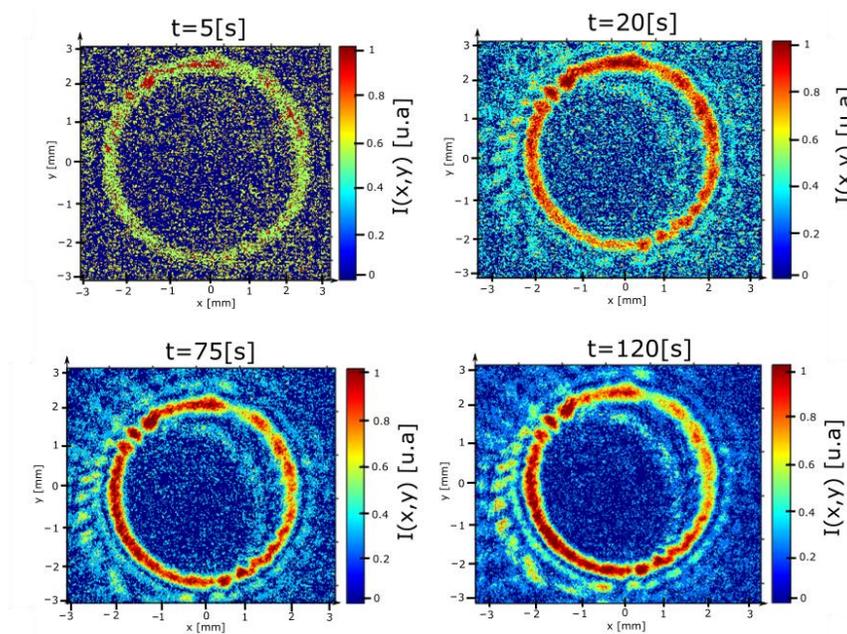
Versión de los perfiles de intensidad recuperados del cristal BGO correspondientes al estado con MAO $l = 15$



Nota. La figura presenta cuatro perfiles de intensidad obtenidos experimentalmente al realizar la reconstrucción del frente de onda del estado con MAO $l = 15$ para diferentes tiempos de exposición $t_{Ex1} = \{5, 20, 75, 120\}[s]$, obsérvese que, aún para el mayor tiempo, la cámara CMOS está lejos de su saturación.

Figura 51

Versión de los perfiles de intensidad recuperados del cristal BGO correspondientes al estado con MAO $l = 15$

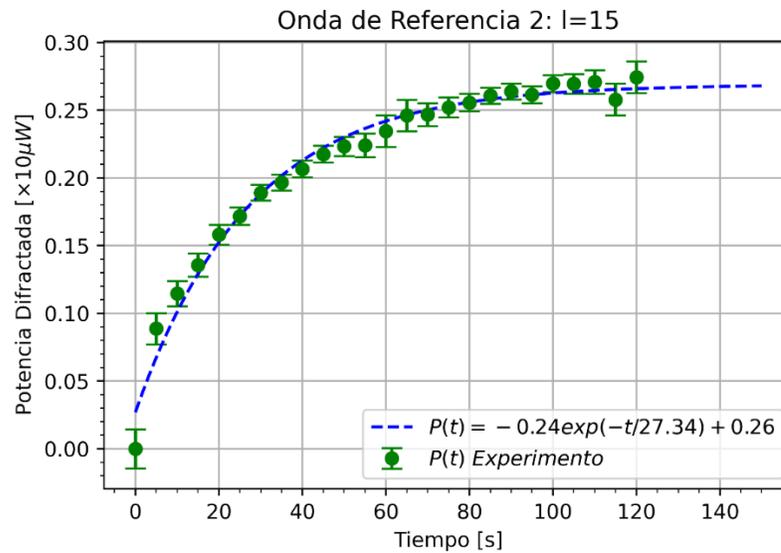


Nota. La figura presenta cuatro perfiles de intensidad obtenidos experimentalmente al realizar la reconstrucción del frente de onda del estado con MAO $l = 15$ para diferentes tiempos de exposición $t_{Ex1} = \{5, 20, 75, 120\}[s]$. Cada imagen es representada en un mapa de colores independiente, en un rango de 0 a 1 en unidades arbitrarias.

En el siguiente gráfico se presentan los datos experimentales junto con su respectiva curva de tendencia (Ver Figura 52).

Figura 52

Curva de registro correspondiente al estado con MAO $l = 15$ registrado con la Onda de Referencia REF_2



Nota. En el eje vertical la potencia difractada, en el eje horizontal se representa el tiempo de exposición. El coeficiente de determinación en este caso fue $R^2 = 0.913$, el cual refleja la bondad del ajuste.

Nótese que la potencia difractada empieza con un crecimiento muy rápido $\left. \frac{dP}{dt} \right|_{20} =$

$3.15 \mu W/s$, pero, desde los 70 [s] la tasa de cambio disminuye $\left. \frac{dP}{dt} \right|_{70} = 0.5 \mu W/s$ hasta

que la potencia difractada se vuelve prácticamente constante después de los 100 [s]

$\left. \frac{dP}{dt} \right|_{100} = 0.16 \mu W/s$, a partir de este tiempo la potencia difractada alcanza un máximo que

oscila en el rango $(0.26, 0.27) \times 10 \mu W$. El comportamiento del gráfico de dispersión de

datos sugiere que la curva de tendencia corresponde a una función de la forma (5.1). En

este caso la curva de tendencia que mejor se ajusta a los datos se caracteriza por los

parámetros (ver Tabla 6):

$$I(t_{Ex1}) = -0.24e^{-\frac{t}{27.34}} + 0.26 \quad (5.4)$$

Tabla 5

Parámetros de ajuste correspondientes a la curva de registro del estado MAO $l = 15$

Parámetro	$A_2 [\times 10\mu W]$	$\tau_2 [s]$	$P_{02} [\times 10\mu W]$
Ajuste	-0.24	27.34	0.26
Error	0.06%	0.03%	0.06%

Donde $\tau_2 = 27.34 [s]$ se puede interpretar como el tiempo característico del registro, de este modo, si $t_{Ex1} = \tau_1 = 27.34 [s]$ entonces la potencia difractada tiene un valor de 63.59% su valor máximo. En cambio, si se elige que el tiempo de exposición sea de $t_{Ex1} = 120 [s]$ la potencia difractada por el holograma alcanza su valor máximo $\approx 0.27 \times 10 \mu W$. Conocer el valor de la potencia máxima difractada por el holograma permite calcular cual es la máxima eficiencia, para ello se estimó la potencia de la onda de referencia REF_2 como $0.325mW$, en efecto:

