

EFFECTOS DEL CAMBIO DE ESCALA EN EL ANÁLISIS DE  
GRÁFICOS CON NIÑOS DE SEXTO GRADO

MARIANA LISSET GÓMEZ RAMÍREZ  
CAROLINA PADILLA SUÁREZ

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER  
ESCUELA DE MATEMÁTICAS  
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS  
BUCARAMANGA

2007

EFFECTOS DEL CAMBIO DE ESCALA EN EL ANÁLISIS DE  
GRÁFICOS DE NIÑOS DE SEXTO GRADO

MARIANA LISSET GÓMEZ RAMÍREZ  
CAROLINA PADILLA SUÁREZ

Trabajo de Grado para optar al título de  
Licenciada en Matemáticas

DIRECTOR:  
Ph.D. GABRIEL YÁÑEZ CANAL

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER  
ESCUELA DE MATEMÁTICAS  
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS  
BUCARAMANGA

2007

## AGRADECIMIENTOS

En esta página queremos hacer un reconocimiento a las personas sin cuyo apoyo no hubiera podido llevar a cabo esta investigación.

En primer lugar a nuestras familias por su amor, comprensión, ayuda, confianza y palabras de aliento.

Al profesor Gabriel Yáñez Canal, sin cuyas aportaciones no hubiese sido posible la realización de este trabajo,

A la profesora María Eugenia Padilla Suárez por su confianza y oportuna colaboración,

A Valentina, Andrea, Silvia, Juan, Javier, Luis y Joan por ser protagonistas de esta investigación,

Al colegio Instituto Caldas por abrirnos con agrado y confianza las puertas para la realización de esta investigación,

A los profesores de Licenciatura en matemáticas por contribuir a nuestra formación profesional,

Y a todas aquellas personas que de algún modo nos colaboraron en la realización de esta experiencia.

1. TITULO: Efectos del cambio de escala en el análisis de gráficos con niños de sexto grado.\*
2. AUTORES: Mariana Lisset Gómez Ramírez  
Carolina Padilla Suárez\*\*
3. PALABRAS CLAVES: Interpretación de gráficos  
Cambio de escala  
Niveles de comprensión de gráficos  
Estadística  
Situaciones problema

#### DESCRIPCIÓN O CONTENIDO

Esta investigación se enfoco en los efectos que produce el cambio de escala en el análisis de gráficos con estudiantes de sexto grado, utilizando como estrategia de investigación los niveles de comprensión de gráficos propuestos por Curcio.

Este trabajo está orientado para: Reconocer la importancia que tiene la variación de escala en el análisis de gráficos e identificar las dificultades que presentan los estudiantes en la interpretación de datos a partir de gráficos y determinar en qué nivel de comprensión de gráficos se encuentran.

Esta investigación se desarrollo a través del planteamiento de situaciones problema que les permitió a los estudiantes organizar, analizar, interpretar e intercambiar información para formular conclusiones y soluciones prácticas al problema presentado.

Con las situaciones planteadas, se logró el análisis de diversas interpretaciones obtenidas a partir de los gráficos, el cual representaban la misma información pero, en diferentes escalas.

Los alumnos lograron desarrollar habilidad para analizar, agrupar, describir y clasificar información e interpretar y comprender gráficos.

Este trabajo sugiere un aporte significativo en la enseñanza del análisis e interpretación de gráficos. Los resultados de esta investigación explican y confirman cómo se debe analizar los gráficos a partir del cambio de escala y los niveles de comprensión propuestos por Curcio.

---

\* Trabajo de Grado

\*\* Facultad de Ciencias. Licenciatura en Matemáticas. Ph.D. Gabriel Yáñez Canal

1. TITLE: Effects of the scale change in the analysis of graphics with children of sixth grade\*

2. AUTHORS: Mariana Lisset Gómez Ramírez  
Carolina Padilla Suárez\*\*

3. KEY WORDS: Interpretation of graphics  
Change scale  
Levels of understanding of graphics  
Statistic  
Problem situations

#### DESCRIPTION OR CONTENT

This investigation was focused in the effects that the scale change produces in the analysis of graphics with students of sixth grade, using as investigation strategy the levels of understanding of graphics proposed by Curcio.

This work is guided to recognize the importance that the scale variation has in the analysis of graphics and to identify the difficulties that the students present in the interpretation of data starting from graphics and to determine in what level of understanding of graphics they are.

This investigation was developed through the proposal of problem situations that allowed to the students to organize, to analyze, to interpret and to exchange information to formulate conclusions and practical solutions to the presented problem.

With the outlined situations, the analysis of diverse interpretations was achieved starting from the graphics, which they represented the same information but, in different scales.

The students were able to develop ability to analyze, to group, to describe and to classify information and to interpret and to understand graphics.

This work suggests a significant contribution in the teaching of the analysis and interpretation of graphics. The results of this investigation explain and they confirm how the graphics should be analyzed starting from the scale change and the levels of understanding proposed by Curcio.

---

\* Grade work

\*\* Faculty of Sciences. Licenciante in Mathematics. Ph.D. Gabriel Yáñez Canal

# ÍNDICE

PRESENTACIÓN	3
CAPITULO I: MARCO DE REFERENCIA	7
1.1 Resolución de problemas	8
1.2 Estudios sobre didáctica de la estadística	10
1.3 Representación gráfica	14
1.4 Análisis exploratorio de datos: un ejemplo interesante en la enseñanza de la estadística	15
1.5 ¡Salven la merluza!	20
CAPÍTULO II: ESTUDIO DE LAS CONCEPCIONES PREVIAS DE LOS ESTUDIANTES	22
2.1 Prueba diagnóstica I	23
2.1.1 Diseño y elaboración de la prueba	23
2.1.2 Aspectos generales del desarrollo de la actividad	25
2.1.3 Análisis de la prueba	26
2.1.4 Conclusiones de la prueba diagnóstica I	30
2.2 Prueba diagnóstica II	31
2.2.1 Diseño y elaboración de la prueba	31
2.2.2 Aspectos generales del desarrollo de la actividad	33
2.2.3 Análisis de la prueba	34
2.2.4 Conclusiones de la prueba diagnóstica II	37

CAPÍTULO III: DISEÑO DE LA INVESTIGACIÓN	38
3.1 Taller I	39
3.1.1 Diseño y elaboración del taller	39
3.2 Taller II	42
3.2.1 Diseño y elaboración del taller	42
3.3 Caracterización de las preguntas	44
3.4 Aspectos generales del desarrollo de los talleres	49
CAPÍTULO IV: ANÁLISIS DE LAS RESPUESTAS	50
4.1 Leer los datos	51
4.2 Leer dentro de los datos	57
4.3 Leer más allá de los datos	64
4.4 Cambio de escala	66
CAPÍTULO V: CONCLUSIONES	69
REFERENCIAS	74
ANEXOS	79
Anexo 1: Prueba diagnóstica I	80
Anexo 2: Prueba diagnóstica II	81
Anexo 3: Taller I	82
Anexo 4: Taller II (parte 1)	84
Anexo 5: Taller II (parte 2)	87

## PRESENTACIÓN

Actualmente la estadística se ha incorporado, en forma generalizada, al currículo de matemáticas de la enseñanza primaria y secundaria, por esta razón el interés hacia la enseñanza de la estadística ha sido frecuentemente señalada por diversos autores. Por ejemplo Holmes (1980), citado por Batanero (2000) considera la estadística como parte de la educación general “deseable para los futuros ciudadanos adultos”, quienes precisan adquirir la capacidad de lectura e interpretación de tablas y gráficos estadísticos que con frecuencia aparecen en los medios informativos. Además es útil para la vida posterior, ya que en muchas profesiones se precisan unos conocimientos básicos del tema”.

En la actualidad presenciamos una polémica respecto a la forma como se introduce la estadística en la Educación Secundaria; la mayoría de los docentes por tener poca formación, van generando unas actitudes negativas hacia la materia, minimizando su utilidad, y asumiendo que este tema no debe incluirse en la formación básica de sus alumnos. Estos sentimientos de rechazo les llevan inconscientemente en algunos casos a omitir su enseñanza.

El objetivo principal en la enseñanza de la estadística “no es convertir a los futuros ciudadanos en estadísticos aficionados, tampoco se trata de capacitarlos en el cálculo y la representación gráfica, puesto que los ordenadores hoy día resuelven este problema. Lo que se pretende es proporcionar una cultura estadística, que se refiere a dos componentes interrelacionados: capacidad para interpretar y evaluar críticamente la información estadística los argumentos y capacidad para discutir o comunicar sus opiniones respecto a tales informaciones estadísticas cuando sea relevante”. (Gal, citado por Batanero 2002).

Con base en lo anterior y en especial teniendo en cuenta que la estadística es indispensable en el desarrollo profesional, surge la idea de interesarnos en una investigación en el campo de la educación estadística, relacionada con análisis e interpretación de gráficos.

Después de hacer una revisión bibliográfica acerca de diferentes estudios sobre didáctica de la estadística, el tema de investigación se enfocó en los efectos que produce el cambio de escala en el análisis de gráficos utilizando como estrategia de investigación los niveles de comprensión propuestos por Curcio (1989).

El desarrollo de este trabajo se orientó en reconocer la importancia que tiene la variación de escala en el análisis de gráficos, identificar qué dificultades presentan los estudiantes en la interpretación de datos a partir de gráficos y determinar en qué nivel de comprensión de gráficos se encuentran.

La investigación se realizó en el Colegio Instituto Caldas de Bucaramanga, institución privada, con 58 alumnos del grado sexto, con la colaboración de directivos y de forma especial de la profesora Maria Eugenia Padilla, coordinadora del área de matemáticas. El grupo de trabajo fue conformado por siete estudiantes. La selección de dichos alumnos se produjo a partir de las pruebas diagnósticas realizadas inicialmente, teniendo como criterios de selección la variedad en las respuestas y el interés mostrado durante el desarrollo de las pruebas.

La metodología de este trabajo, consistió básicamente en realizar un diagnóstico que permitiera conocer el manejo de gráficos que los estudiantes tenían, desarrollar talleres sobre gráficos, sus usos y su interpretación en un tiempo máximo de 15 horas de clases. En cada taller, se plantearon situaciones que a través de determinadas preguntas permitieron a los estudiantes organizar, analizar, interpretar y concluir de acuerdo a la información dada. Además de intercambiar información en

las socializaciones para formular conclusiones y soluciones prácticas al problema presentado.

Este trabajo está organizado en cinco capítulos. En el primer capítulo, “Marco de referencia” se presenta un resumen de las principales ideas de los documentos, utilizados en el diseño de esta investigación, analizando el papel de la estadística como materia instrumental donde se contextualiza el objetivo de investigación. Estos están relacionados con estudios sobre didáctica de la estadística, niveles de comprensión de Curcio y cambio de escala.

En el segundo capítulo, “Estudio de las concepciones previas de los estudiantes”, encontrarán dos pruebas diagnósticas, diseñadas con el fin de observar las habilidades o dificultades de los estudiantes para recoger datos, graficarlos, leerlos e interpretarlos.

En el tercer capítulo, “Diseño de la investigación”, se describe el diseño de los talleres a través de los cuales se trabajó el análisis de las respuestas, teniendo en cuenta los niveles de comprensión de Curcio y el efecto del cambio de escala en la interpretación de gráficos. Además de plantear los objetivos para los cuales se diseñaron las preguntas y la clasificación de estas según los niveles. El trabajo con los talleres se complementó con socializaciones que fueron filmadas como soporte de la investigación.

En el cuarto capítulo, “Análisis de las respuestas”, se muestra el análisis de los diferentes razonamientos realizados por los alumnos acerca de la interpretación de gráficos, ubicándolos dentro de cada nivel de comprensión, se observó cómo afectó el cambio de escala en los razonamientos. El trabajo realizado con los talleres buscó crear un espacio de mediación con los estudiantes para reforzar procesos básicos y necesarios para una mayor comprensión y abstracción de los temas.

Finalmente en el quinto capítulo, “Conclusiones”, muestra las conclusiones respecto a los objetivos del trabajo en las que analizamos las diferentes implicaciones que tiene el cambio de escala en la interpretación de gráficos y algunas reflexiones y recomendaciones para la enseñanza de la estadística.

Pensamos que nuestro trabajo supone una aportación importante en la enseñanza del análisis e interpretación de gráficos. Nuestro trabajo sugiere que los resultados de investigación pueden usarse para que confirmen y expliquen como se pueden tratar gráficos a partir del cambio del cambio de escala y los niveles de Curcio para desarrollar un pensamiento crítico y analítico en los estudiantes.

# CAPITULO I

## MARCO DE REFERENCIA

“Únicamente los profesores profesionales  
que dedican su vida a formar  
nuevos y mejores seres humanos,  
conocen las satisfacciones que  
brindan educar la mente y el corazón  
de las nuevas generaciones”  
(De Zubiría, 1998)

El acercamiento de los estudiantes a las matemáticas por medio de las situaciones problema, con aplicaciones en la vida diaria, es el contexto propicio para poner en práctica “la inmersión de las matemáticas en la cultura”. Guzmán (1993) se plantea que la enseñanza a partir de situaciones problemáticas pone el énfasis en los procesos de aprendizaje y toma los contenidos matemáticos, cuyo valor no se debe en absoluto dejar de un lado, como campo de operaciones privilegiado para la tarea de hacerse con formas de pensamiento eficaces.

El enfoque de resolución de problemas brinda al estudiante la oportunidad de enfocar sus actividades hacia el planteamiento de hipótesis y preguntas que le permitan reflexionar y resolver interrogantes sobre el tema, criticar y valorar los resultados, exponer y defender sus puntos de vista y escuchar a sus compañeros, exigiéndole al profesor diseñar actividades y crear espacios que le permitan al estudiante desarrollar lo anteriormente expuesto, para lo cual debe tener en cuenta las habilidades y conocimientos que tiene el estudiante.

## 1.1 RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Santos (1997), comenta que uno de los componentes esenciales en el aprendizaje de las matemáticas se relaciona con la resolución de problemas.

Dar un significado al término problema es un poco complejo, porque puede depender de cada individuo, es decir, resolver un “problema” puede costar un gran esfuerzo para determinada persona, mientras para otros ese “problema” es simplemente algo rutinario o sencillamente algo que no le causa ninguna dificultad, lo que lo convertiría en un simple ejercicio.

Para aclarar un poco más, observemos el significado que le da Polya (1969) a este término: “tener un problema significa buscar conscientemente alguna acción apropiada para lograr una meta claramente concebida pero no inmediata de alcanzar”, bajo estas consideraciones para que una situación sea un problema

debe ser reconocida como tal, debe propiciar un interés y deseo de ser solucionada, y no presentar caminos o estrategias de solución inmediatas.

El trabajo de Polya está dirigido a la enseñanza de la matemática elemental. Sin embargo, su propuesta puede extenderse a áreas especializadas de las matemáticas. Para este autor, el matemático descubre sus resultados de la misma forma que un químico, observando la colección de sus especímenes (ya sean éstos números o sustancias) y luego "adivinando" sus conexiones y relaciones.

A pesar de que los estudios de Polya no son sistemáticos ni teóricos, sino más bien a través de observaciones particulares se identifica un método general, donde propone reglas lógicas plausibles y generalizadas que guían la solución de problemas. Algunas etapas en la resolución de un problema para Polya son:

- Entendimiento del problema: En esta etapa básicamente se debe representar y entender las condiciones del problema, para lo cual por lo menos se debe extraer la información que trae el problema (datos), las incógnitas, las condiciones que relacionan los datos, entre otros . Por ejemplo preguntas como: ¿Cuál es la incógnita?, ¿Cuáles son los datos?, ¿Cuál es la condición?, ¿Es posible satisfacer la condición?, ¿Es la condición suficiente para determinar la incógnita? ¿o es insuficiente? ¿o redundante? ¿o contradictoria? , caracterizan esta etapa en la resolución de problemas.
- Diseño de un plan: es la etapa donde se plantea las hipótesis y se escogen las estrategias a utilizar. Es bueno pensar en problemas conocidos que se parezcan o relacionen con él, o de pronto en dividir o simplificar el problema.

- **Ejecución del plan:** Como su nombre lo indica, consiste en poner a prueba las hipótesis y ejecutar las estrategias, realizando una evaluación permanente en la cual se mire si realmente, la hipótesis es verdadera o su comprobación no complica más el problema.
- **Evaluación de la solución:** Es la etapa donde se revisan los cálculos y procedimientos, donde se mira si dicha solución es coherente con las condiciones del problema.

En resumen, la teoría de la resolución de problemas brinda herramientas para la planeación y desarrollo de las actividades de clase. Si en las actividades que planeamos para enseñar estadística involucramos la metodología anteriormente expuesta, lograremos que nuestros alumnos cuestionen y critiquen los resultados presentados, para que de esta forma logren un aprendizaje significativo de la temática, además tendrán la capacidad de utilizar los conceptos aprendidos para solucionar las situaciones problemáticas que tengan que enfrentar en la vida.

## 1.2 ESTUDIOS SOBRE DIDÁCTICA DE LA ESTADÍSTICA

La estadística ha jugado un papel primordial en el desarrollo de la sociedad moderna al proporcionar herramientas metodológicas generales para analizar la variabilidad, determinar relaciones entre variables, diseñar en forma óptima estudios y experimentos. Más recientemente la enseñanza de la estadística se incorpora, en forma generalizada, a la escuela, institutos y carreras universitarias. Además de su carácter instrumental para otras disciplinas, se reconoce el valor del desarrollo del razonamiento estadístico en una sociedad caracterizada por la disponibilidad de información y la necesidad de toma de decisiones en ambientes de incertidumbre.

Para Holmes (1980) , la estadística es una parte de la educación general deseable para los futuros ciudadanos adultos, quienes precisan adquirir la capacidad de lectura e interpretación de tablas y gráficos estadísticos que con frecuencia aparecen en los medios informativos; es útil para la vida posterior, ya que en muchas profesiones se precisan unos conocimientos básicos del tema y su estudio ayuda al desarrollo personal, fomentando un razonamiento crítico, basado en la valoración de la evidencia objetiva. También ayuda a comprender los restantes temas del currículo, tanto de la educación obligatoria como posterior, donde con frecuencia aparecen gráficos, resúmenes o conceptos estadísticos.

