

Modelo de Optimización para la Gestión de Inventarios Multi-escalón con Múltiples productos y Múltiples períodos: Abordando roturas de inventario y priorización de clientes

Laura Juliana Rodriguez Salcedo

Trabajo de Grado para Optar el Título de Ingeniería Industrial

Director

Javier Eduardo Arias Osorio

Magister en Administración

Universidad Industrial de Santander

Facultad de Ingenierías Fisicomecánicas

Escuela de Estudios Industriales y Empresariales

Bucaramanga

2026

Dedicatoria

A mi padre, ejemplo de vida, por su apoyo incondicional y por enseñarme que todo esfuerzo tiene su recompensa.

A mi madre, por sus enseñanzas y por acompañarme en cada decisión que he tomado, guiándome siempre con amor.

A mi hermana Paola, por ser un ejemplo de fortaleza y resiliencia ante cada dificultad, inspirándome siempre a seguir adelante.

A mi hermano Luis, por su apoyo y por las enseñanzas que me brindó cuando más las necesité.

A mi hermana María, por motivarme con su alegría y sentido del humor, que me impulsaron a alcanzar mis metas.

A mi cuñada, cuya cercanía y apoyo, junto a sus valiosos consejos, la han convertido en una verdadera hermana a lo largo de este camino.

A mi sobrina, la luz de mis ojos, por motivarme a cumplir mis sueños y recordarme que todo es posible.

A mi novio, por ser mi mayor motivador y acompañarme con entusiasmo, recordándome siempre que sí soy capaz de cumplir lo que me propongo.

Agradecimientos

A Dios, por la salud, la fortaleza y por acompañarme en este proceso de crecimiento personal y profesional.

A San Antonio de Padua, cuya intercesión me guio y me dio la fuerza necesaria para mantenerme resiliente y alcanzar este sueño.

A el profesor *Javier Eduardo Arias Osorio*, por su guía y paciencia, por la confianza que me brindó, su apoyo constante y la motivación que me inspiró en este proceso.

A mi familia, cuyo esfuerzo y amor incondicional hicieron posible que cumpliera este sueño, siendo siempre mi mayor ejemplo y fuente de inspiración.

A mi novio, por su compañía y respaldo, que fueron un aliento permanente en la consecución de este sueño.

A mis compañeros del grupo OPALO, por su colaboración, compromiso y apoyo en el desarrollo de este trabajo.

A mis compañeros y amigos, quienes con su apoyo y enseñanzas han estado presentes en cada momento de mi vida.

Tabla De Contenido

	Pag.
Introducción	14
1. Justificación Y Planteamiento Del Problema.....	16
2. Objetivos	19
2.1. Objetivo General	19
2.2. Objetivos Específicos.....	19
3. Metodología	19
3.1. Revisión De Literatura	21
3.2. Formulación Del Modelo Matemático.....	23
3.3. Validación Y Experimentación Del Modelo.....	24
3.3.1. Indicadores De Desempeño.....	24
3.3.1.1. Indicadores Económicos.....	24
3.3.1.2. Indicadores De Servicio.....	25
3.3.1.3. Indicadores Operativos.....	25
3.4. Síntesis De Resultados.....	26
4. Marco Teórico	26
4.1. Cadena De Suministro	27
4.2. Logística.....	27
4.3. Inventarios.....	27
4.3.1. Tipos De Inventarios	27
4.3.1.1. Inventario De Tránsito.....	27
4.3.1.2. Inventario De Especulación.....	28

4.3.1.3. Inventario Regular O Cíclico.....	28
4.3.1.4. Inventario De Seguridad.....	28
4.3.1.5. Inventario Obsoleto O Muerto.....	29
4.4. Gestión De Inventarios	29
4.4.1. Clasificación De Los Modelos De Gestión De Inventarios.	29
4.4.2. Rotura De Inventario.	30
4.4.2.1. Ventas Pérdidas.	31
4.4.2.2. Pedidos Pendientes.	32
4.4.3. Servicio Al Cliente.....	32
4.4.3.1. Priorización De Clientes.....	33
4.4.3.2. Política De Racionamiento.	33
4.5. Gestión De Inventarios Multi-Escalón.....	34
4.5.1. Modelo Matemático	34
4.5.2. Modelos De Programación Lineal.....	34
4.6. Técnicas De Optimización.....	35
4.6.1. Métodos Exactos.	36
4.6.2. Heurísticas.....	36
4.6.3. Metaheurísticas.....	36
5. Revisión De Literatura	36
6. Formulación Del Modelo	47
6.1. Modelo Base	47
6.2. Supuestos De La Red De Distribución	48
6.3. Modelo 1	50

6.3.1. Índices	50
6.3.2. Parámetros	51
6.3.3. Variables.....	52
6.3.4. Función Objetivo.....	54
6.3.5. Restricciones	54
6.4. Modelo 2	59
6.4.1. Índices	59
6.4.2. Parámetros	59
6.4.3. Variables.....	61
6.4.4. Función Objetivo	63
6.4.5. Restricciones	63
7. Validación Del Modelo Matemático	67
7.1. Modelo 1	68
7.2. Modelo 2	72
7.3. Criterios De Validación	73
8. Experimentación.....	74
8.1. Generación De Instancias Sintéticas Y Diseño Experimental	74
8.2. Crecimiento Del Modelo.....	75
8.3. Variación De Parámetros Y Análisis De Sensibilidad.....	78
8.3.1. Diseño Experimental	78
8.3.2. Experimentación Sobre La Demanda.....	79
8.3.3. Experimentación De La Variación Temporal De La Demanda	84
8.3.4. Experimentación Sobre El Costo De Mantener Inventario	86

8.3.5. Experimentación Sobre El Costo De Producir/Pedir	89
8.3.6. Experimentación Sobre El Costo De Pedidos Pendientes.....	91
9. Conclusiones	95
10. Recomendaciones.....	97
Referencias Bibliográficas	100

Lista de Tablas

	Pag.
Tabla 1. Cumplimiento de Objetivos	15
Tabla 2. Palabras Claves Seleccionadas para la Ecuación de Búsqueda.	22
Tabla 3. Clasificación Según la Frecuencia	29
Tabla 4. Clasificación Según la Naturaleza de la Demanda	30
Tabla 5. Tipo de Políticas en Racionamiento de Inventarios.....	33
Tabla 6. Diferencia entre las Técnicas de Optimización	35
Tabla 7. Marco de antecedentes de la investigación.....	43
Tabla 8. Verificación de flujos del sistema.....	69
Tabla 9. Validación del desfase temporal entre el centro de distribución y el minorista	72
Tabla 10. Cumplimiento de los criterios de validación de los modelos	74
Tabla 11. Valores de demanda generados a partir de probabilidades acumuladas	84

Lista de Figuras

	Pag.
Figura 1. Metodología de un estudio de investigación de operaciones.	20
Figura 2. Proceso para realizar la revisión de la literatura.....	21
Figura 3. Ecuación de Búsqueda para el Inventario Multiescalón con Roturas de Inventario y Priorización de Clientes.	22
Figura 4. Dinámica del Punto de Reorden con Tiempos de Entrega y Acumulación de Backlogs	31
Figura 5. Características de la Cadena de Suministro Multi-escalón.	37
Figura 6. Representación del modelo base de investigación.	48
Figura 7. Validación de las cotas de unidades servidas en el eslabón del minorista	69
Figura 8. Prioridad en la atención de pedidos pendientes frente a la demanda nueva en el eslabón del minorista.....	70
Figura 9. Evolución y envejecimiento de los pedidos pendientes por período en el minorista....	71
Figura 10. Evolución de los pedidos pendientes por minorista bajo priorización por costo	73
Figura 11. Gráfico del tiempo de ejecución respecto al crecimiento de los modelos.....	76
Figura 12. Gráfico del tiempo de ejecución respecto a los niveles de antigüedad del pedido pendiente	77
Figura 13. Gráfico de la cantidad de variables y restricciones respecto al crecimiento del modelo	78
Figura 14. Gráfico de la evolución del costo total óptimo en función de la demanda.....	80
Figura 15. Gráfico de la composición porcentual del costo total del Modelo 1 en función de la demanda.	81

Figura 16. Gráfico de la composición porcentual del costo total del Modelo 2 en función de la demanda	82
Figura 17. Gráfico del nivel de servicio de los modelos en función de la demanda	82
Figura 18. Evolución de la demanda, las ventas y los pedidos pendientes a lo largo del horizonte de planeación para el primer minorista	85
Figura 19. Gráfico del costo total respecto al aumento en el costo de mantener	87
Figura 20. Gráfico del impacto del costo de inventario sobre las unidades disponibles	87
Figura 21. Gráfico del impacto del costo de inventario sobre las unidades pendientes	88
Figura 22. Gráfico de costo total respecto al aumento en el costo de producir/pedir	90
Figura 23. Gráfico del impacto del costo de producir/pedir sobre las unidades pendientes	91
Figura 24. Gráfico de desempeño de los modelos M1 y M2 en términos de unidades pendientes totales	92
Figura 25. Gráfico del comportamiento de las unidades disponibles ante variaciones en el costo de backorder	93
Figura 26. Gráfico de distribución de los pedidos pendientes por eslabón	94

Lista de Apéndices

Los apéndices están adjuntos y puede visualizarlos en la base de datos de la biblioteca UIS

Apéndice A. Formulación computacional del Modelo 1 con pedidos pendientes y priorización mediante el mecanismo PEPS

Apéndice B. Formulación computacional del Modelo 2 con priorización para los minoristas en el centro de distribución

Apéndice C. Validación del Modelo 1

Apéndice D. Validación del Modelo 2

Apéndice E. Resultados de la experimentación realizada con ambos modelos

Apéndice F. Experimentación complementaria de la demanda

Apéndice G. Artículo de carácter publicable

Resumen

Título: Modelo de Optimización para la Gestión de Inventarios Multi-escalón con Múltiples productos y Múltiples períodos: Abordando roturas de inventario y priorización de clientes¹

Autor: Laura Juliana Rodriguez Salcedo²

Palabras Clave: Gestión de inventarios, Roturas de Inventario, Pedidos Pendientes, Priorización de Clientes, Multi-escalón, Múltiples Períodos, Múltiples Productos.

Descripción:

La gestión eficiente de inventarios constituye un elemento clave dentro de la cadena de suministro, debido a su impacto directo sobre los costos operativos y el nivel de servicio ofrecido a los clientes. En este contexto, resulta necesario contar con modelos que representen de manera adecuada la dinámica real de las empresas ya que permite tomar con mayor facilidad decisiones estratégicas, tácticas y operacionales.

La presente investigación desarrolla un modelo de optimización para la gestión de inventarios en una cadena de suministro multi-escalón, con múltiples productos y períodos. Se formulan dos modelos matemáticos utilizando programación lineal entera mixta (MILP). El primer modelo incorpora pedidos pendientes bajo una política de atención tipo PEPS (Primeras en Entrar, Primeras en Salir) en todos los eslabones de la cadena. El segundo modelo amplía esta formulación al incluir un mecanismo de priorización desde los centros de distribución hacia los minoristas, permitiendo favorecer la atención de aquellos con mayores costos asociados al incumplimiento de la demanda.

Dentro de esta investigación, se realiza la validación ambos modelos con el objetivo de confirmar su coherencia lógica y su capacidad para representar el comportamiento del sistema. Posteriormente, se analiza el crecimiento del modelo y un análisis de sensibilidad mediante la variación de parámetros clave. Los resultados evidencian que la demanda y el costo de inventario son los parámetros con mayor impacto sobre el costo total y el nivel de servicio del sistema.

¹ Trabajo de Grado

² Facultad de Ingeniería Fisicomecánicas. Escuela de Estudios Industriales y Empresariales. Programa de Ingeniería Industrial. Director M.sc. Javier Eduardo Arias Osorio.

Abstract

Title: Optimization Model for Multi-Echelon Inventory Management with Multiple Products and Multiple Periods: Addressing Stockouts and Customer Prioritization³

Author: Laura Juliana Rodríguez Salcedo⁴

Key Words: Inventory Management, Stockouts, Backorders, Customer Prioritization, Multi-Echelon, Multiple Periods, Multiple Products.

Description:

Efficient inventory management is a critical component of supply chain operations due to its direct impact on operational costs and customer service levels. In this context, the development of models that accurately capture the real dynamics of supply chains is essential, as they support decision-making at the strategic, tactical, and operational levels.

This study develops an optimization model for inventory management in a multi-echelon supply chain with multiple products and periods. Two mathematical models are formulated using Mixed-Integer Linear Programming (MILP). The first model incorporates backorders under a First-In, First-Out (FIFO) service policy across all echelons of the supply chain. The second model extends this formulation by introducing a prioritization mechanism from distribution centers to retailers, enabling preferential service for those customers associated with higher penalty costs due to unmet demand.

Both models are validated to ensure logical consistency and to verify their ability to accurately represent system behavior. Subsequently, a model scalability analysis and a sensitivity analysis are conducted by varying key parameters, including demand levels, inventory holding costs, production or ordering costs, and backorder costs. The results indicate that demand and inventory holding costs are the parameters with the most significant impact on total system cost and service level performance.

³ Undergraduate Thesis

⁴ Faculty of Physico-Mechanical Engineering, School of Industrial and Business Studies. Industrial Engineering Program. Thesis Advisor: M.Sc. Javier Eduardo Arias Osorio.

Introducción

Las organizaciones buscan ofrecer productos y servicios de calidad, a precios competitivos, que les permita posicionarse favorablemente en el mercado. Generando que las organizaciones se enfoquen en la búsqueda continua de mecanismos que permitan optimizar sus operaciones y fortalezcan los niveles de eficiencia (Wanke et al., 2017). En este contexto, la gestión de inventarios es un elemento clave, pues permite equilibrar los costos logísticos con el nivel de servicio ofrecido. Hoy en día, los clientes no solo demandan productos de calidad, sino también mayores niveles de servicio, costos asequibles, tiempos de respuesta más cortos y soluciones personalizadas.

Asimismo, la gestión de inventarios brinda un soporte en la toma de decisiones en los niveles estratégico, táctico y operativo, al definir políticas de abastecimiento, planificar la asignación de recursos y garantizar la disponibilidad oportuna de productos para satisfacer la demanda.

No obstante, a pesar de los modelos y políticas de inventario existentes, persiste la necesidad de estudiar la gestión de inventarios desde un enfoque con mayor realismo, particularmente aquel que considere las roturas de inventario y la priorización de clientes, debido a que los modelos tradicionales suelen simplificar estas dinámicas, lo que limita su aplicabilidad a entornos reales caracterizados por demandas variables y estructuras de suministro interconectadas.

En este contexto, el presente estudio aborda la gestión de inventarios en la cadena de suministro conformada por múltiples escalones, múltiples productos y con una demanda conocida y variable en los múltiples períodos. Esto permite identificar las implicaciones que cada

característica genera sobre costos obtenidos, los cuales se estiman a partir del planteamiento de un modelo matemático de programación lineal entero mixta (MILP)⁵.

Cumplimiento de objetivos

Tabla 1.

Cumplimiento de Objetivos

Objetivo	Cumplimiento
Efectuar una revisión de la literatura en bases de datos científicas sobre la gestión de inventarios multi-escalón, múltiples productos y múltiples períodos, considerando roturas de inventario y priorización de los clientes, con el propósito de profundizar en el entorno de investigación	Capítulo 5
Diseñar un modelo matemático que integre las características propias del problema de inventario multi-escalón y las adicionalmente resaltadas (roturas de inventario y priorización de los clientes) que permita, analizar la toma de decisiones en una red de distribución genérica.	Capítulo 6, Apéndices A y B.

⁵ MILP (Mixed-Integer Linear Programming) es una técnica de optimización matemática en la que algunas variables toman valores enteros y otras continuos, y cuyo objetivo es maximizar o minimizar una función lineal sujeta a restricciones lineales.

Evaluar la funcionalidad del modelo matemático a través de un lenguaje de programación, considerando variaciones en el problema con instancias sintéticas.

Capítulo 7 y 8, Apéndices C, D, E y F

Desarrollar un artículo científico que condense la investigación realizada, incluyendo la formulación del modelo matemático, el análisis de los resultados obtenidos y las conclusiones derivadas de la misma.

Apéndice G

1. Justificación y Planteamiento del Problema

En un entorno global cada vez más competitivo, las empresas se ven obligadas a mejorar de forma continua para mantenerse vigentes y fortalecer su posición en el mercado. En este contexto, la gestión tradicional ha demostrado ser insuficiente, lo que ha llevado a adoptar un enfoque más integral que vincule de manera efectiva todos los eslabones de la cadena de suministro, con el fin de alcanzar mejores resultados operativos y estratégicos.

Dentro de este enfoque integral, la gestión de inventarios juega un papel central, ya que permite coordinar de forma eficiente el flujo de productos entre los distintos niveles de la cadena. Una adecuada administración de inventarios no solo garantiza la disponibilidad de productos para satisfacer la demanda, sino que también contribuye a la reducción de costos, a la mejora del nivel de servicio y a la capacidad de respuesta ante las fluctuaciones del mercado.

Uno de los principales desafíos en este proceso es la variabilidad de la demanda, que introduce un alto grado de incertidumbre en la planificación y dificulta la alineación entre la oferta y la demanda real. Cuando la demanda supera la capacidad de respuesta del sistema, el inventario

disponible se agota más rápidamente de lo previsto, generando situaciones críticas como las roturas de stock o faltantes de inventario. En estos escenarios, las organizaciones enfrentan dos alternativas principales: (i) dejar de satisfacer temporalmente la demanda, generando ventas pérdidas, o (ii) aceptar la demanda como pedidos pendientes, que serán atendidos en cuanto se reciba la reposición.

Sin embargo, esta última opción no está exenta de implicaciones, ya que mantener pedidos pendientes involucra costos adicionales operativos y un deterioro potencial en el nivel de servicio al cliente. Esta problemática se intensifica en cadenas de suministros multi-escalón, y donde coexisten múltiples productos y períodos de planeación. En este contexto, surge la necesidad de definir cómo asignar el inventario disponible cuando este resulta insuficiente para atender la demanda, sin afectar el nivel de servicio.

Cuando los recursos son limitados, se hace necesario establecer criterios de priorización para asignar inventario disponible entre diferentes clientes o segmentos de demanda. Esto introduce una nueva dimensión al problema: no solo se debe determinar cuánto y cuándo reabastecer, sino también a quién priorizar en caso de escasez, de manera que se maximice el nivel de servicio en función del valor estratégico de cada cliente.

No obstante, los modelos existentes no abordan de manera conjunta la gestión de pedidos pendientes, la interacción entre múltiples eslabones de la cadena y la priorización de cliente, debido a la complejidad del problema como a las limitaciones computacionales para analizar su comportamiento.

Es por esto, que las características descritas evidencian la necesidad de un modelo de optimización que represente de forma integrada la acumulación de pedidos pendientes, la

interacción entre múltiples eslabones de la cadena de suministro y la priorización de clientes. Todo ello con el propósito de responder la siguiente pregunta de investigación:

¿Cómo impacta la incorporación de pedidos pendientes y esquemas de priorización de clientes en los costos de una cadena de suministro multi-escalón?

2. Objetivos

2.1. Objetivo General

Desarrollar un modelo de optimización que permita la gestión efectiva de inventarios multi-escalón en donde se consideran múltiples productos y múltiples períodos, integrando la gestión de roturas de inventario y priorización de clientes.

2.2. Objetivos Específicos

- Efectuar una revisión de la literatura en bases de datos científicas sobre la gestión de inventarios multi-escalón, múltiples productos y múltiples períodos, considerando roturas de inventario y priorización de los clientes, con el propósito de profundizar en el entorno de investigación
- Diseñar un modelo matemático que integre las características propias del problema de inventario multi-escalón y las adicionalmente resaltadas (roturas de inventario y priorización de los clientes) que permita, analizar la toma de decisiones en una red de distribución genérica.
- Evaluar la funcionalidad del modelo matemático a través de un lenguaje de programación, considerando variaciones en el problema con instancias sintéticas.
- Desarrollar un artículo científico que condense la investigación realizada, incluyendo la formulación del modelo matemático, el análisis de los resultados obtenidos y las conclusiones derivadas de la misma.

3. Metodología

Desde el punto de vista metodológico, la presente investigación se clasifica como un estudio cuantitativo en el que se consideran instancias sintéticas y escenarios de prueba abstractos

que permiten analizar el comportamiento de los modelos y apoyar la toma de decisiones. Asimismo, el estudio adopta un enfoque determinístico ya que asume que los parámetros del modelo, en particular a demanda se modela como determinística y conocida. En el análisis principal, la demanda se mantiene constante a lo largo del horizonte de planeación y varía únicamente entre escenarios. Adicionalmente, se plantea un escenario complementario en el que la demanda varía por período con el fin de analizar la estabilidad del modelo. Mientras que, los costos principales son conocidos y permanecen constantes. El alcance de la investigación es exploratorio–analítico, puesto que se analiza el comportamiento del modelo ante variaciones en parámetros clave.

Es por este motivo, que se utiliza la metodología empleada para la investigación que se expone en la Figura 1. Las fases 2 y 3 del estudio se basan en el proceso propuesto por (Hillier & Lieberman, 2015), que incluye etapas fundamentales utilizadas en los estudios característicos de investigación de operaciones.

Figura 1.

Metodología de un estudio de investigación de operaciones.



Nota: La figura muestra las fases típicas —aunque no estrictamente secuenciales— que fundamentan el desarrollo de un estudio de investigación de operaciones. Adaptado de (Hillier & Lieberman, 2015).

3.1. Revisión de Literatura

Partiendo del problema de investigación: gestión de inventarios considerando roturas de inventario y priorización de clientes, se planteó una revisión de literatura que permitió profundizar y contextualizar mejor sobre el tema, asimismo identificar los aportes que han realizado otros investigadores, detectar vacíos o limitaciones y poder conectar con la investigación. Para su ejecución, se utilizó la base de datos multidisciplinaria SCOPUS, disponible a través del acceso institucional de la Universidad Industrial de Santander. En la Figura 2, se muestra el procedimiento utilizado para su desarrollo.

Figura 2.

Proceso para realizar la revisión de la literatura.



La ecuación de búsqueda construida se basa en un desglose del problema de investigación en cinco categorías: “gestión de inventarios multiescalón”, “múltiples productos”, “múltiples períodos”, “roturas de inventario” y “priorización de cliente”. Sin embargo, para la investigación solo se tomaron los términos más relevantes “*echelon inventory management*”, “*shortage*” y “*customer prioritization*”; los cuales permiten obtener las palabras clave, sinónimo y/o tesauros para realizar la investigación, estos se presentan en la Tabla 2.

Tabla 2.

Palabras Claves Seleccionadas para la Ecuación de Búsqueda.

Categoría	Tesauros
<i>echelon inventory management</i> (Gestión de Inventarios Multiescalón)	Inventor*, multiechelon, echelon, multi-echelon, inventory system
<i>Shortage</i> (Roturas de Inventario)	Backorder*, shortage
<i>Customes prioritization</i> (Priorización de Clientes)	Service level, customer segmentation, customer service policy, customer classes

Con estos datos, se procedió con la construcción de la ecuación para realizar la revisión general de la literatura, con la que se obtuvieron 126 documentos relacionados con el problema de investigación.

Figura 3.

Ecuación de Búsqueda para el Inventario Multiescalón con Roturas de Inventario y Priorización de Clientes.

TITLE-ABS-KEY(((((inventor*) AND (multiechelon OR echelon OR "multi-echelon")) OR "inventory system" OR "echelon inventory management") AND (backorder* OR shortage) AND ("service level" OR "customer segmentation" OR "customer service policy" OR "customer classes" OR "customer prioritization")))

De estos documentos, solo se utilizan 16 artículos los cuales contienen información relevante para la investigación. Asimismo, se utilizan otros 21 documentos obtenidos por cruces de palabras.

3.2. Formulación del Modelo Matemático

Una vez organizada y comprendida la información obtenida en la primera etapa, se selecciona una situación representativa de la organización vinculada con el tema de investigación. Este paso permite reconocer las características principales, tales como, definir el objetivo del modelo, los parámetros, las variables de decisión y las restricciones necesarias, con el fin de modelar la situación de manera matemática y así facilitar una toma de decisiones más precisa, enfocada en garantizar un alto nivel de atención de la demanda, al tiempo que busca minimizar los costos asociados a su operación.

Se proponen dos instancias comunes en las organizaciones, que se representan mediante dos modelos sucesivos. Cada uno de ellos evoluciona progresivamente hasta llegar al que mejor refleja las condiciones reales de las organizaciones.

