

**MODELADO DE UN SISTEMA OPTOELECTRÓNICO PARA LA
CODIFICACIÓN DE DATOS A TRAVÉS DEL MOMENTO ANGULAR
ORBITAL DE LA LUZ.**

Carlos Fernando Díaz Meza

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO-MECÁNICAS
ESCUELA DE INGENIERÍAS ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA Y DE
TELECOMUNICACIONES
MAESTRÍA EN INGENIERÍA ELECTRÓNICA
BUCARAMANGA
2012**

**MODELADO DE UN SISTEMA OPTOELECTRÓNICO PARA LA
CODIFICACIÓN DE DATOS A TRAVÉS DEL MOMENTO ANGULAR
ORBITAL DE LA LUZ.**

Carlos Fernando Díaz Meza

**Tesis presentada como requisito para optar al título de magíster en
ingeniería electrónica.**

**Director:
DOetTS. Yezid Torres Moreno**

**Codirector:
MsC.Ing. Jaime Guillermo Barrero Pérez**

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO-MECÁNICAS
ESCUELA DE INGENIERÍAS ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA Y DE
TELECOMUNICACIONES
MAESTRÍA EN INGENIERÍA ELECTRÓNICA
BUCARAMANGA
2012**

DEDICATORIA

La presente obra se la dedico a Dios....Fuente universal de Amor.

A mi Madre Graciela y a mi Padre Alirio.

A mis Hermanos, Cristhian James y Sandra Paola.

A mis Amig@s.

A Quienes tocaron mi vida y tuvieron que partir.

Trusk...Y no te Conformes con este Mundo, sino Transfórmalo Renovando tu
Mente....Para que Compruebes como es el camino de Dios...Agradable y
Perfecto. Romanos (12:2)

AGRADECIMIENTOS

Mis agradecimientos primeramente a Dios, por darme la oportunidad de realizar mis estudios.

A mi Madre Graciela por ser inspiración, A mi Padre Alirio por ser ejemplo de responsabilidad.

A mis Hermanos, Cristhian James y Sandra Paola, por enseñarme el valor de la esperanza y la constancia.

Al profesor Yezid Torres Moreno, por compartir su tiempo como persona, docente y amigo.

Al profesor Jaime Guillermo Barrero por compartir su tiempo y consejos.

RESUMEN

TÍTULO: MODELADO DE UN SISTEMA OPTOELECTRÓNICO PARA LA CODIFICACIÓN DE DATOS A TRAVÉS DEL MOMENTO ANGULAR ORBITAL DE LA LUZ *

AUTOR: CARLOS FERNANDO DÍAZ MEZA **

PALABRAS CLAVE: Momento angular orbital entero, Codificación de datos, Carga topológica, Vórtice óptico, Dislocación de fase

El presente trabajo expone el modelado y la validación teórico experimental de un sistema optoelectrónico que explota la propiedad del momento angular orbital entero de la luz (**MAO**) para codificar un dato de tres bits. Como primera instancia se resumen los conceptos básicos de los haces Laguerre Gauss (**LG**), luego se parte de un diagrama de bloques que describe cada uno de los componentes de la arquitectura; el haz láser irradiado y la estructura generadora de la propiedad física de interés que asigna el respectivo estado de información transferir.

Se simularon en la plataforma Matlab 2009a los tres principales esquemas matemáticos con el potencial de codificar el conjunto de datos sobre el MAO entero definido, se seleccionó justificadamente el holograma generado por computador y se realizó uno nuevo incluyéndole una carga topológica a la función de transmitancia expuesta por Brown y Lohmann en 1969. A partir de este último se ejecutaron modificaciones con el modelo y el campo lejano resultante, para obtener el efecto *blazed* y/o la producción mixta de frentes de onda con la dislocación de fase asociada al MAO entero de luz.

Seguidamente se realizó la validación teórico-experimental por medio del método de interferencia y cuantificación de la distancia radial de los modos generados. Se puso en marcha el setup del modelo planteado con un láser de 532 nm colimado y una pantalla de cristal líquido (LCD) translúcida, sobre la cual se despliegan los respectivos hologramas e incide el campo irradiado, por consiguiente se propagaron sobre el espacio libre los ocho vórtices ópticos asociados a un alfabeto específico y se decodificaron los frentes de onda por medio del procesamiento matemático propuesto de las imágenes adquiridas.

* Proyecto de Grado de Maestría en Ingeniería Electrónica.

**Facultad de Ingenierías Físico-Mecánicas, Escuela de Ingenierías Eléctrica, Electrónica y de Telecomunicaciones, Director: Yezid Torres Moreno. Codirector: Jaime Guillermo Barrero Pérez

ABSTRACT

TITLE: OPTOELECTRONIC SYSTEM MODELING FOR ENCODING DATA THROUGH THE ORBITAL ANGULAR MOMENTUM OF LIGHT.*

AUTHOR: CARLOS FERNANDO DÍAZ MEZA. **

KEYWORDS: Orbital Angular Momentum of Light, Encoding Data, Topological Charge, Optical Vortex, Phase Dislocation.

This work presents the modeling, and the teorical and experimental validation of an optoelectronic system that uses the integer orbital angular momentum of light (**OAM**) to encode a three bits data. Primarily summarizes the basic concepts of the Laguerre-Gauss (**LG**) beams, then a block diagram describes the architecture system: the laser beam device and the structure selecting the physical property of interest, that assigned the respective state information to transfer.

Were simulated in MATLAB 2009a, three main mathematical models, with the potential to encode a defined dataset on **OAM** of light. Has been justified and selected the computer genereted hologram (**CGH**) as the best solution and made new one including a topological charge in the transmittance function exposed by Brown and Lohmann in 1969. With the implemented changes on the model, a far blazed field efect and the mixed production of wavefronts with the phase dislocation associated to property of interest, is obtained.

Subsequently, was made a experimental validation through interference between the **OAM** beam and a reference plane wave and the measure the radial distance of modes generated. The proposed device works with a conditioned 532nm semiconductor laser and transmissive liquid cristal display (**LCD**), where are deployed on the holograms for the incoming electromagnetic beam. Finally eight optical vortices associated to specific alphabet, were propagated in the free space and later than, the wavefronts are decoded with the proposed mathematical processing on the acquire images with a **CCD** camera.

*Master Thesis.

**Physics Mechanical Engineering Faculty. Electric, Electronics and Telecommunications School, Master Advisor: Yezid Torres Moreno. Co_Advisor: Jaime Guillermo Barrero Pérez

CONTENIDO

Introducción.....	16
1. Marco teórico y formulación.....	17
1.1 Formulación.....	20
2. Análisis teórico matemático de los modos HG y LG.....	22
2.1 Estructura de los modos HG.....	23
2.2 Estructura de los modos LG.....	29
3. Modelado computacional del codificador de datos que emplea la propiedad del momento angular orbital definido.....	35
3.1 Espacio de trabajo.....	36
3.2 Láser incidente.....	36
3.3 Convertidor a modos LG.....	37
3.3.1 Transformación de modos HG a LG por medio de convertidores astigmáticos.....	37
3.3.2 Generación de modos LG por medio de una lámina de fase.....	38
3.3.3 Producción optoelectrónica por medio de un holograma generado por computador.....	40
3.4 Estructura final.....	43
4. Validación teórico experimental.....	53
4.1 Validación teórica.....	53
4.2 Validación experimental.....	57
4.2.1 Convertidor de modos LG.....	57
4.2.2 Modelo de discriminación de carga topológica.....	71
5. Codificación y decodificación.....	77
6. Conclusiones y observaciones.....	82
7. Referencias.....	88
Anexos.....	91

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Componentes estándar de la capa física de un sistema de comunicación.....	20
Figura 2. Solución específica a Modelar.....	21
Figura 3. Corte longitudinal de la distribución espacial de un haz.....	22
Figura 4. Intensidad del Modo $A(x, y)_{n=0, m=0}^{HG}$. Simulación realizada sobre Matlab	24
Figura 5. Corte transversal de la intensidad del modo fundamental.....	24
Figura 6. Parte real del modo $A(x, y)_{n=0, m=0}^{HG}$	25
Figura 7. Parte imaginaria del modo $A(x, y)_{n=0, m=0}^{HG}$	25
Figura 8 Intensidad del Modo $A(x, y)_{n=1, m=0}^{HG}$, Simulación realizada en Matlab. 25	25
Figura 9. Amplitud del modo $A(x, y)_{n=1, m=0}^{HG}$, Simulación realizada en Matlab . 26	26
Figura 10. Parte real del modo $A(x, y)_{n=1, m=0}^{HG}$, Simulación realizada en Matlab.	26
Figura 11. Parte imaginaria del modo $A(x, y)_{n=1, m=0}^{HG}$, Simulación realizada en Matlab	27
Figura 12. Fase del modo $A(x, y)_{n=0, m=0}^{HG}$, Simulación realizada en Matlab.....	27
Figura 13. Contribución del polinomio $H_n \left(\frac{\sqrt{2}x}{w(z)} \right)$ con $n = 1$. Simulación realizada en Matlab	28
Figura 14. Máscara bidimensional generada por el polinomio $H_n \left(\frac{\sqrt{2}x}{w(z)} \right)$ con $n = 1$. Simulación realizada en Matlab	28
Figura 15. Contribución del polinomio $H_m \left(\frac{\sqrt{2}y}{w(z)} \right)$ con $m = 0$. Simulación realizada en Matlab	28
Figura 16. Intensidad del modo $A(r, \varphi)_{l=1, p=0}^{LG}$, Simulación realizada en Matlab.. ..	30
Figura 17. Corte transversal de la intensidad del modo $A(r, \varphi)_{l=1, p=0}^{LG}$, Simulación realizada en Matlab	30
Figura 18. Fase del modo $A(r, \varphi)_{l=1, p=0}^{LG}$, Simulación realizada en Matlab	31
Figura 19. Parte real del modo $A(r, \varphi)_{l=1, p=0}^{LG}$, Simulación realizada en Matlab 31	31
Figura 20. Parte imaginaria del modo $A(r, \varphi)_{l=1, p=0}^{LG}$, Simulación realizada en Matlab	32
Figura 21. Intensidad del modo $A(r, \varphi)_{l=1, p=1}^{LG}$, Simulación realizada en Matlab.	32
Figura 22. Corte transversal de la intensidad del modo $A(r, \varphi)_{l=1, p=1}^{LG}$, Simulación realizada en Matlab	32
Figura 23. Contribución del polinomio de Laguerre puro en el modo $A(r, \varphi)_{l=1, p=1}^{LG}$, Simulación realizada en Matlab	33
Figura 24. Fase del modo $A(r, \varphi)_{l=1, p=1}^{LG}$, Simulación realizada en Matlab	33

Figura 25. Parte real del modo $A(\mathbf{r}, \varphi)_{l=1,p=1}^{LG}$, Simulación realizada en Matlab..	34
Figura 26. Parte imaginaria del modo $A(\mathbf{r}, \varphi)_{l=1,p=1}^{LG}$, Simulación realizada en Matlab.	34
Figura 27. Patrón helicoidal del frente en propagación y configuración transversal de un haz con momento angular orbital entero definido.....	35
Figura 28. Esquema general del codificador de datos en el momento angular orbital entero definido de un haz en propagación	35
Figura 29. Composición interna de la configuración optoelectrónica	36
Figura 30. (a) Perfil del rayo incidente HG_{00} planteado, (b) Estructura interna del colimador, (c) Perfil del haz colimado	37
Figura 31. Simulación del modelo matemático de expansión polinomial de un haz LG para convertidores astigmáticos.....	38
Figura 32. Plato fase con paso s	39
Figura 33. Intensidad (izquierda) y Fase (derecha) del modo resultante en campo lejano con $l = 1$	39
Figura 34. Intensidad (izquierda) y Fase (derecha) del modo resultante con $l = 3$, en campo lejano	40
Figura 35. Intensidad (izquierda) y Fase (derecha) del modo resultante con $l = 6$, en campo lejano	40
Figura 36. Ejemplo de un holograma de amplitud generado con carga topológica $l = 1$	41
Figura 37. Intensidad del modo resultante (izquierda) en campo lejano y detalle del holograma con carga topológica $l = 1$ (derecha).....	42
Figura 38. Intensidad del modo resultante (izquierda) en campo lejano y detalle holograma con carga topológica $l = 4$ (derecha)	42
Figura 39. Intensidad del modo resultante (izquierda) en campo lejano y detalle holograma con carga topológica $l = 7$ (derecha)	42
Figura 40. Composición del codificador optoelectrónico	44
Figura 41. Modo $A(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z} = \mathbf{0}) HG_{00}$	44
Figura 42. Holograma en amplitud generado con carga topológica $l = 4$	45
Figura 43. Simulación de $A(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z} = \mathbf{0})_{resultante}$. inmediatamente después del holograma.....	45
Figura 44. Simulación del campo lejano resultante del proceso de difracción .	46
Figura 45. Holograma en amplitud generado a partir de la nueva función $T1(\mathbf{x}, \mathbf{y})$, con carga topologica $l = 3$	47
Figura 46. Simulación de la configuración transversal de campo con MAO $l = 3$, generada a partir de $T1(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ de la figura 45, privilegiando el orden de difraccion $n = -1$	48
Figura 47. Simulación de la configuración transversal de campo con MAO $l = 3$, generada a partir de $T1(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ de la figura 45, privilegiando el orden de difraccion $n = 1$	48
Figura 48. Simulación de la asignación del dato sobre el MAO de la luz	49

Figura 49. Simulación de la intensidad de los modos con MAO entero definido situados espacialmente en el eje optico del haz incidente	50
Figura 50. Holograma en amplitud generado a partir de la expresión $T2(x, y)$ con carga topologica $l = 3$	50
Figura 51. Holograma en amplitud generado a partir de la superposicion de las funciones $T1x, y + T2(x, y)$ con carga topologica $l = 7$ y $l = 3$	51
Figura 52. Simulación del campo lejano con cuatro vórtices ópticos con distinto MAO.....	51
Figura 53. Esquema teórico de campo lejano con dos vórtices ópticos de distinto MAO, generados a partir de $T1(x, y)$	54
Figura 54. Esquema teórico de campo lejano con dos impulsos desplazados generados a partir de la función moduladora $cos(2\pi xd)$	55
Figura 55. Esquema teórico de la superposición de dos modos con distinto MAO, resultante de la convolución entre los impulsos desplazados y los vórtices ópticos generados a partir de $T1(x, y)$	55
Figura 56. Simulación de la intensidad del modo resultante del proceso de interferencia de dos frentes de onda con MAO $l2 = 3$ y $l1 = -3$	56
Figura 57. Simulación de la intensidad del modo resultante del proceso de interferencia de dos frentes de onda con MAO $l2 = 4$ y $l1 = -4$	56
Figura 58. Simulación de la intensidad del modo resultante del proceso de interferencia de dos frentes de onda con MAO $l2 = 5$ y $l1 = -5$	57
Figura 59. Ángulos de orientación experimentales del polarizador	58
Figura 60. Ángulos de orientación experimentales del analizador	59
Figura 61. Potencias promedio sobre un conjunto de medida registradas en el medidor de potencia a diversos ángulos según la indexación del dato	59
Figura 62. Distribución experimental de la curva de contraste a las tensiones especificadas, potencia promedio vs niveles de grises y barras de residuales.	60
Figura 63. Residuales experimentales resultantes de la totalidad de las pruebas de linealidad efectuadas	61
Figura 64. Distribución experimental de la curva de contraste definitiva para la operación de la LCD a las tensiones especificadas, Potencia promedio vs niveles de grises y barras de residuales.....	61
Figura 65. Holograma de amplitud $T1(x, y)$ desplegado sobre la LCD con carga topológica $l = 7$	62
Figura 66. Intensidad experimentalmente obtenida para el modo resultante con MAO $l = 7$	62
Figura 67. Configuración de campo transversal con MAO $l = 7$ adecuada según el ajuste de las dimensiones de $T1(x, y)$, obtenido experimentalmente y en condiciones de registro diferentes a las de la figura 66.....	63
Figura 68. Puntos muestreados y sus respectivos radios a lo largo de la circunferencia del vórtice óptico.....	63

Figura 69. Desviaciones estándar en pixeles de los radios de quince modos con MAO entero definido l	64
Figura 70. Distribuciones espaciales de luz experimentales con MAO entero definido asociadas al respectivo alfabeto binario establecido en la sección 3.4 del presente texto.	65
Figura 71. Intensidad del modo obtenido experimentalmente del proceso de interferencia de dos frentes de onda con MAO $l_2 = 3$ y $l_1 = -3$	66
Figura 72. Intensidad del modo obtenido experimentalmente del proceso de interferencia de dos frentes de onda con MAO $l_2 = 4$ y $l_1 = -4$	66
Figura 73. Intensidad del modo obtenido experimentalmente del proceso de interferencia de dos frentes de onda con MAO $l_2 = 5$ y $l_1 = -5$	66
Figura 74. Radio promedio segmentado de la intensidad del modo experimental con MAO $l = 7$	67
Figura 75. Simulación de la intensidad del modo $A(r, \varphi, z = 0)_{l=7, p=0}^{LG}$	68
Figura 76. Perfil de la simulación teórica de la intensidad y radio del modo $A(r, \varphi, z = 0)_{l=7, p=0}^{LG}$	68
Figura 77. Radios promedio obtenidos experimentalmente y teóricos obtenidos por simulación numérica vs Carga topológica	69
Figura 78. Distancias radiales tanto teórico-experimentales como modeladas vs Carga topológica	70
Figura 79. Magnitud de la diferencia de los radios teórico-experimentales y resultantes del modelo cuadrático vs Carga topológica.....	71
Figura 80. Interpolación de datos experimentales y ajuste a una expansión matemática en serie de McLaurin de grado 3 y sus residuales	72
Figura 81. Interpolación de datos experimentales y ajuste a una expansión matemática en serie de McLaurin de grado 4 y sus residuales.	72
Figura 82. Interpolación de datos experimentales y ajuste a una expansión matemática en serie de McLaurin de grado 5 y sus residuales	73
Figura 83. Interpolación de datos experimentales y ajuste a una expansión matemática en serie de McLaurin de grado 6 y sus residuales	73
Figura 84. Interpolación de datos experimentales y ajuste a una expansión matemática en serie de McLaurin de grado 7 y sus residuales	74
Figura 85. Interpolación de datos experimentales y ajuste a una expansión matemática en serie de McLaurin de grado 8 y sus residuales.	74
Figura 86. Transferencia de datos codificados sobre el MAO entero definido.	78
Figura 87. Codificación y proyección experimental de la palabra “HOLA” sobre la unidad decodificadora	79
Figura 88. Modelo funcional experimental del codificador sobre ocho MAO's enteros definidos.	86

LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Factores de escala para la distribución de los radios teóricos	69
Tabla 2. Norma de residuales según el grado del modelo interpolado.....	75
Tabla 3. Alfabeto asignado para los distintos modos con MAO entero definido.	77
Tabla 4. Distancia radial de los modos transferidos y MAO decodificado.	80
Tabla 5. Resultados experimentales del MAO entero definido codificado y decodificado.....	80

LISTA DE ANEXOS

Anexo A. Algunas configuraciones HG	91
Anexo B. Algunas configuraciones LG	93
Anexo C. Algunas configuraciones de campo transversal generadas a través del modelo desarrollado.....	98

INTRODUCCIÓN

La luz es una manifestación de radiación electromagnética que diariamente se encuentra presente de forma directa o indirecta en todas las actividades conocidas por el ser humano; ésta proporciona energía, forma imágenes, aísla o activa circuitos eléctricos, controla el tránsito vehicular, establece comunicaciones e incluso sostiene toda la cadena alimenticia entre otras dinámicas.

En las anteriores situaciones, en muchas otras y en la mayoría de ellas el recurso más común a aprovechar es la intensidad y/o el contenido cromático de la luz. Sin embargo existen otras propiedades de esta onda electromagnética visible, que pueden ser explotadas actualmente para resolver distintas problemáticas y generar diversas aplicaciones desde el campo de la ingeniería.

El momento angular orbital de la luz es una propiedad física debida a la rotación del frente de onda de un haz luminoso sobre su eje de propagación, que recientemente se está utilizando para atrapar y trasladar átomos, transferir cantidad de movimiento e incluso ofrecer la posibilidad de codificar información.

Es esta última aplicación en la cual se centra el trabajo de investigación, pues se busca establecer un modelo matemático que permita generar la gama de singularidades de fase suficientes asociadas a la variable física de interés, para codificar un dato en una base numérica distinta a la binaria. Esto como un primer aporte con el fin de llegar con una expectativa a mediano plazo, a incrementar tanto la tasa de transferencia como la seguridad de la información a nivel de capa física.

A lo largo del presente proyecto no solo se plantea el modelo de la arquitectura optoelectrónica capaz de codificar un dato de tres bits, sino que también se valida de manera teórico experimental, suministrando además de la simulación de la estructura matemática basada en la óptica de Fourier, un sistema funcional para la optimización y construcción de un prototipo, el cual será de gran utilidad para Universidad Industrial de Santander en materia de conocimiento y desarrollo de nuevas técnicas para este y nuevos campos acción entre las ingenierías y ciencias básicas.

1. MARCO TEÓRICO Y FORMULACIÓN

Como bien se sabe son las ecuaciones de Maxwell en un espacio libre de cargas y corrientes, las que rigen la electrodinámica de los campos en propagación [1].

$$\nabla \cdot \vec{E} = 0 \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (2)$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\partial \vec{B} / \partial t \quad (3)$$

$$\nabla \times \vec{B} = \left(\frac{1}{c^2}\right) (\partial \vec{E} / \partial t) \quad (4)$$

Siendo de las anteriores descripciones físico-matemáticas de donde se deriva la ecuación de onda (5).

$$\nabla^2 \vec{E} - \left(\frac{1}{c^2}\right) \partial^2 \vec{E} / \partial t^2 = 0 \quad (5)$$

Y satisfacen la anterior expresión los campos electromagnéticos descritos de la forma:

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = A(\vec{r}) e^{j(kz \pm wt \pm \varphi(\vec{r}))} \hat{u} \quad (6)$$

$$\vec{E}_{imag}(\vec{r}, t) = A(\vec{r}) \text{Sen}(kz \pm wt \pm \varphi(\vec{r})) \hat{u} \quad (7)$$

$$\vec{E}_{real}(\vec{r}, t) = A(\vec{r}) \text{Cos}(kz \pm wt \pm \varphi(\vec{r})) \hat{u} \quad (8)$$

Donde $A(\vec{r})$ es la amplitud espacial en el frente de onda, w la frecuencia angular, φ la fase espacial, t el tiempo, k el número de onda, z la distancia de propagación y \hat{u} el vector unitario indicando la dirección en la que vibra el campo electromagnético polarizado linealmente.

Ahora al trasladar la ecuación de onda (5), al dominio fasorial

$$\nabla^2 \vec{E}(\vec{r}) - \left(\frac{1}{c^2}\right) (jw)^2 \vec{E}(\vec{r}) = 0 \quad (9)$$

$$\nabla^2 \vec{E}(\vec{r}) + k^2 \vec{E}(\vec{r}) = 0 \quad (10)$$

Se obtiene (10), la denominada ecuación escalar de Helmholtz.

Considerando la descripción general de onda [2] en el dominio de la frecuencia como:

$$\vec{E}(\vec{r}) = A(\vec{r}) e^{-jkz} \hat{u} \quad (11)$$

y al reemplazarla en (10)

$$\nabla^2 [A(\vec{r}) e^{-jkz}] + k^2 [A(\vec{r}) e^{-jkz}] = 0 \quad (12)$$

$$e^{-jkz} \left[\frac{\partial^2 A(\vec{r})}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A(\vec{r})}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 A(\vec{r})}{\partial z^2} \right] - j2k \frac{\partial A(\vec{r})}{\partial z} e^{-jkz} = 0 \quad (13)$$

Se tiene la ecuación paraxial de Helmholtz.

$$\nabla^2 A(\vec{r}) - j2k \frac{\partial A(\vec{r})}{\partial z} = 0 \quad (14)$$

Ahora, sí se considera que las variaciones transversales del campo $A(\vec{r})$ son muy pequeñas conforme a la distancia recorrida z , se puede acotar que;

$$\left[\frac{\partial^2 A(\vec{r})}{\partial z^2} \right] \ll \frac{\partial^2 A(\vec{r})}{\partial x^2} \text{ ó } \frac{\partial^2 A(\vec{r})}{\partial y^2} \text{ ó } j2k \frac{\partial A(\vec{r})}{\partial z} \quad (15)$$

(14), se transforma en la aproximación paraxial de onda.

$$\nabla_{\perp}^2 A(\vec{r}) - j2k \frac{\partial A(\vec{r})}{\partial z} = 0 \quad (16)$$

Donde ∇_{\perp}^2 es el Laplaciano transversal a la dirección de propagación, para este caso en particular el plano (x, y)

Un láser como fuente de luz coherente tanto en espacio como en frecuencia, cumple con la aproximación paraxial de onda si su configuración de campo transversal o modo, no varía significativamente conforme el haz se propaga [3].

En ese orden de ideas, son las expresiones teórico matemáticas de los haces Hermite-Gauss (**HG**) y Laguerre-Gauss (**LG**) soluciones paraxiales que satisfacen la ecuación (16), donde las diferencias se sustentan principalmente en el hecho de que las HG se formulan en simetría cartesiana y las LG en simetría cilíndrica, llevando junto consigo un término $e^{jl\varphi}$ de distribución acimutal [4].

La ecuación que rige la configuración de campo transversal de los haces tipo **HG** [5], está dada como:

$$A(x, y, z)_{nm} = \frac{C_o \cdot w_o}{z_r \cdot w(z)} \cdot e^{-\frac{(x^2+y^2)}{w^2(z)}} \cdot H_n\left(\frac{\sqrt{2} \cdot x}{w(z)}\right) \cdot H_m\left(\frac{\sqrt{2} \cdot y}{w(z)}\right) \cdot e^{-j\left[\frac{k(x^2+y^2)}{2R(z)} - \tan^{-1}\left(\frac{z}{z_r}\right) \cdot (n+m+1)\right]} \quad (17)$$

$$C_o = \sqrt{\frac{2}{\pi n! m!}} 2^{-(n+m)/2} \quad (18)$$

Por otra parte, resolviendo (16) y haciendo que:

$$r^2 = x^2 + y^2 \quad (19)$$

$$\varphi = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) \quad (20)$$

$$\nabla_{\vec{r}}^2 A(\vec{r}) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \frac{\partial A(\vec{r})}{\partial r} \right] + \frac{1}{r^2} \frac{\partial A(\vec{r})}{\partial \varphi^2} \quad (21)$$

Se obtiene la expresión general para los haces tipo **LG** [5] de la forma:

$$A(r, \varphi, z)_{lp} = \frac{C_1 \cdot w_0}{z_r \cdot w(z)} \cdot e^{\frac{-r^2}{w^2(z)}} \cdot L_p^l \left(\frac{2r^2}{w^2(z)} \right) \cdot \left(\frac{\sqrt{2} \cdot r}{w(z)} \right)^l \cdot e^{-j \left[\frac{kr^2}{2R(z)} + \tan^{-1} \left(\frac{z}{z_r} \right) \cdot (l+p+1) \right]} \cdot e^{-jl\varphi} \quad (22)$$

$$C_1 = \sqrt{\frac{2p!}{\pi(l+p)!}} \quad (23)$$

Donde los parámetros n, m y l, p de las ecuaciones (17-18,22-23) indican las configuraciones modales del láser, l el índice acimutal, p el índice radial, w_0 el "beam waist" o cintura del haz (para la cual se define $z=0$), z_r el rango de Rayleigh, $w(z)$ el radio del haz en función de la distancia de propagación, $R(z)$ el radio del frente de onda, H_n las funciones Hermitte y L_p^l los polinomios generalizados de Laguerre.

Ahora bien, todas las ondas electromagnéticas (incluidas las tratadas con anterioridad) incidentes sobre cualquier superficie o partícula, ejercen una presión de radiación debida a la interacción entre energía y materia, dando lugar a una transferencia de momento [6].

La densidad de momento lineal \vec{P} y angular total \vec{J} del campo electromagnético en mención, se encuentran asociados a su vector de Poynting $\vec{\phi}$ y a su posición \vec{r} , tal como se expresa a continuación.

$$\vec{\phi} = \frac{1}{\mu_0} (\vec{E} \times \vec{B}) \quad (24)$$

$$\vec{P} = \int \epsilon_0 (\vec{E} \times \vec{B}) ds \quad (25)$$

$$\vec{J} = \int \epsilon_0 (\vec{r} \times (\vec{E} \times \vec{B})) ds \quad (26)$$

El momento angular total \vec{J} consta de dos partes para el caso de la aproximación paraxial; \vec{S} relacionada al spin y \vec{L} al momento angular orbital [2].

$$\vec{J} = \vec{S} + \vec{L} \quad (27)$$

El momento angular spin es una propiedad física asociada al estado de polarización del láser [7-8], donde a nivel cuántico, en una visión clásica, cada

uno de los fotones del haz giran sobre sí mismos de forma aleatoria, de tal manera que el vector rotación esta en dirección paralela y/o contraria al eje sobre el cual se propaga el haz.

Al igual que el spin, el momento angular orbital (**MAO**) también es una propiedad física, pero a diferencia del primero, este se presenta en la dinámica rotacional del frente de onda del campo electromagnético del haz [7], el cual produce un patrón helicoidal único en su distribución espacial de luz y a escala cuántica, una rotación de fotones alrededor del eje de propagación [9].

1.1 FORMULACIÓN

El desarrollo de tecnologías a nivel de capa física en las telecomunicaciones se encamina principalmente en dar soluciones a diversas necesidades, tales como el incremento de una cobertura, el aumento de una tasa de transferencia de datos o la búsqueda de un alto grado de confidencialidad entre otros aspectos.

El hardware que convencionalmente integran estos diversos sistemas de comunicaciones consta de componentes básicos tales como un codificador, un decodificador y un canal, así como se representa en la figura 1.

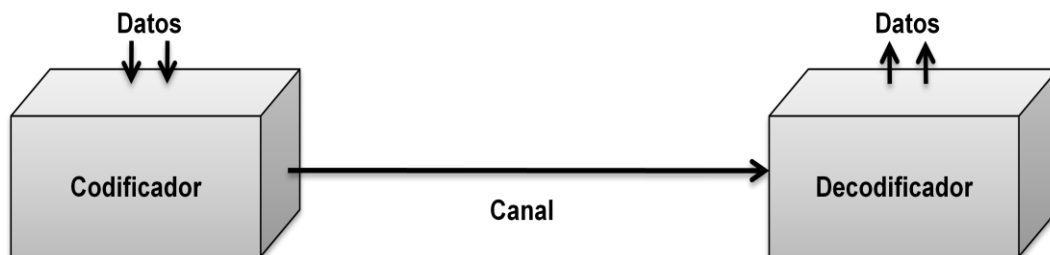


Figura 1. Componentes estándar de la capa física de un sistema de comunicación. Fuente Autor.

En la referencia [7] se demostró que los haces Laguerre Gauss (**LG**) representados por la ecuación (22), llevan consigo un momento angular orbital definido como $l\hbar$ por fotón, dependiente del índice acimutal que posee su configuración de campo transversal. Es esta última propiedad la que se busca explotar para fines de ingeniería y más específicamente para codificar datos, dado que las comunicaciones ópticas clásicas que se llevan a cabo asociando un bit a la intensidad de un haz luminoso, es decir, un uno si existe luz o un cero si no existe [10], están limitadas únicamente a la interpretación de dos niveles de información.

El **MAO** como magnitud para codificar datos aporta un potencial muy alto en el incremento de la tasa de transferencia de registros y en la seguridad de la comunicación optoelectrónica, ya que teóricamente el momento angular orbital del haz puede asociar N estados de información todo en un sólo frente de onda, donde incluso debido a la amplia gama de momentos

enteros o no, se puede establecer una base de codificado dinámica, lo cual dificultaría que algún intruso en un canal de transmisión pueda acceder a la interpretación de un mensaje.

En ese orden de ideas, se plantea entonces la posibilidad y se centran los esfuerzos específicamente en modelar un codificador optoelectrónico, que permita colocar un conjunto discreto de datos (hasta tres bits) provenientes de un PC en el momento angular orbital de un haz láser.

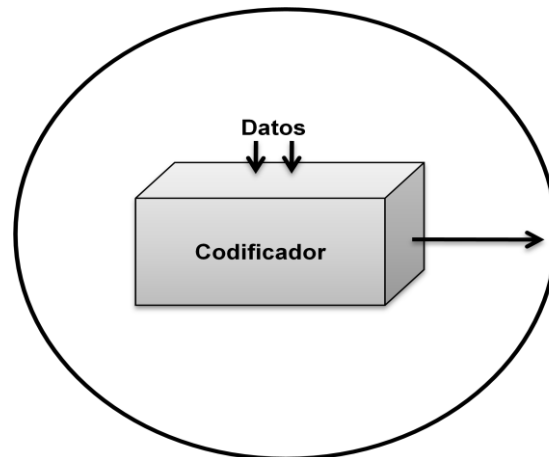


Figura 2. Solución específica a Modelar. Fuente Autor.

2. ANÁLISIS TEÓRICO MATEMÁTICO DE LOS MODOS HG Y LG

La distribución de campo transversal de los láseres Hermitte-Gauss y Laguerre-Gauss depende en su mayoría de diversas variables longitudinales, tal como se representa en las ecuaciones (17) y (22).

El perfil del haz a lo largo del eje de propagación y los factores espaciales que inciden en él, se describen a continuación.

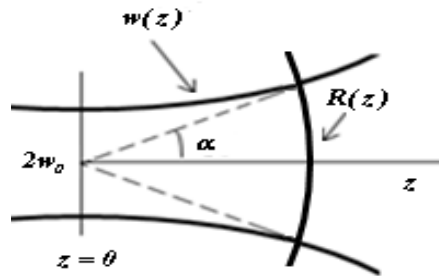


Figura 3. Corte longitudinal de la distribución espacial de un haz. Fuente Autor.

En el anterior esquema, la trayectoria sobre la cual se propaga el rayo es el eje z , w_0 es el beam waist o cintura del láser que por lo general es una constante suministrada por el fabricante de la cavidad resonante y es el mínimo radio del haz, cuando la distancia recorrida z se define como nula [11].

