

TITULO: METODOLOGIA PARA LA CONSTRUCCIÓN DE MODELOS DISTRIBUIDOS APLICADOS A LA HIDROLOGIA.

AUTORES: Fabio Alberto Aranda Galvis
Luis Fernando Valencia Gómez**

Modelos distribuidos, hidrología, interpolación geoestadística, interpolación geométrica,

Tal vez, el fenómeno natural mas influyente en la vida del hombre es el ciclo del agua, este líquido vital es utilizado no solo para el consumo humano sino en actividades de producción de alimentos, productos y servicios que hacen de su diario vivir una experiencia cada vez más cómoda y placentera.

Entonces es necesario conocer la cantidad de agua con la cual se dispone en las zonas ocupadas y urbanizadas, no solo para posibilitar la expansión de dichas actividades, sino para realizar un adecuado mantenimiento de las fuentes de agua pensando en el abastecimiento a futuro y en la conservación de especies animales y vegetales evitando de esta manera romper el equilibrio natural existente.

Para resolver este problema, se ha utilizado inicialmente el análisis del fenómeno hidrológico en un área extensa sin pensar en las variaciones que podrían llegar a presentarse a lo largo y ancho de la misma, asumiendo un comportamiento homogéneo de cada variable que compone el ciclo hidrológico como la lluvia, la evapotranspiración, la infiltración y la escorrentía.

A apoyados en el desarrollo tecnológico y en nuevas técnicas de análisis de fenómenos naturales, se puede pensar en la disminución del tamaño de las zonas en que es dividida un área de estudio hasta el punto de poder obtener una distribución espacial de cada variable del ciclo hidrológico, sin mayores limitaciones en la manipulación de grandes cantidades de información, logrando de esta manera una estimación más aproximada de la cantidad de agua disponible en una región y haciendo posible una administración en manos del hombre, mucho mas adecuada de este liquido vital para todos los seres vivos.

* Trabajo de investigación.

** Facultad de Ingeniería Físico-Mecánica, Ingeniería Civil, Hernán Porras Díaz.

TITLE: METHODOLOGY FOR THE CONSTRUCTION OF DISTRIBUTED MODELS APPLIED TO HYDROLOGY^{*}

AUTHORS: Fabio Alberto Aranda Galvis
Luis Fernando Valencia Gómez^{**}

Distributed Models, Hydrology, Interpolation, Geometric Interpolation.

The cycle of water is perhaps the natural phenomenon that influences the men kind's life the most. Water is not important just for human consumption, it is largely used in the production of several goods and services that turns the world into a comfortable place to be.

In this context it's quite important to accomplish the knowledge of the available water levels in urban areas, not only for increasing the production activities but also for designing maintenance plans for water sources in order to warrant water supply in nearly future and the preservation of animal and vegetal species and keep the natural equilibrium.

In order to find answers to this problem, we applied an analysis of the hydrological phenomenon in large areas without moving the values of the variables creating an homogeneous environment for all the parameters in the water cycle like rain and evaporation, filtration and runoff.

Supported on the technological advances and the newest techniques for natural phenomenon analysis, it is posible to reduce the size of the target area, to a point where it's completely posible to obtain an spacial distribution of each variable of the cycle abolishing the restrictions of manipulating great amount of information. This way a closer estimation of the quantity of water available in an area is obtained and therefore the management of this precious liquid becomes more efficient.

* Investigation work.

** College of Physical-mechanical Engineering, Civil Engineering, Ing. Hernán Porras Díaz.

**METODOLOGIA PARA LA CONSTRUCCION DE MODELOS DISTRIBUIDOS APLICADA A LA
HIDROLOGIA**

FABIO ALBERTO ARANDA GALVIS

LUIS FERNANDO VALENCIA GOMEZ

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERIAS FISICO-MECANICA
ESCUELA DE INGENIERIA CIVIL
BUCARAMANGA
2004**

METODOLOGIA PARA LA CONSTRUCCION DE MODELOS DISTRIBUIDOS APLICADA A LA
HIDROLOGIA

FABIO ALBERTO ARANDA GALVIS

LUIS FERNANDO VALENCIA GOMEZ

TESIS DE GRADO

DIRECTOR
HERNAN PORRAS DIAZ
Ingeniero Civil, M. Sc, Ph. D.

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERIAS FISICO-MECANICA
ESCUELA DE INGENIERIA CIVIL
BUCARAMANGA
2004

DEDICATORIA

A nuestras familias, que con su decidido apoyo hicieron posible la culminación de nuestra carrera.

AGRADECIMIENTOS

Con la presentación de este trabajo, agradecemos a los Ingenieros Dr. Hernán Porrás Díaz y Dr. Germán Gavilán quienes dedicaron su valioso tiempo a la orientación de este proyecto y que nos han dado un sin numero de enseñanzas de gran importancia para nuestra vida personal y profesional.

Al Grupo de Investigación GEOMATICA, Gestión y optimización de sistemas, por su ayuda y colaboración que en su momento nos fueron brindados por cada uno de sus miembros, en especial a la Ingeniera Claudia Juliana Lucena Lizarazo y al investigador Carlos Hernán Prada.

TABLA DE CONTENIDO

1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	6
1.1 EL AGUA.....	6
1.2 MEDICION DEL AGUA.....	7
1.3 DEFINICIÓN DEL PROBLEMA	9
2. ESTADO DEL ARTE	10
2.1 ESTUDIOS ANTERIORES	10
2.2 OBJETIVOS GENERALES.....	12
2.3 OBJETIVOS ESPECIFICOS.....	12
2.4 CONCEPTOS DE MODELOS	13
2.4.1 Modelos TIN (Triangular Irregular Network)	14
2.4.2 Modelos raster (Matrices Regulares).....	15
2.5 ERRORES EN MODELOS DIGITALES.....	16
2.6 CONCEPTOS DE HIDROLOGÍA.....	18
2.6.1 Cuenca hidrológica.....	18
2.6.2 Ciclo hidrológico.....	19
2.6.3 Precipitación.....	20
2.6.4 Evapotranspiración.....	21
2.6.5 Infiltración.....	21
2.6.6 Escorrentía.....	22
2.7 GEOESTADÍSTICA.....	23
2.7.1 Variables regionalizadas.....	24
2.7.2 Métodos de interpolación para la distribución de variables.....	25
3. PLANTEAMIENTO DE LA METODOLOGIA PARA LA SOLUCIÓN DEL PROBLEMA PROPUESTO	37
3.1 MODELO HIDROLOGICO APLICADO	37
3.2 METODOLOGIA PARA LA EVALUACIÓN DE LAS VARIABLES HIDROLÓGICAS	39
3.2.1 Análisis de la variable precipitación.....	39
3.2.2 Análisis de la variable Evapotranspiración.....	41
3.2.3 Generación del modelo digital de elevaciones.....	44
3.2.4 Demandas.....	46
3.3 VALIDACION DE MODELOS	47
4. APLICACIÓN DE LA METODOLOGIA	48
4.1 LOCALIZACIÓN DE LA ZONA DE APLICACIÓN	48
4.2 INFORMACIÓN Y FUENTES	48
4.3 APLICACIÓN DE LA METODOLOGIA A LA VARIABLE PRECIPITACIÓN	49
4.4 APLICACIÓN DE LA METODOLOGÍA A LA VARIABLE EVAPOTRANSPIRACIÓN	55
4.5 CONSTRUCCIÓN DEL MDE	57
4.6 VALIDACIÓN DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS.....	59
4.6.1 Modelo de distribución espacial de la precipitación.....	59
4.6.2 Modelo digital de elevación.....	61
4.6.3 Modelo de distribución espacial de la evapotranspiración.....	63
4.6.4 Modelo hidrológico distribuido	65
5. CONCLUSIONES	67

5.1	PRECIPITACIÓN	67
5.2	EVAPOTRANSPIRACIÓN	67
5.3	MODELO DIGITAL DE ELEVACIÓN.....	68
5.4	METODOLOGÍA.....	68
6.	RECOMENDACIONES	70
	BIBLIOGRAFIA.....	71

INDICE DE TABLAS

Tabla 1. Clasificación de cuencas.....	48
Tabla 2. Resumen parámetros de precipitación.....	55
Tabla 3. Valores de ETP calculados a partir de las ecuaciones utilizadas.....	55
Tabla 4. Valores de error parcial estimado.....	56
Tabla 5. Valores de error absoluto estimado.....	56
Tabla 6. Datos de precipitación multianual.....	73
Tabla 7. Datos de temperatura multianual.....	74
Tabla 8. Datos de humedad multianual.....	74
Tabla 9. Datos del tanque evaporímetro.....	74
Tabla 10. Errores estimados, modelo exponencial.....	75
Tabla 11. Errores estimados, modelo lineal.....	76
Tabla 12. Errores estimados, modelo cuadrático.....	77
Tabla 13. Errores estimados, modelo potencial.....	78
Tabla 14. Errores estimados, modelo pentaesférico.....	79
Tabla 15. Errores estimados, modelo esférico.....	80
Tabla 16. Errores estimados, modelo cúbico.....	82
Tabla 17. Errores estimados, modelo de onda.....	84
Tabla 18. Errores estimados, modelo gaussiano.....	86
Tabla 19. Errores estimados, interpolación IDW.....	87
Tabla 20. Interpolación MDE, errores estimados, interpolación IDW.....	88
Tabla 21. Interpolación MDE, errores estimados, interpolación spline tensión.....	88
Tabla 22. Interpolación MDE, errores estimados, interpolación spline regularizado.....	89
Tabla 23. Interpolación MDE, errores estimados, interpolación TREND.....	90

INDICE DE FIGURAS

Figura 1. Modelo TIN (2d).....	15
Figura 2. Modelo TIN (3d).....	15
Figura 3. Modelo raster.....	16
Figura 4. Cuenca hidrológica.....	18
Figura 5. Ciclo hidrológico.....	19
Figura 6. Distribución de agua en el planeta.....	20
Figura 7. Reservas mundiales de agua.....	22
Figura 8. Distribución de puntos iniciales.....	27
Figura 9. Semivariograma función gamma.....	29
Figura 10. Dispersión de puntos del semivariograma.....	30
Figura 11. Partes de un semivariograma.....	31
Figura 12. Semivariograma teórico y semivariograma experimental.....	32
Figura 13. Modelo cuadrático y modelo cúbico.....	33
Figura 14. Modelo esférico y pentaesférico.....	34
Figura 15. Modelo potencial.....	34
Figura 16. Modelo lineal.....	35
Figura 17. Modelo gaussiano y modelo logarítmico.....	35
Figura 18. Modelo exponencial y de onda.....	36
Figura 19. Balance hídrico.....	38
Figura 20. Variación de los errores, interpolación IDW.....	59
Figura 21. Variación de la potencia, interpolación IDW (ampliación).....	60
Figura 22. Variación de los errores modelo gaussiano.....	60
Figura 23. Mapa de distribución espacial de la precipitación.....	61
Figura 24. Variación de los errores, interpolación IDW.....	62
Figura 25. Modelo digital de elevación.....	63
Figura 26. Mapa de distribución espacial de la evapotranspiración (ETR).....	64
Figura 27. Mapa de distribución espacial del balance hídrico.....	66
Figura 28. Estaciones climatológicas, precipitación.....	91
Figura 29. Estaciones climatológicas, tanque evaporímetro	92
Figura 30. Distribución de planchas.....	93
Figura 31. Plano de curvas de nivel.....	94
Figura 32. Plano de puntos cada 50 m para interpolar MDE.....	95

Figura 33. Plano de puntos cada 100 m para interpolar MDE	96
Figura 34. Plano de puntos cada 200 m para interpolar MDE	97
Figura 35. Plano de puntos de control.....	98
Figura 36. Variación de errores modelo exponencial.....	99
Figura 37. Variación de errores modelo exponencial (ampliación).....	99
Figura 38. Variación de errores modelo lineal.....	100
Figura 39. Variación de errores modelo cuadrático.....	100
Figura 40. Variación de errores modelo potencial.....	101
Figura 41. Variación de errores modelo pentaesférico.....	101
Figura 42. Variación de errores modelo esférico.....	102
Figura 43. Variación de errores modelo cúbico.....	102
Figura 44. Variación de errores modelo de onda.....	103
Figura 45. Variación de errores modelo gaussiano.....	103
Figura 46. Variación de errores interpolación IDW.....	104
Figura 47. Variación de errores interpolación IDW (ampliación).....	104
Figura 48. Variación error MDE, interpolación IDW.....	105
Figura 49. Variación error MDE, interpolación spline tensión.....	106
Figura 50. Variación error MDE, interpolación spline regularizado.....	107
Figura 51. Variación error MDE, interpolación TREND.....	108
Figura 52. Mapa de distribución espacial de la ETP para la ecuación de cenicafé.....	109
Figura 53. Resultado comparación de mapas del visor y de Arcview ® para cenicafé.....	110
Figura 54. Resultado comparación de mapas del visor y de Arcview ® para Budyko.....	111
Figura 55. Mapa de distribución espacial de la demanda.....	112

1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1 EL AGUA

Uno de los grandes secretos que la naturaleza aun no nos a permitido conocer es como se formó la vida en este planeta, hay varias teorías que tratan de explicarla, como la del poder de Dios, cometas que al colisionar contra la tierra dejaron una semilla de vida, y otras que pretenden llenar el vacío existente, lo único cierto es que el agua jugo un papel muy importante y a sido llamada por James F. Kasting¹ "... el elixir mágico necesario para todos los seres vivos...", afirmación que es muy cierta ya que el cuerpo humano alcanza a tener entre un 60% y 70% de su peso corporal compuesto de agua, y en algunos animales como la medusa esta representa el 97% de su peso total.²

A pesar que la mayor parte de la superficie del planeta tierra esta cubierta por agua, un alto porcentaje de esta pertenece a los océanos, sin embargo la porción restante es muy superior a las expectativas de consumo humano. Pero no toda esta agua se encuentra al alcance de la población, en su gran mayoría esta dispersa en el planeta en lugares inaccesibles y algunas veces desconocidos. Para hacernos a una idea en cifras de la disponibilidad real de agua se muestran los siguientes datos extractados de la publicación TEMAS de la SCIENTIFIC AMERICAN.³

Las reservas mundiales de agua dulce exceden los 37 millones de kilómetros cúbicos, más de sus $\frac{3}{4}$ partes se encuentran en los glaciales y el hielo polar, casi todo el resto se encuentra en acuíferos subterráneos, tan solo menos del 1% total se encuentra en los ríos, lagos y vapor atmosférico que son las principales fuentes de suministro utilizadas con las técnicas actuales. La verdadera fuente de agua dulce es en últimas la destilación continua de los océanos por la radiación solar que alcanza una evaporación anual de cuatrocientos treinta mil kilómetros cúbicos, los 70 mil kilómetros cúbicos restantes proceden de las aguas continentales. Si se tiene en cuenta que los continentes reciben 110.000 kilómetros cúbicos de agua en forma de precipitación se resume una transferencia anual de unos 40.000 kilómetros cúbicos de agua dulce del océano a los continentes, de la cual una parte considerable se pierde en inundaciones, infiltración y otros fenómenos dejando solo 14.000 kilómetros cúbicos anuales aprovechables, 5.000 kilómetros cúbicos circulan por regiones actualmente deshabitadas y que seguirán estándolo por condiciones climáticas no aptas para el desarrollo humano, lo cual nos deja tan solo 9.000 kilómetros cúbicos anuales disponibles que podrían abastecer una población mundial de entre 20.000 y 25.000 millones de habitantes suficiente en teoría para abastecer a toda la población, pero la realidad es que el agua no esta distribuida de forma homogénea, y hay lugares en donde se debe sobrevivir con menos de 2 metros cúbicos de agua por persona año a diferencias de otros donde no se controla el límite de consumo.

La tendencia mundial actual esta encaminada al desarrollo sostenible de las regiones basado en un aprovechamiento y gestión eficaz de los recursos disponibles de los cuales el agua es el más importante, ya que está presente en la mayoría de las actividades que desarrolla el hombre para su bienestar y comodidad, es por esto que en un futuro las disputas podrían deberse a la falta de este preciado líquido. Todo esto ha llevado a tomar conciencia de la necesidad de proteger las fuentes de agua de las cuales disponga una región, evitar al máximo la contaminación de estas fuentes y generar conciencia para reducir el consumo per cápita, problemas que aparecen al avanzar en el desarrollo de nuestra civilización.

¹ Temas 24. Investigación y Ciencia. Edición española. 2001. p.

² HARRISON. Principios de medicina interna. Nutrición y necesidades nutricionales. Mc Graw Hill. 1998.

³ Temas 24. Investigación y Ciencia. Edición española. 2001. p.

La administración eficiente de los recursos naturales, como el agua, es una urgencia ambiental, una necesidad social y una exigencia económica.⁴ Es fácil ver que el agua se ve involucrada en el desarrollo de la industria, la agricultura y la ganadería siendo las dos primeras las que mayor volumen de agua exigen para un óptimo rendimiento, haciéndola nuevamente protagonista en la vida del hombre.

1.2 MEDICION DEL AGUA

Modificando la escala de análisis de la disponibilidad de agua, de un nivel mundial a un nivel local, para poder saber cuanta agua puede consumir una población, esta necesita conocer de cuanta agua dispone en las fuentes que tiene a su disposición, es por eso que a lo largo del tiempo se han venido tomando mediciones de ríos, quebradas y aun de la lluvia como fuente de información para estimar esta cantidad. El agua lluvia es una importante fuente de abastecimiento y ha tenido una gran atención en la mayoría de los países, expresada en la construcción de aparatos especializados localizados en sitios estratégicos para medir la cantidad de agua que cae de las nubes.

Colombia no es ajena a este fenómeno y es por ello que cuenta con una red nacional de estaciones y varias redes de organismos regionales, que se dedican a recopilar datos que permitan, mediante cálculos posteriores, estimar de la manera más aproximada la cantidad de agua con la que se dispone con ayuda de un instrumento llamado pluviómetro el cual consta de un cilindro vertical abierto en su parte superior para permitir la entrada de la lluvia y calibrado en milímetros o pulgadas de modo que se pueda medir la profundidad total de la lluvia caída; estas estaciones no solo miden la lluvia sino también otros parámetros como la evaporación, brillo solar, velocidad del viento, dirección del viento, temperatura por citar otras. Los datos recopilados se encuentran a disposición del público en general bajo la supervisión del Instituto de Hidrología, Meteorología y Estudios Ambientales (IDEAM).

Los datos medidos en las estaciones por medio de los pluviómetros se dan generalmente en milímetros y no dejan de ser una representación del agua que llovió en ese sitio exactamente, por lo cual no sería adecuado tomar esta medición como un dato generalizado para una extensión de terreno ya que en diferentes puntos de una misma zona la lluvia no es exactamente la misma, incluso se ha visto que una misma ciudad mientras llueve en un sector en otro sucede exactamente lo contrario lo que nos lleva a pensar que la lluvia posee algún tipo de variación.

Por supuesto que entre mayor sea el número de estaciones que se tenga en una región o país, mejor será su capacidad de estimar la cantidad de agua disponible para aprovechamiento. Esto es lógico, pero se deben resaltar algunos aspectos importantes que no lo hacen posible. En primer lugar una red con demasiadas estaciones genera un costo económico que generalmente y con mayor frecuencia en países como Colombia, los gobiernos no están dispuestos o no tiene la capacidad económica ni política de solventar. Las estaciones deben colocarse en lugares estratégicos desde el punto de vista técnico, sin embargo su ubicación final se debe principalmente a la proximidad de pobladores o personas que puedan tomar las mediciones diariamente.

Además es casi imposible que exista una estación de medición justo en el lugar en donde se vaya a desarrollar un proyecto que necesite de su información. Por ello, y para estos casos que son casi todos, el hombre ha tratado de desarrollar técnicas que le permitan, primero comprender al mayor

⁴ RIVERA, Herbert Gonzalo. Lineamientos ingenieriles para la administración pública del agua con énfasis en la predicción de la oferta mensual hídrica bajo escenarios no estacionario. San Petersburgo 2001, p. 8

detalle el proceso al cual se ve sometida el agua, y segundo, obtener información hidrológica de lugares en donde no hay.

Para esto el hombre analiza el mundo real de una manera que pueda entender todas las características que encierra, apoyado en el planteamiento de modelos representativos de esa realidad creados con la ayuda de cualquier medio que tenga a su disposición. El primer modelo o primera aproximación que el hombre hizo para poder analizar el fenómeno hidrológico fue a través de modelos agregados en donde se toma una gran extensión de terreno y se asume que a lo largo y ancho de la misma las condiciones climatológicas, hidrológicas y físicas son las mismas, esto en parte es debido al poco entendimiento que se tenía de la complejidad del fenómeno que se estaba tratando de describir sumado a esto las limitaciones tecnológicas propias de la época, visto desde nuestra época es una burda aproximación pero analizando el avance la ciencia en el momento que se planteo esa hipótesis resulta claro que era el primer paso para el avance de una disciplina que aun hoy en día se encuentra en desarrollo.

En su afán de lograr un mayor entendimiento del fenómeno, no tardo en darse cuenta que si dividía esa gran zona en pedazos más pequeños podría generar cálculos mucho más aproximados debido a que cada uno de esas nuevas zonas sería analizada independientemente y que su comportamiento podría llegar a ser mucho más homogéneo individualmente que tomándolas todas como un todo, este nuevo paso en el estudio de los fenómenos puede ser llamado como modelamiento pseudos-distribuido.

Es evidente que si se pudo dividir una gran región en varias zonas de menor tamaño, por que no dividir una de las nuevas zonas en porciones más pequeñas que permitan homogenizar sus características climatológicas, hidrológicas y físicas que son mucho más evidentes en países tropicales como Colombia debido a la gran variación de sus características topográficas dando lugar a una gran diversidad de condiciones climáticas lo cual va estrechamente relacionado con el comportamiento hidrológico de un zona. Con el advenimiento del avance de tecnológico y la gran capacidad que se tiene para la generación de modelos cada vez más completos pero a la vez complejos, se ha llegado al punto de dividir una zona de estudio en celdas de tamaño de hasta 10x10 metros.

Al dividir una zona en partes de este tamaño, es posible construir mapas que representan la manera como una variable se comporta a lo largo y ancho de dicha zona. Con esto, se podría tener un mapa de distribución espacial para cada variable involucrada en un fenómeno y al final obtener un único mapa de distribución del fenómeno en cuestión, a esto se le conoce como modelamiento distribuido.

Esto ha permitido el avance científico en busca del conocimiento de características muy específicas de fenómenos como el hidrológico, llegando a discretizar variables que antes no se tenían en cuenta, hasta el punto de crear para cada una de ellas nuevas teorías que buscan describirlas de la mejor manera. Finalmente, el gran paso hacia el entendimiento real del fenómeno hidrológico es la concepción de la variación tanto temporal como espacial que sufren las variables involucradas permitiendo de esta manera poder llegar a un grado de comparación muy acertado entre el modelo y la realidad.

Las aplicaciones de lo dicho en el párrafo anterior son variadas, se podría conocer con cierto grado de confianza datos como la oferta hídrica de la zona en estudio, el agua que se drena a una quebrada al paso por una región, la capacidad que podría tener una quebrada para suministrar agua a cierta cantidad de personas o a un embalse, etc.

1.3 DEFINICIÓN DEL PROBLEMA

Como ya se vio, la manera mas lógica y exacta de realizar el análisis de un fenómeno es por medio de un modelo distribuido, ya que presenta una mayor precisión en lo que tiene que ver con la cuantificación de variables y la descripción espacial de su comportamiento frente a modelos menos aproximados como los agregados y los modelos pseudo-distribuidos.

El fenómeno hidrológico, que involucra algo tan importante para el hombre como es la disponibilidad de agua en una región, es propicio para ser analizado por medio de un modelo distribuido, que permita representar de la manera más aproximada la variabilidad espacial de la oferta hídrica con ayuda de mapas de distribución espacial de cada una de las variables involucradas.

Debido a que los datos recopilados en las estaciones climatológicas no son mas que puntos en el espacios con un valor en su atributo, se necesita conocer como es el comportamiento de las variables en las zonas intermedias a la red de estaciones en donde no se han tomado mediciones, y de este modo obtener los mapas de distribución espacial necesarios para la construcción del modelo distribuido de la oferta hídrica. Estos mapas se construyen a partir de interpolaciones mucho mas precisas que las utilizadas en los modelos agregados o en los modelos pseudo-distribuidos ya que tienen en cuenta la mayor o menor afectación de los datos iniciales sobre un punto cualquiera.

Pero no solo se necesitan construir mapas de distribución, se debe conocer que tan aproximada es la representación que este hace de la realidad de la variable, por lo que se necesitan criterios para elegir de un puñado de mapas, el más adecuado para su utilización. Dejando como aporte una metodología que permita a futuras investigaciones avanzar en el propósito de construir mejores herramientas para la estimación de la oferta hídrica en una zona.

2. ESTADO DEL ARTE

2.1 ESTUDIOS ANTERIORES

Los métodos tradicionales como las isoyetas, los polígonos de Thiessen son los mas conocidos y se idearon hace mucho tiempo. En los polígonos de Thiessen lo que se plantea es que a cada estación le corresponde un área delimitada por un polígono, asignándose a esta el valor de la precipitación medida en la estación correspondiente. Cuando se utiliza el método de las isoyetas, al área entre una y otra se le atribuye un valor de precipitación constante. Ambos métodos toman desde su punto de vista, una distribución de la variable en el espacio. Fue muy utilizada hasta el punto de ser exigida su aplicación en muchos términos de referencia para proyectos.

Aparece el análisis probabilístico de la oferta hídrica facilitando y agilizando la aplicación de simulaciones económicas para las situaciones de inversión bajo riesgo; de allí, que se conviertan en el método más apropiado para lograr estimar y prever la efectividad de las inversiones en materia de recursos hídricos. Durante el siglo XX, a partir de la década de los años 30, a nivel internacional se inició la globalización de este enfoque en hidrología gracias a los logros de científicos como Pearson, Gumbel, Poisson y otros. Sin embargo, mediante el enfoque tradicional estadístico el experto con su tecnología sólo logra describir escenarios estacionarios del proceso hidrológico y requiere información masiva (series representativas de datos hidrométricos, etc.), lo cual infiere restricciones fuertes para países como Colombia, ya que generalmente algunas series no conllevan mas de 6 -10 años.⁵

Wolfe y Neale (1988) han descrito la aplicación de un SIG para el desarrollo de un modelo hidrológico espacialmente distribuido y parametrizado (*Finite Element Store Hydrograph Model, FESHM*). En este caso particular el modelo se compone de dos partes que precisan niveles de discretización diferentes. La primera de ellas observa la aparición de escorrentía en el área de estudio. Su cálculo es realizado para cada una de las superficies identificadas como unidades de respuesta hidrológica (*Hydrological Response Units, HRU*).

Las HRU sencillamente son áreas con un mismo comportamiento y capacidad de respuesta ante las precipitaciones. Esta primera discretización se consigue integrando, gracias a la función de superposición de polígonos de los SIG, los usos del suelo con la clasificación edafológica. La otra parte del FESHM analiza la dirección, sentido y cantidad de escorrentía, para lo cual la zona del estudio debe también discretizarse mediante la identificación de subcuencas de drenaje. Esto último desarrollando un modelo digital de elevaciones (MDE) en el SIG.⁶

El servicio meteorológico de Estados Unidos de América ha desarrollado el "NWSFRS" que es un conjunto de técnicas de manipulación de datos, procesamiento de información y varios componentes del ciclo hidrológico, particularmente el proceso lluvia-escorrentía (Valdes J. 1996). La metodología de Predicción Extendida de Caudales (Extended Streamflow Prediction "ESP") se basa en la utilización de un modelo determinístico agregado de lluvia-escorrentía, particularmente el NWSFRS y series hidrometeorológicas. Los valores de la simulación obtenida por el modelo determinístico se utilizan en una fase posterior para caracterizar el pronóstico puntual y por intervalo. Como advierte Valdes J. (1996), el intervalo de confianza alrededor del pronóstico se incrementa como una función no lineal del tiempo de adelanto del pronóstico.⁷

⁵ RIVERA, Herbert Gonzalo. Lineamientos ingenieriles para la administración publica del agua con énfasis en la predicción de la oferta mensual hídrica bajo escenarios no estacionario. San Petersburgo 2001, p. 25

⁶ MORAD, Munir y TRIVIÑO P, Alejandro. Sistemas de información geográfica y modelizaciones hidrológicas. p. 9

⁷ RIVERA, Herbert Gonzalo. Lineamientos ingenieriles para la administración publica del agua con énfasis en la predicción de la oferta mensual hídrica bajo escenarios no estacionario. San Petersburgo 2001, p. 26

El avance investigativo desarrollado en Colombia tratando de buscar métodos que permitan adaptar los modelos desarrollados a nivel mundial se puede evidenciar al nombrar un puñado de estos trabajos realizados.

Implementación del método de Gandin para interpolar datos de precipitación en Colombia. Se aplica el método de Gandin para interpolar datos de precipitación en Colombia. Al comparar este método con el método de Kriging se observa que para el caso cuando las estaciones usadas en la interpolación se encuentran distantes del punto de interpolación, el método de Gandin produce mejores resultados. Se concluye que este método puede ser eficientemente usado para la interpolación de datos de precipitación y otros datos meteorológicos.⁸

Aplicación de métodos estadísticos para la regionalización de precipitación mensual en el Valle del Cauca. A partir de la información histórica de 49 estaciones de medición de lluvias, ubicadas en el valle geográfico del río Cauca, y tomando un período común de registros entre 1972-1998, se realizó una clasificación de las estaciones, aplicando el método de cluster jerarquizado. Se conformaron tres grupos homogéneos para la región. Los resultados se comprobaron aplicando los métodos estadísticos de Dalrymple (1960) Wiltshire & Berán (1987b) y análisis discriminante de las Componentes Principales (CP), tomando las 10 primeras componentes (Jhonson, 2000). Igualmente, se verificó la coherencia geográfica de los grupos obtenidos. Se hace un análisis comparativo de las ventajas y desventajas de los diferentes métodos de regionalización, así como de los beneficios de agrupar la información hidrometeorológica cuando se hace un tratamiento conjunto de los datos. Aunque la mejor alternativa es el método geográfico, este debe ser comprobado mediante un test estadístico que valide los resultados de la agrupación.⁹

Balances hidrológicos de Colombia. Con este estudio se pretendió investigar y evaluar las componentes del ciclo hidrológico a largo plazo en Colombia, este estudio hace parte de una actualización del inventario de proyectos hidroeléctricos de la República de Colombia; se desarrollo un software que permite calcular el balance hídrico de cualquier cuenca, permitiendo consultar el valor de cada uno de los campos hidrológicos en cualquier localización.¹⁰

Distribución espacial de variables hidrológicas en la cuenca superior del río Lebrija¹¹ utilizando geoestadística. Este estudio realizó la construcción de mapas de distribución espacial para las variables hidrológicas de precipitación y evapotranspiración en la cuenca superior del río Lebrija aplicando la técnica geoestadística de interpolación de Kriging además del modelo digital del terreno y los mapas de distribución de variables hidrológicas con ayuda del sistema HidroSIG Java.¹²

⁸ MONTOYA, Gerardo de Jesús, ESLAVA, Jesús Antonio, CALDERON, Andrés, VEGA, Fernando, Implementación del método de Gandia para interpolar datos de precipitación en Colombia

⁹ CARVAJAL, Yesid y MARCO, Juan B., Aplicación de métodos estadísticos para la regionalización mensual en el Valle del Cauca, Colombia.

¹⁰ COLCIENCIAS (Unidad de planeación Minero–Energética (UPME)), Balance hidrológicos de Colombia, Medellín, 2000

¹¹ MARADEI, Zulma y ROJAS, Juan G., Distribución espacial de variables hidrológicas en la cuenca superior del río Lebrija, Bucaramanga, 2002.

¹² Universidad Nacional de Medellín. Postgrado en aprovechamiento de recursos hídricos. 2001.

2.2 OBJETIVOS GENERALES

- Desarrollar una metodología para generar un modelo distribuido de la oferta hídrica.
- Establecer criterios para la validación de los métodos de distribución espacial de las variables involucradas en la oferta hídrica.

2.3 OBJETIVOS ESPECIFICOS

- Compilar, organizar y validar los datos de las estaciones climatológicas utilizadas en este estudio.
- Comprender las diferentes técnicas de interpolación utilizadas en la distribución espacial de variables.
- Diferenciar la aplicabilidad de las diferentes técnicas de interpolación a las variables hidrológicas.
- Adquirir la capacidad de generar distribuciones espaciales de las variables utilizadas en la estimación de la oferta hídrica.
- Obtener la habilidad de generar modelos distribuidos a partir de mapas de distribución espacial.

2.4 CONCEPTOS DE MODELOS

Un modelo es una abstracción del mundo real concerniente a un fenómeno en particular, el cual será utilizado para estimar el comportamiento general de dicho fenómeno al ser aplicadas características especiales a las diferentes variables.

Por lo anterior un modelo nunca representara fielmente toda la complejidad que encierra el mundo real, haciendo que cada vez un modelo pueda ser perfeccionado aumentando su relación con la realidad lo que implica aumentar su complejidad.

Este modelo puede ser realizado por medio de diferentes tecnologías como pueden ser generación digital por medio de computadoras con ayuda de diferentes programas, construcción de representaciones físicas a escala, representaciones meramente matemáticas, y otras formas de modelación que varían de acuerdo a la disciplina a la cual pertenece el fenómeno.

Pero para realizar cualquier clase de representación se debe obtener la información necesaria para su elaboración, esta información se puede obtener por diferentes métodos que pueden ser directos o indirectos, dentro de los directos se tienen mediciones de altimetría con ayuda de satélites o radares, GPS y levantamientos topográficos; dentro de los métodos indirectos se podrían enmarcar la restitución de fotos aéreas o digitalización de mapas análogos automática o manualmente.

Con la globalización que ha tenido la información a través de Internet hoy en día es posible obtener datos en una gran variedad de formatos, incluso en la pagina web (<http://seamless.usgs.gov/>), se pueden obtener mapas digitales del mundo con algunas restricciones en ciertas zonas y en su gran mayoría entre las latitudes 60° Norte y Sur. Estos mapas pueden ser utilizados para estudios de prefactibilidad, para fases posteriores si se hace necesaria la construcción de mapas con una mejor precisión.

Para la crear un modelo se debe realizar los siguientes pasos:

- Identificar las condiciones iniciales y de frontera.
- Definir la información básica en datos que sea necesaria para resolver el problema.
- Determinar la clase de solución que se va a obtener (analítica o numérica).
- Construir el modelo basados en los resultados de los pasos anteriores.
- Determinar la validez del modelo.

Lo anterior es posterior a una definición clara del problema que se quiere modelar y a un conocimiento absoluto de las variables que intervienen en el fenómeno a modelar. Un modelo digital del terreno nos permite visualizar de una mejor forma el comportamiento espacial de una variable, esto es fácilmente observable por que el valor tomado en cada sitio del espacio por la variable se representa por medio de la altura del modelo en cada punto. Dicha variable puede ser la elevación del terreno, precipitación, dirección del viento, temperatura, infiltración, uso o tipo del suelo y en general cualquier variable que deseemos representar. Estas variables generalmente son continuas. Como su nombre lo indica esta clase de modelos implica un almacenamiento de la información en formato digital.

A menudo se escucha hablar de modelo digital de elevaciones MDE, que no es más que un MDT donde la variable que se representa es la topografía del terreno o la altura sobre el nivel del mar; esta es la única situación en la cual el MDT adquiere un nombre propio, para las demás simplemente se llamara MDT referido a la variable en análisis.

En la actualidad existen diferentes metodologías y tecnologías para construir MDT, cada nueva forma de construcción se debe en su mayor parte al avance tecnológico y trae consigo la introducción de nuevos términos en el lenguaje manejado en el medio.

Los MDT se construyen actualmente en diferentes estructuras de ordenación de datos, las dos más comunes son los modelos raster y los modelos vectoriales.

Los modelos raster son aquellos donde la organización de los datos se realiza por medio de una matriz ordenada en la cual cada elemento de la matriz adquiere un único valor correspondiente. Esta matriz se puede ver a manera de una malla con cuadrículas de igual tamaño que pueden ser cuadradas o rectangulares llamadas celdas y que debe estar perfectamente referenciada a un sistema de coordenadas locales o globales, el valor de cada elemento de la matriz permanece constante dentro de una misma celda.

Dependiendo de la resolución o tamaño de cada celda un MDT tipo raster puede perder precisión frente a otros tipos de modelos, sin embargo es mucho más fácil su operación y manejo para realizar cálculos matemáticos, otro punto en contra es la generación de archivos de mayor tamaño, es aquí donde se debe hacer un análisis de que tanta precisión se necesita para el proyecto y que tanta precisión se puede obtener a partir de los datos que se utilizan para la generación del MDT y así poder llegar a un tamaño de celda que se acomode a las limitaciones de tamaño de archivo sin afectar la calidad del modelo.

Los modelos vectoriales organizan los datos por medio de la representación de entidades como puntos, líneas y polígonos, con la unión de estos se van conformando los mapas. Cada uno de estos elementos está ubicado con respecto al origen por medio de representaciones matemáticas y al igual que los modelos raster debe estar referenciado a un sistema de coordenadas globales o locales.

Esta forma de representación de datos ofrece mayor precisión y menor tamaño de archivos, pero es mucho más difícil el manejo matemático de la información ya que los datos no están almacenados como una matriz sino por medio de ecuaciones matemáticas.

Concientes de los avances de la tecnología de almacenamiento de datos ya no sería una preocupación tan imperativa el tamaño de los archivos con lo cual se debe prestar mejor atención en mejorar la precisión de los modelos para obtener una mayor confiabilidad, quedando en este sentido los modelos vectoriales por delante de los modelos raster, sin embargo sigue pesando un poco más la facilidad en el análisis de los datos que permiten los modelos raster razón por la cual son más utilizados que los vectoriales.

Una tendencia que se está observando la generación de modelos raster a partir de modelos vectoriales, mucho más marcada para los MDT's.

2.4.1 Modelos TIN (Triangular Irregular Network)

Es una estructura de representación basada en la construcción de triángulos equiláteros unidos por sus vértices, que se encuentran ubicados sobre las curvas de nivel, formando así una red que se adapta a la variabilidad del terreno o de la variable problema (*Ver figura 1*), que no necesariamente deben tener el mismo tamaño para todo el modelo, generando triángulos más pequeños en las zonas donde se necesite un mayor grado de detalle como pueden ser cimas de las montañas, fondos de precipicios, etc., por esto se evidencia que es una gran alternativa para generar modelos

confiables de terrenos muy escarpados. Cada vértice de los triángulos contiene el valor de elevación y su posición en el terreno, manteniendo el valor exacto del dato medido, esto implica que cada vértice este sobre un punto real de medición, por esta razón son llamados “mass point”.

Esto permite concluir que no se presenta ninguna clase de interpolación de datos, que solamente lo que el modelo hace es tomar los puntos como vértices para los triángulos sin llegar a traslaparlos.

Por estas dos características este tipo de modelo tiene una gran aceptación ya que representa de una manera muy continua la variación de la superficie del terreno o de la variable en estudio, pero debido a esta excelente representación es más difícil el manejo matemático de la información que este modelo almacena.