- **Modelo 1:** Una red multi-escalón con múltiples periodos y multi-ítem en la que se considera roturas de inventarios y un esquema de priorización bajo una política homogénea de atención (PEPS – Primero en entrar, primero en salir) ⁶.
- **Modelo 2:** Una red multi-escalón con múltiples periodos y multi-ítem en la que se considera los pedidos pendientes. Adicionalmente, se implementa una política de priorización diferenciada, la cual consta de una política PEPS entre la fábrica y los centros de distribución, así como entre los minoristas y los clientes, mientras que, en los centros de distribución se introduce un esquema de priorización que favorece la atención de aquellos minoristas con mayores costos asociados al incumplimiento de la demanda.

⁶ PEPS (Primero en Entrar, Primero en Salir) es un método de inventarios que establece que las primeras unidades en ingresar son las primeras en salir.

3.3. Validación y Experimentación del Modelo

Tras la formulación del modelo matemático, este se implementa en el lenguaje de programación Python con el propósito de automatizar su ejecución y obtener soluciones óptimas de manera más rápida y eficiente. La implementación en este lenguaje de programación permite reproducir los modelos bajo distintas condiciones y facilita la verificación de su comportamiento y el análisis de los resultados.

Una vez implementados y validados los modelos, se desarrolla una etapa de experimentación en la cual estos son ejecutados utilizando instancias sintéticas y escenarios de prueba, cuyos criterios de generación se describen en su capítulo correspondiente. Dichas instancias y escenarios fueron diseñados para analizar el comportamiento ante diferentes configuraciones de parámetros. No obstante, los tiempos asociados a los procesos de transporte, producción y procesamiento se consideran conocidos y constantes, con el fin de aislar el impacto de la variación de los demás parámetros sobre el desempeño del sistema. Para esta evaluación se emplean indicadores de desempeño (KPIs – Key Performance Indicators) los cuales permiten medir y comparar los resultados obtenidos.

3.3.1. Indicadores de desempeño

Para la evaluación de los resultados obtenidos, se implementan indicadores de desempeño, los cuales permiten analizar de manera estructurada el impacto de la variación de los parámetros sobre el costo y nivel de servicio.

3.3.1.1. Indicadores económicos. Los indicadores económicos en esta investigación permiten evaluar el impacto de las decisiones de inventario sobre los costos totales del sistema y analiza la eficiencia económica de los modelos propuestos, los KPIs a utilizar son:

1. **Costo total del sistema:** Representa el valor óptimo de la función objetivo en el escenario, y corresponde a la suma de los costos asociados tal y como se muestra

posteriormente. Su análisis permite evaluar el desempeño económico global del sistema ante las variaciones de los parámetros.

2. **Costo por pedidos pendientes:** Corresponde al costo generado por la acumulación de demanda no satisfecha en cada eslabón. Este KPI permite analizar el impacto de la cantidad de faltantes en la penalización.
3. **Composición del costo total:** Desagrega el costo total en los principales componentes, tales como costos de inventario, costo de pedidos pendientes y costo de producir/pedir. Su análisis permite identificar cuál costo se ve más afectado ante la variación de otros parámetros.

3.3.1.2. Indicadores de servicio. Este indicador se incluye, ya que un sistema no se limita únicamente a minimizar los costos, sino también al cumplimiento de la demanda. Este mide la cantidad de pedidos entregados con éxito durante un plazo acordado, en comparación con la demanda total, es decir, que el *fill rate volumétrico* se define como:

$$\text{Fill rate} = \frac{\text{Demanda satisfecha}}{\text{Demanda total}} \quad (1)$$

Este KPI permite evaluar el desempeño del sistema ante situaciones de escasez de inventario y analizar cómo los modelos responden frente a la variación de algunos parámetros.

3.3.1.3. Indicadores operativos. Estos indicadores permiten analizar el comportamiento interno del sistema y comprender cómo las decisiones del modelo afectan los flujos, niveles de inventarios y acumulación de pedidos pendientes en los diferentes eslabones. Estos son:

1. **Nivel promedio de inventario:** Mide el inventario promedio en cada eslabón durante el horizonte de tiempo. Su análisis permite identificar cómo se distribuyen las

existencias, así como el impacto de la variación en la demanda y los costos sobre la política de almacenamiento.

2. **Unidades servidas:** Representa la cantidad de unidades efectivamente entregadas en cada período desde un eslabón hacia el siguiente. Este indicador permite evaluar la capacidad del sistema para atender la demanda y analizar el efecto de las políticas de priorización (PEPS y priorización económica) sobre la asignación de inventario disponible.
3. **Pedidos pendientes:** Cuantifica la cantidad de pedidos pendientes que se generaron durante el horizonte de tiempo. Este KPI permite identificar cómo se afecta el flujo de las unidades disponibles y el costo total del sistema.
4. **Tiempo de ejecución:** Se utiliza como indicador de desempeño computacional del modelo y permite evaluar la escalabilidad a medida que aumenta el número de períodos, productos o eslabones considerados.

3.4. Síntesis de Resultados

Finalmente, se recopila la información obtenida a lo largo del desarrollo de la investigación, junto con los resultados de la validación del modelo. Estos se integran en un documento de tesis y en un artículo de carácter publicable, dando cumplimiento al objetivo central de la investigación.

4. Marco Teórico

En esta sección, se introducirán los conceptos esenciales que serán abordados en la presente investigación. El enfoque principal se centra en el análisis de la gestión de inventarios considerando roturas de existencias y la priorización de clientes, por lo que se presentarán conceptos esenciales para su comprensión.

4.1. Cadena de Suministro

La cadena de suministro es un sistema dinámico que expande el concepto de logística integrada más allá de las fronteras corporativas de la empresa para incluir las operaciones logísticas de los proveedores y clientes (La Londe & Masters, 1994), relacionadas con el flujo y transformación de bienes, servicios o información (Ballou, 2004). De acuerdo con (Wanke et al., 2017), también se define como una gestión que abarca operaciones tanto ascendentes o descendentes, cuyo propósito es generar valor superior para el cliente a un bajo costo, mediante la toma decisiones estratégicas, tácticas y operativas.

4.2. Logística

Coordina de manera eficiente todas las actividades necesarias para que un producto o servicio llegue desde el punto de origen hasta el punto de consumo. Su objetivo es generar valor agregado durante el proceso, con el fin de satisfacer los requerimientos de los clientes (Ballou, 2004).

4.3. Inventarios

Según (Ballou, 2004), los inventarios se definen como la acumulación de materia primas, provisiones, trabajo en proceso y productos terminados que aparecen en numerosos puntos a lo largo del canal de producción y logística de la empresa. Estos permiten amortiguar el desequilibrio entre la oferta y la demanda (Schroeder et al., s. f.). Por su parte, (Chopra & Meindl, s. f.) señalan que los inventarios afectan directamente a los activos fijos, los costos incurridos y la capacidad de respuesta de la organización.

4.3.1. Tipos de Inventarios

Según (Ballou, 2004), los inventarios se clasificando en cinco tipos, de acuerdo con la función que cumplen dentro de la cadena de suministros y las decisiones estratégicas. Tácticas u operativas asociadas a su gestión.

4.3.1.1. Inventario de Tránsito. Son aquellos productos y materiales que se han sido despachados desde el punto de origen, pero aún no han sido recibidos en su destino final. Aunque no se encuentran físicamente disponibles para uso o venta, forman parte del inventario total de la empresa. Este tipo de inventario incluye también los productos en proceso dentro de las diferentes fases de producción o manufactura (Ballou, 2004).

4.3.1.2. Inventario de Especulación. Son existencias adquiridas para anticiparse a condiciones futuras del mercado, como aumentos esperados en los precios, escasez de suministros u otras variaciones estacionales, entre otros. Este tipo de inventario responde a decisiones estratégicas que buscan minimizar riesgos o maximizar beneficios económicos (Ballou, 2004).

4.3.1.3. Inventario Regular o Cíclico. Corresponde a las existencias que se mantienen para satisfacer la demanda promedio de manera continua durante el ciclo de reaprovisionamiento. Este tipo de inventario se genera como resultado de compras o producciones de productos que están directamente relacionados con el volumen de ventas o consumo esperado (Schroeder et al., s. f.).

4.3.1.4. Inventario de Seguridad. Se mantiene como respaldo ante la incertidumbre de la demanda, permitiendo que la producción mantenga un ritmo constante (Schroeder et al., s. f.). El tamaño de este inventario dependerá del grado de variabilidad del entorno y del nivel de confiabilidad que se desee ofrecer (Ballou, 2004).

4.3.1.5. Inventario Obsoleto o Muerto. Hace referencia a productos que permanecen almacenados durante largos periodos sin rotación, generalmente porque ya no tienen demanda, han caducado, se han deteriorado o han quedado fuera de especificaciones. Este inventario genera costos innecesarios de almacenamiento y puede reflejar una mala planificación o falta de control en la gestión.

4.4. Gestión de Inventarios

(Waters, 2003) define la gestión de inventarios como la función responsable de la toma de decisiones relacionada con el control, mantenimiento y planificación del inventario, estrechamente relacionada con otras actividades de la cadena de suministro. Su objetivo es establecer políticas que optimicen costos, eficiencia y nivel de servicio. Complementa esta definición, (Guerrero Salas, 2018) señala que la gestión de inventarios busca mantener un control adecuado de las existencias, determinando cuánto hay que pedir y cuándo hay que hacerlo.

4.4.1. Clasificación de los Modelos de Gestión de Inventarios.

Los modelos de gestión de inventarios pueden clasificarse según la frecuencia y el método de control utilizados para tomar decisiones de reabastecimiento. En este contexto, surgen dos tipos de revisión, los cuales se presentan en la tabla 2.

Tabla 3.

Clasificación Según la Frecuencia

Tipo de Revisión	Definición	Decisión	Características
Revisión Continua	Se revisa el inventario cada vez que ocurre una transacción	Se realiza un pedido cuando el inventario llega al punto de reorden	• Monitoreo constante • Reduce el riesgo de ruptura
(Q, r)			

Revisión	Se revisa en intervalos	En cada revisión se pide	• Menor costo de
Periódica	fijos de tiempo	una cantidad que lleva el	monitoreo
(s, S)		inventario a un nivel	• Mayor riesgo de
		objetivo	roturas de
			inventario

Otra forma de clasificar los modelos de gestión de inventarios es en base a la naturaleza de la demanda, esta se puede visualizar en la tabla 3.

Tabla 4.

Clasificación Según la Naturaleza de la Demanda

Tipo de Modelo	Tipo de Demanda	Tipo de patrones de la Demanda
Determinístico	Constante y conocida	• Determinístico y constante (estático) con el tiempo • Determinístico y variable (dinámico) con el tiempo
Estocástico	Aleatoria y sigue una distribución de probabilidad	• Probabilístico y estacionario a lo largo del tiempo • Probabilístico y no estacionario a lo largo del tiempo

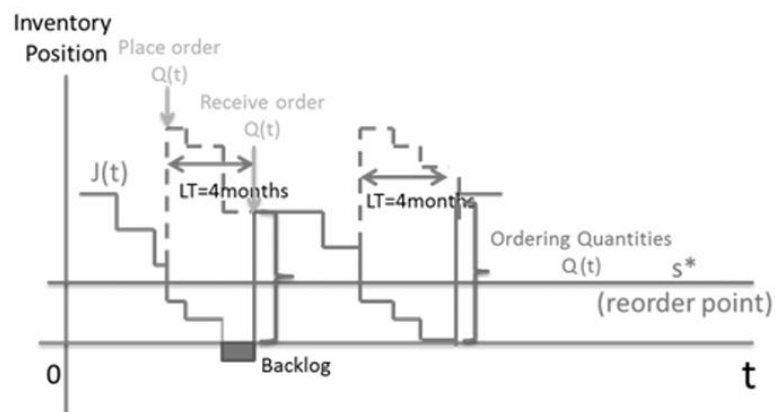
4.4.2. Rotura de Inventario.

Hace referencia a la inexistencia de producto en el inventario, ocasionada por una alta demanda (Espejo Gonzáles, 2022) o por una demanda incierta no prevista (Heizer & Render,

2017). En la Figura 4 se muestra el comportamiento del inventario bajo una política (s, Q) . El inventario disminuye en función del tiempo y, al alcanzar el punto de reorden (s^*), se realiza un nuevo pedido que tarda un tiempo LT en llegar. Durante este periodo, los clientes siguen demandando el producto, lo que provoca una reducción continua del inventario. Si el inventario llega a agotarse antes de la llegada del pedido, se produce una rotura de existencias (zona sombreada). Una vez que el pedido llega, el inventario se recupera, pero el backlog evidencia la incapacidad temporal para satisfacer la demanda.

Figura 4.

Dinámica del Punto de Reorden con Tiempos de Entrega y Acumulación de Backlogs



Con el objetivo de gestionar esta situación, (Ech-Cheikh et al., 2014) plantea que la rotura de stock se puede abordar mediante dos políticas alternativas: ventas pérdidas y pedidos pendientes

4.4.2.1. Ventas pérdidas. Ocurren cuando la falta de unidades disponibles provoca que la demanda relativa se pierda. Este escenario incurre en un costo equivalente al beneficio que se habría obtenido de la venta, además de un posible costo adicional por el efecto negativo que la falta de existencias pueda tener en ventas futuras (Ballou, 2004).

4.4.2.2. Pedidos pendientes. Los pedidos pendientes, son aquellas unidades faltantes en el inventario que han sido solicitadas por el cliente, pero no se han podido enviar esto implica que se acumule dicha demanda no satisfecha, para atenderla una vez que el inventario haya sido repuesto. Este enfoque conlleva penalizaciones debido a el tiempo de espera del cliente hasta recibir su orden (Schroeder et al., s. f.), lo que puede afectar negativamente su decisión de compra futura y la satisfacción general con la empresa.

4.4.3. Servicio al Cliente.

El servicio al cliente es un proceso en el que se integran diversas actividades antes, durante y después de la compra orientadas a agilizar la entrega de los pedidos y aumentar la confiabilidad entre la empresa y el cliente. Se considerada una variable fundamental, ya que contribuye a fortalecer el vínculo con los consumidores y favorece el posicionamiento competitivo de la empresa en el mercado (Ballou, 2004) .

El servicio al cliente se puede cuantificar por medio del indicador *nivel de servicio*, que representa el grado en que una empresa logra cumplir con las expectativas de los clientes. Según (Nakashima et al., 2014), los aspectos clave para mantener un buen nivel de servicio al cliente son la entrega oportuna, la disponibilidad de inventario, la exactitud en la preparación de los pedidos y la condición en la que se recibe el producto. Este indicador permite identificar la ocurrencia de eventos relacionados con la falta de existencias durante un período determinado, lo que resulta fundamental para evaluar el desempeño logístico y tomar decisiones orientadas a mejorar la experiencia del cliente.

Así mismo, los autores expresan que, para un único producto, el nivel de servicio puede definirse como se muestra a continuación.

$$Nivel\ de\ Servicio = 1 - \frac{Pedidos\ atrasados}{Demanda} \quad (2)$$

En esta ecuación, el nivel de servicio se interpreta como la probabilidad de que la cantidad de inventario disponible durante el tiempo de entrega sea suficiente para satisfacer la demanda esperada, es decir, la probabilidad de que no ocurra un desabastecimiento (Nakashima et al., 2014).

4.4.3.1. Priorización de Clientes. La priorización de clientes surge como una estrategia clave dentro de la gestión de inventarios cuando se presentan situaciones de faltantes de inventario. Dado que no todos los clientes aportan el mismo valor estratégico o económico a la empresa, es fundamental establecer criterios de prioridad para asignar el inventario disponible. Esta priorización permite satisfacer primero la demanda de aquellos clientes cuya insatisfacción podría generar mayores pérdidas, afectar la relación comercial o dañar la reputación de la empresa.

4.4.3.2. Política de Racionamiento. Esta política busca satisfacer primero la demanda de la clase con mayor prioridad, luego la siguiente clase y así sucesivamente. El racionamiento se puede realizar en base a las clases de demanda, los costos del faltante de inventario o los requisitos de servicio variables. En la tabla 4, se evidencia lo posibles políticas de racionamiento que se pueden presentar.

Tabla 5.

Tipo de Políticas en Racionamiento de Inventarios

Política	Descripción
Primeras en entrar, primeras en salir (PEPS)	El inventario se asigna en el orden en que se recibieron los pedidos
Proporcional	El inventario se distribuye en proporción a la cantidad demandada
Prioridad	El inventario se asigna primero a los clientes con mayor prioridad para la empresa

Pedidos faltantes selectivos	Los pedidos pendientes se aceptan para algunos clientes y se rechaza para otros
Con inventario de seguridad por clase	Se reserva parte del inventario solo para cierto clientes

4.5. Gestión de Inventarios Multi-escalón

La gestión de inventarios multi-escalón incluye distintos niveles del canal de suministro en los procesos de planeación, permitiendo una visión más integral de la cadena. Al coordinar los inventarios entre varios eslabones – como proveedores, centros de distribución y puntos de venta – se logra una logística más eficiente, llevando a cantidades generales de inventarios mucho más bajas (Ballou, 2004).

4.5.1. *Modelo Matemático*

El modelo matemático representa el comportamiento del mundo real supuesto (Taha, 2012), es utilizado para la toma de decisiones o simplemente para comprender la situación actual (Winston, 1987).

4.5.2. *Modelos de Programación Lineal.*

Según (Winston, 1987) la programación lineal es un problema de optimización que cuenta con:

1. **Función objetivo:** Es la expresión matemática que define el propósito principal del modelo, el cual se requiere optimizar. Esta función se formula en términos de las variables de decisión (Taha, 2012).
2. **Restricciones:** Se expresan mediante ecuaciones o inecuaciones lineales, que representan los límites de los recursos disponibles, capacidades o condiciones operativas.

En notación matricial, el modelo de programación lineal se describiría así:

$$\text{Max (Min)} F(x) = C' \cdot X$$

$$\text{s. a } A \cdot X \leq B$$

$$X \geq 0$$

4.6. Técnicas de Optimización.

Las técnicas de optimización surgen como herramientas para encontrar soluciones óptimas en problemas y modelos matemáticos. Estas técnicas permiten tomar decisiones eficientes y precisas en diversos ámbitos, optimizando recursos y resultados.

Tabla 6.

Diferencia entre las Técnicas de Optimización

Criterio	Métodos exactos	Heurísticas	Metaheurística
Objetivo	Encontrar la solución óptima	Encontrar una buena o aproximada solución	Encontrar buenas soluciones evitando óptimos locales
Garantía de optimalidad	Si	No	No
Velocidad de Resolución	Lenta en problemas grandes	Rápida	Intermedia
Aplicabilidad	Problemas pequeños o medianos	Problemas específicos y de gran escala	Problemas complejos, con muchas variables o restricciones

4.6.1. *Métodos Exactos.*

Los métodos exactos son aquellas técnicas matemáticas rigurosas diseñadas para encontrar la solución óptima de un problema. Se fundamentan en procedimientos como la enumeración, la ramificación y acotación o de plano de corte, que exploran sistemáticamente la región factible del problema y eliminan las soluciones subóptimas. No obstante, su aplicabilidad se ve limitada a medida que aumenta la complejidad del problema, ya que requieren de altos recursos computacionales para obtener mejores resultados.

4.6.2. *Heurísticas.*

Las heurísticas son métodos que utilizan reglas generales, intuición o experiencia para encontrar una buenas o aproximadas a un problema. Están fuertemente vinculadas a la estructura específica del problema para el cual fueron diseñadas. Se caracterizan por su rapidez y simplicidad, lo que las hace útiles para aborda problemas complejos o de gran escala que resultarían intratables mediante enfoques exactos.

4.6.3. *Metaheurísticas.*

Las metaheurísticas son métodos que utilizan estrategias generales para explorar el espacio de búsqueda y evitar quedar atrapados en óptimos locales. A diferencia de las heurísticas, no están diseñadas exclusivamente para un problema, lo que les permite adaptarse a diferentes situaciones. Estas técnicas suelen ser más flexibles y robustos que los algoritmos heurísticos, sin embargo, pueden implicar una mayor complejidad en su diseño.

5. Revisión de Literatura

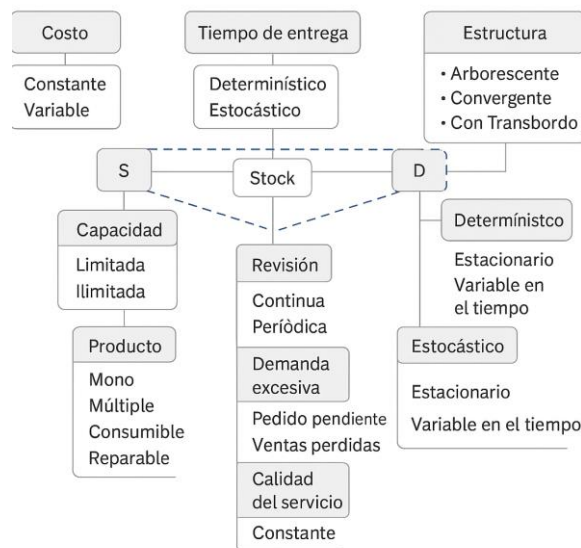
En un entorno empresarial cada vez más competitivo y dinámico, las decisiones relacionadas con el diseño, la planificación y la operación de la cadena de suministro juegan un papel importante (Chopra & Meindl, s. f.). En este contexto, la gestión eficiente de inventarios

que hace parte de la planificación se ha consolidado como un elemento estratégico para garantizar la continuidad operativa, la satisfacción del cliente y la rentabilidad (Roy & Srinivasa Raghavan, 2014).

No obstante, (Roy & Srinivasa Raghavan, 2014) afirman que alcanzar una gestión efectiva de inventarios ha representado un gran desafío para la gestión de operaciones convencionales durante mucho tiempo. Las cadenas de suministro día por día se han vuelto más complejas ya que se dirigen hacia una economía mundial integrada (Ballou, 2004), lo que agrega más factores a los problemas que enfrentan las organizaciones y dificulta la gestión del inventario, especialmente lo que respecta a definir cuánto y cuándo ordenar (Sbai & Berrado, 2018). En la Figura 5 se muestran los factores actuales.

Figura 5.

Características de la Cadena de Suministro Multi-escalón.



Nota. Las características de la cadena de suministro se toman de (Ech-Cheikh et al., 2014)

Como se evidencia en la ilustración, la variabilidad de la demanda constituye una de las fuentes de complejidad en las cadenas de suministro, la cual se ve acentuada por el constante avance tecnológico (Simchi-Levi et al., 2008). Esta incertidumbre en la demanda dificulta la

capacidad de realizar pronósticos precisos con suficiente antelación y complica la planificación eficiente del inventario, ya que se produce un desajuste entre oferta y demanda, lo que, a su vez, genera que el inventario se agote más rápido de lo esperado y comience a acumularse la demanda no satisfecha que se convierte en faltantes de existencias (Escalona et al., 2017). Además, considerar esta variabilidad permite aproximarse de manera más realista a los desafíos que enfrentan las organizaciones en sus operaciones logísticas, como es el caso de las faltantes de existencias o roturas de inventario.

Las roturas de inventario habitualmente son generadas por factores, como a) retrasos en la obtención de información, b) demoras en los procesos de fabricación y c) demoras en la entrega (Ben-Tal et al., 2009). Estas unidades faltantes suelen ser satisfechas mediante el mantenimiento de un nivel de inventario suficiente para cubrir dicha demanda. Sin embargo, pedir en exceso puede incrementar los costos de almacenamiento y el riesgo de pérdidas por obsolescencia, mientras que un pedido insuficiente eleva la probabilidad de sufrir ventas pérdidas y de contar con clientes insatisfechos (Nakashima et al., 2014).

Si bien mantener inventarios adecuados permite reducir las roturas de stock, también es crucial implementar estrategias que minimicen el impacto de dichas roturas cuando ocurren, ya que una experiencia de compra negativa puede comprometer la lealtad del consumidor. Por lo tanto, se busca mantener un equilibrio para evitar tanto el exceso como la escasez de productos.

En este sentido, la planificación considera dos escenarios para gestionar adecuadamente la rotura de inventarios: (1) las ventas pérdidas, que ocurren cuando un cliente, ante la falta de existencias, decide cancelar su pedido. Esto genera dos costos: (I) el costo de la oportunidad pérdida de la venta y (II) la penalización por no tener existencias disponibles para satisfacer la demanda (Ballou, 2004). Y (2) la generación de pedidos pendientes, en los cuales la demanda

insatisfecha se acumula como un faltante y se atiende tan pronto como llegue una reposición (Ech-Cheikh et al., 2014). Ambas alternativas generan costos para la empresa, ya sea por la pérdida directa de ventas o por el aumento en la complejidad operativa y administrativa necesaria para gestionar eficazmente los pedidos pendientes.

