

Constructores de futuro: Ludoteca de Círculos Matemáticos en el Colegio Ecológico de
Floridablanca (sede H)

Angy Juliana Pineda Torres

Laura Marcela Quiñones Díaz

Trabajo de Grado para optar al Título de Licenciada en Educación Básica Primaria

Directora

Jenny Patricia Acevedo-Rincón

Doctora en Educación

Universidad Industrial de Santander- UIS

Facultad de Ciencias Humanas

Escuela de Educación

Licenciatura en Educación Básica Primaria

Bucaramanga

2026

Dedicatoria

Dedico este trabajo de grado a mis padres, *Luz Dary y William*, por todo lo que me han enseñado a lo largo de toda mi vida. Su apoyo incondicional y su formación han hecho la mujer que soy actualmente y hace que cada cosa que hago y pienso sea por hacerlos sentir orgullosos y retribuirles un poco de todo lo que han hecho por y para mí. Este logro es más de ellos que mío.

A mi hermano, *Juan Andrés*, quien, desde su forma de ser y expresarme su cariño, ha estado conmigo para sacarme una sonrisa y hacer mi vida más divertida.

A mi madrina, *July*, que, desde la distancia, siempre me ha acompañado y me ha brindado los mejores consejos para ser una profesional íntegra y que busca las mejores oportunidades para crecer en lo académico y lo personal.

A *Juan David*, quien se ha convertido en mi ángel guardián hecho amistad y ha estado conmigo para levantarme en los momentos en donde estoy mal, brindarme su apoyo incondicional y aconsejarme de la mejor manera. Agradezco enormemente que sea mi fiel compañero desde el colegio y espero que esta amistad extrapole todos los obstáculos y podamos cumplir todos los planes que tenemos juntos como amigos.

A *mis demás familiares*, especialmente los que ya no están en este plano terrenal, porque de alguna u otra forma se sienten orgullosos de mis logros y han aportado a mi formación como persona y futura profesional. Espero que aquellos que ya no están me acompañen siempre desde el cielo y estén conmigo para tomar las mejores decisiones en mi vida personal y profesional.

Angy Pineda.

Dedicatoria

A mis padres, *Reinaldo Quiñones* y *Sandra Díaz* por cuidarme, educarme con amor y brindarme siempre lo mejor. Todos mis logros serán por y para ustedes.

A mis hermanos, *Andrea Quiñones* y *Andrés Quiñones*, mis referentes a seguir y mayor motivo de orgullo.

A la *Nonita Gilma* por su amor incondicional.

A mi novio *Jonatan Marin*, por alegrar mi vida y motivarme a seguir avanzando.

A mis familiares por sus oraciones y apoyo constante, especialmente a mis madrinas, *Diana Quiñones* y *Milvia Londoño*.

A todos los grandes maestros que me hicieron soñar con ser como ellos algún día y a los que me ayudaron a cumplir este sueño hoy.

Laura Quiñones.

Agradecimientos

A *Dios*, por ser mi principal pilar para todo lo que hago y no hacer que desfallezca ante todas las dificultades que se me han presentado a lo largo de esta etapa universitaria y poner en mi camino ángeles guardianes que siempre están para mí en todos los momentos de mi vida.

A la *Universidad Industrial de Santander*, por abrirme sus puertas para tener una formación académica e investigativa integral y convertirse en ese lugar seguro que me hizo crecer como persona y hacer de estos cinco años de formación en pregrado una experiencia inolvidable.

A mi directora de Trabajo de Grado, *Jenny Patricia Acevedo*, a quien le agradezco infinitamente por ser ese faro que siempre me ha brindado sus conocimientos para ser una profesional íntegra. Más allá de darme las oportunidades que me han hecho crecer académicamente más de lo que yo misma imaginé, ha sido esa persona que me da su ánimo cuando quiero desfallecer, está pendiente de mí cuando tengo problemas, me brinda los mejores consejos cuando no sé cómo actuar y me recuerda que soy capaz de lograr todo lo que me propongo.

A todos los directivos docentes y estudiantes del *Colegio Ecológico de Floridablanca (sede H)* y al proyecto *Círculos Matemáticos*, por abrirme las puertas para vivir esta experiencia de práctica social y ser un escenario que permite la innovación y la generación de experiencias significativas para sus estudiantes.

A mi compañera de Trabajo de Grado y amiga, *Laura Quiñones*, por vivir este proceso de tesis juntas, estar conmigo en todos los momentos de mi vida y ser mi apoyo en aquellas circunstancias en esta etapa universitaria.

A mis amigas y compañeras; *Angie, Sofi, Mafe y Yiyi*, por caminar juntas a lo largo de esta aventura llamada universidad y, pese a las dificultades que hemos pasado, siempre me apoyaron en mis planes y decisiones, estuvieron en todo momento y supe que íbamos a ser las cinco contra el mundo.

A *Mayerly*, esa personita que llegó a mi vida cuando menos lo pensaba y se fue convirtiendo en mi cómplice, y compañera de almuerzos y estresadas. Le agradezco enormemente por abrirme las puertas de su casa y brindarme su apoyo incondicional en muchos aspectos de mi vida.

Al semillero *STEAM+H*, por ser ese espacio seguro en el que pude crecer como profesional, desarrollar mis habilidades de oralidad de escritura y convertirse en esa familia con la que pude viajar, conocer y compartir mis investigaciones al mundo. De igual manera, a mi compañerita de liderato y viajes, *Luisa Díaz*, por su compañía y apoyo constante, a su lado pude aprender muchas cosas y vivimos muchas experiencias inolvidables.

Angy Pineda.

Agradecimientos

Agradezco sinceramente,

A mi directora de Trabajo de Grado, la docente *Jenny Patricia Acevedo Rincón*, por todas sus enseñanzas, consejos y apoyo académico durante toda la carrera, siempre estaré agradecida por todas las oportunidades que me ayudó a alcanzar.

Al Semillero *STEAM + H* por formarme como docente investigadora y al proyecto *Círculos Matemáticos* por crear e integrarme a esta estrategia de enseñanza en pro del disfrute de las Matemáticas.

A la Universidad Industrial de Santander, por brindarme apoyo a través de auxilias y por contar con excelentes docentes y espacios como el Centro de Escucha, la biblioteca, las zonas deportivas y el club de lectura, los cuales hicieron de mi experiencia universitaria una etapa aún más significativa.

A los directivos y docentes del *Colegio Ecológico de Floridablanca* (sede H) por recibirnos con los brazos abiertos. A mis maravillosos niños y niñas de 4° y 5° por permitirme aprender de ellos.

A mi amiga y compañera de Trabajo de Grado, *Angy Pineda*, por sus ideas, esfuerzo y entrega en esta práctica social.

A mis amigas, especialmente a *Laura Blanco*, *Natalia Patiño* y *Zharick Navarro* por hacer de cada momento compartido algo inolvidable.

A *mi familia*, por todo el amor y sacrificios, los cuales me permitieron llegar hasta aquí. Sin ustedes, este triunfo no sería posible.

A todos aquellos que alguna vez me ayudaron, gracias totales.

Laura Quiñones.

Tabla de Contenido

Introducción	18
1. Aproximación al problema.....	20
1.1. Planteamiento del problema.....	20
1.2. Objetivos.....	24
1.3. Justificación	24
2. Círculos Matemáticos	27
2.1. Presentación de CM	27
2.2. Antecedentes	28
3. El modelo de enseñanza instruccional 5E	30
4. Aproximación metodológica	35
4.1. Método	35
4.2. El Colegio Ecológico de Floridablanca	36
4.3. Población.....	37
4.4. Fases de la implementación	40
4.5. Aspectos éticos.....	42
4.6. Proyección de la práctica social	44
5. Análisis de la práctica social	48
5.1. Entrevista con la docente titular.....	48
5.2. Taller 1. Descubriendo el poder del valor posicional	54
5.2.1. <i>Engage</i>	55
5.2.2. <i>Explore</i>	60
5.2.3. <i>Explain</i>	63

5.2.4. <i>Elaborate</i>	66
5.2.5. <i>Evaluate</i>	71
5.3. Taller 2. Pilotos matemáticos: El gran desafío del vuelo.....	76
5.3.1. <i>Engage</i>	77
5.3.2. <i>Explore</i>	81
5.3.3. <i>Explain</i>	85
5.3.4. <i>Elaborate</i>	90
5.3.5. <i>Evaluate</i>	95
5.4. Taller 3. Domando el caos	99
5.4.1. <i>Engage</i>	101
5.4.2. <i>Explore</i>	104
5.4.3. <i>Explain</i>	108
5.4.4. <i>Elaborate</i>	110
5.4.5. <i>Evaluate</i>	112
5.5. Taller 4. Mentes en movimiento.	116
5.5.1. <i>Engage</i>	118
5.5.2. <i>Explore</i>	122
5.5.3. <i>Explain</i>	126
5.5.4. <i>Elaborate</i>	128
5.5.5. <i>Evaluate</i>	132
5.6. Taller 5. Nuestro zoológico geométrico.....	135
5.6.1. <i>Engage</i>	137
5.6.2. <i>Explore</i>	143
5.6.3. <i>Explain</i>	146
5.6.4. <i>Elaborate</i>	149
5.6.5. <i>Evaluate</i>	151

6. Conclusiones	158
Referencias Bibliográficas.....	160
Apéndices.....	168

Lista de Tablas

	Pág.
Tabla 1. Actividades por desarrollar en las fases de implementación.	42
Tabla 2. Plan de acción	45
Tabla 3. Guía de entrevista	49

Lista de Figuras

	Pág.
Figura 1. Resultados de las pruebas Quiero ser, Quiero saber 2025 en quinto grado.....	21
Figura 2. Resultados de las pruebas saber 3° y 5° en Lengua Castellana y Matemáticas.....	22
Figura 3. Fases del Modelo 5E	30
Figura 4. Ubicación geográfica del Colegio Ecológico de Floridablanca (sede H).....	37
Figura 5. Colegio Ecológico de Floridablanca (sede H).....	38
Figura 6. Espacios del colegio Ecológico de Floridablanca (sede H).....	39
Figura 7. Zonas de recreación.....	39
Figura 8. Actividad de Engage, taller 1	56
Figura 9. Resultados del estudiante J en el momento de Engage.....	57
Figura 10. Respuesta del estudiante F en el momento de Engage	58
Figura 11. Resultado del estudiante N en el momento de Engage.....	58
Figura 12. Momento de Explore, taller 1	60
Figura 13. Lanzamiento de dados en equipo en el momento de Explore	61
Figura 14. Resultado del estudiante Ñ en el momento de Explore	62
Figura 15. Resultado del estudiante H en el momento de Explore	62
Figura 16. Tabla de valor posicional en números decimales	63
Figura 17. Momento del Explain, taller 1	64
Figura 18. Estudiante en el momento de Explain	65
Figura 19. Momento del Elaborate parte I, taller 1	66
Figura 20. Resultado del estudiante L en el momento de Elaborate Parte I	67
Figura 21. Resultado del estudiante E en el momento de Elaborate Parte I	68
Figura 22. Momento de Elaborate parte II.....	69
Figura 23. Resultado del estudiante G en el momento de Elaborate Parte II.....	69

Figura 24. Resultado del estudiante E en el momento de Elaborate Parte II	70
Figura 25. Momento del Evaluate, taller 1	71
Figura 26. Resultado del estudiante F el momento de Evaluate	72
Figura 27. Resultado del estudiante G en el momento de Evaluate.....	73
Figura 28. Resultado del estudiante L en el momento de Evaluate	73
Figura 29. Resultado del estudiante M en el momento de Evaluate	74
Figura 30. Trabajo adaptado con estudiante que requiere NEE.....	77
Figura 31. Actividad de Engage, taller 2	78
Figura 32. Plegado de estudiante en la construcción del segundo avión	78
Figura 33. Plegado de estudiante en la construcción del primer avión.....	79
Figura 34. Respuesta del estudiante F en el momento de Engage	80
Figura 35. Momento de Explore, taller 2	82
Figura 36. Estimación y medida de distancias en el Explore.....	82
Figura 37. Resultado del estudiante O en el momento de Explore	83
Figura 38. Resultados del estudiante D en el momento de Explore.....	84
Figura 39. Momento de Explain, taller 2	86
Figura 40. Respuestas del estudiante L en la fase de Explain.....	87
Figura 41. Respuestas del estudiante M en la fase de Explain.....	88
Figura 42. Respuestas del estudiante A en la fase de Explain	89
Figura 43. Momento del Elaborate, taller 2	91
Figura 44. Respuestas del estudiante J en la fase de Elaborate.....	92
Figura 45. Respuestas del estudiante E en la fase de Elaborate.....	93
Figura 46. Respuestas del estudiante O en la fase de Elaborate	94
Figura 47. Momento del Evaluate, taller 2	96
Figura 48. Respuestas del estudiante F en la fase de Evaluate	97
Figura 49. Respuestas del estudiante D en la fase de Evaluate.....	98

Figura 50. Trabajo con estudiante que padece discapacidades múltiples en el taller 3	100
Figura 51. Momento de Engage en el taller 3	101
Figura 52. Respuesta del estudiante L en el Engage.....	102
Figura 53. Resultado del estudiante K en el momento de Engage.....	103
Figura 54. Momento de Explore, taller 3	104
Figura 55. Respuesta del estudiante en el Explore, parte I	105
Figura 56. Resultado del estudiante O en el momento de Explore, parte I.....	106
Figura 57. Resultado del estudiante D en el momento de Explore, parte II	106
Figura 58. Resultados del estudiante O en el momento de Explore, parte II	107
Figura 59. Conceptos en el momento de Explain: Azar, casos totales y casos favorables	109
Figura 60. Momento de escritura en el Explain	110
Figura 61. Momento de Elaborate, taller 3	110
Figura 62. Resultado del estudiante Ñ en el momento de Elaborate	111
Figura 63. Resultado del estudiante B en el momento de Elaborate.....	112
Figura 64. Momento de Evaluate, taller 3.....	113
Figura 65. Resultado del estudiante J en el momento de Evaluate	114
Figura 66. Resultado del estudiante K en el momento de Evaluate.....	115
Figura 67. Material adaptado para estudiante con NEE.....	117
Figura 68. Momento de Engage del taller 4.....	119
Figura 69. Resultados del estudiante D en el momento de Engage	120
Figura 70. Resultados del estudiante M en el momento de Engage.....	121
Figura 71. Momento de Explore del taller 4	123
Figura 72. <i>Resultados del estudiante A en el primer momento del Explore</i>	<i>123</i>
Figura 73. Resultados del estudiante H en el primer momento del Explore.....	124
Figura 74. Resultados del estudiante L en el segundo momento del Explore.....	125
Figura 75. Resultados del estudiante E en el segundo momento del Explore.....	125

Figura 76. Momento del Explain del cuarto taller	127
Figura 77. Escritura en el momento del Explain del cuarto taller.....	128
Figura 78. Momento del Elaborate del cuarto taller	129
Figura 79. Resultados del estudiante G en el momento de Elaborate.....	129
Figura 80. Resultados del estudiante J en el momento de Elaborate	130
Figura 81. Resultados del estudiante K en el momento de Elaborate.....	131
Figura 82. Momento de Evaluate, taller 4.....	132
Figura 83. Resultados del estudiante F en el Evaluate.....	133
Figura 84. Resultados del estudiante O en el momento de Evaluate	134
Figura 85. Trabajo con estudiante que padece discapacidades múltiples en el taller 5	136
Figura 86. Primera actividad en el momento de Engage del taller 5	137
Figura 87. Segunda actividad en la fase de Engage del taller 5.....	138
Figura 88. Resultados del estudiante H en el momento de Engage, parte I.....	139
Figura 89. Resultados del estudiante M en el momento de Engage, parte I	140
Figura 90. Resultados del estudiante D en el momento de Engage, parte II.....	141
Figura 91. Resultados del estudiante O en el momento de Engage, parte II.....	142
Figura 92. Momento de Explore del quinto taller.....	144
Figura 93. Resultados del estudiante I en el momento de Explore	144
Figura 94. Resultados del estudiante E en el momento de Explore.....	145
Figura 95. <i>Momento de Explain del quinto taller</i>	147
Figura 96. Escritura en el momento de Explain.....	148
Figura 97. Momento de Elaborate del quinto taller	149
Figura 98. Resultados del estudiante J en el momento de Elaborate	150
Figura 99. Resultados del estudiante B en el momento de Elaborate	151
Figura 100. Momento de Evaluate del quinto taller.....	152
Figura 101. Resultados del estudiante L en el momento de Evaluate.....	153

Figura 102. Resultados del estudiante N en el momento de Evaluar 154

Figura 103. Espacio de ludoteca en el aula de clase 156

Lista de Apéndices

	Pág.
Apéndice A. Asentimiento informado.....	168
Apéndice B. Consentimiento informado a padres de familia.....	169
Apéndice C. Consentimiento informado a profesora.....	170
Apéndice D. Taller 1: Descubriendo el poder del valor posicional	171
Apéndice E. Taller 2: Pilotos Matemáticos: El Gran Desafío del Vuelo.....	175
Apéndice F. Taller 3: Domando el caos.....	178
Apéndice G. Taller 4: Mentas en movimiento	181
Apéndice H. Taller 5: Nuestro zoológico geométrico.....	184

Resumen

Título: Constructores de futuro: Ludoteca de Círculos Matemáticos en el Colegio Ecológico de Floridablanca (sede H) *

Autores: Angy Juliana Pineda Torres, Laura Marcela Quiñones Díaz**

Palabras Clave: Círculos Matemáticos, Educación Primaria, Enseñanza de las Matemáticas, Modelo 5E, STEAM

Descripción: El proyecto Círculos Matemáticos de la Universidad Industrial de Santander a través de talleres basados en la exploración, la diversión y el rigor; se destaca por ser una iniciativa que ayuda al desarrollo de habilidades matemáticas de estudiantes que cursan la media vocacional. En este sentido, surge la necesidad de implementar esta propuesta en los primeros años de escolarización dentro de un contexto rural, donde las oportunidades educativas son limitadas y se requieren de estrategias pedagógicas innovadoras para disminuir la deserción escolar. Para ello, esta práctica social se plantea como objetivo reflexionar sobre las prácticas no escolarizadas centradas en el desarrollo del pensamiento matemático a través de talleres realizados bajo la estrategia pedagógica del modelo 5E (*Engage, Explore, Explain, Elaborate, Evaluate*) que integren las áreas STEAM (Ciencia, Tecnología, Ingeniería, Artes y Matemáticas, por sus siglas en inglés) para el desarrollo de competencias matemáticas en estudiantes de Educación Básica Primaria del Colegio Ecológico de Floridablanca (sede H). Este estudio se enmarca en un enfoque cualitativo y la metodología sigue las fases de un diseño de experimento de enseñanza. Para lograr el propósito planteado se aplican una serie de talleres a un total de 18 estudiantes del Colegio Ecológico de Floridablanca (sede H) quienes se encuentran matriculados en cuarto y quinto grado. Con la implementación de estos talleres y la construcción de una ludoteca para el aula de clase se espera que los estudiantes demuestren un proceso de mejora continua y logren desarrollar sus competencias matemáticas.

* Trabajo de Grado en la modalidad de práctica social.

** Facultad de Ciencias Humanas. Escuela de Educación. Directora: Jenny Patricia Acevedo-Rincón. Doctora en Educación

Abstract

Title: Builders of the future: Mathematical Circles playroom at the Colegio Ecológico de Floridablanca (Sede H)*

Authors: Angy Juliana Pineda Torres, Laura Marcela Quiñones Díaz**

Key Words: Mathematical Circles, Primary Education, Mathematics Teaching, 5E Model, STEAM

Description: The Mathematical Circles project at the Industrial University of Santander, through workshops based on exploration, fun, and rigor, stands out as an initiative that helps develop mathematical skills in high school students. In this regard, there is a need to implement this proposal in the early years of schooling within a rural context, where educational opportunities are limited, and innovative teaching strategies are required to reduce school dropout rates. Therefore, this social practice aims to reflect on non-formal practices focused on developing mathematical thinking through workshops conducted using the pedagogical strategy 5E model (*Engage, Explore, Explain, Elaborate and Evaluate*). This model integrates STEAM areas (Science, Technology, Engineering, Arts, and Mathematics) to develop mathematical competencies in elementary school students at the Colegio Ecológico de Floridablanca (Sede H). This study adopts a qualitative approach and follows the methodology of teaching experiment design. To achieve the stated objective, a series of workshops were conducted with 18 fourth and fifth-grade students from the Colegio Ecológico de Floridablanca (Sede H). Through these workshops and the creation of a classroom playroom, it is hoped that students will demonstrate continuous improvement and develop their mathematical competencies.

* Degree Work in the category social practice.

** Faculty of Human Sciences. School of Education. Bachelor's Degree in Elementary Basic Education. Director: Jenny Patricia Acevedo-Rincón. Doctor in Education.

Introducción

Las Matemáticas, en algunas instituciones educativas, aun se enseñan de manera de procedimental y algorítmica, pese a los diversos estudios que demuestran los beneficios de metodologías de enseñanza activa. Las consecuencias de persistir con una pedagogía tradicionalista se traducen en una actitud negativa hacia las matemáticas y bajos resultados en esta área. Esto último lo demuestran diversas pruebas nacionales de Colombia. Estas pruebas muestran resultados por debajo del nivel esperados y esta situación se acentúa en el contexto rural, debido a las problemáticas que se viven en estas zonas. Este es el caso del Colegio Ecológico de Floridablanca, el cual en los últimos años ha tenido resultados bajos en esta área, por este motivo se propone implementar experiencias de aprendizaje diferenciadas y no escolarizadas que favorezcan el desarrollo de competencias Matemáticas.

Lo anterior es una problemática que ha sido trabajada por el programa de extensión *Círculos Matemáticas* de la Universidad de Santander, en el contexto de la Educación Media Vocacional. Los talleres de este programa han tenido una incidencia positiva en sus estudiantes, por consiguiente, se decide llevar este programa a los primeros años de escolarización, ya que desde esta etapa se identifican dificultades importantes en el aprendizaje de las Matemáticas.

En este sentido, este trabajo expande la estrategia de Círculos Matemáticos en trabajo colaborativo con estudiantes de Licenciatura en Matemáticas para el diseño y aplicación de cinco talleres centrados en el desarrollo del pensamiento matemático, con la estructura del modelo instruccional 5E y la integración de áreas STEAM para promover el desarrollo de competencias matemáticas en estudiantes de Educación primaria del Colegio Ecológico de Floridablanca (sede H).

Este trabajo de practica social sigue una metodología cualitativa y comprende las tres fases de un experimento de enseñanza: en primer lugar, la preparación del experimento, que define el contexto de los estudiantes; en segundo lugar, la experimentación, la cual hace referencia a la implementación de los talleres y, en tercer lugar, el análisis retrospectivo de los datos, fase en donde se presenta la reflexión de los resultados.

El presente documento consta de seis capítulos: el primer capítulo es la aproximación del problema, en el cual se explica la problemática, se definen los objetivos y la justificación. El segundo capítulo es sobre los círculos matemáticos, en este se presenta la historia y antecedentes de este proyecto. El tercer capítulo describe el modelo instruccional 5E, sus etapas y estudios relacionados que lo incorporan. El cuarto capítulo presenta la metodología, incluyendo la población, las fases de implementación, los aspectos éticos y la proyección de la práctica social. El quinto capítulo expone los resultados de la intervención. Finalmente, el sexto capítulo reúne los hallazgos y conclusiones.

1. Aproximación al problema

En este capítulo se busca analizar algunas brechas entre el sector rural y urbano con respecto a diferentes factores educativos. Asimismo, se exponen los resultados a nivel nacional de diferentes pruebas estandarizadas que permiten identificar el nivel en el que se encuentran los estudiantes de Educación Básica Primaria con respecto a su aprendizaje en Matemáticas. A nivel local, se presentan los resultados de dichas pruebas externas en el Colegio Ecológico de Floridablanca para indagar sobre la pertinencia de implementar experiencias de aprendizaje que creen condiciones para desarrollo de competencias matemáticas en un contexto rural.

1.1. Planteamiento del problema

El sector rural en Colombia aún se caracteriza por sus brechas con el sector urbano en materia de infraestructura, servicios básicos, acceso a la era digital, empleo formal, entre otras dimensiones.

Al respecto, el DANE (como se citó en el Ministerio de Educación Nacional, 2020) señala que el Índice de Pobreza Multidimensional determinó que la mayor disparidad en las condiciones de los hogares se encuentra en el ámbito educativo. Sobre esto los autores especifican que:

El analfabetismo registra 22,1% en los hogares rurales mientras que en los urbanos es de 6,1%. Por su parte el bajo logro educativo es de 79,7% rural en contraste al 34,1% urbano, la inasistencia escolar es de 5,9% rural frente a 2,6% urbano, el rezago escolar rural es 36,1% y el urbano 26,6%. (p. 16).

Asimismo, esta brecha educativa se evidencia en los resultados de las pruebas de 2018 realizadas por el *Programme for International Student Assessment* - PISA en Colombia (Rodríguez-Gómez et al., 2024), en donde, en el área de Matemáticas el sector urbano supera al

rural en 33 puntos. Esto no difiere de pruebas estandarizadas a nivel nacional, ya que, en las pruebas Saber del 2023 se evidencia una diferencia de 39 puntos entre el sector urbano y rural en el área de Matemáticas en quinto grado. (ICFES, 2023). Estas cifras revelan un nivel académico especialmente bajo en el estudiantado rural.

Por otra parte, a nivel nacional los resultados de las pruebas Quiero Ser, Quiero Saber del 2025 (Figura 1) aplicados para quinto grado tienen un porcentaje de respuestas correctas del 40.30% en Matemáticas. Lo que demuestra un nivel de competencias insuficientes especialmente en esta área y en otras áreas del conocimiento. (Ministerio de Educación Nacional, s.f.).

Figura 1.

Resultados de las pruebas Quiero ser, Quiero saber 2025 en quinto grado

Porcentaje de aciertos por mi institución, secretaria de educación, región y país.

- El color rojo representa entre el 0% y 20% de respuestas correctas
- El color naranja representa entre el 21% y 39% de respuestas correctas
- El color amarillo representa entre el 40% y 69% de respuestas correctas
- El color verde representa entre el 70% y 100% de respuestas correctas

Área	Institución	Secretaría de educación	Región	País
Lenguaje	66.04 %	65.94 %	61.50 %	59.36 %
Matemáticas	38.44 %	44.05 %	41.62 %	40.30 %

Nota. Archivo personal del Colegio Ecológico de Floridablanca.

Estos resultados se obtienen de la aplicación de la prueba Quiero ser, Quiero saber, aplicadas por el Ministerio de Educación Nacional (s.f.) y reflejan el promedio de respuestas correctas obtenidas por los estudiantes frente a las competencias evaluadas en Matemáticas y Lengua Castellana en Colombia.

A nivel local, estas cifras no son ajenas de la realidad nacional, de acuerdo con el reporte de la excelencia visto en el Colegio Ecológico de Floridablanca es posible evidenciar cifras alarmantes, ya que en las pruebas saber en el año 2017 (Figura 2) los estudiantes de tercer grado obtuvieron en Matemáticas un puntaje promedio de 290 puntos y un porcentaje del 41% de los

estudiantes ubicados en el desempeño insuficiente. Para quinto grado, en el área de Matemáticas se tuvo un puntaje promedio de 313 puntos, con un 38% de los estudiantes ubicados en el desempeño mínimo (Ministerio de Educación Nacional, 2018).

Figura 2.

Resultados de las pruebas saber 3° y 5° en Lengua Castellana y Matemáticas



Nota. Esta Figura expone los resultados de las Pruebas Saber en primaria frente a Lengua Castellana y Matemáticas de los años 2014, 2015, 2016 y 2017 tomados del reporte de excelencia del 2018 publicado por el Ministerio de Educación Nacional

1.

¹<https://colegioecologicodefloridablanca.blogspot.com/p/nuestro-isce-indice-sintetico-de-calidad.html>

Actualmente, estos resultados no se alejan de los analizados en 2017; según las pruebas Quiero ser, Quiero Saber, mencionadas anteriormente, a nivel local, se destaca que los estudiantes quinto grado obtuvieron un porcentaje del 38,44% de respuestas correctas en lo que respecta a las competencias desarrolladas en Matemáticas, ubicándolos en un desempeño mínimo. (Ministerio de Educación Nacional, s.f.).