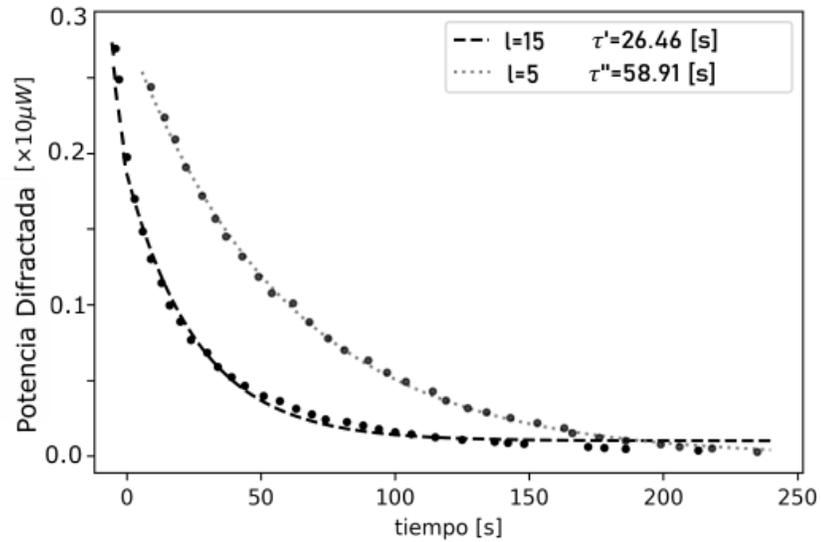
$$\eta_{l=15} = \frac{I_d}{I_{Ref1}} = \frac{0.27 \times 10^{-5}}{0.325 \times 10^{-3}} \times 100 = 0.83 \pm 0.06\%. \quad (5.5)$$

5.4.3 Tiempo de borrado durante el proceso de lectura

Se realizó el proceso de lectura para cada uno de los hologramas de manera independiente y se analizó la evolución temporal de la potencia difractada. Cabe recordar que la potencia de la onda difractada es del orden de los μW por lo cual no es observable a simple vista, por lo que para obtener imágenes del holograma se ubicó una lente que focaliza la energía difractada sobre el área del sensor CMOS. Los resultados obtenidos se presentan en la Figura (53).

Figura 53

Curva de borrado correspondiente a los estados con MAO, $l = 5$ y $l = 15$



Nota. En el eje vertical la potencia difractada, en el eje horizontal se representa el tiempo de lectura.

El decaimiento exponencial del gráfico de dispersión de datos sugiere que el ajuste en la curva de tendencia corresponde a una función de la forma (3.14):

$$I(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}} + P_0. \quad (5.6)$$

Las curvas de tendencia que mejor se ajustan a los datos para cada caso $l_1 = 5$ y $l_2 = 15$ se caracterizan por los parámetros (ver Tablas 7 y 8):

Tabla 6

Parámetros de ajuste correspondientes a la curva de borrado del estado MAO $l = 5$

Parámetro	A_1	τ'	I_{01}
Ajuste	0.23	58.91	0.001
%Error	0.02%	0.05%	0.06%

Tabla 7

Parámetros de ajuste correspondientes a la curva de borrado del estado MAO $l = 15$

Parámetro	A_2	τ''	I_{02}
Ajuste	0.25	26.46	0.01
Error	0.06%	0.09%	0.04%

El valor de τ caracteriza el tiempo de borrado de la modulación del índice de refracción, es decir del holograma; cabe resaltar que este depende de las propiedades del cristal, las condiciones ambientales y la intensidad total.

Para el caso $l_1 = 5$ el valor de $\tau' = 58.91$ [s] se puede interpretar como el tiempo característico de borrado, para $t = \tau'$ la potencia difractada ha decaído hasta un valor de 37.22% su valor máximo.

Para el caso $l_2 = 15$ el valor de $\tau'' = 26.46$ [s] se puede interpretar como el tiempo característico de borrado, para $t = \tau''$ la potencia difractada ha decaído hasta un valor de 37.76% su valor máximo.

5.4.4 Resultados experimentales del multiplexado holográfico

Al estudiar el comportamiento de cada holograma en forma independiente se comprobó que el estado MAO $l_1 = 5$ registrado con la onda REF_1 requiere un tiempo de exposición $t_{Ex1} = \tau_1 = 31.48$ [s] para alcanzar, al menos, el 61.61%, de su máxima eficiencia $\eta_{l=5} = 0.3\%$; mientras que, el estado MAO $l_2 = 15$ registrado con la onda REF_2 requiere un tiempo de exposición $t_{Ex2} = \tau_2 = 27.34$ [s] para alcanzar, al menos, el 63.59% de su máxima eficiencia $\eta_{l=15} = 0.83\%$. También, se verificó que cada holograma posee tiempos característicos de borrado muy diferentes, para el estado

MAO $l_1 = 5$ se determinó $\tau' = 58.91$ [s] y para el estado MAO $l_2 = 15$ su valor es $\tau'' = 26.46$ [s].

Con base en estos resultados se determinó el orden en el cual deben registrarse cada uno de los hologramas para conseguir un multiplexado exitoso (Ver Figura 54).

Tal como se explicó en párrafos anteriores, el proceso de registro tendría tres pasos.

En el primer momento, la onda REF_2 se encuentra obstaculizada, mientras tanto en el modulador espacial se proyecta el holograma para generar el estado l_1 que interfiere con su respectiva onda REF_1 sobre el cristal fotorrefractivo durante un determinado intervalo de tiempo de exposición t_{Ex1} .

Bajo estas condiciones se debe registrar primero el estado MAO $l_1 = 5$ por dos razones:

1. Este es el holograma que requiere mayor tiempo de exposición $t_{Ex1} = \tau_1 = 31.48$ [s] para alcanzar al menos el 61.61% de su máxima eficiencia $\eta_{l=5} = 0.3\%$. Por lo tanto, si se registra primero, el tiempo de exposición puede ser tan prolongado como se desee.
2. Este es el holograma que posee un mayor tiempo de vida $\tau' = 58.91$ [s], por lo tanto, es capaz de permanecer el tiempo suficiente para alcanzar a registrar el segundo holograma.