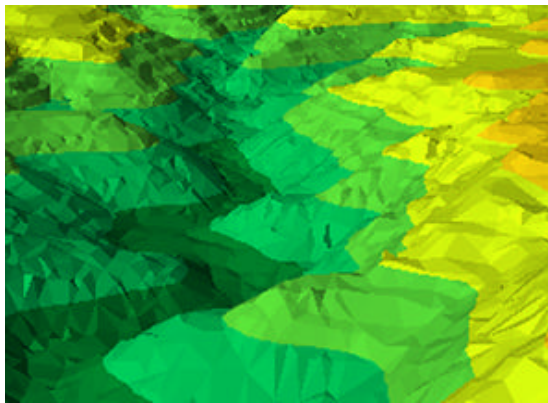


Figura 1. Modelo TIN (2d)

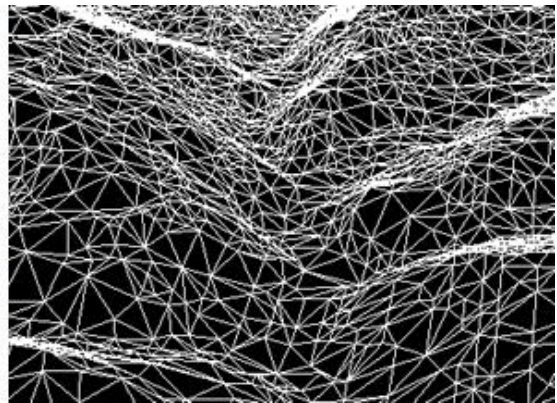


Figura 2. Modelo TIN (3D)

2.4.2 Modelos raster (Matrices Regulares)

Para realizar una explicación fácil de entender, se hará referencia a modelos de elevación por ser la variable que nos permite con mayor rapidez entender lo que se genera a través de este tipo de modelo. No obstante cabe recordar que con el modelo raster se puede generar la representación espacial de cualquier tipo de variable que así lo permita.

El modelo raster es un modelo que tiene su estructura de datos formada por una malla, resultado de superponer una cuadrícula uniforme de ancho “n” y alto “m” sobre el terreno, y a cada una de las celdas de la cuadrícula se le asigna el valor de la altitud media (*Ver figura 3*), estos datos a su vez son almacenados de forma organizada en una matriz ordenada y georreferenciada con respecto al lugar donde se obtuvieron los datos.

De cada celda de la matriz se pueden obtener 3 parámetros, 2 de los cuales describen la posición del objeto y el tercero es el valor de la elevación del terreno, a su vez al unir las con las demás celdas de la matriz se puede obtener las características del relieve del terreno en estudio. Para el establecimiento del tamaño geográfico ocupado por el conjunto de datos de la matriz, el computador procede a partir de la celda referenciada (donde normalmente se conocen la coordenadas X, Y) y con el tamaño de la celda realiza la suma del valor de los valores X, Y en cada dimensión obteniendo así el valor de las coordenadas para cada punto de la matriz así como las dimensiones de la misma.

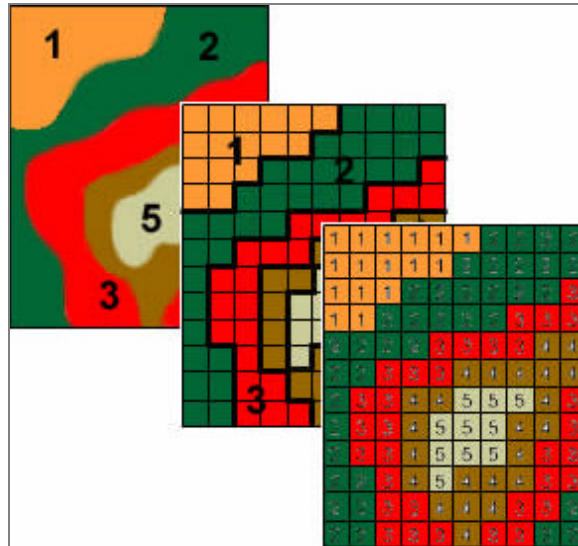


Figura 3. Modelo raster. Matrices regulares.

Para la visualización de un grid o malla se procede asignando un valor en el centro de la celda correspondiente al valor de la elevación, en 2D consiste en un simple relleno del color que le corresponde al intervalo en donde se encuentre el dato, en 3D es de igual manera y adicionalmente la celda es llevada al valor de la altura que le corresponde generando columnas de diferente elevación dando la sensación de escalonamiento brusco entre las diferentes columnas.

La principal preocupación a la cual nos vemos enfrentados al momento de construir un mapa tipo raster basado en datos análogos, es el tamaño adecuado que se le debe colocar a la celda para obtener una buena calidad del mapa. Es importante decir que si se tiene un mapa análogo con una determinada precisión no se puede pretender obtener un mapa raster con una precisión mayor, por ejemplo si tenemos un plano 1:10000 nuestro mapa raster no podrá ser 1:5000.

Además se debe tener en cuenta que este tipo de modelos no tiene en cuenta la variación local ya que dentro de una celda el valor de la variable es el mismo por lo cual se puede concluir que cada celda es totalmente horizontal, haciendo perder su objetivo de representación cuando el tamaño de la celda es demasiado grande para la escala del problema.

La precisión de un modelo raster así como para otros tipos de modelos está dada por la cantidad de cifras decimales que se utilicen para medir el valor en cada punto de la variable.

2.5 ERRORES EN MODELOS DIGITALES.

Debido a que un MDT es una representación aproximada de la realidad este no es ajeno a la ocurrencia de errores por diferentes causas generadas principalmente por la construcción del modelo y la toma e interpretación de datos.

Para evitar este ultimo la toma de datos debe hacerse con las mejores técnicas y que el personal empleado además de estar calificado para esta tarea debe estar conciente de la importancia y responsabilidad que asume al estar realizando las debidas mediciones, ya que la información obtenida puede ser utilizada en un sin número de estudios, todos ellos apuntados a mejorar el

bienestar de la sociedad de una manera directa o indirecta. No podemos dejar de hablar acerca de la mala gestión que se hace de los instrumentos utilizados en la toma de datos, olvidando que deben tener un mantenimiento regular y un adecuado manejo para que los mismos conserven sus características de precisión que al fin de cuenta es el factor más importante.

En los errores generados por la construcción del modelo se pueden listar de la siguiente manera:

- Errores Atributivos
 - Errores Posicionales
 - Errores en la Precisión
 - Errores en la Resolución
-
- Errores atributivos: Son producidos por la deficiente toma de datos, que se debe a la poca cantidad de puntos de observación, a la ambigüedad de la información y otras fuentes explicadas con anterioridad; también se presentan por fallas en los métodos de transformación de formato de la información.
 - Errores posicionales: Se deben a una deficiencia en la localización exacta de la trayectoria de las curvas de nivel y de la asignación del valor de la cota de cada punto. Esto se genera en la cartografía y se copian fielmente durante la digitalización de mapas. También se deben a deformaciones del medio en el cual se encuentran dibujados la copia análoga debida a pliegues, presencia de humedad entre otras. Aunque estos errores no se pueden eliminar por completo si se puede diezmar su efecto mediante practicas tales como la utilización de papel poco deformable y adecuada aplicación de las técnicas de digitalización.
 - Errores en la precisión: Este tipo de error tiene que ver con la cantidad de cifras decimales que se utilicen para la recolección de los datos y reconstrucción del MD. Esta muy relacionado con la escala que se utilice para realizar la representación ya que no se puede una mayor precisión que la que permita la escala utilizada.
 - Errores en la resolución: Se presenta por un inadecuado tamaño de celda tomado en la generación del MDT, también esta relacionado con la escala ya que al igual que el tipo de error anterior la escala es una limitante a la hora de elegir el tamaño de la celda.

Para poder elegir cual MDT es mejor que otro es necesario medir que tanto error involucra cada uno, este error se puede medir mediante varias técnicas. Las dos más usuales son:

- Error medio absoluto (EAM)
- Error medio cuadrático (ECM)

Para poder obtener una buena representación en la medición del error es necesario que los puntos que se utilicen como puntos de control sean los suficientes y además que estén homogéneamente distribuidos, es recomendable colocar puntos de control en zonas de características especiales.

2.6 CONCEPTOS DE HIDROLOGÍA

2.6.1 Cuenca hidrológica.

Es el elemento fundamental para el análisis hidrológico, ya que en esta se enmarca la zona sobre la cual se va a realizar el estudio.

Las cuencas hidrológicas son unidades morfológicas integrales, las cuales están definidas por la existencia de una línea imaginaria llamada divisoria de aguas que sirve como frontera o límite de separación entre ellas (*Ver figura 4*). No solo se detiene al terreno superficial sino que tiene en cuenta el espacio encerrado por la proyección de la divisoria de aguas hacia las capas de la atmósfera, abarcando además toda la estructura hidrogeológica subterránea delimitada por la proyección de la divisoria de aguas hacia el subsuelo, formando un volumen de control similar a un cilindro pero con la forma de la divisoria de aguas. Esta línea de división generalmente se encuentra demarcada por la topografía del terreno en los límites superiores de las montañas.

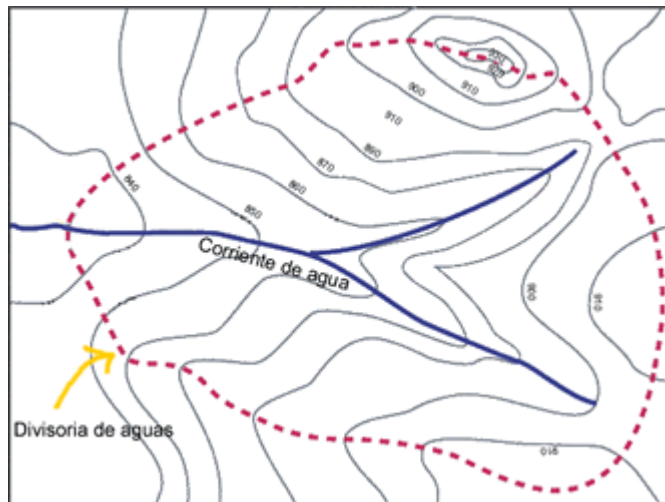


Figura 4. Cuenca Hidrológica.

La cuenca hidrológica se puede subdividir en tres zonas de funcionamiento hídrico principales así, la primera y más importante es la zona de cabecera en las cuales se garantiza la captación inicial y el suministro constante de las zonas bajas durante todo el año, cabe resaltar su gran importancia ya que en esta ocurre principalmente el proceso de precipitación y esta controla la cantidad y temporalidad mayormente en la lluvias de tipo orográficas, los bosque y la vegetación presentes en esta zona protegen el suelo de los procesos de erosión y los problemas que acarrea esta en partes más bajas, la segunda y no menos importante es la zona de captación-transporte en donde como su nombre lo indica ocurre la aglomeración del flujo que es encausado por una fuente hídrica que comúnmente es una quebrada, por ultimo encontramos la zona de emisión que es donde se presenta la entrega de agua a los ríos principales transportadores del agua hasta los acuíferos finales como lagos, lagunas, pantanos, mares y océanos entre otros.

En la mayoría de los casos el agua que se recoge en toda la cuenca hidrológica es drenada hacia uno de los extremos de la misma determinado por la topografía del terreno por donde sale el agua de esta a través de una quebrada o un río, estas cuencas son particularizadas con el término de cuencas exorreicas. Pero como no todo en la naturaleza es igual se han encontrado cuencas que

drenan sus aguas a sitios localizados dentro de la divisoria de aguas, a esta clase de cuencas se les ha dado el nombre de cuencas endorreicas. Aparece también la cuenca arreica que se presenta cuando el sitio a donde drenan las aguas superficiales posee una considerable extensión presentándose inundaciones en dicha zona, es característico de cuencas con terrenos ligeramente planos razón por la cual es difícil señalar su divisoria de aguas.

2.6.2 Ciclo hidrológico.

La descripción de este ciclo se puede iniciar en el mar, en donde las gotas de agua se encuentran todas unidas formando los grandes cuerpos de agua llamados océanos, estos a su vez permanecen en constante movimiento producido por las corrientes oceánicas, la lamina superficial de agua marina entra en contacto con los rayos del sol cambiando su estado físico de líquido a gaseoso mediante el proceso de la evaporación, generando como resultado lo que llamamos vapor de agua, este vapor va ascendiendo a las diferentes capas de la atmósfera y es transportada por acción de los vientos hacia tierra firme en donde al encontrar temperaturas más bajas y condiciones de presión adecuadas se condensa formando nubes, las cuales llevan pequeñas partículas que al irse uniendo unas con otras se convierten en gotas que son afectadas por la fuerza de gravedad haciendo que se precipiten hacia la superficie terrestre dando origen a las lluvias, esta agua lluvia al llegar al entrar en contacto con el suelo es absorbida por el terreno mientras que otra porción se mueve o escurre sobre la superficie del suelo, esta última por la acción de la gravedad y la topografía del terreno llega más rápidamente a los afluentes tanto lagos, ríos o quebradas, los cuales después de una compleja red pluvial finalmente desembocan en los mares, regresando a donde todo comenzó; durante el tiempo que el agua permanece en los ríos y quebradas es afectada por los rayos solares al igual que en los lagos y océanos. A todo este proceso de transformación y transporte se le conoce con el nombre de CICLO HIDROLOGICO (Ver figura 5).

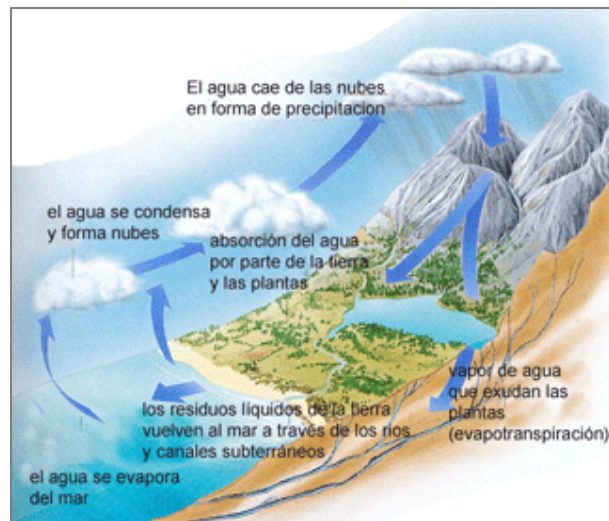


Figura 5. Ciclo Hidrológico. Aguas Andinas. Santiago de Chile. www.aguasandinas.cl

En cada una de las partes que componen este ciclo hidrológico intervienen diferentes fenómenos y también diferentes factores que hacen que los procesos se cumplan con diferentes velocidades y características de acuerdo a las condiciones regionales que se presenten. Esto se debe a que el clima juega un factor muy importante en el comportamiento del régimen de lluvias influenciado por

perturbaciones principalmente océano-atmosféricas de carácter recurrente originadas en su mayoría en el pacífico tropical.

Un caso extremo de variabilidad ambiental se produjo entre julio de 1982 y julio 1983; caracterizado por temperaturas anormalmente altas en la superficie del pacífico oriental tropical, por valores extremadamente bajos en el índice de la oscilación del sur y por vientos alisios sumamente débiles sobre las zonas central y occidental del pacífico ecuatorial (Francisco Chávez, 2001).

Para comprender mejor cada una de las partes en que se divide el ciclo hidrológico que a su vez se convertirán en variables de la estimación de la oferta hídrica, se describirá a continuación cada una de estas.

2.6.3 Precipitación.

Se define como el paso de agua de la atmósfera a la superficie, incluye todo tipo de agua que cae o deposita sobre la superficie terrestre ya sea en forma líquida o sólida (Jaime Ayala, 2001); siendo un poco más en detalle la precipitación es el proceso por el cual las partículas de vapor de agua que se van aglomerando en la atmósfera a medida que desciende la temperatura y la presión se adecua hasta alcanzar un peso específico que le permita caer a la tierra dando origen a las lluvias, granizadas y nevadas.

El agua es un elemento que se encuentra en la naturaleza en sus tres estados físicos; en estado líquido se encuentra en los océanos, ríos, mares y lagos entre otros. En estado gaseoso se mantiene en la atmósfera y se le conoce como humedad o vapor de agua. En estado sólido se puede encontrar en los polos y paramos formando el hielo y la nieve además de iceberg flotando en los océanos.

Con un 97% del agua que se encuentra en los océanos es en estos donde se da lugar a los grandes procesos de evaporación del agua, de esta forma el agua pasa de un estado líquido a un estado gaseoso dando lugar al vapor de agua o humedad atmosférica (Ver figura 6).

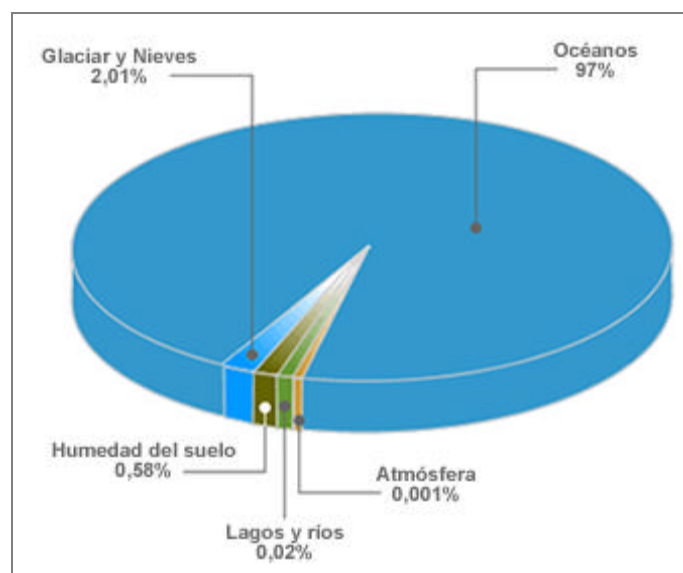


Figura 6. Distribución del agua en el planeta.

2.6.4 Evapotranspiración.

La evapotranspiración (ET) es considerada como la unión de dos procesos diferentes los cuales son: la evaporación y la transpiración.

La evaporación es el fenómeno físico en el que el agua pasa de su estado líquido a vapor, cabría decir que se puede presentar la sublimación (paso de sólido a vapor) desde la nieve y el hielo. Se puede producir evaporación desde la superficie del suelo y el follaje de la vegetación inmediatamente después de una precipitación, desde la superficie de cuerpos de agua como ríos, lagos, embalses, entre otros.

La transpiración es el fenómeno biológico por el cual las plantas y los animales pierden agua liberándola a la atmósfera, los primeros la toman del suelo a través de sus raíces y utilizan una parte para su crecimiento y desarrollo, los segundos la expulsan a través de la transpiración.

Schiechtl (1980) estima capacidades de evapotranspiración hasta de un metro cúbico por metro cuadrado por año, en bosques primarios en Europa, y Greenway (1987) reporta evapotranspiraciones de más de 100 mm por mes en Hong Kong; en climas tropicales los volúmenes de evapotranspiración son generalmente mayores que en zonas con estaciones.

Dada la complejidad de estos procesos es muy difícil medirlos por separado, y además en la mayor parte de los análisis hidrológico nos interesa es la cantidad total de agua que se pierde a la atmósfera sin importar como ocurra, es por esto que se considera bajo el concepto mixto de evapotranspiración.

2.6.5 Infiltración.

La infiltración se conoce como un proceso por el cual parte del agua que se precipita sobre la superficie del suelo ingresa a través del mismo por medio de los poros o intersticios y discontinuidades.

Esta agua infiltrada puede llegar a tomar diferentes caminos, uno es seguirse moviendo hasta alimentar quebradas o ríos formando parte del flujo base de los mismos que constituye una reserva hídrica para las épocas de sequía debido a la lentitud con que esta viaja desde los lugares en donde se infiltra hasta su entrega final, o puede en el segundo caso, formar parte de acuíferos subterráneos de mayor o menor escala dependiendo de la disposición de los mantos estratigráficos en que se encuentre conformando la corteza terrestre local.

En la actualidad los esfuerzos del hombre por encontrar nuevas fuentes de suministro de agua suficientes para cubrir las necesidades propias de su vida cotidiana se han encaminado a la búsqueda de acuíferos, estos pueden llegar a permanecer almacenados durante miles o millones de años, generados por la infiltración ya que estos constituye una reserva de aproximadamente 8.4 millones de kilómetros cúbicos a nivel mundial (Robert P. Ambroggi, 2001).

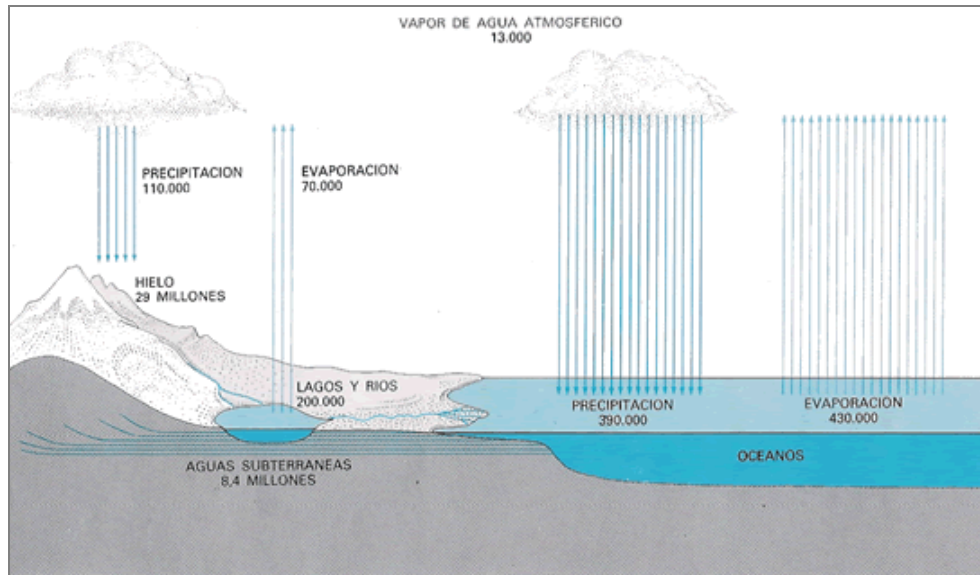


Figura 7. Reservas mundiales de agua. Revista Investigación y ciencia Temas 24 Edición española SCIENTIFIC AMERICAN 2001.

2.6.6 Escorrentía.

Puede entenderse como el agua que se desliza sobre la superficie del terreno por efecto de la gravedad, durante y después de una lluvia luego de restar la infiltración y la evapotranspiración.

Su recorrido finaliza en los cuerpos de agua de los cuales se abastece la mayoría de la población mundial por captación directa o mediante la construcción de obras civiles creadas para este propósito, de ahí que sea la fuente más vulnerable a la explotación indiscriminada que el hombre hace de ella sin darse cuenta que son aproximadamente 200.000 millones de kilómetros cúbicos¹³ los que son afectados a lo largo de la compleja red mundial de ríos y lagos; esta clase de escorrentía es llamada escorrentía directa.

Si se quisiera saber la cantidad de agua proporcionada por la escorrentía en una región se debe realizar una medición por medio de aforos en ríos y quebradas con ayuda de reglas medidoras de niveles y aparatos de medición de caudal que permitan mediante cálculos adicionales conocer de forma directa o indirecta el flujo base de las fuentes y el flujo debido al aporte de la precipitación que se convierte en escorrentía.

¹³ Revista investigación y ciencia. Edición española SCIENTIFIC AMERICAN.

2.7 GEOESTADÍSTICA.

La geoestadística es una parte de la estadística que se encarga de analizar la relación y el comportamiento de variables espacialmente distribuidas. El prefijo “Geo” se debe a que los trabajos que dieron su origen se relacionaron con análisis de fenómenos geológicos.

Si se hace un análisis general de la ciencia de la estadística se diría que se ocupa de reunir, organizar y analizar datos numéricos ayudando a resolver problemas como el diseño de experimentos y la toma de decisiones, la diferencia radica en la clase de datos y la forma como se analizan. Se podría decir que consta de 4 componentes principales:

- La primera es la estadística descriptiva que analiza datos,
- Luego aparece la estadística univariada en donde el comportamiento de los fenómenos se representa por medio de funciones continuas con una sola variable,
- Seguidamente se presenta la estadística bivariada que introduce el concepto de análisis de los fenómenos con modelos bidimensionales, y
- Finalmente cuando el hombre pretende analizar de forma más real los fenómenos encuentra los modelos tridimensionales dando origen al análisis Geoestadístico.

Sus inicios se dieron de una manera informal en los años 50 cuando D.J. Krige en su afán de poder estimar la cantidad de oro que podría llegar a encontrarse en una mina realizando unas pocas perforaciones con el fin de obtener muestras del material presente en la zona y así poder determinar datos como profundidad y potencial de explotación de la misma, para así evitar la realización de costosas inversiones en lugares que no representarían una adecuada rentabilidad económica. Aunque su metodología no fue expuesta por el mismo ante la comunidad científica, si lo hizo Matérn y Matheron en el año de 1963 pero solo fue hasta los años 80's que los estudiantes egresados de la escuela de minas de Fontainebleau expanden su implementación.

Su principal aplicación se ha dado en el manejo de variables ambientales pero en los últimos años se han desarrollado estudios de estimación de variables hidrológicas combinados con sistemas de información geográfica con buenos resultados; además se ha visto una creciente tendencia al uso de la geoestadística en temas en los cuales se utilizaban metodologías aproximadas, evidenciando así el gran potencial de esta rama de la estadística y el gran camino que queda por recorrer en aras de su total entendimiento y mayor aplicación en la ingeniería.

La mayor ventaja que posee el uso de la geoestadística para el análisis de variables hidrológicas en países en vía de desarrollo, es su bajo costo económico ya que no requiere de la disposición de tecnologías de punta generalmente muy costosas y además los datos que se necesitan para el análisis son los mismos que se han venido manejando a través de los años por las entidades ambientales encargadas. Además hay que resaltar que no precisa de estudios demasiado extensos y tediosos para su entendimiento pudiendo ser implementados con un poco de esfuerzo en las cátedras estudiantiles.

2.7.1 Variables regionalizadas.

Una variable regionalizada es aquella que esta distribuida en el espacio de manera que presenta una estructura espacial de correlación muy poco variable, sin depender directamente de otros parámetros pero si haciendo parte de un fenómeno. Desde un punto de vista matemático una variable regionalizada es simplemente una función $f(x)$ cualquiera que posee un valor para todas las posiciones en un espacio de 1, 2 o 3 dimensiones.

Una variable regionalizada tiene dos aspectos aparentemente contradictorios:

- Un aspecto general estructurado, el cual puede caracterizarse con una función determinística.
- Un aspecto errático, aleatorio, local, el cual representa una variación impredecible de un punto a otro.

La representación de la variación espacial de una variable regionalizada se realiza mediante la suma de tres componentes:

$$Z(x) = m + e'(x) + e''(x) \quad (1)$$

Siendo $Z(x)$ el valor de la variable en la posición x , m representa la función determinística (la media o cualquier tendencia espacial), $e'(x)$ la componente correlacionada espacialmente pero localmente variable, y $e''(x)$ un término de error residual distribuido normalmente, o ruido aleatorio, con una media nula y una varianza $\sigma^2(x)$, siendo espacialmente independiente.

Si se analiza desde el punto de vista estocástico implica que, en cualquier punto del espacio, no existe un único valor de un atributo sino un conjunto de valores. El valor observado en un punto es el resultado de un proceso aleatorio, con una distribución concreta. Esto supone que en todos los puntos del espacio existe una variación, un concepto no considerado en la teoría de la estimación clásica.

De la misma forma que no es posible encontrar la función de distribución de una variable aleatoria a partir de una única observación, como por ejemplo el resultado de arrojar un dado con un solo lanzamiento, tampoco será posible la inferencia estadística a partir de una sola realización; dicho de otro modo, la inferencia estadística, que es la estimación de los parámetros de una variable regionalizada, debe efectuarse con la información contenida en una muestra de la población, con varias observaciones de la variable aleatoria.

Si se desea analizar la relación entre dos variables aleatorias, en dos puntos del espacio, se determina la covarianza:

$$C(x_1, x_2) = E\{[Z(x_1) - m(x_1)][Z(x_2) - m(x_2)]\} \quad (2)$$

Siendo $m(x_1)$ y $m(x_2)$ las medias de Z en los puntos x_1 y x_2 . Si se dispone de una sola observación de Z en cada punto, no se puede hallar la covarianza ya que no se conocen las medias. Sólo suponiéndose que los valores en diferentes lugares son distintas observaciones del atributo, podría superarse el inconveniente encontrado, ya que la media sería constante con independencia de los puntos considerados. Esto es lo que se denomina estacionariedad.

2.7.2 Métodos de interpolación para la distribución de variables.

Tradicionalmente en los problemas en los cuales se han necesitado conocer información de algunos puntos que no pueden ser medidos en campo por diferentes situaciones especiales que impide el acceso o que dicha medición no es tan fácil de hacer así como el costo económico que conllevaría el medir todos los datos requeridos para ser utilizados en los diferentes análisis de un fenómeno, se ha recurrido a diferentes técnicas de interpolación cuyo propósito es estimar de la mejor manera los valores necesarios para completar una colección lo suficientemente grande en cantidad y calidad como para poder describir adecuadamente la variabilidad de un fenómeno.

De este modo interpolar es el proceso mediante el cual se obtiene un valor resultante a partir del estudio de otros valores circundantes o de referencia, se utiliza para generar nueva información que esta no esta disponible en las cantidades necesarias.

Existen varias formas de generar esta nueva información, la más común y antigua es la interpolación lineal que asume un comportamiento entre los puntos de referencia descrito por una línea recta, cada vez la complejidad de los métodos de interpolación creados va aumentando debido a gran variabilidad que poseen los fenómenos que el hombre pretende describir modelándolos. Algunos de los métodos de interpolación más conocidos son:

- Inverso de la distancia a la potencia,
- Regresión Polinomial,
- Vecino más cercano,
- Vecino natural,
- Interpolación lineal triangulada,
- Curvatura mínima,
- Kriging,

A continuación se describirán algunos de los métodos que se enunciaron, estos son los mas utilizados para realizar interpolaciones y además son los más frecuentes en los diferentes programas de computador.

2.7.2.1 Método del inverso de la distancia.

Comúnmente llamado IDW (Inverse Distance Weighting), al utilizar esta técnica de interpolación, que es geométrica, el punto problema es estimado a partir de los datos del entorno, a cada uno de estos se le asigna un peso o ponderador dependiendo de la distancia que lo separe del punto a estimar y su valor equivale al inverso de dicha distancia, tal y como se muestra en la ecuación 3.

$$\sum_{i=1}^n Z_i \times \frac{1}{d_i^p} \quad (3)$$

Esto hace que los puntos más cercanos tengan una mayor influencia en el valor que tomara el punto. Esta relación no necesariamente tiene que ser lineal y por esto se plantea una formula general para establecerá una proporcionalidad entre los pesos y las distancias que es la siguiente:

$$Z_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{Z_i}{d_i^p}}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{d_i^p}} \quad (4)$$

Donde:

n: número de puntos.

p: exponente de la función.

d_i: distancia del punto P_i al punto a interpolar.

Z_i: cota de cada punto que interviene en la interpolación.

2.7.2.2 Método de la curva suavizada.

Conocida también como interpolación spline, este método de interpolación ajusta una curva suave a un conjunto de puntos conocidos, obligando a que pase por cada uno de ellos. La manera de generalizar su formulación es la siguiente:

$$C(u) = \frac{\sum_{i=1}^n w_i N_{i,k}(u) P_i}{\sum_{i=1}^n w_i N_{i,k}(u)} \quad (5)$$

Donde:

u: un parámetro.

N_{i,k}: función base de grado k (k=1 spline tensión, k=3 cúbico o generalizado).

P_i: puntos de control.

w_i: pesos.

A partir de esta fórmula general se desprenden dos tipos de interpolación, spline regularizado y spline tensión. El tipo regularizado produce una superficie continua con curvatura mínima utilizando como peso una ecuación polinómica con tercera derivada. El tipo tensión, al igual que la anterior genera una superficie continua con curvatura mínima pero esta tiene como peso una ecuación polinómica de primera derivada.

2.7.2.3 Método del análisis de tendencia.

Este método de interpolación también es denominado "Trend Surface Analysis". Es un interpolador en donde la superficie se aproxima a una función polinómica, el atributo está dado para cualquier punto (x,y) por una ecuación de tipo:

$$z = a + bx + cy \quad (6) \quad \text{superficie plana inclinada}$$

$$z = a + bx + cy + dx^2 + exy + fy^2 \quad (7) \quad \text{colina o valle simple}$$

Crea generalmente superficies suaves, redondeadas y presenta problemas de borde severos. La superficie generada podría rara vez pasar por medio de los puntos originales.

2.7.2.4 Método de Kriging.

Desde hace unos años vemos que gracias al esfuerzo de unos pocas personas podemos contar con el análisis geoestadístico, una técnica mucho más precisa que las vistas hasta el momento, aunque su desarrollo lleva poco tiempo a demostrado ser muy eficaz en todos los campos en los cuales ha sido aplicada, obteniendo resultados más aproximados a la realidad de los fenómenos y con una sustentación matemática más rigurosa y analítica.

Dentro de este análisis geoestadístico, se encuentra el método de kriging cuyo objetivo es usar un número de datos observados cercanos al sitio a estimar y multiplicar cada uno de esos datos observados por un peso, la suma de esos productos será la mejor estimación. Por ejemplo, se puede usar kriging para estimar el valor del punto rojo en la figura 8 utilizando los datos de los puntos circundantes más cercanos.

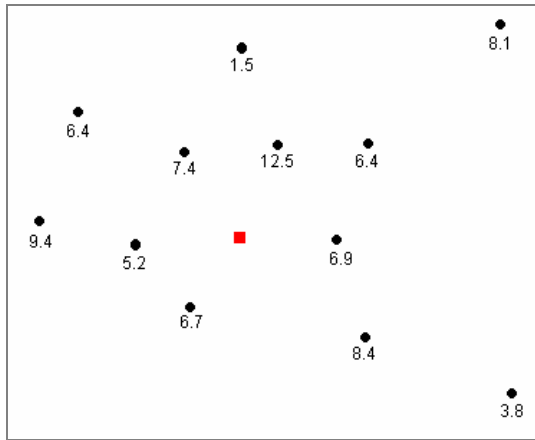


Figura 8. Distribución de puntos iniciales.

El método de kriging es un estimador lineal insesgado, para lo cual se deben cumplir dos condiciones básicas, en la primera se limita la suma de los errores de estimación a un valor cero, y la segunda que el cuadrado de las desviaciones debe ser mínimo. La condición establecida sobre la varianza de estimación, hace que kriging sea el mejor estimador lineal.

En geoestadística, la variable regionalizada bajo estudio esta representada por la letra mayúscula, Z . Una observación de tipo discreta de Z es universalmente referida como $Z(x_i)$, donde x_i representa la posición espacial de la observación. El valor estimado de Z (interpolado) para el punto de estimación (x_0) es $Z^*(x_0)$. Matheron define el estimador de kriging sobre un dominio infinito Z como:

$$Z^*(x_0) = \frac{1}{\text{espacio}} \int_{\text{espacio}} f(Z_{\text{espacio}}) d(\text{espacio}) \quad (8)$$

Donde espacio es 1, 2, 3, ..., dimensiones.

Esta integral se usa esta para obtener la estimación requerida y ampliar el conocimiento de Z , esto se encuentra raramente disponible. Usualmente, todo lo que esta a la mano son unas pocas observación discretas de Z . La integral para $Z^*(x_0)$ se puede aproximar usando un procedimiento exactamente análogo a la cuadratura gaussiana:

$$Z^*(x_0) = \sum_{i=1}^N I_i Z(x_i) \quad (9)$$

Donde:

? son los pesos.

Al aplicar esta ecuación, N (un número escogido arbitrariamente, mas adelante se hablara sobre esto con mayor profundidad) son el numero de observaciones que se encuentren mas cercanas espacialmente al punto de análisis y que se tuvieron en cuenta; $Z(x_i)$ representa el valor de uno de los N puntos, x_i .

Como los pesos ? son en realidad ponderados, la sumatoria de todos los ? utilizados en la interpolación de Kriging para una variable debe ser igual a 1.

$$\sum_{i=1}^N I_i = 1 \quad (10)$$

La sumatoria de estos productos es la estimación de Kriging, tal y como se mostró en la ecuación 9.

Ahora existen varios tipos de kriging: si la suma de los pesos es la unidad, el kriging se denomina Ordinario, si no se impone esta condición el proceso de kriging se denomina simple. El universal se refiere a la cualidad de estudiar e imponer la tendencia de los datos, esto es, el estudio local de la varianza, o lo que es lo mismo, considerar que el variograma no es estático y que puede ser adaptado a las variaciones locales que se produzcan.

Como ya lo hemos dicho anteriormente, el error medio cuadrático es la mejor función para aceptar una estimación obtenida. Esta función esta determinada por la siguiente ecuación:

$$q = \sum_{i=1}^N (Z(x_i) - Z^*(x_i))^2 \quad (11)$$

Otro valor necesario para realizar la interpolación de kriging es la covarianza, esta se puede ver más fácilmente de una manera grafica, así:

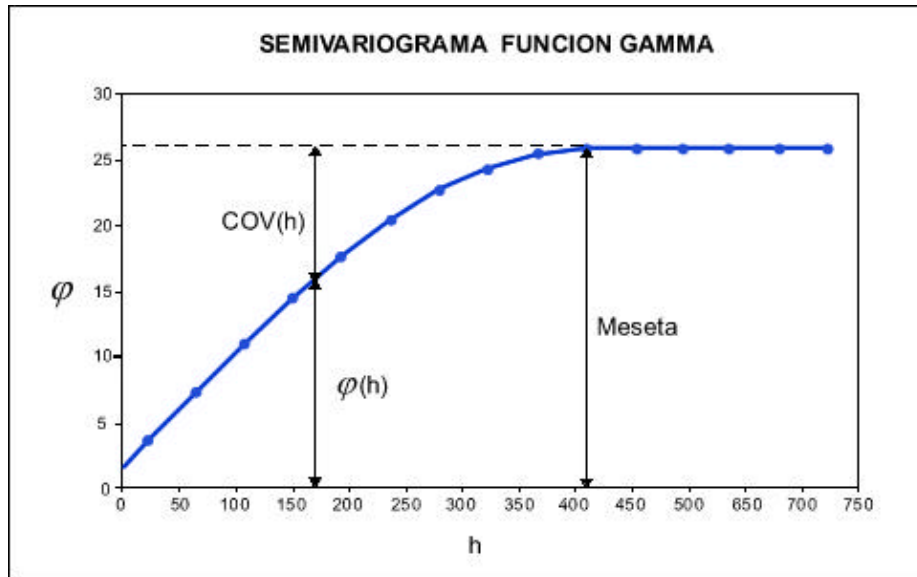


Figura 9. Semivariograma función gamma.

Observando la figura 9, se puede deducir que

$$Cov(h) = meseta - \hat{j}(h) \quad (12)$$

Lo que nos lleva a tener que calcular el valor $f(h)$ que no es mas que el valor de una función para un valor de h , esto lo podemos hacer por medio de el semivariograma.

2.7.2.5 Semivariograma

El semivariograma es un estimador de la varianza poblacional. Para que se cumpla esta afirmación, la población debe tener algún grado de estacionalidad, que en términos generales implica que debe tener una cierta regularidad en su distribución. La estacionalidad en sí no puede ser evaluada, pero se estima que si la muestra está normalmente distribuida se verifica este supuesto.

Una variable distribuida en el espacio de forma que presente una estructura de correlación espacial se dice que esta regionalizada (Samper y Carrera). El semivariograma solo puede ser aplicado a variables regionalizadas lo cual indica que estas deben ser continuamente distribuidas, excluyendo tajantemente las variables con características determinísticas.

