

**MANUAL CON EJERCICIOS PARA LA MODELACION MATEMATICA  
Y NUMERICA DE LA ESTABILIDAD DE TALUDES**

**GINA PATRICIA MARIN RODRIGUEZ**

**LEIDY KATHERINE QUINTERO DIAZ**

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER  
FACULTAD DE INGENIERIAS FISICO-MECANICAS  
ESCUELA DE INGENIERIA CIVIL  
BUCARAMANGA  
2008**

**MANUAL CON EJERCICIOS PARA LA MODELACION MATEMATICA  
Y NUMERICA DE LA ESTABILIDAD DE TALUDES**

**GINA PATRICIA MARIN RODRIGUEZ**

**LEIDY KATHERINE QUINTERO DIAZ**

**Trabajo de grado presentado como requisito para obtener el  
título de ingeniero civil**

**Director:**

**JAIME SUAREZ DIAZ  
INGENIERO CIVIL**

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER  
FACULTAD DE INGENIERIAS FISICO-MECANICAS  
ESCUELA DE INGENIERIA CIVIL  
BUCARAMANGA  
2008**

## **AGRADECIMIENTOS**

A Dios, por colmarnos de sabiduría, entendimiento y por mantenernos firmes y perseverantes en el camino para alcanzar este logro.

Al el director de proyecto, Jaime Suarez Díaz por su orientación y paciencia; y a todo el grupo de trabajo de Geotecnología Ltda por suministrarnos el material de investigación.

A nuestras familias, por el constante apoyo y motivación en los momentos difíciles.

A todos los profesores de la escuela de ingeniería civil, porque nos aportaron todos sus conocimientos para hacer de nosotras excelentes profesionales.

A nuestros amigos, porque durante toda la carrera fueron pieza fundamental en nuestro desarrollo personal.

A la Universidad Industrial de Santander, por darnos la oportunidad de formarnos personal y profesionalmente.

## DEDICATORIA

A Dios por darme la oportunidad de formarme como ingeniera civil, pues fue quien creo en mí la vocación de aprender, desarrollar e innovar, el arte de construir y diseñar nuevos proyectos.

A mis padres por ser un apoyo constante en la lucha por alcanzar mis ideales, ya que ellos son el eje central de mi vida y guías de mis metas.

A todas aquellas personas que de alguna manera aportaron en mi desarrollo intelectual y personal, pues sin su ayuda muchos de mis sueños como el que hoy se cumple no hubieran sido realidad.

LEIDY KATHERINE QUINTERO DIAZ

## DEDICATORIA

A Dios, porque El es el motor que  
me impulso para terminar con  
dedicación y orgullo mi carrera.

A mi madre, porque gracias a ella  
pude superar muchos obstáculos  
que se me presentaron a lo largo  
de mi estudio.

A mi familia, por ser un apoyo  
incondicional.

GINA PATRICIA MARIN RODRIGUEZ

## RESUMEN

### TÍTULO\*:

MANUAL CON EJERCICIOS PARA LA MODELACION MATEMATICA Y NUMERICA DE LA ESTABILIDAD DE TALUDES.

### AUTORES:

MARIN RODRIGUEZ, Gina Patricia  
QUINTERO DIAZ, Leidy Katherine\*\*

### PALABRAS CLAVES:

Factor de seguridad, superficie de falla, condiciones de estabilidad, métodos de equilibrio límite.

### DESCRIPCIÓN:

La modelación matemática de los taludes es parte de la práctica de la ingeniería, con el objeto de analizar la seguridad y funcionalidad de los diseños en los taludes artificiales y las condiciones de equilibrio de los taludes naturales.

En este proyecto se desarrollaron las diferentes técnicas de equilibrio límite, las cuales se utilizan cuando las fallas corresponden a deslizamientos de translación o de rotación sobre superficies de fallas determinadas. El análisis permite obtener un factor de seguridad o a través de un análisis regresivo calcular los valores de la resistencia al cortante en el momento de la falla. Los métodos de equilibrio límite son los más utilizados en la ingeniería actual en todo el mundo.

La mayoría de los elementos de equilibrio límite tienen en común la comparación de las fuerzas o momentos resistentes y actuantes sobre una determinada superficie de falla. Las variaciones principales de los diversos métodos son el tipo de superficie de falla y la forma cómo actúan las fuerzas internamente sobre la superficie de falla.

Este análisis de estabilidad consiste en determinar si existe suficiente resistencia en los suelos del talud para resistir los esfuerzos de cortante que tienden a causar la falla o deslizamiento.

El modelo tiene en cuenta los factores primarios que afectan la estabilidad. Estos factores incluyen geometría del talud, parámetros geológicos, presencia de grietas de tensión, cargas dinámicas por acción de sismos, flujo de agua, propiedades de los suelos, etc.

---

\* Proyecto de grado.

\*\* Facultad de ingenierías físico-mecánicas. Escuela de ingeniería civil. Director: Ingeniero Jaime Suarez Díaz.

## ABSTRACT

### TITLE\*:

HANDBOOK WITH EXERCISES FOR MATHEMATICAL AND NUMERICAL MODELING OF THE SLOPES STABILITY

### AUTHORS:

MARIN RODRIGUEZ, Gina Patricia  
QUINTERO DIAZ, Leidy Katherine\*\*

### KEY WORK:

Factor of safety, failure surface, conditions of stability, limit equilibrium methods

### DESCRIPTION:

The mathematical model of the slopes is a part of the engineering practice, the main objectives is to analyze the safety and functionality of the artificial slopes design and the natural slopes conditions for equilibrium.

In this project different limit equilibrium techniques were developed, these were used when faults correspond to slides of movement of rotation or translation on surfaces of determined faults. The analysis allows to obtain a safety factor through a regressive analysis to calculate the values of shear resistance in the fault movement. The limit equilibrium methods are used worldwide nowadays in engineering.

Most of the limit equilibrium methods have in common the comparison of strengths, resistant and acting moments on a determined fault surface. The main variations of the several methods are the type of surface of fault and how the strengths act internally on the surface of the failure.

This stability analysis consists in determining if there is enough resistance on the slope grounds, to resist the shear efforts that tend to cause fault or slide.

The model assumes the primary factors that affect the stability. These factors includes slopes geometries, geological parameters, presence of tension cracks, dynamic loads caused by earthquakes actions, water flows, ground properties, etc.

---

\* Degree Thesis

\*\* Faculty of Physical-Mechanical engineering. Civil Engineering Academy. Engineer: Jaime Suarez Diaz

## CONTENIDO

LISTA DE FIGURAS .....	I
LISTA DE TABLAS .....	V
INTRODUCCIÓN.....	1
OBJETIVOS DEL PROYECTO .....	2
OBJETIVO GENERAL.....	2
OBJETIVOS ESPECÍFICOS .....	2
1. MARCO TEÓRICO. ....	3
1.1. Tipos de deslizamiento .....	4
1.1.1. Deslizamientos según líneas de rotura planas paralelas a la superficie exterior del terreno. ....	4
1.1.2. Deslizamientos circulares.....	5
1.1.3. Deslizamientos no circulares. ....	6
1.2. Definición de factor de seguridad.....	6
1.3. Características generales .....	7
1.3.1. Definición de los parámetros geométricos.....	7
1.3.3. Definición de las propiedades del terreno.....	8
1.4. Hipótesis simplificativas.....	10
2. INTRODUCCION AL MANUAL .....	12
2.1. Clasificación de los métodos de cálculo.....	12
2.1.1. Métodos numéricos.....	13
2.1.2. Métodos de equilibrio límite. ....	13
2.1.2.1. Métodos exactos.....	13

2.1.2.2.	Métodos no exactos.....	13
2.2.	Rotura plana.....	17
2.3.	Rotura por cuñas.....	20
2.4.	Roturas circulares y curvas .....	22
2.5.	NOMENCLATURA .....	24
3.	METODO DE TABLAS O NÚMERO DE ESTABILIDAD. ....	26
3.1.	TABLA DE TAYLOR .....	27
3.1.1.	Procedimiento para las Tablas de Taylor.....	27
3.2.	TABLAS DE JANBÚ .....	30
3.2.1.	Procedimiento para las Tablas de Janbú para $\phi = 0$ . ....	30
3.2.2.	Procedimiento para las Tablas de Janbú para $\phi > 0$ .....	38
4.	METODO DEL TALUD INFINITO. ....	42
4.1.	Procedimiento para el método de talud infinito. ....	49
5.	MÉTODO DEL BLOQUE DESLIZANTE. ....	52
5.1.	Procedimiento para el método del bloque deslizante.....	59
6.	METODO DE LA CUÑA SIMPLE.....	64
6.1.	Procedimiento para el método de la Cuña Simple. ....	67
7.	METODO DE LA CUÑA DOBLE.....	70
7.1.	Procedimiento para el método de la cuña doble. ....	72
8.	METODO DE LA CUÑA TRIPLE.....	78
8.1.	Procedimiento para el método de la Cuña Triple.....	80
9.	MÉTODO DE LAS DOVELAS. ....	88
9.1.	MÉTODO ORDINARIO O DE FELLENIUS.....	88
9.1.1.	Procedimiento para el método ordinario de Fellenius.....	90
9.2.	METODO SIMPLIFICADO DE BISHOP.....	98
9.2.1.	Procedimiento para el método Simplificado de Bishop. ....	100

10.	OTROS MÉTODOS DE EQUILIBRIO LÍMITE.....	109
10.1.	METODO DE LA ESPIRAL LOGARITMICA. ....	109
10.2.	METODO DEL ARCO CIRCULAR .....	111
10.3.	MÉTODO DE JANBU. ....	112
10.4.	MÉTODO DE SPENCER.....	113
10.5.	MÉTODO DE MORGENSTERN-PRICE. ....	114
10.6.	MÉTODO DE SARMA. ....	115
10.7.	LOWE Y KARAFIATH.....	115
10.8.	METODO DEL CUERPO DE INGENIEROS (Sueco modificado).....	116
10.9.	MÉTODO DE CHEN Y MORGENSTERN.....	116
11.	ANALISIS DE ESTABILIDAD DE TALUDES UTILIZANDO METODOS NUMERICOS..	117
11.1.	METODO DE ELEMENTOS FINITOS.....	118
11.2.	MÉTODOS DE DIFERENCIAS FINITAS.....	121
11.3.	METODO DE ELEMENTOS DISTINTOS O DISCRETOS.....	121
11.4.	METODO DE ELEMENTOS DE BORDE.....	123
12.	USO DE SOFTWARE. ....	124
12.1.	PASOS BASICOS PARA EL USO DE UN SOFTWARE .....	126
	OBSERVACIONES.....	132
	CONCLUSIONES.....	133
	BIBLIOGRAFIA.....	134
	LISTA DE ANEXOS .....	135

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Deslizamientos planos. ....	5
Figura 2. Deslizamientos circulares .....	5
Figura 3. Deslizamientos no circulares.....	6
Figura 4. Diferentes métodos de cálculo .....	14
Figura 5. Condición de rotura plana .....	17
Figura 6. Fuerzas actuantes en un talud por método de talud infinito	19
Figura 7. Rotura por cuña .....	20
Figura 8. Fuerzas que actúan en las cuñas.....	21
Figura 9. Falla circular.....	22
Figura 10. Esquema de fuerzas sobre una dovela en el método de Bishop Simplificado (Duncan y Wrigth, 2005).....	23
Figura 11. Ejemplo para el cálculo de factor de seguridad utilizando la tabla de Taylor. ....	28
Figura 12. Tabla de Taylor (Taylor, 1937, 1948) .....	29
Figura 13. Esquema de ejemplo para el uso de las tablas de Janbú. ...	31
Figura 14. Coordenada $X_o$ para el círculo critico. (Janbú 1968).....	32
Figura 15. Coordenada $Y_o$ para el círculo critico. (Janbú 1968).....	33
Figura 16. Factor de reducción por carga adicional.....	34
Figura 17. Factor de reducción por sumergencia ( $\mu_w$ ) e infiltración ( $\mu'_w$ ) .....	35
Figura 18. Factor de reducción por grieta de tracción sin presión hidrostática en la grieta.....	35
Figura 19. Factor de reducción por grieta de tracción con presión hidrostática en la grieta.....	36
Figura 20. Número de estabilidad .....	37
Figura 21. Número de estabilidad $N_{cf}$ .....	40
Figura 22. Coordenadas del centro	

del círculo crítico (suelos con $\phi > 0$ ).....	41
Figura 23. Análisis de un talud infinito (Lambe y Whitman, 1972) .....	43
Figura 24. Planteamiento del equilibrio en el análisis de talud infinito (Lambe y Whitman, 1972) .....	44
Figura 25. Planteamiento del equilibrio en el análisis de talud infinito sumergido (Lambe y Whitman, 1972) .....	46
Figura 26. Talud infinito con filtración (Jiménez Salas et al., 1981) ...	47
Figura 27. Talud infinito.....	50
Figura 28. Esquema del método del bloque deslizando .....	52
Figura 29. Ejemplo de bloque deslizando .....	59
Figura 30. Fuerzas que actúan .....	60
Figura 31. Presión activa .....	61
Figura 32. Presión pasiva.....	62
Figura 33. Análisis de la altura máxima de un talud vertical analizado con cuña simple. (Cornforth, 2005).....	64
Figura 34. Superficie de falla de cuña simple.....	65
Figura 35. Ejemplo para cuña simple.....	68
Figura 36. Sección típica de una falla de doble cuña. (Cornforth, 2005). .....	70
Figura 37. Formación de "graben" en una falla de doble cuña. (Cornforth, 2005). .....	71
Figura 38. Formación de grietas y escarpas secundarias .....	71
Figura 39. Fuerzas que actúan sobre las cuñas en una falla de doble cuña. (Cornforth, 2005). .....	72
Figura 40. Ejemplo de cuña doble .....	73
Figura 41. División del deslizamiento. ....	73
Figura 42. Descomposición de fuerzas.....	74
Figura 43. Fuerzas en la base de la cuña. ....	75

Figura 44. Fuerzas en la cuña inferior.....	76
Figura 45. Descomposición de las fuerzas. ....	77
Figura 46. Esquema típico de una falla de triple cuña (Cornforth, 2005).....	79
Figura 47. Fuerzas que actúan en una falla de triple cuña. (Cornforth, 2005).....	79
Figura 48. Ejercicio de análisis de cuña triple .....	80
Figura 49. Separación en cuñas superior, intermedia e inferior por las líneas BE y CF .....	81
Figura 50. Fuerzas que actúan en la cuña superior.....	82
Figura 51. Fuerzas que actúan en la cuña inferior. ....	84
Figura 52. Fuerzas que actúan en la cuña intermedia .....	86
Figura 53. Fuerzas que actúan sobre una dovela .....	89
Figura 54. Fuerzas que actúan sobre una dovela en el método ordinario o de Fellenius.....	90
Figura 55. Cálculo del factor de seguridad por el método de dovelas .	90
Figura 56. División de la superficie de falla .....	91
Figura 57. Signo del ángulo $\alpha$ .....	93
Figura 58. Longitud L .....	94
Figura 59. Fuerzas que actúan en cada dovela .....	95
Figura 60. Fuerzas actuantes sobre una rodaja vertical .....	98
Figura 61. Diagrama para determinar el F.S de manera implícita. ...	100
Figura 62. Cálculo del factor de seguridad por el método de Bishop	100
Figura 63. Talud y superficie de falla de espiral logarítmica (Frohlich, 1953).....	110
Figura 64. Fuerzas en un análisis de arco circular ( $\phi = 0$ ). (Duncan y Wright, 2005). ....	111
Figura 65. Superficie de falla para utilizar el método de Janbu.....	112

Figura 66. Diagrama para determinar el factor $f_0$ para el método de Janbú.....	113
Figura 67. Paralelismo de las fuerzas entre dovelas en el método de Spencer.....	113
Figura 68. Fuerzas que actúan sobre las dovelas en el método de Spencer.....	114
Figura 69. Malla típica para el análisis de un talud vertical por elementos finitos (Ashford y Sitar 1994).....	120
Figura 70. Modelo de fractura utilizando elementos de borde con modelo ELFEN (Stead y otros, 2006).....	121
Figura 71. Puntos de contorno.....	127
Figura 72. Trazo del contorno.....	128
Figura 73. Regiones del talud .....	128
Figura 74. Línea piezométrica.....	129
Figura 75. Radio de las superficies de deslizamiento .....	129
Figura 76. Malla de la superficie del deslizamiento. ....	130
Figura 77. Tabla de resultados .....	130
Figura 78. Visualización de los resultados. ....	131

## LISTA DE TABLAS

<b>Tabla 1.</b> Métodos de análisis de estabilidad de taludes	15
<b>Tabla 2.</b> Listado de tablas para cálculo de estabilidad de taludes disponibles en la literatura	26
<b>Tabla 3.</b> Resultados de la solución por el método ordinario o de Fellenius	97
<b>Tabla 4.</b> Resultados de la solución por el método ordinario o de Bishop	107
<b>Tabla 5.</b> Métodos numéricos para la estabilidad de taludes.	118

## **INTRODUCCIÓN**

La modelación matemática de los taludes es parte de la práctica de la ingeniería, con el objeto de analizar la seguridad y funcionalidad de los diseños en los taludes artificiales y las condiciones de equilibrio de los taludes naturales.

Existen varias metodologías para la modelación matemática, la cual depende del objetivo del análisis y de los resultados que se deseen obtener.

En términos generales los objetivos principales del análisis matemático de los taludes son los siguientes:

- Determinar las condiciones de estabilidad del talud (si es estable o inestable).
- Investigar los mecanismos potenciales de falla.
- Determinar la sensibilidad o susceptibilidad de los taludes a diferentes mecanismos de activación (lluvias, sismos, etc.).
- Comparar la efectividad de diferentes opciones de estabilización o soporte.
- Diseñar los taludes óptimos en término de seguridad, confiabilidad y economía.

Previamente a la modelación matemática se requiere haber realizado un estudio o investigación muy completa de los elementos geológicos, topográficos, de mecánica de suelos, etc., que afectan la estabilidad.

Actualmente hay pocas herramientas de cálculo establecidas para el moldeamiento matemático de taludes por lo que refleja la importancia de elaborar este manual con el fin de mejorar el estudio con respecto a este tema.

## **OBJETIVOS DEL PROYECTO**

### **OBJETIVO GENERAL**

Elaborar un manual con ejercicios sobre los diferentes modelos matemáticos de equilibrio límite, para la estabilidad de taludes.

### **OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

- Recopilar y analizar los conceptos más importantes sobre cada uno de los métodos a desarrollar para la estabilidad de taludes y organizarlos de manera clara.
- Describir los pasos a seguir para calcular el factor de seguridad por los diferentes métodos de equilibrio límite para la estabilidad de taludes.
- Elaborar hojas de cálculo en Microsoft Office Excel para solucionar los ejercicios que requieran el uso de esta herramienta computacional.
- Suministrar una herramienta de apoyo para el libro DESLIZAMIENTOS Y ESTABILIDAD DE TALUDES EN ZONAS TROPICALES.

## 1. MARCO TEÓRICO.

En esta primera parte del manual se recopila los principios generales del análisis y algunos detalles asociados al estudio de la estabilidad de taludes; que ayudan a tener una visión más completa sobre el tema.

La inestabilidad del terreno se manifiesta mediante grandes desplazamientos que implican la ruina total o parcial del suelo. Algunos tipos de inestabilidad son los siguientes:

- El hundimiento o el deslizamiento del suelo.
- El hundimiento o la rotura del terreno debido a fuerzas horizontales en el caso en el que se haya construido cimentaciones profundas.
- El hundimiento o el deslizamiento de muros de contención.

Los taludes pueden ser, simplemente, obras de tierra o roca donde no existan elementos estructurales, pero pueden consistir también, en estructuras mixtas formadas por el propio terreno y elementos estructurales agregados.

En todos estos casos en los que existe un desnivel del terreno, sea con o sin estructuras asociadas, será preciso considerar los estados límite que se mencionan a continuación y utilizar para su análisis los principios generales que se indican para cada caso. Los métodos de cálculo que se sugieren son de aplicación a los casos concretos que se mencionan al hacer la descripción de cada método.

La pérdida de estabilidad de las obras en taludes, pueden generar accidentes graves que pueden implicar múltiples pérdidas. El estudio del estado límite último, y la demostración explícita de que el nivel de seguridad alcanzado cumple los coeficientes de seguridad mínimos, es una tarea imprescindible.

## **TIPOS DE FALLA MÁS USUALES EN LOS TALUDES**

**Pérdida de la estabilidad global:** La estabilidad global de una determinada obra se pierde cuando la tensión de corte necesaria para mantenerla es superior a la resistencia al corte del terreno.

Ese deslizamiento puede ser brusco (movimiento de varios metros en pocos minutos) o lento o de fluencia. Que ocurra de una u otra manera depende, principalmente, de las características del terreno.

**Erosiones:** El movimiento del agua puede provocar la destrucción de los taludes y de las estructuras que dependen de ellos, bien por erosión externa degradando su geometría, o mediante erosión interna arrastrando materiales y provocando asentos o hundimientos locales.

Ambos procesos pueden ser considerados como causantes de un estado límite último de colapso progresivo, ya que pueden provocar la pérdida de equilibrio del propio talud o de estructuras próximas.

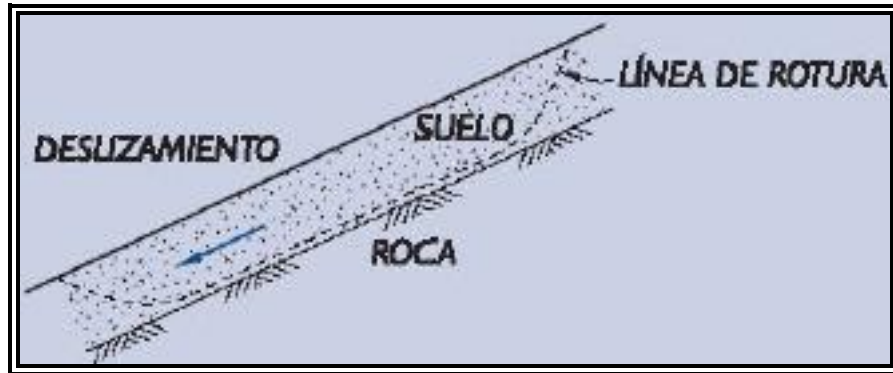
### **1.1. Tipos de deslizamiento**

La observación de las formas de las superficies de rotura, en aquellos casos en los que se ha alcanzado el estado límite de la pérdida de estabilidad global en suelos, ha guiado el desarrollo de las distintas técnicas de análisis cuantitativo.

Los tipos de superficie de deslizamiento más frecuente pueden asimilarse, a efectos de cálculo, a uno de los tres tipos siguientes:

#### **1.1.1. Deslizamientos según líneas de rotura planas paralelas a la superficie exterior del terreno.**

Este tipo de rotura es frecuente en las laderas naturales en las que el suelo que recubre a la roca o suelo firme subyacente desliza según una superficie que, en buena parte de su desarrollo, es paralela al borde externo del terreno natural. El deslizamiento se puede producir por obras de excavación (deslizamiento de la zona superior a la excavación) o por obras que aumenten la carga (estructuras o rellenos), produciéndose entonces el deslizamiento de la carga añadida y de la zona inferior de la ladera. La parte alta, como consecuencia, también puede deslizar. El deslizamiento también puede producirse por causas naturales (períodos de lluvia, por ejemplo).

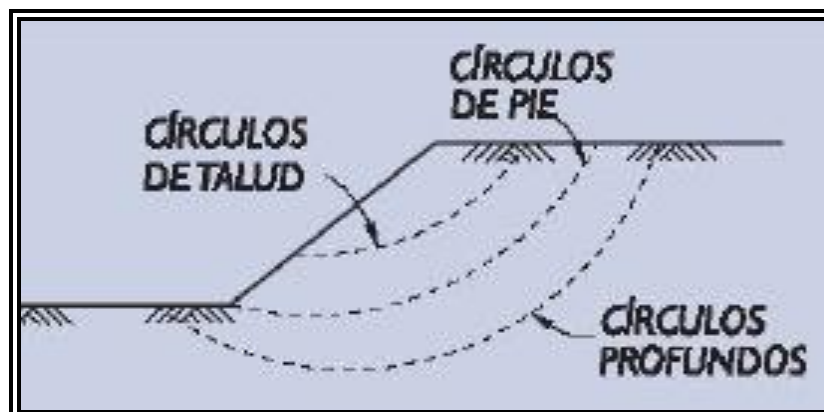


**Figura 1.** Deslizamientos planos.

### 1.1.2. Deslizamientos circulares.

Los deslizamientos circulares son típicos de las formaciones en suelos homogéneos. El deslizamiento como sólido rígido de la zona superior sobre la inferior a lo largo de una línea circular es el único movimiento cinemáticamente posible, incluyendo evidentemente, los deslizamientos planos como caso límite. Según las superficies de rotura sean más o menos profundas, los deslizamientos circulares se pueden producir mediante "círculos de talud" que intersecan a éste parcialmente, mediante "círculos de pie" que pasan por el pie del talud o mediante "círculos profundos" que intersecan a la obra más allá del pie del talud.

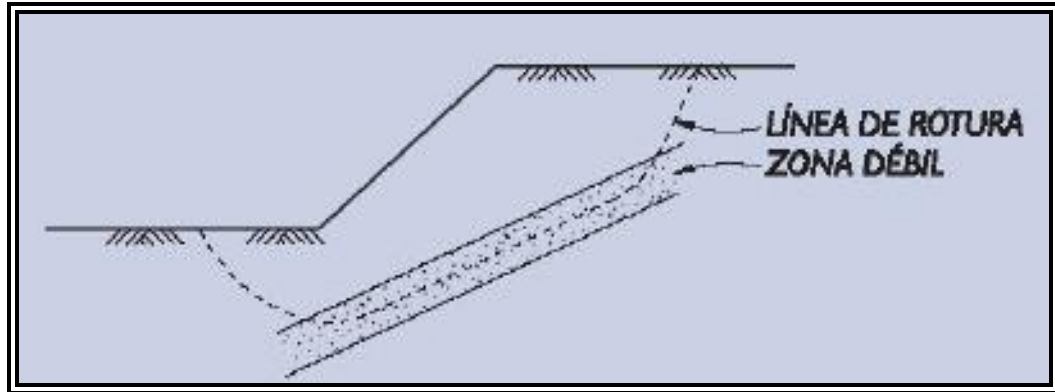
En suelos heterogéneos, ya sean taludes de excavación o taludes de relleno, las líneas de rotura suelen parecerse a éstas de sección circular, de manera que la hipótesis de rotura según este tipo de líneas es adoptada en la mayoría de las situaciones. Esto no excluye el tanteo de otros tipos de línea de rotura en aquellos casos en los que la disposición del terreno indique otras posibles formas, no circulares, que pudieran ser más críticas.



**Figura 2.** Deslizamientos circulares

### 1.1.3. Deslizamientos no circulares.

En algunas ocasiones la configuración del terreno, particularmente la disposición de algunas zonas más débiles, hace que sea necesario considerar superficies de rotura cuya sección plana no pueda aproximarse a una circunferencia.



**Figura 3.** Deslizamientos no circulares.

### 1.2. Definición de factor de seguridad.

El Factor de Seguridad es empleado por los Ingenieros para conocer cuál es el factor de amenaza de que el talud falle en las peores condiciones de comportamiento para el cual se diseña. Fellenius (1922) presentó el factor de seguridad como la relación entre la resistencia al corte real, calculada del material en el talud y los esfuerzos de corte críticos que tratan de producir la falla, a lo largo de una superficie supuesta de posible falla:

$$F.S. = \frac{\text{Resistencia al corte disponible}}{\text{Esfuerzo al cortante actuante}}$$

En superficies circulares donde existe un centro de giro y momentos resistentes y actuantes:

$$F.S. = \frac{\text{Momento resistente disponible}}{\text{Momento actuante}}$$

Existen, además, otros sistemas de plantear el factor de seguridad, tales como la relación de altura crítica y altura real del talud y método probabilístico.

La mayoría de los sistemas de análisis asumen un criterio de "equilibrio límite" donde el criterio de falla de Coulomb es satisfecho a lo largo de una determinada superficie.

Se estudia un cuerpo libre en equilibrio, partiendo de las fuerzas actuantes y de las fuerzas resistentes que se requieren para producir el equilibrio. Calculada esta fuerza resistente, se compara con la disponible del suelo o roca y se obtiene una indicación del Factor de Seguridad.

Otro criterio es el de dividir la masa a estudiar en una serie de tajadas, dovelas o bloques y considerar el equilibrio de cada tajada por separado. Una vez realizado el análisis de cada tajada se analizan las condiciones de equilibrio de la sumatoria de fuerzas o de momentos.

$$F.S. = \frac{\sum \text{Resistencias disponibles al cortante}}{\sum \text{Esfuerzos al cortante}}$$

$$F.S. = \frac{\sum \text{de momentos resistentes disponibles}}{\sum \text{Momentos actuantes}}$$

### **1.3. Características generales**

Para analizar un problema de estabilidad global es necesario conocer su configuración geométrica, las acciones externas que pudieran afectar y las características resistentes del terreno.

#### **1.3.1. Definición de los parámetros geométricos.**

Los elementos que definen la geometría son, entre otros, la distribución de suelos de distinta naturaleza y resistencia, así como la adecuada representación de la estructura, si ésta estuviera implicada en el análisis de estabilidad global.

Los contactos entre distintos terrenos se establecerán con prudencia. Los estratos más débiles deben representarse con los mayores espesores que razonablemente puedan tener.

Un elemento clave de la configuración geométrica del subsuelo lo constituye la descripción del estado del agua. Esto es, su nivel freático en caso de una situación hidrostática, o la configuración de la red de filtración en caso de que el agua esté en movimiento.

Es aconsejable hacer estudios de sensibilidad respecto a las condiciones geométricas en aquellos casos en los que éstas no están definidas con precisión suficiente.

### **1.3.2. Definición de los pesos unitarios.**

Las acciones principales en el estudio de problemas de estabilidad son las gravitatorias es decir los pesos. Estas acciones serán calculadas, en la parte correspondiente al terreno, como el producto de las áreas correspondientes por los pesos específicos de cada una de ellas. Estos pesos específicos serán el valor medio de los resultados obtenidos de la investigación geotécnica.

$$W = Area * \gamma$$

### **1.3.3. Definición de las propiedades del terreno**

El ingeniero debe considerar dos hipótesis extremas, denominadas sin drenaje y con drenaje. La situación real estará más o menos próxima a uno de esos extremos, según las circunstancias del caso.

#### **- Análisis en condiciones no drenadas**

Si la inestabilidad es causada por cambios en la carga, tal como la remoción de materiales de la parte baja del talud o aumento de las cargas en la parte superior, en suelos de baja permeabilidad, estos pueden no tener tiempo suficiente para drenar durante el tiempo en el cual ocurre el cambio de carga. En ese caso se dice que las condiciones son no drenadas.

La situación sin drenaje puede ser próxima a la realidad en aquellos terrenos que estén saturados y que tengan un coeficiente de consolidación bajo (o una permeabilidad reducida).

La resistencia del terreno en situaciones sin drenaje se puede representar con los siguientes parámetros de cohesión y rozamiento:

$$c_u = s_u$$

$$f_u = 0$$

Donde:

$s_u$  = resistencia al corte sin drenaje.

### - **Análisis en condiciones drenadas**

Generalmente, los suelos tienen permeabilidades suficientes para disipar las presiones de poro en exceso y se comportan en condiciones drenadas.

Para ratas normales de carga, que equivalen a meses o semanas, suelos con permeabilidades mayores de  $10^{-4}$  cm/seg, se pueden considerar drenadas y suelos con permeabilidades menores de  $10^{-7}$  cm/seg, se consideran no drenadas. Mientras las permeabilidades intermedias se consideran parcialmente drenadas.

Duncan (1996) recomienda que para los taludes en los cuales la causa de la falla es el aumento de la presión de poros debida a las lluvias, el problema debe analizarse como condición drenada.

Para determinar las condiciones de drenaje Duncan (1996) sugiere utilizar la siguiente expresión:

$$T = \frac{C_v t}{D^2}$$

Donde:

T = Factor adimensional

$C_v$  = Coeficiente de consolidación

t = Tiempo de drenaje

D = Longitud del camino de drenaje o distancia de salida del agua al cambio de presiones.

Si T es mayor de 3 la condición es drenada.

Si T es menor de 0.01 la condición es no drenada.

Si T está entre 0.01 y 3.0 ocurre drenaje parcial durante el tiempo de cambio de cargas. En este caso deben analizarse ambas condiciones, el caso drenado y el caso no drenado.

#### **1.3.4. Consideración del efecto del agua**

El efecto de la presencia del agua en los taludes puede ser representado en los cálculos de varias formas. No todas conducen siempre al mismo resultado y por eso conviene tener en cuenta las recomendaciones que siguen.

El estudio del efecto del agua exige, en cualquier caso, un análisis previo de la distribución de las presiones intersticiales en el terreno a

través de la red de filtración o de otros métodos de análisis de los flujos del agua en el medio poroso. Si no existen gradientes de potencial de agua, el régimen de presiones será hidrostático y bastará con definir la posición del nivel freático.

Salvo en algunos casos extremos (taludes completamente sumergidos y algunos casos de cálculo con  $\Phi=0$ ), la presencia del agua hace que el problema de cálculo sea de talud heterogéneo. Los ábacos de Taylor, que más adelante se indican para terrenos homogéneos, no serían aplicables.

### **Taludes con filtración**

Cuando existen gradientes de agua se puede calcular con los pesos totales y considerar las presiones externas y las subpresiones internas del agua. El agua libre que pudiera existir debe ser considerada como un material más, con peso pero sin resistencia al corte.

Si existe agua libre (taludes total o parcialmente sumergidos pero con gradientes de agua) se puede calcular con otro procedimiento. El nivel de agua libre, que puede quedar poco definido, puede ser cualquiera y, además, no tiene por qué ser horizontal. En general debe elegirse, como nivel de agua libre, la superficie libre de la red de filtración correspondiente a la situación del suelo que se analiza. Se calcularían los pesos efectivos. Esto es, utilizando los pesos específicos sumergidos por debajo del nivel del agua libre y los aparentes por encima de él. Se contabilizaría la subpresión y la presión que pudiera existir por encima del nivel del agua libre. Por debajo de ese nivel se contabilizaría como presiones externas y como subpresión, únicamente, la diferencia entre la presión de agua existente y la presión hidrostática correspondiente al nivel de agua libre. Para realizar los cálculos, o bien se utilizan directamente las diferencias de presión que se acaban de mencionar o bien, si resultara más cómodo, se sustituirían esas diferencias de presión, por las fuerzas de arrastre correspondientes.

### **1.4. Hipótesis simplificativas**

El cálculo del coeficiente de seguridad requiere, en general, conocer el estado tensional del terreno. Ese conocimiento es difícil de conseguir y por eso es preciso hacer algunas hipótesis simplificativas.

Cada método de cálculo hace alguna simplificación a ese respecto. El ingeniero debe conocerlas, particularmente cuando utiliza programas de ordenador como herramienta de trabajo. No todas las hipótesis simplificativas usuales son aceptables.

## 2. INTRODUCCION AL MANUAL.

En el planeamiento de medidas efectivas de estabilización es importante entender las causas de la inestabilidad. Las causas más comunes son: talud muy empinado por corte o relleno, exceso de presión de poros causado por niveles freáticos altos o interrupción de la trayectoria de drenaje, socavación debido a la erosión de agua superficial y pérdida de resistencia con el tiempo debido a procesos de reptación y exposición a la intemperie.

Un estudio geológico minucioso y un programa detallado de exploración del subsuelo son necesarios para determinar la causa del deslizamiento y planificar las medidas correctivas. La superficie de falla deberá determinarse con sondajes más allá de la línea de falla.

La determinación de estabilidad de un suelo se puede calcular con métodos numéricos y métodos de equilibrio límite. A continuación se presenta una información interesante para aclarar lo relacionado con los métodos de cálculo.

### **MÉTODOS DE CÁLCULO.**

#### **2.1. Clasificación de los métodos de cálculo.**

Los métodos de cálculo para analizar la estabilidad de un talud se pueden clasificar en dos grandes grupos:

- Métodos de cálculo en deformaciones (métodos numéricos).
- Métodos de equilibrio límite.

### **2.1.1. Métodos numéricos.**

Consideran en el cálculo las deformaciones del terreno además de las leyes de la estática. Su aplicación práctica es de gran complejidad y el problema debe estudiarse aplicando el método de los elementos finitos u otros métodos numéricos.

### **2.1.2. Métodos de equilibrio límite.**

Se basan exclusivamente en las leyes de la estática para determinar el estado de equilibrio de una masa de terreno potencialmente inestable. No tienen en cuenta las deformaciones del terreno. Suponen que la resistencia al corte se moviliza total y simultáneamente a lo largo de la superficie de corte.

Se pueden clasificar a su vez en dos grupos:

- Métodos exactos.
- Métodos no exactos.

#### **2.1.2.1. Métodos exactos.**

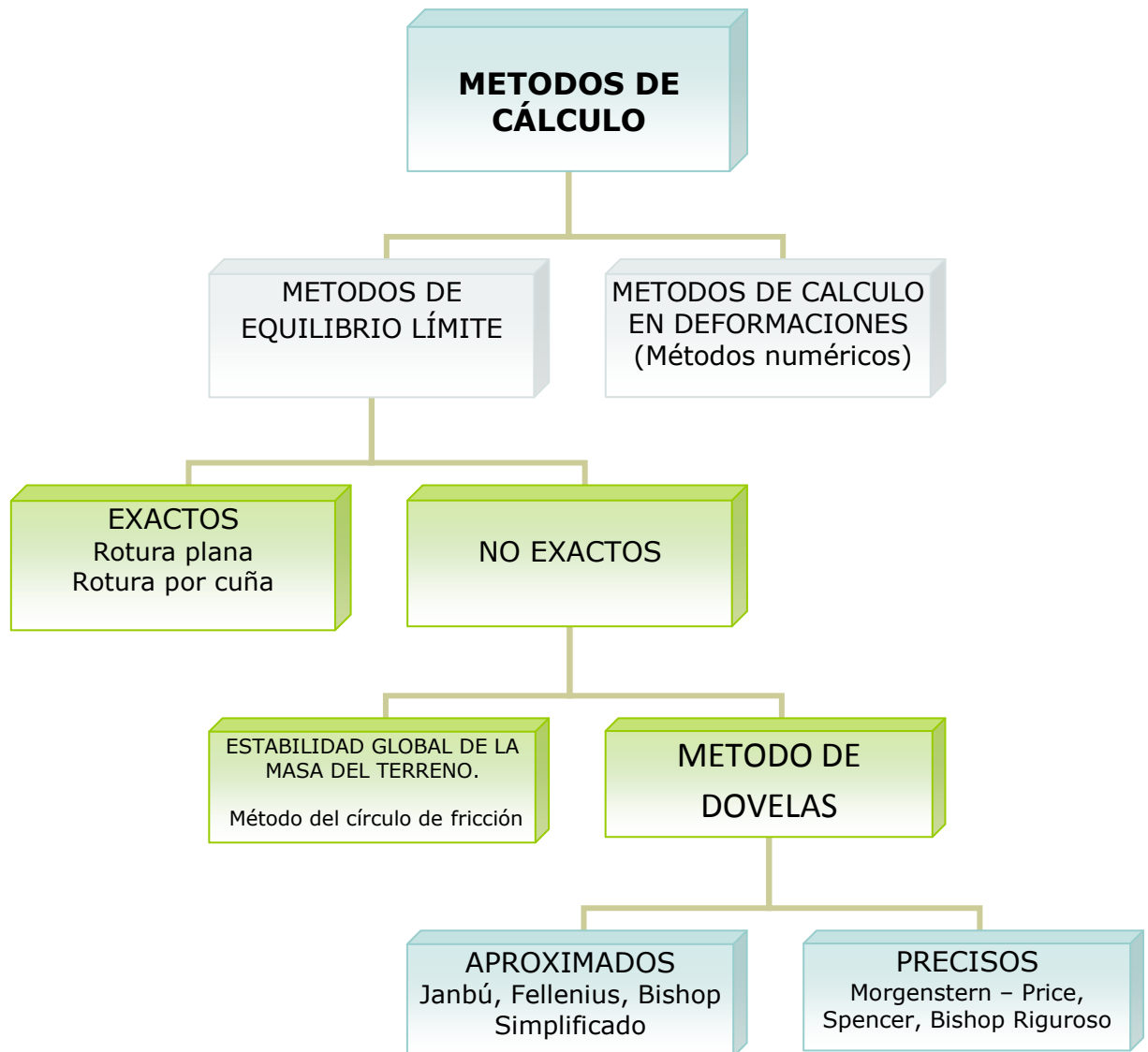
La aplicación de las leyes de la estática proporciona una solución exacta del problema con la única condición de las simplificaciones propias de todos los métodos de equilibrio límite (ausencia de deformaciones, factor de seguridad constante en toda la superficie de falla, etc.). Esto sólo es posible en taludes de geometría sencilla, como por ejemplo la rotura plana y la rotura por cuñas.