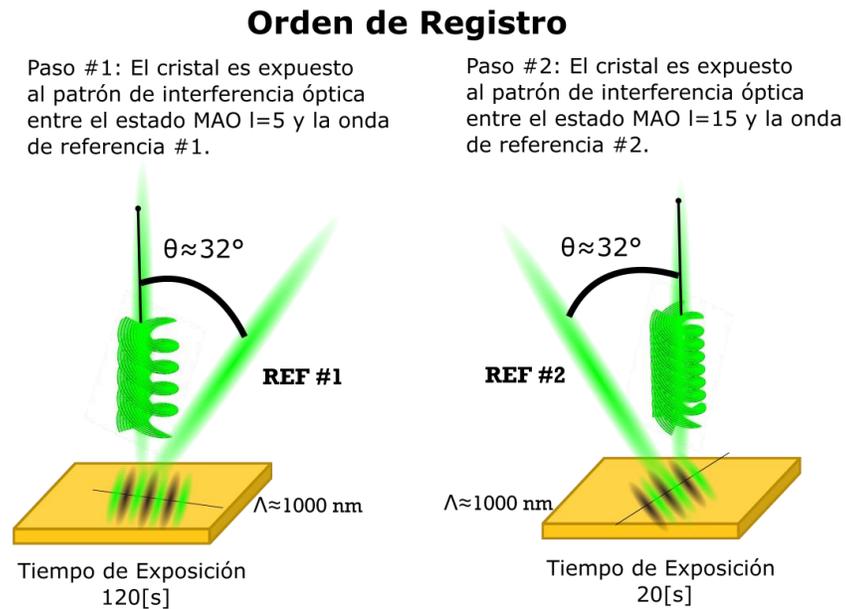
En el segundo momento se obstaculiza la onda REF_1 y se abre paso a la onda REF_2 . En el tercer momento, se proyecta el holograma para generar el estado $l_2 = 15$ que interfiere con la onda REF_2 sobre el cristal durante un determinado tiempo de exposición t_{Ex2} .

Para optimizar el registro se debe registrar de segundo el estado MAO $l_2 = 15$ por dos razones:

1. Si este holograma es el segundo en ser registrado el tiempo de exposición t_{Ex2} debe ser corto para evitar que se borre por completo el holograma que fue registrado inicialmente. Según los resultados, este es el holograma que requiere menos tiempo de exposición $t_{Ex2} = \tau_2 = 27.34$ [s] para alcanzar, al menos, el 63.59%, de su máxima eficiencia $\eta_{l=15} = 0.83\%$.
2. Este es el holograma que posee un menor tiempo de vida $\tau'' = 26.46$ [s], quiere decir que debe ser leído rápidamente después del proceso de registro. Como su tiempo de vida es tan corto no sería ventajoso registrarlo de primero ya que es muy probable que se borre durante el proceso de registro del segundo holograma.

Figura 54

Orden escogido para el registro de dos estados con MAO $l = 5$ y $l = 15$ en el cristal BGO



Nota. El esquema describe el orden y los tiempos de exposición elegidos para registrar dos hologramas MAO $l = 5$ y $l = 15$ en el cristal fotorrefractivo BGO.

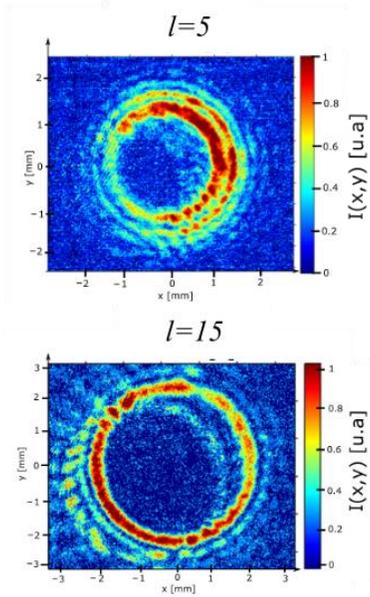
Para conseguir un multiplexado eficiente se necesitó tener cierta agilidad, especialmente en la secuencia del segundo al tercer momento. El segundo momento debe ser ejecutado de manera rigurosa y rápida, la clave está en ubicar cuidadosamente el obturador sobre la dirección de la onda REF_1 y retirar el obturador que obstaculiza la onda REF_2 ; en seguida, cambiar el holograma proyectado en la matriz para generar el siguiente estado MAO.

Luego de realizar el proceso de registro de los dos estados con MAO, se ubicó el obturador en la dirección de la onda objeto para que únicamente las dos ondas, REF_1 y REF_2 , se propaguen hacía el cristal fotorrefractivo, allí inciden sobre las rejillas de difracción creadas por la modulación del índice de refracción en el cristal. Justo después del cristal se ubicó una lente para focalizar la energía difractada sobre el área del sensor CMOS, así fue posible observar en la difracción a primer orden la imagen de los dos objetos superpuestos, en este caso dos perfiles de intensidad correspondientes a los estados $l_1 = 5$ y $l_2 = 15$.

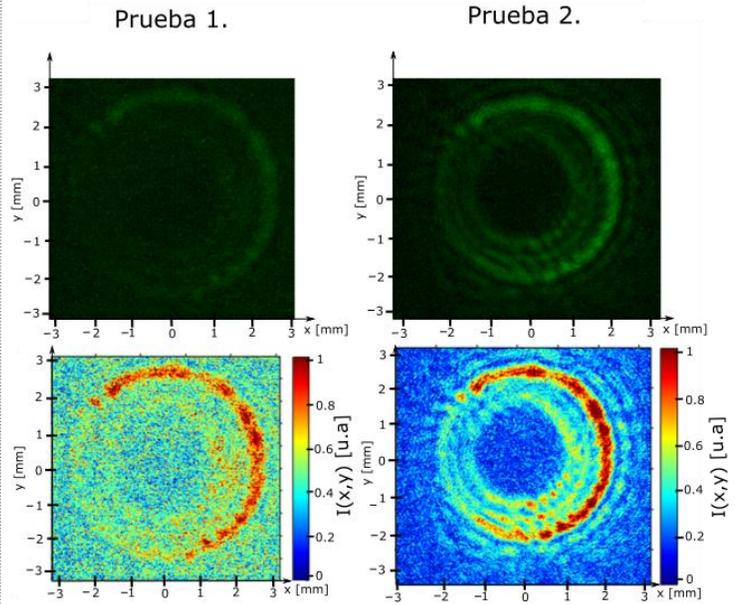
Figura 55

Reconstrucción de dos frentes de onda correspondientes a los estados con MAO, $l = 5$ y $l = 15$ simultáneamente

Reconstrucción de cada frente de onda



Reconstrucción de los dos frentes de onda simultáneamente



6 Conclusiones

En esta tesis se demostró que es posible registrar al menos dos hologramas de estados de la luz con MAO usando un cristal fotorrefractivo. Se realizó un análisis de las variables que afectan el registro holográfico: el tiempo de exposición y el tiempo de borrado; y se identificó su relación con otras variables como: la intensidad difractada, la eficiencia de difracción y el orden de registro.