A partir de lo anterior, y dado que los pedidos pendientes constituyen una alternativa relevante para gestionar la rotura de inventarios sin perder completamente la demanda, es necesario analizar cómo diferentes autores abordan esta estrategia. (Karaman, 2017) y (Escalona et al., 2017) consideran que toda la demanda no satisfecha puede asumirse como pedido pendiente, es decir, que los clientes están dispuestos a esperar el inventario de reposición.

Otros, como (Ech-Cheikh et al., 2014), proponen establecer una restricción en la cantidad de faltantes, para ello (Nahmias & Demmy, 1981) sugieren derivar expresiones que permitan calcular el número promedio de pedidos pendientes por ciclo. Esto implica determinar cuántos pedidos pendientes pueden mantenerse, en promedio, en un sistema en estado estable, es decir, cuando las variables del sistema se estabilizan y adoptan un comportamiento constante que facilita el análisis. Este segundo enfoque permite modelar con mayor realismo el comportamiento del consumidor y la capacidad de respuesta de la empresa, al definir un volumen máximo de pedidos pendientes que puede gestionarse sin comprometer el nivel de servicio.

Los pedidos pendientes han sido abordados en las dos políticas base de la gestión de inventarios: revisión continua (Q,r) y revisión periódica (s,S) . En los sistemas de revisión continua, el inventario continuamente se inspecciona permitiendo emitir órdenes de reposición inmediatamente cuando se alcanza el nivel de reorden, reduciendo así la probabilidad de incurrir en pedidos pendientes (Ech-Cheikh et al., 2014). En contraste, la revisión periódica implica verificar el inventario en intervalos regulares de tiempo, introduciendo un mayor riesgo de

faltantes, ya que las órdenes de reposición solo se emiten al final del periodo de revisión, dejando abierta la posibilidad de roturas durante ese intervalo (Roy & Srinivasa Raghavan, 2014). Esto hace que, si bien la revisión periódica puede ser más sencilla de implementar, sea menos reactiva ante variaciones en la demanda y más susceptible a la acumulación de pedidos pendientes.

De igual manera, es necesario considerar la influencia de los pedidos pendientes en los costos operativos, ya que esta estrategia implica costos adicionales de personal y de ventas, relacionados principalmente con el seguimiento, registro y procesamientos de los pedidos (Ballou, 2004). Además, existe una penalización asociada a las unidades faltantes, derivada del tiempo que el cliente debe esperar hasta que se realice la reposición de inventario y se entregue la cantidad demandada (Ech-Cheikh et al., 2014). En línea con esto, (Nakashima et al., 2014) señalan que dicho cargo debe mantenerse proporcional al tiempo de espera del cliente, con el objetivo de reflejar el impacto económico del deterioro en el nivel de servicio (van Donselaar et al., 2021).

El nivel de servicio constituye un KPI (Indicador Clave de Desempeño) esencial del servicio al cliente, ya que permite conocer cómo se encuentra la relación entre el cliente y la empresa. Este indicador identifica eventos de desabastecimiento durante un ciclo de reabastecimiento; no obstante, no captura la cantidad de unidades pendientes (Nakashima et al., 2014). Para mantener un nivel de servicio elevado, las políticas de racionamiento se convierten en una herramienta clave. Estas políticas facilitan la gestión del inventario limitado disponible como los pedidos de reposición recibidos (Roy & Srinivasa Raghavan, 2014), generando una asignación de lotes más eficiente en donde se contempla la diferenciación de clientes.

(Shen et al., 2019) proponen que los clientes se agrupen en distintas categorías, cada una con un nivel de servicio diferenciado, reconociendo que algunos merecen mayor prioridad en las entregas que otros. Esta categorización puede basarse en factores como el tipo de contrato, canal

de distribución, el precio pagado por el producto, frecuencia de compra, tamaño del pedido, margen de beneficio, entre otros, dependiendo del contexto específico en el que opere la empresa.

Por su parte, (Fadiloglu & Bulut, 2010) sugieren que la clasificación también se puede realizar en función de los costos de escasez. De acuerdo con este criterio, la clase de mayor prioridad es cuyo costo de escasez por unidad sea más alto, mientras que la clase de menor prioridad estará compuesta por los clientes con el costo de escasez por unidad más bajo. (Fadiloglu & Bulut, 2010) y (Arslan et al., 2007) enfatizan en que la clasificación debe estar compuesta por un número finito de clases de demanda, lo que permite no solo una gestión eficiente, sino también una alineación más estrecha con los objetivos de servicio al cliente, aspecto clave para este trabajo.

Una vez clasificados los clientes, se procede a analizar las políticas para realizar la asignación adecuada de inventarios. Estas políticas son complejas de modelar desde un punto de vista matemático. Debido a esta dificultad, la literatura ha optado por enfocarse en reglas prácticas que, si bien son más manejables, suelen ser subóptimas (Deshpande et al., 2003). A continuación, se presentan algunas de las políticas más comunes.

(Deshpande et al., 2003) en su investigación presentan un esquema de racionamiento de existencias en un entorno con revisión continua (Q,r,K) el cual representa una extensión de la política (Q,r) . Este mecanismo permite atender a los clientes mediante el método PEPS (Primeras en entrar, primeras en salir) siempre que el inventario disponible supere al umbral K . En caso contrario, el sistema da prioridad a los clientes de mayor importancia, asegurándoles el suministro de inventario. Por su parte, (Escalona et al., 2017) proponen que, si no se logra suplir completamente la demanda con el pedido de reposición, las unidades faltantes se consideraran como pedidos pendientes hasta que puedan ser satisfechos. Esta estrategia permite minimizar la insatisfacción de los clientes más relevantes para la empresa, optimizando así el nivel de servicio

en contextos de escasez y reducir el costo de penalización para la clase de demanda alta, comprometiendo la tasa de relleno de la clase de demanda de prioridad más baja (Ghosh et al., 2015).

(Topkis, 1968) menciona que cada clase de cliente se distingue por tener un costo diferente cuando no se le puede cumplir con su pedido (es decir, algunos clientes generan más pérdida si no se les entrega a tiempo). Por lo que, sugiere dividir ese único periodo de revisión en varios subperíodos más pequeños. Al final de cada uno, el encargado de tomar decisiones evalúa la demanda que ha llegado hasta ese momento y decide cuánto inventario asignar. No se entrega de inmediato todo el inventario, sino que se toma en cuenta si es mejor atender ahora a una clase de menor prioridad o reservar inventario para una clase más importante que probablemente demande más adelante (Shen et al., 2019).

Otra opción, es la política de dos contenedores propuesta por (Ghosh et al., 2015) que divide las demandas en dos clases: (I) alta prioridad (clase 1) y (II) baja prioridad (clase 2). Según esta política, el primer contenedor está destinado a satisfacer las necesidades de los clientes de alta prioridad. Sin embargo, en el caso que se requieran más unidades para cubrir la demanda de esta clase, el sistema recurre al segundo contenedor. Si se han satisfecho todas las necesidades de los clientes de alta prioridad y quedan unidades disponibles en el primer contenedor, estas no pueden ser utilizadas para satisfacer la demanda de los clientes de baja prioridad, aunque haya unidades disponibles en el segundo contenedor (Ghosh et al., 2015). Autores como (Melchior et al., 2000), asumen un entorno de ventas pérdidas cuando se rechazan las demandas de la clase de baja prioridad debido a que el nivel de inventario cae al nivel crítico por lo que la empresa no cuenta con la capacidad para satisfacer las necesidades.

Esta información se sintetiza en la Tabla 7, este ejercicio permite identificar de manera clara las similitudes, diferencias y limitaciones de los estudios mencionados previamente, así como evidenciar el vacío existente en la literatura, que constituye la principal motivación para el desarrollo de la presente investigación.

Tabla 7.

Marco de antecedentes de la investigación

Autor (es)	Nº de Eslabones	Tipo de Demanda	Política de Priorización	Backorders	Tipo de modelo
(Karaman, 2017)	2 niveles (Almacén – Minoristas)	Demanda estocástica, modelada mediante un proceso Poisson estacionario.	Atención de pedidos pendientes bajo una política PEPS	Los pedidos pendientes se acumulan y se modelan como variables de estado dentro de un enfoque analítico de evaluación del desempeño.	Modelo analítico-estocástico de evaluación de desempeño basado en aproximaciones Markovianas.
(Nakashima et al., 2014)	1 nivel	Demanda estocástica	No	La demanda no satisfecha se acumula y genera costo de backlog	Modelo estocástico de evaluación basado en simulación para determinar políticas (s,Q)
(Escalona et al., 2017)	1 nivel	Demanda estocástica	Priorización por clases de demanda (alta o baja)	Surgen de la política de racionamiento, y se introduce por medio de una función convexa de costo de roturas de inventario	Modelo analítico-estocástico de control de inventarios con racionamiento
(Ech-Cheikh et al., 2014)	≥ 3 niveles (Fábrica - Distribuidor - Minorista)	Demanda estocástica	No	Se permiten backorders, que son utilizados para evaluar la calidad del servicio	Modelo de simulación estocástica
(Chen, 2017)	2 niveles (Proveedor – Minorista)	Demanda determinística modelada mediante una función de precio	No	Permite pedidos pendientes y los incorpora en la función objetivo.	Modelo de optimización analítico-dinámico
(Roy & Srinivasa)	2 niveles (Depósito)	Demanda estocástica	Priorización vía racionamiento	No es una variable de decisión libre,	Problema de optimización no

Raghavan, 2014)	central – Minorista)			negociado, donde la asignación se define mediante un modelo de negociación de Nash	sino una variable derivada del racionamiento.	lineal, con un enfoque de Nash bargaining
(Srivastav & Agrawal, 2018)	1 nivel	Demanda estocástica	No		Los pedidos pendientes son un objetivo explícito, pero en un sistema simplificado	Modelo de optimización multi-objetivo con metaheurísticas
(Berling & Farvid, 2014)	2 niveles (Almacén – Minoristas)	Demanda estocástica	No		Se analiza con el único fin de conocer su impacto en el lead time del minorista	Modelo analítico de evaluación de lead time
(Setiawan, 2016)	2 niveles (Proveedor – comprador)	Demanda probabilística	No		Asume una parte como pedidos pendientes y el resto se pierde	Modelo analítico basado en teoría de juegos
(Ghosh et al., 2015)	1 nivel	Demanda estocástica	Priorización por clases (Two-Bin-Policy)		El backorder ocurre cuando el contenedor queda vacío y se concentra principalmente en la clase de menor prioridad.	Modelo analítico de política de inventarios
(Taleizadeh et al., 2022)	1 nivel	Demanda determinística	No		Los pedidos pendientes se introducen como variable de decisión tanto totales como parciales	Modelo de optimización no lineal (NLP) con metaheurísticas
(Shen et al., 2019)	1 nivel	Demanda estocástica	Priorización por clases con racionamiento óptimo		Los pedidos pendientes surgen como consecuencia de la demanda	Programación dinámica estocástica
(Srivastav & Agrawal, 2020)	1 nivel	Demanda estocástica	No		Las roturas de inventario se consideran parcialmente y el resto es ventas pérdidas	Optimización multi-objetivo con metaheurísticas (MOCS)
(van Donselaar et al., 2021)	1 nivel	Demanda estocástica	No		El backorder surge como incumplimiento del <i>fill rate</i>	Modelo heurístico con restricción de fill rate agregado

(De Santis et al., 2017)	No modela eslabones	Demanda histórica	No	Backorder como evento a predecir	Modelo predictivo basado en Machine Learning
(Wanke et al., 2017)	2 niveles (Distribuidores – Minoristas)	Demanda incierta (difusa)	Priorización mediante sistema de inferencia difusa (FIS)	No se gestiona el pedido pendiente, solo penaliza su generación	Sistema de inferencia difusa mas simulación

A partir de la matriz de antecedentes, se identifica que la mayoría de las investigaciones consultadas relacionadas con roturas de inventario analizan estructuras simplificadas, predominantemente de uno o dos niveles. Solo algunos estudios consideran estructuras de tres o más niveles, como el trabajo (Ech-Cheikh et al., 2014), y aun en estos casos el enfoque se orienta a la evaluación del desempeño mediante simulación, más que a la optimización integrada del sistema.

Respecto al tratamiento de la demanda, la literatura revisada presenta un predominio claro del enfoque estocástico, modelando la demanda mediante distribuciones probabilísticas, simulación o modelos dinámicos de control. En contraste, son escasos los trabajos que consideran demanda determinística. Cuando este enfoque aparece, se limita a contextos específicos, como la demanda dependiente del precio en (Chen et al., 2017) o la demanda determinística en entornos de producción en (Taleizadeh et al., 2022). No se identifican trabajos que analicen la demanda determinística mediante escenarios controlados con fines de sensibilidad y validación del comportamiento del modelo.

En el caso de los pedidos pendientes, estos se abordan en todos los artículos consultados, sin embargo, su tratamiento varía. En algunos casos, las roturas de inventario se consideran como penalizaciones por escasez, métrica de desempeño o como consecuencia de la aplicación del racionamiento de unidades. En otras investigaciones, se incorporan como variables internas de

producción o como parámetros exógenos, pero no se gestionan de manera integrada como variables explícitas de decisión dentro de un modelo.

En relación con la priorización de la demanda, algunos estudios incorporan esquemas de priorización por clases de demanda, mientras que otros emplean reglas heurísticas, negociación o sistemas de inferencia difusa. No obstante, estas políticas de priorización suelen ser exógenas o locales, y no se derivan de una función objetivo económica integrada. En particular, no se identifican modelos que formulen la priorización como una decisión endógena dentro de un esquema de optimización exacta que considere simultáneamente costos y pedidos pendientes.

Finalmente, se observa que los enfoques metodológicos predominantes incluyen modelos analíticos de evaluación, simulación estocástica, programación dinámica, teoría de juegos, heurísticas, metaheurísticas y sistemas difusos. Aunque estos enfoques aportan valiosas herramientas para el análisis de sistemas de inventarios, su alcance suele limitarse a estructuras simplificadas o a decisiones parciales del sistema. Son limitados los trabajos que emplean modelos de optimización exacta y, cuando lo hacen, se concentran en entornos de un solo eslabón y producto.

Lo que nos permite concluir que aunque existen modelos que abordan de forma parcial la gestión de inventarios multi-escalón, los pedidos pendientes, la priorización de la demanda o la optimización de costos, no se identifica un modelo que integre simultáneamente una cadena de suministro de tres niveles, múltiples productos y múltiples períodos, junto con la gestión explícita de los backorders como variables de decisión y un esquema de priorización económica endógena dentro de un modelo determinístico de optimización.

No obstante, (Poches Corredor & Tarazona Orduz, 2020) integran en su investigación una red de distribución multi-escalón con múltiples períodos y múltiples productos, considerando una

demanda constante para todos los períodos y desfases de tiempo. Sin embargo, no integran situaciones reales de las organizaciones, como lo son las roturas de inventario y la priorización de los clientes, las cuales incrementan el nivel de complejidad y permiten un acercamiento más realista a la toma de decisiones. En este sentido, el presente trabajo propone un modelo que incorpora de manera conjunta la priorización de clientes y la gestión estratégica de faltantes, con el fin de apoyar una toma de decisiones más realista y orientada al mejoramiento del nivel de servicio en cadenas de suministro complejas.

6. Formulación del Modelo

En esta fase del proyecto, se formulan los modelos mencionados previamente en la metodología. Estos consideran una red de trabajo con una estructura de tres eslabones (Fábrica, Centro de Distribución, Minorista). El carácter genérico del modelo se refiere a la flexibilidad con la que cuentan para la definición de cantidad de productos, el número de períodos, los parámetros, la función de costos, entre otros aspectos, más que a la topología de la red.

En las siguientes secciones, se presenta el modelo base de la investigación, así como las características principales en las que se fundamentarán. De igual manera, se evidenciará como el modelo evoluciona alineándose de manera más precisa con la realidad de las organizaciones. Estos modelos, se formulan en un lenguaje de programación Python.

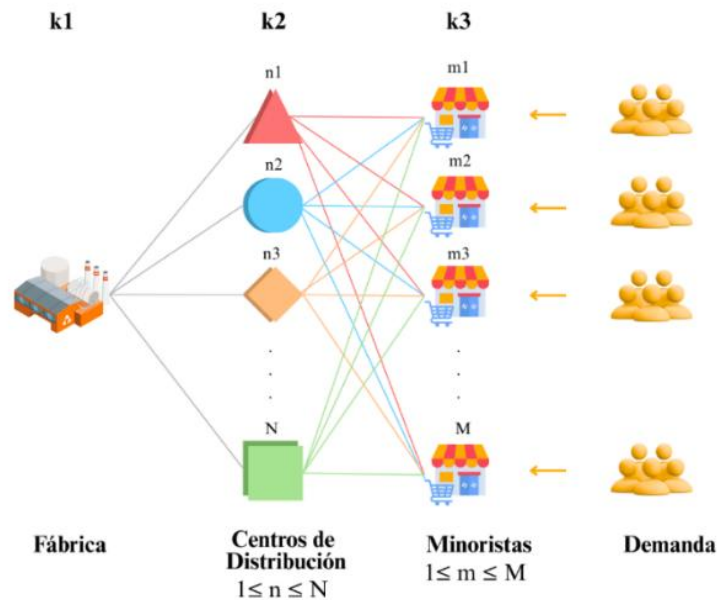
6.1. Modelo Base

Los modelos que se desarrollan en la investigación se originan del cuarto modelo: Modelo de una red de dos escalones múltiples períodos, multi-ítem con una fábrica, n centros de distribución especializados por productos y m minorista planteado en el proyecto de investigación *“Modelo de inventario multiperiodo para una red de distribución multiescalón y multi-ítem en el lenguaje de programación GAMS”* de (Poches Corredor & Tarazona Orduz, 2020). El modelo es

para una red de dos escalones múltiples periodos, multi-ítem con una fábrica, n centros de distribución especializados por producto y m minoristas. En el que se considera la demanda no satisfecha como ventas pérdidas. A continuación, se presenta la representación del modelo.

Figura 6.

Representación del modelo base de investigación.



6.2. Supuestos de la red de distribución

Los modelos que se proponen parten de los siguientes supuestos, los cuales se describen a continuación:

1. El modelo está orientado a la toma de decisiones de inventario en la cadena de suministro.
2. El objetivo de los modelos es minimizar el costo total de la cadena de suministro, considerando los tres eslabones que la componen e incorporando los principales costos del modelo, así como un costo por el tiempo de espera del minorista.
3. El horizonte de planeación es considerado finito y discretizado en períodos de tiempo.

4. La demanda es determinística y conocida para cada período; por lo que el problema se formula como un modelo de programación lineal entero mixta (MILP).
5. Los costos unitarios permanecen constantes a lo largo de todos los períodos.
6. Los costos considerados son: Costo de realizar un pedido o producir, costo de mantener inventario, costo por pedidos pendiente y un costo asociado al tiempo de espera del minorista.
7. Los pedidos solo se realizan hacia el eslabón superior inmediato.
8. En cada período, la demanda del cliente llega al minorista.
9. En cada período, un eslabón puede realizar un pedido o, en el caso de la fábrica (eslabón 1), producir las unidades requeridas.
10. La revisión de inventarios y de pedidos se efectúa al inicio de cada periodo.
11. Se cuenta con inventarios iniciales en el primer periodo.
12. El inventario disponible en cada período se compone de las existencias remanentes del período anterior, las unidades que arriban en el período actual y las unidades servidas en el período actual.
13. El modelo considera tres tipos de tiempos: el tiempo de procesamiento de la información del pedido entre un eslabón y el siguiente, el tiempo de fabricación o preparación del pedido en los eslabones 1 y 2, y el tiempo de transporte desde un eslabón hacia el siguiente.
14. No se consideran pérdidas, deterioro ni obsolescencia de inventario durante el horizonte de planeación.
15. El sistema puede decidir entre: satisfacer la demanda y mantener al cliente en espera, es decir, generar un pedido pendiente

16. Los pedidos pendientes pueden mantener en el sistema y son atendidos en períodos posteriores conforme a la disponibilidad de inventario.
17. Dependiendo del modelo analizado, la atención de los pedidos pendientes puede seguir una política de priorización definida. En el Modelo 1, los pedidos se atienden bajo una política PEPS (Primeras en Entrar, Primeras en Salir), mientras que en el Modelo 2 se incorpora un esquema de priorización de minoristas basado en el costo asociado al tiempo de espera.
18. La fábrica, los centros de distribución y los minoristas poseen depósitos con capacidad finita y conocida, puede ser diferente para cada uno.
19. No se considera ninguna interrupción operativa, tales como fallas en transporte o en el flujo de información, ni restricciones externas adicionales a las capacidades modeladas.

6.3. Modelo 1

Tomando como referencia el modelo previamente descrito, se incorporan los pedidos pendientes sin contemplar las ventas pérdidas, aplicando además una política de priorización tipo PEPS (Primeras en entrar, primeras en salir) para la atención de los pedidos nuevos y pendientes.

6.3.1. Índices

j: Índice de periodos ($1 \leq j \leq J$).

m: Índice de minoristas ($1 \leq m \leq M$).

n: Índice de centros de distribución ($1 \leq n \leq N$).

a: Índice de antigüedad del pedido pendiente ($1 \leq a \leq A$).

k: Índice de eslabones en la cadena de suministro ($1 \leq k \leq 3$).

p: Índice de productos en la cadena de suministro ($1 \leq p \leq P$).

6.3.2. *Parámetros*

D_{jmp} : Demanda en el periodo j , para el minorista m del producto p .

X : Tiempo de transporte del producto entre el eslabón 1 y 2, 2 y 3.

Y : Tiempo de preparación del pedido en el segundo eslabón y tiempo de producción en el primer eslabón.

W : Tiempo que se tarda en procesar el pedido.

$CINV_{pp}$: Costo de mantener una unidad del producto p en inventario para el primer eslabón.

$CINV_{mmp}$: Costo de mantener una unidad en inventario en el tercer eslabón, en el minorista m para el producto p .

CF_n : Costo fijo asociado al centro de distribución n según su ubicación.

CM_p : Costo de mantenimiento por unidad de producto p .

CP_p : Costo de producir una unidad del producto p en el primer eslabón.

$CP_{cd_{np}}$: Costo de pedir una unidad en el segundo eslabón, en el centro de distribución n del producto p .

CP_{mmp} : Costo de pedir una unidad en el tercer eslabón, del minorista m hacia el centro de distribución n , del producto p .

CBO_{pa} : Costo por unidad pendiente en el primer eslabón del producto p con antigüedad a .

$CBO_{cd_{npa}}$: Costo por unidad pendiente en el segundo eslabón en el centro de distribución n , para el producto p con antigüedad a .

CBO_{mpa} : Costo por unidad pendiente en el tercer eslabón, en el minorista m , para el producto p con antigüedad a .

CAP_p : Capacidad de almacenamiento para el producto p en el primer eslabón.

$CAP_{cd_{np}}$: Capacidad de almacenamiento en el segundo eslabón, en el centro de distribución n para el producto p .

$CAP_{m_{mp}}$: Capacidad de almacenamiento en el tercer eslabón, en el centro de distribución n para el producto p .

$I_{p_{jkp}}$: Inventario inicial en el primer eslabón, en el periodo j , para el producto p .

$I_{cd_{jknp}}$: Inventario inicial en el segundo eslabón, en el periodo j , para el centro de distribución n , del producto p .

$I_{m_{jkmp}}$: Inventario inicial en el tercer eslabón, en el periodo j , para el minorista m , del producto p .

PCD_{np} : Producto p asignado al centro de distribución n .

6.3.3. Variables

Z : Costo total del inventario

$I_{p_{jkp}}$: Inventario al final del periodo j en el primer eslabón, para el producto p .

$I_{cd_{jknp}}$: Inventario al final de periodo j en el segundo eslabón, para el centro de distribución n , del producto p .

$I_{m_{jkmp}}$: Inventario al final del periodo j en el tercer eslabón, para el minorista m , del producto p .

$US_{p_{jknp}}$: Unidades del producto p servidas desde el primer eslabón en el periodo j hacia el centro de distribución n .

$US_{cd_{jkmp}}$: Unidades del producto p servidas desde el segundo eslabón en el periodo j desde el centro de distribución n hacia el minorista m .

$US_{m_{jkmp}}$: Unidades del producto p servidas desde el tercer eslabón en el periodo j .

X_{pjknpa} : Unidades del producto p correspondientes a pedidos pendientes del centro de distribución n en el primer eslabón, que nacieron en el período a y atendidos en el periodo j .

$X_{cdjknmpa}$: Unidades del producto p que están pendientes por entregar desde el centro de distribución n al minorista m en el segundo eslabón, que nacieron en el período a y que han sido atendidos en el periodo j .