#### **2.1.2.2. Métodos no exactos.**

En la mayor parte de los casos la geometría de la superficie de falla no permite obtener una solución exacta del problema mediante la única aplicación de las leyes de la estática. El problema es hiperestático y ha de hacerse alguna simplificación o hipótesis previa que permita su solución. Se pueden suponer así los métodos que consideran el equilibrio global de la masa deslizante, y los métodos de las dovelas o rebanadas, que consideran a la masa deslizante dividida en una serie de dovelas verticales.

Los métodos de las dovelas o rebanas pueden clasificarse en dos grupos:

- Métodos aproximados: No cumplen todas las ecuaciones de la estática. Se pueden citar por ejemplo los métodos de *Fellenius*, *Bishop simplificado* y *Janbú*.
- Métodos precisos o completos: Cumplen todas las ecuaciones de la estática. Los más conocidos son los de *Morgenstern-Price*, *Spencer* y *Bishop riguroso*.



**Figura 4.** Diferentes métodos de cálculo

En la siguiente tabla se encuentra información sobre cada uno de los métodos existentes, cual es su superficie de falla y un resumen de las características principales presentes.

**Tabla 1.** Métodos de análisis de estabilidad de taludes

MÉTODO	SUPERFICIES DE FALLA	EQUILIBRIO	CARACTERÍSTICAS
<b>Talud infinito</b>	Rectas	De fuerzas e implícito de momentos	Se analiza un bloque superficial con un determinado espesor y una altura de nivel freático, y se supone una falla paralela a la superficie del terreno.
<b>Bloque deslizante y cuñas (simple, doble y triple)</b>	Tramos rectos formando una cuña	De fuerzas	Se analiza la falla de cuñas simples, dobles o triples analizando las fuerzas que actúan sobre cada uno de los sectores de la cuña. Son útiles para analizar estabilidad de suelos estratificados o mantos de roca.
<b>Espiral logarítmica (Frohlich, 1953)</b>	Espiral logarítmica	De fuerzas y de momentos	Se asume una superficie de falla en espiral logarítmica en el cual el radio de la espiral varía con el ángulo de rotación sobre el centro de la espiral. Es muy útil para analizar estabilidad de taludes reforzados con geomallas o mailing. Se considera uno de los mejores métodos para el análisis de taludes homogéneos.
<b>Arco circular (Petterson, 1916), (Fellenius, 1922)</b>	Circulares	De momentos e implícitamente de fuerzas	Se supone un círculo de falla, el cual se analiza como un solo bloque. Se requiere que el suelo sea cohesivo ( $\Phi = 0$ ).
<b>Ordinario o de Fellenius (Fellenius 1927)</b>	Circulares	De fuerzas	Este método no tiene en cuenta las fuerzas entre las dovelas y no satisface equilibrio de fuerzas, tanto para la masa deslizada como para dovelas individuales. Sin embargo, este método es muy utilizado por su procedimiento simple. Muy impreciso para taludes planos con alta presión de poros. Factores de seguridad bajos.
<b>Bishop simplificado (Bishop 1955)</b>	Circulares	De momentos	Asume que todas las fuerzas de cortante entre dovelas son cero. Reduciendo el número de incógnitas. La solución es sobredeterminada debido a que no se establecen condiciones de equilibrio para una dovela.
<b>Janbú Simplificado (Janbú 1968)</b>	Cualquier forma de superficie de falla.	De fuerzas	Al igual que Bishop asume que no hay fuerza de cortante entre dovelas. La solución es sobredeterminada que no satisface completamente las condiciones de equilibrio de momentos. Sin embargo, Janbú utiliza un factor de corrección $F_0$ para tener en cuenta este posible error. Los factores de seguridad son bajos.

MÉTODO	SUPERFICIES DE FALLA	EQUILIBRIO	CARACTERÍSTICAS
<b>Sueco Modificado. U.S. Army Corps of Engineers (1970)</b>	Cualquier forma de la superficie de falla.	De fuerzas	Supone que las fuerzas tienen la misma dirección que la superficie del terreno. Los factores de seguridad son generalmente altos.
<b>Lowe y Karafiath (1959)</b>	Cualquier forma de la superficie de falla.	De fuerzas	Asume que las fuerzas entre partículas están inclinadas a un ángulo igual al promedio de la superficie del terreno y las bases de las dovelas. Esta simplificación deja una serie de incógnitas y no satisface el equilibrio de momentos. Se considera el más preciso de los métodos de equilibrio de fuerzas.
<b>Spencer (1967)</b>	Cualquier forma de la superficie de falla.	Momentos y fuerzas	Asume que la inclinación de las fuerzas laterales son las mismas para cada dovela. Rigurosamente satisface el equilibrio estático asumiendo que la fuerza resultante entre dovelas tiene una inclinación constante pero desconocida.
<b>Morgenstern y Price (1965)</b>	Cualquier forma de la superficie de falla.	Momentos y fuerzas	Asume que las fuerzas laterales siguen un sistema predeterminado. El método es muy similar al método Spencer con la diferencia que la inclinación de la resultante de las fuerzas entre dovelas se asume que varía de acuerdo a una función arbitraria.
<b>Sarma (1973)</b>	Cualquier forma de la superficie de falla.	Momentos y fuerzas	Asume que las magnitudes de las fuerzas verticales siguen un sistema predeterminado. Utiliza el método de las dovelas para calcular la magnitud de un coeficiente sísmico requerido para producir la falla. Esto permite desarrollar una relación entre el coeficiente sísmico y el factor de seguridad. El factor de seguridad estático corresponde al caso de coeficiente sísmico cero. Satisface todas las condiciones de equilibrio; sin embargo, la superficie de falla correspondiente es muy diferente a la determinada utilizando otros procedimientos más convencionales.

Como se pudo observar en la tabla anterior cada suelo tiene una superficie de rotura diferente, de eso depende cual de los métodos se debe usar para calcular la estabilidad.

A continuación se muestra un análisis más completo sobre los tipos de rotura del suelo.

## 2.2. Rotura plana.

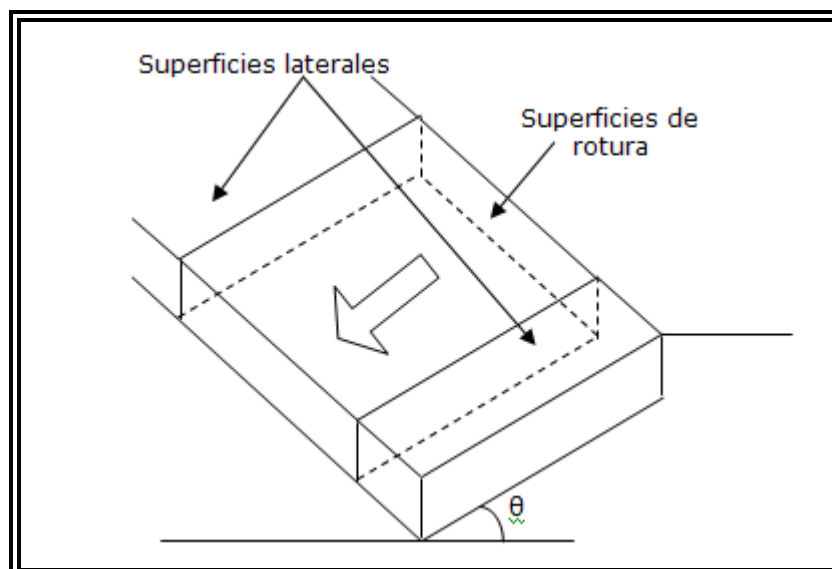
Se denomina con este nombre al deslizamiento de suelos sobre rocas u otros suelos más firmes en la que el deslizamiento se produce a través de una superficie plana única, a lo largo de superficies aproximadamente paralelas a la superficie exterior del terreno.

Es la más sencilla de las formas de rotura posibles y se produce cuando existe una fracturación dominante en la roca y convenientemente orientada respecto al talud. Frecuentemente se trata de fallas que interceptan al talud.

También puede producirse en terrenos granulares en los que, entre dos terrenos de buenas características resistentes, se intercala un estrato de poco espesor de material con menos resistencia.

Este tipo de rotura no es muy frecuente, ya que deben darse las dos condiciones siguientes:

- Los rumbos o trazas horizontales del plano del talud y del plano de deslizamiento deben ser paralelos o casi paralelos, formando entre sí un ángulo máximo de  $20^\circ$ .
- Los límites laterales de la masa deslizante han de producir una resistencia al deslizamiento despreciable.



**Figura 5.** Condición de rotura plana

Cuando la línea de rotura es suficientemente alargada se pueden despreciar las condiciones de los bordes superior e inferior y verificar la seguridad.

Estas condiciones permiten estudiar la estabilidad del talud como un problema bidimensional que se analiza considerando una rebanada de ancho unidad, limitada por dos planos verticales, perpendiculares al plano del talud.

En el caso de rotura plana el factor de seguridad F.S se obtiene de forma directa como cociente entre las fuerzas que tienden a producir el movimiento y las fuerzas resistentes del terreno que se oponen al mismo, proyectadas todas según la dirección del plano de rotura. Al calcular el factor de seguridad de esta manera, se supone implícitamente constante a lo largo de toda la superficie de rotura, lo cual se acepta a pesar de no ser estrictamente cierto.

El método usado en este manual para calcular el factor de seguridad con superficie de falla plana es:

- Método del talud infinito.

### **Análisis para talud infinito**

La falla de taludes infinitos corresponde a un deslizamiento por traslación de una masa de suelo sobre un plano paralelo a la superficie del talud y de poca profundidad relativa. Este tipo de fallas se presenta generalmente en suelos de baja o nula cohesión. Sin embargo pueden originarse en suelos cohesivos cuando se presentan discontinuidades paralelas al talud. Este tipo de análisis supone que los parámetros de resistencia al corte son constantes a lo largo de la superficie de deslizamientos.

A continuación se muestra la estabilidad de un talud (Figura 6), por unidad de ancho, para un caso general (material con cohesión y fricción y flujo de agua).

El análisis de un talud infinito se hace independiente de la altura, por lo que se puede analizar el equilibrio de un elemento cualquiera de altura  $z$  y ancho  $b$ .

W : peso del elemento.

N : fuerza total, normal a la base de deslizamiento.

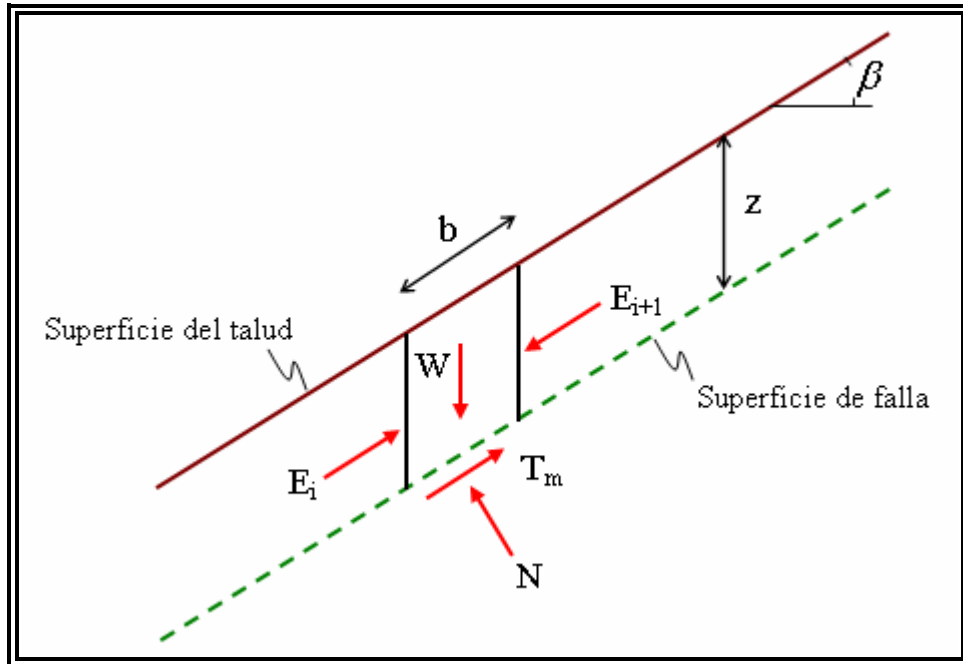
$U_b$  : presión de poros en la base del elemento.

$T_m$  : fuerza de corte movilizada para mantener el equilibrio.

E : fuerza en la cara vertical del elemento.

$\gamma$  : peso específico total del material.

$\gamma_w$  : peso específico del agua.



**Figura 6.** Fuerzas actuantes en un talud por método de talud infinito

Por simetría:  $E_i = E_{i+1}$

El peso del elemento es:  $W = \gamma * z * b * \cos(\beta)$

Equilibrio de fuerzas en el sentido perpendicular al talud:  $N = W \cos(\beta)$

Equilibrio de fuerzas en el sentido paralelo al talud:  $T_m = W \sin(\beta)$

El esfuerzo normal y de corte movilizado en la base del elemento son:

$$\sigma_n = N / b = \gamma * z * \cos^2(\beta)$$

$$\tau_m = T_m / b = \gamma * z * \cos(\beta) \sin(\beta)$$

Si se asume que la resistencia al corte del suelo sigue el criterio de Mohr-Coulomb:

$$s = c' + \sigma' \tan(\phi')$$

El máximo esfuerzo de corte que se puede movilizar es:

$$\tau_f = c' + (\sigma_n - u_b) \tan(\phi') = c' + \gamma * z [\cos^2(\beta) - r_u] \tan(\phi')$$

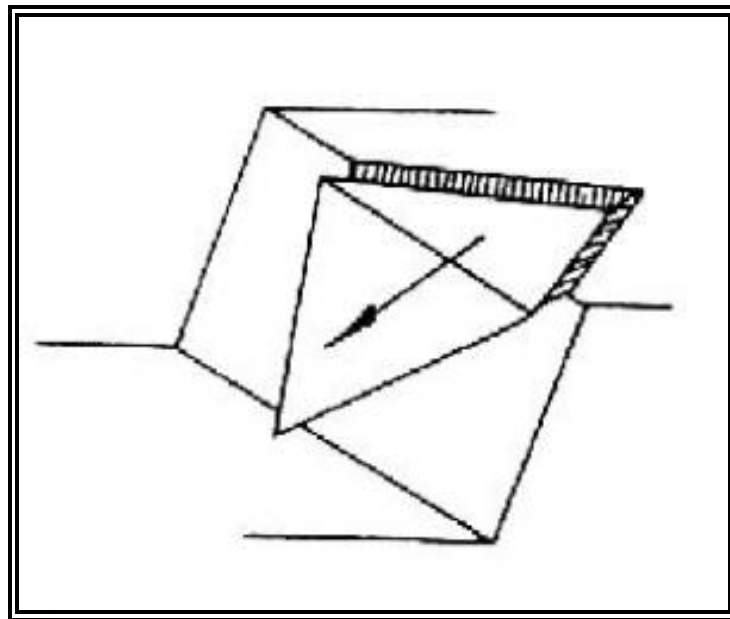
Donde  $r_u = \frac{u_b}{\gamma^* z}$

El factor de seguridad del elemento y por lo tanto del talud se define como:

$$F.S = \frac{\tau_f}{\tau_m} = \frac{\frac{c'}{\gamma^* z} + (\cos^2(\beta) - r_u) \tan(\phi')}{\cos(\beta) \text{sen}(\beta)}$$

### 2.3. Rotura por cuñas

Se denomina rotura por cuña, aquella que se produce a través de dos discontinuidades oblicuamente a la superficie del talud, con la línea de intersección de ambas aflorando en la superficie del mismo y buzando en sentido desfavorable. Este tipo de rotura se origina principalmente en macizos rocosos en los que se da una disposición adecuada, en orientación y buzamiento de las diaclasas.



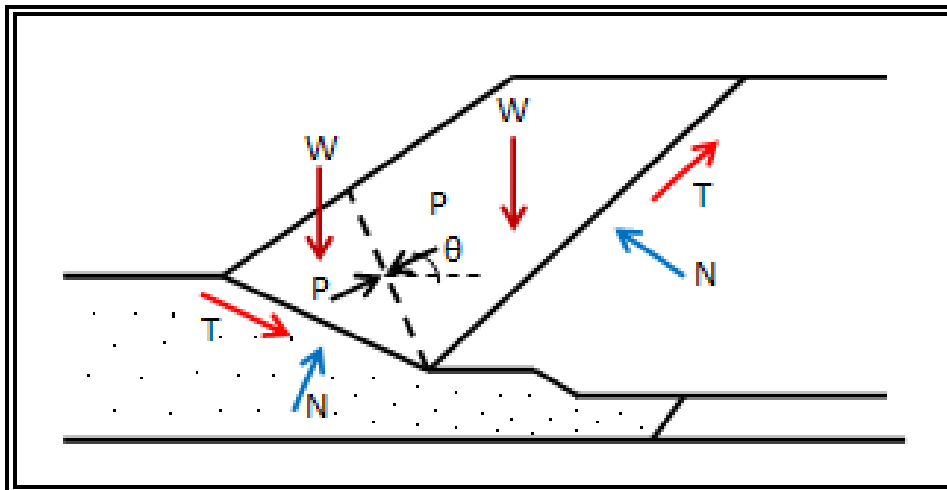
**Figura 7.** Rotura por cuña

Los métodos usados en este manual para calcular el factor de seguridad con superficie de falla en cuña son:

- Método del bloque deslizante

- Método de la cuña simple
- Método de la doble cuña
- Método de la triple cuña

En esos casos se puede suponer un cierto movimiento relativo entre las cuñas y especificar algún dato sobre las relaciones entre las componentes, tangencial "T" y normal "N" en las líneas de división, Figura 8.



**Figura 8.** Fuerzas que actúan en las cuñas

- W: Peso del elemento.
- N: Fuerza normal a la base de cada cuña.
- T: Fuerza de Fricción.
- P: Fuerza entre cuñas.
- $\gamma$ : Peso específico total del material.
- $\gamma_w$ : Peso específico del agua.

Este procedimiento de cálculo es en general, más fácil de resolver, ya que no requiere dividir el conjunto en gran número de cuñas, resultando, por lo tanto, un número limitado de ecuaciones.

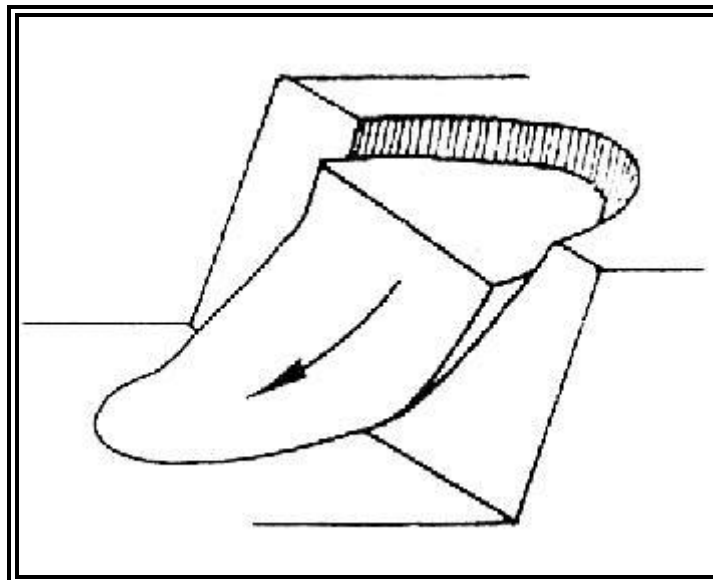
El tanteo de posibles formas críticas de rotura debe extenderse no sólo a las localizaciones de la línea de rotura sino también a la inclinación de los planos de rotura entre cuñas.

El método puede tener la ventaja, sobre los métodos de dovelas, de reproducir mejor la cinemática del movimiento en algunos casos concretos, además de ser más fácil de calcular. Sin embargo al no poderse plantear, al menos de una manera realista, el equilibrio global

de momentos, es de temer que su precisión, en términos generales, sea menor que el de los métodos de dovelas. Por eso, su utilización debe ser más restringida.

#### **2.4. Roturas circulares y curvas**

Se llama rotura circular a aquella en la que la superficie de deslizamiento es asimilable a una superficie cilíndrica cuya sección transversal se asemeja a un arco de círculo. Este tipo de rotura se suele producir en terrenos homogéneos, ya sea suelos o rocas altamente fracturadas, sin direcciones preferenciales de deslizamiento, en los que además ha de cumplirse la condición de que el tamaño de las partículas de suelo o roca sea muy pequeño en comparación con el tamaño del talud.



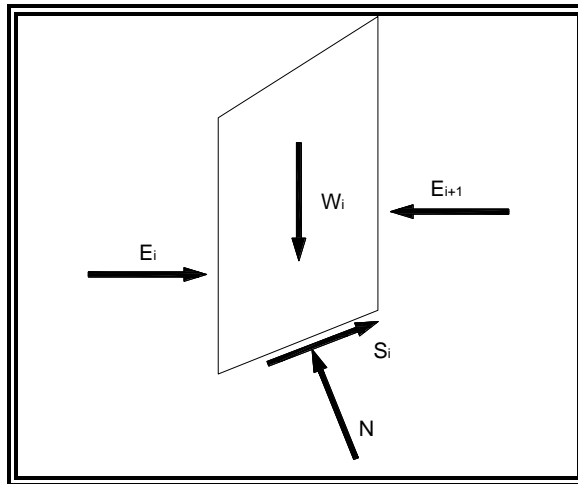
**Figura 9.** Falla circular

Los métodos usados en este manual para calcular el factor de seguridad con superficie de falla circulares son:

- Método de tablas o número de estabilidad.
- Método Ordinario o de Fellenius.
- Método simplificado de Bishop.

El método más utilizado para resolver el cálculo de estabilidad por rotura circular es el de las dovelas o rebanadas, que es bastante trabajoso, por lo que se suele realizar ayudándose de programas de computador.

Bishop (1955) presentó un método utilizando dovelas y teniendo en cuenta el efecto de las fuerzas entre las dovelas. Bishop asume que las fuerzas entre dovelas son horizontales o sea que no tiene en cuenta las fuerzas de cortante.



**Figura 10.** Esquema de fuerzas sobre una dovela en el método de Bishop Simplificado (Duncan y Wrigth, 2005).

La solución rigurosa de Bishop es muy compleja y por esta razón se utiliza una versión simplificada de su método, de acuerdo a la expresión:

$$F.S = \frac{\sum [c' b + (W - ub) \tan \phi'] \frac{\sec \alpha}{1 + \frac{1}{F.S} (\tan \phi' \tan \alpha)}}{\sum W \sec \alpha}$$

Donde:

b = base de la dovela

W = Peso de cada dovela

c',  $\phi$  = Parámetros de resistencia del suelo.

u = Presión de poros en la base de cada dovela =  $\gamma_w \times h_w$

$\alpha$  = Angulo del radio y la vertical en cada dovela.

A continuación, en los capítulos siguientes, se revisan los métodos de cálculo mencionados según los diferentes tipos de fallas.

## 2.5. NOMENCLATURA

A = Área de cada cuña.

b = Base de la dovela.

C = Cohesión del suelo.

$C_m$  = Cohesión movilizada.

$C_{req}$  = Cohesión requerida.

D = Profundidad al manto de suelo duro impenetrable.

E = Fuerza en la cara vertical del elemento.

F.S. = Factor de seguridad.

H = Altura del talud.

$H'_w$  = Altura del agua dentro del talud.

$K_A$  = Coeficiente de presión de tierra activa.

$K_P$  = Coeficiente de presión de tierra pasiva.

L = Longitud de la base del bloque central.

N = Fuerza total, normal a la base de deslizamiento.

$N_o$  = Número de estabilidad.

P = Fuerza entre cuñas.

$P_a$  = Fuerza activa (actuante)

$P_p$  = Fuerza pasiva (resistente)

T = Fuerza tangente.

u = Presión de poros en la base de cada dovela =  $\gamma_w \times h_w$

$u_b$  = Presión de poros en la base del elemento.

$W$  = Peso del suelo.

$X_o$  = Coordenada X del círculo crítico.

$Y_o$  = Coordenada Y del círculo crítico.

$Z$  = Altura de la masa deslizando.

$\alpha$  = Angulo del radio y la vertical en cada dovela.

$\beta$  = Pendiente del talud.

$\gamma$  = Peso específico total del material.

$\gamma_w$  = Peso específico del agua.

$\mu'_w$  = Factor de reducción por infiltración.

$\mu_w$  = Factor de reducción.

$\sigma'_v$  = esfuerzo vertical efectivo.

$\Phi'$  = Angulo de fricción.

### 3. METODO DE TABLAS O NÚMERO DE ESTABILIDAD.

Para taludes simples homogéneos se han desarrollado tablas que permiten un cálculo rápido del Factor de Seguridad. Existe una gran cantidad de tablas desarrolladas por diferentes autores. La primera de ellas fue desarrollada por Taylor en 1937 y 1948. Desde entonces varias tablas han sido sucesivamente presentadas por Bishop y Morgenstern (1960), Hunter y Schuster (1968), Janbú (1968), Morgenstern (1963), Spencer (1967), Terzaghi y Peck (1967) y otros, las cuales se resumen en la Tabla 1.

**Tabla 2.** Listado de tablas para cálculo de estabilidad de taludes disponibles en la literatura

Autor	Parámetros	Inclinación de talud	Método analítico utilizado	Observaciones
Taylor (1948)	$c_u$	0-90°	$\phi = 0$	Análisis no drenado.
	$c, \phi$	0-90°	Círculo de fricción	Taludes secos solamente.
Bishop y Morgenstern (1960)	$c, \phi, r_u$	11-26.5°	Bishop	Primero en incluir efectos del agua.
Gibsson y Morgenstern (1960)	$c_u$	0-90°	$\phi = 0$	Análisis no drenado con cero resistencia en la superficie y $c_u$ aumenta linealmente con la profundidad.
Spencer (1967)	$c, \phi, r_u$	0-34°	Spencer	Círculos de pie solamente.
Janbú (1968)	$c_u$	0-90°	$\phi = 0$	Una serie de tablas para diferentes efectos de

Autor	Parámetros	Inclinación de talud	Método analítico utilizado	Observaciones
	$c, \phi, r_u$		Janbú GPS	movimiento de agua y grietas de tensión.
Hunter y Schuster (1968)	$c_u$	0-90 °	$\phi = 0$	Análisis no drenado con una resistencia inicial en la superficie y $c_u$ aumenta linealmente con la profundidad.
Chen y Giger (1971)	$c, \phi$	20-90 °	Análisis límite	
O'Connor y Mitchell (1977)	$c, \phi, r_u$	11-26 °	Bishop	Bishop y Morgenstern (1960) extendido para incluir $N_c = 0.1$
Hoek y Bray (1977)	$c, \phi$	0-90 °	Círculo de fricción	Incluye agua subterránea y grietas de tensión.
	$c, \phi$	0-90 °	Cuña	Análisis de bloque en tres dimensiones.
Cousins (1978)	$c, \phi$	0-45 °	Círculo de fricción	Extensión del método de Taylor (1948).
Charles y Soares (1984)	$\phi$	26-63 °	Bishop	Envolvente de falla no lineal de Mohr-Coulomb.
Barnes (1991)	$c, \phi, r_u$	11-63 °	Bishop	Extensión de Bishop y Morgenstern (1960) para un rango mayor de ángulos del talud.

### 3.1. TABLA DE TAYLOR

Una forma rápida para determinar el factor de seguridad de un talud, es utilizando las tablas de Taylor. Es importante tener en cuenta que el método de Taylor supone un suelo homogéneo y un manto rígido profundo, también presenta resultados únicamente cuando  $\Phi=0$ , y se aplica solamente para el análisis de esfuerzos totales, debido a que no considera presiones de poro.

A continuación se presenta el procedimiento de manejo de la tabla de Taylor con un ejemplo.

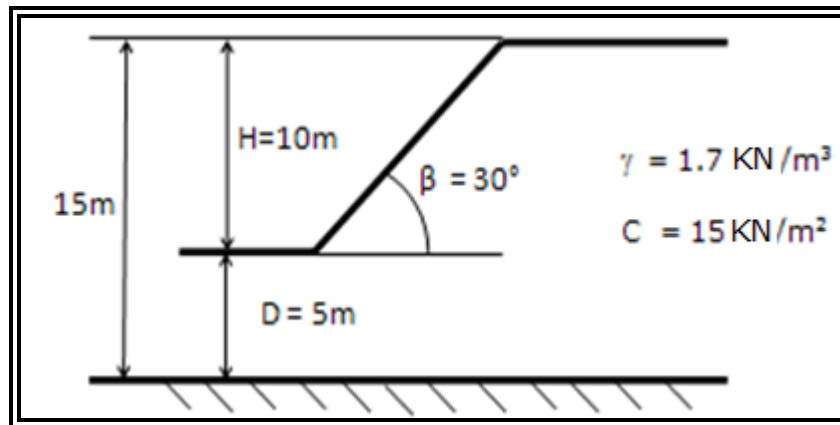
#### 3.1.1. Procedimiento para las Tablas de Taylor.

**Paso 1.** *Parámetros que se requieren para el análisis.*

Se requiere conocer:

- Altura del talud H (metros)
- Cohesión del suelo C (KN/m<sup>2</sup>)
- Pendiente del talud  $\beta$  (grados)
- Peso específico del suelo  $\gamma$  (KN/m<sup>3</sup>)
- Profundidad al manto de suelo duro impenetrable D (metros)

Para el ejemplo se tiene un suelo homogéneo, sin nivel freático. Cohesión C = 15KN/m<sup>2</sup>. Peso unitario del suelo  $\gamma = 1.7\text{KN/m}^3$ . Altura del talud H = 10m. Profundidad del manto impenetrable D = 5 metros. Inclinación del talud  $\beta = 30^\circ$ . (Ver Figura 11.)



**Figura 11.** Ejemplo para el cálculo de factor de seguridad utilizando la tabla de Taylor.

**Paso 2.** Calcular el factor de profundidad d.

El factor de profundidad, d, se calcula por medio de la fórmula:

$$d = \frac{D}{H}$$

Donde:

D = profundidad del manto de suelo duro impenetrable (Roca).

H = altura del talud.

En el ejemplo:

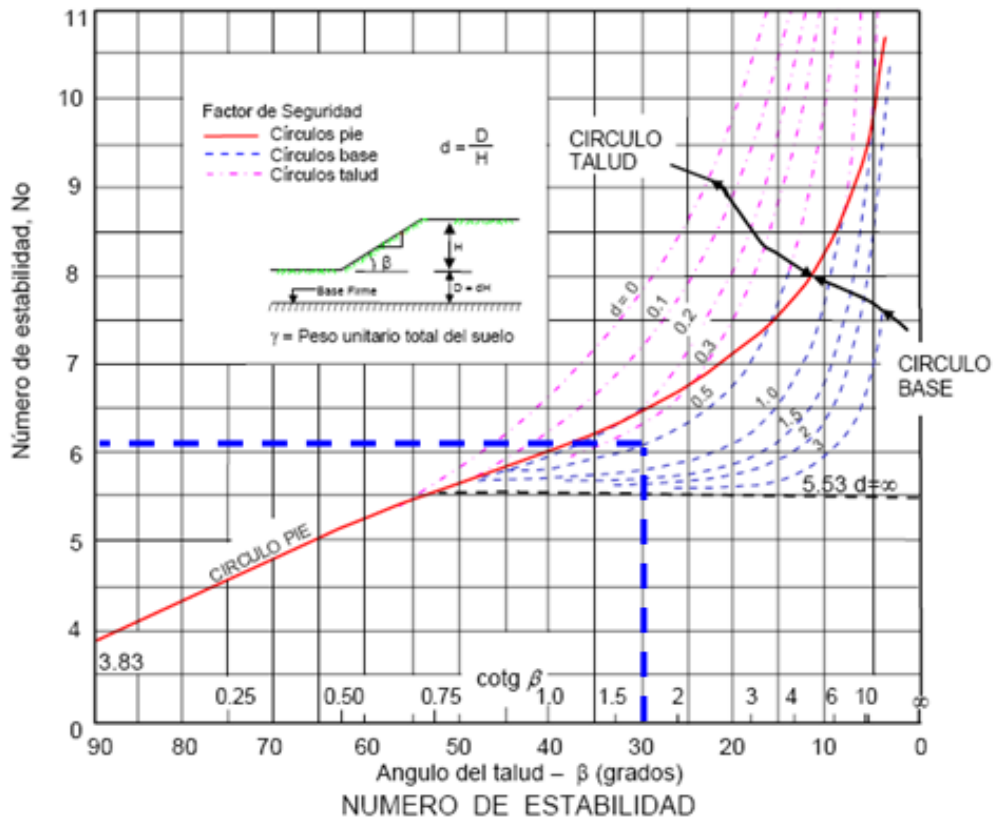
$$d = \frac{5}{10}$$

$$d = 0.5$$

**Paso 3.** Determinar el número de estabilidad  $N_o$ .

Del gráfico de Taylor (Figura 12) se determina el valor del número de estabilidad,  $N_o$ , el cual depende del ángulo del talud,  $\beta$ , y del valor de "d" que se calculó en el paso anterior.

Para el ejemplo:  $N_o = 6.1$



**Figura 12.** Tabla de Taylor (Taylor, 1937, 1948)

**Paso 4.** Calcular  $C_{req}$  para factor de seguridad de 1.0.

Se utiliza la siguiente expresión:

$$N_o = \frac{\gamma * H}{C_{req}}$$

Donde:

$N_o$  = Número de estabilidad que se obtiene de la tabla

$C_{req}$  = Cohesión requerida para F.S. = 1.0

$\gamma$  = Peso unitario del suelo

$H$  = Altura del talud

Para el ejemplo:

$$6.1 = \frac{1.7\text{KN/m}^3 * 10\text{m}}{C_{\text{req}}}$$

$$C_{\text{req}} = \frac{1.7\text{KN/m}^3 * 10\text{m}}{6.1}$$

$$C_{\text{req}} = 2.79\text{KN/m}^2$$

**Paso 5.** Calcular el Factor de Seguridad del talud.

Como paso final se calcula el factor de seguridad con la siguiente fórmula:

$$F.S. = \frac{C}{C_{\text{req}}}$$

Para el ejemplo:

$$F.S. = \frac{15\text{KN/m}^2}{2.79\text{KN/m}^2}$$

$$F.S. = 5.38$$

### 3.2. TABLAS DE JANBÚ

Las tablas desarrolladas por Janbú (1968), permiten el análisis de diferentes condiciones geotécnicas y factores de sobrecarga en la corona del talud, incluyendo niveles freáticos y grietas de tensión.

El método de tablas de Janbú presenta dos procedimientos, uno para suelos cohesivos ( $\phi = 0$ ), y otro para suelos friccionantes ( $\phi > 0$ ). Para suelos cohesivos el procedimiento es el mismo de Taylor. Para suelos friccionantes o mixtos el procedimiento es un poco más complejo.

