
**DISEÑO DE APERTURAS CODIFICADAS PARA EL
MUESTREO COMPRESIVO DE IMÁGENES DE
TOMOGRAFÍA COMPUTARIZADA.**

GERMAN EDUARDO CÓRDOBA CARREÑO

**Universidad Industrial de Santander
Facultad de Ingenierías Fisicomecánicas
Escuela de Ingeniería de Sistemas e Informática
Maestría en Ingeniería de Sistemas e Informática
Bucaramanga
2016**

**DISEÑO DE APERTURAS CODIFICADAS PARA EL
MUESTREO COMPRESIVO DE IMÁGENES DE
TOMOGRAFÍA COMPUTARIZADA.**

GERMAN EDUARDO CÓRDOBA CARREÑO

**Trabajo de Investigación para optar por el título de:
Magíster en Ingeniería de Sistemas e Informática**

Director:
Ph.D. HENRY ARGUELLO FUENTES

**Universidad Industrial de Santander
Facultad de Ingenierías Fisicomecánicas
Escuela de Ingeniería de Sistemas e Informática
Maestría en Ingeniería de Sistemas e Informática
Bucaramanga
2016**

Dedicatoria

Dedico este libro a Dios, por todas las cosas que me han pasado en la vida hasta el momento, a mis padres Ricardo y Graciela por su cariño, dedicación, amor y apoyo incondicional, a mis hermanas Claudia Patricia y Luz Stella por su apoyo y cariño, a mi sobrino Alejandro por sacarme una sonrisa, a Laura quien con sus ocurrencias, paciencia y sonrisas, hemos construido excelentes momentos para recordar.

Al director de proyecto Henry Arguello y al Grupo de Investigación HDSP por que más que compañeros son amigos con los cuales compartimos momentos especiales.

A Coca-Cola por apoyar mi carrera universitaria.

A mis amigos incondicionales, compañeros de aventura y a toda la gente que contribuyo para que este logro se alcanzara, y por construir tantas historias para ser contadas.

A las personas quienes han dedicado su tiempo y un momento de sus vidas no solo a escucharme sino brindando sus valiosos consejos, compañía y sonrisas.

Mil gracias a todas las personas con las que he compartido mi vida.

German E. Córdoba C.

Resumen

TÍTULO: Diseño de aperturas codificadas para el muestreo compresivo de imágenes de tomografía computarizada.¹

AUTOR: German Eduardo Córdoba Carreño.²

PALABRAS CLAVE: Tomografía computarizada, muestreo compresivo, aperturas codificadas.

DESCRIPCIÓN:

La tomografía computarizada es un método no invasivo con el que se obtienen imágenes de la estructura interna de un objeto en una sección transversal específica. Esta técnica permite escanear el objeto en diferentes puntos generando imágenes bidimensionales con las que se pueden realizar reconstrucciones volumétricas. La fuente que genera los rayos-X en el sistema de tomografía computarizada genera radiación ionizante que tiene la energía suficiente para desplazar electrones de las moléculas, los electrones libres producidos por este desplazamiento, a su vez, pueden dañar las células humanas, por tanto la National Research Council of the Natural Academies busca que para contrarrestar la exposición injustificada a la radiación, se optimicen los procedimientos que implican exposición. El proceso de muestreo tradicional de tomografía computarizada está basado en el teorema de Nyquist-Shannon, pero con el fin de disminuir el número de muestras necesarias para reconstruir una imagen de tomografía computarizada en los últimos años ha surgido la teoría del muestreo compresivo el cual establece que es posible obtener imágenes o señales a partir de un número menor de mediciones que las impuestas por el criterio de Nyquist-Shannon. Es posible implementar la teoría de muestreo compresivo en un sistema de adquisición de imágenes de tomografía computarizada, incluyendo elementos que permitan codificar las medidas para la toma de muestras comprimidas, como las aperturas codificadas. En este trabajo de investigación se propone el diseño y el uso de aperturas codificadas para el muestreo compresivo de imágenes de tomografía computarizada.

¹Trabajo de Investigación

²Facultad de Ingenierías Fisicomecánicas. Escuela de Ingeniería de Sistemas e Informática. Director, Henry Arguello Fuentes.

Abstract

TITLE: Design coded apertures for compression sensing computed tomography images.¹

AUTHOR: German Eduardo Córdoba Carreño.²

KEYWORDS: Computed tomography, compressive sensing, coded apertures.

DESCRIPTION:

Computed tomography is a noninvasive method with which images of the internal structure of an object is obtained in a specific cross-section. This technique can scan the object at different points generating two-dimensional images with which can perform volume reconstructions. The source that generates X-rays in computed tomography system generates ionizing radiation having sufficient to move electrons from molecules energy free electrons produced by this displacement, in turn, can damage human cells, therefore the National Research Council of the Natural Academies seeks to counteract unwarranted radiation exposure, exposure procedures involving optimized. The process of traditional sampling computed tomography is based on the theorem Nyquist-Shannon, but in order to reduce the number of samples needed to reconstruct a computed tomography image in recent years has emerged theory compressive sensing which provides it is possible to obtain images or signals from fewer measurements than those imposed by the Nyquist-Shannon criterion. It is possible to implement the theory of compressive sensing system imaging computed tomography, including elements to codify the measures for making compressed samples, as coded apertures. In this research the design and use of coded apertures for compressive sensing computed tomography images is proposed.

¹Research Work

²School of Physical-Mechanical Engineering. Department of Systems Engineering and Informatics. Advisor, Henry Arguello Fuentes.

Contenido

Introducción	13
1 Teoría de Muestreo Compresivo	15
1.1 Muestreo Compresivo	15
1.2 Dispersión	15
1.3 Incoherencia	16
1.4 Algoritmos de Reconstrucción	17
1.5 Proceso de reconstrucción	17
2 Teoría de Tomografía Computarizada	19
2.1 Tomografía computarizada	19
2.2 Generaciones de CT	20
2.2.1 Primera Generación CT	20
2.2.2 Segunda Generación CT	20
2.2.3 Tercera Generación CT	21
2.2.4 Cuarta Generación CT	22
2.3 Modelo matemático del proceso de CT	23
2.4 Paquete Software Astra	24
3 Sistema de tomografía computarizada basado en aperturas codificadas	26
3.1 Aperturas codificadas	26
3.2 Construcción de aperturas codificadas para rayos-X.	26
3.3 Simulación de sistema de tomografía computarizada usando aperturas codificadas	27
3.4 Transmitancia	28
3.5 Matriz de Muestreo	29
3.6 Arquitecturas CT	29
3.6.1 Haz de abanico 2D	29
3.6.2 Haz de cono 3D con 4 fuentes	30
3.6.3 Haz de cono 3D con 9 fuentes	31
3.6.4 Sistema Multi-captura	32
3.7 Aperturas codificadas aleatorias, hadamard, ruido azul, y optimizadas	33
3.7.1 Aperturas codificadas aleatorias	33
3.7.2 Aperturas codificadas Hadamard	34

3.7.3	Aperturas codificadas Ruido Azul	35
3.7.4	Aperturas codificadas optimizadas	36
4	Simulaciones y Resultados	40
4.1	Base de datos utilizada	40
4.2	Análisis de ruido	42
4.3	Reconstrucción a partir de capturas comprimidas con arquitectura haz de abanico en 2D	42
4.4	Reconstrucción a partir de capturas comprimidas con arquitectura Haz de Cono con aperturas codificadas randomicas	44
4.5	Reconstrucción a partir de capturas comprimidas con arquitectura Haz de Cono con aperturas randomicas con Multi-captura	45
4.6	Reconstrucción a partir de capturas comprimidas con arquitectura Haz de Cono con aperturas codificadas binarias, hadamard y optimizadas	46
5	Conclusiones, Contribuciones y Trabajos Futuros	51
5.1	Conclusiones	51
5.2	Contribuciones	52
5.3	Trabajos Futuros	52
	Referencias Bibliográficas	53
	Bibliografía	57

Índice de figuras

1	<i>Representación gráfica de un sistema indeterminado.</i>	16
2	<i>Representación de matrices en muestreo compresivo.</i>	16
3	<i>Sistema de tomografía computarizada tradicional.</i>	20
4	<i>Sistema de tomografía computarizada tradicional de primera generación.</i>	21
5	<i>Sistema de tomografía computacional de segunda generación.</i>	21
6	<i>Sistema de tomografía computacional de tercera generación.</i>	22
7	<i>Sistema de tomografía computacional de cuarta generación.</i>	22
8	<i>Atenuación de un rayo-X.</i>	23
9	<i>Fuente de rayos-X girando alrededor del objeto.</i>	24
10	<i>Fuente de rayos-X girando alrededor del objeto.</i>	24
11	<i>Apertura codificada en un sistema de rayos-X</i>	27
12	<i>Construcción de una apertura codificada de tamaño $N \times N$ para tomografía computarizada.</i>	27
13	<i>Sistema de muestreo compresivo de tomografía computacional CAXI</i>	28
14	<i>Representación de la matriz H.</i>	29
15	<i>Arquitectura haz de abanico para simulación de imágenes en 2D.</i>	30
16	<i>Aperturas codificadas con diferente transmitancia, usadas para un sistema de dos dimensiones, con una arquitectura Fan Beam</i>	30
17	<i>Arquitectura con cuatro fuentes y uso de rayo-X cone beam.</i>	30
18	<i>Arquitectura con cuatro fuentes y uso de aperturas codificadas.</i>	31
19	<i>Arquitectura con nueve fuentes y uso de rayo-X haz de cono.</i>	31
20	<i>Arquitectura con nueve fuentes y uso de aperturas codificadas.</i>	32
21	<i>Arquitectura con cuatro fuentes y multi-captura de aperturas codificadas.</i>	32
22	<i>Aperturas codificadas aleatorias en coordenadas polares con diferentes valores de transmitancia.</i>	33
23	<i>Aperturas codificadas aleatorias con diferentes valores de transmitancia en coordenadas cartesianas.</i>	34
24	<i>Aperturas codificadas Hadamard en coordenadas polares con diferentes valores de transmitancia.</i>	34
25	<i>Aperturas codificadas Hadamard en coordenadas cartesianas con diferentes valores de transmitancia.</i>	35
26	<i>Aperturas codificadas ruido azul.</i>	36
27	<i>Proceso de iteración en algoritmo de optimización.</i>	38

28	<i>Aperturas codificadas optimizadas</i>	39
29	<i>Phanton Shepp–Logan.</i>	41
30	<i>Imágenes de CT tomadas de un estudio de tórax para ver tejido blando.</i>	41
31	<i>Imágenes de CT tomadas de un estudio de tórax para apreciar el pulmón de un paciente.</i>	42
32	<i>Imágenes de fantasma sintético simulado con diferente nivel de transmitancia.</i>	43
33	<i>Secciones transversales de tórax original en las cuales se aprecia el pulmón y reconstruida con 70 % de transmitancia</i>	45
34	<i>Secciones transversales de tórax original en las cuales se puede apreciar reconstrucción de tejidos blandos y reconstruida con 70 % de transmitancia</i>	46
35	<i>Secciones transversales de fantasma sintético con un arreglo de 3 × 3 fuentes y diferentes porcentajes de transmitancia</i>	47
36	<i>Secciones transversales de fantasma sintético con un arreglo de 2 × 2 fuentes y diferentes porcentajes de transmitancia</i>	48
37	<i>Sección transversal con ventana para apreciar pulmón, con diferentes número de aperturas codificadas por fuente.</i>	49
38	<i>Sección transversal con ventana para apreciar tejidos blandos, con diferentes aperturas codificadas usadas.</i>	50

Índice de tablas

1	PSNR promedio en arquitectura haz de abanico, reconstrucción con GPSR, 250 iteraciones	43
2	PSNR promedio en arquitectura haz de abanico, reconstrucción con GPSR, 500 iteraciones	44
3	PSNR promedio en arquitectura haz de abanico, 1000 iteraciones	44
4	Aperturas Códificadas en con diferente numero de fuentes en forma de arreglo y rayo-X en forma de cono, con diferentes niveles de transmitancia	44
5	Promedio de reconstrucción con arquitectura multicapa	47
6	Comparación PSNR [dB] aperturas codificadas Aleatorias, Hadamard, Ruido azul y Optimizadas	48
7	Comparación PSNR [dB] con ruido de aperturas codificadas Aleatorias, Hadamard, Ruido azul y Optimizadas	48

Introducción

La tomografía computarizada es un método no invasivo con el que se obtienen imágenes de la estructura interna de un objeto en una sección transversal específica. Esta técnica permite escanear el objeto en diferentes puntos generando imágenes bidimensionales con las que se pueden realizar reconstrucciones volumétricas [1]. Sus aplicaciones incluyen la detección de sustancias peligrosas y explosivos [2, 3], control de calidad en la industria de manufactura [4], detección de drogas ilegales [5], imágenes médicas de diagnóstico [6, 7, 8], antropología [9, 10, 11], ciencias forenses [12, 13, 14], arqueología [15], paleontología [16], entre otras.

En un sistema de tomografía computarizada, una fuente produce un haz de rayos-X, que atraviesa el objeto de estudio en línea recta, este haz sale atenuado y se capta en una línea de detectores ubicado detrás del objeto. Con las proyecciones que captan los detectores, se puede reconstruir una imagen de la estructura interna del objeto utilizando la teoría tradicional de muestreo de Nyquist-Shannon [1]. El muestreo de una imagen en tomografía es el resultado de la relación entre el ángulo de la fuente y la resolución deseada, asumiendo que el objeto bajo estudio puede ser descrito por un corte en dos dimensiones o volumen de imágenes en una representación de rejilla rectangular [17].

La fuente que genera los rayos-X en este tipo de sistemas tiene un tiempo de vida limitado, el número de disparos realizados en cada procedimiento va desgastando la fuente de rayos-X [3]. La radiación ionizante que produce dicha fuente y que se encuentra en los rayos-X se define como la radiación que tiene la energía suficiente para desplazar electrones de las moléculas. Los electrones libres producidos por este desplazamiento, a su vez, pueden dañar las células humanas [18].

El *National Research Council of the National Academies* define las dosis bajas de radiación como las que van desde casi cero milisievert (mSv) hasta cerca de 100 milisievert (mSv). La dosis de radiación de una radiografía de tórax es de unos 0,1 mSv. En Estados Unidos, las personas están expuestas en promedio a aproximadamente 3 mSv de radiación ambiental al año [18]. Por tanto, para contrarrestar la exposición injustificada a la radiación, se pueden optimizar los procedimientos que implican exposición [3].

Recientemente, se desarrolló una técnica de detección y compresión de señales llama-

da “Muestreo Compresivo”. Esta establece que es posible obtener imágenes o señales a partir de un número menor de mediciones comparadas con el criterio de Nyquist-Shannon [19]. Para aplicar la técnica de muestreo compresivo algunas arquitecturas de medición utilizan máscaras bidimensionales que modulan las proyecciones de una fuente antes de llegar al detector, llamadas aperturas codificadas [19]. Las aperturas codificadas corresponden a arreglos bidimensionales con patrones de material opacos a la luz [19], las secciones que no contienen material opaco definen la transmitancia de la luz, es decir la cantidad de luz que puede atravesarlas.