Los resultados de estas pruebas reflejan una problemática frente al proceso de aprendizaje de los estudiantes de primaria, principalmente relacionados con las competencias matemáticas como: la resolución de problemas, el razonamiento, la argumentación, la modelación, la comunicación y la representación. Dichas competencias son fundamentales para el desarrollo de nuevos conocimientos matemáticos y la mejora en el proceso de aprendizaje de los estudiantes, ya que, esto posibilita unas bases sólidas para el desarrollo de habilidades y competencias matemáticas de forma integral y significativa en niveles superiores.

Sumado a lo anterior, la deserción escolar es una problemática que afecta el progreso educativo y social del país, y se ve en mayor medida en las escuelas rurales. Esto puede ocurrir por factores socioeconómicos, familiares, educativos, entre otros (Chacón, 2025). Por tal motivo, es necesario que la educación tenga sentido para los estudiantes, de lo contrario, no tendrán interés en su proceso de formación, lo cual afecta su aprendizaje y aumenta el riesgo de abandono escolar.

Todo ello pone en evidencia la necesidad de implementar, desde los primeros niveles de formación, estrategias innovadoras que promuevan el desarrollo de pensamiento matemático especialmente en establecimientos rurales como el Colegio Ecológico de Floridablanca. En consecuencia, surge la pregunta orientadora para esta práctica social: *¿Cómo la implementación de experiencias de aprendizaje en el programa de extensión círculos matemáticos (diferenciado y no escolarizado) por medio de la creación de una ludoteca contribuye al desarrollo de*

competencias Matemáticas en estudiantes de Educación Básica Primaria en el Colegio Ecológico de Floridablanca (sede H)?

1.2. Objetivos

Para responder a esta pregunta se plantea el objetivo general: Reflexionar sobre las prácticas no escolarizadas del programa de extensión Círculos Matemáticos centradas en el desarrollo del pensamiento matemático a través de propuestas relacionadas con el modelo 5E y la integración de áreas STEAM que promuevan el desarrollo de competencias matemáticas en estudiantes de Educación primaria del Colegio Ecológico de Floridablanca (sede H).

Para lo cual se proponen los siguientes objetivos específicos:

OE1- Comprender el contexto de la comunidad educativa del Colegio Ecológico de Floridablanca Sede H por medio de entrevistas a los profesores para el reconocimiento de las condiciones de vida e intereses de los estudiantes.

OE2- Implementar talleres bajo el modelo 5E integrando áreas STEAM, por medio de la creación de una ludoteca que fomente la mejora en las competencias matemáticas en estudiantes de primaria del Colegio Ecológico de Floridablanca (sede H).

1.3. Justificación

Este trabajo se sustenta con base en la educación de calidad como un factor determinante en la *movilidad social ascendente*², ya que posibilita que las personas accedan a mejores oportunidades laborales y mejoren sus condiciones de vida. Por esto, es fundamental promover esfuerzos para mejorar la educación, especialmente en áreas rurales. Pues el acceso limitado a recursos aumenta las brechas existentes entre las zonas rurales y urbanas. De igual manera, los

² Rompimiento de la dependencia de los resultados socioeconómicos de una cohorte de individuos con respecto a la de sus padres (Azevedo y Bouillon, 2010; citado por García et al., 2021).

estudiantes no alcanzan las competencias matemáticas esperadas, por tanto, se necesitan estrategias innovadoras de la enseñanza en contextos no escolarizados, que les permita a los niños interesarse y comprender la importancia de las matemáticas para su vida y a su vez contribuir a la formación de vocaciones STEM desde edades tempranas.

Esta propuesta invita a reconocer el desarrollo del pensamiento matemático atendiendo a poblaciones rurales de Santander. Para ello, Círculos Matemáticos se presenta como una oportunidad para estudiar las necesidades identificadas en el Colegio Ecológico de Floridablanca en cuanto al proceso de aprendizaje de las matemáticas en estudiantes de primaria.

En esta línea, el proyecto de Círculos Matemáticos, que históricamente ha trabajado solo con estudiantes de bachillerato, se propone ahora intervenir en la educación primaria mediante la implementación de talleres orientados al fortalecimiento de las competencias matemáticas. Esta propuesta se desarrolla de manera interdisciplinaria y contempla áreas STEAM³ y los cinco pensamientos matemáticos⁴.

El presente estudio es relevante porque responde a la necesidad de incentivar el desarrollo de competencias matemáticas en estudiantes de una institución rural por medio de metodologías activas. Los principales beneficiarios son los estudiantes de cuarto y quinto grado del Colegio Ecológico de Floridablanca (sede H), quienes experimentaran diversas actividades que conducen a la construcción de aprendizajes significativos.

³ Las áreas STEAM, por sus siglas en inglés, se definen como: Ciencia, Tecnología, Ingeniería, Artes y Matemáticas.

⁴ Los cuales se dividen en: pensamiento numérico y sistemas numéricos, pensamiento espacial y sistemas geométricos, pensamiento métrico y sistema de medidas, pensamiento aleatorio y sistemas de datos, pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos.

Desde el ámbito social, el proyecto contribuye a potenciar las oportunidades educativas en contextos rurales, en donde los recursos didácticos son limitados. En el plano académico, este documento aporta a la reflexión sobre la enseñanza de las matemáticas desde un enfoque interdisciplinario. Finalmente, en el ámbito práctico, a través de la creación de una ludoteca, se ofrece a los docentes una estrategia estructurada y adaptable, fundamentada en la importancia del juego como medio para el aprendizaje.

2. Círculos Matemáticos

En este capítulo se presenta el proyecto de extensión Círculos Matemáticos de la Universidad Industrial de Santander, junto con los objetivos y la historia de esta estrategia. Asimismo, se mencionan algunos trabajos e investigaciones en los que se implementó esta iniciativa en diversas instituciones en Colombia y el mundo. En busca de resaltar la importancia de los Círculos Matemáticos como una actividad social que desarrolla habilidades matemáticas en estudiantes de diferentes Instituciones Educativas a nivel nacional e internacional.

2.1. Presentación de CM

Este proyecto de extensión solidario fue creado por la Escuela de Matemáticas de la Universidad Industrial de Santander⁵ (s.f.). Esta iniciativa busca el fortalecimiento de habilidades matemáticas enfocadas en estudiantes que cursan sus estudios en media vocacional (9°-11°) y se encuentran interesados en el quehacer matemático en educación superior, por medio de actividades programadas semestralmente. Asimismo, el Círculo Matemático se visibiliza como una actividad social que busca involucrar a los estudiantes que se encuentran en su etapa preuniversitaria en el mundo de las matemáticas por medio de temas que promuevan su aprendizaje de forma exploratoria, divertida y rigurosa.

Los Círculos Matemáticos busca generar en los estudiantes la confianza en sus habilidades de razonamiento para transmitir la esencia de las matemáticas, por medio de preguntas formuladas y la creación de conjeturas mediante la pedagogía dialógica en un escenario de competencia donde prime el respeto. En este sentido, dicha iniciativa tiene como objetivos⁶:

⁵ http://matematicas.uis.edu.co/?q=Presenta_circuitos

⁶ Tomado del sitio web del programa Círculos Matemáticos de la Universidad Industrial de Santander.

- Fortalecer la vocación por el estudio de las matemáticas en la región de influencia de la UIS.
- Incrementar el número de estudiantes en los programas de Matemáticas y Licenciatura en Matemáticas de la Escuela de Matemáticas de la UIS.
- Crear espacios de divulgación y formación para el desarrollo del pensamiento matemático.
- Fomentar el interés y la apreciación por las matemáticas entre los jóvenes del Departamento de Santander.
- Transmitir entusiasmo y pasión por el estudio de las matemáticas. (Universidad Industrial de Santander, s.f.)

2.2. Antecedentes

Históricamente, los programas de Círculos Matemáticos (CM) se originaron en la época de la Unión Soviética y, posterior a esto, en Europa del Este, donde se han desarrollado de forma satisfactoria hace, aproximadamente, un siglo. Después de este período de aplicación exitosa, este proyecto migró a Estados Unidos, en donde aplicaron el programa y obtuvieron resultados igual de favorables a los obtenidos anteriormente. En el 2016, este programa tuvo cabida en México con la realización de una prueba piloto en el Instituto de Matemáticas de la UNAM y se abrió la convocatoria oficial desde 2017. En Colombia, este inicia en el 2018 mediante la convocatoria de la Sociedad Colombiana de Matemáticas y, en la actualidad, varias universidades del país la adoptaron dentro de sus programas de extensión, como lo hace la Escuela de Matemáticas de la UIS.

Algunos trabajos realizados con CM en diferentes establecimientos educativos de Colombia y otros países visibilizan el desarrollo del pensamiento matemático escolar. En primera instancia, en Colombia, se encuentran los trabajos de las Instituciones Educativas Bernardo López Flórez, Pablo VI y La Julita, de los municipios de Dosquebradas (Risaralda) y Pereira. Este

proyecto impactó a 19 estudiantes de noveno, décimo y once con la implementación de nueve sesiones experienciales, en las cuales se hizo uso de la música, el origami y la literatura como estrategias para la enseñanza de temáticas como la probabilidad, el teorema de Pitágoras, las funciones, las leyes de Kepler, entre otros. Los estudiantes beneficiados de este programa lograron desarrollar habilidades matemáticas, lo que reflejó interés y curiosidad por continuar sus estudios universitarios en ramas como las Matemáticas (Zuleta et al., 2025).

En el ámbito internacional, el proyecto CM llegó a São Paulo (Brasil) en donde Capelato (2021) promovió el desarrollo del pensamiento matemático en 83 estudiantes que cursan su primer semestre de Economía en una universidad pública de este estado. Esta iniciativa buscó que, por medio de 21 reuniones semanales en modalidad virtual (durante la época de pandemia), los estudiantes que ingresaron a la etapa universitaria se entusiasmen y busquen una mejora en el aprendizaje de las Matemáticas. Durante la implementación de las sesiones, se trataron temáticas como fracciones, razones, proporciones, productos notables, factorización, entre otros. A partir de los resultados obtenidos, el investigador logra concluir que esta iniciativa resulta satisfactoria e interesa a los estudiantes de primer ingreso a participar y desarrollar habilidades matemáticas.

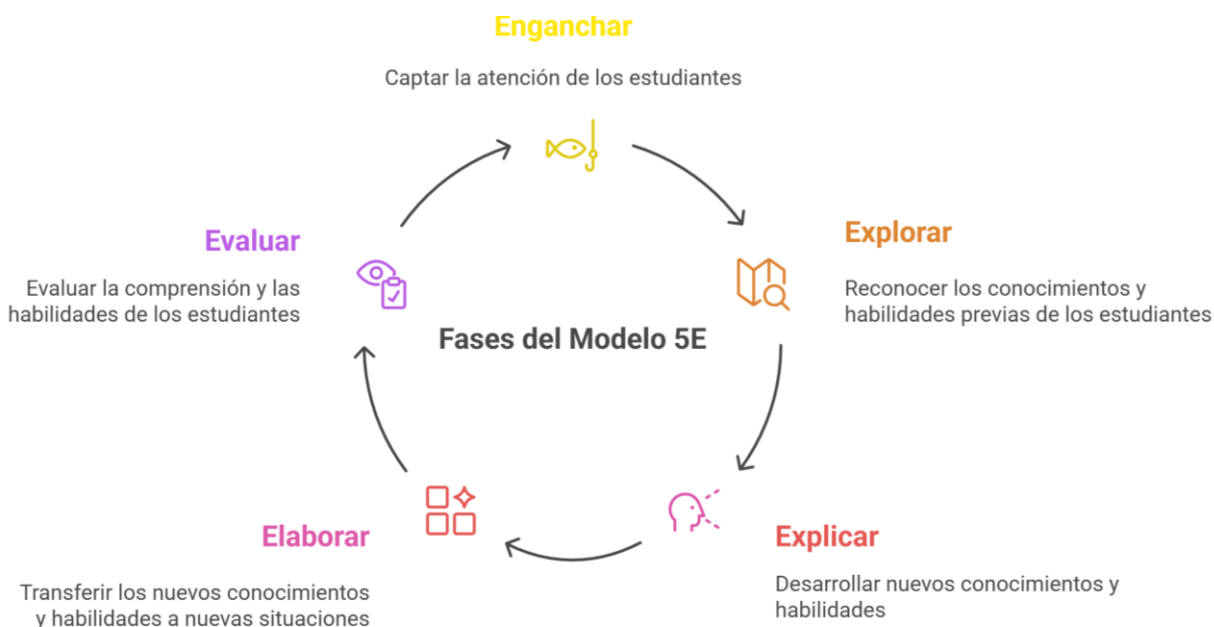
Estas investigaciones evidencian la efectividad de incluir los CM en la educación secundaria y superior a nivel nacional e internacional. Con esta iniciativa, se busca llevar este proyecto a la Educación Básica Primaria y promover el aprendizaje de las matemáticas de forma interactiva, innovadora y significativa para los estudiantes desde sus primeros niveles de formación.

3. El modelo de enseñanza instruccional 5E

Los talleres que orientan esta práctica social siguen la estructura de una secuencia didáctica que se alinea con el modelo de enseñanza instruccional 5E, creado por el *Biological Sciences Curriculum Study* (BSCS) en 1990. Según Bybee (2015), cada fase del modelo cumple con una función específica la cual estructura la metodología de enseñanza del docente y promueve el desarrollo de competencias conceptuales, procedimentales y actitudinales en los estudiantes. Este modelo consta de cinco fases o momentos (Figura 3) que se basan en la habilidad de la indagación.

Figura 3.

Fases del Modelo 5E



Nota. Diseño realizado con apoyo de Napkin AI

De acuerdo con Bybee et al., (2006) la primera fase denominada *Engage* o motivación, hace referencia a una actividad o actividades que logren entender los conocimientos previos de los aprendices y al mismo tiempo activar la curiosidad, motivar y comprometer a los estudiantes a construir nuevo conocimiento. En este sentido, Ruiz-Martín y Bybee (2022) hacen énfasis en la

importancia de activar la curiosidad de los estudiantes para promover el compromiso de los estudiantes con el objetivo de la sesión. Desde esta perspectiva, la motivación se configura como un elemento esencial, ya que sin ella difícilmente se logra la consolidación de aprendizajes significativos.

Con respecto a la segunda fase, *Explore* o exploración, Polanin et al., (2024) explican que en esta etapa los estudiantes realizan actividades investigativas en las cuales observan y experimentan con el fin de reconocer posibles ideas erróneas y así crear nuevo conocimiento. Como explica Maya Martínez (2023) esta fase constituye un espacio propicio para que los estudiantes planteen interrogantes, experimenten sin temor al error y construyan sus propias conclusiones.

La tercera etapa identificada como *Explain* o explicación según García Grau et al., (2021) brinda oportunidades para formalizar conceptos vistos en las etapas anteriores ya que los estudiantes organizan sus ideas y explican lo aprendido. Bybee et al., (2006) señalan que es fundamental que en este momento el docente brinde explicaciones que permitan un aprendizaje más profundo. En coherencia con lo anterior la intervención del docente en esta fase es lo que permite estructurar los conocimientos.

En cuanto a la cuarta etapa, *Elaborate* o elaboración, Ergin (2012) señala que en esta fase se promueve la discusión en el aula a partir de una pregunta o tarea que asigna el docente, este dialogo grupal permite elaborar una conclusión más completa, seguido a esto el docente brinda tareas o materiales extra para que los estudiantes fortalezcan sus conocimientos y habilidades, de esta forma pueden aplicar lo aprendido en diferentes situaciones. En esta línea, el autor afirma que las discusiones grupales y el aprendizaje cooperativo brindan oportunidades para que los

estudiantes expresen su comprensión del tema y reciban retroalimentación de otros estudiantes con un nivel de comprensión similar al suyo, lo que contribuye a una mejor comprensión.

En la última fase, *Evaluate* o evaluación, de acuerdo con Senan (2013) el docente debe observar el progreso del estudiante y los estudiantes deben evaluar también su propio aprendizaje. De este modo, la evaluación se caracteriza por ser de tipo formativa, porque tiene en cuenta las competencias que usó el estudiante para alcanzar un objetivo determinado, asimismo, se toma en consideración las reflexiones del estudiante con respecto a su propio proceso de aprendizaje, lo cual enriquece la evaluación para ambas partes.

En conclusión, el 5E es un modelo con una estructura organizada que permite que los estudiantes sean los protagonistas de su aprendizaje, es importante destacar que el docente no ocupa el papel central, pero desempeña una función esencial. Ya que, orienta las actividades, se encarga de crear un andamiaje entre los conocimientos previos y los nuevos y ofrece retroalimentación continuamente.

Algunas investigaciones relacionadas con la implementación del modelo 5E en la enseñanza de las matemáticas demuestran resultados favorables en el desarrollo del pensamiento matemático, a continuación, se exponen estudios realizados en diferentes países.

A nivel Internacional, en India, en el estudio titulado “El enfoque constructivista 5E en el logro académico en matemáticas en el nivel de primaria superior”, concluyen, a partir de la comparación entre un grupo experimental y un grupo de control (cada uno conformado por 35 estudiantes de séptimo grado), que este modelo demostró mayor eficacia en los resultados del post-test de los estudiantes en comparación con la enseñanza convencional (Man, 2006, como se citó en Ranjan y Padmanabhan, 2018). Al respecto, los autores señalan que el éxito del modelo 5E se debe a que es una metodología de enseñanza constructivista, caracterizada por fomentar la

independencia de los estudiantes al resolver problemas. Esto se fundamenta en que la esencia de las matemáticas radica en la capacidad de pensar creativamente, y no únicamente en alcanzar la respuesta correcta.

A nivel nacional, en el departamento del Atlántico (Colombia) el estudio cualitativo titulado “El modelo de las 5E y tecnología interactiva para el estudio de sistemas de ecuaciones lineales”, desarrollaron una estrategia didáctica para la enseñanza de ecuaciones lineales 2×2 y 3×3 , basada en el modelo 5E y en la integración de herramientas tecnológicas como videos, la plataforma iDroo y la aplicación GeoGebra (Jaramillo et al., 2025). Los resultados muestran que el modelo 5E combinado con recursos digitales mejora el rendimiento académico, facilita la comprensión de conceptos matemáticos y fortalece la actitud de los estudiantes hacia esta área. Los autores concluyen que la participación y el uso de ejemplos prácticos de la vida real promueven un aprendizaje más significativo.

A nivel local, Mendoza Serrano (2025), Esteban Moreno (2025) y Cabeza Herrera (2025), por medio de una estrategia de Apropiación Social del Conocimiento (ASC), los autores se proponen como objetivos fomentar la economía, la identidad cultural y la apropiación social del conocimiento sobre biodiversidad (respectivamente) con estudiantes de la Institución Educativa Técnico Tapias, ubicada en el Volcán Cerro Machín (región del Tolima).

Para lograr esto, crearon un semillero de investigación e implementaron un experimento de enseñanza que integra el modelo 5E e incluye la interdisciplinariedad de las áreas STEM (enfocadas en las Ciencias y las Matemáticas), STEM+H (con su enfoque en ciencias y humanidades) y STEAM (siendo las ciencias y el arte el enfoque interdisciplinar). De los resultados obtenidos, los investigadores llegan a una conclusión similar, se logra el cumplimiento de los objetivos gracias a la aplicación de metodologías de enseñanza activas, las cuales

incentivaron la motivación de la mayoría de los estudiantes y se destaca que la integración del modelo 5E integrado con áreas **STEM**, **STEM+H** y **STEAM** permiten construir aprendizajes contextualizados dentro de un contexto rural.

En síntesis, todos los estudios anteriores exponen la importancia de integrar el modelo 5E como estrategia de planeación en el proceso de aprendizaje de las matemáticas en Educación Básica Primaria y secundaria. Con la implementación de dicho modelo se busca que los estudiantes de Educación Básica primaria logren desarrollar competencias matemáticas, por medio de una estrategia de aprendizaje dinámica y que les permita ser los protagonistas de su aprendizaje por medio de actividades innovadoras e interactivas.

4. Aproximación metodológica

En el cuarto capítulo de este documento se presenta el enfoque y el método por medio del cual se ejecuta en este informe. Por otro lado, se presenta una descripción del Colegio Ecológico de Floridablanca con respecto a su misión e ideales, al igual que la infraestructura y población que conforma la sede H (Cauchos). A partir de esto, se describen las fases de implementación, los aspectos éticos y la proyección de la práctica social.

4.1. Método

El informe se desarrolla bajo un enfoque cualitativo que “se enfoca en comprender los fenómenos, explorándolos desde la perspectiva de los participantes en un ambiente natural y en relación con su contexto” (Hernández et al., 2014, p. 391). Bajo esta perspectiva, este enfoque investigativo busca analizar la interacción de sujetos en contextos reales con el fin de recolectar información trascendental sobre las aptitudes de la población objetivo. En esta práctica social, se implementa el enfoque cualitativo, ya que permite realizar un proceso de observación vivencial y participante para la mejora y adquisición de conocimientos relacionados con las competencias matemáticas en el Colegio Ecológico de Floridablanca sede H.

El estudio se caracteriza por su metodología de diseño, bajo la realización de un experimento de enseñanza, entendido como un proceso en el que se ejecutan diversas actividades a modo de prueba para la revisión de conjeturas sobre el aprendizaje prospectivo y los recursos de apoyo (Cobb y Gravemeijer, 2008). Este método se lleva a cabo por medio de la relación del proceso de enseñanza-aprendizaje y la adquisición de competencias y habilidades de los estudiantes, en este contexto se enfoca especialmente en la zona rural. Asimismo, predomina la participación de los profesores a modo de docente-investigador, quien participa de forma directa

y se involucra en los diversos escenarios de aprendizaje, por medio del diseño, aplicación y análisis de diferentes talleres que permiten la adquisición y mejora de competencias matemáticas, por medio del modelo 5e y el aprendizaje interdisciplinar por medio de las áreas STEAM.

4.2. El Colegio Ecológico de Floridablanca

Según el Manual de convivencia escolar del Colegio Ecológico de Floridablanca (2026), es una institución de carácter oficial puesto al servicio de la comunidad campesina en el contexto rural desde el año 2003, conocida como el Instituto Rural Casiano. Este colegio cuenta con nueve sedes rurales que se encuentran ubicadas en las veredas de Casiano Alto (sede A), Casiano Bajo (sede B), Altos de Mantilla (sede C), La Judía (sede D), Guayanas (sede E), Helechales (sede F), Cauchos (sede H), Palmeras (sede I) y Valle de Ruitoque (sede J). Dichas sedes se encuentran localizadas a al suroriente y suroccidente del municipio de Floridablanca a una distancia aproximada de 2000 y 2500 metros sobre la cordillera oriental de los Andes.

Su visión apunta que, dentro de cinco años, el colegio se proyecta como una Institución Educativa líder en el municipio de Floridablanca con prácticas caracterizadas por el mejoramiento de condiciones ambientales mediante la protección y preservación de los ecosistemas y el uso racional de los recursos naturales a través de una formación ecológica, científica, crítica, democrática, humanista y solidaria. Dentro los objetivos institucionales, se busca proporcionar una formación integral mediante el desarrollo de competencias intelectuales, físicas, emocionales, éticas, ciudadanas y laborales; fomentar una conciencia hacia formas autogestoras del desarrollo de las comunidades rurales y campesinas; desarrollar políticas ecológicas en lo humano y en lo ambiental generando convivencia armónica en los diferentes estamentos y facilitar al estudiante el desarrollo de un currículo de alta calidad académica y humana para proyectarlo eficazmente a los estudios superiores, al sector productivo, laboral y social. En las sedes mencionadas, se atienden a

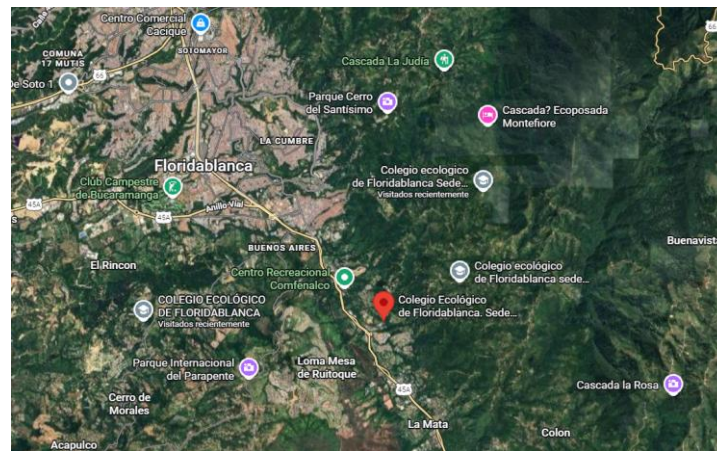
704 estudiantes desde prejardín hasta undécimo, los cuales son distribuidos en las nueve veredas mencionadas y reciben sus clases en la jornada de la mañana entre 06:30 am y 12:30 m. Al finalizar undécimo salen con los títulos de bachiller básico o Bachiller técnico ambiental.

4.3. Población

Para la implementación de esta práctica social, se toma como población la sede H del Colegio Ecológico de Floridablanca que se encuentra ubicada en la vereda Los Cauchos (Figura 4). Actualmente, esta sede cuenta con un total de 87 estudiantes que cursan su educación inicial, primaria y secundaria en modalidad multigrado⁷. Se cuenta con 42 estudiantes matriculados en educación primaria y 45 estudiantes en secundaria.

Figura 4.

Ubicación geográfica del Colegio Ecológico de Floridablanca (sede H)



Nota. Tomado de Mapa de GoogleMaps

⁷ Dentro de un aula de clase multigrado, se encuentran dos cursos diferentes, de acuerdo con el grupo de grados de los estudiantes. En la sede H, se dividen en: preescolar y primero, segundo y tercero, cuarto y quinto, sexto y séptimo, octavo y noveno, décimo y undécimo.

Para este trabajo, se toma como muestra de 19 estudiantes de cuarto y quinto grado (divididos en doce niños y siete niñas), quienes se encuentran en un rango de edad entre los 9 y 13 años. Cabe resaltar que estos dos cursos se encuentran en un salón multigrado, en este espacio hay 11 estudiantes en cuarto y siete estudiantes en quinto, y un docente a cargo de estos grados.

En cuanto a la infraestructura que disponen los estudiantes del Colegio Ecológico de Floridablanca (sede H), se cuenta con seis salones de clase, distribuidos en dos pisos (Figura 5a). En el primer piso se encuentran las aulas de transición y primaria (Figura 5b). En el segundo piso de este establecimiento educativo, se encuentran los salones destinados a los cursos de bachillerato (de sexto a undécimo) y se tiene un aula de informática que actualmente no se encuentra en funcionamiento.

Figura 5.

Colegio Ecológico de Floridablanca (sede H)



Nota. **a.** Fachada del Colegio Ecológico de Floridablanca (sede H). **b.** Salones de primaria del Colegio.

Asimismo, en el primer piso del colegio se cuenta un espacio que funciona como cocina para llevar a cabo el Programa de Alimentación escolar (PAE), el cual ofrece a los estudiantes la lonchera (Figura 6a). De igual manera, se cuenta con un espacio adaptado como oficina de profesores y dos baños seccionados para hombres y mujeres (Figura 6b).

Figura 6.

Espacios del colegio Ecológico de Floridablanca (sede H)



Nota. 6.a. Espacio para cocina del PAE. *6.b.* Espacio de los baños.

De manera externa a la estructura principal se cuenta una cancha (Figura 7a) y una zona de huerta escolar (Figura 7b), estos son los únicos espacios dedicados a la recreación. Cabe destacar que no cuentan con una ludoteca o una zona juegos, de igual manera tampoco se disponen de material didáctico, biblioteca e implementos tecnológicos como televisor y videobeam.

Figura 7.

Zonas de recreación



Nota. a. Cancha externa del colegio. *b.* Espacio de la huerta del colegio.

4.4. Fases de la implementación

Dentro del proceso metodológico de esta práctica social, se tienen tres fases de implementación: preparación del experimento, experimentación y análisis retrospectivo (Steffe y Thompson, 2000).

En la primera fase, *Preparación del experimento*, se plantean los objetivos de aprendizaje, planifica los experimentos (de acuerdo con los saberes previos de los estudiantes) y se presentan hipótesis con respecto a los logros esperados. Dentro de esta práctica social, se programa una primera visita al Colegio Ecológico de Floridablanca (sede H) y se aplica una entrevista a la profesora titular del curso mencionado para reconocer las condiciones de vida de los estudiantes y sus concepciones frente al aprendizaje de las matemáticas.