El semivariograma es la medida de la relación espacial entre los datos, dado por una función de la distancia entre puntos (h) vs. la semivarianza de los puntos (f).

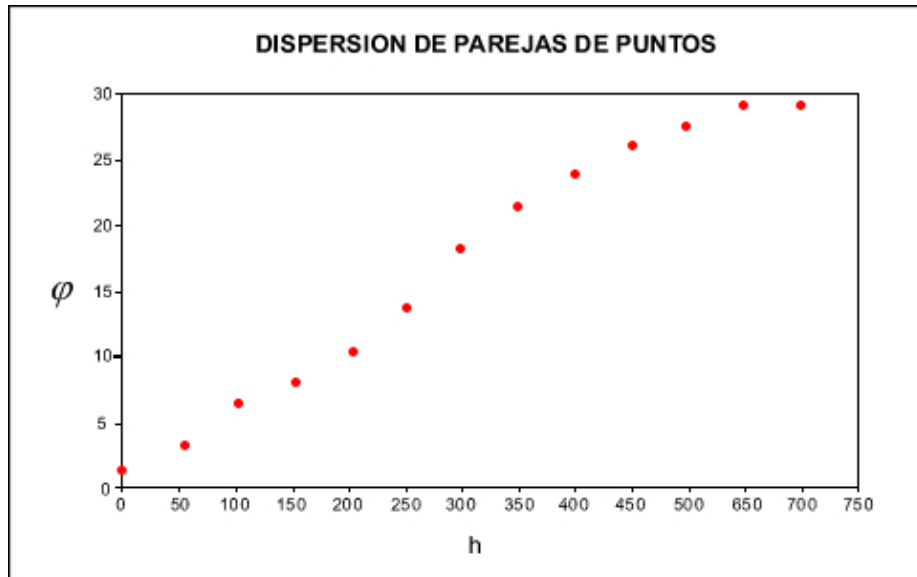


Figura 10. Dispersión de puntos del semivariograma.

Cualquier semivariograma presenta las siguientes características:

- a) Se incrementa con h,
- b) Tiene una tendencia creciente que la define una función específica particular y que una vez en su punto máximo se mantiene constante. Esto debido a que después de este punto los datos ya no están correlacionados.

El semivariograma indica que los puntos próximos tienen valores de las varianzas parecidas, a partir de una cierta separación, las varianzas dejan de ser parecidas, sin embargo su media sí presenta una tendencia constante.

En la figura 11, que describe la función del semivariograma se observan algunos puntos especiales que más adelante se utilizaran para su análisis, estos puntos son:

- a) Efecto pepita (Efecto Nugget)
- b) Meseta (Sill)
- c) Rango (Range)
- d) Escala (Scale)

Una descripción de cada uno de estos parámetros se da a continuación.

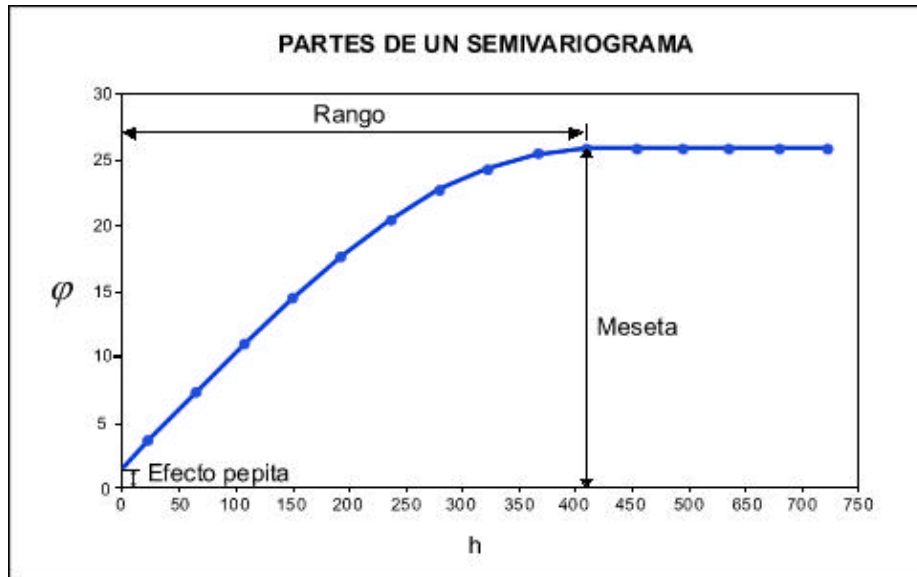


Figura 11. Partes de un semivariograma.

a) Efecto pepita (Efecto nugget).

Es la suma de los errores o la posibilidad de encontrar parejas en la que un dato se encuentra muy distante del otro; en todos los modelos de semivariograma es tenido en cuenta este efecto. El efecto pepita es implícito del semivariograma, específicamente esta causa que el kriging se vuelva un interpolador más suavizador, implicando menos confianza en los puntos individuales de datos contra la tendencia global de los datos. Un efecto pepita alto nos genera una red alisada y un efecto pepita de menor valor nos genera una red truncada.

b) Meseta (Sill).

Es la escala vertical total del semivariograma, casi siempre es igual a la varianza, siendo el límite máximo para una buena correlación de datos.

c) Rango (Range).

Es el alcance horizontal máximo del semivariograma hasta donde comienza a presentarse la meseta.

d) Escala (Scale).

Es igual a la meseta menos el efecto pepita, es el valor de la distancia entre el mayor y menor valor de f .

Conocido el papel que juega el semivariograma en el método de kriging y entendiendo sus partes podemos comenzar a analizar la forma como se construye.

Lo primero que se debe realizar para obtener un semivariograma es definir el paso (h) que se va a tener en cuenta para su construcción, el valor de este paso depende de la distancia de separación entre los datos, no debe ser menor que la mínima separación entre ellos ni llegar al extremo de tomar la máxima separación, en general se puede tomar un valor aproximado al 15% de la separación máxima, cuando no se tenga una buena visión de este.

Algo muy importante es la dirección en la que se calcula el semivariograma, puede ocurrir el caso, y es lo más frecuente, que en diferentes direcciones se generen diferentes semivariogramas para una misma variable, por esto se recomienda que se construya en cuatro direcciones como mínimo variando cada 45 grados, para un sistema de coordenadas polar que es el mas adecuado para este procedimiento.

El siguiente paso es formar parejas de datos que se encuentren separados la distancia h seleccionada o menor y que se encuentren en la misma dirección elegida para realizar el calculo del semivariograma, para cada pareja se calcula la diferencia entre sus valores y esta se eleva al cuadrado, luego de tener todas las posibles parejas para una mismo h , se procede a realizar la suma de las deferencias calculadas, esta sumatoria se divide entre el doble del número de parejas obtenidas para este h . Si para alguna pareja falta uno o los dos datos, esta pareja no es contada dentro de las operaciones.

Este mismo procedimiento se realiza para diferentes h en una misma dirección, llevando h hasta el valor máximo deseado y con una variabilidad adecuada.

Cuando ya se obtengan para cada h un valor de semivariograma se procede a realizar el semivariograma experimental, que no es más que graficar en un plano cartesiano los diferentes valores de h tomados en el eje de las abscisas y el valor obtenido del cálculo en el eje de las ordenadas. Sobre estos datos se deben realizar un ajuste para obtener una función que represente de la forma más adecuada la correlación entre ellos a la cual llamaremos semivariograma teórico.

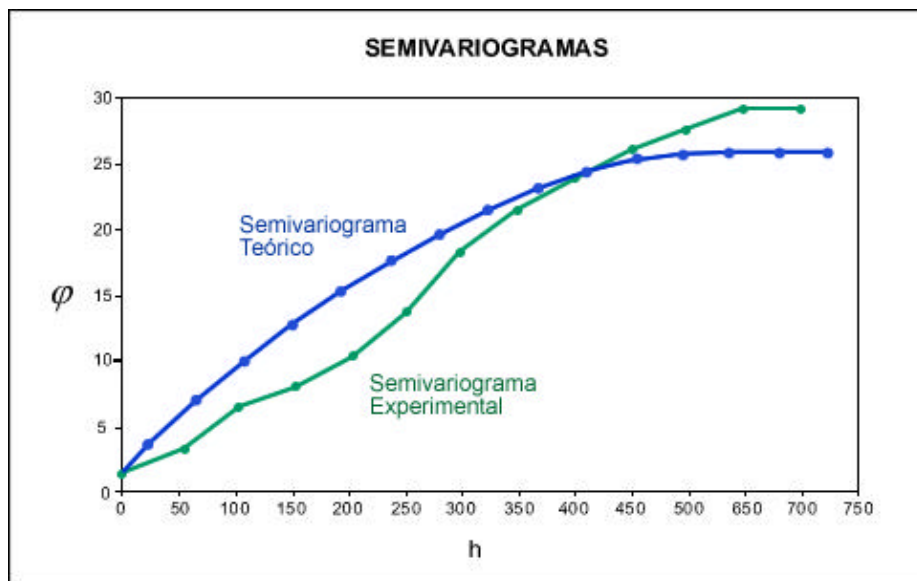


Figura 12. Semivariograma teórico y semivariograma experimental.

Una forma de determinar cual es el mejor semivariograma teórico es determinando el valor del error medio cuadrático de los datos con respecto a la función ajustada. El menor valor de este error supondrá el mejor ajuste a los datos.

Para cada dirección de análisis determinada se debe construir un semivariograma teórico, esto con el fin de determinar si se presenta una variación en la forma de correlación de los datos para la

variable analizada. La presencia de dicha variación será llamada anisotropía lo cual significará que la variable en estudio presenta una tendencia a correlacionarse mayormente en una de las direcciones en estudio (anisotropía); la no presencia de variabilidad en los semivariogramas dará a la variable la característica de isotropía que se podrá interpretar como la no variación del semivariograma teórico en las diferentes direcciones.

Para realizar el ajuste de los datos y construir el semivariograma teórico, diferentes autores han desarrollado modelos de semivariograma para describir de una mejor manera el comportamiento la gran mayoría de variables, algunos de estos modelos, se nombran y se dan sus ecuaciones matemáticas a continuación.

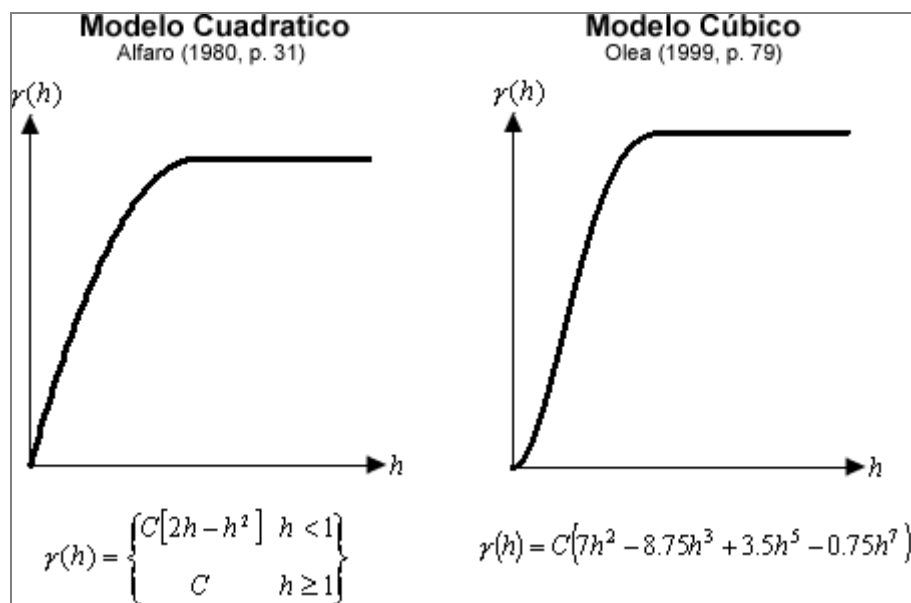


Figura 13. Modelo cuadrático y modelo cúbico.

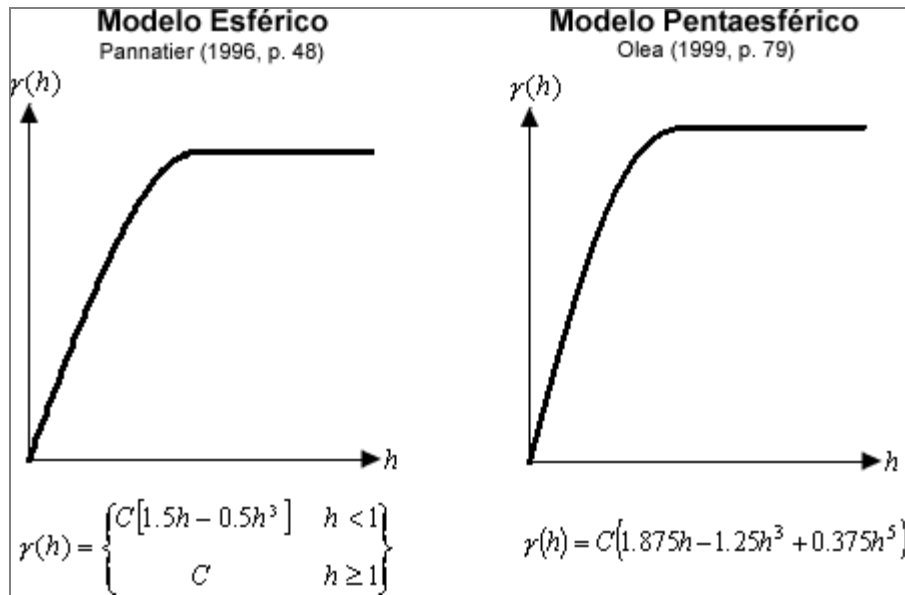


Figura 14. Modelo esférico y modelo pentaesférico.

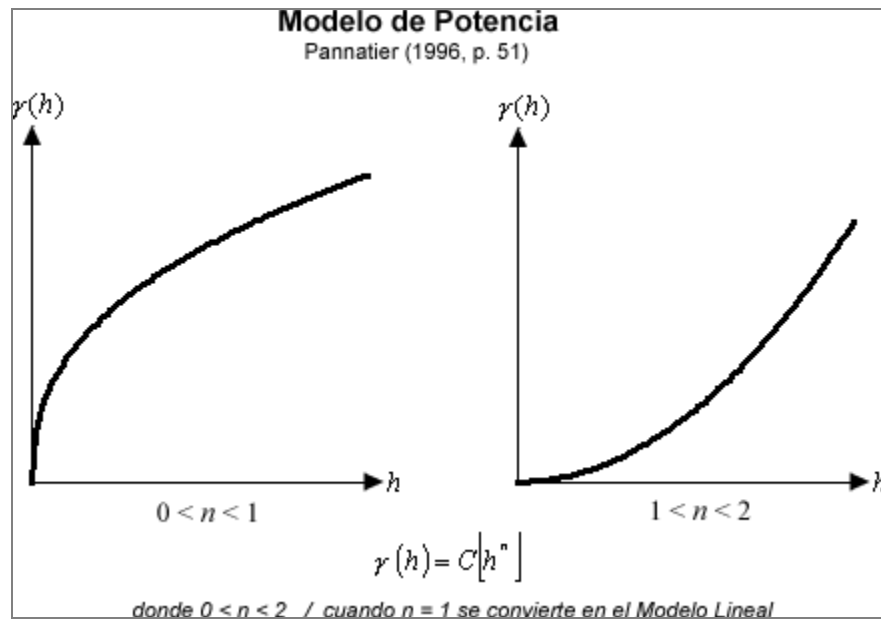


Figura 15. Modelo potencial.

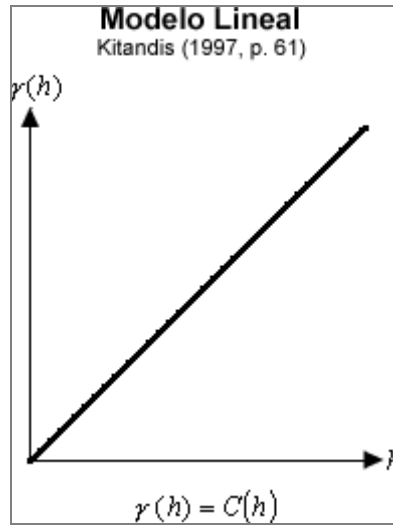


Figura 16. Modelo lineal.

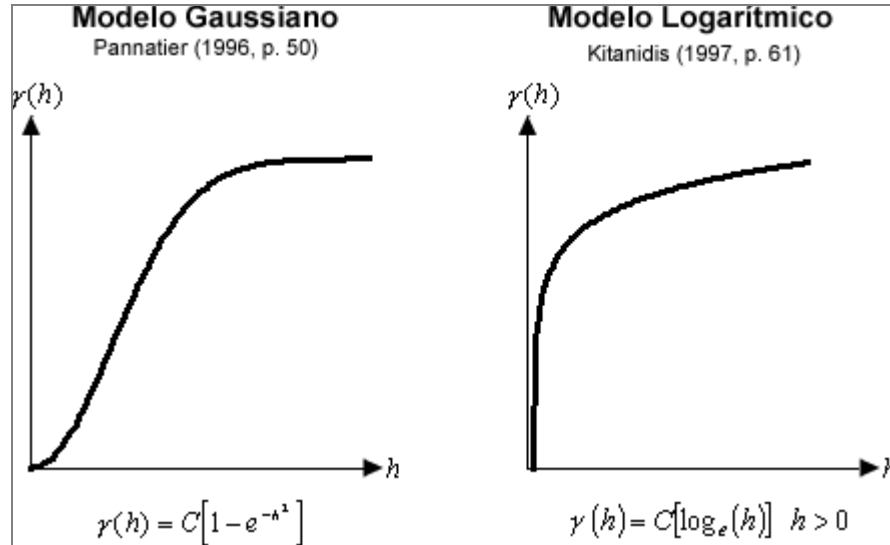


Figura 17. Modelo gaussiano y modelo logarítmico.

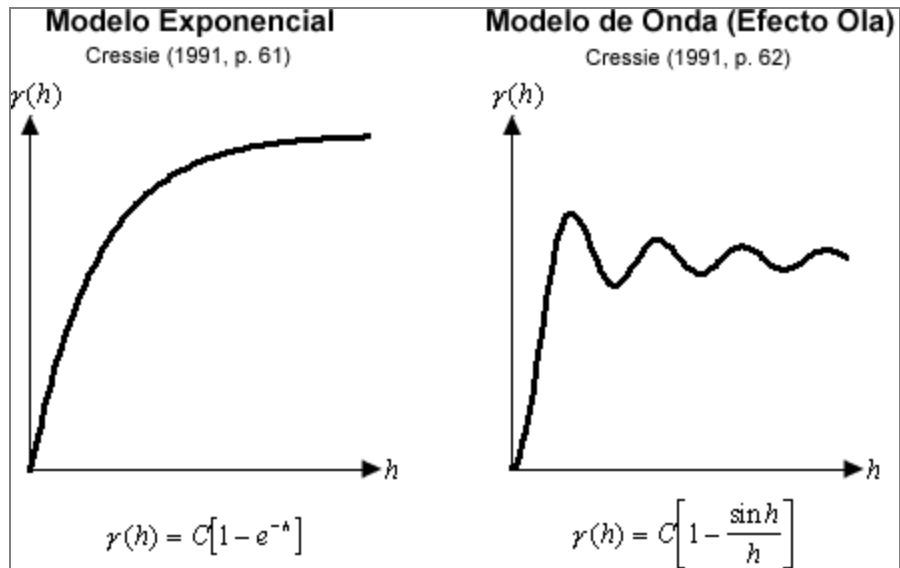


Figura 18. Modelo exponencial y modelo de onda.

3. PLANTEAMIENTO DE LA METODOLOGIA PARA LA SOLUCIÓN DEL PROBLEMA PROPUESTO.

Como solución al problema planteado se propondrá una metodología que permita obtener un modelo distribuido de la oferta hídrica partiendo del tratamiento individual de las diferentes variables, aplicándoles técnicas de interpolación que nos permitan crear mapas de su variabilidad espacial a partir de los datos obtenidos en campo, soportando la validación de estas técnicas por medio del cálculo de errores.

Para esto definiremos como primera medida el modelo hidrológico que será tenido en cuenta para realizar la estimación de la oferta hídrica y que se analizará por medio de un modelo distribuido.

3.1 MODELO HIDROLOGICO APLICADO

La metodología requiere la evaluación de la oferta hídrica, para esto se utilizará como indicador el caudal medio multianual. La manera como se afronta el problema de conocer la cantidad de agua disponible en una cuenca para su aprovechamiento es el llamado balance hídrico que no es más que un equilibrio de conservación de masas, con un volumen de control delimitado por la cuenca hidrológica. Ya conocido el proceso que encierra el ciclo hidrológico es fácil entender la creación de una ecuación que describa este balance de masas teniendo en cuenta todos los procesos presentes en este fenómeno. Para la estimación de este caudal se requiere de series de tiempo de caudal largas y así lograr que sean representativas

Actualmente, cuando se realiza un estudio de esta clase, no se tiene mediciones de caudales en los lugares requeridos, caso que sucede para este estudio. Por lo que se debe recurrir a la generación de caudales por medio de modelos, los más difundidos son de lluvia-escorrentía, método racional, Soil Conservation Service, balance hídrico.

El balance hídrico se convierte en una buena alternativa de estimación del caudal medio, sobre todo donde se tienen problemas de instrumentación de sus cuencas, además de ser una forma de evaluar los diferentes métodos de estimación de la evaporación y la precipitación.¹⁴ Entonces, la manera como se afronto el problema de conocer la cantidad de agua disponible en una cuenca para su aprovechamiento es el llamado balance hídrico a largo plazo (B.H.L.P), que no es más que un equilibrio de conservación de masas, con un volumen de control delimitado por la cuenca hidrológica. Ya conocido el proceso que encierra el ciclo hidrológico es fácil entender la creación de una ecuación que describa este balance de masas teniendo en cuenta todos los procesos presentes en este fenómeno.

Básicamente lo que se pretende es hacer una igualación de la cantidad de agua que ingresa a la cuenca con la cantidad de agua que sale de la misma, para una mayor facilidad se utilizan unidades de volumen, el volumen de control es todo lo que encierra la definición dada de cuenca hidrológica que no es más que una columna delimitada por la divisoria de aguas.

¹⁴ "La oferta hídrica de largo plazo en la cuenca superior del río Lebrija como estimador de caudales". Gómez, Mendoza y Sandoval. XV Seminario Nacional de Hidráulica e Hidrología, Medellín 2002.

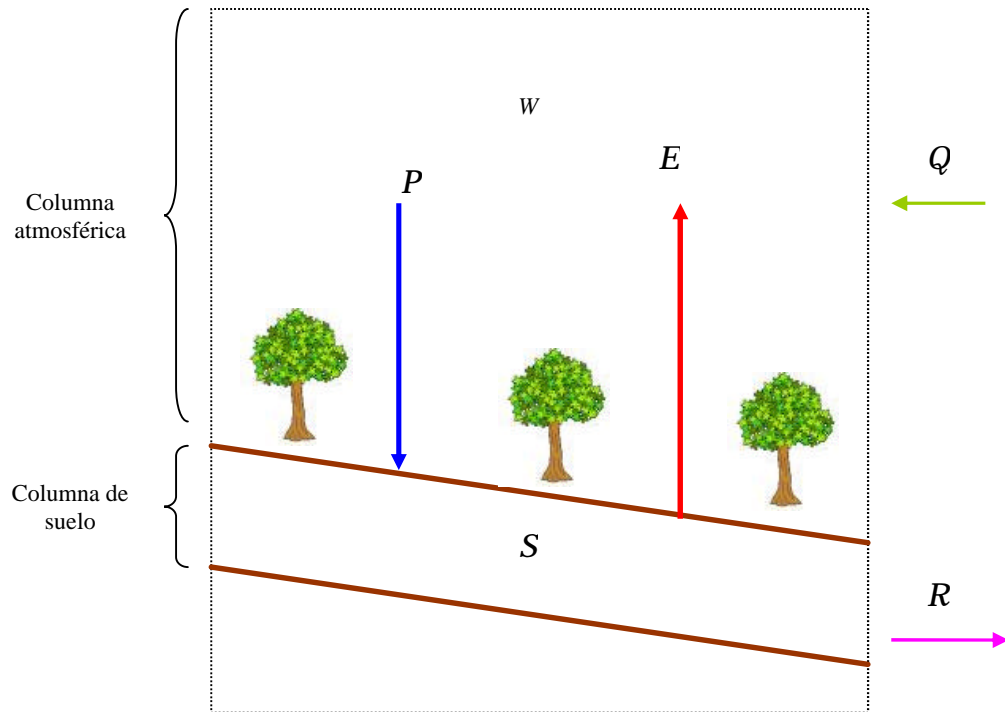


Figura 19. Balance hídrico.

El agua que ingresaría a esta columna estaría representada por la precipitación generada por las nubes que para el presente análisis la nombraremos con la letra P ; a su vez el agua que saldría de la cuenca debido a la suma de los fenómenos de evapotranspiración (E), escorrentía superficial (R) e infiltración (I), adicionalmente se debe tener presente que la atmósfera contiene un nivel de humedad lo cual quiere decir que posee agua en estado gaseoso a esta variable la llamaremos (Q). Definiremos W como el volumen de agua disponible en la atmósfera dentro del volumen de control y S como el volumen de agua disponible en el subsuelo. Conociendo estos términos podemos describir el balance hidrológico con las siguientes ecuaciones:

$$Q + E - P = dW/dt \quad (13)$$

$$P - E - R = dS/dt \quad (14)$$

Para poder realizar el balance hídrico del volumen de control debemos sumar las dos ecuaciones anteriores semejante a una superposición de efectos, de esta suma se obtiene la siguiente ecuación:

$$Q - R = d(W + S)/dt \quad (15)$$

Debido a que el fenómeno hidrológico está ensamblado por una serie de procesos sometidos a ciertas regularidades estacionarias este también sufrirá las mismas variaciones, que se regularizan en periodos de tiempo anuales convirtiendo a la oferta hídrica de una cuenca en un promedio multianual que no sufrirá alteraciones. Esta apreciación hace que el balance hídrico sea llamado "balance hídrico a largo plazo".

Si tenemos en cuenta lo anterior se puede decir que para intervalos de tiempo largos las cantidades W y S son casi iguales debido a que su variación para estos intervalos es despreciable, se tendría que Q es igual a R . Aplicando estas consideraciones a las ecuaciones 13, 14 y 15 se describirían de la siguiente manera:

$$Q = P - E \quad (16)$$

$$R = P - E \quad (17)$$

$$Q = R \quad (18)$$

Aparece sin embargo otra variable no tenida en cuenta hasta el momento, que es la cantidad de agua que las comunidades establecidas en la zona extraen de los afluentes, conocida como la demanda, designada con la letra D es agregada a la ecuación (17) como un termino que disminuye la cantidad de agua disponible R , por lo cual esta ecuación queda de la siguiente manera:

$$R = P - E - D \quad (19)$$

Entonces se puede concluir que para obtener el valor de la escorrentía superficial, que al final es el agua de la que dispondríamos en una cuenca para su aprovechamiento, se deberá utilizar un modelo que implemente el balance hídrico a largo plazo, donde con solo conocer la variación de la precipitación (P), la evapotranspiración (E) y la demanda (D) para la región en estudio se puede hallar la oferta hídrica.

Conocidas las variables involucradas en la estimación de la oferta hídrica, se procederá estimar la volubilidad espacial de la precipitación y de la evapotranspiración, la demanda al presentarse en sitios específicos de la región será tomada en el modelo distribuido como atributos puntuales.

3.2 METODOLOGIA PARA LA EVALUACIÓN DE LAS VARIABLES HIDROLÓGICAS

3.2.1 Análisis de la variable precipitación.

Para poder llevar los datos disponibles de precipitación a un modelo que permita analizar su distribución espacial se utilizaron dos métodos de interpolación, la interpolación de kriging basado en un análisis geoestadístico y la interpolación IDW (Inverse Distance Weight). La razón de aplicar dos técnicas de interpolación, es que se basan en hipótesis diferentes para la asignación de ponderadores, esto permitirá comparar entre si los resultados generados y así poder determinar su aplicabilidad a este tipo de variable. Se eligió el método de kriging debido al interés de conocerlo a fondo y poderlo implementar en futuras investigaciones además de su potencia comprobada en las áreas en que ya a sido aplicado, el IDW se tomó como contraparte para poder realizar comparaciones de los resultados y porque su aplicación se ha difundido ampliamente en los SIG obteniendo resultados aceptables.

3.2.1.1 Procesamiento de los datos.

La facilidad que permite las herramientas de cómputo para realizar una gran cantidad de operaciones recopiladas en un programa de computador es una ventaja a la hora de procesar la información básica que se recopiló para el análisis de la precipitación, con ayuda de software especializado en la construcción de semivariogramas se puede llegar a generar una gran cantidad de ellos en un tiempo relativamente corto pudiendo manejar bajo criterios cada uno de los parámetros que componen los diferentes modelos.

Para una mejor manipulación de los datos organizaron en una hoja de cálculo en donde con las siguientes estructuras de columnas: "Coordenada Norte", "Coordenada Este", "Nombre" de la estación y "Precipitación" multianual medida en milímetros. Los valores de las coordenadas están tomados a partir del punto de referencia de 1000000 Norte y 1000000 Este dado como referencia para Colombia por el Instituto Geográfico Agustín Codazzi (IGAC).

Para la construcción del semivariograma experimental y conociendo que el análisis se realizó baso en un sistema de referencias coordenadas polares se creó una malla con divisiones cada grado de curvatura y divisiones radiales igual al número de divisiones angulares posibles, la máxima distancia para el análisis se tomó analizando las coordenadas de las estaciones más lejanas. Cuando se analiza el semivariograma en una dirección es muy posible que sobre la línea imaginaria trazada para tal fin no se encuentre ningún dato pero si al lado y lado de esta por lo cual se establece un ángulo de tolerancia dentro del cual los datos incluidos sean tomados en el análisis del semivariograma en la dirección elegida, por último se tomó como paso (h) el 10% de la máxima distancia y para todos los semivariogramas construidos no se omitió ningún dato.

Después de definir los parámetros del semivariograma experimental se procede a ajustar el semivariograma teórico a cada uno de los modelos tenidos en cuenta, tomando cada uno de los parámetros que describen el modelo y asignándole valores iniciales, posteriormente se asignaron diferentes valores para uno de los parámetros involucrados, manteniendo los demás en su valor inicial para poder analizar la incidencia de este parámetro en el comportamiento del modelo; esta variación se le aplicó a todos los parámetros de cada modelo utilizado, al observar el comportamiento y la incidencia de cada parámetro se hicieron nuevas variaciones con diferentes valores para observar nuevamente su comportamiento hasta no observar variaciones significativas en los diferentes modelos.

Cada vez que se modificó el valor de cada uno de los parámetros del modelo se procedió a realizar la interpolación de kriging a los datos de precipitación y generar un modelo distribuido de esta variable, con esta distribución espacial se procedió a realizar el cálculo de la diferencia entre el dato suministrado (precipitación) y el valor calculado por el modelo.

Todos los resultados obtenidos y los cálculos realizados se organizaron en una hoja de cálculo con el fin de mantener un registro y facilitar la manipulación para su posterior análisis.

3.2.1.2 Validación de resultados.

Apoyados en los datos almacenados en las hojas de cálculo mencionadas en el numeral anterior se estimó el valor del error generado por la interpolación por medio de varios criterios de cálculo tales como el error absoluto (EM_ABS), error cuadrático medio (ECM), error medio cúbico (EM³) y el error medio elevado a la cuarta potencia (EM⁴). Las ecuaciones utilizadas para calcular cada uno de estos errores fueron las siguientes:

$$EM_{ABS} = \frac{\sum_{i=1}^n |Z(x_i) - Z^*(x_i)|}{n} \quad (20)$$

$$ECM = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Z(x_i) - Z^*(x_i))^2}{n}} \quad (21)$$

$$EM^3 = \sqrt[3]{\frac{\sum_{i=1}^n (Z(x_i) - Z^*(x_i))^3}{n}} \quad (22)$$

$$EM^4 = \sqrt[4]{\frac{\sum_{i=1}^n (Z(x_i) - Z^*(x_i))^4}{n}} \quad (23)$$

El cálculo de los errores para cada modelo dio origen a otra buena cantidad de información que al igual que los pasos anteriores se organizaron en nuevas hojas de cálculo, lo cual permite de una manera más eficiente el análisis del comportamiento del error atribuido a la variación de los parámetros; para ello se recurrió a la construcción de gráficas donde se muestre su comportamiento dentro de los rangos establecidos.

3.2.2 Análisis de la variable Evapotranspiración.

Debido a la complejidad que representa la estimación directa de la evapotranspiración a través de mediciones en campo por su relación con otras variables como lo son la radiación solar, temperatura, presión atmosférica, punto de rocío, humedad relativa, tipo de vegetación, fue necesario recurrir a métodos analíticos para su estimación, los cuales no la calculan directamente si no que se aprovechan de la simplificación de esta en dos procesos conocidos como la evaporación y la transpiración, algunas generan valores de evapotranspiración potencial (ETP), que es la que se presentaría en condiciones óptimas, y otras calculan valores de evapotranspiración real (ETR) que ya incluye el fenómeno de la transpiración. Para aquellos casos en los que se tiene valores de ETP es posible convertir estos en valores de ETR.

3.2.2.1 Procesamiento de los datos.

Dentro de los métodos utilizados para esta tarea se pueden contar, el método de balance de energía, el método aerodinámico, la ley de Dalton, la ecuación de Turc, Turc modificado, ecuación de Coutagne, ecuación de Cenicafé, ecuación de Thornthwaite, entre otras. En Colombia se

aplicaron los métodos de Turc, Turc modificado, Holdridge, Morton, Thornthwaite, Cenicafé, García-López, Coutagne, Meyer, Penman y Budyko como parte del estudio desarrollado para la Unidad de Planeación Minero-Energética.

Analizando las ecuaciones mencionadas anteriormente se extractó y amplió las que serían aplicables dada la disponibilidad de datos y mediciones. Las ecuaciones de Turc y Coutagne calculan el valor de la evapotranspiración que en ellas es llamada evaporación real a diferencia de las ecuaciones de Cenicafé y García – López que calcula el valor de la evaporación llamado evaporación potencial. Para poder llevar la evaporación potencial a evaporación real se utiliza la ecuación de Budyko; todas las ecuaciones mencionadas se presentan a continuación.

- **Ecuación de Turc**

Esta ecuación permite estimar la evaporación real, fue desarrollada luego de realizar observaciones en 254 cuencas localizadas diferentes lugares los climas de la tierra completando todos climas.

$$ETR = \frac{P}{\sqrt{0.9 + \frac{P^2}{L^2}}} \quad \text{Para } (P/L) > 0.316 \quad (24)$$

$$ETR = P \quad \text{Para } (P/L) < 0.316$$

Donde, ETR es la evaporación real en milímetros por años (mm/año), P es la precipitación anual en milímetros (mm). El valor de L se obtiene de la siguiente ecuación:

$$L = 300 + 25 * T + 0,005 * T^3 \quad (25)$$

Donde, T es la temperatura media anual en grados centígrados.

- **Ecuación de Coutagne**

Estima la Evaporación real en función de las características meteorológicas de la cuenca, precipitación y temperatura.

$$ETR = P - I * P^2 \quad (26)$$

Donde, ETR es la evaporación real en metros por año (m/año), P es la precipitación en metros (m). El parámetro I se calcula con la ecuación:

$$I = \frac{1}{0.8 + 0.14 * T} \quad (27)$$

Donde, T es la temperatura media anual en grados centígrados.

Tiene las siguientes restricciones:

$$P < (8 * I)^{-1} \text{ entonces } ETR = P$$

$$P > (2 * I)^{-1} \text{ entonces } ETR = (4 * I)^{-1} = 0,20 + 0,035 * T$$

- **Ecuación de CENICAFE**

El Centro Nacional de Estudio del Café aplicó el método de Penman en diferentes estaciones Colombianas obteniendo esta ecuación, que es muy sencilla, teniendo una única variable que es la altura sobre el nivel del mar.

$$ETR = 4.658 * \exp(-0.0002 * h) \quad (28)$$

Donde, ETR es la evaporación potencial en milímetros por día (mm/día) y h es la cota sobre el nivel del mar en metros (m).

- **Ecuación García y López**

Se apoyaron en correlaciones realizadas entre la evaporación, la temperatura y la humedad relativa medidas en 6 estaciones tropicales localizadas dentro del rango latitudinal 15° Norte y 15° Sur, esta ecuación calcula la evaporación potencial.

$$ETP = 1.21 * 10^n (1 - 0.01 * H_R) + 0.21 * T - 2.3 \quad (29)$$

Es importante se puede aplicar a zonas con temperaturas mayores o iguales a 10° C. ETP se mide en milímetros por día (mm/día), T es la temperatura media del aire en ° C y H_R es la humedad relativa media diurna. Las siguientes son las ecuaciones auxiliares.

$$H_R = \frac{H_{R8:00horas} + H_{R14:00horas}}{2} \quad (30)$$

$$n = \frac{7.45 * T}{234.7 + T} \quad (31)$$

- **Ecuación de Budyko.**

Desarrollada en 1974 se baso en estudios realizados por Schreiber en 1904 y otros por Ule y Penck, determino que a medida que la precipitación disminuye la escorrentía superficial también lo hace y cuando la precipitación aumenta la escorrentía tiende a un valor limite, partiendo de esto propuso una ecuación de interpolación para la escorrentía anual en cuencas de Europa central

$$R = P * e^{\left(\frac{-a}{P}\right)} \quad (32)$$

Donde a es una constante de cada cuenca.

Apoyado en el análisis realizado por Dekop en 1911 que genero la siguiente ecuación $ETR = ETP * \tanh\left(\frac{P}{ETP}\right)$; Budyko propone una ecuación que maneja el concepto de media geométrica y que es la que se aplica para convertir evaporación potencial en real

$$ETR = \left[ETP * P * \tanh\left(\frac{P}{ETP}\right) \left(1 - \cosh\left(\frac{ETP}{P}\right) + \sinh\left(\frac{ETP}{P}\right)\right) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (33)$$

ETR es la evaporación real, P es la precipitación, ETP es la evaporación potencial en milímetros por el periodo considerado (Budyko, 1974 y Brutsaert, 1982).

En todas las ecuaciones presentadas anteriormente se utiliza el valor de la temperatura, sin embargo hasta el momento no se ha referenciado una forma de obtener este valor, para este fin se presentan las ecuaciones encontradas por Chaves y Jaramillo en 1998 mediante regresiones hechas a los parámetros tomados en 626 estaciones para la región andina, 239 estaciones para la región atlántica, 46 para la pacífica y 91 para la región oriental de Colombia a partir de la altura sobre el nivel del mar.

Región andina: $T_{media.} = 29.42 - 0.0061H$ $R^2=0.99$ (34)

Región atlántica: $T_{media.} = 27.72 - 0.0055H$ $R^2=0.99$ (35)

Región oriental: $T_{media.} = 27.37 - 0.0057H$ $R^2=0.99$ (36)

Región pacífica: $T_{media.} = 27.05 - 0.0057H$ $R^2=0.99$ (37)

Con la serie de ecuaciones definidas anteriormente se procedió a evaluar los datos recopilados para los diferentes parámetros involucrados con lo cual se obtiene una serie de información relacionada con la evapotranspiración, como se tienen varias ecuaciones estos valores fueron organizados en hojas de cálculo que permitieron posteriormente su fácil manipulación.