Es posible implementar la teoría del muestreo compresivo en un sistema de adquisición de imágenes de tomografía computarizada (CT), incluyendo elementos que permitan codificar las medidas para la toma de muestras comprimidas, como las aperturas codificadas. Por otro lado la cantidad de fuentes que proyectan luz a una escena establece el número de proyecciones en CT, en la sección 4.6 del presente proyecto se hace un análisis del efecto que tiene variar la cantidad de fuentes usadas para captar una escena, y las variaciones de aperturas codificadas que se pueden usar, así como su efecto sobre la adquisición de imágenes de CT y posterior reconstrucción.

Este trabajo se encuentra organizado en cuatro capítulos de la siguiente manera: En el primer capítulo se presentan conceptos básicos de la teoría de muestreo compresivo. En el segundo capítulo se introducen los conceptos básicos de la teoría de tomografía computarizada y el proceso de adquisición de este tipo de imágenes. En el tercer capítulo se presenta el sistema de simulación de tomografía computarizada basado en el uso de aperturas codificadas. En el cuarto capítulo se presentan los resultados de las simulaciones realizadas, así como las reconstrucciones obtenidas a partir de los datos codificados. Finalmente se presentaran las conclusiones derivadas del proceso de simulación desarrollado en este proyecto de investigación.

Capítulo 1

Teoría de Muestreo Compresivo

1.1 MUESTREO COMPRESIVO

Los enfoques tradicionales de muestreo de señales e imágenes se basan en el teorema de muestreo de Nyquist-Shannon. El cual establece que cuando se muestrea una señal, para evitar la pérdida de información y poder reconstruir la señal original, la frecuencia de muestreo debe ser mayor que el doble del ancho de banda de la señal de entrada [20]. Por otra parte la técnica de detección y compresión de señales llamada “Muestreo Compresivo” establece que es posible obtener imágenes o señales a partir de un número menor de mediciones que las impuestas por el criterio de Nyquist-Shannon [21].

1.2 DISPERSIÓN

La dispersión expresa la idea de que la tasa de información de una señal continua en el tiempo, puede ser mucho más pequeña que lo sugerido en el ancho de banda. El muestreo compresivo explota el hecho de que muchas señales naturales son escasas o compresibles con la base adecuada Ψ [22].

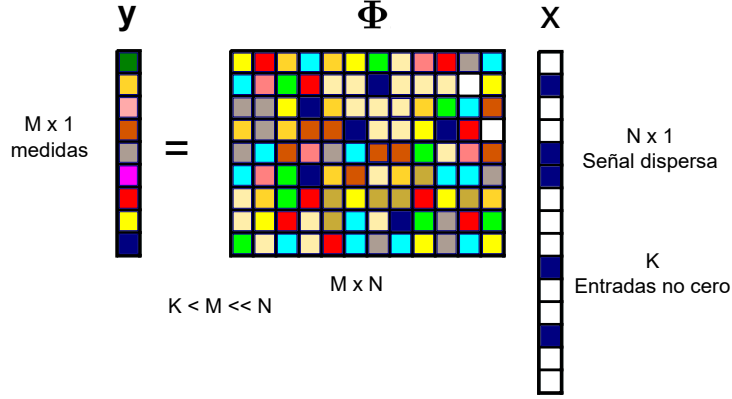
Esta ecuación modela el proceso de muestreo compresivo:

$$\mathbf{y} = \Phi \mathbf{x} \tag{1.1}$$

donde $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^N$ es la señal original vectorizada, $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^M$ y $\Phi \in \mathbb{R}^{M \times N}$ es la matriz de muestreo con $M \ll N$. Si se considera la reconstrucción de \mathbf{x} a partir de \mathbf{y} existen múltiples soluciones ya que el tamaño de \mathbf{y} es mucho menor que el de \mathbf{x} en otras palabras hay menos ecuaciones que incógnitas, haciendo que la solución de este sistema este mal condicionada.

Una señal discreta en el tiempo $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^N$ puede ser expresada como:

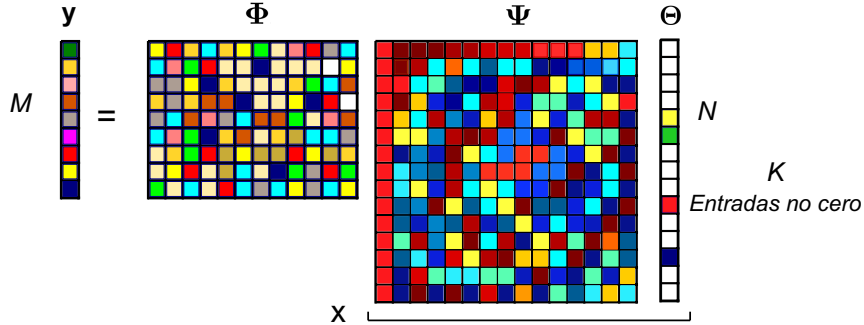
Figura 1: Representación gráfica de un sistema subdeterminado $\mathbf{y} = \Phi \mathbf{x}$, con \mathbf{x} como la señal original, matriz de muestreo es Φ y las medidas están representadas en \mathbf{y} .



$$\mathbf{x} = \Psi \theta, \quad (1.2)$$

donde θ es una secuencia de coeficientes de \mathbf{x} , y la base Ψ es una matriz ortogonal de $N \times N$. Como se muestra en la Figura 1, \mathbf{x} y θ son representaciones equivalentes de la misma señal, θ en el dominio de Ψ . Si las señales tiene un representación dispersa, \mathbf{x} es una combinación lineal de solo K vectores base, con $K \ll N$ luego K es el número de coeficientes menores que cero.

Figura 2: La señal original se puede representar como combinación lineal de $\mathbf{x} = \Psi \Theta$.



1.3 INCOHERENCIA

De acuerdo a la ecuación (1.1) y (1.2) se tiene la ecuación $\mathbf{y} = \Phi \Psi \theta$, donde $\mathbf{A} = \Phi \Psi$ es una matriz de tamaño $M \times N$. En muestreo compresivo Φ es incoherente con la transformada de representación Ψ . La incoherencia significa que la señal de entrada puede ser reconstruida teniendo una representación en Ψ y no sea dispersa en el dominio en el cual fue adquirida. La coherencia entre la matriz de medición Φ y la base de representación Ψ está dada por:

$$\mu(\Phi, \Psi) = \max_{1 \leq k, j \leq n} |\langle \Phi_k, \Psi_j \rangle|, \quad (1.3)$$

La coherencia μ mide la mayor correlación entre dos elementos de Φ y Ψ . Si Φ y Ψ contienen elementos correlacionados, la coherencia es alta.[22]

1.4 ALGORITMOS DE RECONSTRUCCIÓN

A partir de la información obtenida con el muestreo compresivo se busca reconstruir la señal original. Para resolver el problema inverso se emplea el método de mínimos cuadrados, minimizando la norma l_2 de las medidas adquiridas,

$$\hat{\mathbf{x}} = \operatorname{argmin} \|\mathbf{x}^*\|_2 \quad \text{s.t.} \quad \mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{x}^* \quad (1.4)$$

Existe una forma para resolver el sistema la cual está dada por $\mathbf{x} = \mathbf{A}^T (\mathbf{A}\mathbf{A}^T)^{-1} \mathbf{y}$, infortunadamente, cuando el vector \mathbf{x} es disperso con un número K de coeficientes diferentes de cero, la minimización l_2 fallará porque no promueve la dispersión. Basado en la teoría de muestreo compresivo una alternativa es buscar una solución mas dispersa:

$$\hat{\mathbf{x}} = \operatorname{argmin} \|\mathbf{x}^*\|_0 \quad \text{s.t.} \quad \mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{x}^* \quad (1.5)$$

Resolver la ecuación (1.5) es un problema NP-completo, que requiere una enumeración de todas las posibles combinaciones de N y K para todas las posiciones con entradas diferentes de cero en \mathbf{x} . Minimizar l_1 es una relajación convexa de la norma l_0 y ha sido aplicada en la práctica como,

$$\hat{\mathbf{x}} = \operatorname{argmin} \|\mathbf{x}^*\|_1 \quad \text{s.t.} \quad \mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{x}^* \quad (1.6)$$

Esta optimización selecciona una imagen con la mínima norma l_1 entre aquellas que satisfacen la restricción de consistencia, así la solución puede ser única.

1.5 PROCESO DE RECONSTRUCCIÓN

Al intentar invertir el sistema de ecuaciones dado por $\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{f}$ se obtiene una estimación de la sección transversal \mathbf{f} . De esta forma, la estimación de \mathbf{f} se podría obtener a partir de las mediciones \mathbf{y} de la forma $\mathbf{f} = \mathbf{H}^{-1}\mathbf{y}$. Sin embargo, esta solución conduce a resultados de baja calidad debido a que el sistema de ecuaciones representado por la matriz \mathbf{H} es mal condicionado [23]. Este problema es originado porque el número de filas de la matriz \mathbf{H} es menor que el número de columnas. Si se intenta dar solución a este sistema de ecuaciones invirtiendo la matriz se tiene un número infinito de soluciones [24]. Aprovechando la teoría de muestreo compresivo

\mathbf{f} puede ser definida como $\mathbf{f} = \mathbf{\Psi}\theta$ donde θ es el vector de coeficientes de la sección transversal \mathbf{f} en la base $\mathbf{\Psi}$, de esta manera queda definida como $\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{\Psi}\theta$.

La teoría de muestreo compresivo se emplea para estimar \mathbf{f} . Esta teoría sugiere que un sistema indeterminado de ecuaciones puede convertirse en un sistema bien condicionado si la señal de interés es dispersa o compresible en alguna base ortonormal $\mathbf{\Psi}$. De esta forma, la medición del sistema CT se puede representar como $\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{\Psi}\theta$, donde θ es el vector de coeficientes de la sección transversal \mathbf{f} en la base $\mathbf{\Psi}$ [25].

Consecuentemente, la reconstrucción de la sección transversal a partir de una medición realizada con el sistema CT, puede lograrse al resolver un problema de optimización numérica. En éste se buscan los coeficientes θ en vez de la sección transversal \mathbf{f} directamente y seguidamente realiza la transformación inversa $\mathbf{\Psi}^T$ de los coeficientes para obtener \mathbf{f} . Específicamente, se pretende resolver:

$$\mathbf{f} = \mathbf{\Psi}^T (\text{argmin}_{\theta} \|\mathbf{H}\mathbf{\Psi}\theta - \mathbf{y}\|_2 + \tau \|\theta\|_1) \quad (1.7)$$

donde θ es la representación S-dispersa de f sobre la base de representación $\mathbf{\Psi}$ y τ es una constante de regularización, $\|\cdot\|_2$ representa la norma euclidiana y $\|\cdot\|_1$ la norma absoluta [26, 27]. Las reconstrucciones son realizadas utilizando la teoría de muestreo compresivo, aplicando el algoritmo de reconstrucción GPSR (del inglés Gradient Projection for Sparse Reconstruction) que resuelve el problema planteado en la ecuación 1.7.

Capítulo 2

Teoría de Tomografía Computarizada

2.1 TOMOGRAFÍA COMPUTARIZADA

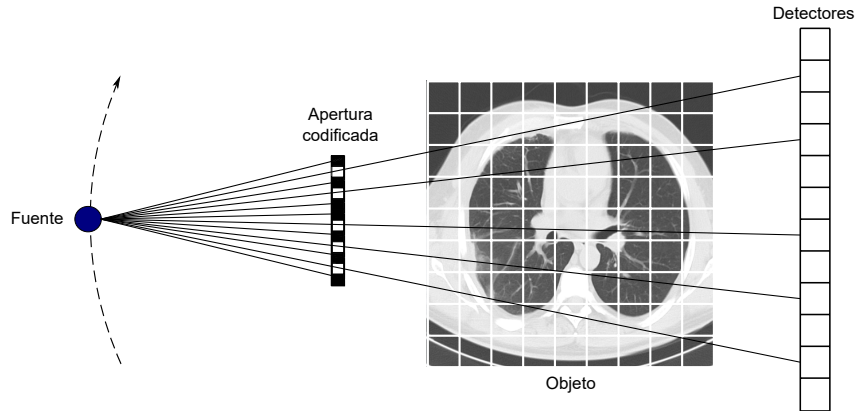
La tomografía computarizada (CT) fue el primer método no invasivo creado para la adquisición de imágenes y tiene ventaja sobre la resonancia magnética de imágenes la cual presenta problemas cuando el objeto se encuentra deshidratado, como es el caso de estudios en antropología y arqueología [1].

Un sistema tradicional de adquisición de imágenes de CT consta de una fuente que emite un haz de rayos-X, y una línea de detectores, que se mueven alrededor del objeto de estudio siguiendo una trayectoria circular. Dependiendo de la dirección particular que toma cada uno de los rayos-X, estos son atenuados en mayor o menor grado por el objeto. La absorción local se mide con el conjunto de detectores ubicados al lado opuesto de la fuente. Las proyecciones que se modelan en una sola dirección no son una base adecuada para determinar la distribución espacial del objeto, en especial, si se trata de un objeto tridimensional, por lo cual se hace necesario irradiar el objeto desde diferentes direcciones. En la Figura 3 se detalla el modelo de un sistema de tomografía computarizada tradicional.

En la figura 3 se observa la arquitectura Fan Beam en la cual una fuente de rayos-X esta ubicada paralelamente a una linea de detectores, la cantidad de detectores y la resolución de los mismos, determinan la calidad de las imágenes que se reconstruirán posterior a la captura.

La fuente y los detectores rotan en la misma dirección y de manera simultanea alrededor del objeto de estudio, el cual se encuentra en el centro del sistema. En este caso se trata de un paciente el cual se ubica sobre una camilla que ingresa horizontalmente al sistema por una entrada circular alrededor del cual giran los detectores y la fuente de rayos-x (gantry), dicha abertura tiene un diámetro aproximado de 80 cm. La fuente genera un haz de rayos-X el cual atraviesa al paciente y es atenuado

Figura 3: Sistema de tomografía computarizada tradicional, se observa la fuente ubicada frente al objeto y la línea de detectores ubicada en el lado opuesto.



en mayor o menor medida, dependiendo de la densidad de los órganos y estructura interna del cuerpo, finalmente los rayos-X que traspasan el objetos son medidos por un arreglo de detectores. Este procedimiento se repite según las veces que la fuente sea programada para detenerse alrededor del paciente.

2.2 GENERACIONES DE CT

Existen diferentes generaciones de CT las cuales se han desarrollado a lo largo de la historia. Las cuales mejoran la velocidad de adquisición y la calidad de las imágenes que son obtenidas[1].