Asimismo, se realiza un trabajo colaborativo con estudiantes de Licenciatura en Matemáticas⁸, con respecto al diseño de los talleres que integran el modelo 5E y las áreas STEAM. En este escenario, la estudiante de Licenciatura en Matemáticas realiza el diseño de los talleres y las estudiantes de Licenciatura en Educación Básica Primaria diseñan las guías de estudiantes y los aplican. La implementación de dichos talleres tiene como objetivo que los estudiantes de cuarto y quinto potencien sus competencias matemáticas por medio de la creación de una ludoteca en el aula de clase.

En la segunda fase, *experimentación*, exponen que para este momento se aplican las actividades planeadas en la anterior fase, en la que los profesores- investigadores recolectan datos

⁸ Las estudiantes Angy Juliana Pineda Torres y Laura Marcela Quiñones Díaz de la Licenciatura en Educación Básica Primaria y la estudiante Karol Vanesa Nieves Mateus perteneciente a la Licenciatura en Matemáticas de la UIS participan de manera colaborativa en la estrategia de Círculos Matemáticos para construir sus respectivos trabajos de grado.

detallados de lo ocurrido en el aula y la interacción de los estudiantes con los recursos implementados. Además, se tienen en consideración los aprendizajes obtenidos de los estudiantes y se registran en los instrumentos de recolección para su posterior análisis.

En este sentido, en la práctica social, se aplican los talleres realizados por la estudiante de Licenciatura en Matemáticas a la población de cuarto y quinto del establecimiento educativo mencionado, para favorecer el desarrollo de competencias matemáticas por medio de la construcción de los materiales que se van a trabajar en la ludoteca y la integración de la interdisciplinariedad por medio de las áreas STEAM.

Finalmente, en la fase de *análisis retrospectivo de los datos*, se analizan los resultados obtenidos de la aplicación de los experimentos para contrastar con las hipótesis antes de implementar los experimentos y plantear conclusiones con respecto a las evidencias recolectadas frente al aprendizaje desarrollado por los estudiantes.

Por tal motivo, en la tercera fase de esta práctica social, se realiza un análisis de los resultados obtenidos frente a la aplicación de los talleres. Dichos resultados se integran con los conocimientos previos de los estudiantes y se reflexiona sobre la contribución de la integración del modelo 5E y las áreas STEAM en el desarrollo del pensamiento matemático por medio de la inclusión de prácticas no escolarizadas del programa Círculos Matemáticos UIS.

A partir de la presentación de las fases para llevar a cabo esta práctica social, se presenta un primer acercamiento de las actividades a desarrollar durante las tres fases de la metodología y los objetivos específicos que se esperan cumplir durante su implementación (Tabla 1).

Tabla 1.

Actividades por desarrollar en las fases de implementación.

Fase	Actividades		Objetivo
Preparación del experimento	- Entrevista a Docentes		Comprender el contexto de la comunidad educativa del Colegio Ecológico de Floridablanca Sede H por medio de entrevistas a los profesores para el reconocimiento de las condiciones de vida e intereses de los estudiantes
	- Preparación de talleres		
Experimentación	- Implementación de talleres		Implementar talleres bajo el modelo 5E integrando áreas STEAM, por medio de la creación de una ludoteca que fomente la mejora en las competencias matemáticas en estudiantes de primaria del Colegio Ecológico de Floridablanca (sede H)
	- Observación participante		
Análisis retrospectivo de los datos	- Reflexión de los resultados		Reflexionar sobre las prácticas no escolarizadas del programa de extensión Círculos Matemáticos centradas en el desarrollo del pensamiento matemático a través de propuestas relacionadas con el modelo 5E y la integración de áreas STEAM que promuevan el desarrollo de competencias matemáticas en estudiantes de Educación primaria del Colegio Ecológico de Floridablanca (sede H)

Nota. La presente tabla muestra las actividades que se buscan realizar durante la implementación de la práctica social en el Colegio Ecológico de Floridablanca (sede H).

4.5. Aspectos éticos

Esta práctica social mantiene los principios éticos basados en la Resolución 8430 de 1993 del Ministerio de Salud de Colombia, Título II Artículo 11. Esta práctica corresponde a una experiencia con riesgo mínimo, ya que los instrumentos usados en la enseñanza no implican daños a la integridad física ni pretende alterar negativamente la conducta o el comportamiento de la población a intervenir.

Para garantizar el cumplimiento de los principios éticos se considera, en primera instancia, se explica a los estudiantes que, desde el inicio hasta el fin de la intervención su participación es

totalmente libre, voluntaria y se realiza con fines académicos. Para esto, se solicita el asentimiento informado (Apéndice A), el consentimiento informado a padres de familia (Apéndice B) y el consentimiento informado a la profesora titular del salón (Apéndice C).

La participación en cada uno de los talleres se ajusta a la interacción con un grupo de personas, lo cual no genera riesgos bajo ninguna manifestación física o psicológica. Por el contrario, este tipo de intervención proyecta beneficios a cada uno de los estudiantes (beneficio a su formación académica). Por otra parte, es importante resaltar que el método que se propone desarrollar en el transcurso de la práctica social es adecuado, ya que los investigadores son docentes en formación capacitados para llevar a cabo la implementación de la metodología exitosamente y priorizar el bienestar de los estudiantes.

Es importante mencionar que ningún estudiante que participe en la aplicación de los talleres será objeto de discriminación por factores de índole étnico, sexual, creencias religiosas, condición social o económica, discapacidad o cualquier otro aspecto que genere un ambiente discriminatorio. La participación en los talleres es totalmente libre y no requiere una preparación.

La información brindada por parte de los participantes se manejará con la debida confidencialidad. Además, los resultados obtenidos de la intervención serán discutidos por los investigadores con fines netamente académicos, asimismo, en ningún caso se identificará a los participantes por su nombre propio o cualquier tipo de información que pueda identificar a los estudiantes.

A partir de lo anterior, se infiere que en cualquier caso se cumplirá con lo estipulado en la Ley estatutaria 1581 de 2012, sobre el tratamiento de datos personales. En este contexto, se reconoce el derecho que se tiene de actualizar, acceder o suprimir la información brindada, asimismo, los participantes cuentan con el derecho de revocar la autorización brindada para el

tratamiento de esta. Teniendo en cuenta que la población a intervenir incluye menores de edad, se tramitan los respectivos asentimientos informados y los consentimientos por parte de los padres de familia.

4.6. Proyección de la práctica social

Se presenta el plan de acción (Tabla 2), que contiene un cronograma relacionado con el reconocimiento inicial del Colegio Ecológico de Floridablanca (sede H), la implementación de los talleres y el análisis de los resultados obtenidos posterior a la aplicación.

Tabla 2.*Plan de acción*

Actividad	Descripción	Fecha Inicio	Fecha Fin
Reconocimiento del Colegio Ecológico de Floridablanca (sede H)	Primera visita al Colegio Ecológico de Floridablanca (sede H) para el reconocimiento de la zona y la aplicación de la entrevista a la docente titular	Marzo 19/2026	Marzo 19/2026
Preparación taller 1	Preparación del material correspondiente al taller 1	Marzo 24/2026	Marzo 27/2026
Implementación taller 1	Desarrollo del primer taller con estudiantes del Colegio ecológico de Floridablanca (sede H)	Abril 10/2026	Abril 10/2026
Reflexión taller 1	Análisis y reflexión sobre resultados taller 1	Abril 11/2026	Abril 17/2026

Preparación taller 2	Preparación del material correspondiente al taller 2	Abril 18/2026	Abril 21 /2026
Implementación taller 2	Desarrollo del segundo taller con estudiantes del Colegio ecológico de Floridablanca (sede H)	Abril 22/2026	Abril 22/2026
Reflexión taller 2	Análisis y reflexión sobre resultados taller 2	Abril 23/2026	Abril 28/2026
Preparación taller 3	Preparación del material correspondiente al taller 3	Abril 29/2026	Mayo 4 /2026
Implementación taller 3	Desarrollo del tercer taller con estudiantes del Colegio ecológico de Floridablanca (sede H)	Mayo 5/2026	Mayo 5/2026
Reflexión taller 3	Análisis y reflexión sobre resultados taller 3	Mayo 6/2026	Mayo 12/2026
Preparación taller 4	Preparación del material correspondiente al taller 4	Mayo 13 /2026	Mayo 15/2026

Implementación taller 4	Desarrollo del cuarto taller con estudiantes del Colegio ecológico de Floridablanca (sede H)	Mayo 19/2026	Mayo 19/2026
Reflexión taller 4	Análisis y reflexión sobre resultados taller 4	Mayo 20/2026	Mayo 22/2026
Preparación taller 5	Preparación del material correspondiente al taller 5	Mayo 23 /2026	Mayo 25/2026
Implementación taller 5	Desarrollo del quinto taller con estudiantes del Colegio ecológico de Floridablanca (sede H)	Mayo 26 /2026	Mayo 26/2026
Reflexión taller 5	Análisis y reflexión sobre resultados taller 5	Mayo 27/2026	Mayo 28/2026
Análisis de los talleres	Sistematización de la experiencia y análisis retrospectivo de la implementación de los talleres	Mayo 29 /2026	Mayo 29 /2026

5. Análisis de la práctica social

En el quinto capítulo de este informe, se presentan los resultados obtenidos de la práctica social. Como primer resultado, se presenta el análisis de la entrevista con la docente titular, sobre las condiciones de vida de los estudiantes de cuarto y quinto grado del Colegio Ecológico de Floridablanca (sede H). El segundo resultado corresponde a la reflexión de cada uno de los talleres implementados, que busca estudiar los aportes de la propuesta y los aprendizajes adquiridos en relación con el desarrollo de competencias matemáticas con los estudiantes de la Institución Educativa mencionada.

5.1. Entrevista con la docente titular

Como parte del cumplimiento de la primera fase de la metodología, se resalta la importancia de reconocer el contexto de los estudiantes, sus condiciones de vida, intereses y ritmos aprendizaje. Lo anterior ayuda a identificar cuáles son las estrategias más propicias para favorecer el desarrollo de competencias matemáticas en estudiantes de cuarto y quinto mediante la aplicación de prácticas no escolarizadas con el proyecto solidario Círculos Matemáticos de la UIS.

Para ello, el jueves 19 de marzo del 2026 se aplicó una entrevista semiestructurada a la docente titular de cuarto y quinto grado del Colegio Ecológico de Floridablanca (sede H). Dicho instrumento (Tabla 3) constó de 15 preguntas que guardaron relación con dimensiones como: el perfil de los estudiantes, el contexto familiar, los intereses y motivaciones, las prácticas pedagógicas implementadas en el aula y la enseñanza de las Matemáticas. Estos aspectos posibilitan un reconocimiento profundo del contexto de los estudiantes y sus ritmos de aprendizaje frente al desarrollo de competencias matemáticas.

Tabla 3.*Guía de entrevista*

Guía de preguntas entrevista docente
Entrevistadoras: Angy Juliana Pineda Torres y Laura Marcela Quiñones Díaz
Perfil de los estudiantes
¿Entre qué edades oscilan principalmente sus estudiantes y cómo se nota esa diversidad de desarrollo en el aula?
¿Qué observaciones relevantes sobre socialización y hábitos de estudio ha notado desde que comenzaron el año escolar?
Contexto familiar
En la mayoría de los casos, ¿con quién viven los estudiantes (padres, madres, abuelos, otros familiares) y qué implicaciones tiene para el aprendizaje?
¿Qué tipo de apoyo familiar suelen recibir los estudiantes (tiempo disponible, acompañamiento en tareas, recursos)?
¿Qué profesiones suelen ejercer los padres o tutores de sus estudiantes y cómo influye eso en la vida escolar (horarios, transporte, apoyo en casa)?
Interés y motivación de los estudiantes
¿Qué tan dispuestos suelen estar los estudiantes a participar en clase y qué factores facilitan o dificultan su participación?
¿Qué estrategias utiliza en la clase de Matemáticas para identificar y aprovechar los intereses de los estudiantes en el diseño de las actividades de aprendizaje?
Prácticas pedagógicas
¿Qué enfoques pedagógicos utiliza con mayor frecuencia (aprendizaje basado en proyectos, juego, investigación, aprendizaje activo) y por qué?
¿Cómo adapta la enseñanza para cubrir diferencias de ritmo y estilos de aprendizaje en un grupo con diversidad de edades y habilidades?
¿Qué prácticas socioemocionales implementa para fomentar convivencia, resiliencia y habilidades de aprendizaje?
Enseñanza de las Matemáticas
¿Cómo evalúa el progreso de los estudiantes?

¿Durante este año ha evidenciado mejoras en las habilidades matemáticas de sus estudiantes en comparación con el año anterior?

¿Considera que los estudiantes disfrutan las clases de Matemáticas?

¿Qué fortalezas observa en la enseñanza y el aprendizaje de Matemáticas en su grupo?

¿Qué dificultades detecta en la enseñanza y el aprendizaje de Matemáticas y qué estrategias ha encontrado útiles para abordarlas?

Fuente. Elaboración del equipo investigador.

Frente al perfil de los estudiantes, es posible identificar una variedad de edades en el aula de clase, ya que “hay niños de cuarto y quinto, [...] ubicados en una escuela rural” (Docente titular de cuarto y quinto, entrevista, 2026). Por tal motivo, las edades de los estudiantes oscilan entre los 8 y 13 años, se destaca que en el salón se encuentra un estudiante en extra-edad⁹, con matrícula vigente desde hace varios años, lo que le permite continuar con sus estudios. En esta línea, la diferencia de edad no genera conflictos en cuanto a los ritmos de aprendizaje de los estudiantes, aunque el estudiante no cuenta con ciertos intereses frente algunos tipos de juegos, ni tampoco en la convivencia en el aula.

En lo referente al contexto familiar, la docente resalta que, en gran parte de los casos, los estudiantes no cuentan con un apoyo en casa que propicie el desarrollo de hábitos de estudio:

“Por el tipo de trabajo de los padres de familia [...] la mayoría, no cuentan con apoyo u orientación escolar en casa, la mayoría de los papás están trabajando o son los hermanos o los tíos u otras personas las que brindan orientación, incluso, hay unos que no tienen de ninguno pues les toca a ellos solitos trabajar en casa” (Docente titular de cuarto y quinto entrevista, 2026).

⁹ Según el MEN (2017), se define como la diferencia entre la edad del estudiante y el curso en el que se encuentra matriculado y se visualiza cuando supera la edad promedio de un grado por dos o más años.

Esta falta de acompañamiento visible en gran parte de los casos impide que los estudiantes logren desarrollar sus habilidades y competencias aprendidas en escenarios cotidianos o puedan tener un refuerzo de sus conocimientos en casa (Díaz et al., 2024). Sin embargo, esto no afecta en su dimensión social, pues se evidencia que son estudiantes participativos, sociables y activos en cada una de las clases, lo que permite implementar actividades en donde puedan comunicar ideas y compartir sus conocimientos con aquellos compañeros que presenten dificultades.

Por otra parte, en torno a los intereses y motivaciones de los estudiantes frente al aprendizaje de las matemáticas, se identifica que dentro de las dinámicas que la docente aplica en sus clases, los estudiantes se interesen en participar en clase. En este aspecto la profesora resalta:

“ellos son muy receptivos, pero, entonces, sí hay que estar como haciendo mucho énfasis en las cosas a veces uno les explica algo y hay que volverlas a explicar dos, tres veces porque están muy dispersos, pero ellos si son receptivos” (Docente titular de cuarto y quinto, entrevista, 2026).

Asimismo, la docente afirma que *“una de las materias a las que más le doy apoyo [...] es la matemática”*. Dicho interés de la docente por esta materia favorece que los estudiantes refuercen aquellas dificultades que presentaron en cursos anteriores frente al aprendizaje de las matemáticas y el desarrollo de sus habilidades.

A partir de esto, las prácticas pedagógicas que implementa la profesora en su proceso de enseñanza se relacionan con una metodología de escuela nueva, pero el colegio incluye la metodología activa, en la que los estudiantes son los protagonistas de su conocimiento (Zapata et al., 2024). Lo anterior permite implementar modelos de enseñanza que integren a los docentes como orientadores frente al proceso de aprendizaje de los estudiantes, para promover un aprendizaje significativo. Con esta metodología, la docente lleva a cabo el proceso de enseñanza-

aprendizaje de las matemáticas por medio de guías explicativas y recursos como ejemplos o videos, aunque estas actividades suele realizarlas de forma individual.

Con respecto a las diferentes adaptaciones, la docente expresa que en el salón de clase cuenta con dos estudiantes que tienen Necesidades Educativas Especiales (NEE). Frente a esto, el Manual de convivencia escolar del Colegio Ecológico de Floridablanca (2026), expone en su misión que la educación brindada a sus estudiantes se caracteriza por ser “de calidad, incluyente, participativa, innovadora y contextualizada” (p. 16).

En el contexto de esta entrevista, se evidencia el proceso de inclusión a estudiantes con dichas necesidades en la adaptación y flexibilización en la forma de llevar a cabo las actividades, en este sentido, se prioriza el desarrollo de sus habilidades motrices o se aumenta el tiempo en el que desarrollan las actividades. Dichas adaptaciones promueven una educación inclusiva y apta para cualquier estudiante que presente alguna NEE.

Sobre el proceso de enseñanza de las matemáticas que promueve la docente, se afirma que dentro de sus estrategias lleva un proceso evaluativo que denomina “*continuo desde el primer momento de la clase hasta que terminamos el periodo porque muchas veces ellos se bloquean*” (Docente titular de cuarto y quinto, entrevista, 2026). Lo anterior promueve una evaluación continua frente a la adquisición de conocimientos y el desarrollo de habilidades matemáticas, que permite un progreso en los estudiantes referente al desarrollo del pensamiento matemático.

A partir de lo anterior, se evidencia que los estudiantes han logrado un proceso de mejora continua en comparación a los años anteriores con respecto al aprendizaje de las matemáticas y percibe que ellos logran disfrutar estas clases, particularmente el desarrollo de las guías, lo que posibilita la aplicación actividades en las que registren sus respuestas en talleres o actividades escritas.

Esta entrevista permitió concluir que algunos estudiantes cuentan con ciertas dificultades para desarrollar su pensamiento matemático. Por ello, resulta necesario implementar estrategias que incluyan un aprendizaje activo, innovador, significativo por medio de estrategias como las implementadas en el modelo 5E. Bajo esta perspectiva, se resalta la importancia de incluir actividades que promuevan el trabajo en equipo, el uso de material concreto y la integración de la interdisciplinariedad con diversos campos conocimiento tales como las áreas STEAM.

Dentro del cumplimiento de la segunda fase de la metodología, se aplicaron una serie de cinco talleres diseñados bajo el modelo 5E y la integración de las áreas STEAM bajo el proyecto solidario Círculos Matemáticos. Dichos talleres buscan que los estudiantes, por medio de actividades interactivas que promuevan el uso de material concreto, evidencien una mejora en su proceso de aprendizaje de las matemáticas en los cinco pensamientos establecidos en los Estándares Básicos de Competencias del MEN (2006); numérico y sistemas numéricos, métrico y sistemas métricos, espacial y sistemas geométricos, aleatorio y sistemas de datos, y variacional y sistemas algebraicos y analíticos.

Es importante mencionar que los diferentes talleres aplicados durante esta práctica social quedarán bajo un dominio público desde la página web del programa de extensión de Círculos Matemáticos de la Universidad Industrial de Santander. Esto permite que la estrategia planteada pueda implementarse en diferentes escenarios de aprendizaje presentes en el Colegio Ecológico de Floridablanca (sede H) y se logre una mejora de las competencias matemáticas en momentos posteriores a la aplicación descrita en el plan de acción. A continuación, en los siguientes apartados se analiza lo ocurrido en el desarrollo de estos talleres.

5.2. Taller 1. Descubriendo el poder del valor posicional

La aplicación de este primer taller (Apéndice D) busca que los estudiantes desarrollen competencias afines al pensamiento numérico, por medio del uso del material concreto, que promueve un desarrollo integral de este pensamiento matemático. Al finalizar las actividades, dicho material se deja en la institución y se adapta un espacio dentro del aula de clase, para la creación de una ludoteca matemática que los estudiantes pueden utilizar en posteriores encuentros con la docente titular.

Dicho taller tiene como objetivo que los estudiantes desarrollen competencias propias del pensamiento numérico, a partir del valor posicional de los números decimales, se decide trabajar con números decimales, ya que es una temática apropiada para el segundo nivel de primaria, en la cual comúnmente se presentan obstáculos epistemológicos. Según Brousseau (2007) esto se define como un conocimiento previo del estudiante que, en un momento inicial, se considera adecuado y correcto. Sin embargo, en el aprendizaje de nuevos conocimientos se considera errado o inadecuado a las nuevas temáticas.

Para llevar a cabo esta aplicación, se hace uso de recursos concretos como los dados, que le permiten a los estudiantes comprender la estructura de los números decimales y reconocer el orden de estos mismos según la cantidad de ceros. También, se presentaron estrategias como la tabla del valor posicional en la que los estudiantes pueden identificar cada una de las posiciones que puede tener un número decimal. Por último, se incluyen actividades relacionadas con las operaciones de adición y sustracción de este tipo de números, en donde se formaliza el desarrollo de competencias frente al orden posicional de estas expresiones numéricas.

En este taller se contó con la participación de 15 estudiantes, divididos en cuatro estudiantes de quinto grado y 11 estudiantes de cuarto grado, denotando la ausencia de dos

estudiantes de quinto grado al salón de clase y dos estudiantes que no se tomaron en cuenta dentro de este análisis, ya que no se contó con el consentimiento para incluir estos resultados dentro de este análisis. También se observa que la docente titular estuvo presente en gran parte de la aplicación del taller y su única intervención directa en la implementación fue la autorización de permisos para que los estudiantes salieran del salón.

El aula de clase se mantuvo con la misma distribución que regularmente manejan, aclarando que la estudiante con discapacidades múltiples se encuentra ubicada en la parte de atrás acompañado de su tutor y realiza actividades que le permitan el desarrollo de su motricidad y lenguaje. Mientras que la estudiante con el trastorno de las habilidades escolares se encuentra ubicado en la primera fila, el estudiante se integra con sus demás compañeros y realiza las mismas actividades del grupo en general, con la variante de que se brinda más tiempo para la elaboración de estas.

5.2.1. Engage

Para el momento de *Engage*, se presentó a los estudiantes una situación en la que se realizó un viaje a Estados Unidos y se hicieron diferentes compras. Es importante resaltar que este taller tuvo una adaptación frente a lo que planteó la estudiante de Licenciatura en Matemáticas en el contexto de esta fase, que se consideró favorable para su desarrollo. Dicha adaptación se relaciona por incluir a Estados Unidos dentro de un contexto de colegio rural con el fin de conocer las concepciones de los estudiantes con respecto a países del exterior. De igual manera, se hace más fácil trabajar las cifras decimales con un sistema monetario como los dólares, pues en este escenario es común utilizar este tipo de números y en Colombia se maneja un sistema en el que solo se emplean en su sistema de moneda números enteros.

Durante la ejecución de la primera fase, se pegaron en el tablero las compras realizadas con sus respectivos precios, ubicándose de forma tal que no quedaran ordenadas descendientemente, es decir, de la compra más costosa a la más económica. De igual forma, dichas ilustraciones se encontraban en el taller de los niños y, posterior a la presentación del contexto, se pregunta a los estudiantes: *¿cuál fue la compra más cara que hice?* En este momento se esperaba que los estudiantes consignaran su respuesta en el espacio destinado en el taller (Figura 8) y justificar su respuesta identificando si es el que tiene más o menos ceros después de la coma.

Figura 8.

Actividad de Engage, taller 1

ENGAGE

¿Cuánto cuesta mi compra?

\$0.50 \$0.05 \$5.0

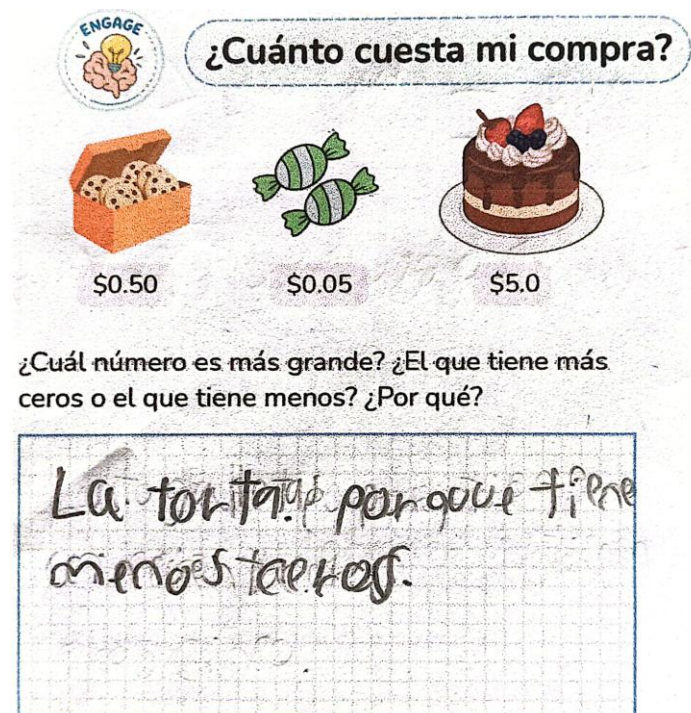
¿Cuál número es más grande? ¿El que tiene más ceros o el que tiene menos? ¿Por qué?

A partir de los resultados obtenidos, se identifica que algunos estudiantes lograron reconocer de forma correcta el precio mayor entre las diferentes opciones que se presentan en las compras. Un ejemplo de esto se aprecia en el ejercicio del estudiante J, que cursa cuarto grado (Figura 9), quien cuenta con la capacidad de identificar que el pastel es el valor más grande dentro de los tres valores que muestran. Además, pudo justificar de forma adecuada su opción,

exponiendo que en la parte decimal es el número que tiene la menor cantidad de ceros. Frente a esto, Piaget e Inhelder (1973) afirman que los estudiantes entre los 7 y 13 años construyen de forma progresiva la seriación, que corresponde al proceso de comparar diversas cantidades numéricas.

Figura 9.

Resultados del estudiante J en el momento de Engage



The image shows a worksheet titled "ENGAGE" with a lightbulb icon. The main question is "¿Cuánto cuesta mi compra?". Below it are three items with their prices: a box of cookies for \$0.50, two candies for \$0.05, and a cake for \$5.0. Below the items is a question: "¿Cuál número es más grande? ¿El que tiene más ceros o el que tiene menos? ¿Por qué?". At the bottom, there is a handwritten answer in a box: "La torta porque tiene menos ceros."

ENGAGE

¿Cuánto cuesta mi compra?

\$0.50 \$0.05 \$5.0

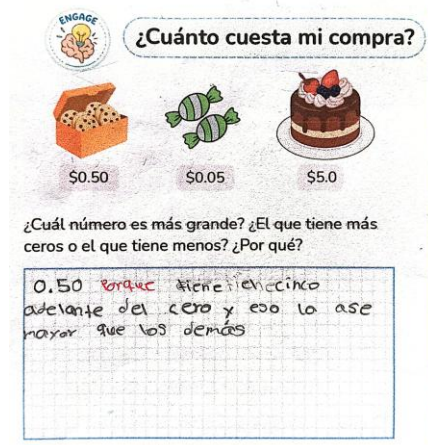
¿Cuál número es más grande? ¿El que tiene más ceros o el que tiene menos? ¿Por qué?

La torta porque tiene menos ceros.

Por otro lado, se evidencia que la mayor parte de ellos presentan algunas dificultades para identificar el pastel como el valor mayor de las compras realizadas, como se observa en el caso del estudiante F de cuarto (Figura 10) el cual, no logró identificar de forma acertada el número mayor y afirma que el mayor precio es el que corresponde a las galletas, debido a que no tiene en cuenta los números presentes antes de la coma (correspondientes a la parte entera). Por lo que su argumento se relaciona a que el precio de las galletas tiene un número mayor que cero después de la coma y los otros tienen uno o dos ceros, lo que lo hace mayor.

Figura 10.