Según Batanero (2000) el objetivo principal, no es convertir a los futuros ciudadanos en “estadísticos aficionados”, puesto que la aplicación razonable y eficiente de la estadística para la resolución de problemas requiere un amplio conocimiento de esta materia y es competencia de los estadísticos profesionales. Tampoco se trata de capacitarlos en el cálculo y la representación gráfica, puesto que los ordenadores hoy día resuelven este problema. Lo que se pretende es proporcionar una cultura estadística “que se refiere a dos componentes interrelacionados: a) capacidad para interpretar y evaluar críticamente la información estadística, los argumentos apoyados en datos o los fenómenos estocásticos que las personas pueden encontrar en diversos contextos, incluyendo los medios de comunicación, pero no limitándose a ellos, y b) capacidad para discutir o comunicar sus opiniones respecto a tales informaciones estadísticas cuando sea relevante” (Gal, 2002, pp.2-3).

De otro lado, en una sociedad cambiante e impredecible, como la que nos ha tocado vivir, nos sentimos inseguros sobre cuál es la mejor forma de preparar a los jóvenes y cuáles son las materias y contenidos que debemos enseñar. Lo que hoy nos puede parecer esencial y a lo que dedicamos una gran parte del tiempo

de enseñanza, puede quedar obsoleto en un futuro no muy lejano. Todos tenemos la experiencia de haber dedicado muchas horas en nuestra niñez a adquirir algoritmos de cálculo abreviado de los estadísticos descriptivos (por poner un ejemplo relativo al campo de la estadística), que hoy día son innecesarios, debido a la presencia de calculadoras y ordenadores. Cabe entonces preguntarse ¿Cuáles son entonces las destrezas, conocimientos y valores que permanecen inalterables o que preparan para la autoformación futura?

En este sentido Watson (1997) presenta un modelo que comprende tres componentes de sofisticación progresiva: el conocimiento básico de los conceptos estadísticos y probabilísticos, la comprensión de los razonamientos y argumentos estadísticos cuando se presentan dentro de un contexto más amplio de algún informe en los medios de comunicación o en el trabajo y una actitud crítica que se asume al cuestionar argumentos que estén basados en evidencia estadística no suficiente.

En particular el razonamiento estadístico es una componente esencial del aprendizaje. Este tipo de razonamiento, incluye según Wild y Pfannkuch (1999) cinco componentes fundamentales:

- Reconocer la necesidad de los datos: La base de la investigación estadística es la hipótesis de que muchas situaciones de la vida real sólo pueden ser comprendidas a partir del análisis de datos que han sido recogidos en forma adecuada. La experiencia personal o la evidencia de tipo anecdótico no son fiables y puede llevar a confusión en los juicios o toma de decisiones.
- Transnumeración: Los autores usan esta palabra para indicar la comprensión que puede surgir al cambiar la representación de los datos. Al contemplar un sistema real desde la perspectiva de modelación, puede haber tres tipos de transnumeración: (1) a partir de la medida que “captura” las cualidades o

características del mundo real, (2) al pasar de los datos brutos a una representación tabular o gráfica que permita extraer sentido de los mismos; (3) al comunicar este significado que surge de los datos, en forma que sea comprensible a otros.

- Percepción de la variación. La recogida adecuada de datos y los juicios correctos a partir de los mismos requieren la comprensión de la variación que hay y se transmite en los datos, así como de la incertidumbre originada por la variación no explicada.
- Modelos estadísticos. Cualquier estadístico, incluso un gráfico simple, una línea de regresión o un resumen puede contemplarse como modelo, puesto que es una forma de representar la realidad. Lo importante es diferenciar el modelo de los datos.

Gran parte de la investigación teórica y experimental, que se está llevando a cabo actualmente en Didáctica de la Matemática, surge del hecho observable de que el alumno se equivoca cuando se le pide realizar ciertas tareas. El alumno proporciona respuestas erróneas, con respecto a un patrón de evaluación, o simplemente no es capaz de dar ninguna respuesta.

En los casos en que no se trata de mera distracción se dice que tal tarea resulta demasiado difícil para el alumno en cuestión. Pero los errores y dificultades no se presentan de un modo aleatorio, imprevisible.

Con frecuencia es posible encontrar regularidades, ciertas asociaciones con variables propias de las tareas propuestas, de los sujetos o de las circunstancias presentes o pasadas. Brousseau (1983) describe las siguientes características de los obstáculos:

- Un obstáculo es un conocimiento, no una falta de conocimiento. El alumno utiliza este conocimiento para producir respuestas adaptadas a un cierto contexto que encuentra con frecuencia. Cuando se usa este conocimiento

fuera de este contexto genera respuestas incorrectas. Una respuesta universal exigirá un punto de vista diferente.

- El alumno resiste a las contradicciones que el obstáculo le produce y al establecimiento de un conocimiento mejor. Es indispensable identificarlo e incorporar su rechazo en el nuevo saber. Brousseau ha identificado tres tipos de obstáculos:
  - a. Obstáculos ontogénicos (a veces llamados obstáculos psicogenéticos): son debidos a las características del desarrollo del niño.
  - b. Obstáculos didácticos: resultan de las elecciones didácticas hechas para establecer la situación de enseñanza.
  - c. Obstáculos epistemológicos: Relacionados intrínsecamente con el propio concepto y conteniendo parte del significado del mismo. Por ejemplo, las circularidades que se presentan en las diferentes definiciones del significado de la probabilidad (clásica, frecuencial, subjetiva) que mostraron en su momento la necesidad de una definición axiomática.

Encontrar estos obstáculos mediante un análisis histórico, y superarlos parece ser una condición necesaria para la construcción de una concepción adecuada. Finalmente, hacemos notar que otras dificultades experimentadas por los estudiantes se deben a una falta del conocimiento básico necesario para una comprensión correcta de un concepto o procedimiento dado. El propósito de la caracterización de concepciones y obstáculos es que ello permite delimitar los distintos componentes implicados en la comprensión de un concepto.

### 1.3 REPRESENTACIÓN GRÁFICA

La destreza en la lectura crítica de datos es un componente de la alfabetización cuantitativa y una necesidad en nuestra sociedad tecnológica. Curcio (1989) describe tres niveles distintos de comprensión de los gráficos:

- a. “Leer los datos”: este nivel de comprensión requiere una lectura literal del gráfico; no se realiza interpretación de la información contenida en el mismo.
- b. “Leer dentro de los datos”: incluye la interpretación e integración de los datos en el gráfico; requiere la habilidad para comparar cantidades y el uso de otros conceptos y destrezas matemáticas.
- c. “Leer más allá de los datos”: requiere que el lector realice predicciones e inferencias a partir de los datos sobre informaciones que no se reflejan directamente en el gráfico.

Curcio (1987) estudió el efecto que, sobre la comprensión de las relaciones matemáticas expresadas en los gráficos, tienen los siguientes factores:

- a. Conocimiento previo del tema al que se refiere el gráfico.
- b. Conocimiento previo del contenido matemático del gráfico, esto es, los conceptos numéricos, relaciones y operaciones contenidas en el mismo.
- c. Conocimiento previo del tipo de gráfico empleado (gráfico de barras, pictograma, etc.).

Encontró que las principales dificultades aparecen en los dos niveles superiores (“leer dentro de los datos” y “leer más allá de los datos”). También mostró el efecto de la edad y el curso escolar sobre la comprensión de los gráficos.

#### 1.4 ANÁLISIS EXPLORATORIO DE DATOS: UN EJEMPLO INTERESANTE EN LA ENSEÑANZA DE LA ESTADÍSTICA

La matemática es una poderosa auxiliar de otras ciencias, hoy en día, se han ampliado tanto sus posibilidades, fundamentalmente por el aporte de las nuevas tecnologías, que se abren en innumerables e insospechados sentidos los servicios que puede prestar.

Tal es el caso de la interpretación de gráficas estadísticas. La gráfica es una de las herramientas más útiles en el estudio de la mayoría de las disciplinas, ya que permite una visión de conjunto del fenómeno sometido a investigación, más rápidamente perceptible que la observación directa de los datos numéricos.

Desde una perspectiva general Winn (1989), distingue dos funciones de las gráficas en primer lugar: simplifican lo complejo y en segundo lugar hacen lo abstracto más concreto. De acuerdo a esto Winn plantea que los estudiantes deben realizar diversas tareas: identificación, clasificación, aprendizaje secuencial, solución de problemas.

Si bien las propuestas presentadas, en general, se refieren a la construcción y lectura de gráficas debemos reconocer que se presentan sin un contexto determinado. Muchos investigadores consideran importante no solo la construcción, sino también la elección de la gráfica adecuado de acuerdo al contexto. ¿Qué tipos de preguntas debemos formular para una mejor comprensión de las gráficas?

Diversos autores (Bertin, 1983; Curcio, 1981; McKnight, 1990; Wainer, 1992) han caracterizado estas preguntas en tres tipos:

- Un primer nivel de preguntas focalizado en extraer toda la información posible de los datos de la gráfica.
- Un nivel intermedio de preguntas caracterizado por buscar relaciones entre los datos que se muestran en la gráfica.
- Un nivel avanzado que requiere extrapolar a partir de los datos, analizando las relaciones implícitas en el mismo para poder predecir o generalizar.

La integración del texto y la gráfica mejoran notablemente el rendimiento de los alumnos, pero depende esa mejoría, del desarrollo previo de las capacidades para confeccionar y leer las gráficas.

El análisis exploratorio de datos, introducido por Tukey (1962; 1970), se ha extendido como filosofía de aplicación de la estadística, especialmente en los

niveles de comprensión, debido principalmente a la disponibilidad de ordenadores y software estadístico con posibilidades de representación gráfica y tratamiento de conjuntos de datos variados. Las posibilidades didácticas del análisis exploratorio de datos se deben a la sencillez del aparato matemático requerido, la importancia dada hoy día en estadística y matemáticas a los sistemas de representación múltiple y resolución de problemas, las conexiones con otros temas del currículum, el trabajo en equipo y la posibilidad de desarrollo de proyectos por parte de los alumnos (Batanero, Estepa y Godino, 1992).

Por ejemplo, un proyecto de análisis de datos<sup>1</sup>, a partir de un fichero tomado de Internet, sirvió para analizar los principales contenidos de análisis de datos, mostrar ejemplos de cuestiones que requieran el uso de conceptos y técnicas estadísticas, así como describir algunas dificultades previsibles de los alumnos con los mismos y sugerir criterios para el trabajo en clase con los alumnos. La metodología del taller alterna el trabajo en grupo y discusión de los profesores y profesoras y el resumen de algunos puntos claves por la coordinadora del taller.

Rouncenfield (1995) es uno de los autores que presenta este proyecto sobre el cual los alumnos pueden trabajar en grupos, comparando las variables en los diferentes grupos del fichero y formulando por sí mismos preguntas de su interés, incluso completando las variables del fichero cuando la solución de las preguntas así lo requiera.

Otro autor que discute la pertinencia de un enfoque distinto al enfoque de estadística descriptiva que ha predominado en la enseñanza de la estadística denominado análisis exploratorio de datos, es Santiago Inzunza (2004). Este autor proporcionan fundamentos teóricos y didácticos que hacen factible este enfoque mediante la utilización de herramienta computacional con estudiantes de secundaria y bachillerato, y se ofrecen algunos ejemplos de actividades y la forma como podrían ser implementadas por los profesores en el salón de clases. La

---

<sup>1</sup> Disponible en <http://www.ugr.es>

metodología del análisis que él sugiere empieza considerando variables en forma independiente (ver los datos, en el sentido de Curcio, 1989), para posteriormente pasar al análisis entre variables (ver entre los datos), y plantear algunas preguntas e hipótesis que sugieren los datos (ver más allá de los datos). Utiliza diferentes tipos de gráficas, ya que cada una de ellas puede aportar información distinta y que puede ser de importancia para el conocer el comportamiento de los datos. Finalmente añade resúmenes numéricos de aspectos concretos de los datos.

La diferencia entre estadística descriptiva y el análisis exploratorio de datos, no radica solamente en las herramientas que se utilizan, como es la invención de nuevas representaciones gráficas y el uso de computadoras, que incluso, podrían ser utilizadas con un enfoque meramente descriptivo. Más bien, el análisis exploratorio de datos es un conjunto de estrategias para el análisis de datos, cuya esencia es permitir que los datos hablen y la búsqueda de patrones en los datos, sin una primera consideración sobre si los datos son representativos o no de una población o si pertenecen a una muestra.

En muchas situaciones, el análisis exploratorio de los datos puede preceder a una situación de inferencia formal, mientras que en otras, el análisis exploratorio puede sugerir preguntas y conclusiones que se podrían confirmar con un estudio adicional (Moore 1992, p.3). De acuerdo con lo anterior, el análisis exploratorio de datos puede ser una herramienta de utilidad en la generación de hipótesis, conjeturas y preguntas de investigación acerca de los fenómenos de donde los datos fueron obtenidos.

Actualmente, la denominación de estadística descriptiva ha sido cambiada por la de análisis exploratorio de datos (EDA por sus siglas en inglés), en la cual el énfasis se centra en la “exploración” más que en la descripción de los datos. En

dicha exploración, las representaciones gráficas ocupan un lugar fundamental. Este cambio de enfoque desarrolló diversas herramientas para el análisis de datos, las cuales tuvieron como catalizador principal a la tecnología computacional y al software estadístico con capacidades de representación gráfica y tratamiento de datos que en dicha época empezaban a estar disponibles cada vez por un mayor número de personas e instituciones. Podemos decir entonces, que el propósito del análisis exploratorio de datos va mucho más allá de la mera descripción a la que usualmente se limita la estadística descriptiva.

La enseñanza del análisis exploratorio de datos, se encuentra en concordancia con la propuesta de un renombrado grupo de educadores estadísticos que en la década de los noventa fueron encomendados por parte de la MAA (Mathematical American Association) y la ASA (American Statistical Association) para revisar la enseñanza de la estadística en los Estados Unidos. Sus conclusiones hicieron referencia a que la estadística, es la ciencia de los datos y debe ser enseñanza como tal, no como un campo de las matemáticas, por lo tanto, su enseñanza debe enfocarse a datos y conceptos, disminuir el uso de fórmulas y procedimientos y automatizar hasta donde sea posible los cálculos y las gráficas.

De otro lado Batanero, Estepa y Godino (1991), consideran algunas características del análisis exploratorio de datos que lo hacen un tema apropiado de estudio en la enseñanza de secundaria y bachillerato:

1. Posibilidad de generar situaciones de aprendizaje referidas a temas de interés para el alumno.
2. Fuerte apoyo en representaciones gráficas
3. No necesita una teoría matemática compleja
4. Uso de diferentes escalas o reexpresión.

Mientras que Ben-Zvi (2004) señala que la oportunidad pedagógica que permite EDA en la exploración de datos ayudada mediante tecnología, esta en línea con paradigmas educativos actuales como son:

1. La enseñanza y aprendizaje con comprensión
2. Aprendizaje basado en investigación y preguntas.
3. Aprendizaje basado en proyectos

## 1.5 ¡SALVEN LA MERLUZA!

Este texto<sup>2</sup> se caracteriza por la localización, lectura, interpretación y comunicación de información matemática a partir del análisis de gráficos estadísticos. Además fue clave para el desarrollo de nuestra investigación, pues su contenido muestra principalmente el efecto que produce el cambio de escala en la interpretación de gráficos.

La información que brindan los medios de comunicación se presenta, muchas veces, utilizando gráficos estadísticos. En este sentido, desde el área de Matemática, resulta necesario propiciar el trabajo con situaciones que permitan a los alumnos analizar la información y reflexionar acerca de los distintos usos que de ella se hacen.

Ahora bien, para que los alumnos realicen esta lectura crítica de la información que les llega cotidianamente no basta con trabajar situaciones que remitan a lecturas casi inmediatas de los datos. Es necesario proponer instancias que propicien un análisis acerca de los criterios que se han utilizado para presentar la

---

<sup>2</sup> Disponible en <http://www.puentes.gov.ar/educar/docentes/homes/final.jsp>

información y de la intención que puede haber detrás de las representaciones utilizadas.

Sobre la base de este propósito, consideramos adecuado presentar a los alumnos distintos gráficos que representen la misma información pero que la traten de manera diferente, favoreciendo así una reflexión acerca de las posibles interpretaciones que puedan hacerse.

## CAPITULO II

### ESTUDIO DE LAS CONCEPCIONES PREVIAS DE LOS ESTUDIANTES

“Perder la razón es grave,  
pero es más grave aún perder  
la imaginación y el sentimiento,  
la fantasía y la capacidad de  
soñar, crear y aprender”.  
(Guillermo Michel)

En este capítulo se presenta y justifica cada prueba, además del análisis de las respuestas dadas por los estudiantes. Las pruebas diagnósticas se diseñaron con el fin de conocer los previos que tenían los alumnos sobre la recolección de datos, representación, interpretación y análisis de gráficos; se utilizaron situaciones sencillas y reales.

## 2.1 PRUEBA DIAGNÓSTICA I

La finalidad de esta prueba era identificar en que forma, cada uno de los estudiantes interpretaba y leían información presentada gráficamente.

### 2.1.1 DISEÑO Y ELABORACIÓN DE LA PRUEBA

Para diseñar esta actividad, se analizaron situaciones reales que les permitieran a los alumnos reflexionar sobre la información presentada por medio de gráficos. La información se indagó en periódicos, revistas e Internet.

En una revisión de periódicos se encontró, en una edición del Tiempo un pictograma que mostraba el resultado de una encuesta realizada para saber “¿qué periódicos leían los colombianos el domingo?”. Esta publicación parecía interesante porque hacía uso de un pictograma, representación que no era conocida por los alumnos, además de proporcionar información en forma clara, herramienta que a nuestro juicio facilitaría que los niños entendieran o visualizaran la información dada, pues no se hablaba en ella de porcentajes, ni otros temas que pudieran haber resultado complejos para el lenguaje que manejan los niños en sexto grado.

En el pictograma se mostraba información acerca del número de lectores que tenían seis periódicos importantes del país, a saber: El Heraldó, Vanguardía Liberal, El Colombiano, El Espectador, El País y El Tiempo.