2.2.1 PRIMERA GENERACIÓN CT

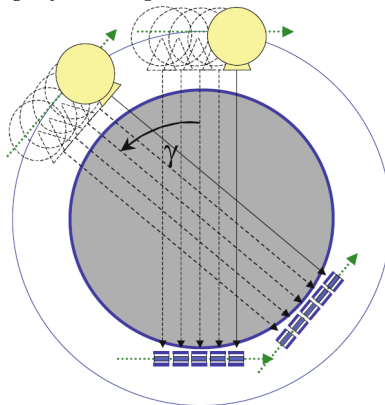
La primera generación de CT involucra una fuente de rayos-X, que emite un solo haz en forma de lápiz (pencil beam) un solo detector situado en la posición opuesta a la fuente. El detector se desplaza de manera sincronizada junto con la fuente de rayos-X, repitiendo la medición desde varios ángulos de proyección. Dependiendo de las propiedades de atenuación del objeto de estudio, la intensidad de los rayos-X disminuye al atravesar el objeto. La fuente y el detector giran 180° alrededor del objeto de estudio.

Para extraer un solo haz de rayo-X en forma de lápiz, en la fuente se usa un colimador en forma de agujero de alfiler [1]. La figura muestra la primera generación de CT.

2.2.2 SEGUNDA GENERACIÓN CT

La tomografía computarizada de segunda generación tiene una fuente de rayos-X y una matriz de detectores que consta de aproximadamente 30 detectores. A di-

Figura 4: Sistema de tomografía computarizada tradicional de primera generación.

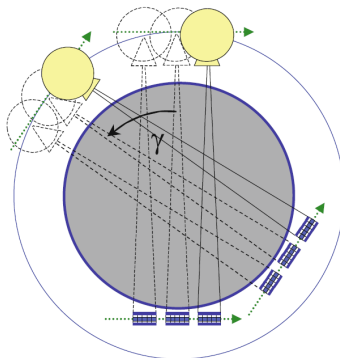


Tomada de [1]

ferencia de la primera generación de CT el haz de rayos-X tiene forma de haz de abanico estrecho (narrow fan beam), con un ángulo de cercano a los 10° de apertura.

A pesar de contar con un grupo de detectores, los escáneres de segunda generación tienen un campo de medición pequeño, lo cual hace que el tiempo de adquisición sea lento. Por esta razón los escáneres de tomografía de primera y segunda generación fueron limitados a la adquisición de imágenes cerebrales, ya que en este proceso la zona bajo estudio no presenta gran movimiento que pueda generar artefactos en las imágenes durante la adquisición.

Figura 5: Segunda generación de CT, cuenta con una fuente de rayos-X con geometría haz de abanico, así como un conjunto pequeño de detectores.



Tomada de [1]

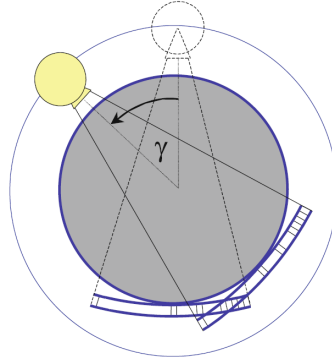
2.2.3 TERCERA GENERACIÓN CT

Desarrollada en 1970 para reducir el tiempo de adquisición de la imagen a menos de 20 segundos, con el fin de minimizar los errores de adquisición de imágenes abdominales. El haz de abanico de rayos-X (fan beam X-rays) tienen ángulos entre 40° y

60° de apertura, y el número de arreglo de detectores está entre 400 y 1000 elementos.

La figura 6 muestra una ilustración del esquema principal de CT de tercera generación.

Figura 6: Tercera generación de CT, cuenta con una fuente de rayos-X con geometría haz de abanico, así como un conjunto de detectores.

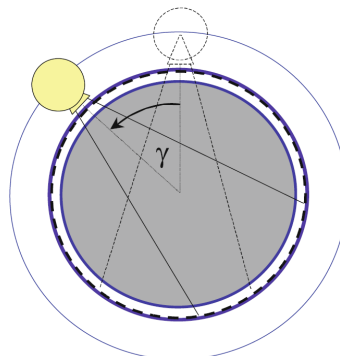


Tomada de [1]

2.2.4 CUARTA GENERACIÓN CT

La cuarta generación de escáneres CT es semejante a la tercera generación de tomógrafos con respecto a la fuente utilizada que produce un haz de abanico de rayos-X, pero difiere en que se usan aproximadamente 5000 detectores ubicados alrededor de la muestra, los cuales no se mueven, mientras que la fuente si lo hace. La figura 7 muestra una ilustración del esquema principal de CT de cuarta generación.

Figura 7: Cuarta generación de CT, cuenta con una fuente de rayos-X con geometría haz de abanico, así como un conjunto de detectores los cuales se encuentran fijos en forma circular alrededor del objeto.



Tomada de [1]

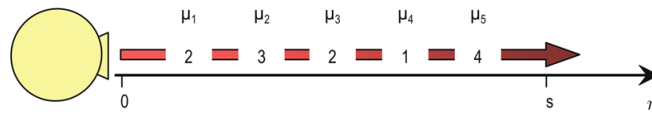
2.3 MODELO MATEMÁTICO DEL PROCESO DE CT

Para modelar las proyecciones que se generan con la estructura de rayos-X se hace uso de la transformada Radon, la cual fue introducida por Johann Radon en 1917. Esta transformada modela el proceso de transmisión de un rayo a través del objeto con integrales de línea [1]. De manera general, para un ángulo de proyección y una posición de la fuente dada se describe la transformada Radon como:

$$p(s) = -\ln \left(\frac{I(x)}{I_0} \right) = \int_0^s \mu(\eta) d\eta \quad (2.1)$$

donde $\mu(\eta)$ representa el coeficiente de atenuación de la densidad del objeto y s la longitud de integración.

Figura 8: Atenuación de un objeto con diferentes densidades al ser atravesado por un rayo-X.



Tomada de [1]

La Figura 8 muestra un ejemplo de discretización de los coeficientes de atenuación, de manera que la ecuación (2.1) se puede reescribir como:

$$p(s) = \sum_{k=1}^s \mu_k \Delta\eta \quad (2.2)$$

En la Figura 8 se aprecia una fuente produciendo un haz de rayo-X el cual es atenuado en diferentes niveles debido a las diferentes densidades que encuentra a su paso desde la posición 0 hasta la posición s

De manera general, bajo cualquier ángulo de proyección γ se define un sistema de rotación (ξ, η) como:

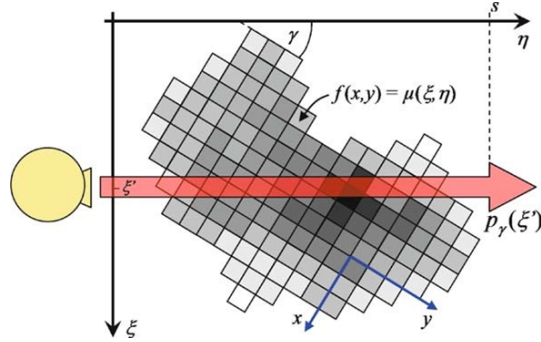
$$p_\gamma(\xi) = \int_0^s \mu(\xi, \eta) d\eta \quad (2.3)$$

La Figura 9 muestra la medición realizada para uno de los momentos en el cual la fuente se encuentra emitiendo un haz de rayos-X, y posterior a esto rotará alrededor del objeto un ángulo dado, en donde emitirá otro haz de rayos-X.

Cuando se capturan todas las mediciones se pueden modular como un vector que contiene todos los valores adquiridos por los sensores, dado por:

$$\mathbf{p} = \mathbf{A}\mathbf{f} \quad (2.4)$$

Figura 9: Fuente de rayos-X girando alrededor del objeto.



Tomada de [1]

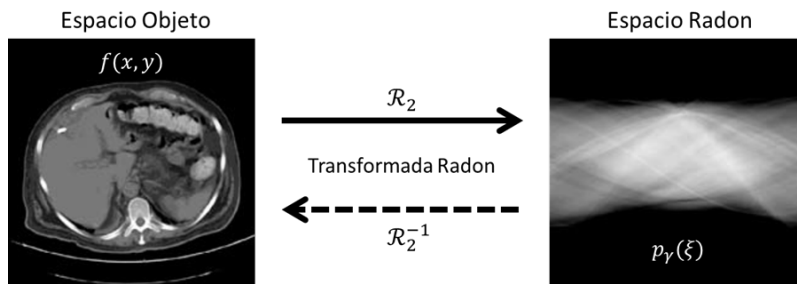
La ecuación 2.4 se puede comparar con la representación del objeto en el espacio Radon como:

$$p_\gamma(\xi) = \mathbf{R} \{ \mathbf{f}(x, y) \} \quad (2.5)$$

Donde \mathbf{A} es la matriz que modela el sistema y \mathbf{f} contiene todos los valores de grises de la rejilla que se modela sobre el objeto bajo estudio.

Una vez se tengan las mediciones, se aplica la transformada inversa de Radon para obtener la imagen reconstruida [1]. En la Figura 10 se muestra un esquema de el espacio del objeto y espacio Radon.

Figura 10: Modelo esquemático de relación entre el dominio espacial del objeto (tomografía axial de abdomen) y el espacio Radon (intervalo de 180° alrededor del objeto).



2.4 PAQUETE SOFTWARE ASTRA

Para las simulaciones es usado el paquete Astra, el cual se encuentra en Matlab de código abierto para tomografía [28]. Este paquete está basado en el método de transmisión, debido a que se reconstruye la estructura espacial mediante la estimación de coeficientes de atenuación a partir de medidas de intensidad.

El paquete software Astra de Matlab permite simular el proceso de adquisición de imágenes de tomografía computarizada con distintas geometrías de proyección, incluyendo configuraciones del número de fuentes número de detectores. Simulando las diferentes generaciones de tomografía computarizada.

El trabajo de la herramienta comienza con la generación de datos sintéticos correspondientes al objeto que se escanea el cual puede ser bidimensional o tridimensional, seguido por la definición de la geometría de proyección, que pueden ser haz de abanico o haz de cono. Con esta información se calculan las proyecciones y se genera el sinograma. Adicionalmente, se definen las dimensiones como la distancia del objeto a la fuente, y del objeto a los detectores, ángulos de proyección y el tipo de algoritmo necesario para la reconstrucción.

Astra permite obtener la matriz de muestreo del proceso de tomografía computarizada la cual contiene los valores en los pixeles que fueron afectados por cada rayo que pasa a través de la muestra.

Capítulo 3

Sistema de tomografía computarizada basado en aperturas codificadas

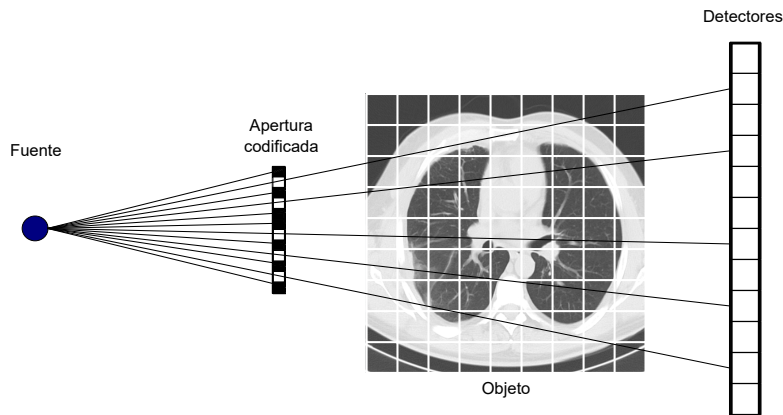
3.1 APERTURAS CODIFICADAS

Una apertura codificada es una máscara bidimensional que modula las proyecciones de una fuente antes de que estas lleguen al detector, permitiendo o bloqueando el paso de la radiación electromagnética en determinados puntos del espacio. Las aperturas codificadas se utilizan para mejorar el rendimiento de los sensores [29]. Incluyendo la aplicación en matrices uniformemente redundantes para formación de imágenes sin lentes [30], transformación de Hadamard en espectroscopia [31] y arquitecturas de compresión de imágenes hiperespectrales [32, 23]. Además, las aperturas codificadas pueden ser vistas como codificadores de campo de luz que permiten hacer medidas de radiancia usando detectores de irradiancia [33]. La Figura 11 muestra un ejemplo de una apertura codificada en un sistema de CT en donde las secciones blancas permiten el paso de la radiación, mientras que las negras la bloquean.

3.2 CONSTRUCCIÓN DE APERTURAS CODIFICADAS PARA RAYOS-X.

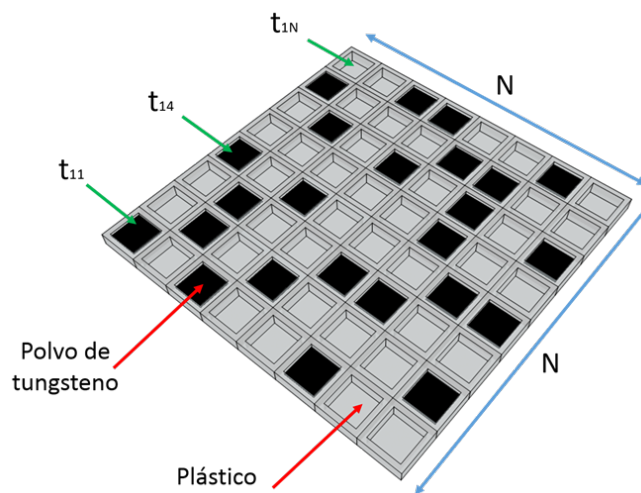
Diversas investigaciones han incluido aperturas codificadas en arquitecturas de medición de rayos-X [19, 34, 35]. MacCabe et al. [36] implementaron un sistema de medición de rayos-X en el que incluyeron una apertura codificada fabricada con una impresora 3D, la cual se llenó con tungsteno en polvo (con un tamaño de grano mayor a $50\mu m$) y se selló con una resina epoxi. El resultado fue un molde de 1,35 mm de profundidad con una base de plástico de 0,3 mm y una profundidad del tungsteno de alrededor de 1 mm con dimensiones mínimas por elemento de 1,25 mm en x y 0,75 mm en y . La apertura codificada construida tiene un área de 160 mm (x) por 200

Figura 11: Apertura codificada en un sistema de rayos-X, la cual permite o no el paso de los rayos-X



mm (y). En este caso, el plástico le causa una atenuación despreciable a los rayos-X comparado con las características del tungsteno, produciendo la codificación en los haces. En la Figura. 12 se aprecia la construcción de la apertura codificada descrita.

Figura 12: Construcción de una apertura codificada de tamaño $N \times N$ para tomografía computarizada. Los elementos de bloqueo se fabrican utilizando polvo de tungsteno, debido a que este material bloquea los rayos-X; y los elementos translucientes son fabricados utilizando plástico, debido a su baja absorción de rayos-X.