$R(z)$, representa el radio del frente de onda y está dado como

$$R(z) = z \left(1 + \frac{z_r^2}{z^2} \right) \quad (28)$$

Donde la constante equivalente al rango Rayleigh z_r , físicamente indica la distancia límite en la cual la difracción del láser no varía significativamente, como para que el ángulo de divergencia α aumente y se comience a perder paulatinamente la coherencia espacial, en síntesis se puede considerar como un umbral donde se garantiza la naturaleza paraxial del rayo.

$$z_r = \frac{\pi w_0^2}{\lambda} \quad (29)$$

$$\alpha = \frac{\lambda}{\pi w_0} \quad (30)$$

La expresión $w(z)$, se refiere al radio del haz en función de la distancia recorrida, dada como:

$$w^2(z) = w_0^2 + \alpha^2 z^2 \quad (31)$$

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + \left[\frac{z}{z_r} \right]^2} \quad (32)$$

Al igual que los anteriores parámetros espaciales, los polinomios Hermitte y los generalizados de Laguerre, también hacen parte de los modos transversales electromagnéticos (TEM) de las ecuaciones (17) y (22). Sus representaciones teórico-matemáticas [12] se detallan de la siguiente manera

$$H_n(x) = \sum_{s=0}^{\lfloor n/2 \rfloor} (-1)^s (2x)^{n-2s} \frac{n!}{(n-2s)! s!} \quad (33)$$

$$H_0(x) = 1, H_1(x) = 2x, H_2(x) = 4x^2 - 2, \dots \quad (34)$$

$$L_p^l(r^2) = \sum_{m=0}^p (-1)^m \frac{(l+p)! (r^2)^m}{(p-m)! (l+m)! m!} \quad (35)$$

$$L_0^0(r^2) = 1, L_1^0(r^2) = 1 - r^2, L_2^0(r^2) = 0.5 ((r^2)^2 - 4r^2 + 2), \dots \quad (36)$$

Donde $\lfloor n/2 \rfloor$ significa la parte entera del índice modal n medios.

Ahora bien, una vez descritas las variables físicas que caracterizan las configuraciones láser en cuestión, se procede a realizar el respectivo análisis de las diversas distribuciones de campo transversal.

2.1 ESTRUCTURA DE LOS MODOS HG

Como ya se ha especificado anteriormente las configuraciones de los haces HG son soluciones en coordenadas cartesianas, ortogonales entre sí de la aproximación paraxial de la onda electromagnética, su descripción físico-matemática se representa en la ecuación (17), también plasmada a continuación para comodidad del lector.

$$A(x, y, z)_{nm} = \frac{C_o \cdot w_o}{z_r \cdot w(z)} \cdot e^{-\frac{(x^2+y^2)}{w^2(z)}} \cdot H_n\left(\frac{\sqrt{2} \cdot x}{w(z)}\right) \cdot H_m\left(\frac{\sqrt{2} \cdot y}{w(z)}\right) \cdot e^{-j\left[\frac{k(x^2+y^2)}{2R(z)} - \tan^{-1}\left(\frac{z}{z_r}\right) \cdot (n+m+1)\right]}$$

$$C_o = \sqrt{\frac{2}{\pi n! m!}} 2^{-(n+m)/2}$$

Dado que los índices n y m clasifican el grado de los polinomios Hermitte declarados en la sección 2, y detallados por la ecuación (33), estos también hacen parte de la estructura de los modos HG, por lo tanto es de esperar entonces que los perfiles de intensidad del láser, es decir la expresión de la amplitud de los campos al cuadrado, se vean afectados por la variación de estos parámetros.

En ese orden de ideas, las distribuciones espaciales de luz HG se manifiestan de la siguiente manera.

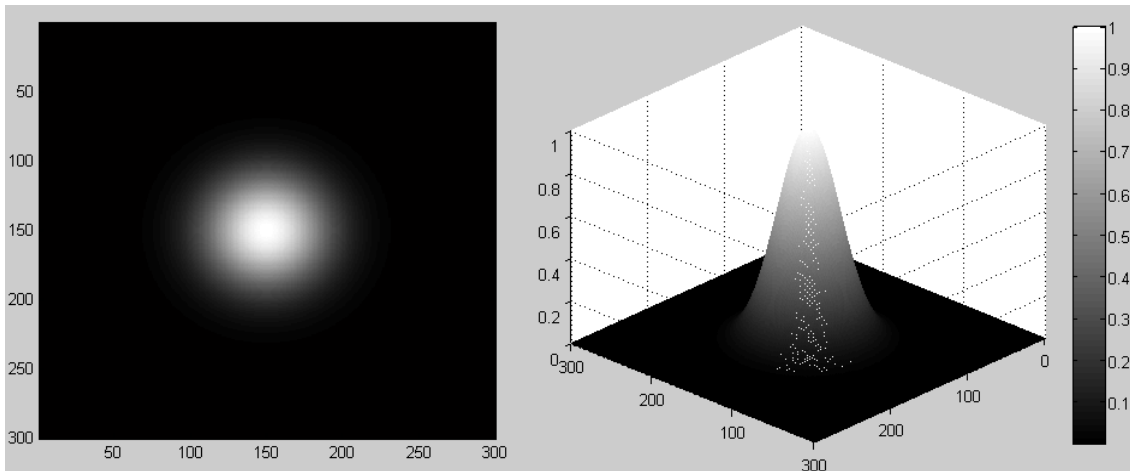


Figura 4. Intensidad del Modo $A(x, y)_{n=0, m=0}^{HG}$, Simulación realizada sobre Matlab. Fuente Autor.

La anterior configuración también es llamada modo fundamental debido a la nulidad de sus índices. Este tipo de distribución posee características particulares ya que las contribuciones de los polinomios Hermitte para este caso, son equivalentes a la unidad y por tanto sólo predomina el comportamiento Gaussiano.

Ahora, al realizar el corte transversal sobre la proyección modal expuesta en la figura 4, se obtiene la campana característica del término Gaussiano con su respectivo “beam waist” ubicado en la posición donde el máximo decae a su valor dividido en el numero Euler al cuadrado ($1/e^2$) tal como se valida en la referencia [11].

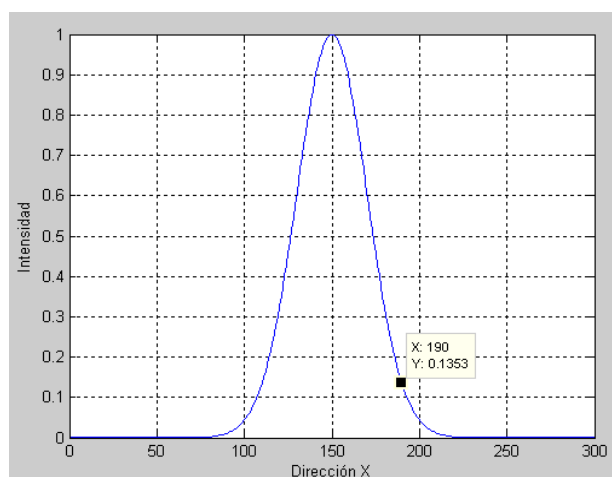


Figura 5. Corte transversal de la intensidad del modo fundamental. Fuente Autor.

Otros aspectos a tener en cuenta son la parte real, imaginaria y fase que poseen cada uno de los modos HG. Para este caso donde $n = 0, m = 0$ en

$z = 0$, la estructura del haz sólo tiene parte real positiva, lo cual define una fase nula.

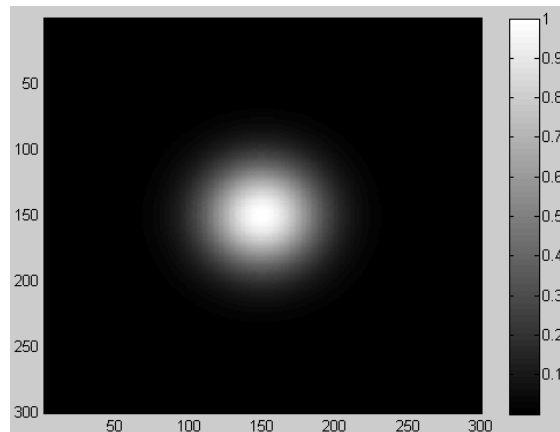


Figura 6. Parte real del modo $A(x, y)_{n=0, m=0}^{HG}$. Fuente Autor

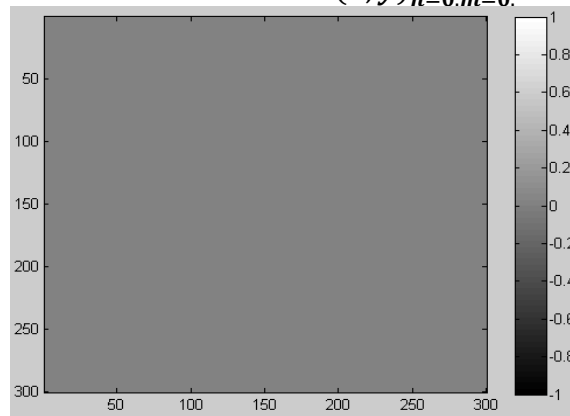


Figura 7. Parte imaginaria del modo $A(x, y)_{n=0, m=0}^{HG}$. Fuente Autor.

Cabe destacar que los polinomios de Hermitte comienzan a ser predominantes para los índices modales mayores que cero ($n \geq 0$ ó $m \geq 0$).

Para $n = 1, m = 0$ y $z = 0$ se manifiesta la siguiente configuración o numero de *spot* del haz.

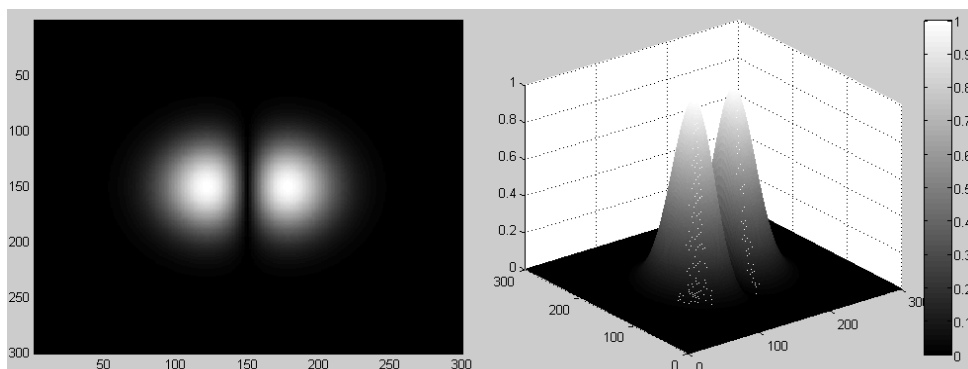


Figura 8 Intensidad del Modo $A(x, y)_{n=1, m=0}^{HG}$, Simulación realizada en Matlab. Fuente Autor.

Ahora cada modo posee un conjunto de *spots* característicos en su estructura espacial, debido a la redistribución de su amplitud [13], tal como se aprecia en la figura 9.

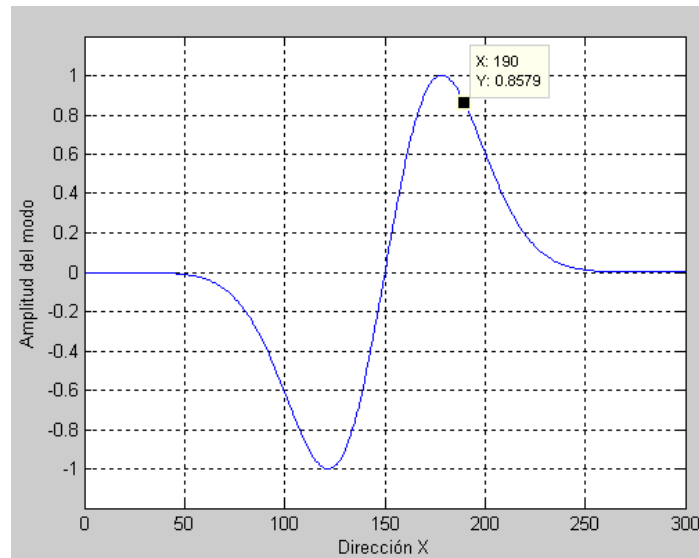


Figura 9. Amplitud del modo $A(x, y)_{n=1, m=0}^{HG}$, Simulación realizada en Matlab.
Fuente Autor.

Lo anterior implica que el frente de onda ahora posee en su parte real contribuciones positivas y negativas dando origen a una fase en particular, tal como se aprecia a continuación.

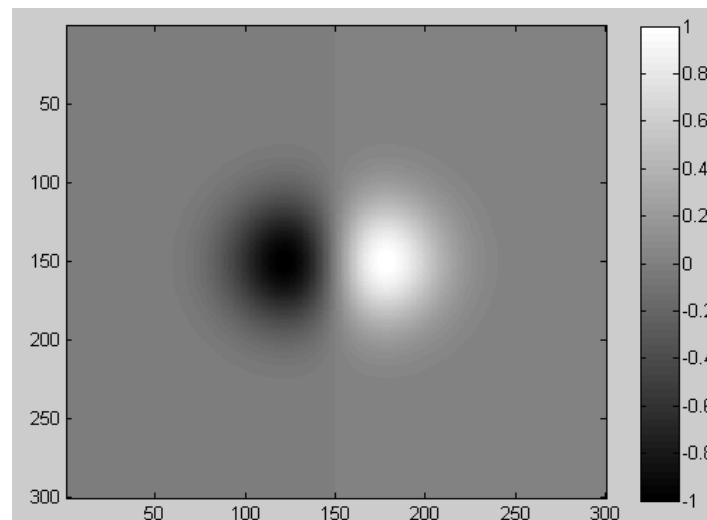


Figura 10. Parte real del modo $A(x, y)_{n=1, m=0}^{HG}$, Simulación realizada en Matlab.
Fuente Autor.

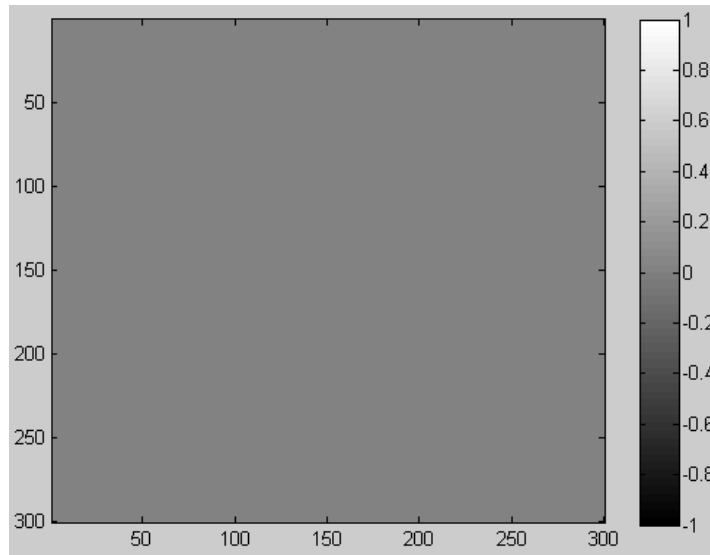


Figura 11. Parte imaginaria del modo $A(x, y)_{n=1, m=0}^{HG}$, Simulación realizada en Matlab. Fuente Autor.

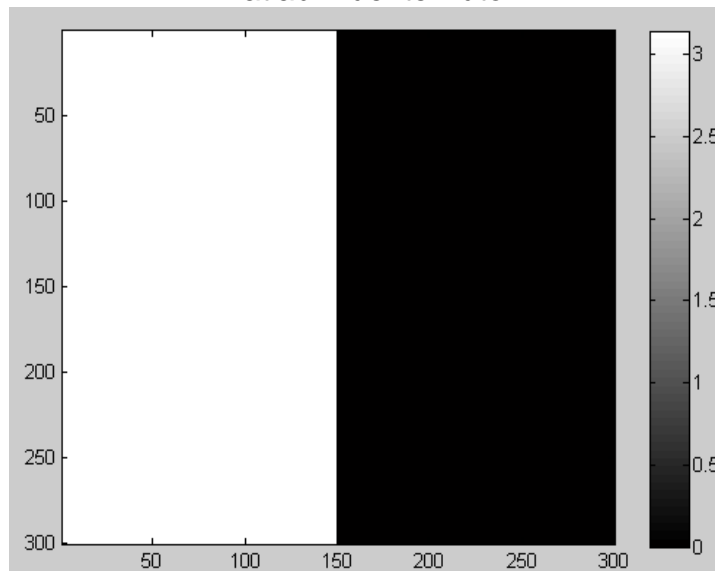


Figura 12. Fase del modo $A(x, y)_{n=1, m=0}^{HG}$, Simulación realizada en Matlab. Fuente Autor.

Dado que el parámetro n domina la dirección x de la distribución modal, es de esperar entonces que la contribución en la orientación y , H_m sea equivalente a una constante unitaria, tal como lo expresa la ecuación (33). Los esquemas de las funciones Hermite dependientes de las variables espaciales del haz para este caso, son representados de la siguiente manera.

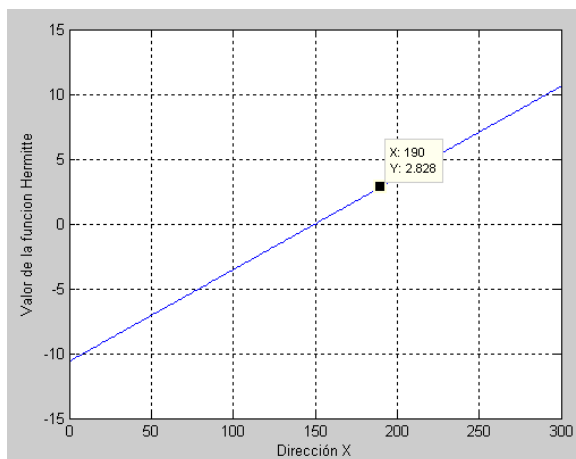


Figura 13. Contribución del polinomio $H_n\left(\frac{\sqrt{2}.x}{w(z)}\right)$ con $n = 1$. Simulación realizada en Matlab. Fuente Autor.

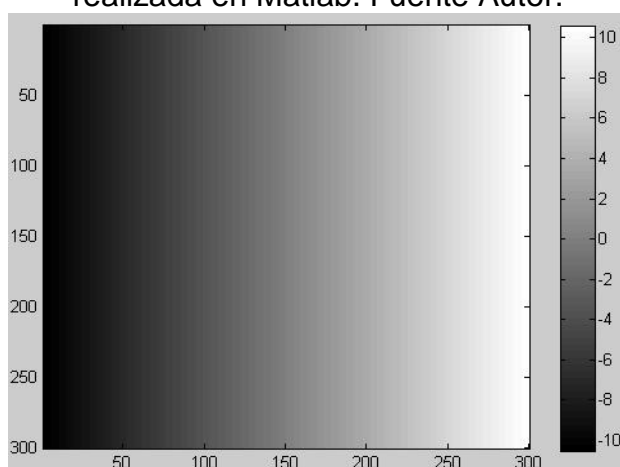


Figura 14. Máscara bidimensional generada por el polinomio $H_n\left(\frac{\sqrt{2}.x}{w(z)}\right)$ con $n = 1$. Simulación realizada en Matlab. Fuente Autor.

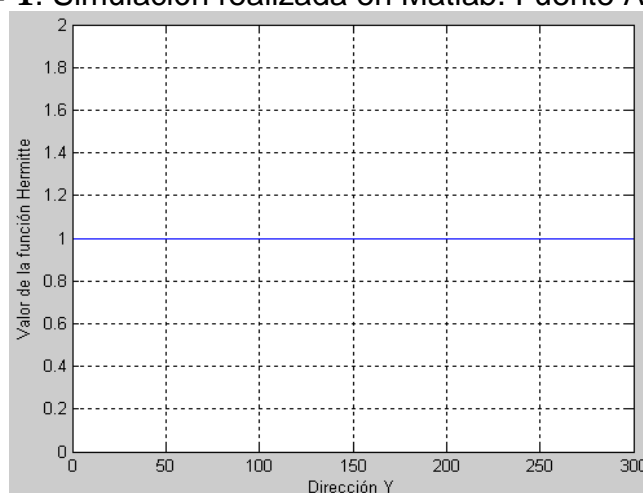


Figura 15. Contribución del polinomio $H_m\left(\frac{\sqrt{2}.y}{w(z)}\right)$ con $m = 0$. Simulación realizada en Matlab. Fuente Autor.

Ahora bien, el anterior breve análisis también se extiende para las distribuciones espaciales de luz HG de orden superior. En el **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**nexo A se presentan diversas configuraciones en intensidad y fase de esta familia de modos que permiten la transformación de su campo transversal a una composición modal tipo LG.

2.2 ESTRUCTURA DE LOS MODOS LG

Al igual que los modos HG, las configuraciones de campo transversal tipo LG también son soluciones de la aproximación paraxial de onda, las cuales forman un conjunto de bases ortogonales principalmente dominadas por los polinomios Laguerre generalizados y por un factor de fase $e^{jl\varphi}$ de simetría acimutal, que representa el momento angular orbital específico que lleva esta clase de haces [14].

Nuevamente para la comodidad del lector se presenta a continuación la expresión físico-matemática de los modos LG expuesta en la expresión (22).

$$A(r, \varphi, z)_{lp} = \frac{C_1 \cdot w_0}{z_r \cdot w(z)} \cdot e^{\frac{-r^2}{w^2(z)}} \cdot L_p^l \left(\frac{2r^2}{w^2(z)} \right) \cdot \left(\frac{\sqrt{2} \cdot r}{w(z)} \right)^l \cdot e^{-j \left[\frac{kr^2}{2R(z)} + \tan^{-1} \left(\frac{z}{z_r} \right) \cdot (l+p+1) \right]} \cdot e^{-jl\varphi}$$

$$C_1 = \sqrt{\frac{2p!}{\pi(l+p)!}}$$

Dado que el interés sobre estas distribuciones espaciales de luz se centra en la aplicación del momento angular orbital entero definido ***l* diferente de cero**, se procede a realizar el respectivo análisis de intensidad y fase para las estructuras modales que sí portan esta variable física.

Tal como se representa en (22), los parámetros acimutal ***l*** y radial ***p***, afectan directamente la configuración de campo transversal de los haces bajo estudio, ya que modifican el grado de las funciones generalizadas de Laguerre descritas por (35).

En ese orden de ideas, los modos **LG** se manifiestan de la siguiente forma en $z = 0$.

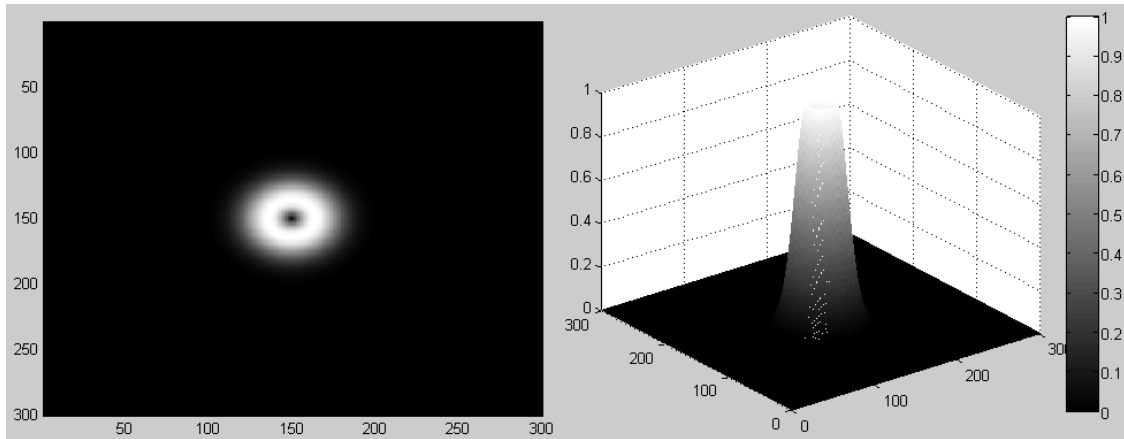


Figura 16. Intensidad del modo $A(\mathbf{r}, \varphi)_{l=1, p=0}^{LG}$. Simulación realizada en Matlab. Fuente Autor.

El anterior perfil de intensidad de simetría cilíndrica describe de manera particular un denominado vórtice óptico [15] gobernado principalmente por el término $\left(\frac{\sqrt{2} \cdot r}{w(z)}\right)^l$, ya que el aporte de todos los polinomios de Laguerre con $p = 0$, es decir $L_{p=0}^{l=1,2,3,\dots}(x)$, corresponden a la unidad y por tanto no aportan en amplitud ni fase.

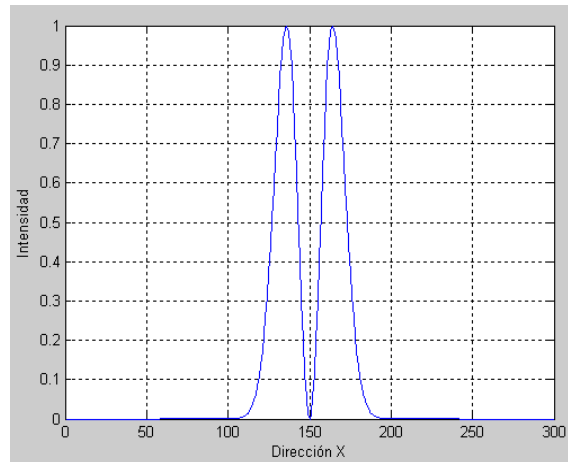


Figura 17. Corte transversal de la intensidad del modo $A(\mathbf{r}, \varphi)_{l=1, p=0}^{LG}$. Simulación realizada en Matlab. Fuente Autor.

Debido a que la configuración del campo es función del factor $e^{jl\varphi(x,y)}$ sobre el cual se describe el momento angular orbital, se produce una dislocación de fase transversal en el frente de onda del haz en propagación tal como se aprecia a continuación.

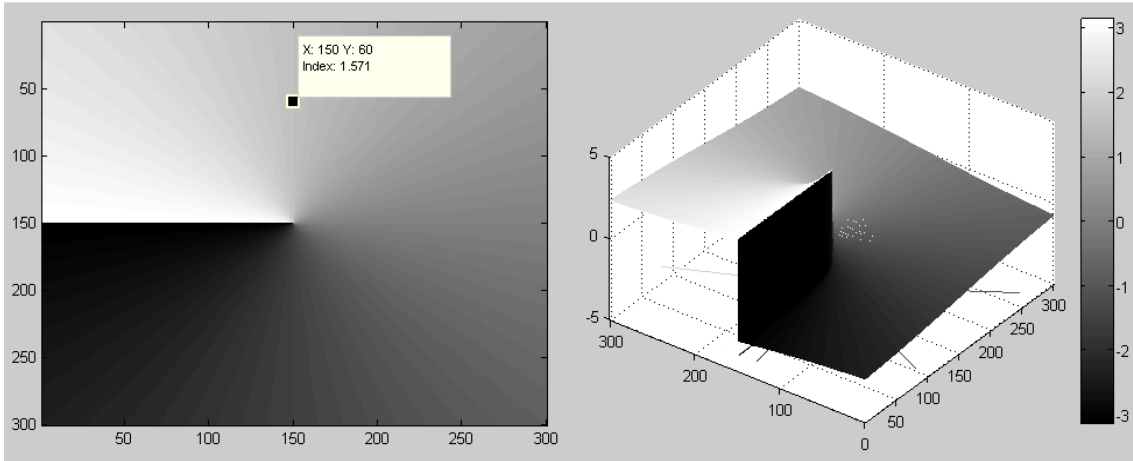


Figura 18. Fase del modo $A(r, \varphi)_{l=1, p=0}^{LG}$, Simulación realizada en Matlab.
Fuente Autor.

La parte real e imaginaria poseen la particularidad de exhibir una simetría de tipo HG; la proyección horizontal del ángulo barrido en dirección acimutal corresponde a la función coseno multiplicada por la intensidad que el vórtice expresa.

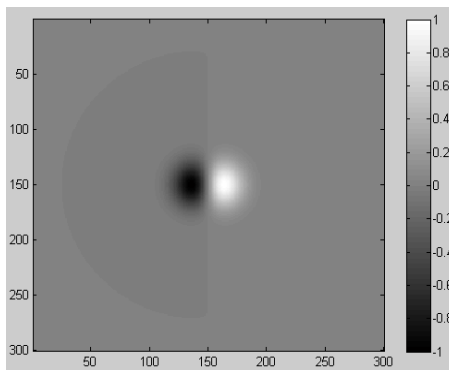


Figura 19. Parte real del modo $A(r, \varphi)_{l=1, p=0}^{LG}$, Simulación realizada en Matlab.
Fuente Autor.

En contraparte la componente imaginaria es la función seno por la representación mostrada en la figura 16.

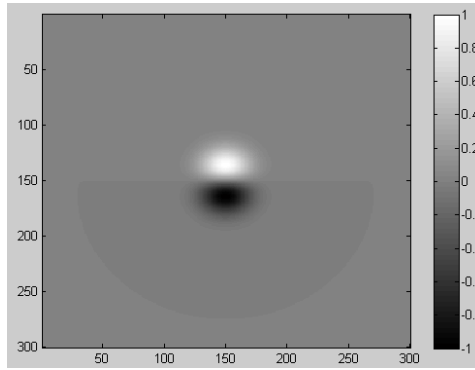


Figura 20. Parte imaginaria del modo $A(r, \varphi)_{l=1, p=0}^{LG}$, Simulación realizada en Matlab. Fuente Autor.

Las distribuciones **LG** sufren un cambio particular cuando el índice radial también de naturaleza entera es mayor que cero, esto debido a que la contribución del polinomio Laguerre generalizado comienza a ser variable en el espacio transversal, manifestando así una cantidad de anillos concéntricos al vórtice óptico central.

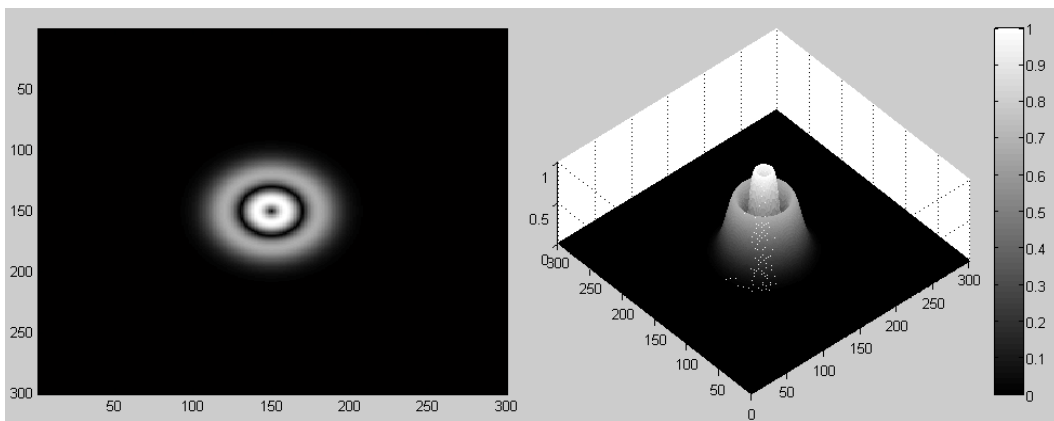


Figura 21. Intensidad del modo $A(r, \varphi)_{l=1, p=1}^{LG}$, Simulación realizada en Matlab. Fuente Autor.

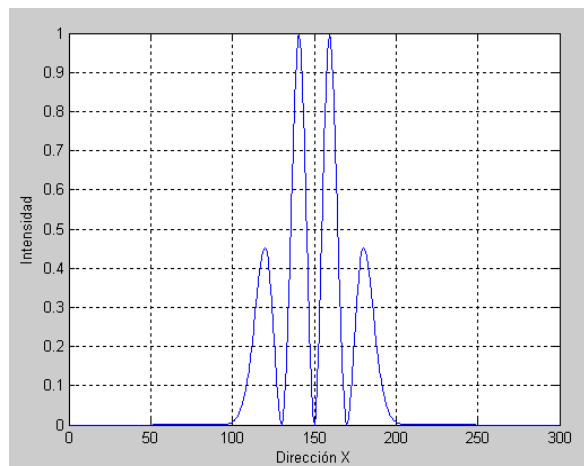


Figura 22. Corte transversal de la intensidad del modo $A(r, \varphi)_{l=1, p=1}^{LG}$, Simulación realizada en Matlab. Fuente Autor.

El correspondiente aporte de la función $L_p^l\left(\frac{2r^2}{w^2(z)}\right)$ para $l = 1$ y $p = 1$ equivalente a la expresión $2 - 2r^2/w^2(z)$ es como se expresa en la figura 23.

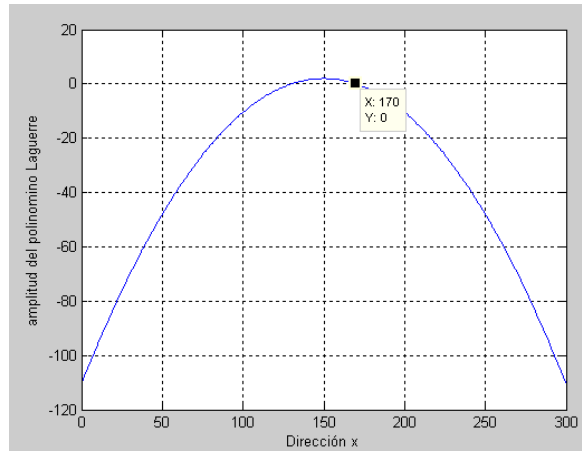


Figura 23. Contribución del polinomio de Laguerre puro en el modo $A(\mathbf{r}, \varphi)_{l=1,p=1}^{LG}$, Simulación realizada en Matlab. Fuente Autor.

Y la fase del modo bajo estudio es.

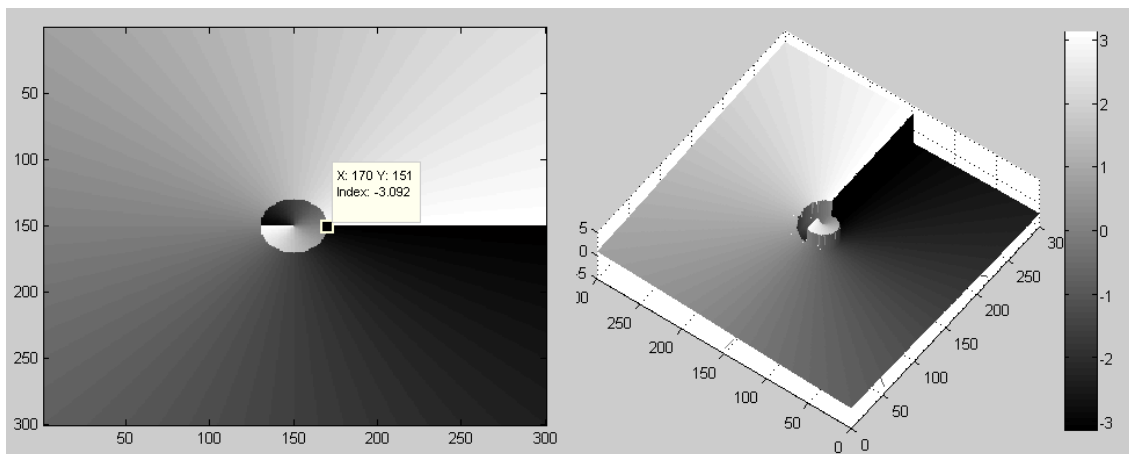


Figura 24. Fase del modo $A(\mathbf{r}, \varphi)_{l=1,p=1}^{LG}$, Simulación realizada en Matlab. Fuente Autor.