#### 3.2.1. Procedimiento para las Tablas de Janbú para $\phi = 0$ .

**Paso 1.** Parámetros que se requieren para el análisis.

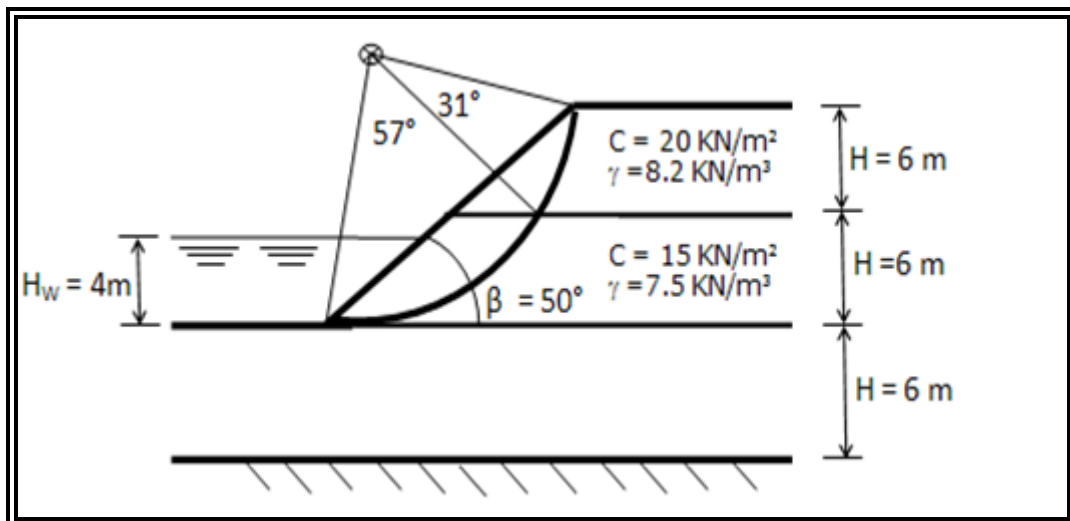
Se requiere conocer:

- Altura de cada suelo H (metros)

- Pendiente del talud  $\beta$  (grados)
- Cohesión del suelo  $C$  ( $\text{KN/m}^2$ )
- Altura del nivel freático  $H_w$  (metros)
- Peso específico del suelo  $\gamma$  ( $\text{KN/m}^3$ )
- Perfil geotécnico incluyendo todos los mantos de suelo.
- Profundidad al manto de suelo duro impenetrable  $D$  (metros)

Para el ejemplo se tiene un talud con las siguientes características:

Capa	Cohesión ( $\text{KN/m}^2$ )	Peso unitario del suelo ( $\text{KN/m}^3$ )
Superior	20	8.2
Inferior	15	7.5



**Figura 13.** Esquema de ejemplo para el uso de las tablas de Janbú.

**Paso 2.** Calcular el factor  $d$ .

Calcular el factor de profundidad,  $d$ , por medio de la fórmula:

$$d = \frac{H_w}{H}$$

Donde:

$H_w$  = Altura del nivel freático

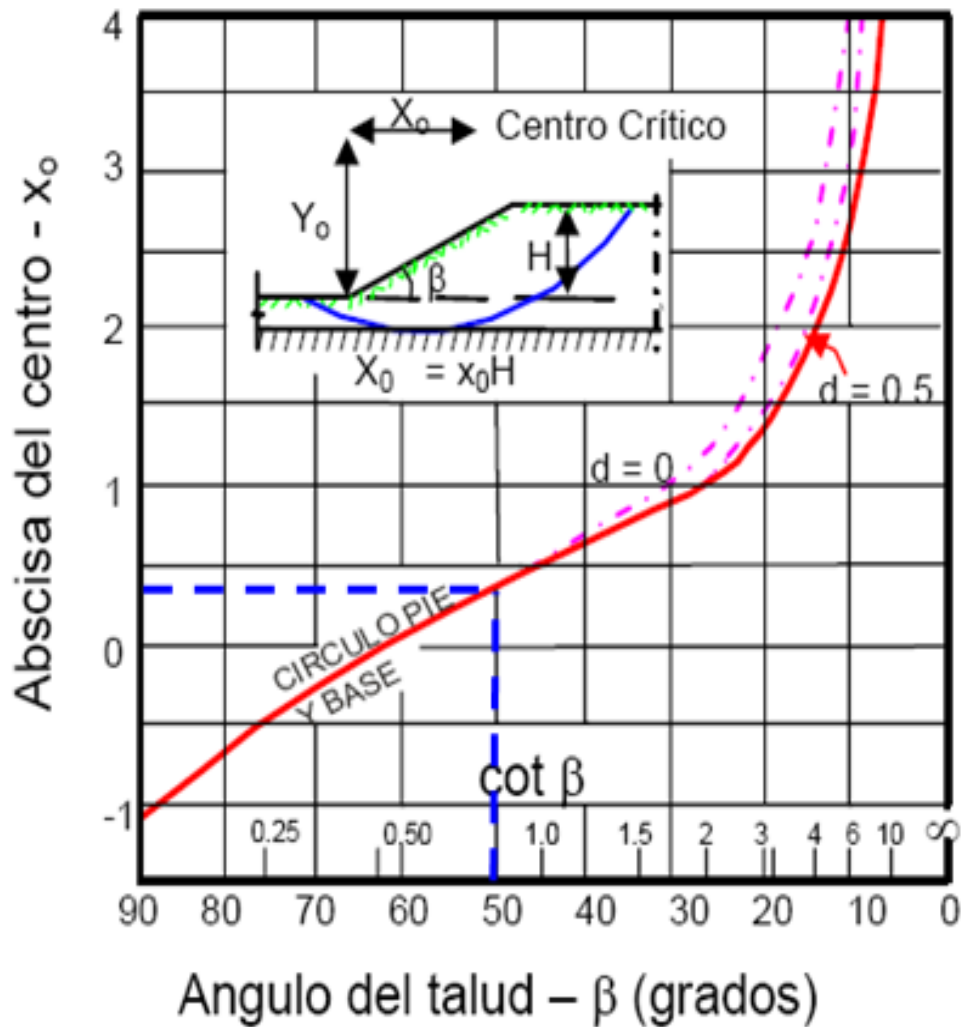
$H$  = Profundidad del pie del talud al punto más bajo del círculo de falla.

Para el ejemplo:

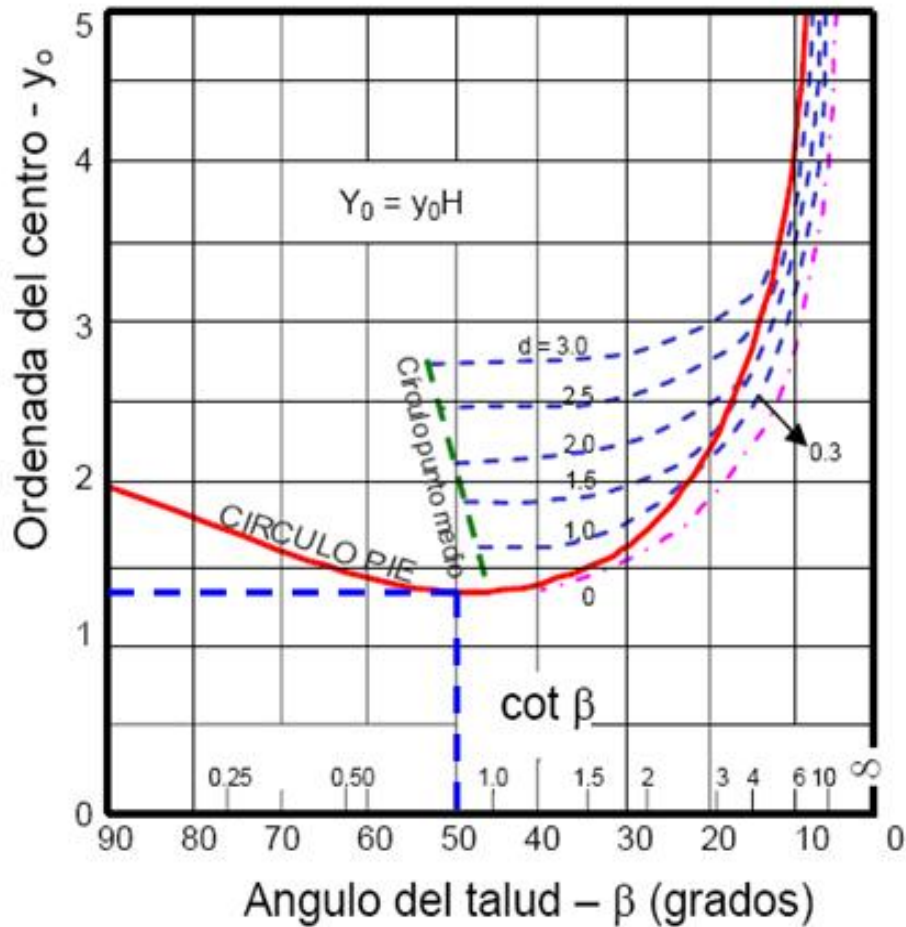
$$d = \frac{4}{12}$$

$$d = 0.33$$

**Paso 3.** Obtener la localización del círculo crítico ( $X_o$ ,  $Y_o$ ).



**Figura 14.** Coordenada  $X_o$  para el círculo crítico. (Janbú 1968)



**Figura 15.** Coordenada  $y_0$  para el círculo crítico. (Janbú 1968)

De las Figuras 14 y 15 determinar la localización del centro del círculo crítico  $X_0, Y_0$ . Para taludes más empinados que  $53^\circ$ , el círculo crítico pasa por el pie. Para taludes más tendidos que  $53^\circ$ , el círculo crítico pasa tangente a la superficie firme o roca.

Para el ejemplo:

De acuerdo a la Figura 14 con un  $\beta = 50^\circ$  el valor para el  $x_0$  es 0.35 y de acuerdo a la Figura 15 el valor de  $y_0$  es 1.4

$$X_0 = x_0 * H$$

$$Y_0 = y_0 * H$$

$$X_0 = 0.35 * 12$$

$$Y_0 = 1.4 * 12$$

$$X_0 = 4.2 \text{ m}$$

$$Y_0 = 16.8 \text{ m}$$

**Paso 4.** Calcular  $C$  promedio.

Utilizando como guía el círculo estimado, se determina el valor promedio de la resistencia,  $C$ . Esto se realiza calculando el promedio ponderado de las resistencias a lo largo del arco de falla, con el número de grados interceptado por cada tipo de suelo como factor de ponderación.

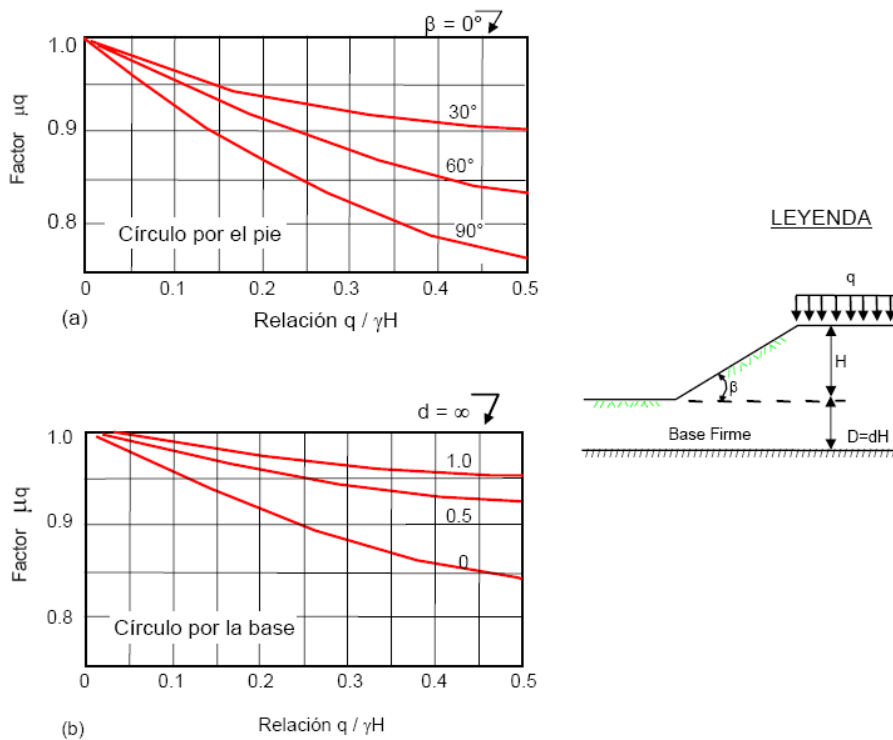
Para el ejemplo:

$$C = \frac{(31^\circ * 20) + (57^\circ * 15)}{(31^\circ + 57^\circ)}$$

$$C = 16.76 \text{ KN} / \text{m}^2$$

**Paso 5.** Calcular el factor de reducción.

Puede encontrarse factor de reducción por carga adicional, factor de reducción por sumergencia e infiltración, factor de reducción por grieta de tracción sin presión hidrostática en la grieta y factor de reducción por grieta de tracción con presión hidrostática en la grieta. A continuación se muestran las tablas a usar según el caso que se presente.



**Figura 16.** Factor de reducción por carga adicional.

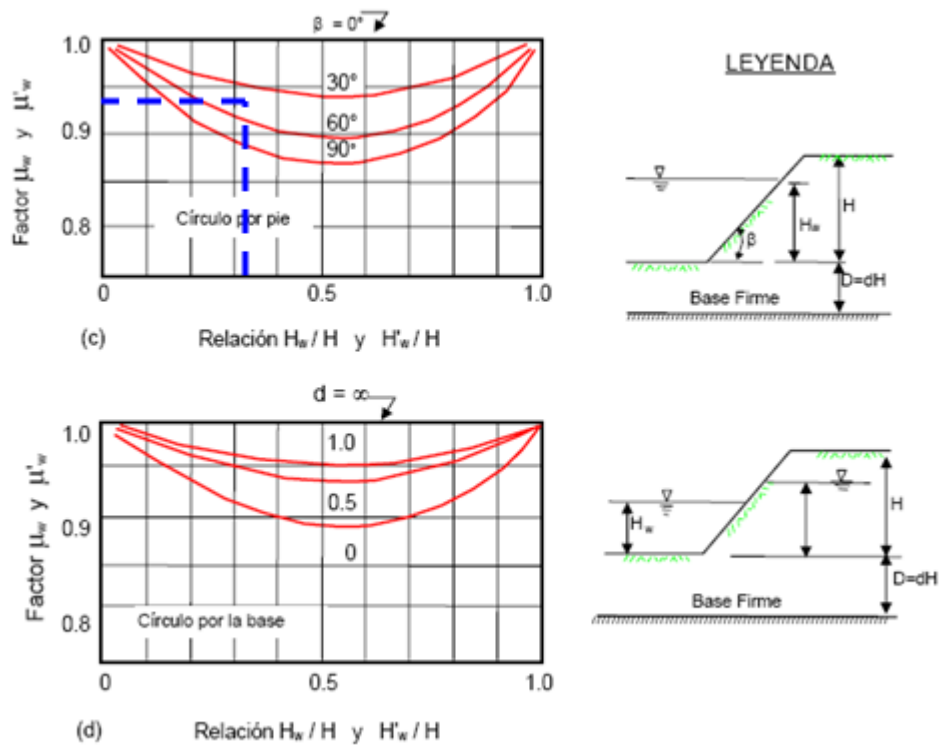


Figura 17. Factor de reducción por sumergencia ( $\mu_w$ ) e infiltración ( $\mu'_w$ )

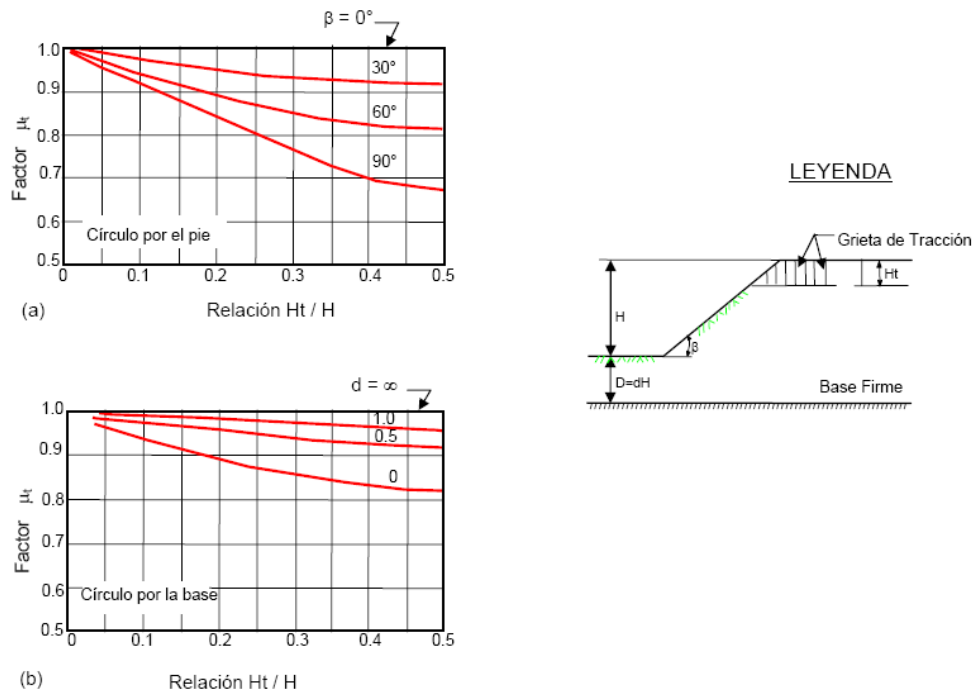
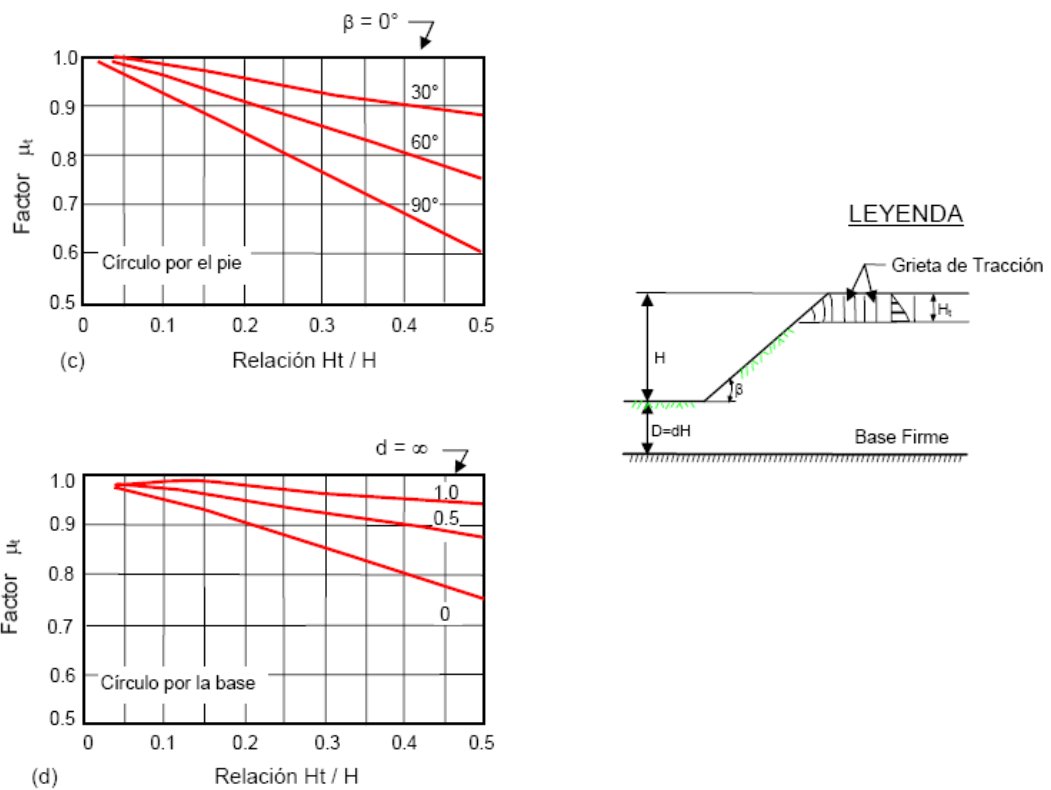


Figura 18. Factor de reducción por grieta de tracción sin presión hidrostática en la grieta.



**Figura 19.** Factor de reducción por grieta de tracción con presión hidrostática en la grieta.

Para el ejemplo se tiene un factor de reducción por sumergencia ( $\mu_w$ ) debido a que el agua ejerce una presión sobre el talud y el círculo se forma en el pie del talud, quiere decir que usamos la Figura 17(c).

Para  $\beta = 50^\circ$  y  $H_w/H=0.33$   $\mu_w = 0.94$

**Paso 6.** Calcular el factor  $P_d$ .

$P_d$  se calcula con la siguiente fórmula:

$$P_d = \frac{(\gamma * H) + q - (\gamma_w * H_w)}{\mu_q * \mu_w * \mu_t}$$

Donde:

$\gamma$  = peso unitario promedio del suelo

$H$  = altura del talud

$q$  = sobrecarga

$\gamma_w$  = peso unitario del agua

$H_w$  = altura de agua fuera del talud

$\mu_q$  = factor de reducción por sobrecarga

$\mu_w$  = factor de reducción por sumergencia  
 $\mu_t$  = factor de reducción por grieta de tensión

Si no hay sobrecarga,  $\mu_q = 1$ ; si no hay sumergencia,  $\mu_w = 1$ , y si no hay grieta de tensión,  $\mu_t = 1$ .

En la fórmula de  $P_d$  se toma  $q = 0$ ,  $\mu_q = 1$  para condición no consolidada.

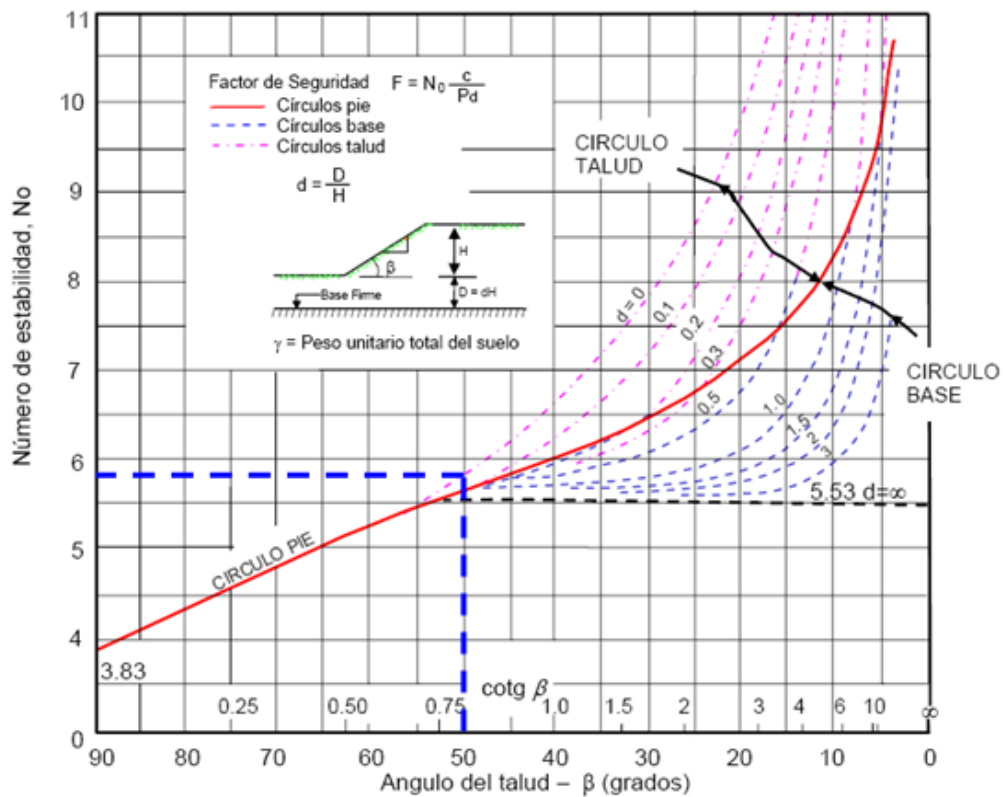
Para el ejemplo:

$$\gamma = \frac{8.2 + 7.5}{2} = 7.85 \text{ KN/m}^3$$

$$P_d = \frac{(7.85 \text{ KN/m}^2 * 12) - (9.81 \text{ KN/m} * 4)}{1 * 0.94 * 1}$$

$$P_d = 58.47$$

**Paso 7.** Calcular el número de estabilidad  $N_o$ .



**Figura 20.** Número de estabilidad

De la Figura 20 se determina el valor del número de estabilidad,  $N_o$ , que depende del ángulo del talud, para este caso  $\beta = 50^\circ$ , y  $d = 0$ .

Para el ejemplo el valor del  $N_o = 5.8$ .

**Paso 8.** Calcular la cohesión requerida.

Se calcula despejando  $c_{req}$  de la fórmula del número de estabilidad  $N_o$ .

$$N_o = \frac{\gamma * H}{c_{req}}$$

Para el ejemplo:

$$5.8 = \frac{7.8KN / m^3 * 12m}{c_{req}}$$

$$c_{req} = \frac{7.8KN / m^3 * 12m}{5.8}$$

$$c_{req} = 16.24KN / m^2$$

**Paso 9.** Calcular el Factor de Seguridad.

Se utiliza la expresión:

$$F.S. = \frac{N_o * c_{req}}{P_d}$$

Para el ejemplo:

$$F.S. = \frac{5.8 * 16.24}{58.47}$$

$$F.S. = 1.61$$

### 3.2.2. Procedimiento para las Tablas de Janbú para $\phi > 0$ .

A continuación se describen los pasos a seguir para este caso, que es similar al anterior desde el paso 1 hasta el paso 6.

**Paso 1.** *Parámetros que se requieren para el análisis.*

**Paso 2.** *Calcular el factor  $d$ .*

**Paso 3.** *Obtener la localización del círculo crítico.*

**Paso 4.** *Calcular  $C$  promedio.*

**Paso 5.** *Calcular el factor de reducción.*

**Paso 6.** *Calcular  $P_d$ .*

**Paso 7.** *Calcular  $P_e$ .*

$P_e$  se calcula con la siguiente fórmula:

$$P_e = \frac{(\gamma * H) + q - (\gamma_w * H'_w)}{\mu_q * \mu'_w}$$

Donde:

$H'_w$  = altura del agua dentro del talud.

$\mu'_w$  = factor de reducción por infiltración.

Si la sobrecarga se aplica rápidamente de modo que no hay suficiente tiempo para que los suelos se consoliden bajo la sobrecarga, se toma  $q=0$  y  $\mu_q = 1$  en la fórmula de  $P_e$ . Si no existe sobrecarga,  $\mu_q = 1$ , y si no existe infiltración,  $\mu'_w = 1$ .

**Paso 8.** *Calcular el parámetro a dimensional  $\lambda C\Phi$ .*

Este parámetro es calculado con la siguiente fórmula:

$$\lambda C\phi = \frac{P_e * \tan \phi}{C}$$

Donde:

$\tan \Phi$  = valor promedio de  $\tan \Phi$

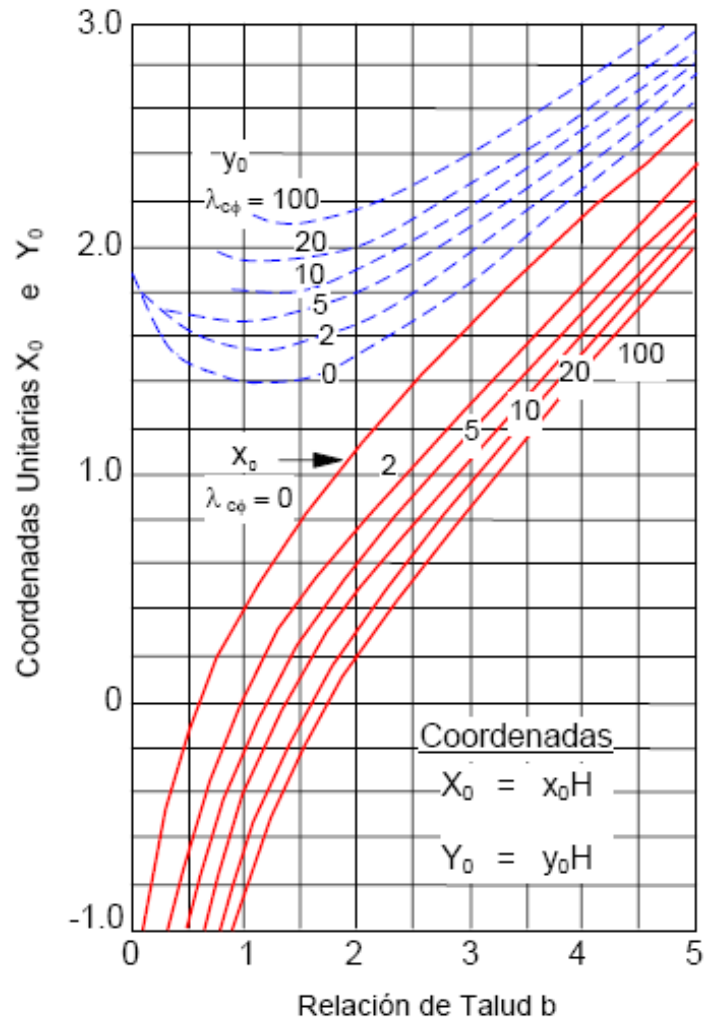
$C$  = valor promedio de las cohesiones

**Paso 9.** *Calcular el número de estabilidad  $N_{cf}$ .*

Para calcular este número de estabilidad se usa la tabla presentada en la Figura 21.



Se calcula  $b = \cot \beta Y$



**Figura 22.** Coordenadas del centro del círculo crítico (suelos con  $\phi > 0$ )

## 4. METODO DEL TALUD INFINITO.

El análisis de estabilidad de un talud infinito por el método de equilibrio límite se encuentra desarrollado en prácticamente toda la literatura existente sobre estabilidad de taludes.

La condición de talud infinito hace que el estudio de la estabilidad pueda realizarse con independencia de la altura del talud. El análisis se realiza en dos dimensiones y consiste en plantear el equilibrio de fuerzas en un elemento como el presentado en la Figura 23 (Lambe y Whitman, 1972). Dicho elemento se encuentra delimitado por dos planos verticales situados a una cierta distancia el uno respecto del otro de valor  $a$ .

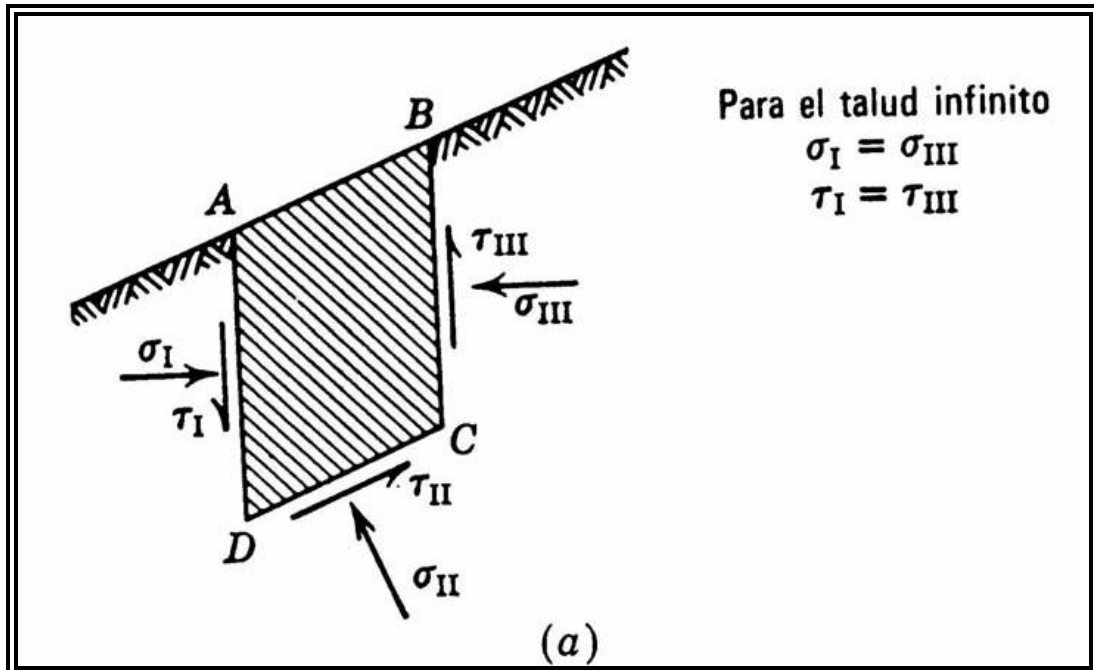
La condición de talud infinito impone que las tensiones sobre cualquier cara vertical del elemento sean independientes de su posición a lo largo del talud, lo que implica que los esfuerzos sobre las caras laterales AD y BC sean iguales y contrarios por lo que pueden no considerarse en el equilibrio de fuerzas del elemento. Del equilibrio de momentos se deduce por otra parte, que dichas fuerzas sobre las caras laterales deben ser paralelas al talud.

Además, cualquier punto situado a una misma profundidad por debajo de la superficie del talud tendrá el mismo estado tensional, por tanto, la línea de rotura ha de ser paralela a la superficie del talud.

En el análisis de estabilidad de taludes infinitos se suele distinguir entre el análisis correspondiente a tres situaciones distintas en lo que se refiere a las condiciones de presencia de agua:

- talud seco

- talud sumergido
- talud con filtración.



**Figura 23.** Análisis de un talud infinito (Lambe y Whitman, 1972)

### **Talud seco**

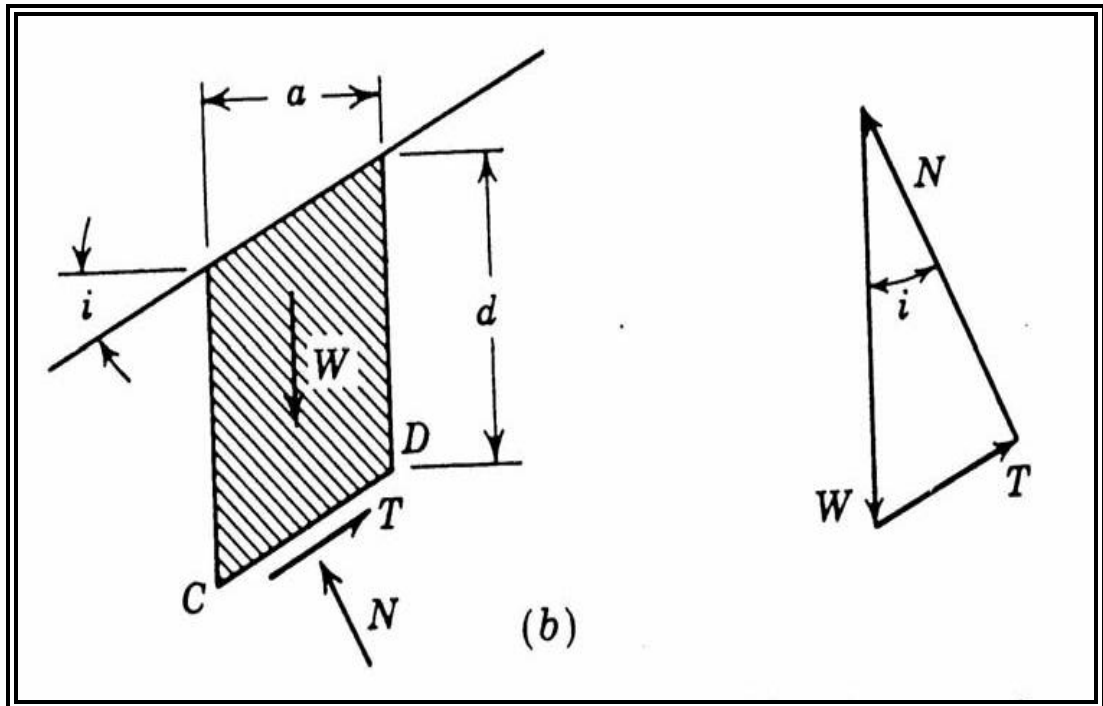
En la Figura 24 se presenta un elemento de suelo delimitado por dos planos verticales (AD y BC), la superficie del talud (AB) y el supuesto plano de deslizamiento (CD). Como ya se ha indicado, dada la condición de talud infinito, los esfuerzos sobre los dos planos verticales son iguales y de sentido contrario por lo que es pueden no considerar en el equilibrio de fuerzas, y por tanto no se presentan en la figura. Olvidando las fuerzas sobre las caras laterales AD y BC, en el elemento de suelo actúan únicamente el peso ( $W$ ), la resultante de las tensiones normales sobre el plano CD ( $N$ ) y la resultante de las tensiones tangenciales sobre CD ( $T$ ) (ver Figura 24).

El peso del elemento considerado viene dado por la expresión:

$$W = a * d * \gamma \quad (4.0)$$

Donde:

$\gamma$ : es el peso específico del suelo.



**Figura 24.** Planteamiento del equilibrio en el análisis de talud infinito (Lambe y Whitman, 1972)

Del polígono de fuerzas presentado en la Figura 24 correspondiente al equilibrio de fuerzas en el elemento considerado, se deducen las siguientes expresiones:

$$N = W \cos(i) = \gamma * d * a * \cos(i) \quad (4.1)$$

$$T = W \sin(i) = \gamma * d * a * \sin(i) \quad (4.2)$$

Por otro lado el factor de seguridad  $F.S.$  se obtiene sin más que

integrar la expresión  $F.S. = \frac{\int_S (C' + \sigma' * \tan \phi') * ds}{\int_S \tau * ds}$  a lo largo de la cara

de deslizamiento CD, teniendo en cuenta que las tensiones  $\tau$  y  $\sigma'$  son uniformes en toda la longitud. De dicha integración se obtiene la siguiente expresión:

$$F.S. = \frac{C' * a / \cos(i) + N' * \tan(\phi')}{T} \quad (4.3)$$

Donde  $c'$  y  $\Phi'$  son la cohesión y ángulo de rozamiento interno del terreno.

Combinando las expresiones (4.1), (4.2) y (4.3) se obtiene:

$$F.S = \frac{C'}{\gamma * d * \cos(i) * \text{sen}(i)} + \frac{\tan(\phi')}{\tan(i)} \quad (4.4)$$

Como se puede observar, el valor del factor de seguridad depende de la dimensión  $d$ , es decir de la profundidad de la zona inestable, pero no de  $a$ .

La línea de rotura, por razones ya expuestas sobre igualdad del estado tensional de dos puntos situados a la misma profundidad por debajo del talud, ha de ser paralela a la superficie del talud. Esta condición se observa también en la ecuación (4.4), que pone de manifiesto que todos los elementos con un mismo valor de  $d$  tienen el mismo factor de seguridad  $F.S$ .

Por tanto, la formulación anterior permite definir un valor de profundidad crítica  $d_c$  para la cual el factor de seguridad sea la unidad. Dicho valor de profundidad viene dado por:

$$d_c = \frac{C'}{\gamma * \cos^2(i) * [\tan(i) - \tan(\phi')]} \quad (4.5)$$

De esta forma, si el valor de  $d$  se encuentra limitado por la presencia de un estrato, y se cumple que  $d < d_c$  el talud es estable, sin embargo si  $d > d_c$  se producirá la rotura.

De la ecuación (4.5) se deduce que en cuanto se cumple que el ángulo de rozamiento interno del suelo tiene un valor igual o superior a la inclinación del talud, es decir  $\Phi' \geq i$ , el talud es siempre estable.

La misma condición viene expresada por la ecuación (4.4) donde además se observa que para casos de cohesión nula ( $c = 0$ ), es decir, para suelos granulares, el factor de seguridad viene dado por la relación:

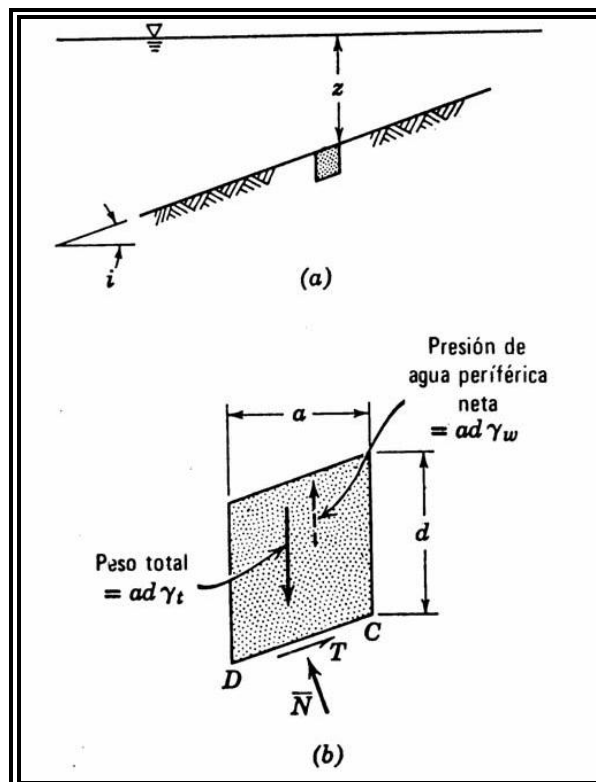
$$F.S = \frac{\tan(\phi')}{\tan(i)} \quad (4.6)$$

Y lo mismo ocurre cuando el valor de  $d$  tiende a infinito.