Para el esquema experimental analizado: las curvas de registro empiezan con un crecimiento exponencial pero luego se llega a un valor de saturación, por lo que después de los 120 [s] la potencia difractada no aumenta ni disminuye, se dice entonces que ha alcanzado su valor máximo. Respecto a lo anterior se comprobó que los tiempos de registro están entre los 25 [s] y 35 [s] para alcanzar alrededor del 60 % de la potencia máxima difractada. Con la potencia máxima difractada se determinó la eficiencia máxima de difracción, los valores fueron menores al 1 % pero, suficientes para evaluar la prueba de principio del registro holográfico. En cuanto a las curvas de extinción se demostró que los tiempos de borrado varían entre los 25 [s] y 60 [s], estos son tiempos cortos, pero al elegir correctamente el orden de difracción resultaron ser suficientes para obtener el registro de los dos estados con MAO.

El desarrollo de este trabajo resulta ser una prueba de principio para el registro holográfico de estados con MAO porque también se comprobó que en la reconstrucción del frente de onda se conserva la amplitud y la fase. Esto último fue verificado a través del patrón de difracción de Fraunhofer por una abertura triangular equilátera para un estado MAO con carga topológica $l = -1$. Puesto que los demás estados con MAO fueron generados bajo

las mismas condiciones, es posible asegurar que la conservación de la amplitud y la fase se cumple también para los valores $l = 5$ y $l = 15$.

Para dar continuidad a las investigaciones del GOTS sería interesante demostrar que se pueden separar e identificar los estados con MAO registrados, y a partir de esto construir un sistema de comunicación utilizando el cristal como una placa que permite la multiplexación y separación de datos codificados con MAO. Esta perspectiva se justifica con más detalle en el capítulo anexo donde se ilustran las implicaciones que tiene el uso de los haces MAO en sistemas de comunicaciones ópticas, a través de una breve descripción histórica sobre dicha aplicación se presentan: sus ventajas, sus logros y sus desafíos. Estas investigaciones resaltan una vez más la importancia que tienen los trabajos realizados por el GOTS y el LOTS, y demuestran el impacto que tienen los esfuerzos por contribuir en este campo implementando el registro de haces con MAO en cristales fotorrefractivos.

7 Anexos

7.1 Multiplexado de haces con Momento Angular Orbital

Estudios recientes sobre el MAO de la luz han demostrado que esta propiedad es una alternativa prometedora en aras de conseguir sistemas de comunicación óptica que transmitan mayor cantidad de datos, Nqbits, en un determinado ancho de banda. Este campo de investigación ha sido explorado por el Grupo de Óptica y Tratamiento de señales, particularmente en el desarrollo de sistemas de codificación de datos usando el momento angular orbital de la luz (Díaz Meza et al., 2012).

En la investigación de (Wang et al., 2012) se demostró que cuatro haces de luz con momento angular orbital con diferentes valores de carga topológica se pueden multiplexar y demultiplexar obteniendo como resultado una mayor tasa de bits por segundo y un aumento en la eficiencia espectral.

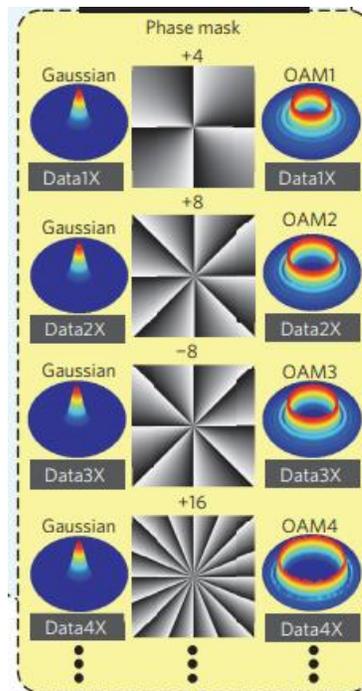
En general, de acuerdo con la cantidad de Nqbits que se agrupan en un paquete representado por un símbolo, se requiere una cantidad de símbolos igual a 2^N . Gran parte de los sistemas de comunicaciones toman paquetes de cuatro bits por lo tanto necesitan 16 símbolos diferentes, para conseguirlos se emplea la modulación de amplitud en cuadratura de 16QAM (Quadrature Amplitude Modulation) la cual consiste en transportar señales de datos independientes que se caracterizan según la amplitud y la fase. Con este tipo de codificación Wang y sus colaboradores usaron los haces MAO para multiplexación de datos en el espacio libre considerando esto como un sistema análogo a otras tecnologías de multiplexación por fibra óptica como la multiplexación por división de longitud de onda

(Sano et al., 2011; Xiang Zhou et al., 2011), la multiplexación por división de polarización (Gnauck et al., 2011) y la multiplexación por división de modo (Ryf et al., 2012).

El experimento se realizó convirtiendo haces Gaussianos en haces MAO, se usaron haces MAO portadores de información con sus respectivas cargas topológicas $l = \{+4, +8, +16, -8, \dots\}$ codificados en un formato de modulación de amplitud y fase de 16QAM.

Figura 56

Representación esquemática de haces Gaussianos convertidos en haces con Momento Angular Orbital empleando máscaras de fase en espiral.

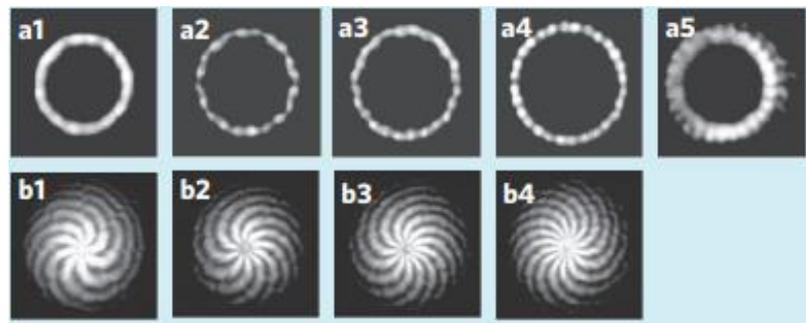


Nota. Tomado de *Terabit free-space data transmission employing orbital angular momentum multiplexing* por Wang, J. et al., 2012.