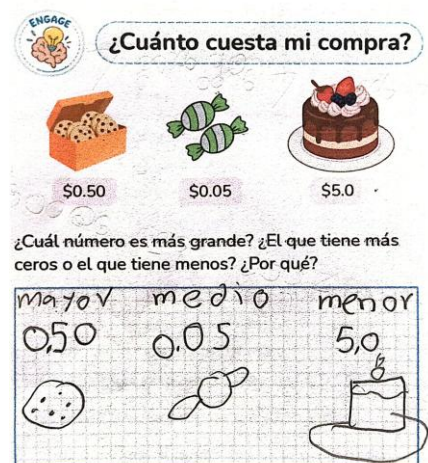
Respuesta del estudiante F en el momento de Engage



Además, se presenta el caso del estudiante N de quinto grado, que implementa recursos gráficos para organizar los precios de mayor a menor (Figura 11), pero este orden se presenta de forma incorrecta. Sumado a esto, no argumenta de forma escrita su elección y se vale del dibujo para representar su respuesta, lo que implica que, según lo expuesto por Piaget (1924), su pensamiento lógico se encuentra en un proceso de construcción dentro del pensamiento no preparatorio, en el que no justifica sus elecciones o decisiones.

Figura 11.

Resultado del estudiante N en el momento de Engage



Durante la implementación de este momento, se encuentran inmersos conceptos relacionados con el valor posicional de los números decimales, la magnitud de estos y el orden que pueden tener dentro de un contexto determinado. Vergnaud (1990) expone que el estudiante debe contar con la capacidad de coordinar simultáneamente que cada cifra cuenta con un valor posicional, este valor determina la magnitud de dicho número y con esto definido, pueda ordenarlos de forma acertada. Por ello, esta actividad resulta adecuada, ya que integra diferentes procesos mentales, que permiten a los estudiantes ejecutar de forma simultánea habilidades de posición, orden y justificación de sus respuestas con respecto a la organización de los números decimales en esta parte del taller.

La fase de *Engage* del primer taller, cumple con lo que proponen los Estándares Básicos de Competencias, en donde se afirma que los estudiantes de cuarto y quinto ya cuentan con las competencias necesarias para justificar “el valor de posición en el sistema de numeración decimal en relación con el conteo recurrente de unidades” (MEN, 2006, p. 82). Dicho estándar muestra que en este grupo de grados se favoreció en los estudiantes el desarrollo de habilidades de justificación, conteo y ubicación de unidades. Estas habilidades propician el desarrollo de competencias matemáticas y permiten que los estudiantes, además de lo expuesto, comparen magnitudes e identifiquen la mayor cifra dentro de un conjunto de números con diversas magnitudes.

A partir de esto, se puede analizar que esta fase del taller favorece en los estudiantes la motivación necesaria para la generación de nuevos aprendizajes con respecto a la comparación, orden y justificación de números decimales según criterios como la cantidad de ceros que se visualizan después de la coma. Pese a que se presentan algunas dificultades frente a dichas competencias, en momentos posteriores del taller, se pueden mejorar estos obstáculos y

desarrollarlas de forma progresiva y que incluya el uso de material concreto y estrategias innovadoras.

Es importante resaltar que, dentro de las opciones de mejora para el primer momento del taller, resulta fundamental formular preguntas que se adapten al nivel de razonamiento de los estudiantes. Esto permite una mayor comprensión de los estudiantes a la hora de interpretar cada una de las afirmaciones y preguntas propuestas en el taller y aumenta el índice de respuestas favorables frente a la respuesta que se espera recibir por parte de ellos.

5.2.2. *Explore*

El segundo momento del taller corresponde a la fase de *Explore*, que tuvo como objetivo trabajar la posición decimal, creando números decimales a partir de lanzamientos con dos dados. Se les explicó a los niños en primer lugar los materiales: el dado azul de cuatro caras tiene números de cero a tres y el dado rojo tiene seis caras con números del uno al seis el dado azul representa la cantidad de ceros después de la coma y el dado rojo la parte entera del número decimal. Luego, se describieron las instrucciones, donde se les mencionó que en total son cinco lanzamientos, primero se lanza el dado azul y luego el rojo (Figura 12). La actividad se realizó en parejas, cada niño eligió un dado y escribió sus respuestas individualmente.

Figura 12.

Momento de Explore, taller 1


De acuerdo con los lanzamientos de los dados, ubica cada número según su posición

1er Lanzamiento	→	0,	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100%;"> <tr> <td style="width: 25%; height: 20px;"></td> <td style="width: 25%; height: 20px;"></td> <td style="width: 25%; height: 20px;"></td> <td style="width: 25%; height: 20px;"></td> </tr> </table>					 Recursos  Trabajo en equipo
2do Lanzamiento	→	0,	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100%;"> <tr> <td style="width: 25%; height: 20px;"></td> <td style="width: 25%; height: 20px;"></td> <td style="width: 25%; height: 20px;"></td> <td style="width: 25%; height: 20px;"></td> </tr> </table>					
3er Lanzamiento	→	0,	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100%;"> <tr> <td style="width: 25%; height: 20px;"></td> <td style="width: 25%; height: 20px;"></td> <td style="width: 25%; height: 20px;"></td> <td style="width: 25%; height: 20px;"></td> </tr> </table>					
4to Lanzamiento	→	0,	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100%;"> <tr> <td style="width: 25%; height: 20px;"></td> <td style="width: 25%; height: 20px;"></td> <td style="width: 25%; height: 20px;"></td> <td style="width: 25%; height: 20px;"></td> </tr> </table>					
5to Lanzamiento	→	0,	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100%;"> <tr> <td style="width: 25%; height: 20px;"></td> <td style="width: 25%; height: 20px;"></td> <td style="width: 25%; height: 20px;"></td> <td style="width: 25%; height: 20px;"></td> </tr> </table>					

La mayoría de los estudiantes mostraron interés en esta fase al realizar el lanzamiento de los dados, ya que se relaciona con el uso de material concreto como lo son los dados (Figura 13). En esta línea, los EBC establecen como competencia del pensamiento numérico: “Identificar regularidades y propiedades de los números utilizando diferentes instrumentos de cálculo (calculadoras, ábacos, bloques multibase, entre otros”. (MEN, 2006, p. 82). El uso de recursos diseñados para el taller va en consonancia con la metodología de trabajo de los Círculos Matemáticos.

Figura 13.

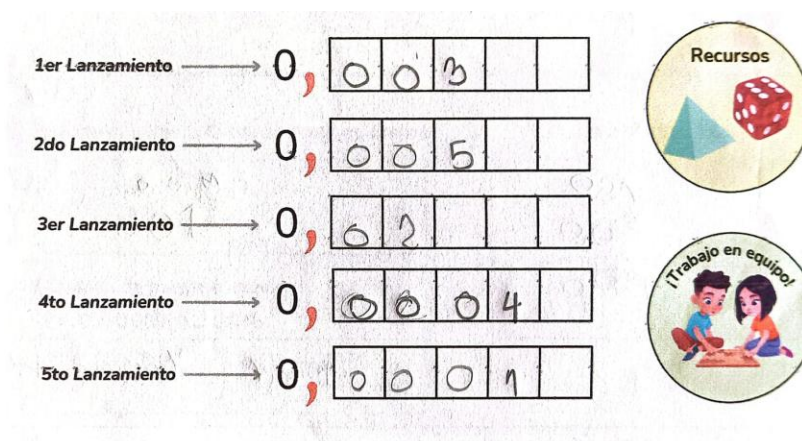
Lanzamiento de dados en equipo en el momento de Explore



Durante esta fase, se evidencia que los estudiantes comprendieron las instrucciones rápidamente puesto que la mayor parte de ellos realizaron la actividad sin ningún inconveniente. Sobre esto, se observa que el estudiante Ñ de quinto grado (Figura 14), quien entiende las instrucciones ya que “tres” era la cantidad máxima de ceros que se podían escribir y la última cifra debía ser un número entero.

Figura 14.

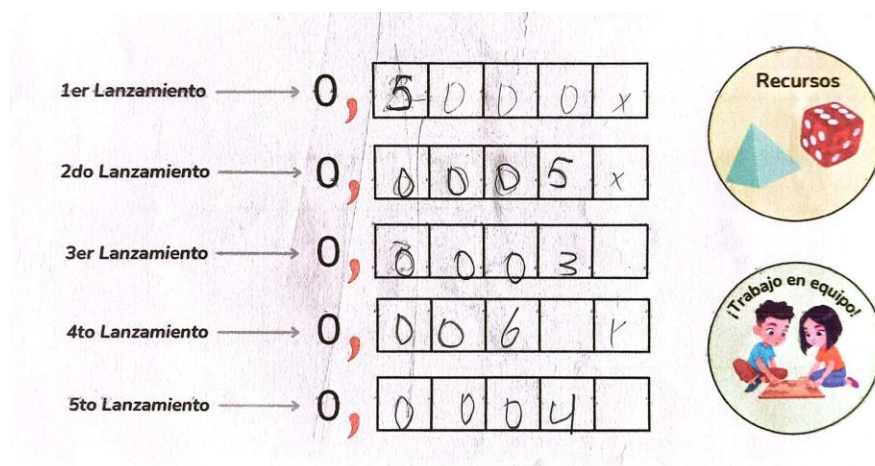
Resultado del estudiante Ñ en el momento de Explore



Por otro lado, algunos estudiantes necesitaron más apoyo para registrar las respuestas, lo que puede demostrar una dificultad en la instrucción, como se observa en el resultado del estudiante H de cuarto grado (Figura 15). Se infiere que los estudiantes pensaban que debían llenar todas las casillas, lo cual no era necesario. La docente, al notar esta dificultad, explicó nuevamente las instrucciones y de esta manera los niños volvieron a realizar el ejercicio de manera correcta.

Figura 15.

Resultado del estudiante H en el momento de Explore



Según Godino (2004), “el aprendizaje y la enseñanza deben tener en cuenta que es natural que los alumnos tengan dificultades y cometan errores en su proceso de aprendizaje y que se puede aprender de los propios errores”. (p.21). En este sentido, es necesario que el docente adopte una actitud positiva frente a las dificultades o errores que el estudiante pueda presentar en la clase de matemáticas, De este modo, el docente orienta y motiva al estudiante para que supere las dificultades que están a su alcance.

En el momento de *Explore* se trabajó la escritura de números decimales, con el propósito de que los niños identifiquen esta clase de números. Se destaca de esta etapa la importancia del rol del docente guía, el cual debe orientar a los niños para que desarrollen de la mejor manera las actividades. En cuanto a los aspectos a mejorar, se reconoce la necesidad de definir las instrucciones de manera detallada, de forma escrita y no solo verbal, para facilitar el proceso de comprensión por medio de la lectura.

5.2.3. *Explain*

Para la fase de *Explain*, la docente señala que los números decimales son aquellos que son compuestos por dos partes, una entera que va antes de la coma y otra parte decimal que va después de la coma. Las unidades después de la coma se denominan décimas, centésimas y milésimas. La profesora ilustra esta explicación usando una tabla de valor posicional (Figura 16).

Figura 16.

Tabla de valor posicional en números decimales

Parte entera						Parte decimal		
Miles			Unidades					
C	D	U	C	D	U	Décima	Centésima	Milésima
						0	,	5 5

Nota. Tomado de Libropedia matemática. www.elbibliote.com

De acuerdo con Bruner (1974), la representación icónica, basada en imágenes, constituye una etapa fundamental en el aprendizaje, ya que permite a los niños visualizar y comprender conceptos abstractos antes de abordarlos de forma simbólica, como ocurre en las matemáticas. En este caso, la representación de la Figura 15 permite observar que la parte decimal va al lado derecho de la parte entera y se separan por una coma. El valor de una cifra es menor cuanto más está a la derecha. En este sentido, las representaciones icónicas son fundamentales en la enseñanza de las matemáticas en primaria.

La docente enfatiza que cada décima hace que el número sea más pequeño. Seguidamente, retoma las imágenes de los productos del *Engage* y los ordena de mayor a menor de acuerdo con su valor. Luego, hace un ejemplo de relación de orden usando los signos: mayor que ($>$) y menor que ($<$). Después de la explicación, los estudiantes escriben en su cuaderno (Figura 17).

Figura 17.

Momento del Explain, taller 1



Entre más ceros haya entre la coma y el número final, más pequeña es la cantidad

- $0,008 > 0,0008$

VALOR POSICIONAL

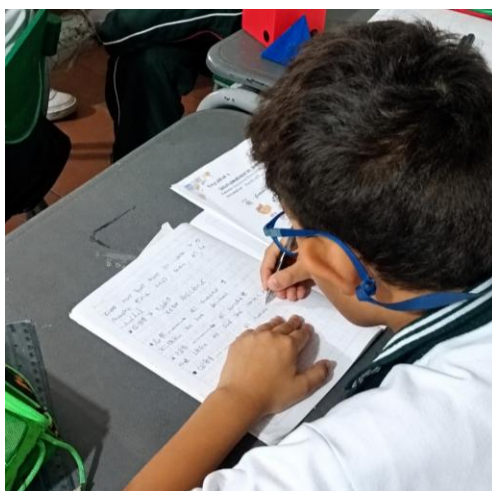
- $0,8$ —————→ el número 8 se ubica en las **décimas**.
- $0,08$ —————→ el número 8 se ubica en las **centésimas**.
- $0,008$ —————→ el número 8 se ubica en las **milésimas**.
- $0,0008$ —————→ el número 8 se ubica en las **diezmilésimas**.

En esta actividad los niños estuvieron concentrados, ya que se les dio un tiempo prudente para escribir con detenimiento, se destaca también que algunos estudiantes no querían escribir. Con respecto al proceso de escritura, Miras (como se citó en Sancha y Broitman, 2020) distingue: “la función epistémica o heurística de la escritura, como función específica en el marco de la función representativa, y (la señala como) instrumento de toma de conciencia y autorregulación intelectual y como instrumento para la construcción del propio pensamiento” (p. 4).

Lo anterior sustenta el proceso que realiza el estudiante I de cuarto grado (Figura 18), como una acción importante para su aprendizaje, ya que la escritura requiere un elevado nivel de autorregulación que ayuda al desarrollo del conocimiento en cualquier área.

Figura 18.

Estudiante en el momento de Explain



Esta fase de *Explain* permite determinar que algunos estudiantes no se sienten motivados por escribir, por lo cual se considera llevar textos más cortos en caso de ser necesario o también que los mismos estudiantes realicen su reflexión sobre lo aprendido, sin embargo, consideramos que esta actividad fue de ayuda, pues ciertos alumnos se remitían al texto para resolver la fase de *Elaborate*.

El resultado del estudiante L de quinto grado (Figura 20) demuestra que sabe usar los signos de comparación y entiende que un número decimal es menor cuando tiene más ceros después de la coma, a su vez un número decimal es menor si su cifra entera es número cercano a cero en contraste. Además, estas respuestas reflejan que el estudiante comprende el valor posicional decimal, ya que, es capaz de ordenar los números de menor a mayor y de mayor a menor, pues en un inicio lo había escrito de esta forma.

Figura 20.

Resultado del estudiante L en el momento de Elaborate Parte I

Parte 1: Comparación

1) Recorta los números que creaste con los dados, dóblalos a la mitad e introdúcelos en una bolsa.

2) Saca al azar dos números de la bolsa, pégalos en el primer y tercer recuadros. en el segundo recuadro los signos $>$, $<$ o $=$, según corresponda.

Handwritten examples of comparisons:

$0,0005$	$>$	$0,0004$	$>$	$0,006$	$>$	$0,000$	$>$	$0,5$	$>$	$0,006$
----------	-----	----------	-----	---------	-----	---------	-----	-------	-----	---------

Ordena los números de menor a mayor

Handwritten list of numbers in a box: $0,0093, 0,0004, 0,0005, 0,006, 0,5, 0,0003$

El MEN (2006) establece como competencia de las Matemáticas en primer nivel, reconocer significados del número en diferentes contextos (medición, conteo, comparación, codificación, localización, entre otros). En este caso, el número tiene un significado de comparación. Por tanto, la relación de orden debería ser un tema que los estudiantes de 4° y 5° dominen, sin embargo, se perciben dificultades en varios estudiantes.

En el resultado del estudiante E de cuarto grado (Figura 21) se puede analizar que usa correctamente los signos mayor qué, menor qué e igual, pero al momento de ordenar todos los números no se ve el dominio conceptual de la relación de orden con números decimales, puesto que no inicia ni termina con el número que debe ir en dicha posición si bien inicia con los que

tiene más ceros, después de los dos primeros números no sigue una secuencia lógica, lo que refleja un intento de comprender la temática y a la vez un obstáculo para adquirir la competencia matemática de ordenar los números decimales.

Figura 21.

Resultado del estudiante E en el momento de Elaborate Parte I

Parte 1: Comparación

- 1) Escribe los números que creaste con los dados, dóblalos a la mitad e introdúcelos en una bolsa.
- 2) Saca al azar dos números de la bolsa, pégalos en el primer y tercer recuadros.
- 3) Ubica en el segundo recuadro los signos $>$, $<$ o $=$, según corresponda.
- 4) Ordena los números de menor a mayor.

Handwritten student work for 'Parte 1: Comparación'. The work shows a sequence of numbers and comparison signs: $0,003 < 04 \ 0,0005 = 0,0005 \ 02 > 0,004$. Below this, a box contains the numbers ordered from smallest to largest: $0,002 \ 0,003 \ 0,0005 \ 0,04 \ 02 \ 04$.

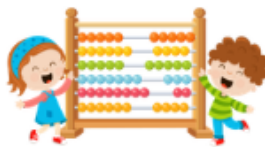
La adquisición de la competencia mencionada permite fortalecer la noción de orden numérico, base indispensable para la comprensión de las operaciones y el razonamiento matemático posterior. Vergnaud (1994) sostiene que comprender el número implica reconocer las relaciones que este establece en distintos contextos, lo que favorece la formación del pensamiento lógico.

Para la parte II del momento de *Elaborate*, se decidió aumentar la dificultad cognitiva, para esto se dio un ejemplo de cómo realizar la adición con números decimales. La indicación fue realizar una suma normal, alineando las comas de los sumandos. Asimismo, se indicó realizar la sustracción alineando también la coma y efectuando la resta como si se tuvieran números enteros (Figura 22). Este ejercicio reflejó que la mayoría de los estudiantes no tuvieron problemas con la adición, pero sí con la sustracción.

Figura 22.*Momento de Elaborate parte II***Parte 2: Suma y estimación**

Responde las siguientes preguntas:

- ¿El resultado será mayor o menor a 0.5?
- ¿El resultado será mayor o menor a 1?
- ¿Qué sucede si el dígito que salió en el dado rojo lo pongo más a la izquierda y si lo pongo a la derecha?"



1) Escoge dos de tus números y súmalos

2) Resta el número mayor con el número menor que tienes

La respuesta del estudiante G de cuarto grado (Figura 23) denota que sigue la instrucción de alinear las comas y además realiza adecuadamente la adición y la sustracción. Sin embargo, se resalta que, al elegir dos números con igual cantidad de cifras no necesita realizar una sustracción llevando unidades, por lo cual no podemos aseverar por completo el dominio de este proceso.

Figura 23.*Resultado del estudiante G en el momento de Elaborate Parte II*

1) Escoge dos de tus números y súmalos

$$\begin{array}{r} 0,03 \\ + 0,06 \\ \hline 0,09 \end{array}$$

2) Resta el número mayor con el número menor que tienes

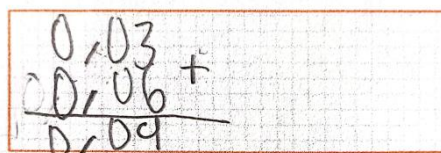
$$\begin{array}{r} 0,09 \\ - 0,01 \\ \hline 0,08 \end{array}$$

Por su parte, el estudiante E de cuarto grado (Figura 24) alinea los números con las comas, pero no escribe la coma en un sumando y en un minuendo, tampoco escribe la coma en los resultados. Este estudiante ejecuta apropiadamente la suma, pero en el segundo punto, realiza una suma en vez de una resta, lo que demuestra una dificultad para restar números decimales o para realizar la resta en general.

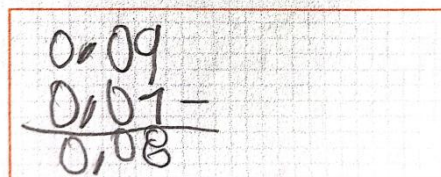
Figura 24.

Resultado del estudiante E en el momento de Elaborate Parte II

1) Escoge dos de tus números y súmalos


$$\begin{array}{r} 0,03 \\ + 0,06 \\ \hline 0,09 \end{array}$$

2) Resta el número mayor con el número menor que tienes


$$\begin{array}{r} 0,09 \\ - 0,01 \\ \hline 0,08 \end{array}$$

La sustracción es una de las cuatro operaciones básicas de la Matemáticas, la cual se utiliza en la vida diaria, por tanto, resulta pertinente buscar estrategias que permitan ayudar a los estudiantes con dificultad al restar, por eso es necesario fortalecer el concepto de sustracción, sobre esto los Lineamientos Curriculares de Matemáticas del MEN (1998) afirman:

En el proceso de aprendizaje de cada operación hay que partir de las distintas acciones y transformaciones que se realizan en los diferentes contextos numéricos y diferenciar aquellas que tienen rasgos comunes, que luego permitan ser consideradas bajo un mismo concepto operatorio. Por ejemplo, las acciones más comunes que dan lugar a conceptos de

adición y sustracción son agregar y desagregar, reunir y separar, acciones que se trabajan simultáneamente con las ideas que dan lugar al concepto de número. (p.30)

Aunado a lo anterior como aprendizaje docente de la fase de *Elaborate*, se considera oportuno buscar otros materiales y estrategias para explicar el valor posicional y descomposición de los números enteros, con el fin de trabajar la comprensión del concepto sustracción, primero con números enteros y luego con números decimales para realizar una comparación. Una oportunidad de mejora con respecto a esta cuarta fase puede ser incluir más ejemplos de la resta con reagrupación.

5.2.5. Evaluate

Para la parte de *Evaluate*, se desarrolló una evaluación escrita, la cual consta de tres puntos, primero, debían escribir un número decimal que se les asignó en segundo lugar, organizar de mayor a menor una serie de decimales y, en tercer lugar, realizar una adición. Esta fue la única fase en la que cambia el contenido matemático según el grado, pues los niños de quinto, manipulaban milésimas (Figura 25a) y los de cuarto, mayormente hasta centésimas (Figura 25b).

Figura 25.

Momento de Evaluate, taller 1

a.

1. Escribe el número Ochenta y una milésimas

3. suma: $0,21+0,063$

2. Ordena de mayor a menor

- 0.4; 0.089; 0.1; 0.045

b.

1. Escribe el número Cuarenta y siete centésimas

3. suma: $0,21+0,063$

2. Coloca el signo $<$, $>$ o $=$; según corresponda

- 0.099 ____ 0.2

Nota. **a.** Momento de *Evaluate* para quinto grado. **b.** Momento de *Evaluate* para cuarto grado.

A continuación, se muestran dos resultados de estudiantes de cuarto y luego dos estudiantes de quinto. En primer lugar, en la respuesta del estudiante F de cuarto grado (Figura 26) se refleja que el estudiante logra desarrollar una competencia de manejo y uso de los números decimales, ya que escribe el decimal que se le asignó y representa el valor posicional arriba de cada décima.

También realiza correctamente la relación de orden y la adición, ubicando la coma en el lugar correcto.

Figura 26.

Resultado del estudiante F el momento de Evaluate

The image shows a student's work on a worksheet titled "EVALUATE". It contains three problems:

- 1. Escribe el número Cuarenta y siete centésimas**
The student has written "0,47" with "4 décimas" and "7 centésimas" written vertically above the digits. The word "Milesima" is also written vertically to the right.
- 2. Coloca el signo $<$, $>$ o $=$; según corresponda**
The student has written: $0,099 < 0,2$
- 3. suma: $0,21 + 0,063$**
The student has shown the addition:
$$\begin{array}{r} 0,21 \\ 0,063 \\ \hline 0,273 \end{array}$$

En la respuesta del estudiante G de cuarto grado (Figura 27) se evidencia una dificultad para realizar la adición, debido al manejo de la coma en el lugar incorrecto, también se observa un error en la relación de orden.

Se destaca que el estudiante logra escribir correctamente el numero decimal, lo cual puede reflejar la necesidad de reforzar más esta área temática.

Figura 27.

Resultado del estudiante G en el momento de Evaluate

1. Escribe el número Cuarenta y siete centésimas
 $0,47$

2. Coloca el signo $<$, $>$ o $=$; según corresponda
 $0,099 \geq 0,2$

3. suma: $0,21 + 0,063$

$$\begin{array}{r} 0,21 \\ 0,063 \\ \hline 0,084 \end{array}$$

El estudiante L de quinto grado (Figura 28) en el primer punto logra escribir el numero correctamente, pero en el espacio de las milésimas olvida añadir el número 1, al escribir de mayor a menor ubica bien todos los números y los separa con puntos y comas, comunicando efectivamente su respuesta, en el tercer punto responde correctamente al proceso de adición.

Figura 28.

Resultado del estudiante L en el momento de Evaluate

1. Escribe el número Ochenta y una milésimas
 $0,080$

2. Ordena de mayor a menor
 $0,4; 0,1; 0,089; 0,045$

3. suma: $0,21 + 0,063$

$$\begin{array}{r} 0,083 \\ 0,21 \\ \hline 0,293 \end{array}$$

El estudiante M de quinto grado (Figura 29) escribe 80,000 en vez de escribir 0,081 lo que demuestra que aún no tiene clara la parte entera y decimal de los números decimales. Al ordenar los números, no agrega la coma a ninguno de los números, lo que refleja que no tiene clara aún la

importancia de la coma en los decimales; sin embargo, ordena los números en el orden correcto, lo que evidencia una comprensión en la relación de orden, pero no en las partes del número decimal. Por otro lado, la adición no es correcta porque no se alinearon adecuadamente las comas.

Figura 29.

Resultado del estudiante M en el momento de Evaluate

1. Escribe el número Ochenta y una milésimas

80 → milesi MG

2. Ordena de mayor a menor

• 0.4; 0.089; 0.1; 0.045

0.1; 0.4; 0.0045; 0.089

3. suma: $0.21 + 0.063$

0.21
0.063

0.273

De esta última fase se manifiesta como aprendizaje que los estudiantes necesitan trabajar más la relación de orden con números enteros y decimales, ya que se notó que existía una confusión general con el uso de los signos. Lo anterior se presenta debido a que se evidencian ciertas falencias frente a la construcción de la noción de magnitud y la comparación de cantidades representadas por los números (Vergnaud, 1990). Asimismo, el autor expone que dichas falencias pueden presentarse por el cambio de números enteros a números racionales, principalmente en los decimales.

En este momento del taller, se evidencian dificultades en algunos estudiantes, especialmente los que cursan cuarto grado, para identificar y comparar dos números decimales, de acuerdo con su magnitud. Lo que provoca una falencia frente el proceso de orden y comparación de cifras según el valor posicional de estas y, por ende, el proceso de selección de los signos mayor que y menor que, no lo ejecutan de forma satisfactoria.

Se evidencia además que los estudiantes cuentan con la capacidad de realizar operaciones como la adición, empleando representaciones concretas, como el uso de los dedos para contar para su posterior planteamiento de la operación y su procedimiento. Sin embargo, se debe fortalecer la sustracción con números decimales, ya que se reconoce que, a la hora de plantear este procedimiento, presentan confusión para alinear las comas y resolver dicha operación en el caso en donde se presenta un número menor en el minuendo, pues no agregan a dicha resolución la acción de “pedir prestado una decena” para que el número de esta posición sea el de mayor valor posicional. En este sentido, autores como Fuson (2006) señalan que las dificultades en las sustracciones surgen cuando los estudiantes aplican el algoritmo de manera mecánica, sin comprender el valor posicional ni los procesos de reagrupación.

Un aspecto para mejorar de la etapa de *Evaluate*, es revisar en la fase de *Elaborate* si la mayoría de los niños comprenden lo que se va a evaluar, debido a que se asumió que los estudiantes no iban a tener inconvenientes con la sustracción de decimales, ya que saben restar con números enteros. En este caso, un ejemplo pudo haber sido relevante para recordar cómo se realiza la sustracción; sin embargo, se identifica que ciertos estudiantes tienen dificultades con la sustracción con llevada, por lo tanto, esto es un aspecto a tener en cuenta en futuros talleres para reforzar.