El original de esta publicación fue modificado para conveniencia de lo que se pretendía con la prueba diagnóstica. Se suprimieron las cifras correspondientes al número de lectores de cada periódico para obligar a los estudiantes a cuantificar los tamaños relativos de las figuras asociadas a cada periódico. Resultando un nuevo pictograma, (ver anexo 1).

Cada interrogante tenía un objetivo específico; por ejemplo con la primera pregunta se pretendía que después de observar el gráfico, el estudiante visualizara la diferencia en la altura de los dibujos e interpretara correctamente que ésta correspondía a la cantidad de lectores de cada periódico.

El objetivo del segundo interrogante, era comprobar si el aspecto numérico que estaba implícito al diferenciar las alturas, influiría para ordenar los periódicos o si por el contrario lo harían en orden alfabético. Si el orden se realizaba teniendo en cuenta la altura de los dibujos, que era lo que se esperaba, los niños podrían identificar qué periódico era menos o más leído por los colombianos, además de establecer una posición de preferencia para cada uno.

La finalidad de la tercera pregunta, era observar si los estudiantes encontrarían alguna relación numérica entre los periódicos, es decir, si el tamaño de la figura guardaba relación con el número de lectores de cada periódico o si podrían establecer alguna razón entre la altura de la figura de un periódico con respecto a otro.

Por último, la cuarta pregunta nos llevaría a identificar qué conceptos previos tenían los alumnos acerca de las formas de representar información y la necesidad de utilizar gráficos estadísticos para presentarla.

## 2.1.2 ASPECTOS GENERALES DEL DESARROLLO DE LA ACTIVIDAD

La prueba diagnóstica se aplicó en el grado sexto del Instituto Caldas conformado por los grupos 6A y 6B.

En ambos cursos se inició la actividad con una charla para motivar y aclarar el propósito no evaluativo de la prueba diagnóstica; se solicitó colaboración y disposición para lograr buenos resultados.

Una vez entregada la prueba, se leyeron cada una de las preguntas, se dieron indicaciones generales y se aclararon dudas. Se fijó un tiempo límite de una hora de clase (60 minutos) para la culminación de la prueba.

En el grado 6A la prueba se realizó en un tiempo máximo de 30 minutos, mientras 6B requirió de 45 minutos para que todos los estudiantes terminaran completamente.

El primer estudiante del curso 6A que entregó, tardó 10 minutos, siendo sus respuestas muy acertadas por el contrario el primer estudiante que entregó en 6B, empleó 15 minutos, pero sus respuestas no fueron muy claras. Después de esta primera entrega, los alumnos continuaron el proceso con intervalos no mayores de 8 minutos y en su mayoría entregaron casi al final.

Los siguientes aspectos describen las inquietudes representativas encontradas en la mayoría de los estudiantes durante el desarrollo de la prueba:

- En los dos cursos, los alumnos mostraron: seguridad respecto a la interpretación que debían hacer del pictograma, poca claridad en cuanto a qué criterio utilizar para ordenar los periódicos, diferentes interpretaciones

de la palabra “relación” y la forma de establecerla entre los periódicos El País y El Tiempo.

- En el grado 6A se observó buena interpretación en el último punto, aunque hubo preguntas acerca de los nombres correctos de algunas formas ya conocidas para representar datos, mientras en el curso 6B hubo una incorrecta interpretación de la palabra “representar”.
- En ambos cursos los alumnos expresaron que la prueba estaba fácil y manifestaron agrado por la forma en que ésta fue presentada.

### 2.1.3 ANÁLISIS DE LA PRUEBA

De acuerdo con los razonamientos dados por los alumnos en esta prueba, se analizaron por separado las respuestas comunes y las que por algún motivo se diferenciaron de éstas.

En la primera pregunta, ¿Qué interpreta con esta información?, las interpretaciones más frecuentes fueron:

- El dibujo simboliza los periódicos que por preferencia leen los colombianos el domingo. (31%)

Johan:

cual periódico leen mas los colombianos

- A partir del pictograma se deduce que el periódico más leído por los colombianos es el Tiempo y el menos leído es Vanguardia Liberal, entre otros. (55,3%)

Luis:

El tiempo, el espectral y el país son los mas leidos por los colombianos, pero el heraldo, el colombiano y la vanguardia liberal son los menos leidos.

Entre las respuestas menos comunes están:

- Cada figura representa la cantidad de personas que leen los periódicos. (7%)

Silvia:

Cuántas personas leen los diferentes periódicos

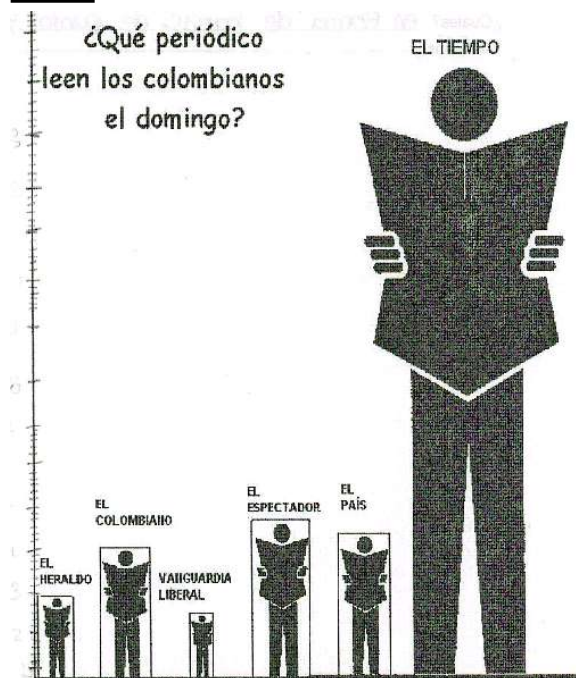
- El periódico preferido o de moda que leen los colombianos. (5%)

Nicolás:

Están interpretando la moda o la preferencia de dichos periódicos en el domingo.

- Uno de los alumnos enumeró a lo largo de la recta vertical que tenía el pictograma, con el propósito de establecer qué periódico era más grande que otro. (1,7%)

Jose:



A pesar de que en las respuestas menos comunes se mencionaron otros aspectos, se observó que la mayoría de los alumnos interpretaron el pictograma comparando principalmente el tamaño de los dibujos. Lo que quiere decir que los estudiantes leyeron estrictamente los datos sin realizar interpretación de los

mismos, es decir, es la lectura literal de la información tal como describe Curcio (1989) en el primer nivel de interpretación.

En el segundo punto de la prueba, “Ordene los periódicos según el número de lectores”, la mayoría de los alumnos ordenaron los periódicos según las preferencias de los lectores, en forma ascendente y descendente.

Solo una niña ordenó los periódicos teniendo en cuenta el orden de los dibujos en el pictograma. De lo anterior se comprobó que los niños establecieron una posición de preferencia para cada periódico, identificando el periódico más y menos leído por los colombianos.

Examinando las respuestas del tercer interrogante ¿Qué relación existe entre los periódicos El País y El Tiempo? se encontró que la mayoría de los alumnos dieron respuestas como:

- Los dos son periódicos colombianos y son leídos por colombianos. (29,3%)

Silvia:

que los dos son periodicos colombianos

- Que están entre los más leídos en Colombia. (10,4%)

María José:

que está entre los más leídos en Colombia

- El Tiempo es más grande o más leído que El País. (10,4%)

Raúl:

que el país es más pequeño por lo tanto hay poca cantidad de colombianos que lo leen y en el tiempo hay mayor cantidad porque su tamaño es más grande

- No se relacionan. (39,7%)

El Tiempo se lee mucho más o es más comprado que El País y son dos periódicos diferentes.

Valentina:

Ninguna porque el tiempo se lee mucho más que el país

Podría inferirse que los alumnos están pensando en asociaciones entre los periódicos tales como: ser más grande equivale a ser más leído o más comprado y si lee el Tiempo también lee el País.

Entre las repuestas menos comunes y a nuestro criterio más significativas están:

- El País es la cuarta parte del número del Tiempo. (1,7%)

Pablo:

Es la cuarta parte de el número de el tiempo

- El Tiempo se lee tres veces más que El País los domingos. (5,1%)

Miguel:

Que el tiempo se lee 3 veces más que el país los domingos.

- El Tiempo es la moda y El País la mediana. (1,7%)

Javier:

El tiempo es la moda y el país la mediana

- El Tiempo se lee por lo menos el 70% más que El País. (1,7%)

Andrea:

La relación que existe entre el país y el tiempo es que el tiempo se lee mucho más que el país porque el tiempo se lee por lo menos el 70% más que el país.

Frases como: “es la cuarta parte del”, “se lee tres veces más”, “es la moda y la mediana” y “se lee por lo menos el 70% más que” muestran como los alumnos hallaron proporciones, intentaron aplicar los conceptos estadísticos de moda y mediana y calcular porcentajes con las alturas de los dibujos correspondientes a

estos periódicos. Cabe señalar que se observa cierta habilidad para interpretar, que los llevó a leer dentro de los datos.

Sin embargo, es claro que la mayoría de los niños (89,8%) no percibió otra relación matemática que no fuera la de ordenamiento.

Con las respuestas de la pregunta ¿Conoce otras formas para representar información? ¿Cuáles?, se observó que los alumnos ya tenían conocimiento acerca de la utilidad de los gráficos para representar información.

Después de esta prueba, se eligió el curso 6<sup>B</sup> para el desarrollo de nuestra investigación. Las razones para seleccionar este curso, estuvieron relacionadas con horarios de clase y la manera como allí se podría trabajar gracias al profesor. En este curso se seleccionaron siete niños. Estos alumnos fueron: Javier, Andrea, Luis, Johan, Juan, Silvia y Valentina. Los criterios para seleccionar estos niños fueron básicamente: el interés que se notó por parte de ellos para trabajar en clase y las respuestas dadas en la prueba.

#### 2.1.4 CONCLUSIONES DE LA PRUEBA DIAGNÓSTICA I

Como consecuencia del análisis de los resultados obtenidos, se identificaron las siguientes habilidades y falencias que presentaron los estudiantes para leer e interpretar gráficos:

- La mayoría de los alumnos captaron que el Tiempo era el periódico más leído por los colombianos.
- Los estudiantes tuvieron en cuenta el tamaño de los dibujos en el pictograma, para ordenarlos de forma ascendente o descendente. La mayoría de los niños ordenaron los periódicos de forma ascendente.
- Los alumnos no utilizaron números para relacionar la altura de los dibujos.

- No hubo habilidad para identificar el pictograma como un posible diagrama de barras, a pesar de que los alumnos reconocieron algunas formas para representar información y entre las mencionadas, el diagrama de barras.
- La mayoría de los estudiantes no establecieron una razón entre la altura de la figura de un periódico con respecto a otro, de ahí la dificultad para interpretar la relación entre los periódicos que se propusieron.
- A partir de esta prueba se observó claramente la habilidad presentada por los alumnos para leer la información del pictograma y la dificultad para interpretar los datos. Es decir, se apreció una buena “lectura de los datos” pero una deficiente “lectura dentro de los datos”.

## 2.2 PRUEBA DIAGNÓSTICA II

Teniendo en cuenta que la prueba anterior se diseñó principalmente para interpretar información, se planteó una segunda prueba con el fin de diagnosticar qué criterios utilizaban los alumnos para recopilar, representar, interpretar, comunicar y analizar la información, al mismo tiempo observar si dentro de la habilidad para graficar surgían algunas variaciones en la escala utilizada para representar los datos y cómo ésta afectaría la interpretación y análisis de los gráficos.

### 2.2.1 DISEÑO Y ELABORACIÓN DE LA PRUEBA

Para diseñar esta prueba se encontró un ejercicio muy conocido en Internet, “longitud de palabras”, que consiste en escoger una página no ilustradas de cualquier novela que se este leyendo y hacer distintos tipos de gráficos que exhiban la frecuencia con que aparecen las palabras según sus longitudes para después concluir algo de la lectura de cada gráfico. Después se repite el

experimento con otra página no ilustrada de la misma novela, para finalmente comparar los resultados obtenidos en ambos casos.

En esta prueba (ver anexo 2), se empleó el ejercicio anterior solo que utilizando párrafos, un solo gráfico y algunos elementos u objetos como tabla de frecuencias. Los párrafos utilizados en esta prueba fueron tomados del primer capítulo de la novela "Harry Potter y el cáliz de fuego" (J. K. Rowling, 2000).

A partir del primer punto se pretendía que los alumnos leyeran y recopilaran los datos adecuadamente para después representarlos gráficamente mediante un diagrama de barras, utilizando la escala que consideraran apropiada para representar esta información y establecieran diferencias en el gráfico, de manera que se pudiera observar qué tan claro leían los estudiantes esta información con la escala utilizada y si esta causaba alguna variación en los razonamientos de un estudiante respecto a otro.

Al repetir el proceso con el segundo párrafo, se procuraba que el estudiante realizara una comparación entre los diagramas y a partir de esto, obtener interpretaciones que estuvieran relacionadas directamente con los gráficos, observando en algunos casos, si los diferentes razonamientos de los alumnos dependían de la escala utilizada.

Es importante mencionar que en esta actividad se sugirió utilizar diagrama de barras. Los diagramas de barras se representan de modo que la altura de cada una de las categorías de la variable sea proporcional a la frecuencia en cada clase.

## 2.2.2 ASPECTOS GENERALES DEL DESARROLLO DE LA ACTIVIDAD

La segunda parte de la prueba diagnóstica se aplicó solamente en 6B por las razones mencionadas anteriormente. Se entregó e inmediatamente se leyó para dar las indicaciones generales y aclarar dudas. Se fijó un tiempo límite de una hora de clase (60 minutos) para la culminación de la prueba, sin embargo los estudiantes necesitaron una segunda hora de clase debido a los diferentes métodos que emplearon para recolectar los datos.

Los primeros estudiantes del curso 6B (Javier y Valentina) que entregaron, emplearon exactamente una hora de clase, y sus respuestas se acercaron a lo esperado; los demás estudiantes terminaron la prueba en la segunda hora de clase. Los alumnos expresaron que la prueba estaba fácil, un poco larga y, en general, manifestaron agrado por la forma en que ésta fue presentada.

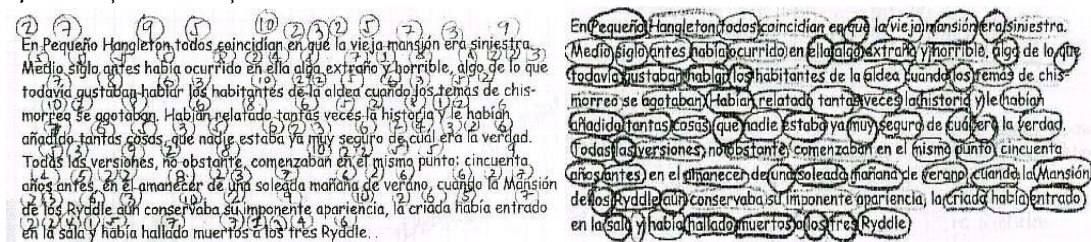
Los siguientes aspectos describen las situaciones presentadas en la mayoría de los estudiantes durante el desarrollo de la prueba:

- En el curso los alumnos manifestaron entender el objetivo y las indicaciones de la prueba.
- Se observó que durante el conteo de las palabras la mayoría de los estudiantes tuvieron inconvenientes en el ejercicio, debido a la forma empleada para la recolección de los datos y obteniendo muchos de ellos resultados erróneos. Como fue el caso de Juan:

LONGITUD	FREC A
1	6
2	19
3	12
4	6
5	11
6	14
7	9
8	8
9	1
10	4
TOTAL	90

### 2.2.3 ANÁLISIS DE LA PRUEBA

Uno de los objetivos de la prueba era lograr que los alumnos leyeran y recogieran los datos de los párrafos adecuadamente, sin embargo sólo dos de los siete niños hallaron correctamente la información frecuencial. Los demás alumnos presentaron inconvenientes para determinar algunas frecuencias. Las dos formas que emplearon para recolectar los datos fueron:



Los estudiantes que utilizaron la segunda forma, para recoger los datos, cometieron más errores en el conteo.

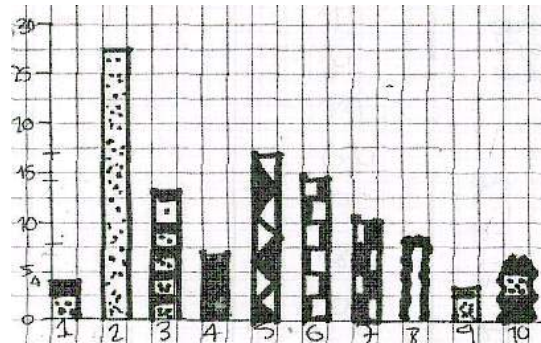
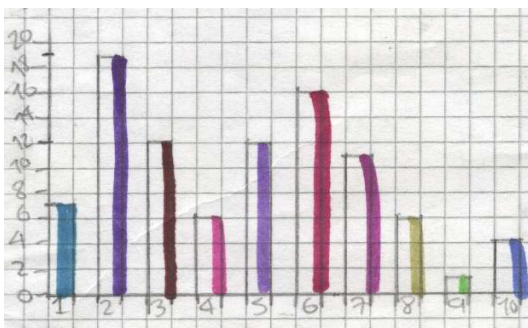
Por otro lado en la pregunta ¿qué conclusiones puede obtener?, que era de forma general, se obtuvieron respuestas de forma literal y dadas por la mayoría de los alumnos, como por ejemplo: El párrafo tenía en total 90 palabras, la longitud máxima de las palabras era 10, la longitud con mayor frecuencia era 2 y

la longitud 9 era la de menor frecuencia. Una respuesta demasiado puntual y poco interpretativa fue:

RTA: Que representan la cantidad de letras de los párrafos (Juan).

En las respuestas anteriores se puede apreciar claramente que los alumnos se limitan a graficar los datos y leerlos tal cual se representaron en el gráfico, sin tener en cuenta ningún otro aspecto.