3.3 SIMULACIÓN DE SISTEMA DE TOMOGRAFÍA COMPUTARIZADA USANDO APERTURAS CODIFICADAS

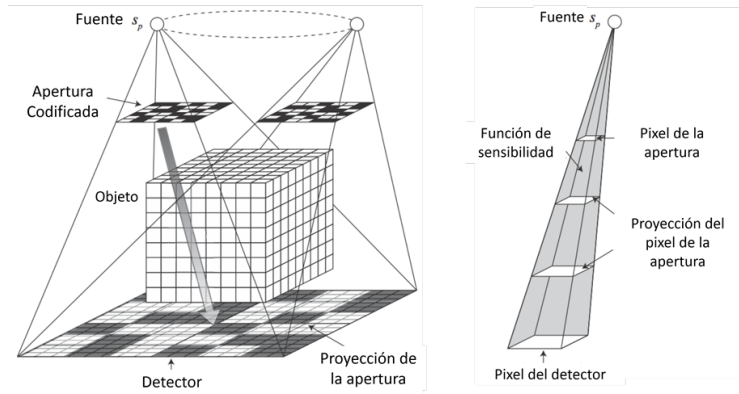
La inclusión de aperturas codificadas en el muestreo de tomografías computarizadas fue propuesta recientemente por K. Choi y D. Brady en [19] creando el sistema

llamado CAXI (por sus siglas en inglés, Coded Aperture X-ray Imaging). Este modelo introduce aperturas codificadas entre la fuente de rayos-X (s_p) y el objeto de estudio, como se muestra en la Fig. 13, con el fin de reducir el número de rayos-X que impacta la muestra. Las aperturas codificadas modulan la energía producida por el haz de rayos-X y codifican las proyecciones adquiridas por el plano de detectores. Las mediciones en el sensor pueden ser consideradas como la multiplexación de múltiples proyecciones de las aperturas codificadas producidas por cada fuente de rayos-X. Matemáticamente, una medición del sistema CAXI está dada por:

$$\mathbf{y} = \mathbf{T}\Phi\mathbf{f} = \mathbf{T}\Phi\Psi\theta = \mathbf{H}_{\text{CXT}}\theta \quad (3.1)$$

donde $\mathbf{T} = [\mathbf{T}_1 \mathbf{T}_2 \dots \mathbf{T}_p]$ es una matriz rectangular sobredeterminada que representa las aperturas codificadas para las P fuentes de rayos-X, tal que $\mathbf{T}_p = \text{diag}(t_{11}^p, t_{12}^p, \dots, t_{NN}^p) \in \mathbb{R}^{N \times N}$. Similarmente $\Phi = [\Phi_1; \Phi_2; \dots; \Phi_p]$ es una matriz rectangular sobredeterminada cuyo p -ésimo bloque representa la distribución de atenuaciones de los pixeles del objeto con respecto a cada fuente P . El vector columna \mathbf{f} representa al objeto y se proyecta sobre una base de representación Ψ , tal que $\mathbf{f} = \Psi\theta$, donde θ es un vector columna que representa los coeficientes dispersos del objeto, los cuales pueden ser estimados por medio de un algoritmo de reconstrucción de muestreo compresivo. Finalmente la matriz $\mathbf{H}_{\text{CXT}} = \mathbf{T}\Phi\Psi$ representa la matriz de muestreo del sistema de tomografía computarizada de rayos X (CXT, por sus siglas en inglés de Computed X-ray Tomography).

Figura 13: (a) Sistema de muestreo compresivo de tomografía computacional CAXI (b) Propagación de un rayo-X a través del sistema CAXI



3.4 TRANSMITANCIA

La transmitancia es la cantidad de energía que puede atravesar las aperturas codificadas, para el caso de la CT es la magnitud que expresa la cantidad de rayos-X que se deja proyectar definitivamente sobre un objeto escaneado.

El valor de transmitancia es calculado de la siguiente manera:

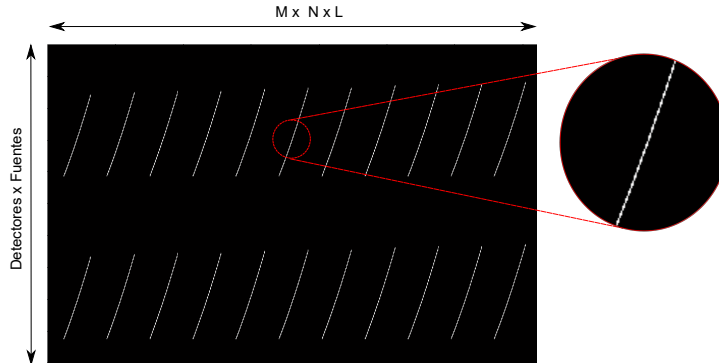
$$T_r = \sum_{i=0}^{n_1-1} \sum_{j=0}^{n_2-1} \frac{d_{ij}}{n_1 n_2}, \quad (3.2)$$

donde $n_1 \times n_2$ son las dimensiones de las aperturas codificadas y $d_{ij} \in \{0, 1\}$ llamado binario o booleana con $d_{ij} = 1$ representa un elemento del código que permite la transmisión del rayo-X, y $d_{ij} = 0$ representa un elemento del código que lo bloquea.

3.5 MATRIZ DE MUESTREO

En la Figura 14 se muestra la representación de la matriz de muestreo \mathbf{H} la cual tiene dimensiones de $M \times N \times L$ columnas las cuales representan los pixeles del cubo original ya sea del fantasma o imagen de tórax completa, y Detectores \times Fuentes filas las cuales representan el efecto de cada rayo que sale de una fuente sobre un detector o arreglo de detectores.

Figura 14: Representación de la matriz de muestreo \mathbf{H} .



Al ver la matriz de muestreo \mathbf{H} se puede apreciar que cuenta con un nivel de esparcidad alto, con el cual es posible usar la teoría del muestreo compresivo para reducir el número de muestras, conservando su calidad.

3.6 ARQUITECTURAS CT

3.6.1 HAZ DE ABANICO 2D

Se utilizó para la captura comprimida 2D adquirida con la simulación de una arquitectura de haz de abanico (Fan Beam) la cual se muestra en la Figura (15).

La Figura 16 muestra 2 códigos de apertura binarios y diferentes entre sí, los cuales fueron usados en cada medida hecha por los detectores cuando la fuente produce un haz de abanico de rayos-X.

Figura 15: *Arquitectura haz de abanico para simulación de imágenes en 2D.*

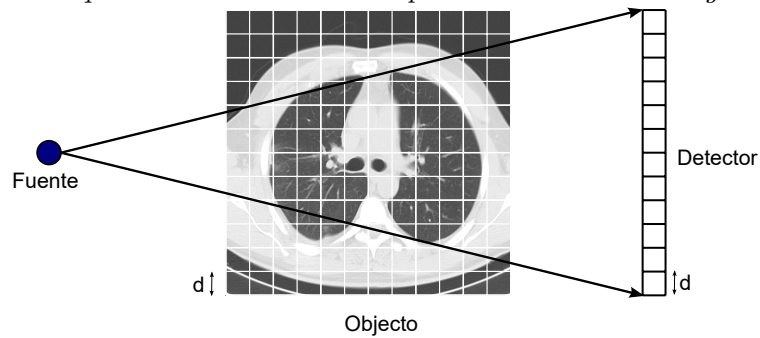


Figura 16: Aperturas codificadas con diferente transmitancia, usadas para un sistema de dos dimensiones, con una arquitectura Fan Beam



(a) Apertura codificada en forma de vector con transmitancia de 50 %

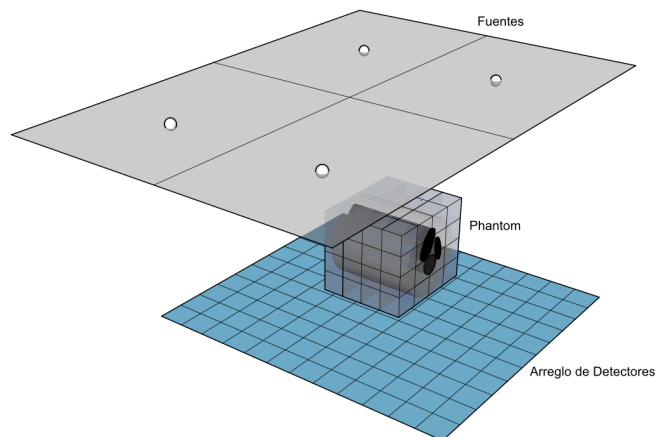


(b) Apertura codificada en forma de vector con transmitancia de 80 %

3.6.2 HAZ DE CONO 3D CON 4 FUENTES

En esta sección se aprecian las arquitecturas de CT con las cuales se simuló el proceso de captura utilizando un rayo en forma de cono (Cone Beam).

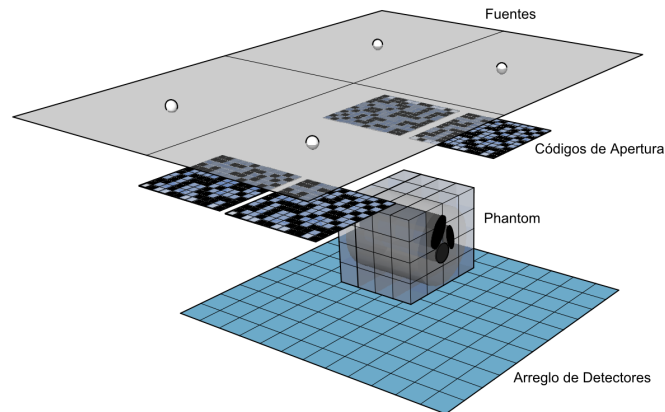
Figura 17: *Arquitectura con cuatro fuentes, con arreglo de detectores y uso de rayo-X en forma de cono (Cone Beam).*



En la Figura 17 se aprecia un sistema compuesto de 4 fuentes que producen un rayo-X en forma de cono, y un detector en forma matricial. En este sistema el objeto de

estudio es un volumen de un fantasma generado de manera sintética.

Figura 18: *Arquitectura con cuatro fuentes, con aperturas codificadas, con arreglo de detectores y uso de rayo-X en forma de cono (Cone Beam).*

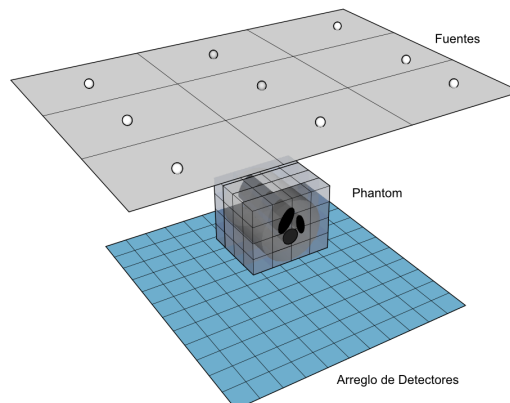


Para aplicar la teoría de muestreo compresivo, se utilizan de 4 aperturas codificadas ubicadas entre la fuente y el objeto de estudio, de esta manera, no solo se codifica la señal, sino también se disminuye el número de rayos-X que impactan la muestra, como se puede apreciar en la Figura 18.

3.6.3 HAZ DE CONO 3D CON 9 FUENTES

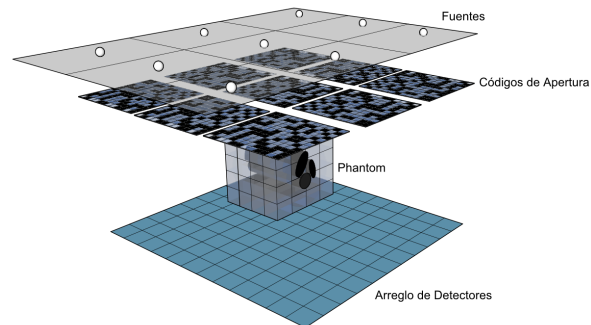
Para realizar una comparación entre la calidad de la reconstrucción y el número de fuentes usadas en un sistema de adquisición de haz en forma de cono se planteo el sistema que se aprecia en la Figura 19.

Figura 19: *Arquitectura con nueve fuentes, con arreglo de detectores y uso de rayo-X en forma de cono (Cone Beam).*



En este sistema se aprecian 9 fuentes distribuidas en forma de arreglo bidimensional, y de igual manera se aprecia un fantasma volumetrico y un arreglo de detectores. Entre las fuentes y el fantasma se ubicaron a manera de simulación las aperturas codificadas, como se aprecia en la Figura 20.

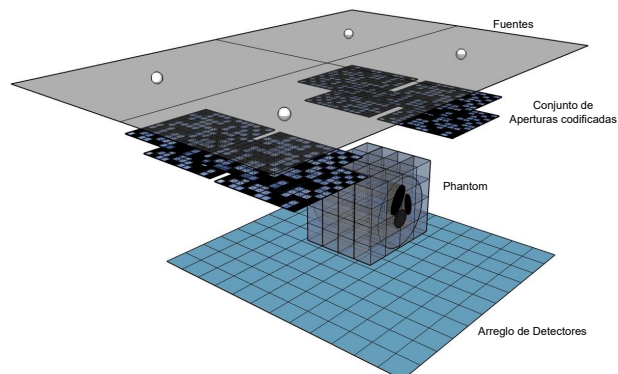
Figura 20: *Arquitectura con nueve fuentes, uso de aperturas codificadas, con matriz de detectores y uso de un sistema en forma de cono (Cone Beam).*



3.6.4 SISTEMA MULTI-CAPTURA

Para realizar la comparación entre la cantidad de fuentes y variar el número de tomas que se realizan en un sistema de cuatro y nueve fuentes, se planteó la simulación de un sistema Multi-captura en el cual se va variando la apertura codificada, se cuenta con dos aperturas codificadas por cada fuente. En la Figura 21 se aprecian cuatro fuentes, con dos aperturas codificadas diferentes cada una, las cuales producen un sistema Multi-captura de 2 muestras por cada fuente.

Figura 21: *Arquitectura con cuatro fuentes, y multi-captura de aperturas codificadas, con arreglo de detectores y uso de rayo-X en forma de cono (Cone Beam).*



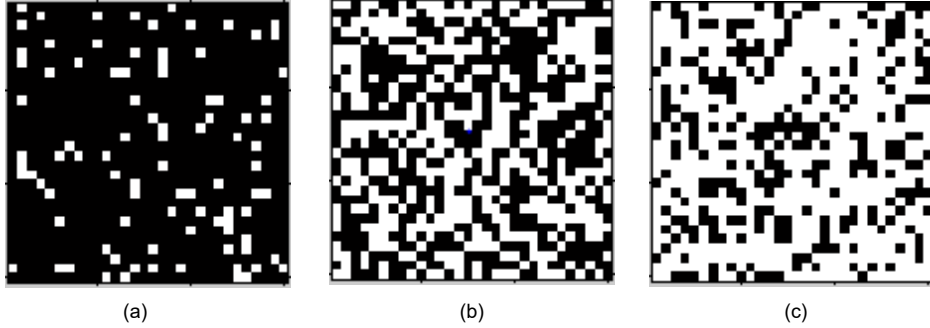
3.7 APERTURAS CODIFICADAS ALEATORIAS, HADAMARD, RUIDO AZUL, Y OPTIMIZADAS

En esta sección se presentan los cuatro patrones que se usaron en las aperturas codificadas para simular los diferentes diseños que se pueden utilizar en una arquitectura de tomografía computarizada en tres dimensiones. Los patrones usados fueron aperturas codificadas randomicas, hadamard, ruido azul y optimizadas con base en la matriz de muestreo.