3.2.2.2 Validación de los datos.

Se usará como medida de control las lecturas tomadas de los tanques evaporímetros presentes en algunas de las estaciones de la zona en estudio y se calculó el porcentaje de error generado por la diferencia entre el dato calculado por la ecuación y la lectura del tanque evaporímetro.

A su vez se calculó el promedio del porcentaje de error obtenido por las diferentes estaciones para cada una de las ecuaciones teniendo en cuenta que los valores utilizados de estos porcentajes de error se deben encontrar en valor absoluto.

3.2.3 Generación del modelo digital de elevaciones.

El uso y análisis de esta estructura de datos geográficos en particular, es de probada eficacia en el análisis numérico del relieve topográfico (geomorfometría). Si bien existen varios sistemas para modelar el relieve topográfico (Mc Cullag, 1988), en este caso en particular se trabajó con MDE basadas en estructuras de datos raster o de matriz regulares de altitud, estructura de datos de elevación sencilla y clásica en los SIG.

Si se hace un análisis de las ecuaciones utilizadas se observa que los parámetros que se necesitan para su aplicación están íntimamente ligados con la elevación del terreno para el caso colombiano, si se genera el modelo digital de elevación de una cuenca se podría obtener un modelo derivado de la temperatura al cual se le podrá aplicar cualquiera de las ecuaciones de cálculo para la ETP o ETR.

3.2.3.1 Procesamiento de los datos.

Se deben disponer de puntos a partir de los cuales se genere el modelo digital del terreno, estos pueden ser obtenidos mediante diferentes técnicas entre las cuales se pueden contar con planos digitales, levantamientos topográficos, puntos tomados con GPS y otros. Estos puntos deben ser tomados de sitios del terreno en donde se presenten accidentes topográficos, tales como depresiones, puntos de mayor y menor elevación y en general puntos en donde la pendiente sufra cambios significativos, para tratar de describir correctamente las características particulares de la zona; cabe resaltar que tanto por su cantidad, calidad y una buena distribución de los puntos tomados mayor será la calidad del modelo generado.

Para la construcción del MDE más aproximado se utilizan diferentes técnicas de interpolación entre las que se encuentran IDW, spline tensión, spline regularizado y TREND, a las cuales se les realizaron variaciones al parámetro más importante.

En la interpolación IDW el valor del punto problema se estima asignando pesos a los datos del entorno en función inversa de la distancia que los separa del punto problema. Se establece entonces que los puntos más cercanos tienen un mayor peso en el cálculo y los más lejanos casi se pueden despreciar, esta relación no tiene por que ser lineal. Por esto el parámetro que define su comportamiento es la potencia a la cual se le asignan diferentes valores para poder observar tendencias generadas por su variación (Felicísimo, 2000).

Por otro lado la interpolación spline regularizado es un método que genera una ecuación de interpolación diferente para cada caso, tiene la característica de generar superficies que pasan exactamente por los puntos muestrales minimizando la curvatura para el resto de la superficie. Este suavizado la curvatura de la superficie se logra mediante el cálculo de la segunda derivada de la superficie interpolada. Necesita definir el peso para el ajuste de la curvatura de la superficie, además del número y sección del área de búsqueda de los vecinos (libre, cuadrantes, octantes, etc.).

La técnica de interpolación TREND (Análisis de tendencias de la superficie) se basa en un modelo que aproxima la superficie a una función polinómica, asume que la tendencia general de la superficie es independiente de los errores aleatorios propios de los datos de entrada. Tiende a generar superficies redondeadas.

Al finalizar la aplicación de cada una de las interpolaciones se obtienen modelos digitales del terreno tipo raster.

3.2.3.2 Validación de los resultados.

Para poder realizar una comparación de los MDE generados a partir del proceso anterior es necesario tener una serie de puntos de control los cuales deben ser diferentes a los utilizados para realizar las interpolaciones.

Con estos puntos se procede a obtener las diferencias entre los MDE generados y los puntos de control que permitirán con ayuda de una hoja de cálculo estimar los errores generados por los diferentes métodos para esto se asumen los mismos criterios de cálculo de errores utilizados en la variable precipitación y al igual que en ella también se construyen gráficas con los datos de los valores de los errores calculados para observar su comportamiento.

3.2.4 Demandas

Los seres humanos utilizan intensivamente el recurso hídrico tanto para sus necesidades biológicas y culturales básicas como para las diferentes actividades económicas. Cada uno de los diferentes usos tiene unos requerimientos de calidad o características físico químicas y biológicas particulares, por lo cual el análisis de la oferta y demanda no puede realizarse exclusivamente en términos cuantitativos de rendimientos o caudales.

Aunque el mayor uso de agua tiene lugar en las actividades agropecuarias, los aspectos más críticos de disponibilidad tienen relación con sus usos para abastecimiento de agua potable para la población, para los procesos industriales y para la generación de energía eléctrica.

El agua utilizada para usos agrícolas e industriales retorna los volúmenes usados al sistema hídrico, pero con características de calidad sensiblemente inferiores afectando la disponibilidad del recurso aguas abajo.

3.2.4.1 Información básica

Según el Estudio Nacional de Agua (2000) realizado por el IDEAM, la información de demandas puede corresponder a los siguientes conceptos:

- Demanda de población: Consumo de la población urbana y rural.
- Demanda industrial urbana: Corresponde al agua surtida al sector industrial básicamente por los sistemas de acueductos municipales.
- Demanda industrial de grandes consumidores: Corresponde a aquellas industrias que por su naturaleza utilizan en sus procesos intensamente el recurso hídrico.
- Demanda de los sectores comercial y de servicios públicos: Corresponde al consumo de oficinas, comercio, microempresas o industrias muy pequeñas.
- Demanda pecuaria: Corresponde al consumo de todas las especies de fauna doméstica.
- Demanda de grandes distritos de riego: Corresponde a los caudales derivados por los grandes distritos de riego, públicos y privados.
- Demanda de pequeños distritos de riego: Corresponde a las estimaciones de caudales derivados para los pequeños distritos de riego, los cuales surten sus consumos de corrientes secundarias y terciarias.
- Demanda hidroeléctrica y termoeléctrica: Corresponde al uso del agua para la generación hidroeléctrica. El agua empleada para la generación retorna totalmente al cauce sin mayores afectaciones de la calidad.

La información para la cuantificación de las demandas de este se realiza mediante visita a la zona, identificación de los puntos de captación de las vertientes, posterior visita a los puntos finales de estas captaciones, es decir, las domiciliarias y tanques de abastecimiento de agua. Estos puntos se referencian geográficamente por medio de GPS.

3.2.4.2 Procesamiento de la información en formato raster.

Los datos de localización geográfica se deben transformar al sistema de coordenadas utilizado en el estudio y las mediciones de caudales que se obtengan, de forma directa o indirecta a través de cálculos posteriores, también deben estar en unidades consistentes con las utilizadas en la estimación de las demás variables involucradas.

Con las variables en unidades consistentes, se construye una matriz georreferenciada que contengan los valores de la demanda en cada punto encontrado, esta matriz corresponde a la distribución espacial de la demanda y puede ser visualizada de modo gráfico en una aplicación especializada para tal fin. En este punto se tendrá la distribución espacial de la demanda; con la matriz de datos se completan todos los elementos necesarios para realizar la cuantificación de la oferta hídrica por medio de una operación aritmética como la suma de matrices.

3.3 VALIDACION DE MODELOS

Para la validación de las distribuciones espaciales generadas por cada técnica y por cada combinación de parámetros se tendrá como primer recurso el ECM, con el cual se establecerá la distribución que genere los datos más cercanos a la realidad al tener en cuenta el menor valor de ECM. Como segunda herramienta de valoración se analizarán los demás errores calculados como lo son el EM_ABS, EM`3, y EM`4 observando su comportamiento a lo largo de la prueba, estableciéndose como juicio valorativo positivo un comportamiento uniforme para los diferentes errores de una misma distribución.

En la mayoría de los estudios realizados hasta el momento y que toman como criterio de evaluación el ECM, solo se establece una validez del modelo para el menor error generado sin embargo se podrían presentar casos en que un valor interpolado se encuentre demasiado desviado de su homónimo real sin llegarse a notar esto al utilizar el ECM. Se espera que al utilizar diferentes errores, que se diferencian por el valor de la potencia que es utilizada para su estimación, estos posibles valores que se alejen demasiado de la tendencia general puedan ser detectados al comparar el comportamiento de cada tipo de error, así se podría descartar una distribución espacial con un mínimo valor de ECM a partir de dicha comparación.

El USGS (United States Geological Survey) define tres niveles de calidad para sus MDE's matriciales:

El nivel I, no contiene puntos con errores superiores a los 50 m y el EMC máximo es de 15 m.

El nivel II admite un EMC máximo de 7 m y no puede contener puntos con un error superior al doble del intervalo entre curvas de nivel del mapa original.

El nivel III se tiene también un EMC máximo de 7 m pero el error máximo admitido para sus puntos se reduce a un intervalo entre curvas de nivel del mapa fuente.¹⁵

Los niveles de calidad dados por el USGS servirán como guía, dado que en Colombia no existen una norma que encierre límites a los errores generados a partir de la construcción de MDE.

¹⁵ US Geological Survey, National Mapping Division. National Mapping Program, Technical Instructions, Part 2 Specifications.

4 APLICACIÓN DE LA METODOLOGIA

4.1 LOCALIZACION DE LA ZONA DE APLICACION

El área de drenaje de la Quebrada La Angula hace parte de la Cuenca Superior del Río Lebrija – CSRL, ubicada al nororiente del Departamento de Santander con una extensión de 21.538 Ha (215 Km²) aproximadamente. La misma se puede clasificar como subcuenca según Jiménez (1986). (Ver Tabla 1)

Definición	Área
Unidad Hidrológica	< 5 km ²
Sector Hidrológico	5 a 20 km ²
Microcuenca	20 a 100 km ²
Subcuenca	100 a 300 km ²
Cuenca	> a 300 km ²

Tabla 1 Clasificación de cuencas (Jiménez 1986)

La región natural de la subcuenca atraviesa dos importantes municipios del Departamento de Santander como lo son Girón y Lebrija. El territorio está constituido por 26 veredas: El Pantano, La Mesa, Motoso, Angulo, La Puentana, Piedras Negras, Saldaña, Manchadores, San Pablo, La Laguna, Santo Domingo, El Cebadero, La Cordillera, San Nicolás, Santa Rosa, Llanadas, Puyana, Cuzamán, Buenavista, La Victoria, La Aguirre, El Saltero, El Salado, La Aguada, El Oso y Zaragoza.

4.2 INFORMACIÓN Y FUENTES

La materia prima necesaria para aplicar la metodología propuesta a un caso en particular son las mediciones realizadas en las estaciones meteorológicas que corresponden a datos sobre precipitación, humedad, temperatura, evaporación y localización geográfica y altimétrica de cada estación.

Para el análisis de la precipitación se utilizaron datos recopilados en 29 estaciones localizadas dentro de la cuenca y en sus alrededores (Ver figura 28 en anexo de figuras), algunas de estas son manejadas por el Instituto de Hidrología, Meteorología y Estudios Ambientales (IDEAM) y otras por la Corporación Autónoma Regional para la Defensa de la Meseta de Bucaramanga (CDMB). Inicialmente se tomaron los datos disponibles en el Grupo de Investigación: *GEOMÁTICA, Gestión y optimización de sistemas* de la Universidad Industrial de Santander, siendo objeto de verificación con las fuentes originales, además se realizó un cruce de las series de tiempo de los datos para determinar las estaciones que tengan una cantidad de datos suficientes en el período de tiempo seleccionado que es entre el año 1980 hasta el año 2002 (Ver tabla 5 en anexo de tablas).

En el caso de la evapotranspiración se tomaron los datos de la temperatura, humedad, precipitación y lectura de tanque evaporímetro necesarios para su evaluación (Ver figura 29 en anexo de figuras), para algunas estaciones no se contó con la medición de todos los parámetros por lo que al realizar un cruce de estaciones solo se dispuso de datos completos para 6 estaciones. Esta información al igual que la precipitación fue suministrada por el IDEAM y la CDMB, y fue objeto del mismo tratamiento para su validación (Ver tablas 6,7 y 8 en anexo de tablas).

Para generar el MDE se contó con un plano digitalizado por GEOMATICA que a su vez fue suministrado por IGAC de la zona en estudio y correspondiente a las planchas 109-IV-A, 109-III-D, 109-IV-C, 120-I-B, 120-II-A, 120-I-D y 120-II-C, con escala 1:25000 (Ver figura 30 en anexo de figuras).

4.3 APLICACIÓN DE LA METODOLOGIA A LA VARIABLE PRECIPITACIÓN

Con el fin de llevar un proceso organizado facilitando la búsqueda y entendimiento de la información y los resultados obtenidos se empleo un libro de Excel®, en el cual se dispuso de hojas de cálculo en donde la primera guardara los datos de precipitación de las estaciones recopilados y depurados (Ver tabla 5 en anexo de tablas), en las siguientes hojas de cálculo se almacenaran los resultados obtenidos para cada uno de los modelos utilizados y además permitirán realizar los diferentes cálculos de error generado por las diferentes variaciones y combinaciones de los parámetros de cada uno de estos.

A las mediciones de las estaciones se les calculo el semivariograma experimental tomando parámetros iniciales una malla de 180 divisiones radiales y 180 divisiones circulares, se tomo como máximo paso (h) el valor de 4800 calculado a partir de la máxima separación entre las estaciones y dividida entre 2, aproximando el resultado al entero más cercano, a si mismo el valor inicial de h se tomo como el 10% de la máxima separación entre estaciones ya calculada. Se tomaron todos los datos y se dio una tolerancia a lado y lado de la dirección de análisis de 15° dentro de la cual se tomaran los datos a interpolar.

Como se planteo en la metodología para realizar el ajuste del semivariograma experimental a un modelo de semivariograma teórico observando el comportamiento bajo la influencia de uno u otro parámetro a medida que se modifican sus valores, estas variaciones se presentan a continuación junto con una descripción de las consideraciones y procedimientos llevados a cabo, en una serie de graficas y tablas consolidadas (ver tablas 9...18 en anexo de tablas y figuras 36...47 en anexo de figuras) se presentan las iteraciones realizadas con sus respectivos valores de error calculados a partir de la diferencia entre el valor real y el interpolado agrupado por modelos.

- **Modelo exponencial**

Se tomaron como parámetros iniciales los siguientes valores, escala igual a 15000, ángulo igual 0°, radio igual a 2 y se inicio la variación del rango desde un valor mínimo de 1 hasta 60000. A partir de valores más altos en el rango se comienza a observar una disminución en el valor del error generado a partir de la tercera cifra decimal, dejando de ser importante su variación.

El valor de la escala presenta un comportamiento en el cual a medida que aumenta su valor el error disminuye, pero a partir de la décima cifra decimal, dejando de ser significativo para el presente estudio. Con los valores de la escala y el rango definidos se inicio la variación del ángulo desde 0° hasta llegar a 175°; en el intervalo de 50° a 62.5° se presentan los menores valores de error, por lo cual se afino el ángulo dando como mejor resultado 55.58° la cual se tomo como la dirección de anisotropía de dicho modelo.

A manera de resumen se muestran los valores finales de cada parámetro.

Escala	Rango	Radio	Áng. anisotropía
49860	60000	2	55.58°

- **Modelo lineal**

Primero se tomaron como parámetros iniciales un valor de slope (pendiente) igual a 5.8, radio igual a 2 y se calculo el ángulo de anisotropía haciendo un análisis para todas las direcciones de calculo mencionadas anteriormente, obteniendo como resultado que la dirección 63.52° como ángulo de anisotropía con el ECM (0,978446913).

Luego se procedió a variar el valor de la pendiente para conocer su comportamiento y se observo que la variación del error no es significativa ya que la diferencia de uno con respecto al otro se empieza a mostrar a partir del cuarto decimal; como se presento un ángulo de anisotropía en la relación de los datos para este modelo, se probaron diferentes valores de radio tanto para valores mayores y menores de 1 y estos arrojaron errores mucho mayores a partir del valor de 2 y valores cercanos a 0.

Finalmente se afinaron los parámetros para este modelo obteniéndose los siguientes valores:

Pendiente	Radio	Áng. anisotropía
5.8	2	63.52°

- **Modelo cuadrático**

Para comenzar el análisis se tomo un valor de escala de 3000, valor de rango de 6000 y radio igual a 2, con esto se inicio la variación del ángulo de anisotropía desde 0° hasta 175° encontrando el ángulo de menor error generado, presentándose este ultimo en 64,92°. Seguidamente se vario la escala iniciando en 1000 hasta valores de 20000 sin obtener variaciones significativas ya que estas se encuentran en la séptima cifra decimal en el error generado por lo cual se dejo el valor de 3000.

Se continúo con la variación del parámetro rango con valores desde 1000 hasta 60000 observándose que a partir del valor 40000 su variación deja de ser significativa y esta última presentándose en la 3 cifra decimal del error medio, además que para valores menores de 3000 el ECM aumenta.

Como conclusión se obtienen los siguientes valores para los parámetros del modelo:

Escala	Rango	Radio	Áng. anisotropía
3000	60000	2	64.92°

- **Modelo de potencia**

Para comenzar con el análisis de este modelo se tomaron los parámetros con los valores iniciales de escala igual a 1000, rango igual 1000, potencia de 1.153 y ángulo de anisotropía de 75°; se empezó a variar el rango y no se observo un cambio importante en la estimación del error ya que este empieza a variar a partir de la 7 cifra decimal, se continuo con el valor de la escala arrojando las mismas conclusión anterior. Seguidamente se procedió a variar el ángulo de anisotropía hasta encontrar el de menor error; este ángulo se encontró en 62.11°; por ultimo se procedió a realizar la variación del valor de potencia desde 0.5 a 1.9 ya que no el modelo admite valores menores a 2, encontrando que para valores menores de 1 el error es muy grande y para valores superiores a 1 el error disminuye notoriamente a medida que se acerca al valor de 2.

Como conclusión se obtienen los siguientes valores para los parámetros del modelo:

Escala	Rango	Radio	Áng. anisotropía	Potencia
800	6000	1.5	62.11°	1.99999

- **Modelo pentaesférico**

Para este modelo se tomaron valores iniciales para los diferentes parámetros, al rango se le asignó un valor de 5500, al radio de 0.7, y para la escala de 3000 y se comenzó a variar el valor del ángulo para conocer si se presenta anisotropía en alguna dirección y esta se presenta a diferencia de los otros modelos analizados hasta el momento cercano a los ángulos 137.5° a 150° medido a partir del primer cuadrante. Se continuo con la variación del valor del radio, arrojando como resultado que a medida que este valor se acerca a 0 aumenta el error y en cuanto empieza a crecer acercándose a 1 el error disminuye encontrando el menor error en 0.5 y a partir de este si se incrementa el valor del radio el error aumenta; en cuanto a la variación de la escala está no es muy significativa ya que se prueba para diferentes valores arrojando variación a partir de la octava cifra decimal en el error, por ultimo se vario el valor del rango encontrando el menor valor de error en 5500 y tanto por debajo como por encima de este valor el error aumenta siendo mayor su aumento en los valores por debajo de este punto.

Como conclusión se obtienen los menores errores posibles con los siguientes valores de los parámetros para la construcción del modelo presente:

Escala	Rango	Radio	Áng. anisotropía
5000	5500	0.5	137.5°

- **Modelo esférico**

El análisis de este modelo se inicio dejando como parámetros iniciales 1000 para el valor de la escala, 1000 para el rango y con un radio igual a 1, procediendo a realizar la variación del ángulo y se observo que los valores del error no varían al cambiar el grado del ángulo de anisotropía. Con lo anterior se presume isotropía, por lo cual no depende del ángulo, entonces se tomaron los siguientes parámetros:

Rango = 1000 Radio = 1 Ángulo = 70°

Y se cambio el parámetro escala con los siguientes valores → 100, 500, 200, 150, 125, 1500, 2000, 2500 y 5000. Se observo un error elevado con escala = 100 (21,65893163), pero con los demás valores el error se mantuvo invariable hasta la octava cifra decimal (5,57199731). Basados en lo anterior se mantuvo el parámetro escala en 1000.

Pasamos a variar el parámetro rango, los valores iniciales fueron:

Escala = 1000 Radio = 1 Ángulo = 70°

Este parámetro tomó los siguientes valores: 10, 50, 100, 200, 300, 500, 700, 900, 1100 y 1200. Se pudo evidenciar una disminución en el valor del error calculado a medida que se aumentaba el valor del parámetro rango, esto hasta el valor 1100, para 1200 el valor del error aumento. De las pruebas anteriores ya se tenía el valor del error para 1000 que es mayor al de 900 y al de 1100, entonces algo pasa en estos intervalos.

Se cambio el ángulo de 70° a 0°, y dejando la escala en 1000 iniciamos a varia el rango con lo siguientes valores: 900, 800, 700, 1100, 1200, 1300, 1500, 2000, 3000, 4000, 8000, 10000, 9000, 9500, 9200, 9100, 9050 y 9005. Se observo una disminución del error a medida que se aumento el valor del rango, tomando su menor valor en 9000 y aumentando para valores superiores a 9000. Luego variamos nuevamente el ángulo dejando quietos los demás parámetros con los siguientes valores:

Escala = 1000 Rango = 9000 Radio = 1

Los valores para el ángulo tomados fueron → 15°, 30°, 45°, 60°, 75°, 90° y 70°. Pudiéndose ver que el valor del error se mantienen estable hasta la séptima cifra decimal. Al cambiar nuevamente los valores del ángulo no se aprecio cambio en el valor del error calculado.

Luego se hizo variar el ángulo de anisotropía para diferentes direcciones y no se observo variación en los errores para cada dirección, lo cual nos indica que no hay isotropía para este modelo.

Seguimos con la variación del valor del rango desde 5000 hasta 12000, tomando como escala el valor de 3000 y el ángulo 0°, generando los menores errores en el valor de 8000 (1,03009601), aumentando para valores mayores y menores a este; finalmente se procedió a variar la escala encontrando que no hay variación en el valor del error anterior.

Se realizó una variación del radio para valores 0,5 y 1,5 en diferentes combinaciones de otros parámetros. No hubo reducción de la magnitud del error en comparación con los anteriores.

Para verificar la isotropía encontrada se tomaron los valores de rango 9000 y radio 1, primero para un ángulo 0° se vario la escala encontrando un error de 1,026037968 y luego para un ángulo de 30° después de variar el valor de la escala se encontró un error de 1,026037968; esto ratifica y concuerda con la isotropía presentada por el modelo.

Como conclusión se obtienen los siguientes valores para los parámetros del modelo:

Escala	Rango	Radio	Ang. anisotropía
1500	9000	1	Isotropía

- **Modelo cúbico**

Para iniciar el análisis de este modelo se tomaron como valores iniciales 1000 para la escala, 1000 para el rango y 2 para el radio. Se realizó la variación de los valores del ángulo cada 15° hasta llegar a 180°, obteniendo el menor error en 75° (0,990300734).

Luego se cambiaron lo valores iniciales por los siguientes: escala igual a 100, radio igual a 2 y ángulo igual a 30°. Se vario el parámetro rango con diferentes valores (100 200 500 1500 2000 3000 4000 5000 7000 10000 20000 30000 40000) y se obtuvo el menor error para el rango igual a 20000 (0,008088243).

Seguidamente se establecieron como valores iniciales 100 para el rango, 2 para el radio y 100° para el ángulo. Se hizo la variación de la escala, sin observar variación alguna en la estimación del error hasta la séptima cifra decimal (66,9886571).

Luego para comprobar los comportamientos presentados, se tomaron los siguientes valores iniciales:

Rango = 40000 Ángulo = 75° Radio = 2

Y nuevamente se vario la escala, sin obtener variaciones hasta la sexta cifra decimal (0,007186).

Una vez realizo esto, se tomaron valores iniciales de 5000 para la escala, 2 para el radio y 75° para el ángulo. Se observó que variando de nuevo el rango se minimiza el error hasta valores de 0,006421188 para un rango igual a 22000.

Finalmente se establecieron los parámetros de escala, rango y radio en 3500, 8500 y 2 respectivamente; se hizo el cambio del ángulo para los valores 0°, 12.5°, 25°, 37.5°, 50°, 62.5°, 75°, 87.5° y 100° encontrándose una reducción en la estimación del error al valor de 0,000235645.

Como valores finales de los parámetros se obtuvo:

Escala	Rango	Radio	Áng. anisotropía
5000	23000	1.2	75°

- **Modelo de Onda**

Lo primero fue tomar como valores iniciales 10 para la escala, 10 para el rango y 2 para el radio. Se cambio el valor del ángulo a varias direcciones presentándose variaciones en el error pero manteniéndose este en valores demasiado altos (153,2510628 valor mínimo).

Luego se tomaron los valores iniciales de 100 para el rango, 2 para el radio y 50° para el ángulo. Se cambio el parámetro escala a diferentes valores sin obtener cambios en el valor del error hasta la sexta cifra decimal (2,445441).

Para los valores iniciales de 1000 para la escala, 2 para el radio y 80° para el ángulo, se vario el Rango obteniéndose una minimización del error en valor de 5000 (0,019076856).

Los siguientes valores iniciales fueron:

Angulo = 67,5° Radio = 2 Rango = 5000

Se cambio el valor de la Escala y este disminuyo hasta un valor de 0,013696043 y permaneciendo constante para diferentes valores de la Escala.

Para realizar comprobaciones se fijaron la Escala y el Rango en 5000 y 3500 respectivamente para un Radio de 2, se cambio el valor del ángulo y se encontró un error de 4,0638E-05 para el ángulo 100°. Luego se hizo lo mismo pero con un valor de Escala de 1000, un Radio de 2 y un valor de Rango de 5000 sin llegar a minimizar el valor del error más haya del obtenido anteriormente.

Escala	Rango	Radio	Áng. anisotropía
5000	3500	2.2	100°

- **Modelo gaussiano**

Se tomaron primero los valores iniciales de 100 para el rango, 1 para el radio y 30° para el ángulo. Se vario el parámetro Escala sin obtener disminución en la estimación del error (5,863185145) que se mantuvo igual para los diferentes valores de escala.

Luego se tomó 1000 para la escala, 1 para el radio y 75° para el ángulo como valores iniciales, y se hizo una variación del rango obteniendo el mínimo error para el valor de 8000 (0,002727064).

Seguidamente se colocaron como valores iniciales 100 para la escala, 100 para el rango y 50° para el ángulo. Se asignaron diferentes valores al radio, observándose cambios en la estimación del error pero con cantidad altas del mismo (desde 3,008877412 hasta 14,07921898).

Viendo lo anterior se tomaron los siguientes valores iniciales:

Escala	Rango	Radio	Áng. anisotropía
1000	8000	1	75°

Y se vario nuevamente el parámetro radio presentándose el mínimo error para el radio igual a 1.0 (0,002727064).

Para comprobar la anteriormente dicho se tomaron los valores iniciales de 75° del ángulo, 8000 para el rango y 1.0 para el radio. Se cambio el valor de la escala y el error se mantuvo en valores pequeños pero no menores que en la iteración anterior (0,002751408).

- **Interpolación IDW**

Este modelo requiere de la variación de solo tres parámetros, la potencia, el radio y el ángulo.

Iniciamos con valores de 2 para la potencia, 2 para el radio y se asignaron diferentes valores para el ángulo desde 0° hasta 175°. Observándose valores de error menores en el ángulo 62,5°.

Luego se cambio el valor de la potencia con valores por encima y por debajo de dos, lo cual generó errores mínimos en valores por debajo de 2. Seguidamente se vario el radio con valores dentro de rango 0,5 – 5 obteniéndose los errores mas pequeños para el radio de 1,5.

Potencia	Radio	Áng. anisotropía
0.5	2	62.50°

En la tabla siguiente se presentan los valores de los parámetros consolidados para todas las interpolaciones realizadas con sus respectivos valores de error, calculados a partir de la diferencia entre el valor real y el interpolado.

Modelo		Lineal	Exponencial	Potencia	Gaussiano	Onda	Esférico	Pentaesférico	Cuadrático	Cúbico	IDW
Parámetro											
ESCALA	Mínimo		10000	800	1	10	100	1000	1000	10	
	< error		49860	800	1000	5000	1500	5000	3000	5000	
	Máximo		90000	10000	100000	60000	10000	7000	25000	60000	
RANGO	Mínimo		1	400	1	1	10	800	1000	100	
	< error		60000	6000	8000	3500	9000	5500	60000	23000	
	Máximo		60000	10000	10000	10000	12000	15000	60000	40000	
ÁNGULO	Mínimo	0,00°	0,00°	0,00°	0,00°	0°	0,00°	0,00°	0,00°	0,00°	0,00°
	< error	63,52°	55,58°	62,11°	75,00°	100°	X	137,50°	64,92°	75,00°	62,50°
	Máximo	175,00°	175,00°	175,00°	100,00°	180°	180,00°	175,00°	175,00°	180,00°	175,00°
RADIO	Mínimo	0,25	0,005	0,5	0,1	0,2	0,1	0,005	0,5	0,2	0,5
	< error	2	2	1,5	1	2,2	1	0,5	2	1,2	2
	Máximo	8	8	5	2	2,5	1	2	5	2,5	5
POTENCIA	Mínimo			0,5							0,5
	< error			1,99999							0,5
	Máximo			1,99999							10
PENDIENTE	Mínimo	0,7									
	< error	5,8									
	Máximo	30									
ERROR	EM ABS	0,691	0,708	0,017	0,002	0,001	0,787	0,933	0,702	0,004	2,35E-14
	ECM	0,978	0,98	0,025	0,003	0,006	1,026	1,141	0,983	0,006	8,96E-14
	EM'3	1,017	0,938	0,025	0,002	-0,003	1,068	1,105	1,035	0,006	1,46E-13
	EM'4	1,43	1,389	0,036	0,004	0,008	1,42	1,5	1,442	0,009	1,96E-13

Tabla 2. Resumen parámetros de precipitación.

4.4 APLICACIÓN DE LA METODOLOGÍA A LA VARIABLE EVAPOTRANSPIRACIÓN

Para el análisis de esta variable se seleccionaron las ecuaciones que permitían su utilización basados en la disponibilidad de los datos suministrados por las entidades encargadas de su administración, teniendo como principal parámetro de selección la medición del tanque evaporímetro, los resultados obtenidos al aplicar las ecuaciones se muestran en la siguiente tabla:

Estación	ETP (mm/año)			Tanque EV
	Tornthwaite	Cenicafé	García y López	
UIS	1104,397822	1413,578944	1279,127936	1278,3
VIVERO SURATA	811,1278831	1227,187231	849,7452912	1306,5
PALONEGRO	965,1424887	1366,051889	1063,259796	1478,44
GRAMAL	699,8948185	1057,306617	497,9548882	897,3916234
LA ESPERANZA	1108,707934	1418,676999	1237,64379	1015,66
EL RASGON	699,0346854	1119,323793	446,8410046	804,3054762

Tabla 3. Valores de ETP calculados a partir de las ecuaciones utilizadas.

Como se observa, se realizó el cálculo para 6 estaciones que disponía de los datos necesarios, en este caso no es posible realizar una interpolación mediante un análisis geoestadístico por que para ello se debe contar con un mínimo de datos iniciales para la construcción del semivariograma (alrededor de 30 datos), y tal como se ve no se cuenta con este número de estaciones con datos.

Debido a esto, se realizó un análisis simple con el fin de especificar la ecuación que describa de la manera más aproximada el comportamiento de la evapotranspiración con los pocos datos disponibles, tomando como referencia las mediciones del tanque evaporímetro, presentes en las estaciones seleccionadas.

Las ecuaciones de Turc y Coutagne no permiten realizar la comparación con las mediciones del tanque de evaporímetro debido a que el valor que generan estas ecuaciones corresponde a la ETR y para poder realizar dicha comparación se necesita el valor de la ETP, valor que si se puede obtener por medio de las ecuaciones de Thornthwaite, cenicafé y García y López.

Seguidamente se realizó la diferencia entre las lecturas del tanque evaporímetro y las ecuaciones ya mencionadas arrojando como resultado un porcentaje de error parcial por estación y el promedio de todas las estaciones para cada ecuación utilizada, los resultados se presentan en la siguiente tabla:

Estación	Error parcial %		
	Tornthwaite	Cenicafé	García y López
UIS	13,60417571	-10,58272269	-0,064768511
VIVERO SURATA	37,91596762	6,07062907	34,96017672
PALONEGRO	34,71885983	7,601803974	28,08231674
GRAMAL	22,00787256	-17,81997837	44,51086067
LA ESPERANZA	-9,161326994	-39,68030634	-21,85611226
EL RASGON	13,08840905	-39,16650156	44,44386893

Tabla 4. Valores del error parcial estimado.

Los valores negativos suponen una sobreestimación que la ecuación hace de la ETP respecto al valor del evaporímetro.

Luego se calculó el valor del error promedio en absoluto para cada estación y el promedio para ecuación (Ver tabla 4).

Estación	Error absoluto %		
	Tornthwaite	Cenicafé	García y López
UIS	13,60417571	10,58272269	0,064768511
VIVERO SURATA	37,91596762	6,07062907	34,96017672
PALONEGRO	34,71885983	7,601803974	28,08231674
GRAMAL	22,00787256	17,81997837	44,51086067
LA ESPERANZA	9,161326994	39,68030634	21,85611226
EL RASGON	13,08840905	39,16650156	44,44386893
PROMEDIO	21,74943529	20,153657	28,98635064

Tabla 5. Valores del error absoluto estimado.

Después de haber realizado las diferentes mediciones para cada una de las ecuaciones y haciendo un análisis sobre los porcentajes de error obtenidos se puede ver que si comparamos el promedio del error absoluto obtenido la mejor estimación se obtiene de la ecuación de cenicafé ya que

arroja valores el menor porcentaje de error que el presentado por las otras dos ecuaciones, además al observar los valores puntuales los errores generados por la ecuación de cenicafé muestran valores que son muy aproximados al valor del tanque de evaporímetro a diferencia de las otras dos ecuaciones que solo presentan cada una un valor cercano a la lectura dada por el tanque.

Basados en estas apreciaciones de los datos es la razón por la cual elegimos la ecuación de cenicafé como la más aproximada por encima de la ecuación de Thornthwaite a pesar que tiene valores promedios de error muy parecidos.

Finalmente, una vez elegida la ecuación de cenicafé como la más aproximada para estimar el valor de la evapotranspiración potencial en la cuenca, y como esta solo depende de la altura sobre el nivel del mar para su implementación, recurriremos a la construcción de un MDE para aplicar a este la ecuación de cenicafé para obtener un modelo derivado de evapotranspiración.

4.5 CONSTRUCCIÓN DEL MDE

Inicialmente se tomo el mapa digital de la de la cuenca que contiene las curvas de nivel del terreno (*Ver figura 31 en anexo de figuras*) y se generaron puntos a partir de este, estos puntos se colocaron a una distancia de separación homogénea entre ellos dando origen a tres mapas de puntos con separaciones de 50, 100 y 200 metros (*Ver figuras 32, 33 y 34 en anexo de figuras*). Para obtener los puntos de control se realizo el mismo procedimiento pero con una distancia entre puntos diferente con el fin de no repetir los puntos a interpolar (*Ver figura 35 en anexo de figuras*).

A estos mapas de puntos se les aplicaron las técnicas de interpolación IDW, spline (regularizado y tensión) y TREND, se utilizaron tamaños de celda de 25 y 50 metros para cada interpolación y se asignaron valores diferentes al parámetro determinante de cada técnica. Esto se hizo con ayuda del programa Arcview ® aplicando rutinas programadas para cada método de interpolación.*

Cada vez que se construyó el MDE con una de las técnicas y el valor del parámetro asignado, se procedió a calcular la diferencia entre los puntos del MDE y los puntos de control, con esta información se calcularon los errores generados a aplicando las ecuaciones de error medio absoluto (EMA), error medio cuadrático (EMC), error medio cúbico (EM³) y error medio a la cuarta potencia (EM⁴). Estos cálculos permitieron generar suficientes datos para construir gráficas para observar el comportamiento del error (*Ver figuras 48 a 51 en anexo de figuras*). Los datos recopilados en una tabla consolidada necesaria para la generación de dichas gráficas se presentan en la tabla 19 en anexo de tablas.

Se muestran los criterios, referencias y valores utilizados para realizar cada una de las interpolaciones con el fin de encontrar el MDE más aproximado.

- **Método IDW**

Según varios autores (Declercq, 1996) el valor del exponente igual a 2 es el que genera mejores resultados empíricos y requiere menores requerimientos computacionales. Basados en esto, para utilizar esta técnica se construyeron MDE's con valores de potencia 1, 2, 3 y 4.

- **Método Tension**

El parámetro potencia *define el peso de tensión. Entre más alto sea el peso, la superficie pierde suavidad. Los valores ingresados tienen que ser iguales o mayores que cero.*¹⁶ Los valores tomados fueron son 0, 1, 5, y 10.

- **Método Spline Regularized**

Para el Spline Regularizado *entre más alto sea el valor de la potencia, más lisa será la superficie. Los valores que participan en este parámetro deben ser iguales o mayores que cero.*¹⁷ Se utilizaron los valores típicos 0, 0.001, 0.01, 0.1, y 0.5.

- **Método Trend**

Como esta técnica de interpolación utiliza polinomios, en este caso el parámetro que se variara será el orden del polinomio, por lo tanto el valor de la potencia debe ser mayor o igual a cero, para nuestro caso asignaremos los valores 0, 1, 2, 3 y 4.

Para cada interpolación realizada se calculó el error generado por la misma, para cada tipo de error tomado, y estos valores se presentan en la tabla 9 de los anexos de tablas.

¹⁶ Organización de las Naciones Unidas para la agricultura y la alimentación (FAO), Manual curso análisis espacial Arcview 8.2, Santiago de Chile, Mayo 2003

¹⁷ Organización de las Naciones Unidas para la agricultura y la alimentación (FAO), Manual curso análisis espacial Arcview 8.2, Santiago de Chile, Mayo 2003

4.6 VALIDACIÓN DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS

4.6.1 Modelo de distribución espacial de la precipitación.

Al observar los valores calculados por los métodos de error se ve que el menor error (ECM) generado pertenece al método de interpolación IDW con $8,95669E-14$ m y de los modelos geoestadísticos el menor error (ECM) lo generó el modelo gaussiano con un valor de $0,002726871$.

Para la técnica IDW este ECM se obtuvo con los valores de potencia 0.5, radio 2, ángulo 62.5° al asignar diferentes valores de potencia, lo que hace pensar en la importancia de este parámetro para esta técnica.