A continuación se puede observar dos gráficos con diferente escala, contruidos por los alumnos:



En estos casos se hubieran podido comparar las alturas de las barras para establecer relaciones de una respecto a otra, o expresar qué sucedió al utilizar determinada escala. Se observó, que algunos de los diferentes razonamientos hechos por los alumnos, en algún momento, parecían depender esencialmente de la escala utilizada, pero los resultados obtenidos mostraron que no afectó, puesto que los estudiantes concordaron en las conclusiones, aunque emplearon escalas diferentes.

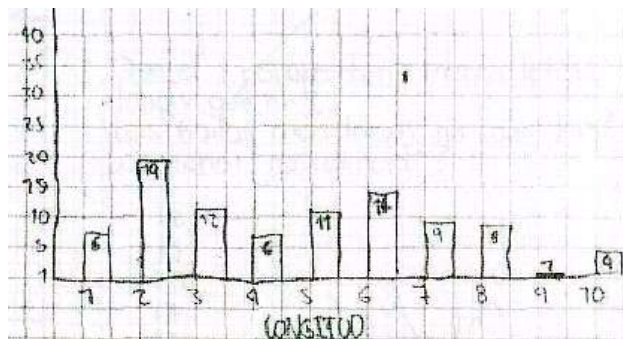
Entre los razonamientos dados por los alumnos estuvieron: el dato con mayor frecuencia es 2 y el primer párrafo por tener menor número de palabras

comparado con el segundo, presenta las barras más cortas, por lo tanto la barras de los datos con mayor frecuencia y menor frecuencia no coinciden en las gráficas.

Con este último razonamiento dado por Juan, podría pensarse que intentó acercarse a otro tipo de interpretación pues al encontrar que los gráficos no coincidían por ejemplo, por tener el primero las barras más altas, estaba relacionando implícitamente las escalas utilizadas.

Es interesante hacer notar que los alumnos hasta el momento no mostraron tener habilidad para interpretar, analizar y comparar la información de los dos párrafos, debido a que se limitaron a leer la información contenida en la tabla de frecuencias de cada párrafo, interpretando gráficos por separado sin establecer ningún tipo de comparación entre ellos.

Una primera dificultad provino de la poca relevancia que los estudiantes dieron al uso de diferentes escalas, pues no encontraron diferencias entre la utilización de una escala y otra. Para la mayoría de los alumnos la finalidad de la representación de los datos en diagramas de barras era mostrar la información frecuencial, sin importar si la unidad de escala es 2, 5 o incluso 10, como fue el caso de Juan:



#### 2.2.4 CONCLUSIONES DE LA PRUEBA DIAGNÓSTICA II

- La mayoría de los estudiantes presentaron dificultad para recoger los datos.
- Los estudiantes elaboran los diagramas de barras correctamente, aunque algunos cometen errores en el manejo de una unidad de escala constante.
- La mayoría de los niños graficaron teniendo en cuenta el orden ascendente de la longitud de las palabras.
- Inicialmente la mayoría de los alumnos se interesaron por identificar cual era la moda en el párrafo y observar cuál era la mayor longitud de éste.
- En su mayoría no establecieron comparaciones entre el tamaño de los párrafos.
- La representación de los datos permitió verificar que las diferentes formas de representar información propician lecturas interesantes de los datos.
- Pocos alumnos representaron datos en gráficos correctamente.

Los resultados aparentemente aceptables en algunos puntos de los diagnósticos dejan ver las dificultades que tienen los estudiantes para interpretar el contenido de los gráficos, no hacen una interpretación global, son incapaces de proporcionar información del gráfico en forma coherente y no son capaces de establecer relación entre los datos, por lo tanto no pueden establecer comparaciones entre estos.

## CAPITULO III

# DISEÑO DE LA INVESTIGACIÓN

“Es importante resaltar que la familiaridad con los gráficos y tablas y su interpretación es parte de la cultura estadística del ciudadano adulto, quien debe ser capaz de leerlos, y tener familiaridad con las convenciones seguidas en su construcción”. (Gal, 2002)

Los talleres fueron los instrumentos que nos permitió medir y establecer los diferentes niveles en los que se encontraban los estudiantes; contenían varios tipos de preguntas y gráficos con diferentes escalas.

### 3.1 TALLER I

Este taller se elaboró con el propósito de observar y comparar las diversas interpretaciones dadas por los estudiantes cuando se les presenta gráficas que han sufrido diversas transformaciones especialmente al usar distintas escalas.

#### 3.1.1 DISEÑO Y ELABORACIÓN DEL TALLER

Para diseñar esta actividad se plantearon situaciones con el fin de observar y analizar:

- La forma como los alumnos leen la información presentada en una tabla de frecuencias o en un gráfico.
- Las comparaciones alrededor de gráficos que representan la misma información en contextos similares y diferentes.
- La manera como los estudiantes reflexionan acerca de las posibles interpretaciones que pueden hacerse en un gráfico, si éste ha sufrido cambios en la escala de cualquiera de sus ejes.
- A través de una socialización promover la comunicación y confrontación entre los estudiantes acerca de sus razonamientos alrededor de estos gráficos.

El taller se elaboró a partir de cuatro puntos (ver anexo 3).

En el primer punto se mostraba una tabla de frecuencias (tabla 1) con las principales razones por las cuales 220.000 familias Colombianas viajaron a

Ecuador huyendo del conflicto armado. Esta información fue tomada del periódico Vanguardia Liberal del 6 de Agosto del año 2006.

Con los interrogantes planteados, se pretendía observar cómo los alumnos leían la información presentada en la tabla, e incluso si intentaban leer más información con estos datos; además de verificar cómo asumían el término diferencia.

En el segundo punto se les presentaba una serie de gráficas y se les pedía que seleccionaran las que representaban correctamente la información de los resultados presentados en la tabla de frecuencias.

En la figura a, se presentó la información como se describía en la tabla de frecuencias, incluso en el mismo orden, y en un diagrama cuya escala en el eje vertical era de unidad 4000.

Con la construcción de esta gráfica se pretendía observar, cómo los estudiantes al ver barras más altas comparadas con las demás, podrían encontrar que las alturas no correspondían con la información frecuencial dada.

En la figura b, se presentó la información registrada en la tabla de frecuencias, pero en diferente orden al de la tabla, y en un diagrama cuya escala en el eje vertical era de unidad 10000.

En este caso, se esperaba que los estudiantes no relacionaran la información contenida en la gráfica con la frecuencial, si éstos, se limitaban a observar que la posición de los datos en el diagrama de barras no correspondía al orden de la tabla; o si por el contrario, solo comparaban la altura de las barras de este diagrama con las del anterior, y de ahí establecieran diferencias.

En la figura c, se construyó a partir de una escala de unidad 20000, utilizando la información frecuencial y tomando un orden diferente de los datos, respecto a la tabla.

La altura de las barras en esta gráfica era significativa comparada con las anteriores, por lo que se esperaba que los alumnos partiendo de esto, determinaran que las alturas no correspondían con la información de la tabla de frecuencias. Así mismo se quería examinar, si la posición de los datos, les impedía leer mejor la información en la gráfica, o si por el contrario no les afectaba. Por ser la escala muy pequeña, otro de los aspectos que se pretendía, era analizar la forma como los estudiantes aproximaban los valores en las gráficas para leer la información.

En la figura d, se graficó con una escala de unidad 10000, la misma del gráfico b, se escribieron los datos en el mismo orden de la tabla y en este caso se cambiaron algunos valores, para verificar si el estudiante comparaba los datos de la tabla con los del gráfico o si por el contrario establecía una comparación a simple vista de los gráficos.

A partir de este punto se intentaba promover la reflexión acerca de las diversas interpretaciones que se puede llegar a hacer con gráficos que representan la misma información pero que se construyen a escalas diferentes y con ciertos cambios que permiten que el estudiante encuentre diversidad en la información.

En el tercer punto, se presentaron dos diagramas de barras que representaban el precio de las golosinas (figura e) y el precio de las frutas (figura f) realizadas en una encuesta por los alumnos del colegio.

Estas gráficas se construyeron con la misma distribución de frecuencias pero con distinta escala en el eje y. Como la apreciación visual de cada columna era

diferente en cada gráfico, se pretendía conocer hasta qué punto el estudiante se enfocaba en este aspecto o distinguía que las relaciones entre columnas eran exactamente las mismas. Tal como se diseñaron los gráficos estas relaciones pueden ser confirmadas directamente con los valores en el eje y.

A partir de las preguntas diseñadas en este punto, se pretendía promover el análisis de dos gráficos de similares características y en contextos diferentes que pusieran de manifiesto las diferencias entre las distintas escalas.

## 3.2 TALLER II

Con el propósito de seguir fomentando en los alumnos un sentido gráfico que les permita ser críticos frente a las diversas interpretaciones que se obtienen de los gráficos, se diseñó un segundo taller en el cual se plantean situaciones de información real con preguntas a modo general.

### 3.2.1 DISEÑO Y ELABORACIÓN DEL TALLER

Para el diseño de este taller se crearon situaciones con información real. La información se obtuvo de la página del DANE y de un artículo publicado en la página del Ministerio de Educación de Argentina. La información se presentó tal y cual como era, excepto en la cuarta situación que fue manipulada para ver cómo afectaba el cambio de escala y el contexto en la forma como los estudiantes interpretaban la información.

El segundo taller se presentó en dos partes, la primera parte se elaboró a partir de cuatro situaciones, cada una con máximo dos preguntas (ver anexo 4). Estas preguntas se plantearon de forma general y con estas se pretendía el mismo objetivo.

El objetivo principal era plantear preguntas globales con el fin de analizar la construcción y lectura de gráficas de manera que los estudiantes realizaran inferencias a partir de información que no estuviese directamente relacionada con el gráfico.

En otras palabras lo que se pretendía era que los alumnos intentaran “Leer más allá de los datos y para lograr esta lectura se requiere que el lector realice predicciones e inferencias a partir de los datos sobre informaciones que no se reflejan directamente con el gráfico”. (Curcio, citado por Batanero, et al. 1994)

En la segunda parte del taller (ver anexo 5), se emplearon las situaciones planteadas en la primera parte y se formularon otras preguntas con el fin de abarcar todos los niveles de comprensión propuestos por Curcio (1989). Respecto a esto, es importante analizar otras interpretaciones dadas por los alumnos relacionados directamente con los gráficos

Con los interrogantes planteados en el primer punto, se pretendía que los estudiantes analizaran, compararan y justificaran conclusiones y predicciones basadas en el monto de préstamos individuales desembolsados para compra de vivienda nueva y usada en los años 1998 hasta 2006.

En el segundo punto, las preguntas llevarían al estudiante a comparar de forma individual y conjunta las limitaciones de hombres y mujeres para evaluar qué aspectos importantes diferencian o relacionan algunas limitaciones según su distribución por sexo.

Las preguntas del tercer punto se plantearon con el fin de que los alumnos compararan distintas representaciones de los mismos datos construidas usando diferentes escalas. Podría inferirse que la elección de tales escalas se realizó con la finalidad de que el primero de ellos ponga de manifiesto que la diferencia entre

la pesca permitida de merluza y la pesca efectiva es considerable, mientras que el segundo muestra que la diferencia no es notable.

A partir del último punto, se esperaba que los niños analizaran cómo estuvo distribuida la población con algún nivel de analfabetismo respecto a hombres y mujeres, en los nueve años anteriores y compararan esta información con la presentada en la segunda situación para que diferenciaron gráficos similares que representan diferente información, favoreciendo así una posible reflexión acerca de las posibles interpretaciones que pueden hacerse.

Al llegar a este punto, nos preguntamos ¿Son suficientes los interrogantes propuestos para llevar al estudiante a comparar gráficos según los niveles de Curcio teniendo en cuenta especialmente el efecto del cambio de escala?

A continuación se ve claramente a lo que; Bertin, Curcio, McKnight y Wainer citado por Minnaard, et al. (2002) se refieren cuando han caracterizado las preguntas que deben plantearse para una mejor comprensión de las gráficas, en tres tipos:

### 3.3 CARACTERIZACIÓN DE LAS PREGUNTAS

Basándonos en lo anterior se caracterizaron las preguntas propuestas en los dos talleres, de manera que esta clasificación nos permitiera analizar qué razonamientos eran claves en la comprensión de gráficas cuando se presentaba cambio de escala.

NIVELES	PREGUNTAS TALLER I
<p>Primer Nivel: preguntas que tienen la finalidad de extraer toda la información posible de los datos de la gráfica</p>	<p>1. a ¿Cuál fue la razón principal para que las familias salieran de Colombia?</p> <p>1. b ¿Cuál fue la razón de menor frecuencia en la emigración de las familias colombianas?</p> <p>1. c ¿Cuál es la diferencia entre la cantidad de familias que emigraron a Ecuador por inseguridad y por amenazas?</p> <p>3. a ¿Qué producto es el de mayor costo?</p> <p>3. b Se puede afirmar que el costo de la núcita es la tercera parte del costo de la pera, ¿por qué?</p>
<p>Nivel Intermedio: preguntas que buscan relacionar los datos que se muestran en la gráfica</p>	<p>2. Seleccionar los gráficos que representaban correctamente la información presentada en la tabla del primer punto.</p> <p>3. c ¿Qué es más costoso, la lechera o la ciruela?</p>

NIVELES	PREGUNTAS TALLER II
<p>Primer Nivel: preguntas que tienen la finalidad de extraer toda la información posible de los datos de la gráfica</p>	<p>1. b ¿En algún año el monto de la vivienda usada fue mayor que el de la vivienda nueva?</p> <p>1. c ¿Durante qué período o períodos aumentó el monto de la vivienda nueva? ¿En cuáles disminuyó? ¿Hubo algún período en que se mantuvo constante?</p> <p>1. f ¿En qué momento el monto de la vivienda usada fue máximo? ¿Y mínimo?</p> <p>1. h ¿Cuándo se da la mayor diferencia entre el monto de la vivienda nueva y usada?</p> <p>2. b ¿En qué aspecto es mayor la diferencia entre las discapacidades de los hombres y las mujeres?</p> <p>2. c ¿En qué aspectos es menor la diferencia entre las discapacidades de los hombres y las mujeres?</p> <p>2. d ¿En algún momento el porcentaje de hombres con discapacidades fue menor que el de las mujeres? En caso de ser así, ¿cuándo ocurrió?</p> <p>3. c ¿Durante qué período o períodos aumentó la pesca efectiva y en cuáles disminuyó? ¿Hubo algún período en que se mantuvo constante la pesca efectiva?</p> <p>3. f ¿Cuándo se da la mayor diferencia entre la captura efectiva y la captura máxima permitida?</p> <p>4. e ¿Cuándo se da la mayor diferencia entre el analfabetismo de hombres y mujeres?</p>

<p>Nivel Intermedio: preguntas que buscan relacionar los datos que se muestran en la gráfica</p>	<p>1. d Si alguien afirma que la financiación de vivienda en Colombia desde 1998 hasta el 2006 se caracteriza por tres periodos en los cuales el comportamiento ha sido diferente, ¿estaría de acuerdo? Explique sus razones.</p> <p>1. e En general, ¿se puede afirmar que el sistema financiero colombiano en el periodo comprendido entre 1998-2006 ha privilegiado la financiación de la vivienda nueva? Explique su respuesta.</p> <p>3. b ¿Cuál gráfico te parece que corresponde a cada uno de los grupos que participaron de la reunión? ¿Por qué?</p> <p>3. d ¿Qué piensa que pudo haber pasado a partir de 1997?</p> <p>4. b ¿Se puede afirmar que la población en el periodo comprendido entre 1997 hasta 2005 presentó grandes diferencias entre los niveles de analfabetismo entre hombres y mujeres? Explique su respuesta.</p> <p>4. c ¿Si alguien afirma que los niveles de analfabetismo en Macarol desde 1997 hasta 2005 se caracteriza por tres periodos en los cuales el comportamiento ha sido diferente, estaría de acuerdo? Explique sus razones.</p>
--	--

<p>Nivel Avanzado: preguntas que requieren extrapolar a partir de los datos utilizando relaciones implícitas para predecir o generalizar</p>	<p>1. a De acuerdo a la información suministrada por el gráfico, ¿qué se puede decir de la compra de vivienda nueva y usada en Colombia en los años 1998-2006?</p> <p>1. g Con la información dada en el gráfico ¿cuál cree que sea el comportamiento de la vivienda en el año 2007?</p> <p>2. a De acuerdo a la información presentada en el gráfico, ¿qué se puede decir respecto a las discapacidades de los hombres y las mujeres?</p> <p>3. a De acuerdo a la información suministrada, ¿qué puede decir sobre la relación entre la pesca permitida y la pesca realizada?</p> <p>3. e Si las condiciones se mantienen, ¿puede anticipar lo que pasó en el 2000? ¿Cómo lo verificaría?</p> <p>4. a De acuerdo a lo que observa en el gráfico, ¿qué puede decir del nivel de analfabetismo en esta población durante los años 1997 al 2005?</p> <p>4. d Con la información dada en el gráfico ¿cuál cree que sea el comportamiento de la población analfabeta al finalizar el 2006?</p>
--	--

Para terminar este capítulo se mencionarán algunos aspectos importantes presentados antes y durante el desarrollo de los talleres, con el fin de contarles de forma general qué ocurrió en estas actividades.

### 3.4 ASPECTOS GENERALES DEL DESARROLLO DE LOS TALLERES

Los talleres se aplicaron a los seis niños del curso 6B por razones mencionadas anteriormente y con aspectos generales como:

- Inicialmente se entregaba el taller y se solicitaba colaboración y disposición a los alumnos. Se daban las indicaciones generales, aclarando dudas antes y durante el taller.
- Durante el desarrollo de los talleres se observó que la mayoría de los alumnos presentaron dificultad para comprender algunos de los puntos del primer y tercer taller.
- El tiempo de culminación de los talleres fue de una hora de clase, máximo dos horas y durante el desarrollo de estos los alumnos mostraron buena actitud.
- Para terminar la actividad, en algunos casos se realizó una socialización donde los estudiantes manifestaron sus aciertos y dificultades para el desarrollo de este taller, así como también justificaron sus respuestas. Estas socializaciones fue necesario hacerlas para el primer y tercer taller.
- A través de estas socializaciones se captaron percepciones interesantes que tenían los alumnos respecto al análisis e interpretación de gráficos.