$X_{mjknmpa}$: Unidades del producto p que están pendientes por entregar por el minorista m al cliente, que se originaron en el periodo a y que han sido atendidos en el periodo j .

Y_{pjknp} : Unidades del producto p que son atendidas desde el primer eslabón hacia el centro de distribución n .

$Y_{cdjknmp}$: Unidades del producto p que son atendidas por el segundo eslabón al minorista m .

Y_{mjknmp} : Unidades del producto p que son atendidas desde el tercer eslabón.

BO_{pjknpa} : Unidades del producto p pendientes en el primer eslabón para ser enviadas al centro de distribución n en el periodo j , originadas en la capa a .

$BO_{cdjknmpa}$: Unidades del producto p pendientes en el segundo eslabón para ser enviadas al minorista m en el periodo j , originadas en la capa a .

$BO_{mjknmpa}$: Unidades del producto p pendientes en el tercer eslabón para ser enviadas al cliente en el periodo j , originadas en la capa a .

UP_{pjkp} : Unidades producidas en el primer eslabón del producto p , cuya finalización ocurre en el período j , resultado de una decisión tomada $y + w$ periodos atrás.

$UP_{cdjknkp}$: Unidades pedidas del producto p por el centro de distribución n en el periodo j del eslabón k .

UP_{mjknkp} : Unidades pedidas del producto p por el minorista m en el periodo j para el eslabón k .

6.3.4. Función Objetivo

La función objetivo tiene como finalidad minimizar los costos relacionados con la gestión de los inventarios (costos de mantener, costo de pedidos pendientes y costo de pedir/producir).

$$\begin{aligned} Min Z = & \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K \left\{ \sum_{p=1}^P \left((Ip_{jkp} * CINV_{p_p}) + (UP_{p_{jkp}} * CP_{p_p}) + \sum_{n=1}^N \sum_{a=1}^A (BOP_{jknpa} * \right. \right. \\ & CBO_{p_{pa}}) \left. \right) + \sum_{n=1}^N \sum_{p=1}^P \left((Icd_{jknkp} * CM_{p_p}) * CF_n \right) + (UP_{cd_{jknkp}} * CP_{cd_{np}}) + \\ & \sum_{m=1}^M \sum_{a=1}^A (BO_{cd_{jknmpa}} * CBO_{cd_{npa}}) \left. \right) + \sum_{m=1}^M \sum_{p=1}^P \left((Im_{jkmkp} * CINV_{m_{mp}}) + \right. \\ & \left. \sum_{n=1}^N (UP_{mjknmp} * CP_{m_{mnp}}) + \sum_{a=1}^A (BO_{m_{jknmpa}} * CBO_{m_{mpa}}) \right) \left. \right\} \end{aligned} \quad (3)$$

6.3.5. Restricciones

A continuación, se presentan las restricciones del modelo. Las restricciones se describen para cada eslabón de la cadena de suministro.

$$Ip_{jkp} = IIp_{jkp} \quad \text{para } j = 1, k = 1, \forall p \quad (4)$$

$$Icd_{jknkp} = IIcd_{jknkp} \quad \text{para } j = 1, k = 2, \forall p \quad (5)$$

$$Im_{jkmkp} = IIm_{jkmkp} \quad \text{para } j = 1, k = 3, \forall p \quad (6)$$

$$Ip_{jkp} = Ip_{(j-1)kp} \quad \text{para } 2 \leq j \leq y + w, k = 1, \forall p \quad (7)$$

$$\begin{aligned} Ip_{jkp} = & Ip_{(j-1)kp} - \sum_{n=1}^N (USp_{jknkp} * PCD_{np}) + (UP_{p_{(j-y-w)kp}}) \\ & \text{para } y + w + 1 \leq j \leq J, k = 1, \forall p \end{aligned} \quad (8)$$

$$Icd_{jknkp} = Icd_{(j-1)knkp} \quad \text{para } 2 \leq j \leq y + w, k = 2, \forall p, \forall n \quad (9)$$

$$\begin{aligned} Icd_{jknkp} = & Icd_{(j-1)knkp} - \sum_{m=1}^M (UScd_{jknmp}) \\ & \text{para } y + w + 1 \leq j \leq y + w + x, k = 2, \forall p, \forall n \end{aligned} \quad (10)$$

$$Icd_{jkn p} = Icd_{(j-1)kn p} - \sum_{m=1}^M (UScd_{jknmp}) + (USp_{(j-y-w-x)(k=1)np} * PCD_{np})$$

para $y + w + x + 1 \leq j \leq J, k = 2, \forall p, \forall n$ (11)

$$Im_{jkn p} = Im_{(j-1)kn p} - USm_{jkn p} \quad \text{para } 2 \leq j \leq x + y + w, k = 3, \forall p, \forall m \quad (12)$$

$$Im_{jkn p} = Im_{(j-1)kn p} - USm_{jkn p} + \sum_{n=1}^N (UScd_{(j-y-w-x)(k=2)np} * PCD_{np})$$

para $y + w + x + 1 \leq j \leq J, k = 3, \forall p, \forall m$ (13)

$$USp_{jkn p} = \sum_{a=1}^A (Xp_{jkn pa}) + Yp_{jkn p} \quad \text{para } k = 1, \forall p, \forall n \quad (14)$$

$$UScd_{jknmp} = \sum_{a=1}^A (Xcd_{jknmpa}) + Ycd_{jknmp} \quad \text{para } k = 2, \forall p, \forall n, \forall m \quad (15)$$

$$USm_{jkn p} = \sum_{a=1}^A (Xm_{jkn pa}) + Ym_{jkn p} \quad \text{para } k = 3, \forall p, \forall m \quad (16)$$

$$USp_{jkn p} \leq UPcd_{jkn p} + \sum_{a=1}^A BOp_{(j-1)kn pa} \quad \text{para } k = 1, \forall p, \forall n \quad (17)$$

$$\sum_{n=1}^N USp_{jkn p} * PCD_{np} \leq Ip_{(j-1)kp} + UPp_{(j-y-w)kp} \quad \text{para } k = 1, \forall p \quad (18)$$

$$UScd_{jknmp} \leq UPm_{jkn p} + \sum_{a=1}^A BOcd_{(j-1)knmpa} \quad \text{para } k = 2, \forall p, \forall n, \forall m \quad (19)$$

$$\sum_{m=1}^M UScd_{jknmp} \leq Icd_{(j-1)kn p} + (USp_{(j-y-w-x)kn p} * PCD_{np})$$

para $k = 2, \forall p, \forall n$ (20)

$$USm_{jkn p} \leq D_{jnp} + \sum_{a=1}^A BOm_{(j-1)knmpa} \quad \text{para } k = 3, \forall p, \forall m \quad (21)$$

$$USm_{jkn p} \leq Im_{(j-1)kn p} + \sum_{n=1}^N (UScd_{(j-y-w-x)knmp})$$

para $k = 3, \forall p, \forall m$ (22)

$$BOp_{jkn pa} = UPcd_{jkn p} - Yp_{jkn p} \quad \text{para } k = 1, a = 1, \forall p, \forall n \quad (23)$$

$$BOp_{jkn p(a+1)} = BOp_{(j-1)kn pa} - Xp_{jkn pa} \quad \text{para } k = 1, \forall p, \forall n, \forall a \quad (24)$$

$$BOcd_{jknmpa} = UPm_{jknmp} - Ycd_{jknmp} \quad \text{para } k = 2, a = 1, \forall p, \forall n, \forall m \quad (25)$$

$$BOcd_{jknmp(a+1)} = BOcd_{(j-1)knmpa} - Xcd_{jknmpa} \quad \text{para } k = 2, \forall p, \forall m, \forall n, \forall a \quad (26)$$

$$BOm_{jkn pa} = D_{jnp} - Ym_{jkn p} \quad \text{para } k = 3, a = 1, \forall p, \forall m \quad (27)$$

$$BOm_{jkn p(a+1)} = BOm_{(j-1)kn pa} - Xm_{jkn pa} \quad \text{para } k = 3, \forall p, \forall m, \forall a \quad (28)$$

$$Yp_{jkn p} \leq Ip_{jk p} - \sum_a^A Xp_{jkn p a} \quad \text{para } k = 1, \forall p, \forall n, \forall a \quad (29)$$

$$Ycd_{jkn mp} \leq Icd_{jk np} - \sum_a^A Xcd_{jkn mp a} \quad \text{para } k = 2, \forall p, \forall m, \forall n, \forall a \quad (30)$$

$$Ym_{jk mp} \leq Im_{jk mp} - \sum_a^A Xm_{jk mp a} \quad \text{para } k = 3, \forall p, \forall m, \forall a \quad (31)$$

$$Xp_{jkn pa} \leq BOp_{(j-1)kn p(a-1)} \quad \text{para } k = 1, \forall p, \forall n, \forall a \quad (32)$$

$$Xcd_{jkn mp a} \leq BOcd_{(j-1)kn mp(a-1)} \quad \text{para } k = 2, \forall p, \forall n, \forall m, \forall a \quad (33)$$

$$Xm_{jk mp a} \leq BOm_{(j-1)k mp(a-1)} \quad \text{para } k = 3, \forall p, \forall m, \forall a \quad (34)$$

$$Yp_{jkn p} \leq UPcd_{jk np} \quad \text{para } k = 1, \forall p, \forall n \quad (35)$$

$$Ycd_{jkn mp} \leq UPM_{jk np} \quad \text{para } k = 2, \forall p, \forall n, \forall m \quad (36)$$

$$Ym_{jk mp} \leq D_{j mp} \quad \text{para } k = 3, \forall p, \forall m \quad (37)$$

$$Ip_{jk p} \leq CAPp_p \quad \text{para } \forall j, \forall k, \forall p \quad (38)$$

$$Icd_{jk np} \leq CAPcd_{np} \quad \text{para } \forall j, \forall k, \forall p, \forall n \quad (39)$$

$$Im_{jk mp} \leq CAPm_{mp} \quad \text{para } \forall j, \forall k, \forall p, \forall m \quad (40)$$

$$\sum_{a=1}^A BOp_{jkn pa} = 0 \quad \text{para } \forall a, \forall p, \forall n \quad (41)$$

$$\sum_{a=1}^A BOcd_{jkn mp a} = 0 \quad \text{para } \forall a, \forall p, \forall m, \forall n \quad (42)$$

$$\sum_{a=1}^A BOm_{jk mp a} = 0 \quad \text{para } \forall a, \forall p, \forall m \quad (43)$$

Las restricciones (4), (5) y (6) permiten determinar los inventarios iniciales en el primer periodo ($j=1$) para cada eslabón.

Las ecuaciones (7) y (8) muestran el inventario disponible de la fábrica. Por su parte, las restricciones (9), (10) y (11) determinan el inventario correspondiente al centro de distribución n , mientras que las ecuaciones (12) y (13) describen el inventario en el minorista m . Todas estas ecuaciones incorporan la variable unidades servidas (US), que representa las unidades que se entregan efectivamente al siguiente eslabón de la red.

Las unidades servidas en cada eslabón se definen en las restricciones (14), (15) y (16). Estas expresiones establecen que la cantidad entregada corresponde a la suma de dos componentes: por un lado, las unidades pendientes de periodos anteriores que pueden ser atendidas con el inventario disponible, y por otro, la parte de la nueva demanda que también logra ser satisfecha. De esta forma, las restricciones aseguran que lo que efectivamente se entrega en cada eslabón sea el resultado de cubrir primero los pedidos acumulados y, posteriormente, la demanda recién generada, siempre dentro de los límites del inventario existente.

Las restricciones (17) y (18) son las cotas superiores de las unidades servidas en la fábrica. Siguiendo la misma lógica, las restricciones (19) y (20) definen dichas cotas para el centro de distribución n , mientras que las restricciones (21) y (22) lo hacen para el minorista m . En cada eslabón de la cadena, la primera cota garantiza que las unidades a servir no excedan las unidades pedidas y los pedidos pendientes acumulados del periodo anterior. De este modo, el modelo asegura que las unidades servidas sean las efectivamente requeridas. La segunda cota, permite controlar el flujo físico disponible en cada eslabón, limitando las unidades servidas a la disponibilidad real del sistema.

Las ecuaciones (23) y (24) corresponde al cálculo de los pedidos pendientes generados en la fábrica por el centro de distribución n . De igual manera, las restricciones (25) y (26) definen los pedidos pendientes del centro de distribución n y el minorista m , mientras que las restricciones (27) y (28) los establecen entre el del minorista m al cliente final.

El cálculo de pedidos pendientes se formula con dos ecuaciones en cada eslabón debido a la incorporación de la antigüedad del pedido pendiente (a). Los pedidos más recientes se representan con valores de a próximos a 1. En este sentido:

- La primera ecuación en cada eslabón determina los pedidos pendientes generados a partir de las nuevas unidades solicitadas.
- La segunda ecuación establece cuántos pedidos pendientes permanecen después de haber satisfecho una parte de la demanda con el inventario disponible.

Con este esquema, el modelo logra rastrear tanto la llegada de nuevos pedidos no atendidos como la permanencia de los pedidos más antiguos, garantizando un seguimiento más realista de la dinámica de acumulación y satisfacción de la demanda.

Las restricciones (29), (30) y (31) limitan las unidades del sistema que pueden destinarse a la atención de la demanda actual. Asimismo, estas restricciones garantizan la priorización de los pedidos pendientes, de modo que las unidades disponibles se asignan primero a satisfacer los pedidos atrasados acumulados y únicamente el inventario remanente se utiliza para atender la demanda del periodo actual.

Las restricciones (32), (33) y (34) garantizan que los pedidos pendientes que se atienden en cada periodo provengan únicamente de aquellos que estaban acumulados en el periodo anterior. De este modo, el modelo evita generar pedidos pendientes nuevos que no tengan justificación o satisfacer un volumen de pedidos pendientes superior al realmente existente.

Las restricciones (35), (36) y (37) aseguran que la demanda nueva que se logra satisfacer en el periodo en cada eslabón no exceda la cantidad efectivamente solicitada por el nivel correspondiente de la cadena. Esto garantiza coherencia entre lo que se pide y lo que se entrega.

Las ecuaciones (38), (39) y (40) restringe la capacidad de almacenamiento de los tres eslabones para cada producto. De esta forma, el modelo asegura que los inventarios no superen la capacidad máxima disponible en la fábrica, en los centros de distribución y en los minoristas, reflejando las restricciones físicas y operativas de cada nivel de la cadena.

Las expresiones (41), (42) y (43) garantiza que, en el último período del horizonte de estudio, no queden unidades pendientes por satisfacer. De esta manera, el modelo asegura que toda la demanda se atienda dentro del periodo analizado y evita que se arrastren pedidos pendientes más allá del horizonte de planeación.

6.4. Modelo 2

Este modelo tiene como base el modelo previamente planteado, sin embargo, se incorpora la priorización de minoristas que corresponde a una priorización económica, la cual se implementa por medio de ponderadores en la función objetivo, y no a una política de servicio estricta. Por lo que, el modelo tiende a favorecer a ciertos minoristas, pero no impone restricciones físicas que obliguen a atenderlos primero en situaciones de escasez, sino que evalúa el *trade-off*⁷ económico global. No obstante, en la fábrica y los minoristas, mantiene su priorización bajo la política PEPS.

6.4.1. Índices

j: Índice de periodos ($1 \leq j \leq J$).

m: Índice de minoristas ($1 \leq m \leq M$).

n: Índice de centros de distribución ($1 \leq n \leq N$).

a: Índice de antigüedad del pedido pendiente ($1 \leq a \leq A$).

k: Índice de eslabones en la cadena de suministro ($1 \leq k \leq 3$).

p: Índice de productos en la cadena de suministro ($1 \leq p \leq P$).

6.4.2. Parámetros

D_{jmp} : Demanda en el periodo j , para el minorista m del producto p .

X : Tiempo de transporte del producto entre el eslabón 1 y 2, 2 y 3.

⁷ El trade-off se refiere a la relación de compromiso entre dos o más objetivos en conflicto, donde la mejora de uno implica el deterioro parcial o total de otro.

Y : Tiempo de preparación del pedido en el segundo eslabón y tiempo de producción en el primer eslabón.

W : Tiempo que se tarda en procesar el pedido.

$CINV_{pp}$: Costo de mantener una unidad del producto p en inventario para el primer eslabón.

$CINV_{mmp}$: Costo de mantener una unidad en inventario en el tercer eslabón, en el minorista m para el producto p .

CF_n : Costo fijo asociado al centro de distribución n según su ubicación.

CM_p : Costo de mantenimiento por unidad de producto p .

CP_p : Costo de producir una unidad del producto p en el primer eslabón.

$CP_{cd_{np}}$: Costo de pedir una unidad en el segundo eslabón, en el centro de distribución n del producto p .

CP_{mmp} : Costo de pedir una unidad en el tercer eslabón, del minorista m hacia el centro de distribución n , del producto p .

CBO_{pa} : Costo por unidad pendiente en el primer eslabón del producto p con antigüedad a .

$CBO_{cd_{npa}}$: Costo por unidad pendiente en el segundo eslabón en el centro de distribución n , para el producto p con antigüedad a .

CBO_{mpa} : Costo por unidad pendiente en el tercer eslabón, en el minorista m , para el producto p con antigüedad a .

CAP_{pp} : Capacidad de almacenamiento para el producto p en el primer eslabón.

$CAP_{cd_{np}}$: Capacidad de almacenamiento en el segundo eslabón, en el centro de distribución n para el producto p .

CAP_{mnp} : Capacidad de almacenamiento en el tercer eslabón, en el centro de distribución n para el producto p .

I_{pjkp} : Inventario inicial en el primer eslabón, en el periodo j , para el producto p .

I_{cdjknp} : Inventario inicial en el segundo eslabón, en el periodo j , para el centro de distribución n , del producto p . I_{lmjkmp} : Inventario inicial en el tercer eslabón, en el periodo j , para el minorista m , del producto p .

PCD_{np} : Producto p asignado al centro de distribución n .

$PRIOR_m$: Prioridad relativa del minorista m en los centros de distribución, asociado al costo de incumplimiento de su demanda.

6.4.3. Variables

Z : Costo total del inventario

I_{pjkp} : Inventario al final del periodo j en el primer eslabón, para el producto p .

I_{cdjknp} : Inventario al final de periodo j en el segundo eslabón, para el centro de distribución n , del producto p .

I_{lmjkmp} : Inventario al final del periodo j en el tercer eslabón, para el minorista m , del producto p .

US_{pjknp} : Unidades del producto p servidas desde el primer eslabón en el periodo j hacia el centro de distribución n .

US_{cdjknp} : Unidades del producto p servidas desde el segundo eslabón en el periodo j desde el centro de distribución n hacia el minorista m .

US_{mjkmp} : Unidades del producto p servidas desde el tercer eslabón en el periodo j .

X_{pjknpa} : Unidades del producto p correspondientes a pedidos pendientes del centro de distribución n en el primer eslabón, que nacieron en el período a y atendidos en el periodo j .

$X_{cdjknmpa}$: Unidades del producto p que están pendientes por entregar desde el centro de distribución n al minorista m en el segundo eslabón, que nacieron en el período a y que han sido atendidos en el periodo j .

$X_{mjknmpa}$: Unidades del producto p que están pendientes por entregar por el minorista m al cliente, que se originaron en el periodo a y que han sido atendidos en el periodo j .

Y_{pjkn} : Unidades del producto p que son atendidas desde el primer eslabón hacia el centro de distribución n .

$Y_{cdjknmp}$: Unidades del producto p que son atendidas por el segundo eslabón al minorista m .

Y_{mjknmp} : Unidades del producto p que son atendidas desde el tercer eslabón.

$BO_{pjknmpa}$: Unidades del producto p pendientes en el primer eslabón para ser enviadas al centro de distribución n en el periodo j , originadas en la capa a .

$BO_{cdjknmpa}$: Unidades del producto p pendientes en el segundo eslabón para ser enviadas al minorista m en el periodo j , originadas en la capa a .

$BO_{mjknmpa}$: Unidades del producto p pendientes en el tercer eslabón para ser enviadas al cliente en el periodo j , originadas en la capa a .

UP_{pjkp} : Unidades producidas en el primer eslabón del producto p , cuya finalización ocurre en el período j , resultado de una decisión tomada $y + w$ períodos atrás.

UP_{cdjkn} : Unidades pedidas del producto p por el centro de distribución n en el periodo j del eslabón k .

UP_{mjknmp} : Unidades pedidas del producto p por el minorista m en el periodo j para el eslabón k .

6.4.4. Función Objetivo

La función objetivo tiene como propósito minimizar los costos relacionados con la gestión de los inventarios incluyendo los costos de mantener, costo de pedidos pendientes y costo de pedir/producir. A diferencia de la función objetivo del primer modelo, esta formulación incorpora el parámetro de priorización económica, el cual se menciona previamente y es propuesto en la literatura como mecanismo de priorización por (Fadiloglu & Bulut, 2010). Este parámetro permite diferenciar la atención de ciertos clientes, favoreciendo a aquellos minoristas que no representen un alto costo para el sistema. Esto permite contribuir a mejorar el desempeño económico global de la cadena.

$$\begin{aligned}
 Min Z = & \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K \left\{ \sum_{p=1}^P \left((Ip_{jkp} * CINVp_p) + (UPp_{jkp} * CP_p) + \sum_{n=1}^N \sum_{a=1}^A (Bop_{jknpa} * \right. \right. \\
 & CBOp_{pa}) \left. \right) + \sum_{n=1}^N \sum_{p=1}^P \left(\left((Icd_{jkn p} * CM_p) * CF_n \right) + (UPcd_{jkn p} * CPcd_{np}) + \right. \\
 & \sum_{m=1}^M \sum_{a=1}^A (BOcd_{jknmpa} * CBOcd_{npa} * PRIOR_m) \left. \right) + + \sum_{m=1}^M \sum_{p=1}^P \left((Im_{jkm p} * CINVm_{mp}) + \right. \\
 & \left. \left. \sum_{n=1}^N (UPm_{jknmp} * CPM_{mnp}) + \sum_{a=1}^A (Bom_{jknmpa} * CBom_{mpa}) \right) \right\}
 \end{aligned}
 \tag{44}$$

6.4.5. Restricciones

A continuación, se presentan las restricciones del modelo. Las restricciones se describen para cada eslabón de la cadena de suministro.