3.7.1 APERTURAS CODIFICADAS ALEATORIAS

Las entradas de este tipo de aperturas codificadas, pueden ser modeladas como una distribución Bernoulli aleatoria, con parámetro t_r tal que $(\mathbf{T})_{k,j} \sim Be(t_r)$ donde $\mathbf{T} \in \{0,1\}^{n \times n}$. Para visualizar la matriz \mathbf{T} , se consideraron aperturas codificadas de una resolución espacial de 70×70 pixeles, la Figura 22 muestra tres ejemplos de aperturas codificadas con una transmitancia de 10 %, 50 % y de 70 % en las cuales se aprecia que a mayor porcentaje de transmitancia mayor es la cantidad de muestras que se obtienen en el proceso de muestreo.

Figura 22: Aperturas codificadas aleatorias en coordenadas polares con diferentes valores de transmitancia (a) $t_r = 0,1$, (b) $t_r = 0,5$, (c) $t_r = 0,7$.

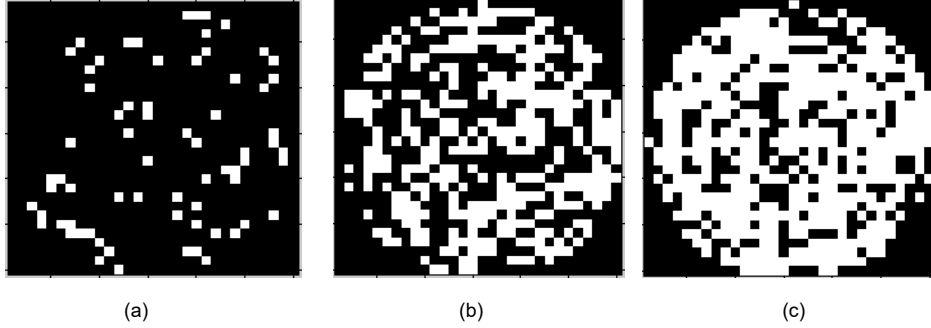


Luego de tener estas aperturas codificadas se hace un cambio de coordenadas polares (r, θ) a coordenadas cartesianas (x, y) , lo cual es propuesto por Brady en [19], se realiza el cambio de coordenadas con las siguientes ecuaciones.

$$x = r \times \cos(\theta), y = r \times \sin(\theta) \quad (3.3)$$

El cambio de coordenadas polares a coordenadas cartesianas genera nuevas aperturas codificadas como se observa en la Figura 23

Figura 23: Aperturas codificadas aleatorias con diferentes valores de transmitancia en coordenadas cartesianas (a) $t_r = 0,1$, (b) $t_r = 0,5$, (c) $t_r = 0,7$.

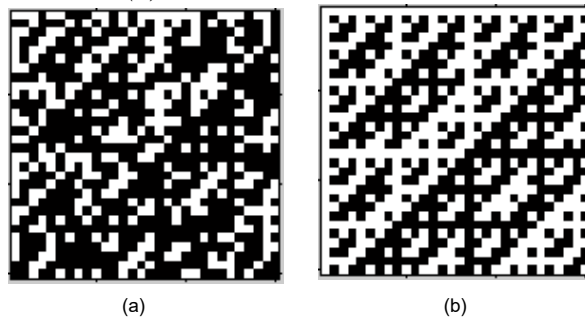


3.7.2 APERTURAS CODIFICADAS HADAMARD

Las aperturas codificadas Hadamard se construye con las matrices de Hadamard las cuales tienen dos características principales: sus entradas son 1 o -1, y sus columnas son ortogonales. Un caso especial de las aperturas codificadas Hadamard es el booleano con la estructura Hadamard, en donde los elementos -1 se sustituyen por 0. Esta estructura puede ser usada para generar aperturas codificadas Hadamard en las que los elementos -1 son sustituidos por elementos 0. Esta transformación cambia la condición de ortogonalidad, pero mantiene la estructura espacial, en este caso la transmitancia se calculó con la ecuación 3.2 obteniendo un valor aproximando de 0.5 de transmitancia.

A partir de estas matrices se obtienen dos aperturas codificadas con un valor de transmitancia específico para cada una como se muestran en la Figura 24.

Figura 24: Aperturas codificadas Hadamard en coordenadas polares con diferentes valores de transmitancia (a) $t_r = 0,3$, (b) $t_r = 0,5$.



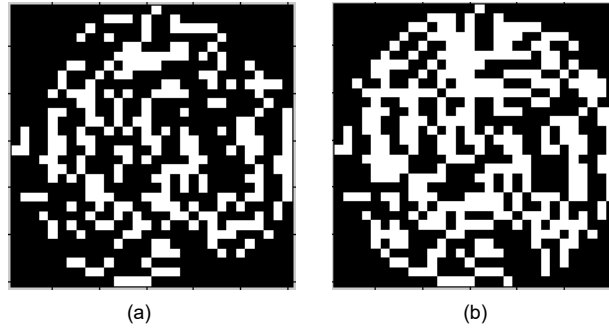
La apertura codificada Hadamard se describe por

$$\mathbf{M} = \frac{\mathbf{H}_a + \mathbf{O}}{2} \circ \mathbf{T} \quad (3.4)$$

Donde \mathbf{H}_a es la matriz Hadamard, \mathbf{O} es una matriz de unos, \mathbf{T} es una apertura codificada aleatoria y \circ es el producto Hadamard. Luego de tener este tipo de aper-

turas codificadas Hadamard se hace un cambio a coordenadas polares y se llevan a estas a coordenadas cartesianas como proponen en Brady en [19] y esto produce las aperturas codificadas que se muestran en la Figura 25

Figura 25: Aperturas codificadas Hadamard en coordenadas cartesianas con diferentes valores de transmitancia (a) $t_r = 0,3$, (b) $t_r = 0,5$.



3.7.3 APERTURAS CODIFICADAS RUIDO AZUL

Los algoritmos de múltiples tonalidades de ruido azul (en inglés multitoning blue-noise), son útiles para la generación de imágenes visualmente agradables al ojo humano, por sus características de homogeneidad e isotropía, las cuales se pueden aplicar para la generación de aperturas codificadas de ruido azul [37]. Estas aperturas codificadas se utilizan para mejorar el muestreo de información en los sistemas multi-captura de tomografía computarizada.

La correlación espectral entre los medios tonos que componen múltiples tonalidades de ruido azul se caracteriza por medio de la coherencia espectral óptima[37]. Dadas las características espacial y espectral de múltiples tonalidades de ruido azul, surge la necesidad de crear algoritmos que generen tales múltiples tonalidades de ruido azul[37].

El modelo de múltiples tonalidades de ruido azul, se obtiene siguiendo un proceso estocástico, el cual genera un patrón de tramado de múltiples tonalidades utilizando tintas de diferente intensidad, comenzando con la más ligera. Un píxel blanco tiene la intensidad 0, mientras que un píxel negro se imprime con intensidad 1. De este modo el motivo de tramado contiene píxeles de diferentes intensidades. Con base en la teoría, para que el modelo de múltiples tonalidades sea óptimo se muestran solo los puntos de diferentes tintas, los cuales deben estar situados de manera correlacionada con el fin de alcanzar el perfil espectral requerido. Un esquema similar se puede aplicar a la síntesis de múltiples tonalidades de imágenes de tonos continuos para asegurar el modelo óptimo. Suponiendo que un parche de tinta tiene una intensidad g se ha de reproducir usando las tintas g_i $|_{i=1}^N$, con una concentración de puntos p_i $|_{i=1}^N$. La intensidad del parche puede ser representada como:

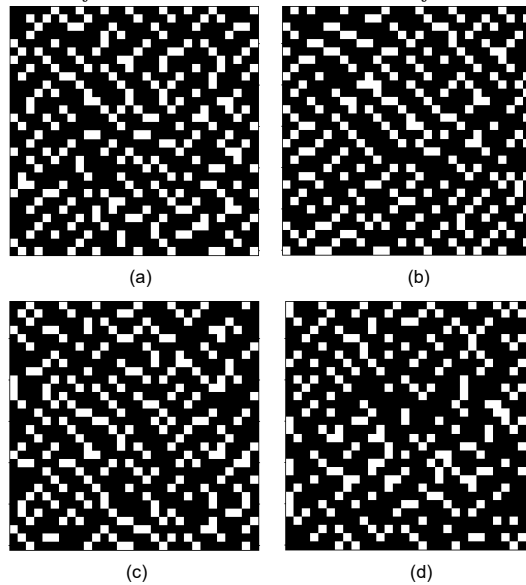
$$g = \sum_{i=1}^N g_i p_i(g) = \sum_{i=1}^N d_i \mu_i(g) \quad (3.5)$$

La distribución de una apertura codificada con buena distancia de separación entre píxeles 1, debe tener la naturaleza no estructurada de ruido sin uniones de varios puntos 1 o 0. Considerando el problema de hacer que un nivel de gris fijo g , con píxeles binarios cuyo período de pixel vertical y horizontal, o de separación, es S . El objetivo es distribuir los píxeles binarios de la forma más homogénea posible. Estos píxeles se separan por una distancia media en dos dimensiones. Esta distancia se llama la longitud de onda principal, para este caso los píxeles cuadrados tendrá el valor de

$$\lambda_g = \begin{cases} S/\sqrt{g} & g \leq 1/2 \\ S/\sqrt{1-g} & g > 1/2 \end{cases} \quad (3.6)$$

En la Figura 26 se puede apreciar las aperturas codificadas generadas con el algoritmo de ruido azul en un sistema de 4 Fuentes.

Figura 26: Aperturas codificadas ruido azul para una configuración de 2×2 fuentes (a)-(d) apertura codificada para cada fuente en un sistema de 4 fuentes.



3.7.4 APERTURAS CODIFICADAS OPTIMIZADAS

Con el fin de reducir el daño que la radiación causada al paciente, se propone una optimización de hardware reduciendo los ángulos de las proyecciones [38]. El sistema presentado cuenta con un arreglo de detectores de dos dimensiones $M = N_1 \times N_2$

y un objeto escaneado con dimensiones $Q = Q_1 \times Q_2 \times Q_3$ donde Q corresponde al número de voxels, Q_1 el número de cortes que tiene dimensión $Q_2 \times Q_3$.

Las aperturas codificadas \mathbf{T}_i generadas de manera randomica pueden ser optimizadas en un sistema de multicaptura donde la apertura codificada \mathbf{T}_i^k es asignada a una fuente i^{th} y una captura k^{th} , bajo los siguientes criterios [39]:

- Criterio 1: Registro uniforme en los detectores: Cada elemento del arreglo de detectores debe muestrear aproximadamente la misma cantidad de información, lo cual indicará que los detectores están muestreando el cubo de estudio de manera uniforme. El vector d^k representa la suma a lo largo de las M filas de la matriz de muestreo. Un elemento del vector d^k representa el número de voxels muestreados por un detector específico [39].
- Criterio 2: Muestreo uniforme de los voxels que comprenden el objeto de estudio: El número de veces que un voxel es muestreado debe ser aproximadamente el mismo para todos los voxels. El vector r^k representa la suma a lo largo de las N columnas de la matriz de muestreo. Un elemento del vector r^k representa el número de veces que un vector específico es muestreado [39].
- Criterio 3: La no correlación de las aperturas codificadas en el sistema de multicaptura: Cuando $K \geq 2$, un conjunto de aperturas codificadas se usa en cada una de las capturas. Con el fin de hacer las aperturas codificadas con baja correlación entre ellas se definió $\mathbf{S}_T = T - U_{N \times NP}$, donde T son las aperturas codificadas, $U_{N \times NP}$ corresponde a una matriz de unos de dimensiones $N \times NP$ y c_3 como la normal l_0 de la matriz \mathbf{S}_T vectorizada, $c_3 = \|\text{vect}(\mathbf{S}_T)\|_0$, por la minimización de c_3 se obtienen las aperturas codificadas no correlacionadas [39].

Basado en estos tres criterios, se define una función de costo para optimizar las aperturas codificadas [39]:

$$\alpha \sum_{m=0}^{M-1} [(\bar{d})_m - m_1]^2 + \beta \sum_{j=0}^{Q-1} [(\bar{r})_j - m_2]^2 + \gamma \cdot c_3 \quad (3.7)$$

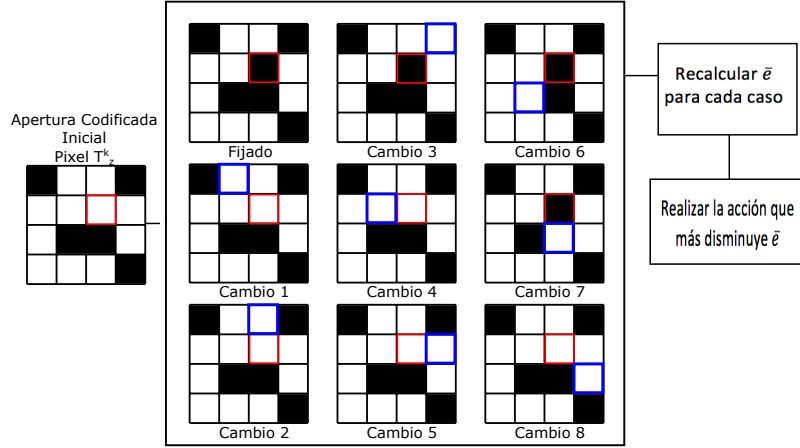
Sujeto a $(\bar{d}_m) > 0$ y $(\bar{r}_j) > 0 \quad \forall \quad m, j$

Donde \bar{d} es el vector de la suma de las filas de la matriz de muestreo, \bar{r} es el vector de la suma de las columnas de la matriz de muestreo, m_1 es la media del número de voxels muestreado en cada detector, m_2 es la media deseada del número de veces que cada voxel es muestreado, $\alpha \approx \frac{1}{M}$ donde M corresponde a la cantidad de detectores, $\beta \approx \frac{1}{Q}$ donde Q corresponde a la cantidad de voxels de la imagen muestreada y $\gamma \approx \frac{1}{MQ}$ corresponde a la suma de los elementos MP [39].

Esta optimización evalúa el efecto que tiene cambiar un pixel de la apertura codificada usando la función de coste previamente descrita. El cambio del pixel se realiza

teniendo en cuenta los vecinos que lo rodean, en donde el pixel seleccionado se cambia por su contrario, por ejemplo si es 1, es cambiado por un 0, posterior a esto si el pixel que se está seleccionando es diferente a uno de sus vecinos, este se cambia como se muestra en la Figura 27.

Figura 27: Proceso de iteración en algoritmo de optimización en el cual se selecciona un pixel y es comparado con sus vecinos para ver cual cambio minimiza la función de coste.



Una vez explicado el proceso de como se realizan los posibles cambios, se aplicó el siguiente algoritmo para la optimización de la apertura codificada, adaptado de [39]:

Algoritmo 1 Optimización de aperturas codificadas

Entrada: Matriz de muestreo binaria \mathbf{H} , Conjunto inicial aleatorio de aperturas codificadas \mathbf{T} .

Salida: Aperturas codificadas optimizadas \mathbf{T} .