En el anterior esquema es importante notar que ahora la correspondiente dislocación del frente de onda se divide en $p + 1$ regiones separadas por un umbral circular definido por la contribución en fase del polinomio Laguerre; es este borde el conjunto de puntos espaciales donde se presenta el respectivo cruce por cero de las funciones generalizadas.

Al igual que la fase, las proyecciones senoidal y cosenoidal análogas a la parte real e imaginaria del modo, sufren cambios espaciales en sus distribuciones limitadas en los mismos puntos donde existen las discontinuidades del frente de onda representado por la figura (24).

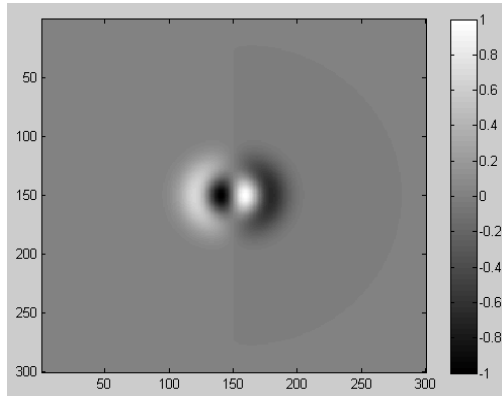


Figura 25. Parte real del modo $A(r, \varphi)_{l=1, p=1}^{LG}$, Simulación realizada en Matlab.
Fuente Autor.

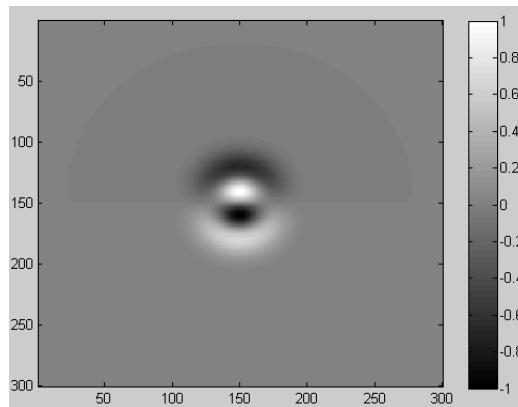


Figura 26. Parte imaginaria del modo $A(r, \varphi)_{l=1, p=1}^{LG}$, Simulación realizada en Matlab. Fuente Autor.

El análisis realizado de las anteriores configuraciones espaciales de luz se extiende de igual forma a los órdenes superiores LG. Cabe destacar que el sólo abordar en detalle todas las implicaciones de este tipo de campos paraxiales tanto LG como HG abarcaría la totalidad de un libro dedicado sólo a la teoría electromagnética que los compone. No obstante en este texto se presenta de una manera acotada la temática básica para comprender las diversas distribuciones con el potencial de portar un momento angular orbital entero definido. En consecuencia en el **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.nexo B**, se enseñan algunos modos con sus respectivas particularidades en intensidad y fase.

3. MODELADO COMPUTACIONAL DEL CODIFICADOR DE DATOS QUE EMPLEA LA PROPIEDAD DEL MOMENTO ANGULAR ORBITAL DEFINIDO

Tal como se abordó en la sección anterior, un momento angular orbital entero definido genera una dislocación en el frente de onda de extensión $2\pi, 4\pi, 6\pi, 8\pi \dots 2l\pi$, provocando la manifestación de un vórtice óptico en la distribución espacial de luz del haz láser.

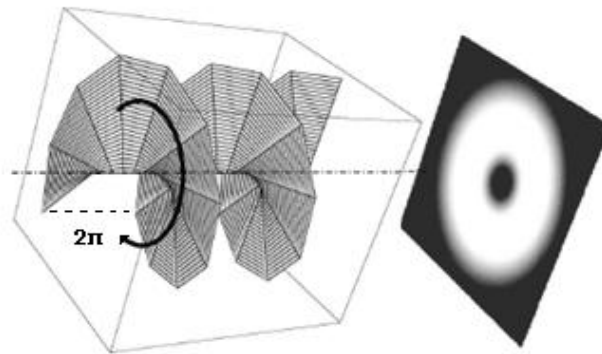


Figura 27. Patrón helicoidal del frente en propagación y configuración transversal de un haz con momento angular orbital entero definido. Fuente [16].

En ese orden de ideas el codificador optoelectrónico a modelar busca producir en un mismo haz, la información básica asociada a la generación de ocho momentos angulares orbitales enteros específicos, correspondientes a un dato de tres bits intercalados por un intervalo de tiempo establecido.

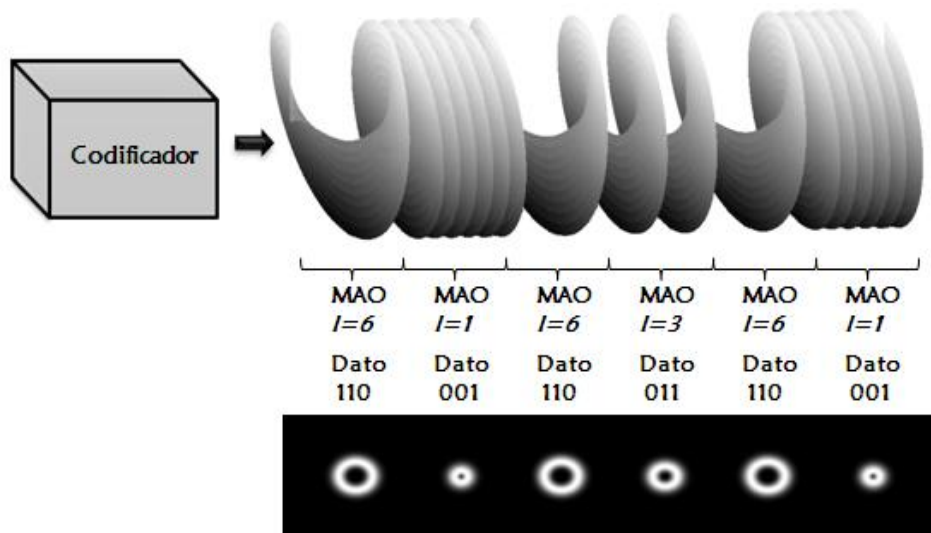


Figura 28. Esquema general del codificador de datos en el momento angular orbital entero definido de un haz en propagación. Fuente Autor.

La estructura del codificador básicamente se compone por dos subsistemas; una fuente de luz coherente monocromática láser y un sistema convertidor a modos tipo Laguerre-Gauss, tal como se aprecia a continuación.

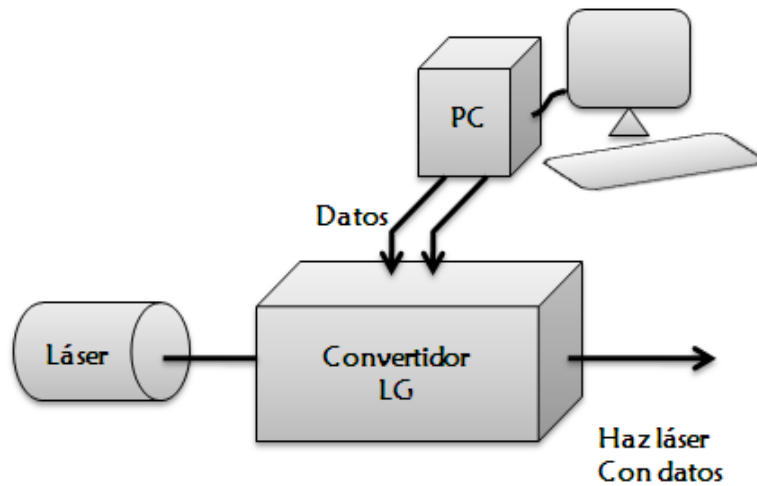


Figura 29. Composición interna de la configuración optoelectrónica. Fuente Autor.

3.1 ESPACIO DE TRABAJO

Como primera instancia, se procede a ubicar al lector en el espacio de trabajo sobre el cual se van a expresar la mayoría de resultados de la configuración final del codificador y de las subestructuras que lo componen.

El entorno de simulación y de resultados, se define como un arreglo bidimensional discreto, expresado en forma de imagen, con una resolución de 300 por 300 píxeles, tal como se puede apreciar en los esquemas gráficos de las secciones 2.1 y 2.2. Esto con el objetivo de ver en detalle la salida de los distintos procedimientos y optimizar recursos con respecto al tiempo de procesamiento del registro. No obstante para la sección de validación teórico-experimental, se extrapola la integración del modelo planteado a la resolución del modulador espacial de luz (SLM) de 1024 por 768 píxeles, detallado en [17-18].

3.2 LÁSER INCIDENTE

El láser incidente sobre todo el sistema, se describe como un haz clásico de modo transversal electromagnético fundamental HG_{00} , el cual obedece a la expresión (37) dada por [11, 13] y [19], como

$$A(x, y, z)_{n=0, m=0}^{HG} = \frac{w_0}{w(z)} e^{-\frac{(x^2+y^2)}{w^2(z)}} e^{-j\left[\frac{k(x^2+y^2)}{2R(z)} - \tan^{-1}\left(\frac{z}{z_r}\right)\right]} \quad (37)$$

Donde la totalidad de los términos que hacen parte de este frente de onda corresponden a los citados con anterioridad en la sección dos del presente texto.

La configuración de campo emergente de la cavidad resonante debe tener una alteración en el ángulo de apertura mínima para que su potencia no se disperse

a lo largo del camino óptico y para justificar que sus variaciones transversales con respecto al eje de propagación sean despreciables, aún cuando el radio del haz $w(z)$ se expanda ligeramente en el orden de los miliradianes.

La función de un colimador (“Beam expander”) puede ser planteada, ya que permite que la divergencia sea la menor posible al ajustar el tamaño de la onda incidente a las dimensiones del convertidor, incrementando el radio de curvatura del frente de onda ($R(z) = \infty$) y trasladando el rango Rayleigh z_r varias veces la distancia original, conservando así las condiciones que dan lugar a la aproximación paraxial de onda proveniente de la ecuación escalar de Helmholtz.

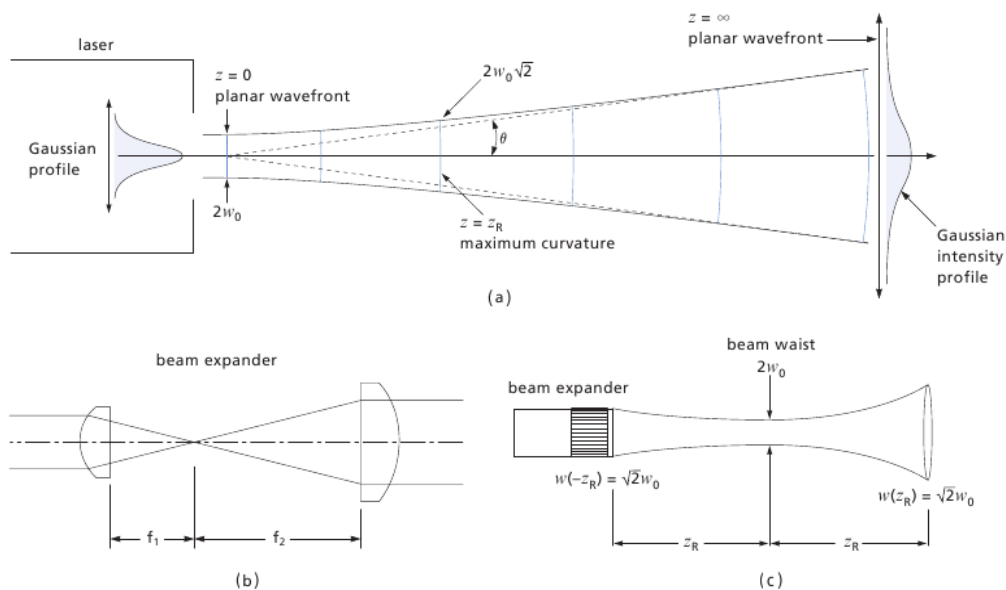


Figura 30. (a) Perfil del rayo incidente HG_{00} planteado, (b) Estructura interna del colimador, (c) Perfil del haz colimado. Fuente [20].

3.3 CONVERTIDOR A MODOS LG

Una vez el campo electromagnético atraviesa la estructura óptica anteriormente descrita, se procede ahora a considerar el convertidor optoelectrónico a configuraciones LG. En ese orden de ideas se tuvieron en cuenta las tres principales formas básicas de generar estos tipos de perfiles transversales con un momento angular orbital entero específico.

3.3.1 TRANSFORMACIÓN DE MODOS HG A LG POR MEDIO DE CONVERTIDORES ASTIGMÁTICOS

Esta técnica para generar un haz con MAO definido, se basa principalmente en explotar la naturaleza de la expresión físico-matemática de la expansión polinomial que relaciona a un modo LG en la base HG y viceversa [21-22], tal como se muestra a continuación.

$$A(x, y, z)_{p,l}^{LG} = \sum_{k=0}^q j^k B(n, m, k) A(x, y, z)_{q-k,k}^{HG} \quad (38)$$

$$q = n + m \quad (39)$$

$$B(n, m, k) = \sqrt{\frac{(q-k)! k!}{2^q n! m!}} \frac{1}{k!} \left. \frac{d^k [(1-t)^n (1+t)^m]}{dt^k} \right|_{t=0} \quad (40)$$

Donde el índice radial p y el acimutal l del haz LG generado corresponde a:

$$p = \min(n, m) \quad (41)$$

$$l = n - m \quad (42)$$

Cabe destacar que bajo las anteriores transformaciones, es factible decir entonces, que una configuración modal HG generadora con índices n, m produce una distribución LG con índices p, l . La figura 31 indica la representación gráfica de lo anteriormente expresado.

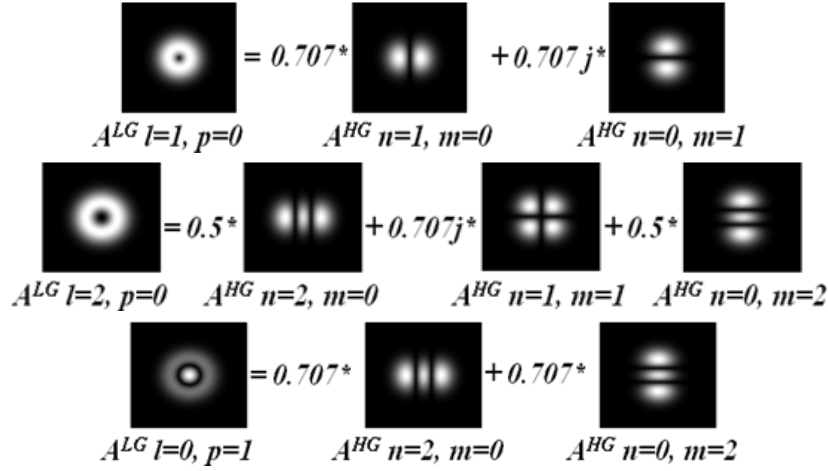


Figura 31. Simulación del modelo matemático de expansión polinomial de un haz LG para convertidores astigmáticos. Fuente Autor.

3.3.2 GENERACIÓN DE MODOS LG POR MEDIO DE UNA LÁMINA DE FASE

Este segundo método se basa en enviar el modo fundamental $A(x, y, z = 0)_{n=0, m=0}^{HG}$, sobre una lámina transparente en forma de disco especialmente diseñado para redistribuir la configuración del campo electromagnético. Aquí se puede obtener un modo con MAO específico l , para una placa en espiral con una muesca de altura s [23] por medio de la expresión.

$$l = \frac{s(n-1)}{\lambda} \quad (43)$$

Donde n es el índice de refracción del material de la lámina y λ la longitud de onda del haz incidente.

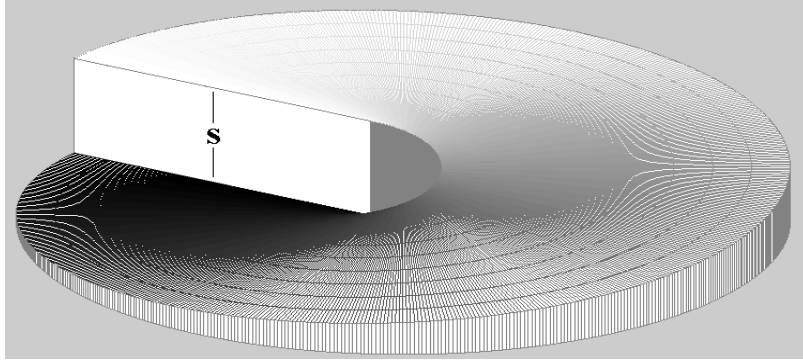


Figura 32. Plato fase con paso s . Fuente Autor.

Ahora, la función de transmitancia $T(x, y)$ de la lámina obedece a la distribución de fase (44).

$$T(x, y) = e^{jl\varphi(x,y)} \quad (44)$$

$$\varphi(x, y) = \tan^{-1}(y/x) \quad (45)$$

En ese orden de ideas se plantea que la configuración de campo transversal resultante (46) sea la multiplicación entre la onda incidente (37) y la función de transmitancia descrita en la expresión (44).

$$A(x, y)_{resultante} = A(x, y, z = 0)_{HG_{n=0,m=0}} * e^{jl\varphi(x,y)} \quad (46)$$

Por tanto la representación en campo lejano de la interacción entre el haz y el plato fase, arroja como resultado el conjunto de vórtices ópticos y dislocaciones de fase propias de un haz LG con MAO entero definido.

A continuación se muestran algunos resultados de la simulación del modelo tratado

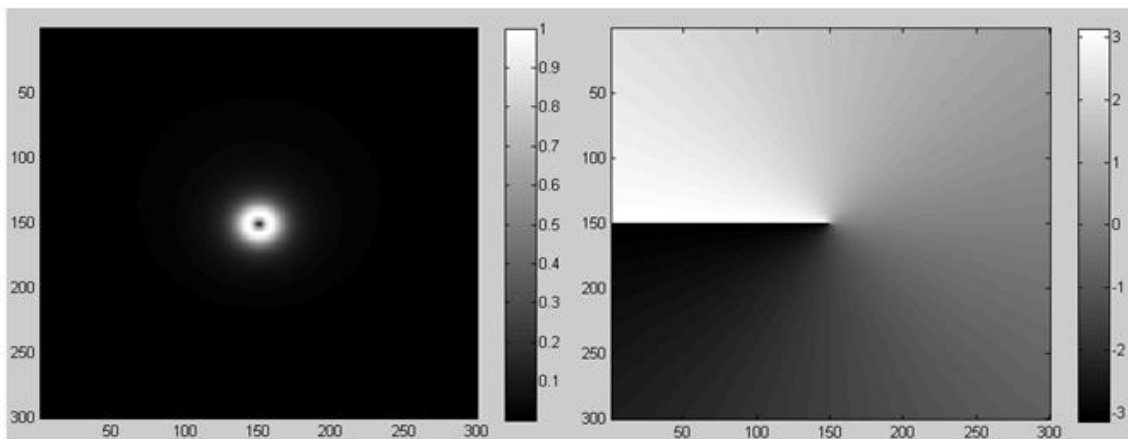


Figura 33. Intensidad (izquierda) y Fase (derecha) del modo resultante en campo lejano con $l = 1$. Fuente Autor.

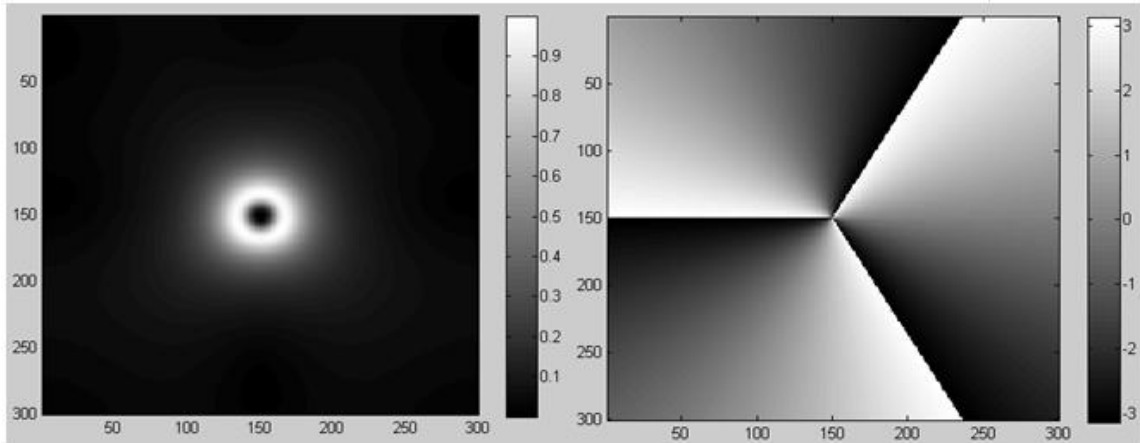


Figura 34. Intensidad (izquierda) y Fase (derecha) del modo resultante con $l = 3$, en campo lejano. Fuente Autor.

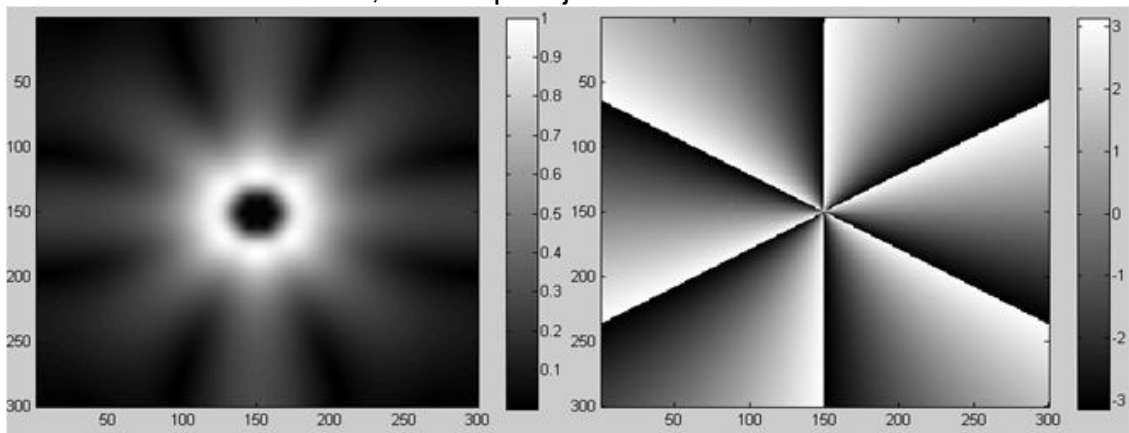


Figura 35. Intensidad (izquierda) y Fase (derecha) del modo resultante con $l = 6$, en campo lejano. Fuente Autor.

3.3.3 PRODUCCIÓN OPTOELECTRÓNICA POR MEDIO DE UN HOLOGRAMA GENERADO POR COMPUTADOR

Esta técnica consiste en generar haces con MAO entero definido a partir de un patrón holográfico digital de amplitud y fase tipo tenedor, (en inglés 'fork'), el cual le introduce el término $e^{-jnl\varphi(x,y)}$, a cada uno de los órdenes de difracción resultantes por el paso del campo electromagnético incidente HG fundamental, sobre la rejilla holográfica constituida por pixeles [24-26], cuya función de transmitancia $T(x,y)$ es:

$$T(x,y) = \frac{1}{2} - \sum_{n=1}^{\infty} \text{sinc}\left(\frac{n\pi}{2}\right) \cos(n(k_a x - l\varphi(x,y))) \quad (47)$$

$$\varphi(x,y) = \tan^{-1}(y/x) \quad (48)$$

n , representa el orden de difracción (que pueden ser limitados a voluntad), k_a la periodicidad espacial de las franjas cosenoidales en el holograma, l la carga topológica de la función de transmitancia y $\varphi(x,y)$ la fase de la distribución espacial de luz.

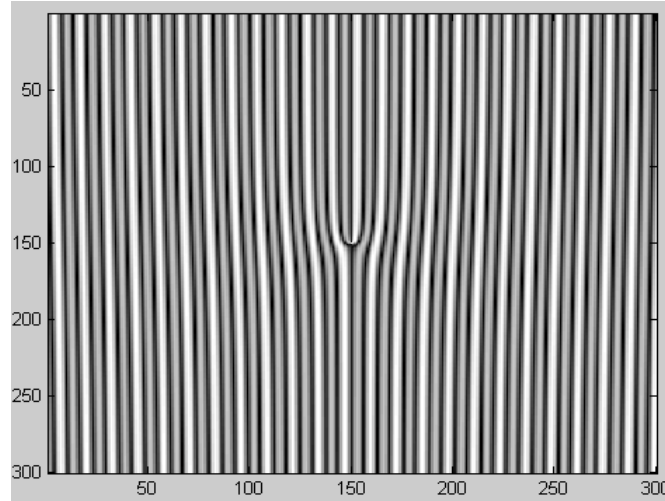


Figura 36. Ejemplo de un holograma de amplitud generado con carga topológica $l = 1$. Fuente Autor.

Ahora tal como se planteó en la sección 3.3.2, la configuración de campo transversal emergente se describe como la multiplicación entre la onda incidente (37) y la función de transmitancia descrita en la expresión (47).

$$A(x, y)_{resultante} = A(x, y, 0)_{n=0, m=0}^{HG} \left[\frac{1}{2} - \sum_{n=1}^{\infty} \text{sinc} \left(\frac{n\pi}{2} \right) \cos (n(k_a x - l\varphi(x, y))) \right] \quad (49)$$

La distribución en campo lejano debida a la difracción del haz sobre la rejilla pixelada, manifiesta los vórtices ópticos característicos de un haz con MAO entero específico, originados por la dislocación de fase que se produce en el frente de onda.

A continuación se presentan algunos resultados de la simulación del modelo tratado.

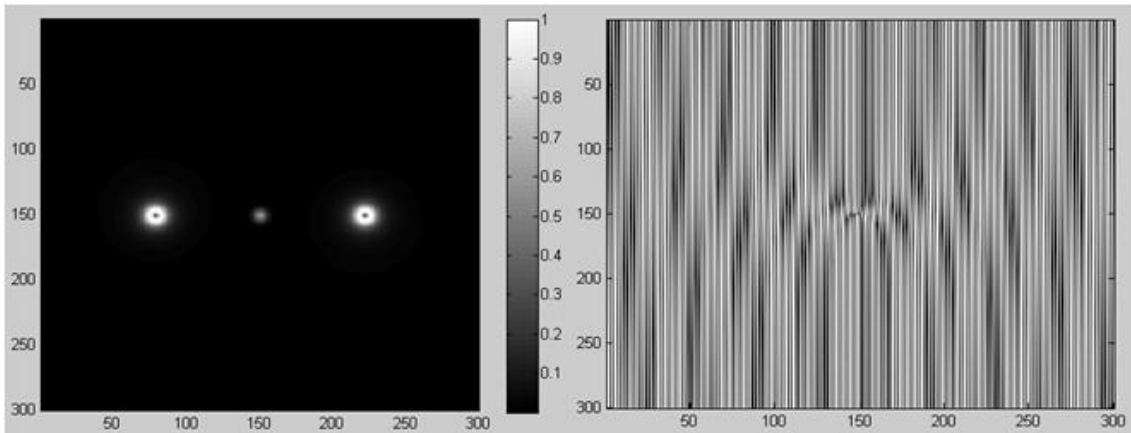


Figura 37. Intensidad del modo resultante (izquierda) en campo lejano y detalle del holograma con carga topológica $l = 1$ (derecha). Fuente Autor.

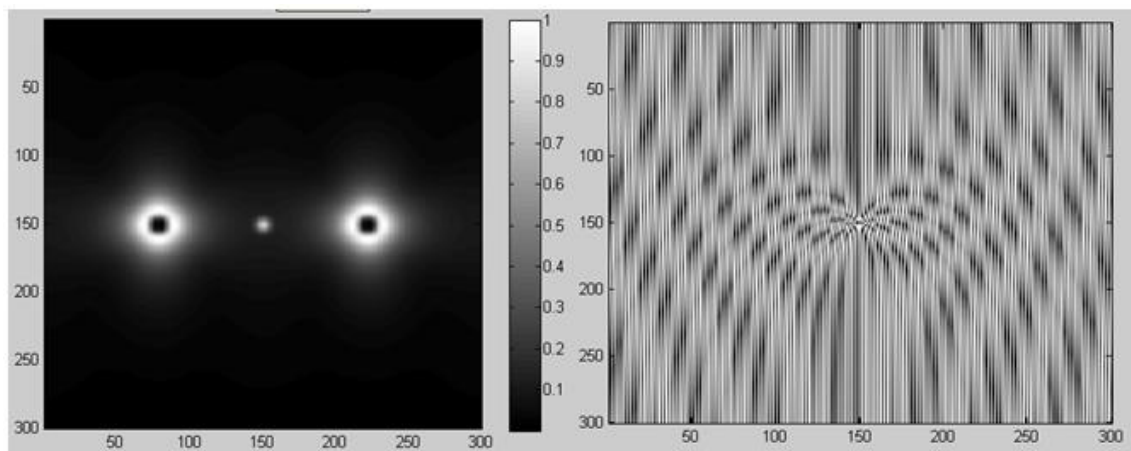


Figura 38. Intensidad del modo resultante (izquierda) en campo lejano y detalle holograma con carga topológica $l = 4$ (derecha). Fuente Autor.

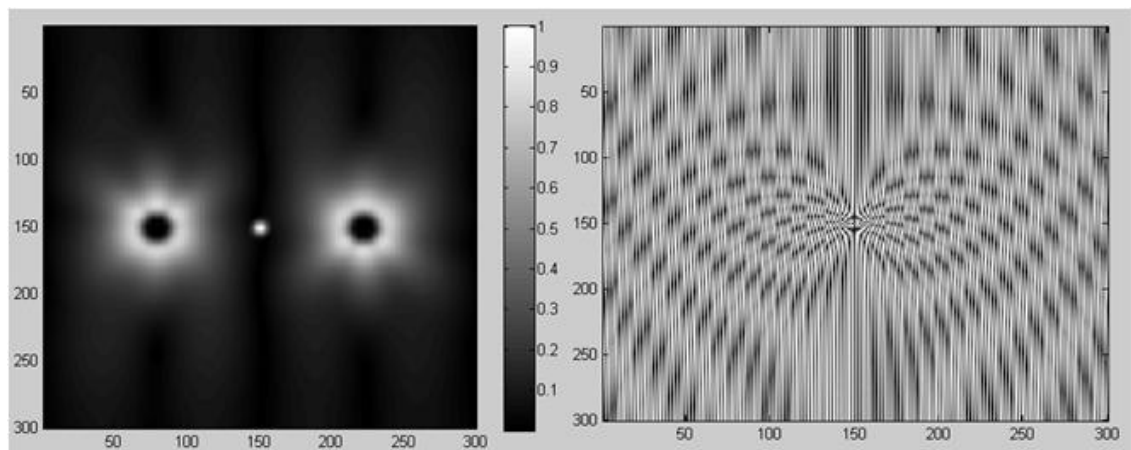


Figura 39. Intensidad del modo resultante (izquierda) en campo lejano y detalle holograma con carga topológica $l = 7$ (derecha). Fuente Autor.

3.4 ESTRUCTURA FINAL

Se considera fundamental seleccionar la técnica más adecuada, tanto para codificar la cantidad de datos establecida con anterioridad sobre el MAO específico de un haz láser, como para realizar la validación teórico-experimental y posterior prototipo con los implementos y dispositivos presentes en la universidad.

Los convertidores astigmáticos si bien generan experimentalmente la configuración LG requerida [27], se necesitan de perfiles HG de un alto orden para obtener distintos campos con MAO entero definido, lo cual representa un costo en el montaje del codificador, pues se debe intervenir mecánicamente el láser al interior de su cavidad resonante para producir una distribución espacial de luz de este tipo, provocando que la velocidad de transición de un dato a otro sea demasiado lenta.

El plato de fase es relativamente más sencillo de implementar a nivel experimental que un convertidor astigmático de alto orden. No obstante hay que considerar que la construcción de las placas requiere de pericias especializadas para moldear la altura de la estructura en el orden de las longitudes de onda. Además se debe tener en cuenta la aplicación a desarrollar, pues si en este caso se necesita transferir un dato de por lo menos tres bits, tal como se cita en el alcance, la configuración está en la necesidad de producir otros haces con distinto MAO y por lo tanto se debe modificar continuamente la altura s de la lámina o cambiar de manera mecánica la misma, lo cual actualmente lleva a descartar esta arquitectura para el codificador.

Por otra parte la generación del haz con MAO específico a partir del holograma computarizado, es la mejor opción para el sistema, ya que permite propagar más momentos enteros, incrementado de esta manera la capacidad del frente de onda de portar una mayor densidad de datos. Además a nivel experimental se pueden considerar dos opciones factibles; la primera consiste en proyectar las distintas rendijas pixeladas sobre un modulador espacial de luz y cambiar digitalmente un conjunto de N cargas topológicas predeterminadas en un periodo de tiempo relativamente corto, donde entonces a cada orden de difracción con momento angular orbital específico generado por el holograma se le podría asignar un alfabeto binario.

La segunda posibilidad se basa en acoplar en cascada un conjunto de divisores de haz (en inglés "*beam splitters*") o una celda de Bragg, que direccionen el campo irradiado sobre una serie de hologramas de carga topológica estática, para luego filtrar el vórtice óptico de interés asociado al dato por medio de la obturación electrónica del camino óptico del modo generado. No obstante si bien esta alternativa podría considerarse mucho más rápida que la rata de

despliegue de las rendijas pixeladas sobre una matriz LCD, se limita a un único rango de distribuciones espaciales luz el dato a transferir, lo cual impediría que el alfabeto asignado pudiese desplazarse a otra gama de momentos.

En ese orden de ideas, desde la perspectiva descrita con anterioridad y teniendo en cuenta los recursos disponibles en cuanto a hardware y software en el laboratorio, se plantea entonces la estructura final del codificador de datos sobre el momento angular orbital entero definido tal como se representa en la figura 40.

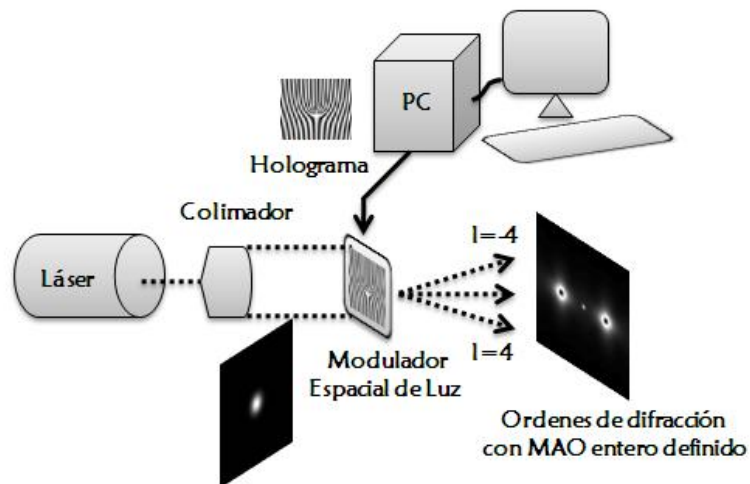


Figura 40. Composición del codificador optoelectrónico. Fuente Autor.