$$Ip_{jkp} = IIp_{jkp} \quad \text{para } j = 1, k = 1, \forall p \tag{45}$$

$$Icd_{jkn p} = IId_{jkn p} \quad \text{para } j = 1, k = 2, \forall p \tag{46}$$

$$Im_{jkm p} = IIm_{jkm p} \quad \text{para } j = 1, k = 3, \forall p \tag{47}$$

$$Ip_{jkp} = Ip_{(j-1)kp} \quad \text{para } 2 \leq j \leq y + w, k = 1, \forall p \tag{48}$$

$$Ip_{jkp} = Ip_{(j-1)kp} - \sum_{n=1}^N (USp_{jkn p} * PCD_{np}) + (UPp_{(j-y-w)kp})$$

$$\text{para } y + w + 1 \leq j \leq J, k = 1, \forall p \quad (49)$$

$$Icd_{jkn p} = Icd_{(j-1)kn p} \quad \text{para } 2 \leq j \leq y + w, k = 2, \forall p, \forall n \quad (50)$$

$$Icd_{jkn p} = Icd_{(j-1)kn p} - \sum_{m=1}^M (UScd_{jknmp})$$

$$\text{para } y + w + 1 \leq j \leq y + w + x, k = 2, \forall p, \forall n \quad (51)$$

$$Icd_{jkn p} = Icd_{(j-1)kn p} - \sum_{m=1}^M (UScd_{jknmp}) + (USp_{(j-y-w-x)(k=1)np} * PCD_{np})$$

$$\text{para } y + w + x + 1 \leq j \leq J, k = 2, \forall p, \forall n \quad (52)$$

$$Im_{jkn p} = Im_{(j-1)kn p} - USm_{jkn p} \quad \text{para } 2 \leq j \leq x + y + w, k = 3, \forall p, \forall m \quad (53)$$

$$Im_{jkn p} = Im_{(j-1)kn p} - USm_{jkn p} + \sum_{n=1}^N (UScd_{(j-y-w-x)(k=2)nmp} * PCD_{np})$$

$$\text{para } y + w + x + 1 \leq j \leq J, k = 3, \forall p, \forall m \quad (54)$$

$$USp_{jkn p} = \sum_{a=1}^A (Xp_{jkn pa}) + Yp_{jkn p} \quad \text{para } k = 1, \forall p, \forall n \quad (55)$$

$$UScd_{jknmp} = \sum_{a=1}^A (Xcd_{jknmpa}) + Ycd_{jknmp} \quad \text{para } k = 2, \forall p, \forall n, \forall m \quad (56)$$

$$USm_{jkn p} = \sum_{a=1}^A (Xm_{jkn pa}) + Ym_{jkn p} \quad \text{para } k = 3, \forall p, \forall m \quad (57)$$

$$USp_{jkn p} \leq UPcd_{jkn p} + \sum_{a=1}^A BOp_{(j-1)kn pa} \quad \text{para } k = 1, \forall p, \forall n \quad (58)$$

$$\sum_{n=1}^N USp_{jkn p} * PCD_{np} \leq Ip_{(j-1)kp} + UPP_{(j-y-w)kp} \quad \text{para } k = 1, \forall p \quad (59)$$

$$UScd_{jknmp} \leq UPM_{jkn p} + \sum_{a=1}^A BOcd_{(j-1)knmpa} \quad \text{para } k = 2, \forall p, \forall n, \forall m \quad (60)$$

$$\sum_{m=1}^M UScd_{jknmp} \leq Icd_{(j-1)kn p} + (USp_{(j-y-w-x)kn p} * PCD_{np})$$

$$\text{para } k = 2, \forall p, \forall n \quad (61)$$

$$USm_{jkn p} \leq D_{jnp} + \sum_{a=1}^A BOM_{(j-1)kn pa} \quad \text{para } k = 3, \forall p, \forall m \quad (62)$$

$$USm_{jkn p} \leq Im_{(j-1)kn p} + \sum_{n=1}^N (UScd_{(j-y-w-x)knmp})$$

$$\text{para } k = 3, \forall p, \forall m \quad (63)$$

$$BOp_{jkn pa} = UPcd_{jkn p} - Yp_{jkn p} \quad \text{para } k = 1, a = 1, \forall p, \forall n \quad (64)$$

$$BOp_{jkn p(a+1)} = BOp_{(j-1)kn pa} - Xp_{jkn pa} \quad \text{para } k = 1, \forall p, \forall n, \forall a \quad (65)$$

$$BOcd_{jknmpa} = UPm_{jknmp} - Ycd_{jknmp} \quad \text{para } k = 2, a = 1, \forall p, \forall n, \forall m \quad (66)$$

$$BOcd_{jknmp(a+1)} = BOcd_{(j-1)knmpa} - Xcd_{jknmpa} \quad \text{para } k = 2, \forall p, \forall m, \forall n, \forall a \quad (67)$$

$$BOM_{jknmpa} = D_{jmp} - Ym_{jknmp} \quad \text{para } k = 3, a = 1, \forall p, \forall m \quad (68)$$

$$BOM_{jknmp(a+1)} = BOM_{(j-1)knmpa} - Xm_{jknmpa} \quad \text{para } k = 3, \forall p, \forall m, \forall a \quad (69)$$

$$Yp_{jknmp} \leq Ip_{jkp} - \sum_a^A Xp_{jknmpa} \quad \text{para } k = 1, \forall p, \forall n, \forall a \quad (70)$$

$$Ycd_{jknmp} \leq Icd_{jknmp} - \sum_a^A Xcd_{jknmpa} \quad \text{para } k = 2, \forall p, \forall m, \forall n, \forall a \quad (71)$$

$$Ym_{jknmp} \leq Im_{jknmp} - \sum_a^A Xm_{jknmpa} \quad \text{para } k = 3, \forall p, \forall m, \forall a \quad (72)$$

$$Xp_{jknmpa} \leq BOp_{(j-1)knmp(a-1)} \quad \text{para } k = 1, \forall p, \forall n, \forall a \quad (73)$$

$$Xcd_{jknmpa} \leq BOcd_{(j-1)knmp(a-1)} \quad \text{para } k = 2, \forall p, \forall n, \forall m, \forall a \quad (74)$$

$$Xm_{jknmpa} \leq BOM_{(j-1)knmp(a-1)} \quad \text{para } k = 3, \forall p, \forall m, \forall a \quad (75)$$

$$Yp_{jknmp} \leq UPcd_{jknmp} \quad \text{para } k = 1, \forall p, \forall n \quad (76)$$

$$Ycd_{jknmp} \leq UPm_{jknmp} \quad \text{para } k = 2, \forall p, \forall n, \forall m \quad (77)$$

$$Ym_{jknmp} \leq D_{jmp} \quad \text{para } k = 3, \forall p, \forall m \quad (78)$$

$$Ip_{jkp} \leq CAPp_p \quad \text{para } \forall j, \forall k, \forall p \quad (79)$$

$$Icd_{jknmp} \leq CAPcd_{np} \quad \text{para } \forall j, \forall k, \forall p, \forall n \quad (80)$$

$$Im_{jknmp} \leq CAPm_{mp} \quad \text{para } \forall j, \forall k, \forall p, \forall m \quad (81)$$

$$\sum_{a=1}^A BOp_{jknmpa} = 0 \quad \text{para } \forall a, \forall p, \forall n \quad (82)$$

$$\sum_{a=1}^A BOcd_{jknmpa} = 0 \quad \text{para } \forall a, \forall p, \forall m, \forall n \quad (83)$$

$$\sum_{a=1}^A BOM_{jknmpa} = 0 \quad \text{para } \forall a, \forall p, \forall m \quad (84)$$

Las restricciones (45), (46) y (47) definen los inventarios iniciales en el primer periodo para cada uno de los eslabones. Posteriormente, las ecuaciones (48) y (49) determinan el inventario disponible de la fábrica, mientras que las restricciones (50), (51) y (52) definen el inventario

correspondiente al centro de distribución n , y las ecuaciones (53) y (54) describen el inventario en el minorista m .

Las unidades servidas en cada eslabón se definen en las restricciones (55), (56) y (57), garantizando que las cantidades entregadas correspondan a la suma de las unidades pendiente atendidas y la demanda nueva satisfecha en el periodo.

A su vez, las restricciones (58) y (59) constituyen las cotas superiores de las unidades servidas en la fábrica, mientras que las restricciones (60) y (61) cumplen este papel en el centro de distribución n y las restricciones (62) y (63) en el minorista m .

En cuanto a los pedidos pendientes, las ecuaciones (64) y (65) permiten calcular los pedidos pendientes en la fábrica para el minorista m . De manera análoga, las restricciones (66) y (67) definen los pedidos pendientes del centro de distribución n y el minorista m , mientras que las restricciones (68) y (69) los establecen entre el del minorista m al cliente final.

Las restricciones (70), (71) y (72) garantizan que el sistema mantenga la priorización de los pedidos pendientes, asegurando el cumplimiento de la política PEPS. Por su parte, las restricciones (73), (74) y (75) aseguran que los pedidos pendientes atendidos provengan de aquellos que estaban acumulados. Asimismo, las ecuaciones (76), (77), y (78) garantizan que la demanda nueva satisfecha en cada eslabón no exceda la cantidad efectivamente solicitada por el nivel correspondiente de la cadena.

Las ecuaciones (79), (80) y (81) limitan la capacidad de almacenamiento de los tres eslabones para cada producto. Finalmente, las restricciones (82), (83) y (84) garantizan que, en el último periodo del horizonte de estudio, no permanezcan unidades pendientes por satisfacer.

7. Validación del Modelo Matemático

La validación de los modelos se realiza de manera progresiva, acompañando el proceso de elaboración de la formulación matemáticamente. Inicialmente, se valida el modelo base, el cual permite comprender el funcionamiento en cada eslabón de la cadena de suministro de forma independiente, verificando la coherencia interna del sistema y la consistencia entre inventarios, pedidos y ventas perdidas.

Posteriormente, se realizó una validación de los dos modelos planteados, mediante escenario controlados de pequeña escala, con el objetivo de verificar la coherencia lógica del sistema y la correcta implementación computacional. Para establecer un juicio objetivo sobre el correcto funcionamiento del modelo, se definieron los siguientes criterios:

- **Criterio 1:** Consistencia de balances de inventario por eslabón y período
- **Criterio 2:** Cumplimiento del desfase temporal, garantizando que ninguna unidad sea utilizada antes de su llegada efectiva
- **Criterio 3:** Respeto de las cotas de unidades servidas, de modo que se cumpla que las cantidades entregadas no excedan la disponibilidad ni lo solicitado
- **Criterio 4:** Cumplimiento de la política PEPS en la atención de pedidos pendientes, priorizando siempre las capas, es decir a , con mayor antigüedad
- **Criterio 5:** En el modelo 2, si se evidencia correctamente la priorización en las entregas desde el centro de distribución al minorista

Estos criterios permiten evaluar el correcto funcionamiento de los modelos matemáticos. Para ello, fue fundamental formular los modelos en el lenguaje de programación Python siguiendo de manera rigurosa la formulación teórica planteada. Este proceso incluyó la verificación sistemática de la correcta definición de los conjuntos e índices, la consistencia de los parámetros,

la adecuada declaración y utilización de las variables de decisión, así como la correcta estructuración de la función objetivo y las restricciones. Adicionalmente, se validó la incorporación de los costos más relevantes de los sistemas, garantizando la coherencia y completitud del modelo computacional respecto al planteamiento. Este proceso se puede verificar en los códigos elaborados, donde se indica de manera explícita la correspondencia entre cada ecuación del modelo matemático y su implementación computacional (ver Apéndice A y B).

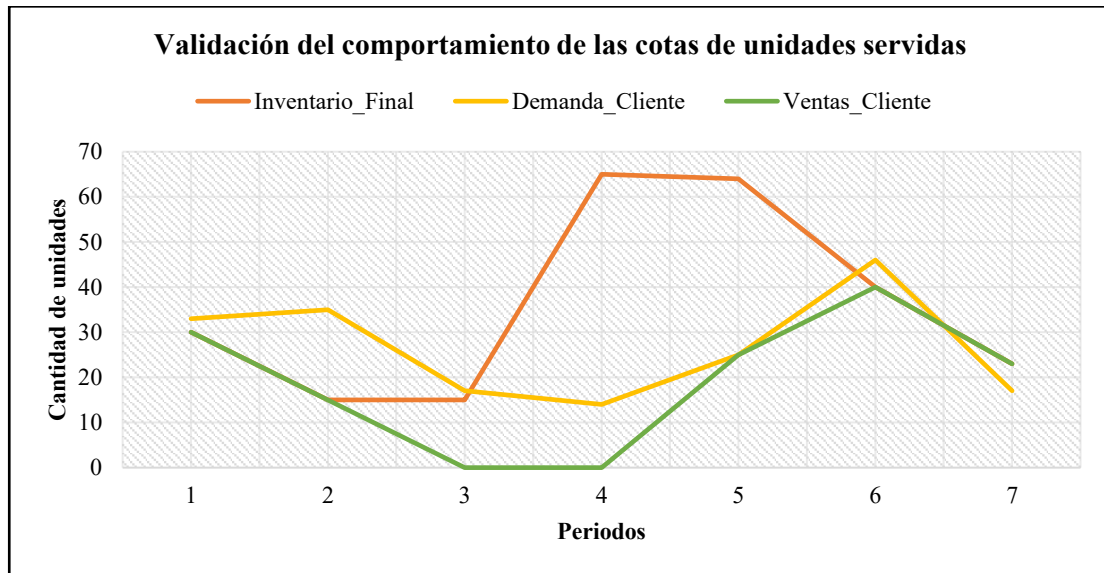
De manera complementaria, se realizó una validación computacional para comprobar el cumplimiento de los criterios y así observar el comportamiento de los flujos de unidades. Para ello, se planteó un escenario de prueba conformado por siete períodos, dos minoristas, dos centros de distribución, dos productos y con tres niveles de antigüedad del pedido pendiente para el primer modelo y un segundo escenario en el que solo se considera un centro de distribución y un producto para el segundo modelo.

7.1. Modelo 1

Inicialmente, se analizan las unidades servidas en cada eslabón en donde se evidencia que, en el escenario considerado, cuando el inventario disponible es bajo, la cantidad de unidades servidas también se reduce, tal como se observa en la Figura 7. De igual manera, en aquellos periodos en los que no se cuenta con disponibilidad de inventario, como ocurre en los centros de distribución o minoristas, no se generan unidades servidas de manera artificial, sino que dichas cantidades se convierten en faltantes correspondientes a ese período y producto, lo que confirma que las cotas definidas para las unidades servidas limitan correctamente el flujo del sistema.

Figura 7.

Validación de las cotas de unidades servidas en el eslabón del minorista



Nota: La Ventas_Cliente no superan al Inventario_Final, confirmando que no se generan ventas ficticias, que se respeta la cotas y satisface la demanda cuando existe disponibilidad real.

Al comprobar que el funcionamiento de las cotas de unidades servidas es correcto, se procede a verificar el flujo de las unidades en el sistema, específicamente en el centro de distribución. Con la Tabla 8 se comprueba que las ventas realizadas en cada período corresponden exactamente a la suma de la demanda nueva atendida y de los pedidos pendientes de períodos anteriores.

Tabla 8.

Verificación de flujos del sistema

Periodo	Pedido Minorista	Demanda Nueva	X_edad_1	X_edad_2	X_edad_3
1	50	22	28	0	0
2	4	0	24	0	0
3	8	6	2	4	4

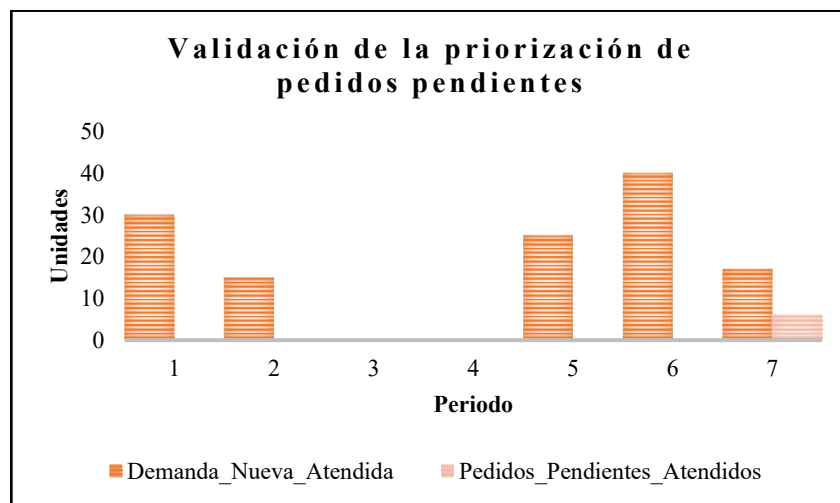
4	2	0	2	2	2
5	0	0	2	0	0

Nota. La verificación del flujo se lleva a cabo comparando las unidades solicitadas por el eslabón siguiente con la suma de la demanda nueva atendida en el período y los pedidos pendientes que fueron satisfechos. La correspondencia entre estos valores confirma la consistencia del flujo y la ausencia de unidades ficticias en el modelo.

Posteriormente, se analiza la priorización de los pedidos pendientes y la demanda nueva. A partir de los resultados, se observó que, cuando existen pedidos pendientes acumulados de períodos anteriores, el modelo asigna primero las unidades disponibles a su atención y únicamente el remanente se destina a la demanda nueva, validando así la prioridad definida en la formulación del modelo.

Figura 8.

Prioridad en la atención de pedidos pendientes frente a la demanda nueva en el eslabón del minorista

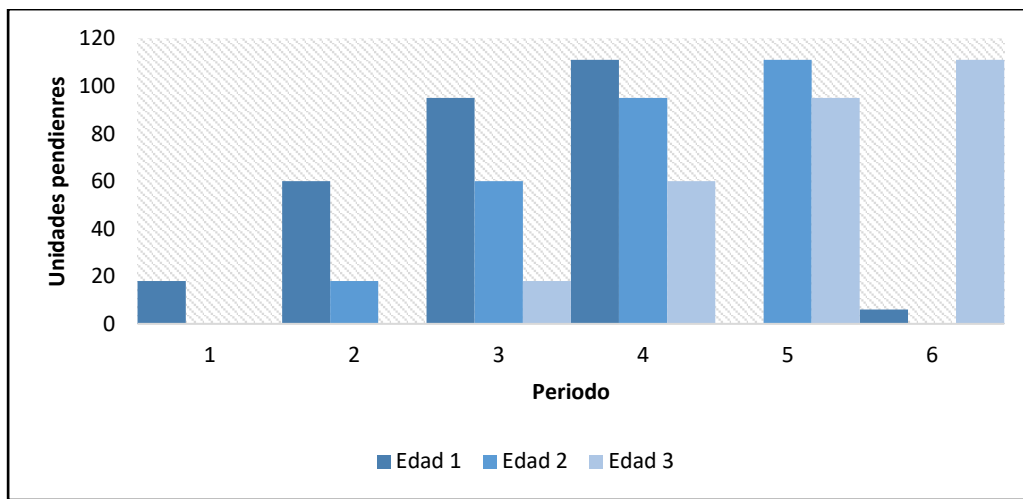


Nota: La figura muestra la descomposición de las unidades servidas (pedidos pendientes atendidos y demanda nueva atendida), en donde se observa que, durante el horizonte de tiempo se atiende primero los pedidos pendientes y poca o nada la demanda nueva, mientras que cuando los pedidos pendientes disminuyeron en el último período reaparece la demanda nueva atendida.

Se validó el comportamiento temporal de los pedidos pendientes y su envejecimiento a lo largo del horizonte planificado. A partir de los reportes, se verificó que los pedidos no atendidos permanecen activos de un periodo a otro y aumentan su nivel de antigüedad cuando no son satisfechos, y la reducción de los pedidos pendientes ocurre únicamente cuando estos son atendidos mediante unidades servidas tal y como se validó anteriormente.

Figura 9.

Evolución y envejecimiento de los pedidos pendientes por periodo en el minorista



Nota: El gráfico muestra que, en el primer periodo, se generan dieciocho (18) unidades de pedidos pendientes, las cuales permanecen activas y envejecen a lo largo de los periodos siguientes, hasta alcanzar el nivel máximo de antigüedad permitido (nivel tres). Estas unidades se mantienen en el sistema hasta el periodo tres (03), ya que en el periodo cuatro (04) son finalmente atendidas.

Por último, se realizó la validación del desfase temporal del modelo matemático, esto permite verificar que las unidades no sean utilizadas antes de llegar. A partir de la tabla, se concluye que las unidades enviadas en un periodo no se encuentran disponible de forma inmediata, sino que se reflejan como llegadas en periodos posteriores, confirmando que el modelo respeta el desfase temporal definido y no utiliza unidades antes de su llegada efectiva.

Tabla 9.*Validación del desfase temporal entre el centro de distribución y el minorista*

Periodo	Envío CD	Llegada desde CD
1	50	0
2	24	0
3	16	0
4	6	50
5	2	24
6		16

Nota: La tabla presenta los envíos realizados desde el centro de distribución hacia el minorista. Debido al desfase temporal representado por $y + w + x$, el cual en este ejemplo es de tres periodos, las unidades enviadas no se encuentran disponibles de manera inmediata, sino que pasan a estar disponibles para el minorista en el periodo cuatro.

En el Excel (ver Apéndice C) se presentan los resultados del escenario utilizado para la validación del modelo, lo cuales permiten que este comportamiento se mantiene en los otros dos eslabones de la cadena de suministros.

Por otro lado, se tiene que con las validaciones realizadas se confirman que la formulación matemática y su implementación computacional en Python reproducen de manera adecuada el comportamiento esperado del sistema, proporcionando una base sólida y confiable para el análisis de resultados y la evaluación de escenarios.

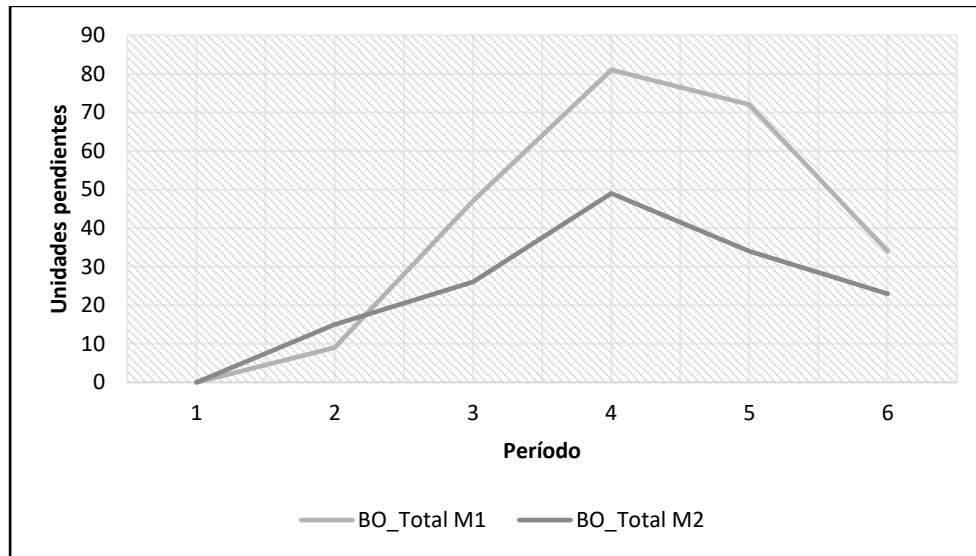
7.2. Modelo 2

La validación del segundo modelo se enfoca únicamente en verificar que el funcionamiento de la priorización de los minoristas en los centros de distribución sea la adecuada. Inicialmente, se toma el Excel (ver Apéndice D), en donde se observa que el segundo minorista definido como prioritario, presenta un menor nivel de pedidos pendientes y un nivel de servicio más estable en

comparación con el minorista 1. Este comportamiento se expone en la Figura 10, y es especialmente evidente en los periodos donde la disponibilidad del centro de distribución es limitada, lo cual confirma el efecto de la priorización implementada.

Figura 10.

Evolución de los pedidos pendientes por minorista bajo priorización por costo



El Excel (ver Apéndice D) presenta que, ante las restricciones de inventario, los pedidos pendientes generados en los centros de distribución recaen sobre el minorista 1, mientras que el minorista 2 no presenta faltantes. Esto confirma que el modelo asigna los faltantes en función del parámetro de priorización, protegiendo al minorista de mayor costo. En conjunto, los resultados confirman la correcta implementación de la política de priorización por costo en los centros de distribución.

7.3. Criterios de Validación

Las validaciones realizadas a cada modelo permiten concluir que la formulación matemática y su implementación computacional reproducen de manera correcta y consistente los modelos planteados previamente. En la Tabla 10 se evidencia el cumplimiento de los criterios, definidos al principio de esta sección garantiza que las decisiones de producción, pedido y

asignación de inventario se realizan bajo las restricciones físicas y temporales realistas propuestas, sin generar unidades artificiales ni afectar la disponibilidad de unidades del sistema.

En consecuencia, se considera que los modelos en el lenguaje de programación Python (ver Apéndice A y B) representan confiablemente el problema de estudio, lo cual fundamenta su uso en la siguiente etapa de la investigación.

Tabla 10.

Cumplimiento de los criterios de validación de los modelos

Criterio	Descripción	Evidencia	Modelo
C1	Balance de inventarios	Tabla 8	M1
C2	Desfase temporal	Tabla 9	M1
C3	Cotas de unidades servidas	Figura 7	M1
C4	Política PEPS	Figuras 8 y 9	M1
C5	Priorización por costo	Figura 10	M2

8. Experimentación

8.1. Generación de instancias sintéticas y diseño experimental

Dado que el objetivo de la investigación es analizar el comportamiento del modelo matemático y validar su coherencia lógica, se realiza la experimentación con instancias sintéticas y escenarios de prueba abstractos. Estos escenarios no buscan representar una situación real de las organizaciones, sino evaluar de manera controlada el desempeño del sistema ante variaciones en parámetros clave.

Los datos utilizados para estudiar el crecimiento del modelo y el impacto de la variación de los parámetros corresponden a valores seleccionados deliberadamente por el investigador, con

base en el estudio previo. Dichos datos se definen a partir de un escenario base con valores relativamente pequeños, con el fin de facilitar la interpretación de los resultados y evitar efectos de saturación del modelo. A partir de estos valores iniciales, se proponen incrementos progresivos en los parámetros analizados, según se presentará en las secciones posteriores, lo que permite observar de forma clara la respuesta del modelo ante cambios graduales y controlados.

No obstante, de manera complementaria a la experimentación principal, se realiza un análisis adicional en el cual se evalúa el comportamiento del modelo ante una demanda variable a lo largo del horizonte de planeación. En este caso, los valores de demanda se generan externamente mediante Excel a partir de una distribución normal, utilizando probabilidades acumuladas previamente definidas. Estas probabilidades representan distintos niveles de ocurrencia dentro de una misma distribución de demanda y permiten construir escenario de demanda baja, media y alta de forma controlada.