En conclusión, este primer taller permite reflexionar sobre la importancia de incluir el uso de operaciones básicas dentro del proceso de aprendizaje de las matemáticas. Piaget e Inhelder (2016) exponen que los niños entre los 7 y 13 años se encuentran en una etapa en la que logran realizar operaciones concretas, comprender relaciones numéricas y desarrollar el pensamiento lógico. Este proceso se lleva a cabo por medio de la ejecución de operaciones básicas vistas como acciones mentales interiorizadas, en donde los estudiantes actúan y representan mentalmente cada operación, para luego, realizar dicho proceso de forma abstracta.

5.3. Taller 2. Pilotos matemáticos: El gran desafío del vuelo

El planteamiento del segundo taller (Apéndice E) busca que los estudiantes desarrollen competencias propias del pensamiento métrico por medio de la estimación de distancia, medidas informales y convencionales para medir longitudes de recorridos. Para esto, se utilizan recursos como la construcción de un avión de papel, el uso de instrumentos de medición no estandarizados, como el pie de los niños y de la regla como apoyo para la conversión de una medida general a una medida estandarizada como los centímetros.

Es importante destacar que en este taller se integra la interdisciplinariedad con las áreas STEAM, específicamente entre las Matemáticas, como eje central y el Arte como recurso para desarrollar estas competencias. En este sentido, se considera relevante incluir el componente artístico, por medio del plegado de papel y la construcción del avión, ya que, según lo expuesto por Montes y Frausto (2021), el desarrollo de habilidades manuales como el plegado de papel y la construcción de figuras fomenta una mejora en el razonamiento matemático del estudiante. Con esto, se desarrollan competencias para la estimación y medida de longitudes, áreas o volúmenes de figuras y cuerpos, teniendo en cuenta conceptos como mitad, girar, doblar, encajar, entre otros.

Para el desarrollo del taller, se contó con la participación de 16 estudiantes, divididos en 10 estudiantes de cuarto y seis estudiantes de quinto, aclarando que dos estudiantes no participan de este análisis, ya que no se cuenta con el asentimiento y consentimiento de participación en este estudio. De igual manera, se denota que la estudiante que padece discapacidades múltiples cuenta con un trabajo diferente al de sus compañeros (Figura 30) y, para ella, se implementa un avión de icopor, adaptado con diversas texturas. Lo que le permite a la estudiante desarrollar habilidades para diferenciar objetos, construir nociones de forma y tamaño, entre otras destrezas sensoriomotoras (Piaget, 1970).

Figura 30.

Trabajo adaptado con estudiante que requiere NEE



Con respecto al orden del aula de clases, mantuvo su distribución regular, en donde el estudiante con discapacidades múltiples se ubica en la parte trasera del salón y, en todos los momentos de la clase, palpa las texturas del avión y moldea plastilina. Para la segunda fase del taller, se tuvo un desplazamiento con los estudiantes hacia la cancha del colegio, con el fin de que pudieran lanzar sus aviones, estimar la distancia y medirla con sus pies. En los últimos tres momentos de la clase, se retornó al salón. Durante los momentos aplicados en el aula de clase, se contó con el acompañamiento de la docente titular, la cual solo intervino para que los niños se ubicaran en sus puestos para iniciar con el taller.

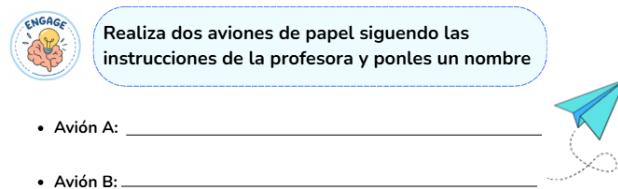
5.3.1. Engage

En la fase de *Engage*, se hizo entrega a los estudiantes de dos hojas de papel y se les indicó que con esas hojas se realizarían dos modelos diferentes de aviones. Posterior a dicha entrega, se proyectaron dos videos relacionados con el paso a paso para realizar los dos modelos de aviones mencionados. Al finalizar este momento de construcción, los estudiantes proceden a nombrar sus

modelos de aviones y consignarlos en el espacio destinado en el taller (Figura 31). En esta actividad, se tienen presentes destrezas de los estudiantes como el plegado de papel y su proceso de escritura.

Figura 31.

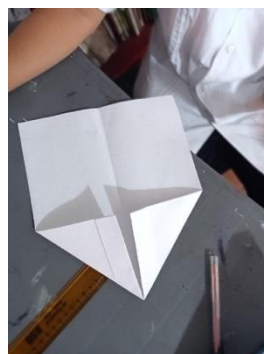
Actividad de Engage, taller 2



Estos resultados ponen en evidencia que gran parte de los estudiantes lograron construir el segundo avión de papel de forma satisfactoria y ejecutar habilidades de plegado y unión simétrica de cada doblez (Figura 32). Esto permitió que el estudiante tuviera mayor facilidad para construir los dos modelos de aviones en el tiempo previsto y seguir las instrucciones de los videos frente a los pasos para doblar, dividir y ensamblar el avión. A partir de esto, se destaca la importancia de aplicar recursos como el origami, ya que promueve el desarrollo de habilidades relacionadas con la concentración, la tolerancia al error y nociones matemáticas como el uso del punto, la recta y destrezas como identificar la mitad de un espacio, entre otros (Rubio y Pérez, 2024).

Figura 32.

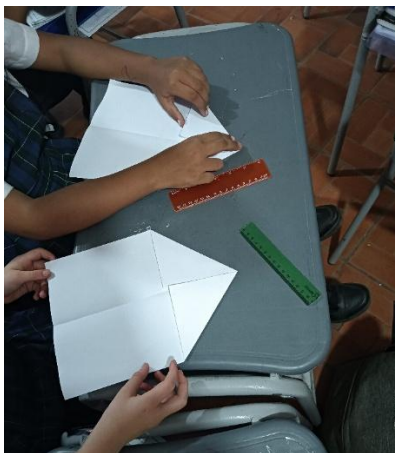
Plegado de estudiante en la construcción del segundo avión



Por otra parte, es posible observar dificultades en algunos de los estudiantes frente a las habilidades mencionadas con anterioridad. Esto ocurre debido a que presentaron obstáculos para armar el primer avión y necesitaron un mayor tiempo para seguir los pasos. Además, se evidencia no realizan el plegado de forma correcta, debido a que, en algunos casos, las puntas no coinciden en todos los vértices de los dobleces (Figura 33). Le Boulch (1995) afirma que dichas acciones no se desarrollan de forma acertada, cuando el niño cuenta con un desarrollo psicomotor no consolidado y presenta problemas para adquirir destrezas de coordinación viso, estructuración espacial y falta de experiencia manipulativa con material concreto.

Figura 33.

Plegado de estudiante en la construcción del primer avión

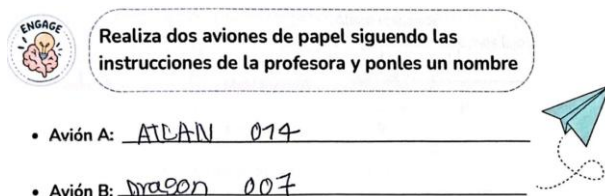


Para el momento de escritura, es posible evidenciar que todos los estudiantes se encuentran en un nivel de escritura alfabético, ya que, en el proceso de creación de los nombres de los aviones, demuestran una correspondencia entre sonidos y letras con respecto al nombre de los aviones; un ejemplo de ello es lo escrito por el estudiante F de cuarto grado (Figura 34). Lo anterior demuestra que los estudiantes cuentan con un buen nivel de escritura y caracterización de un objeto, según el nombre que ellos quisieran ponerle al avión. De acuerdo con Ferreiro y Teberosky (1991), los

estudiantes se encuentran en un nivel alfabético, en donde se tiene una correspondencia total entre los sonidos y las letras.

Figura 34.

Respuesta del estudiante F en el momento de Engage



A partir de lo anterior, se identifica que en esta fase se emplean contenidos relacionados con el proceso del origami (plegado de papel, identificación de mitades y figuras bidimensionales inmersas dentro de la construcción del avión). Dichas concepciones resaltan la importancia de integrar la papiroflexia en el proceso de aprendizaje de las matemáticas, en donde se pueden desarrollar competencias propias del pensamiento espacial, la visualización geométrica y fortalece destrezas visoespaciales en los estudiantes (López et al., 2020).

Este momento del taller resulta pertinente, debido a que se integra el desarrollo de competencias esenciales para el desarrollo de motricidad fina y gruesa de los estudiantes, fundamentales para afianzar competencias matemáticas relacionadas al pensamiento espacial. Dicho pensamiento se desarrolla en coherencia horizontal con el pensamiento métrico, eje central de todo el taller.

Frente a estos aprendizajes, el MEN (2006) describe la importancia de que los estudiantes representen diversas situaciones de su contexto por medio del material concreto o representaciones pictóricas. Esto les permite desarrollar competencias frente a la construcción y descomposición de cuerpos y figuras geométricas. Lo anterior evidencia la relevancia de desarrollar, en el contexto de los estudiantes de cuarto y quinto del Colegio Ecológico de Floridablanca (sede H), habilidades

motrices por medio de actividades que integren manipulación, doblado, división y construcción de figuras relacionadas con el origami o la papiroflexia.

En conclusión, es posible analizar que esta fase primera fase del taller promueve que los estudiantes desarrollen habilidades motrices esenciales para la generación de nuevas destrezas propias del aprendizaje de las matemáticas. Además, integrar el componente de escritura con el arte y las matemáticas genera una interdisciplinariedad con las áreas STEAM, lo que resulta indispensable para favorecer un aprendizaje integral y significativo, a través de la construcción de aviones de papel y el uso de recursos tecnológicos como los videos explicativos.

Finalmente, se destaca la importancia de incluir procesos relacionados con el seguimiento de instrucciones claras, precisas y que sean comprensibles para los estudiantes a la hora de construir sus aviones por medio de un paso a paso.

5.3.2. Explore

En esta segunda fase del taller, se buscó que los estudiantes desarrollen competencias de estimación y reconocimiento de distancias por medio de una medida general y que esté al alcance de los estudiantes. Para esto, hubo un traslado de locación a la cancha del colegio y se les indicó a los estudiantes que se dividieran en dos grupos y, por turnos; lanzaban el primer avión, realizaban una estimación de cuántos pies creen que puede medir la distancia.

Posterior a esto, consignaban la estimación en el momento del taller (Figura 35) y pasaban a medir esta distancia con los pies y este mismo proceso se llevó a cabo con el segundo avión.

Figura 35.*Momento de Explore, taller 2*

EXPLORE Sigue los siguientes pasos para medir la distancia del vuelo de tu avión

- 1 Ubícate detrás de la línea de salida.
- 2 Lanza tu Avión A.
- 3 Antes de medir, observa dónde cayó y escribe tu estimación en pies.
- 4 Ahora mide la distancia desde la línea de salida hasta donde cayó el avión, caminando con tus pies pegados uno delante del otro.
- 5 Anota la medida real.
- 6 Repite este proceso con tu Avión B.
- 7 Completa la tabla

	Estimación	Medición real (pies)
Avión A		
Avión B		



Para la aplicación de este momento, se observa que los estudiantes se encuentran muy activos y con ganas de jugar con sus aviones, lo que genera varios momentos en los que se dispersan o no se encuentran en la fila realizando lo que se les pide en la actividad. Pese a esto, se logró llevar a cabo la actividad efectivamente y se evidenciaron momentos en los que se presenta el lanzamiento del avión, la estimación de medidas y la medida de la distancia con sus pies (Figura 36).

Figura 36.*Estimación y medida de distancias en el Explore*

Con respecto a la ejecución de la actividad, se evidencia que, en el lanzamiento del primer avión, se identificaron algunas falencias frente al nivel de estimación, ya que la diferencia entre la medida que algunos estudiantes creían y la medida real que tomaron con los pies es bastante amplia, como ocurre con el estudiante O de quinto grado (Figura 37).

Sin embargo, en el segundo lanzamiento ya cuentan con una mayor habilidad de realizar estimaciones más cercanas a la medida real y la diferencia entre medidas disminuye significativamente.

Figura 37.

Resultado del estudiante O en el momento de Explore

Sigue los siguientes pasos para medir la distancia del vuelo de tu avión

- 1 Ubícate detrás de la línea de salida.
- 2 Lanza tu Avión A.
- 3 Antes de medir, observa dónde cayó y escribe tu estimación en pies.

Ahora mide la distancia desde la línea de salida hasta donde cayó el avión, caminando con tus pies pegados uno delante del otro.

- 4
- 5 Anota la medida real.
- 6 Repite este proceso con tu Avión B.

7 Completa la tabla

	Estimación	Medición real (pies)
Avión A	20	36
Avión B	20	21

Por otra parte, se evidenció que otra parte de los estudiantes contaban con una mayor habilidad de estimar medidas por medio de la observación, puesto que desde el lanzamiento del primer avión no se tiene una diferencia amplia entre la medida estimada y la distancia real, un ejemplo de ello corresponde al estudiante D, que cursa cuarto grado (Figura 38). Lo que permite analizar que estos estudiantes cuentan con una mayor facilidad para realizar dichos procedimientos y tener una estimación más precisa frente a la distancia que tomaron sus aviones.

Figura 38.

Resultados del estudiante D en el momento de Explore

EXPLORE Sigue los siguientes pasos para medir la distancia del vuelo de tu avión

- 1 Ubícate detrás de la línea de salida.
- 2 Lanza tu Avión A.
- 3 Antes de medir, observa dónde cayó y escribe tu estimación en pies.
Ahora mide la distancia desde la línea de salida hasta donde cayó el avión, caminando con tus pies pegados uno delante del otro.
- 4
- 5 Anota la medida real.
- 6 Repite este proceso con tu Avión B.
- 7 Completa la tabla

	Estimación	Medición real (pies)
Avión A	17	21
Avión B	20	21



Frente a estos resultados, Clements y Sarama (2020) exponen que los niños desarrollan progresivamente competencias propias de la estimación, en donde parten de la implementación de medidas informales para, posteriormente, utilizar unidades de longitud como los centímetros. Para esta fase del taller, los estudiantes emplearon estimaciones con una parte específica de su cuerpo, los pies, lo cual permitió que tomaran en cuenta esta medida informal para estimar la distancia de vuelo y comparar su respuesta inicial con la distancia real de vuelo, implementando la percepción visual.

En este estudio, resulta pertinente implementar esta estrategia en el momento de *Explore*, debido a que propicia a que los estudiantes desarrollen competencias relacionadas con la toma de distancias con recursos afines a su cotidianidad. Asimismo, promueve el desarrollo de competencias como la estimación de medidas, el uso de instrumentos informales y la comparación de distancias, teniendo en cuenta el recorrido real del avión y la medida inicial que se determinó por medio de la visualización.

Por ello, el desarrollo del pensamiento métrico es esencial para que los estudiantes, desde sus primeros niveles de formación, logren comprender e implementar magnitudes, cantidades y hacer uso de diferentes sistemas de medida en diversas situaciones del contexto. (MEN, 2006). Lo anterior establece la importancia de hacer uso de competencias como la estimación de medidas y el uso de sistemas métricos informales, ya que permite a los estudiantes tener un primer acercamiento frente a las implicaciones de medir distancias e implementar diversos sistemas de medidas informales o convencionales.

Se concluye que este momento del taller permite que los estudiantes desarrollen competencias de estimación y comparación de distancias, fundamentales para un desarrollo significativo del pensamiento métrico. En esta medida, es importante destacar que se deben implementar estrategias más efectivas que promuevan un desarrollo satisfactorio de la clase, las cuales se pueden relacionar con la creación de grupos de trabajo más pequeños y el diseño de actividades largas dentro del aula de clase. Esta reestructuración favorece una mayor agilidad para realizar el lanzamiento, estimación y toma de medidas y se reduce la probabilidad de que se dispersen por diferentes lugares del colegio.

5.3.3. Explain

En esta tercera etapa del taller se explicó que medir es comparar el tamaño de una cosa con otro objeto. La docente preguntó qué medidas conocen y los niños mencionaron “los pies” la profesora aseveró que es cierto; además, mencionó que los pies se usan desde la antigüedad para medir, así como los brazos y las manos. También manifestó que actualmente existen medidas estandarizadas como las reglas y el metro que usan las personas que saben coser ropa. El estudiante H participó y mencionó la cinta métrica que usan los albañiles; la docente agradeció el ejemplo.

La profesora explicó que usar los pies para medir es útil cuando no se tiene una regla a la mano, pero tiene un problema. Entonces la profesora escribió en el tablero la siguiente afirmación: *la profe voló su avión y lo midió con su pie y le dio 30 pies de distancia; así mismo, a otro estudiante también le dio como resultado 30 pies*. Entonces, la docente les preguntó si en este caso los aviones volaron la misma distancia, y algunos niños contestaron que “sí” a lo que el estudiante P dijo: *“no, es la misma distancia porque el pie del niño es más pequeño que el de la profesora”*. La docente reconoció la veracidad de su comentario y explicó en el tablero cómo hallar la distancia en centímetros sabiendo la medida de cada pie, por medio de una multiplicación.

Seguidamente, se les pidió a los estudiantes comparar con signos de relación de orden la estimación del vuelo de los dos aviones con su medida real, respectivamente. Luego, debían mencionar cuál avión voló más lejos y cuántos pies de diferencia hubo entre los dos aviones. Para hacer esto último, se les mencionó que cuando se pregunta por la diferencia de cantidades, la operación que se debe realizar es una resta (Figura 39).

Figura 39.

Momento de Explain, taller 2



Usa los símbolos $>$, $<$ o $=$ para comparar tu estimación con la medida real.



	Símbolo	
Estimación A		Medida real A
Estimación B		Medida real B

Ahora responde:

- ¿Cuál avión voló más lejos?
- ¿Cuántos pies de diferencia hubo entre los dos vuelos?

• Escribe el procedimiento que usaste para hallar la diferencia

En cuanto a los resultados, se destaca que el estudiante L de quinto grado (Figura 40) emplea adecuadamente los signos de relación de orden, es capaz de comunicar cuál fue el avión

que voló más lejos y también expresa correctamente la diferencia de pies en relación con las distancias comparadas.

Figura 40.

Respuestas del estudiante L en la fase de Explain

EXPLAIN

Usa los símbolos $>$, $<$ o $=$ para comparar tu estimación con la medida real.

	Símbolo	
Estimación A 26	$=$	Medida real A 26
Estimación B 90	$>$	Medida real B 7

Ahora responde:

- ¿Cuál avión voló más lejos?
El hercules-190
- ¿Cuántos pies de diferencia hubo entre los dos vuelos?
hubo 19 pasos

• Escribe el procedimiento que usaste para hallar la diferencia

$$\begin{array}{r} 16 \\ - 7 \\ \hline 9 \end{array}$$

Visual representation of the difference (16 - 7) using 16 vertical lines and 7 crosses, with the result 9 highlighted in a red box.

Si bien el estudiante L resuelve bien esta etapa, llama la atención que emplea la iconografía para restar $16 - 7$, como se visualiza en el recuadro rojo. Según Piaget e Inhelder (2016) a esta edad se da una transición entre el pensamiento concreto hacia el abstracto, lo cual demuestra que es normal aplicar este tipo de estrategias en quinto grado. Sin embargo, no resulta práctico utilizar estas representaciones cuando hay números demasiado grandes; por tanto, el cálculo mental y la comprensión del valor posicional son competencias que se deben potenciar, para que los niños adquieran seguridad al comunicar sus respuestas y usen el cálculo mental en la vida cotidiana.

El cálculo mental es una de las habilidades claves en primaria para el desarrollo del pensamiento matemático. Según el *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM, 2000):

Es igualmente esencial la fluidez computacional: poseer y utilizar métodos de cálculo eficientes y precisos. Esta fluidez puede manifestarse en el uso de estrategias mentales y Anotaciones en papel, o en el uso de un algoritmo con lápiz y papel, especialmente cuando los números son grandes, para obtener resultados precisos con rapidez. (p. 32)

En este sentido, el docente debe introducir diferentes formas de cálculo e incentivar al estudiante a que cree sus propias estrategias, ya que, según los NCTM (2000), el aprendizaje resulta más significativo cuando el estudiante sigue sus propias estrategias.

Por otra parte, el estudiante M, también de quinto grado (Figura 41), es capaz de emplear los signos mayor y menor que, pero se destaca que su respuesta sobre la diferencia de la distancia de los vuelos no fue clara, por lo cual la docente le dibujó una flecha para que escribiera la respuesta completa “20 pies”. Esta situación es común; a veces los estudiantes escriben el proceso y no la respuesta, por eso hay que ayudarlos a que sigan un orden y así puedan comunicar mejor sus ideas.

Figura 41.

Respuestas del estudiante M en la fase de Explain



Usa los símbolos >, < o = para comparar tu estimación con la medida real.



	Símbolo	
Estimación A 29	<	Medida real A 36
Estimación B 5	<	Medida real B 40

Ahora responde:

- ¿Cuál avión voló más lejos?

A super titanic
- ¿Cuántos pies de diferencia hubo entre los dos vuelos?

$$\begin{array}{r} 36 \\ - 10 \\ \hline 26 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 36 \\ - 10 \\ \hline 20 \end{array}$$

• Escribe el procedimiento que usaste para hallar la diferencia

$$\begin{array}{r} 30 \\ - 10 \\ \hline 20 \end{array}$$

→ 20 Pies

En esta línea, Romberg (1991) afirma que el proceso de comunicación es esencial por tres razones. Primero, porque la argumentación y la lógica es parte de las Matemáticas, segundo porque el conocimiento se construye cuando se organiza y se comunica, y tercero porque el lenguaje desarrolla la comprensión del niño.

Finalmente, en esta etapa se destaca que la mayoría pudo realizarla de manera exitosa o al menos casi toda la fase, dado que se identificó nuevamente que la sustracción con reagrupación es un obstáculo para los niños, como se muestra con el caso del estudiante A de cuarto grado (Figura 42), puesto que escribe que la diferencia de 36 y 25 es igual a 16, lo cual es incorrecto porque la diferencia es 11. Sobre esto se puede deducir que el alumno restó mentalmente $36 - 20$, que es igual a 16, y por tanto le faltó restar 5 unidades más. En este caso es fundamental pedirles a los estudiantes que escriban el procedimiento para que ellos mismos o el docente corrijan su proceso.

Figura 42.

Respuestas del estudiante A en la fase de Explain



Usa los símbolos $>$, $<$ o $=$ para comparar tu estimación con la medida real.



	Símbolo	
Estimación A 36	<u>36</u>	Medida real A 36
Estimación B 25	<u>—</u>	Medida real B 25

Ahora responde:

- ¿Cuál avión voló más lejos?

11
- ¿Cuántos pies de diferencia hubo entre los dos vuelos?

16

• Escribe el procedimiento que usaste para hallar la diferencia

Sobre el proceso de metacognición, Allen (como se citó en Pugalee, 2001) señala que el control de la metacognición implica una variedad de decisiones y estrategias, como predecir,

planificar, revisar, seleccionar, verificar, adivinar y clasificar. Para que el estudiante aplique estas estrategias y logre identificar cuáles son más efectivas, es necesario promover constantemente la escritura de sus procedimientos y razonamientos.

Se consideran como aprendizajes del *Explore*: la necesidad de fortalecer el cálculo mental, así como el proceso de comunicación matemática para expresar tanto procedimientos como respuestas, y también se observa que es importante trabajar la competencia de resolución de problemas con restas que requieran reagrupación.

Para fortalecer esta actividad, se propone llevar dos representaciones de pies de diferente tamaño en material como la cartulina y medir con ellos la misma distancia para mostrar visualmente que un pie pequeño siempre va a dar un resultado mayor. También se recomienda llevar unidades estandarizadas, además de la regla, como el metro y la cinta métrica, para que los niños puedan observar los centímetros y analizar la utilidad de estas herramientas.

5.3.4. Elaborate

Para el *Elaborate* se tenía previsto realizar lanzamientos en grupos de cuatro y registrarlos en la tabla; sin embargo, se realizó una adaptación, ya que la mayor parte de alumnos tenía una concentración dispersa al estar en la cancha. Por lo cual la docente pidió los datos de la medida de vuelo a 4 estudiantes del salón y con base en esto los niños respondieron cuál era el vuelo más largo, cuál era el vuelo más corto y cuál es la diferencia entre el vuelo más largo y el más corto.

En la segunda parte del *Elaborate*, se integra un problema en el cual los estudiantes deben responder en relación con la precisión del pie como medida. Después deben emplear la multiplicación para cambiar la unidad de medida, de pies a centímetros (Figura 43).

Figura 43.

Momento del Elaborate, taller 2



Parte 1: Comparación de distancias

A. Forma un grupo de 4. Cada integrante hará un lanzamiento. Luego, entre todos realicen siguientes pasos:

1. Midan la distancia de cada vuelo en pies.
2. Registren los datos en la tabla.
3. Encuentren cuál fue el vuelo más corto.
4. Encuentren cuál fue el vuelo más largo.
5. Calculen cuántos pies de diferencia hubo entre ellos.

B. Con tu equipo completa la siguiente tabla

Estudiante	Medida del vuelo

C. Contesta los siguientes datos

- Vuelo más largo: _____
- Vuelo más corto: _____
- Diferencia entre los dos: _____
- Escribe en el siguiente recuadro el proceso que usaron para hallar la diferencia entre el vuelo mas largo y el más corto





Parte 2 : Resolución de problemas

Si un estudiante con un pie grande dice que su avión voló 30 pies, y otro estudiante con un pie pequeño también dice que si avión voló 30 pies, ¿recorrieron exactamente la misma distancia?
Explica por qué:

Marca tu respuesta:

Sí _____

No _____

Ahora pensemos en una medida estándar. Si tu pie mide 20 cm y tu avión voló 30 pies, completa:

30 x 20 = _____ cm

El estudiante J de cuarto grado (Figura 44) resuelve todas las preguntas de forma correcta, aunque olvida marcar su respuesta al primer problema de la parte 2. Se destaca que reconoce que cada pie tiene una medida diferente y esto explica por qué no se recorrió la misma distancia. En resumen, el estudiante hace un buen uso del pensamiento métrico. El buen desempeño de los

estudiantes puede atribuirse a lo planteado (1998), en donde se explica que se debe aprovechar la medición dentro del entorno y también se resalta que los alumnos deben conocer el trasfondo histórico de la medición para que comprendan que es una necesidad del ser humano y que es de utilidad para sus vidas.

Figura 44.

Respuestas del estudiante J en la fase de Elaborate



Parte 1: Comparación de distancias

A. Forma un grupo de 4. Cada integrante hará un lanzamiento. Luego, entre todos realicen siguientes pasos:

1. Midan la distancia de cada vuelo en pies.
2. Registren los datos en la tabla.
3. Encuentren cuál fue el vuelo más corto.
4. Encuentren cuál fue el vuelo más largo.
5. Calculen cuántos pies de diferencia hubo entre ellos.

C. Contesta los siguientes datos

- Vuelo más largo: 65 pies
- Vuelo más corto: 21 pies
- Diferencia entre los dos: 44 pies
- Escribe en el siguiente recuadro el proceso que usaron para hallar la diferencia entre el vuelo mas largo y el más corto

B. Con tu equipo completa la siguiente tabla

Estudiante	Medida del vuelo
Yosmar	20 pies
Nico	36 pies
Angel	65 pies
Catalina	27 pies

$$\begin{array}{r} 65 \\ - 21 \\ \hline 44 \end{array}$$



Parte 2 : Resolución de problemas

Si un estudiante con un pie grande dice que su avión voló 30 pies, y otro estudiante con un pie pequeño también dice que su avión voló 30 pies, ¿recorrieron exactamente la misma distancia?

Marca tu respuesta:
 Sí ☐
 No ☐

Explica por qué:

Porque los pies pequeños miden me no y los
grandes miden mas

Ahora pensemos en una medida estándar. Si tu pie mide 20 cm y tu avión voló 30 pies, completa:

30 x 20 = 600 cm

Las respuestas del estudiante E de cuarto grado (Figura 45). Estas reflejan que comprende magnitudes como lejos y cerca. Sumado a esto, comprende cómo cambia la medida de una misma distancia al utilizar dos referencias de diferente tamaño y es capaz de realizar una multiplicación con números de dos cifras. Su único error fue en la sustracción, ya que 65-21 debe dar 44 y no 34;

este error puede ser un error por causas emocionales como la baja concentración. Según Socas (como se citó en Díaz y Flores del Río, 2022) existen errores que “tienen su origen en actitudes afectivas y emocionales: Estos errores derivan de la falta de concentración, bloqueos, olvidos, etc.” (p.16). En este caso se cree que el estudiante contestó rápido; por tanto, es importante que el docente motive a los niños a verificar sus respuestas, porque este tipo de errores son muy comunes.