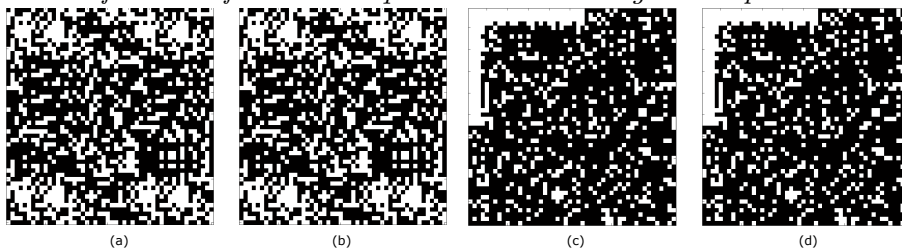
- 1: **mientras** falten pixeles por probar en aperturas codificadas **hacer**
- 2: Evaluar el efecto de los posibles cambios usando la modificación con los 8 píxeles vecinos que posee y el cambio de valor del mismo como se muestra en la Figura 27.
- 3: Realizar el cambio que más reduce \bar{e} donde

$$\bar{e} = \alpha \sum_{m=0}^{M-1} [(\bar{d})_m - m_1]^2 + \beta \sum_{j=0}^{Q-1} [(\bar{r})_j - m_2]^2 + \gamma \cdot c_3$$

- 4: **fin mientras**
 - 5: **devolver** aperturas codificadas \mathbf{T} .
-

Las aperturas codificadas generadas bajo el modelo expuesto para un sistema de dos fuentes con dos capturas se presentan en la Figura 28 .

Figura 28: Aperturas codificadas optimizadas para dos capturas ($K=2$), (a) apertura codificada de fuente central en primera captura, (b) apertura codificada de fuente central en segunda captura, (c) apertura codificada de fuente en esquina del sistema primera captura, (d) apertura codificada de fuente en esquina del sistema segunda captura.



Capítulo 4

Simulaciones y Resultados

En esta sección se presentan los resultados de las simulaciones, se simuló el proceso de medición con el uso de aperturas codificadas. El conjunto de medidas comprimidas fueron simuladas usando el modelo de la ecuación 3.1.

4.1 BASE DE DATOS UTILIZADA

Las imágenes de Tomografía computarizada \mathbf{f} tienen 64×64 píxeles, se seleccionó un fantasma sintético y 5 imágenes de tomografías igualmente espaciadas de dos estudios de tórax disponibles en la base de datos propiedad del grupo de investigación HDSP. En la figura 29 se observan las imágenes adquiridas con un tomógrafo Toshiba, y las simulaciones fueron realizadas en un computador de escritorio con arquitectura compuesta por un procesador Intel i7-4770 de 3.4 GHz, con memoria RAM de 32 GB y ejecutadas sobre Matlab R2014a.

Dentro del software para simulaciones de CT se destaca la herramienta Astra, un paquete Matlab de código abierto desarrollado para tomografía computarizada. El cual permite simular el proceso con distintas geometrías basado en el método de transmisión. Este paquete de Matlab reconstruye la estructura espacial mediante la estimación de coeficientes de atenuación a partir de medidas de intensidad. Astra permite obtener la matriz de muestreo, sobre la cual se aplican las aperturas codificadas para comprobar su funcionamiento.

El fantasma sintético usado es Shepp–Logan phantom el cual se puede apreciar en la figura 29 es una imagen de test estándar creada por Larry Shepp y Benjamin F. Logan el cual cuenta con varias elipses interiores que simulan diferentes densidades. El trabajo de la herramienta comienza con el uso del phantom que corresponde al objeto a escanear y la definición de la geometría de proyección. Con esta información se calculan las proyecciones y se genera el sinograma y la matriz de muestreo. Adicionalmente, se definen las dimensiones, distancias, los ángulos de proyección y el tipo de algoritmo de reconstrucción.

Figura 29: *Phanton Shepp–Logan usado para las simulaciones.*



Luego de realizar las simulaciones con el phantom, se utilizaron imágenes adquiridas con un tomógrafo Toshiba las cuales fueron re-escaladas a un tamaño de 64×64 píxeles para las pruebas como se observa en la Figura 30.

Figura 30: *Imágenes de CT tomadas de un estudio de tórax aplicándole una ventana la cual permite apreciar los tejidos blandos, el corazón y el mediastino, Figura (a)-(d) muestran diferentes profundidades desde la parte superior del tórax igualmente espaciadas.*

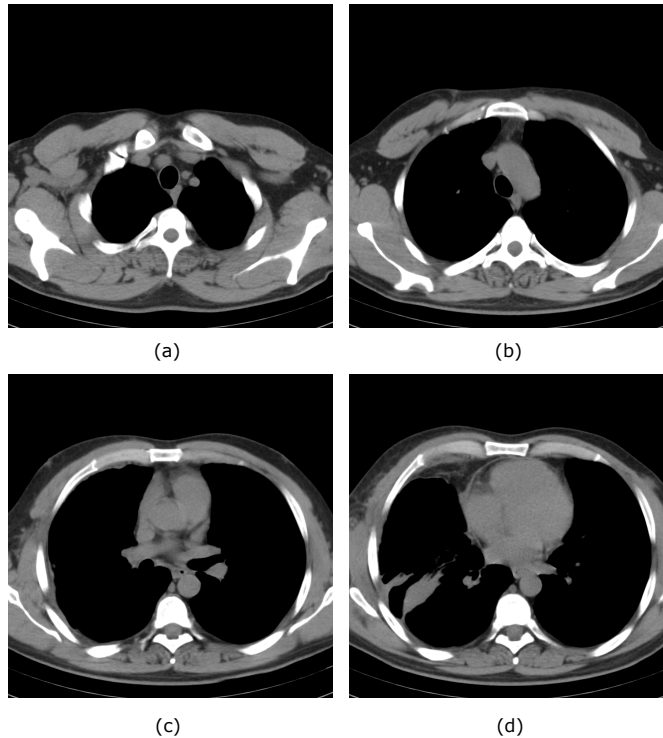
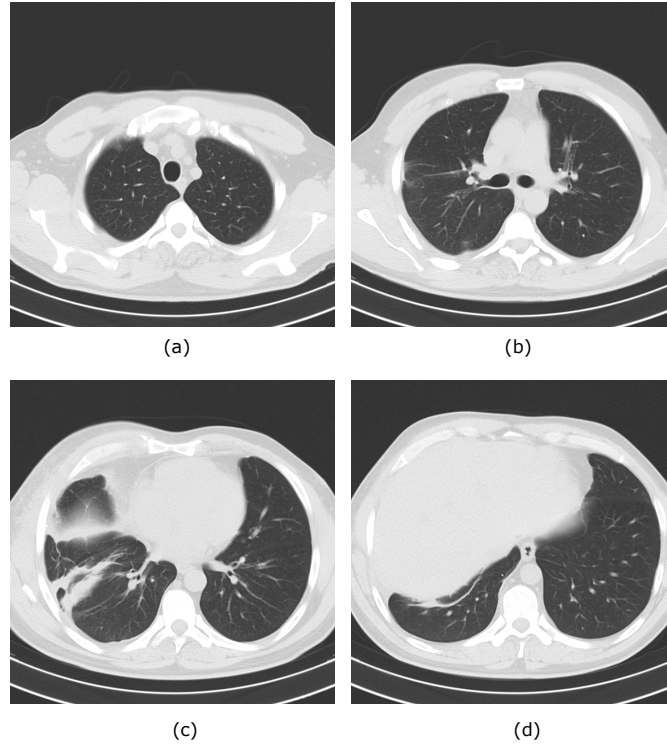


Figura 31: Imágenes de CT tomadas de un estudio de tórax aplicándole una ventana la cual permite apreciar el pulmón, Figura (a)-(d) muestran diferentes profundidades desde la parte superior del tórax igualmente espaciadas.



4.2 ANÁLISIS DE RUIDO

Las simulaciones realizadas incluyen análisis con y sin ruido. Las simulaciones sin ruido muestran el sistema de CT funcionando de manera ideal. Dichas simulaciones muestran resultados teóricos y son importantes como referencia y punto de comparación. Cuando se agrega el ruido se simulan las condiciones reales de funcionamiento, por tanto, las simulaciones con ruido muestran el comportamiento del sistema acorde un escenario real. El ruido adicionado corresponde a ruido blanco con $SNR = 10dB$. El SNR es la tasa de energía de la señal sobre la energía del ruido, se define como $SNR = \left(\frac{P_s}{P_n}\right)$, el cual puede ser expresado en decibelios como $SNR_{dB} = 10\log_{10}\left(\frac{P_s}{P_n}\right)$.

4.3 RECONSTRUCCIÓN A PARTIR DE CAPTURAS COMPRI-MIDAS CON ARQUITECTURA HAZ DE ABANICO EN 2D

La simulación del proceso de muestreo y las reconstrucciones se realizaron en el software Matlab con el paquete Astra de código abierto para tomografía [28]. Se simuló la arquitectura bidimensional y se definió la geometría de haz de abanico.

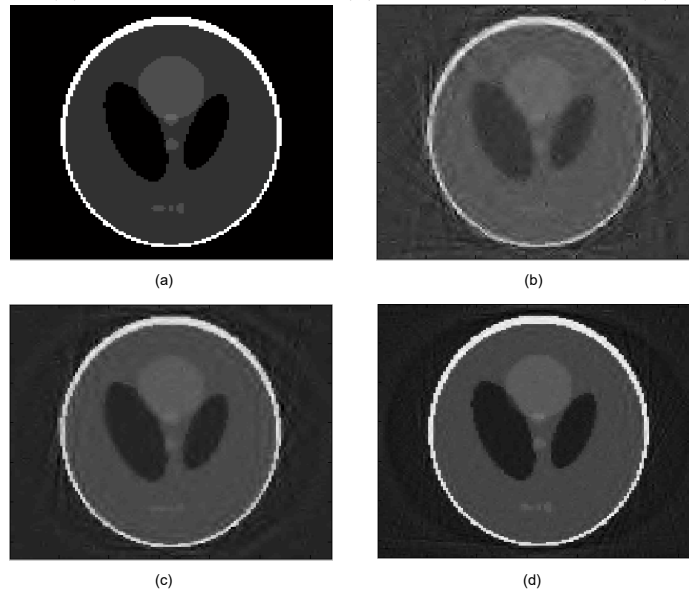
Tabla 1: PSNR promedio en arquitectura haz de abanico, reconstrucción con GPSR, 250 iteraciones

Transmitancia %	PSNR Promedio (GPSR) [dB]	PSNR Promedio con ruido [dB]
70	30,03	29,79
50	26,41	25,59
20	21,51	21,48

Con esta información se calcularon las proyecciones y se generaron los sinogramas. Adicionalmente se definieron las dimensiones, la distancia, los ángulos de proyección y el tipo de algoritmo de reconstrucción en este caso se uso GPSR.

La Figura 32 (a) muestra una sección transversal del cubo original de un fantasma, la Fig. 35 (b) muestra la reconstrucción usando 70 % de transmitancia, la Figura 35 (c) muestra la reconstrucción usando 50 % de transmitancia y la Fig. 35 (d) muestra la reconstrucción usando 70 % de transmitancia.

Figura 32: Imágenes de fantasma sintético simulado con diferente nivel de transmitancia. (a) Imagen original, (b) Trasmitancia 20 %, (c) Trasmitancia 50 %, (d) Trasmitancia 70 %



En las simulaciones realizadas con el haz de abanico en una arquitectura dos dimensiones como la que se muestra en la Figura 15 se obtuvieron los resultados de PSNR que se consolidan en la Tabla 1, Tabla 2 y Tabla 3 las cuales presentan los resultados promedio de diez simulaciones con el algoritmo de GPSR con 250, 500 y 1000 iteraciones:

Los resultados de reconstrucción de diferentes secciones transversales en las cuales se aprecia el pulmón, se presentan en la Figura 33, en la columna (a) se encuentran las secciones transversales originales y en la columna (b) se encuentran las secciones

Tabla 2: PSNR promedio en arquitectura haz de abanico, reconstrucción con GPSR, 500 iteraciones

Transmitancia %	PSNR Promedio (GPSR) [dB]	PSNR Promedio con ruido [dB]
70	33,20	32,67
50	28,48	28,04
20	21,64	20,68

Tabla 3: PSNR promedio en arquitectura haz de abanico, 1000 iteraciones

Transmitancia %	PSNR Promedio (GPSR) [dB]	PSNR Promedio (GPSR) con ruido [dB]
70	33,58	32,53
50	28,99	27,72
20	21,75	20,82

transversales reconstruida con una transmitancia de 70 %.

Los resultados de reconstrucción de tejidos blandos, se presentan en la Figura 34, se aprecian los resultados de diferentes secciones transversales, en la Figura 34 (a) se encuentran las secciones transversales originales y en la Figura 34 (b) se encuentran las secciones transversales reconstruida con una transmitancia de 70 %.

4.4 RECONSTRUCCIÓN A PARTIR DE CAPTURAS COMPRI-MIDAS CON ARQUITECTURA HAZ DE CONO CON APER-TURAS CODIFICADAS RANDOMICAS

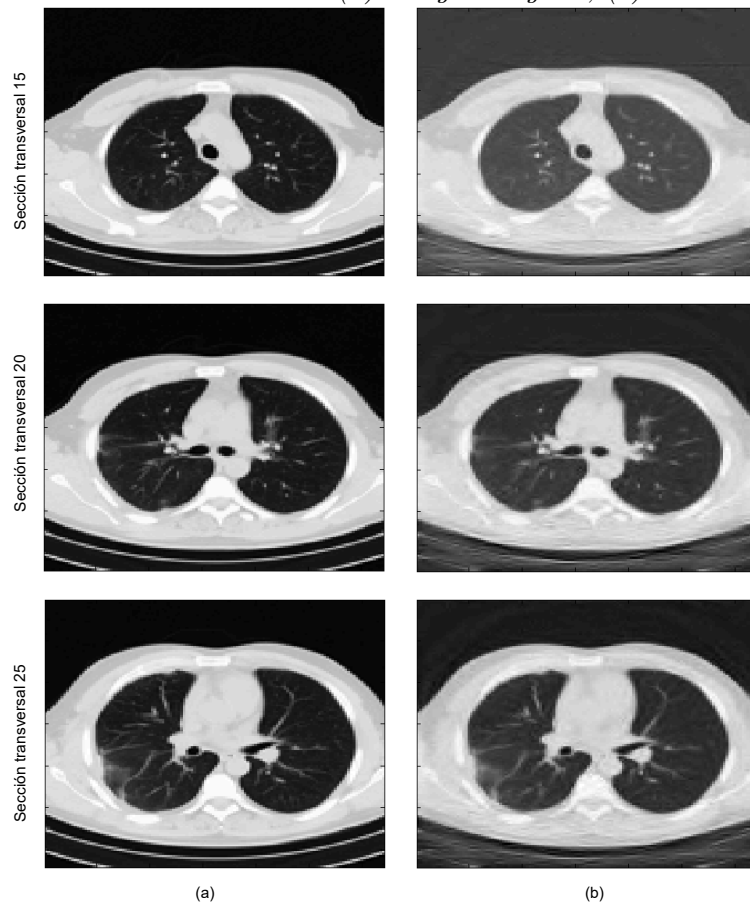
Se realizaron simulaciones con arquitectura de cuatro y nueve fuentes ubicadas en forma de arreglo sobre un objeto tridimensional, los resultados de PSNR se consoli-dan en la Tabla 4:

En la Figura 35 se aprecia la sección transversal de un fantasma sintético con un

Tabla 4: Aperturas Códificadas en con diferente numero de fuentes en forma de arreglo y rayo-X en forma de cono, con diferentes niveles de transmitancia

Número de Fuentes	Transmitancia %	PSNR Promedio [dB]	PSNR Promedio con ruido [dB]
3x3	80	32,3721	31,2281
3x3	50	29,8972	28,6760
3x3	20	26,8435	25,3899
2x2	80	24,4978	23,3469
2x2	50	23,7614	22,3150
2x2	20	22,6438	21,0781

Figura 33: Secciones transversales de tórax original en las cuales se aprecia el pulmón y reconstruida con 70 % de transmitancia. (a) Imagen original, (b) Transmitancia 70 %



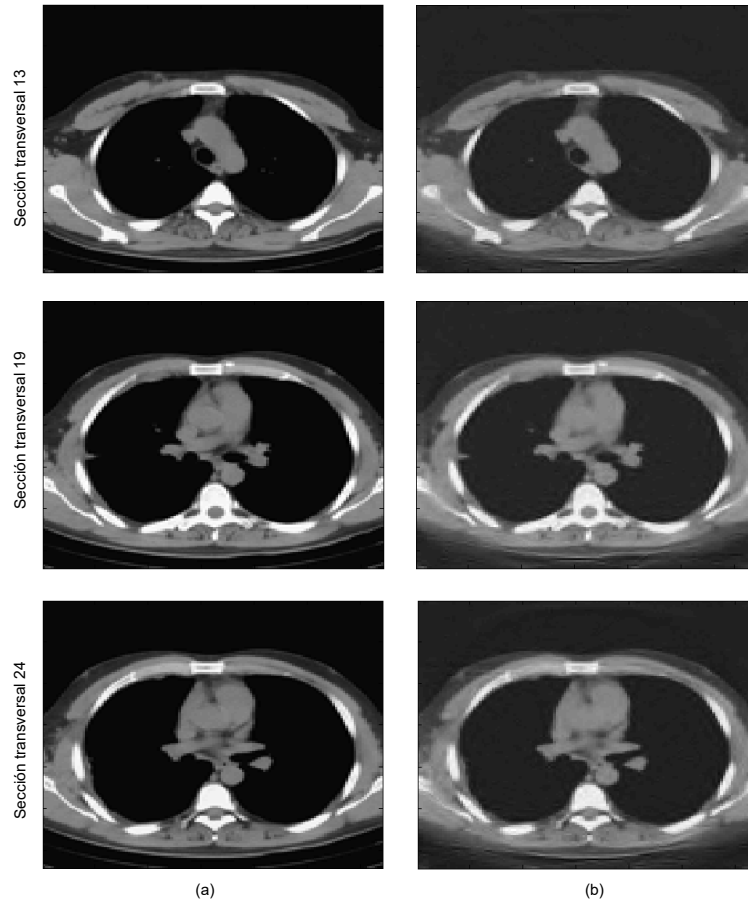
arreglo de 3×3 fuentes y diferentes porcentajes de transmitancia, mientras que en la Figura 36 se puede apreciar el resultado de reconstrucciones realizadas de un fantasma sintético con una arreglo de 2×2 fuentes

4.5 RECONSTRUCCIÓN A PARTIR DE CAPTURAS COMPRI-MIDAS CON ARQUITECTURA HAZ DE CONO CON APER-TURAS RANDOMICAS CON MULTI-CAPTURA

En la Tabla 5 se muestra el promedio de los resultados de las reconstrucciones usando aperturas randomicas multicapa con una, dos y tres capas de aperturas codificadas por fuente, estas simulaciones fueron realizadas con la arquitectura de 2×2 fuentes.

En la Figura 37 se muestra los resultados de un corte de tórax con una ventana aplicada para apreciar mejor el pulmón de un paciente al cual le fue aplicado las diferentes aperturas codificadas planteadas con una transmitancia de 50 %.

Figura 34: Secciones transversales de tórax original en las cuales se puede apreciar reconstrucción de tejidos blandos y reconstruida con 70 % de transmitancia. (a) Imagen original, (b) Trasmitancia 70 %



4.6 RECONSTRUCCIÓN A PARTIR DE CAPTURAS COMPRI- MIDAS CON ARQUITECTURA HAZ DE CONO CON APER- TURAS CODIFICADAS BINARIAS, HADAMARD Y OPTI- MIZADAS

La Tabla 6 muestra el promedio de reconstrucción usando como medida la relación PSNR (peak signal to noise ratio), las aperturas codificadas randomicas es comparado contra las aperturas codificadas Hadamard, ruido azul y optimizadas. Las pruebas muestran que los códigos de apertura randomicas tienen un comportamiento similar a las aperturas codificadas Hadamard, mientras que las aperturas ruido azul y optimizadas tienen un mejor comportamiento.

La Tabla 7 se aprecian los resultados de las simulaciones con las diferentes aperturas codificas empleando ruido $SNR=10[dB]$

Figura 35: Secciones transversales de fantasma sintético con un arreglo de 3×3 fuentes y diferentes porcentajes de transmitancia. (a) Imagen original, (b) Trasmítancia 70 %, (c) Trasmítancia 50 %, (d) Trasmítancia 20 %

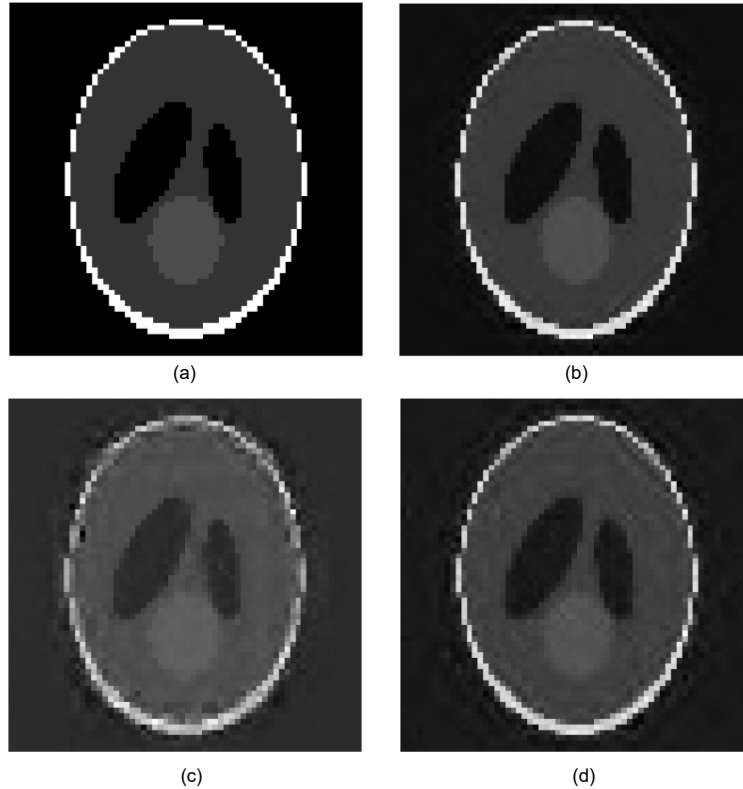


Tabla 5: Promedio de reconstrucción con arquitectura multicapa

Número de aperturas por fuente	PSNR Apertura Codificada Multicapa [dB]	PSNR Multicapa con ruido [dB]
1	23,7614	22,6657
2	23,9583	22,7263
3	26,8235	25,2872

En la Figura 38 se muestran los resultados de un corte de tórax con una ventana aplicada para apreciar los tejidos blandos de un paciente con el cual se utilizaron las diferentes aperturas codificadas planteadas con una transmitancia de 50 %.

Figura 36: Secciones transversales de fantasma sintético con un arreglo de 2×2 fuentes y diferentes porcentajes de transmitancia. (a) Imagen original, (b) Trasmítancia 70 %, (c) Trasmítancia 50 %, (d) Trasmítancia 20 %

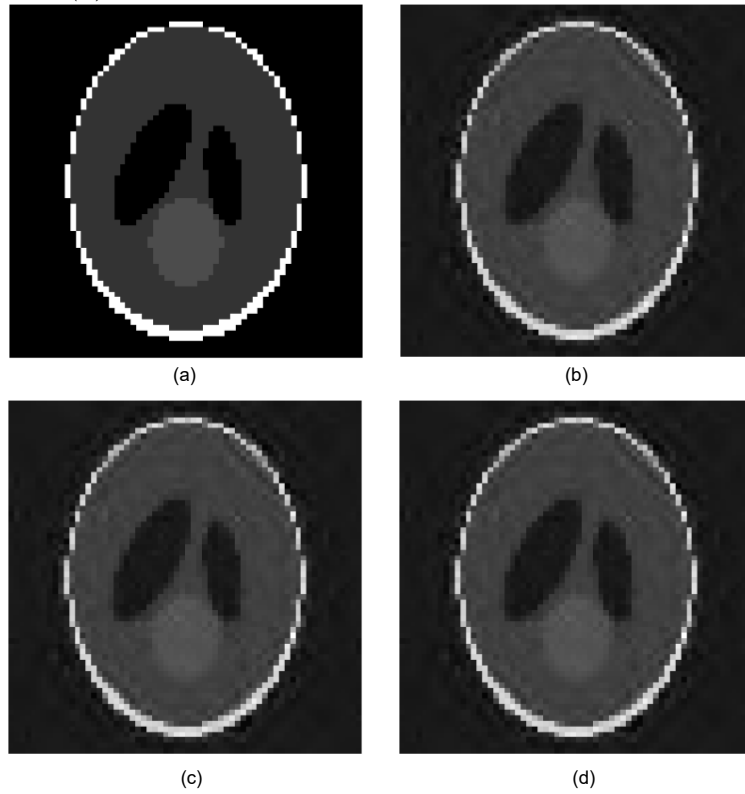


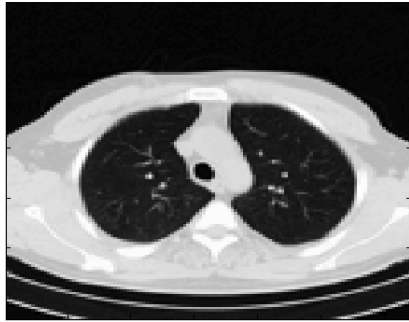
Tabla 6: Comparación PSNR [dB] aperturas codificadas Aleatorias, Hadamard, Ruido azul y Optimizadas

Número de fuentes	Aleatorias	Hadamard	Ruido azul	Optimizadas
4	23,5614	23,5823	25,4897	26,3423
9	26,8972	27,7865	28,5471	29,6984

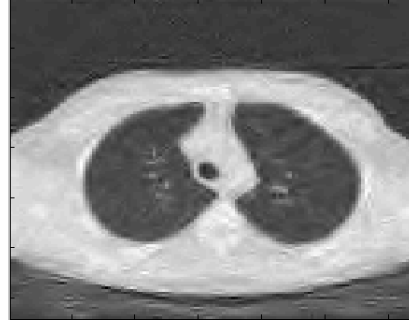
Tabla 7: Comparación PSNR [dB] con ruido de aperturas codificadas Aleatorias, Hadamard, Ruido azul y Optimizadas

Número de fuentes	Aleatorias	Hadamard	Ruido azul	Optimizadas
4	22,3150	22,2570	24,1439	25,6909
9	25,3392	26,4140	26,9699	28,2201

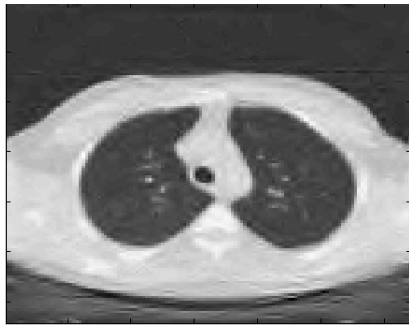
Figura 37: Sección transversal con ventana para apreciar pulmón, con diferentes número de aperturas codificadas por fuente, (a) Imagen Original, (b) Una apertura codificada por fuente, (c) Dos apertura codificada por fuente, (d) Tres apertura codificada por fuente.



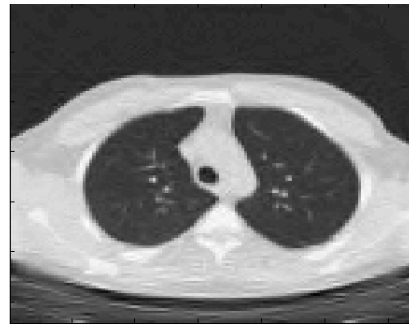
(a)



(b)

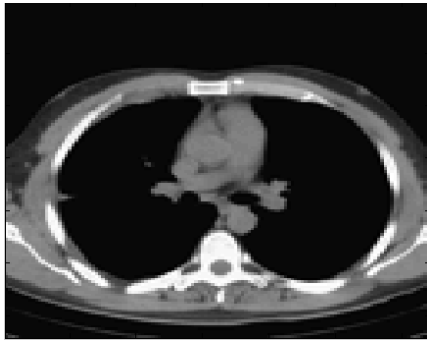


(c)

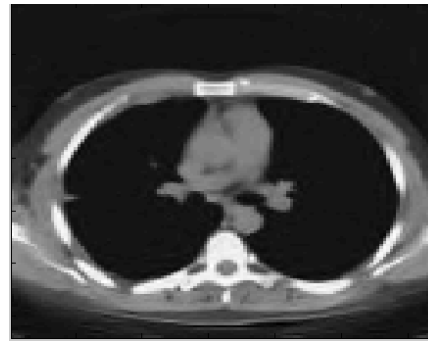


(d)

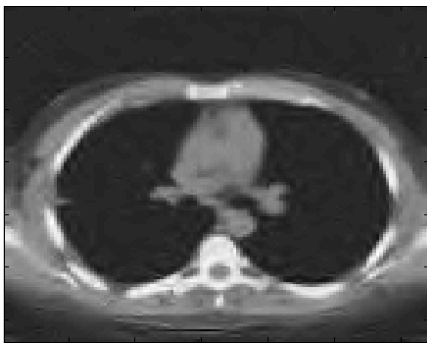
Figura 38: Sección transversal con ventana para apreciar tejidos blandos, con diferentes aperturas codificadas usadas (a) Imagen Original, (b) Apertura codificada binaria, (c) Apertura codificada Hadamard, (d) Apertura codificada ruido azul, (e) Apertura codificada mejorada.