## Talud sumergido

Una vez expuesta la formulación para el caso de talud seco, el análisis de talud sumergido resulta elemental.

Si se considera un talud sumergido bajo una superficie de agua estática tal y como se presenta en la Figura 25 (Lambe y Whitman, 1972), la resultante de las presiones intersticiales sobre las cuatro caras del elemento que se analiza resulta un empuje de Arquímedes vertical, que habrá que restar al peso del elemento.



**Figura 25.** Planteamiento del equilibrio en el análisis de talud infinito sumergido (Lambe y Whitman, 1972)

De esta forma, las ecuaciones de equilibrio de fuerzas son las mismas que en el caso anterior de talud seco, pero considerando el peso sumergido del elemento. Por tanto basta con sustituir en todas las ecuaciones anteriores el valor del peso específico del terreno por el peso específico sumergido.

Con ello, el coeficiente de seguridad aumenta, como es lógico, y responde a la siguiente expresión:

$$F.S = \frac{C'}{\gamma_{sum} * d * \cos(i) * \text{sen}(i)} + \frac{\tan(\phi')}{\tan(i)} \quad (4.7)$$

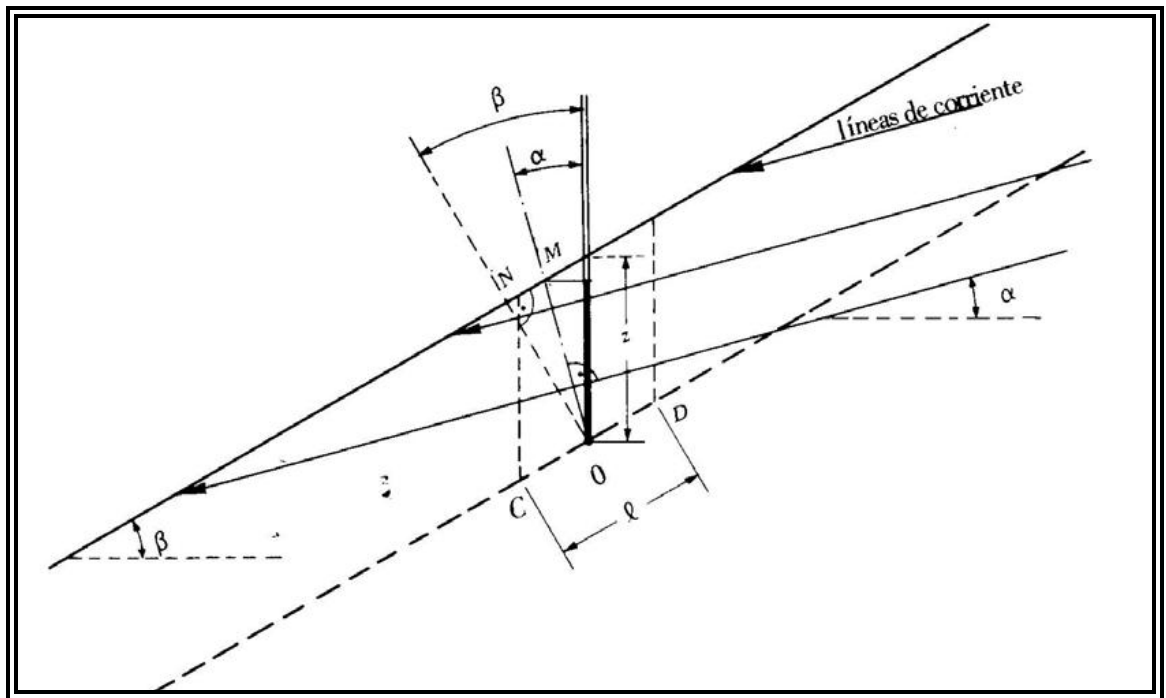
Siendo el valor del peso específico sumergido función del saturado y del peso específico del agua según la relación:

$$\gamma_{sum} = \gamma_{sat} - \gamma_w \quad (4.8)$$

De la expresión (4.7) se deduce que el factor de seguridad para suelos no cohesivos es igual en el caso de talud seco que sumergido, y viene dado por la expresión (4.6).

### **Talud con filtración**

Se trata de obtener la expresión del coeficiente de seguridad para un talud infinito en el que existe una red de filtración cuyas líneas de corriente forman un ángulo  $\alpha$  con la horizontal (Figura 26).



**Figura 26.** Talud infinito con filtración (Jiménez Salas et al., 1981)

Si se considera una equipotencial como la presentada en la figura anterior, se tiene que:

$$\phi_o = z_o + \frac{u_o}{\gamma_w} \quad (4.9)$$

$$\phi_M = z_M + \frac{u_M}{\gamma_w} = z_M \quad (4.10)$$

Igualando las dos expresiones anteriores resulta:

$$u_o = \gamma_w * (z_M - z_o) \quad (4.11)$$

Por tanto, la presión intersticial en puntos situados a una profundidad  $z$  (ver Figura 26) viene dada por la expresión:

$$u = \gamma_w * OM * \cos(\alpha) = \gamma_w * z * \frac{\cos(\beta) \cos(\alpha)}{\cos(\beta - \alpha)} \quad (4.12)$$

Siendo  $\beta$  la inclinación del talud, y  $\alpha$  la inclinación de las líneas de corriente, con respecto a la horizontal.

Con ello queda definido el valor de la presión intersticial en los puntos sobre la base CD del elemento sobre el cual se va a establecer el equilibrio de fuerzas.

La ley de presiones intersticiales sobre las caras verticales da lugar a unas fuerzas iguales y contrarias, que por tanto no es necesario tener en cuenta a la hora de plantear el equilibrio de fuerzas en el elemento.

La resultante sobre la cara CD se obtiene sin más que multiplicar el valor de la presión intersticial correspondiente a la profundidad  $z$  por la longitud de dicha cara, resultando una fuerza  $U$  que actúa en dirección perpendicular a CD.

$$U = u * \frac{a}{\cos(\beta)} = \gamma_w * z * a * \frac{\cos(\alpha)}{\cos(\beta - \alpha)} \quad (4.13)$$

Una vez que se ha establecido la fuerza a que da lugar la filtración, se puede establecer ya el equilibrio de fuerzas en el elemento considerado.

En este caso la fuerza normal que actúa sobre la cara CD se descompone en dos términos:

$$N = N' + U \quad (4.14)$$

Estableciendo el equilibrio de fuerzas en la dirección perpendicular y paralela al talud se obtiene:

$$N = W \cos(\beta) = \gamma * z * a * \cos(\beta) \quad (4.15)$$

$$T = W \operatorname{sen}(\beta) = \gamma * z * a * \operatorname{sen}(\beta) \quad (4.16)$$

Combinando las ecuaciones (4.13) a (4.15) se obtiene el valor de N' que resulta:

$$N' = \gamma * a * z * \cos(\beta) - \gamma_w * a * z * \frac{\cos(\alpha)}{\cos(\beta - \alpha)} \quad (4.17)$$

Entrando con este valor de N' en la ecuación (4.3) se obtiene finalmente el valor del coeficiente de seguridad para el caso de talud con filtración.

$$F.S. = \frac{C'}{\gamma * z * \cos(\beta) * \operatorname{sen}(\beta)} + \frac{\tan(\phi')}{\tan(\beta)} - \frac{\gamma_w * \cos(\alpha)}{\gamma * \operatorname{sen}(\beta) * \cos(\beta - \alpha)} * \tan(\phi') \quad (4.18)$$

Para este caso el valor de la profundidad  $z_c$  para la cual el factor de seguridad es igual a la unidad resulta:

$$z_c = \frac{C'}{\gamma * \cos(\beta) * \operatorname{sen}(\beta) \left[ 1 + \frac{\gamma_w * \cos(\alpha)}{\gamma * \operatorname{sen}(\beta) * \cos(\beta - \alpha)} * \tan(\phi') - \frac{\tan(\phi')}{\tan(\beta)} \right]} \quad (4.19)$$

En el caso concreto de  $\alpha = \beta$ , es decir filtración paralela al talud, las expresiones correspondientes al factor de seguridad y a la profundidad  $z_c$  para la cual  $F.S. = 1$ , resultan las siguientes:

$$F.S. = \frac{C'}{\gamma * z * \cos(\beta) * \operatorname{sen}(\beta)} + \frac{\gamma_{sum} * \tan(\phi')}{\gamma * \tan(\beta)} \quad (4.20)$$

$$z_c = \frac{C'}{\gamma * \cos(\beta) * \left[ \tan(\beta) - \frac{\gamma_{sum} * \tan(\phi')}{\gamma} \right]} \quad (4.21)$$

#### 4.1. Procedimiento para el método de talud infinito.

**Paso 1.** *Parámetros que se requieren para el análisis.*

Se requiere conocer:

- Altura de la masa deslizante  $z$  (metros)

- Altura del agua subterránea medida durante el movimiento  $h$  (metros)
- Angulo de inclinación con la horizontal  $\beta$  (grados)
- Peso específico del suelo  $\gamma$  (KN/m<sup>3</sup>)
- Angulo de fricción  $\Phi$  (grados)
- Cohesión  $C$  (KN/m<sup>2</sup>)

Calcular el factor de seguridad para el ejemplo de la Figura 27 con los siguientes datos conocidos:

Altura de la masa deslizante  $z = 6,1\text{m}$

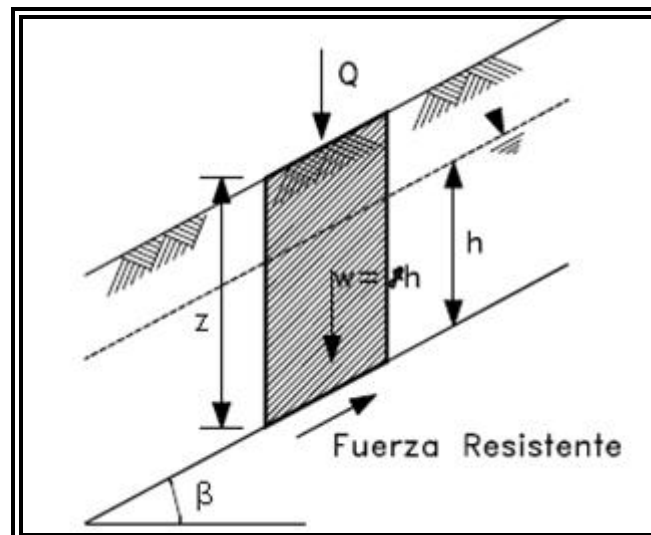
Altura del agua subterránea medida durante el movimiento  $h = 4,3\text{m}$

Ángulo de inclinación  $\beta = 11^\circ$

Peso específico del suelo  $\gamma = 1,7 \text{ KN/m}^3$

Angulo de fricción  $\Phi = 20^\circ$

Cohesión  $C = 15 \text{ KN/m}^2$



**Figura 27.** Talud infinito

**Paso 2.** Calcular el Factor de Seguridad.

El factor de seguridad varía con la posición del nivel freático, para este caso la infiltración es paralela al talud.

Para el ejemplo se reemplaza los datos conocidos sobre el talud en la siguiente fórmula:

$$F.S. = \frac{C + (\gamma z - \gamma_w h) \cos^2 \beta \tan \phi'}{\gamma z \sin \beta \cos \beta}$$

$$F.S = \frac{15 + (1,7 * 6,1 - 10 * 4,3) \cos^2 11^\circ \tan 20^\circ}{1,7 * 6,1 * \text{sen} 11^\circ \cos 11^\circ}$$

$$F.S = 1.89$$

## 5. MÉTODO DEL BLOQUE DESLIZANTE.

El análisis de bloque deslizante se puede utilizar para estimar el Factor de Seguridad de deslizamientos en los casos en que la fuerza cortante de un terraplén relleno es mayor que la de los suelos de fundación, tal y como se muestra en la Figura 28. En este caso, es necesario investigar la estabilidad a lo largo de una superficie de falla que pasa por la fundación del terraplén, además de los estudios habituales para su posible falla en el terraplén.

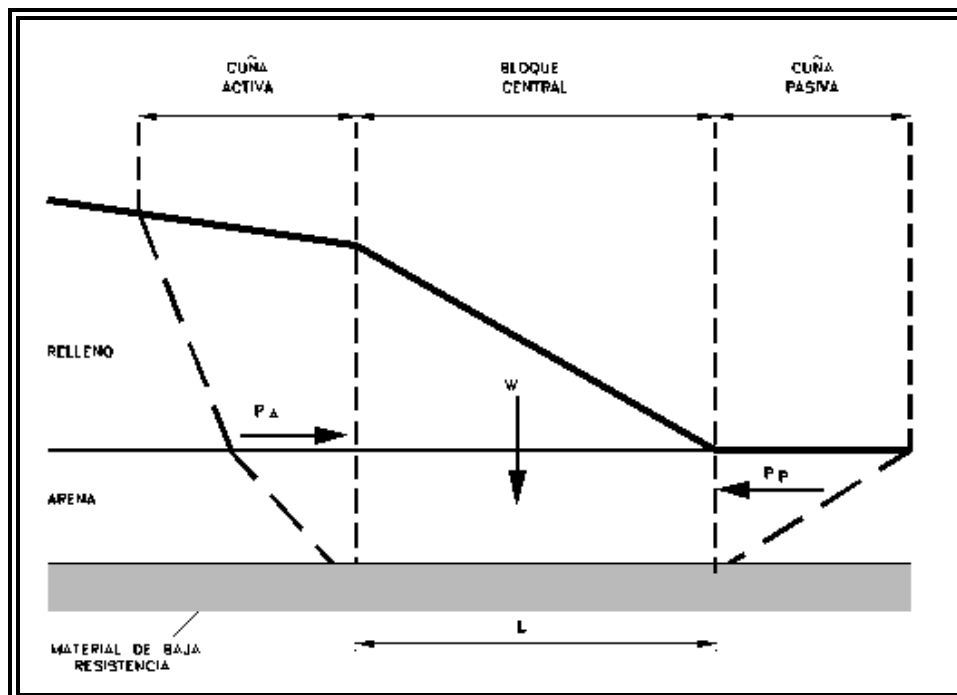


Figura 28. Esquema del método del bloque deslizante

Una superficie predominante de falla plana se desarrolla si la capa débil de la fundación es relativamente delgada. La estabilidad puede ser por medio de un bloque deslizante cortando la capa débil de la fundación. El análisis de bloque es bastante simple y sencillo, y puede ser realizado rápidamente por cálculos manuales.

Para el análisis, el bloque deslizante potencial es dividido en tres partes (Figura 28): (1) una cuña activa en la cabeza del deslizamiento, (2) un bloque central, y (3) una cuña pasiva en el pie.

El factor de seguridad se puede calcular por la suma de fuerzas horizontales para dar:

$$F.S = \frac{\text{Fuerzas horizontales resistentes}}{\text{Fuerzas horizontales actuantes}}$$

$$F.S = \frac{P_p + C'_m L + (W - u) \tan \phi'_m}{P_a}$$

Donde:

$P_a$ =fuerza activa (actuante)

$P_p$ =fuerza pasiva (resistente)

$L$ = longitud de la base del bloque central.

$C'_m$  y  $\phi'_m$ =parámetros cortantes del suelo en la base del bloque central, con peso efectivo ( $W-u$ )

Las presiones laterales de tierra activa y pasiva usadas en el análisis de bloque son calculadas usando:

$$\sigma_{A/P} = K_{A/P} \sigma'_v \pm 2C_m \sqrt{K_{A/P}}$$

Donde:

$K_A$ =coeficiente de presión de tierra activa

$K_p$ = coeficiente de presión de tierra pasiva

$\sigma'_v$ =esfuerzo vertical efectivo

$C_m$ =parámetro de cohesión movilizada

Los coeficientes de presión de tierra pueden ser estimados usando la teoría de Rankine. A continuación se recordara dicha teoría.

## PRESIÓN ACTIVA Y PASIVA DE TIERRAS DE RANKINE

Equilibrio plástico cuando todo punto está en el borde de la falla. Rankine (1857) investigó estas condiciones.

### Estado activo de Rankine.

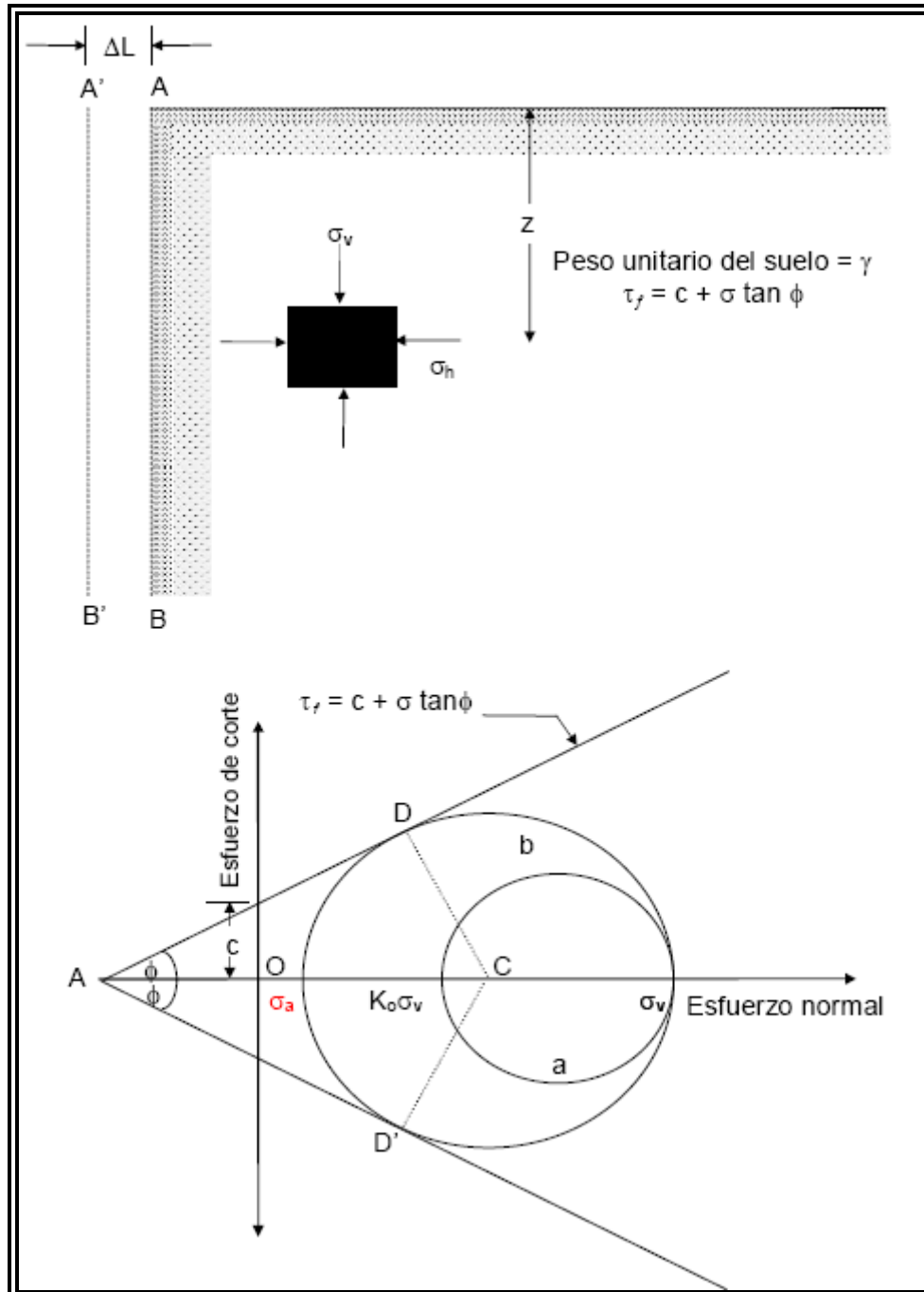


Figura 29. Presión de tierra activa de Rankine.

AB es un muro sin fricción, se extiende a una profundidad infinita y se aleja gradualmente de la masa de suelo.

El esfuerzo principal horizontal empezará a decrecer.

Se alcanzará el estado de esfuerzos del círculo de Mohr.

Entonces ocurrirán los estados de equilibrio plástico y de falla.

Esto configura el estado activo de Rankine.

$\sigma_a$  sobre el plano vertical (plano principal) es la presión activa de Rankine.

$$\sigma_a = \gamma * z * \tan^2\left(45 - \frac{\phi}{2}\right) - 2c \tan\left(45 - \frac{\phi}{2}\right)$$

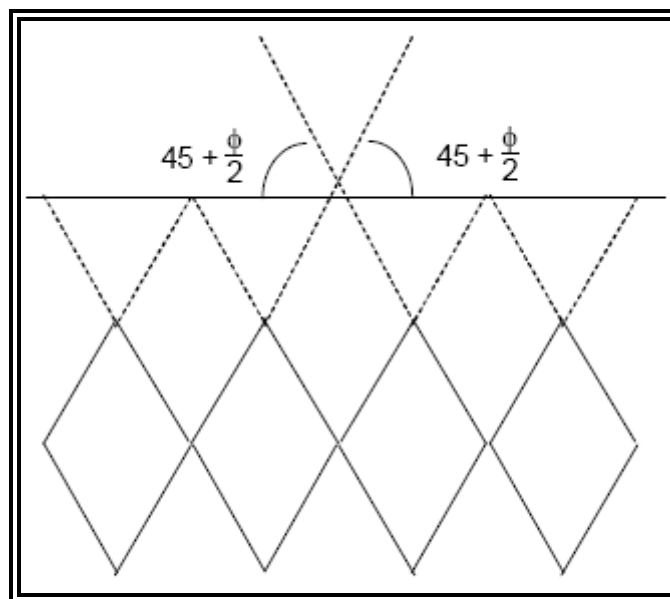
$$\sigma_a = \gamma * z * K_a - 2c\sqrt{K_a}$$

### **Coefficiente de presión activa $K_a$ :**

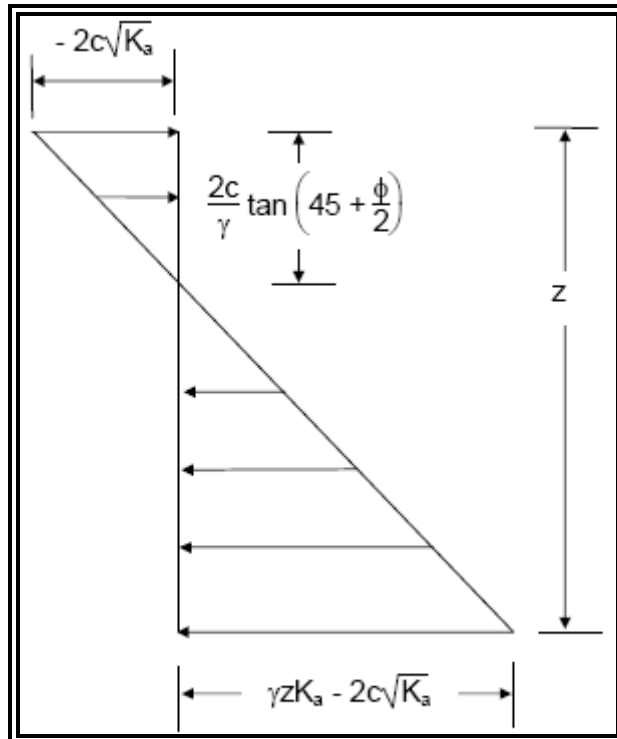
$$K_a = \frac{1 - \sin \phi}{1 + \sin \phi}$$

### **Planos de falla:**

La Figura 30 muestra los planos de falla  $a \pm (45 + \phi/2)$  con plano principal mayor (horizontal).

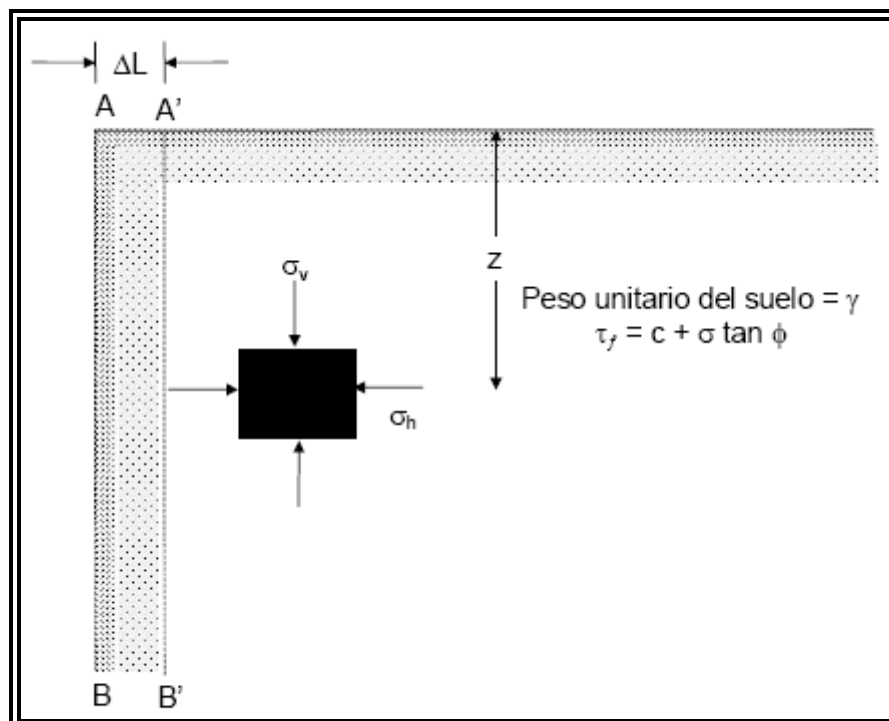


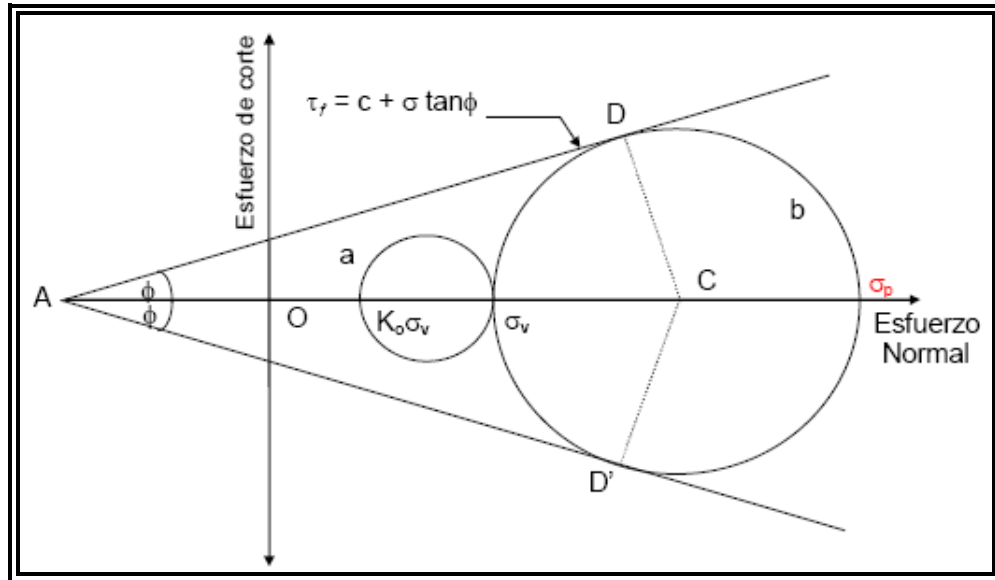
**Figura 30.** Planos de Falla.



**Figura 31.** Diagrama de presión activa.

### Estado pasivo de Rankine.





**Figura 32.** Presión de tierra pasiva de Rankine.

AB es un muro sin fricción, con profundidad infinita. El Círculo "a" representa la condición de esfuerzo inicial.

Si el muro es empujado contra la masa de suelo,  $\sigma_h$  empezará a incrementarse.

Finalmente obtendremos el círculo de Mohr de falla.

Esto configura el estado pasivo de Rankine.

$\sigma_p$  es el esfuerzo principal mayor, llamado presión pasiva de tierra de Rankine.

$$\sigma_p = \gamma * z * \tan^2\left(45 + \frac{\phi}{2}\right) + 2c \tan\left(45 + \frac{\phi}{2}\right)$$

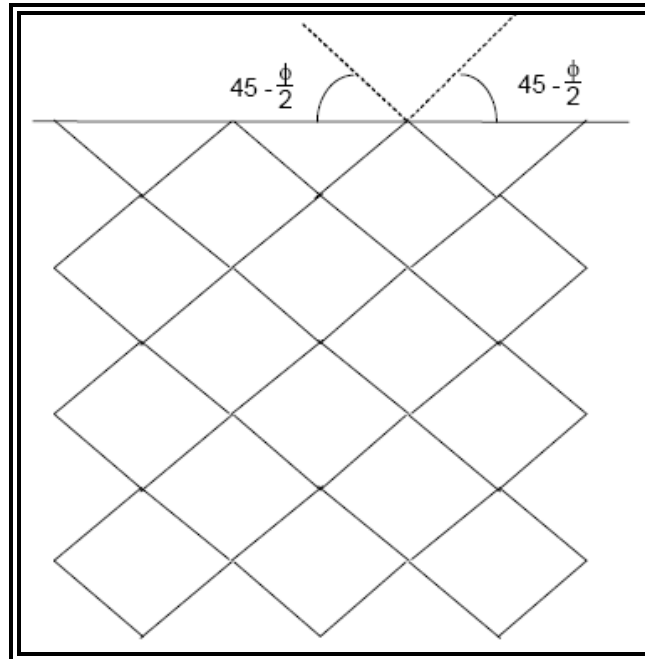
$$\sigma_p = \gamma * z * K_p + 2c\sqrt{K_p}$$

### **Coefficiente de presión pasiva $K_p$**

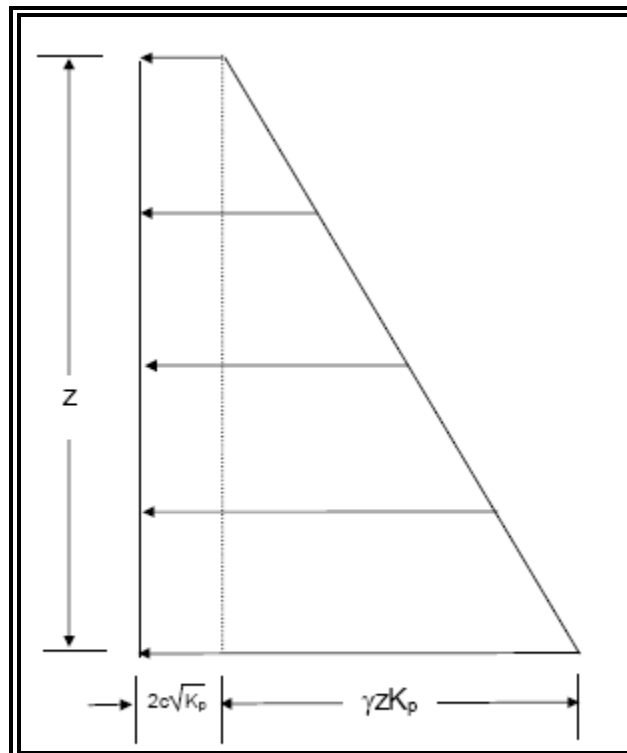
$$K_p = \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi}$$

### Planos de falla:

La Figura 33 muestra los planos de falla  $\alpha \pm (45 - \phi/2)$  con plano principal menor (horizontal).



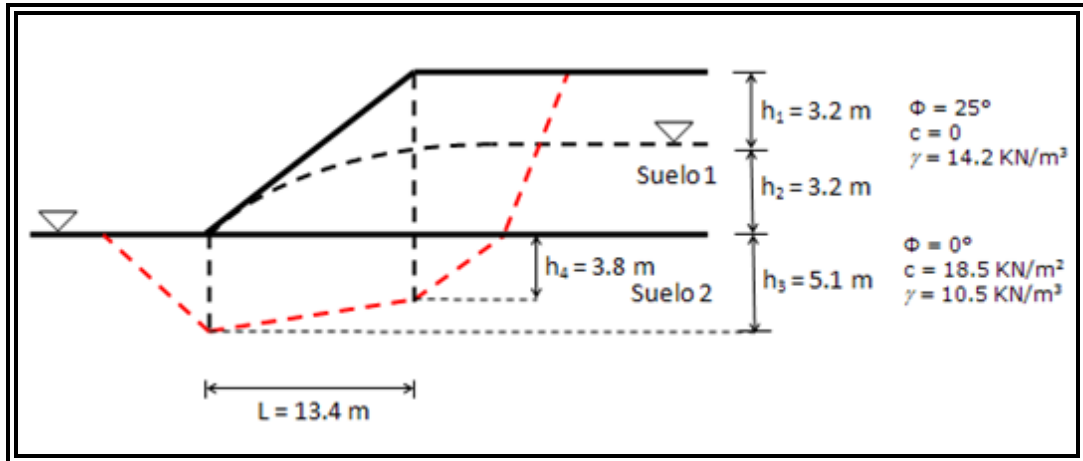
**Figura 33.** Planos de Falla.



**Figura 34.** Diagrama de presión pasiva.

### 5.1. Procedimiento para el método del bloque deslizante.

Determine el factor de seguridad para el talud mostrado en la Figura 35.



**Paso 1.** *Parámetros que se requieren para el análisis.*

Se requiere conocer:

- Altura de cada las capas de suelo  $h$  (metros)
- Cohesión de cada suelo  $C$  ( $\text{KN/m}^2$ )
- Peso específico de cada suelo  $\gamma$  ( $\text{KN/m}^3$ )
- Longitud de la base del bloque central  $L$  (metros)
- Angulo de fricción  $\Phi'$  (grados)

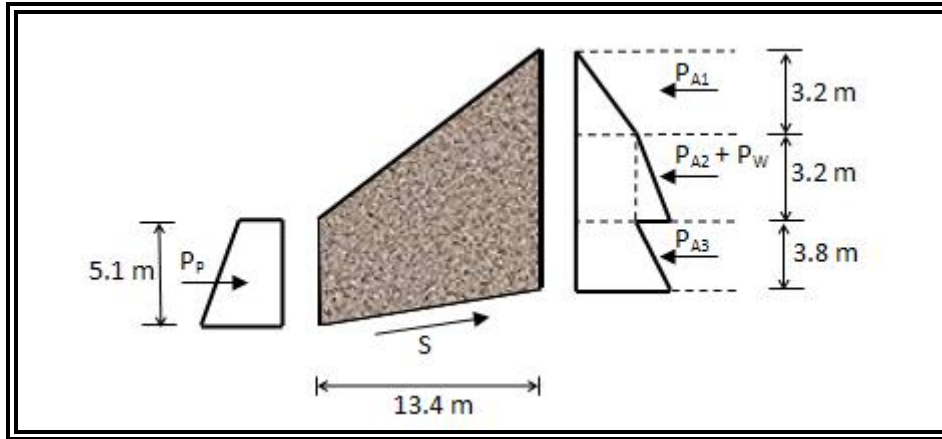
**Paso 2.** *Asumir un factor de seguridad.*

Se debe asumir un factor de seguridad debido a que es un proceso iterativo.

Para el ejemplo se asume  $F_\phi = F_c = 1.3$

**Paso 3.** *Hacer el análisis de fuerzas presentes*

En la Figura 36 se muestran las fuerzas que actúan en el bloque central.



**Figura 36.** Fuerzas que actúan

**Paso 4.** Calcular presiones activas.

Calcular las presiones activas que están actuando en el bloque central, producidas por la cuña superior, en el caso del factor de seguridad supuesto.

$$\tan \phi_m = \frac{\tan \phi}{F_\phi}$$

$$\tan \phi_m = \frac{\tan 25^\circ}{1.3}$$

$$\phi_m = 19.73^\circ$$

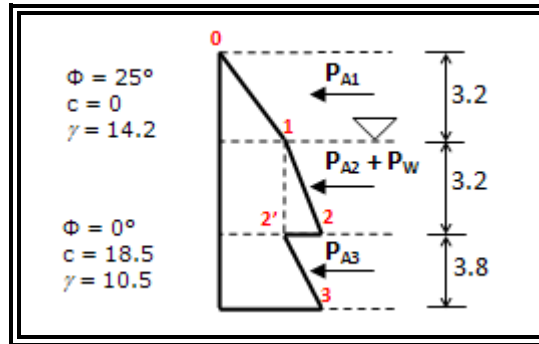
Con este valor de  $\phi_m$  se encuentra el coeficiente de presión del suelo  $K_A$ .

$$K_A = \frac{1 - \sin \phi_m}{1 + \sin \phi_m}$$

$$K_A = \frac{1 - \sin 19.73^\circ}{1 + \sin 19.73^\circ}$$

$$K_A = 0.495$$

Con los datos anteriores se hallan los valores de las presiones en el punto 0, 1, 2, 2' y 3 indicados en la Figura 37.



**Figura 37.** Presión activa

La presión activa se calcula con la siguiente fórmula:

$$P_A = (\gamma * h * K_A) - (2 * C * \sqrt{K_A})$$

$$P_{(0)} = 0$$

$$P_{(1)} = 14.2 * 3.2 * 0.495$$

$$P_{(1)} = 22.49$$

$$P_{(2)} = (14.2 * 3.2 * 0.495) + [(14.2 - 9.8) * 3.2 * 0.495]$$

$$P_{(2)} = 29.46$$

Como se puede observar a partir del punto 2' hay un cambio de suelo por lo tanto se calcula una cohesión de acuerdo al factor de seguridad asumido y un nuevo coeficiente de presión.

$$C_m = \frac{18.5}{1.3} = 14.23 \text{ KN/m}^2$$

$$K_A = \frac{1 - \sin \phi_m}{1 + \sin \phi_m}$$

$$K_A = \frac{1 - \sin 0^\circ}{1 + \sin 0^\circ} = 1$$

$$P_{(2')} = (14.2 * 3.2 * 1) + [(14.2 - 9.8) * 3.2 * 1] + (2 * 14.23 * \sqrt{1})$$

$$P_{(2')} = 31.06 \text{ KN/m}^3$$

$$P_{(3)} = (14.2 * 3.2 * 1) + [(14.2 - 9.8) * 3.2 * 1] + [(10.5 - 9.8) * 3.8 * 1] - (2 * 14.23 * \sqrt{1})$$

$$P_{(3)} = 33.72 \text{ KN/m}^3$$

$$P_{A1} = \frac{22.49 * 3.2}{2} = 35.98$$

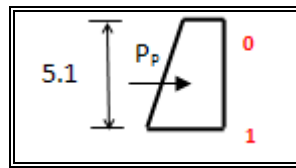
$$P_{A2} = \frac{(22.49 + 29.46) * 3.2}{2} = 83.12$$

$$P_w = 0.5 * 9.8 * (3.2)^2 = 50.18$$

$$P_{A3} = \frac{(31.06 + 33.72) * 3.8}{2} = 123.07$$

**Paso 5. Calcular presión pasiva.**

Se halla la presión pasiva que está actuando sobre el bloque central, producida por la cuña inferior. Figura 38.