Una vez establecida la arquitectura final se procede a resumir en una breve descripción del sistema propuesto.

Existe una función $A(x, y, z = 0)_{n=0, m=0}^{HG}$ (37) que representa la configuración de campo transversal HG fundamental emitida por el haz láser, la cual es solución de la aproximación paraxial de onda (16).

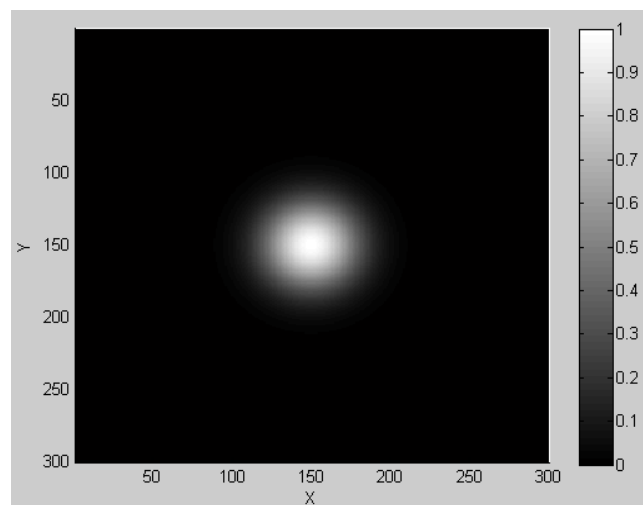


Figura 41. Modo $A(x, y, z = 0)_{HG_{00}}$. Fuente Autor.

Este campo incidente interactúa con un holograma generado por computador cuya función de transmitancia $T(x, y)$ depende principalmente del valor de la carga topológica asignada y es descrita en la expresión (47).

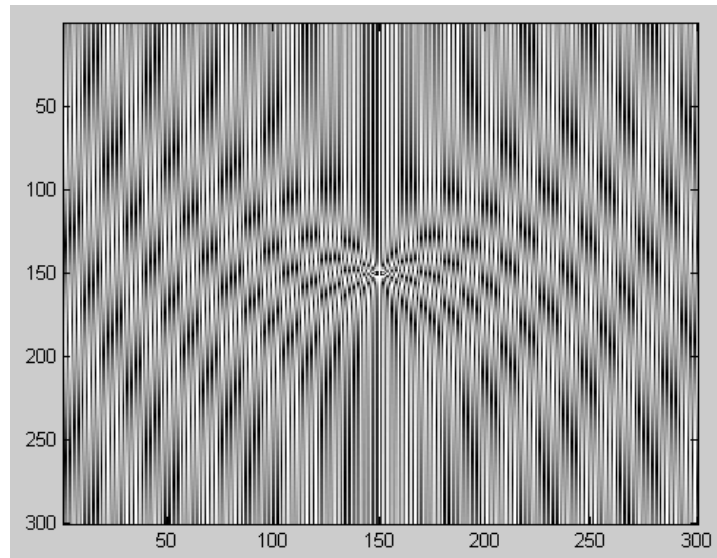


Figura 42. Holograma en amplitud generado con carga topológica $l = 4$.
Fuente Autor.

El campo resultante expresado en (49) debido a la interacción es la multiplicación entre el modo incidente y la función de transmitancia de la rejilla pixelada $T(x, y)$.

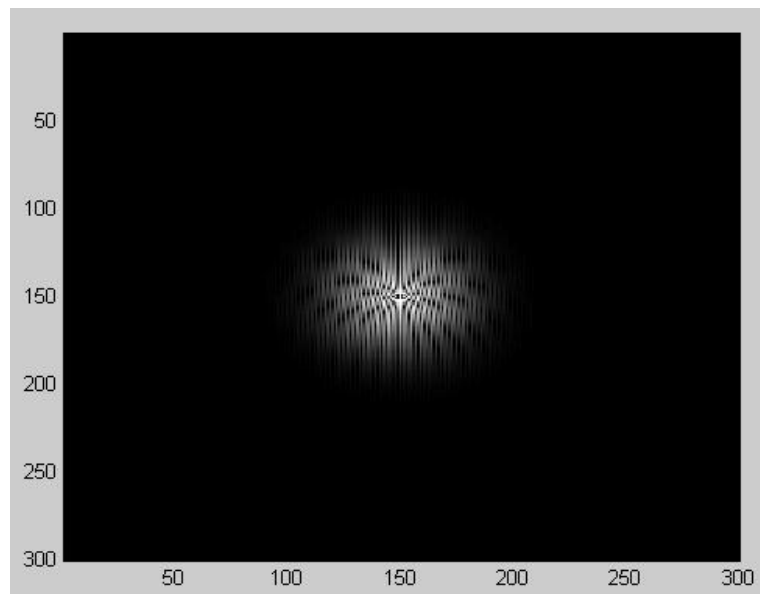


Figura 43. Simulación de $A(x, y, z = 0)_{resultante}$ inmediatamente después del holograma. Fuente Autor.

Seguidamente el proceso de difracción de la distribución espacial de luz en estudio, se realiza mediante la transformada de Fourier [28-29], la cual arroja como resultado una función $F(f_x, f_y)$, que describe la configuración transversal del campo lejano (difracción de Franhoufer).

$$F(f_x, f_y) = \iint_{-\infty}^{\infty} [A(x, y, z = 0)_{resultante}] e^{-j2\pi[f_x x + f_y y]} dx dy \quad (49)$$

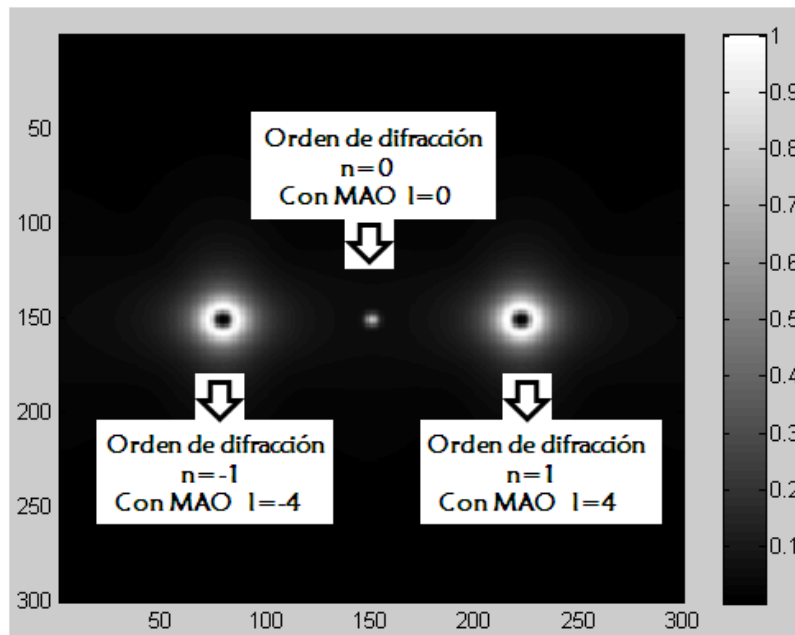


Figura 44. Simulación del campo lejano resultante del proceso de difracción.
Fuente Autor.

La distribución espacial de luz representada en la figura 44, tiene un conjunto de órdenes de difracción, negativos y positivos respectivamente, que se manifiestan en vórtices ópticos producidos por las dislocaciones de fase asociadas al MAO entero definido que portan cada uno de ellos. El signo relacionado al índice acimutal l indica el sentido de rotación levógiro o dextrógiro de los distintos componentes difractados, lo cual señala que el frente de onda de cada uno de los órdenes se propaga con una misma fase pero en orientación contraria.

Por otra parte si bien se analizan las funciones de transmitancia, la finalidad consiste en la inserción del término $e^{jl\varphi(x,y)}$ asociado al MAO entero de la luz en el espacio recíproco. Según lo anterior es factible entonces decir que se puede esbozar otra función de transmitancia $T_1(x, y)$, cuyo modelo matemático permita en este caso producir la singularidad de fase necesaria para generar ordenes de difracción con la propiedad física de interés requerida para la codificación de los datos.

El holograma *blazed* de Brown y Lohmann [30] publicado en 1969, que busca adaptar a un ángulo determinado la mayor eficiencia de difracción posible, se describe por medio de una función de transmitancia compleja (50), que no integra una máscara de fase espacial $\varphi(x, y)$ variante en la dirección acimutal, ni tampoco posee un coeficiente l entero que cambie la carga topológica de la

configuración holográfica, por lo tanto es incapaz de producir un vórtice óptico con MAO específico.

$$T(x, y) = \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-1^n}{n^2 - 0.5^2} \left[\text{sen} \left(\frac{2n\pi x}{d} \right) + j 2 \cos \left(\frac{2n\pi x}{d} \right) \right] \quad (50)$$

Acorde con la continuidad de la idea, se plantea entonces insertar sobre (50), el factor de singularidad de fase $l\varphi(x, y)$ el cual se asocia al MAO entero de la luz.

$$T_1(x, y) = \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-1^n}{n^2 - 0.5^2} \left[\text{sen} \left(\frac{2n\pi x}{d} + l\varphi(x, y) \right) + j 2 \cos \left(\frac{2n\pi x}{d} + l\varphi(x, y) \right) \right] \quad (51)$$

$$\varphi(x, y) = \tan^{-1}[y/x] \quad (52)$$

Cabe destacar que tanto para (51) como para (50), n representa la cantidad de órdenes de difracción a tener en cuenta, $2\pi n/d$ el periodo de las franjas y l la carga topológica de la función de transmitancia.

A continuación se muestra un resultado de la nueva rejilla pixelada $T_1(x, y)$.

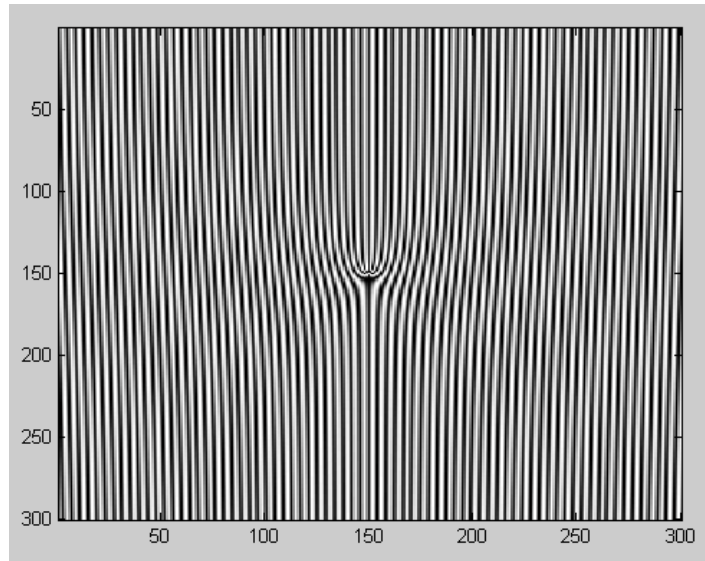


Figura 45. Holograma en amplitud generado a partir de la nueva función $T_1(x, y)$, con carga topológica $l = 3$. Fuente Autor.

Tal como se planteo anteriormente, al irradiar el modo fundamental (37) sobre el nuevo holograma (51), del proceso de difracción se obtiene la distribución en campo lejano con los vórtices ópticos portadores de la propiedad física de interés, producto de las dislocaciones de fase introducidas con anterioridad en la función de transmitancia propuesta, con la leve diferencia de que esta última por ser de tipo *blazed*, privilegia uno de los dos órdenes de difracción resultantes dependiendo de la asignación compleja, tal como lo muestra la figura 46 y 47.

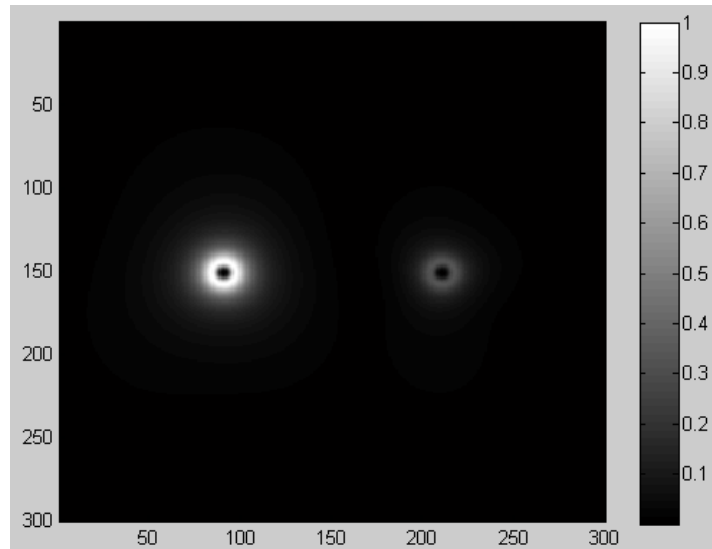


Figura 46. Simulación de la configuración transversal de campo con MAO $l = 3$, generada a partir de $T_1(x, y)$ de la figura 45, privilegiando el orden de difracción $n = -1$. Fuente Autor.

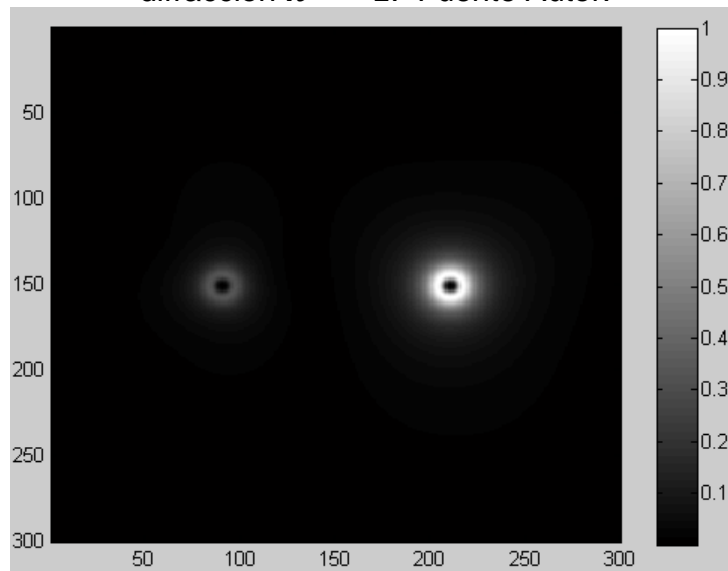


Figura 47. Simulación de la configuración transversal de campo con MAO $l = 3$, generada a partir de $T_1(x, y)$ de la figura 45, privilegiando el orden de difracción $n = 1$. Fuente Autor.

Una vez generada la configuración de campo transversal de interés, se abre un canal de comunicación en la ubicación espacial del orden de difracción privilegiado, de esta manera se le puede asignar en esta primera aproximación un alfabeto binario de tres bits a ocho vórtices ópticos concéntricos con distinto MAO, así como se aprecia en la figura 48.

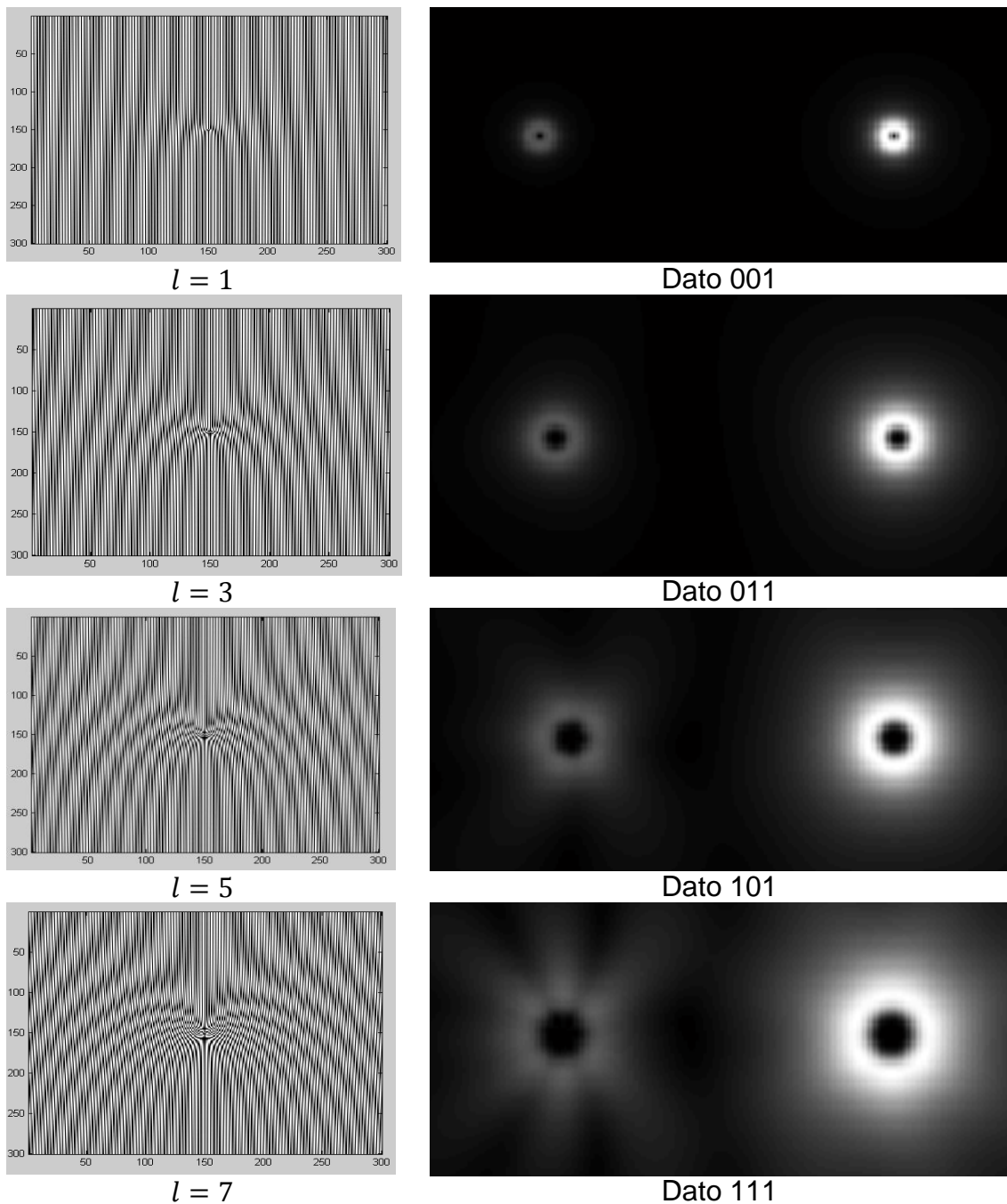


Figura 48. Simulación de la asignación del dato sobre el MAO de la luz. Fuente Autor.

Ahora con el modelo planteado se desarrollan otras dos posibilidades para el codificador. La primera consiste en trasladar la configuración de campo transversal generada al eje óptico del haz incidente, es decir desplazar el vórtice a la ubicación espacial del orden cero de difracción.

Para llevar a cabo este efecto se multiplica la función de transmitancia $T_1(x, y)$ por un factor de fase equivalente a $e^{-j2\pi x/d}$. Esto se realiza con el fin de que en el espacio de Fourier se convolucione la distribución espacial de luz portadora de la variable física de interés, con el impulso desplazado localizado en el

centro del vórtice óptico no privilegiado, obteniendo como resultado la configuración representada en la figura 49.

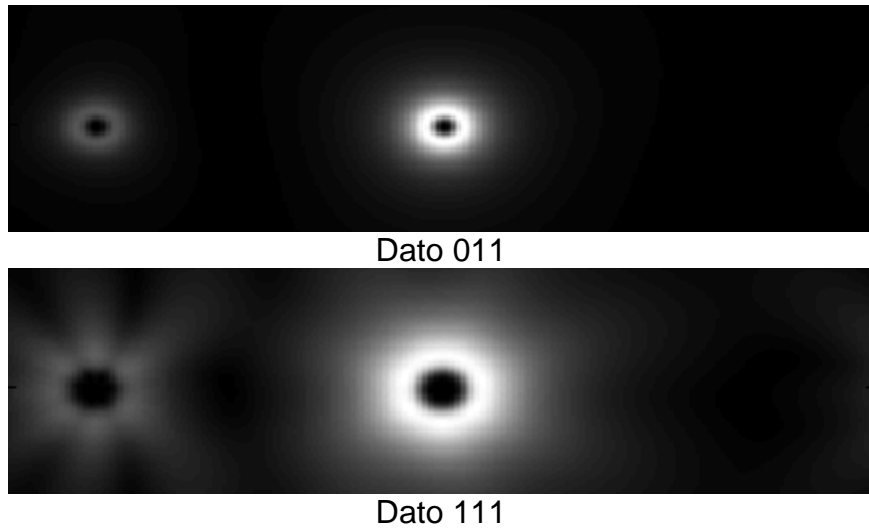


Figura 49. Simulación de la intensidad de los modos con MAO entero definido situados espacialmente en el eje óptico del haz incidente. Fuente Autor.

Por otra parte la segunda posibilidad permite incrementar la tasa de transferencia de datos habilitando un canal en la orientación vertical del espacio recíproco. Esto se logra sumando el holograma generado por computador $T_1(x, y)$, con otra función de transmitancia $T_2(x, y)$ expresada en (53) pero variable en el eje de las ordenadas, tal como lo realizó [31] en su momento, para discriminar el MAO de un haz incidente.

$$T_2(x, y) = \frac{1}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-1^n}{n^2 - 0.5^2} \left[\text{sen} \left(\frac{2n\pi y}{d} + l\varphi(x, y) \right) + j2\text{cos} \left(\frac{2n\pi y}{d} + l\varphi(x, y) \right) \right] \quad (53)$$

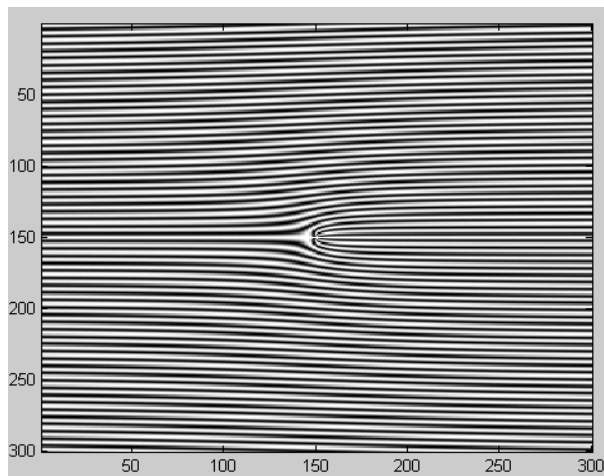


Figura 50. Holograma en amplitud generado a partir de la expresión $T_2(x, y)$ con carga topológica $l = 3$. Fuente Autor.

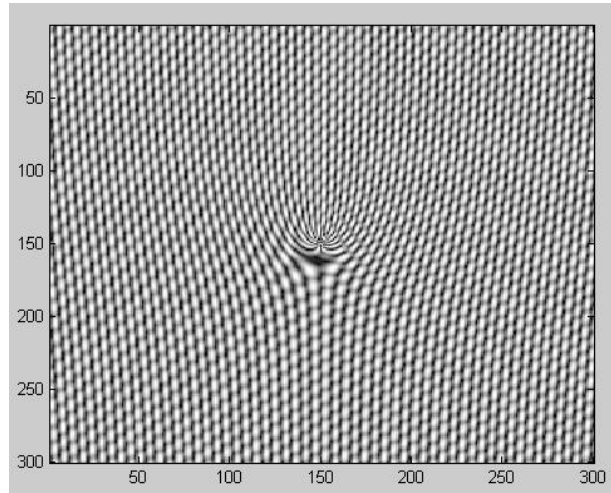


Figura 51. Holograma en amplitud generado a partir de la superposicion de las funciones $T_1(x, y) + T_2(x, y)$ con carga topologica $l = 7$ y $l = 3$. Fuente Autor

En consecuencia al irradiar el modo fundamental sobre la suma de $T_1(x, y)$ y $T_2(x, y)$, se obtiene en la configuración de campo lejano cuatro órdenes de difracción con MAO entero definido, dos en la dirección x y otros dos en la orientación y , los cuales para este caso en particular se privilegian los de carga topológica positiva.

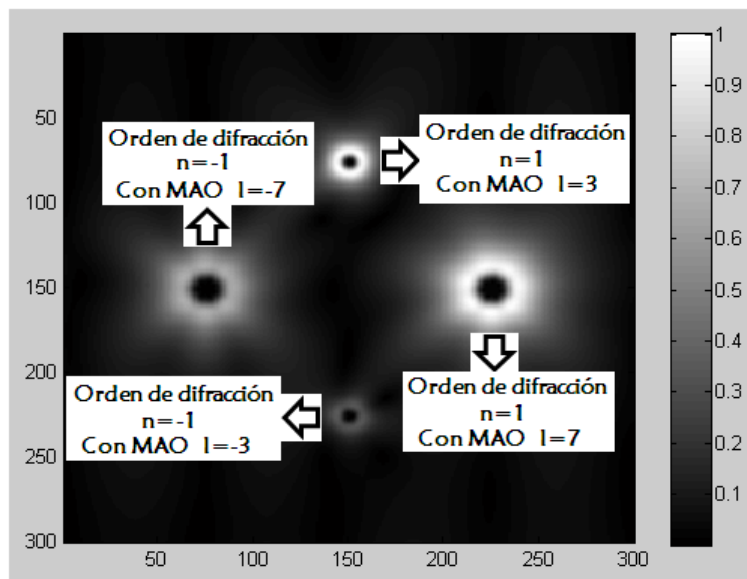


Figura 52. Simulación del campo lejano con cuatro vórtices ópticos con distinto MAO. Fuente Autor.

Con la distribución espacial de luz generada se abren entonces dos canales de comunicación situados en el centro de los vórtices ópticos privilegiados, sí antes uno de ellos podía llevar una densidad de datos equivalente a ocho estados de información sobre el MAO entero definido del orden de difracción, ahora con la codificación en paralelo sobre los dos modos proyectados se incrementa la capacidad de asignación del alfabeto a sesenta y cuatro niveles, lo cual resulta en codificar un dato de seis bits.

Si bien se podría considerar factible la transferencia de datos utilizando el MAO entero específico por medio de la superposición de hologramas de distinta orientación, hay que tener en cuenta que a nivel experimental se deben situar dos cámaras CCD en una misma unidad receptora para realizar la adquisición de las imágenes y posterior tratamiento de los registros, con el fin de discriminar el índice acimutal relacionado a la variable de interés en los dos enlaces establecidos, incrementándose de esta manera no sólo el hardware necesario sino también el tiempo de procesamiento de la CPU receptora, para decodificar el frente de onda portador del respectivo dato.

4. VALIDACIÓN TEÓRICO EXPERIMENTAL

A continuación se presenta la validación tanto teórica como experimental del desarrollo planteado en primera opción para el codificador optoelectrónico sobre el MAO entero de la luz. ¿En realidad el dato resultante del modelo establecido se transfiere sobre la variable de interés?, ¿Se obtienen los resultados simulados a nivel experimental?, ¿Qué implicaciones conlleva el montaje de tal dispositivo?, estas son algunas de las preguntas que se resolverán en este capítulo con el fin de establecer la veracidad de la arquitectura propuesta.

Antes de abordar la temática principal hay que considerar que la estructura teórica matemática desarrollada a lo largo de la sección anterior, se debe extender a las dimensiones reales del convertidor de modos LG compuesto por un modulador espacial de luz, las cuales son de 1024 por 768 pixeles, por tanto la configuración de campo transversal incidente y el holograma generado a partir de la función de transmitancia $T_1(x, y)$, deben tener este mismo tamaño para realizar el conjunto de operaciones matriciales que describen los procesos de interacción y difracción necesarios para producir los distintos modos con MAO entero específico.

4.1 VALIDACIÓN TEÓRICA

Las configuraciones de campo transversal resultantes de la arquitectura planteada transfieren el dato sobre el MAO entero de la luz, si y solo si el vórtice óptico asociado al alfabeto asignado lleva una singularidad de fase en su frente de onda de $2\pi l$, lo cual implica que el modo en cuestión porta el término $e^{-jl\varphi(x,y)}$ característico de la variable de interés, tal como se detalló en la sección 2.2 y en el Anexo B.

Para demostrar que esta configuración espacial de luz porta dicha dislocación de fase en su frente de onda, se plantea realizar una interferencia como método óptico de medida [32] a partir de la superposición de dos modos con distinto MAO, de esta manera la teoría predice una distribución de intensidad con un conjunto definido de zonas destructivas y constructivas debidas al factor $e^{-jl\varphi(x,y)}$.

Al tener en cuenta sólo las singularidades de fase de las dos configuraciones de campo transversal con distinto índice acimutal l_1 y l_2 , de la superposición de estos modos se obtiene un patrón de intensidad con una interferencia resultante:

$$(e^{-jl_1\varphi(x,y)} + e^{-jl_2\varphi(x,y)})(e^{jl_1\varphi(x,y)} + e^{jl_2\varphi(x,y)}) \quad (54)$$

$$= 1 + e^{j(l_2-l_1)\varphi(x,y)} + e^{-j(l_2-l_1)\varphi(x,y)} + 1 \quad (55)$$

$$= 2 + 2 \cos((l_2 - l_1)\varphi(x, y)) \quad (56)$$

Tal como se evidencia en (56), la intensidad es nula para los valores en los que el argumento del coseno $(l_2 - l_1)\varphi(x, y)$, describe un ángulo de $-(2q + 1)\pi$ o $(2q + 1)\pi$ y es máxima cuando el ángulo tiene valores de $-2q\pi$ o $2q\pi$, teniendo en cuenta a q como un número entero real positivo.

Ahora vale la pena citar un ejemplo teórico, si se suman dos haces con distinto MAO entero definido $l_2 = 3$ y $l_1 = -3$, en la distribución espacial de luz resultante se presentarán seis interferencias constructivas y seis destructivas; dado que $\varphi(x, y)$ va de $-\pi$ a π , las zonas oscuras producto de la superposición de los factores de fase $e^{-jl_1\varphi(x,y)}$ y $e^{-jl_2\varphi(x,y)}$, se sitúan en los ángulos correspondientes a $-5\pi/6, -\pi/2, -\pi/6, \pi/6, \pi/2$ y $5\pi/6$ respectivamente. En contra parte los sectores donde se presenta la máxima intensidad, son en los ángulos situados en $-\pi, -2\pi/3, -\pi/3, 0, \pi/3$ y $2\pi/3$.

En síntesis, a nivel teórico la distribución espacial de luz producto de la suma de los dos frentes de onda con distinto MAO entero definido, debe manifestar un número de interferencias destructivas y constructivas equivalente al valor absoluto de la resta de los dos índices acimutales presentes en el proceso de superposición ($|l_2 - l_1|$), expresión que surge a raíz de la paridad de la función coseno.

En ese orden de ideas se desarrolla una estrategia desde el punto de vista de la matemática de Fourier para la estructura propuesta del codificador. Esta consiste en multiplicar con una expresión cosenoidal la función de transmitancia

$T_1(x, y)$, con el fin de que los vórtices con factores de fase acimutal de igual valor pero de sentidos levógiro y dextrógiro, se superpongan en el eje óptico en la distribución espacial de campo lejano a partir de su convolución con los dos impulsos desplazados producto de modulación realizada en el espacio directo, las figuras 53, 54 y 55 representan gráficamente lo expresado.

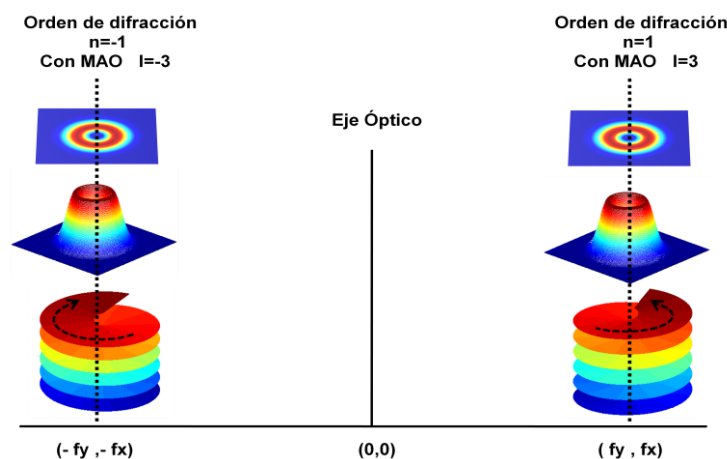


Figura 53. Esquema teórico de campo lejano con dos vórtices ópticos de distinto MAO, generados a partir de $T_1(x, y)$. Fuente Autor.

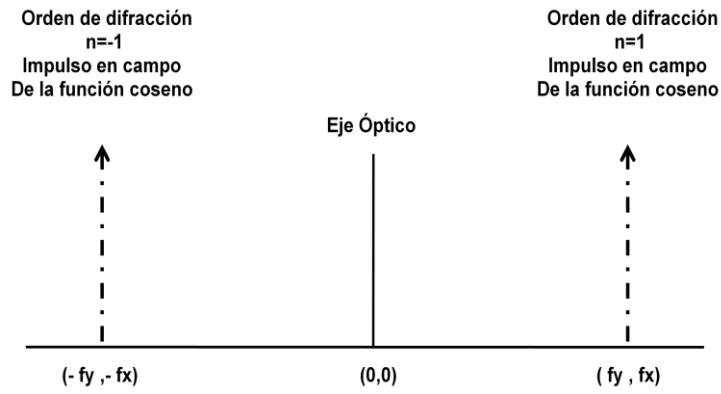


Figura 54. Esquema teórico de campo lejano con dos impulsos desplazados generados a partir de la función moduladora $\cos(2\pi x/d)$. Fuente Autor.