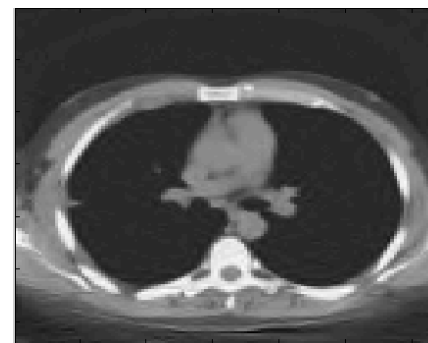
(a)



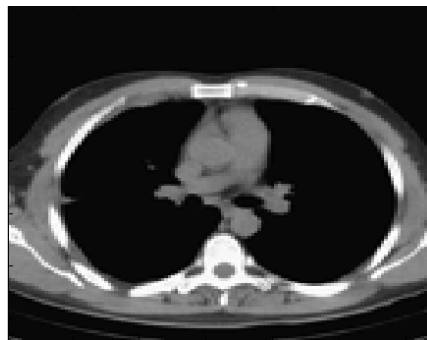
(b)



(c)



(d)



(e)

Capítulo 5

Conclusiones, Contribuciones y Trabajos Futuros

5.1 CONCLUSIONES

- La inclusión de aperturas codificadas entre la fuente y el objeto en una arquitectura haz de abanico de tomografía computarizada permitió disminuir la cantidad de rayos-X en un 30 %, conservando la calidad de las imágenes reconstruidas en el orden de 32 [dB] de PSNR.
- Se adaptaron las aperturas codificadas tipo Hadamard y ruido azul a una arquitectura de tomografía computarizada tipo haz de cono, con resultados de reconstrucción en el orden de 28 [dB] de PSNR.
- Se diseñaron aperturas codificadas a partir de la distribución de la matriz de muestreo para mejorar los resultados de reconstrucción. Las aperturas codificadas diseñadas tiene un mejor desempeño, con reconstrucciones de hasta 29,6 [dB], en comparación con las aperturas tradicionales tipo ruido azul con 28,5 [dB] y las Hadamard con 27,7 [dB].
- Este trabajo contribuye a la investigación en el desarrollo de dispositivos de tomografía computarizada que implementen el uso de aperturas codificadas, buscando la reducción de la cantidad de medidas y la dosis de radiación en un examen diagnóstico de tomografía computarizada.

5.2 CONTRIBUCIONES

- Presentación y divulgación ante la comunidad científica de los resultados en una conferencia científica en Universidad de los Andes, Colombia en VIII Seminario Internacional de Ingeniería Biomédica, con la ponencia titulada “Compressive computer tomography image reconstruction from a single pixel measurement.”
- Presentación de los resultados mediante poster titulado “Compressive Computer Tomography Image Reconstruction Used Coded Aperture Binary and Hadamard” en conferencia científica realizada en Varsovia, Polonia en 19th SIS World Congress On Breast Health Care and the National Congress of the Polish Society for Breast Cancer Research “Falenty 2016 ”
- Participación en la elaboración y presentación de la propuesta de investigación titulada Diseño y simulación de una arquitectura de tomografía computarizada para el sensado compresivo de imágenes de rayos-X, para la convocatoria interna VIE-UIS.
- Participación en la elaboración y presentación de la propuesta de investigación titulada Diseño y simulación de una arquitectura de un solo detector en tomografía computarizada, para el muestreo compresivo de imágenes de rayos-X, para la convocatoria interna VIE-UIS.
- Colaboración proyecto “Técnicas avanzadas de imágenes en medios porosos para la caracterización no intrusiva de roca e incremento del factor de recobro en campos de crudo pesado, y campos maduros de crudos convencionales” Convocatoria 531-2011 Programas Estratégicos I+D+I Colciencias Ecopetrol.

5.3 TRABAJOS FUTUROS

- Se espera la realización de un proyecto para optimización de los códigos de apertura usados en el sistema de adquisición de imágenes de tomografía computarizada. Este sistema permitirá la optimización y reducción de rayos-X que se utilizan para reconstruir la estructura interna de el objeto de estudio.

Referencias Bibliográficas

- [1] Thorsten M. Buzug. *Computed Tomography: From Photon Statistics to Modern Cone-Beam CT*. Capítulo: Algebraic and Statistical Reconstruction Methods, Springer Science & Business Media, p. 201–238, ISBN 978-3-540-39407-5, 2008.
- [2] H Strecker. Automatic detection of explosives in airline baggage using elastic X-ray scatter. [En línea] Consultado: 24/08/16. https://static.aminer.org/pdf/PDF/000/319/995/automatic_collimation.pdf, 42(2):30–33, 1998.
- [3] C. Cozzini, S. Olesinski, and G. Harding. Modeling scattering for security applications: A multiple beam X-Ray Diffraction Imaging system. *2012 IEEE Nuclear Science Symposium and Medical Imaging Conference Record (NSS/MIC)*, pages 74–77, October 2012.
- [4] F Smith. *Industrial Applications of X-Ray Diffraction, The Practice of Diffraction Analysis*. Taylor & Francis, Editado por: F Chung, D Smith, September 1999.
- [5] Silvia Pani, Emily Cook, Julie Horrocks, Leah George, Sheila Hardwick, and Robert Speller. Modelling an Energy-Dispersive X-Ray Diffraction System for Drug Detection. *IEEE Transactions on Nuclear Science*, 56(3):1238–1241, June 2009.
- [6] Julie M Miller, Carlos E Rochitte, Marc Dewey, Armin Arbab-Zadeh, Hiroyuki Niinuma, Ilan Gottlieb, Narinder Paul, Melvin E Clouse, Edward P Shapiro, John Hoe, Albert C Lardo, David E Bush, Albert de Roos, Christopher Cox, Jeffery Brinker, and João a C Lima. Diagnostic performance of coronary angiography by 64-row CT. *The New England journal of medicine*, 359(22):2324–36, November 2008.
- [7] Gilbert L Raff, Michael J Gallagher, William W O’Neill, and James a Goldstein. Diagnostic accuracy of noninvasive coronary angiography using 64-slice spiral computed tomography. *Journal of the American College of Cardiology*, 46(3):552–7, August 2005.
- [8] Deborah A Quinn, Thomas A Sos, H Dirk Sostman, Victor F Tapson, Thomas W Wakefield, John G Weg, Pamela K Woodard, and Pioped Ii. Multi-

- detector Computed Tomography for Acute Pulmonary Embolism. *The New England journal of medicine*, pages 2317–2327, 2006.
- [9] Soren Blau, Shelley Robertson, and Marnie Johnstone. Disaster victim identification: new applications for postmortem computed tomography. *Journal of forensic sciences*, 53(4):956–61, July 2008.
- [10] Gary A Borkan, David E Hulst, Stephen G Gerzof, Alan H Robbins, and Cynthia K Silbert. Age Changes in Body Composition Revealed by Computed Tomography. *Journal of Gerontology*, 38(6):673–677, November 1983.
- [11] R J Fajardo and R Müller. Three-dimensional analysis of nonhuman primate trabecular architecture using micro-computed tomography. *American journal of physical anthropology*, 115(4):327–36, August 2001.
- [12] Michael J Thali, Ulrike Taubenreuther, Marek Karolczak, Marcel Braun, Walter Brueschweiler, Willi a Kalender, and Richard Dirnhofer. Forensic micro-radiology: micro-computed tomography (Micro-CT) and analysis of patterned injuries inside of bone. *Journal of forensic sciences*, 48(6):1336–42, November 2003.
- [13] M.J. Thali, K. Yen, W. Schweitzer, P. Vock, C. Ozdoba, and R. Dirnhofer. Into the decomposed body—forensic digital autopsy using multislice-computed tomography. *Forensic Science International*, 134(2-3):109–114, July 2003.
- [14] Manuel Kellinghaus, Ronald Schulz, Volker Vieth, Sven Schmidt, and Andreas Schmeling. Forensic age estimation in living subjects based on the ossification status of the medial clavicular epiphysis as revealed by thin-slice multidetector computed tomography. *International journal of legal medicine*, 124(2):149–54, March 2010.
- [15] M Uda, G. Demortier, and I Nakai. *X-rays for Archaeology*. Importance of insitu measurements in the Preservation and Conservation of Material Culture. p. 27–53, Springer Netherlands, ISBN 978-1-4020-3581-4, 2005.
- [16] P. Tafforeau, R. Boistel, E. Boller, a. Bravin, M. Brunet, Y. Chaimanee, P. Cloetens, M. Feist, J. Horszowska, J.-J. Jaeger, R.F. Kay, V. Lazzari, L. Marivaux, a. Nel, C. Nemoz, X. Thibault, P. Vignaud, and S. Zabler. Applications of X-ray synchrotron microtomography for non-destructive 3D studies of paleontological specimens. *Applied Physics A*, 83(2):195–202, February 2006.
- [17] Nitin Kothari, Yogesh K. Bhatshvar, Abhishek Katariya, and Shilpa Kothari. 3D Image Reconstruction Using X-Rays for CT Scan. *2011 International Conference on Computational Intelligence and Communication Networks*, pages 6–10, October 2011.

- [18] National Research Council to Assess Health Risks from Exposure to Low Levels of Ionizing Radiation. *Health Risks from Exposure to Low Levels of Ionizing Radiation: BEIR VII Phase 2*. The National Academies Press, 2006.
- [19] David J Brady, Daniel L Marks, Kenneth P MacCabe, and Joseph a O’Sullivan. Coded apertures for x-ray scatter imaging. *Applied optics*, 52(32):7745–54, 2013.
- [20] P. P. Vaidyanathan. Generalizations of the sampling theorem: Seven decades after Nyquist. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*, 48(9):1094–1109, 2001.
- [21] EJ Candès. Compressive sampling. *Proceedings of the International Congress of Mathematicians*, Madrid, Sp, 2006.
- [22] E.J. Candes and M.B. Wakin. An Introduction To Compressive Sampling. *IEEE Signal Processing Magazine*, 25(2):21–30, 2008.
- [23] G. Arce and H. Arguello. Rank minimization code aperture design for spectrally selective compressive imaging. *IEEE Trans. image Process.*, 22:941–954, 2013.
- [24] Massimo Fornasier and Holger Rauhut. Compressive Sensing. *En Handbook of mathematical methods in imaging*. Springer New York, pages 1–49, April 2010.
- [25] Emmanuel Candes, Justin Romberg, and Terence Tao. Stable Signal Recovery from Incomplete and Inaccurate Measurements. 40698:1–15, 2005.
- [26] Stephen J Wright, Robert D Nowak, Senior Member, and Mário A T Figueiredo. Sparse Reconstruction by Separable Approximation. 57(7):2479–2493, 2009.
- [27] Mario a. T. Figueiredo, Robert D. Nowak, and Stephen J. Wright. Gradient Projection for Sparse Reconstruction: Application to Compressed Sensing and Other Inverse Problems. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 1(4):586–597, December 2007.
- [28] iMinds-VisionLab from the University of Antwerp. ASTRA Tomography Toolbox documentación, 2010.
- [29] D. Brady. *Optical Imaging and Spectroscopy*. John Wiley & Sons, 2009.
- [30] S. Gottesman Fenimore and E. New family of binary arrays for coded aperture imaging,. *Appl. Opt*, 28:4344–4352, 1989.
- [31] M. Harwit Sloane and N. J. Hadamard Transform Optics. *Acad. Press*, 1979.
- [32] H. Arguello, H. Rueda, Y. Wu, W. Prather, and G. Arce. Higher-order computational model for coded aperture spectral imaging. *Appl. Opt*, 52:D12–D21, 2013.

- [33] A. Veeraraghavan, R. Raskar, A. Agrawal, A. Mohan, and J. Tumblin. Dappled photography: Mask enhanced cameras for heterodyned light fields and coded apertures refocusing. *ACM Trans. Graph*, 26, 2007.
- [34] Yan Kaganovsky, Daheng Li, Andrew Holmgren, HyungJu Jeon, Kenneth P MacCabe, David G Politte, Joseph A O’Sullivan, Lawrence Carin, and David J Brady. Compressed sampling strategies for tomography. *J. Opt. Soc. Am. A*, 31(7):1369–1394, July 2014.
- [35] David J Brady, Nikos P Pitsianis, and Xiaobai Sun. Reference structure tomography. *Journal of the Optical Society of America. A, Optics, image science, and vision*, 21(7):1140–7, July 2004.
- [36] P. MacCabe, Andrew D. Holmgren, Martin P. Tornai, and David J. Brady. Snapshot 2D tomography via coded aperture x-ray scatter imaging. *Applied Optics*, 52(19):4582–4589, 2013.
- [37] J Bacca Rodríguez, G R Arce, and D L Lau. Blue-Noise Multitone Dithering. 17(8):1368–1382, 2008.
- [38] I Reiser and S Glick. *Tomosynthesis Imaging*. Imaging in Medical Diagnosis and Therapy. Taylor & Francis, 2014.
- [39] Angela P. Cuadros, Christopher Peitsch, Henry Arguello, and Gonzalo R. Arce. Coded aperture optimization for compressive X-ray tomosynthesis. *Optics Express*, 23(25):32788, 2015.

Bibliografía

ARCE, G., & ARGUELLO, H. Rank minimization code aperture design for spectrally selective compressive imaging. *IEEE Trans. Image Process.*, 22, 941–954, 2013.

BATENBURG, K. J., & SIJBERS, J. DART: a practical reconstruction algorithm for discrete tomography. *IEEE Transactions on Image Processing : A Publication of the IEEE Signal Processing Society*, 20(9), 2542-2553, 2011.

CANDES, E. J., & WAKIN, M. B. An Introduction To Compressive Sampling. *IEEE Transactions on Image Processing: A Publication of the IEEE Signal Processing Society*, 25(2), 21-30, 2008

CANDES, E., ROMBERG, J., & Tao, T. Stable Signal Recovery from Incomplete and Inaccurate Measurements, 40698, 1–15, 2006.

CUADROS, A. P., PEITSCH, C., ARGUELLO, H., & Arce, G. R. Coded aperture optimization for compressive X-ray tomosynthesis. *Optics Express*, 23(25), 2015.

FABIAN, H., CHACÓN, R., & FUENTES, H. A. Spatial super-resolution in coded aperture- based optical compressive hyperspectral imaging systems Super-resolución espacial en sistemas ópticos hiperespectrales de compresión basados en aperturas codificadas, 7–18, 2013.

FIGUEIREDO, M. , NOWAK, R. D., & WRIGHT, S. J. Gradient Projection for Sparse Reconstruction: Application to Compressed Sensing and Other Inverse Problems. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 1(4), 586–597, 2007.

KELLINGHAUS, M., SCHULZ, R., Vieth, V., Schmidt, S., & Schmeling, A. Forensic age estimation in living subjects based on the ossification status of the medial clavicular epiphysis as revealed by thin-slice multidetector computed tomography. *International Journal of Legal Medicine*, 124(2), 149–54, 2010.

PANI, S., COOK, E., HORROCKS, J., George, L., Hardwick, S., & Speller, R. Modelling an Energy-Dispersive X-Ray Diffraction System for Drug Detection. *IEEE Transactions on Nuclear Science*, 56(3), 1238–1241, 2009.

RAFF, G. L., GALLAGHER, M. J., O'Neill, W. W., & Goldstein, J. a. Diagnostic accuracy of noninvasive coronary angiography using 64-slice spiral computed tomography. *Journal of the American College of Cardiology*, 46(3), 552–7, 2005