Figura 45.

Respuestas del estudiante E en la fase de Elaborate



Parte 2 : Resolución de problemas

Marca tu respuesta:

Sí

No X

Si un estudiante con un pie grande dice que su avión voló 30 pies, y otro estudiante con un pie pequeño también dice que su avión voló 30 pies, ¿recorrieron exactamente la misma distancia?

Explica por qué:

Porque el niño tiene el pie más chiqueta y el pie del otro niño es más grande.

Ahora pensemos en una medida estándar. Si tu pie mide 20 cm y tu avión voló 30 pies, completa:

30 x 20 = 600 cm





Parte 1: Comparación de distancias

C. Contesta los siguientes datos

• Vuelo más largo: 65

• Vuelo más corto: 21

• Diferencia entre los dos: 34

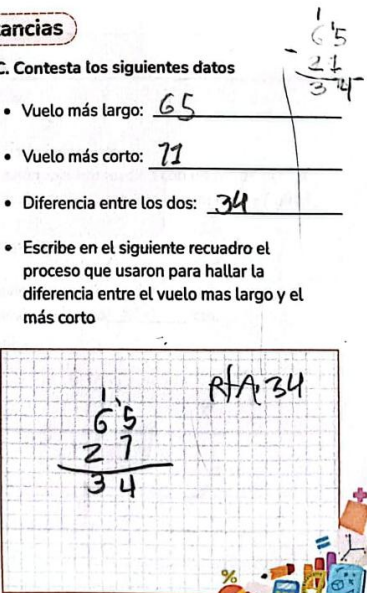
• Escribe en el siguiente recuadro el proceso que usaron para hallar la diferencia entre el vuelo mas largo y el más corto

A. Forma un grupo de 4. Cada integrante hará un lanzamiento. Luego, entre todos realicen siguientes pasos:

1. Midan la distancia de cada vuelo en pies.
2. Registren los datos en la tabla.
3. Encuentren cuál fue el vuelo más corto.
4. Encuentren cuál fue el vuelo más largo.
5. Calculen cuántos pies de diferencia hubo entre ellos.

B. Con tu equipo completa la siguiente tabla

Estudiante	Medida del vuelo
Yos May	26 Pies
Nicolas	36 Pies
Angel	65 Pies
Catalina	21 Pies



Es posible observar que el estudiante O de quinto grado (Figura 46) logra, al igual que la mayoría, responder acertadamente la mayoría de las preguntas con base en la lectura de un texto discontinuo, en este caso una tabla de datos. Sin embargo, falla en la lectura, debido a que elige 26 pies como la medida más corta, lo cual es falso porque hubo un avión que voló 24 pies en este caso. Lo más probable es que se equivocó al momento de leer la tabla. Al respecto, Polya y Zugazagoitia (1965) plantean que el primer paso para resolver un problema matemático consiste en comprender el problema, es decir, identificar qué se pregunta, qué datos posee y qué relaciones existen entre ellos.

Figura 46.

Respuestas del estudiante O en la fase de Elaborate



Parte 1: Comparación de distancias

A. Forma un grupo de 4. Cada integrante hará un lanzamiento. Luego, entre todos realicen siguientes pasos:

1. Midan la distancia de cada vuelo en pies.
2. Registren los datos en la tabla.
3. Encuentren cuál fue el vuelo más corto.
4. Encuentren cuál fue el vuelo más largo.
5. Calculen cuántos pies de diferencia hubo entre ellos.

B. Con tu equipo completa la siguiente tabla

Estudiante	Medida del vuelo
Yot han	26
Nicolás	30
angel	65
Catalina	24

C. Contesta los siguientes datos

- Vuelo más largo: 65 pies
- Vuelo más corto: 24 pies
- Diferencia entre los dos: 65 - 24 = 41
- Escribe en el siguiente recuadro el proceso que usaron para hallar la diferencia entre el vuelo mas largo y el más corto

$$\begin{array}{r} 65 \\ - 24 \\ \hline 41 \end{array}$$



Parte 2 : Resolución de problemas

Si un estudiante con un pie grande dice que su avión voló 30 pies, y otro estudiante con un pie pequeño también dice que si avión voló 30 pies, ¿recorrieron exactamente la misma distancia?

Explica por qué:

por que cada persona ti ne diferente pie

Marca tu respuesta:

Sí

No esta

Ahora pensemos en una medida estándar. Si tu pie mide 20 cm y tu avión voló 30 pies, completa:

30 x 20 = 600 cm

$$\begin{array}{r} 30 \\ \times 20 \\ \hline 00 \\ 600 \\ \hline 6000 \end{array}$$





En una competencia. el avión azul recorrió 48

A partir de la experiencia en el *Elaborate*, se comprendió que casi todos los niños realizaron buen uso del pensamiento métrico y espacial en esta etapa, al identificar cuál avión voló más lejos y comparar las relaciones de las medidas usando pies y centímetros. Los errores que se presentaron se relacionaron en su mayoría con la lectura de las instrucciones o por descuidos, por esta razón, se recomienda verificar en lo posible el trabajo de los estudiantes.

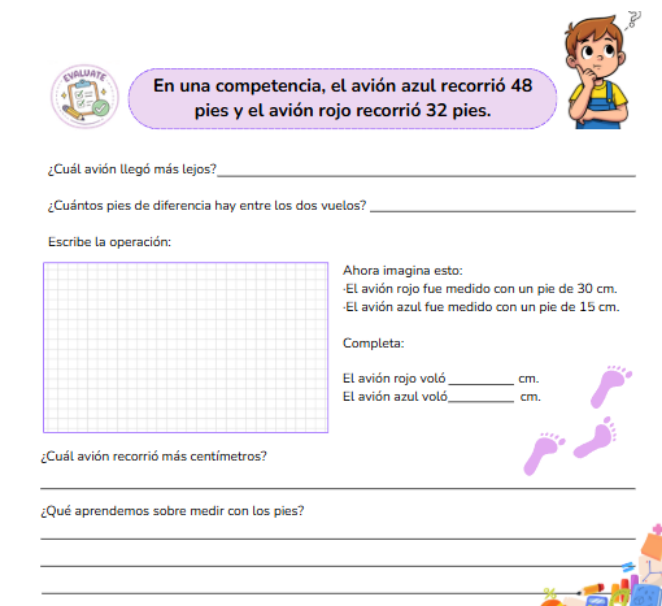
Aunado a lo anterior, para mejorar esta fase, se propone dejar un espacio delimitado, siempre que sea necesario, para que los estudiantes escriban el procedimiento, ya que, en ocasiones, si no se les solicita explícitamente, no escriben el proceso realizado.

Como sucedió en la última pregunta, los estudiantes J y E no escribieron cómo realizaron la multiplicación; si bien no se equivocaron, es útil que los niños justifiquen sus respuestas, porque esto les permite a ellos comprender mejor su pensamiento y le permite al docente identificar posibles errores.

5.3.5. Evaluate

La última etapa del segundo taller partió de un problema matemático; en este se menciona que un avión azul recorrió 48 pies y el rojo recorrió 32 pies. Luego se pregunta cuál avión llegó más lejos, se espera que los niños respondan que depende de la medida del pie o aquel que voló 48 pies si ambos pies miden lo mismo.

La siguiente pregunta pide hallar las distancias recorridas por los aviones. En una segunda parte del problema se indica la Equivalencia de cada pie, con esta información se deben hallar las medidas en centímetros utilizando la multiplicación para saber cuál voló más realmente. Por último, se les plantea que escriban una reflexión sobre su experiencia usando los pies como unidad de medida (Figura 47).

Figura 47.*Momento del Evaluate, taller 2*


EVALUATE

En una competencia, el avión azul recorrió 48 pies y el avión rojo recorrió 32 pies.

¿Cuál avión llegó más lejos? _____

¿Cuántos pies de diferencia hay entre los dos vuelos? _____

Escribe la operación:

Ahora imagina esto:

- El avión rojo fue medido con un pie de 30 cm.
- El avión azul fue medido con un pie de 15 cm.

Completa:

El avión rojo voló _____ cm.

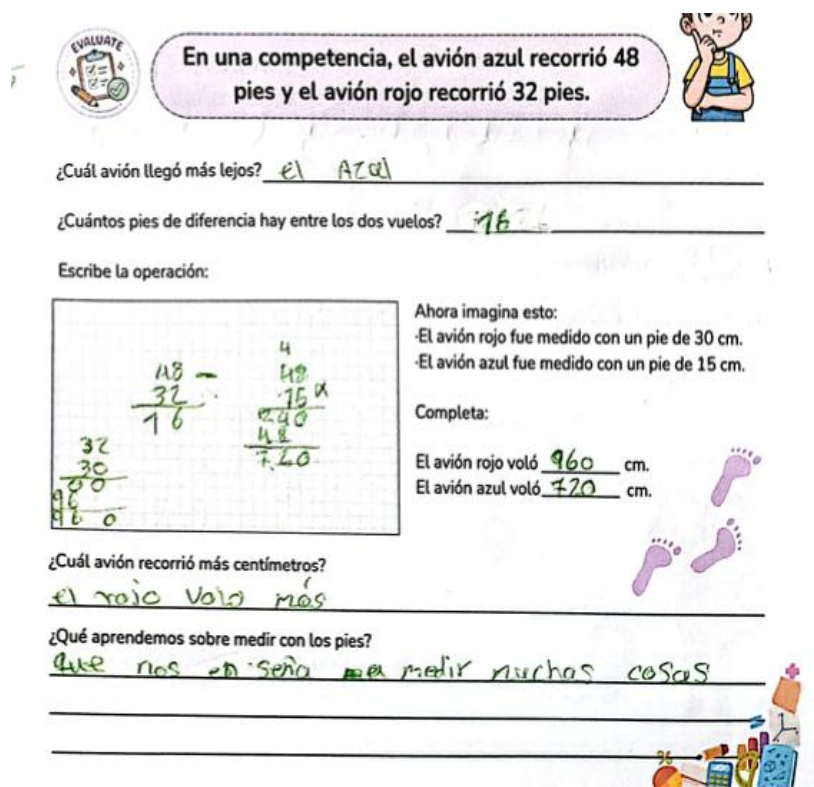
El avión azul voló _____ cm.

¿Cuál avión recorrió más centímetros? _____

¿Qué aprendemos sobre medir con los pies? _____

El estudiante F de cuarto grado (Figura 48) fue uno de los que demostró un buen desempeño en esta fase, porque establece la diferencia entre las distancias de los aviones; asimismo, es capaz de identificar que se debe realizar una multiplicación para pasar la medida en pies a centímetros; además, logra realizar las multiplicaciones sin ningún obstáculo y luego, con base en sus datos, asegura que el avión que más voló fue el rojo, lo cual es correcto.

Con respecto a la reflexión final el estudiante dice que medir con pies “le enseña a medir muchas cosas”; esto es significativo porque demuestra que ahora sabe que usar los pies le permite medir diversos objetos. Como establece el MEN (2006) se puede establecer el desarrollo del pensamiento matemático cuando hay una relación entre el conocimiento conceptual y el conocimiento procedimental, y en este ejemplo, del estudiante F se denotan ambos tipos de conocimiento.

Figura 48.*Respuestas del estudiante F en la fase de Evaluate*


EVALUATE

En una competencia, el avión azul recorrió 48 pies y el avión rojo recorrió 32 pies.

¿Cuál avión llegó más lejos? el AZUL

¿Cuántos pies de diferencia hay entre los dos vuelos? 16

Escribe la operación:

$$\begin{array}{r} 48 \\ - 32 \\ \hline 16 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 32 \\ \times 30 \\ \hline 960 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 48 \\ \times 15 \\ \hline 720 \end{array}$$

Ahora imagina esto:

- El avión rojo fue medido con un pie de 30 cm.
- El avión azul fue medido con un pie de 15 cm.

Completa:

El avión rojo voló 960 cm.

El avión azul voló 720 cm.

¿Cuál avión recorrió más centímetros?

el rojo voló más

¿Qué aprendemos sobre medir con los pies?

que nos es difícil medir muchas cosas

En otra medida, se destaca que el estudiante D de cuarto grado (Figura 49) confundió la medida del pie del recorrido del avión rojo, pues escribe 32 pies x 15 cm y debía ser 32 pies x 30 cm, este error afecta el resultado del siguiente punto, dado que el estudiante escribe de acuerdo con sus datos que el avión que más voló fue el azul y en realidad es el rojo.

Aun así, se destacan aspectos positivos, tales como su capacidad para resolver la multiplicación y sustracción, también describe que medir con una medida no estandarizada es útil cuando no se cuenta con una regla o metro. La causa de su error se puede relacionar con el hecho de que no reescribió los datos en el espacio del procedimiento, para asegurarse de la información.

Figura 49.*Respuestas del estudiante D en la fase de Evaluate*

$30 \times 20 = \underline{600}$ cm

 En una competencia, el avión azul recorrió 48 pies y el avión rojo recorrió 32 pies.

¿Cuál avión llegó más lejos? el azul

¿Cuántos pies de diferencia hay entre los dos vuelos? 16

Escribe la operación:

$$\begin{array}{r} 48 \\ - 32 \\ \hline 16 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 32 \\ \times 15 \\ \hline 160 \\ 480 \\ \hline 480 \end{array}$$

Ahora imagina esto:

- El avión rojo fue medido con un pie de 30 cm.
- El avión azul fue medido con un pie de 15 cm.

Completa:

El avión rojo voló 480 cm.

El avión azul voló 720 cm.

¿Cuál avión recorrió más centímetros?

El avión Azul.

¿Qué aprendemos sobre medir con los pies?

Para cuando no tenemos regla o lo que utilizan los modelos podemos utilizar los Pies.

Bruner (1974) explica que los niños transitan de manera progresiva por tres etapas para pasar del conocimiento concreto al abstracto. Primero la inactiva, que se refiere a experimentar con objetos; en segundo lugar, la representación icónica de imágenes mediante gráficos, esquemas, dibujos, etc., y, por último, la representación simbólica utilizando el lenguaje matemático, signos, operaciones y números. Desde esta perspectiva, los niños de cuarto y quinto grado pueden hacer uso de las representaciones icónicas para asimilar el problema y pasar con seguridad a la representación simbólica.

Como aprendizaje de esta fase, se destaca lo útil que es relacionar el pensamiento métrico con el numérico para que los niños resuelvan problemas de medición integrando varios saberes. Se destaca en el caso del *Evaluate* la necesidad de practicar la lectura pausada y la representación del problema con el fin de comprenderlo mejor. Como oportunidad de mejora del *Evaluate* se

sugiere llevar un pie azul y otro rojo al lado de cada avión correspondiente y que los niños con su regla puedan medir el tamaño de los pies y así comprender mejor el problema y evaluar el uso de medidas estandarizadas como la regla.

A modo de conclusión, el segundo taller favoreció el desarrollo el pensamiento espacial por medio del origami, el pensamiento métrico mediante el proceso de distancia y el pensamiento numérico para la resolución de problemas aditivos y de comparación. Fue un taller transversal que propició la motivación, sobre todo en el momento del *Engage* y del *Explore*. Finalmente, esta experiencia refleja que en este grupo se deben reforzar operaciones como la sustracción y la multiplicación. Sobre esto, Vergnaud (1994) afirma que se deben llevar al aula diversos tipos de problemas aditivos y multiplicativos, ya que no todas las restas y las multiplicaciones exigen el mismo nivel de dificultad para un niño. Debido a ello, se pretende seguir reforzando el manejo de estas operaciones durante los siguientes talleres.

5.4. Taller 3. Domando el caos

La aplicación de este tercer taller (Apéndice F) busca que los estudiantes logren desarrollar competencias relacionadas con el pensamiento aleatorio a partir de temáticas como el azar, los casos totales y los casos favorables dentro de un contexto determinado. Para esto, se hace uso de las cartas de póker como recurso para que los estudiantes logren comprender dichas concepciones y favorecer el desarrollo de competencias relacionadas con este pensamiento matemático.

Para el desarrollo de la sesión se contó con la participación de 16 estudiantes, divididos 10 de cuarto y 6 de quinto, resaltando que dos estudiantes no se tienen en cuenta debido a la falta de asentimiento y consentimiento. También es importante mencionar que el estudiante C ya no se tendrá en cuenta dentro de los siguientes análisis, debido a que la docente titular expuso que no hará más parte del colegio.

Dentro del trabajo realizado con la estudiante que padece discapacidades múltiples, para este taller se le llevaron tres cartas que tenían los números del 1 al 3, realizados con texturas como piedras decorativas, lentejas y arroz respectivamente (Figura 50). Esta adaptación permitió que ella pudiera identificar diferentes tipos de texturas y realizara un reconocimiento de estos números con el uso de sentidos como el tacto y la asociación a partir de la textura que percibe.

Figura 50.

Trabajo con estudiante que padece discapacidades múltiples en el taller 3



En este punto, es importante resaltar que la estudiante cuenta con discapacidad visual, lo que le impide trabajar actividades que impliquen el uso de este sentido. Además, la docente titular pone de manifiesto que ha intentado implementar la escritura Braille, pero no se han obtenido resultados satisfactorios. Por tal motivo, el trabajo con la estudiante se centra en el reconocimiento de texturas y sonidos por medio de recursos como el material concreto y la música.

En cuanto a la distribución del aula de clases, mantuvo su organización regular, resaltando que todos los momentos del taller se llevaron a cabo en este mismo espacio y no se presentaron cambios de puestos o desorganización del salón. Por otro lado, se contó con el acompañamiento continuo de la docente titular durante las dos horas de aplicación, pero en este taller si se

presentaron algunas interrupciones de su parte, ya que estaba entregando a los estudiantes los planes de mejoramiento y en unos momentos muy específicos se perdía la atención de los estudiantes. En un punto de la aplicación, llegó una niña menor que los estudiantes al aula y generó una pequeña distracción mientras la docente la llevaba a otro salón para que jugara. Pese a esto, se logró llevar a cabo el taller de forma satisfactoria y se cumplieron todos los momentos planeados.

5.4.1. Engage

Para el momento de *Engage*, se les indicó a los estudiantes que van a trabajar en parejas con el compañero que tienen al lado en el pupitre y a cada pareja se le entregó una baraja completa de póker que utilizaron para entender cómo funciona el azar. Para esto, cada integrante del equipo se identificó con un color (rojo o negro) y se explicó que cuando sea su turno y saquen una carta de su color, deben conservarla, pero cuando saquen el color de su otro compañero, apartan la carta. La actividad finalizó cuando terminaron la baraja y lograron identificar quién tuvo más cartas en el juego y a partir de este resultado, los estudiantes contestaron la pregunta que se encontraba en el espacio del taller escrito (Figura 51).

Figura 51.

Momento de Engage en el taller 3







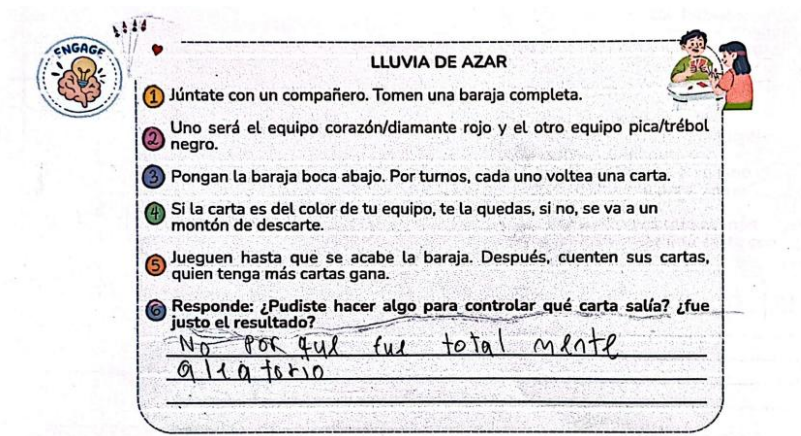
LLUVIA DE AZAR

- 1 Júntate con un compañero. Tomen una baraja completa.
- 2 Uno será el equipo corazón/diamante rojo y el otro equipo pica/trébol negro.
- 3 Pongan la baraja boca abajo. Por turnos, cada uno voltea una carta.
- 4 Si la carta es del color de tu equipo, te la quedas, si no, se va a un montón de descarte.
- 5 Jueguen hasta que se acabe la baraja. Después, cuenten sus cartas, quien tenga más cartas gana.
- 6 Responde: ¿Pudiste hacer algo para controlar qué carta salía? ¿fue justo el resultado?

Frente a las respuestas de los estudiantes, es posible resaltar que gran parte de ellos lograron reconocer que el resultado obtenido dependía netamente del azar y que ellos no podían controlar que uno u otro ganara. Un ejemplo de ello se evidencia en el estudiante L, que cursa quinto grado (Figura 52), quien logra argumentar que el resultado no depende de él ni de su compañero, ya que todo es aleatorio. A partir de esto, Díaz y Batanero (1991) exponen la importancia de que los estudiantes adquieran aprendizajes relacionados con el pensamiento aleatorio desde los primeros niveles de formación en primaria. Esto permite que logren identificar e interpretar situaciones inciertas y crear nociones básicas de probabilidad.

Figura 52.

Respuesta del estudiante L en el Engage



ENGAGE

LLUVIA DE AZAR

1. Júntate con un compañero. Tomen una baraja completa.
2. Uno será el equipo corazón/diamante rojo y el otro equipo pica/trébol negro.
3. Pongan la baraja boca abajo. Por turnos, cada uno voltear una carta.
4. Si la carta es del color de tu equipo, te la quedas, si no, se va a un montón de descarte.
5. Jueguen hasta que se acabe la baraja. Después, cuenten sus cartas, quien tenga más cartas gana.
6. Responde: ¿Pudiste hacer algo para controlar qué carta salía? ¿fue justo el resultado?

No por que fue total mente
aleatorio

Otro escenario presente en los resultados se relaciona con algunos estudiantes que argumentan que les salieron muy poquitas cartas y a su compañero le salieron muchas. Esto se evidencia con el estudiante K de cuarto grado (Figura 53), quien describe lo sucedido durante la ejecución de la actividad, pero no identifica si el resultado dependió o no de ellos. Con respecto a lo anterior, Batanero (2001) expone que los estudiantes en primaria presentan ciertas dificultades para identificar el azar dentro de un suceso, ya que ellos tienden a buscar alguna causa para

determinar la razón del porqué se obtienen los resultados. En esta medida, son propensos a buscar algún patrón para justificar los escenarios presentes.

Figura 53.

Resultado del estudiante K en el momento de Engage

LLUVIA DE AZAR

- 1 Júntate con un compañero. Tomen una baraja completa.
- 2 Uno será el equipo corazón/diamante rojo y el otro equipo pica/trébol negro.
- 3 Pongan la baraja boca abajo. Por turnos, cada uno volteo una carta.
- 4 Si la carta es del color de tu equipo, te la quedas, si no, se va a un montón de descarte.
- 5 Jueguen hasta que se acabe la baraja. Después, cuenten sus cartas, quien tenga más cartas gana.
- 6 Responde: ¿Pudiste hacer algo para controlar qué carta salía? ¿fue justo el resultado?

Siempre salía negra y al último rojo

Partiendo de estos resultados, en la implementación de esta fase se encuentran inmersos conceptos relacionados con el azar y los casos favorables dentro del desarrollo de competencias propias del pensamiento aleatorio. Frente a esto, Batanero (2001) afirma que el desarrollo de estas temáticas en el proceso de aprendizaje de las matemáticas permite que los estudiantes desarrollen competencias para analizar situaciones de incertidumbre e identifiquen que dichas decisiones dependen del azar. Esta fase del taller resulta pertinente dado que proporciona estrategias favorables para el desarrollo de competencias matemáticas relacionadas con el análisis predictivo frente a los resultados de una situación de incertidumbre. Estos aprendizajes respaldan lo que plantean los Estándares Básicos de Competencia (EBC), en donde los estudiantes, al finalizar quinto grado, deben contar con las competencias necesarias para cumplir con el estándar: “Conjeturo y pongo a prueba predicciones acerca de la posibilidad de ocurrencia de eventos” (MEN, 2006, p. 83).

La fase de *Engage* de este taller, promueve que los estudiantes identifiquen momentos de incertidumbre dentro de un contexto determinado y, así, adquieran una mayor comprensión frente

a situaciones en las que prima el pensamiento aleatorio. Asimismo, se resalta la importancia de integrar el uso de recursos concretos como las cartas, debido a que les permite identificar de forma directa que algunas situaciones no dependen de alguna causa en específico o no se presenta algún patrón de comportamiento a medida en que sacaban cada carta.

5.4.2. Explore

En la fase de *Explore*, se dividió en dos momentos que tuvieron como objetivo que los estudiantes identificaran si dentro de una baraja completa pueden encontrarse mayor cantidad de números o letras y logaran plasmar dichos resultados en un gráfico. Para lograr esto, en el primer momento, ellos tenían que revolver su baraja de cartas, tomar una y registrar en la tabla si la carta corresponde a una letra o un número, y este proceso debía realizarse 30 veces. En el segundo momento, se tomaron los resultados obtenidos en la tabla y los estudiantes realizaron un gráfico de barras, en el que esquematizaron sus resultados (Figura 54).

Figura 54.

Momento de Explore, taller 3

De manera individual. Mezcla muy bien la baraja y ponla boca abajo. Saca la carta de arriba. ¿Es un número o una letra? Registra los datos con palitos en la fila correcta de la siguiente tabla.

! Devuelve la carta en la baraja y mezcla de nuevo. Repite este proceso 30 veces.

Al terminar, cuenta los palitos y escribe el total. Observa tus datos. ¿Qué descubriste? ¿Hay algún tipo de carta que aparezca más a menudo?

TIPO DE CARTA	CONTEO	TOTAL
CARTA CON NÚMERO		
CARTA CON LETRA		

El mapa del caos

Gráfica así:

- 1 En el eje horizontal, escribe las categorías "números" y "letras".
- 2 En el eje vertical, haz una escala de números que llegue hasta el número más alto que obtuviste (la escala puede ser de 2 en 2, 3 en 3, 5 en 5, etc.).
- 3 Dibuja una barra sobre "números" que llegue tan alto como el total que contaste. Realiza el mismo procedimiento para "letras".
- 4 ¿Por qué crees que es más probable sacar una carta con número?

Con respecto a las respuestas de los estudiantes, se logra observar que, en el primer momento del *Explore*, la mayor parte de los estudiantes lograron realizar el ejercicio de forma satisfactoria e identificaron que dentro de la baraja tienen más posibilidades de que salga un número. Lo anterior se evidencia en el estudiante E de cuarto grado (Figura 55), el cual logra reconocer que una carta con número tiene mayor posibilidad de salir. A partir de esto, Piaget e Inhelder (1975) afirman que los niños logran comprender progresivamente que diversas situaciones de incertidumbre pueden repetirse más seguido que otras, ya que tiene más probabilidad de ocurrencia dentro de un contexto específico.

Figura 55.

Respuesta del estudiante en el Explore, parte I

De manera individual. Mezcla muy bien la baraja y ponla boca abajo. Saca la carta de arriba. ¿Es un número o una letra? Registra los datos con palitos en la fila correcta de la siguiente tabla.

Devuelve la carta en la baraja y mezcla de nuevo. Repite este proceso 30 veces.

TIPO DE CARTA	CONTEO	TOTAL
CARTA CON NÚMERO		7
CARTA CON LETRA		23

Al terminar, cuenta los palitos y escribe el total. Observa tus datos. ¿Qué descubriste? ¿Hay algún tipo de carta que aparezca más a menudo?

Es el número

Por otra parte, se presenta el caso del estudiante O de quinto grado (Figura 56), el cual desarrolla la actividad de forma satisfactoria, pero no identifica que las cartas con números son las que más se pueden repetir. Según Batanero (2001) dichas dificultades se presentan debido a que los estudiantes suelen interpretar escenarios aleatorios mediante resultados que evidencien equilibrio entre las posibilidades presentadas y, por ende, no relacionan la cantidad de casos exitosos con la frecuencia en la que puede presentarse un evento.