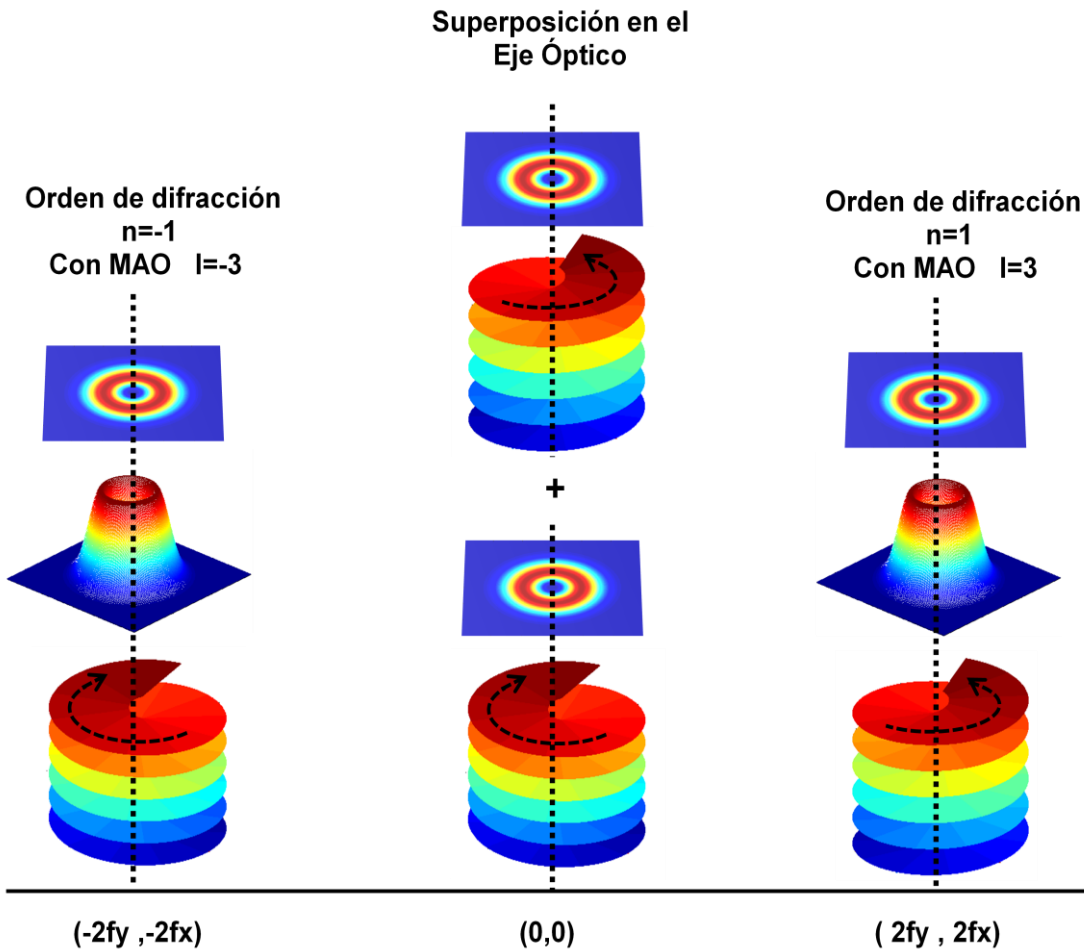


Figura 55. Esquema teórico de la superposición de dos modos con distinto MAO, resultante de la convolución entre los impulsos desplazados y los vórtices ópticos generados a partir de $T_1(x, y)$. Fuente Autor.

La distribución de campo transversal de las figuras 56, 57 y 58, obtenidas del proceso de superposición anteriormente descrito, exhibe el patrón característico de interferencias destructivas y constructivas pronosticadas por la teoría, lo cual permite concluir ciertamente que el modo sobre el cual se codifica el dato a transmitir, porta la singularidad de fase acimutal correspondiente al factor $e^{-jl\varphi(x,y)}$, por lo tanto el alfabeto asignado se transfiere a través del momento angular orbital entero de la luz.

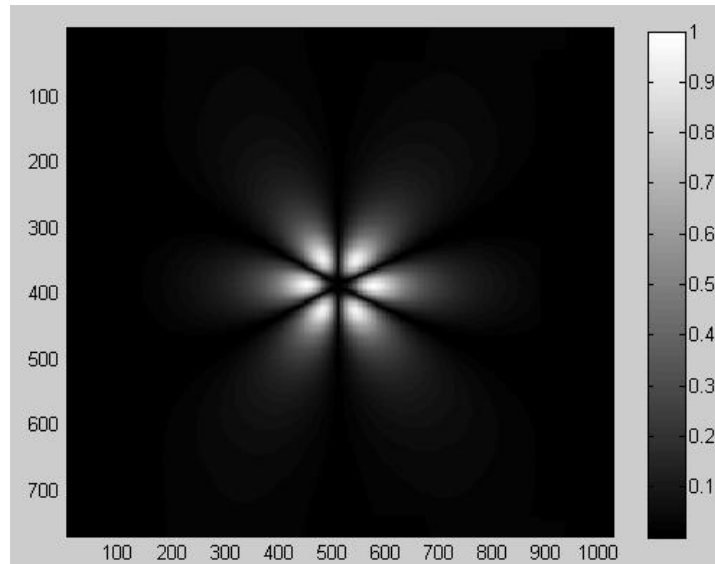


Figura 56. Simulación de la intensidad del modo resultante del proceso de interferencia de dos frentes de onda con MAO $l_2 = 3$ y $l_1 = -3$. Fuente Autor.

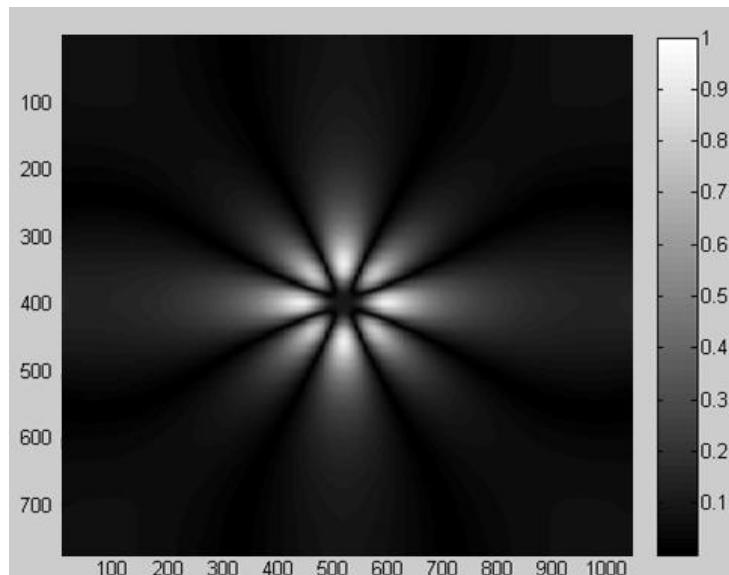


Figura 57. Simulación de la intensidad del modo resultante del proceso de interferencia de dos frentes de onda con MAO $l_2 = 4$ y $l_1 = -4$. Fuente Autor.

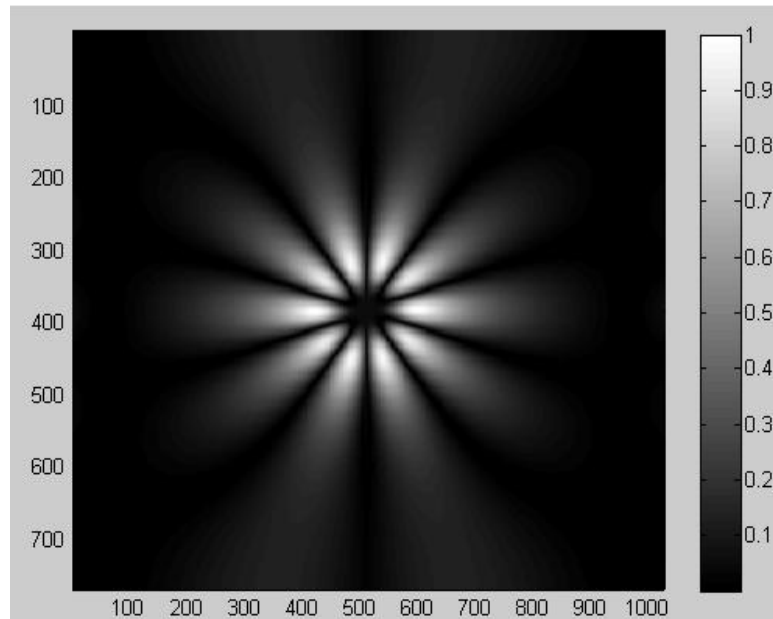


Figura 58. Simulación de la intensidad del modo resultante del proceso de interferencia de dos frentes de onda con MAO $l_2 = 5$ y $l_1 = -5$. Fuente Autor.

4.2 VALIDACIÓN EXPERIMENTAL

Si bien desde la perspectiva teórica se corroboró que los distintos vórtices ópticos si transfieren el conjunto de datos relacionados sobre el MAO entero definido, puede que a nivel experimental existan variables no contempladas que tengan un impacto de importancia y causen distorsión en la veracidad de los resultados obtenidos por simulación, por ello en esta sección, se procede a montar a nivel de capa física los componentes de la arquitectura híbrida planteada, con el fin de evaluar la respuesta real con respecto a la teórica de los datos codificados sobre la variable de interés.

En la figura 40, se detalló el arreglo para el codificador optoelectrónico en cuestión, el cual físicamente se construye a partir de un láser de modo fundamental $A(x, y, z)_{n=0, m=0}^{HG}$ de 532 nanómetros de longitud de onda, un colimador, un polarizador y analizador lineal, un modulador espacial de luz (SLM), un computador y una cámara CCD.

4.2.1 CONVERTIDOR DE MODOS LG

Acorde con la estructura final desarrollada en la sección 3.4, el holograma generado por computador se debe localizar de forma transversal a la dirección de propagación de la configuración espacial emitida por el láser, esto se realiza a nivel experimental irradiando el haz sobre un modulador espacial de luz CRL OPTO XGA4, descrito a escala microscópica en [18] en el cual se procede a desplegar la rejilla pixelada en cuestión. Ahora dado que la naturaleza de la función de transmitancia $T_1(x, y)$ es de amplitud y fase, la operación de la LCD

se debe llevar a cabo en modo acoplado, por lo tanto hay que situar en el dispositivo inmediatamente después del colimador, un polarizador lineal, el SLM mencionado y un analizador lineal en ese respectivo orden.

La dirección de los ejes de polarización de los elementos anteriormente mencionados no se puede situar al azar, se hace necesario un estudio de ingeniería inversa para determinar la orientación de las moléculas en la cara de entrada y de salida de la matriz de cristal líquido [33], con el fin de obtener la máxima intensidad posible una vez el haz incidente difracte sobre el modulador.

Con ayuda de un medidor de potencia Newport modelo 1918-C [34], se automatizó el proceso de adquisición de datos a través de la plataforma Matlab 2009a, tanto para ajustar los ángulos de polarización, como para la optimización del brillo y contraste de la matriz LCD conectada a la fuente de alimentación eléctrica.

A continuación se representa gráficamente las potencias promedio totales registradas, para un conjunto de noventa y dos pares de ángulos correspondientes a la orientación del polarizador y del analizador respectivamente.

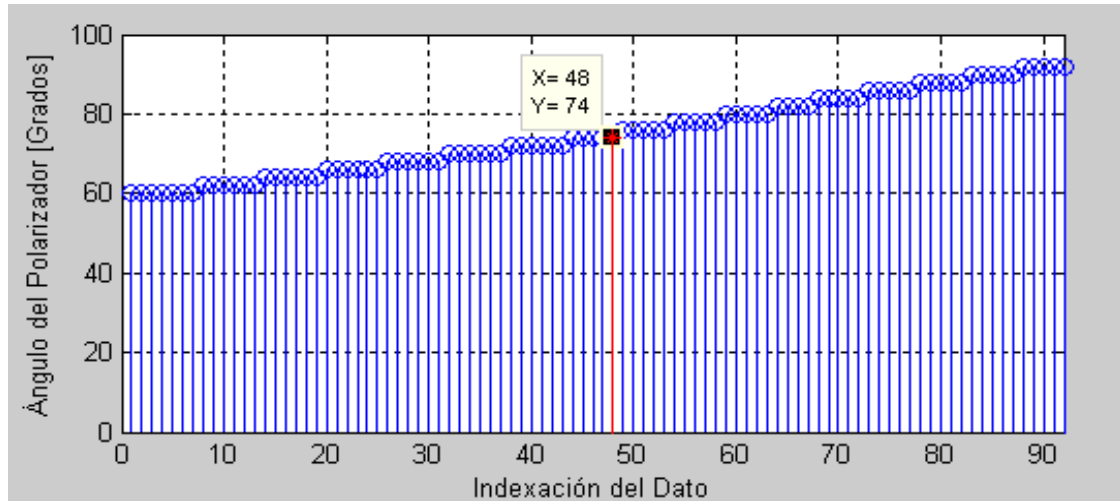


Figura 59. Ángulos de orientación experimentales del polarizador. Fuente Autor.

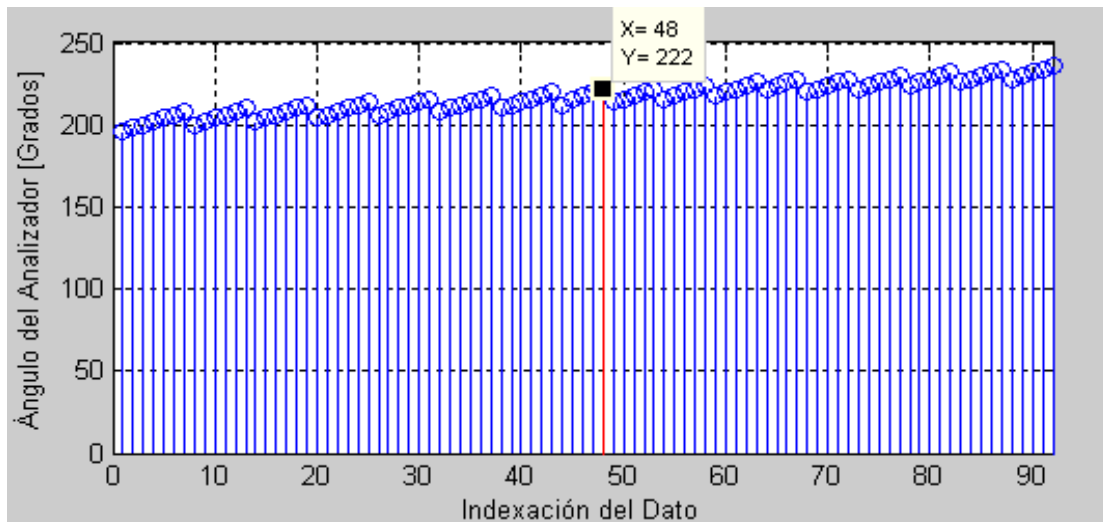


Figura 60. Ángulos de orientación experimentales del analizador. Fuente Autor.

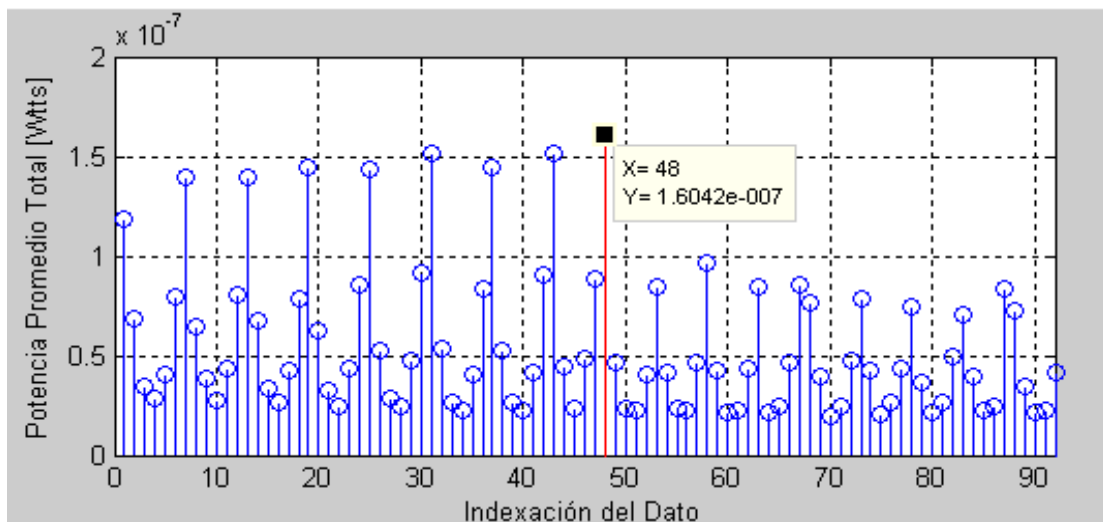


Figura 61. Potencias promedio sobre un conjunto de medida registradas en el medidor de potencia a diversos ángulos según la indexación del dato. Fuente Autor.

Cabe destacar que la indexación o categoría del dato, es un número entero entre uno y noventa y dos que permite relacionar la totalidad de la información del experimento en una estructura de programación orientada a objetos, es decir, que la dirección angular de los polarizadores, las potencias registradas cada segundo por el medidor de potencia, su promedio total y desviación estandar, están contenidas y direccionadas en un registro de múltiples dimensiones a través de una sola cifra, tal como se representa en el eje de las abscisas de las figuras 59, 60 y 61.

En los resultados se puede evidenciar que la máxima potencia promedio total registrada con la LCD conectada a la fuente de alimentación, fue de 160,42+ nanowattios, localizados en la categoría cuarenta y ocho según la variable independiente del esquema grafico de la figura 61, por ende los ángulos tanto

del polarizador como del analizador para la operación del SLM en modo acoplado, corresponden a 74 y 222 grados respectivamente, debido a que estos se ubican dentro de la estructura de datos del experimento bajo la misma indexación.

Ahora con el fin de encontrar una óptima distribución lineal en el gamut de grises para la matriz de cristal líquido, se variaron los valores de tensión de los potenciómetros que controlan el brillo y el contraste de la tarjeta de electrónica de la LCD, luego se registraron las potencias promedio obtenidas de un despliegue de 26 imágenes de distintos niveles de grises cada una, partiendo de negro (cero) y llegando hasta blanco (uno), en pasos de diez niveles de gris.

El tratamiento de los datos adquiridos mediante el anterior proceso, arroja como resultado un trazo azul que representa el comportamiento de las potencias promedio registradas según la variación de los niveles de grises y su respectiva regresión lineal en rojo. La idea aquí consiste en determinar las tensiones del brillo y del contraste que lleven al SLM a operar de manera lineal; para esto se cuantifica la norma de los residuales en las cuarenta y siete curvas generadas en esta caracterización, como un índice que permite establecer que tan lineal es el despliegue experimental de grises.

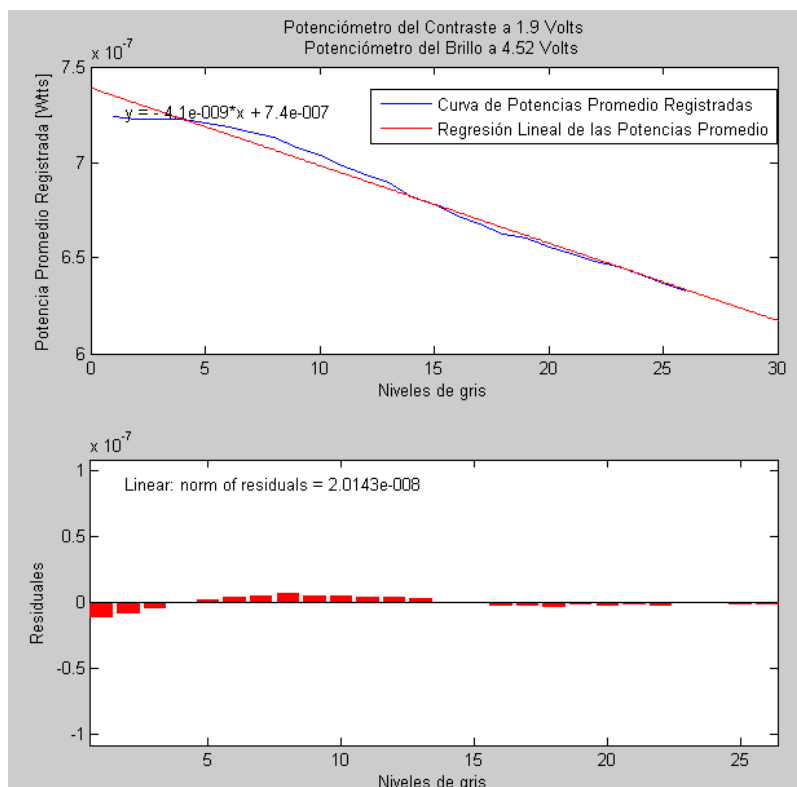


Figura 62. Distribución experimental de la curva de contraste a las tensiones especificadas, potencia promedio vs niveles de grises y barras de residuales.
Fuente Autor.

Se considera que los niveles de voltaje óptimos para la operación lineal de la LCD, son los que se encuentran indexados en la estructura de datos de este experimento bajo el número entero que contiene el residual de menor valor.

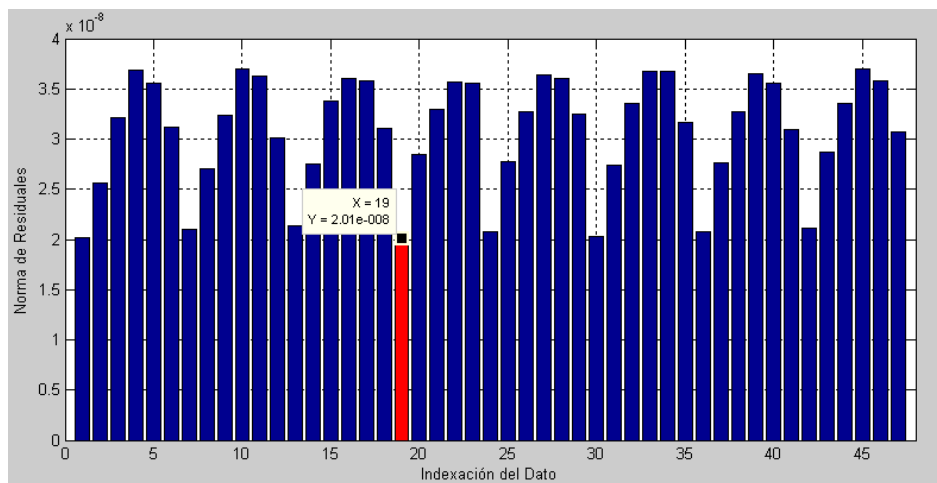


Figura 63. Residuales experimentales resultantes de la totalidad de las pruebas de linealidad efectuadas. Fuente Autor.

La prueba indexada en la categoría diecinueve y representada en la figura 64, con una tensión de contraste de 1,93 volts y un voltaje de brillo de 4,52 volts, es la que manifiesta la mejor linealidad en el despliegue de grises.

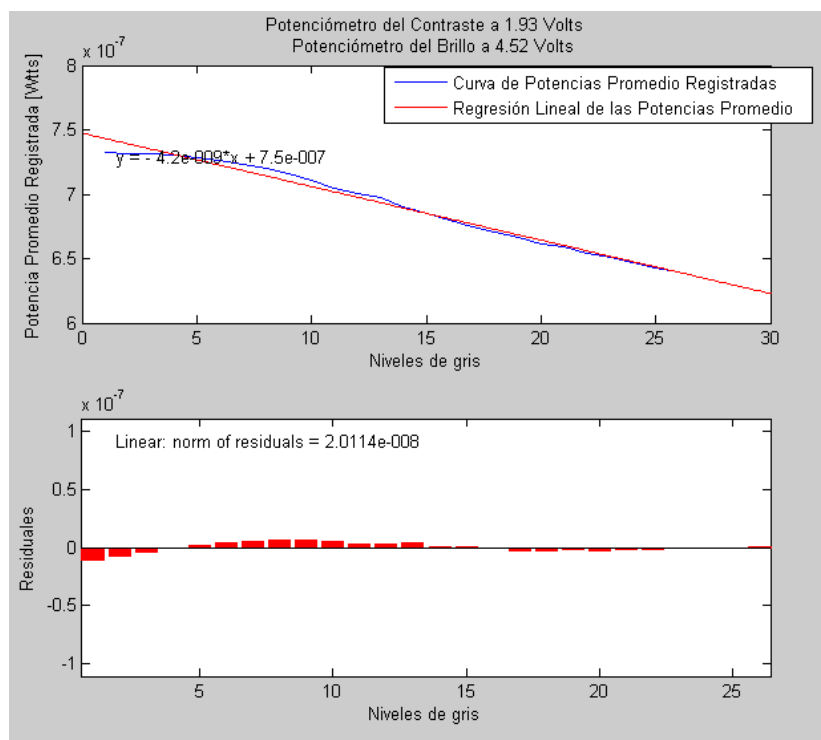


Figura 64. Distribución experimental de la curva de contraste definitiva para la operación de la LCD a las tensiones especificadas, Potencia promedio vs niveles de grises y barras de residuales. Fuente Autor.

Ahora después de realizado el proceso de caracterización, se desplegaron sobre el SLM quince funciones de transmitancia $T_1(x,y)$ con distinta carga topológica l de naturaleza entera, a una resolución espacial de 1024 por 768 pixeles correspondientes a las dimensiones reales de la matriz de cristal líquido.

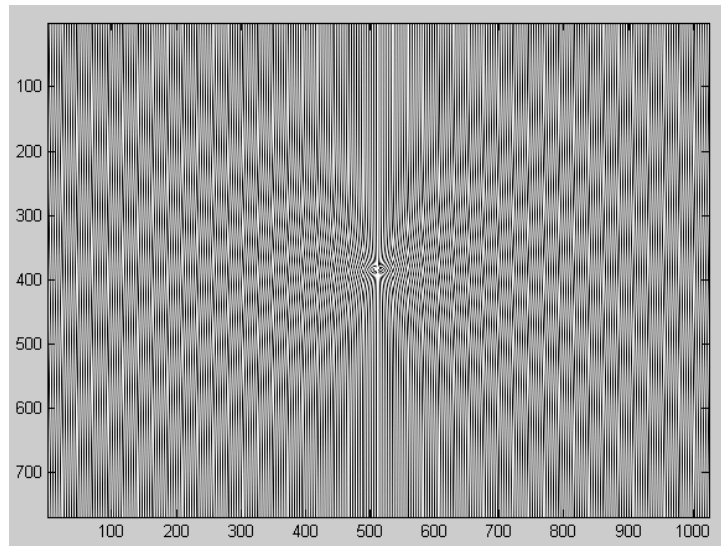


Figura 65. Holograma de amplitud $T_1(x,y)$ desplegado sobre la LCD con carga topológica $l = 7$. Fuente Autor.

Como resultado de la proyección del arreglo bidimensional esquematizado en la figura 65, se obtiene experimentalmente el vórtice característico del haz con MAO entero definido.

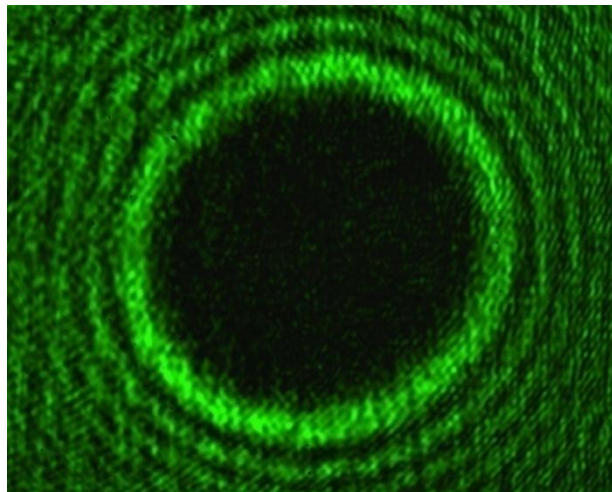


Figura 66. Intensidad experimentalmente obtenida para el modo resultante con MAO $l = 7$. Fuente Autor.

Si bien en la figura 66 se representa la distribución espacial de luz esperada, su morfología no corresponde a la de una circunferencia; incluso se correlaciona un poco más con la de una elipse, sin embargo con el fin evitar este efecto de anamorfismo que surge debido a la presencia de pequeñas franjas inactivas en el área óptica total de los dispositivos LCD [18, 35], se ajustó el tamaño del

registro matricial que describe a $T_1(x, y)$, de esta manera sin necesidad de alterar el despliegue que por defecto realiza Matlab sobre el SLM, se logró adecuar el vórtice óptico con simetría circular.

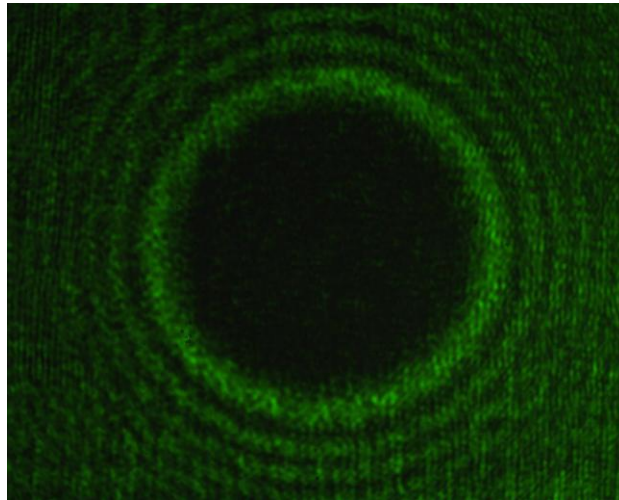


Figura 67. Configuración de campo transversal con MAO $l = 7$ adecuada según el ajuste de las dimensiones de $T_1(x, y)$, obtenido experimentalmente y en condiciones de registro diferentes a las de la figura 66. Fuente Autor.

En ese orden de ideas y con el objetivo de cuantificar el grado de circularidad que tienen las configuraciones de campo transversal generadas a partir de $T_1(x, y)$ de dimensión real y ajustada, se hallaron los radios de ocho distintos puntos localizados en el borde de la circunferencia interna que manifiestan cada uno de los quince vórtices ópticos, para luego determinar sus respectivas desviaciones estándar.

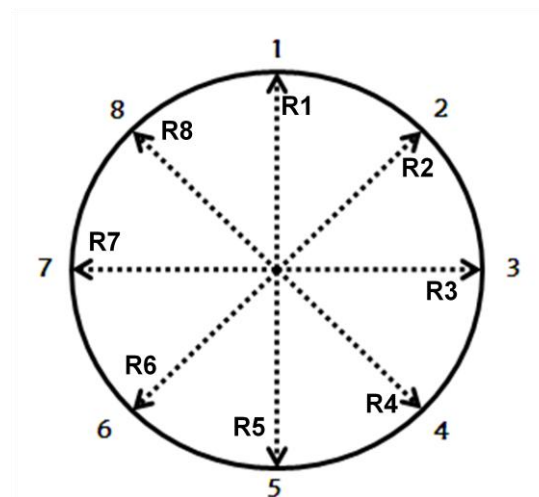


Figura 68. Puntos muestreados y sus respectivos radios a lo largo de la circunferencia del vórtice óptico. Fuente Autor.

En este caso, una desviación estándar alta dada en unidades de pixeles implica una mayor variabilidad de radios, lo cual indica que la morfología de la

distribución espacial de luz propagada es menos circular, en contraparte si la dispersión es baja, se puede considerar entonces que las distancias del centro a los puntos muestreados del objeto de estudio se mantienen relativamente constantes, llegando a la conclusión de que el modo posee un patrón de simetría tanto radial como acimutal.

A continuación en la figura 69, se representan las desviaciones estándar de los radios de los distintos modos generados con la función de transmitancia $T_1(x, y)$ de dimensiones reales y ajustadas.

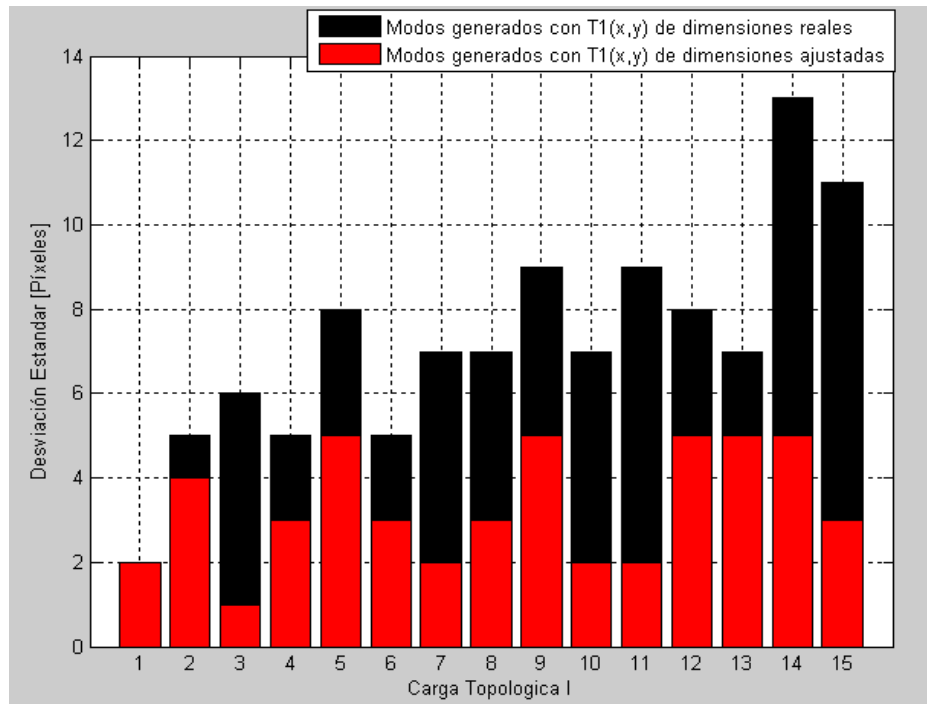
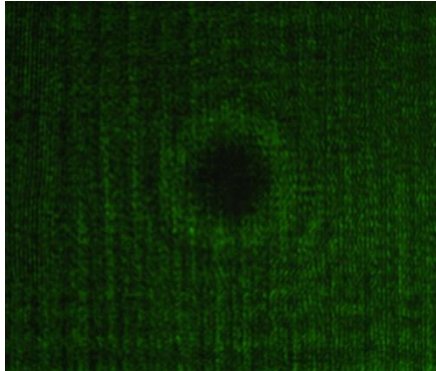


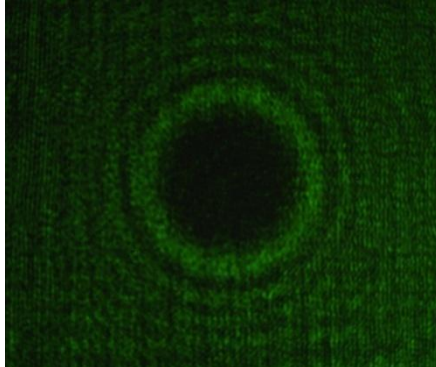
Figura 69. Desviaciones estándar en píxeles de los radios de quince modos con MAO entero definido l . Fuente Autor.

En síntesis según el análisis del anterior esquema, las distribuciones espaciales de luz generadas a partir de la función de transmitancia $T_1(x, y)$ de dimensiones ajustadas manifiestan un patrón de gran circularidad.

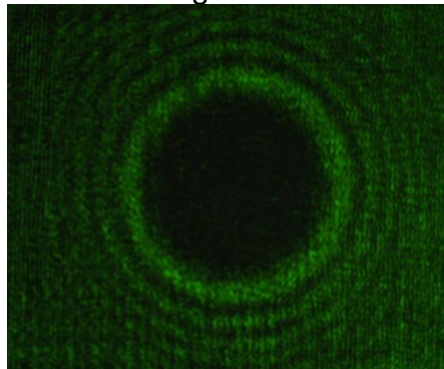
De esta forma una vez atenuado el anamorfismo del haz portador de los distintos MAO's enteros definidos, se procedió a asignar el respectivo alfabeto de tres bits sobre los modos generados, de igual manera que se realizó con los resultados del modelo matemático establecido en la sección 3.4 y reflejados en la figura 48.