Para la generación de estos valores, por decisión del autor se considera una media de 20 unidades y una desviación estándar de 3 unidades, las cuales se transforman en valores concretos mediante la función inversa de la distribución seleccionada. Los datos obtenidos se utilizan como entrada para un único escenario de prueba con demanda variable por período. Esta experimentación complementaria no modifica la naturaleza determinística del modelo ni su formulación matemática, y tiene como objetivo observar el comportamiento del sistema ante variaciones temporales de la demanda, sin realizar inferencias estadísticas.

8.2. Crecimiento del modelo

Para evidenciar el crecimiento de los modelos, se realizó un experimento computacional aplicando ambos modelos formulados. En dicho escenario se mantuvo constante el número de

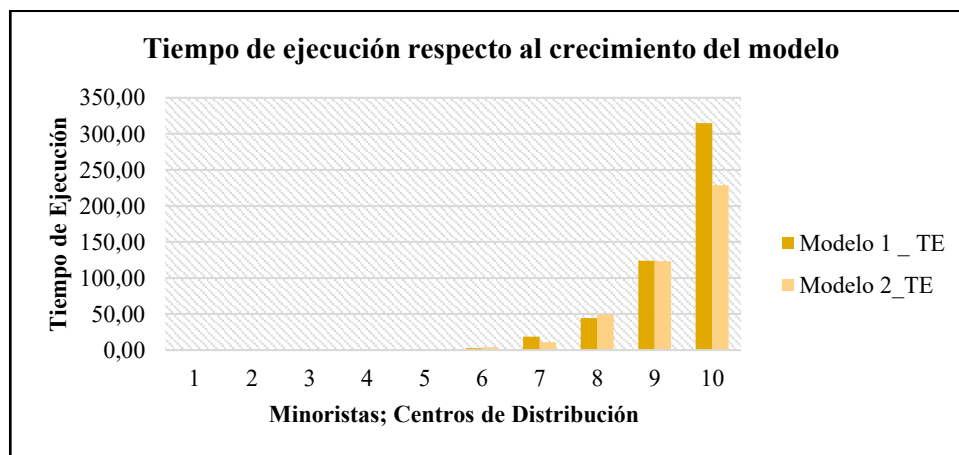
periodos y la antigüedad máxima de los pedidos pendientes, mientras que se incrementó progresivamente, en una unidad por escenario, el número de minoristas y centros de distribución.

Los tiempos de ejecución permiten estimar el esfuerzo computacional requerido por el sistema para obtener una solución óptima en función del tamaño de los datos de entrada. Como se observa en la Figura 11, a medida que aumenta la dimensión del problema, el tiempo de ejecución no crece proporcionalmente, sino que se incrementa de manera acelerada, lo que evidencia un comportamiento no lineal en la complejidad computacional de ambos modelos

Adicionalmente, se evidencia que el segundo modelo, el cual incorpora un mecanismo de priorización desde los centros de distribución hacia los minoristas, requiere menor esfuerzo computacional en comparación del primer modelo, especialmente en instancia de mayor tamaño. Este comportamiento sugiere que la estructura del segundo modelo presenta una mejor escalabilidad, lo que lo convierte en una alternativa más eficiente.

Figura 11.

Gráfico del tiempo de ejecución respecto al crecimiento de los modelos



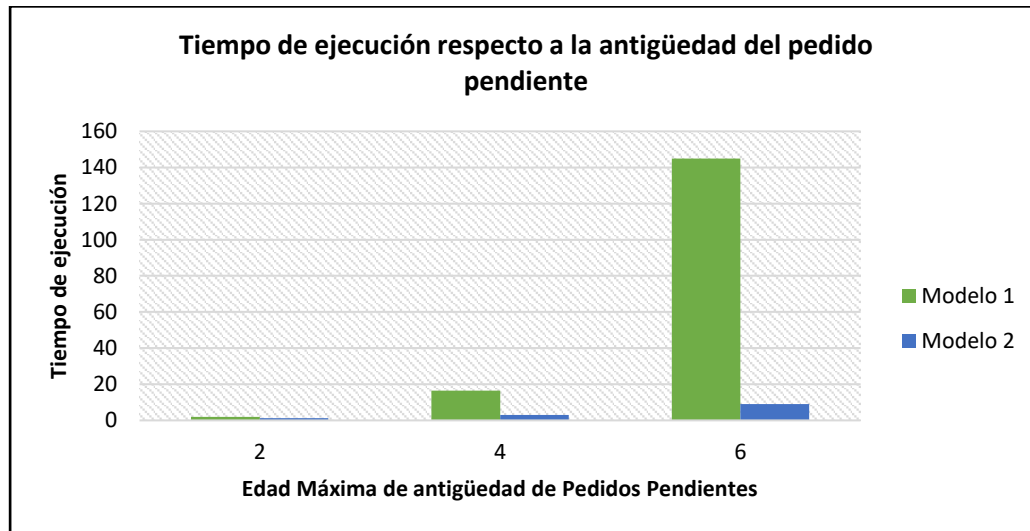
Este comportamiento se mantiene al variar la edad máxima de antigüedad de pedidos pendientes. Como se evidencia en la Figura 12, a medida que aumenta el valor de a , el tiempo de

ejecución del primer modelo se incrementa de manera considerable, lo que refleja un mayor esfuerzo computacional asociado al aumento del número de niveles de antigüedad considerados.

En contraste, el segundo modelo presenta un crecimiento mucho más moderado del tiempo de ejecución frente al incremento de la antigüedad máxima de los pedidos pendientes. Esto indica que el mecanismo de priorización incorporado en el segundo modelo contribuye a una mejor eficiencia computacional, permitiéndole escalar de forma más adecuada cuando se amplía el horizonte de envejecimiento de los pedidos pendientes.

Figura 12.

Gráfico del tiempo de ejecución respecto a los niveles de antigüedad del pedido pendiente



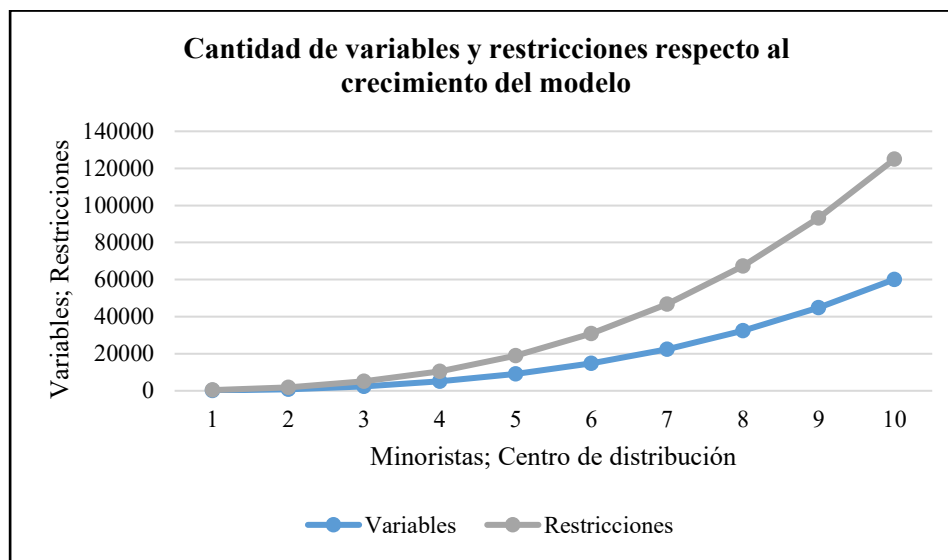
El tiempo de ejecución no es el único aspecto afectado por el aumento de las dimensiones del problema. El crecimiento del modelo también impacta de manera significativa la cantidad de variables y restricciones que se obtienen del sistema, tal como se muestra en la Figura 13. En dicha figura se observa que, a medida que aumenta el número de minoristas y centros de distribución, ambos componentes crecen de forma acelerada.

Cabe resaltar que la cantidad de variables y restricciones se mantiene igual para ambos modelos, dado que el segundo modelo no incorpora variables ni restricciones adicionales

respecto al primero, sino que introduce la priorización mediante la parametrización del modelo. Por lo tanto, las diferencias observadas en los tiempos de ejecución no se deben a un incremento en el tamaño estructural del modelo, sino a la forma en que cada modelo gestiona las decisiones internas.

Figura 13.

Gráfico de la cantidad de variables y restricciones respecto al crecimiento del modelo



8.3. Variación de parámetros y análisis de sensibilidad

8.3.1. *Diseño experimental*

Con el fin de analizar el comportamiento del sistema y evaluar la toma de decisiones bajo distintos escenarios, se definió un diseño experimental basado en la variación controlada de parámetros clave. El objetivo del diseño experimental es evaluar el impacto de la demanda y de los principales costos del sistema sobre el desempeño de la cadena de suministro, medido en términos de costo total y nivel de servicio, así como comparar el comportamiento de los Modelos 1 y 2.

Las variables por analizar corresponden a la demanda, el costo de mantener inventario, el costo de producir o pedir y el costo de pedidos pendientes. En cada experimento se modificó un

parámetro a la vez, manteniendo constantes los demás, con el fin de aislar su efecto individual sobre el desempeño del sistema. Los resultados fueron tabulados y representados gráficamente en Excel (ver Apéndice E).

Durante la experimentación se mantuvieron constantes la estructura de la red de suministro, las capacidades de almacenamiento, los tiempos de procesamiento, producción y transporte, los inventarios iniciales y el horizonte de planeación. El desempeño del sistema se evaluó a partir del costo total óptimo, la composición de los costos, el nivel de servicio y el comportamiento de los pedidos pendientes.

La comparación entre el Modelo 1 y el Modelo 2 no busca identificar un modelo superior, sino analizar cómo distintas políticas de atención y priorización afectan el equilibrio entre costo y nivel de servicio bajo condiciones controladas.

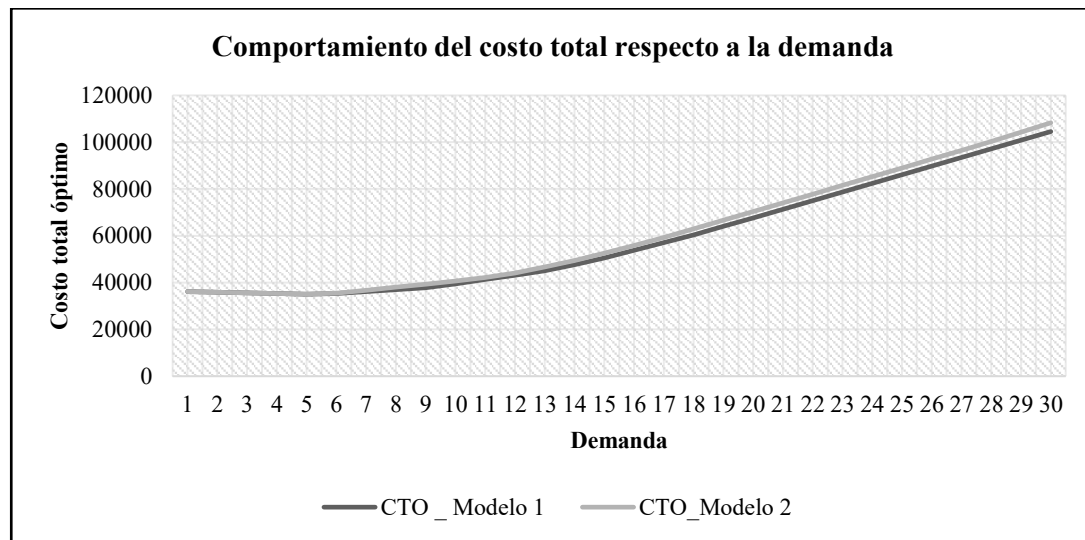
8.3.2. Experimentación sobre la demanda

El objetivo es analizar el impacto del incremento de la demanda sobre el costo total, el nivel de servicio y la generación de pedidos pendientes, así como evaluar el comportamiento de los Modelos 1 y 2 ante escenarios de presión creciente sobre el sistema.

Es por esto, que se evaluaron 30 escenarios, en los cuales la demanda aumentaba una unidad para cada uno de ellos y se mantuvo constante para los períodos. La Figura 14 muestra la evolución del costo óptimo en función del incremento para ambos modelos analizados. Se observa, que a medida que la demanda aumenta, el costo total crece, evidenciando una pendiente cada vez más pronunciada en niveles altos de demanda. Este comportamiento no lineal refleja una mayor acumulación de pedidos pendientes una vez el sistema alcanza sus límites operativos, lo que incrementa de manera significativa el costo asociado al incumplimiento.

Figura 14.

Gráfico de la evolución del costo total óptimo en función de la demanda

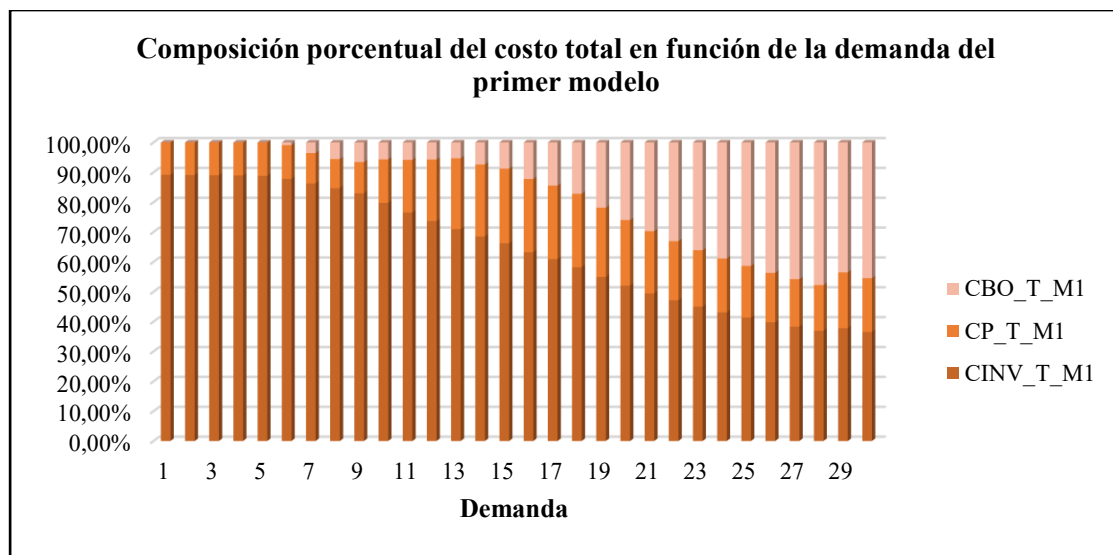


Asimismo, se evidencia que ambos modelos presentan un comportamiento similar en términos de tendencia; sin embargo, el Modelo 1 mantiene consistentemente un costo total ligeramente inferior al del Modelo 2 a lo largo de todo el rango de demanda analizado. Esta diferencia, aunque moderada, se acentúa a partir de niveles medios y altos de demanda, lo que sugiere que la incorporación del mecanismo de priorización en el Modelo 2 impacta en una pequeña proporción el costo total óptimo.

Por lo que, se ve necesario identificar cuál de los costos es el que más se afecta con el aumento de la demanda. La Figura 15 presenta la evolución de la composición porcentual del costo total del Modelo 1 a medida que se incrementa la demanda, diferenciando los costos asociados al inventario (CINV_T), la producción (CP_T) y los pedidos pendientes (CBO_T). Para niveles bajos de demanda, el costo total del sistema está dominado principalmente por el costo de inventario, mientras que el costo por pedidos pendientes es prácticamente nulo, lo que indica que el sistema cuenta con suficiente capacidad e inventario para satisfacer completamente la demanda.

Figura 15.

Gráfico de la composición porcentual del costo total del Modelo 1 en función de la demanda.

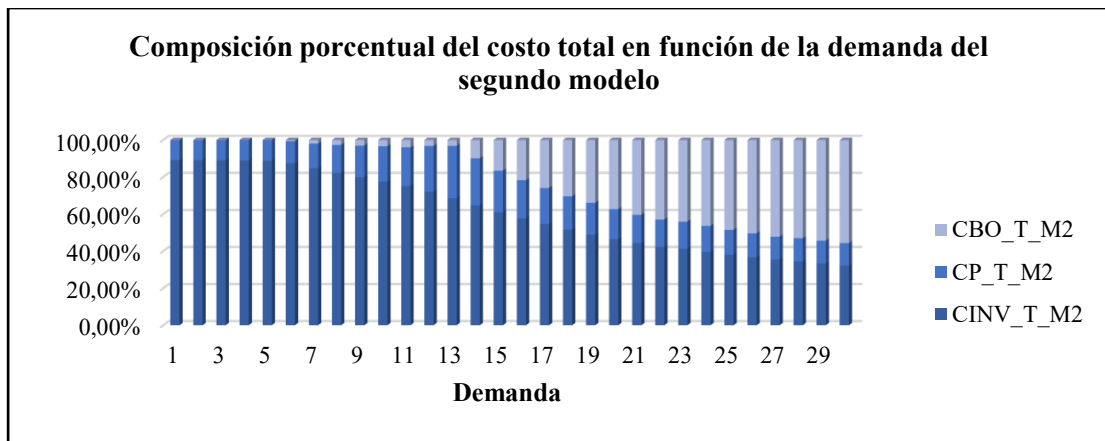


A medida que la demanda aumenta, se observa una reducción progresiva en la participación porcentual del costo de inventario, acompañada de un incremento significativo en la participación del costo por pedidos pendientes. Este comportamiento refleja la creciente dificultad del sistema para atender la totalidad de la demanda, lo que da lugar a la acumulación de pedidos pendientes y, en consecuencia, a un mayor impacto de este componente en la estructura del costo total. Por su parte, el costo de producción mantiene una participación relativamente estable a lo largo del rango de demanda analizado, mostrando una menor sensibilidad frente a las variaciones de la demanda.

Este comportamiento se mantiene en el Modelo 2, como se puede visualizar en la Figura 16. Con base a estos resultados, se concluye que el costo por faltantes es el componente más sensible al incremento de la demanda, ya que presenta el mayor crecimiento en su participación porcentual dentro del costo total.

Figura 16.

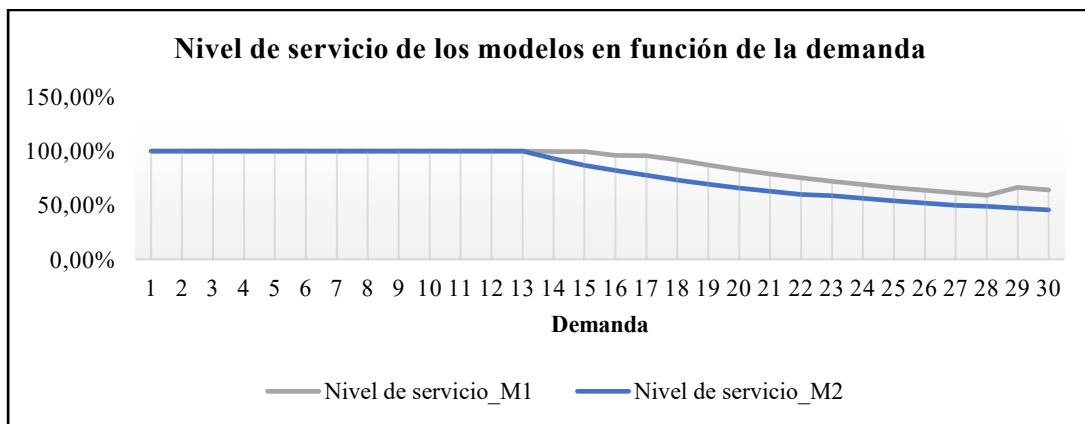
Gráfico de la composición porcentual del costo total del Modelo 2 en función de la demanda



No obstante, es necesario contrastar estos resultados con el nivel de servicio que se obtiene en el sistema, en donde se evidencia que, para niveles bajos de demanda -donde se obtiene un costo total mínimo- el sistema mantiene un nivel del servicio del 100%. Este comportamiento se conserva hasta una demanda determinada, la cual, como se puede evidenciar en la Figura 17, corresponde aproximadamente a un valor de demanda equivalente a 13. A partir de este punto, el nivel de servicio comienza a disminuir de manera progresiva conforme aumenta la demanda.

Figura 17.

Gráfico del nivel de servicio de los modelos en función de la demanda



Nota: La demanda total se fija de manera exógena para cada escenario de prueba, mientras que la demanda satisfecha es un resultado endógeno del modelo. El *fill rate* se obtiene como indicador de desempeño a partir del cociente entre ambas magnitudes.

Asimismo, al relacionar la variación porcentual de los componentes del costo con el comportamiento del nivel de servicio, se evidencia que el aumento significativo del costo por pedidos pendientes en escenarios de alta demanda está directamente asociado con la disminución del nivel de servicio observada en el sistema. En este contexto, a pesar de que el Modelo 2 incorpora un mecanismo de priorización desde el centro de distribución hacia los minoristas, el nivel de servicio se ve más afectado en comparación con el Modelo 1 para demandas superiores a un determinado umbral. Este resultado es consistente con la estructura del modelo, ya que la priorización favorece una asignación más eficiente de los recursos disponibles, lo que reduce el impacto del costo total, pero puede generar una mayor acumulación de pedidos pendientes en ciertos escenarios, afectando así el nivel de servicio global. No obstante, es importante resaltar que este comportamiento no es inherente ni fijo al Modelo 2, sino que depende de los datos de entrada del sistema.

Es por esto, que se concluye que el incremento del costo total óptimo por el aumento progresivo en la demanda se debe a que la cadena de suministro debe producir, transportar y almacenar un mayor volumen de unidades, lo que incrementa los costos. Adicionalmente, cuando la capacidad del sistema se ve tensionada, se incrementa la acumulación de demanda no satisfecha, afectando el nivel de servicio.

Es por esto por lo que la demanda se convierte en el parámetro crítico para la planificación de inventarios, por lo que, las decisiones relacionadas con la misma deben ser estratégicas de tal modo que eviten las congestiones operativas y pérdidas de servicio.

8.3.3. Experimentación de la variación temporal de la demanda

El objetivo de esta sección es analizar el comportamiento del modelo ante variaciones de la demanda a lo largo del horizonte de planeación, con el fin de evaluar su respuesta frente a patrones temporales de consumo. A diferencia de la experimentación principal, en la cual la demanda se mantiene constante durante todos los períodos y varía únicamente entre escenarios, en esta sección se realiza un análisis complementario en el que la demanda presenta variaciones entre períodos dentro de un mismo escenario. Para este propósito, los valores de demanda por período se generan como se menciona en la sección de generación de datos. En la Tabla 11 se muestran los datos de demanda.

Tabla 11.

Valores de demanda generados a partir de probabilidades acumuladas

Probabilidad Demanda	
0,10	16
0,25	18
0,40	19
0,60	21
0,80	23
0,95	25

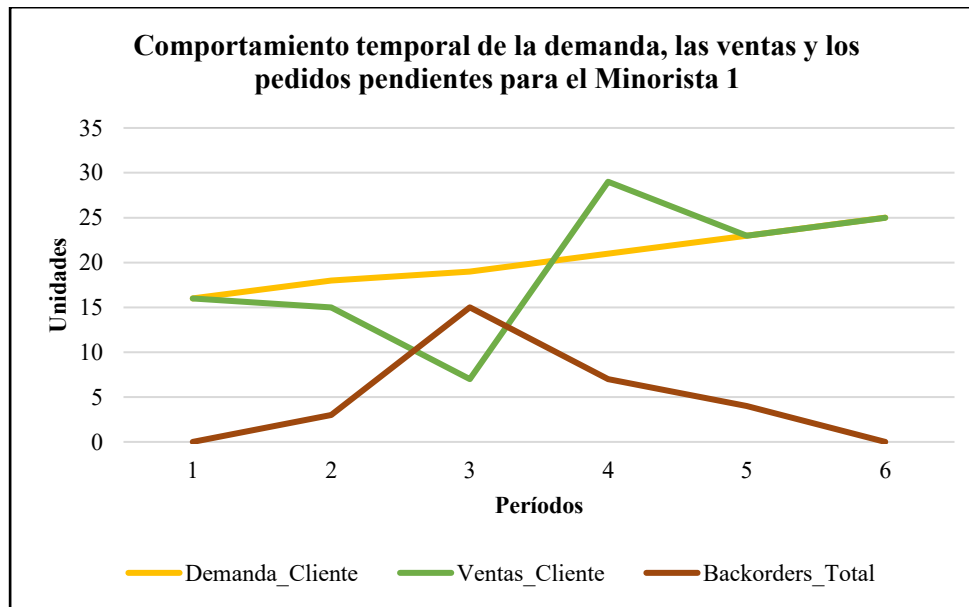
Nota. Los niveles de demanda presentados se derivan de una distribución normal generada en Excel y corresponden a valores discretizados según probabilidades acumuladas.