**Figura 38.** Presión pasiva

La presión pasiva (Figura 38) se calcula con la siguiente fórmula:

$$P_p = (\gamma * H * K_p) + (2 * c * \sqrt{K_p})$$

$$K_p = \frac{1 + \sin \phi_m}{1 - \sin \phi_m}$$

$$K_p = \frac{1 + \sin 0^\circ}{1 - \sin 0^\circ}$$

$$K_p = 1$$

$$P_{(0)} = 2 * 14.23 * \sqrt{1}$$

$$P_{(0)} = 28.46$$

$$P_{(1)} = (10.5 - 9.8) * 5.1 * 1 + (2 * 14.23 * \sqrt{1})$$

$$P_{(1)} = 32.03$$

$$P_p = \frac{(28.46 + 32.03) * 5.1}{2}$$

$$P_p = 154.26$$

**Paso 6. Calcular el Factor de Seguridad.**

El factor de seguridad se calcula con la siguiente formula:

$$F.S = \frac{P_p + c'_m L + (W - u) \tan \phi'_m}{P_A}$$

Donde:

$P_p$  = Fuerza pasiva producida por la cuña inferior.

$P_A$  = Fuerza activa producida por la cuña superior.

$c'_m$  = Cohesión efectiva del suelo blando en la base del bloque central.

$L$  = Longitud de la base del bloque central.

$W$  = Peso total del bloque central.

$u$  = Fuerza total de poros en el fondo del bloque central.

$\phi'_m$  = Fricción del suelo en el fondo del bloque.

$$F.S. = \frac{154.12 + (14.23 * 13.4)}{35.98 + 83.12 + 50.18 + 116.89}$$

$$F.S. = 1.18$$

### **Paso 7. Iterar nuevamente**

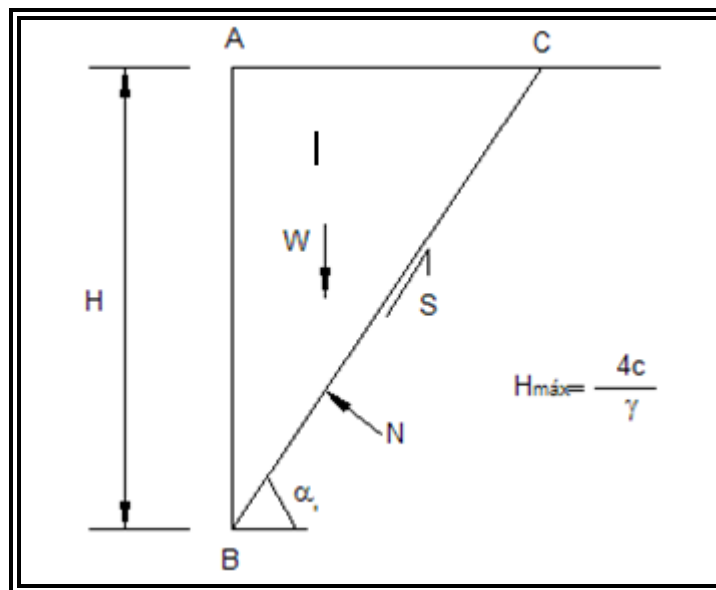
Se itera las veces que sea necesario, hasta que el factor de seguridad asumido sea igual al calculado.

Iterando se encuentra que el valor del F.S. es 1.24

Se recomienda que las iteraciones tengan un margen de error de hasta 1%.

## 6. METODO DE LA CUÑA SIMPLE.

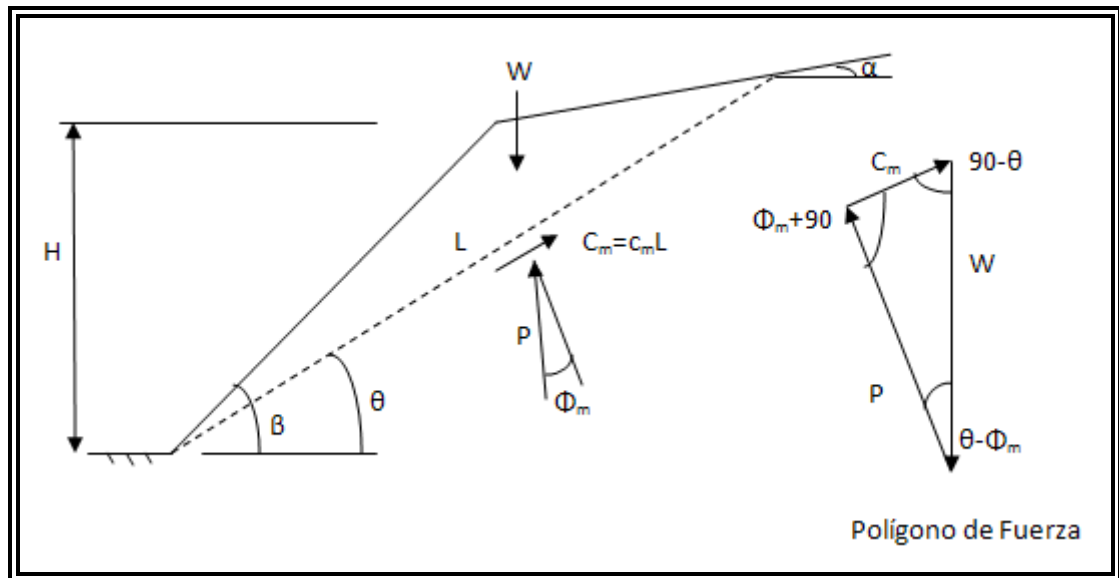
Este método supone una superficie recta de un solo tramo, el cual puede analizarse como una cuña simple con la superficie de falla inclinada un determinado ángulo con la horizontal - Figura 39.



**Figura 39.** Análisis de la altura máxima de un talud vertical analizado con cuña simple. (Cornforth, 2005).

Las superficies de falla plana por lo general se producen en laderas con una fina capa de tierra que tiene fuerza relativamente baja en comparación con los materiales que están sobre esta. Además, este es el modo preferido de falla para juntas en materiales que puedan inclinarse hacia las excavaciones propuestas. Una falla de superficie plana puede ser analizada fácilmente con una solución de forma cerrada que depende de la geometría de la pendiente y de los parámetros de fuerza cortante del suelo a lo largo

del plano de falla. Para la pendiente que se muestra en la Figura 40, tres fuerzas - el peso,  $W$ , la fuerza cortante movilizada,  $S_m$ , y la reacción normal,  $N$  - es necesario determinarlas con el fin de evaluar la estabilidad.



**Figura 40.** Superficie de falla de cuña simple

El peso de la cuña puede ser determinado a partir de la geometría utilizando:

$$L = \frac{H}{\text{sen} \beta} \times \frac{\text{sen}(\beta - \alpha)}{\text{sen}(\theta - \alpha)}$$

$$W = \frac{1}{2} * \gamma * H^2 \left[ \frac{\text{sen}(\beta - \theta)}{\text{sen}^2 \beta} * \frac{\text{sen}(\beta - \alpha)}{\text{sen}(\theta - \alpha)} \right]$$

El ángulo  $\alpha$ , en la ecuación anterior es la inclinación de la pendiente superior con respecto a la horizontal. La fuerza normal,  $N$ , y la fuerza de fricción,  $S_m$ , se darán:

$$N = W \cos \theta \quad \text{Y} \quad S_m = W \text{sen} \theta$$

y si los Factores de Seguridad con respecto a la cohesión,  $F_c$ , y la fricción,  $F_\phi$ , se utilizan de tal forma que la contribución de la fuerza cortante se dan por:

$$c_m = \frac{c}{F_c} \quad \text{Y} \quad \tan \phi_m = \frac{\tan \phi}{F_\phi}$$

Entonces, para identificar la fuerza de fricción calculada utilizando el criterio Mohr-Coulomb y la ecuación anterior, se puede desarrollar la siguiente relación:

$$\begin{aligned}
 W \operatorname{sen} \theta &= c_m L + W \cos \theta \tan \phi_m \\
 c_m &= \frac{W}{L} [\operatorname{sen} \theta - \cos \theta \tan \phi_m] \\
 &= \frac{\gamma^* H^2}{2L} \frac{\operatorname{sen}(\beta - \theta)}{\operatorname{sen}^2 \beta} [\operatorname{sen} \theta - \cos \theta \tan \phi_m] \\
 &= \frac{1}{2} \gamma^* H \left[ \frac{\operatorname{sen}(\beta - \theta) [\operatorname{sen} \theta - \cos \theta \tan \phi_m]}{\operatorname{sen} \beta} \right]
 \end{aligned}$$

Es interesante, la influencia de la inclinación de la pendiente superior,  $\alpha$ , es eliminada de la ecuación de arriba, y no afecta directamente los cálculos. Esta ecuación permite al usuario calcular la magnitud de la resistencia necesaria "cohesiva" para satisfacer el equilibrio. Sin embargo, esto solo proporciona la solución para la falla de superficie inclinada en un ángulo  $\theta$ . Para determinar la pendiente crítica,  $\theta_{crit}$ , la ecuación anterior debe proporcionar el valor *máximo* de la resistencia cohesiva movilizada. Con la suposición que  $\gamma$ ,  $\beta$ , y  $H$  son constantes en la ecuación anterior, la primera derivada con respecto al ángulo del plano de falla,  $\theta$ , está dada por:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial}{\partial \theta} [\operatorname{sen}(\beta - \theta) (\operatorname{sen} \theta - \cos \theta \tan \phi_m)] \\
 &= -\cos(\beta - \theta) [\operatorname{sen} \theta - \cos \theta \tan \phi_m] + \operatorname{sen}(\beta - \theta) [\cos \theta + \operatorname{sen} \theta \tan \phi_m] \\
 &= -[\operatorname{sen} \theta \cos(\beta - \theta) - \cos \theta \operatorname{sen}(\beta - \theta)] + \tan \phi_m [\cos \theta \cos(\beta - \theta) + \operatorname{sen} \theta \operatorname{sen}(\beta - \theta)] \\
 &= -\operatorname{sen}(2\theta - \beta) + \tan \phi_m [\cos(2\theta - \beta)] = 0
 \end{aligned}$$

De la ecuación anterior, se puede calcular:

$$\theta_{crit} = \frac{\beta + \phi_m}{2}$$

Que permite que el valor crítico de  $c_m$  se calcule utilizando:

$$c_m = \frac{1}{4} \gamma^* H \left[ \frac{1 - \cos(\beta - \phi_m)}{\operatorname{sen} \beta \cos \phi_m} \right]$$

La ecuación anterior también puede ser utilizada a fin de determinar la altura crítica de un talud mediante la sustitución de  $c_m = c$  y  $\phi_m = \phi$  (es decir, F.S=1), para dar:

$$H_{crit} = \frac{4c}{\gamma} \left[ \frac{\text{sen}\beta \cos\phi}{1 - \cos(\beta - \phi)} \right]$$

Para el caso de un análisis  $\Phi=0$  y un talud vertical (es decir,  $\beta = 90$ ), la ecuación anterior da una altura crítica de  $4c/\gamma$ .

Para un análisis típico, el procedimiento requiere una solución de prueba y error para un suelo c- $\Phi$  de tal manera que los factores de seguridad en cuanto a la cohesión y la fricción son iguales. Esto se logra generalmente mediante los siguientes pasos:

- (1) Suponer un Factor de Seguridad para la resistencia de fricción,  $F_\phi$ .
- (2) Calcular el valor  $\Phi_m$ .
- (3) Calcular el valor de la cohesión movilizada,  $c_m$ ,
- (4) Calcular el Factor de Seguridad,  $F_c = c/c_m$ .
- (5) Repita los pasos 1 a 4 hasta que  $F_\phi = F_c$ .

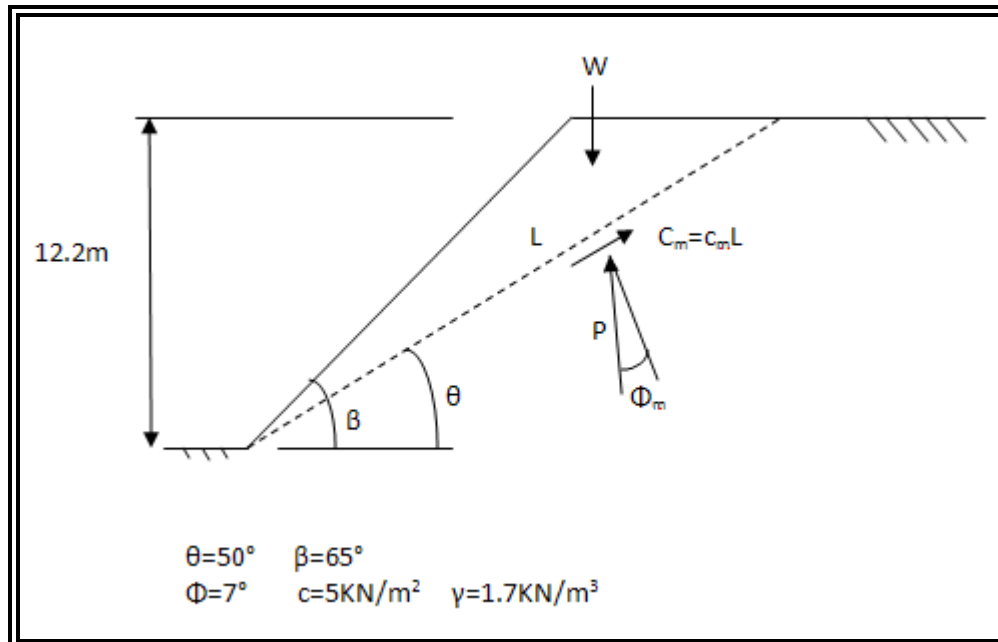
### **6.1. Procedimiento para el método de la Cuña Simple.**

**Paso 1.** *Parámetros que se requieren para el análisis.*

Se requiere conocer:

- Altura del talud H (metros)
- Cohesión del suelo C (KN/m<sup>2</sup>)
- Peso específico del suelo  $\gamma$  (KN/m<sup>3</sup>)
- Pendiente del talud  $\beta$  (grados)
- Pendiente de la falla  $\theta$  (grados)
- Angulo de fricción  $\Phi'$  (grados)

La pendiente mostrada en la Figura 41 se analizará para determinar el factor de seguridad de una falla de cuña simple.



**Figura 41.** Ejemplo para cuña simple

**Paso 2.** Asumir  $F_\phi$  (Factor de Seguridad con respecto a la fricción).

Para este caso se asume un  $F_\phi = 1.5$

**Paso 3.** Calcular el valor de  $\Phi_m$ .

El valor de  $\Phi_m$  se calcula con la siguiente formula:

$$\tan \phi_m = \frac{\tan \phi}{F_\phi}$$

Donde:

$\Phi$  = ángulo de fricción

$F_\phi$  = Factor de Seguridad con respecto a la fricción

$$\tan \phi_m = \frac{\tan 7^\circ}{1.5}$$

$$\tan \phi_m = 0.08185$$

$$\phi_m = \tan^{-1}(0.08185)$$

$$\phi_m = 4.67^\circ$$

**Paso 4.** Calcular el valor de la cohesión movilizada,  $c_m$ .

Este valor se calcula con la siguiente formula:

$$c_m = \frac{1}{2} \gamma * H \left[ \frac{\text{sen}(\beta - \theta) [\text{sen} \theta - \cos \theta \tan \phi_m]}{\text{sen} \beta} \right]$$

Donde:

$\gamma$ =peso específico del suelo

H=altura del talud

$\beta$ =pendiente del talud

$\theta$ =ángulo de fricción

$\Phi_m$ =ángulo de fricción movilizada

$$c_m = \frac{1}{2} * 1.7 * 12.2 \left[ \frac{\text{sen}(65^\circ - 50^\circ) [\text{sen} 50^\circ - \cos 50^\circ \tan 4.67^\circ]}{\text{sen} 65^\circ} \right]$$

$$c_m = 2.11 \text{KN} / \text{m}^2$$

**Paso 5.** Calcular  $F_c$  (Factor de Seguridad con respecto a la cohesión).

Este factor de seguridad se calcula con la siguiente fórmula:

$$F_c = \frac{C}{c_m}$$

Donde:

C = cohesión del suelo.

$c_m$ = cohesión movilizada.

$$F_c = \frac{5}{2.11}$$

$$F_c = 2.36$$

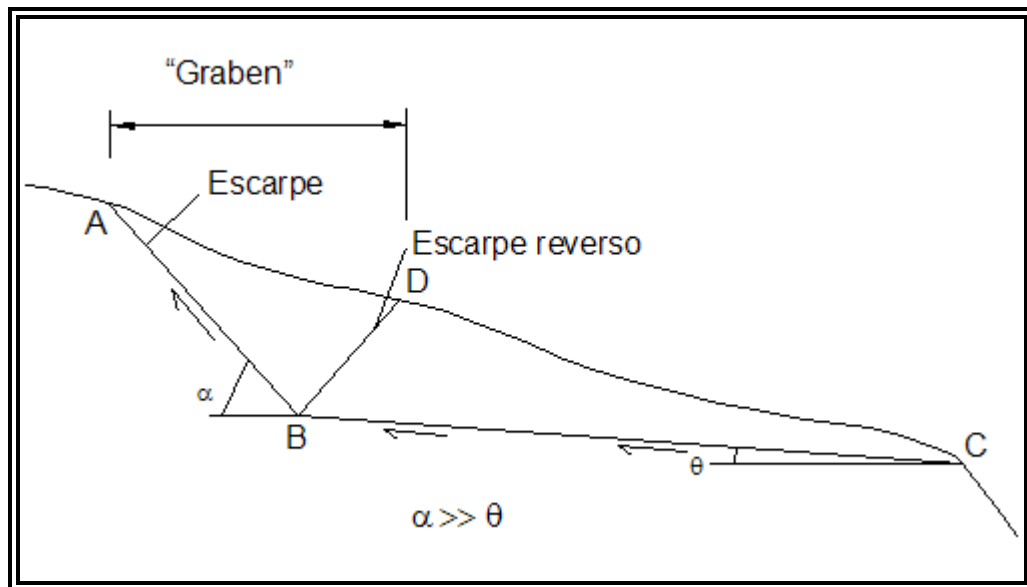
Como  $F_c$  no es igual al  $F_\phi$  asumido, se elige un nuevo valor de  $F_\phi$  y se repiten los pasos 3 a 5.

Iterando se encuentra que el factor de seguridad es F.S=2.30

Se recomienda que las iteraciones tengan un margen de error de hasta 1%.

## 7. METODO DE LA CUÑA DOBLE.

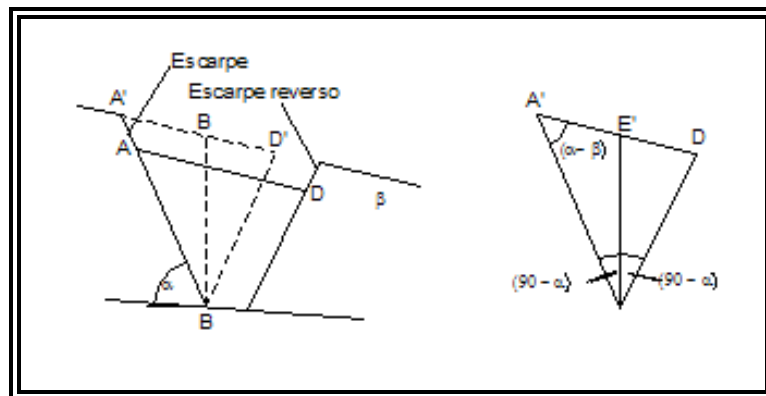
La falla de doble cuña es común en grandes deslizamientos. Se analiza una cuña con dos tramos rectos de superficie de falla (Figura 42). La cuña superior tiene generalmente una pendiente fuerte y la cuña inferior una pendiente más suave. La cuña superior genera una fuerza de empuje sobre la cuña inferior y esta cuña inferior debe ser capaz de resistir la fuerza impuesta por la cuña superior. Generalmente se utiliza para simular fallas sobre superficies planas duras tales como roca o sobre superficies planas blandas (manto de arcilla blanda). Debido a que las dos cuñas son geométricamente muy diferentes se produce un hundimiento de la cuña superior (graben) y la cuña inferior se mueve horizontalmente.



**Figura 42.** Sección típica de una falla de doble cuña. (Cornforth, 2005).

En el campo este tipo de fallas se reconocen por la presencia del "graben". La Figura 43 muestra un "graben" característico. La

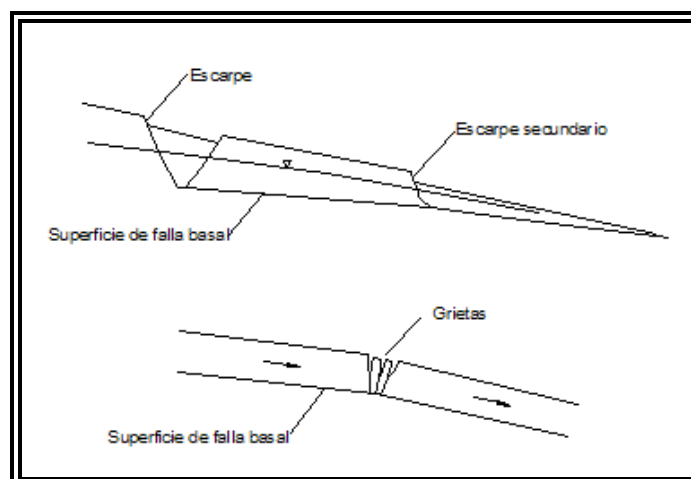
localización, profundidad y extensión del "graben" permite determinar la profundidad de la falla en campo.



**Figura 43.** Formación de "graben" en una falla de doble cuña. (Cornforth, 2005).

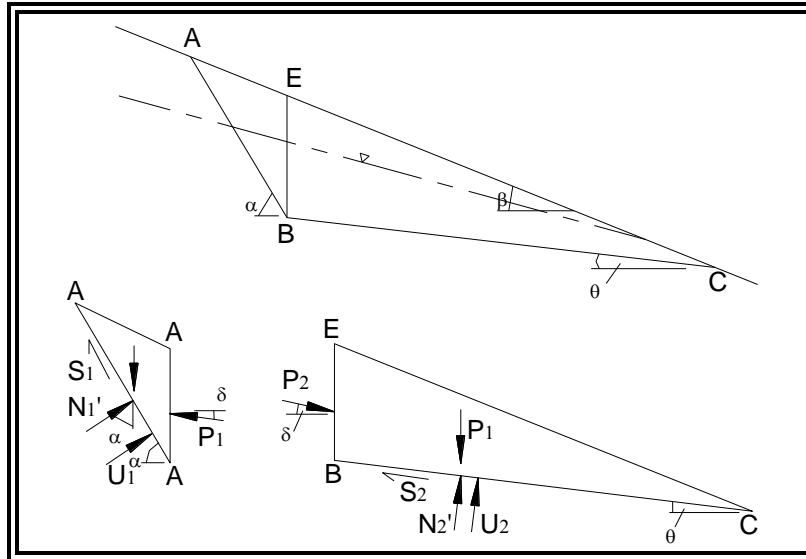
Adicionalmente a la formación del "graben" se puede presentar un escarpe secundario en la parte inferior del deslizamiento formándose en la práctica tres cuñas. (Figura 44). Las grietas y escarpes secundarios son muy comunes dentro de la falla de doble cuña. Estos se conocen como características secundarias y se deben interpretar con cautela.

Las grietas secundarias son comunes, especialmente en derrumbamiento de baja profundidad. En derrumbamientos de translación largos, las grietas concentradas que cruzan la ladera probablemente indican un gradiente de aumento de la ruptura de la superficie basal en el lado hacia abajo.



**Figura 44.** Formación de grietas y escarpes secundarios

En el análisis de la cuña doble, hay una fuerza de entre cuña desconocida. Las fuerzas que actúan sobre las cuñas en una falla de cuña doble se muestran en la Figura 45.



**Figura 45.** Fuerzas que actúan sobre las cuñas en una falla de doble cuña. (Cornforth, 2005).

### 7.1. Procedimiento para el método de la cuña doble.

**Paso 1.** *Parámetros que se requieren para el análisis.*

Se requiere conocer:

- Peso específico del suelo  $\gamma$  (KN/m<sup>3</sup>)
- Cohesión del suelo C (KN/m<sup>2</sup>)
- Angulo de fricción  $\Phi$  (grados)
- Angulo  $\alpha$  de la cuña superior, Angulo de la línea AB con la horizontal (grados)
- Angulo  $\theta$  de la cuña inferior, Angulo de la línea BC con la horizontal (grados)
- Longitud del plano de falla BC (metros)
- Longitud del plano de falla AB (metros)
- Área de cada cuña.

Determine el factor de seguridad de la Figura 46 teniendo en cuenta las siguientes características:

$$\gamma = 1.7 \text{ KN/m}^3$$

$$\Phi = 35^\circ$$

$$C = 5 \text{ KN/m}^2$$

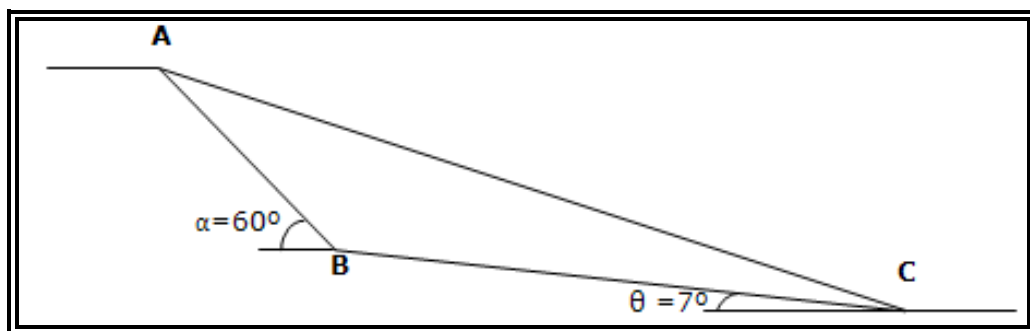
$$\alpha = 60^\circ$$

$$\beta = 22^\circ$$

$$\theta = 7.5^\circ$$

Longitud BC = 85 m  
 Longitud AB = 20 m

Cuña Superior:  $A_1 = 264.7 \text{ m}^2$       Cuña Inferior:  $A_2 = 705.8 \text{ m}^2$

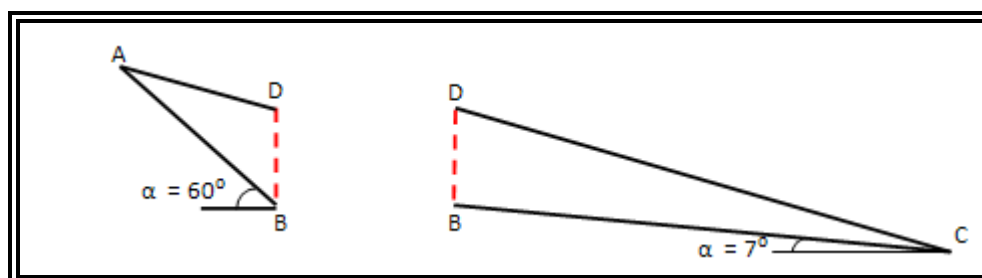


**Figura 46.** Ejemplo de cuña doble

**Paso 2.** Dividir en dos el área de análisis.

En este paso se debe dibujar una línea que divida en dos cuñas (superior e inferior) el deslizamiento, esto hace más fácil el análisis. Como se muestra en la Figura 47.

Primero se subdivide el deslizamiento por una línea vertical imaginaria BD que pasa por el punto de intersección B de las dos superficies de deslizamiento planas. Las dos cuñas, ADB y DCB, se analizan como diagramas de cuerpo libre con una fuerza de empuje P actuando en el plano vertical BD de cada cuerpo.



**Figura 47.** División del deslizamiento.

**Paso 3.** Calcular los pesos de las cuñas.

El peso se calcula con la siguiente fórmula:

$$W = \gamma * Area$$

Para el ejercicio:

Cuña superior:

$$W_1 = 1.7KN/m^3 * 264.7m^2$$

$$W_1 = 450KN/m$$

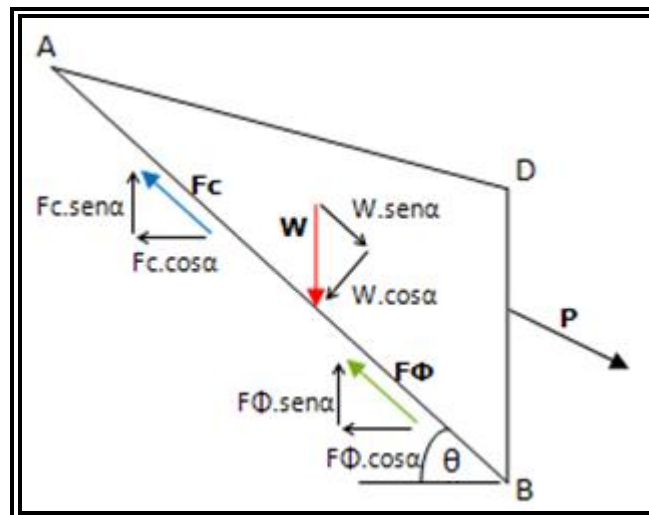
Cuña inferior:

$$W_2 = 1.7KN/m^3 * 705.8m^2$$

$$W_2 = 1200KN/m$$

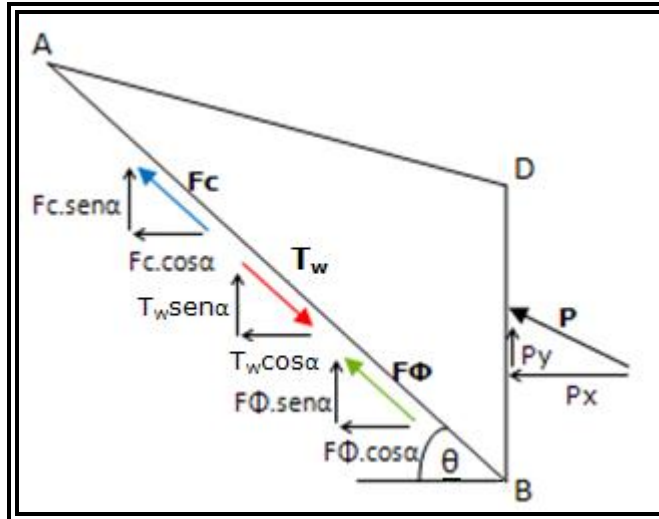
**Paso 4.** Calcular la fuerza  $P$  entre cuñas.

Se asume un factor de seguridad igual a 1 para calcular la fuerza en el caso más crítico, es decir que la fuerza que actúa en cada cuña es igual pero de signo contrario, en la Figura 48 se ve con más claridad las fuerzas que actúan en la cuña superior.



**Figura 48.** Descomposición de fuerzas.

Hay que tener en cuenta que la estabilidad del suelo está afectada por la componente del peso tangente al plano  $T_w = W \sin \alpha$ ,  $F_\phi$  y  $F_c$ . Figura 48.



**Figura 49.** Fuerzas en la base de la cuña.

*Fuerza de cohesión:*

$$F_c = C * L_{AB}$$

Donde:

C = cohesión del suelo.

$L_{AB}$  = longitud de la base de la cuña

$$F_c = C * L_{AB}$$

$$F_c = 5 \text{KN} / \text{m}^2 * 20\text{m}$$

$$F_c = 100 \text{KN} / \text{m}$$

*Fuerza de fricción:*

$$F_\phi = N_w * \tan \phi$$

Donde:

$N_w$  = Componente del peso normal al plano de falla.

$\alpha$  = ángulo de falla de la cuña.

$\phi$  = ángulo de fricción del suelo.

$$F_\phi = N_w * \tan \phi$$

$$F_\phi = (W * \cos \alpha) * \tan \phi$$

$$F_\phi = (450 * \cos 60^\circ) * \tan 35^\circ$$

$$F_\phi = 157.54 \text{KN} / \text{m}$$

Sumatoria de fuerzas en X:

$$\sum FX = 0$$

$$-F_c * \cos \alpha - F\phi * \cos \alpha - Px + W * \cos \alpha * \text{sen} \alpha = 0$$

$$-100 * \cos 60^\circ - 157.5 * \cos 60^\circ - Px + 450 * \cos 60^\circ * \text{sen} 60^\circ = 0$$

$$Px = 66.86 \text{KN} / m$$

Sumatoria de fuerzas en Y:

$$\sum FY = 0$$

$$F_c * \text{sen} \alpha + F\phi * \text{sen} \alpha - W * \text{sen} \alpha * \text{sen} \alpha + Py = 0$$

$$100 * \text{sen} 60^\circ + 157.5 * \text{sen} 60^\circ - 450 * \text{sen} 60^\circ * \text{sen} 60^\circ + Py = 0$$

$$Py = 114.46 \text{KN} / m$$

Calculo de la fuerza P:

$$P = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$P = \sqrt{66.86^2 + 114.46^2}$$

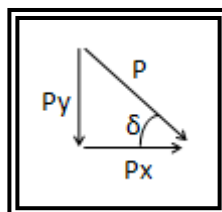
$$P = 132.56 \text{KN} / m$$

Calculo del ángulo de inclinación de la fuerza P:

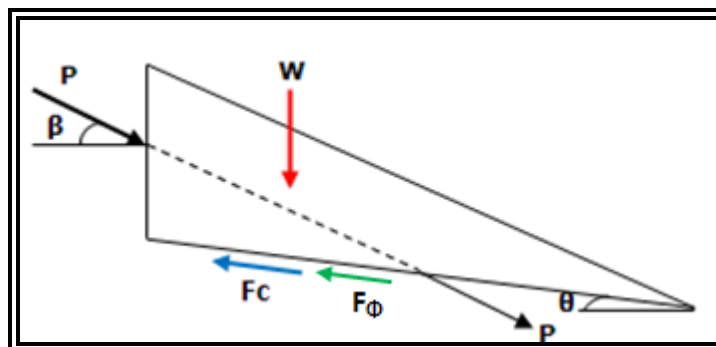
$$\text{sen} \delta = \frac{114.46}{132.56}$$

$$\delta = \text{sen}^{-1} \frac{114.46}{132.56}$$

$$\delta = 60^\circ$$



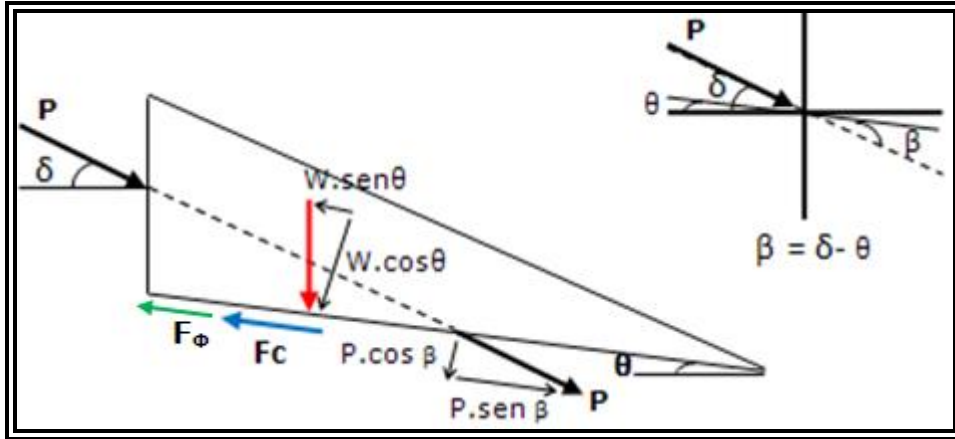
**Paso 5.** Calcular el Factor de Seguridad en la cuña inferior.



**Figura 50.** Fuerzas en la cuña inferior.

Para calcular el factor de seguridad se deben identificar las fuerzas actuantes y las fuerzas resistentes en el deslizamiento.

En la Figura 51 se descomponen las fuerzas para visualizar mejor el problema.



**Figura 51.** Descomposición de las fuerzas.

Como se puede observar en la Figura 51 se debe calcular el ángulo de la fuerza P con respecto al plano de falla.

$$\beta = \delta - \theta$$

$$\beta = 60^\circ - 7^\circ$$

$$\beta = 53^\circ$$

Calculamos el factor de seguridad con la siguiente fórmula:

$$F.S = \frac{\sum \text{Fuerzas resistentes}}{\sum \text{Fuerzas actuantes}}$$

$$F.S = \frac{F_c + (W * \cos \theta + P * \text{sen} \beta) * \tan \phi}{W * \text{sen} \theta + P * \cos \beta}$$

$$F.S = \frac{100 + (1200 * \cos 7^\circ + 132.56 * \text{sen} 53^\circ) * \tan 35^\circ}{1200 * \text{sen} 7^\circ + 132.56 * \cos 53^\circ}$$

$$F.S = 4.4$$

## 8. METODO DE LA CUÑA TRIPLE.

La falla de triple cuña es común en grandes deslizamientos. Al igual que la falla de doble cuña ésta es controlada por los detalles geológicos como son la roca o la presencia de mantos blandos. En la Figura 52 se muestra cómo en la parte superior del deslizamiento ocurre un hundimiento (graben) y en la parte inferior ocurre un levantamiento formándose la tercera cuña.

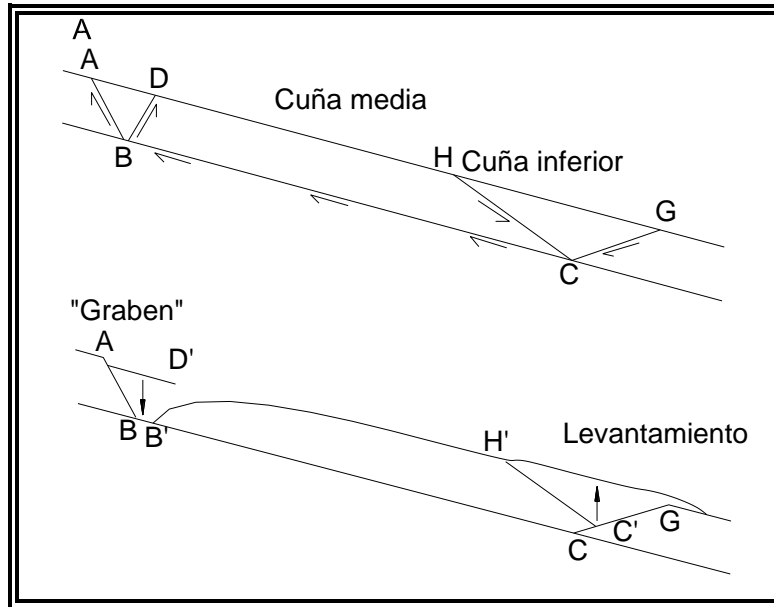
En la falla de triple cuña las dos cuñas superiores empujan a la cuña inferior para generar el levantamiento del pie del movimiento en el plano inclinado estable CG. El punto C se mueve a C', y el punto H se mueve a H'. Una segunda falla de tipo pasivo se desarrolla a lo largo de CH.