Figura 56.

Resultado del estudiante O en el momento de Explore, parte I

De manera individual. Mezcla muy bien la baraja y ponla boca abajo. Saca la carta de arriba. ¿Es un número o una letra? Registra los datos con palitos en la fila correcta de la siguiente tabla.

Devuelve la carta en la baraja y mezcla de nuevo. Repite este proceso 30 veces.

Al terminar, cuenta los palitos y escribe el total. Observa tus datos. ¿Qué descubriste? ¿Hay algún tipo de carta que aparezca más a menudo?

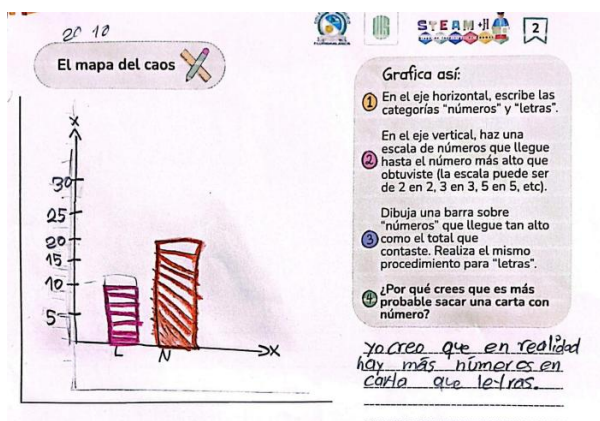
TIPO DE CARTA	CONTEO	TOTAL
CARTA CON NÚMERO		51
CARTA CON LETRA		34

El total

En el segundo momento de esta fase, es posible apreciar que muchos de los estudiantes lograron graficar de forma satisfactoria los resultados que consignaron en la tabla. Una evidencia de ello se presenta con el estudiante D que cursa cuarto grado (Figura 57), el cual cuenta con la capacidad para graficar de forma correcta los datos de la tabla en el esquema de barras. A partir de esto se resalta la importancia de que los niños representen información y la organicen en esquemas gráficos, ya que promueve una mayor comprensión con respecto a la organización de datos y favorece el aprendizaje de las matemáticas (Alsina y Llach, 2012).

Figura 57.

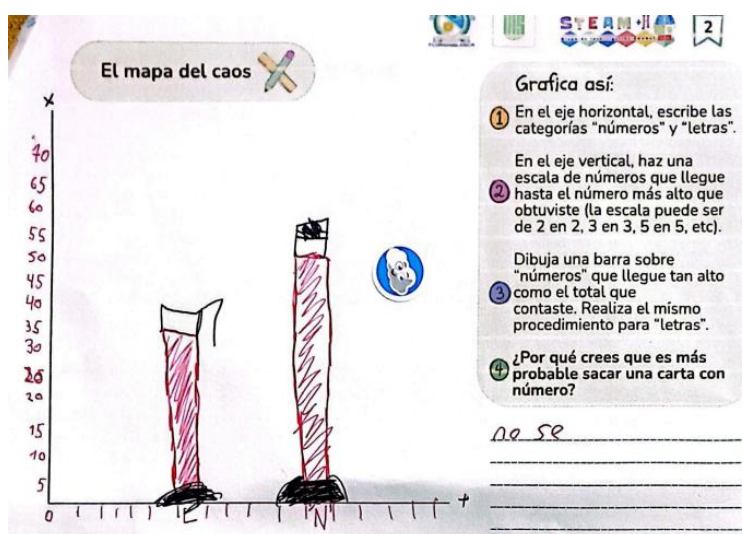
Resultado del estudiante D en el momento de Explore, parte II



Pese a esto, se logran reconocer en ciertos estudiantes dificultades para plasmar los datos en el gráfico de barras y, por consiguiente, plantear de forma correcta las respuestas obtenidas. Un ejemplo de ello es lo realizado por el estudiante O de quinto grado (Figura 58), quien confunde los datos, los grafica de forma errada y se percata de que la barra no alcanza y lo que hace es poner una extensión de esta. Dichas dificultades se presentan debido a que los estudiantes no coordinan adecuadamente registros de representación presentes en tablas o gráficos estadísticos (Duval y Restrepo, 2017).

Figura 58.

Resultados del estudiante O en el momento de Explore, parte II



Nota. El error de este estudiante se presenta debido a que en la actividad de la tabla consigna que la cantidad de cartas con número es 34 y las cartas con letras suman 51.

En la fase de *Explore*, se exponen concepciones relacionadas con la de diagramación de datos en gráficos de barras y la interpretación de los a través de la posibilidad de ocurrencia de eventos en contexto que incluye el pensamiento aleatorio. Díaz y Batanero (1991) resaltan la importancia de que los estudiantes desarrollen competencias frente a la representación de datos en

diagramas y esquemas gráficos, lo que facilita una mayor comprensión de los niños sobre la probabilidad de ocurrencia de diversos acontecimientos.

Esta fase resulta pertinente ya que promueve el desarrollo de competencias propias del pensamiento aleatorio, relacionados con la posibilidad que se tiene para que ocurra un suceso en una mayor frecuencia. En esta línea, las actividades planteadas en el *Explore* cumplen con lo expuesto en los EBC, ya que se llevan a cabo estrategias que promueve en los estudiantes un aprendizaje basado en la identificación de “situaciones posibles dentro de ciertas condiciones, estimar si son o no igualmente probables y asignarles probabilidades numéricas, así como en dominar los conceptos y procedimientos necesarios para recoger, estudiar, resumir y diagramar sistemas de datos estadísticos” (MEN, 2006, p. 66).

Este momento del tercer taller favorece el desarrollo de competencias para esquematizar datos, identificar tendencias en los eventos y reconocer la posibilidad de que un suceso puede presentarse de forma más frecuente que otros. En este sentido, se resalta la importancia de implementar, dentro de las opciones de ocurrencia, esquemas gráficos que faciliten la visualización de los datos recolectados y faciliten el proceso de identificación del suceso que se repite en mayor cantidad.

5.4.3. *Explain*

En esta fase se explicaron conceptos relevantes del pensamiento aleatorio, como el azar, los casos totales y los casos favorables para esto, tres niños voluntarios leyeron cada uno de los conceptos del momento de *Explain* en voz alta, luego la docente menciona que: “el azar fue lo que pasó con las cartas, en el primer momento, ustedes no podían controlar si les salía muchas rojas o muchas negras [...] Los casos totales se refieren a todos los resultados, los casos totales del segundo punto fueron 30 porque hicieron el proceso de sacar una carta 30 veces [...] Los casos favorables

son el total de casos que cumplen una condición, por ejemplo, si debía sacar cartas rojas y saqué 21 cartas rojas esa es mi cantidad de casos favorables, 21 ”. Después los estudiantes escribieron en su cuaderno lo planteado en la guía para este momento (Figura 59).

Figura 59.

Conceptos en el momento de Explain: Azar, casos totales y casos favorables

Conceptos clave

Azar: es la condición de aquellos eventos cuyos resultados no se pueden determinar de antemano, pues dependen puramente de la suerte o la casualidad.

Casos totales: es el número de todos los resultados posibles que pueden ocurrir en un experimento o situación determinada.

Casos favorables: Es el número de resultados específicos que cumplen con la condición de que nos interesa o que estamos tratando de calcular.

Azar: No saber qué número saldrá.

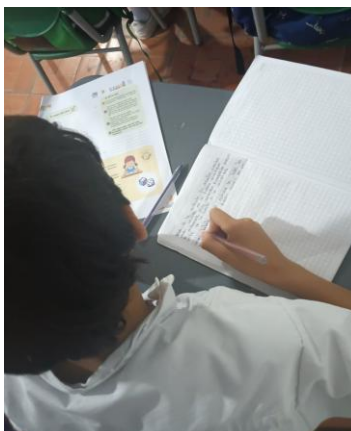
Casos totales: 6 (puede salir 1, 2, 3, 4, 5 o 6).

Casos favorables: (si quiero que salga par): (el 2, el 4 y el 6).




Es esencial incluir los conceptos mencionados dentro de la enseñanza de las matemáticas ya que según el MEN (2006) la construcción de juegos de azar y sistemas de datos contribuye a encontrar soluciones viables a problemas que no tienen una respuesta clara ni definitiva.

En conclusión, el momento de *Explain* permitió conceptualizar aspectos abstractos de las matemáticas con los cuales se había experimentado en el *Engage* y *Explore* de manera concreta, a su vez el uso de los ejemplos y la escritura ayudaron a desarrollar los aprendizajes (Figura 60), se destaca que nuevamente algunos estudiantes demostraron resistencia a la escritura, sin embargo, la escritura es una de las diferentes formas de representar el conocimiento y que además según Morgan (2005) influye en la construcción del discurso matemático y en la argumentación.

Figura 60.*Momento de escritura en el Explain***5.4.4. Elaborate**

En esta cuarta etapa, el *Elaborate*, se les entregó a los niños 10 monedas de papel y se les explicó que ese dinero es de ellos y deben invertirlo en una apuesta, que consistía en elegir la carta que es más probable que se repita dentro de cuatro opciones: carta roja, carta con trébol, carta con número y carta con letra (Figura 61). Con esto, se esperaba que los estudiantes tengan en cuenta la cantidad de cartas que más se repiten dentro de una baraja, ya que hay 32/52 cartas con número, 26/52 cartas rojas, 13/52, cartas con trébol y 4/52 cartas con letra A.

Figura 61.*Momento de Elaborate, taller 3*

Resuelve el siguiente reto:

Tienes 10 fichas de dinero y tienes cuatro opciones para invertir antes de sacar una carta.

- Opción A:** Saldrá una carta roja.
- Opción B:** Saldrá una carta de trébol.
- Opción C:** Saldrá una carta con el número
- Opción D:** Saldrá una carta con la letra A.

Distribuye tus 10 fichas en las 4 opciones como tu quieras. Puedes poner todas en una sola, o repartirlas.

Escribe a continuación el por qué pusiste más fichas en unas opciones que en otras. Usa palabras como "más probable", "menos probable" o "igual de probable".



Carta	
A	
B	
C	
D	

El estudiante pudo apostar todas las monedas a la opción más probable o invertir una cantidad de monedas relacionada a la probabilidad de cada opción, como es el caso del estudiante Ñ de quinto grado (Figura 62), quien apuesta 5 monedas a la opción C: una carta con número y argumenta lo siguiente: “*A mí me pareció más probable la C y me pareció menos probable la D*”, esta afirmación es verdadera, puesto que la opción C es la más probable y la D la menos probable, por eso solo asigna 1 moneda a la opción D. En cuanto a las opciones restantes, probablemente lo hizo al azar.

En esta fase se continúa trabajando la noción de probabilidad. Sobre este resultado el NCTM (2000) afirma que los niños deben aprender a describir eventos como posibles, imposibles, seguros o probables, y realizar predicciones a partir de experimentos sencillos para adquirir una comprensión básica de la probabilidad, este ejercicio fomenta el uso de estas descripciones.

Figura 62.

Resultado del estudiante Ñ en el momento de Elaborate

Resuelve el siguiente reto:
Tienes 10 fichas de dinero y tienes cuatro opciones para invertir antes de sacar una carta.

- Opción A: Saldrá una carta roja.
- Opción B: Saldrá una carta de trébol.
- Opción C: Saldrá una carta con el número
- Opción D: Saldrá una carta con la letra A.

Distribuye tus 10 fichas en las 4 opciones como tu quieras. Puedes poner todas en una sola, o repartirlas.
Escribe a continuación el por qué pusiste más fichas en unas opciones que en otras. Usa palabras como “más probable”, “menos probable” o “igual de probable”.



Carta	
A	1
B	3
C	5
D	1

a mí me pareció mas probable la C y me pareció menos probable D por eso le eche 5 monedas porque le tengo

Otro resultado evidencia que algunos estudiantes respondieron al azar, como se refleja en el resultado del estudiante B de quinto grado (Figura 63), quien justifica que le apostaría todas las fichas a la carta con trébol por la siguiente razón: “por qué yo vi que me aparecían muchos de esos”, es decir, se basa en su experiencia, pero no tiene en cuenta las demás opciones que pudo

observar en el ejercicio de *Engage* y *Explore*. Como se evidencia el estudiante B no logra desarrollar su pensamiento aleatorio en cuanto a la siguiente competencia: “Resuelvo y formulo problemas a partir de un conjunto de datos provenientes de observaciones, consultas o experimentos”. (MEN, 2006, p. 83)

Figura 63.

Resultado del estudiante B en el momento de Elaborate

Resuelve el siguiente reto:
Tienes 10 fichas de dinero y tienes cuatro opciones para invertir antes de sacar una carta.

- Opción A: Saldrá una carta roja.
- Opción B: Saldrá una carta de trébol.
- Opción C: Saldrá una carta con el número
- Opción D: Saldrá una carta con la letra A.

Distribuye tus 10 fichas en las 4 opciones como tu quieras. Puedes poner todas en una sola, o repartirlas.
Escribe a continuación el por qué pusiste más fichas en unas opciones que en otras. Usa palabras como “más probable”, “menos probable” o “igual de probable”.



Carta	
A	0
B	7/10
C	0
D	0

Por que tenía que me aparecía mucho de ellas

Este momento del *Elaborate* facilitó la utilidad de la probabilidad en una situación que puede ocurrir en la vida cotidiana, como lo son los juegos y los concursos, además ayudó a que los estudiantes emplearan lenguaje matemático como “más probable” o “menos probable”. Para la aplicación de este taller se recomienda ampliar el espacio de la tabla para que los niños puedan usar otro tipo de representación gráfica, que les permita visualizar mejor su respuesta y comprender que existen otras formas de representar los datos.

5.4.5. Evaluate

En la última fase del taller 3, se planteó el siguiente problema matemático: para ganar un premio, necesitas sacar una carta con letra (A, J, Q o K) en un solo intento. Para esto, debes elegir entre el maso 1 o el 2. El mazo 1 contiene las siguientes cartas J, Q, K, A, 2,3,4,5,6,7 y el maso 2

tiene las cartas J,J,J,J,2,2,2,8,K,8. Para resolver esto, en el primer punto los estudiantes debían escribir cuántas cartas con letra hay en cada maso. Se esperaba que los niños escriban que en el maso 1 hay cuatro letras y en el maso 2 hay cinco letras. En el segundo punto el estudiante tenía que escribir cuál maso elegiría y en el tercer punto justificaba el motivo de su elección. De esta forma se orientó al estudiante a resolver el problema siguiendo una serie de pasos (Figura 64).

Figura 64.

Momento de Evaluate, taller 3



Estás en un concurso. Para ganar el gran premio, necesitas sacar una carta con letra (A, J, Q o K) en un solo intento. Te dan a elegir entre dos mazos.

- **Mazo 1:** Tiene 10 cartas en total. Son: J, Q, K, A, 2, 3, 4, 5, 6, 7.

- **Mazo 2:** Tiene 10 cartas en total. Son: J, J, J, J, 2, 2, 2, 8, K, 8.



Responde:

1. Calcula: **¿Cuántas cartas con letras hay en el Mazo 1 y en el Mazo 2?**

2. Si tuvieras que elegir un mazo para sacar la carta, **¿cuál elegirías para tener la mayor probabilidad de ganar?**

3. **Justifica tu respuesta:** Explica con claridad por qué un mazo te da una mejor oportunidad que el otro. Usa lo que aprendiste sobre frecuencia y probabilidad.

En esta etapa se presentaron más dificultades para resolver el problema o justificar su elección. En la respuesta del estudiante J de cuarto grado (Figura 65) se observa que llega a la respuesta correcta por medio de un proceso de razonamiento matemático, puesto que en el primer punto cuenta y escribe cuantas cartas con letra hay en cada maso de manera efectiva.

En el segundo punto, basándose en la información anterior, elige el maso que tiene más probabilidad de sacar la carta con letra, en el tercer punto el estudiante J argumenta que elige el segundo maso porque tiene una mayor cantidad de letras, lo cual es acertado.

Figura 66.

Resultado del estudiante K en el momento de Evaluate



Estás en un concurso. Para ganar el gran premio, necesitas sacar una carta con letra (A, J, Q o K) en un solo intento. Te dan a elegir entre dos mazos.

- Mazo 1: Tiene 10 cartas en total. Son: J, Q, K, A, 2, 3, 4, 5, 6, 7.

- Mazo 2: Tiene 10 cartas en total. Son: J, J, J, J, 2, 2, 2, 8, K, 8.

Responde:

1. Calcula: ¿Cuántas cartas con letras hay en el Mazo 1 y en el Mazo 2?

en mazo 2, mazo 1

2. Si tuvieras que elegir un mazo para sacar la carta, ¿cuál elegirías para tener la mayor probabilidad de ganar?

en Mazo 1:

3. Justifica tu respuesta: Explica con claridad por qué un mazo te da una mejor oportunidad que el otro. Usa lo que aprendiste sobre frecuencia y probabilidad.

por que el mazo 1 tiene mas letra diferente

Esta etapa evalúa la identificación de un evento probable teniendo en cuenta el total de datos favorables. El error que presenta este estudiante también lo tuvieron otros estudiantes, sobre esto Batanero (2001) explica que muchos niños toman decisiones basadas en percepciones intuitivas y no en el análisis cuantitativo de los casos favorables.

En este sentido, la ejecución de este último momento del taller es pertinente y afín a lo que exponen Lineamientos Curriculares de Matemáticas sobre la importancia de saber decidir la información necesaria, la forma de recogerla, de representarla y de interpretarla para obtener respuestas que cumplan con la posibilidad de ocurrencia marcada en el evento (MEN, 1998). A partir de esto, se analiza que gran parte de los estudiantes contaron con la competencia para identificar el mazo indicado, sin embargo, resulta necesario un mayor fortalecimiento en este aspecto para que aquellos niños que presentaron dificultades logren superarlas y tener una mayor comprensión de la temática.

El tercer taller permite asegurar que existen dificultades en relación con el desarrollo del pensamiento aleatorio, específicamente con la noción de probabilidad y con la competencia de representación de datos en medios como el diagrama de barras. Sobre la primera dificultad se denotan avances importantes, debido a que al finalizar la sesión muchos niños lograron usar términos como el azar, más probable que, más a menudo y menos probable, los cuales fueron indicadores que no se escucharon en la etapa de *Engage*. En este sentido, se logró un avance en cuanto al uso del lenguaje matemático y la competencia de la comunicación.

Con respecto a la graficación de los datos se identificó que la mayoría de los niños presentaron dificultades para realizarlo, por lo que se realizó una explicación general e individual que permitió una mayor comprensión de este procedimiento y los estudiantes demostraron un dominio de este tópico. Las dificultades con este pensamiento pueden visualizarse debido a que el currículo en primaria prioriza el pensamiento numérico, espacial y métrico. Por esto, la estrategia de los Círculos Matemáticos de la Universidad Industrial de Santander (s.f.) resulta pertinente, ya que se presenta como una iniciativa extracurricular para que los niños trabajen desde su nivel cognitivo, competencias de los cinco pensamientos, destacando en este taller el aleatorio.

5.5. Taller 4. Mentes en movimiento.

La implementación del cuarto taller (Apéndice G) busca que los estudiantes desarrollen competencias afines con el pensamiento variacional a través del aumento y disminución de dos variables que presentan cambios. Para esto, se utiliza como recurso el juego de las damas, en su versión tradicional, para que se logre una comprensión de las temáticas mencionadas y los estudiantes desarrollen las competencias propias de este pensamiento. Dicho juego constó de un tablero de damas con una medida de 10 x10 cuadrados y 24 tapas de dos colores diferentes que funcionaron como las fichas de cada uno de los jugadores.

En la aplicación de esta clase se contó con la participación de 14 estudiantes, divididos en 10 de cuarto y cuatro de quinto, denotando que se presentó la ausencia de 2 estudiantes en la jornada dispuesta y dos que no se toman en cuenta para el análisis, por la ausencia de asentimiento y consentimiento. Por su parte, el trabajo con la estudiante que padece discapacidades múltiples se llevó a cabo por medio de dos recursos adaptados. En primer lugar, se implementó un tablero de damas adaptado a dos casillas que tenían como texturas el arroz y las lentejas (Figura 67a). Como segundo recurso, se utilizaron dos tapas, un palo de pincho y dos piedras de bisutería para crear un sonajero (Figura 67b).

Figura 67.

Material adaptado para estudiante con NEE



Nota. **a.** trabajo con el tablero de damas adaptado con texturas. **b.** trabajo con el sonajero hecho con tapas.

Con respecto a la distribución del aula de clase, en el primer momento del taller los estudiantes se ubicaron en la parte de adelante del salón, para que logran observar la partida de

ejemplo, que buscaba enseñar las reglas del juego. Posterior a esto, los estudiantes retornaron a cada uno de sus puestos para la implementación de los momentos restantes y el trabajo en parejas se ejecutó entre los mismos compañeros de mesa.

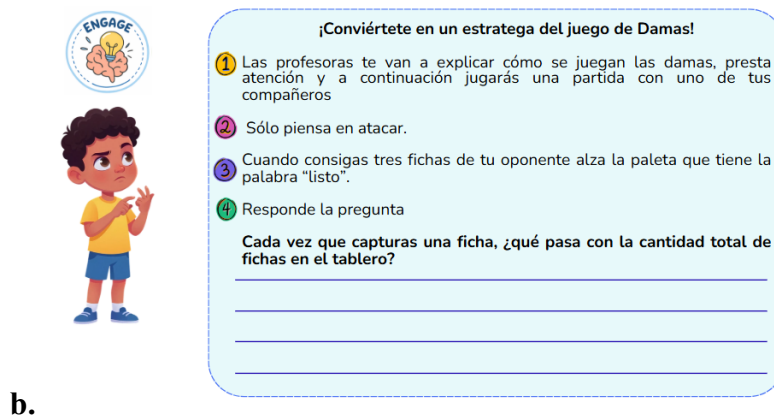
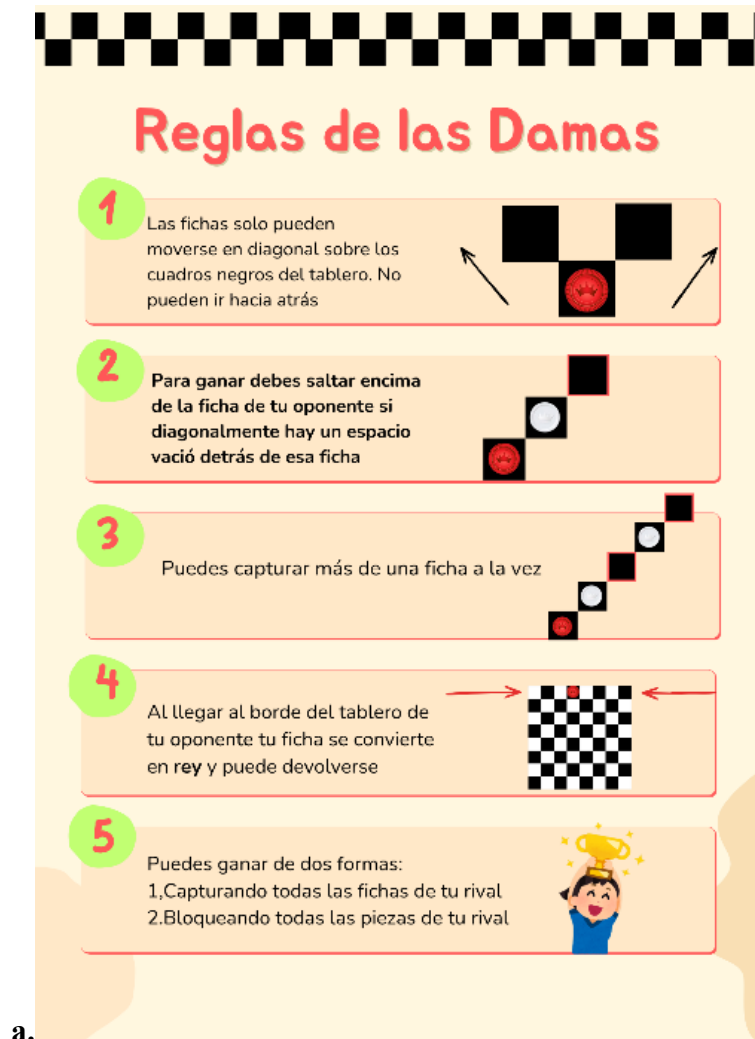
El acompañamiento de la docente durante la aplicación del taller fue intermitente, debido a que en los primeros momentos de la clase estuvo ausente a causa del tráfico del sector. Cuando pudo llegar al colegio, se tuvo una interrupción de la clase para realizar la respectiva toma de asistencia y hubo momentos en los que se ausentaba del aula de clase y retornaba en ciertos momentos de la implementación.

5.5.1. Engage

En la fase de *Engage*, se presentó a los estudiantes el juego de damas y las reglas que se llevan a cabo para iniciar una partida. Este momento se apoyó con el uso de una infografía (Figura 68a) que expuso todas las normas y la explicación de las docentes con una partida de ejemplo en la que los estudiantes reconocieron las diferentes formas de jugar y capturar fichas de su rival.

Después de esto, se hizo entrega de los materiales necesarios y se les indicó que iban a jugar con su compañero de mesa y al finalizar el tiempo destinado, la persona que tuviera la mayor cantidad de fichas en el tablero alzaba una señalización para indicar que esa persona había ganado. Terminado el momento de juego, los estudiantes consignaron sus respuestas frente a la pregunta planteada en este momento del taller (Figura 68b).

Cabe resaltar que dicha actividad presentó una adaptación en la aplicación y fue aumentar el tiempo de juego y no cortar la partida cuando se tuvieran tres fichas capturadas.

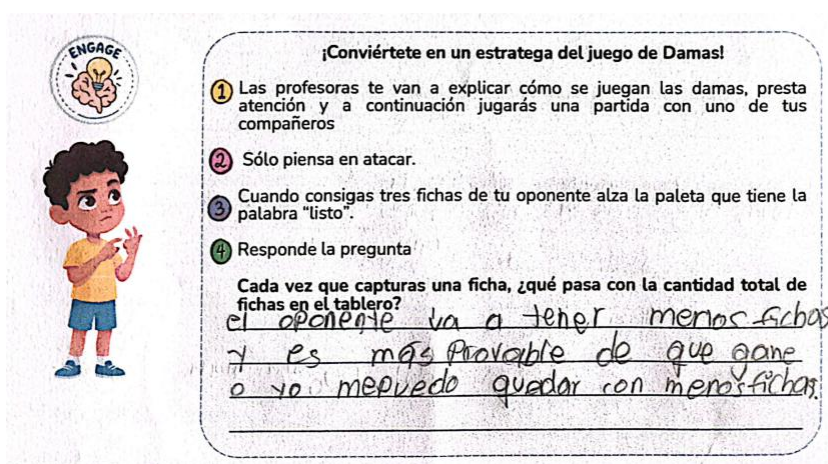
Figura 68.*Momento de Engage del taller 4*

Nota. a. Infografía con las reglas del juego. b. Momento de escritura dispuesto en el taller 4.

A partir de los resultados, es posible reconocer que gran parte de los estudiantes lograron identificar que las fichas disminuyeron a medida que se iban capturando fichas del rival o de ellos mismos. Esto se logra visualizar con el estudiante D de cuarto grado (Figura 69), quien describe y justifica de forma acertada que la cantidad de fichas iba disminuyendo a medida en que se capturaban. Al respecto, Vygotsky (1979), resalta la importancia de desarrollar un aprendizaje contextualizado en el que los estudiantes logren interpretar y comprender los cambios que se generan un contexto afín a su cotidianidad.

Figura 69.

Resultados del estudiante D en el momento de Engage



ENGAGE

¡Convértete en un estratega del juego de Damas!

- 1 Las profesoras te van a explicar cómo se juegan las damas, presta atención y a continuación jugarás una partida con uno de tus compañeros
- 2 Sólo piensa en atacar.
- 3 Cuando consigas tres fichas de tu oponente alza la paleta que tiene la palabra "listo".
- 4 Responde la pregunta

Cada vez que capturas una ficha, ¿qué pasa con la cantidad total de fichas en el tablero?

el oponente va a tener menos fichas
 y es más probable de que gane
 o yo me quedo con menos fichas

Por otro lado, se logra apreciar el caso del estudiante M de quinto grado (Figura 70), el cual presenta algunas dificultades para reconocer que las fichas disminuyen cuando se capturan. Esto se visualiza debido a que en la actividad expone un caso en el que su compañero tiene dos fichas y él tiene una ficha entonces, su compañero gana. Esto se presenta cuando los estudiantes logran reconocer el cambio presente en determinada situación, pero están desarrollando competencias para describir o justificar la modificación de variables a partir de una situación presente en un contexto como el juego, por tanto, se evidencian dificultades en estos procesos (Piaget e Inhelder, 2016).