## CAPITULO IV

### ANÁLISIS DE LAS RESPUESTAS

Como sugieren Murray y Gal, citado por Batanero y Díaz (2004) “la comprensión, interpretación y reacción frente a la información estadística no sólo requiere conocimiento estadístico o matemático, sino también habilidades lingüísticas, conocimiento del contexto, capacidad para plantear preguntas y una postura crítica que se apoya en un conjunto de creencias y actitudes” (p.14)

El análisis de los diferentes razonamientos realizados por los alumnos acerca de la interpretación de gráficos, nos permitió ubicarlos dentro de cada nivel de comprensión planteados por Curcio (Leer los datos, leer dentro de los datos y leer más allá de los datos), se observó cómo afectó el cambio de escala en los razonamientos, además nos permitió evaluar la habilidad que tenían los estudiantes y reconocer las dificultades presentadas en la lectura e interpretación de gráficos.

Partiendo de la caracterización de las preguntas realizadas, en el capítulo anterior, se analizaron los razonamientos hechos por los alumnos, en el que identificamos principalmente cómo afectó el cambio de escala en sus interpretaciones.

#### 4.1 LEER LOS DATOS

Con las preguntas caracterizadas en este nivel se pretendía que los estudiantes extrajeran toda la información posible de los datos que mostraba la gráfica.

En las situaciones planteadas sobre préstamos individuales para compra de vivienda nueva y usada y el total de personas que reportaron alguna limitación según su distribución por sexo, los resultados mostraron que la mayoría de los niños comparó las curvas de las gráficas observando cuando una curva estaba por encima de la otra para encontrar en que puntos la información era mayor o menor respecto a la otra. Los alumnos no presentaron ninguna dificultad para leer los datos en dichas preguntas.

Figura a.

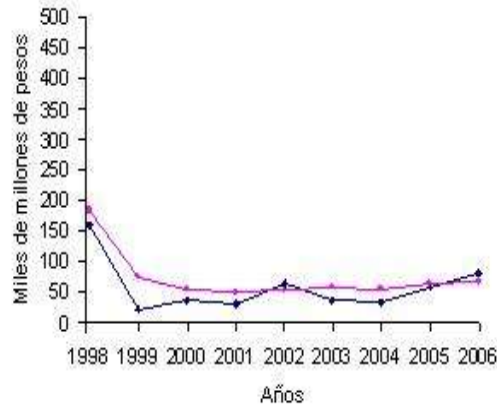
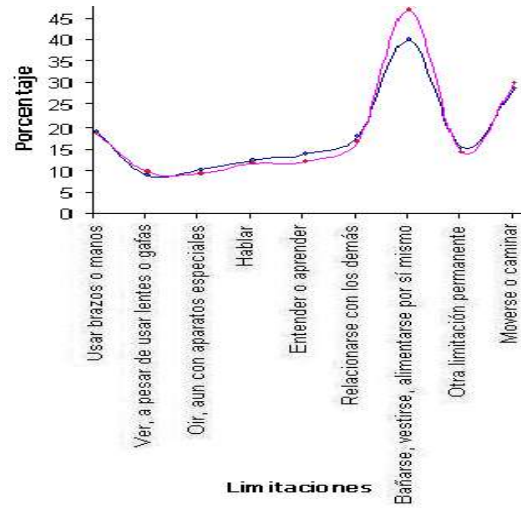


Figura b.



aumento en 1998 y disminuyó en 1999  
y desde el 2000 hasta el  
2006

Los razonamientos hechos por los alumnos a preguntas como:

- ¿En algún año el monto de la vivienda usada fue mayor que el de la vivienda nueva?
- ¿Cuál fue la razón principal para que las familias salieran de Colombia?,
- ¿Cuál fue la razón de menor frecuencia en la emigración de las familias colombianas?
- ¿Cuál es la diferencia entre la cantidad de familias que emigraron a Ecuador por inseguridad y por amenazas?

Permitieron observar que los estudiantes leyeron la tabla identificando las razones con menor y mayor frecuencia para que las familias salieran de Colombia, además algunos asumieron el término diferencia así:

La diferencia es de 67,500 familias

Algunas de estas respuestas, en forma general, fueron:

- La vivienda nueva siempre estuvo por encima de la usada en los años 2002 y 2006. Además la mayor diferencia se dio en 1999.

Es mayor la diferencia en Bañarse, vestirse, etc.

- El porcentaje de hombres con discapacidades fue menor que el de las mujeres en Es menor la diferencia entre usar brazos y manos

Sin embargo en dos de las preguntas planteadas respecto a préstamos individuales para compra de vivienda nueva y usada (anexo 5), los razonamientos dados por los estudiantes pusieron en manifiesto confusión en la lectura de los datos, como se puede ver a continuación:

- ¿Durante qué período o períodos aumentó el monto de la vivienda nueva?, ¿en cuáles disminuyó?, ¿hubo algún período en que se mantuvo constante?

Los niños debían enfocarse en la información de la vivienda nueva y analizar su comportamiento, sin embargo la mayoría comparó los datos de la vivienda nueva con los de la usada, encontrando en qué años fue mayor y menor. Mientras Andrea observó que:

Este último razonamiento se enfocó directamente a una observación por periodos como se indicó en la pregunta y no año por año como lo hicieron los demás alumnos.

- ¿En qué momento el monto de la vivienda usada fue máximo? ¿Y mínimo?

En esta pregunta se observó que no existe una definición clara de lo que representaba un máximo o un mínimo respecto a este tipo de gráfico. Debido a esto, se presentaron diferentes interpretaciones en las respuestas de los niños.

Por ejemplo, algunos de ellos encontraron el monto máximo y el mínimo representado en dos años, una de estas respuestas fue:

*minimo en 2001 y maximo 2006*. Es evidente que los estudiantes en este grado no saben analizar el comportamiento de un gráfico.

Otros encontraron varios puntos para el monto máximo y mínimo:

*MÁXIMO en el 2007 y mínimo desde 1998 hasta 2001* (Andrea).

Esta alumna comparó respecto a la vivienda nueva y por esta razón encontró que el monto de esta fue mínimo cuando estuvo por debajo de la usada. Algo similar ocurrió con la respuesta dada por Valentina.

Comparando las respuestas de los alumnos, se observó que las dos últimas preguntas necesitaban más que una simple lectura de datos, pues para responder a estas, era necesario comparar las curvas de los gráficos.

Como se indicó inicialmente, con este tipo de preguntas se esperaba que los estudiantes leyeran literalmente los gráficos, y hasta el momento, es claro que la mayoría de ellos no presentan mayor dificultad en este nivel.

Cabe entonces preguntarnos: ¿Que pasaría si esta lectura se hiciera alrededor de dos gráficos de similares características pero que se construyeron a escalas diferentes?

Algunas de las situaciones que se presentaron de esta forma, fue la de las frutas y las golosinas.

Figura e.

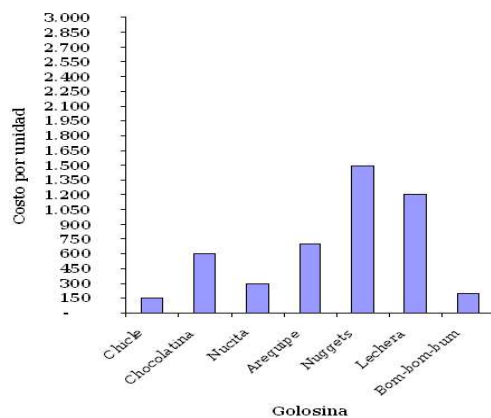
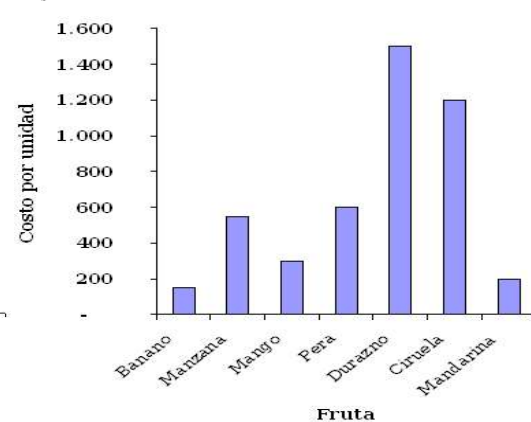


Figura f.



Alrededor de ésta surgieron las siguientes respuestas como:

- ¿Qué producto es el de mayor costo?

El producto de mayor costo es el durazno (Valentina) y por otro lado “el producto mas caro es el durazno” (Andrea). Estas alumnas manifestaron no haber tenido en cuenta que la escala de cada diagrama era diferente, pues se limitaron a seleccionar la barra más alta.

- En la segunda pregunta, ¿El costo de la nuecita es la tercera parte de la pera?

Las percepciones de los alumnos inicialmente fueron alrededor de las alturas de las barras, lo que produjo dificultad para aproximar cual era el valor exacto de cada producto.

A partir de estas respuestas se pudo observar cómo las preguntas de primer nivel enfocadas a la comparación de gráficos de similares características y construidas a escalas diferentes, pueden propiciar cierto grado de dificultad. Puesto que los estudiantes no se centran en solo una parte de los datos representados. Así como también la dificultad que se presenta cuando de aproximar valores se trata.

Otra situación planteada como la anterior, pero con la diferencia de que los dos gráficos contenían la misma información fue la de la pesca de la merluza.

Figura c.

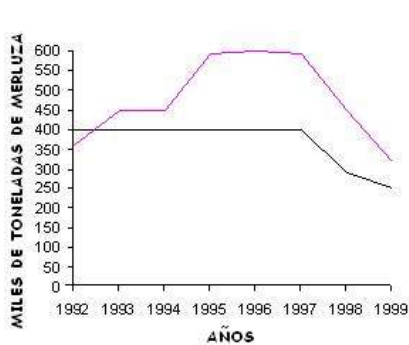
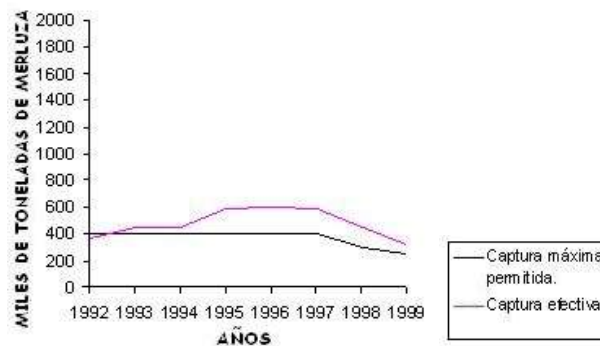


Figura d.



Cuando se preguntó, ¿durante qué período o períodos aumentó la pesca efectiva y en cuáles disminuyó?, ¿hubo algún período en que se mantuvo constante la pesca efectiva?, las respuestas fueron:

- Disminuyó en el 98 y el 97 (Juan).
- Respecto al aumento de la pesca efectiva se encontraron diversas respuestas, entre las cuales están:
  - a. Aumento en el 95 y el 93 (Juan)

b. Aumento en el 1993, 1994, 1995, 1996, 1997, 1998, 1999.  
(Johan)

c. Momento en 1997 (Silvia).

- Juan fue el único que estableció que se estuvo constante en el 95, 96, 97, 93, 94.

De lo anterior, se observó que la mayoría de los alumnos no tuvo claridad para comprender el comportamiento del gráfico puesto que no identificaron periodos de disminución ni de aumento.

Respecto a las respuestas dadas por Johan, Javier y Luis, cabe resaltar que ellos asimilaron la disminución de la pesca efectiva como los años donde esta gráfica se encontraba por debajo de la permitida, sin determinar puntos mínimos o máximos como lo hicieron los demás estudiantes.

A la pregunta ¿cuándo se da la mayor diferencia entre la captura efectiva y la captura máxima permitida?, la mayoría de los alumnos respondieron que la mayor diferencia entre la captura efectiva y la máxima permitida estuvo alrededor de los años 1995, 1996 y 1997.

A pesar de que la lectura de los datos no implicaba interpretación de los mismos, esta se vio afectada cuando se trataba de leer información en gráficos de características similares o que contenían la misma información y cuya construcción se hizo usando distintas escalas.

## 4.2 LEER DENTRO DE LOS DATOS

Según Curcio (1989) “Leer dentro de los datos incluye la interpretación e integración de los datos en un gráfico, además requiere de la habilidad para comparar cantidades y el uso de otros conceptos y destrezas matemáticas” (p.3).

Examinando las respuestas de preguntas que se ubicaron en este nivel, se observó que los estudiantes interpretan debidamente información en gráficos por separado, pero cuando se trata de integrar los datos de dos o más gráficos, presentan dificultad para leer dentro de la información. Uno de los ejemplos más significativo de esto, fue utilizar diferentes escalas para comparar la información de los siguientes gráficos:

Figura a.

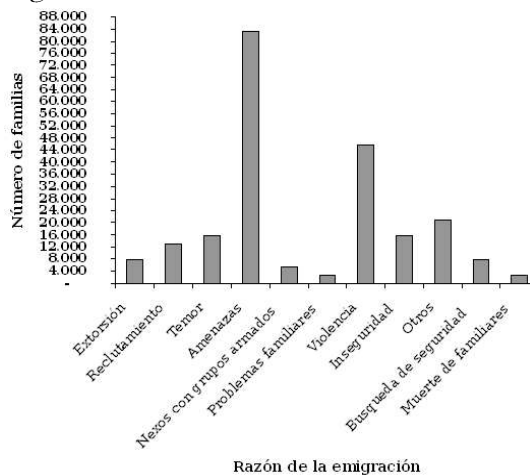


Figura b.

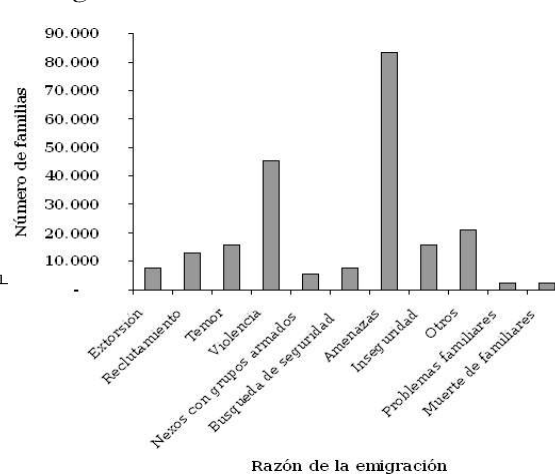


Figura c.

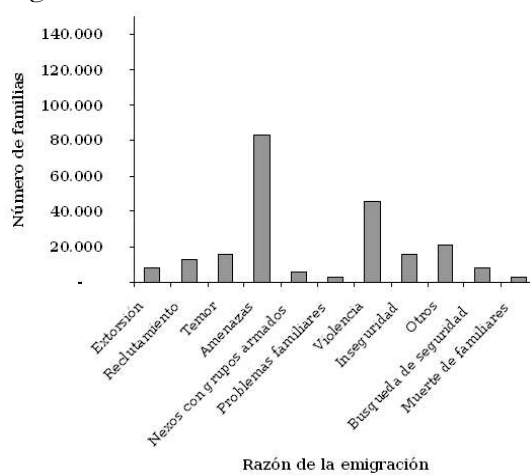
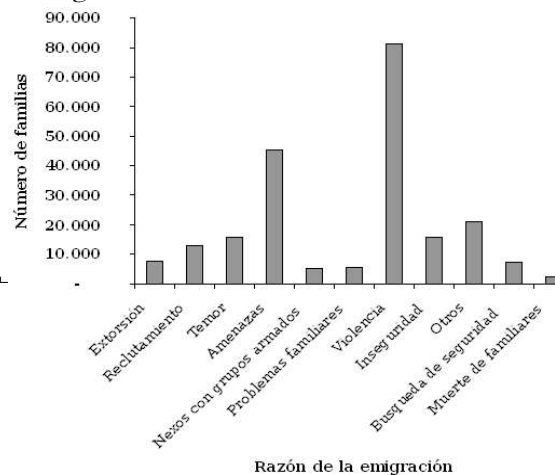


Figura d.



De acuerdo a la selección de los diagramas que representaban correctamente la información de las familias colombianas que viajaron a Ecuador, algunos de los

razonamientos enunciados por los estudiantes, durante la socialización, fueron los siguientes:

- Valentina argumentó: “elegí el gráfico b y cuando mire el c no ví ningún parecido”, es claro que ella no pudo establecer semejanza entre estos, porque le pareció que las barras de la figura b eran más altas, además aclaró “no escogí el gráfico a, porque como la unidad de la escala era tan pequeña, me quedaba difícil aproximar”.
- Johan expresó: “taché solo el b, que fue el diagrama en el que ví mejor los valores y las barras eran más altas que en los demás”, este alumno comparó los diagramas a y c con el b, teniendo en cuenta el tamaño de las barras y el orden de los datos.
- Javier manifestó: “escogí los gráficos a y b pero no escogí el gráfico c, porque tuve problemas para comparar los datos del gráfico con los de la tabla, porque este gráfico tiene las barras muy pequeñas”.

La transformación de un gráfico respecto al orden, la posición y principalmente la escala, nos permitió darnos cuenta que la mayoría de los niños presentaron inconvenientes para interpretar, relacionar e integrar la información de estos gráficos aún cuando contenían la misma información frecuencial.

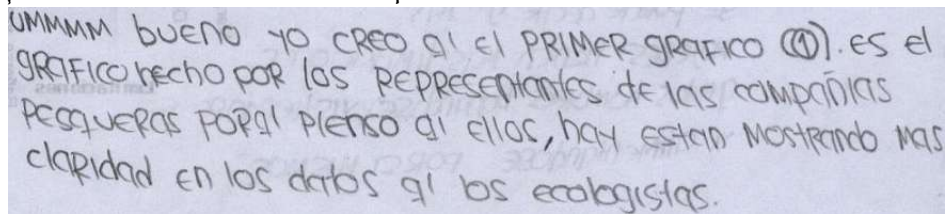
Es claro que al proporcionar la tabla de frecuencias, los niños no tuvieron seguridad para aproximar los valores en el gráfico b, porque al medir no lograban ver valores exactos.

Algunos de los razonamientos que evidencian el efecto del cambio de escala al leer dentro de los datos, se encontraron en las situaciones: frutas y golosinas, y pesca de la merluza.