Este mecanismo que levanta sugiere que la tierra sobre el punto C está subiendo casi verticalmente, y debe haber cortante relativamente menor ocurriendo en este plano vertical.

Por esta razón, se recomienda que las fuerzas intersticiales actuando entre las cuñas intermedia e inferior se asuman horizontales para taludes moderados.

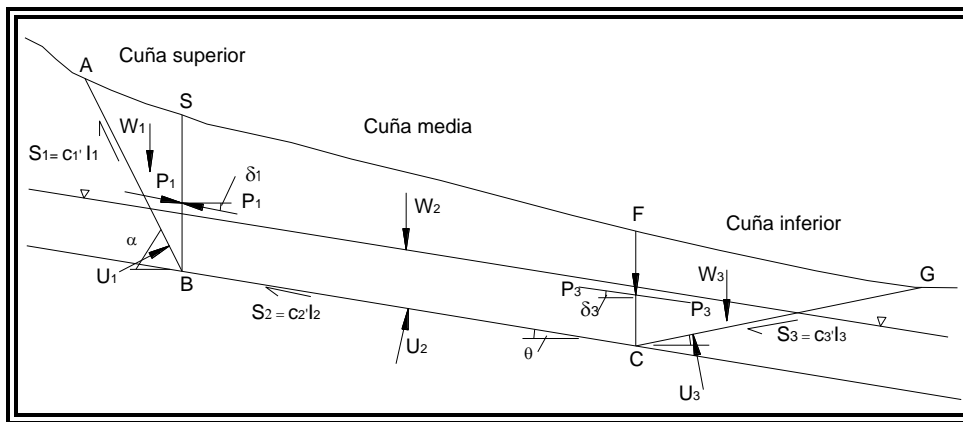
En taludes escarpados, se sugiere una inclinación de  $10^{\circ}$  con respecto a la horizontal.

Uno de los factores más importantes para determinar son los ángulos de falla de la cuña superior y la cuña inferior, los cuales no son controlados por las características geológicas del talud.



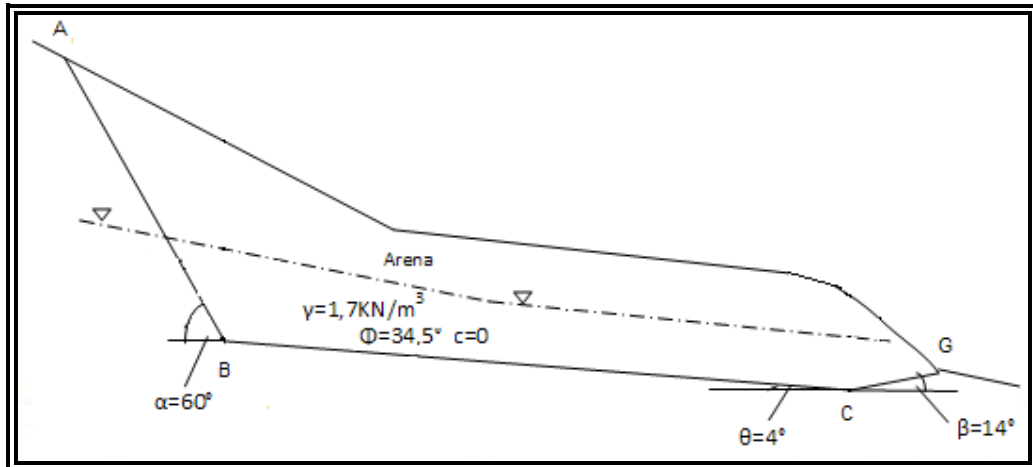
**Figura 52.** Esquema típico de una falla de triple cuña (Cornforth, 2005).

El cálculo de la cuña triple es similar al análisis de la cuña doble, sólo que hay dos fuerzas de entre cuña desconocidas en lugar de una. El diagrama de fuerza general para una cuña triple se muestra en la Figura 53.



**Figura 53.** Fuerzas que actúan en una falla de triple cuña. (Cornforth, 2005).

Para el deslizamiento mostrado en la Figura 54, calcule el factor de seguridad.



**Figura 54.** Ejercicio de análisis de cuña triple

### 8.1. Procedimiento para el método de la Cuña Triple

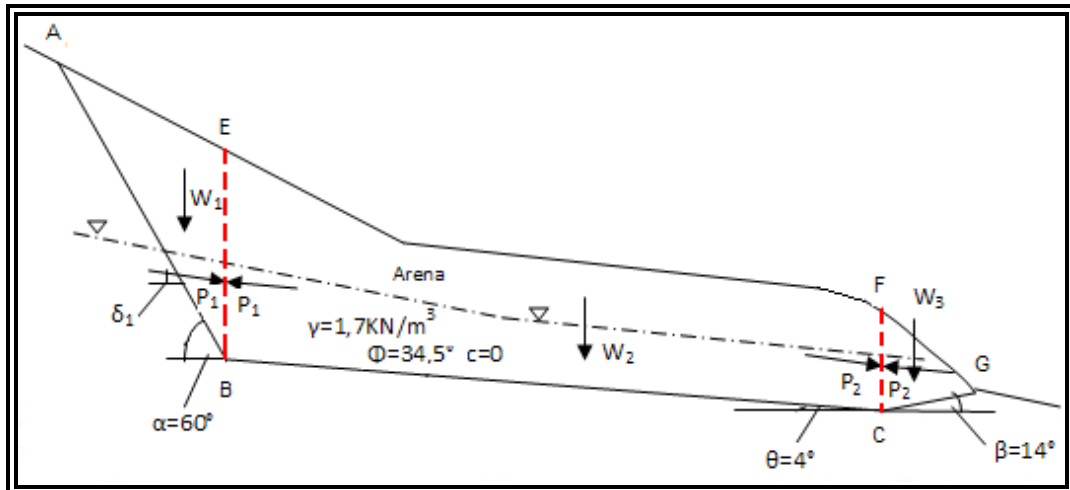
**Paso 1.** *Parámetros que se requieren para el análisis.*

Para el ejemplo, el deslizamiento ocurre por sobrecarga de arena. Se requiere conocer:

- Peso específico del suelo  $\gamma$  ( $\text{KN/m}^3$ )
- Cohesión del suelo  $C$  ( $\text{KN/m}^2$ )
- Ángulo de fricción de las cuñas superior e inferior  $\Phi'$  (grados)
- Ángulo con la horizontal de la cuña superior (Línea AB)  $\alpha$  (grados)
- Ángulo con la horizontal de la cuña intermedia (Línea BC)  $\theta$  (grados)
- Ángulo con la horizontal de la cuña inferior (Línea CG)  $\beta$  (grados)
- Área de cada cuña  $A$  ( $\text{KN/m}$ )
- Longitudes de los planos de falla AB, BC y CG (metros)

**Paso 2.** *Dibujar las líneas verticales BE y CF.*

En este paso se deben dibujar estas líneas para separar el deslizamiento en tres cuñas (superior, intermedia e inferior).



**Figura 55.** Separación en cuñas superior, intermedia e inferior por las líneas BE y CF

**Paso 3.** Calcular el peso de cada cuña ( $W_1$ ,  $W_2$  y  $W_3$ )

Como se tienen las áreas de cada cuña, se calcula el peso de éstas multiplicando por el peso específico del suelo.

Datos conocidos:

$$A_1 = 414.8m^2$$

$$A_2 = 1768.4m^2$$

$$A_3 = 88.1m^2$$

Cuña superior:

$$W_1 = \gamma * A_1$$

$$W_1 = 1.7KN/m^3 * 414.8m^2$$

$$W_1 = 705.2KN/m$$

Cuña intermedia:

$$W_2 = \gamma * A_2$$

$$W_2 = 1.7KN/m^3 * 1768.4m^2$$

$$W_2 = 3006.3KN/m$$

Cuña inferior:

$$W_3 = \gamma * A_3$$

$$W_3 = 1.7KN/m^3 * 88.1m^2$$

$$W_3 = 149.7KN/m$$

**Paso 4.** Calcular la fuerza entre cuña  $P_1$

Esta fuerza se calcula haciendo un diagrama de cuerpo libre de las fuerzas que actúan en la cuña superior, suponiendo un factor de seguridad igual a 1.

Datos conocidos:

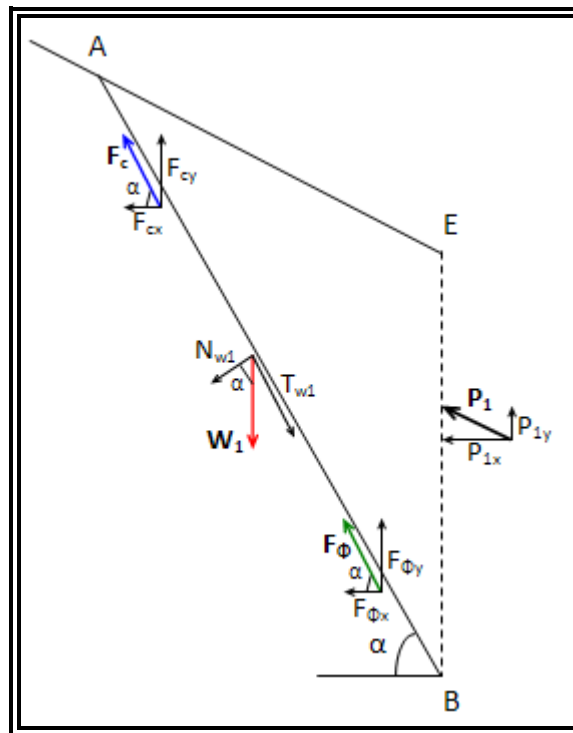
$$L_{AB}=47m$$

$$W_1=705.2KN/m$$

$$C = 5KN/m^2$$

$$\alpha=60^\circ$$

$$\phi'_1=34.5^\circ$$



**Figura 56.** Fuerzas que actúan en la cuña superior

Se calcula la fuerza de cohesión:

$$F_c = C * L_{AB}$$

$$F_c = 5KN / m^2 * 47m$$

$$F_c = 235KN / m$$

Se calcula la fuerza de fricción:

$$F_\phi = N_{w1} \tan \phi'_1$$

$$F_{\phi} = W_1 \cos \alpha \tan \phi'_1$$

$$F_{\phi} = 705.2 \cos 60^\circ \tan 34.5^\circ$$

$$F_{\phi} = 242.3 \text{ KN} / \text{m}$$

Se hace sumatoria de fuerzas en x y sumatoria de fuerzas en y, de las fuerzas que actúan en el plano AB, como lo son las fuerzas de fricción y cohesión y la fuerza tangente del peso  $W_1$ :

Sumatoria de fuerzas en x:

$$\sum F_x = 0$$

$$-P_{1x} - F_{cx} - F_{\phi x} + T_{w1x} = 0$$

$$P_{1x} = -F_c \cos \alpha - F_{\phi} \cos \alpha + W_1 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$P_{1x} = -235 \cos 60^\circ - 242.3 \cos 60^\circ + 705.2 \sin 60^\circ \cos 60^\circ$$

$$P_{1x} = 66.7 \text{ KN} / \text{m}$$

Sumatoria de fuerzas en y:

$$\sum F_y = 0$$

$$P_{1y} - T_{w1y} + F_{cy} + F_{\phi y} = 0$$

$$P_{1y} = W_1 \sin \alpha \sin \alpha - F_c \sin \alpha - F_{\phi} \sin \alpha$$

$$P_{1y} = 705.2 \sin 60^\circ \sin 60^\circ - 235 \sin 60^\circ - 242.3 \sin 60^\circ$$

$$P_{1y} = 115.5 \text{ KN} / \text{m}$$

Calculo de la fuerza  $P_1$ :

$$P_1 = \sqrt{P_{1x}^2 + P_{1y}^2}$$

$$P_1 = \sqrt{66.7^2 + 115.5^2}$$

$$P_1 = 133.4 \text{ KN} / \text{m}$$

**Paso 5.** Calcular la fuerza entre cuña  $P_2$

Esta fuerza se calcula haciendo un diagrama de cuerpo libre de las fuerzas que actúan en la cuña inferior, suponiendo un factor de seguridad igual a 1.

Datos conocidos:

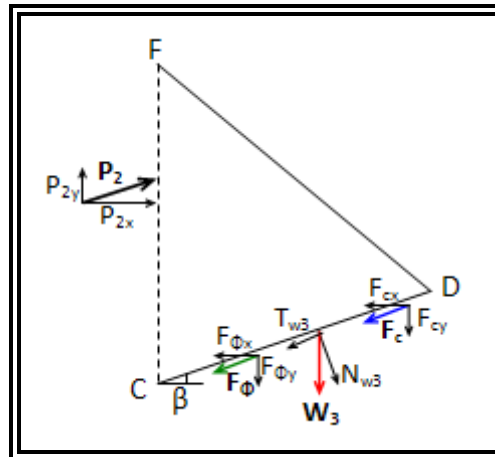
$$L_{CD}=14m$$

$$W_3=149.7KN/m$$

$$C =5KN/m^2$$

$$\beta=14^\circ$$

$$\phi'_2=7^\circ$$



**Figura 57.** Fuerzas que actúan en la cuña inferior.

Se calcula la fuerza de cohesión:

$$F_c = C * L_{CD}$$

$$F_c = 5KN / m^2 * 14m$$

$$F_c = 70KN / m$$

Se calcula la fuerza de fricción:

$$F_\phi = N_{w3} \tan \phi'_2$$

$$F_\phi = W_3 \cos \beta \tan \phi'_2$$

$$F_\phi = 149.7 \cos 14^\circ \tan 7^\circ$$

$$F_\phi = 17.8KN / m$$

Se hace sumatoria de fuerzas en x y sumatoria de fuerzas en y, de las fuerzas que actúan en el plano CD, como lo son las fuerzas de fricción y cohesión y la fuerza tangente del peso  $W_3$ :

Sumatoria de fuerzas en x:

$$\sum F_x = 0$$

$$P_{2x} - F_{cx} - F_{\phi x} - T_{w3x} = 0$$

$$P_{2x} = F_c \cos \beta + F_{\phi} \cos \beta + W_3 \operatorname{sen} \beta \cos \beta$$

$$P_{2x} = 70 \cos 14^\circ + 17.8 \cos 14^\circ + 149.7 \operatorname{sen} 14^\circ \cos 14^\circ$$

$$P_{2x} = 120.3 \text{KN} / m$$

Sumatoria de fuerzas en y:

$$\sum F_y = 0$$

$$P_{2y} - T_{w3y} - F_{cy} - F_{\phi y} = 0$$

$$P_{2y} = W_3 \operatorname{sen} \beta \operatorname{sen} \beta + F_c \operatorname{sen} \beta + F_{\phi} \operatorname{sen} \beta$$

$$P_{2y} = 149.7 \operatorname{sen} 14^\circ \operatorname{sen} 14^\circ + 70 \operatorname{sen} 14^\circ + 17.8 \operatorname{sen} 14^\circ$$

$$P_{2y} = 30.0 \text{KN} / m$$

Calculo de la fuerza  $P_2$ :

$$P_2 = \sqrt{P_{2x}^2 + P_{2y}^2}$$

$$P_2 = \sqrt{120.3^2 + 30.0^2}$$

$$P_2 = 123.9 \text{KN} / m$$

**Paso 6.** Calcular el Factor de Seguridad.

En este paso se calcula el factor de seguridad de la cuña intermedia. Para calcular este factor de seguridad se hace un diagrama de cuerpo libre de la cuña para hallar las fuerzas resistentes y actuantes.

$$F.S = \frac{\sum \text{Fuerzas resistentes}}{\sum \text{Fuerzas actuantes}}$$

Datos conocidos:

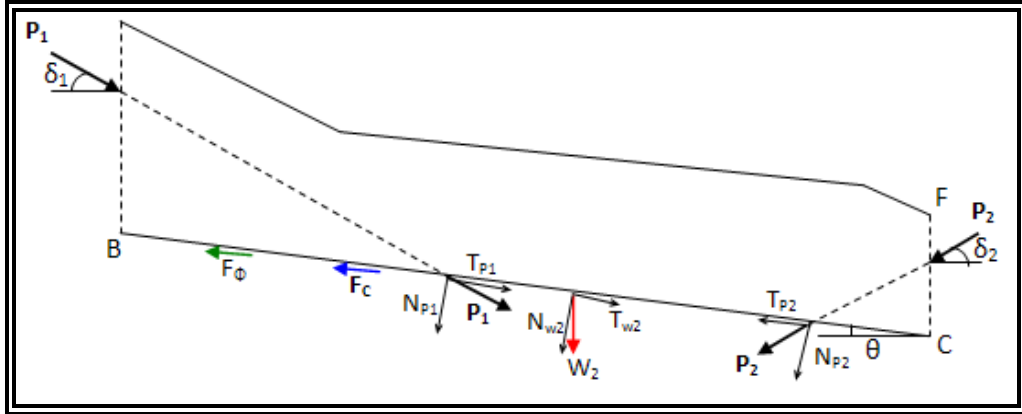
$$L_{BC} = 91.4 \text{m}$$

$$W_2 = 3006.3 \text{KN} / m$$

$$C = 5 \text{KN} / m^2$$

$$\theta = 4^\circ$$

$$\Phi'_2 = 7^\circ$$



**Figura 58.** Fuerzas que actúan en la cuña intermedia

Se calculan los ángulos  $\delta_1$  y  $\delta_2$  que forman las fuerzas  $P_1$  y  $P_2$  respectivamente, con la horizontal.

$$\delta_1 = \tan^{-1}\left(\frac{P_{1y}}{P_{1x}}\right) \qquad \delta_2 = \tan^{-1}\left(\frac{P_{2y}}{P_{2x}}\right)$$

$$\delta_1 = \tan^{-1}\left(\frac{115.5}{66.7}\right) \qquad \delta_2 = \tan^{-1}\left(\frac{30.0}{120.3}\right)$$

$$\delta_1 = 60^\circ \qquad \delta_2 = 14^\circ$$

Entonces el ángulo que forma la fuerza  $P_1$  con el plano BC es:

$$\delta_1 - \theta = 60^\circ - 4^\circ = 56^\circ$$

Y el ángulo que forma la fuerza  $P_2$  con el plano BC es:

$$\delta_2 + \theta = 14^\circ + 4^\circ = 18^\circ$$

Ahora se calcula el factor de seguridad:

$$F.S = \frac{\sum \text{Fuerzas resistentes}}{\sum \text{Fuerzas actuantes}}$$

$$F.S = \frac{C * L_{BC} + (N_{P1} + N_{w2} + N_{P2}) \tan \phi}{T_{P1} + T_{w2} + T_{P2}}$$

$$F.S = \frac{C * L_{BC} + [P_1 \text{sen}(\delta_1 - \theta) + W_2 \cos \theta + P_2 \text{sen}(\delta_2 + \theta)] \tan \phi}{P_1 \cos(\delta_1 - \theta) + W_2 \text{sen} \theta + P_2 \text{sen}(\delta_2 + \theta)}$$

$$F.S = \frac{5 * 91.4 + [133.4 \text{sen} 56^\circ + 3006.3 \cos 4^\circ + 123.9 \text{sen} 18^\circ] \tan 7^\circ}{133.4 \cos 56^\circ + 3006.3 \text{sen} 4^\circ + 123.9 \text{sen} 18^\circ}$$

$$F.S = 2.6$$

## 9. MÉTODO DE LAS DOVELAS.

Los métodos discutidos anteriormente no dependen de la distribución de los esfuerzos normales efectivos a lo largo de la superficie de falla. Sin embargo, la distribución de los esfuerzos normales efectivos a lo largo de la superficie de falla debe ser sabida. Esta condición es usualmente analizada discretizando la superficie de falla en dovelas o rebanadas más pequeñas y tratando cada dovela como un bloque único de deslizamiento. El método de dovelas es usado por muchos programas de computadora, puede acomodarse fácilmente a la geometría de la pendiente, las condiciones variables del suelo, y la influencia de límite externo de la carga.

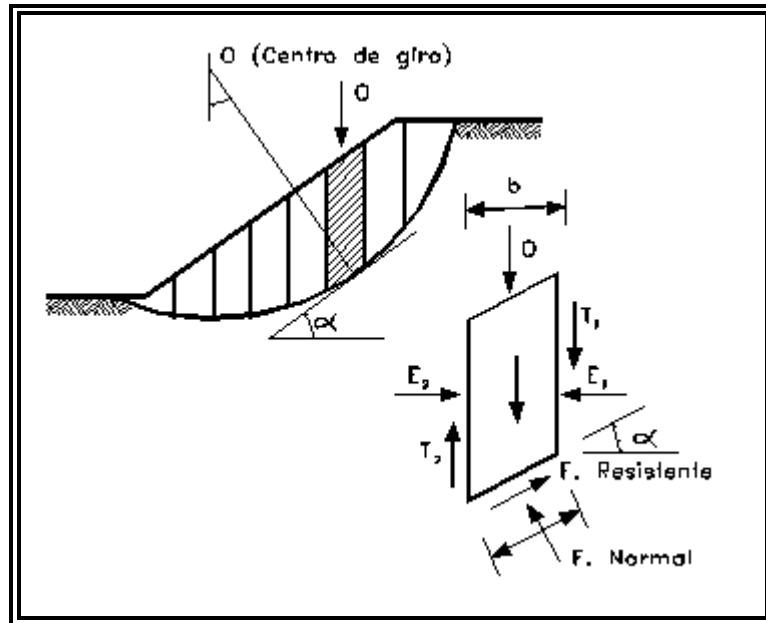
### 9.1. MÉTODO ORDINARIO O DE FELLENIUS.

El método de Fellenius asume superficies de falla circulares, divide el área de falla en dovelas verticales, obtiene las fuerzas actuantes y resultantes para cada dovela y con la sumatoria de los momentos con respecto al centro del círculo producido por estas fuerzas se obtiene el Factor de Seguridad.

Las fuerzas que actúan sobre una dovela son mostradas en la Figura 59.

- a. El peso o fuerza de gravedad, la cual se puede descomponer en una tangente y una normal a la superficie de falla.
- b. Las fuerzas resistentes de cohesión y fricción que actúan en forma tangente a la superficie de falla.

- c. Las fuerzas de presión de tierras y cortante en las paredes entre dovelas, no son consideradas por Fellenius.



**Figura 59.** Fuerzas que actúan sobre una dovela

El método de Fellenius calcula el Factor de seguridad con la siguiente expresión:

$$F.S = \frac{\sum_{i=1}^n C * L + (W * \cos \alpha - u * L) * \tan \phi}{\sum_{i=1}^n W * \sin \alpha}$$

Donde:

$\alpha$  = ángulo de inclinación de la base de la dovela con respecto a la horizontal.

W = Peso total de cada dovela.

u = Presión de poros =  $\gamma_w h_w$

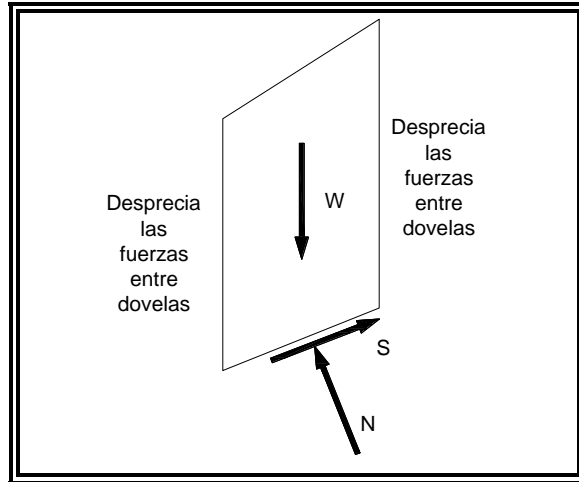
L = longitud de arco de círculo en la base de la dovela =  $b/\cos \alpha$

C = Cohesión

$\phi'$  = ángulo de fricción

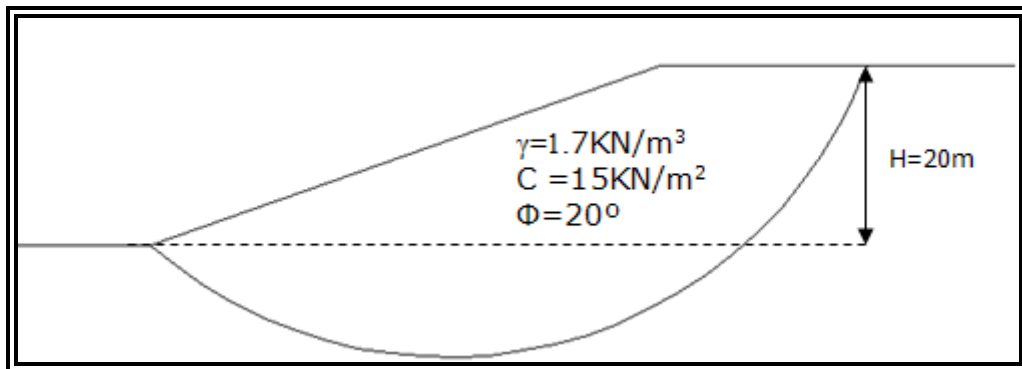
El método Ordinario o de Fellenius solamente satisface equilibrio de momentos y no satisface equilibrio de fuerzas. Los análisis por este método son sencillos y se pueden realizar de forma manual o con computador. Debe tenerse en cuenta que este método es menos preciso que otros procedimientos y la precisión disminuye a medida

que la presión de poros se hace mayor. Algunos autores recomiendan que el método Ordinario no se utilice para diseño sino solamente como una base de referencia; generalmente da factores de seguridad menores que otros métodos.



**Figura 60.** Fuerzas que actúan sobre una dovela en el método Ordinario o de Fellenius

### 9.1.1. Procedimiento para el método ordinario de Fellenius.



**Figura 61.** Ejercicio de análisis por Fellenius.

Calcular el factor de seguridad para un talud de 20 metros de alto con 2H-1V ( $26.57^\circ$ ) de inclinación y la superficie de falla mostrada en la Figura 61. El centro de la superficie de falla se encuentra en las siguientes coordenadas (35.1, 55) que concuerda con las coordenadas del pie del talud (20, 20) y un radio de 38.1 metros.

El peso específico del suelo es  $\gamma = 1,7 \text{ KN/m}^3$ . La resistencia al corte del suelo es asumida como  $C = 15 \text{ KN/m}^2$  y  $\Phi = 20^\circ$ .

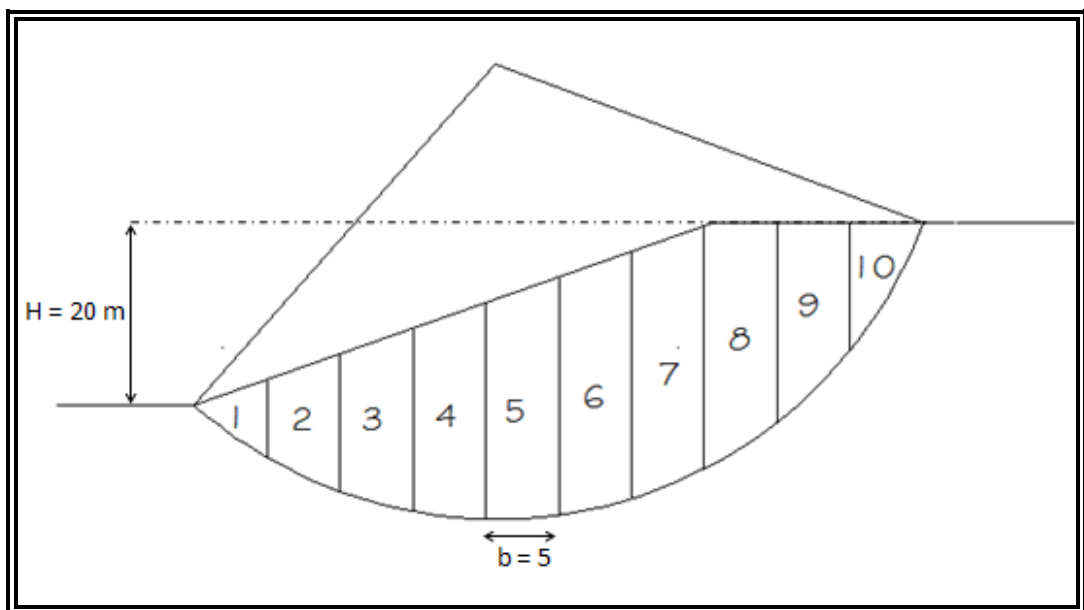
**Paso 1.** *Parámetros que se requieren para el análisis.*

Se requiere conocer:

- Cohesión del suelo  $C$  ( $\text{KN/m}^2$ )
- Peso específico del suelo  $\gamma$  ( $\text{KN/m}^3$ )
- Angulo de fricción  $\Phi$  (grados)
- Altura del talud  $H$  (metros)

**Paso 2.** *Dividir el suelo.*

Se divide un área que representa el volumen unitario de las masas, cuya estabilidad se desea conocer, en volúmenes parciales denominados dovelas o rebanadas como se muestra en la Figura 62. El ancho de las dovelas depende de la presencia de uno o más suelos, de las propiedades geotécnicas, de la presión de agua y de la geometría del talud dada por la topografía. Para simplificar los cálculos es a veces conveniente asumir un mismo espesor de dovelas, denominado  $b$ .



**Figura 62.** División de la superficie de falla

La masa del deslizamiento se divide en 10 tramos, cada uno de 5 metros de ancho  $b = 5\text{ m}$

**Paso 3:** *Hallar las alturas de cada dovela.*

Para hallar las alturas promedio de cada dovela de forma más exacta se recomienda dibujar a escala el perfil del deslizamiento con ayuda del software AutoCAD en cualquiera de sus versiones.

Para el ejemplo se realizará un cálculo tipo tomando la primera dovela y al final se presentará una tabla con los resultados obtenidos.

Dovela 1:

La altura promedio hallada en AutoCAD es:  $h_m = 2m$

**Paso 4:** *Calcular el área de cada dovela.*

Se calcula el área de cada dovela multiplicando la base (horizontal) por su altura promedio.

$$\text{Área} = b * h_m$$

Donde:

b = base de cada dovela

$h_m$  = altura media de cada dovela

Dovela 1:

$$\text{Área} = 5 * 2$$

$$\text{Área} = 10m^2$$

**Paso 5:** *Calcular el peso de cada dovela.*

Se determina el valor W que es igual al peso por unidad de área.

Si la dovela es de base muy irregular, W se determina midiendo el área de la dovela, lo cual puede ser logrado muy fácilmente en un perfil en AutoCAD, multiplicando este valor de área por el peso específico del suelo  $\gamma$ ; así este procedimiento puede dar resultados más exactos.

$$W = \text{area} * \gamma$$

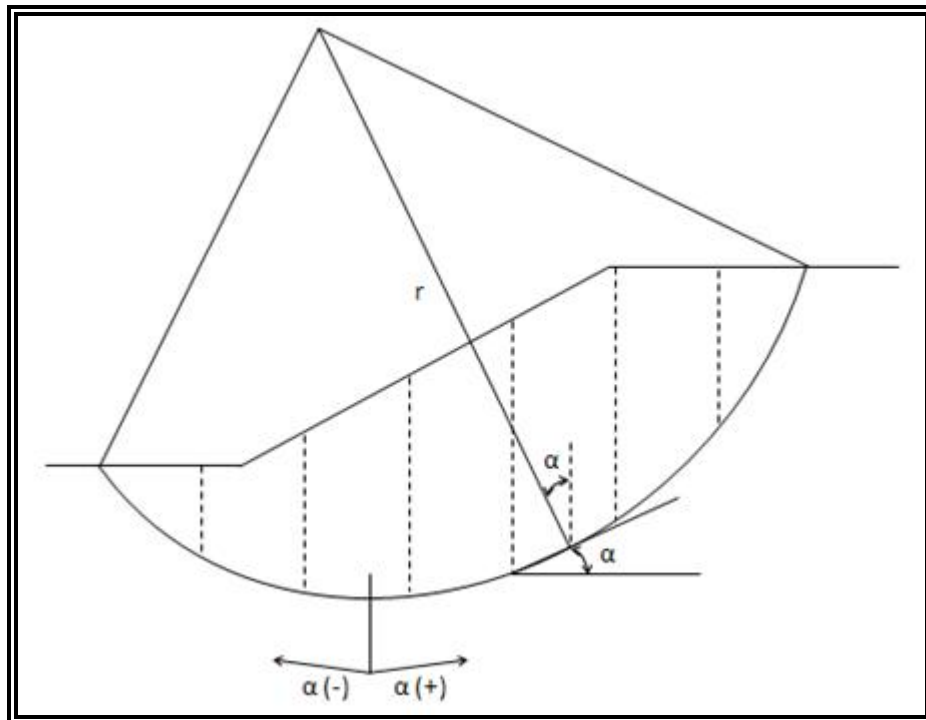
Dovela 1:

$$W = 10m^2 * 1.7KN / m^3$$

$$W = 17KN / m$$

**Paso 6.** Medir el ángulo de inclinación de la base de la dovela.

Este ángulo se puede medir manualmente con un transportador, para más precisión usar el software AutoCAD en cualquiera de sus versiones. El ángulo se puede medir desde el centro de la superficie de falla hasta el centro de cada dovela, o desde la horizontal hasta una línea tangente al inicio de cada dovela. Tenga en cuenta el signo del ángulo es de acuerdo a lo mostrado en la Figura 63.



**Figura 63.** Signo del ángulo  $\alpha$

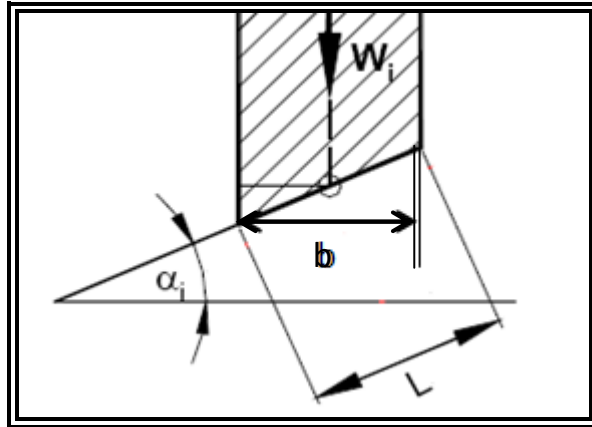
Dovela 1:

$$\alpha = -19.2$$

**Paso 7.** Calcular la longitud  $L$ .

Se calcula la longitud paralela a la superficie de falla de cada dovela de la siguiente forma:

$$L = \frac{b}{\cos \alpha}$$



**Figura 64.** Longitud L

Dovela 1:

$$L = \frac{5}{\cos -19.2}$$

$$L = 5.29m$$

**Paso 8.** Hallar la altura promedio del nivel freático para cada dovela.  $h_w$ .

Esta altura se puede medir en el dibujo a escala realizado en AutoCAD.

Para el ejemplo no se tiene nivel freático por lo tanto  $h_w = 0$ .

**Paso 9.** Calcular la presión de poros.

La presión de poros  $u$  se calcula con la siguiente fórmula:

$$u = \gamma_w * h_w$$

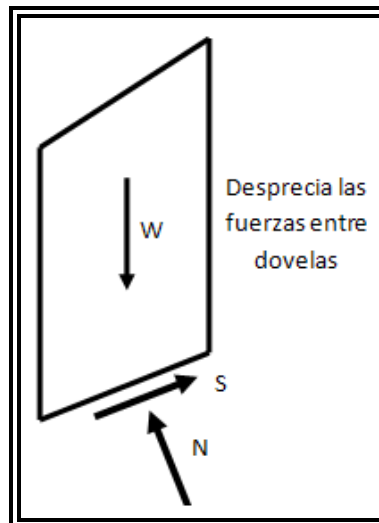
Donde:

$\gamma_w$  = peso específico del agua

$h_w$  = altura del agua.

Para este el ejercicio el valor de  $u$  es cero ya que no hay nivel freático.

**Paso 10.** Calcular la fuerza normal efectiva en cada dovela.



**Figura 65.** Fuerzas que actúan en cada dovela

La fuerza normal efectiva se calcula con la siguiente fórmula:

$$N' = C * L + (W * \cos \alpha - u * L) * \tan \phi$$

Donde:

C = cohesión.

W = peso de cada dovela.

L = longitud paralela a la superficie de falla.

$\alpha$  = Angulo de inclinación de la base de la dovela

$\phi$  = Angulo de fricción.

Dovela 1:

$$N' = C * L + (W * \cos \alpha - u * L) * \tan \phi$$

$$N' = 15 * 5.29 + (17 * \cos(-19.2^\circ) - 0 * 5.29) * \tan 20^\circ$$

$$N' = 85.26$$

**Paso 10.** Calcular la fuerza tangente en cada dovela.

La fuerza tangente se calcula con la siguiente fórmula:

$$T = W * \sin \alpha .$$

Donde:

W = peso de cada dovela

$\alpha$  = Angulo de inclinación de la base de la dovela

Dovela 1:

$$T = W * \text{sen} \alpha$$

$$T = 17 * \text{sen}(-19.2)$$

$$T = -5.59$$

**Paso 11.** Calcular el Factor de Seguridad.

El factor de seguridad se calcula con la siguiente fórmula:

$$F.S = \frac{\sum_{i=1}^n C * L + (W * \cos \alpha - u * L) * \tan \phi}{\sum_{i=1}^n W * \text{sen} \alpha}$$

Se realiza la sumatoria de la fuerza normal efectiva de todas las dovelas y se divide en la sumatoria de la fuerza tangente de todas las dovelas. Ver Tabla 3.

$$F.S = \frac{1173.70}{290.31}$$

$$F.S = 4.04$$

**Tabla 3.** Resultados de la solución por el método Ordinario o de Fellenius

$$\gamma_w = 9.81 \text{KN/m}^3$$

DOVELA	$\gamma$	Ancho	Altura	Área	Peso	Cohesión	$\Phi$	$\alpha$	L	$h_w$	U	Fuerza Normal	Fuerza Tangente
	KN/m <sup>3</sup>	b (m)	H (m)	A=b*H (m <sup>2</sup> )	W= $\gamma$ *A (KN)	C (Kpa)	Grados	Grados	L=b/cos $\alpha^\circ$ (m)	KN/m <sup>3</sup>	$\gamma_w$ * $h_w$	C'*L+(W*cos $\alpha$ -u*L)*tan $\Phi$	W * sen $\alpha$
1	1,70	5	2,0	10,0	17	15	20	-19,2	5,29	0	0	85,26	-5,59
2	1,70	5	6,0	30,0	51	15	20	-11,4	5,10	0	0	94,71	-10,08
3	1,70	5	9,0	45,0	77	15	20	-3,8	5,01	0	0	102,95	-5,07
4	1,70	5	11,5	57,5	98	15	20	3,8	5,01	0	0	110,67	6,48
5	1,70	5	13,5	67,5	115	15	20	11,4	5,10	0	0	117,45	22,68
6	1,70	5	14,5	72,5	123	15	20	19,2	5,29	0	0	121,78	40,53
7	1,70	5	15,0	75,0	128	15	20	27,4	5,63	0	0	125,68	58,68
8	1,70	5	14,5	72,5	123	15	20	36,2	6,20	0	0	129,14	72,79
9	1,70	5	12,0	60,0	102	15	20	46,2	7,22	0	0	134,05	73,62
10	1,70	5	5,0	25,0	43	15	20	58,6	9,60	0	0	152,01	36,28
												$\Sigma = 1173,70$	$\Sigma = 290,31$

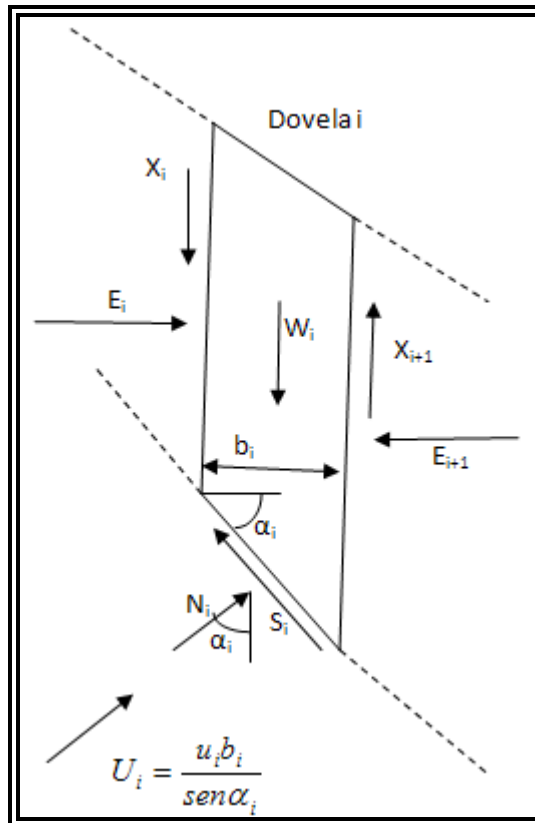
**F.S = 4,04**

## 9.2. METODO SIMPLIFICADO DE BISHOP.

El método de Bishop supone la superficie de deslizamiento circular. Es un método de cálculo por dovelas o rebanadas. Se supone la masa deslizante dividida en  $n$  dovelas verticales. En la Figura 66 se recogen las fuerzas actuantes sobre una de esas dovelas.