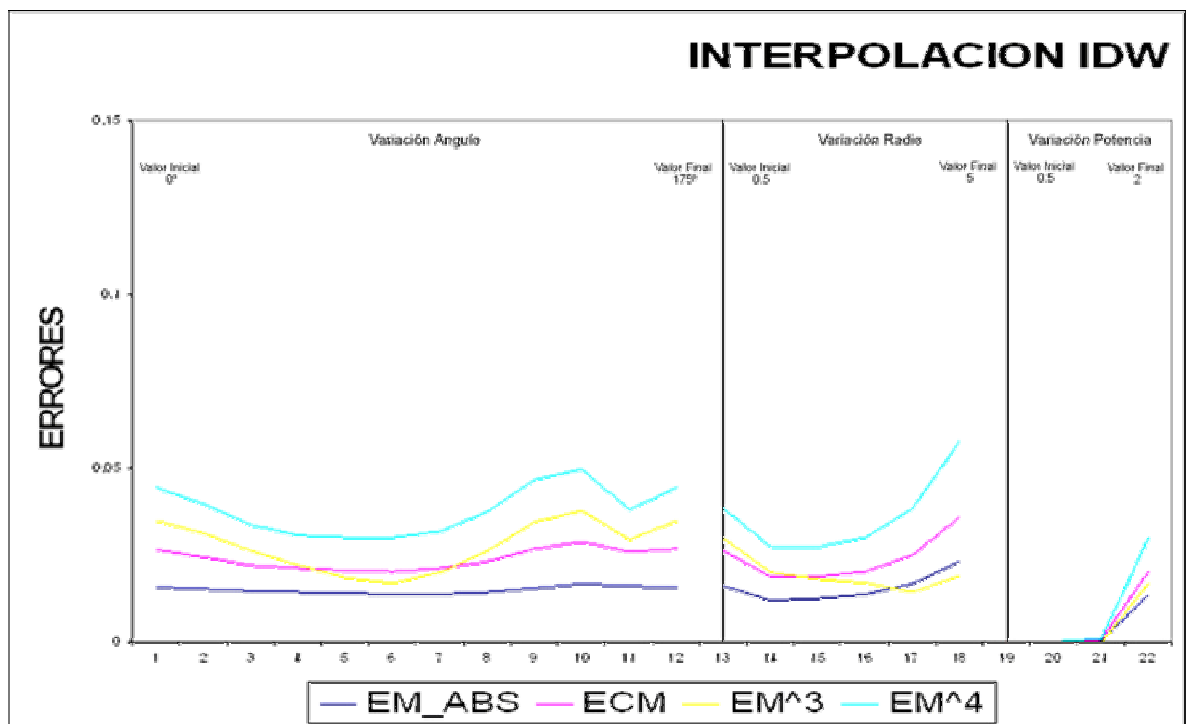


Figura 20. Variación de los errores, interpolación IDW.

Si analizamos todos los tipos de error calculados en cada uno de los valores de potencia, se ve que los valores no presentan una tendencia uniforme al presentarse valores negativos y cambios muy drásticos en el orden de los mismos como se puede apreciar en la figura 21, por lo cual descartamos las interpolaciones realizadas con los valores de potencia de 0.5, 1 y 1.5, debido a esto tomamos el valor de error $0,01862634$ m generado con los parámetros de potencia igual 2, radio de 1.5, y ángulo de 62.5° por presentarse el mejor comportamiento y menor error posible de los valores restantes en la interpolación.

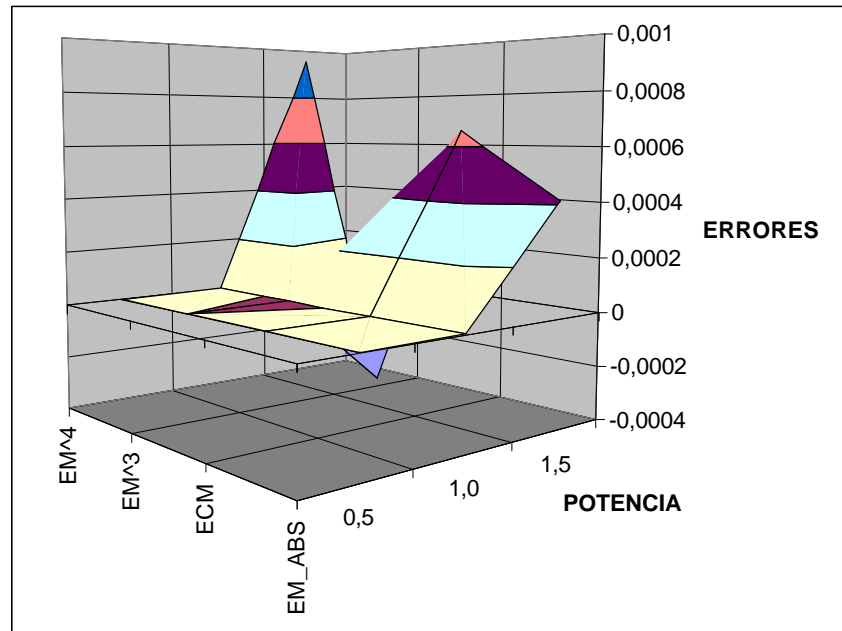


Figura 21. Variación de la potencia, interpolación IDW (ampliación).

En el modelo gaussiano se presento el menor error posible con los parámetros de radio igual a 1, escala de 5000, rango de 8000 y ángulo de 75°, con un valor de ECM igual a 0,002726871 m.

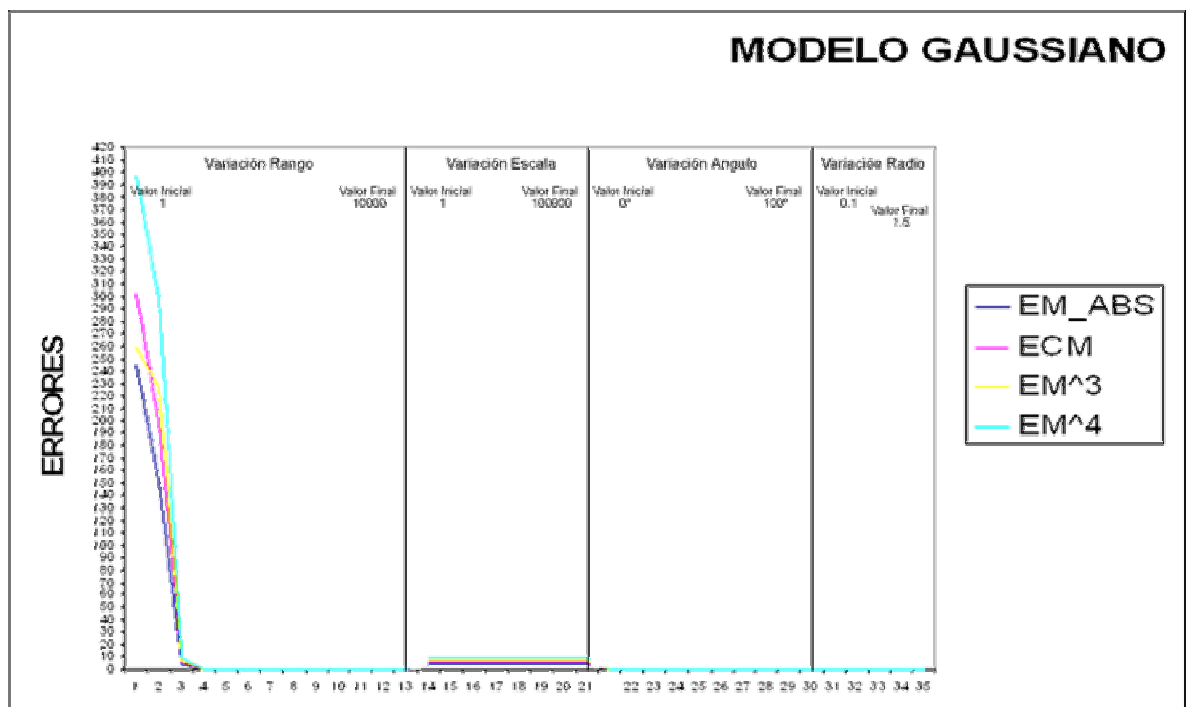


Figura 22. Variación de los errores modelo gaussiano.

Después de realizado este análisis de los errores estimados y su tendencia, se observa que el modelo mas ajustado es el modelo gaussiano (Ver figura 22), con esto se puede ver que el criterio del ECM acompañado de un análisis de tendencias del comportamiento de los errores permite seleccionar en un momento dado el modelo más aproximado generado por una determinada interpolación sin dejarse llevar por apreciaciones meramente graficas.

Finalmente se construyo a partir de este modelo de semivariograma, el mapa de distribución espacial de la variable precipitación, aplicándole una gama de colores para una fácil interpretación (Ver figura 23); no se debe olvidar que en realidad este mapa es una matriz de datos ordenada.

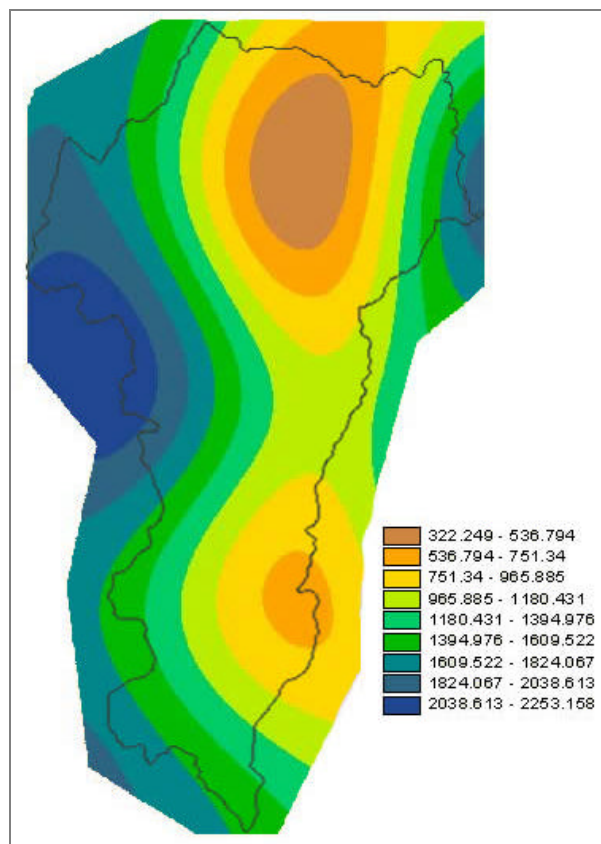


Figura 23. Mapa de distribución espacial de la precipitación.

4.6.2 Modelo digital de elevación.

Con la construcción de los diferentes MDE por cada una de las técnicas de interpolación seleccionadas y con los diferentes valores en sus parámetros, se obtiene como menor ECM el valor de 4,477280147 que corresponde al método de interpolación IDW con tamaño de celda de 50m, puntos cada 25 metros y un valor de potencia de 4 (Ver tabla 19 en anexo de tablas). Sin embargo se puede observar que no hay tendencia uniforme al comparar los diferentes tipos de error, ya que el EM'3 presenta valores negativos (Ver tabla 19 en anexo de tablas y figura 24), por lo que esta serie es descartada. Al analizar la siguiente serie de interpolaciones que presentan el menor ECM, encontramos un valor de dicho error igual a 6.6994 m perteneciente a la interpolación IDW

generada con los datos iniciales de potencia igual a 4, tamaño de celda igual a 50 m y tomando puntos del terreno cada 50 m (Ver tabla 19 en anexo de tablas y figura 24). Esta si presenta un comportamiento uniforme a al vez que tiene el menor ECM posible.

Con base en las anteriores determinaciones, el MDE que mejor describe la superficie del terreno de la cuenca se muestra en la figura 25, este modelo será la base para la obtención del mapa de distribución de la evapotranspiración.

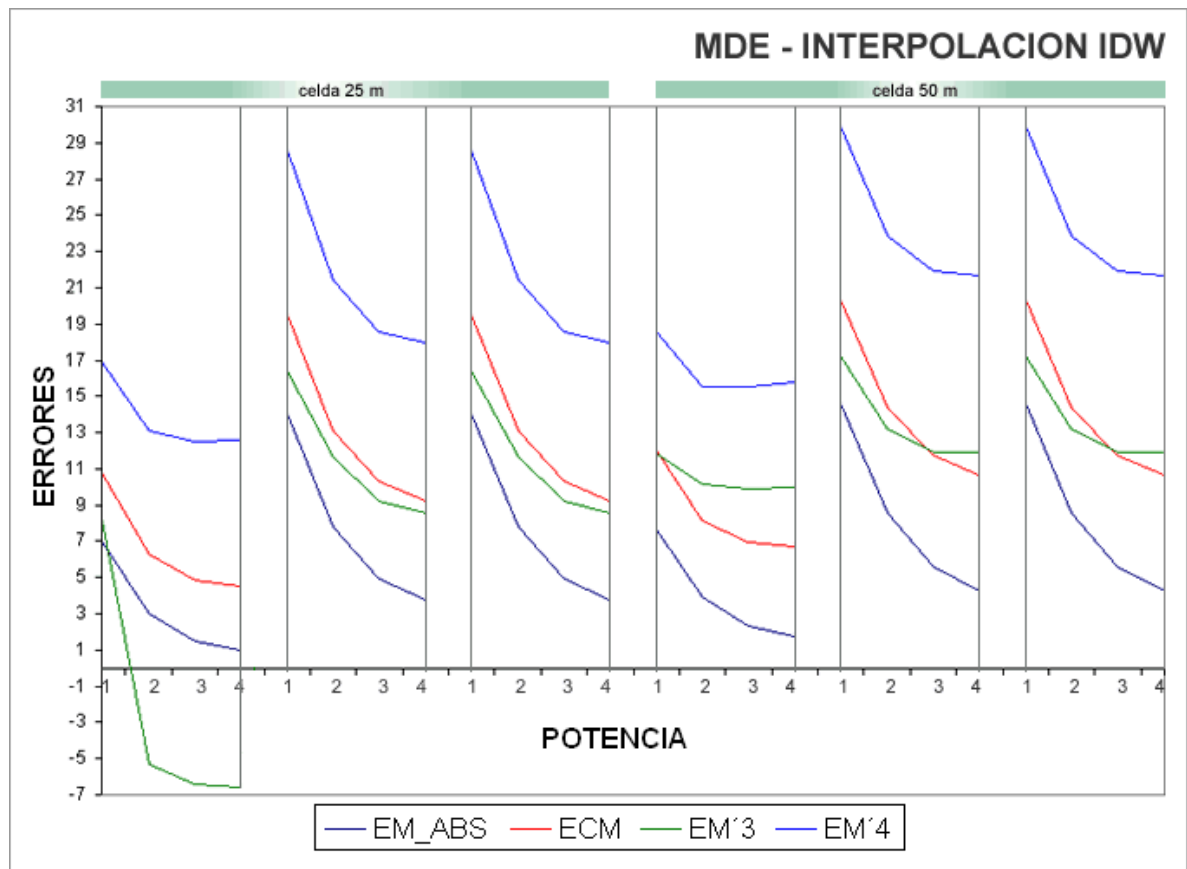


Figura 24. Variación de los errores, interpolación IDW.

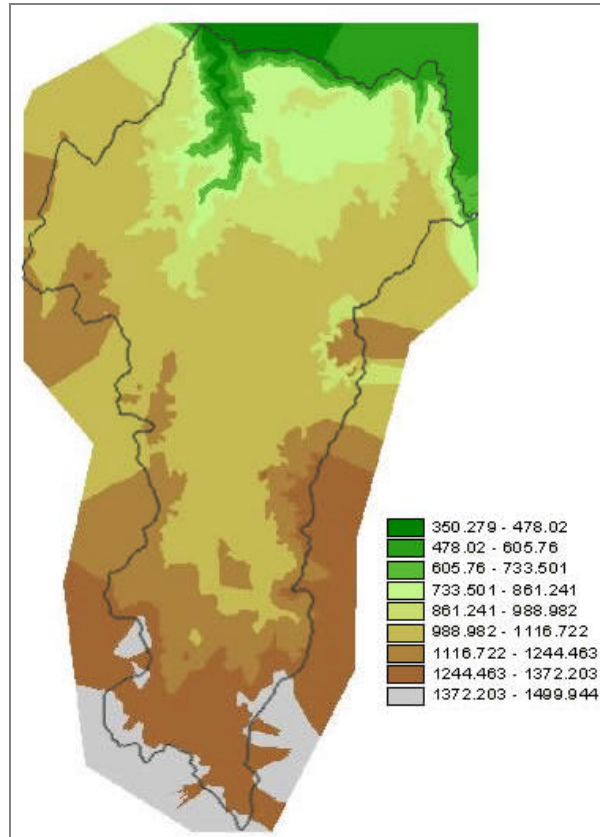


Figura 25. Modelo digital de elevación.

4.6.3 Modelo de distribución espacial de la evapotranspiración.

En el capítulo 3, se concluyó que la ecuación que modelaba de la manera más aproximada el comportamiento de la evapotranspiración en la cuenca de la Angula es la ecuación de cenicafé (28), también se concluyó que si se tuviera el valor de la elevación sobre el nivel del mar de todos los puntos de la zona en estudio se podría aplicar la ecuación de cenicafé a cada uno de estos valores y obtener el valor de la ETP para todos estos puntos, generando de este modo un mapa de distribución espacial de dicha variable.

Igualmente al analizar la descomposición que se hizo de la variable de evapotranspiración por la complejidad del fenómeno, se observa que es necesario llevar los valores de ETP que calcula la ecuación de cenicafé, y otras ecuaciones, a valores de ETR que finalmente son los realmente válidos para realizar el balance hídrico, esta transformación es posible con la aplicación de la ecuación (33) desarrollada por Budyko y descrita en el capítulo 3.

Del numeral anterior se tiene el modelo digital de elevaciones, a partir del cual se podrá aplicar lo enunciado con ayuda de un programa llamado “visor de formatos gráficos geoespaciales” desarrollado por GEOMATICA, este programa cuenta con la implementación de algoritmos desarrollados especialmente para este propósito, por lo que se presenta como una alternativa práctica a la cantidad de operaciones necesarias para la obtención de los resultados.

Para comprobar la veracidad de las operaciones realizadas por este programa, se compararon las mismas con las realizadas por medio de ArcView ®, que es un reconocido programa para la elaboración de SIG. En este programa no existe un algoritmo implementado para el desarrollo de este procedimiento por lo que se hace necesaria la introducción de las ecuaciones previa verificación de la sintaxis adecuada. El resultado de la comprobación fue satisfactorio, generando un mapa con muy pocos puntos discordantes, además de que dicha discordancia se presenta a partir de la tercera cifra decimal (Ver figuras 53 y 54).

Como resultado del proceso de aplicación de la ecuación de cenicafé al MDE, se obtuvo el mapa de distribución espacial de la ETP para la ecuación de cenicafé (Ver figura 52 de anexo de figuras), a este se le aplicó la ecuación de Budyko para convertir la ETP en ETR, esta operación dio como resultado un mapa de distribución espacial de la ETR (Ver figura 26).

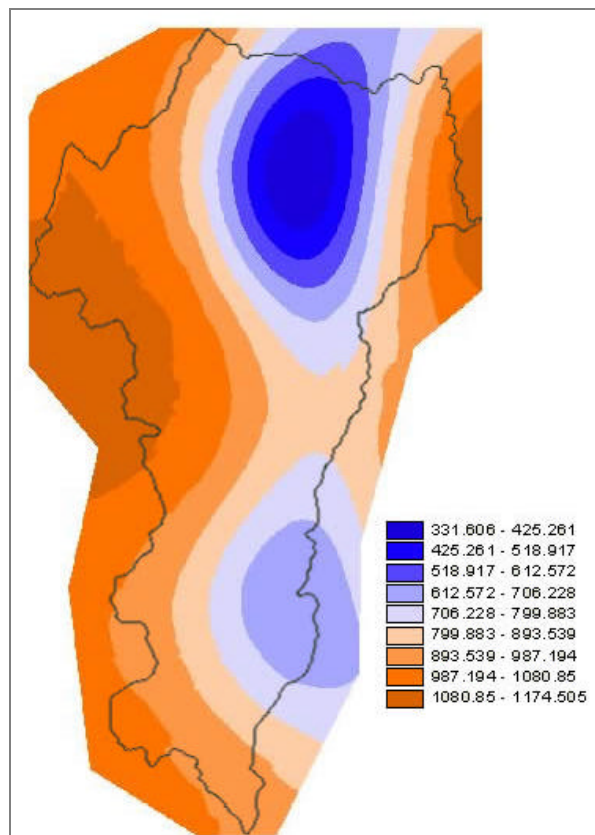


Figura 26. Mapa de distribución espacial de la evapotranspiración (ETR).

4.6.4 Modelo hidrológico distribuido

En el capítulo 3 se realizó un análisis al final del cual se estableció un modelo hidrológico, se concluyó que el método del balance hídrico a largo plazo descrito en la ecuación (19), que es válido para periodos de tiempos anuales, es el método adecuado para la estimación de la oferta hídrica. Se analizó que si se contara con mapas de distribución espacial de la precipitación (*ver figura 23*), la evapotranspiración (*ver figura 26*) y las demandas (*ver figura 55 en anexo de figuras*), podría realizarse dicho balance mediante una superposición de mapas y aplicar la ecuación citada a cada celda para obtener un mapa de distribución de la oferta hídrica.

Por consiguiente este cálculo es aplicado a cada celda de los mapas distribuidos, como si fuera un dato individual, lo que implica aplicar la ecuación tantas veces como celdas se tengan. Es por esto que todos los mapas utilizados deben coincidir en sus dimensiones tales como tamaño de celda, ancho y alto del mapa y localización geográfica. Como se había descrito anteriormente cada mapa de distribución en realidad es una matriz ordenada de datos, esto supone que el balance hídrico no es más que una operación entre matrices, en donde se aplicara la misma ecuación a cada término, obteniendo una matriz resultante con igual número de términos que las matrices iniciales.

Como es de suponerse debido a la elevada cantidad de términos que conlleva el uso de los mapas distribuidos de una región relativamente extensa se hace práctica la utilización de software especializado para realizar esta tarea, como consecuencia de esto se utilizó para este fin un programa llamado “visor de formatos gráficos geoespaciales” desarrollado por GEOMATICA, que permite la realización de las operaciones necesarias para este propósito. Para comprobar la veracidad de los cálculos realizados por este programa, se compararon los mismos con las realizadas por medio de ArcView® que es un reconocido programa para la elaboración de SIG.

Realizadas las operaciones y las comprobaciones planteadas se tiene como resultado un mapa de distribución espacial de la oferta hídrica para la cuenca de la Angula, que puede ser utilizado para conocer el valor de la oferta hídrica en un punto específico de la cuenca por medio de cualquier programa habilitado para esta operación ya que cada celda de este mapa contiene el valor de la oferta hídrica.

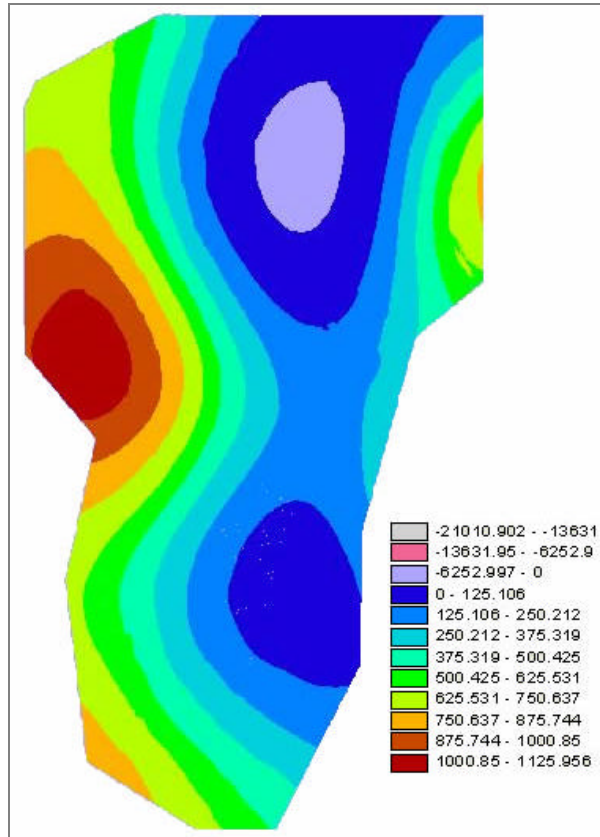


Figura 27. Modelo de distribución espacial del balance hídrico.

5 CONCLUSIONES

5.1 *Precipitación*

- La técnica de interpolación geoestadística produce resultados más aproximados que la técnica de interpolación geométrica para la variable precipitación.
- La técnica de interpolación IDW no es adecuada para la estimación de la variabilidad de la precipitación en la cuenca de la Angula.
- Se comprobó por medio de la utilización del análisis geoestadístico aplicado a la variable de precipitación, que esta es una técnica muy potente que brinda resultados óptimos con un alto grado de fiabilidad a la hora de estimar nuevos valores para variables regionalizada.
- El modelo gaussiano demostró ser el que permite generar la descripción mas aproximada del comportamiento espacial de la precipitación en la cuenca de la Angula, al ser utilizado en la interpolación geoestadística de kriging.
- Los modelos cúbico, de onda y gaussiano son los que mejores resultados presentan con el análisis geoestadístico al generar los menores valores del ECM para la cuenca de la Angula, pero para otras cuencas no se deben dejar a un lado los demás modelos ya que esta técnica dependen de muchas variables.
- El método que mejor se ajusta a los valores reales para el calculo de la distribución espacial en la variable de precipitación es la geoestadística pero este método solo se puede llegar a aplicar se si poseen suficientes datos de la zona de estudio.

5.2 *Evapotranspiración*

- Se necesita un número mayor de estaciones que midan la humedad del ambiente para poder realizar una interpolación geoestadística de este parámetro y así poder obtener mapas de distribución espacial de la ETP por medio de otras ecuaciones y poder realizar más comparaciones.
- Cada ecuación que se tenga para el cálculo de la evapotranspiración puede ser aplicada a distribuciones espaciales tipo mapas raster sin mayor dificultad.
- La ecuación de cenicafé utilizada para el cálculo de la evapotranspiración generó los mejores resultados para la cuenca de la Angula probando que las ecuaciones generadas en estudios realizados localmente producen resultados mucho más adecuados que los generados por otras creadas en latitudes con condiciones muy diferentes a las de nuestro país.
- Aplicando la ecuación de cenicafé puede obtenerse la distribución espacial de la evapotranspiración potencial de cualquier parte del país de la que se tenga su MDE.

5.3 *Modelo digital de elevación*

- Para el cálculo del modelo digital del terreno de zonas con cambios bruscos de pendiente la técnica IDW genera buenos resultados al no ser un interpolador que suavice la superficie.
- La selección de puntos para realizar la interpolación del MDE debe tener en cuenta lugares en los que se presente aterramiento de la superficie, cambios de la pendiente, puntos máximos y mínimos para que logre describir adecuadamente la topografía del terreno.
- La distribución de los puntos debe ser uniforme en la zona, para que la interpolación IDW sea aplicada correctamente, y entre mayor sea el número de puntos tomados para la interpolación el error disminuye a medida que se aumenta el valor de la potencia.
- Esta metodología puede ser utilizada para desarrollar estudios a mayor escala con el ánimo de crear estándares para lograr desarrollar una normatividad con respecto al manejo de modelos distribuidos.
- La obtención del MDE más aproximado se vuelve un objetivo muy importante a la hora de construir un modelo distribuido de la oferta hídrica de una cuenca, por ser la materia prima para la estimación de la distribución espacial de la evapotranspiración.
- La técnica de interpolación IDW generó el MDE de la cuenca de la Angula más aproximado comparando el ECM generado, con el de las técnicas de interpolación spline regularizado, spline tensión y TREND.
- Las técnicas de interpolación spline y TREND no son adecuadas para calcular el MDE de zonas con topografía montañosa.
- Las estimaciones del ECM para el modelo digital de elevación de la cuenca de la Angula cumplen las reglamentaciones dadas por la USGS, pudiendo ser utilizado para estudios de nivel III.
- La utilización de mapas de tipo raster en la construcción de modelos distribuidos permite realizar cálculos de una manera eficiente y transparente.
- El manejo de mapas tipo raster en archivos de datos ASCII grid permite su utilización en diferente software sin tener problemas de interpretación.

5.4 *Metodología*

- El cálculo del ECM es un instrumento importante al momento de aceptar o no la distribución espacial de una variable.
- La no aplicabilidad de una técnica de interpolación para una variable puede expresarse en términos de un ECM demasiado elevado.

- Para elegir el modelo de distribución espacial mas adecuado no solo se debe tener en cuenta el menor valor de ECM sino también el comportamiento que presenten los valores estimados de EM_ABS, EM`3 y EM`4 que debe presentar tendencias uniformes entre ellos.
- El análisis hidrológico de una cuenca por medio de un modelo distribuido permite tener un mayor entendimiento de la variabilidad espacial de la precipitación, la evapotranspiración y la oferta hídrica.
- Con la utilización de un modelo distribuido en el análisis hidrológico de una cuenca se tendrán valores para un área geográfica mucho mas pequeña que con los modelos agregados o pseudo-distribuidos.
- El mapa de distribución espacial de la oferta hídrica obtenido por medio de un modelo distribuido, puede ser usado para calcular la disponibilidad de agua en punto cualquiera de una cuenca con la ayuda de cualquier software especializado para ello.

6 RECOMENDACIONES

- Sería un gran avance la introducción del manejo de los modelos distribuidos en el aprendizaje de pregrado dando un paso adelante en el manejo de los diferentes fenómenos ya que se poseen las herramientas tecnológicas e intelectuales para su aplicación.
- La manipulación de mapas con ayuda del visor de formatos gráficos geoespaciales dio como resultado mapas de muy buena calidad y en un formato universal demostrando que este programa tiene un gran potencial para su uso, sin dejar de mencionar la falta de algunas funciones como un intérprete de ecuaciones.
- Así como el manejo de mapas se llevo a cabo con un visor desarrollado en el grupo de investigación y optimización de sistemas GEOMATICA, se deberían realizar esfuerzos en el desarrollo de un programa para la aplicación de las diferentes técnicas de interpolación, contando así con las herramientas propias para el desarrollo de esta clase de estudios.
- Para el desarrollo de una herramienta o modulo, que permita la aplicación de diferentes técnicas de interpolación, se recomienda la implementación de por lo menos 5 diferentes modelos de semivariograma para el análisis geoestadístico a fin de comparar sus comportamientos y algunas técnicas de interpolación geométrica con el ánimo de tener un mayor conocimiento del fenómeno en estudio.
- La aplicación de proyectos de grado al desarrollo de los nuevos módulos planteados, son una excelente manera de implementar el estudio de nuevas técnicas de análisis y de modelamiento al ambiente académico.
- Se hace urgente la creación de una norma colombiana con estándares de calidad que regulen la precisión de mapas digitales y de procesos para la generación de los mismos, ya que en la actualidad no se cuenta con directrices de este tipo.
- El impulso de la creación de una normatividad colombiana podría ser liderada por instituciones académicas y privadas, en las cuales se hayan realizado desarrollos en esta área.
- Esta metodología puede ser aplicada a estudios de mayor escala con el propósito de conocer el comportamiento de la precipitación y la evapotranspiración en zonas de diferentes lugares del territorio nacional.
- Para la obtención de resultados óptimos, se sugiere la utilización de modelos distribuidos mediante la aplicación de esta metodología en estudios hidrológicos futuros y mas especialmente a los desarrollados por grupos de investigación con el propósito de difundir esta modalidad de análisis.

BIBLIOGRAFIA

ALCALA N, Javier. TIN vs. IDW: Análisis de las diferencias entre los modelos digitales de elevaciones [en línea]. 1ª ed. Barcelona, España. 1997. Disponible para Internet: <URL:<http://www.etsimo.uniovi.es/~feli/Invitados/>>

APARICIO, Francisco J. Fundamentos de hidrología de superficie. México D. F.: Editorial Limusa, 1999.

BARRAGÁN, J. Morillo, BASELGA, J. Pozo, PRECIADO F. Pérez, RODRÍGUEZ G., M. C., REBOLLO C, F. J. ANÁLISIS DE CALIDAD DE UN MODELO DIGITAL DE ELEVACIONES GENERADO CON DISTINTAS TÉCNICAS DE INTERPOLACIÓN. (2002: Santander, España). En: XIV Congreso Internacional de Ingeniería Gráfica. Santander, España: 2002.

CARR R, James. Numerical Analysis for the Geological Sciences. New Jersey: Prentice May Inc, 1995.

CHOW, Ven te y MAYS, Larry W. Hidrología Aplicada. Santa fe de Bogota: Mc Graw Hill Interamericana, 1994.

CUADOR G. José Q. y QUINTERO S. Arelys. BOLETÍN DE LA SOCIEDAD GEOLÓGICA MEXICANA, TOMO LIV, 2001, P. 19-27. Simulación condicional de variables regionalizadas y su aplicación al comportamiento de la porosidad efectiva en un yacimiento fracturado-poroso

CUADOR G. José Q. LA GEOESTADÍSTICA, SU SURGIMIENTO Y EVOLUCIÓN. [en línea]. Universidad de Pinar del Río, Departamento de Computación, Martí, Cuba <URL:<http://www.ciget.pinar.cu/>>

FAO. Manual curso análisis espacial Arcview 8.2. Santiago de Chile. 2003.

FELICISIMO, Ángel M. Modelos Digitales del Terreno: Introducción y aplicaciones en las ciencias ambientales. 2000.

INSTITUTO NACIONAL DE ESTADISTICA GEOGRAFICA E INFORMATICA. MEXICO Modelos digitales de elevación escala 1:50 000. Generalidades y especificaciones. [19 de mayo de 2000]. <URL:<http://www.inegi.gob.mx/territorio/espanol/normatividad/mde/menu.html>>

ISAAKS, Edward H. y SRIVASTAVA, R. Mohan. Applied Geostatistics. New York: Oxford University Press, 1989.

MARADEI GARCIA, Zulma Teresa y PUYANA ROJAS, Juan Guillermo. Distribución espacial de variables hidrológicas en la cuenca superior del río Lebrija utilizando geoestadística. Universidad Industrial de Santander. Tesis de grado. Bucaramanga. 2002.

MARTINEZ M. Rubén. ANÁLISIS DE LAS METODOLOGÍAS HABITUALES PARA LA GENERACIÓN DE MODELOS DIGITALES DEL TERRENO. [en línea]. Madrid: 2001. <URL:http://www.mappinginteractivo.com/plantilla-ante.asp?id_articulo=71>

MORAL G. Francisco J. y MARQUES DA SILVA José R. EJEMPLO DE REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE UNA VARIABLE REGIONALIZADA. (2002: Santander, España). En: XIV Congreso Internacional de Ingeniería Gráfica. Santander, España: 2002.

MORAD, Munir y TRIVIÑO P, Alejandro. Sistemas de información geográfica y modelizaciones hidrológicas: una aproximación a las ventajas y dificultades de su aplicación. [en línea]. <URL:<http://www.ieg.csic.es/age/boletin/31/3102.pdf>>

NAVARRO P. J. y OTROS. Sistemas de Información Geográfica y el medio ambiente. Capítulo 4, Modelos y estructuras de datos. Universidad Miguel Hernández de Elche. 2000

NAVARRO P. J. y OTROS. Sistemas de Información Geográfica y el medio ambiente. Capítulo 5, Modelos digitales del terreno. Universidad Miguel Hernández de Elche. 2000

SAMPER CALVETE, F. Javier y CARRERA RAMIREZ, Jesús. Geoestadística, aplicaciones a la hidrogeología subterránea. Universidad Politécnica de Cataluña, 2º edición. Barcelona, 1996.

SAMPER, F. Javier y CARRERA R. Jesús. Geoestadística: Aplicaciones a la hidrología subterránea. Barcelona: Graficas Torres, 1996.

UNITED STATES GEOLOGICAL SURVEY. National mapping division. Standards for digital elevations model. Part 2

VELEZ U, Jaime Ignacio y otros, Balances Hidrológicos de Colombia. Universidad Nacional de Colombia. 1º edición. Medellín, 2000.

ANEXO DE TABLAS

Tabla 6. Datos de precipitación multianual.

Coordenada Norte	Coordenada Este	Estación	Precipitación Total Anual
1300711,314	1132250,64	VETAS EL POZO	868
1289600,514	1112027,431	MATAJIRA	915
1281375.39	1106121.07	UIS	1293
1304365,775	1119356,544	VIVERO SURATA	1097
1287782,736	1123078,574	TONA	1449
1285967,256	1134130,88	BERLIN	688
1280356,326	1099158,135	PALONEGRO	1134
1271139.14	1099175.99	LLANO GRANDE	914
1265631.15	1110238.03	GJA_ PIEDECUESTA	1441
1262096.08	1104709.89	PALOGORDO	996
1278564.93	1123100.95	EL PICACHO	1592
1282234.73	1115716.50	LA GALVICIA	1938
1274819,052	1095485,769	LAGUNA LA	1139
1293256,776	1097291,947	LLANO DE PALMAS	1425
1289566,39	1095458,079	PALMAS	1352
1274837,007	1104693.58	FLORESTA LA	1269
1289549,787	1086253,167	NARANJO EL	1963
1265598,655	1093660,954	PANTANO EL	989
1273071.53	1106398.82	CLUB CAMPESTRE	1134
1297072.88	1122280.61	GRAMAL	944
1289795.24	1125593.52	LA FLORA	1007
1280894.09	1107543.41	CDMB	1012
1279070.65	1105857.40	MARIANA LA	1306
1280310.18	1117627.48	EL ROBLE	1581
1295189.88	1123241.17	LAGO ALTO	1620
1314017.70	1122312.27	PTAR	1022
1273129.03	1104802.91	LA ESPERANZA	1444
1273581.60	1111228.36	SEVILLA	1223
1267665.48	1119370.72	EL RASGON	1220

Tabla 7. Datos de temperatura multianual.

COORDENADA ESTE	COORDENADA NORTE	ESTACIÓN	TEMPERATURA ANUAL
1106523,613	1280371,188	UIS	22,98
1119356,544	1304365,775	VIVERO SURATA	18,49
1134130,88	1285967,256	BERLIN	8,61
1099158,135	1280356,326	PALONEGRO	21,28
1100193,582	1270700	LLANO GRANDE	25,01
1122280,61	1297072,88	CHARTA	17,20
1125721,48	1289534,89	GRAMAL	15,26
1104802,91	1273129,03	PTAR	24,73
1111228,36	1273581,6	LA ESPERANZA	23,03
1119912,75	1270293,97	EL RASGON	15,23

Tabla 8. Datos de humedad multianual.

COORDENADA NORTE	COORDENADA ESTE	ESTACIÓN	HUMEDAD ANUAL
1281375.39	1106121.07	UIS	82,5
1304365,775	1119356,544	VIVERO SURATA	82,25
1285967,256	1134130,88	BERLIN	86
1280356,326	1099158,135	PALONEGRO	85,08
1271139.14	1099175.99	LLANO GRANDE	77,17
1297072.88	1122280.61	CHARTA	83,89
1289795.24	1125593.52	GRAMAL	86,57
1273129.03	1104802.91	PTAR	85
1273581.60	1111228.36	LA ESPERANZA	84,57
1270293.97	1119912.75	EL RASGON	90,46

Tabla 9. Datos de tanque evaporímetro.

ESTACION	TANQUE EVAP.
UIS	1278,3
VIVERO SURATA	1306,5
BERLIN	1153,8
PALONEGRO	1478,44
CHARTA	975,6227273
GRAMAL	897,3916234
LA ESPERANZA	1015,66
EL RASGON	804,3054762

Errores de interpolaciones para el cálculo del modelo de precipitación.

Tabla 10. Errores estimados, modelo exponencial.