Posteriormente se transmitieron cuatro haces MAO multiplexados en el espacio libre a lo largo de una distancia de un metro, los perfiles de intensidad de los cuatro haces MAO se presentan en la figura (58):

Figura 57

Resultados experimentales de multiplexado espacial de estados con MAO



Nota. En la primera fila las imágenes a1-a4 corresponden a los perfiles de intensidad de los vórtices con cargas topológicas $l = \{8, +10, +12, -14\}$; luego la imagen a5 es el resultado de estos cuatro haces multiplexados en el espacio libre. En la segunda fila las imágenes b1-b4 son los interferogramas de los vórtices ópticos, nótese que el número de aspas es igual al valor de la carga topológica y la dirección de giro depende del signo. Tomado de Terabit free-space data transmission employing orbital angular momentum multiplexing por Wang, J. et al., 2012.

Varios fueron los resultados valiosos de su trabajo, en primer lugar, demostraron que debido a la ortogonalidad inherente de los haces MAO estos se pueden utilizar para conseguir diferentes aplicaciones en el campo de la comunicación óptica permitiendo una tasa agregada de 1.37 Tb por segundo por unidad de frecuencia, como consecuencia obtuvieron el gran logro de aumentar la capacidad y la eficiencia espectral del sistema. Cabe resaltar que la eficiencia espectral es la razón del número de bits por segundo por unidad de frecuencia que transmite un determinado sistema. Si los Hertz que se tienen disponibles para transmitir son limitados y se quiere seguir aumentando la velocidad de transmisión; la única alternativa es aumentar el número de bits por segundo que se pueden transmitir en cada Hertz del que se dispone. Entonces la eficiencia espectral representa una

medida del aprovechamiento de la banda de frecuencia usada para transmitir datos, por lo que tiene un gran impacto en el rendimiento y el costo global de cualquier transmisión de información.

Un estudio más reciente de los autores (Hammami et al., 2015) define un modelo teórico de haces MAO codificados en formato QPSK (Quadrature Phase Shift Keying) y multiplexados sobre un mismo canal de transmisión a través de una fibra óptica ideal. QPSK es un tipo de formato que organiza la información en paquetes de dos bits (*bigits*) y es capaz de enviar dos símbolos simultáneamente. Los autores proponen un sistema modelo que emplea haces MAO y consta de cuatro elementos clave, estos son:

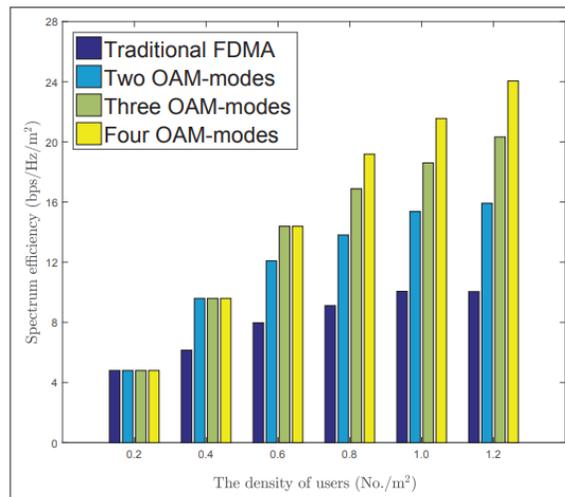
1. Generación de haces MAO codificados en formato QPSK
2. Multiplexación
3. Tras la multiplexación los haces MAO se propagan en una fibra óptica ideal
4. Demultiplexación, en la recepción se separan los haces MAO para distinguir los datos de información independientes.

El siguiente estudio es aún más reciente (Cheng et al., 2019), en este los autores exponen los fundamentos teóricos para emplear los haces MAO en sistemas de comunicaciones inalámbricas, nuevamente se argumenta que debido a la ortogonalidad inherente entre los vórtices ópticos se abren nuevas vías para la creación de redes de comunicación que permitan responder a la alta demanda de capacidad y número de usuarios. El modelo ideal establece que no hay interferencia entre los modos MAO, debido a esto se abre la posibilidad de realizar una transmisión paralela entre múltiples estados, los autores destacan que de esta manera se obtiene un aumento considerable en el número de usuarios que tienen acceso a la red, este método novedoso se conoce como acceso múltiple por

división de modo AMDM y se espera que sea utilizado en las futuras comunicaciones inalámbricas.

Figura 58

Eficiencia espectral en función del número de usuarios empleando diferentes tipos de acceso



Nota. El método de acceso tradicional por división de frecuencia y el método novedoso de acceso múltiple por división de modos MAO. Este último tiene el asombroso resultado de aumentar la eficiencia espectral aun cuando aumente la cantidad de usuarios. Tomado de *Orbital Angular Momentum for Wireless Communications* por Cheng, W. et al., 2019.

En la actualidad este continúa siendo un campo de investigación activo que explora y reúne pruebas acerca de la implementación de los haces MAO, más exactamente cuatro aspectos, generación, detección, multiplexación y demultiplexación, para su uso en cualquier tipo de sistema de comunicación incluyendo la transmisión en el espacio libre o por fibra óptica (Matoba & Javidi, 1999; Willner et al., 2015; Willner et al., 2021; Yan et al., 2014).