- ¿Qué es más costoso entre la lechera y la ciruela?

Johan, Valentina y Andrea respondieron “la ciruela”, a pesar de que se valieron de herramientas como la regla para tratar de establecer que producto era más costoso. Con estas respuestas se observa que los alumnos leyeron e interpretaron nuevamente teniendo en cuenta la barra más alta entre los dos gráficos.

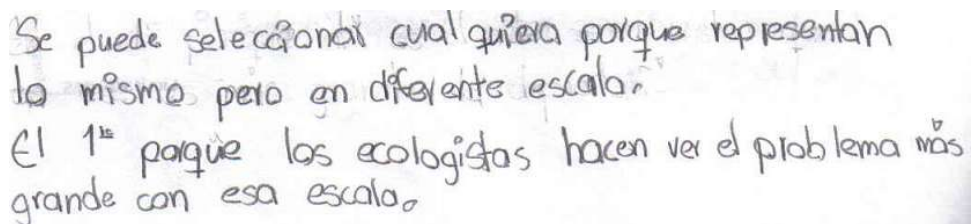
- ¿Cuál gráfico te parece que corresponde a cada uno de los grupos que participaron de la reunión? ¿Por qué?



a.

(Valentina).

b. Javier indicó:



c. Silvia, Andrea, Luis y Juan coincidieron en que, el primer gráfico pertenece al grupo ecológico y el segundo al grupo pesquero:

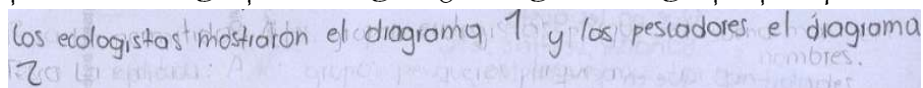
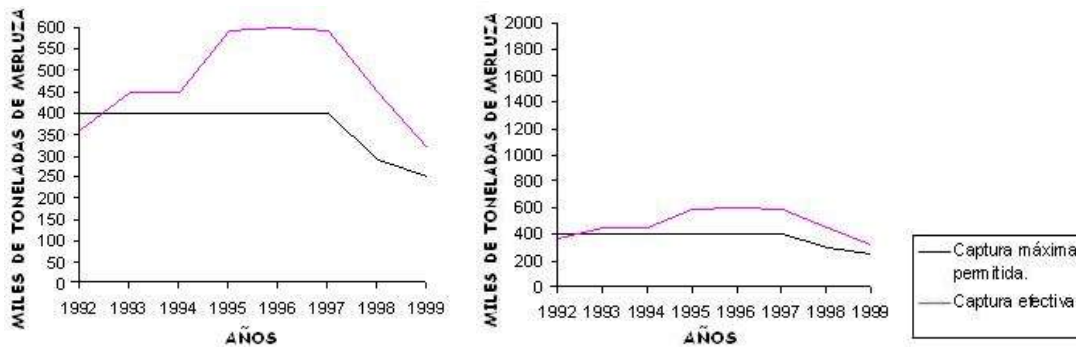


Figura c.

Figura d.



La mayoría de los alumnos expresaron que el primer gráfico correspondía a los ecologistas, porque querían resaltar el exceso en la pesca de la merluza por parte de las compañías pesqueras.

- ¿Qué piensa que pudo haber pasado a partir de 1997?

los ecologistas se dieron cuenta y comenzaron a contarle a la gente lo que estaban haciendo los pescadores

a. (Silvia).

b. Johan y Juan coincidieron al afirmar que:

Los niveles de la pesca efectiva disminuyó

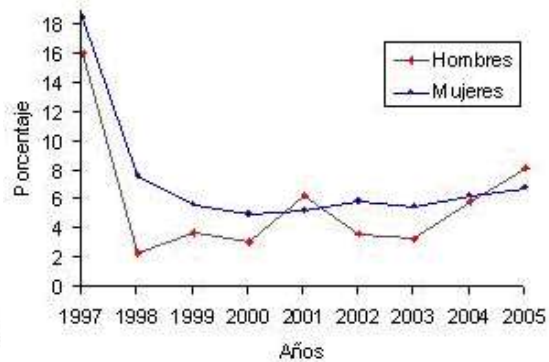
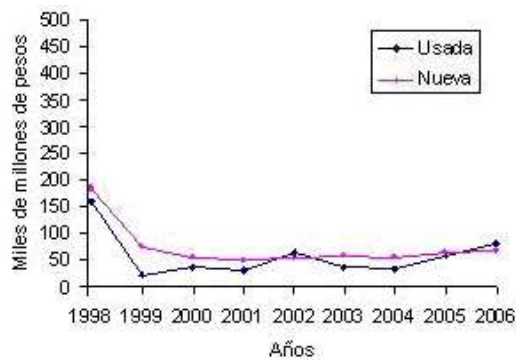
c. Mientras los demás solo afirmaron que la pesca disminuyó.

Con las apreciaciones anteriores es claro verificar que la única alumna que leyó dentro de los datos en esta pregunta, fue Silvia. Los demás simplemente leyeron los datos. Son claras las dificultades que empiezan a presentarse a partir de este nivel.

Otro ejemplo elemental consistió en plantear situaciones con gráficos similares no de forma simultánea sino por separado, ubicándolos al principio y al final del mismo taller como se mencionó en un capítulo anterior. Las preguntas propuestas para estas situaciones que buscaban relacionar los datos de los gráficos fueron:

Figura a.

Figura e.



- ¿Si alguien afirma que la financiación de vivienda en Colombia desde 1998 hasta el 2006 se caracteriza por tres periodos en los cuales el comportamiento ha sido diferente, estaría de acuerdo? Explique sus razones.
  - a. “En 1998 la usada tenía menos, en el 2002 las usadas tenían más y en el 2006 las dos viviendas tuvieron casi igual” (Johan).
  - b. “En el primer periodo se prestó mucho más para nueva y hubo más diferencia, en el segundo se prestó como lo mismo porque existen diferencias pequeñas y en el último se prestó igual en el 2005” (Silvia).
  - c. “En el 2002 y en el 2006 subió la vivienda usada. En cambio en los otros mantuvo casi el mismo rango” (Andrea).
  - d. “La vivienda usada no era tan frecuente como la nueva” (Juan).
  - e. “La mayoría del tiempo prevaleció la nueva” (Javier).
  - f. “En el primer y tercer periodo fue mayor la nueva y en el segundo fue mayor usada” (Luis).
  - g. Valentina afirmó que el comportamiento de los periodos difería porque en cada uno, “los valores cambian en esos tres periodos”.
  
- ¿Si alguien afirma que los niveles de analfabetismo en Macarol desde 1997 hasta 2005 se caracterizan por tres periodos en los cuales el comportamiento ha sido diferente, estaría de acuerdo? Explique sus razones.

- a. “Del 2002 y el 2003 no cambio mucho. En 1998 sí se puede decir que es mayor la diferencia y en el 2004 no hay diferencia” (Johan).
  - b. Juan afirmó “que durante siete años las mujeres fueron más analfabetas y hubo mucha diferencia entre los dos, en la frecuencia”.
  - c. “No, porque no es tanto el aumento. Solo en algunos años hubo buena diferencia, en 1998, 1999, 2000, 2002 y 2003” (Silvia).
  - d. “En 1998 hubo mayor cantidad de mujeres analfabetas” (Luis)
  - e. “Sí y no, porque la diferencia se nota mas al mirar los años 1997 y 1998” (Andrea).
- En general, ¿se puede afirmar que el sistema financiero colombiano en el periodo comprendido entre 1998-2006 ha privilegiado la financiación de la vivienda nueva? Explique su respuesta.
    - a. “No privilegió la vivienda nueva porque no fue mucha la diferencia en los últimos años y hubo dos años en que fue mayor la usada” (Silvia).
    - b. “Sí, privilegio la nueva” (Luis)
    - c. Hubo frases como la de Andrea, quien mencionó “la nueva tiene un rango mas alto, menos en el 2002 y 2006”.
    - d. Javier y Johan concordaron en que sí privilegio y que lo sucedido en el 2002 y el 2006 no marcaba diferencia suficiente como para decir que no hubo un privilegio para la financiación de la vivienda nueva.
  - ¿Se puede afirmar que la población en el periodo comprendido entre 1997 hasta 2005 presentó grandes diferencias entre los niveles de analfabetismo entre hombres y mujeres? Explique su respuesta.
    - a. Johan respondió que hubo grandes diferencias porque “las mujeres sobrepasaron en casi muchos años y los hombres en solo dos años”. También afirmó que “del 2002 al 2003 no cambio mucho, que en 1998

sí se puede decir que es mayor la diferencia y en 2004 no hay diferencia”.

- b. “La diferencia de los tres periodos es que solo en el primero no hubo aumento del analfabetismo en los hombres. En los periodos la mayoría de las veces hubo mas mujeres analfabetas” (Juan).
- c. Andrea y Silvia contestaron que “en algunos años hubo buena diferencia, especialmente en 1998”
- d. Luis manifestó que “en 1998 había más mujeres analfabetas”.

Razonamientos enunciados anteriormente como: “el monto de préstamos para viviendas nueva y usada se mantuvo muy similar” y “la mayoría de veces hubo más mujeres analfabetas”. Y “lo sucedido en el 2002 y el 2006 no marcaba diferencia suficiente como para decir que no hubo un privilegio para la financiación de la vivienda nueva” y “hubo grandes diferencias porque las mujeres sobrepasaron en casi muchos años y los hombres en solo dos años”, permiten observar nuevamente cómo afecta el uso de diferentes escalas en la interpretación en gráficos.

En general este tipo de situaciones permitieron a los alumnos realizar más que una lectura casi inmediata de los datos. En algunas de las respuestas se observó análisis alrededor de qué criterios se habían utilizado para presentar la información y reflexión acerca de las posibles interpretaciones que podían hacerse.

### 4.3 LEER MÁS ALLÁ DE LOS DATOS

Por requerir este nivel un tipo de predicciones e inferencias sobre información que no se refleja directamente en el grafico, fue notoria la dificultad que los estudiantes en general mostraron en este nivel. Sin embargo algunos

razonamientos que proporcionan una lectura más allá de los datos, se muestran a continuación.

- Respecto a la situación de analfabetismo, a la pregunta, ¿qué puede decir de la población durante los años 1997 al 2005?
  - a. Andrea planteó que “mínimo el 20% de la población entre los años 1997 y 2005 no sabía leer, ni escribir”
  - b. “En esa región hay más mujeres que hombres” (Johan)
  
- Teniendo en cuenta el total de personas que reportaron alguna limitación según su distribución por sexo ¿qué se puede decir respecto a las discapacidades de los hombres y las mujeres?
  - a. “Las mujeres tienen más discapacidad en bañarse y alimentarse por sí mismas, aunque un cinco por ciento no es mucho. Pero en las demás discapacidades están casi igual” (Andrea), en esta alumna se ha observado que continuamente cuantifica con porcentajes las diferencias que observa en la información.
  - b. “Los hombres tienen más discapacidades que las mujeres por realizar más labores” (Javier).
  
- Respecto a la situación de la depredación de la merluza ¿Qué puede decir sobre la relación entre la pesca permitida y la pesca realizada?
  - a. Johan respondió: “hay mas personas que pescan en la zona permitida y que en 1992 se pasaron”
  - b. Andrea mencionó que “la pesca permitida era más que la efectiva y que esto quería decir que la pesca máxima puede acabar con la merluza”

Con las anteriores afirmaciones se observó que algunos estudiantes lograron interpretar los gráficos sobre información que no se expresaba solamente en el gráfico. Algunos de los razonamientos no mencionados obedecen a interpretaciones puntuales o confusas.

#### 4.4 CAMBIO DE ESCALA

De acuerdo a nuestras apreciaciones, los interrogantes que produjeron razonamientos enfocados directamente con el cambio de escala, fueron los siguientes:

- ¿Qué producto es el de mayor costo?

“El producto de mayor costo es el durazno” (Valentina) y “el producto mas caro es el durazno” (Andrea). Estas alumnas manifestaron no haber tenido en cuenta que la escala de cada diagrama era diferente, pues se limitaron a seleccionar la barra más alta.

Figura e.

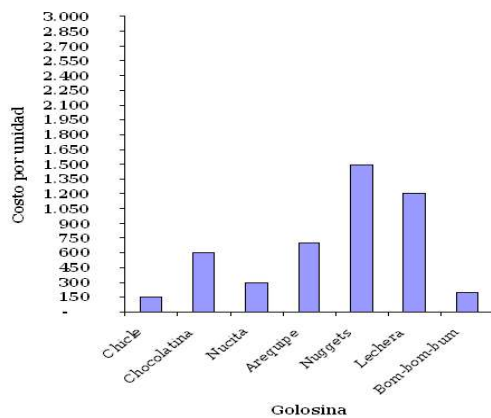
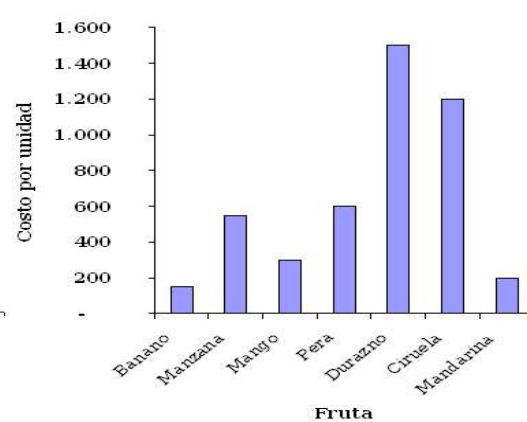


Figura f.



- Javier manifestó: “escogí los gráficos a y b pero no escogí el gráfico c, porque tuve problemas para comparar los datos del gráfico con los de la tabla, porque este gráfico tiene las barras muy pequeñas”.

Figura a.

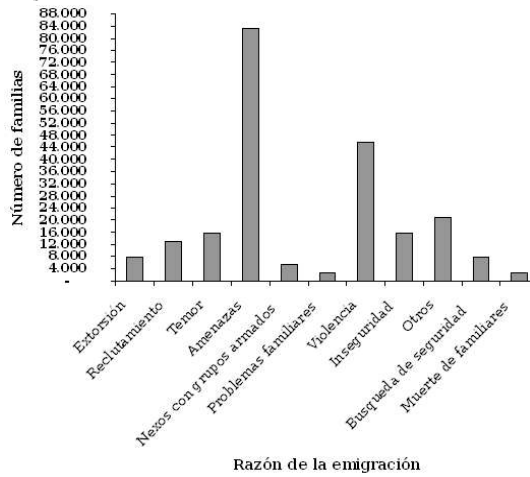


Figura b.

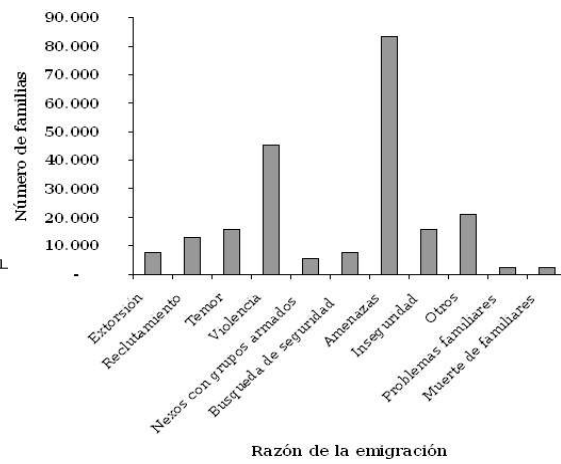


Figura c.

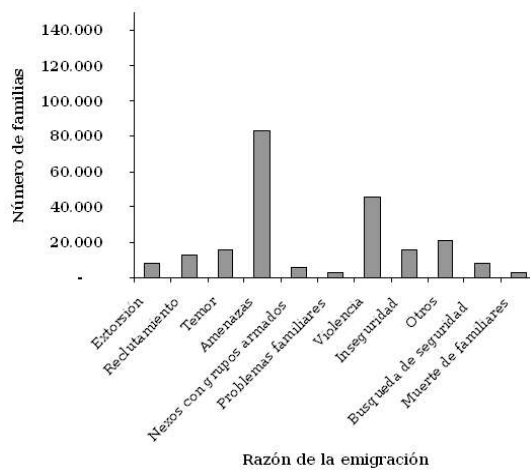
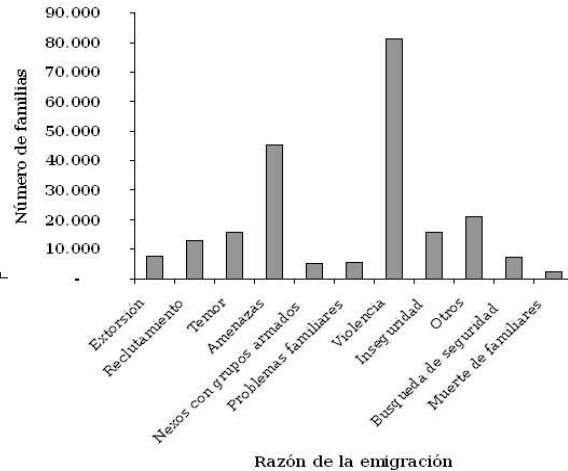


Figura d.



- ¿Cuál gráfico te parece que corresponde a cada uno de los grupos que participaron de la reunión? ¿Por qué?

Javier indicó que el primer gráfico correspondía a los ecologistas, afirmando: “los ecologistas hacen ver el problema más grande con esa escala”

Figura c.

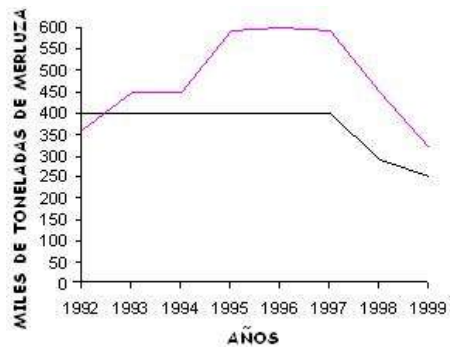
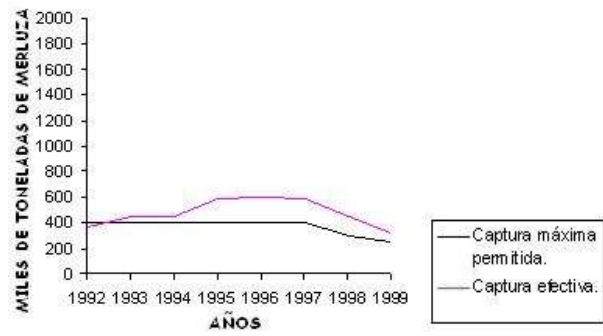


Figura d.