Parámetros				Errores			
Radio	Escala	Rango	Angulo (°)	EM_ABS	ECM	EM^3	EM^4
1	49860	1	0	242,180953	298,5098393	265,2194525	392,7061891
1	49860	3	0	221,7978898	273,3739549	264,5267852	362,7482382
1	49860	9	0	160,363006	202,0398024	211,8211246	281,4801184
1	49860	2500	0	1,309188571	1,680248571	1,799548079	2,342651922
1	49860	10000	0	0,78836656	1,092057971	1,194742263	1,596715903
1	49860	15000	0	0,760757579	1,069716706	1,170301868	1,571135706
1	49860	25000	0	0,743324633	1,05800053	1,156950367	1,55744523
1	49860	60000	0	0,731934886	1,052013328	1,149787418	1,550360127
2	15000	10000	0	0,897130011	1,201555204	1,254313907	1,629476383
2	15000	10000	12,5	0,910526537	1,230079436	1,32252052	1,687495938
2	15000	10000	21,13	0,897130011	1,201555204	1,254313907	1,629476383
2	15000	10000	37,5	0,862742359	1,141040035	1,095211678	1,535939668
2	15000	10000	50	0,831658322	1,097317215	1,044538895	1,508302602
2	15000	10000	55,58	0,819691983	1,084006133	1,065827396	1,514839216
2	15000	10000	75	0,806066518	1,117768042	1,285514982	1,705648435
2	15000	10000	87,5	0,831162624	1,211123392	1,490717221	1,954525643
2	15000	10000	100	13,57517057	15,91954322	17,46635572	18,59247016
2	15000	10000	125	0,943862038	1,424780942	1,756748271	2,311395199
2	15000	10000	150	0,94288131	1,284474044	1,34490441	1,798826294
2	15000	10000	175	0,927797346	1,256899776	1,341369849	1,711152348
0,005	49860	60000	55,58	2,556522644	4,355437484	-3,340806955	7,29898378
0,5	49860	60000	55,58	0,838251631	1,221914361	1,307246083	1,781601893
1	49860	60000	55,58	0,731934907	1,052013332	1,149787239	1,55036006
1,5	49860	60000	55,58	0,70855048	0,99507765	1,035262736	1,439335601
2	49860	60000	55,58	0,708190348	0,980390915	0,938428864	1,389350618
3	49860	60000	55,58	0,734395014	1,006498884	0,750481923	1,392428011
4	49860	60000	55,58	0,780091377	1,06584735	0,54297606	1,466891147
8	49860	60000	55,58	1,044235551	1,383936702	0,542410777	1,895856655
2	10000	60000	55,58	0,708190425	0,980390922	0,938428181	1,389350359
2	25000	60000	55,58	0,708190305	0,980390921	0,938428828	1,389350594
2	49860	60000	55,58	0,708190348	0,980390915	0,938428864	1,389350618
2	60000	60000	55,58	0,708190392	0,980390924	0,938428884	1,389350546
2	90000	60000	55,58	0,708190382	0,980390843	0,93842905	1,389350454

Tabla 11. Errores estimados, modelo lineal.

Parámetros			Errores			
Radio	Pendiente	Angulo(°)	EM_ABS	ECM	EM^3	EM^4
2	5,8	0	0,80921116	1,151445073	1,250538867	1,620372058
2	5,8	12,5	0,796659235	1,126097091	1,219336175	1,588390068
2	5,8	25	0,775760114	1,078785514	1,103682184	1,496111466
2	5,8	37,5	0,741090549	1,028058952	0,961227832	1,418737722
2	5,8	50	0,708291569	0,986483871	0,902684419	1,381164597
2	5,8	63,52	0,691366104	0,978446913	1,017209998	1,430372865
2	5,8	75	0,694744755	1,023103479	1,187390284	1,589831632
2	5,8	87,5	0,724770868	1,123344925	1,408143523	1,856643103
2	5,8	100	0,775589633	1,256316433	1,643354614	2,158263666
2	5,8	125	0,836856885	1,351823834	1,687461884	2,235633812
2	5,8	150	0,831741999	1,198691096	1,247965396	1,705528255
2	5,8	175	0,812264516	1,155543436	1,237393523	1,611418383
0,25	5,8	75	1,033199052	1,443893425	1,540006481	2,004280659
0,5	5,8	75	0,818167965	1,162007278	1,197703119	1,59419638
1	5,8	75	0,726656473	1,050159862	1,147333874	1,548165304
2	5,8	75	0,694744755	1,023103479	1,187390284	1,589831632
3	5,8	75	0,708725085	1,056689634	1,218680787	1,642419964
5	5,8	75	0,773027697	1,174747149	1,257821203	1,775373848
8	5,8	75	0,904686048	1,378280686	1,248621313	1,995459514
2	0,70	75	0,694744729	1,023103653	1,187390384	1,589831822
2	3,00	75	0,694744407	1,023103041	1,187389587	1,58983079
2	5,80	75	0,694744755	1,023103479	1,187390284	1,589831632
2	10,00	75	0,694744863	1,023103437	1,187390018	1,589831325
2	15,00	75	0,694744805	1,023103648	1,187390344	1,589831687
2	30,00	75	0,694744847	1,023103407	1,187389776	1,589831055

Tabla 12. Errores estimados, modelo cuadrático.

Parámetros				Errores			
Radio	Escala	Rango	Angulo (°)	EM_ABS	ECM	EM^3	EM^4
2	3000	6000	0	1,622432366	2,073034955	2,243086134	2,894307512
2	3000	6000	12,5	1,621354857	2,061603852	2,242265625	2,895830948
2	3000	6000	25	1,615082626	2,029921567	2,198340466	2,854161226
2	3000	6000	37,5	1,598122248	1,992548459	2,14193143	2,808677932
2	3000	6000	50	1,566684595	1,958384196	2,11490272	2,800419336
2	3000	6000	64,92	1,529510306	1,939109235	2,144812021	2,847669113
2	3000	6000	75	1,516124998	1,943766117	2,183069868	2,890640487
2	3000	6000	87,5	1,515769075	1,963605259	2,227133516	2,929050785
2	3000	6000	100	1,529498296	1,991035784	2,258977676	2,947079014
2	3000	6000	125	1,555321191	2,007025113	2,184764143	2,849885316
2	3000	6000	150	1,599134106	2,007393174	2,101564897	2,757136501
2	3000	6000	175	1,623880441	2,068826808	2,227702049	2,878000922
2	1000	6000	64,92	1,529510285	1,939109292	2,144812335	2,847669555
2	2500	6000	64,92	1,529510301	1,939109249	2,1448121	2,847669224
2	5000	6000	64,92	1,529510327	1,939109178	2,144811706	2,847668671
2	10000	6000	64,92	1,529510268	1,93910933	2,144812539	2,847669832
2	25000	6000	64,92	1,529510257	1,939109344	2,144812607	2,847669914
2	3000	1000	64,92	8,5150664	11,06447811	12,51961796	16,68611054
2	3000	3000	64,92	2,853682483	3,720806198	4,218180431	5,618472731
2	3000	9000	64,92	1,108966673	1,387601258	1,458101936	1,944880498
2	3000	12000	64,92	0,89611145	1,143323352	1,18170461	1,592425287
2	3000	18000	64,92	0,89611145	1,143323352	1,18170461	1,592425287
2	3000	25000	64,92	0,755275606	1,011093464	1,069127382	1,46507007
2	3000	40000	64,92	0,715037263	0,984463707	1,02813478	1,438477072
2	3000	60000	64,92	0,702187479	0,982676563	1,034722378	1,442463014
0,5	8000	60000	64,92	0,831314722	1,18095971	1,207449032	1,644183326
1,5	5000	60000	64,92	0,708316344	1,002571978	1,089564928	1,487061718
2	8000	60000	64,92	0,702187638	0,982676572	1,0347224	1,442462985
3	8000	60000	64,92	0,727919093	0,999544608	0,980046593	1,433895229
5	8000	60000	64,92	0,829092562	1,138050078	1,12644717	1,686875357

Tabla 13. Errores estimados, modelo potencial.

Parámetros					Errores			
Radio	Escala	Rango	Angulo (°)	Potencia	EM_ABS	ECM	EM^3	EM^4
2	1000	400	75	1,153	0,344657456	0,517764574	0,600943578	0,810432277
2	1000	1000	75	1,153	0,344657206	0,517764504	0,600943529	0,810432356
2	1000	2000	75	1,153	0,344657503	0,517764669	0,600943707	0,81043253
2	1000	6000	75	1,153	0,344656904	0,51776424	0,600943204	0,810431898
2	1000	10000	75	1,153	0,344657036	0,517764373	0,600943281	0,810432124
2	1000	1000	75	0,5	8,997717441	12,15339747	13,18443326	17,67832975
2	1000	1000	75	1	0,694744588	1,02310358	1,187390401	1,589831741
2	1000	1000	75	1,5	0,082609265	0,128727213	0,144804925	0,202604338
2	1000	1000	75	1,9	0,022819291	0,036437334	0,038966427	0,057356416
2	1000	1000	75	1,99999	0,017739529	0,028393283	0,030298319	0,044679805
2	1000	1000	0	1,153	0,405262016	0,591646458	0,662253396	0,855177714
2	1000	1000	12,5	1,153	0,397786997	0,576910285	0,642102931	0,835242822
2	1000	1000	25	1,153	0,385397895	0,546939364	0,56850387	0,770843418
2	1000	1000	37,5	1,153	0,365893686	0,515572548	0,477186859	0,715798698
2	1000	1000	50	1,153	0,348343431	0,491566685	0,436233001	0,688662983
2	1000	1000	62,11	1,153	0,340007836	0,487349745	0,491575411	0,707343511
2	1000	1000	75	1,153	0,344657206	0,517764504	0,600943529	0,810432356
2	1000	1000	87,5	1,153	0,362936385	0,578068437	0,731291701	0,970019519
2	1000	1000	100	1,153	0,391701987	0,65547473	0,873311972	1,149524631
2	1000	1000	125	1,153	0,425800716	0,708159801	0,901328257	1,191070533
2	1000	1000	150	1,153	0,418284366	0,614269623	0,644656879	0,875775401
2	1000	1000	175	1,153	0,408256345	0,593167435	0,653543697	0,846466602
2	800	1000	75	1,153	0,34465714	0,517764348	0,600942998	0,810431731
2	1000	1000	75	1,153	0,344657206	0,517764504	0,600943529	0,810432356
2	2500	1000	75	1,153	0,344657589	0,517764617	0,600943296	0,810432296
2	7500	1000	75	1,153	0,344657388	0,517764468	0,600943271	0,810432119
2	10000	1000	75	1,153	0,344657287	0,517764472	0,600943317	0,810431991
0,5	800	6000	62,11	1,99999	15,64897869	43,80096907	29,68055184	84,14753268
1	800	6000	62,11	1,99999	0,017151376	0,026162717	0,028125001	0,038112039
1,3	800	6000	62,11	1,99999	0,016473177	0,025179137	0,026180915	0,036596256
1,5	800	6000	62,11	1,99999	0,016501588	0,025053576	0,025108903	0,036223633
1,7	800	6000	62,11	1,99999	0,016678743	0,025185189	0,024045076	0,036187319
2	800	6000	62,11	1,99999	0,01711887	0,025679344	0,022283361	0,03656171
3	800	6000	62,11	1,99999	0,019279773	0,028541961	0,011159858	0,039926411
5	800	6000	62,11	1,99999	11,00527486	25,92662216	29,06054442	45,60346968

Tabla 14. Errores estimados, modelo pentaesférico.

Parámetros				Errores			
Radio	Escala	Rango	Angulo (°)	EM_ABS	ECM	EM^3	EM^4
0,7	3000	5500	0	0,964483784	1,229660241	1,344476057	1,752247691
0,7	3000	5500	12,5	0,969336756	1,249223614	1,38008769	1,792701626
0,7	3000	5500	25	0,973896708	1,261871287	1,389504251	1,802991334
0,7	3000	5500	37,5	0,975568056	1,26204192	1,367727291	1,775329985
0,7	3000	5500	50	0,977255503	1,255534164	1,334326709	1,732770893
0,7	3000	5500	62,5	0,982250223	1,24997586	1,310052795	1,699089727
0,7	3000	5500	75	0,990321734	1,247186788	1,298670992	1,678788152
0,7	3000	5500	87,5	0,998761543	1,245244799	1,292440018	1,66610872
0,7	3000	5500	100	1,003812394	1,240769819	1,28267605	1,654285958
0,7	3000	5500	125	0,994844835	1,219953141	1,251207126	1,633311368
0,7	3000	5500	137,5	0,983208503	1,209575441	1,245806278	1,636898875
0,7	3000	5500	150	0,971547865	1,204536898	1,257755924	1,655372941
0,7	3000	5500	175	0,963431106	1,222214123	1,327364657	1,733191909
0,005	3000	5500	137,5	6,567054702	13,45417317	-18,06184544	25,61863039
0,5	3000	5500	137,5	0,9331801	1,140873633	1,104887982	1,499554235
0,7	3000	5500	137,5	0,983208503	1,209575441	1,245806278	1,636898875
1	3000	5500	137,5	1,089256692	1,358886103	1,443604451	1,881543644
1,5	3000	5500	137,5	1,317368073	1,666622833	1,776520547	2,326550072
2	3000	5500	137,5	1,587139003	1,999689619	2,109587742	2,784575254
0,5	1000	5500	137,5	0,933180156	1,140873644	1,104888002	1,499554229
0,5	3000	5500	137,5	0,9331801	1,140873633	1,104887982	1,499554235
0,5	5000	5500	137,5	0,933180043	1,140873623	1,104887963	1,49955424
0,5	7000	5500	137,5	0,93318018	1,140873648	1,104888014	1,499554227
0,5	5000	800	137,5	5,138262365	6,627104631	7,415414396	9,771631858
0,5	5000	1500	137,5	2,74221525	3,535541388	3,95492612	5,212206969
0,5	5000	3000	137,5	1,455378654	1,826635235	1,985442335	2,624764067
0,5	5000	5500	137,5	0,933180043	1,140873623	1,104887963	1,49955424
0,5	5000	8000	137,5	1,455378661	1,826635254	1,985442382	2,624764115
0,5	5000	10000	137,5	1,455378664	1,826635266	1,985442414	2,624764147
0,5	5000	15000	137,5	1,455378674	1,826635297	1,985442494	2,624764229

Tabla 15. Errores estimados, modelo esférico.

Parámetros				Errores			
Radio	Escala	Rango	Angulo (°)	EM_ABS	ECM	EM^3	EM^4
1	1000	1000	15	4,287957286	5,571997311	6,255248907	8,258446926
1	1000	1000	30	4,287957286	5,571997311	6,255248907	8,258446926
1	1000	1000	45	4,287957286	5,571997311	6,255248907	8,258446926
1	1000	1000	60	4,287957286	5,571997311	6,255248907	8,258446926
1	1000	1000	75	4,287957286	5,571997311	6,255248907	8,258446926
1	1000	1000	90	4,287957286	5,571997311	6,255248907	8,258446926
1	1000	1000	105	4,287957286	5,571997311	6,255248907	8,258446926
1	1000	1000	120	4,287957286	5,571997311	6,255248907	8,258446926
1	1000	1000	135	4,287957286	5,571997311	6,255248907	8,258446926
1	1000	1000	150	4,287957286	5,571997311	6,255248907	8,258446926
1	1000	1000	165	4,287957286	5,571997311	6,255248907	8,258446926
1	1000	1000	180	4,287957286	5,571997311	6,255248907	8,258446926
0,1	3000	6000	0	1,057812985	1,704537437	0,982815291	2,76673361
0,2	3000	6000	0	0,856775745	1,399343899	1,56474864	2,343359002
0,3	3000	6000	0	0,794538715	1,262125657	1,528462622	2,122511638
0,4	3000	6000	0	0,773722297	1,169584655	1,411704103	1,916980784
0,5	3000	6000	0	0,766417085	1,09880906	1,291912493	1,733753438
0,7	3000	6000	0	0,81163911	1,07138598	1,174708072	1,556958367
0,9	3000	6000	0	0,849293266	1,079065603	1,141587067	1,491183762
1	3000	6000	0	0,876001644	1,102275562	1,15429318	1,502298311
1,2	3000	6000	0	0,942000821	1,173330914	1,216957707	1,576932908
1,5	3000	6000	0	1,054021205	1,311100994	1,366134598	1,762222069
0,5	3000	12000	0	0,763585317	1,147070805	1,446921643	1,896658695
1,5	3000	12000	0	0,841472254	1,096469828	1,112606145	1,462685617
1	3000	5000	0	0,987817471	1,232626641	1,300420016	1,691438754
1	3000	7000	0	0,815664822	1,042790736	1,086953227	1,421852062
1	3000	8000	0	0,796338811	1,03009601	1,071940897	1,412862668
1	3000	10000	0	0,787464912	1,036232445	1,070932242	1,440794998
1	3000	12000	0	0,759692888	1,032343682	1,075919717	1,467929587
1	1500	8000	0	0,796338799	1,030096009	1,071940894	1,41286267
1	5000	8000	0	0,796338827	1,03009601	1,0719409	1,412862664
1	8000	8000	0	0,796338849	1,030096015	1,071940907	1,412862666
1	100	9000	0	0,786856004	1,026038049	1,068350584	1,420140876
1	200	9000	0	0,786855972	1,026038045	1,06835058	1,420140874
1	500	9000	0	0,786855877	1,026038028	1,068350565	1,42014085
1	2000	9000	0	0,786856036	1,026038054	1,068350587	1,420140879
1	1000	9000	0	0,786856034	1,026038042	1,068350576	1,420140843
1	1500	9000	0	0,786855964	1,026037968	1,068350505	1,42014064
1	3000	9000	0	0,786856036	1,026038054	1,068350587	1,42014088
1	5000	9000	0	0,786856036	1,026038054	1,068350586	1,420140879
1	7000	9000	0	0,786856036	1,026038053	1,068350584	1,420140877
1	10000	9000	0	0,786856037	1,026038054	1,068350583	1,420140876

Parámetros				Errores			
Radio	Escala	Rango	Angulo (°)	EM_ABS	ECM	EM^3	EM^4
1	100	1000	70	15,5305795	21,65893163	-11,15915789	30,22693071
1	500	1000	70	4,287957286	5,571997311	6,255248907	8,258446926
1	200	1000	70	4,287957286	5,571997311	6,255248907	8,258446926
1	150	1000	70	4,287957286	5,571997311	6,255248907	8,258446926
1	125	1000	70	4,287957286	5,571997311	6,255248907	8,258446926
1	1500	1000	70	4,287957286	5,571997311	6,255248907	8,258446926
1	2000	1000	70	4,287957287	5,571997312	6,255248907	8,258446926
1	2500	1000	70	4,287957286	5,571997311	6,255248907	8,258446926
1	5000	1000	70	4,287957287	5,571997312	6,255248907	8,258446926
1	1000	10	70	213,3006241	264,2519355	260,3780964	352,5254145
1	1000	50	70	82,64192543	107,2397548	120,1062993	158,5132442
1	1000	100	70	42,49285004	55,19873106	61,93214909	81,75843553
1	1000	200	70	21,39291094	27,79680086	31,20104591	41,19209986
1	1000	300	70	14,28002531	18,55557752	20,82970878	27,50003166
1	1000	500	70	8,573570798	11,14083527	12,5067378	16,51188698
1	1000	700	70	6,125072447	7,959213228	8,935138084	11,79654055
1	1000	900	70	0,726656243	1,050159633	1,147333732	1,548165057
1	1000	1100	70	0,726656243	1,050159633	1,147333732	1,548165057
1	1000	1200	70	3,573397204	4,643465171	5,212866992	6,882251589
1	1000	700	0	6,125072447	7,959213228	8,935138084	11,79654055
1	1000	800	0	5,359671947	6,964626402	7,818620506	10,32247191
1	1000	900	0	4,764295175	6,190970886	6,950113234	9,175834649
1	1000	1100	0	3,89820462	5,06553518	5,686688789	7,507810685
1	1000	1200	0	3,573397204	4,643465171	5,212866992	6,882251589
1	1000	1300	0	3,298551365	4,286317152	4,811926744	6,352913563
1	1000	1500	0	2,859031691	3,714954378	4,170367952	5,505951857
1	1000	2000	0	2,156164413	2,791566986	3,127087007	4,129771134
1	1000	3000	0	1,492942056	1,900397619	2,099713427	2,759600559
1	1000	4000	0	1,170806957	1,462544547	1,568748015	2,049733751
1	1000	8000	0	0,796338795	1,030096008	1,071940893	1,41286267
1	1000	9000	0	0,786856034	1,026038042	1,068350576	1,420140843
1	1000	9050	0	0,786747554	1,026223817	1,068276296	1,420790586
1	1000	9100	0	0,786667409	1,026453873	1,068218538	1,421475842
1	1000	9200	0	0,786677842	1,027087384	1,068172523	1,422976583
1	1000	9500	0	0,7867371	1,029637989	1,068297806	1,428184872
1	1000	10000	0	0,78746491	1,036232445	1,070932243	1,440795003
1	1000	9005	0	0,78684392	1,026054683	1,068342468	1,420204368
1	1000	9000	15	0,786856033	1,026038059	1,068350592	1,420140897
1	1000	9000	30	0,786856034	1,026038042	1,068350576	1,420140843
1	1000	9000	45	0,786856017	1,026038089	1,068350622	1,420140996
1	1000	9000	60	0,786856033	1,026038059	1,068350592	1,420140897
1	1000	9000	75	0,786843924	1,026054677	1,068342462	1,420204349
1	1000	9000	90	0,786856034	1,026038042	1,068350576	1,420140843
1	1000	9000	70	0,786856017	1,026038089	1,068350622	1,420140996

Parámetros				Errores			
Radio	Escala	Rango	Angulo (°)	EM_ABS	ECM	EM^3	EM^4
1	100	9000	30	0,786856004	1,026038049	1,068350584	1,420140876
1	200	9000	30	0,786855972	1,026038045	1,06835058	1,420140874
1	500	9000	30	0,786855877	1,026038028	1,068350565	1,42014085
1	1000	9000	30	0,786856034	1,026038042	1,068350576	1,420140843
1	1500	9000	30	0,786855964	1,026037968	1,068350505	1,42014064
1	2000	9000	30	0,786856036	1,026038054	1,068350587	1,420140879
1	3000	9000	30	0,786856036	1,026038054	1,068350587	1,42014088
1	5000	9000	30	0,786856036	1,026038054	1,068350586	1,420140879
1	7000	9000	30	0,786856036	1,026038053	1,068350584	1,420140877
1	10000	9000	30	0,786856037	1,026038054	1,068350583	1,420140876

Tabla 16. Errores estimados, modelo cúbico.

Parámetros				Errores			
Radio	Escala	Rango	Angulo (°)	EM_ABS	ECM	EM^3	EM^4
2	1000	1000	0	0,767294448	1,067901133	1,247164684	1,624627114
2	1000	1000	15	0,763399289	1,05639852	1,238541956	1,616045191
2	1000	1000	30	0,752822891	1,02932539	1,219839858	1,599490531
2	1000	1000	45	0,738388295	1,003198558	1,205214042	1,591633958
2	1000	1000	60	0,723966614	0,990580212	1,201299621	1,597803686
2	1000	1000	75	0,713396219	0,990300734	1,203591309	1,609284996
2	1000	1000	90	0,70954562	0,992145928	1,205194296	1,614685428
2	1000	1000	105	0,713521247	0,990436315	1,203432977	1,609219209
2	1000	1000	120	0,724224826	0,990866671	1,200959338	1,597661818
2	1000	1000	135	0,738703925	1,00356055	1,204796502	1,591470261
2	1000	1000	150	0,753066344	1,029616425	1,219541432	1,599398285
2	1000	1000	165	0,763511566	1,056537031	1,238416976	1,616018663
2	1000	1000	180	0,767294448	1,067901133	1,247164684	1,624627114
2	100	100	30	49,94450991	67,83360787	80,35980662	104,9005612
2	100	200	30	15,89072595	21,67765264	25,70030209	33,64096427
2	100	500	30	2,892674406	3,953131696	4,685420509	6,141259824
2	100	1000	30	0,752822891	1,02932539	1,219839858	1,599490531
2	100	1500	30	0,338992014	0,46357355	0,549350053	0,720414058
2	100	2000	30	0,191922326	0,262475491	0,311035131	0,407914428
2	100	3000	30	0,086867178	0,11777474	0,139217441	0,182526369
2	100	4000	30	0,049809477	0,066901015	0,078597938	0,103005743
2	100	5000	30	0,03316034	0,04358732	0,050612209	0,066184947
2	100	7000	30	0,017441176	0,022251706	0,024290537	0,03172256
2	100	10000	30	0,009505021	0,01210579	0,012914708	0,016376647
2	100	20000	30	0,005434791	0,008088243	0,009249597	0,012139507
2	100	30000	30	0,005175258	0,008171566	0,009324538	0,012586286
2	100	40000	30	0,005025403	0,008124169	0,009359145	0,012574498

Parámetros				Errores			
Radio	Escala	Rango	Angulo (°)	EM_ABS	ECM	EM^3	EM^4
2	200	100	100	47,75140708	66,98865718	82,17953359	109,6490705
2	300	100	100	47,75140708	66,98865718	82,17953359	109,6490705
2	500	100	100	47,75140708	66,98865718	82,17953359	109,6490705
2	1000	100	100	47,75140708	66,98865718	82,17953359	109,6490705
2	2000	100	100	47,75140708	66,98865718	82,17953359	109,6490705
2	5000	100	100	47,75140708	66,98865718	82,17953359	109,6490705
2	10000	100	100	47,75140708	66,98865718	82,17953359	109,6490705
2	50000	100	100	47,75140708	66,98865719	82,17953359	109,6490705
2	60000	100	100	47,75140708	66,98865719	82,17953359	109,6490705
2	3500	8500	0	0,012427717	0,016194996	0,017062589	0,022265842
2	3500	8500	12,5	0,012420567	0,016080433	0,016957998	0,021873359
2	3500	8500	25	0,01234843	0,015738383	0,016707877	0,021499468
2	3500	8500	37,5	0,012243659	0,01543848	0,016453341	0,021375884
2	3500	8500	50	0,012099095	0,015350748	0,01654688	0,021680878
2	3500	8500	62,5	0,012021071	0,015512895	0,016857874	0,02234688
2	3500	8500	75	0,011865665	0,015753662	0,017476114	0,023178805
2	3500	8500	87,5	0,011843358	0,016161726	0,018227482	0,024201258
2	3500	8500	100	0,011894864	0,016432094	0,018829085	0,024853952
2	10	40000	75	0,004661248	0,007186472	0,008967208	0,011583923
2	1000	40000	75	0,004661329	0,007186549	0,00896771	0,011584703
2	2000	40000	75	0,004660849	0,007186268	0,008967654	0,011584463
2	5000	40000	75	0,00466133	0,007186606	0,008967935	0,011584993
2	5000	100	75	47,78278567	66,61547914	81,6740673	108,80219
2	5000	1000	75	0,713396219	0,990300734	1,203591309	1,609284996
2	5000	5000	75	0,031622977	0,04280603	0,05115503	0,067618465
2	5000	10000	75	0,00909481	0,01223707	0,013530446	0,018034806
2	5000	20000	75	0,004520587	0,006482355	0,007834669	0,010081365
2	5000	30000	75	0,004798655	0,007105623	0,008469978	0,011070128
2	5000	25000	75	0,004428335	0,006662355	0,008019118	0,010560314
2	5000	21000	75	0,004427012	0,0064313	0,007797949	0,010070118
2	5000	22000	75	0,004356842	0,006421188	0,00780774	0,010133319
2	5000	23000	75	0,00432521	0,006462777	0,007860683	0,010256321
0,2	5000	23000	75	0,008819832	0,012388864	0,012972714	0,018459645
0,4	5000	23000	75	0,005666998	0,007703568	0,00779334	0,010688692
0,5	5000	23000	75	0,005145681	0,00707812	0,007348755	0,00987134
0,7	5000	23000	75	0,004521874	0,006438127	0,006800451	0,009130581
0,9	5000	23000	75	0,004141172	0,006058819	0,006492558	0,008817068
1	5000	23000	75	0,004044604	0,005905765	0,006339493	0,008650328
1,2	5000	23000	75	0,004008236	0,005853637	0,006341258	0,008634985
1,5	5000	23000	75	0,004117988	0,006120776	0,00704921	0,009365945
1,7	5000	23000	75	0,004183826	0,006218675	0,007367759	0,009721011
1,9	5000	23000	75	0,004232314	0,006351989	0,00768723	0,010075614
2,2	5000	23000	75	0,004616389	0,006801741	0,008277423	0,010685172
2,5	5000	23000	75	0,004934886	0,007379505	0,009034473	0,011519119

Tabla 17. Errores estimados, modelo de onda.

Parámetros				Errores			
Radio	Escala	Rango	Angulo (°)	EM_ABS	ECM	EM^3	EM^4
2	10	10	0	117,5382039	166,4756583	201,6674545	261,5878889
2	10	10	15	116,8857824	163,236259	196,7763439	255,2195848
2	10	10	30	115,8432904	157,2463246	187,1541078	243,5094571
2	10	10	45	114,5833551	153,2510628	181,5951944	238,0700366
2	10	10	60	113,1301644	153,9622457	185,9780309	246,0482419
2	10	10	75	112,0733498	158,0399809	196,2581068	260,592597
2	10	10	90	111,5736364	160,4523454	201,6303104	267,9012196
2	10	10	105	112,4246753	158,338014	195,3184668	259,9982824
2	10	10	120	114,3053624	155,0538384	184,0405404	244,9484414
2	10	10	135	116,0168995	154,7704237	179,2868423	236,977158
2	10	10	150	117,1236872	158,7389106	185,826366	243,0746875
2	10	10	165	117,5854988	164,13039	196,6396228	255,5629101
2	10	10	180	117,5382039	166,4756583	201,6674545	261,5878889
2	100	100	50	1,803184188	2,445441942	2,941695772	3,90560785
2	500	100	50	1,803184264	2,445441815	2,941695359	3,90560718
2	1000	100	50	1,803184167	2,445441973	2,941695882	3,905608025
2	2000	100	50	1,803184165	2,445441973	2,941695891	3,905608033
2	5000	100	50	1,80318416	2,445441974	2,941695916	3,90560806
2	10000	100	50	1,803184151	2,445441976	2,941695958	3,905608103
2	50000	100	50	1,803184176	2,445441974	2,941695866	3,905608006
2	60000	100	50	1,803184176	2,445441972	2,94169586	3,905607997
2	5000	3500	0	0,007979382	0,009698986	0,005582097	0,011939457
2	5000	3500	12,5	0,007501909	0,008695162	-0,005385181	0,010385594
2	5000	3500	25	0,005546664	0,006838896	-0,005060394	0,008623449
2	5000	3500	37,5	0,006305724	0,008127873	0,003574853	0,010303638
2	5000	3500	50	0,006063805	0,007623457	-0,008477599	0,010515976
2	5000	3500	62,5	0,005006457	0,007119308	-0,007199151	0,010494408
2	5000	3500	75	0,005254396	0,007301908	-0,008800348	0,010539819
2	5000	3500	87,5	0,005580435	0,00748852	-0,007450947	0,009819823
2	5000	3500	100	0,004978337	0,006374791	0,004121229	0,008154465
2	1000	1	80	243,5161135	299,5001799	282,2434321	397,8672554
2	1000	10	80	111,6883382	159,1476668	198,8824668	264,1924927
2	1000	100	80	1,751618747	2,441025452	2,969084613	3,973299875
2	1000	500	80	0,067236441	0,094970563	0,113613542	0,154277205
2	1000	1000	80	0,01776764	0,023368834	0,024926675	0,033818208
2	1000	5000	80	0,012523919	0,019076856	-0,017091015	0,027677001
2	1000	6000	80	0,015260228	0,023176367	0,02121775	0,036625422
2	1000	10000	80	42,13430877	76,21928347	-65,12318401	117,2173986
2	1000	5000	0	0,019209627	0,029365854	0,037996194	0,046480203
2	1000	5000	15	0,016925237	0,02549742	0,031525871	0,03786142
2	1000	5000	30	0,021590109	0,033898938	0,042041172	0,054047775
2	1000	5000	45	0,016989411	0,023808557	0,02157892	0,034910097

Parámetros				Errores			
Radio	Escala	Rango	Angulo (°)	EM_ABS	ECM	EM^3	EM^4
2	1000	5000	60	0,009861049	0,013780866	-0,0172605	0,02226152
2	1000	5000	75	0,010232271	0,014994594	0,009793242	0,022911324
2	1000	5000	90	0,015174147	0,02701673	-0,030282137	0,045317997
2	1000	5000	65	0,00966184	0,013710858	-0,017150275	0,022631635
2	1000	5000	67,5	0,009527665	0,013696046	-0,015818379	0,022292171
2	1000	5000	68	0,00948283	0,013704533	-0,015389247	0,022190215
2	100	5000	67,5	0,009527662	0,013696043	-0,015818367	0,022292164
2	500	5000	67,5	0,009527665	0,013696046	-0,015818379	0,022292171
2	5000	5000	67,5	0,009527669	0,013696052	-0,015818406	0,022292187
0,2	5000	3500	100	41,5540389	77,65113098	-77,02332117	123,448408
0,4	5000	3500	100	1,280825398	2,601757426	2,545663939	4,382145983
0,5	5000	3500	100	0,0291596	0,051726549	0,069482217	0,083261606
0,7	5000	3500	100	0,020075135	0,030783769	0,03052812	0,046186048
0,9	5000	3500	100	0,016247956	0,022802987	-0,007859926	0,032128314
1	5000	3500	100	0,013509823	0,018922232	0,013739898	0,026996234
1,2	5000	3500	100	0,00939012	0,012895456	-0,010070765	0,0182406
1,4	5000	3500	100	0,007436409	0,010445226	-0,012491242	0,015388775
1,5	5000	3500	100	0,006351259	0,00928903	-0,011187062	0,013996721
1,7	5000	3500	100	0,005152239	0,007710333	0,004982762	0,012079874
1,9	5000	3500	100	0,005182688	0,006889952	0,006359172	0,009762389
2,2	5000	3500	100	0,004427005	0,005798274	-0,003193934	0,007540897
2,4	5000	3500	100	0,004306188	0,006256309	0,005504637	0,008953587
2,5	5000	3500	100	0,004714495	0,006772842	0,007117885	0,009553291

Tabla 18. Errores estimados, modelo gaussiano.

Parámetros				Errores			
Radio	Escala	Rango	Angulo (°)	EM_ABS	ECM	EM^3	EM^4
1	1	100	30	4,30990696	5,863185145	7,055342883	9,317518763
1	10	100	30	4,30990696	5,863185145	7,055342883	9,317518763
1	100	100	30	4,30990696	5,863185145	7,055342883	9,317518763
1	1000	100	30	4,30990696	5,863185145	7,055342883	9,317518763
1	5000	100	30	4,30990696	5,863185146	7,055342883	9,317518763
1	10000	100	30	4,30990696	5,863185146	7,055342883	9,317518763
1	50000	100	30	4,309906962	5,863185148	7,055342886	9,317518766
1	100000	100	30	4,309906939	5,863185122	7,055342861	9,317518733
1	1000	1	75	244,469809	301,9776385	258,766083	397,2648753
1	1000	10	75	150,4956224	198,5344903	225,9879826	297,4682389
1	1000	100	75	4,30990696	5,863185145	7,055342883	9,317518763
1	1000	1000	75	0,044762845	0,060138092	0,071637003	0,094613538
1	1000	5000	75	0,002587786	0,003613444	0,004215738	0,005612359
1	1000	10000	75	0,002989017	0,00383921	-0,00365141	0,005052764
1	1000	6000	75	0,002184652	0,003030743	0,003399536	0,004625379
1	1000	7000	75	0,002041521	0,002763029	0,002825201	0,00400422
1	1000	8000	75	0,002122478	0,002727064	0,002144856	0,003628946
1	1000	8050	75	0,002132633	0,002733115	0,00209345	0,003620517
1	1000	8100	75	0,00214266	0,002740166	0,002036801	0,003613823
1	1000	8500	75	0,002246439	0,002831348	0,00126144	0,003626733
1	1000	9000	75	0,002440786	0,003047192	-0,002075252	0,003861504
2	10000	6500	0	0,004247717	0,005702947	0,006370842	0,00825537
2	10000	6500	15	0,003903006	0,005614701	0,006594542	0,008295921
2	10000	6500	25	0,003872244	0,005607495	0,006805949	0,008643126
2	10000	6500	37,7	0,003854782	0,00540583	0,006468676	0,008271664
2	10000	6500	50	0,003738546	0,005203205	0,005898929	0,007709908
2	10000	6500	62,5	0,00376813	0,005269945	0,005947503	0,007756965
2	10000	6500	75	0,003945371	0,00579677	0,006675242	0,008507958
2	10000	6500	87,5	0,003992383	0,005886702	0,006987288	0,008892984
2	10000	6500	100	0,00362288	0,005371571	0,006505223	0,008399502
0,1	100	100	50	2,210360501	3,008877412	3,585606678	4,716897595
0,2	100	100	50	2,274786519	3,096201064	3,692008119	4,858013689
0,3	100	100	50	2,382041142	3,241635724	3,869149753	5,092950781
0,4	100	100	50	2,531962751	3,445067309	4,116848146	5,421448188
0,5	100	100	50	2,724317554	3,706272238	4,434757078	5,843033099
1	100	100	50	4,30990696	5,863185145	7,055342883	9,317518763
1,5	100	100	50	6,885418963	9,367385759	11,29975191	14,94355689
2	100	100	50	10,3565556	14,07921898	16,98440946	22,47719616
0,1	1000	8000	75	0,033738419	0,045484653	-0,031277698	0,062840609
0,5	1000	8000	75	0,005146039	0,00670996	-0,00714244	0,009281331
1	1000	8000	75	0,002122478	0,002727064	0,002144856	0,003628946
0,9	1000	8000	75	0,002275249	0,002818356	0,001259711	0,003582424

Parámetros				Errores			
Radio	Escala	Rango	Angulo (°)	EM_ABS	ECM	EM^3	EM^4
1,1	1000	8000	75	0,002062088	0,002751408	0,002623598	0,003885088
1,5	1000	8000	75	0,002507692	0,003482901	0,004153459	0,005236279
1	5000	8000	75	0,002122602	0,002726871	0,002144685	0,003628563
1	10000	8000	75	0,002122686	0,002727038	0,002145296	0,003628892
1	100	8000	75	0,002122641	0,002726975	0,002144354	0,003628649

Tabla 19. Errores estimados, interpolación IDW.

Parámetros			Errores			
Potencia	Radio	Angulo (°)	EM_ABS	ECM	EM^3	EM^4
2	2	0	0,015650479	0,026518203	0,034782654	0,044255473
2	2	12,5	0,015103277	0,02435287	0,031183664	0,039615796
2	2	25	0,014613955	0,022070368	0,026143384	0,033508125
2	2	37,5	0,014372611	0,020950411	0,022077723	0,030504839
2	2	50	0,014033888	0,020493372	0,018423636	0,029887337
2	2	62,5	0,01362688	0,020290387	0,017070885	0,030044964
2	2	75	0,013625836	0,020951045	0,019803465	0,031668195
2	2	87,5	0,014289281	0,023205215	0,02600162	0,037311354
2	2	100	0,01541996	0,026686906	0,034567401	0,046731998
2	2	125	0,016530551	0,028955075	0,037822374	0,04966406
2	2	150	0,015956431	0,025951688	0,029336641	0,038117507
2	2	175	0,015737174	0,026862184	0,034837187	0,044200111
0,5	2	62,5	2,35214E-14	8,95669E-14	1,46456E-13	1,96343E-13
1	2	62,5	8,1182E-07	1,47725E-06	-1,16821E-06	2,23466E-06
1,5	2	62,5	0,000414053	0,000654612	-0,000370186	0,000954119
2	2	62,5	0,01362688	0,020290387	0,017070885	0,030044964
3	2	62,5	0,683721376	0,976054649	1,124461858	1,551417906
5	2	62,5	20,08332619	26,2017991	29,96085431	40,38096692
10	2	62,5	145,6918912	177,1976381	166,261753	234,0533492
2	0,5	62,5	0,015952375	0,026016971	0,029693378	0,03839518
2	1	62,5	0,011987314	0,01864696	0,020030559	0,027335181
2	1,5	62,5	0,01236177	0,01862634	0,018113651	0,027402372
2	2	62,5	0,01362688	0,020290387	0,017070885	0,030044964
2	3	62,5	0,016740808	0,025047708	0,014141539	0,038207464
2	5	62,5	0,023062684	0,035831304	0,019012114	0,057613936

Errores de interpolaciones para el cálculo del modelo digital de elevaciones.