8 Referencias

- Abrahams, S. C., Reddy, J. M. & Bernstein, J. L. (1966). Ferroelectric lithium niobate. 3. Single crystal X-ray diffraction study at 24°C. *The Journal of Physics and Chemistry of Solids*, 27(6), 997-1012. 10.1016/0022-3697(66)90072-2
- Abrahams, S. C., Hamilton, W. C. & Reddy, J. M. (1966). Ferroelectric lithium niobate. 4. Single crystal neutron diffraction study at 24°C. *The Journal of Physics and Chemistry of Solids*, 27(6), 1013-1018. 10.1016/0022-3697(66)90073-4
- Abrahams, S. C., Levinstein, H. J. & Reddy, J. M. (1966). Ferroelectric lithium niobate. 5. Polycrystal X-ray diffraction study between 24° and 1200°C. *The Journal of Physics and Chemistry of Solids*, 27(6), 1019-1026. 10.1016/0022-3697(66)90074-6
- Acevedo, C. *Análisis teórico-experimental de un haz con momento angular orbital entero y no entero* (Doctoral dissertation, Tesis Doctoral, Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, Santander Colombia, 2012).
- Acevedo Cáceres, C. H. (2014). Intensidad de un haz de luz con momento angular orbital entero y no entero en campo lejano. *Ingeniería Y Desarrollo*, 32(2), 161-179.
- Acevedo, C. H., Jérez, V. A., Diaz, C. F., Torres, Y. & Guzmán, Á M. (2013, octubre). Recording a Beam with Integer Angular Orbital Momentum into a Photorefractive Crystal BGO. Paper presented at the *Frontiers in Optics (Pp. FW4D-6) & nbsp, Optical Society of America*
- Acevedo, C., Fernando Díaz, C., & Torres-Moreno, Y. (2015). Determinación de la carga topológica de un haz Bessel-gauss mediante el patrón de difracción a través de una abertura triangular equilátera. *Dyna (Medellín, Colombia)*, 82(190), 214-220. 10.15446/dyna.v82n190.43965
- Agrawal, G. P., & Pattanayak, D. N. (1979). Gaussian beam propagation beyond the paraxial approximation. *Journal of the Optical Society of America (1930)*, 69(4), 575. 10.1364/JOSA.69.000575
- Airy. (1835). On the Diffraction of an Object-glass with Circular Aperture. *Transactions of the Cambridge Philosophical Society*, 5(2), 283. <https://search.proquest.com/docview/1310503132>
- Allen, L., Beijersbergen, M. W., Spreeuw, R. J. C., & Woerdman, J. P. (1992). Orbital angular momentum of light and the transformation of Laguerre-Gaussian laser modes. *Physical Review. A, Atomic, Molecular, and Optical Physics*, 45(11), 8185-8189. 10.1103/PhysRevA.45.8185
- Anaya Carvajal, N., Acevedo Cáceres, C. H. & Torres Moreno, Y. (2016). Generación de vórtices ópticos perfectos con Momento Angular Orbital mediante hologramas computarizados.

Arezzini, I., Bulletti, A., Calzolari, M., Di Martino, A., Falorni, P., Fiesoli, F., Capineri, L., & Windsor, C. G. (Jul 2015). High resolution holographic imaging with a robot scanner and its applications. Paper presented at the 1-3. 10.1109/IWAGPR.2015.7292670 <https://ieeexplore.ieee.org/document/7292670>

Arfken, G. B., Weber, H. J. & Harris, F. E. (2011). *Mathematical Methods for Physicists*. Elsevier Science & Technology.

Barrera, J. F., Henao, R., Tebaldi, M., Torroba, R. & Bolognini, N. (2006). Multiplexing encrypted data by using polarized light. *Optics Communications*, 260(1), 109-112. 10.1016/j.optcom.2005.10.053

Bazhenov, V. Y., Soskin, M. S. & Vasnetsov, M. V. (1992). Screw Dislocations in Light Wavefronts. *Journal of Modern Optics*, 39(5), 985-990. 10.1080/09500349214551011

Bekshaev, A., Orlinska, O., & Vasnetsov, M. (2010). Optical vortex generation with a "fork" hologram under conditions of high-angle diffraction. *Optics Communications*, 283(10), 2006-2016. 10.1016/j.optcom.2010.01.012

Beléndez, A. (2008). La unificación de luz, electricidad y magnetismo: la "síntesis electromagnética" de Maxwell. *Revista Brasileira De Ensino De Física*, 30(2), 2601-2601.20. 10.1590/S1806-11172008000200012

Beth, R. A. (1936). Mechanical Detection and Measurement of the Angular Momentum of Light. *Physical Review*, 50(2), 115-125. 10.1103/PhysRev.50.115

Caballero-Calero, O., García-Cabañes, A., Carrascosa, M., Bermúdez, V., Crespillo, M. & Olivares, J. (2009). Fabrication of Periodically Poled Swift Ion-irradiation Waveguides in LiNbO₃. *Ferroelectrics*, 390(1), 29-35. 10.1080/00150190902993424

Cheng, W., Zhang, W., Jing, H., Gao, S., & Zhang, H. (2019). Orbital Angular Momentum for Wireless Communications. *IEEE Wireless Communications*, 26(1), 100-107. 10.1109/MWC.2017.1700370

De La Bourdonnaye, A. (1995). Some formulations coupling finite element and integral equation methods for Helmholtz equation and electromagnetism. *Numerische Mathematik*, 69(3), 257-268. 10.1007/s002110050091

Díaz Meza, C. F., Barrero Perez, J., Torres Moreno, Y. & Acevedo Cáceres, C. H. (2012). Modelado preliminar de un codificador optoelectrónico para la transferencia de datos sobre el momento angular orbital de la luz. *Revista UIS Ingenierías*, 11(1), 35-43

Fisher, R. L. (1989). Design Methods for a Holographic Head-Up Display Curved Combiner. *Optical Engineering*, 28(6), 286616. 10.1117/12.7977010

Hernández, C. A. F. (2002). *Automodulación óptica en cristales fotorrefractivos de silenita* (Doctoral dissertation, CENTRO DE INVESTIGACIÓN CIENTÍFICA Y DE EDUCACIÓN SUPERIOR DE ENSENADA).

Gabor, D. (1949). Microscopy by Reconstructed Wave-Fronts. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences*, 197(1051), 454-487. 10.1098/rspa.1949.0075

Gamernyk, R. V., Gnatenko, Y. P., Bukivskij, P. M., Skubenko, P. A. & Slivka, V. Y. (2006). Optical and photoelectric spectroscopy of photorefractive Sn₂P₂S₆ crystals. *Journal of Physics. Condensed Matter*, 18(23), 5323-5331. 10.1088/0953-8984/18/23/006

Gilbert, W. & Mottelay, P. F. (1958). *De magnete* (Unabridged and unaltered republ. of the transl., publ. in 1893 ed.). Dover Publ.