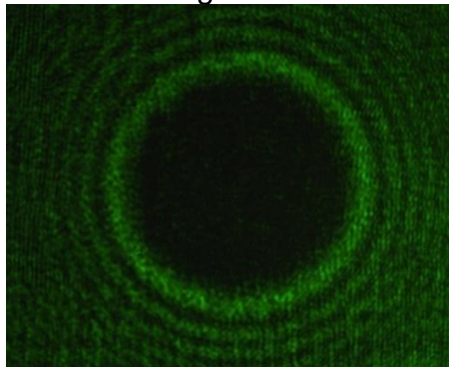
MAO $l = 1$ asignación al Dato 001



MAO $l = 3$ asignación al Dato 011



MAO $l = 5$ asignación al Dato 101



MAO $l = 7$ asignación al Dato 111

Figura 70. Distribuciones espaciales de luz experimentales con MAO entero definido asociadas al respectivo alfabeto binario establecido en la sección 3.4 del presente texto. Fuente Autor.

Ahora para determinar si los vórtices ópticos generados a nivel experimental portan el termino $e^{-jl\varphi(x,y)}$ característico de un haz con MAO entero definido, se ejecutó nuevamente la estrategia descrita en la sección 4.1, obteniendo como resultado el conjunto de interferencias constructivas y destructivas esperadas por la teoría y el modelo planteado.

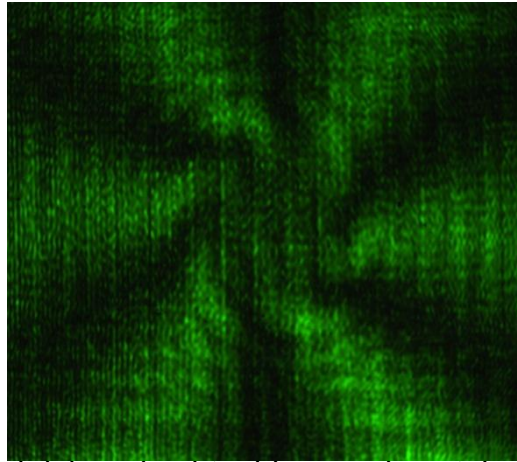


Figura 71. Intensidad del modo obtenido experimentalmente del proceso de interferencia de dos frentes de onda con MAO $l_2 = 3$ y $l_1 = -3$. Fuente Autor.

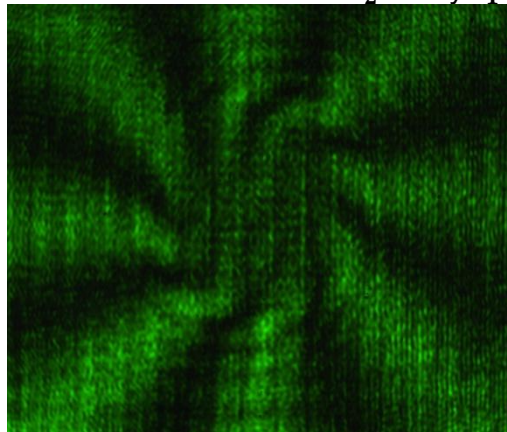


Figura 72. Intensidad del modo obtenido experimentalmente del proceso de interferencia de dos frentes de onda con MAO $l_2 = 4$ y $l_1 = -4$. Fuente Autor.

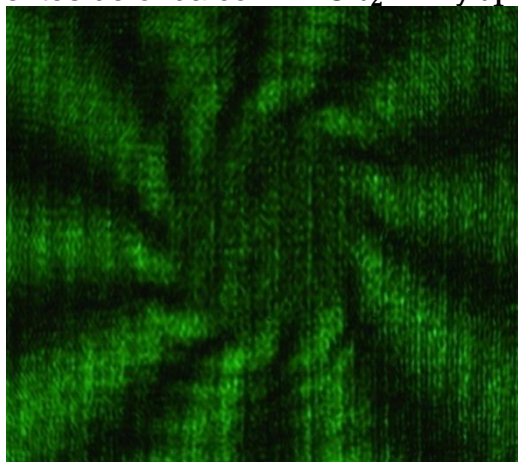


Figura 73. Intensidad del modo obtenido experimentalmente del proceso de interferencia de dos frentes de onda con MAO $l_2 = 5$ y $l_1 = -5$. Fuente Autor.

No obstante si bien el método óptico de interferencias tratado en el apartado 4.1 permite evidenciar con mayor claridad la dislocación de fase del frente de onda y por ende el MAO entero que porta el modo, cabe destacar que también existe un criterio geométrico para validar y posteriormente discriminar la propiedad física de interés en la distribución espacial de luz.

El procedimiento consiste en determinar como primera instancia, los radios promedios de los vórtices ópticos generados, descritos como la diferencia entre las distancias del borde superior e inferior del anillo principal respectivamente, tal como se representa en la figura 74.

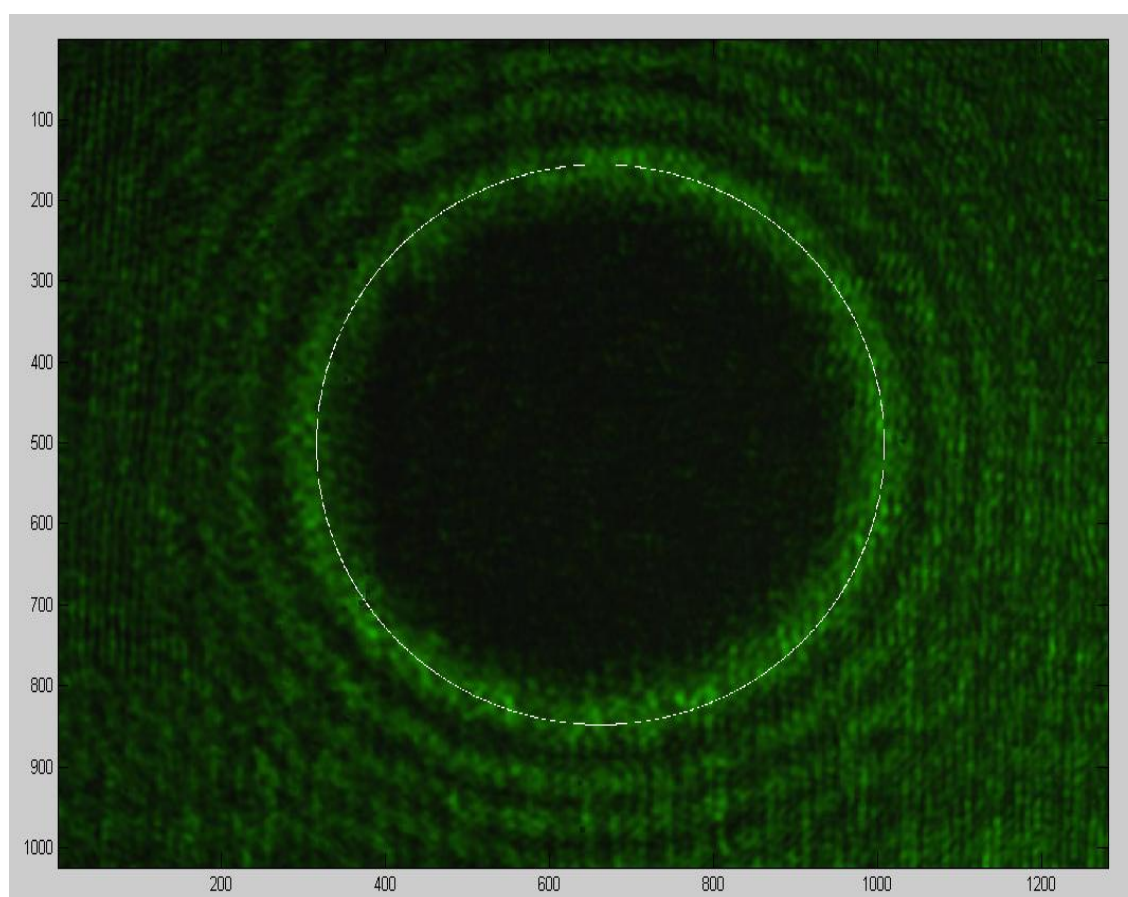


Figura 74. Radio promedio segmentado de la intensidad del modo experimental con MAO $l = 7$. Fuente Autor.

Una vez el radio promedio del modo experimental es cuantificado, se compara este valor con el radio de las distribuciones espaciales de luz teóricas simuladas en la sección 2.2, pero con las mismas dimensiones del registro de adquisición de 1024 por 1280 píxeles.

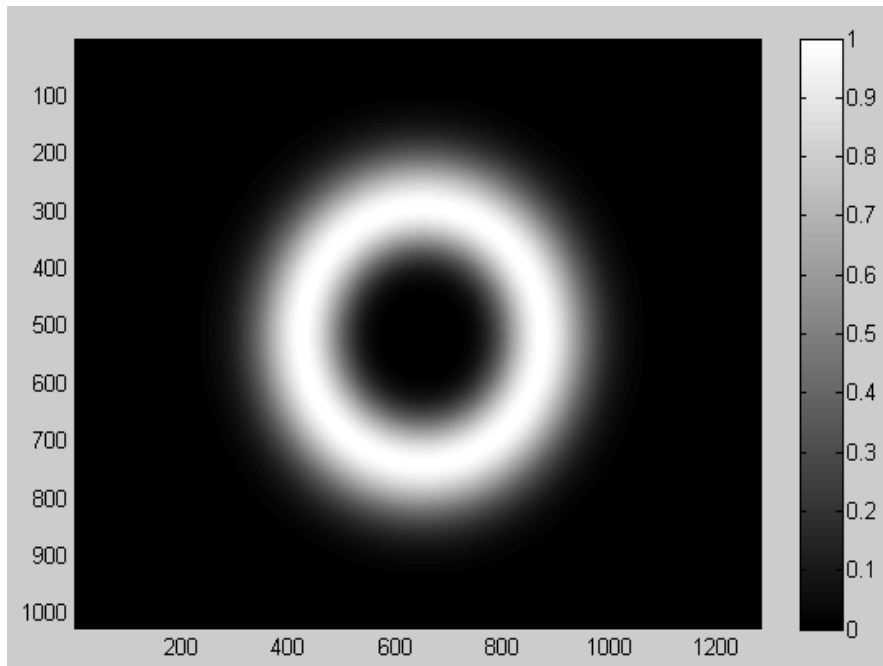


Figura 75. Simulación de la intensidad del modo $A(r, \varphi, z = 0)_{l=7,p=0}^{LG}$ Fuente Autor.

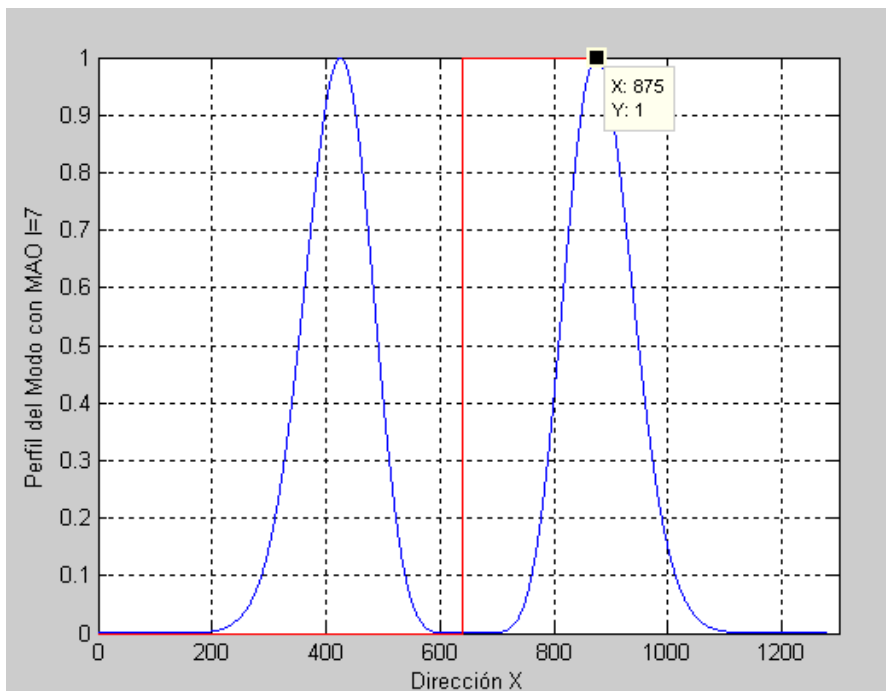


Figura 76. Perfil de la simulación teórica de la intensidad y radio del modo $A(r, \varphi, z = 0)_{l=7,p=0}^{LG}$. Fuente Autor.

Después de calculados los radios promedio tanto teóricos como experimentales de los quince modos con distinto MAO entero definido, se esquematiza en una gráfica el comportamiento que tiene la distancia radial del vórtice óptico en pixeles con respecto al índice acimutal o carga topológica que porta el haz.

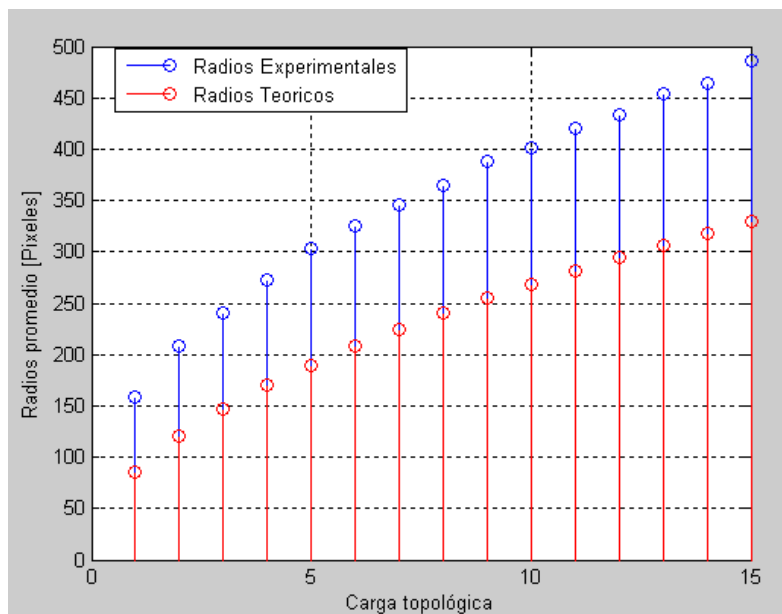


Figura 77. Radios promedio obtenidos experimentalmente y teóricos obtenidos por simulación numérica vs Carga topológica. Fuente Autor.

Ahora con el fin de igualar las magnitudes radiales representadas en la figura 77, se determina una razón entre los radios promedio experimentales y teóricos, para calcular los coeficientes que permiten escalar y posteriormente igualar las dos curvas.

En la siguiente tabla se representan los factores de escala hallados según el procedimiento anterior.

Carga Topológica	Razón de radios experimentales sobre teóricos
1	1,6058
2	1,5125
3	1,6428
4	1,6264
5	1,5894
6	1,5985
7	1,5625
8	1,5458
9	1,5235
10	1,5130
11	1,5195
12	1,5017
13	1,5098
14	1,5110
15	1,5015

Promedio de la razón de radios	1.5509
Desviación estándar de la razón de radios	0.0491

Tabla 1. Factores de escala para la distribución de los radios teóricos

Dado que el promedio y la desviación estándar indican que no existe mucha variabilidad entre las curvas de los radios experimentales y teóricos, se explora la posibilidad entonces de validar el comportamiento de este conjunto de datos a la luz de un modelo matemático determinístico establecido por [36], el cual define las distancias radiales en función del índice acimutal que identifica al modo.

En ese orden de ideas, el haz porta MAO entero definido si la extensión radial geométrica de cada uno de los vórtices ópticos, es proporcional a la raíz cuadrada de la carga topológica $R \propto \sqrt{L}$, por lo tanto se vuelve un objetivo determinar la constante de proporcionalidad y la variación que existe entre la descripción matemática y el ajuste de los radios teórico-experimentales.

La figura 78 expone el ajuste entre el conjunto de datos experimentales y el modelo descrito multiplicado por el factor de proporcionalidad, donde este último es hallado a partir del promedio de las razones de las distancias radiales teórico experimentales y los valores cuadráticos de la ecuación dependientes de la carga topológica.

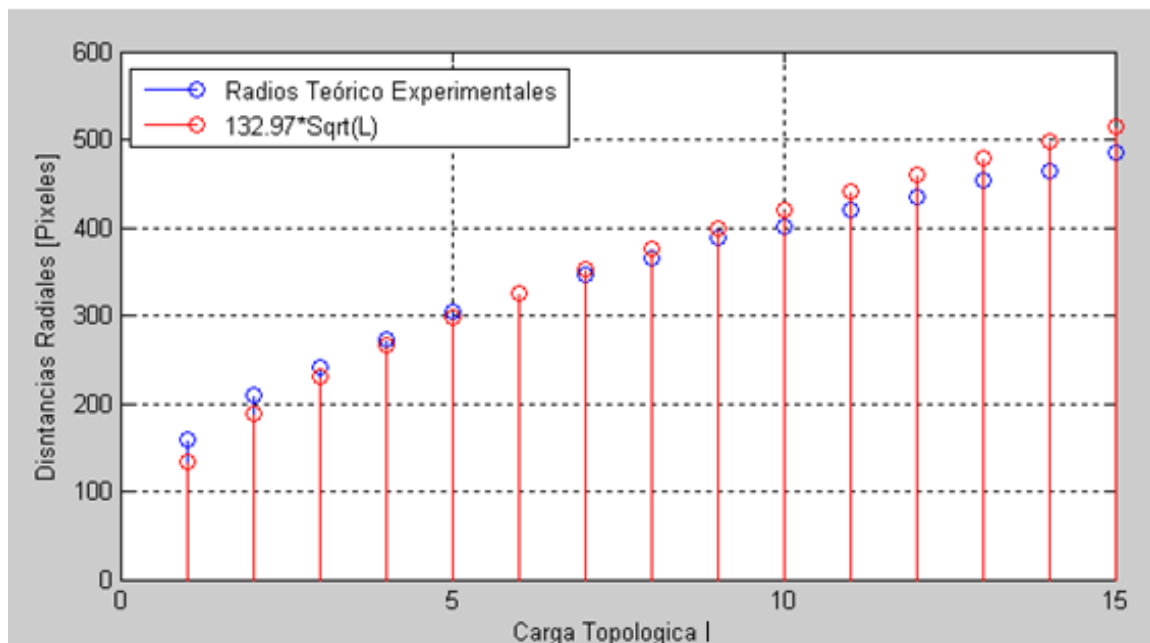


Figura 78. Distancias radiales tanto teórico-experimentales como modeladas vs Carga topológica. Fuente Autor.

La magnitud de la resta de los valores de las curvas azul y roja, permite cuantificar que tanto varía el modelo matemático con respecto a la distribución experimental.

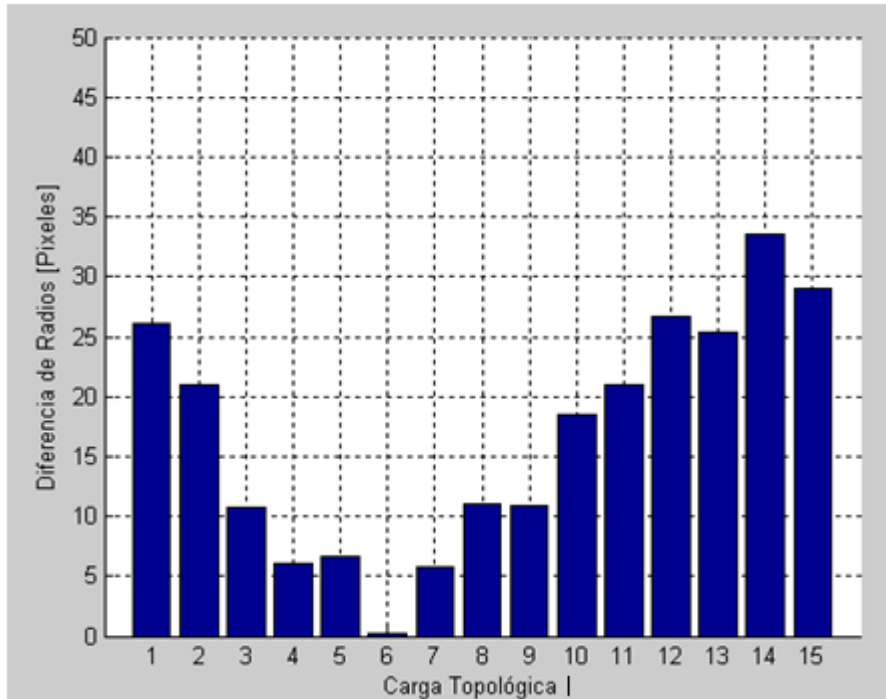


Figura 79. Magnitud de la diferencia de los radios teórico-experimentales y resultantes del modelo cuadrático vs Carga topológica. Fuente Autor.

Tal como se puede apreciar, para algunos índices acimutales existen ciertas diferencias entre los radios teórico-experimentales y las distancias radiales calculadas con el modelo cuadrático. Esto conduce entonces a dos caminos desde el punto de vista práctico para el codificador optoelectrónico; se pueden seleccionar los ocho MAO's enteros definidos que estén por debajo del promedio de las magnitudes descritas en la figura 79, o se propone otro modelo matemático que se ajuste un poco más al comportamiento radial de los quince modos generados.

4.2.2 MODELO DE DISCRIMINACIÓN DE CARGA TOPOLÓGICA

Con el fin de distinguir de manera eficaz el verdadero MAO entero definido que porta la distribución espacial de luz en función de la estimación del radio del vórtice óptico, se elaboró un estudio de modelos matemáticos basados en el desarrollo de series de McLaurin, a partir de la interpolación de los resultados manifestados en la curva azul de la figura 77.

Con la ayuda de la plataforma Matlab 2009a, se encontraron seis posibles modelos que se adaptan a la tendencia de la variación de las distancias radiales de los modos según los cambios de la carga topológica entera, y posteriormente se estableció como criterio de selección para la nueva descripción matemática, el índice calculado como la menor norma de los residuales, tal como se aprecia a continuación.

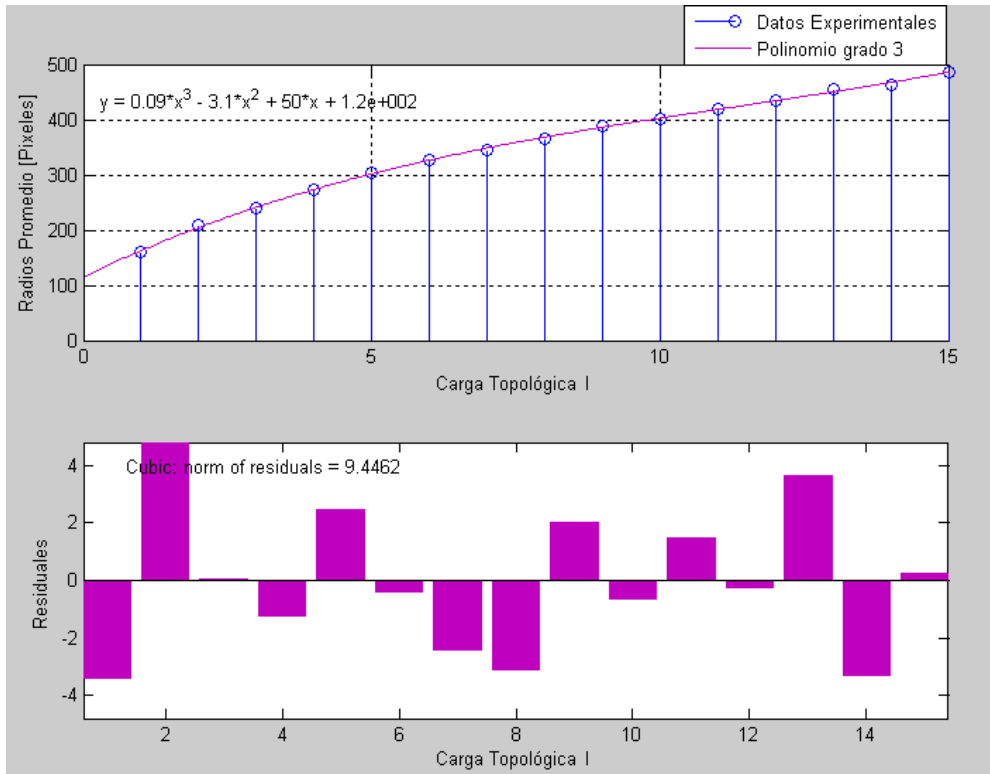


Figura 80. Interpolación de datos experimentales y ajuste a una expansión matemática en serie de McLaurin de grado 3 y sus residuales. Fuente Autor.

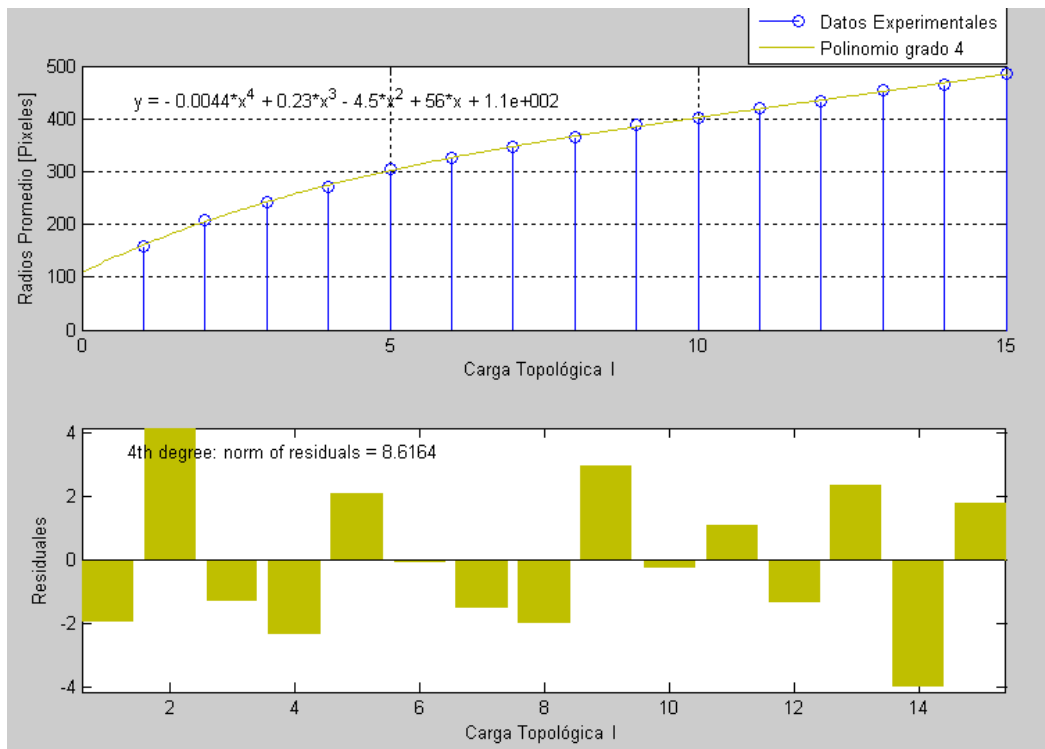


Figura 81. Interpolación de datos experimentales y ajuste a una expansión matemática en serie de McLaurin de grado 4 y sus residuales. Fuente Autor.

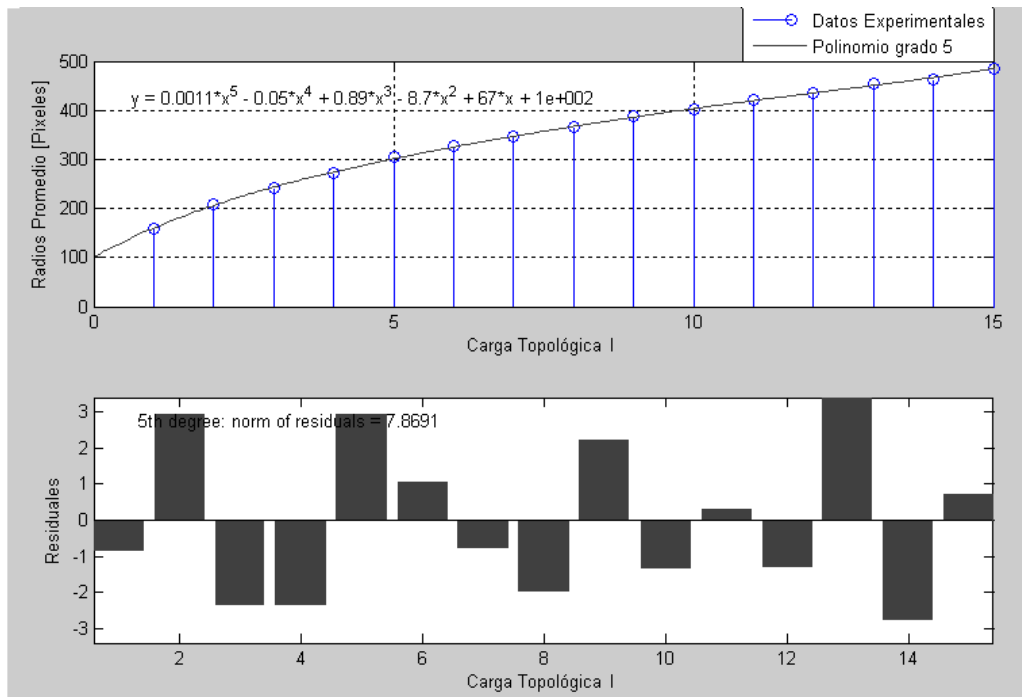


Figura 82. Interpolación de datos experimentales y ajuste a una expansión matemática en serie de McLaurin de grado 5 y sus residuales. Fuente Autor.

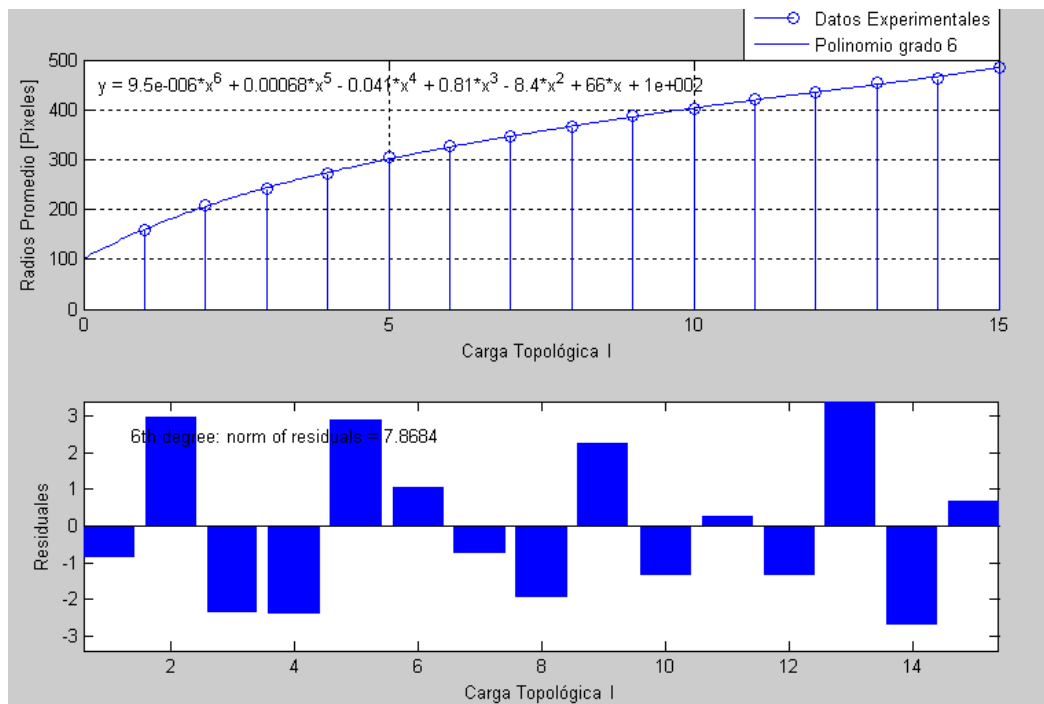


Figura 83. Interpolación de datos experimentales y ajuste a una expansión matemática en serie de McLaurin de grado 6 y sus residuales. Fuente Autor.

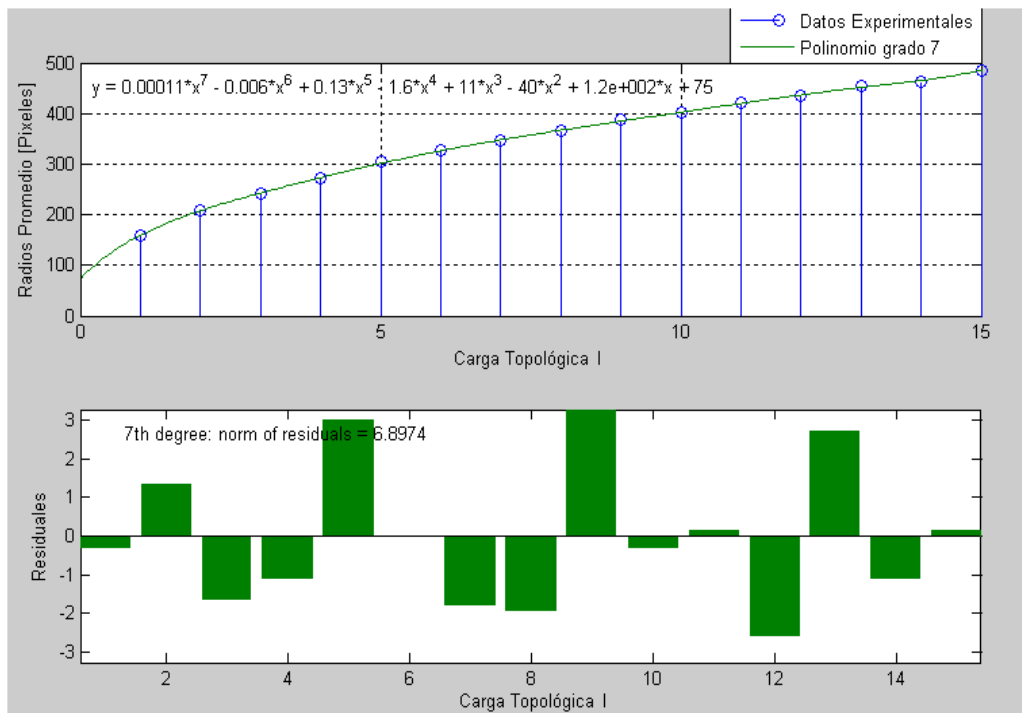


Figura 84. Interpolación de datos experimentales y ajuste a una expansión matemática en serie de McLaurin de grado 7 y sus residuales. Fuente Autor.