Estableciendo el equilibrio de momentos de toda la masa deslizante respecto al centro del círculo de deslizamiento se obtiene:

$$F.S = \frac{1}{\sum_{i=1}^n W_i \operatorname{sen} \alpha_i} \sum_{i=1}^n \left[ C_i \frac{b_i}{\operatorname{sen} \alpha_i} + N_i \tan \phi_i \right]$$



**Figura 66.** Fuerzas actuantes sobre una dovela vertical.

De las ecuaciones de equilibrio de fuerzas verticales de cada dovela se puede despejar los  $N_i$  y sustituyendo en la ecuación anterior se obtiene:

$$F.S = \frac{1}{\sum_{i=1}^n W_i \text{sen } \alpha_i} \left\{ \sum_{i=1}^n [C_i ' b_i + (W_i - u_i b_i + X_i - X_{i+1}) \tan \phi_i ' ] \frac{\sec \alpha_i}{1 + \frac{\tan \phi_i ' \tan \alpha_i}{F.S}} \right\}$$

En el método simplificado de Bishop se supone que se cumple:

$$\sum_{i=1}^n \frac{(X_i - X_{i+1}) \tan \phi_i ' \sec \alpha_i}{1 + \frac{\tan \phi_i ' \tan \alpha_i}{F.S}} = 0$$

Con esta simplificación la expresión queda:

$$F.S = \frac{1}{\sum_{i=1}^n W_i \text{sen } \alpha_i} \left\{ \sum_{i=1}^n [C_i ' b_i + (W_i - u_i b_i) \tan \phi_i ' ] \frac{\sec \alpha_i}{1 + \frac{\tan \phi_i ' \tan \alpha_i}{F.S}} \right\}$$

Donde:

b = base de la dovela

W = Peso de cada dovela

C,  $\phi$  = Parámetros de resistencia del suelo.

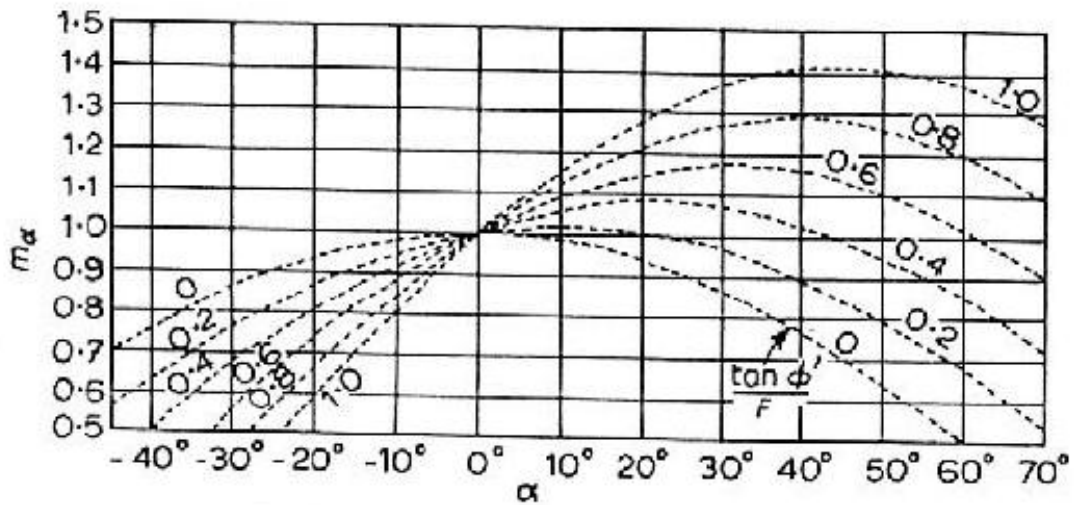
u = Presión de poros en la base de cada dovela =  $\gamma_w \times h_w$

$\alpha$  = Angulo del radio y la vertical en cada dovela.

Como F.S aparece de modo implícito ha de obtenerse mediante un proceso iterativo que suele converger rápidamente. La simplificación asumida por Bishop, hace que este método no cumpla el equilibrio de fuerzas horizontales.

Se define un parámetro  $M_\alpha$ , que recoge implícitamente el F.S, de esta manera y ayudándose del gráfico siguiente se puede conocer el factor de seguridad de una rotura circular, conociendo el ángulo de rozamiento de la superficie de rotura y el ángulo  $\alpha$ .

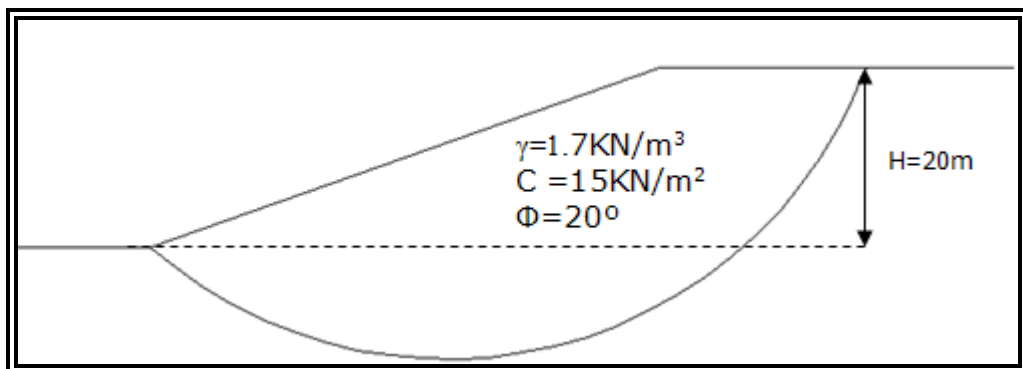
$$M_\alpha = \frac{\sec \alpha_i}{1 + \frac{\tan \phi_i ' \tan \alpha_i}{F.S}}$$



**Figura 67.** Diagrama para determinar el F.S. de manera implícita.

El método simplificado de Bishop es uno de los métodos más utilizados actualmente para el cálculo de factores de seguridad de taludes. Aunque el método solo satisface equilibrio de momentos, se considera que los resultados son muy precisos en comparación con el método Ordinario. Aunque existen métodos de mayor precisión que el método de Bishop, las diferencias de los factores de seguridad calculados no son grandes.

### 9.2.1. Procedimiento para el método Simplificado de Bishop.



**Figura 68.** Ejercicio de análisis por Bishop.

Se realizará el mismo problema planteado para el Método de Fellenius, con el fin de comparar resultados (Figura 68).

Calcular el factor de seguridad para un talud de 20 metros de alto con 2H-1V (26.57°) de inclinación y la superficie de falla mostrada en la figura. El centro de la superficie de falla se encuentra en las siguientes

coordenadas (35.1, 55), que concuerda con coordenadas del pie del talud (20, 20) y un radio de 38.1 metros.

El peso específico del suelo es  $\gamma=1.7 \text{ KN/m}^3$ . La resistencia al corte del suelo es asumida como  $C =15 \text{ KN/m}^2$  y  $\phi=20^\circ$ .

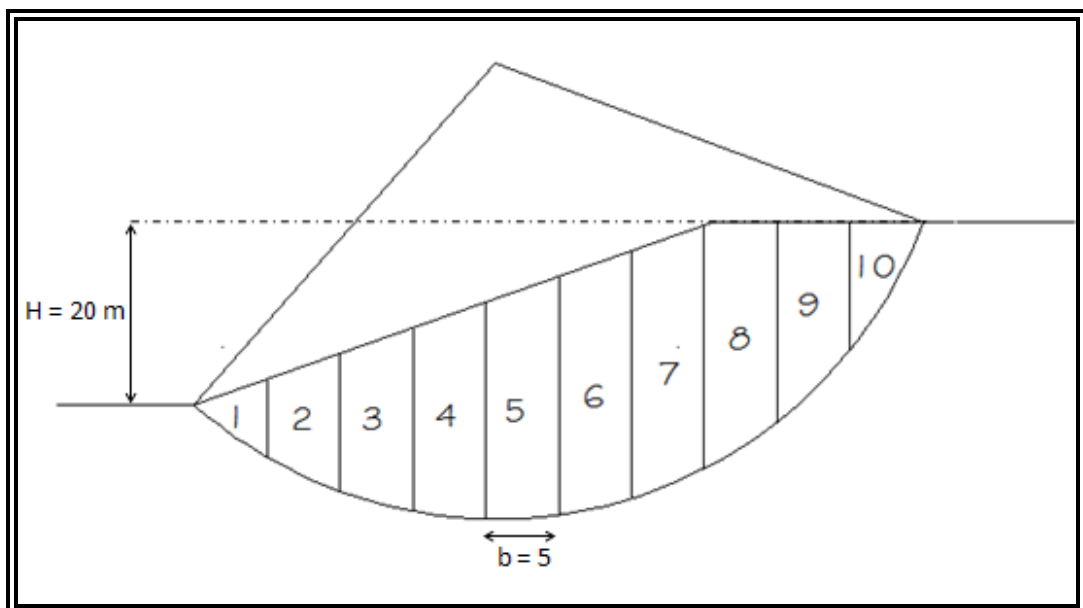
A continuación se describe los pasos a seguir para este caso, que es similar al método Ordinario o de Fellenius. Los pasos 1 a 6 son iguales para los dos métodos.

**Paso 1.** *Parámetros que se requieren para el análisis.*

Se requiere conocer:

- Cohesión del suelo  $C$  ( $\text{KN/m}^2$ )
- Peso específico del suelo  $\gamma$  ( $\text{KN/m}^3$ )
- Angulo de fricción  $\Phi$  (grados)
- Altura del talud  $H$  (metros)

**Paso 2.** *Dividir el suelo en dovelas.*



**Figura 69.** División de la superficie de falla.

La masa del deslizamiento se divide en 10 tramos, cada uno de 5 metros de ancho  $b = 5m$

**Paso 3.** *Hallar las alturas promedio de cada dovela.*

Dovela 1:

La altura promedio hallada en AutoCAD es:  $h_m = 2m$

**Paso 4.** Calcular el área de cada dovela.

Dovela 1:

$$area = 10m^2$$

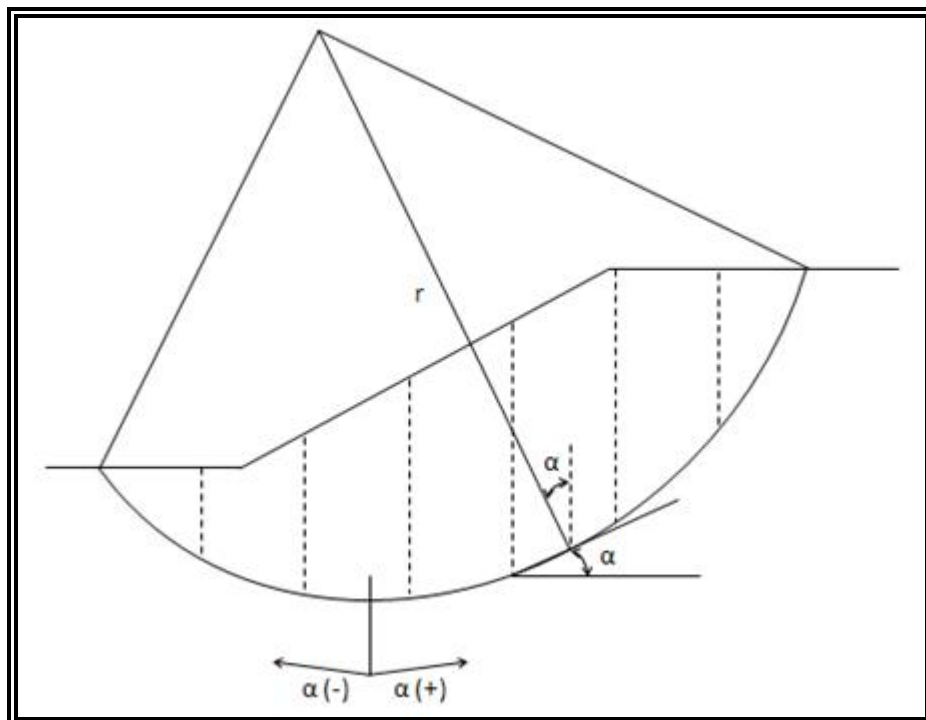
**Paso 5.** Calcular el peso de cada dovela.

Dovela 1:

$$W = 10m^2 * 1.7KN / m^3$$

$$W = 17KN / m$$

**Paso 6.** Medir el ángulo de inclinación de la base de la dovela.



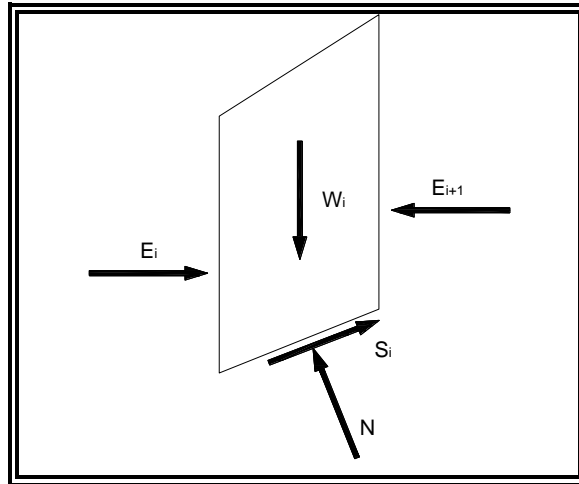
**Figura 70.** Signo del ángulo  $\alpha$ .

Dovela 1:

$$\alpha = -19.2$$

**Paso 7:** Calcular la fuerza tangente  $W \cdot \text{sen} \alpha$  para cada dovela.

Se hace el cálculo de éste término para cada una de las dovelas con el fin de obtener la sumatoria de la fuerza tangente de todas las dovelas Ver tabla 4 literal (18).



**Figura 71.** Esquemas de fuerzas sobre una dovela en el método de Bishop simplificado (Duncan y Wrigth, 2005)

Dovela 1:

$$W \text{sen} \alpha = 17 \text{sen}(-19.2) = -5.59$$

Sumatoria total:

$$\sum W \text{sen} \alpha = 290.31$$

**Paso 8:** Calcular la presión de poros en la base de la dovela.

Se calcula la presión de poros en la base de cada dovela con la siguiente ecuación:

$$ub = \gamma_w * h_w * b$$

Donde:

$\gamma_w$  = peso específico del agua

$h_w$  = altura promedio del nivel freático

b = base de la dovela

La altura promedio del nivel freático se puede medir utilizando el software AutoCAD.

Para este ejemplo, la presión de poros en la base de las dovelas es cero, ya que no existe nivel freático en el suelo.

**Paso 9:** Calcular las fuerzas resistentes para cada dovela (cohesión y fricción)

Dovela 1:

Cohesión:

$$C * b = 15 * 5$$

$$C * b = 75$$

Fricción:

$$(W - ub) \tan \phi' = (17 - 0) * \tan 20^\circ$$

$$(W - ub) \tan \phi' = 6.19$$

**Paso 10:** Sumar las fuerzas resistentes para cada dovela.

Dovela1:

$$C * b + (W - ub) \tan \phi' = 75 + 6.19 = 81.19$$

Con estas fuerzas se obtiene la sumatoria total. Ver tabla 4 columna (14).

$$\sum [C * b + (W - ub) \tan \phi'] = 1068.66$$

**Paso 11:** Calcular un Factor de Seguridad aproximado.

Este factor de seguridad se halla de la siguiente manera:

$$F.S_{aprox} = \frac{\sum [C * b + (W - ub) \tan \phi']}{\sum W \sin \alpha}$$

Los valores para reemplazar en la formula anterior se toman de la tabla 4 columna (8) y (14).

$$F.S_{aprox} = \frac{1068.66}{290.31}$$

$$F.S_{aprox} = 3.68$$

**Paso 12:** Calcular el Factor de Seguridad.

Con el F.S aproximado, se escoge un F.S ligeramente superior a éste para una primera iteración, para hallar el multiplicador  $\frac{\sec \alpha}{1 + \tan \alpha \frac{\tan \phi'}{F.S}}$

de la columna (16) de la tabla 4.

En este caso se toma un  $F.S_1=3.8$  y se calcula el multiplicador para cada dovela.

Dovela 1:

$$\frac{\sec \alpha}{1 + \tan \alpha \frac{\tan \phi'}{F.S}} = \frac{\sec(-19.2)}{1 + \tan(-19.2) \frac{\tan 20^\circ}{3.8}} = 1.09$$

Luego este valor se multiplica por la suma de las fuerzas resistentes:

$$C * b + (W - ub) \tan \phi' * \frac{\sec \alpha}{1 + \tan \alpha \frac{\tan \phi'}{F.S}} = 81.19 * 1.09 = 88.82$$

Columna (14) multiplicada por la columna (16).

Se halla la sumatoria total:

$$\sum C * b + (W - ub) \tan \phi' * \frac{\sec \alpha}{1 + \tan \alpha \frac{\tan \phi'}{F.S}} = 1205.01$$

Este valor esta en el literal (20).

Y por último el valor anterior se divide por la sumatoria de la fuerza tangente  $\sum W \sin \alpha$  que es el literal (18), para hallar el factor de seguridad.

$$F.S = \frac{\sum [C * b + (W - ub) \tan \phi'] \frac{\sec \alpha}{1 + \frac{1}{F.S} (\tan \phi' \tan \alpha)}}{\sum W \sin \alpha}$$

$$F.S = \frac{1205.01}{290.31}$$

$$F.S = 4.15$$

El resultado es F.S=4.15, por lo tanto F.S<sub>2</sub>=4.15 es utilizado para una segunda iteración y los nuevos cálculos confirman que éste es el Factor de Seguridad.

**Tabla 4.** Resultados de la solución por el método ordinario o de Bishop

$\gamma$ (KN/m <sup>3</sup> )	1,7
Cohesión (KN/m <sup>2</sup> )	15
$\phi'$ (grados)	20
$\gamma_w$ (KN/m <sup>3</sup> )	9,81

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
DOVELA	ancho b (m)	altura h (m)	área A=b*h (m <sup>2</sup> )	peso W= $\gamma$ *A (KN)	$\alpha$ (grados)	sen $\alpha$	Wsen $\alpha$ (5)x(7)	cohesión C*b	Hw
1	5	2,0	10,0	17	-19,2	-0,33	-5,59	75,0	0
2	5	6,0	30,0	51	-11,4	-0,20	-10,08	75,0	0
3	5	9,0	45,0	77	-3,8	-0,07	-5,07	75,0	0
4	5	11,5	57,5	98	3,8	0,07	6,48	75,0	0
5	5	13,5	67,5	115	11,4	0,20	22,68	75,0	0
6	5	14,5	72,5	123	19,2	0,33	40,53	75,0	0
7	5	15,0	75,0	128	27,4	0,46	58,68	75,0	0
8	5	14,5	72,5	123	36,2	0,59	72,79	75,0	0
9	5	12,0	60,0	102	46,2	0,72	73,62	75,0	0
10	5	5,0	25,0	43	58,6	0,85	36,28	75,0	0

(18)  $\Sigma W \text{sen} \alpha = 290,31$

$$\frac{\sec \alpha}{1 + \frac{1}{F} (\tan \phi' \tan \alpha)}$$

(11)	(12)	(13)	(14)	(15)	(16)		(17)	
ub= $\gamma w * h w * b$	W-ub (5)-(11)	fricción (W-ub)tan $\phi'$	coh+fric (9)+(13)	Sec $\alpha$	Ensayo 1 F.S <sub>1</sub> = 3,80	Ensayo 2 F.S <sub>2</sub> =4,15	Resistencia del arco	
							Ensayo 1 (14)x(16)	Ensayo 2 (14)x(16)
0	17,00	6,19	81,19	1,06	1,09	1,09	88,82	88,87
0	51,00	18,56	93,56	1,02	1,04	1,04	97,25	97,28
0	76,50	27,84	102,84	1,00	1,01	1,01	103,70	103,71
0	97,75	35,58	110,58	1,00	1,00	1,00	110,15	110,14
0	114,75	41,77	116,77	1,02	1,00	1,00	116,95	116,91
0	123,25	44,86	119,86	1,06	1,03	1,03	122,97	122,91
0	127,50	46,41	121,41	1,13	1,07	1,07	130,47	130,38
0	123,25	44,86	119,86	1,24	1,16	1,16	138,98	138,86
0	102,00	37,12	112,12	1,44	1,31	1,31	147,24	147,08
0	42,50	15,47	90,47	1,92	1,64	1,64	148,49	148,31
		<b>(19) Σ=</b>	<b>1068,66</b>		<b>(20) Σ=</b>	<b>1205,01</b>	<b>1204,44</b>	
		<b>(19)/(18) F.S aprox=</b>	<b>3,68</b>		<b>F.S=(20)/(18)</b>	<b>4,15</b>	<b>4,15</b>	

## CAPITULO

# 10

## 10. OTROS MÉTODOS DE EQUILIBRIO LÍMITE.

Los métodos de análisis utilizando equilibrio límite son varios, en este manual se trabajaron algunos de ellos explicados anteriormente; a continuación se indicara de manera general otros métodos de cálculo.

### 10.1. METODO DE LA ESPIRAL LOGARITMICA.

En 1935 Rendulio propuso la espiral logarítmica como trazo de una superficie de deslizamiento más real, pero Taylor en 1937 puso de manifiesto que esta curva complica bastante los cálculos, proporcionando resultados tan similares a la circunferencia, que su uso probablemente no se justifica.

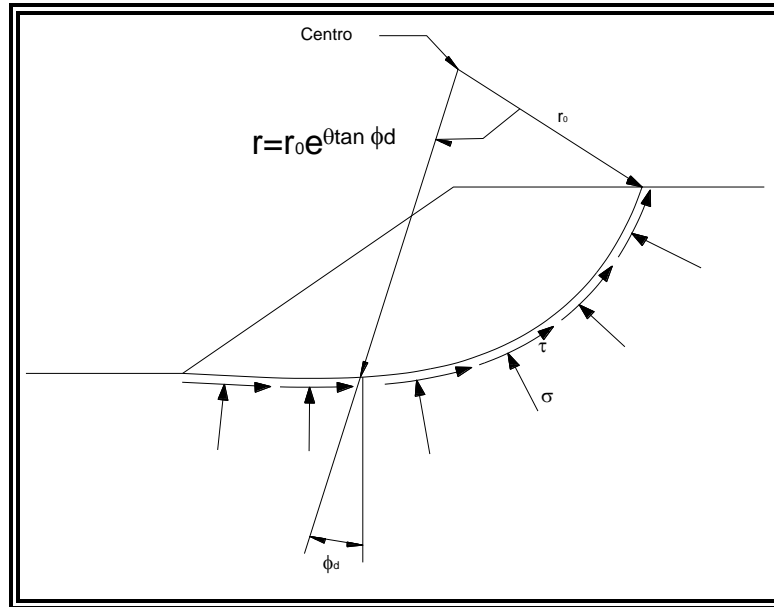
En el procedimiento de la espiral logarítmica la superficie de falla se supone que tiene una forma de espiral como se muestra en la Figura 72.

Inicialmente se supone un punto de centro y un radio  $r_0$  para definir la espiral. El radio de la espiral varía con el ángulo de rotación  $\theta$  alrededor del centro de la espiral de acuerdo con la expresión:

$$r = r_0 e^{\theta \tan \phi}$$

Donde:

$\Phi_d$  = es el ángulo de fricción desarrollado el cual depende del ángulo de fricción y del factor de seguridad.



**Figura 72.** Talud y superficie de falla de espiral logarítmica (Frohlich, 1953).

Los esfuerzos al cortante pueden expresarse en esfuerzos totales de acuerdo a la siguiente expresión:

$$\tau = \frac{c}{F} + \sigma \frac{\tan \phi}{F}$$

O en términos de las resistencias desarrolladas

$$\tau = c_d + \sigma \tan \phi_d$$

Las ecuaciones de la espiral logarítmica son relativamente complejas para cálculos manuales debido a la forma de la superficie de falla. Sin embargo, utilizando computadores el análisis es relativamente sencillo. El método de la espiral logarítmica satisface equilibrios de fuerzas y de momentos y eso hace que el procedimiento sea relativamente preciso. Para algunos autores este método es teóricamente el mejor procedimiento para el análisis de taludes homogéneos igualmente el método de la espiral logarítmica es utilizado en varios programas de computador para el diseño de taludes reforzados utilizando geomallas o mailing (Duncan y Wright, 2005).

## 10.2. METODO DEL ARCO CIRCULAR

El método del arco circular o círculo sueco se le utiliza para suelos cohesivos solamente con ( $\Phi = 0$ ). El método fue propuesto por Petterson en 1916 (Petterson, 1955) pero solamente fue formalizado por Fellenius en 1922. En la práctica el método es un caso de la espiral logarítmica en el cual la espiral se convierte en círculo. Sin embargo, los análisis son mucho más sencillos para el caso del arco circular y el desarrollo de este método fue anterior al de la espiral logarítmica.

En el método del arco circular se supone un círculo de falla y se analizan los momentos con relación al centro del círculo.

$$F = \frac{C * l * r}{W a}$$

Donde:

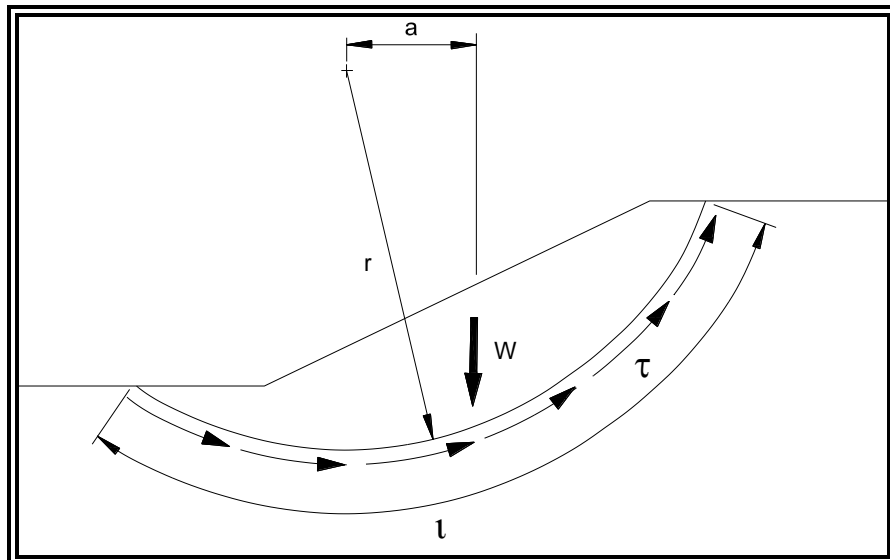
C = cohesión

l = longitud del arco de círculo

r = radio del círculo

W = peso total de la masa en movimiento

a = brazo de la fuerza W con respecto al centro del círculo



**Figura 73.** Fuerzas en un análisis de arco circular ( $\phi = 0$ ). (Duncan y Wright, 2005).

El método del arco circular satisface tanto equilibrio de fuerzas como equilibrio de momentos. Aunque la ecuación fue desarrollada inicialmente para un valor único de cohesión puede extenderse para cohesiones diferentes a lo largo del arco circular y se puede reemplazar el término  $c \times l \times r$  por el término  $\Sigma c \times l \times r$ . El procedimiento de análisis es sencillo y la única dificultad es el cálculo del brazo (a) para el momento de la fuerza W.

### 10.3. MÉTODO DE JANBU.

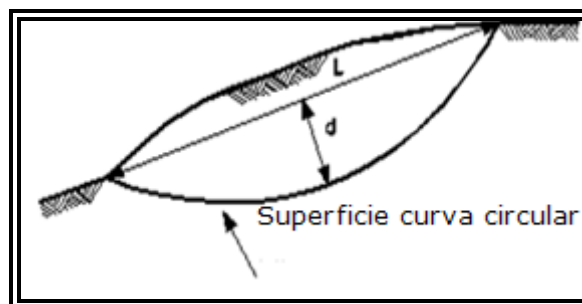
El método simplificado de Janbú se basa en la suposición que las fuerzas entre dovelas son horizontales y no tiene en cuenta las fuerzas de cortante, pero a diferencia de Bishop busca el equilibrio de fuerzas y no de momentos. Janbú considera que las superficies de falla no necesariamente son circulares.

Experiencias posteriores hicieron ver que la interacción nula en el caso de equilibrio de fuerzas era demasiado restrictiva, lo que obligó a introducir un factor de corrección empírico  $f_o$  aplicable al Factor de Seguridad. El factor  $f_o$  depende de la curvatura de la superficie de falla (Figura 74).

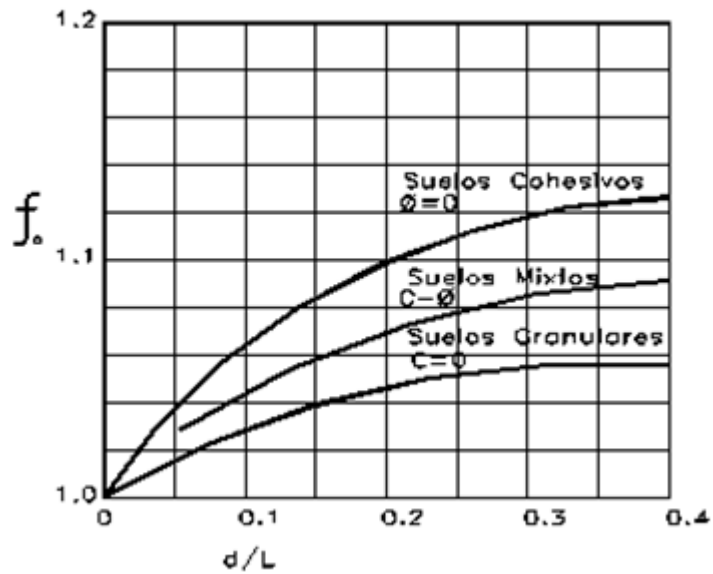
En versión posterior, en el denominado *método riguroso*, se define una línea de empuje entre las dovelas y se buscan los equilibrios en fuerzas y momentos respecto al centro de la base de cada una.

De acuerdo con Janbú el factor de seguridad se calcula con la siguiente ecuación (ecuación modificada):

$$F.S. = \frac{f_o \sum \left\{ [C * b + (W - ub) \tan \phi] \frac{1}{\cos \alpha m a} \right\}}{\sum (W \tan \alpha)}$$



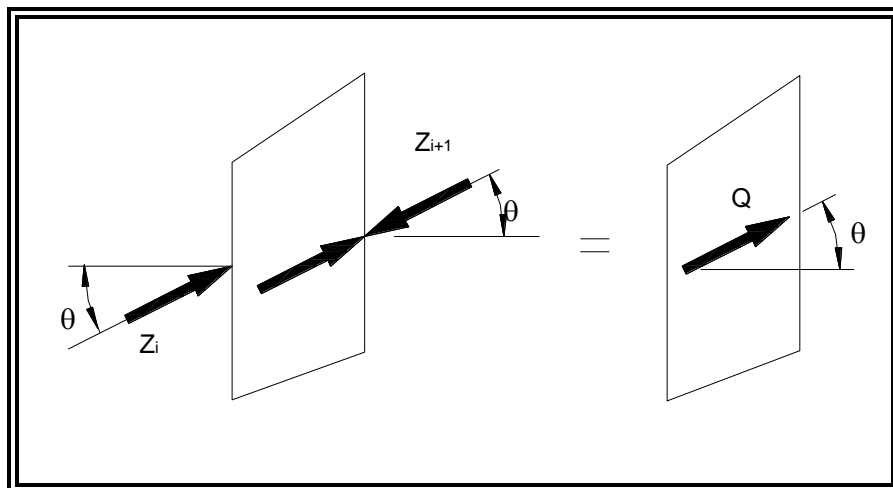
**Figura 74.** Superficie de falla para utilizar el método de Janbu



**Figura 75.** Diagrama para determinar el factor  $f_0$  para el método de Janbú.

#### 10.4. MÉTODO DE SPENCER.

El método de Spencer es un método que satisface totalmente el equilibrio tanto de momentos como de esfuerzos. El procedimiento de Spencer (1967) se basa en la suposición que las fuerzas entre dovelas son paralelas las unas con las otras o sea que tienen el mismo ángulo de inclinación. (Figura 76)



**Figura 76.** Paralelismo de las fuerzas entre dovelas en el método de Spencer.

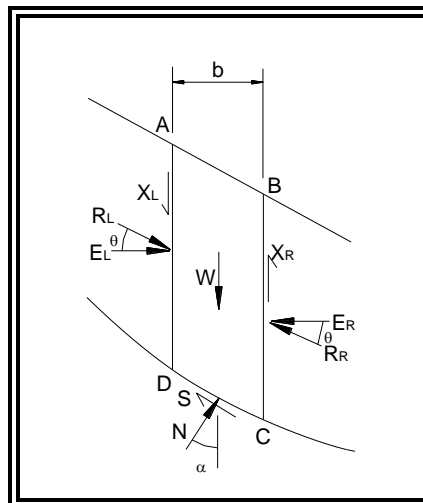
La inclinación específica de estas fuerzas entre partículas es desconocida y se calcula como una de las incógnitas en la solución de las ecuaciones de equilibrio.

Spencer inicialmente propuso su método para superficies circulares pero este procedimiento se puede extender fácilmente a superficies no circulares.

Spencer plantea dos ecuaciones una de equilibrio de fuerzas y otra de equilibrio de momentos, las cuales se resuelven para calcular los factores de seguridad F.S y los ángulos de inclinación de las fuerzas entre dovelas  $\theta$ .

Se utiliza un sistema de ensayo y error para resolver las ecuaciones para F.S y  $\theta$ . Se asumen valores de estos factores en forma repetitiva hasta que se alcanza un nivel aceptable de error. Una vez se obtienen los valores de F.S y  $\theta$  se calculan las demás fuerzas sobre las dovelas individuales.

El método de Spencer se considera muy preciso y aplicable para casi todo tipo de geometría de talud y perfiles de suelo y es tal vez el procedimiento de equilibrio completo más sencillo para el cálculo de factor de seguridad. (Duncan y Wright, 2005).



**Figura 77.** Fuerzas que actúan sobre las dovelas en el método de Spencer.

### 10.5. MÉTODO DE MORGENSTERN-PRICE.

El método de Morgenstern y Price (1965) asume que existe una función que relaciona las fuerzas de cortante y las fuerzas normales entre dovelas. Esta función puede considerarse constante como en el

caso del método de Spencer o puede considerarse otro tipo de función. Esta posibilidad de suponer una determinada función para determinar los valores de las fuerzas entre dovelas lo hace un método más riguroso que el de Spencer.

Sin embargo, esta suposición de funciones diferentes tiene muy poco efecto sobre el cálculo de factor de seguridad cuando se satisface el equilibrio estático y hay muy poca diferencia entre los resultados del método de Spencer y el de Morgenstern y Price. El método de Morgenstern y Price al igual que el Spencer es un método muy preciso aplicable a prácticamente todas las geometrías y perfiles de suelo y trata de alcanzar tanto el equilibrio de momentos como de fuerzas.

#### **10.6. MÉTODO DE SARMA.**

El método de Sarma (1973) es muy diferente a todos los métodos descritos anteriormente porque este considera que el coeficiente sísmico es desconocido y el factor de seguridad desconocido. Se asume un factor de seguridad y se encuentra cual es el coeficiente sísmico requerido para producir este factor de seguridad. Generalmente, se asume que el factor de seguridad es uno y se calcula el coeficiente sísmico requerido para que se obtenga este factor de seguridad. En el método de Sarma la fuerza cortante entre dovelas es una relación con la resistencia al cortante. El procedimiento de Sarma fue desarrollado para análisis sísmicos de estabilidad y tiene algunas ventajas sobre otros métodos para este caso. Por sus características es aplicable a dovelas no verticales, y suele ser muy utilizado en el cálculo por Elementos Finitos.

#### **10.7. LOWE Y KARAFIATH.**

El método de Lowe y Karafiath (1960) es prácticamente idéntico al del cuerpo de ingenieros con la excepción que la dirección de las fuerzas entre partículas varía de borde a borde en cada dovela. Su resultado es menos preciso que los que satisfacen equilibrio completo y al igual que el método del cuerpo de ingenieros, es muy sensitivo a la inclinación supuesta de las fuerzas entre partículas. Si se varía el ángulo de estas fuerzas se varía substancialmente el factor de seguridad.

Este método se utiliza para cualquier forma de superficie de falla. Analiza el equilibrio de fuerzas. Asume que las fuerzas entre partículas

están inclinadas a un ángulo igual al promedio de la superficie del terreno y las bases de las dovelas. Esta simplificación deja una serie de incógnitas y no satisface el equilibrio de momentos. Se considera el más preciso de los métodos de equilibrio de fuerzas.