CAPITULO V

CONCLUSIONES

“Enseñar resulta una tarea ardua,  
compleja, difícil,... siempre exigente”  
(De Zubiría)

- Al iniciar el trabajo los niños no diferenciaban escalas en los gráficos. Para la mayoría de los alumnos realizar un diagrama de barras no implicaba establecer una unidad de escala constante. El uso de la escala en los gráficos permitió que los estudiantes afinaran el proceso de observación y comparación de la información. Además permitió que los alumnos dieran solución a situaciones planteadas a través de gráficos.
- El diseño del primer taller fue clave para identificar las primeras dificultades que presentaban los estudiantes en la comparación de gráficos. Una primera observación estuvo relacionada con la lectura de la información presentada en una tabla de frecuencias, la mayoría de los niños encontró mayor comprensión de los datos en el gráfico que en la tabla. Sin embargo, es importante resaltar que el uso de las tablas de frecuencias es una herramienta útil para llevar a los estudiantes a la graficación.
- Con algunas de las situaciones planteadas en los talleres, se promovió la reflexión de las diversas interpretaciones que se podían hacer con gráficos, que representaban la misma información pero que se construyeron a escalas diferentes. Se desarrolló en los alumnos capacidades para analizar, agrupar, describir y clasificar información, cuando se trataba de escoger entre gráficos que representaban la misma información.
- Por otra parte, a partir de las preguntas relacionadas con la lectura, interpretación, integración e inferencia de la información presentada en gráficos, se observó cómo los estudiantes no interpretaban fácilmente la

información presentada en gráficos de similares características en contextos diferentes.

- La mayoría de los alumnos dieron interpretaciones relacionadas directamente con las alturas de las barras, en el caso de los diagramas de barras. Otras observaciones en este taller se enfocaron en el orden de la información, el cambio de posición de las barras o la aproximación de valores. Cualquiera de los aspectos mencionados anteriormente causó dificultad en la interpretación adecuada de los gráficos.
- De los resultados anteriores se concluyó que los alumnos compararon información sin ningún inconveniente en un solo gráfico pero cuando se trataba de comparar gráficos seleccionando el adecuado o leyendo e interpretando adecuadamente los datos se presentaron dificultades debido al uso de diferentes escalas.
- El análisis de las respuestas reveló que los estudiantes realizaban lecturas literales de los datos presentados en los gráficos. Otros presentaron dificultad para alcanzar el segundo nivel “ leer dentro de los datos” debido al poco manejo que se da a la interpretación y comprensión de gráficos, en la básica primaria. Ningún estudiante percibió información que no se reflejara directamente en el gráfico.
- Aunque los talleres propendían el desarrollo de los tres niveles de comprensión, no se logró el tercer nivel (leer más allá de los datos), por consiguiente sería recomendable dedicar un trabajo al desarrollo de las habilidades necesarias para alcanzar dicho nivel.
- En la medida que los estudiantes fueron resolviendo situaciones, ganaron confianza en el uso de los gráficos y aumentaron su capacidad para inferir

información de los mismos. Sin embargo, no todos los conceptos son contruidos con facilidad por los estudiantes, se requiere de la mediación por parte del docente.

- A medida que se fue socializando cada uno de los talleres, los alumnos adquirieron cierta habilidad para leer e interpretar información presentada en gráficos. Es importante resaltar que la socialización es un espacio de comunicación que permite al estudiante manifestar razonamientos que difícilmente redacta en la hoja.
- La solución de situaciones resulta una actividad retadora para los alumnos, pues se promueve la capacidad para expresar y argumentar ideas. Por lo tanto es aconsejable diseñar un trabajo en el que se planteen preguntas alrededor de una situación, con las cuales el estudiante siempre pueda organizar, analizar e interpretar los datos en determinado gráfico.
- Se sugiere que la enseñanza de la estadística con niños entre 10 y 12 años se debe hacer a través del manejo de situaciones reales y de su interés, ya que es de vital importancia en la toma de decisiones, especialmente si se les enseña a interpretar y analizar información de datos a través de gráficos utilizando diferentes escalas.
- En el desarrollo de la investigación los alumnos se esforzaron por realizar las pruebas y los talleres de la mejor forma. Los niños fueron aprendiendo a descubrir relaciones matemáticas y a comprender el efecto de la escala en los gráficos.
- Debido a la precipitación que algunos estudiantes tuvieron al contestar las preguntas y no leer correctamente, se originaron interpretaciones, en

algunos casos, erróneas, por esa razón es recomendable disponer de un tiempo apropiado para el desarrollo de cualquier actividad, además de concienciar a los alumnos de la importancia de leer apropiadamente cualquier texto antes de dar respuestas.

- Es preciso registrar que la enseñanza de la estadística es una tarea delicada, debido a la dificultad que muestran los alumnos en adquirir los conceptos estadísticos incluso los más sencillos. Además es importante reconocer que a través de la estadística los estudiantes pueden establecer relaciones con diferentes áreas.

## REFERENCIAS

- Batanero, C., Estepa, A. y Godino, J. D. (1991). Análisis exploratorio de datos: sus posibilidades en la enseñanza secundaria. *Suma*, 9, 25-31.
- Batanero, C., Estepa, A. y Godino, J. D. (1992). Análisis exploratorio de datos: Sus posibilidades en la enseñanza secundaria. *Suma*, 9, 25-31.
- Batanero, C., Godino, J. D., Green, D. R., Holmes, P. y Vallecillos, A. (1994). Errores y dificultades en la comprensión de los conceptos estadísticos elementales. *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology*, 25(4), (pp. 527-547).
- Batanero, C. y Godino, J. D. (2000). Análisis de datos y su didáctica. Departamento de Didáctica de la Matemática. Granada.
- Batanero, C. (2002). Los retos de la cultura estadística. Jornadas Interamericanas de Enseñanza de la Estadística, Buenos Aires. Conferencia inaugural.
- Batanero, C. y Díaz, C. (2004). El papel de los proyectos en la enseñanza y aprendizaje de la estadística. En J. Patricio Royo (Ed.), *Aspectos didácticos de las matemáticas* (pp. 125-164). Zaragoza: ICE.
- Batanero, C. y Díaz, C. (2005). El papel de los proyectos en la enseñanza y aprendizaje de la estadística. I Congreso de Estatística e Investigaçao Operacional da Galiza e Norte de Portugal Guimarães, Portugal.

- Ben-Zvi, D. (2004). Reasoning about Data Analysis. En D. Ben-Zvi & J. Garfield (Eds.). The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking. (pp. 121-145). Kluwer Academic Publishers. Dordrecht Netherlands.
- Bertin, J. (1983). *Semiology of graphics* (2nd ed., W.J. Berg, Trans.) Madison: University of Wisconsin Press.
- Brousseau, G. (1983). Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 4(2), (pp. 164-198).
- Curcio, F. R. (1987). Comprehension of mathematical relationships expressed in graphs. *Journal for Research in Mathematics Education*, 18 (5), (pp. 382-393).
- Curcio, F. R. (1989). *Developing graph comprehension*. N.C.T.M. Reston, VA.
- DANE - Departamento Administrativo Nacional de Estadística. Página Web en línea. Recuperado el 10 de septiembre de 2006, de <http://www.dane.gov.co>
- De Guzmán, M. (1993). *Enseñanza de las ciencias y las matemáticas. Tendencias e innovaciones*, Madrid. Editorial Popular S. A.
- Gal, J. (2002). Adult's statistical literacy. Meanings, components, responsibilities. *Internacional Statistical Review*, 70(1), (pp. 1-25).

Holmes, P. (1980). *Teaching Statistics* 11 -16. Sloug: Foulsham Educational.

Inzunza, S. (2004). ¿Qué enseñar? ¿Estadística descriptiva o análisis exploratorio de datos? Recuperado el 2 de agosto de 2006, de <http://redexperimental.gob.mx/descargar.php?id=484>

“Longitud de palabras”. Recuperado el 12 de junio de 2006, de <http://www.ucv.cl/web/estadistica/ejercicio.htm>

McKnight, C.C. (1990). Critical evaluation of quantitative arguments. In G. Kulm (Ed.), *Assessing higher order thinking in mathematics* (pp.169-185). Washington, DC: American Association for the Advancement of Science.

Minnaard, V., Rabino, C., García, M., Moro, L. (2002). El uso de gráficas en la escuela: otro lenguaje de las ciencias. Recuperado el 3 de diciembre de 2006, de <http://www.rioei.org/experiencias34.htm>

Moore, D. S. (1992). What is Statistics? En D. C. Hoaglin & D. S. Moore. *Perspectives on Contemporary Statistics*. Mathematical Association of America. MAA Notes 21. (pp.1-17).

Pértiga S., Pita S. (2001). Representación gráfica en el análisis de datos. Recuperado el 23 de agosto de 2006, de <http://www.fisterra.com/mbe/investiga/graficos/graficos.htm>

Polya, G. (2002). *Cómo plantear y resolver problemas*. Editorial Trilla S. A. De C. V. Vigésimo sexta reimpresión, México.

Redacción Séptimo Día (2006, 6 de agosto). Así viven los colombianos ilegales en Ecuador, Nómadas. Vanguardia Liberal.

Rouncenfield (1995). The statistics of poverty and inequality. *Journal of Statistics Education*, 3(2).

Rowling J.K. (2002). Harry Potter y el cáliz de fuego. Recuperado el 4 de septiembre, de <http://es.wikipedia.org>

(2005, 20 de noviembre) ¿Qué periódicos leen los colombianos el domingo? El Tiempo.

“¡Salven la Merluza!”. Ministerio de Educación Argentina, Programa Nacional de Innovaciones Educativas. Recuperado el 24 de mayo de 2006, de <http://www.puentes.gov.ar/educar/docentes/homes/final.jsp>

Tukey, J. W. (1962). The future of data analysis. *Annals of Mathematical Statistics*, 33, 1-67.

Tukey, J. W. (1970). *Exploratory data analysis*. New York: Addison Wesley.

Wainer, H. (1992). Understanding graphs and tables. *Educational Research*, 21(1) 14.23.

Watson, J. (1997). Assessing statistical literacy through the use of media surveys. En J. Gal y J. B. Garfield (Eds.). *The assessment challenge in statistics education* (pp. 107-121). Amsterdam: IOS Press.

Wild, C. y Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry (con discusión). *International Statistical Review*, 67(3), 223-265.

Winn, W. (1989). The design and use of instructional graphics en H. Mandl y J. Levin. Knowledge acquisition from text and pictures. Amsterdam. Holanda.

## ANEXOS

Anexo 1: Prueba diagnóstica |



Observe el siguiente pictograma y responda:

1. ¿Qué interpreta con esta información?  
\_\_\_\_\_
2. Ordene los periódicos según las preferencias de los lectores.  
\_\_\_\_\_
3. ¿Cuál es la diferencia entre los periódicos El País y El Tiempo?  
\_\_\_\_\_
4. ¿Conoce otras formas para representar información?  
Si \_\_\_ No\_\_\_  
¿Cuales? \_\_\_\_\_

## Anexo 2: Prueba diagnóstica II

### LONGITUD DE PALABRAS

**Consideremos que la longitud de una palabra es la cantidad de letras que la forman. Por ejemplo la palabra "mamá" tiene longitud 4.**

**1.** Lea los siguientes párrafos de la novela "Harry Potter y el cáliz de fuego", organice y represente en una tabla de frecuencias y un diagrama de barras la longitud de todas las palabras.

Los aldeanos de Pequeño Hangleton seguían llamándola «la Mansión de los Ryddle» aunque hacía ya muchos años que los Ryddle no vivían en ella. Erigida sobre una colina que dominaba la aldea, tenía cegadas con tablas algunas ventanas, al tejado le faltaban tejas y la hiedra se extendía a sus anchas por la fachada. En otro tiempo había sido una mansión hermosa y, con diferencia, el edificio más señorial y de mayor tamaño en un radio de varios kilómetros, pero ahora estaba abandonada y ruínosa, y nadie vivía en ella.

Con la información obtenida ¿qué conclusiones puede obtener?

**2.** Repita el ejercicio anterior con este párrafo y compare los resultados obtenidos en ambos casos.

En Pequeño Hangleton todos coincidían en que la vieja mansión era siniestra. Medio siglo antes había ocurrido en ella algo extraño y horrible, algo de lo que todavía gustaban hablar los habitantes de la aldea cuando los temas de chismorreos se agotaban. Habían relatado tantas veces la historia y le habían añadido tantas cosas, que nadie estaba ya muy seguro de cuál era la verdad. Todas las versiones, no obstante, comenzaban en el mismo punto: cincuenta años antes, en el amanecer de una soleada mañana de verano, cuando la Mansión de los Ryddle aún conservaba su imponente apariencia, la criada había entrado en la sala y había hallado muertos a los tres Ryddle.

### Anexo 3: Taller I

En los últimos 5 años, 220.000 familias Colombianas viajaron a Ecuador huyendo del conflicto armado.

A estas familias se les aplicó una encuesta con el fin de saber las razones de la emigración y los resultados obtenidos fueron los siguientes:

Razón	Nº de familias
Extorsión	7.750
Reclutamiento	13.000
Temor	15.750
Amenazas	83.250
Nexos con grupos armados	5.250
Problemas familiares	2.500
Violencia	45.500
Inseguridad	15.750
Otros	21.000
Búsqueda de seguridad	7.750
Muerte de familiares	2.500

**Tabla 1**

1. Responda las siguientes preguntas:
  - a. ¿Cuál fue la razón principal para que las familias salieran de Colombia?
  - b. ¿Cuál fue la razón de menor frecuencia en la emigración de las familias colombianas?
  - c. ¿Cuál es la diferencia entre la cantidad de familias que emigraron a Ecuador por inseguridad y por amenazas?
2. Seleccione los diagramas que representan correctamente la información de los resultados presentados en la tabla de frecuencias.

Figura a.

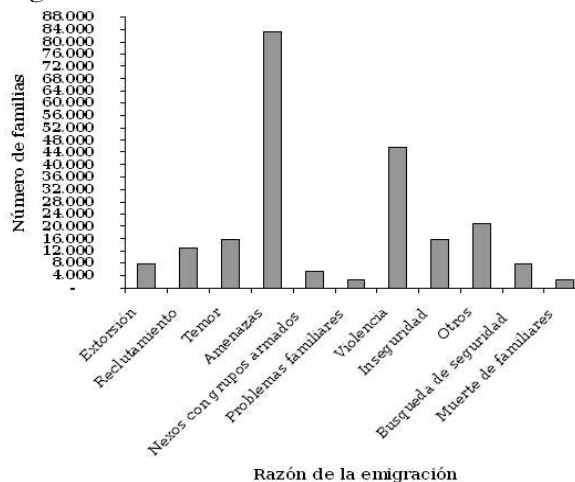


Figura b.

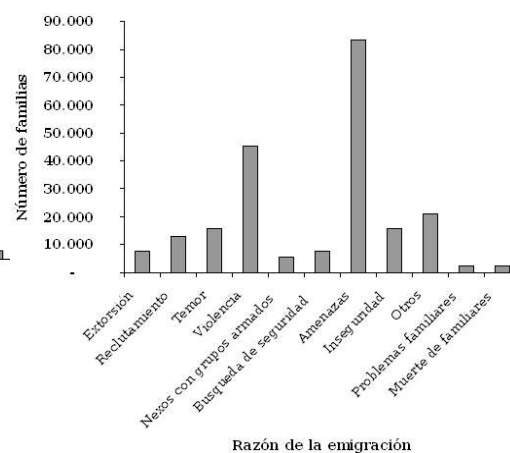


Figura c.

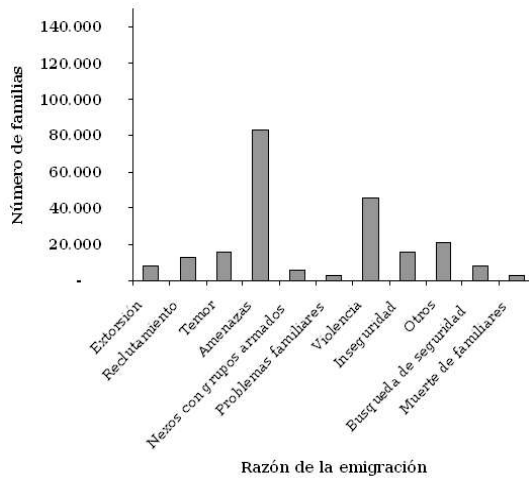
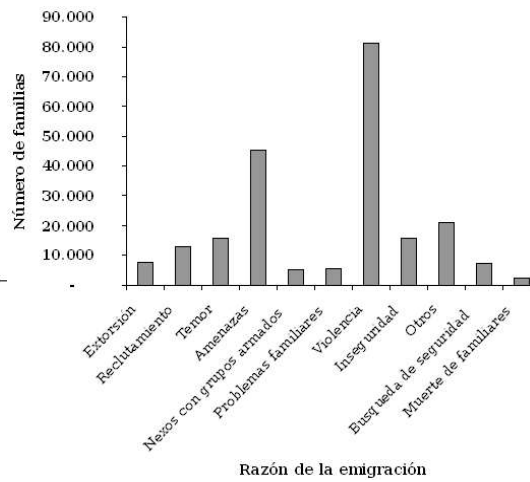


Figura d.



3. Para saber el precio de las golosinas y frutas preferidas por los alumnos del colegio, se realizó una encuesta y se registraron los datos en los siguientes diagramas:

Figura e.