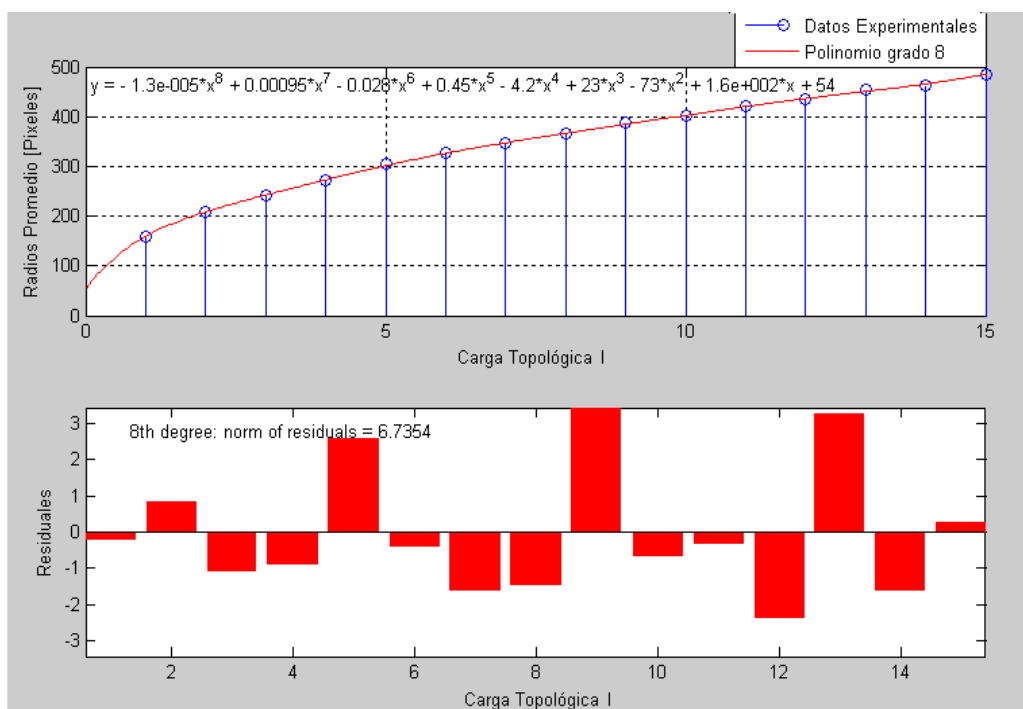


Figura 85. Interpolación de datos experimentales y ajuste a una expansión matemática en serie de McLaurin de grado 8 y sus residuales. Fuente Autor.

Se denominan residuales a la diferencia que existe entre los datos experimentales representados como circunferencias y el valor del modelo matemático de grado N evaluado en ese mismo punto de la variable independiente o carga topológica l . En consecuencia el índice designado como la norma de los residuales, manifiesta la longitud euclidiana de las primeras

cantidades, es decir, la raíz cuadrada de la sumatoria de las restas descritas al cuadrado.

$$Residual_l = [Dato Experimental_l(l) - Polinomio_l(l)]; l = 1, 2, 3 \dots 15 \quad (57)$$

$$Norma Residuales = \sqrt{\sum_{l=1}^{15} Residual_l^2} \quad (58)$$

En la tabla 2 se exponen el valor de la norma de los residuales para las seis expansiones matemáticas en series de McLaurin establecidas.

Grado de la expresión polinomial	Norma de residuales	Redondeo de la Norma [pixeles]
3	9.4462	9
4	8.6164	9
5	7.8691	8
6	7.8684	8
7	6.8974	7
8	6.7354	7

Tabla 2. Norma de residuales según el grado del modelo interpolado.

Retomando el criterio tratado con anterioridad para seleccionar la mejor expansión matemática en serie de McLaurin que describe el comportamiento radial de los vórtices ópticos con MAO entero definido, se deduce de la tabla 2, que los polinomios de grado siete y ocho son los que mejor se adaptan a la tendencia de la grafica experimental. No obstante el máximo valor absoluto de los residuales para el polinomio de séptimo grado tiene un valor de 3.2764 unidades para $l = 9$, mientras que para la expresión de octavo grado es de 3.4464 unidades para el mismo índice acimutal; usando este hecho como criterio de selección, la ecuación que mejor se ajusta a los radios dependientes de la carga topológica l , es la representada en la ecuación (59) y esquematizada en la figura 84.

$$Radio_{vórtice} = 10658x10^{-8}l^7 - 59589x10^{-7}l^6 + 0.13485l^5 - 1.5886l^4 + 10.505l^3 - 40.457l^2 + 116.2l + 74.508 \quad (59)$$

Si bien el radio del vórtice es el resultado de la expansión en un polinomio de grado siete dependiente del índice acimutal, la variable de interés en este momento no es la distancia radial del modo, pues esta se obtiene a partir del procesamiento de la imagen capturada por la unidad decodificadora, pero sí lo es la propiedad del MAO entero definido asociada a la carga topológica del frente de onda. En consecuencia se debe resolver por medio de un método numérico descrito en la expresión (60), para luego redondear el resultado al entero más cercano y así distinguir el valor de l .

$$10658x10^{-8}l^7 - 59589x10^{-7}l^6 + 0.13485l^5 - 1.5886l^4 + 10.505l^3 - 40.457l^2 + 116.2l + 74.508 - Radio_{vórtice} = 0 \quad (60)$$

Cabe destacar que la solución de la anterior expresión arroja siete posibles resultados, de los cuales el único que es real (no complejo) es el valor discriminado para l .

Ahora esta forma matemática establecida permite realizar la discriminación geométrica con un mayor grado de exactitud para los modos portadores de carga topológica de uno a quince, mientras que el modelo cuadrático enunciado en la referencia [36], solo permite distinguir los índices acimutales de tres a nueve, ya que estos son los frentes de onda con MAO entero definido, que están por debajo del promedio de las magnitudes descritas en la figura 79.

En ese orden de ideas y tal como se manifiesta en la siguiente sección, es posible entonces establecer el criterio radial para decodificar las distribuciones espaciales luz portadoras de una dislocación de fase $2l\pi$ con $l = 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$ y 10 asignados al respectivo alfabeto que se va a transferir.

5. CODIFICACIÓN Y DECODIFICACIÓN

Una vez efectuada la validación teórico-experimental del modelo matemático planteado para el codificador optoelectrónico sobre el MAO entero de la luz, se procede ahora a realizar las respectivas asignaciones del alfabeto sobre los ocho frentes de onda generados y seleccionados en la sección anterior.

Alfabeto asignado	Modo con índice acimutal 1	Modo con índice acimutal 2	Alfabeto asignado	Modo con índice acimutal 1	Modo con índice acimutal 2
A	3	3	Ñ	4	9
B	3	4	O	4	10
C	3	5	P	5	3
D	3	6	Q	5	4
E	3	7	R	5	5
F	3	8	S	5	6
G	3	9	T	5	7
H	3	10	U	5	8
I	4	3	V	5	9
J	4	4	W	5	10
K	4	5	X	6	3
L	4	6	Y	6	4
M	4	7	Z	6	5
N	4	8	-	0	

Tabla 3. Alfabeto asignado para los distintos modos con MAO entero definido.

La idea consiste en enviar un conjunto de datos en forma serial sobre un sólo canal de espacio libre, modificando un par de distribuciones espaciales de luz portadoras de la propiedad de interés, así como se representa en las figuras 28 y 86 del presente texto. (Aunque es posible también enviar la superposición de estos estados tal y como se propuso experimentalmente al final del numeral 4.2.1; este aspecto continúa en investigación actualmente en el laboratorio). De esta manera a partir de la variación de los radios de los vórtices ópticos se podrá entonces distinguir la dislocación de fase presente en el modo y por ende la letra del alfabeto transferida de la unidad codificadora a la decodificadora.

Cabe destacar que para este caso sólo se requieren de dos configuraciones de campo transversal para codificar una letra proveniente de un alfabeto de veintiocho estados, lo cual representa un valor agregado pues comparado con la comunicación óptica convencional, es necesario proyectar treinta y dos frentes de onda para asignar un solo nivel correspondiente a una densidad de datos de cinco bits para el mismo alfabeto estipulado, por consiguiente se incrementa la capacidad de información al transferir más registros por frente de onda con MAO entero definido propagado.

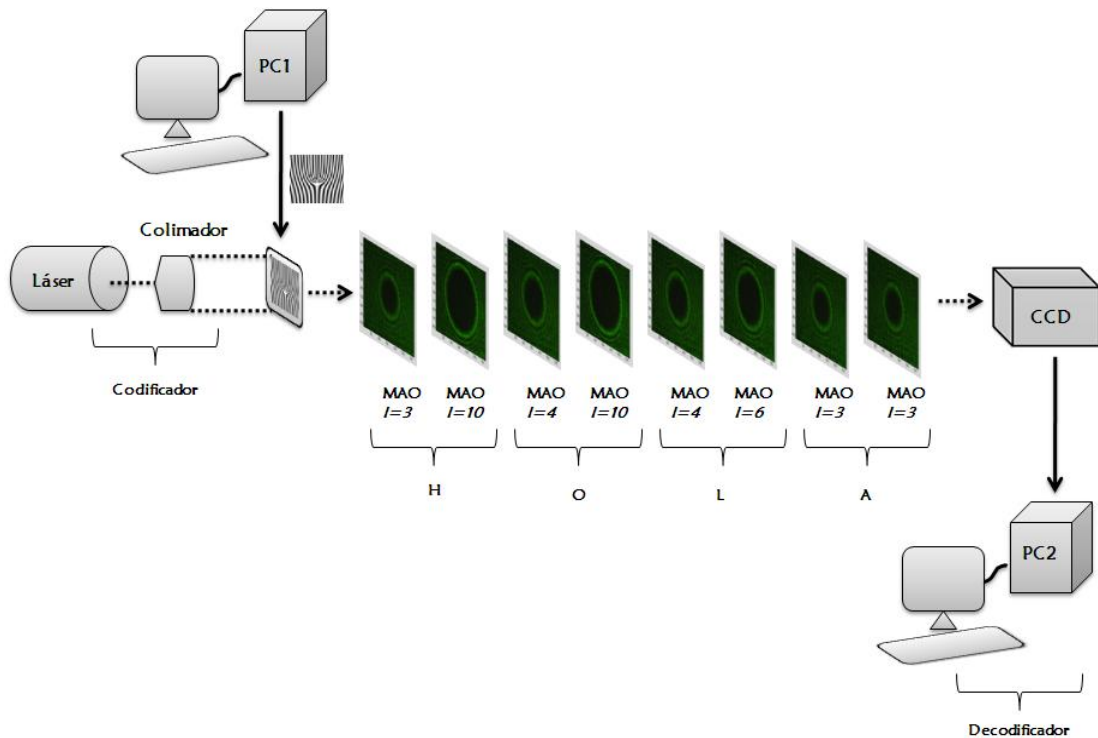


Figura 86. Transferencia de datos codificados sobre el MAO entero definido.
Fuente Autor.

Para discriminar el dato codificado transferido sobre el espacio libre que actúa como canal, se instaló a nivel experimental un sistema de adquisición de imágenes compuesto por una cámara CCD monocromática Edmund-Optics [37], situada a 1,20 metros del codificador y conectada a un PC, cuyo software instalado permite sensar y almacenar la cantidad de información transferida sobre las configuraciones espaciales de luz en cuestión.

Una vez es obtenida la imagen, esta es procesada para determinar el radio en unidades de pixeles mediante el mismo procedimiento planteado en la figura 68, para que a través del modelo hallado en la sección 4.22, se permita diferenciar la carga topológica en función de la distancia radial del vórtice.

En ese orden de ideas, se realizó el procedimiento de codificar y transmitir la palabra “HOLA”, en forma serial según el alfabeto establecido en el apartado anterior, con las siguientes distribuciones espaciales de luz.

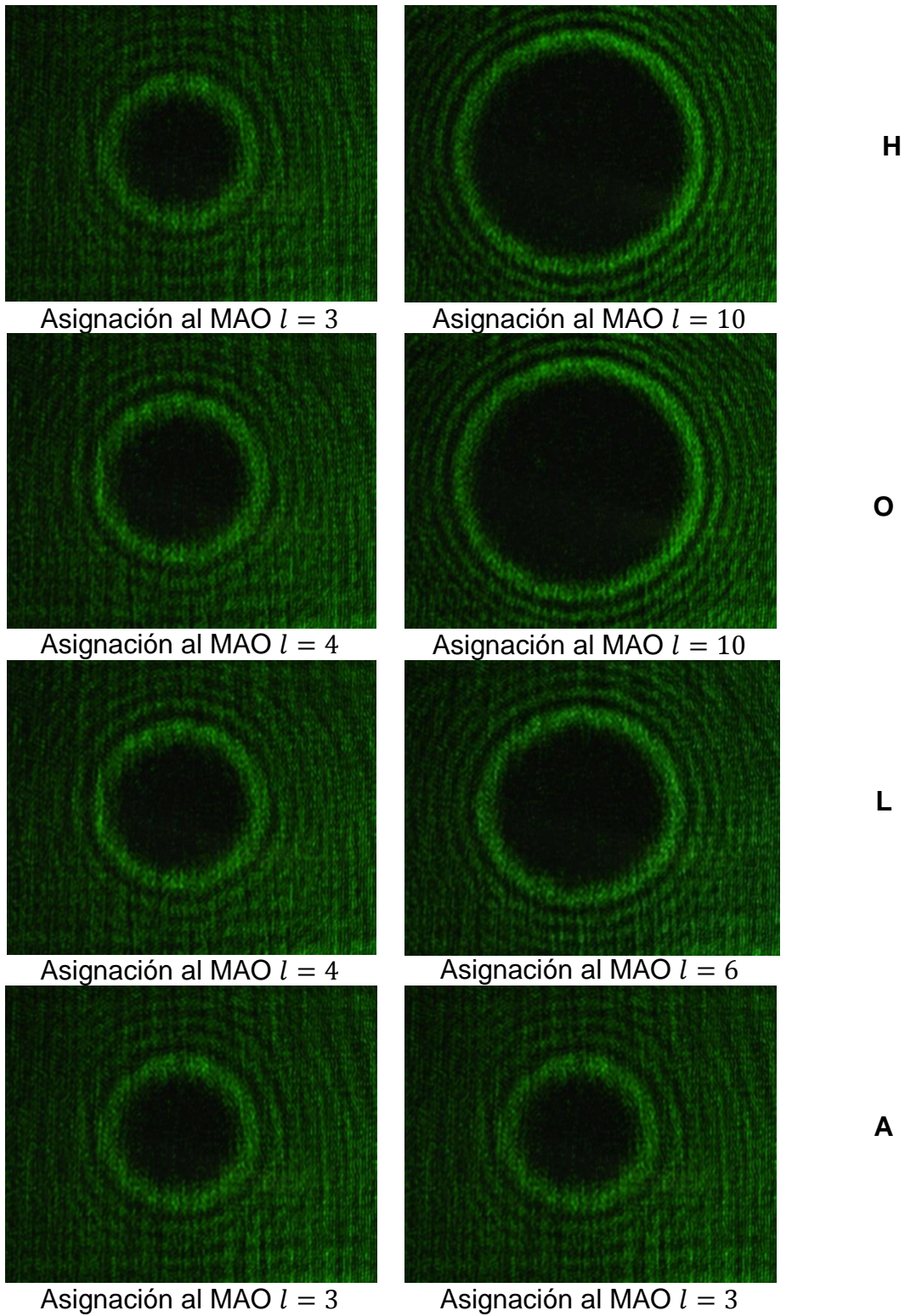


Figura 87. Codificación y proyección experimental de la palabra “HOLA” sobre la unidad decodificadora. Fuente Autor.

Posteriormente al procesamiento de las imágenes se obtuvieron los siguientes radios e índices acimutales de los modos propagados en el respectivo orden

Radios [Píxeles]	243	402	271	399	268	332	242	245
<i>l</i> Discriminado a partir de la aproximación en serie de potencias de grado siete.	3	10	4	10	4	6	3	3

Tabla 4. Distancia radial de los modos transferidos y MAO decodificado.

Ahora independientemente de la palabra codificada por el sistema, se decidió elaborar un nuevo experimento para todas las cargas topológicas que están en capacidad de ser utilizadas por la estructura codificadora sobre el MAO entero definido.

Por ello y según lo anterior los resultados de las distancias radiales obtenidas y el índice acimutal discriminado para las nuevas distribuciones espaciales de luz fueron los siguientes

Carga topológica transferida	Radios [Píxeles]	<i>l</i> Discriminado a partir de la aproximación en serie de potencias de grado siete.
1	158	1
2	204	2
3	243	3
4	269	4
5	303	5
6	332	6
7	344	7
8	365	8
9	381	9
10	404	10
11	423	11
12	439	12
13	454	13
14	465	14
15	482	15

Tabla 5. Resultados experimentales del MAO entero definido codificado y decodificado.

De la síntesis de la anterior tabla, se puede inferir entonces que el dispositivo está en capacidad de discriminar la carga topológica que porta el modo en función del radio del vórtice óptico.

6. CONCLUSIONES Y OBSERVACIONES

- EL haz resultante tanto de la aproximación matemática desarrollada para el sistema optoelectrónico como el experimental obtenido del montaje prototipo de esta misma arquitectura, portan MAO entero definido. Lo anterior se sustenta desde los resultados expresados en la validación teórico experimental, debido a que la superposición de dos frentes de onda generados con distinta carga topológica, presenta el conjunto de interferencias constructivas y destructivas pronosticadas por la teoría, las cuales son ocasionadas por el factor de fase dependiente del índice acimutal $e^{-jl\varphi(x,y)}$, atribuido a la propiedad física de interés sobre la cual se codifica el respectivo estado de información.

Independientemente de los datos arrojados por el modelo cuadrático trabajado por [36] y expuestos en la sección 4.2.1, es la fase de la distribución espacial de luz en cuestión, la que indica en realidad si está propaga el MAO entero definido. Por ende el estudio y desarrollo destinado al proceso de decodificación, se abordan con el fin de seleccionar una herramienta para discriminar el valor de la carga topológica según la variación de las distancias radiales de los vórtices ópticos, más no para controvertir si el haz porta o no la variable física de interés.

- De las tres técnicas simuladas capaces de producir un haz con MAO entero definido, se optó por implementar el holograma generado por computador para el modelo del codificador descrito en la sección 3.4, ya que este permite generar quince modos con la singularidad de fase de interés, suficientes para asignar un alfabeto de ocho estados de información, a partir de una sola configuración incidente HG en su modo fundamental.

En éste caso, un sólo componente que despliegue la rejilla pixelada, puede realizar la función de codificación, sin necesidad de modificar mecánicamente la cavidad resonante de la fuente para un convertidor astigmático o alguna estructura optoelectrónica basada en la placa fase.

- La función de transmitancia modificada $T_1(x,y)$, basada en el holograma *blazed* de Brown y Lohmann, tiene la capacidad de producir vórtices ópticos con MAO entero definido, lo cual es validado mediante la convolución en el espacio recíproco y posterior suma de los modos con sentido de fase levógira y dextrógira, que resultan en una distribución espacial de luz con las interferencias constructivas y destructivas propias del frente de onda con la superposición de dos MAO's enteros definidos.

- Las variaciones en la función de transmitancia $T_1(x, y)$, tales como el periodo de las franjas, la carga topológica y la orientación del patrón holográfico, producen efectos directos sobre la distribución espacial del campo electromagnético lejano.

El paso interfranja permite controlar la distancia entre cada uno de los órdenes de difracción. Su relación es inversa, ya que a menor separación entre franjas holográficas se produce un mayor distanciamiento en los modos que se propagan. Por su parte la carga topológica de naturaleza entera insertada, es la que provoca la dislocación de fase necesaria en el frente de onda para originar el vórtice óptico con la variable física de interés.

La rotación de la rejilla pixelada también provoca el giro de los órdenes de difracción con dislocación de fase $2\pi l$, si las franjas son verticales las configuraciones transversales de luz se sitúan a lo largo del eje de las abscisas, donde el modo con sentido de fase dextrógiro se localiza en el cuadrante derecho y el de sentido levógiro en el cuadrante izquierdo o viceversa, dependiendo si el patrón del holograma tenedor se manifiesta hacia el eje de las ordenadas positivas o negativas respectivamente.

Si las franjas son horizontales, los modos resultantes se ubican en el eje de las ordenadas, donde el orden de difracción con sentido de fase dextrógiro se sitúa en el cuadrante inferior y el levógiro en el superior o viceversa, también dependiendo si el patrón del holograma tenedor se manifiesta hacia el eje de las abscisas positivas o negativas respectivamente.

- El holograma mixto generado a partir de la superposición de las funciones de transmitancia $T_1(x, y) + T_2(x, y)$, privilegia dos frentes de onda con distinto MAO entero definido situados ortogonalmente entre sí en el plano x, y del campo lejano, incrementando de esta manera el número de canales sobre los cuales se pueden transferir los distintos estados de información.

No obstante tal como se citó, a nivel experimental se necesitan de dos cámaras CCD ubicadas espacialmente en el eje de propagación de las distribuciones espaciales de luz para efectuar el proceso de decodificación. También se debió plantear de forma empírica el nuevo tamaño para la rejilla pixelada tanto de orientación vertical como horizontal, con el fin de evitar el anamorfismo en la proyección de los vórtices ópticos insertados por las dimensiones rectangulares de la matriz LCD traslucida.

Todo lo anterior es un aspecto que deberá profundizarse más debido a las grandes posibilidades de codificación simultánea de varios bits, se demostró que es posible superponer los modos (hasta dos), pero se piensa que se pueden aun más y que posteriormente con la optoelectrónica apropiada sea posible separarlos, esto aumentaría de manera significativa el volumen de información que podría transmitirse.

- El valor agregado de codificar el dato sobre el MAO entero definido no se centra en la velocidad de cambio de la variable física, pues la limitante tecnológica atribuida a la transición de proyecciones sobre la matriz LCD, no permite igualar aún la tasa de transferencia optoelectrónica de datos actual, a menos que se utilice la segunda opción de construir un banco de hologramas fijos que podrían activarse en paralelo de acuerdo al esquema de codificación a utilizarse. Por lo tanto el “plus” tal como se evidenció en la sección 5, esta es en la capacidad de incrementar la densidad de estados de información en un solo frente de onda, es decir que se pueden asignar tantas bases numéricas en la fase del modo como la apertura del haz incidente permita contener la intensidad y tamaño del vórtice óptico para poder decodificar.
- El proceso de optimización para la matriz LCD CRL opto XGA4 arrojó como resultado una distribución de grises lineal invertida, es decir de pendiente negativa, a un voltaje en el potenciómetro del contraste de 1.93 volts y de 4.52 volts para el brillo.

El coeficiente negativo atribuido a la pendiente en la distribución de grises indica que la relación de proyección sobre el dispositivo es opuesta; el despliegue de un blanco permite la propagación de la menor de las intensidades del modo irradiado y en contra parte el despliegue de un negro dispone la máxima intensidad posible según el factor de atenuación que se presente en la polarización.

- Una de las principales disertaciones presentadas durante el desarrollo del presente trabajo, fueron las circunferencias secundarias manifestadas sobre los vórtices ópticos experimentales, pues pueden considerarse como un conjunto de armónicos circulares causados por el carácter finito de la rejilla rectangular o bien podrían decirse que el haz generado no es de tipo Laguerre-Gauss sino de tipo Bessel. No obstante cabe destacar que no importa para esta aplicación, si la configuración de campo transversal de la onda propagada es LG o Bessel, pues el dato a codificar va es sobre la dislocación de fase del frente de onda asociada

al MAO entero definido y tal como se pudo validar en la sección 4, la propiedad física de interés está presente.

- Cabe destacar que si bien el proceso de decodificación lleva un tiempo de procesamiento extenso, esta etapa para el trabajo de investigación es sólo una herramienta que proporciona una ayuda para determinar que el dato es codificable sobre el MAO de la luz y discriminable desde su variación radial manifestada en su intensidad o en su fase desde el punto de vista de las franjas de interferencia constructivas y destructivas.
- Se planteó un modelo matemático que permite generar los ocho modos de interés necesarios para codificar un dato de tres bits, sin embargo se cuenta con la capacidad de incrementar fácilmente la asignación del alfabeto a dieciséis estados de información, lo cual permite que el sistema planteado tenga incluso la facultad de codificar un registro hasta de cuatro bits.

También se desarrolló una aproximación matemática obtenida de la regresión polinomial efectuada al comportamiento de los datos experimentales, de las variaciones de las distancias radiales de los vórtices ópticos en función de la carga topológica entera que porta el haz; este modelo fue seleccionado por medio del criterio de la menor norma de residuales y validado en tres experimentos como herramienta para el proceso de decodificación, el cual discrimina con efectividad el índice acimutal asociado a la variable física de interés en la totalidad de los eventos propagados.

- El ajuste de tamaño a 720 por 1024 pixeles efectuado de forma empírica e iterativa en el holograma generado por computador, atenuó todas las medidas de dispersión radial en el modo proyectado causadas por la función de transmitancia $T_1(x, y)$ con dimensiones de 768 por 1024 pixeles.

Un tamaño no adecuado distorsiona considerablemente la circularidad del vórtice óptico, pues el efecto de anamorfismo causado por la compleja relación entre la forma del pixel, el paso entre franjas activas e inactivas y el tamaño en el dispositivo optoelectrónico LCD, producen la propagación de las distribuciones espaciales de luz con una alta variación radial en la dirección acimutal, volviendo elíptica la intensidad proyectada.

En ese orden de ideas no podía establecerse entonces un modelo radial para discriminar la carga topológica que porta el modo en función de los radios de los vórtices ópticos, por ende se hacía necesario construir un

interferómetro para clasificar el MAO entero definido que porta el frente de onda.

Sin embargo se desplegaron una serie de tamaños para la rejilla pixelada en cuestión, con el fin de ajustar de forma experimental la proyección circular del modo y de esta manera conseguir las dimensiones para la función de transmitancia en principio descrita, las cuales permiten obtener un vórtice óptico experimental con simetría circular tal como lo es el teórico, sin necesidad de alterar el despliegue estándar del holograma que realiza la plataforma Matlab 2009a sobre el modulador espacial de luz.

- El sistema prototipo del codificador optoelectrónico sobre el MAO entero de la luz basado en el modelo desarrollado, opera con un PC dedicado a desplegar, de forma secuencial, desde la plataforma Matlab 2009a, quince hologramas digitales descritos por la función de transmitancia $T_1(x, y)$, los cuales están programados para proyectarse cada segundo sobre el SLM caracterizado y ocupan un espacio de memoria del ordenador de 180.875 Kbytes en conjunto.

El tiempo de asignación para una letra del alfabeto, para la búsqueda de los registros del patrón holográfico, y para el posterior despliegue de este último, abarca un total de 3.6 segundos en un computador con procesador dual de 1.6 GHz y 1 GByte de memoria RAM.



Figura 88. Modelo funcional experimental del codificador sobre ocho MAO's enteros definidos. Fuente Autor.

- El esquema grafico asociado a la singularidad del frente de onda se describe como un patrón helicoidal con una altura o dislocación de fase de $2\pi l$. No obstante en muchas otras representaciones manifestadas en la literatura y en particular en la sección 3.3.2 del presente texto, la fase de la distribución espacial de luz se determina con una cantidad de discontinuidades equivalentes al valor del índice acimutal que porta el modo.

Esto es consecuencia de los límites matemáticamente establecidos por el dominio de la función arcotangente que contiene al ángulo $\varphi(x, y)$, ya que estos se encuentran entre $-\pi$ y π y cada vez que se escala el argumento por el factor l , más rangos como éste son contenidos en las dimensiones espaciales de la fase, volviéndose de esta manera una función periódica finita hasta completar el recorrido angular total de $2\pi l$ en la dirección acimutal.

- En principio la aproximación polinomial obtenida para el proceso de decodificación, arroja un conjunto de siete posibles soluciones para el índice acimutal asociado a la propiedad física de interés, no obstante estas expresiones numéricas se manifiestan con un carácter complejo no entero; es decir con parte real e imaginaria y completamente irracionales, lo cual impide discriminar la carga topológica del haz que es de naturaleza real y entera para este caso.

Después de un análisis de los resultados se infirió la aproximación definitiva, pues se ajustan las soluciones numéricas por medio de un redondeo al entero más cercano y se explota la propiedad del polinomio de generar una respuesta de ángulo fasorial nula; es decir con parte real positiva e imaginaria cero, la cual en la totalidad de los casos, es la única cantidad que clasifica el MAO entero definido que porta vórtice óptico según su variación radial.

- Aquí se reporta el primer trabajo realizado en la región, con el objetivo de codificar información en el MAO entero de la luz, queda aún mucho por hacer y se espera que estos primeros resultados inviten a continuar con el desarrollo del tema.

7. REFERENCIAS

- [1]W. H. Hayt Jr, J. A. Buck, **“Teoría electromagnética”**, Séptima edición, Editorial McGraw Hill, 541 pp., México, (2006).
- [2]M. C. España, **“Comunicaciones ópticas, Conceptos esenciales y resolución de ejercicios”**, Única edición, Editorial Díaz de Santos, 397 pp., Madrid, (2005).
- [3]G. Rodríguez, F. Sánchez, S. Martínez, **“Ingeniería de haces láser, Propiedades, manipulación y aplicaciones”**, Revista ingenierías, Vol. 12, No. 44, pp. 16-23, (2009).
- [4]M. Moncada, C. Ramírez, **“Transformación de un modo HG en un modo LG vía conversores astigmáticos”**, Revista Colombiana de Física, Vol. 38, No. 1, pp. 129-132, (2006).
- [5]L. Allen, M.J. Padgett and M. Babiker, **“Progress in Optics”**, Vol.XXXIX, Chapter IV, edited by E. Wolf, Elsevier, North Holland, pp.291-372, 510pp., 1999.
- [6]J. D. Jackson, **“Classical Electrodynamics”**, 3rd Edition, John Wiley & Sons Inc., 808 pp., New York, (1999).
- [7]L. Allen, M. Beijersbergen, R. Spreeuw and J.P Woerdman, **“Orbital angular momentum of light and the transformation of Laguerre Gaussian laser modes”**, Physical Review A, Vol.45, No. 11, pp. 8185–8189, (1992).
- [8]R. A. Beth, **“Mechanical detection and measurement of the angular momentum of light”**, Physical Review, Vol 50, No. 2, pp. 115-125, (1936).
- [9]M. J. Padgett, **”Light's Twist”**, Plenary lecture given as part of the Photon 08 conference in receipt of Division prize in Photonics, Glasgow, (2008).
- [10]A. S. Tanenbaum, **“Redes de computadoras”**, Cuarta edición, Editorial Pearson Prentice Hall, 893 pp., México, (2003).
- [11]H. Kogelnik, T. Li, **“Laser beams and resonators”**, Proceedings IEEE, Vol 54, No. 10, pp. 1312-1329, (1966).
- [12]George Arfken, **“Mathematical methods for physicists”**, Third Edition, Academic Press Inc, 985 pp., Miami, (1985).
- [13]A. Siegman, **“Lasers”**, Unique Edition, University Science Books, 1283 pp., California, (1986).

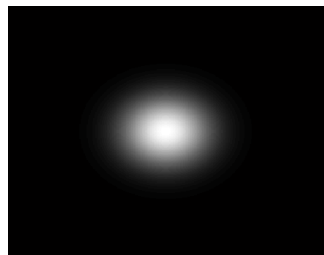
- [14]A. Vaziri, G. Weihs, A. Zeilinger, “**Superpositions of the orbital angular momentum for applications in quantum experiments**”, Journal of Optics B: quantum and semiclassical optics, Vol 4, No. 2, pp. S47-S51, (2002).
- [15]D. L. Andrews, “**Structured Light and Its Applications: An Introduction to Phase-Structured Beams and Nanoscale Optical Forces**”, First Edition, Academic Press Inc Elsevier, 373 pp., California, (2008).
- [16]A. Mair, A. Vaziri, G. Weihs, A. Zeilinger, “**Entanglement of the orbital angular momentum states of the photons**”, Nature, Vol 412, No. 6844, pp. 313-316, (2001).
- [17] J. Cornejo, “**Correlador híbrido de transformada conjunta empleando un DSP**”, Tesis de maestría en física, Universidad Industrial de Santander, 63 pp., (2005).
- [18] O. J Tijaro, “**Desarrollo de un prototipo optoelectrónico para evaluación en la verificación de huellas dactilares**”, Tesis de maestría en ingeniería electrónica, Universidad Industrial de Santander, 96 pp., (2008).
- [19]F. Träger et Al, “**Handbook of lasers and optics**”, Unique Edition, Springer, 1342 p., New York, (2007).
- [20]CVI Melles Griot, “**Gaussian beam optics**”, Technical guide, pp. 14, <https://cvmellesgriot.com/Products/Documents/TechnicalGuide/Gaussian-Beam-Optics.pdf>.
- [21]M. Beijersbergen, L. Allen, H.E.L.O. van der Veen and J.P Woerdman, “**Astigmatic laser mode converters and transfer of orbital angular momentum**”, Optics Communications, Vol. 96, No.1-3, pp.123-132, (1993).
- [22]J. Courtial and M.J. Padgett, “**Performance of a cylindrical lens mode converter for producing Laguerre-Gaussian laser modes**”, Optics Communications, Vol.159, No.1-3, pp.13-18, (1999).
- [23]W. Beijersbergen, R.P.C Coerwinkel, M. Kristensen and J.P Woerdman, “**Helical wave-front laser beams produced with a spiral phaseplate**”, Optics Communications, Vol. 112, No. 5-6, pp.321-327, (1994).
- [24]L. Janicijevic, S. Topuzoski, “**Fresnel and Fraunhofer diffraction of a Gaussian laser beam by fork-shaped gratings**”, JOSA A, Vol 25, No 11, pp.2659-2669, (2008).
- [25]N. R. Heckenberg, R McDuff, C. P. Smith, H. Rubinsztein-Dunlop and M. J. Wegner, “**Laser beams with phase singularities**”, Optics and Quantum electronics, Vol. 24, No. 9, pp.S951-S962, (1992).

- [26]E. Santamato, "**Photon orbital angular momentum: Problems and perspectives**", Fortschr. Phys, Vol. 52, No 11-12, pp.1141-1153, (2004).
- [27]K. Contreras, G. Baldwin, F. De Zela, "**Observación de nuevos patrones modales en experimentos con modos láser Hermite-Gaussianos y Laguerre-Gaussianos**", Mosaico científico, Vol. 2, No. 2, pp.47-51, (2005).
- [28]D. Voelz , "**Computational Fourier Optics with Matlab tutorial**", First edition, Spie Press, 249 pp., Washington, (2011).
- [29]Q. S. Ferreira, A. J. Jesus-Silva, E. J. S. Fonseca, J. M. Hickmann, "**Franhofer diffraction of light with orbital angular momentum by slit**", Optics Letters, Vol 36, No 16, pp.3106-3108, (2011).
- [30]B. Brown, A. Lohmann, "**Computer-generated binary holograms**", IBM Journal of Research and Development, Vol. 13, No 2, pp. 160-168, (1969).
- [31]G. Gibson, J. Courtial, M. Padgett, M. Vasnetsov, S. Barnett and Sonja Franke-Arnold, "**Free-space information transfer using light beams carrying orbital angular momentum**", Optics Express, Vol.12, No. 22, pp. 5448-5456, (2004).
- [32]R. S. Sirohi, "**Optical methods of measurement, Wholefield techniques**", Second edition, CRC Press, 318 pp., Boca Raton, Florida, (2009).
- [33]V. Durán, "**Optimización del funcionamiento de un modulador espacial de luz de cristal líquido mediante el modelo retardador-rotor. Aplicaciones en óptica adaptativa**", Tesis Doctorado, Universitat de Valencia, 191 pp., (2008).
- [34]Newport, "**Hand held optical meter. Model 1918-C**", User's manual, 141 pp., (2007).
- [35]J. Lin, X. C. Yuan, S. H. Tao, and R. E. Burge, "**Multiplexing free-space optical signals using superimposed collinear orbital angular momentum states**", Applied Optics, Vol.46, No. 21, pp. 4680-4685, (2007).
- [36]M. Padgett and L. Allen, "**The Poynting vector in Laguerre-Gaussian laser modes**", Optics Communications, Vol. 121, No. 1, pp. 36-40, (1995).
- [37]Edmund-Optics and uEye, "**USB 2.0 Cameras**", User's manual, 172 pp., (2008).