#### **10.8. METODO DEL CUERPO DE INGENIEROS (Sueco modificado).**

Actualmente reciben el nombre genérico de Método Sueco aquellos procedimientos de cálculo de estabilidad de taludes en que se utiliza la hipótesis de falla circular. El método del cuerpo de ingenieros (1970) dice que la inclinación de las fuerzas entre dovelas es seleccionada por el analista y tiene el mismo valor para todas las dovelas. El cuerpo de ingenieros recomienda que la inclinación deba ser igual al promedio de la pendiente del talud. Este método satisface equilibrio de fuerzas pero no satisface equilibrio de momentos y se utiliza para cualquier forma de superficie de falla. Los factores de seguridad son generalmente altos.

#### **10.9. MÉTODO DE CHEN Y MORGENSTERN.**

El método de Chen y Morgenstern (1983) es una refinación del método de Morgenstern y Price e intenta mejorar los estados de esfuerzos en las puntas de la superficie de falla. Chen y Morgenstern recomiendan que en los extremos de la superficie de falla las fuerzas entre partículas deban ser paralelas al talud.

## 11. ANALISIS DE ESTABILIDAD DE TALUDES UTILIZANDO METODOS NUMERICOS

Los mecanismos de falla de los deslizamientos son con frecuencia muy complejos e incluyen factores muy difíciles de investigar con análisis convencionales de equilibrio límite.

Los análisis de equilibrio límite se limitan a problemas relativamente simples incluyendo muy poca información del mecanismo de falla. La mayoría de problemas de estabilidad de taludes incluyen complejidades relacionados con geometría, anisotropía, comportamiento no lineal esfuerzos "in situ" y la presencia de procesos afines como son las presiones de poro y las cargas sísmicas. La principal limitación de los métodos de equilibrio límite está en su inhabilidad para tener en cuenta las deformaciones, las cuales pueden determinar el proceso de falla particularmente en los procesos de falla progresiva y los que dependen del factor tiempo. Para resolver estas limitaciones se utilizan técnicas de modelación numérica que permiten soluciones aproximadas a problemas que no es posible resolver utilizando procedimientos de equilibrio límite.

Los modelos numéricos son muy útiles para analizar fallas en las cuales no existe una superficie continua de cortante como es el caso de las fallas por "volteo". La incorporación de los defectos o discontinuidades dentro del modelo permiten estudiar el comportamiento del talud.

Los métodos numéricos de análisis pueden clasificarse en varias categorías como se muestra en la Tabla 5 Modificado de Deangeli y Ferrero (2000)

**Tabla 5.** Métodos numéricos para la estabilidad de taludes.

<b>MÉTODO</b>	<b>CARACTERÍSTICAS</b>	<b>UTILIZACIÓN</b>
<b>ELEMENTOS FINITOS (FEM)</b>	Se asume una malla de elementos con sus respectivos nodos y las propiedades elastoplásticas de los materiales.	Se aplica a taludes que puedan considerarse como masas continuas sin bloques.
<b>DIFERENCIAS FINITAS (FDM)</b>	Se elabora una malla con una variedad de relación esfuerzo-deformación.	Se utiliza para modelar masa rocosa con un alto grado de fracturación.
<b>ELEMENTOS DISTINTOS O DISCRETOS (DEM)</b>	Se divide el talud en elementos con sus propiedades internas y de las uniones entre los elementos que se pueden mover libremente.	Se aplica para analizar inclinación de bloques.
<b>ELEMENTOS DE BORDE (BEM)</b>	Se discretizan las áreas para poder modelar la ocurrencia de agrietamientos en el talud.	Se utiliza para estudiar problemas de propagación de grietas

### **11.1. METODO DE ELEMENTOS FINITOS.**

El método de elementos finitos resuelve muchas de las deficiencias de los métodos de equilibrio límite, este método fue introducido por Clough y Woodward (1967). El método esencialmente divide la masa de suelo en unidades discretas que se llaman elementos finitos. Estos elementos se interconectan en sus nodos y en bordes predefinidos. El método típicamente utilizado es el de la formulación de desplazamientos, el cual presenta los resultados en forma de esfuerzos y desplazamientos a los puntos nodales. La condición de falla obtenida es la de un fenómeno progresivo en donde no todos los elementos

fallan simultáneamente. Aunque es una herramienta muy poderosa su utilización es muy compleja y su uso muy limitado para resolver problemas prácticos. Wong (1984) menciona la dificultad de obtener factores de seguridad a la falla, pero esta limitación ha sido resuelta por métodos más recientes (Ugai, 1989).

Un análisis por elementos finitos debe satisfacer las siguientes características:

1. Debe mantenerse el equilibrio de esfuerzos en cada punto, el cual es realizado empleando la teoría elástica para describir los esfuerzos y deformaciones. Para predecir el nivel de esfuerzos se requiere conocer la relación esfuerzo - deformación.
2. Las condiciones de esfuerzos de frontera deben satisfacerse.

Existe dificultad en la mayoría de los casos prácticos reales para definir la relación esfuerzo - deformación, por lo difícil que es describir los depósitos de suelos naturales en términos de esfuerzo - deformación.

Otra limitante es el poco conocimiento de los esfuerzos reales "in situ" que se requieren para incorporar en el modelo. Solamente en casos de proyectos de grandes presas y cortes en roca para objetivos mineros, se han desarrollado programas exitosos de estudio de taludes por elementos finitos.

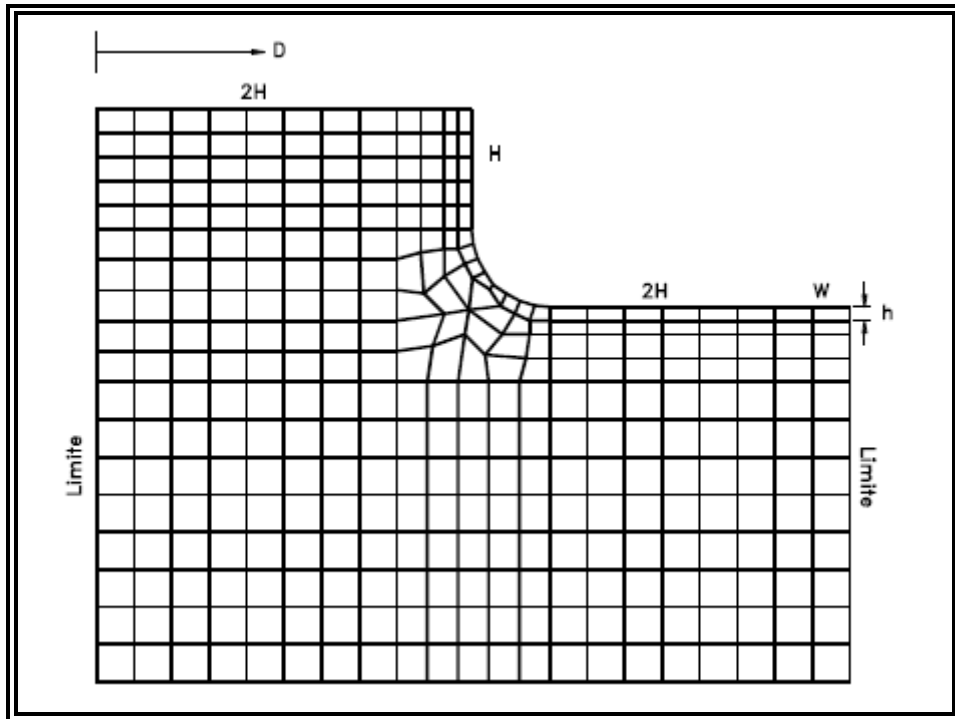
Generalmente, se usa un análisis en dos direcciones por la facilidad de su aplicación, de acuerdo a la capacidad de los computadores sencillos. El análisis planar o en dos direcciones asume cero esfuerzo o cero deformación en las superficies laterales del modelo, por lo tanto para que se simulen las condiciones de campo se requiere que existan esas condiciones.

El empleo de análisis en dos direcciones se puede ampliar aplicando al modelo una carga hidrostática lateral.

En la Figura 78 se muestra una malla típica para el análisis de un talud por elementos finitos (Ashford y Sitar 1994). Generalmente, las mallas analizadas contienen elementos de tamaño uniforme con anchos ( $w$ ) y alturas ( $h$ ) iguales. El tamaño y forma de los elementos influye en forma importante sobre los resultados obtenidos. Es común que entre más pequeños sean los elementos se obtienen mayores niveles de

esfuerzos de tensión en la cresta del talud, para el caso de la Figura 78.

La altura del elemento es tal vez el factor más importante y se recomiendan por lo menos diez niveles de elementos entre el pié y la cabeza del talud para simular en forma precisa el comportamiento del talud.



**Figura 78.** Malla típica para el análisis de un talud vertical por elementos finitos (Ashford y Sitar 1994).

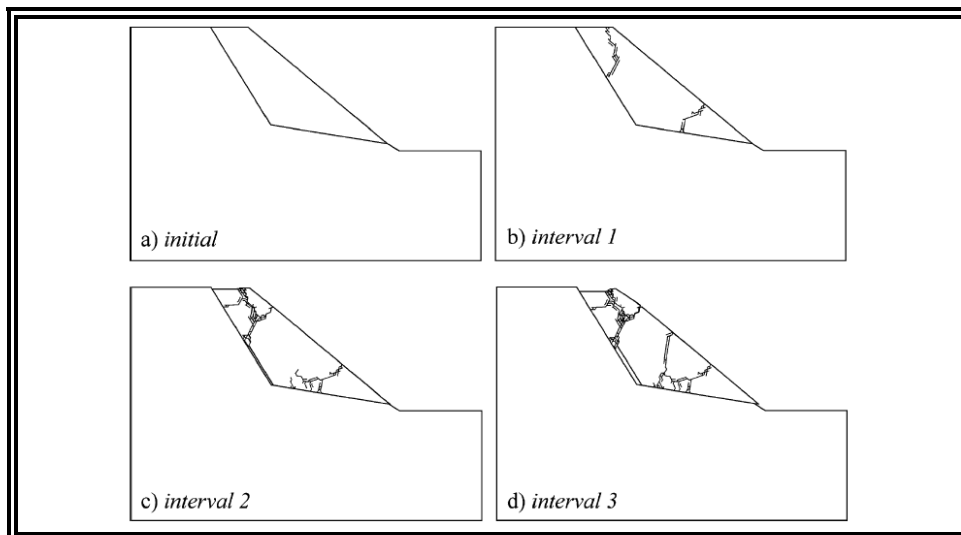
Existe en la literatura una gran cantidad de sistemas de elementos finitos con sus respectivos programas de computador, especialmente para taludes en roca, donde los defectos geológicos de la roca, más que la resistencia de la roca en sí, controlan la estabilidad de un talud determinado. Los modelos numéricos son muy útiles para analizar fallas en las cuales no existe una superficie continua de cortante como es el caso de las fallas por "volteo". La incorporación de los defectos o discontinuidades dentro del modelo permiten estudiar el comportamiento del talud. Los elementos finitos pueden emplearse para estudiar las diversas posibilidades de falla en un talud con juntas o para encontrar los efectos de varios sistemas de estabilización para el estudio en casos generales, donde las propiedades de los suelos o rocas y condiciones de frontera se pueden suponer.

## 11.2. MÉTODOS DE DIFERENCIAS FINITAS.

En el método de diferencias finitas los materiales son representados por zonas para formar una malla de acuerdo a la geometría y se puede seleccionar una variedad de relaciones esfuerzo/deformación (FLAC 1998). El método se basa en el esquema de cálculo de "Lagrange" el cual permite modelar deformaciones de gran escala y el colapso de los materiales (Sciarra, 2000). El esquema general de análisis consiste en el re-equilibrio del sistema y el estudio de las condiciones de falla.

El método de diferencias finitas es poco utilizado en estabilidad de taludes con excepción de los análisis de flujo, consolidación y transporte de contaminantes. Sin embargo, el método puede manejarse para utilizarse en reemplazo o en complemento del método de elementos finitos.

El método de diferencias finitas tiene la ventaja que no requiere la solución de gran cantidad de ecuaciones y es más fácil introducir modelos especiales de suelo. Sin embargo, el modelo diferencias finitas es muy complejo en 3D y existe muy poca experiencia de su uso en estabilidad de taludes.



**Figura 79.** Modelo de fractura utilizando elementos de borde con modelo ELFEN (Stead y otros, 2006).

## 11.3. METODO DE ELEMENTOS DISTINTOS O DISCRETOS.

Un modelo discontinuo trata las masas de roca como un ensamblaje de elementos distintos de bloques o cuerpos interactuantes que están sometidos a cargas externas y se espera que tengan movimientos

significativos en el tiempo. Esta metodología se le conoce como de elementos discretos. El desarrollo de los procedimientos de elementos discretos ha permitido un avance importante en la modelación de taludes en roca. La base del método de elementos discretos es que la ecuación dinámica de equilibrio para cada bloque en el sistema es formulada y resuelta repetitivamente hasta que las condiciones y leyes de contacto y de borde se satisfacen. Esto representa una interacción no lineal compleja entre los diversos bloques.

Los factores externos como las presiones de poro y las fuerzas sísmicas también pueden simularse sobre los elementos discretos. Los métodos de elementos distintos o discretos es particularmente útil para análisis de caídas, inclinaciones, y deslizamientos diversos en macizos de roca (Stead y otros, 2000).

Los elementos discretos se basan en la mecánica de medios discontinuos donde el comportamiento del talud está gobernado principalmente por el efecto de las juntas y grietas. En estos casos el método de elementos finitos no es aplicable y se requiere trabajar con elementos discretos o independientes. Este método está caracterizado por lo siguiente:

- Se calculan deformaciones finitas y rotaciones de cada uno de los bloques suponiendo los bloques rígidos o deformables.
- Los bloques que originalmente se encuentran conectados pueden separarse en el proceso de análisis.
- Se pueden desarrollar automáticamente contactos nuevos entre los bloques que se desplazan o rotan.

El modelo de elementos discretos no es comparable con el modelo de elementos finitos debido a que en cada uno de estos modelos los materiales se comportan en forma diferente. La principal desventaja del método de elementos discretos es la dificultad para establecer etapas de construcción.

Para elaborar un modelo de elementos discretos se requiere experiencia para determinar los valores más apropiados para los parámetros de entrada tales como la rigidez de las juntas. Estos parámetros generalmente no se pueden obtener de ensayos de laboratorio y al suponerlos conduce a problemas de cálculo.

Este método de cálculo permite obtener factores de seguridad locales (por cada elemento que constituye el talud) y movimientos; el modelo de cálculo adoptado permite el análisis no lineal con la repartición de las tensiones. Con este método es posible conocer los movimientos del suelo, evaluar la rotura progresiva, aplicar varios modelos de relación esfuerzo/deformación.

#### **11.4. METODO DE ELEMENTOS DE BORDE.**

El método de elementos de borde ha adquirido gran importancia en el análisis de estabilidad de taludes en materiales discontinuos o fracturados y es una alternativa al método de elementos finitos. Igualmente permite trabajarlo en forma conjunta (Beer y Watson, 1992).

Ventajas del método de elementos de borde:

- La discretización del área y no del volumen reduce los esfuerzos de procesamiento.
- La discretización de áreas conduce a sistemas de menor número de ecuaciones y se requiere menos tiempo de computador y capacidad de disco.
- Se puede modelar fracturas e interfaces entre materiales localizados donde se requiera.

Desventajas:

- Solo se puede considerar comportamientos en materiales elásticos con excepción de las interfaces y discontinuidades.
- Los sistemas de ecuaciones son generalmente no simétricos.
- No es posible modelar secuencias de excavación ni estructuras de soporte.
- La formulación estándar no permite trabajar con gran cantidad de juntas en la roca distribuidas en forma aleatoria.
- Existe poca experiencia comparativamente con el método de elementos finitos.

## 12. USO DE SOFTWARE.

El auge que ha tomado en los últimos años el uso del computador prácticamente, ha obligado a su empleo para el análisis de estabilidad de taludes en la mayoría de los casos. Este sistema ha permitido incorporar más información en los modelos de análisis y permite analizar situaciones que resultaban muy complejas con los sistemas manuales. Actualmente se conocen programas comerciales de software para computador, los cuales permiten de una forma rápida y sencilla obtener los factores de seguridad de taludes o laderas con cierto grado de complejidad y por cualquiera de los métodos de análisis. Algunos métodos emplean los elementos finitos, con muy poco éxito en la estabilidad de taludes específicos, y otros emplean análisis de equilibrio por interacción, siendo este último sistema muy empleado universalmente.

Los programas para analizar la estabilidad de taludes cuenta con un sin número de opciones a continuación se presenta una lista de algunas opciones que se presentan en algunos programas:

- Cálculo de factores de seguridad por el método de Janbu, con mecanismos de rotura de cuerpos rígidos, o con el método de las cuñas deslizantes.
- Cálculo de la estabilidad global del sistema (Bishop).
- Seguridad al deslizamiento.
- Seguridad al vuelco.
- Verificación de la capacidad portante del suelo.

- Ingreso y cambio de datos del sistema mediante tablas o directamente en el gráfico.
- Considera aceleraciones horizontales y verticales producidas por movimientos sísmicos.
- Consideración de la presión de poros, líneas y redes de presiones.
- Edición libre de la hoja de emisión.
- Copia de detalles de pantalla, por ejemplo para edición del texto.
- Sistema MiniCAD para insertar rótulos o gráficos adicionales en la hoja de resultados.
- Diseño estático de muros de tablestacados metálicos.
- Diseño estático de muros de pilotes contiguos o intermitentes.

El uso de los diferentes software es muy fácil y sencillo ya que cada uno tiene su manual y explican los pasos a seguir para su utilización.

Los software liberan al usuario de la carga que constituyen los cálculos matemáticos y gráficos, al tiempo que incrementa dramáticamente la velocidad y precisión de los resultados dentro de un ambiente de trabajo agradable, donde cualquier parámetro del modelo se cambia con enorme facilidad y se obtiene el factor de seguridad de manera inmediata, aumentando el potencial de análisis del ingeniero al permitir evaluar con rapidez y total seguridad múltiples superficies de falla cuidadosamente elegidas a partir de su experiencia profesional. Además, el archivo histórico que se conforma con el uso paulatino del sistema se constituye en referencia técnica de fácil consulta, teniendo siempre a disposición todos los proyectos elaborados, incluidas todas las alternativas estudiadas en cada uno de ellos.

En el uso de software el usuario puede personalizar los colores utilizados en pantalla, los tipos y tamaños de letra de los informes, márgenes, títulos, calidad de impresión, y en fin, numerosos factores que adaptan el sistema a las preferencias del usuario.

## **12.1. PASOS BASICOS PARA EL USO DE UN SOFTWARE**

A continuación se hará una descripción de los pasos que puede seguir para usar un software:

### **Definición del problema**

Para la definición completa del problema necesitamos los siguientes datos:

- Geometría de contorno del problema.
- Límites entre capas de terreno.
- Inclinación del talud.
- Altura.
- Situación del nivel freático.
- Parámetros geomecánicos de los suelos que intervienen en el problema.

Es conveniente tener a mano un boceto realizado a mano alzada o con programas de dibujo donde esté bien delimitado el problema para así poder definir bien los contornos y contactos de los materiales.

### **Definición del área de trabajo.**

El área de trabajo, es el área establecida por el usuario para definir el problema. El área puede ser más pequeña, igual o más grande que el tamaño del papel.

### **Definir la escala.**

Se debe definir desde el principio del proyecto la escala que se va a usar.

### **Definir el espaciado de malla.**

La visualización de la malla en el fondo del área de trabajo constituye una ayuda fundamental a la hora de dibujar y visualizar el perfil del talud. De tal modo que, se puede ajustar a la malla cualquier punto de nuestro perfil, esta herramienta es similar a la que existen en el programa AutoCAD.

### **Definir los ejes del dibujo.**

Se debe definir los ejes del perfil con el fin de poder interpretarlo después de ser impreso, así como para poder acotar geoméricamente el problema.

### **Guardar el archivo.**

Es una buena práctica comenzar a guardar el archivo del trabajo, además de almacenar su información en un directorio de trabajo se le asigna un nombre relacionado con la trabajo a realizar.

### **Especificar el método de análisis.**

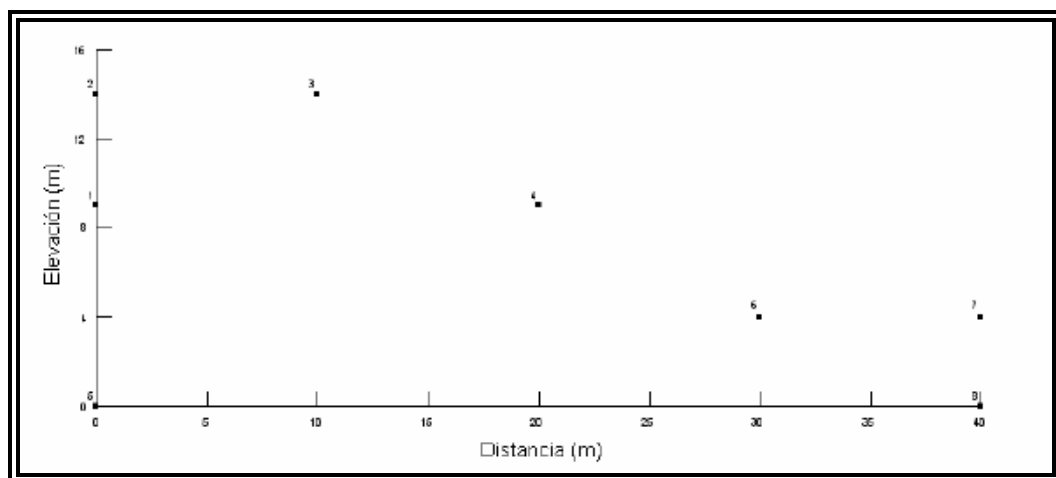
Cada ingeniero según su criterio de análisis decide que método usar, los programas presenta las opción por métodos de equilibrio limite o elementos finitos.

### **Definir las propiedades de los suelos.**

Se introducen las propiedades geotécnicas del problema; cohesión, peso específico y ángulo de fricción.

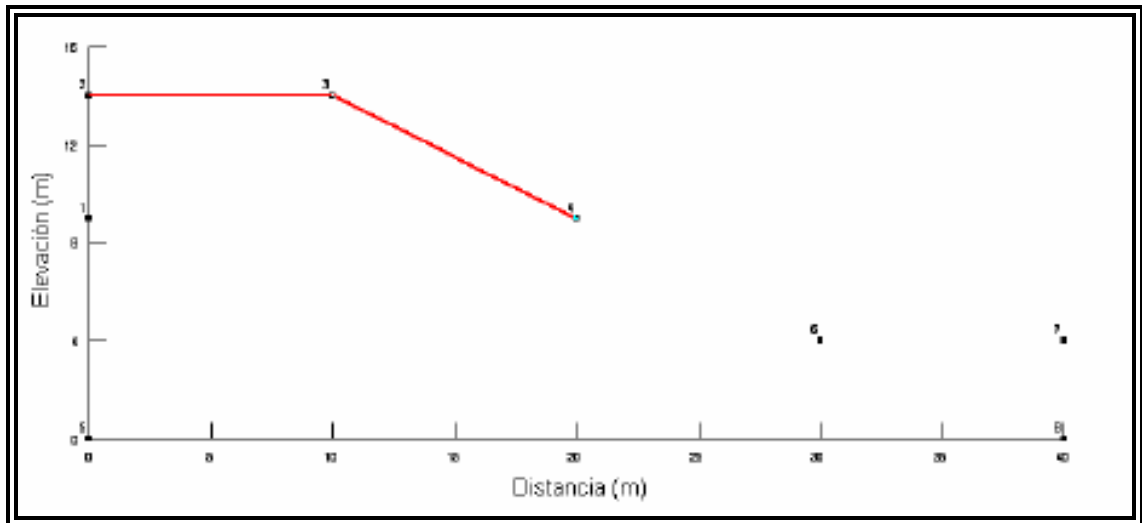
### **Introducir los puntos de los contornos.**

Se introducen unos puntos de contorno para definir los contornos del perfil que va a condicionar el cálculo.



**Figura 80.** Puntos de contorno.

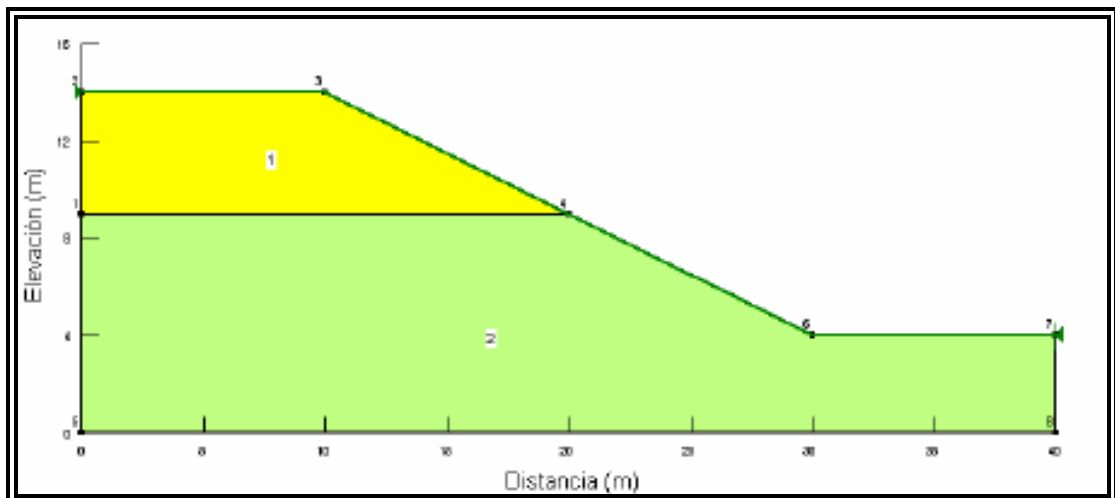
Y con estos puntos se define el contorno.



**Figura 81.** Trazo del contorno.

### Definir las Regiones.

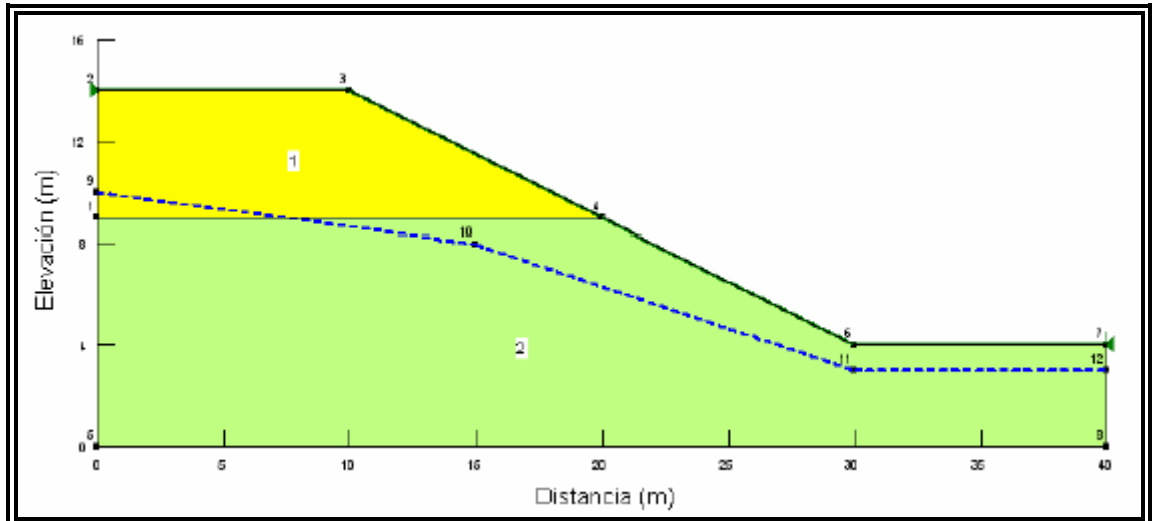
Después de cerrar el contorno asignamos los diferentes tipos de suelo.



**Figura 82.** Regiones del talud.

### Dibujar las líneas piezométricas.

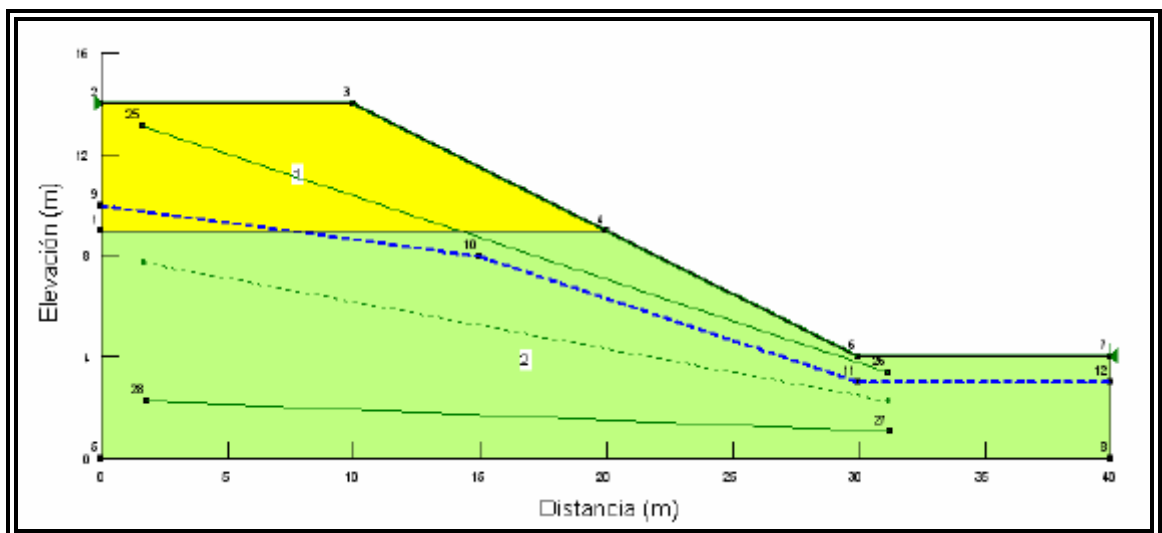
En este parte se define la línea piezométrica con las coordenadas de varios puntos del nivel freático obtenidas en varias exploraciones.



**Figura 83.** Línea piezométrica.

**Dibujar el radio de las superficies de deslizamiento.**

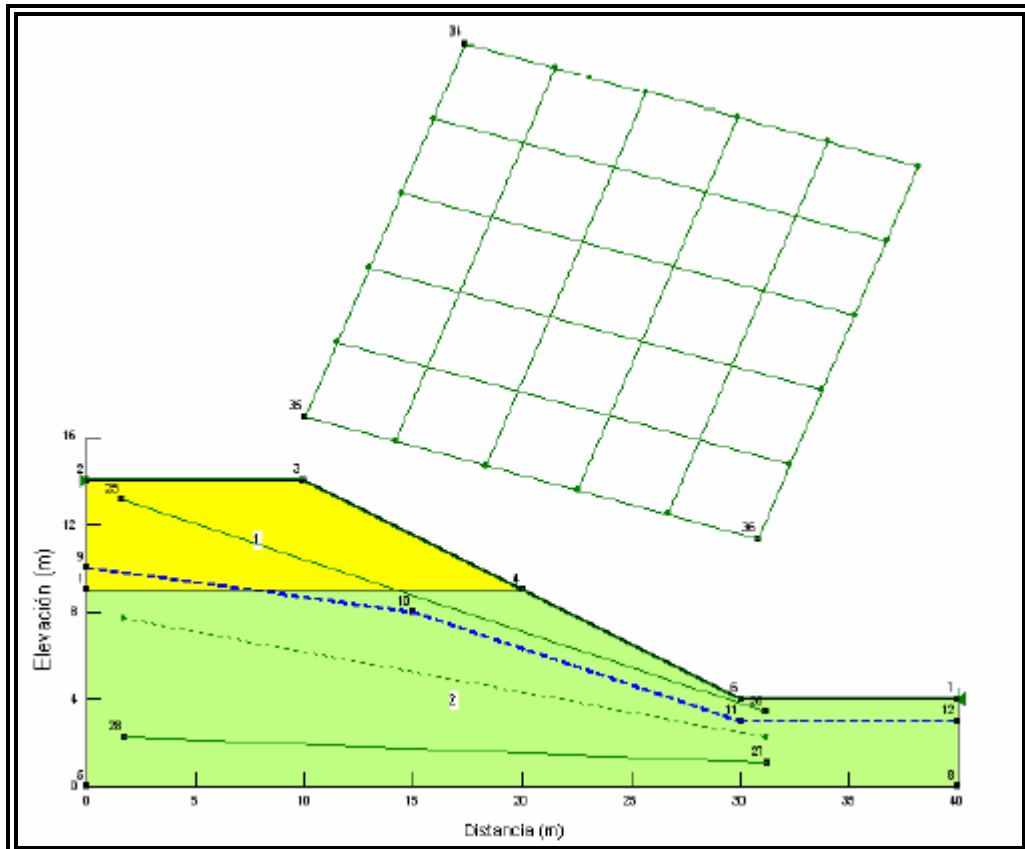
Para el control de la localización de las superficies de deslizamiento es necesario definir líneas o puntos a partir de los cuales definir los radios de las mismas. En la Figura 84 se ven 3 líneas de radio, es decir el programa dibuja círculos de rotura tangentes a estas líneas.



**Figura 84.** Radio de las superficies de deslizamiento.

**Dibujar la malla de las superficies de deslizamiento.**

Para el control de la localización de los centros de los círculos de rotura es necesario definir una malla de centros de dichos círculos.



**Figura 85.** Malla de la superficie del deslizamiento.

**Resolver el problema.**

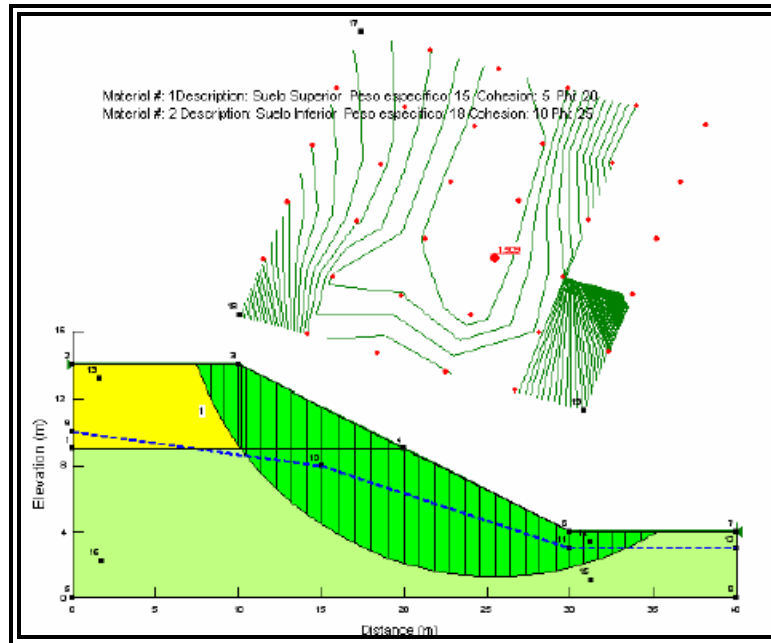
Se corre el programa para que permitan calcular el coeficiente de seguridad y visualizar la superficie de rotura asociada.

Ordinary:	1.270	-
Bishop:	1.505	-
Janbu:	-	1.293
M - P:	1.509	1.519

**Figura 86.** Tabla de resultados

**Ver los resultados.**

Una vez terminado el cálculo, los resultados obtenidos se pueden visualizar de una mejor forma Figura 87.



**Figura 87.** Visualización de los resultados.

## **OBSERVACIONES**

- La cantidad de métodos que se utilizan, los cuales dan resultados diferentes y en ocasiones contradictorios son una muestra de la incertidumbre que caracteriza los análisis de estabilidad.
- No existe un método de equilibrio completo que sea significativamente más preciso que otro.
- Los métodos más utilizados por los ingenieros geotécnicos en todo el mundo son el simplificado de Bishop y los métodos precisos de Morgenstern y Price y Spencer.
- Es importante resaltar que este manual sirve de apoyo para el capítulo cuatro del libro Estabilidad de taludes en zonas tropicales versión 2008.

## CONCLUSIONES

- El Cálculo de Taludes es una disciplina compleja, en la que convergen varias ramas del saber, y que como en tantas otras actuaciones profesionales, se necesita una buena dosis de sentido común para enfrentarse al problema, y otra todavía mayor de humildad para reconocer las propias limitaciones.
- Los problemas de estabilidad de taludes no pueden resolverse con soluciones tabuladas, ya que no hay dos deslizamientos iguales por la sencilla razón de que la producción de la inestabilidad en un suelo suele originarse por la convergencia de múltiples condicionantes.
- Este manual es una herramienta de estudio que ayuda a dejar claro los conocimientos adquiridos sobre estabilidad de taludes ya que se encuentra recopilada información de gran valor y además ejercicios prácticos de aplicación.
- El éxito de un buen cálculo depende de la habilidad de análisis del ingeniero puesto que el cálculo depende de muchas variables, especialmente de la geometría, de la línea de rotura estimada y de los parámetros geotécnicos del terreno.
- Actualmente para realizar los cálculos de estabilidad de taludes se usan los diferentes software que están de venta en el mercado, puesto que proporciona facilidades de cálculo, manejo y exactitud en los resultados.
- Hay que tener en cuenta el buen conocimiento del comportamiento de un talud frente a sus posibles roturas, pues repercute enormemente en los costos y en la seguridad, por ello, las investigaciones de campo y de laboratorio, deben ser las suficientes, como para poder determinar en la medida de lo posible las características geomecánicas del terreno, así como los posibles mecanismos de rotura.

## **BIBLIOGRAFIA**

- Suarez Díaz, Jaime DESLIZAMIENTOS Y ESTABILIDAD DE TALUDES EN ZONAS TROPICALES, Editorial Universidad Industrial de Santander. 1998.
- ABRAMSON, Lee W. LEE Thomas S. SHARMA Sunil. BOYCE Glenn M. SLOPE STABILITY AND STABILIZATION METHODS. Second Edition. Wiley. 1996.
- CORNFORTH Derek H. LANDSLIDES IN PRACTICE. INVESTIGATION, ANALYSIS AND REMEDIAL/PREVENTIVE OPTIONS IN SOILS. Wiley. 2005.
- DUNCAN J. Michael. WRIGTH Stephen G. SOIL STRENGTH AND SLOPE STABILITY. Wiley. 1996.
- Morgenstern N., Price V. THE ANALYSIS OF THE STABILITY OF GENERAL SLIP SURFACES. Geotechnique vol 15. 2005.
- DUNCAN J. Michael. SOIL SLOPE STABILITY ANALYSIS. LANDSLIDES INVESTIGATION AND MITIGATION. Special report 247. 1996.
- BISHOP A.W. (1955), "The Use of the Slip Circle in the Stability Analysis of Slopes", Geotechnique, Vol. V. 1955.
- STEEL SHEET PILING DESIGN MANUAL United States Steel Updated and reprinted by U. S. Department of Transportation /FHWA with permission.

## **LISTA DE ANEXOS**

- Tabla en Microsoft Excel del método bloque deslizante.
- Tabla en Microsoft Excel del método cuña simple.
- Tabla en Microsoft Excel del método Ordinario de Fellenius.
- Tabla en Microsoft Excel del método Simplificado de Bishop.