Tabla 20. Interpolación MDE, errores estimados, interpolación IDW.

MODELO	EM_ABS	ECM	EM^3	EM^4
IDW 50m @ 25_4	1,012101961	4,477280147	-6,581702674	12,59755732
IDW 50m @ 25_3	1,509666667	4,839189022	-6,424130257	12,50379948
IDW 50m @ 25_2	2,98254902	6,258434058	-5,279975087	13,06272195
IDW 50m @ 25_1	6,913745098	10,74767719	8,160345048	16,86279922
IDW 50m @ 50_4	1,76145098	6,699485865	9,96175667	15,78303861
IDW 50m @ 50_3	2,333254902	6,960119252	9,924871517	15,50157013
IDW 50m @ 50_2	3,896901961	8,093845907	10,12658498	15,53397902
IDW 50m @ 50_1	7,63672549	11,96797951	11,83923318	18,56632371
IDW 100m @ 25_4	3,735411765	9,255503546	8,513676208	17,97747596
IDW 100m @ 25_3	4,955666667	10,32514161	9,200576506	18,54871314
IDW 100m @ 25_2	7,797529412	13,10146211	11,65547665	21,39564119
IDW 100m @ 25_1	13,99496078	19,4943298	16,39472091	28,52136984
IDW 100m @ 50_4	4,286529412	10,67689245	11,94634417	21,70265693
IDW 100m @ 50_3	5,642862745	11,72262259	11,94776178	21,95132355
IDW 100m @ 50_2	8,589470588	14,38394536	13,21263483	23,87580234
IDW 100m @ 50_1	14,57307843	20,34382776	17,19803061	29,87927813
IDW 200m @ 25_4	3,73362549	9,255578893	8,514423611	17,97780378
IDW 200m @ 25_3	4,955666667	10,32514161	9,200576506	18,54871314
IDW 200m @ 25_2	7,797529412	13,10146211	11,65547665	21,39564119
IDW 200m @ 25_1	13,99496078	19,4943298	16,39472091	28,52136984
IDW 200m @ 50_4	4,286529412	10,67689245	11,94634417	21,70265693
IDW 200m @ 50_3	5,642862745	11,72262259	11,94776178	21,95132355
IDW 200m @ 50_2	8,589470588	14,38394536	13,21263483	23,87580234
IDW 200m @ 50_1	14,57307843	20,34382776	17,19803061	29,87927813

Tabla 21. Interpolación MDE, errores estimados, spline tensión.

MODELO	EM_ABS	ECM	EM^3	EM^4
SPLINE 50m @ 25_T_0	227,7077647	288,9160949	308,2175752	382,5428639
SPLINE 50m @ 25_T_1	424,0761961	537,7082573	616,9663259	674,1481433
SPLINE 50m @ 25_T_5	207,354	242,2901681	247,6023956	293,242852
SPLINE 50m @ 25_T_10	195,3193529	230,8242195	254,1181105	283,0381376
SPLINE 50m @ 50_T_0	250,8854118	315,926598	343,8540655	408,6648191
SPLINE 50m @ 50_T_1	419,2046667	539,6110058	619,0130275	678,0978992
SPLINE 50m @ 50_T_5	194,107098	231,9412413	227,2103517	285,218953
SPLINE 50m @ 50_T_10	182,0506471	218,5149144	240,0537095	273,4063033
SPLINE 100m @ 25_T_0	376,7226471	471,568539	363,0532996	599,5093899
SPLINE 100m @ 25_T_1	392,8339412	526,7975535	-631,13582	737,5512456
SPLINE 100m @ 25_T_5	289,3053137	368,0431145	-402,7662377	484,7506871
SPLINE 100m @ 25_T_10	231,0126471	287,0194375	-277,9032742	365,282056
SPLINE 100m @ 50_T_0	375,6415686	469,8618953	361,3616553	595,5365517

MODELO	EM_ABS	ECM	EM^3	EM^4
SPLINE 100m @ 50_T_1	380,6110588	523,5077154	-638,6676578	740,557925
SPLINE 100m @ 50_T_5	279,0489412	362,0234859	-411,1510268	484,3580265
SPLINE 100m @ 50_T_10	223,779	280,7010238	-288,9712355	362,0688151
SPLINE 200m @ 25_T_0	376,7226275	471,5685233	363,0533208	599,509385
SPLINE 200m @ 25_T_1	392,8339412	526,7975535	-631,13582	737,5512456
SPLINE 200m @ 25_T_5	289,3053137	368,0431145	-402,7662377	484,7506871
SPLINE 200m @ 25_T_10	231,0126471	287,0194375	-277,9032742	365,282056
SPLINE 200m @ 50_T_0	375,6415686	469,8618953	361,3616553	595,5365517
SPLINE 200m @ 50_T_1	380,6110588	523,5077154	-638,6676578	740,557925
SPLINE 200m @ 50_T_5	279,0489412	362,0234859	-411,1510268	484,3580265
SPLINE 200m @ 50_T_10	223,779	280,7010238	-288,9712355	362,0688151

Tabla 22. Interpolación MDE, errores estimados, spline regularizado.

MODELO	EM_ABS	ECM	EM^3	EM^4
SPLINE 50m @ 25_R_0	732,6257647	1091,332209	-1216,571946	1577,341573
SPLINE 50m @ 25_R_0,001	1880,949667	2497,377771	2265,419565	3220,110751
SPLINE 50m @ 25_R_0,01	3043,914941	3503,652239	3737,489596	4028,437402
SPLINE 50m @ 25_R_0,1	4771,959608	5510,197054	-3424,923683	6425,03877
SPLINE 50m @ 25_R_0,3	1567,707157	2115,964926	-2410,941705	2804,748469
SPLINE 50m @ 25_R_0,5	968,356098	1408,713651	-1522,538116	2231,72328
SPLINE 50m @ 50_R_0	807,2259412	1138,362736	-1296,31877	1632,535754
SPLINE 50m @ 50_R_0,001	2730,404922	3655,409961	-3270,967122	4748,194049
SPLINE 50m @ 50_R_0,01	2361,967902	2685,067853	2148,440129	3101,567535
SPLINE 50m @ 50_R_0,1	5628,733843	6671,833563	2189,043511	8035,952794
SPLINE 50m @ 50_R_0,3	2227,501686	2770,186848	-2740,522407	3512,61232
SPLINE 50m @ 50_R_0,5	1062,297961	1601,644744	-2047,375528	2674,369212
SPLINE 100m @ 25_R_0	771,6912941	1163,432572	-1467,070426	1700,480696
SPLINE 100m @ 25_R_0,001	1631,005667	2167,865859	-2597,974865	2955,625437
SPLINE 100m @ 25_R_0,01	4430,369471	5714,595593	-6525,126497	7168,146758
SPLINE 100m @ 25_R_0,1	3964,183608	4826,662141	-3608,141357	5829,501848
SPLINE 100m @ 25_R_0,3	2990,983294	3681,646241	-1262,576991	4527,539478
SPLINE 100m @ 25_R_0,5	2767,377392	3444,959565	2406,415451	4322,554842
SPLINE 100m @ 50_R_0	777,5399216	1171,484787	-1474,421299	1707,335185
SPLINE 100m @ 50_R_0,001	1840,928137	2280,546243	-2668,939899	2999,929005
SPLINE 100m @ 50_R_0,01	4214,482137	5633,464302	-6528,878828	7144,920698
SPLINE 100m @ 50_R_0,1	2985,767647	3805,41974	-3686,492541	5011,332367
SPLINE 100m @ 50_R_0,3	2985,767647	3805,41974	-3686,492541	5011,332367
SPLINE 100m @ 50_R_0,5	2567,555235	3254,864859	2709,494042	4166,442542
SPLINE 200m @ 25_R_0	771,6912941	1163,432572	-1467,070426	1700,480696
SPLINE 200m @ 25_R_0,001	1631,005667	2167,865859	-2597,974865	2955,625437
SPLINE 200m @ 25_R_0,01	4430,369471	5714,595593	-6525,126497	7168,146758
SPLINE 200m @ 25_R_0,1	3964,183608	4826,662141	-3608,141357	5829,501848
SPLINE 200m @ 25_R_0,3	2990,983294	3681,646241	-1262,576991	4527,539478
SPLINE 200m @ 25_R_0,5	2767,377392	3444,959565	2406,415451	4322,554842
SPLINE 200m @ 50_R_0	777,5399216	1171,484787	-1474,421299	1707,335185

MODELO	EM_ABS	ECM	EM^3	EM^4
SPLINE 200m @ 50_R_0,001	1840,928137	2280,546243	-2668,939899	2999,929005
SPLINE 200m @ 50_R_0,01	4214,482137	5633,464302	-6528,878828	7144,920698
SPLINE 200m @ 50_R_0,1	2985,767647	3805,41974	-3686,492541	5011,332367
SPLINE 200m @ 50_R_0,3	2666,133412	3325,034619	2177,405996	4165,806512
SPLINE 200m @ 50_R_0,5	2567,555235	3254,864859	2709,494042	4166,442542

Tabla 23. Interpolación MDE, errores estimados, interpolación TREND.

MODELO	EM_ABS	ECM	EM^3	EM^4
TREND 50m @ 25_0	186,4638431	226,7859294	123,2670447	283,5449697
TREND 50m @ 25_1	97,59641176	117,9508584	-32,58261777	148,3629696
TREND 50m @ 25_2	79,80423529	96,42550572	61,36138501	122,0432977
TREND 50m @ 25_3	64,11537255	83,14002307	63,01974555	115,1085392
TREND 50m @ 25_4	59,17266667	78,61757516	61,12448893	109,880921
TREND 50m @ 50_0	186,4638431	226,7859294	123,2670447	283,5449697
TREND 50m @ 50_1	97,56166667	117,9242925	-32,17499733	148,3117829
TREND 50m @ 50_2	79,80109804	96,41826329	61,47973422	122,0227129
TREND 50m @ 50_3	64,07637255	83,11441404	63,19964894	115,0783633
TREND 50m @ 50_4	59,16203922	78,59689319	61,3433448	109,85573
TREND 100m @ 25_0	182,8003137	224,3386981	82,08107538	283,0844832
TREND 100m @ 25_1	95,0452549	116,513344	-76,26234225	149,1308851
TREND 100m @ 25_2	78,50056863	95,15653757	28,17994748	121,5556687
TREND 100m @ 25_3	62,92552941	81,82934049	56,98790637	114,0930023
TREND 100m @ 25_4	59,0865098	78,26180221	56,29310412	109,0614404
TREND 100m @ 50_0	182,8003137	224,3386981	82,08107538	283,0844832
TREND 100m @ 50_1	95,01658824	116,4875294	-76,18107154	149,0759184
TREND 100m @ 50_2	78,49064706	95,14983543	28,74638881	121,5306972
TREND 100m @ 50_3	62,89047059	81,80340293	57,20607555	114,059126
TREND 100m @ 50_4	59,08258824	78,23874233	56,55838709	109,0277224
TREND 200m @ 25_0	182,8003137	224,3386981	82,08107538	283,0844832
TREND 200m @ 25_1	95,0452549	116,513344	-76,26234225	149,1308851
TREND 200m @ 25_2	78,50056863	95,15653757	28,17994748	121,5556687
TREND 200m @ 25_3	62,92552941	81,82934049	56,98790637	114,0930023
TREND 200m @ 25_4	59,0865098	78,26180221	56,29310412	109,0614404
TREND 200m @ 50_0	182,8003137	224,3386981	82,08107538	283,0844832
TREND 200m @ 50_1	95,01658824	116,4875294	-76,18107154	149,0759184
TREND 200m @ 50_2	78,49064706	95,14983543	28,74638881	121,5306972
TREND 200m @ 50_3	62,89047059	81,80340293	57,20607555	114,059126
TREND 200m @ 50_4	59,08258824	78,23874233	56,55838709	109,0277224

ANEXO DE FIGURAS

Figura 28. Estaciones climatológicas, precipitación.

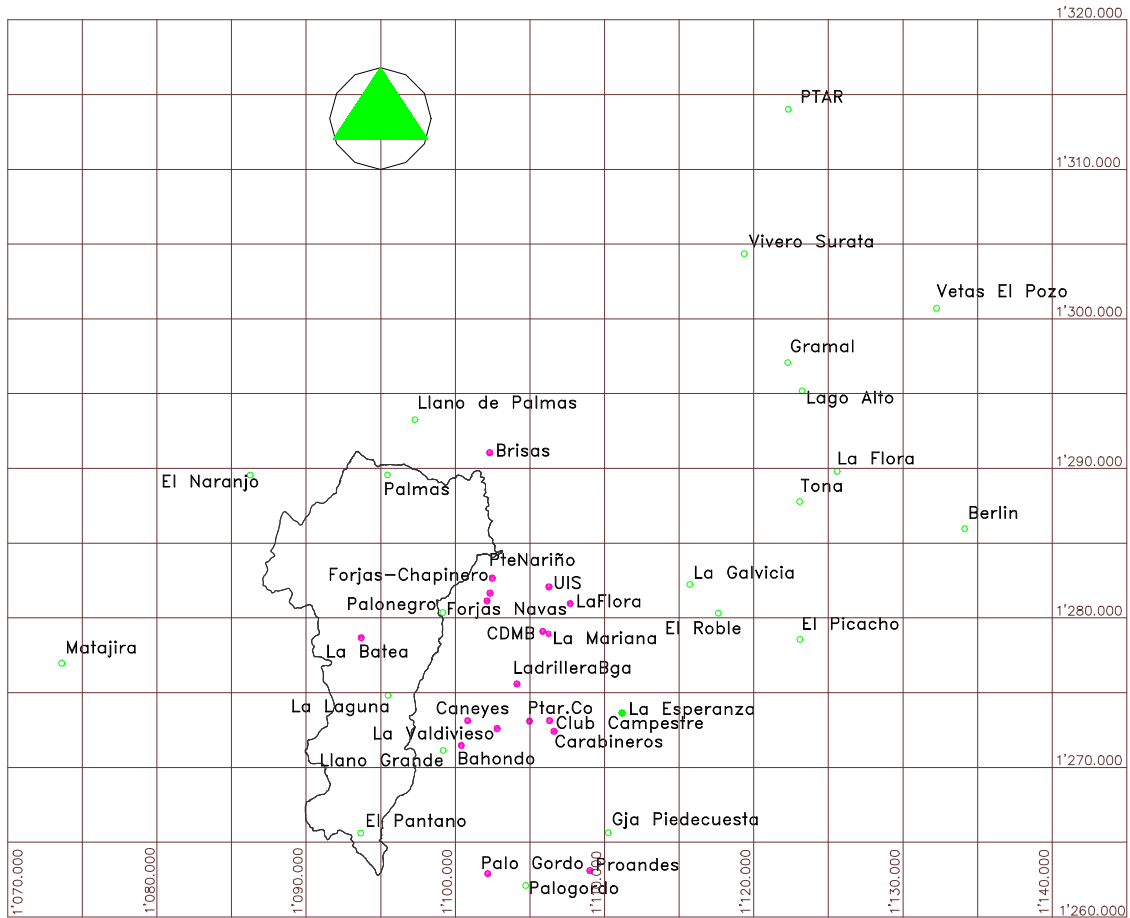


Figura 29. Estaciones climatológicas, tanque evaporímetro.

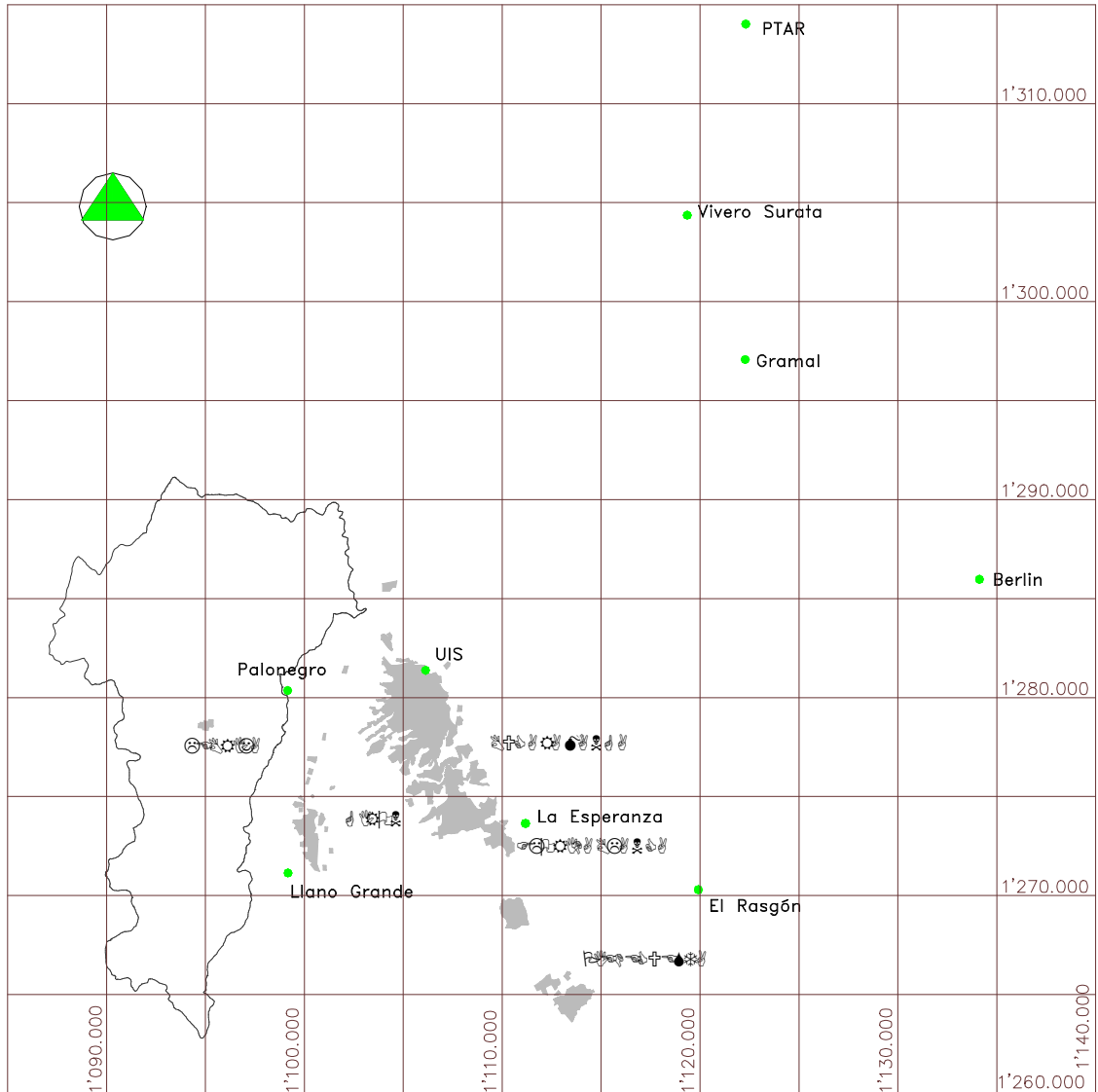


Figura 30. Distribución de planchas.

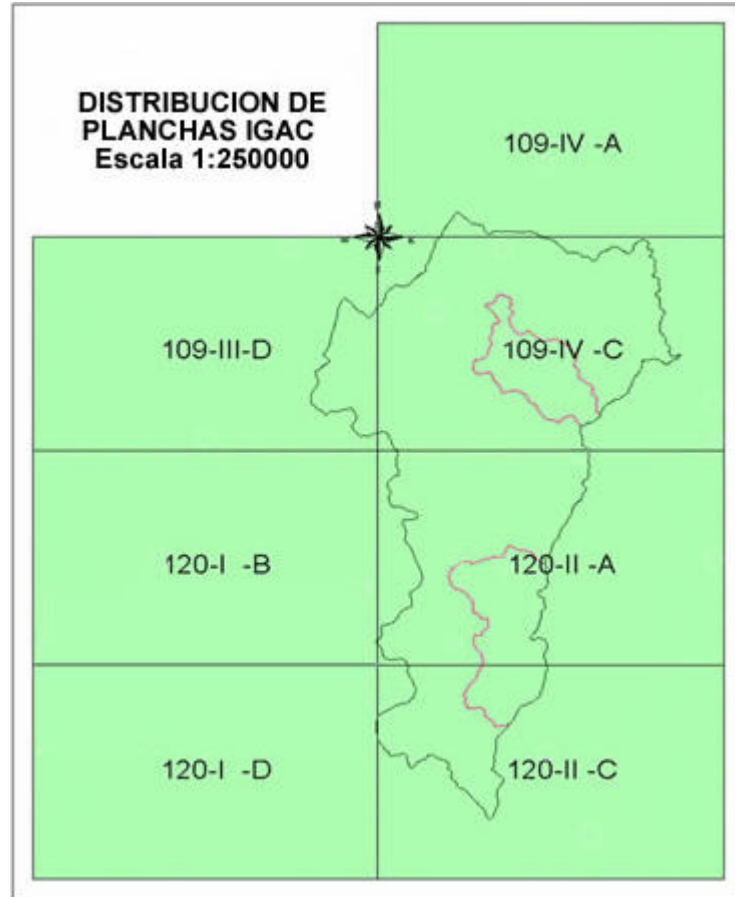


Figura 31. Plano de curvas de nivel.



Figura 32. Plano de puntos cada 50 m para interpolar MDE.

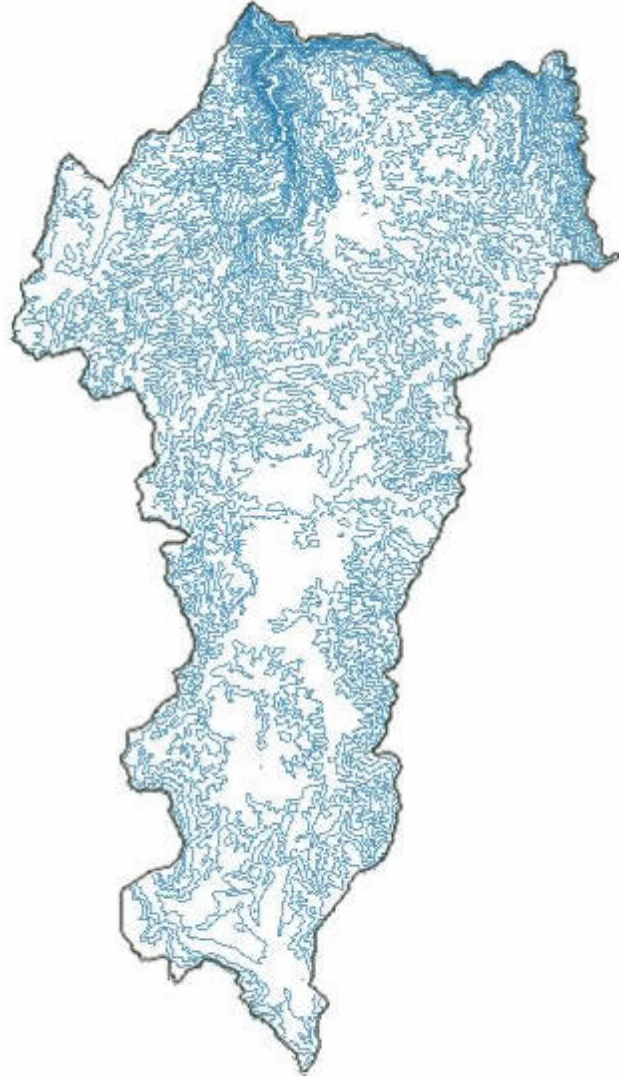


Figura 33. Plano de puntos cada 100 m para interpolar MDE.

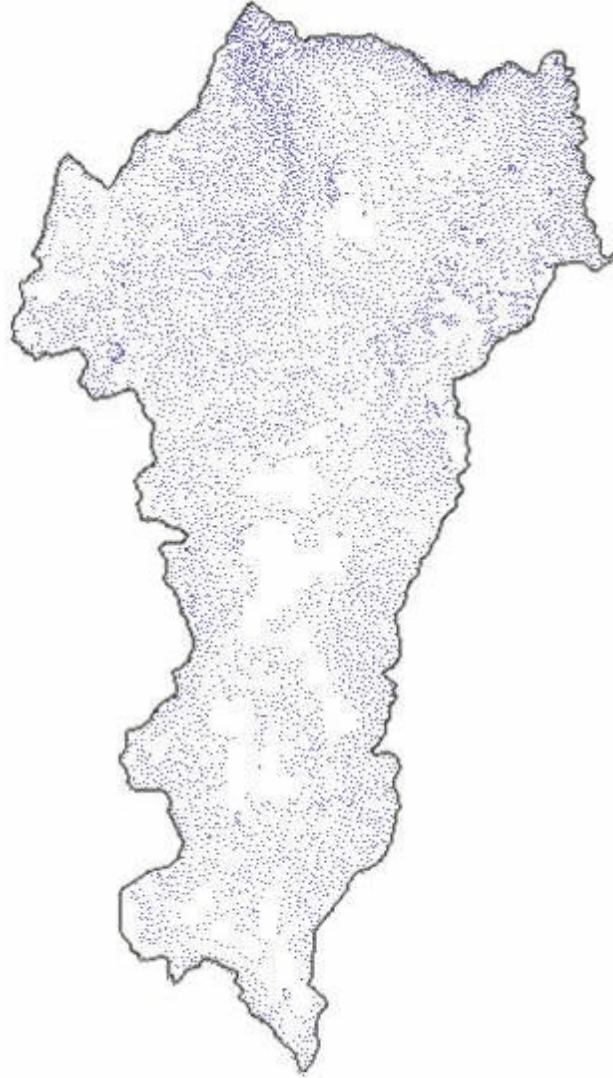


Figura 34. Plano de puntos cada 200 m para interpolar MDE.



Figura 35. Plano de puntos de control.

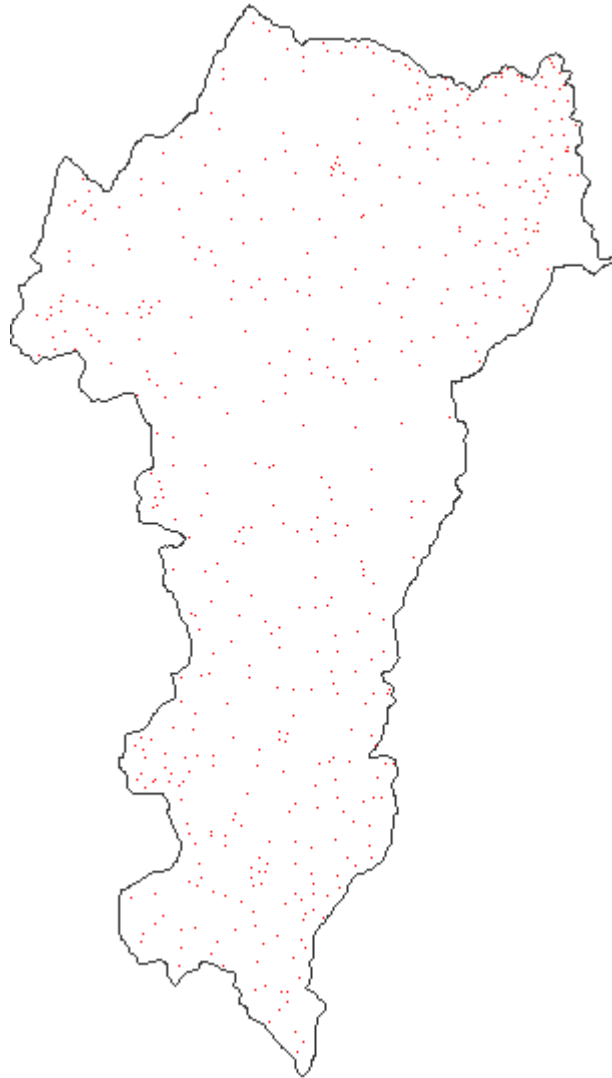


Figura 36. Variación de errores modelo exponencial.

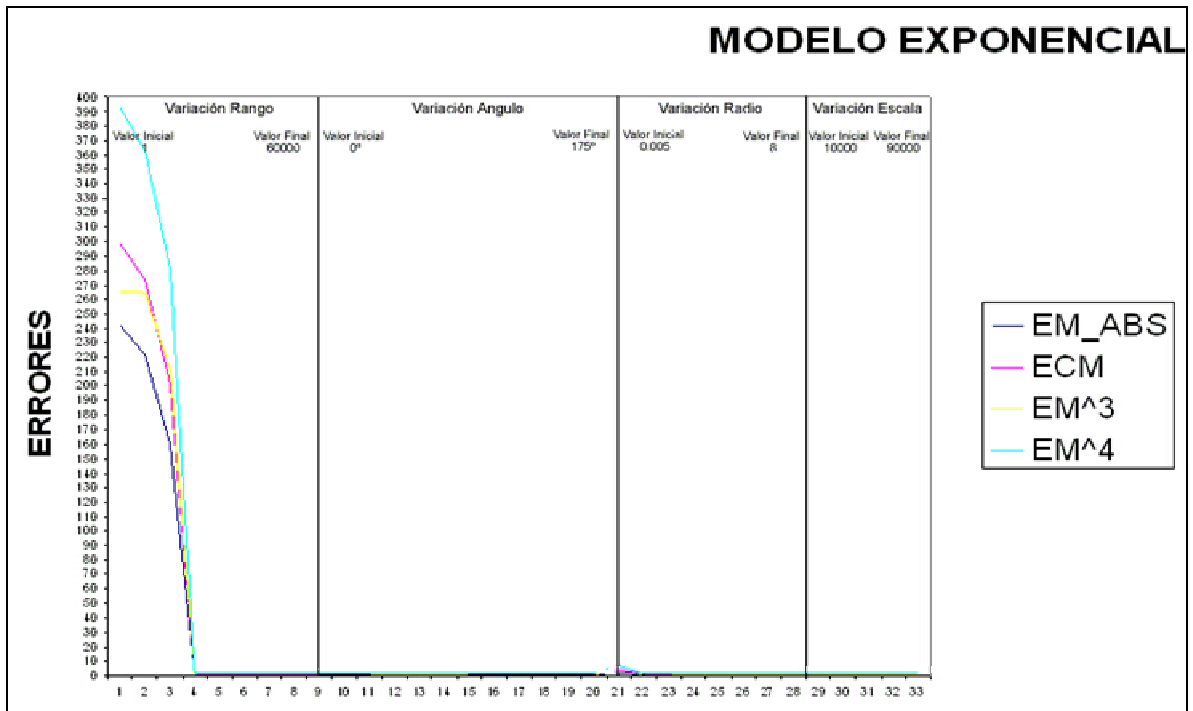


Figura 37. Variación de errores modelo exponencial (ampliación).

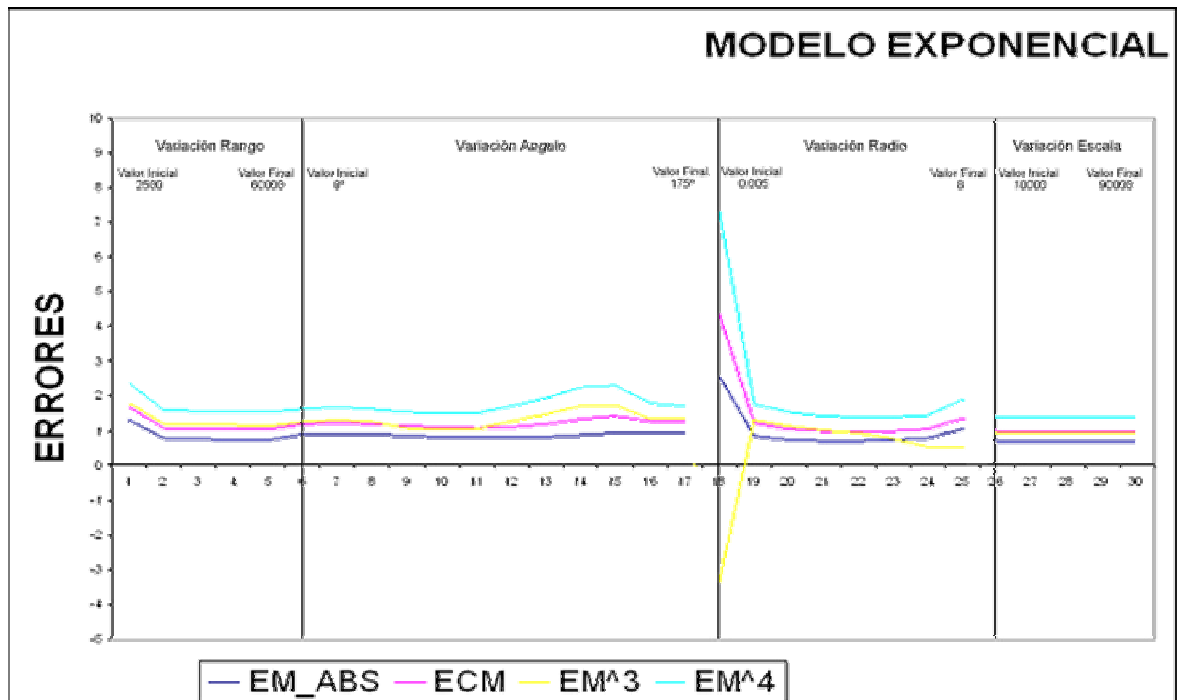


Figura 38. Variación de errores modelo lineal.

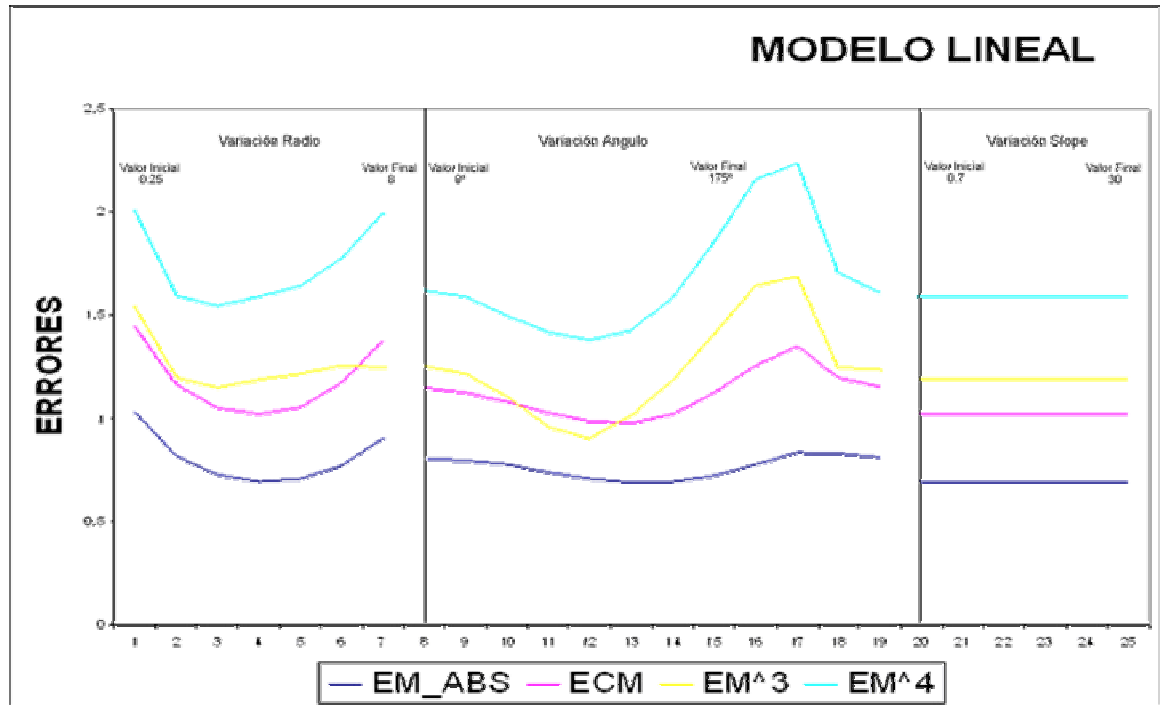


Figura 39. Variación de errores modelo cuadrático.

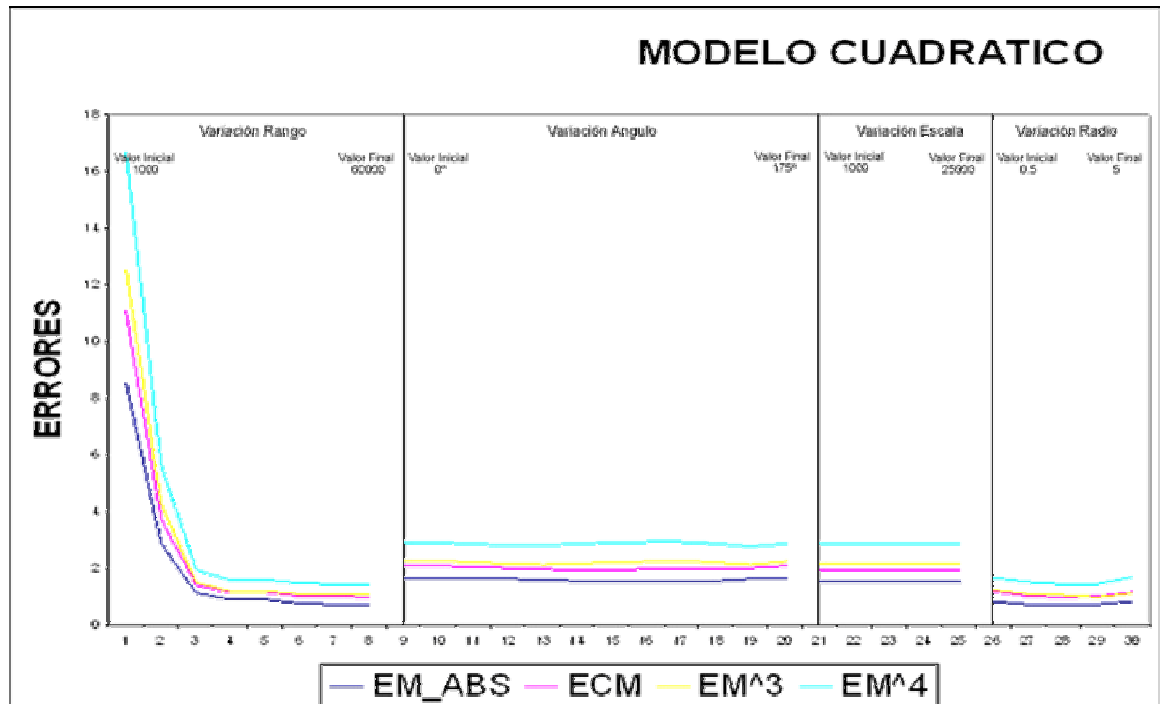


Figura 40. Variación de errores modelo potencial.