Gnauck, A. H., Winzer, P. J., Chandrasekhar, S., Liu, X., Zhu, B. & Peckham, D. W. (2011). Spectrally Efficient Long-Haul WDM Transmission Using 224-Gb/s Polarization-Multiplexed 16-QAM. *Journal of Lightwave Technology*, 29(4), 373-377. 10.1109/JLT.2010.2080259

Guo, Y., Liao, Y., Cao, L., Liu, G., He, Q. & Jin, G. (2004). Improvement of photorefractive properties and holographic applications of lithium niobate crystal. *Optics Express*, 12(22), 5556-5561. 10.1364/OPEX.12.005556

Hammami, B., Fathallah, H. & Rezig, H. (2015). Numerical Analysis of Orbital Angular Momentum based Next Generation Optical SDM Communications System. *International Journal of Information and Electronics Engineering (Singapore)*, 6(1), 1-6. 10.18178/ijiee.2016.6.1.583

HOLOEYE. (2021). *LETO PHASE ONLY SPATIAL LIGHT MODULATOR (REFLECTIVE)*. Pioneers in Photonic Technology. <https://holoeye.com/spatial-light-modulators/letto-phase-only-spatial-light-modulator/>

Horn, W., Földvari, I. & Denz, C. (2008). Holographic data storage in photorefractive bismuth tellurite. *Journal of Physics. D, Applied Physics*, 41(22), 224006. 10.1088/0022-3727/41/22/224006

Jaime Frejlich. (2007). *Photorefractive materials*. John Wiley & Sons.

Jerez, V., de Oliveira, I. & Frejlich, J. (2011). Optical recording mechanisms in undoped titanosillenite crystals. *Journal of Applied Physics*, 109(2), 024901-5. 10.1063/1.3533421

Joule, J. P. (1841). XXXVIII. On the heat evolved by metallic conductors of electricity, and in the cells of a battery during electrolysis. *The London and Edinburgh Philosophical Magazine and Journal of Science*, 19(124), 260-277. 10.1080/14786444108650416

Kang, Y. H., Kim, K. H. & Lee, B. (1998). Angular and Speckle Multiplexing of Photorefractive Holograms by use of Fiber Speckle Patterns. *Applied Optics* (2004), 37(29), 6969-6972. 10.1364/AO.37.006969

Ko, K. & Webster, J. M. (1995). Holographic imaging of human brain preparations—A step toward virtual medicine. *Surgical Neurology*, 44(5), 428-432. 10.1016/0090-3019(95)00304-5

Koekoek, R. & Meijer, H. G. (1993). A Generalization of Laguerre Polynomials. *SIAM Journal on Mathematical Analysis*, 24(3), 768-782. 10.1137/0524047

Kukhtarev, N. V., Markov, V. B., Odulov, S. G., Soskin, M. S. & Vinetskii, V. L. (1978). Holographic storage in electrooptic crystals. i. steady state. *Ferroelectrics*, 22(1), 949-960. 10.1080/00150197908239450

Leith, E. N. & Upatnieks, J. (1962). Reconstructed Wavefronts and Communication Theory. *Journal of the Optical Society of America* (1930), 52(10), 1123. 10.1364/JOSA.52.001123

Loudon, R. & Baxter, C. (2012). Contributions of John Henry Poynting to the understanding of radiation pressure. *Proceedings of the Royal Society. A, Mathematical, Physical, and Engineering Sciences*, 468(2143), 1825-1838. 10.1098/rspa.2011.0573

Matoba, O. & Javidi, B. (1999). Encrypted optical storage with angular multiplexing. *Applied Optics* (2004), 38(35), 7288-7293. 10.1364/AO.38.007288

Mendoza Castro, Torres Moreno, Y., & Universidad Industria de Santander. Escuela de Ingenierías Eléctrica, E. y T. 2019. (2019). *DECODIFICADOR DE DATOS PARA HACER CON MOMENTO ANGULAR ORBITAL ENTERO USANDO UN CRISTAL FOTORREFRACTIVO [recurso electrónico]*. UIS.

Meng, H., Salamo, G. & Segev, M. (1998). Primarily isotropic nature of photorefractive screening solitons and the interactions between them. *Optics Letters*, 23(12), 897-899. 10.1364/OL.23.000897

Miridonov, S. V. (1994). *Volumen de Información de Hologramas grabados en Cristales Fotorrefractivos*. (Doctoral dissertation, CENTRO DE INVESTIGACIÓN CIENTÍFICA Y DE EDUCACIÓN SUPERIOR DE ENSENADA).

Mok, F. H., Tackitt, M. C. & Stoll, H. M. (1991). Storage of 500 high-resolution holograms in a LiNbO₃ crystal. *Optics Letters*, 16(8), 605-607

Mok, F. H. (1993). Angle-multiplexed storage of 5000 holograms in lithium niobate. *Optics Letters*, 18(11), 915-917. 10.1364/OL.18.000915

Muñetón Arboleda, D. (2012). *Generación y caracterización de vórtices ópticos* (Doctoral dissertation, Universidad de Antioquia).

Nassau, K., Levinstein, H. J. & Loiacono, G. M. (1966a). Ferroelectric lithium niobate. 1. Growth, domain structure, dislocations, and etching. *The Journal of Physics and Chemistry of Solids*, 27(6), 983-988. 10.1016/0022-3697(66)90070-9

Nassau, K., Levinstein, H. J. & Loiacono, G. M. (1966b). Ferroelectric lithium niobate. 2. Preparation of single domain crystals. *The Journal of Physics and Chemistry of Solids*, 27(6), 989-996. 10.1016/0022-3697(66)90071-0

Oemrawsingh, S. S. R., van Houwelingen, J A W, Eliel, E. R., Woerdman, J. P., Verstegen, E. J. K., Kloosterboer, J. G. & 't Hooft, G. W. (2004). Production and characterization of spiral phase plates for optical wavelengths. *Applied Optics* (2004), 43(3), 688-694. 10.1364/AO.43.000688

Padilla, M. J. O. (2014). *Hologramas y propiedades ópticas: con sacáridos y proteínas* (Doctoral dissertation, Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica).

Petrov, M. P., Stepanov, S. I. & Khomenko, A. V. (2013). *Photorefractive Crystals in Coherent Optical Systems*. Springer Berlin / Heidelberg.

Pockels, F. (1906). *Textbook of crystalloptics*. Johnson Repr.

Poynting, J. H. (1909). The wave motion of a revolving shaft, and a suggestion as to the angular momentum in a beam of circularly polarised light. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character*, 82(557), 560-567. 10.1098/rspa.1909.0060

Qi, Y. & Li, Y. (2020). Integrated lithium niobate photonics. *Nanophotonics*, 9(6), 1287-1320. 10.1515/nanoph-2020-0013

Rakuljic, G. A., Leyva, V. & Yariv, A. (1992). Optical data storage by using orthogonal wavelength-multiplexed volume holograms. *Optics Letters*, 17(20), 1471-1473. 10.1364/OL.17.001471

Ryf, R., Randel, S., Gnauck, A. H., Bolle, C., Sierra, A., Mumtaz, S., Esmaelpour, M., Burrows, E. C., Essiambre, R., Winzer, P. J., Peckham, D. W., McCurdy, A. H. & Lingle, R. (2012). Mode-Division Multiplexing Over 96 km of Few-Mode Fiber Using Coherent MIMO Processing. *Journal of Lightwave Technology*, 30(4), 521-531. 10.1109/JLT.2011.2174336

Salazar Santos, L. R. (1987). In Universidad Industrial de Santander. Departamento de física (Ed.), *HOLOGRAFIA BASICA*. Bucaramanga UIS. Dpto. de Física.