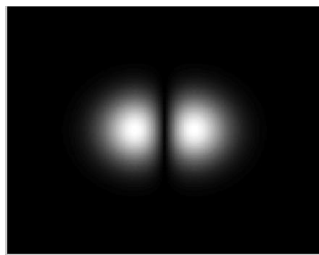
ANEXO A. ALGUNAS CONFIGURACIONES HG

A continuación se presentan algunos perfiles de intensidad de los haces Hermite Gauss. Nótese que la cantidad de cruces por cero presentes en la dirección x , dependen del valor de n y los presentes en la dirección y dependen del valor de m .

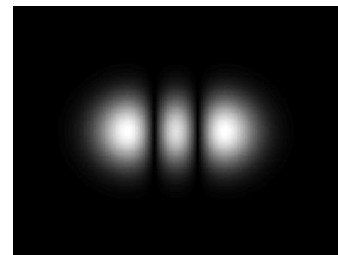
Intensidades



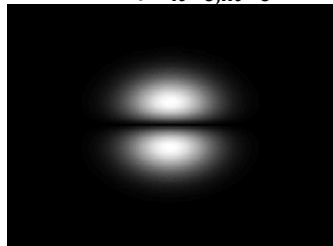
$$A(x, y)_{n=0, m=0}^{\text{HG}}$$



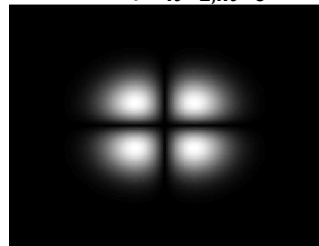
$$A(x, y)_{n=1, m=0}^{\text{HG}}$$



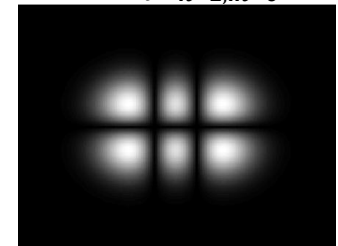
$$A(x, y)_{n=2, m=0}^{\text{HG}}$$



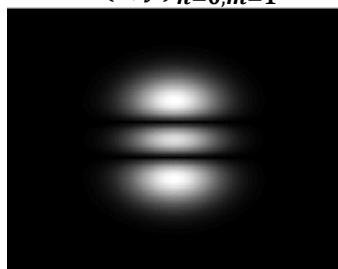
$$A(x, y)_{n=0, m=1}^{\text{HG}}$$



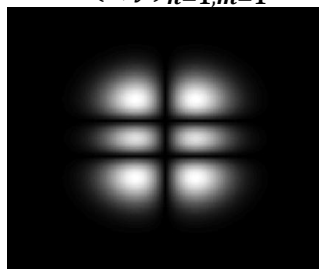
$$A(x, y)_{n=1, m=1}^{\text{HG}}$$



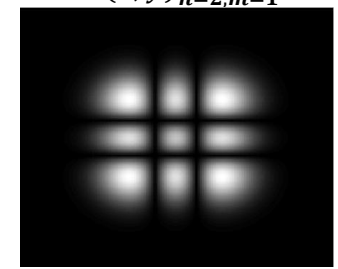
$$A(x, y)_{n=2, m=1}^{\text{HG}}$$



$$A(x, y)_{n=0, m=2}^{\text{HG}}$$



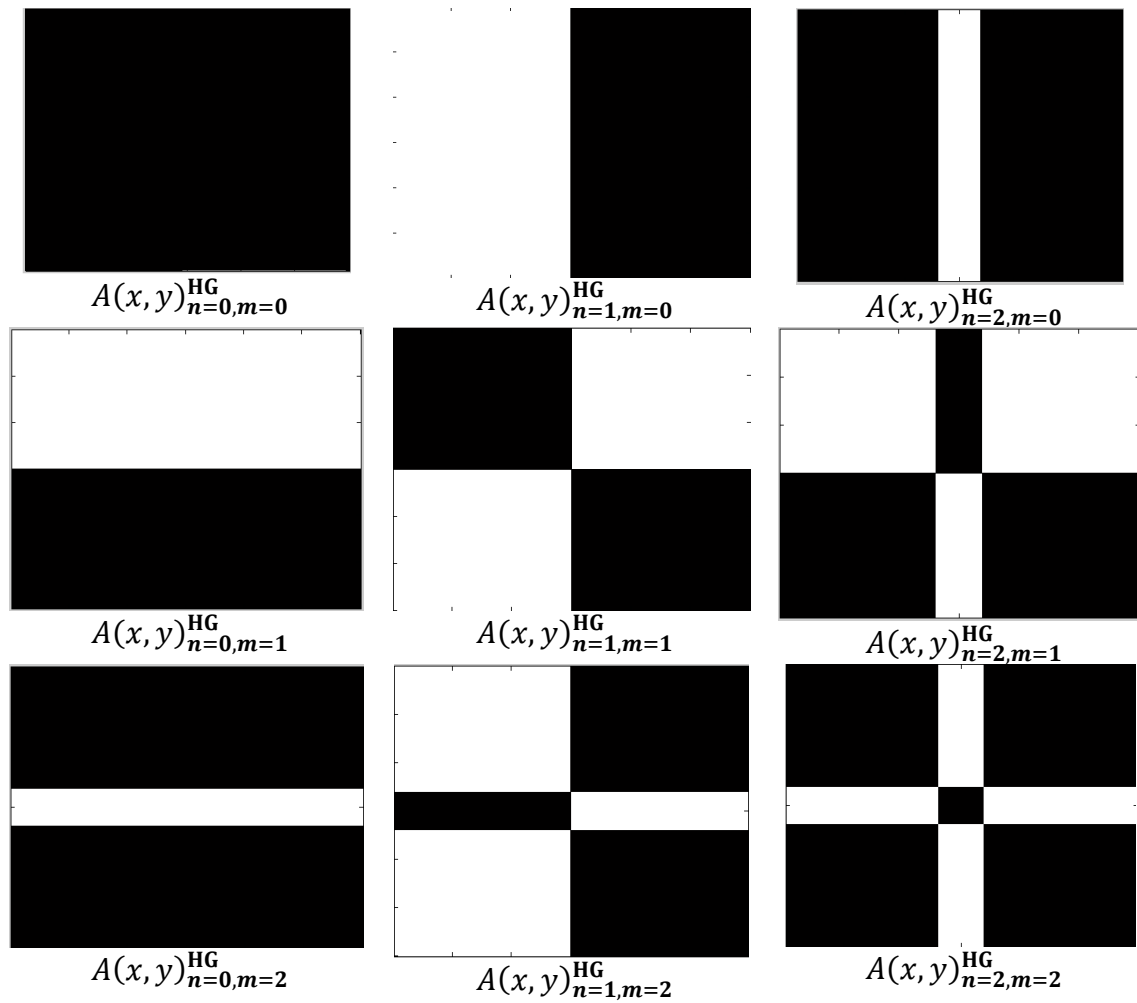
$$A(x, y)_{n=1, m=2}^{\text{HG}}$$



$$A(x, y)_{n=2, m=2}^{\text{HG}}$$

A continuación se presentan las respectivas distribuciones de fase correspondientes a los perfiles de intensidad HG expuestos anteriormente. Nótese que los cruces por cero presentes en el modo indican una transición brusca en la fase de blanco (π) a negro (cero) y viceversa.

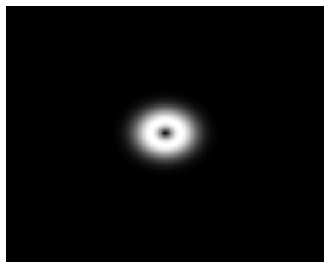
Fases



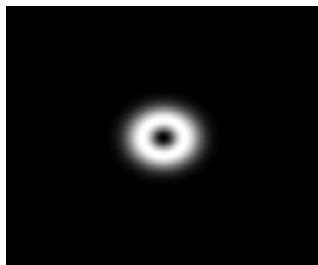
ANEXO B. ALGUNAS CONFIGURACIONES LG

A continuación se muestran algunos perfiles de intensidad para los haces Laguerre-Gauss. Nótese la variación del tamaño del modo conforme crece el índice acimutal l y la cantidad de anillos concéntricos presentes conforme se incrementa el índice radial p .

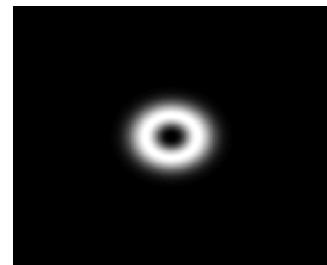
Intensidades



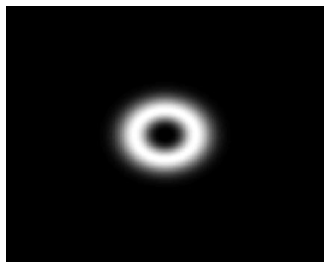
$$A(r, \varphi)_{l=1, p=0}^{\text{LG}}$$



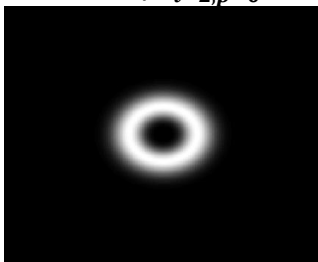
$$A(r, \varphi)_{l=2, p=0}^{\text{LG}}$$



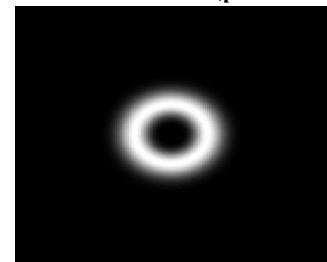
$$A(r, \varphi)_{l=3, p=0}^{\text{LG}}$$



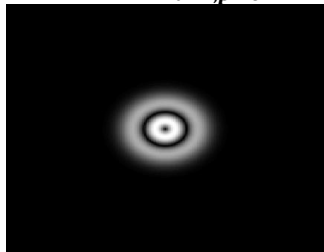
$$A(r, \varphi)_{l=4, p=0}^{\text{LG}}$$



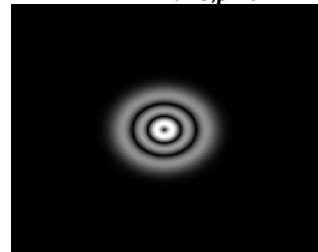
$$A(r, \varphi)_{l=5, p=0}^{\text{LG}}$$



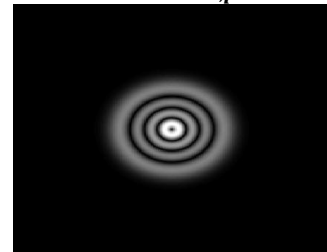
$$A(r, \varphi)_{l=6, p=0}^{\text{LG}}$$



$$A(r, \varphi)_{l=1, p=1}^{\text{LG}}$$



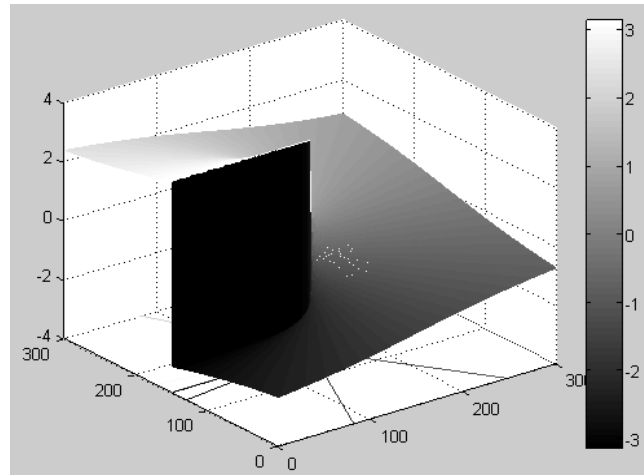
$$A(r, \varphi)_{l=1, p=2}^{\text{LG}}$$



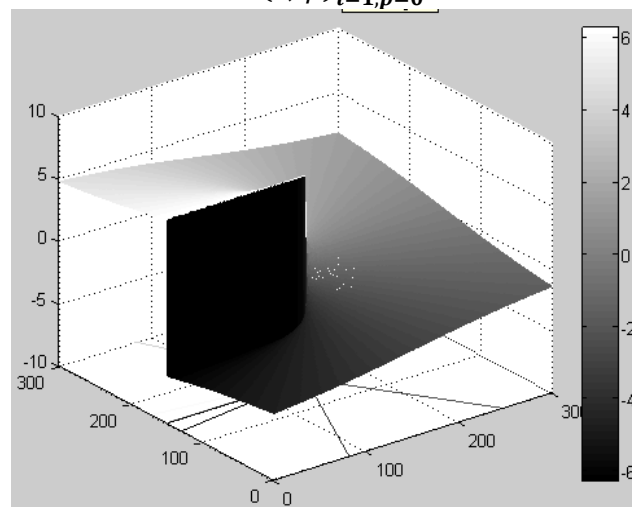
$$A(r, \varphi)_{l=1, p=3}^{\text{LG}}$$

A continuación se relacionan las distribuciones de fase correspondientes a las configuraciones de intensidad de los haces LG expuestos anteriormente. Nótese el incremento de la discontinuidad de fase en dirección acimutal conforme aumenta el valor de l y la cantidad de cambios abruptos en dirección radial conforme varía p .

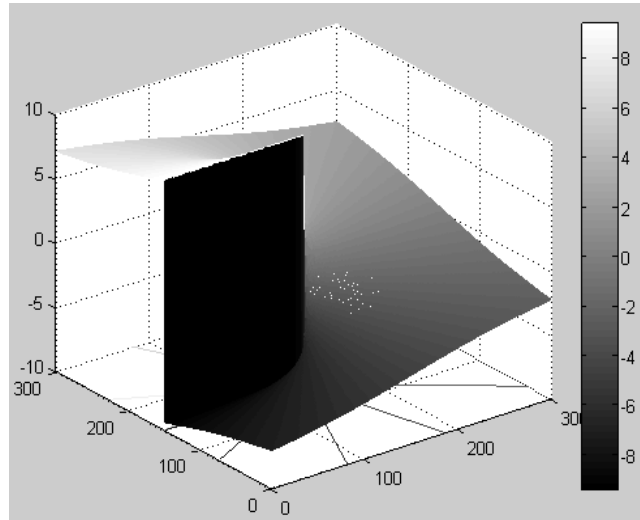
Fases



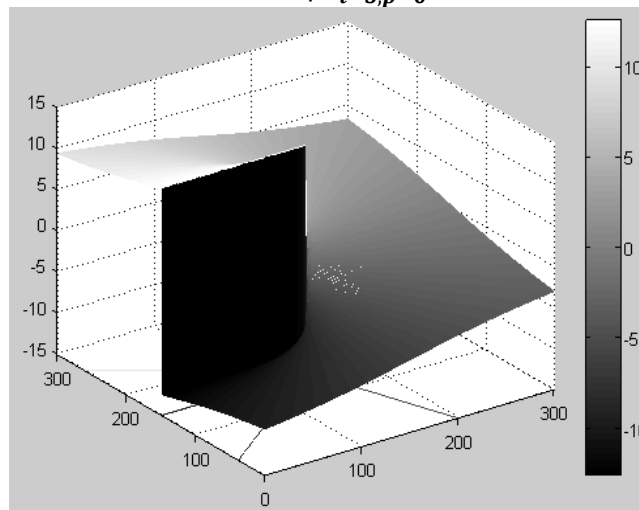
$$A(r, \varphi)_{l=1, p=0}^{LG}$$



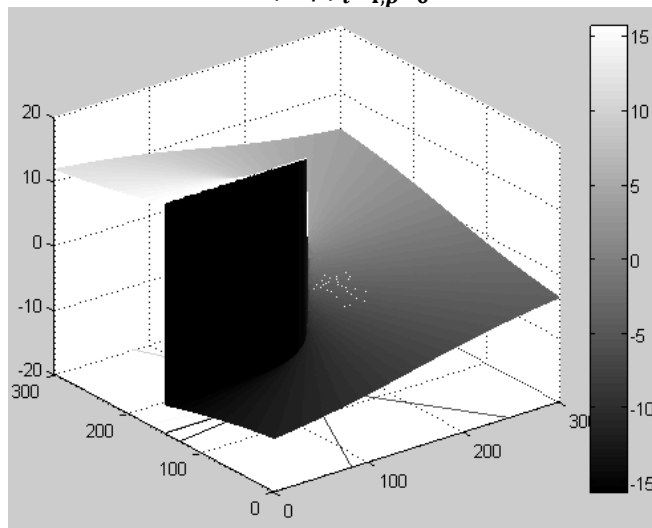
$$A(r, \varphi)_{l=2, p=0}^{LG}$$



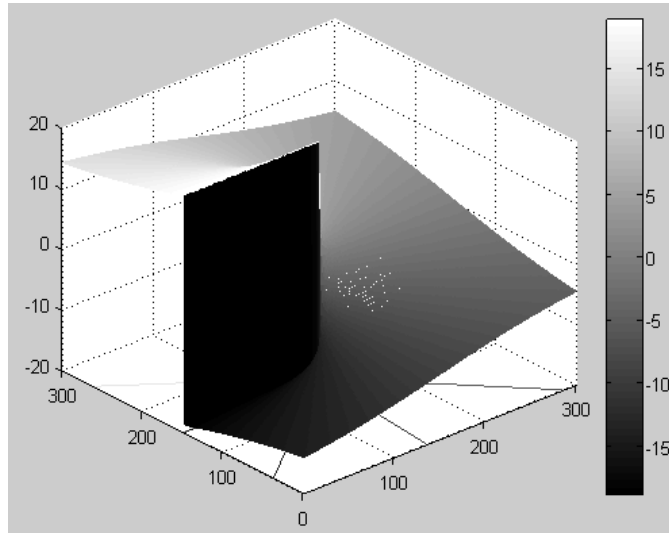
$A(r, \varphi)_{l=3, p=0}^{LG}$



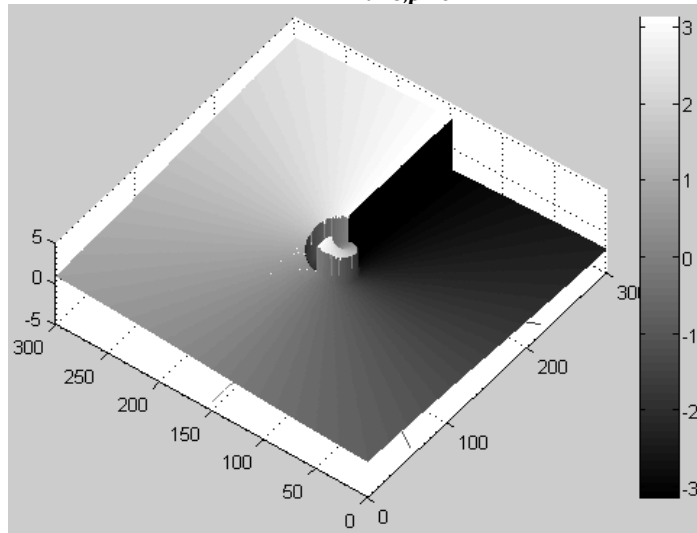
$A(r, \varphi)_{l=4, p=0}^{LG}$



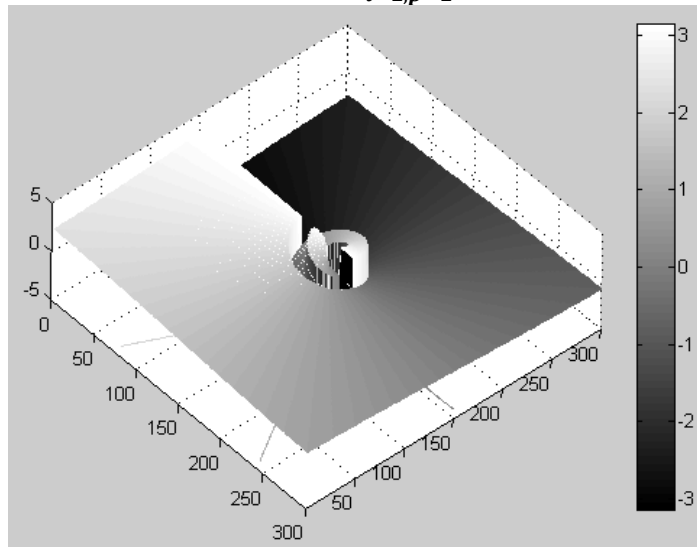
$A(r, \varphi)_{l=5, p=0}^{LG}$



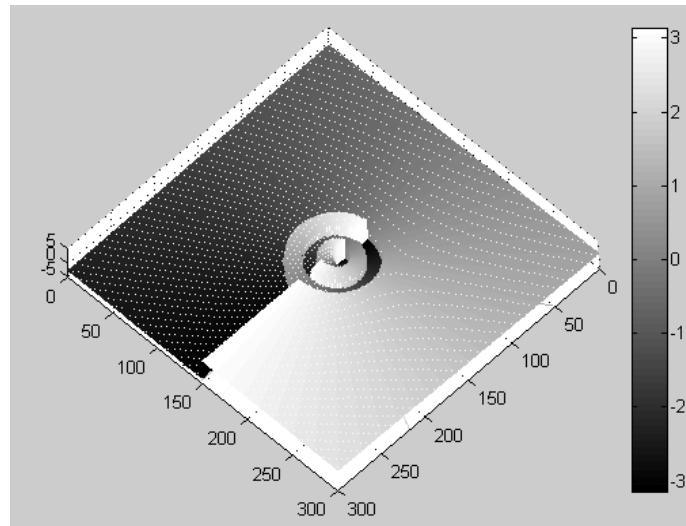
$A(r, \varphi)_{l=6, p=0}^{\text{LG}}$



$A(r, \varphi)_{l=1, p=1}^{\text{LG}}$



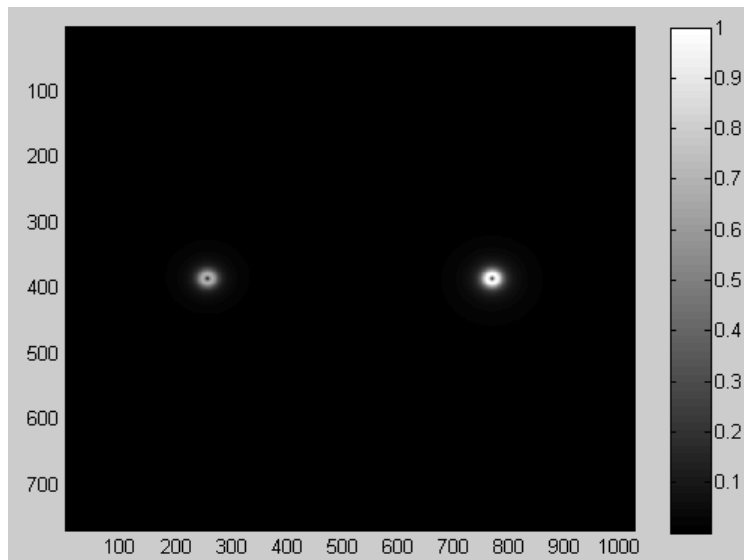
$A(r, \varphi)_{l=1, p=2}^{\text{LG}}$



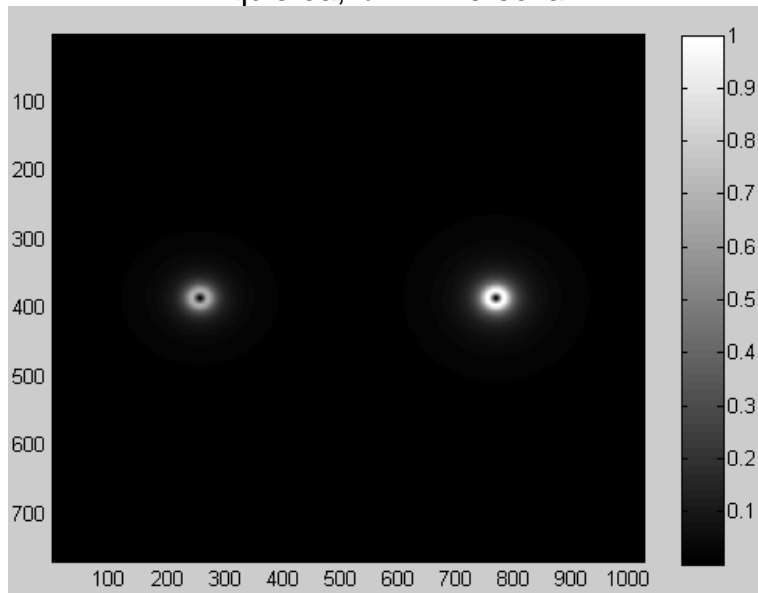
$$A(r, \varphi)_{l=1, p=3}^{LG}$$

ANEXO C. ALGUNAS CONFIGURACIONES DE CAMPO TRANSVERSAL GENERADAS A TRAVÉS DEL MODELO DESARROLLADO.

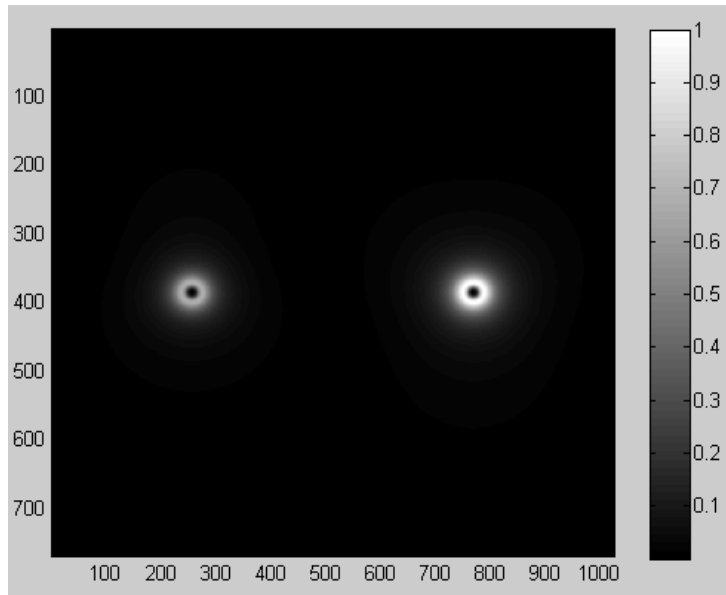
A continuación se presentan las intensidades de las distribuciones espaciales de luz con MAO entero definido producidas a partir de la estructura final modelada.



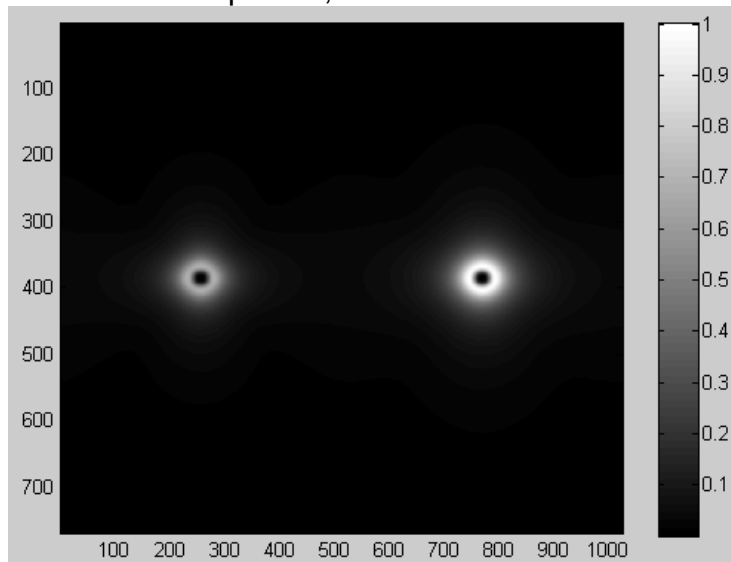
Simulación de la intensidad de los modos con MAO entero específico, $l = -1$ Izquierda, $l = 1$ Derecha.



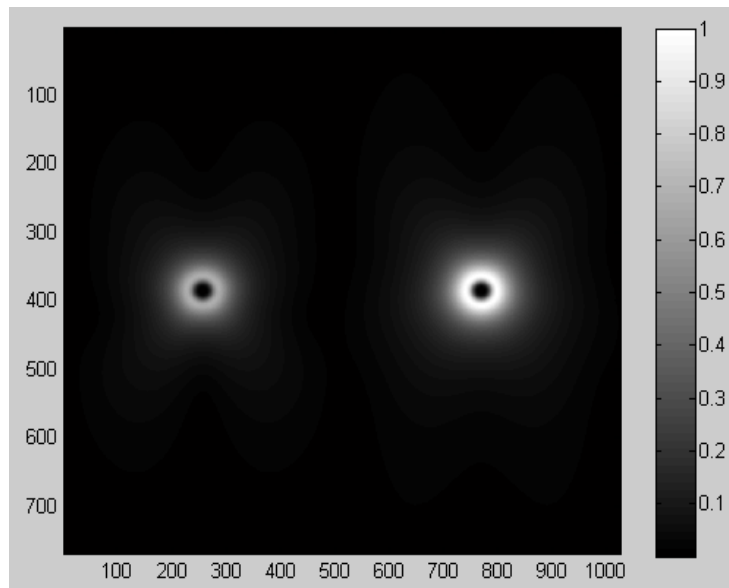
Simulación de la intensidad de los modos con MAO entero específico, $l = -2$ Izquierda, $l = 2$ Derecha.



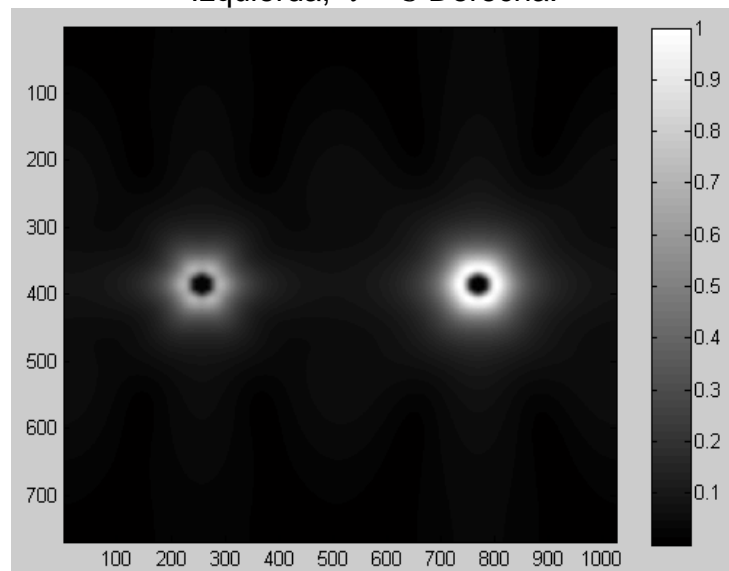
Simulación de la intensidad de los modos con MAO entero específico, $l = -3$
Izquierda, $l = 3$ Derecha.



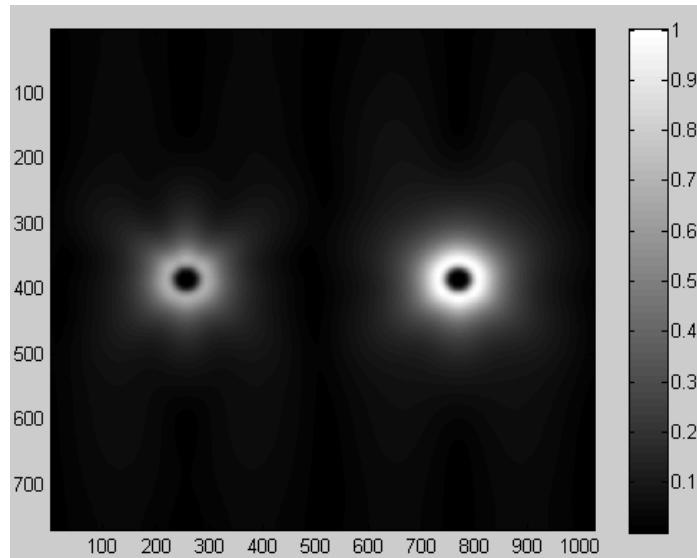
Simulación de la intensidad de los modos con MAO entero específico, $l = -4$
Izquierda, $l = 4$ Derecha.



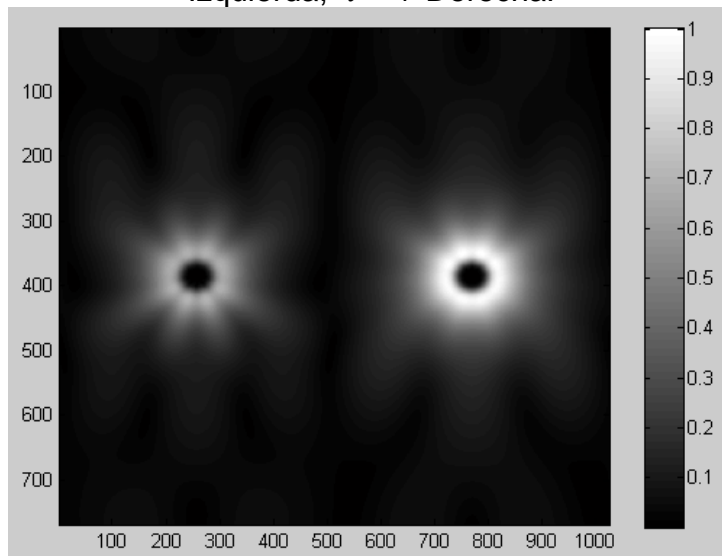
Simulación de la intensidad de los modos con MAO entero específico, $l = -5$
Izquierda, $l = 5$ Derecha.



Simulación de la intensidad de los modos con MAO entero específico, $l = -6$
Izquierda, $l = 6$ Derecha.



Simulación de la intensidad de los modos con MAO entero específico, $l = -7$
Izquierda, $l = 7$ Derecha.



Simulación de la intensidad de los modos con MAO entero específico, $l = -8$
Izquierda, $l = 8$ Derecha.