Es importante resaltar que esta variabilidad temporal no introduce estocasticidad en la formulación matemática, sino que corresponde a un conjunto de valores previamente definidos con el fin de observar el comportamiento del sistema ante fluctuaciones de la demanda en el tiempo. Durante este análisis, los costos y los tiempos asociados a los procesos de transporte,

producción y procesamiento se mantienen constantes, con el objetivo de aislar el efecto de la variación temporal de la demanda sobre el desempeño del modelo.

Figura 18.

Evolución de la demanda, las ventas y los pedidos pendientes a lo largo del horizonte de planeación para el primer minorista



Nota. Los picos observados en la figura corresponden a períodos de mayor presión sobre el sistema, en los cuales se incrementan tanto los pedidos pendientes como las unidades atendidas. Por su parte, las caídas abruptas en los pedidos pendientes reflejan la llegada de inventario desde el eslabón superior, mientras que, en el caso de las ventas, dichas caídas indican una disminución temporal en las unidades entregadas a los clientes.

La Figura 18 muestra la relación entre la demanda total, las ventas realizadas y los pedidos pendientes a lo largo del horizonte de planeación. Se observa que, en los períodos donde la demanda supera la capacidad disponible, la demanda no atendida se traduce en la generación de pedidos pendientes. Dichos pedidos se acumulan temporalmente y son posteriormente atendidos cuando el sistema recupera inventario mediante la llegada de unidades desde el centro de distribución, lo que conduce a su reducción progresiva. Adicionalmente, se verifica que el modelo

se mantiene estable ante la variación de la demanda y cumple con la restricción de no permitir pedidos pendientes al final del horizonte de planeación a pesar de su demanda variable, evidenciando un comportamiento dinámico coherente del modelo. Este patrón de comportamiento se mantiene en el segundo minorista y se puede visualizar en los resultados del Excel (ver Apéndice F).

8.3.4. Experimentación sobre el costo de mantener inventario

El propósito de esta experimentación es analizar cómo el costo de mantener inventario influye en las decisiones de almacenamiento, en la generación de pedidos pendientes y en el nivel de servicio del sistema, permitiendo evaluar el *trade-off* entre eficiencia económica y cumplimiento de la demanda.

Para ello, dicho parámetro se aumenta progresivamente en una unidad, desde 3 hasta 17 y la demanda se mantiene constante durante los períodos. En la Figura 19 se observa una relación creciente y aproximadamente lineal entre el costo de inventario y el costo total óptimo, lo que indica que el incremento en el costo de mantener inventario se traslada directamente a la función objetivo del modelo.

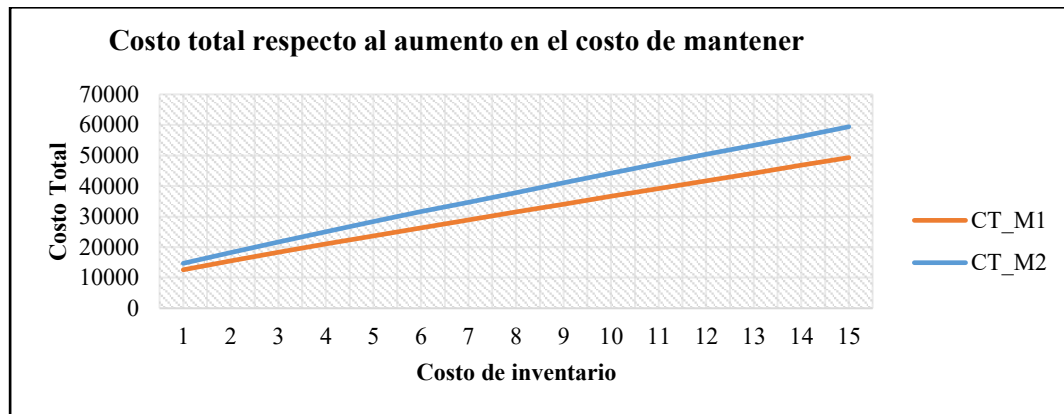
El aumento del costo de inventario induce al modelo a reducir los niveles de inventario para evitar costos de mantenimiento elevados. Esta decisión disminuye la capacidad del sistema para responder el crecimiento de la demanda, lo que a su vez genera un incremento en los pedidos pendientes, tal como se evidenció en el análisis previo.

Asimismo, se evidencia que el Modelo 2 presenta valores de costo total superiores a los del Modelo 1 para todo el rango de costos de inventario analizado. Esta diferencia se mantiene relativamente constante a lo largo del intervalo considerado, lo que sugiere que el mecanismo de

priorización incorporado en el Modelo 2 introduce un mayor costo operativo asociado a la forma en que se gestionan los recursos del sistema.

Figura 19.

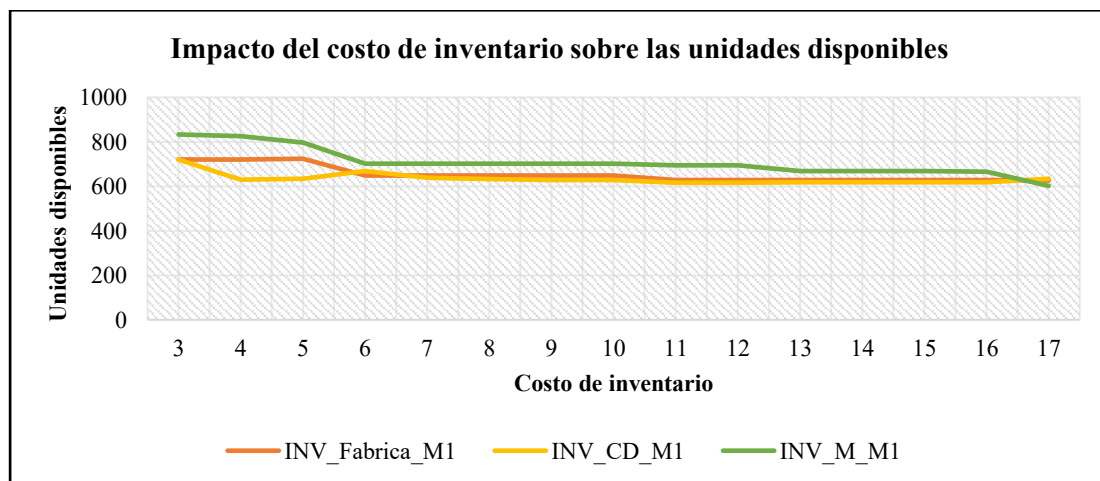
Gráfico del costo total respecto al aumento en el costo de mantener



En este sentido, resulta indispensable analizar cómo el aumento del costo de inventario afecta tanto la disponibilidad de unidades como la generación de pedidos a lo largo de la cadena de suministros. Teniendo en cuenta la Figura 20, se observa que el incremento en el costo de inventario induce a una disminución progresiva de las unidades disponibles en los distintos eslabones del sistema.

Figura 20.

Gráfico del impacto del costo de inventario sobre las unidades disponibles

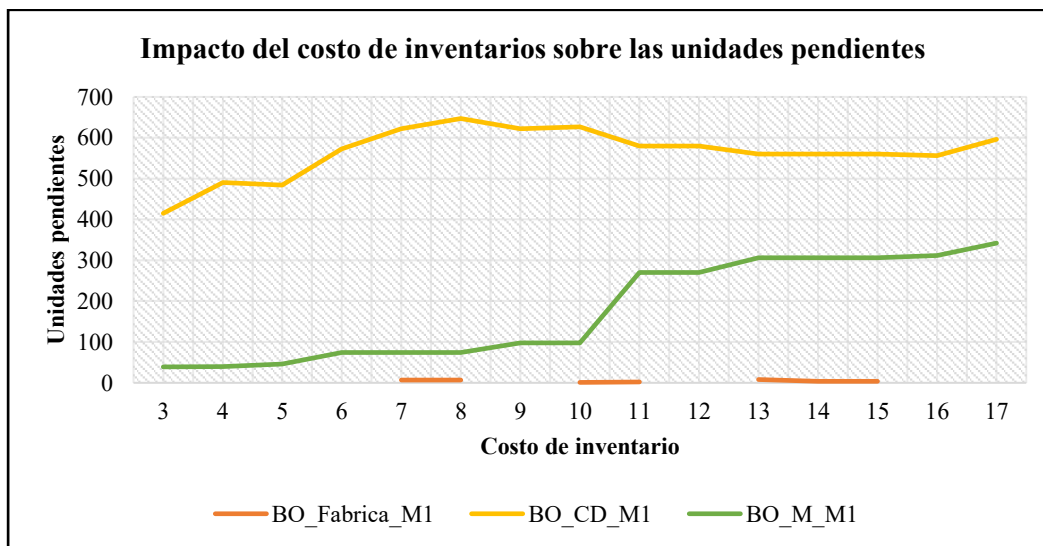


Esta reducción en la disponibilidad de inventario limita la capacidad del sistema para responder de manera eficiente al crecimiento de la demanda como se visualiza en la Figura 20, lo que se traduce en un aumento significativo de los pedidos pendientes, especialmente en los eslabones finales de la cadena. En particular, el minorista y el centro de distribución concentran la mayor parte de los pedidos pendientes a medida que el costo de inventario se incrementa, lo cual confirma que la política de reducción de inventarios adoptada por el modelo ante costos de mantenimiento elevados impacta directamente el nivel de servicio del sistema.

Este comportamiento no representa una falla del modelo, sino una decisión óptima desde el punto de vista económico. Ante un aumento en el costo de mantener inventario, el modelo reduce deliberadamente los niveles de stock y acepta un mayor volumen de pedidos pendientes, con el fin de minimizar el costo total del sistema.

Figura 21.

Gráfico del impacto del costo de inventario sobre las unidades pendientes



Este comportamiento también se observa en los gráficos que se muestran del Modelo 2 en Excel (ver Apéndice E). En dichos resultados se evidencia que el incremento del costo de inventario conduce igualmente a una reducción en la disponibilidad de unidades y a un aumento

de los pedidos pendientes, confirmando que la relación entre costo de inventario, inventarios disponibles y nivel de servicio se mantiene en ambos modelos.

En síntesis, la experimentación sobre el costo de mantener inventario demuestra que este parámetro incentiva al modelo a reducir los niveles de inventario, priorizando el flujo inmediato de unidades y, en algunos casos, aceptando mayores niveles de pedidos pendientes. Este comportamiento, modifica la política de inventarios, ya que desplaza los inventarios altos por tiempos de espera mayores para los clientes. Sin embargo, esto solo funciona con el Modelo 1 ya que el Modelo 2 incorpora una penalización al centro de distribución si el tiempo de espera del minorista es mayor. Este es el motivo por el cual se evidencian costos óptimos más altos en el Modelo 2.

Es por esto, que una política agresiva de reducción de inventarios puede disminuir costos, pero afecta el nivel de servicio de la cadena. Para evitar este comportamiento, es conveniente evaluar hasta qué punto es adecuado reducir los inventarios sin comprometer la satisfacción del cliente y esto, lo facilita el modelo.

8.3.5. Experimentación sobre el costo de producir/pedir

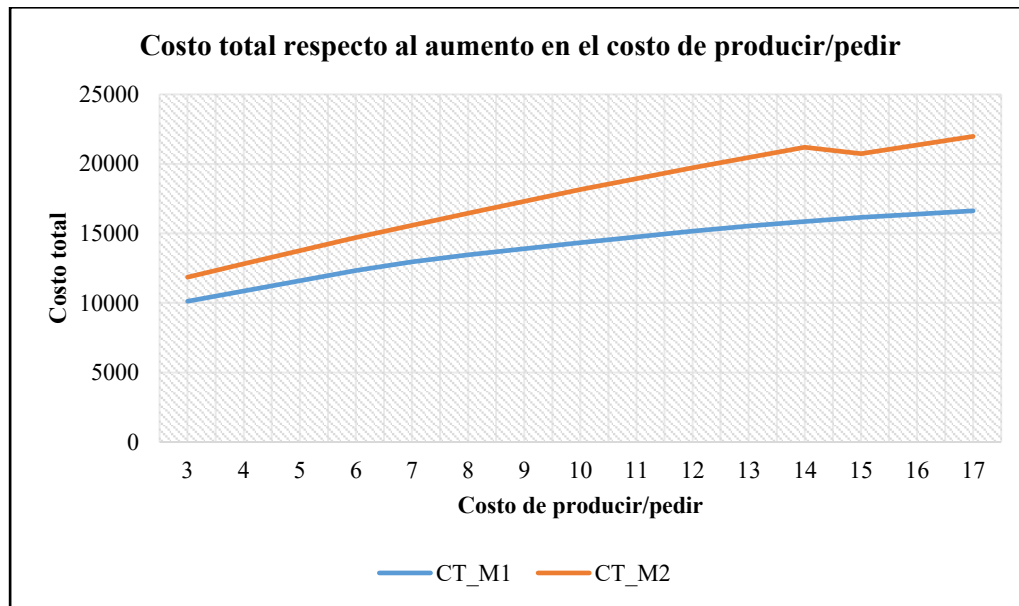
En esta experimentación se analiza el impacto del costo de producir o realizar pedidos sobre el desempeño del sistema, manteniendo constantes los demás parámetros y en especial la demanda se mantiene constante durante el horizonte de tiempo. El objetivo es evaluar cómo al variar el costo de producir en una unidad afecta las decisiones de reposición, el costo total y el nivel de servicio en ambos modelos.

El aumento de este parámetro asociado a la operación del sistema se traduce en un incremento directo del costo total, lo que evidencia que la función objetivo es sensible a las variaciones en el costo de producir o pedir. No obstante, este incremento no altera de manera

significativa la estructura operativa del sistema, ya que las decisiones óptimas mantienen un comportamiento similar a lo largo del rango analizado.

Figura 22.

Gráfico de costo total respecto al aumento en el costo de producir/pedir

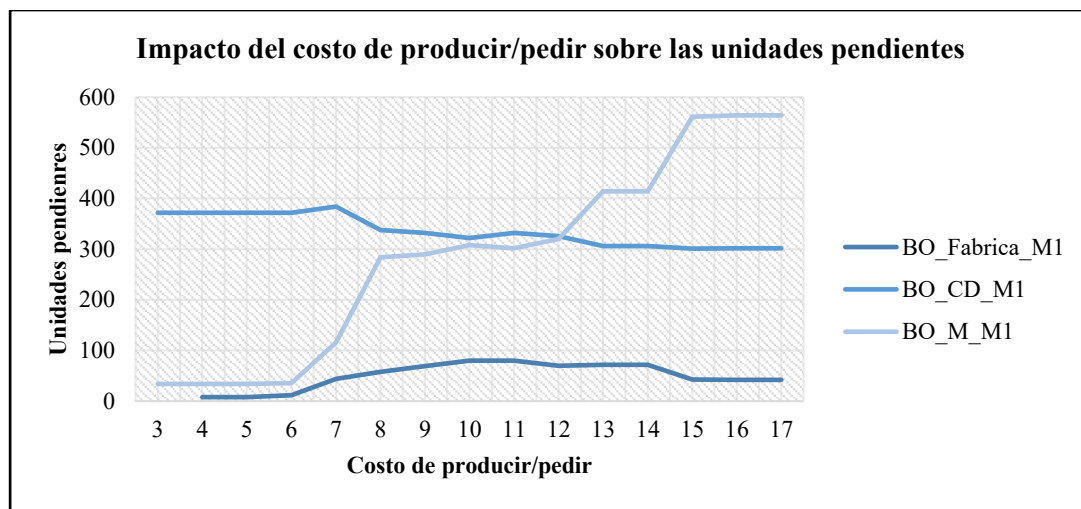


Asimismo, se observa que el impacto del costo de producir o pedir sobre el desempeño del sistema puede resultar relativamente estable en determinados escenarios, dependiendo de los datos de entrada considerados. Tal como se evidencia en la Figura 23, el incremento del costo de producir o pedir no genera variaciones proporcionales en la cantidad total de unidades pendientes en todos los eslabones de la cadena.

En particular, mientras que los pedidos pendientes en la fábrica y en el centro de distribución presentan cambios moderados e incluso tienden a estabilizarse a medida que el costo de producir o pedir aumenta, el minorista concentra el mayor incremento en las unidades pendientes. Este comportamiento indica que el aumento del costo de producir o pedir no altera de forma significativa la estructura operativa del sistema, sino que redistribuye el impacto de los pedidos pendientes hacia los eslabones finales de la cadena.

Figura 23.

Gráfico del impacto del costo de producir/pedir sobre las unidades pendientes



Este comportamiento demuestra que al aumenta el costo de producir o pedir, las decisiones que se afectan son principalmente las de la política de abastecimiento, específicamente en la frecuencia y el tamaño de los pedidos realizados en cada eslabón, ya que como se muestra en el modelo las unidades pedidas son una variable la cual decide el modelo para disminuir el costo.

A medida que el costo aumenta, el modelo favorece más a la reducción de la cantidad de unidades pedidas, a pesar de que esto implica mayores tiempos de espera para la atención de la demanda. Es por esto, que se evidencia en los gráficos que las unidades pendientes se estabilizan en un punto.

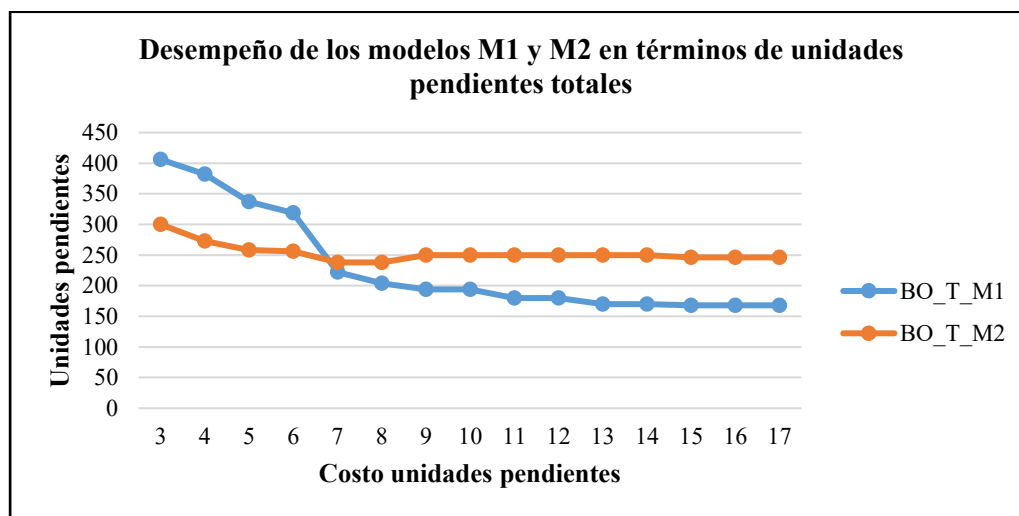
8.3.6. Experimentación sobre el costo de pedidos pendientes

Este escenario tiene como objetivo analizar cómo la variación del costo asociado a los pedidos pendientes influye en las decisiones del sistema, particularmente en el equilibrio entre inventario, nivel de servicio y costo total, y evaluar el rol de este parámetro como mecanismo de control del cumplimiento de la demanda.

Es por esto, que se varía el costo asociado a los pedidos pendientes, incrementándolo progresivamente una unidad desde un valor 3 hasta 17 y se mantiene constante la demanda para todos los períodos. A partir de los resultados obtenidos, se observa que el aumento del costo de los pedidos pendientes induce una disminución en la cantidad total de unidades pendientes a lo largo de la cadena de suministro, lo que refleja una respuesta directa del modelo ante la penalización del desabastecimiento.

Figura 24.

Gráfico de desempeño de los modelos M1 y M2 en términos de unidades pendientes totales



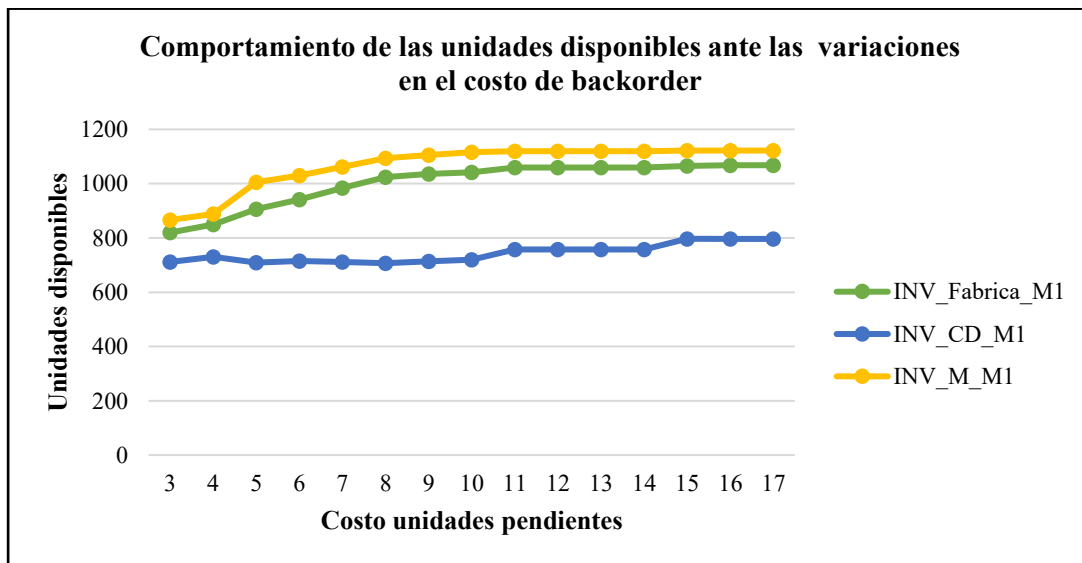
Como se evidencia en la Figura 24, ambos modelos ajustan sus decisiones para reducir la acumulación de pedidos pendientes a medida que este costo se incrementa. No obstante, el comportamiento difiere entre modelos: el Modelo 1 presenta una reducción más pronunciada en las unidades pendientes, mientras que el Modelo 2 alcanza un nivel de estabilización, manteniendo una cantidad relativamente constante de pedidos pendientes para valores altos del costo. Este resultado sugiere que el mecanismo de priorización incorporado en el Modelo 2 modula la forma en que se distribuyen los pedidos pendientes, evitando reducciones abruptas y manteniendo un

equilibrio entre costo total y nivel de servicio. En este sentido, el modelo responde de manera racional al modificar su política de atención para proteger el nivel de servicio.

Al relacionar la evolución de las unidades pendientes con el comportamiento de los niveles de inventario, se observa que el incremento del costo asociado a los pedidos pendientes no solo incentiva la reducción del desabastecimiento, sino que también induce un aumento progresivo en los niveles de inventario a lo largo de la cadena de suministro. Tal como se evidencia en la Figura 25, a medida que el costo de backorder aumenta, el modelo ajusta sus decisiones incrementando las unidades disponibles en la fábrica, el centro de distribución y el minorista, con el fin de evitar la penalización económica asociada a la acumulación de pedidos pendientes.

Figura 25.

Gráfico del comportamiento de las unidades disponibles ante variaciones en el costo de backorder



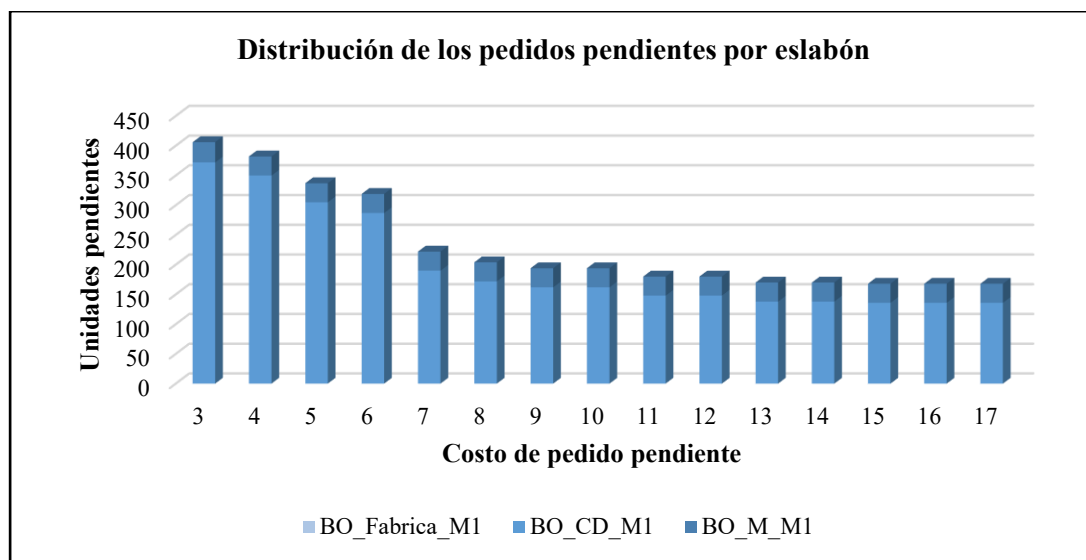
Este comportamiento es consistente con los resultados obtenidos previamente, donde se observó una disminución en la cantidad total de unidades pendientes al aumentar el costo de backorder. En particular, el incremento de los niveles de inventario en los eslabones finales de la cadena explica la reducción más pronunciada de los pedidos pendientes observada en la Figura 26,

ya que el sistema prioriza mantener mayor disponibilidad de producto para satisfacer la demanda de manera oportuna.