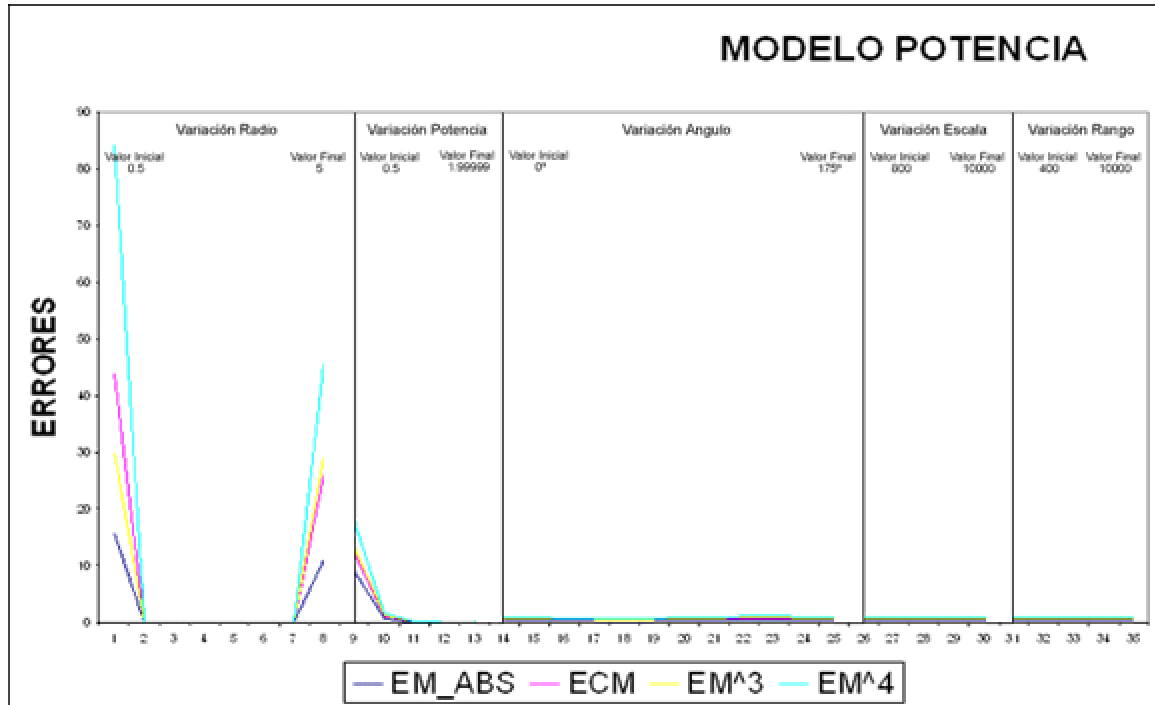


Figura 41. Variación de errores modelo pentaesférico.

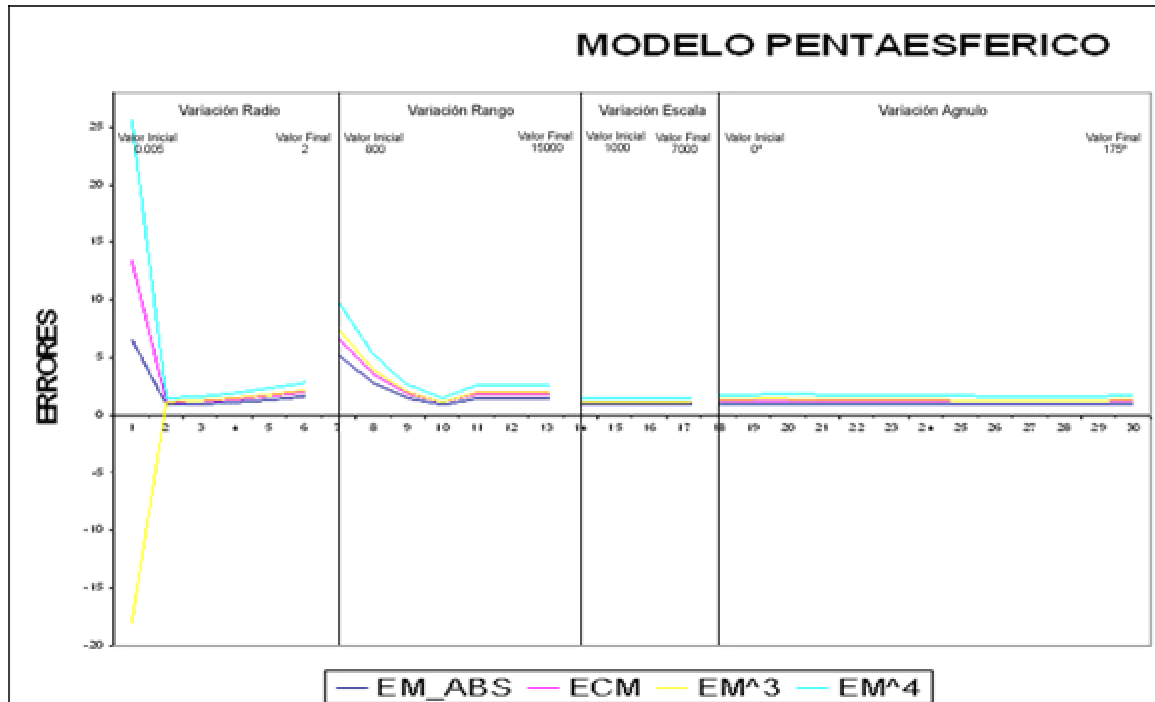


Figura 42. Variación de errores modelo esférico.

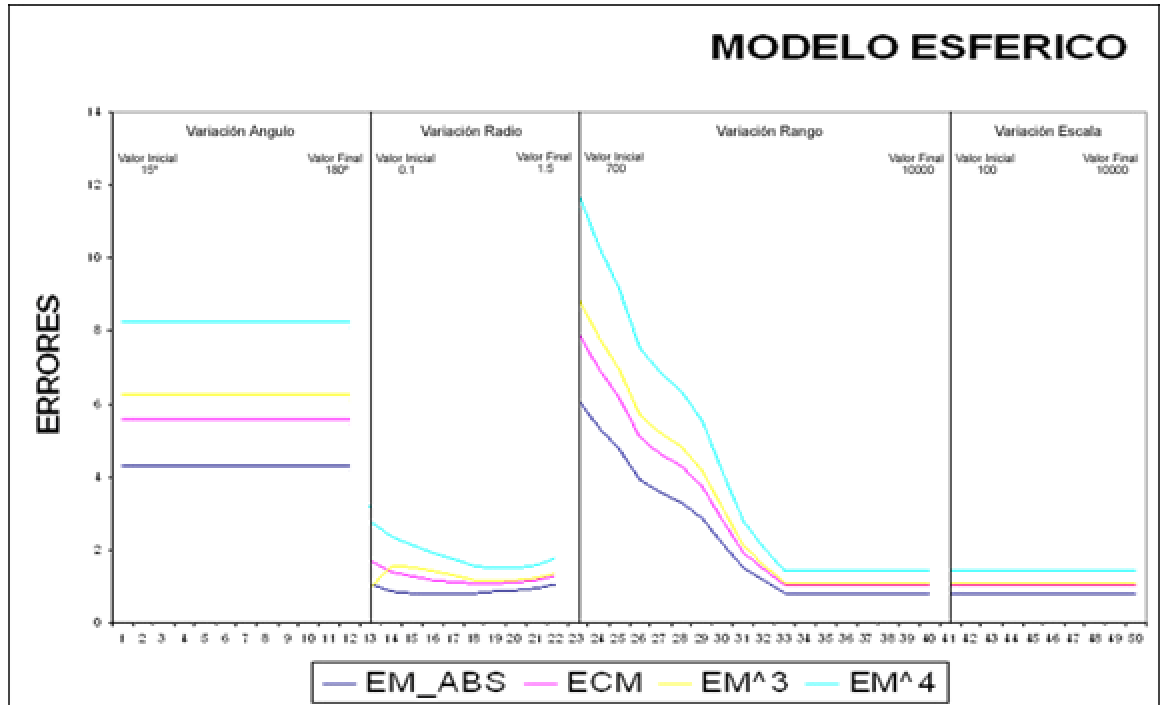


Figura 43. Variación de errores modelo cúbico.

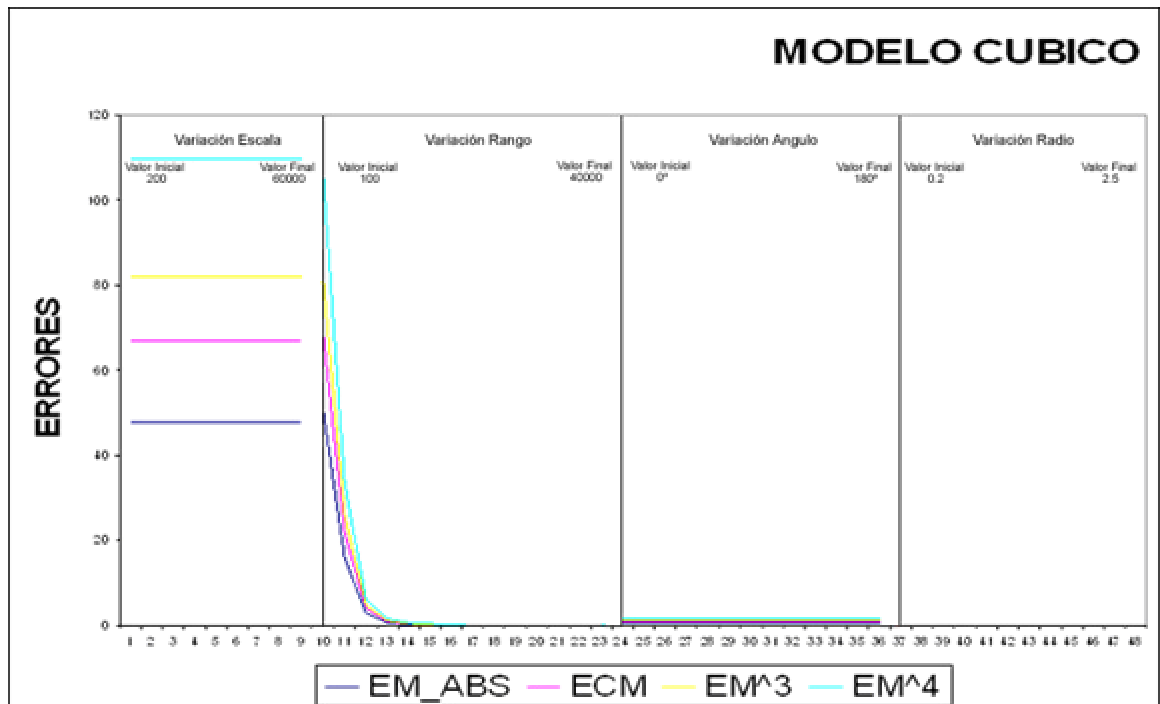


Figura 44. Variación de errores modelo de onda.

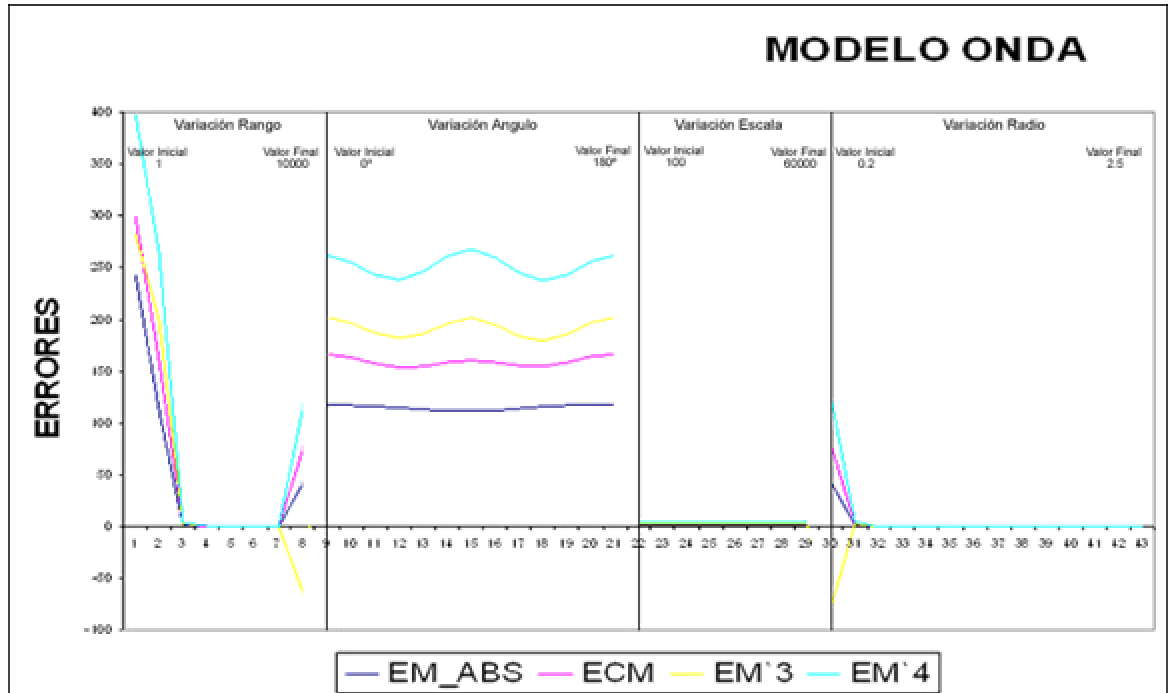


Figura 45. Variación de errores modelo gaussiano.

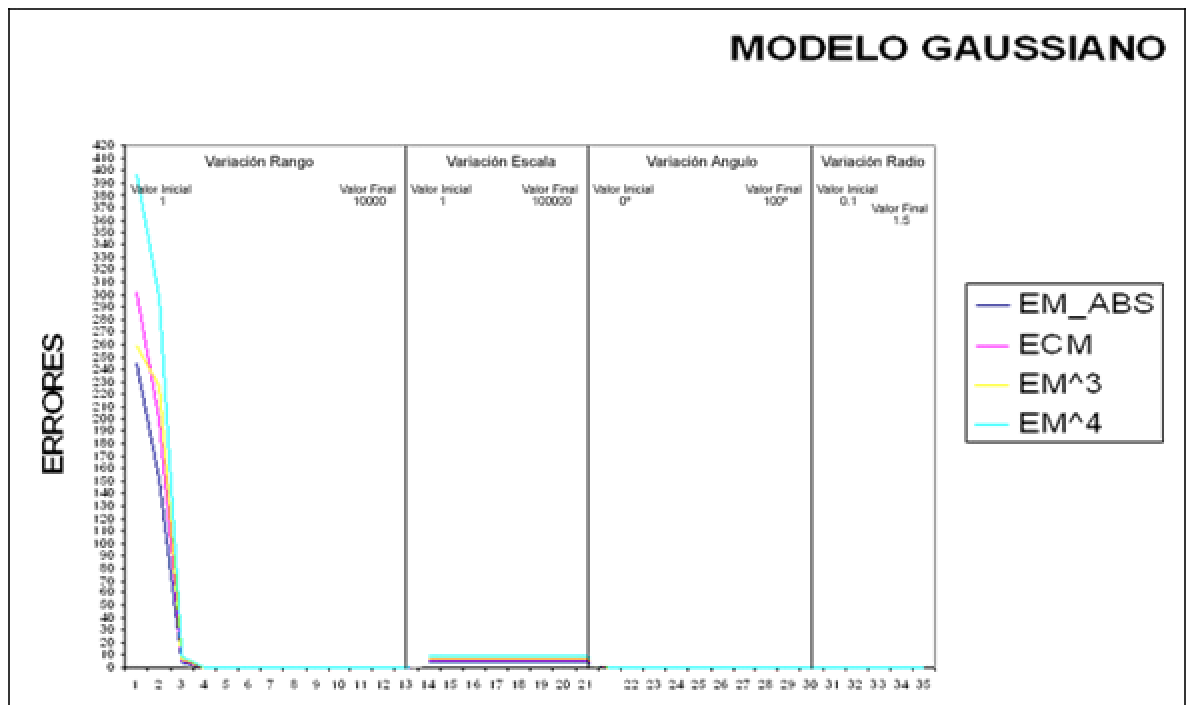


Figura 46. Variación de errores interpolación IDW.

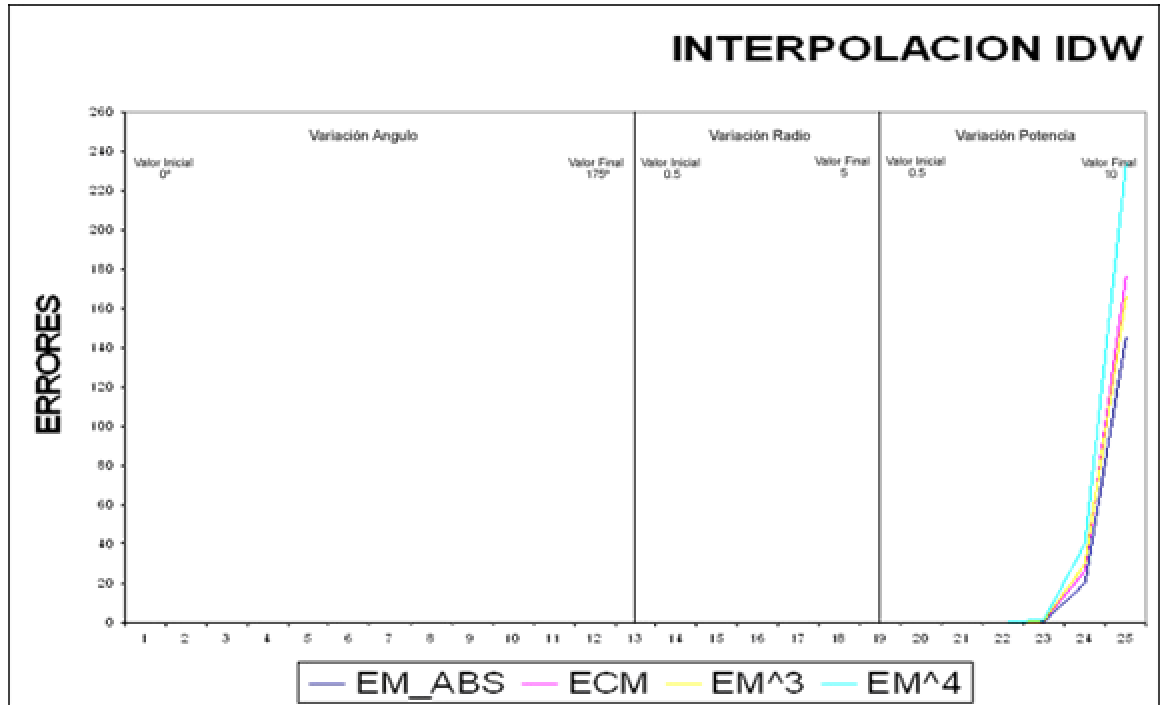


Figura 47. Variación de errores interpolación IDW (ampliación).

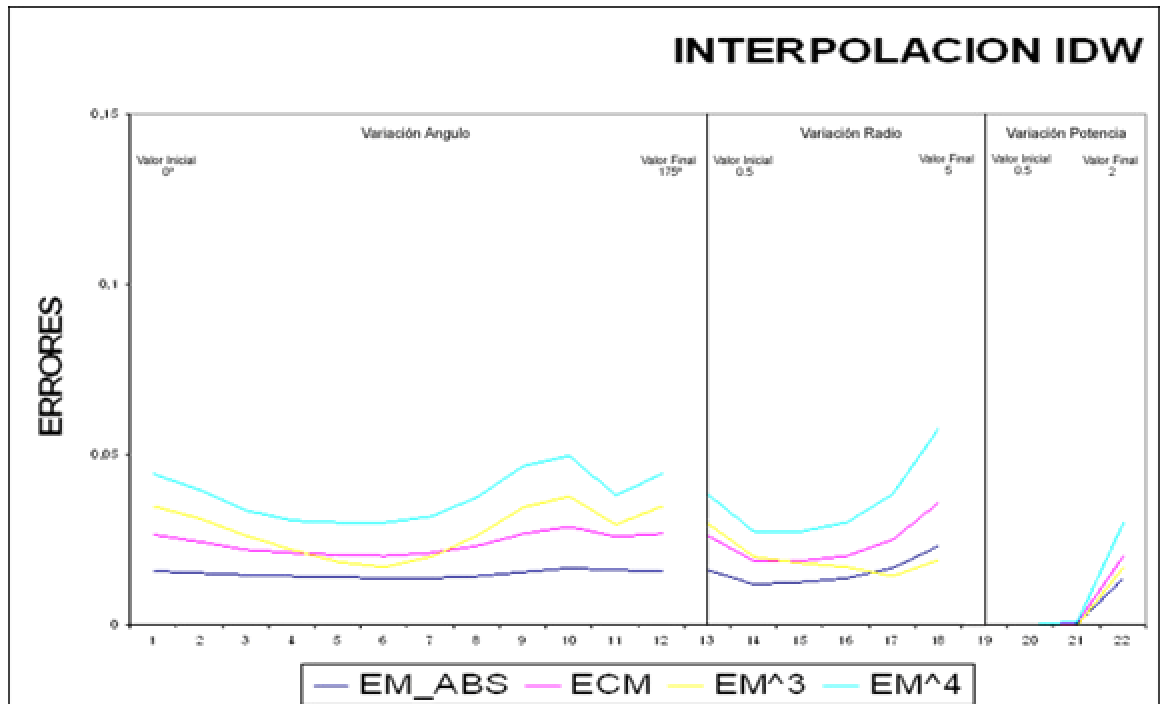


Figura 48. Variación error MDE, interpolación IDW.

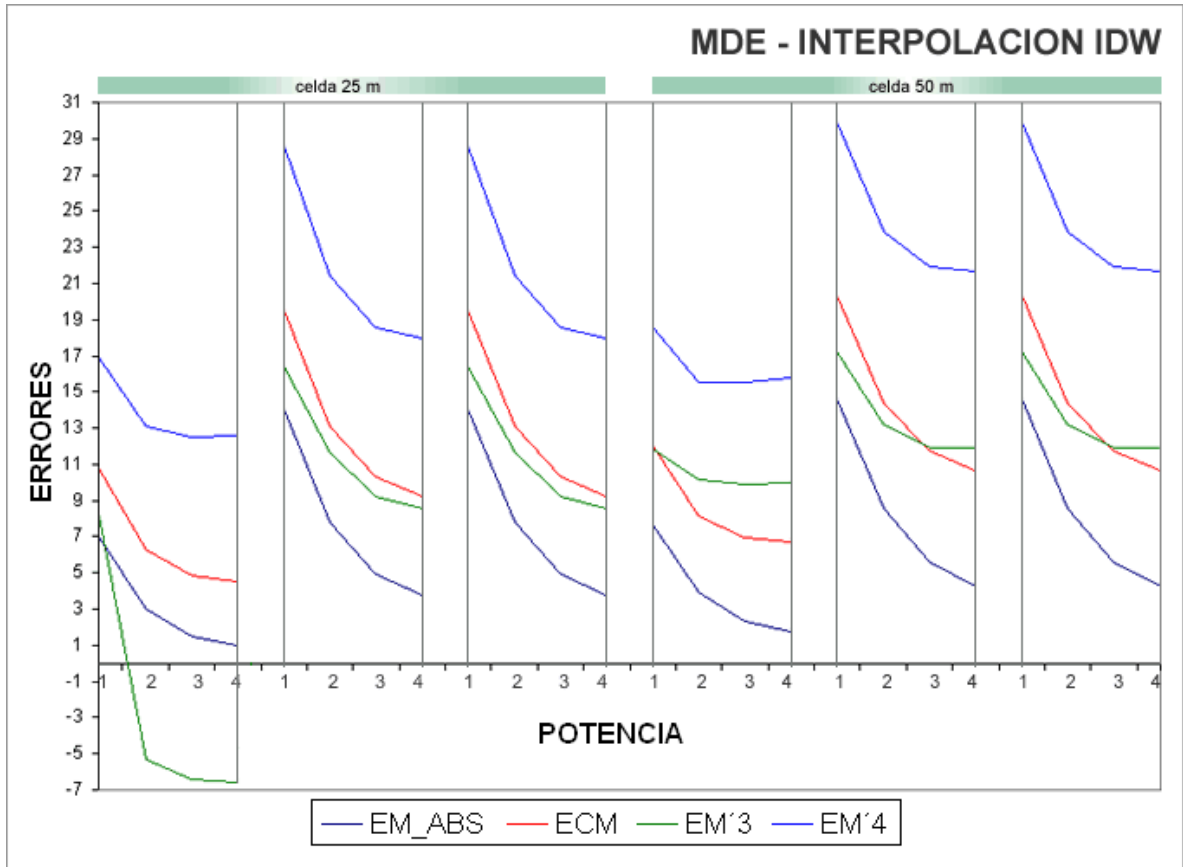


Figura 49. Variación error MDE, interpolación spline tensión.

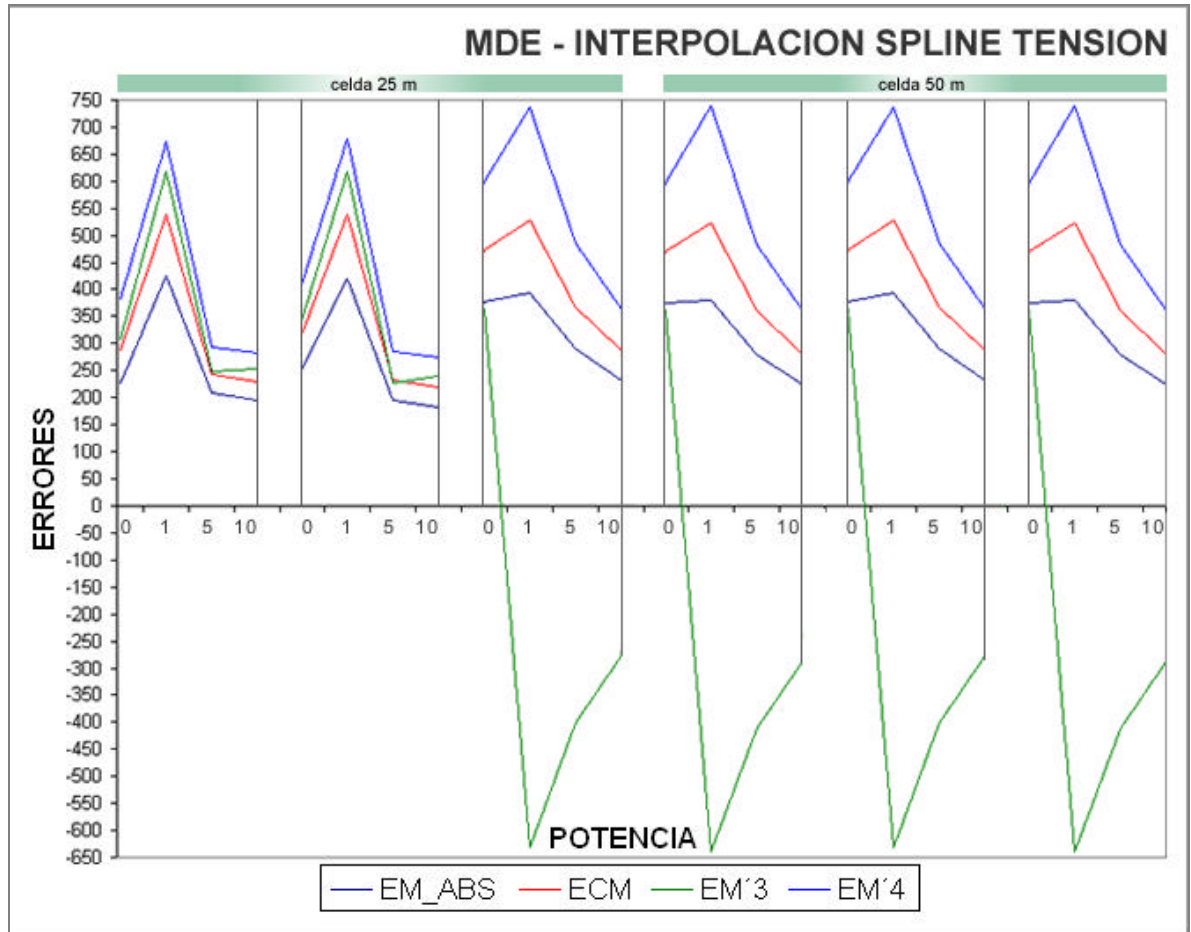


Figura 50. Variación error MDE, spline regularizado.

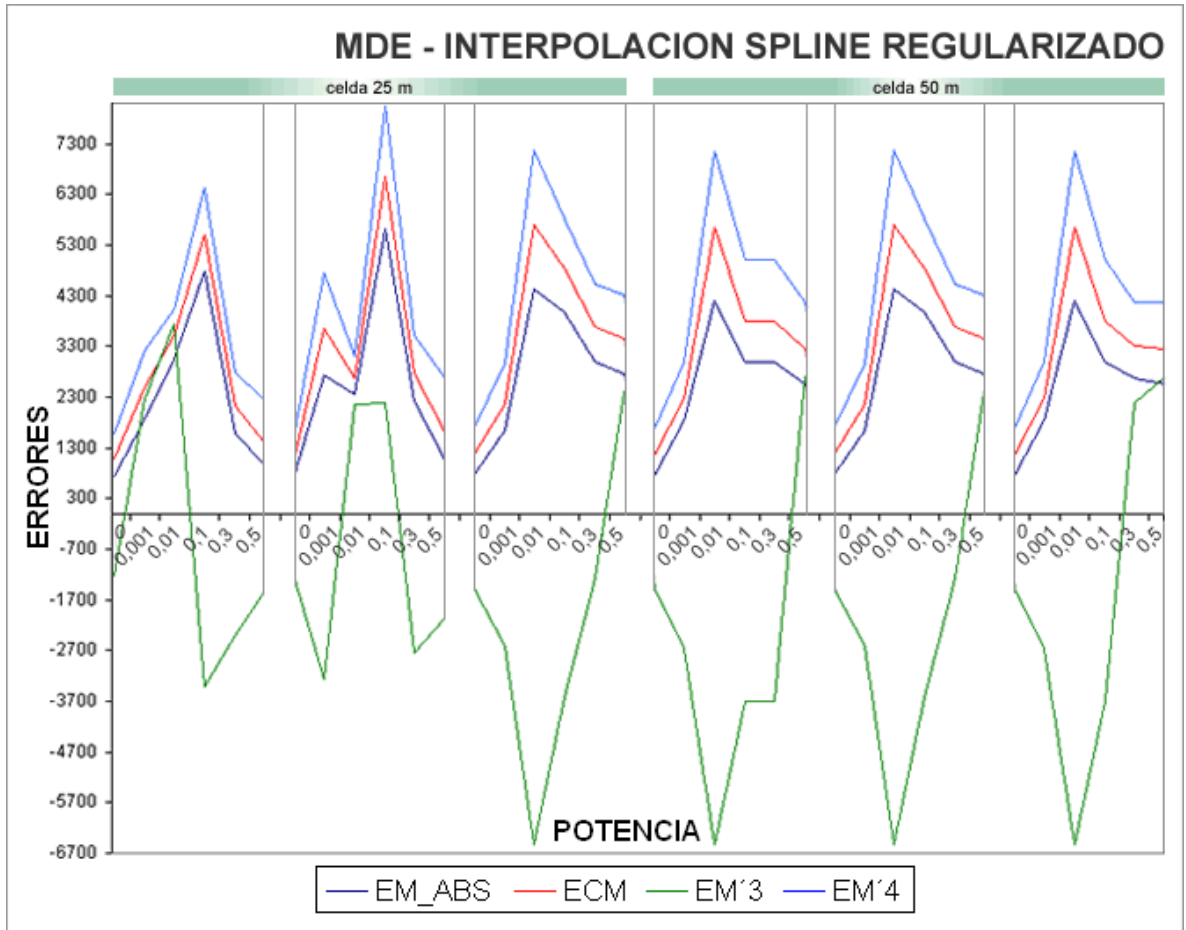


Figura 51. Variación error MDE, interpolación TREND.

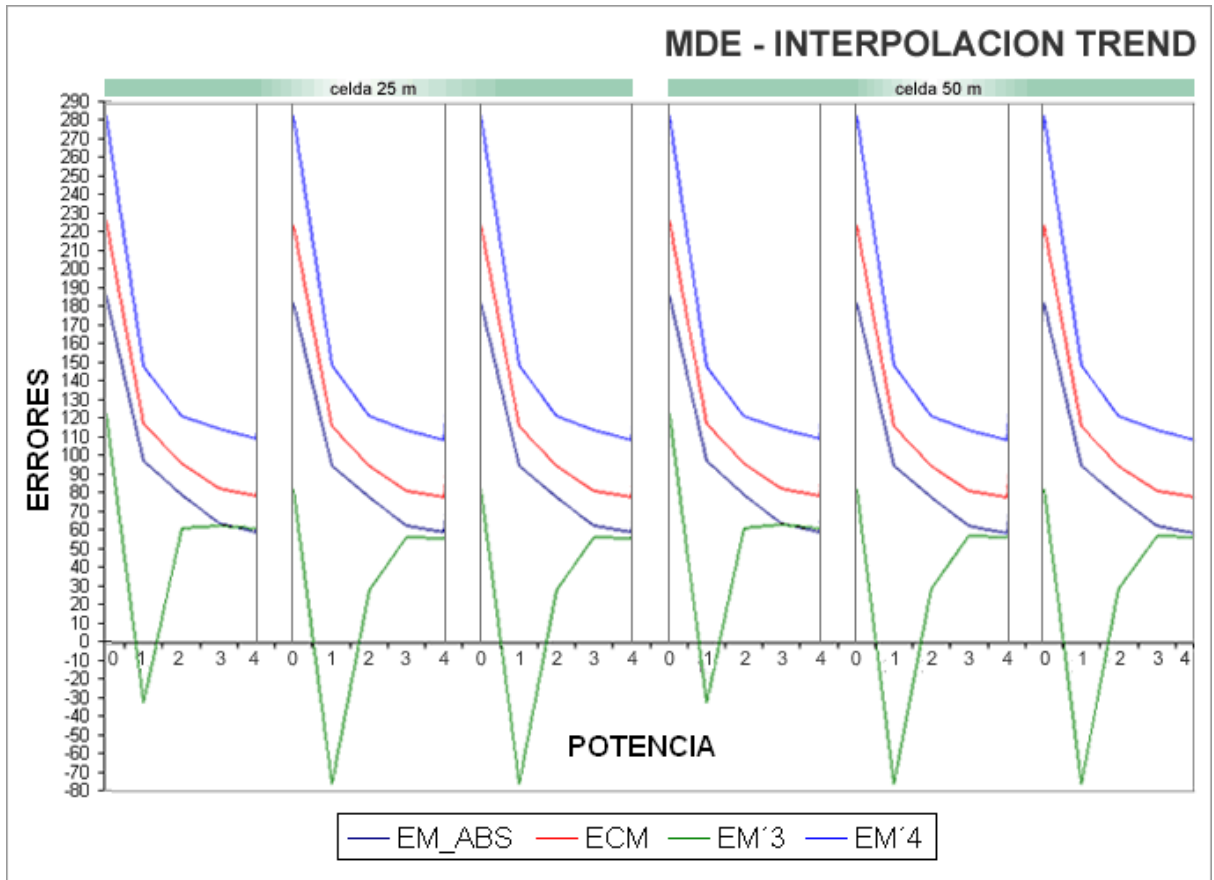


Figura 52. Mapa de distribución espacial de la ETP para la ecuación de cenicafe.

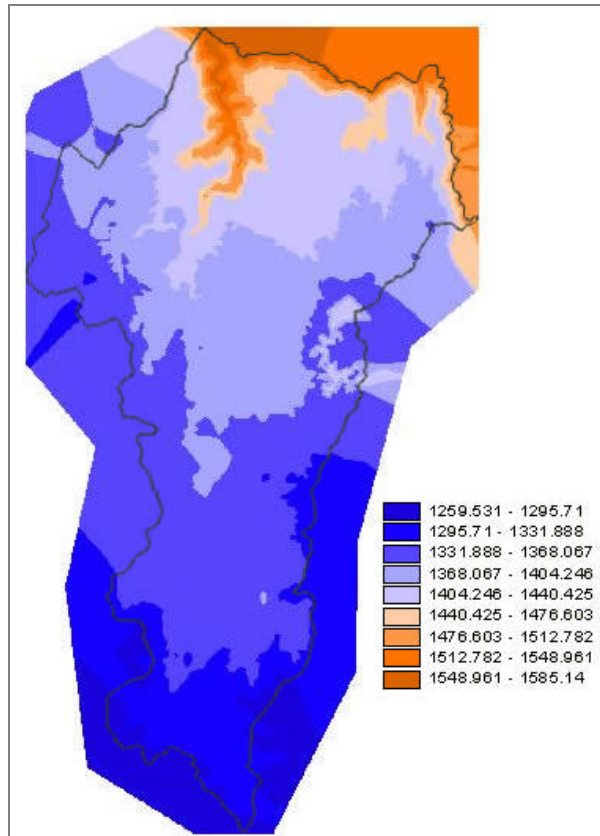


Figura 53. Resultado comparación de mapas del visor y de Arcview ® para cenicafé.

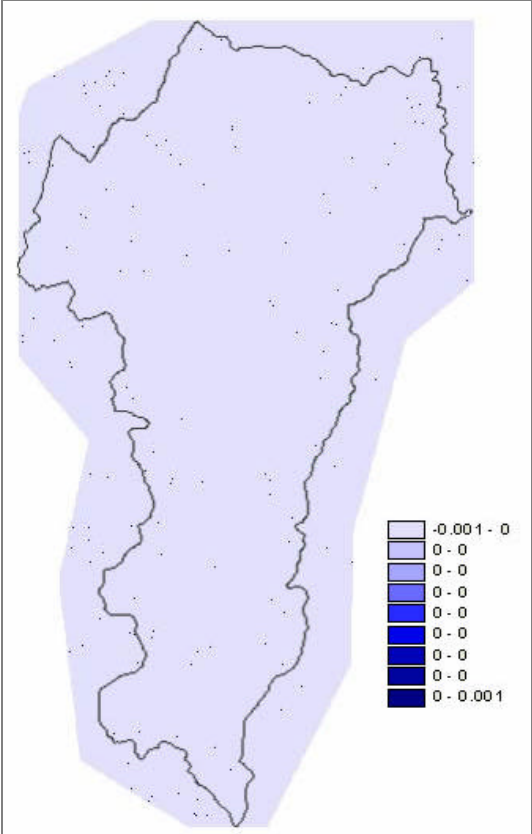


Figura 54. Resultado comparación de mapas del visor y de Arcview ® para Budyko.

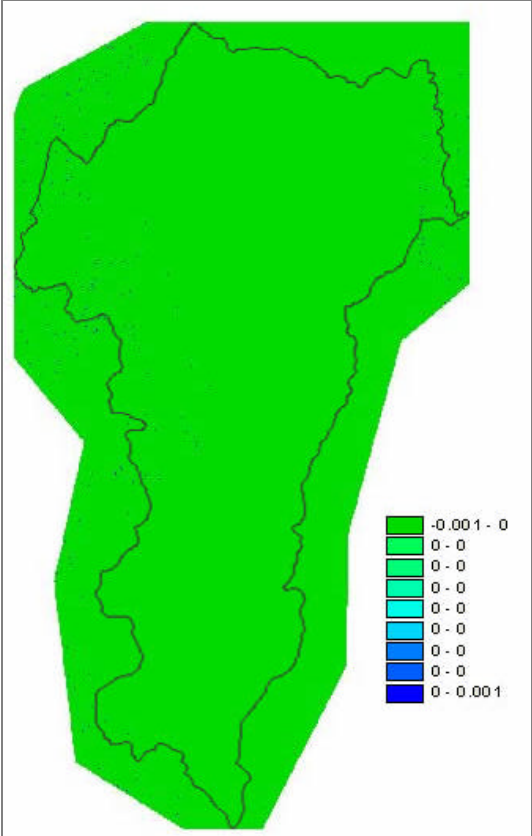


Figura 55. Mapa de distribución espacial de la demanda.