Sano, A., Masuda, H., Kobayashi, T., Fujiwara, M., Horikoshi, K., Yoshida, E., Miyamoto, Y., Matsui, M., Mizoguchi, M., Yamazaki, H., Sakamaki, Y. & Ishii, H. (2011). Ultra-High Capacity WDM Transmission Using Spectrally Efficient PDM 16-QAM Modulation and C- and Extended L-Band Wideband Optical Amplification. *Journal of Lightwave Technology*, 29(4), 578-586. 10.1109/JLT.2011.2107030

Schmidt, J. (2010). *Numerical Simulation of Optical Wave Propagation with Examples in MATLAB*. Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE)

Stepanov, S. I. (1994a). Applications of photorefractive crystals. *Reports on Progress in Physics*, 57(1), 39-116. 10.1088/0034-4885/57/1/002

Stepanov, S. I. (1994b). Applications of photorefractive crystals. *Reports on Progress in Physics*, 57(1), 39-116. 10.1088/0034-4885/57/1/002

Stojanoff, C. G., Kubitzek, R. & Troparz, S. (Mar 6, 1989). Optimization Procedure for a Holographic Lens Solar Concentrator. Paper presented at the 1016 226-232. 10.1117/12.949935 <http://www.dx.doi.org/10.1117/12.949935>

Takenaka, T., Yokota, M. & Fukumitsu, O. (1985). Propagation of light beams beyond the paraxial approximation. *Journal of the Optical Society of America. A, Optics, Image Science, and Vision*, 2(6), 826. 10.1364/JOSAA.2.000826

Tejerina, M. R. (2014). *Caracterización de guías de onda ópticas generadas con láser de femtosegundos en Niobato de Litio* (Doctoral dissertation, Universidad Nacional de La Plata).

Urusovskaya, A. A., Zheludev, I. S., Zalessky, A. V., Semiletov, S. A., Grechushnikov, B. N., Chistyakov, I. G. & Pikin, S. A. (2012). *Modern Crystallography IV: Physical Properties of Crystals* (Vol. 37). Springer Science & Business Media.

Villarroel, J., Carnicero, J., Luedtke, F., Carrascosa, M., García-Cabañes, A., Cabrera, J. M., Alcazar, A. & Ramiro, B. (2010). Analysis of photorefractive optical damage in lithium niobate: application to planar waveguides. *Optics Express*, 18(20), 20852-20861. 10.1364/OE.18.020852

Wang, J., Yang, J., Fazal, I. M., Ahmed, N., Yan, Y., Huang, H., Ren, Y., Yue, Y., Dolinar, S., Tur, M. & Willner, A. E. (2012). Terabit free-space data transmission employing orbital angular momentum multiplexing. *Nature Photonics*, 6(7), 488-496. 10.1038/nphoton.2012.138

Weis, R. S. & Gaylord, T. K. (1985). Lithium niobate: Summary of physical properties and crystal structure. *Applied Physics. A, Solids and Surfaces*, 37(4), 191-203. 10.1007/BF00614817

Willner, A. E., Huang, H., Yan, Y., Ren, Y., Ahmed, N., Xie, G., Bao, C., Li, L., Cao, Y., Zhao, Z., Wang, J., Lavery, M. P. J., Tur, M., Ramachandran, S., Molisch, A. F., Ashrafi, N. & Ashrafi, S. (2015). Optical communications using orbital angular momentum beams. *Advances in Optics and Photonics*, 7(1), 66. 10.1364/AOP.7.000066

Willner, A. E., Pang, K., Song, H., Zou, K. & Zhou, H. (2021). Orbital angular momentum of light for communications. *Applied Physics Reviews*, 8(4), 41312. 10.1063/5.0054885

Wünsche, A. (1992). Transition from the paraxial approximation to exact solutions of the wave equation and application to Gaussian beams. *Journal of the Optical Society of America. A, Optics, and Image Science*, 9(5), 765-774.

Xiang Zhou, Jianjun Yu, Ming-Fang Huang, Yin Shao, Ting Wang, Nelson, L., Magill, P., Birk, M., Borel, P. I., Peckham, D. W., Lingle, R. & Benyuan Zhu. (2011). 64-Tb/s, 8 b/s/Hz, PDM-36QAM Transmission Over 320 km Using Both Pre- and Post-Transmission Digital Signal Processing. *Journal of Lightwave Technology*, 29(4), 571-577. 10.1109/JLT.2011.2105856

Xu, C., Wang, Y., Chen, J., Zhou, Q., Wang, P., Yang, Y. & Sun, S. (2013). Infrared macro-fingerprint analysis-through-separation for holographic chemical characterization of herbal medicine. *Journal of Pharmaceutical and Biomedical Analysis*, 74, 298-307. 10.1016/j.jpba.2012.10.007

Yan, Y., Xie, G., Lavery, M. P. J., Huang, H., Ahmed, N., Bao, C., Ren, Y., Cao, Y., Li, L., Zhao, Z., Molisch, A. F., Tur, M., Padgett, M. J. & Willner, A. E. (2014). High-capacity millimetre-wave communications with orbital angular momentum multiplexing. *Nature Communications*, 5(1), 4876. 10.1038/ncomms5876

Yao, A. M. & Padgett, M. J. (2011). Orbital angular momentum: origins, behavior, and applications. *Advances in Optics and Photonics*, 3(2), 161. 10.1364/AOP.3.000161

Yi-Dong, L., Chun-Qing, G. & Ming-Wei, G. (2008). Study on holographic grating diffraction for Laguerre–Gaussian beam generation. *Chinese Physics B*, 17(5), 1769-1776. 10.1088/1674-1056/17/5/037

Zhang, X., Wang, J., Tang, B., Tan, X., Rupp, R. A., Pan, L., Kong, Y., Sun, Q. & Xu, J. (2009). Optical trapping and manipulation of metallic micro/nanoparticles via photorefractive crystals. *Optics Express*, 17(12), 9981-9988. 10.1364/OE.17.009981