En conjunto, estos resultados confirman que el costo de los pedidos pendientes actúa como un mecanismo de control clave dentro del modelo, fortaleciendo el equilibrio entre mantener mayores niveles de inventario y reducir el desabastecimiento.

Figura 26.

Gráfico de distribución de los pedidos pendientes por eslabón



El aumento en el costo asociado a los pedidos pendientes genera una mayor penalización por mantener demanda insatisfecha dentro del sistema, lo que incentiva al modelo a priorizar la atención oportuna de la demanda, incluso si esto implica incrementar los niveles de inventario o realizar pedidos adicionales a los eslabones superiores. En consecuencia, el modelo reduce progresivamente la acumulación de pedidos pendientes y favorece estrategias orientadas a mejorar el nivel de servicio, ya que el costo de pedidos pendientes comienza a actuar como el mecanismo de control del nivel de servicio. Sin embargo, un costo elevado por pedidos pendientes impulsa al sistema a ofrecer mayores niveles de servicio, aunque a costa de un incremento en los costos operativos.

9. Conclusiones

En el presente trabajo se abordó el problema de gestión de inventarios multi-escalón con múltiples períodos y múltiples productos, considerando un horizonte de planeación finito y condiciones de demanda determinística y conocida. Para ello, se formularon e implementaron en el lenguaje de programación Python modelos de optimización que incorporan explícitamente la dinámica de los pedidos pendientes y su envejecimiento; así como los mecanismos de priorización tanto económica como bajo la política PEPS. Estos modelos permiten responder a las dos preguntas fundamentales de la gestión de inventarios: cuánto pedir y cuándo hacerlo en el horizonte de planeación, esto con el fin de obtener el costo óptimo del sistema.

Respecto al método de solución, se obtuvieron soluciones factibles debido a la linealidad de los modelos propuestos. No obstante, los tiempos de ejecución presentaron un comportamiento exponencial, consistente con el crecimiento del tamaño del problema lo cual representa un mayor esfuerzo computacional para la obtención de soluciones. Para la resolución de los modelos se empleó el solucionador CBC (Coin-or Branch and Cut)⁸, mediante la formulación de programación lineal entera mixta (MILP), lo cual permitió resolver instancias de tamaño moderado de manera eficiente.

En otro orden de ideas, se obtiene que los resultados obtenidos en este trabajo durante la experimentación son coherentes con lo planteado por (Nakashima et al., 2014), quienes evidencian la existencia de un compromiso entre el nivel de servicio y el costo del sistema, destacando el impacto de los pedidos pendientes. En particular, dicho estudio muestra que niveles de servicio

⁸ CBC (Coin-or Branch and Cut) es un algoritmo de optimización para resolver problemas de programación lineal entera mixta, que combina técnicas de branch and bound y cutting planes para encontrar soluciones óptimas de manera eficiente.

más altos reducen los pedidos pendientes, generando que se incrementen los costos de inventario. Sin embargo, (Nakashima et al., 2014) no analizan de manera explícita el impacto que tiene la demanda sobre la acumulación de pedidos pendientes cuando esta supera la capacidad del sistema, situación que como se evidencia en el estudio genera mayores penalizaciones asociadas al incumplimiento de la demanda. Por lo que, se demuestra que el parámetro crítico en la gestión de inventarios es la demanda, la cual influye en decisiones organizacionales de carácter táctico, tales como la planificación de cantidades a producir, abastecer y mantener en inventario a lo largo del horizonte de tiempo.

En lo referentes a los faltantes, se tiene que (Chen, 2017) incluye una penalización por los faltantes dentro de la función objetivo en un modelo de optimización para redes colaborativas. De manera consistente con esta investigación, debido a que se evidencia que la consideración explícita de los pedidos pendientes resulta fundamental para una adecuada evaluación del desempeño económico del sistema. Sin embargo, a diferencia de (Chen et al., 2017), este estudio profundiza en la dinámica de los pedidos pendientes al incorporar su envejecimiento y analizar su acumulación. Asimismo, permite confirmar que el modelo responde coherentemente a los incentivos económicos que maneja el sistema, priorizando la disponibilidad de inventario cuando el incumplimiento de la demanda resulta más costoso. Es por esto que una organización no debe manejar una política agresiva de reducción de inventarios para disminuir costos, ya que puede afectar el desplazamiento de las unidades y así afecta el nivel de servicio de toda la cadena.

En el caso de la política de priorización, (Karaman, 2017) considera la atención de los pedidos pendientes bajo una regla de despacho tipo PEPS, en la cual los faltantes se satisfacen siguiendo el orden de llegada. Este enfoque es consistente con la política que se implementa en los modelos, ya que en esta investigación los pedidos pendientes se gestionan mediante un esquema

de envejecimiento como se menciona anteriormente y se atienden siguiendo dicho mecanismo de despacho. Sin embargo, a diferencia de (Karaman, 2017), en la presente investigación el costo asociado a los pedidos pendientes aumenta a medida que estos envejecen, reflejando de forma explícita el impacto del tiempo de espera sobre el costo total del sistema, este comportamiento se mantiene para el primer modelo.

Mientras que, el segundo modelo maneja esta política únicamente en dos eslabones y adopta una priorización económica entre el centro de distribución y el minorista, el cual no constituye una regla estricta de priorización. En este enfoque, la importancia relativa de los minoristas se refleja mediante costos diferenciados asociados a los pedidos pendientes, permitiendo al optimizador evaluar el compromiso entre atender pedidos prioritarios y minimizar el costo total del sistema. En consecuencia, en escenarios donde los costos logísticos o productivos hacia clientes no prioritarios son significativamente menores, el modelo puede asignar inventario a estos clientes aun cuando existan pedidos prioritarios pendientes, si dicha decisión resulta globalmente más eficiente.

En conjunto, los resultados obtenidos demuestran que la incorporación de pedidos pendientes y esquemas de priorización permite capturar de forma más realista la complejidad de la gestión de inventarios en cadenas de suministro multi-escalón. Asimismo, se concluye que el desempeño del sistema no depende únicamente de la estructura del modelo, sino de la adecuada calibración de los parámetros de entrada, especialmente aquellos asociados a la demanda, los costos de inventario y los costos de pedidos pendientes.

10. Recomendaciones

La gestión de inventarios ha sido de gran relevancia para la cadena de suministro, ya que continuamente surgen nuevas problemáticas que dificultan la toma de decisiones. Estos desafíos

ya no se pueden resolver de manera simple o intuitiva, si no que requieren del apoyo de estudios especializados y de recursos computacionales que permitan analizar múltiples escenarios y seleccionar la alternativa más adecuada.

Como se menciona previamente, estos retos responden a situaciones reales que pueden ser representadas por modelos matemáticos, los cuales facilitan la toma de decisiones al proporcionar soluciones estructuradas y basadas en criterios de optimización. De modo que, los modelos quedan disponibles para realizar modificaciones y pruebas que aporten a la investigación.

Como línea de trabajo futuro, se sugiere analizar el modelo incorporando ventas pérdidas cuando no se logra satisfacer la demanda tras alcanzar un nivel máximo de antigüedad de los pedidos pendientes, o bien estableciendo capacidades limitadas de pedidos pendientes por eslabón. Asimismo, resulta pertinente extender el análisis hacia un enfoque estocástico que considere la probabilidad de que suceda alguna interrupción dentro de la cadena de suministro, esto permitirá que el modelo se acerque más a la situación real de las organizaciones.

También, se sugiere que estos modelos sean utilizados en empresas que gestionen múltiples productos y cuenten con una amplia base de clientes, de manera que sea posible observar el comportamiento de los pedidos pendientes. Asimismo, poder evidenciar de manera práctica el funcionamiento de las políticas PEPS y priorización de clientes por costo, y así como la adaptación del código a las necesidades de cada organización.

Adicionalmente, se recomienda extrapolar el modelo a lenguajes de programación especializados que permitan una resolución eficiente y escalable frente a escenarios de gran tamaño. Por otro lado, resulta conveniente complementar la experimentación con datos reales de una organización, lo cual facilitaría la calibración del modelo y validaría los resultados de este, frente al comportamiento real de la cadena de suministros.

Con esta integración, se abre la posibilidad de estudiar este tipo de modelos con técnicas de *machine learning*, con el fin de predecir los comportamientos dentro de la red de inventarios, tales como el comportamiento de demanda, los patrones de ventas pérdidas y la dinámica de pedidos pendientes, entre otros. Esto constituiría un avance hacia la construcción de sistemas de decisión inteligentes, que combinen la solidez de los modelos de optimización con la capacidad predictiva de la analítica de datos.

Referencias Bibliográficas

- Alizadeh, M., Eskandari, H., & Sajadifar, S. M. (2017). A simulation model to analyze an inventory system for deteriorating items with service level constraint. *International Journal of Industrial Engineering : Theory Applications and Practice*, 24(6), 587-603.
- Altendorfer, K. (2019). Effect of limited capacity on optimal planning parameters for a multi-item production system with setup times and advance demand information. *International Journal of Production Research*, 57(6), 1892-1913. <https://doi.org/10.1080/00207543.2018.1511925>
- Arslan, H., Graves, S. C., & Roemer, T. A. (2007). A single-product inventory model for multiple demand classes. *Management Science*, 53(9), 1486-1500. <https://doi.org/10.1287/mnsc.1070.0701>
- Ballou, R. H. (2004). *LOGÍSTICA. ADMINISTRACIÓN DE LA CADENA DE SUMINISTRO* (E. Quintanar Duarte, Ed.; 4.a ed.).
- Ben-Tal, A., Golany, B., & Shtern, S. (2009). Robust multi-echelon multi-period inventory control. *European Journal of Operational Research*, 199(3), 922-935. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2009.01.058>
- Berling, P., & Farvid, M. (2014). Lead-time investigation and estimation in divergent supply chains. *International Journal of Production Economics*, 157(1), 177-189. <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2014.04.030>
- Berling, P., & Marklund, J. (2014). Multi-echelon inventory control: An adjusted normal demand model for implementation in practice. *International Journal of Production Research*, 52(11), 3331-3347. <https://doi.org/10.1080/00207543.2013.873555>

- Chen, L., Luo, W., & Shang, K. (2017). Measuring the bullwhip effect: Discrepancy and alignment between information and material flows. *Manufacturing and Service Operations Management*, 19(1), 36-51. <https://doi.org/10.1287/msom.2016.0590>
- Chen, L.-T. (2017). Buyer-supplier relationship and optimisation model in a dynamic collaborative network with shortages allowed. *International Journal of Computer Integrated Manufacturing*, 30(7), 755-767. <https://doi.org/10.1080/0951192X.2015.1067919>
- Chopra, S., & Meindl, P. (s. f.). *SUPPLY CHAIN MANAGEMENT. Strategy, Planning and Operation* (5.a ed.).
- Corlu, C. G., Biller, B., & Tayur, S. (2019). Driving inventory system simulations with limited demand data: Insights from the newsvendor problem. *Journal of Simulation*, 13(2), 152-162. <https://doi.org/10.1080/17477778.2018.1488935>
- Darío, F., Camargo, G., Patricia, E., & Coronel, M. (2024). *Solución al problema de VMI para un sistema de un vendedor y múltiples minoristas con transferencia de inventario entre minoristas bajo demanda determinística*.
- De Santis, R. B., De Aguiar, E. P., & Goliatt, L. (2017). Predicting material backorders in inventory management using machine learning. *2017 IEEE Latin American Conference on Computational Intelligence, LA-CCI 2017 - Proceedings, 2017-Novem*, 1-6. <https://doi.org/10.1109/LA-CCI.2017.8285684>
- Deshpande, V., Cohen, M. A., & Donohue, K. (2003a). A threshold inventory rationing policy for service-differentiated demand classes. *Management Science*, 49(6), 683-703. <https://doi.org/10.1287/mnsc.49.6.683.16022>

- Deshpande, V., Cohen, M. A., & Donohue, K. (2003b). A threshold inventory rationing policy for service-differentiated demand classes. *Management Science*, 49(6), 683-703. <https://doi.org/10.1287/mnsc.49.6.683.16022>
- Ech-Cheikh, H., Elhaq, S. L., Rachid, A., & Douraid, A. (2014). Simulating demand uncertainty and inventory control variability of multi-echelon distribution supply chain. *Proceedings of 2nd IEEE International Conference on Logistics Operations Management, GOL 2014*, 27-34. <https://doi.org/10.1109/GOL.2014.6887443>
- Escalona, P., Ordóñez, F., & Iturrieta, E. (2017). Convex backorders of a rationing inventory policy with two different demand classes. *RAIRO - Operations Research*, 51(2), 359-373. <https://doi.org/10.1051/ro/2016029>
- Espejo Gonzáles, M. (2022). *Gestión de Inventario. Métodos Cuantitativos* (N. Gibert, Ed.; 2.a ed.). Sergi FLamarique.
- Fadiloğlu, M. M., & Bulut, Ö. (2010). A dynamic rationing policy for continuous-review inventory systems. *European Journal of Operational Research*, 202(3), 675-685. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2009.05.043>
- Gailan Qasem, A., Aqlan, F., Shamsan, A., & Alhendi, M. (2023). A simulation-optimisation approach for production control strategies in perishable food supply chains. *Journal of Simulation*, 17(2), 211-227. <https://doi.org/10.1080/17477778.2021.1991850>
- Ghosh, S., Piplani, R., & Viswanathan, S. (2015). A new two-bin policy for inventory systems with differentiated demand classes. *Production and Operations Management*, 24(5), 840-850. <https://doi.org/10.1111/poms.12299>
- Guerrero Salas, H. (2018). *Inventarios. Manejo y Control* (Ecoe Ediciones). Bogotá, Colombia.

- Hajipour Machiani, N., Taleizadeh, A. A., Toloo, M., & Abedsoltan, H. (2025). Designing a new sustainable healthcare network considering the COVID-19 pandemic: Artificial intelligence-based solutions. *Expert Systems with Applications*, 260. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2024.125357>
- Heizer, J., & Render, B. (2017). *Dirección de la producción y de operaciones: decisiones tácticas*. (Pearson Educación, Ed.; 11.a ed.).
- Hillier, F. S., & Lieberman, G. J. (2015). *INTRODUCCIÓN A LA INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES*.
- Huh, W. T., Janakiraman, G., & Nagarajan, M. (2016). Capacitated multiechelon inventory systems: Policies and bounds. *Manufacturing and Service Operations Management*, 18(4), 570-584. <https://doi.org/10.1287/msom.2016.0588>
- Karaman, A. S. (2017). Approximate evaluation of continuous review (R,Q) policies in two-echelon inventory systems with stochastic transportation times. *Kybernetika*, 53(3), 461-479. <https://doi.org/10.14736/kyb-2017-3-0461>
- Kumar, M., Kumar, R. S., & Saha, A. K. (2022). Continuous review inventory system for intuitionistic fuzzy random demand under service level constraint. *Sadhana - Academy Proceedings in Engineering Sciences*, 47(2). <https://doi.org/10.1007/s12046-022-01869-4>
- La Londe, B. J., & Masters, J. M. (1994). *Emerging Logistics Startegies: Blueprints for the Next Century*.
- Larsen, C., & Thorstenson, A. (2014). The order and volume fill rates in inventory control systems. *International Journal of Production Economics*, 147(PART A), 13-19. <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2012.07.021>

- Li, M., Wang, Z., & Chen, H. (2017). A Robust Reorder-Time/Order-Quantity Policy under Invisible Stock Loss. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 47(12), 3102-3116. <https://doi.org/10.1109/TSMC.2016.2560698>
- López-Campos, M., Escalona, P., Angulo, A., Recabarren, F., & Stegmaier, R. (2024). On the Number of Customer Classes in a Single-Period Inventory System. *Mathematics*, 12(10). <https://doi.org/10.3390/math12101509>
- Maitra, S., & Kundu, S. (2023). Backorder Prediction in Inventory Management: Classification Techniques and Cost Considerations. *27th International Computer Science and Engineering Conference 2023, ICSEC 2023*, 1-8. <https://doi.org/10.1109/ICSEC59635.2023.10329654>
- Melchiors, P., Dekker, R., Kleijn, M. J., Melchiorsl, P., Dekker2, R., & Kleijn2, M. J. (2000). Inventory Rationing in an (s, Q) Inventory Model with Lost Sales and Two Demand Classes. En *Source: The Journal of the Operational Research Society* (Vol. 51, Número 1).
- Nahmias, S., & Demmy, W. S. (1981). OPERATING CHARACTERISTICS OF AN INVENTORY SYSTEM WITH RATIONING. *Management Science*, 27(11), 1236-1245. <https://doi.org/10.1287/mnsc.27.11.1236>
- Nakashima, K., Sornmanapong, T., Ehm, H., & Yachi, G. (2014). Stochastic inventory control systems with consideration for the cost factors based on EBIT. *International Journal of Supply Chain Management*, 3(3), 68-74.
- Osman, M. F. S. (2020). Simulation modeling for inventory planning and control in maintenance systems using lot-for-lot reordering strategy. *IEEE International Conference on Industrial Engineering and Engineering Management*, 2020-Decem, 1334-1338. <https://doi.org/10.1109/IEEM45057.2020.9309788>

- Özen, U. (2024). Cooperation in spare parts systems with penalty cost per unit backlogged. *International Journal of Production Economics*, 270. <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2024.109190>
- Pan, S., Nigrelli, M., Ballot, E., Sarraj, R., & Yang, Y. (2015). Perspectives of inventory control models in the Physical Internet: A simulation study. *Computers and Industrial Engineering*, 84, 122-132. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2014.11.027>
- Poches Corredor, C. A., & Tarazona Orduz, N. A. (2020). *Modelo de inventario multiperiodo para una red de distribucion multiescalon y multi-tem.*
- Roy, D., & Srinivasa Raghavan, N. R. (2014). A constrained Nash bargaining approach to the stock rationing problem in multi-echelon supply chains. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 72(5-8), 571-587. <https://doi.org/10.1007/s00170-014-5639-4>
- Saeed Osman, M. F. (2022). Modeling and simulation for inventory management of repairable items in maintenance systems. *Simulation*, 98(11), 1013-1037. <https://doi.org/10.1177/00375497221099549>
- Sarmiento, E. E. C. (2020). *Solución a un modelo de optimización para la gestión de inventario y ruteo de vehículos de dos escalones con transbordos laterales (2E-IRPT) a través de una metaheurística híbrida.*
- Sbai, N., & Berrado, A. (2018). A literature review on multi-echelon inventory management: The case of pharmaceutical supply chain. *MATEC Web of Conferences*, 200. <https://doi.org/10.1051/matecconf/201820000013>
- Schroeder, R. G., Meyer Goldstein, S., & Rungtusanatham, M. J. (s. f.). *Administración de operaciones. Conceptos y casos contemporáneos.*

- Setiawan, R. (2016). A game theory approach in vendor-buyer probabilistic inventory system with imperfect quality, inspection error, minimum service level constraint and partial backordering. *Far East Journal of Mathematical Sciences*, 100(10), 1695-1704.
<https://doi.org/10.17654/MS100101695>
- Setiawan, R., Salmah, Widodo, Endrayanto, I., & Indarsih. (2021). Analysis of the Single-Vendor-Multi-Buyer Inventory Model for Imperfect Quality with Controllable Lead Time. *IAENG International Journal of Applied Mathematics*, 51(3), 1-10.
- Shen, X., Bao, L., Yu, Y., & Hua, Z. (2019). Managing Supply Chains with Expediting and Multiple Demand Classes. *Production and Operations Management*, 28(5), 1129-1148.
<https://doi.org/10.1111/poms.12974>
- Simchi-Levi, D., Kaminsky, P., & Simchi-Levi, E. (2008). *Design and Managing The Supply Chain Concepts Strategies and Case Studies* (McGraw-Hill, Ed.).
- Soni, H. N., & Patel, K. A. (2014). Optimal policies for vendor-buyer inventory system involving defective items with variable lead time and service level constraint. *International Journal of Mathematics in Operational Research*, 6(3), 316-343.
<https://doi.org/10.1504/IJMOR.2014.060851>
- Srivastav, A., & Agrawal, S. (2018). Multi-objective optimization of slow moving inventory system using cuckoo search. *Intelligent Automation and Soft Computing*, 24(2), 344-349.
<https://doi.org/10.1080/10798587.2017.1293891>
- Srivastav, A., & Agrawal, S. (2020). Multi-objective optimization of mixture inventory system experiencing order crossover. *Annals of Operations Research*, 290(1-2), 943-960.
<https://doi.org/10.1007/s10479-017-2744-4>

- Sudhir, J., Daniel, R., & Rajendran, C. (2005). *A simulation-based genetic algorithm for inventory optimization in a serial supply chain*.
- Taha, H. A. (2012). *INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES* (G. López Ballesteros, Ed.; 9.a ed.). PEARSON EDUCACIÓN.
- Taleizadeh, A. A. (2018). A constrained integrated imperfect manufacturing-inventory system with preventive maintenance and partial backordering. *Annals of Operations Research*, 261(1-2), 303-337. <https://doi.org/10.1007/s10479-017-2563-7>
- Taleizadeh, A. A., Askari, R., & Konstantaras, I. (2022). An optimization model for a manufacturing-inventory system with rework process based on failure severity under multiple constraints. *Neural Computing and Applications*, 34(6), 4221-4264. <https://doi.org/10.1007/s00521-021-06513-6>
- Taleizadeh, A. A., Soleymanfar, V. R., & Govindan, K. (2018). Sustainable economic production quantity models for inventory systems with shortage. *Journal of Cleaner Production*, 174, 1011-1020. <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2017.10.222>
- Topkis, D. M. (1968). Optimal Ordering and Rationing Policies in a Nonstationary Dynamic Inventory Model with n Demand Classes. *Management Science*, 15(3), 160-176. <https://doi.org/10.1287/mnsc.15.3.160>
- Vaez-Alaei, M., Atashbar, N. Z., Baboli, A., & Tonadre, R. (2018). Target stock level and fill rate optimization for worldwide spare parts inventory management: A case study in business aircraft industry. *2018 IEEE International Conference on Technology Management, Operations and Decisions, ICTMOD 2018*, 282-287. <https://doi.org/10.1109/ITMC.2018.8691215>

- van Donselaar, K., Broekmeulen, R., & de Kok, T. (2021). Heuristics for setting reorder levels in periodic review inventory systems with an aggregate service constraint. *International Journal of Production Economics*, 237. <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2021.108137>
- Veinott, A. F. (1965). Optimal Policy in a Dynamic, Single Product, Nonstationary Inventory Model with Several Demand Classes. *Operations Research*, 13(5), 761-778. <https://doi.org/10.1287/opre.13.5.761>
- Vicil, O. (2022). Cost optimization in the (S- 1 , S) backorder inventory model with two demand classes and rationing. *Flexible Services and Manufacturing Journal*, 34(1), 101-124. <https://doi.org/10.1007/s10696-021-09418-7>
- Wanke, P., Alvarenga, H., Correa, H., Hadi-Vencheh, A., & Azad, M. A. K. (2017). Fuzzy inference systems and inventory allocation decisions: Exploring the impact of priority rules on total costs and service levels. *Expert Systems with Applications*, 85, 182-193. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2017.05.043>
- Waters, D. (2003). *Inventory Control and Management* (Segunda). Wiley Editorial Offices.
- Wei, L., Jasin, S., & Xin, L. (2021). On a deterministic approximation of inventory systems with sequential service-level constraints. *Operations Research*, 69(4), 1057-1076. <https://doi.org/10.1287/opre.2020.2083>
- Winston, W. L. (1987). *Operations Research. Applications and Algorithms* (THOMSON).
- Xanthopoulos, A. S., Kiatipis, A., Koulouriotis, D. E., & Stieger, S. (2017). Reinforcement Learning-Based and Parametric Production-Maintenance Control Policies for a Deteriorating Manufacturing System. *IEEE Access*, 6, 576-588. <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2017.2771827>