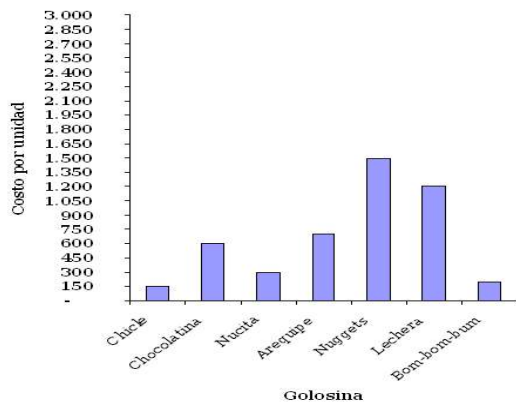
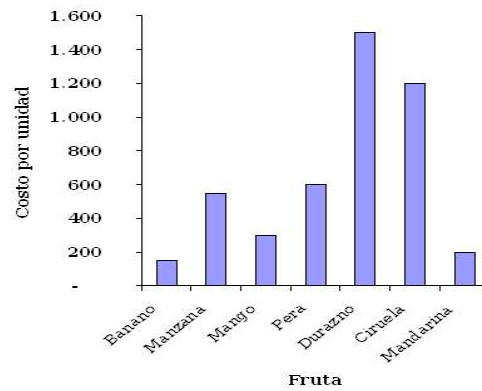


Figura f.

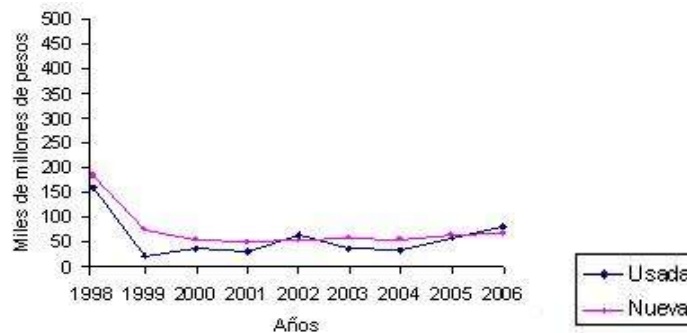


- ¿Qué producto es el de mayor costo?
- Se puede afirmar que el costo de la nucita es la tercera parte del costo de la pera, ¿por qué?
- ¿Qué es más costoso la ciruela o la lechera?

## Anexo 4: Taller II (parte 1)

1. De acuerdo con el informe de Financiación de Vivienda en Colombia, publicado por el DANE, durante el segundo trimestre de 2006, el monto de los préstamos individuales desembolsados para compra de vivienda nueva y usada de los últimos nueve años, está representado en el siguiente gráfico.

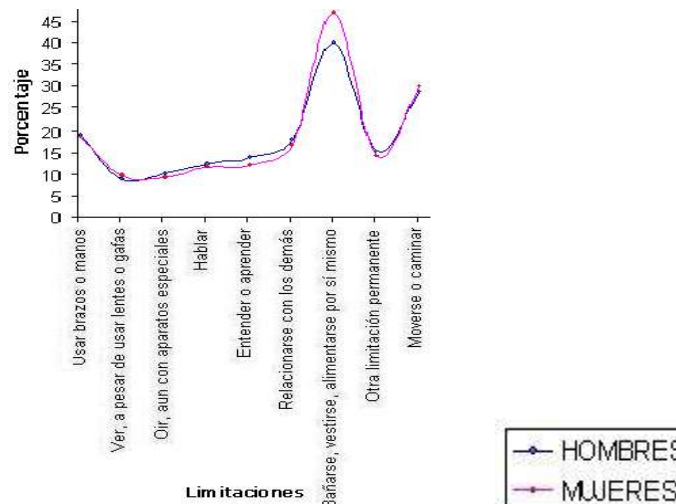
Figura a.



a. De acuerdo a la información suministrada por el gráfico, ¿qué se puede decir de la compra de vivienda nueva y usada en Colombia en los años 1998-2006?

2. Con el fin de obtener un marco que permita realizar estudios específicos sobre el tema de discapacidad, el Censo General de Población en Colombia, incluyó una pregunta en esta dirección en el formulario básico. En la siguiente tabla se puede ver el porcentaje del total de personas que reportaron alguna limitación según su distribución por sexo.

Figura b.



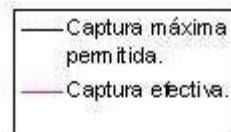
a. De acuerdo a la información presentada en el gráfico, ¿qué se puede decir respecto a las discapacidades de los hombres y las mujeres?

3. La actividad que presentamos a continuación se elaboró a partir de una información real que apareció en un medio de prensa Argentino en el año 2000.

“La depredación de la merluza en Argentina ha causado mucha preocupación en las distintas organizaciones ecologistas. Por este motivo, los miembros de varias de ellas decidieron reunirse e invitaron también a representantes de compañías pesqueras extranjeras”.

“En esa reunión se consideraron estudios realizados sobre este problema y se discutió mucho acerca de dos gráficos en los que se había representado la **captura máxima permitida** de la merluza y la **captura efectiva** de la misma en miles de toneladas, durante el período comprendido entre los años 1992 y 1999”.

*A continuación, mostramos dos gráficos. Uno de ellos fue propuesto por los miembros de una de las organizaciones ecologistas presentes en la reunión; el otro, por los representantes de las compañías pesqueras.*



Las merluzas son peces demersales que viven en la zona marina más próxima al fondo, habitan entre 70 y 370 m de profundidad, aunque algunas especies se encuentran hasta los 1.000 m, desplazándose hacia aguas someras para desovar.



Figura c.

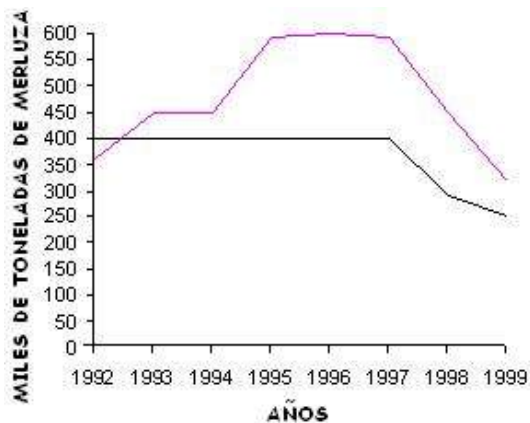
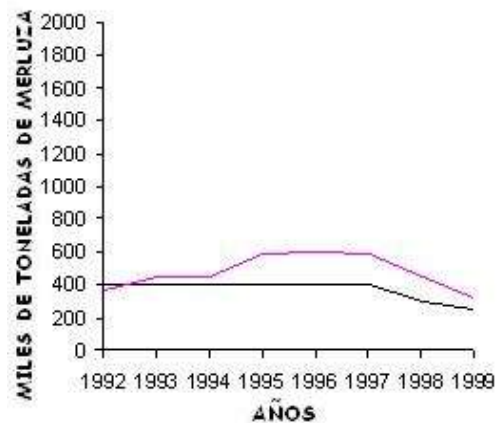


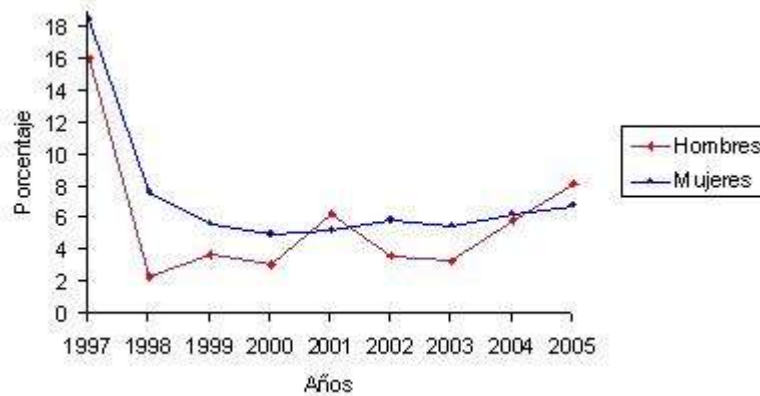
Figura d.



- a. De acuerdo a la información suministrada, ¿qué puede decir sobre la relación entre la pesca permitida y la pesca realizada?
- b. ¿Cuál gráfico te parece que corresponde a cada uno de los grupos que participaron de la reunión? ¿Por qué?

4. A continuación aparece información acerca de cómo estuvo distribuida la población con algún nivel de analfabetismo respecto a hombres y mujeres, durante los nueve años anteriores, en Macarol.

Figura e.

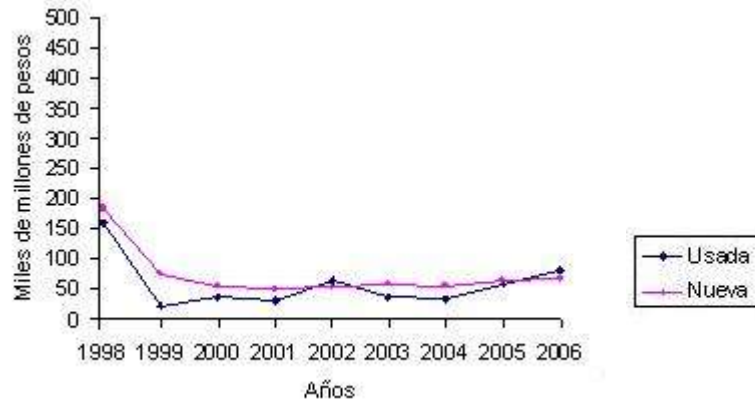


- a. De acuerdo a lo que observa en el gráfico, ¿qué puede decir de la población colombiana durante los años 1997 al 2005?

## Anexo 5: Taller II (parte 2)

**1.** De acuerdo con el informe de Financiación de Vivienda en Colombia, publicado por el DANE, durante el segundo trimestre de 2006, el monto de los préstamos individuales desembolsados para compra de vivienda nueva y usada de los últimos nueve años, está representado en el siguiente gráfico.

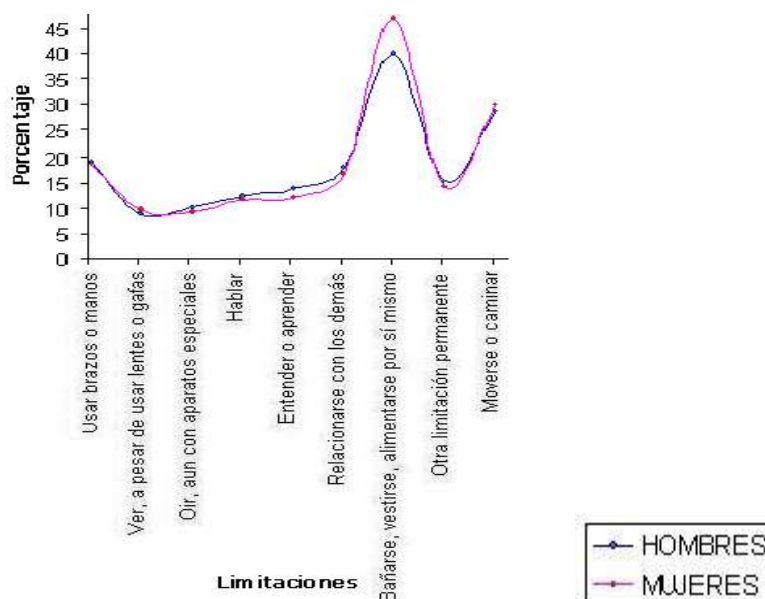
Figura a.



- ¿En algún año el monto de la vivienda usada fue mayor que el de la vivienda nueva?
- ¿Durante qué período o períodos aumentó el monto de la vivienda nueva? ¿En cuáles disminuyó? ¿Hubo algún período en que se mantuvo constante?
- ¿Si alguien afirma que la financiación de vivienda en Colombia desde 1998 hasta el 2006 se caracteriza por tres periodos en los cuales el comportamiento ha sido diferente, estaría de acuerdo? Explique sus razones. Indicación: Construya un gráfico con el total de la financiación para cada año sin discriminar entre vivienda usada o nueva.
- En general, se puede afirmar que el sistema financiero colombiano en el periodo comprendido entre 1998-2006 ¿ha privilegiado la financiación de la vivienda nueva? Explique su respuesta.
- ¿En qué momento el monto de la vivienda usada fue máximo? ¿Y mínimo?
- Con la información dada en el gráfico ¿cuál cree que sea el comportamiento de vivienda en el año 2007?
- ¿Cuándo se da la mayor diferencia entre el monto de la vivienda nueva y usada?

**2.** Con el fin de obtener un marco que permita realizar estudios específicos sobre el tema de discapacidad, el Censo General de Población en Colombia, incluyó una pregunta en esta dirección en el formulario básico. En la siguiente tabla se puede ver el porcentaje del total de personas que reportaron alguna limitación según su distribución por sexo.

Figura b.

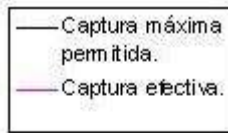


- a. ¿En qué aspecto es mayor la diferencia entre las discapacidades de los hombres y las mujeres?
  - b. ¿En qué aspectos es menor la diferencia entre las discapacidades de los hombres y las mujeres?
  - c. ¿En algún momento el porcentaje de hombres con discapacidades fue menor que el de las mujeres? En caso de ser así, ¿cuándo ocurrió?
3. La actividad que presentamos a continuación se elaboró a partir de una información real que apareció en un medio de prensa Argentino en el año 2000.

“La depredación de la merluza en Argentina ha causado mucha preocupación en las distintas organizaciones ecologistas. Por este motivo, los miembros de varias de ellas decidieron reunirse e invitaron también a representantes de compañías pesqueras extranjeras”.

“En esa reunión se consideraron estudios realizados sobre este problema y se discutió mucho acerca de dos gráficos en los que se había representado la ***captura máxima permitida*** de la merluza y la ***captura efectiva*** de la misma en miles de toneladas, durante el período comprendido entre los años 1992 y 1999”.

A continuación, mostramos dos gráficos. Uno de ellos fue propuesto por los miembros de una de las organizaciones ecologistas presentes en la reunión; el otro, por los representantes de las compañías pesqueras.



Las merluzas son peces demersales que viven en la zona marina más próxima al fondo, habitan entre 70 y 370 m de profundidad, aunque algunas especies se encuentran hasta los 1.000 m, desplazándose hacia aguas someras para desovar.



Figura c.

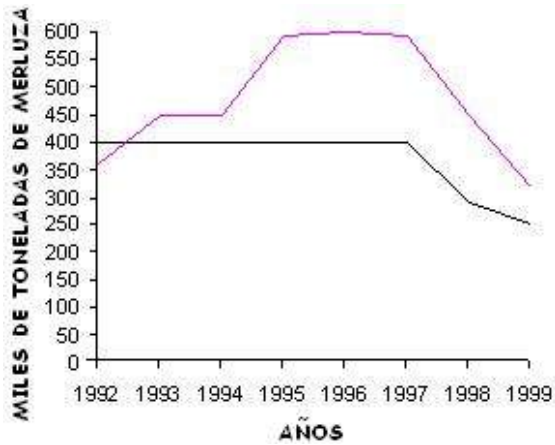
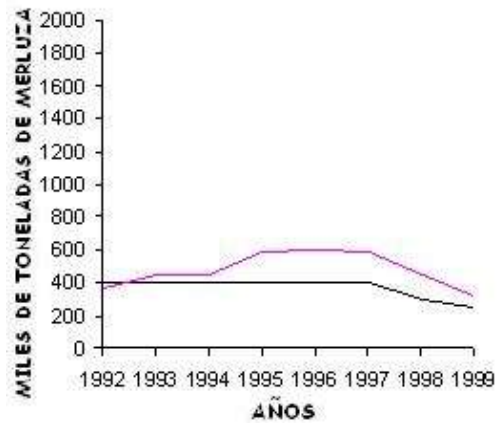


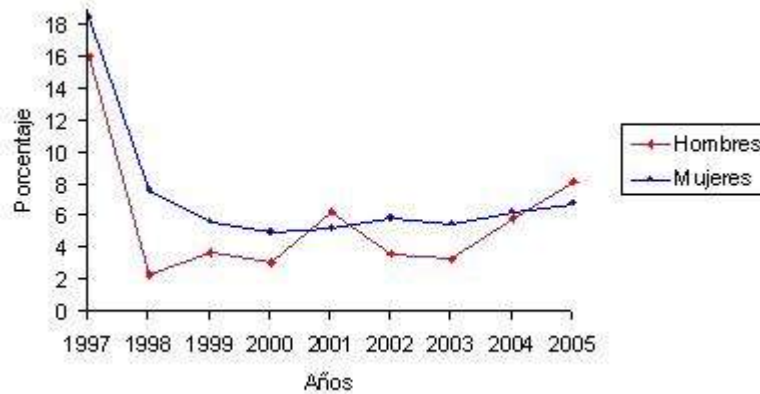
Figura d.



- ¿Durante qué período o períodos aumentó la pesca efectiva? ¿En cuáles disminuyó?
- ¿Hubo algún período en que se mantuvo constante la pesca efectiva?
- ¿Hubo algún período en que se mantuvo constante la pesca permitida?
- ¿Qué piensa que pudo haber pasado a partir de 1997?
- Si las condiciones se mantienen, ¿puede anticipar lo que pasó en el 2000? ¿Cómo lo verificaría?
- El momento en que se da el valor máximo de la captura efectiva ¿coincide con el momento en que es mayor la diferencia entre la captura efectiva y la captura máxima permitida?
- ¿Cuándo se da la mayor diferencia entre la captura efectiva y la captura máxima permitida?

4. A continuación aparece información acerca de cómo estuvo distribuida la población con algún nivel de analfabetismo respecto a hombres y mujeres, en los nueve años anteriores, en Macarol.

Figura e.



- ¿Se puede afirmar que la población de Macarol en el periodo comprendido entre 1997 hasta el 2005 presentó grandes diferencias entre los niveles de analfabetismo entre hombres y mujeres? Explique su respuesta y explique sus razones.
- ¿Si alguien afirma que los niveles de analfabetismo en Macarol desde 1997 hasta el 2005 se caracteriza por tres periodos en los cuales el comportamiento ha sido diferente, estaría de acuerdo? Explique sus razones. Indicación: Construya un gráfico con el total de población analfabeta para cada año sin discriminar entre hombres y mujeres.
- Con la información dada en el gráfico ¿cuál cree que será el comportamiento de la población analfabeta al finalizar el año 2006?
- ¿Cuándo se da la mayor diferencia entre analfabetismo de hombres y mujeres?