Figura 70.

Resultados del estudiante M en el momento de Engage

¡Conviértete en un estratega del juego de Damas!

- 1 Las profesoras te van a explicar cómo se juegan las damas, presta atención y a continuación jugarás una partida con uno de tus compañeros
- 2 Sólo piensa en atacar.
- 3 Cuando consigas tres fichas de tu oponente alza la paleta que tiene la palabra "listo".
- 4 Responde la pregunta

Cada vez que capturas una ficha, ¿qué pasa con la cantidad total de fichas en el tablero?

Si una queda 1 ficha
y el otro tiene 2 gana el otro

De estos resultados, se observa que en la implementación del primer momento del taller se encuentran inmersos conceptos afines con la variación de cifras relacionados al movimiento de captura en el juego de damas.

Frente a esto, se resalta la importancia de incluir dichas temáticas en el proceso de aprendizaje de las matemáticas, ya que los estudiantes logran comprender diferentes relaciones de cambios y variaciones en diversas situaciones. De igual manera, reconocen cómo cambian ciertas cantidades en un contexto determinado (Rico, 1997).

Por lo anterior, esta fase del taller resulta pertinente, puesto que propicia el desarrollo de competencias matemáticas propias del pensamiento variacional y permite que los estudiantes reconozcan el proceso de variación presente en el juego. Frente a esto, el MEN (2006) expone la importancia de que, desde la Educación Básica Primaria, los estudiantes construyan diferentes escenarios para que comprendan y utilicen conceptos generales propios de la variación de elementos en un contexto específico.

El momento de *Engage* del taller, promueve el desarrollo las competencias necesarias para que los estudiantes identifiquen y reconozcan las variaciones presentes en un contexto determinado. Para esto, el juego de damas se presenta como un recurso adecuado para una mayor comprensión frente a este aspecto, por medio de actividades interactivas en las que se incluya el juego como estrategia.

Finalmente, se resalta que aumentar el tiempo de juego permitió que los estudiantes reconocieran las diferentes estrategias inmersas e identificaran que el movimiento de captura es el que genera que las fichas disminuyan.

5.5.2. *Explore*

El momento de *Explore*, se dividió en dos partes que tuvieron como objetivo que los estudiantes identificaran la variación frente a la cantidad de fichas que tiene cada jugador, después de una jugada. Para esto, en el primer momento, se les indicó que van a volver a jugar una partida de cinco rondas y que cada ronda correspondía a un movimiento de los dos jugadores.

Después de completar una ronda, los estudiantes debían consignar en la tabla dispuesta la cantidad de fichas que tienen los dos miembros del equipo (Figura 71a). Al finalizar las cinco rondas, los estudiantes tuvieron un segundo momento en el que respondieron dos preguntas a partir de los datos obtenidos (Figura 71b).

Figura 71.*Momento de Explore del taller 4*

a.



Juega cinco rondas con tu compañero y registra los datos que te pide la siguiente tabla

b.

Después de jugar las cinco rondas, observa la tabla y responde las siguientes preguntas

1. ¿Los números de las columnas presentaron cambios? ¿cómo cambiaron?

2. Si notas que los números cambiaron, ¿qué acción en el juego hacía que los números bajaran rápidamente?

# Ronda	Cantidad de mis fichas al final de la ronda	Cantidad de las fichas del rival al final de la ronda
1		
2		
3		
4		
5		

Nota. **a.** Primer momento de la fase de *Explore*. **b.** Segundo momento de la fase de *Explore*.

En la aplicación de esta fase, resulta relevante resaltar que, en la primera parte del *Explore*, la mayoría de los estudiantes presentaron confusiones frente a la indicación que se les dio de que al finalizar cada ronda consignaran los datos en la tabla. Este es el caso del estudiante A de cuarto (Figura 72), el cual consignó el movimiento de la primera ronda de forma correcta, pero en el resto de los movimientos, disminuyeron tres o más fichas en una sola jugada. Duval y Restrepo (2017) exponen que los estudiantes presentan obstáculos para pasar los datos de una acción concreta (las rondas del juego de damas) a un registro tabulador (consignar los resultados de la tabla según instrucciones).

Figura 72.*Resultados del estudiante A en el primer momento del Explore*


Juega cinco rondas con tu compañero y registra los datos que te pide la siguiente tabla

a.

Cada ronda consta de una jugada tuya y una del rival, es decir, que ambos jugadores hayan hecho su movimiento.

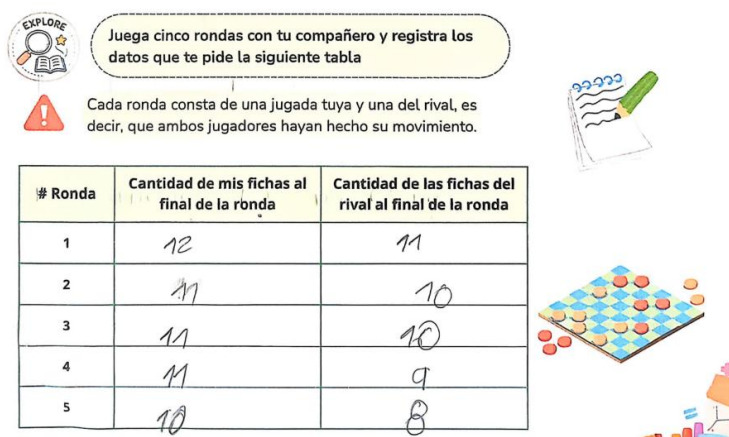
# Ronda	Cantidad de mis fichas al final de la ronda	Cantidad de las fichas del rival al final de la ronda
1	12	11
2	11	8
3	11	7
4	10	7
5	10	0



Cuando se presentó este error, se explicó nuevamente a cada grupo la finalidad de la actividad y algunos estudiantes volvieron a realizar el proceso de forma correcta. Un ejemplo de lo descrito se visualiza con el estudiante H de cuarto grado (Figura 73), quien realiza el ejercicio por segunda vez y ubica los datos de forma correcta y siguiendo las pautas dispuestas por las docentes. En este sentido, se destaca la importancia de interpretar instrucciones y reconocer lo que busca la actividad, para resolver determinada situación y consignar los datos indicados (Polya y Zugazagoitia, 1965).

Figura 73.

Resultados del estudiante H en el primer momento del Explore



EXPLORE

Juega cinco rondas con tu compañero y registra los datos que te pide la siguiente tabla

Cada ronda consta de una jugada tuya y una del rival, es decir, que ambos jugadores hayan hecho su movimiento.

# Ronda	Cantidad de mis fichas al final de la ronda	Cantidad de las fichas del rival al final de la ronda
1	12	11
2	11	10
3	11	10
4	11	9
5	10	8

En cuanto al segundo momento de esta fase, es posible evidenciar que la mayor parte de los estuvieron tuvieron la capacidad para reconocer que las cifras disminuyen a medida en que se capturaban las fichas. Un caso de esto se observa con el estudiante L de quinto grado (Figura 74), quien identifica que las cifras de la tabla variaban porque se capturaban fichas suyas o de su rival.

De acuerdo con Piaget e Inhelder (2016), los estudiantes logran construir conocimientos cuando comprenden que las variables presentan cambios debido a diferentes acciones de un contexto determinado, como capturar fichas en el juego de damas.

Figura 74.

Resultados del estudiante L en el segundo momento del Explore

Después de jugar las cinco rondas, observa la tabla y responde las siguientes preguntas

1. ¿Los números de las columnas presentaron cambios? ¿cómo cambiaron?

mis fichas subían y las de mi rival disminuían

2. Si notas que los números cambiaron, ¿qué acción en el juego hacía que los números bajaran rápidamente?

cuando te quitaban fichas

Sin embargo, algunos alumnos presentaron dificultades para identificar que la cantidad de fichas disminuyeron en las cinco rondas por la ejecución del movimiento de captura. Esto se refleja con el estudiante E que cursa cuarto grado (Figura 75), el cual describe que su compañero de juego va ganando y no reconoce que la disminución de fichas depende de la captura. Este obstáculo se sustenta en que los estudiantes no logran relacionar la experiencia concreta con la relación matemática existente (Brousseau, 2007).

Figura 75.

Resultados del estudiante E en el segundo momento del Explore

Después de jugar las cinco rondas, observa la tabla y responde las siguientes preguntas

1. ¿Los números de las columnas presentaron cambios? ¿cómo cambiaron?

Si me quedaba más me ganaba cada uno

2. Si notas que los números cambiaron, ¿qué acción en el juego hacía que los números bajaran rápidamente?

Nada ella canso

En esta fase del taller, se involucran conceptos ligados con la disminución de variables cuantitativas a partir de una acción determinante en un escenario específico, como la captura de las fichas en el juego de damas. Castiblanco (2002) considera que es fundamental que los estudiantes, desde su formación en primaria, comprendan e interpreten relaciones de dependencia entre variables, a través de situaciones contextualizadas en donde las cifras cambien a causa de un hecho específico.

Esta fase del taller resulta pertinente, puesto que se propicia el desarrollo de competencias propias del pensamiento variacional, a partir del cambio de cifras con respecto al movimiento de captura. Frente a esto, el MEN (2006), expone que, al finalizar quinto grado, los estudiantes cuentan con las competencias necesarias para analizar y explicar “[...] relaciones de dependencia entre cantidades que varían en el tiempo con cierta regularidad en situaciones económicas, sociales y de las ciencias naturales” (p. 83).

En este sentido, el momento de *Explore* de este taller promueve competencias propias del pensamiento variacional con relación al cambio de variables cuantitativas de acuerdo con la captura de fichas en el juego de damas. Además, se resalta la importancia de contar con una explicación clara y comprensible de las actividades, para lograr una ejecución exitosa y los estudiantes completen el taller teniendo claridad en las instrucciones brindadas.

5.5.3. Explain

En esta fase, la docente expuso lo consignado en el taller (Figura 76) con respecto al pensamiento variacional como estudio del cambio. Durante este momento, mencionó que el análisis del cambio permite demostrar si una variable aumenta, disminuye o se mantiene en el tiempo. Seguidamente, explicó que las dos variables del juego eran el número de rondas que aumentaba de uno en uno y el número de fichas que podía mantenerse o disminuir después de una

jugada. De acuerdo con el MEN (1998), el estudio de este tipo de conceptos son la base del pensamiento variacional en los primeros años de escolarización y fomenta el desarrollo de habilidades como la observación, el registro y el uso del lenguaje matemático.

Figura 76.

Momento del Explain del cuarto taller



Conceptos clave

Lo que estás haciendo nos sirve para desarrollar el **pensamiento variacional**. Es simplemente entender cómo el **cambio** en una cosa provoca un cambio en otra.

En su juego, tenían dos variables. Una **variable** es algo que puede cambiar de valor.

- El "Número de ronda" fue una variable. Aumentaba de 1 en 1.
- Las "Fichas más al final de la ronda" fueron otra variable. Su valor disminuyó o se mantuvo.

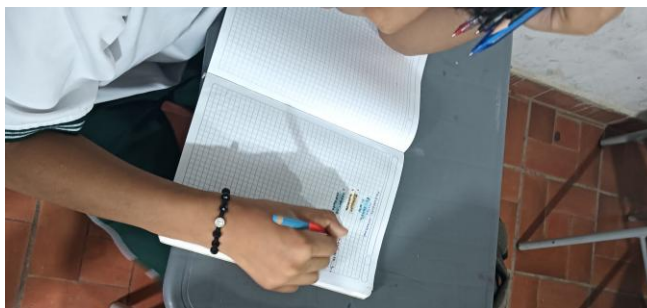
Ejemplo: Si en la jugada 3 tenías 12 fichas y en la jugada 4 tenías 11 fichas, es porque la variable "ronda" cambió, y una acción en el juego hizo que la variable "fichas" también cambiara. Analizar esa relación es ser un estrategia variacional.

Para comunicar la información anterior, la docente realizó un mapa conceptual en donde representó los conceptos de pensamiento variacional, cambio y variable, seguidamente, los estudiantes consignaron estas ideas en su cuaderno de Matemáticas (Figura 77), a su vez, se les pidió utilizar colores para resaltar los conceptos que consideraron relevantes.

Al respecto, diversos autores como Solé (1992) afirman que estrategias como el subrayado y la organización de información en mapas mentales permiten identificar información relevante y construir significado durante la lectura.

Figura 77.

Escritura en el momento del Explain del cuarto taller



De esta etapa, se destaca que la mayoría de los estudiantes demostraron un alto nivel de concentración, puesto que no se evidenció resistencia a la escritura y algunos estudiantes resaltaron con colores las palabras clave. Se deduce que en este resultado influyó la estrategia de implementar el subrayado, y el tipo de texto, por su carácter discontinuo y corto. Como oportunidad de mejora, se sugiere mencionar otros ejemplos de la vida diaria en donde se manifiesta la variación, como la temperatura del día o el crecimiento de un ser vivo, para que así los estudiantes identifiquen otro tipo de variables, en otros contextos. Tal como afirma Fernández (2023) la enseñanza del pensamiento variacional debe tener en cuenta la dimensión social, cultural, histórica y ética del estudiante para que el aprendizaje sea significativo.

5.5.4. Elaborate

Para el momento de *Elaborate*, se les explicó a los estudiantes que se iba a realizar una nueva ronda iniciando con una distribución específica de las fichas. En esta partida, se inicia con 10 ficha rojas y 11 fichas verdes, en este caso las fichas verdes tienen mayor alcance de captura. Esto ocurre debido a que, en un primer movimiento, puede capturar dos fichas y convertirla en un “rey”, es decir, en una ficha especial que puede ir hacia atrás en el tablero. Como segundo punto, se les pide a los estudiantes que escriban la estrategia que usaron para ganar o que identifiquen la estrategia que usó su rival (Figura 78).

Figura 78.

Momento del Elaborate del cuarto taller



Como los estudiantes ya aprendieron a jugar las damas en los momentos anteriores, se espera que en esta partida desarrollen la competencia planteada por los EBC, en relación con la predicción de patrones de variación en una secuencia geométrica como lo es el tablero de las damas y así puedan predecir algunas jugadas del rival (MEN, 2006).

Además, se busca que los estudiantes expongan estrategias de victoria relacionadas al bloqueo y captura de las fichas, como es el caso del estudiante G de cuarto grado (Figura 79), el cual explica que su táctica ganadora consistió en proteger sus fichas y luego atacar.

Figura 79.

Resultados del estudiante G en el momento de Elaborate



En cambio, otros estudiantes presentaron obstáculos en cuanto a la observación de las variables del juego, por ejemplo, el estudiante J de cuarto grado (Figura 80) escribió que no analizó las acciones que ejecutó su rival para ganarle. Aunque el estudiante entiende que perdió el juego porque le eliminaron sus fichas, no escribe la acción que desencadenó este resultado. Según el MEN (1998) en los Lineamientos Curriculares de las Matemáticas, son procesos generales del pensamiento variacional: “dar cuenta del cómo y del porqué de los procesos que se siguen para llegar a conclusiones y justificar las estrategias y los procedimientos puestos en acción en el tratamiento de problemas.” (MEN, 1998, p. 54). Procesos los cuales no logra desarrollar el estudiante en esta actividad.

Figura 80.

Resultados del estudiante J en el momento de Elaborate



Aunado a lo anterior, algunos alumnos tuvieron problemas al argumentar, como lo demuestra la respuesta del estudiante K de cuarto grado (Figura 81), quien afirma que su estrategia fue mover las fichas para vencer a su oponente, no obstante, no profundiza de qué manera se realizaron los movimientos que le permitieron la victoria. Según Alsina et al. (2021), la

argumentación matemática infantil implica procesos complejos de justificación y comunicación que requieren acompañamiento pedagógico ya que los niños todavía están desarrollando su lenguaje y su pensamiento lógico. Por eso es importante favorecer este tipo de situaciones en la clase de Matemáticas.

Figura 81.

Resultados del estudiante K en el momento de Elaborate



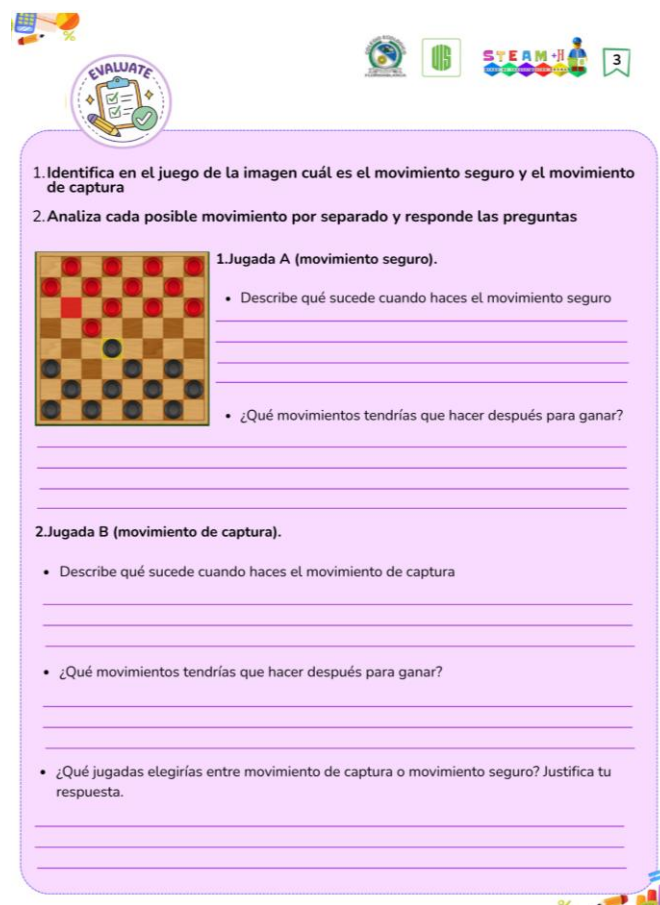
Como aprendizajes docentes de esta fase, se destaca, en primer lugar, motivar a los estudiantes a escribir el porqué de su respuesta, con el fin de que mejoren su proceso de argumentación. En segundo lugar, algunos niños necesitaron apoyo al momento de ubicar las fichas como aparecían en la imagen, ya que, tenían su tablero rotado de otra manera, en este sentido, se observa una oportunidad de trabajo en cuanto al pensamiento espacial. También, se propone usar un tablero como el del ajedrez que emplea números y letras para las filas y las columnas y, de este modo, facilitar la ubicación de las fichas por medio de una referencia.

5.5.5. Evaluate

En el *Evaluate*, el estudiante debía identificar el movimiento de captura que se presenta en el tablero del taller (Figura 82) y anticipar cual podría ser el movimiento seguro. Con base en esto, responder qué sucede al realizar cada movimiento y cuáles son los pasos para ganar respectivamente. En la última pregunta, el alumno tiene que explicar qué tipo de movimiento elegiría de acuerdo con el caso planteado.

Figura 82.

Momento de Evaluate, taller 4



EVALUATE

1. Identifica en el juego de la imagen cuál es el movimiento seguro y el movimiento de captura

2. Analiza cada posible movimiento por separado y responde las preguntas

1. Jugada A (movimiento seguro).

- Describe qué sucede cuando haces el movimiento seguro

- ¿Qué movimientos tendrías que hacer después para ganar?

2. Jugada B (movimiento de captura).

- Describe qué sucede cuando haces el movimiento de captura

- ¿Qué movimientos tendrías que hacer después para ganar?

- ¿Qué jugadas elegirías entre movimiento de captura o movimiento seguro? Justifica tu respuesta.

En esta fase, se incluye una vez más la temática del cambio, ya que se espera que los estudiantes mencionen que con el movimiento se seguro se mantienen en el juego sus fichas y con el movimiento de captura se disminuya la cantidad de fichas del rival.

En cuanto a los resultados de esta fase, se destaca que la mayoría de los estudiantes logran responder de manera acertada a casi todas las preguntas de esta etapa. Lo que demuestra que el uso de material concreto, como el juego de damas, favoreció el desarrollo de competencias matemáticas. Sobre esto, Alsina y Llach (2012) explica que desde primaria los niños pueden comprender regularidades, patrones y procesos de cambio si se usan experiencias concretas y visuales. El resultado del estudiante F de cuarto grado (Figura 83) evidencia su desarrollo del pensamiento variacional. Él escribe que el movimiento de seguro permite “que no te maten”, lo cual es cierto. Luego, explica que para ganar capturaría la ficha roja, esto es correcto teniendo en cuenta la imagen propuesta.

Más adelante, menciona que el movimiento de captura le posibilita capturar a su rival. Seguidamente, el estudiante F menciona que para ganar debe “capturar casi todas las fichas del oponente”, lo cual es acertado, pero sería más adecuado escribir “capturar el resto de las fichas del oponente”. En cuanto a la última pregunta, el estudiante responde que elegiría el movimiento de captura, sin embargo, no argumenta el por qué.

Figura 83.

Resultados del estudiante F en el Evaluate

1. Identifica en el juego de la imagen cuál es el movimiento seguro y el movimiento de captura

2. Analiza cada posible movimiento por separado y responde las preguntas

1. Jugada A (movimiento seguro).

• Describe qué sucede cuando haces el movimiento seguro
que no te maten

• ¿Qué movimientos tendrías que hacer después para ganar?
capturar la ficha roja

2. Jugada B (movimiento de captura).

• Describe qué sucede cuando haces el movimiento de captura
capturo a mi rival

• ¿Qué movimientos tendrías que hacer después para ganar?
capturar casi todas las fichas

• ¿Qué jugadas elegirías entre movimiento de captura o movimiento seguro? Justifica tu respuesta.
ya eligiera movimiento seguro

En contraste, fueron pocos los estudiantes que no respondieron algunas preguntas. Por ejemplo, el estudiante O de quinto grado (Figura 84) responde que no sabe qué contestar en las últimas tres preguntas. Sin embargo, responde la primera pregunta de manera acertada, pues argumenta que el movimiento de seguro le permite que no lo maten y que pueda continuar en el juego. A su vez, en el segundo punto, responde parcialmente bien, ya que escribe que para ganar debe capturar otra ficha, lo cual pudo ser un descuido, pues todos los niños comprendieron que se gana al eliminar todas las fichas. En este sentido, se puede aseverar que este estudiante no comprendió las preguntas o no supo cómo responder.

Figura 84.

Resultados del estudiante O en el momento de Evaluate

EVALUATE

1. Identifica en el juego de la imagen cuál es el movimiento seguro y el movimiento de captura

2. Analiza cada posible movimiento por separado y responde las preguntas

1. Jugada A (movimiento seguro).

- Describe qué sucede cuando haces el movimiento seguro
no mata y la ficha perd toda
pero el juego
- ¿Qué movimientos tendrías que hacer después para ganar?
que la ficha mate una

2. Jugada B (movimiento de captura).

- Describe qué sucede cuando haces el movimiento de captura
no se
- ¿Qué movimientos tendrías que hacer después para ganar?
no se
- ¿Qué jugadas elegirías entre movimiento de captura o movimiento seguro? Justifica tu respuesta.
no se

En esta fase, fue fundamental recordar cuál era el movimiento de seguro porque algunos estudiantes tenían dudas en ese aspecto, pero una vez aclarado este punto, pudieron avanzar en la resolución de preguntas. De igual manera, se destaca la necesidad de seguir fortaleciendo la

comunicación escrita y la comprensión lectora, para que todos los estudiantes logren demostrar de la mejor manera sus nuevos conocimientos, pues como sostienen Ferreiro y Teberosky (1991) el aprendizaje de la lectura y la escritura es un proceso activo de construcción del conocimiento.

Como conclusión del cuarto taller, se resalta el impacto de un juego de mesa como las damas en el interés y motivación de los estudiantes, esto se percibe porque estuvieron concentrados en cada uno de los momentos, también, porque los niños jugaron de manera espontánea partidas extra. Por otro lado, el pensamiento variacional está estrechamente relacionado con los demás pensamientos de las Matemáticas, como establecen los EBC (2006) “todos estos sistemas, a su vez, pueden presentarse en forma estática o en forma dinámica y variacional” (p.66).

En este taller se favorece la coherencia horizontal con el pensamiento numérico, al contar la cantidad de fichas propias y del rival en cada ronda; el pensamiento espacial al ubicar cada ficha en una posición determinada, identificar las filas, las columnas y las diagonales; y el pensamiento aleatorio al momento de justificar porque era más probable que al tomar una determinada decisión el resultado fuese positivo. Se estima que esta estrategia promovió competencias en torno al análisis y explicación de relaciones de dependencia entre cantidades que varían en el tiempo con cierta regularidad, así como la comprensión de conceptos como cambio y variable.

5.6. Taller 5. Nuestro zoológico geométrico

La ejecución del quinto taller (Apéndice H) busca favorecer que los estudiantes desarrollen competencias propias del pensamiento espacial a través del reconocimiento de figuras bidimensionales y su clasificación en congruentes y semejantes. Para esto, se hace uso del tangram como recurso para la comprensión de dichas temáticas y el desarrollo de competencias referentes a este pensamiento. Cabe resaltar que, en este último taller, se incluye el componente de

interdisciplinariedad con las áreas STEAM, ahondando en las Ciencias, el Arte y las Matemáticas tomado como eje central de la implementación.

En primera instancia, el arte se refleja en el proceso de creación de composiciones que contengan figuras geométricas, conocido como arte cubista. Con respecto a ciencias naturales, los estudiantes deben identificar algunas características de los animales que construyeron (hábitat en el que se encuentra, cantidad de patas, si es doméstico o silvestre, entre otras). Gardner y Nogués (1995) resaltan la importancia de integrar diferentes áreas del conocimiento dentro del proceso formativo de los estudiantes, lo cual promueve un aprendizaje significativo y el desarrollo de múltiples competencias en un mismo escenario.

En la aplicación de este taller, se contó con la participación de 15 estudiantes, divididos en nueve de cuarto y seis de quinto, resaltando que dos estudiantes asistentes no se tienen presentes por falta de consentimiento y asentimiento y solo un estudiante estuvo ausente. Dentro del trabajo realizado con la estudiante que padece discapacidades múltiples, se le llevaron las diferentes fichas del tangram, adaptadas con las lentejas, el arroz, la avena, los fideos y el maíz de crispetas; con el fin de que logre identificar la textura de estos elementos (Figura 85). Dichas texturas se distribuyeron de tal forma que los triángulos congruentes tuvieron la misma textura y para las figuras semejantes, los percibió con texturas diferentes.

Figura 85.

Trabajo con estudiante que padece discapacidades múltiples en el taller 5



Con respecto a la distribución del aula de clase, esta mantuvo su organización regular, destacando que todos los momentos del taller se llevaron a cabo en el salón y no se presentaron actividades que implicaran una desorganización de este. Durante la aplicación del taller, no se contó con el acompañamiento de la docente titular, lo cual pudo haber generado cierta dispersión en los estudiantes, pero las actividades se pudieron llevar a cabo de forma satisfactoria.

5.6.1. Engage

La fase de *Engage*, se dividió en dos momentos que tuvieron como objetivo que los estudiantes reconocieran las diferentes figuras bidimensionales e identificar las características de los animales plasmados por una composición. Para esto, en la primera actividad de la fase, se les pidió a los estudiantes que exploraran todas las piezas que compone el tangram, posterior a esto, unir las todas para plasmar con estas figuras su animal favorito y, por último, escribir en el taller los nombres de las figuras geométricas que logran reconocer (Figura 86).

Figura 86.

Primera actividad en el momento de Engage del taller 5

1. Explora el material que te da el profesor y haz la forma que quieras usando todas las piezas

2. Utiliza el tangram para construir tu animal favorito. Cuando lo logres, pega tu resultado en el siguiente espacio:

3 Escribe todas las figuras geométricas que reconoces en tu tangram



En el segundo momento, los estudiantes contaron con ciertos ejemplos de ilustraciones realizadas con fichas del tangram, relacionadas con diferentes tipos de animales, en donde tenían que escoger uno de ellos para recrearlo empleando todas las figuras del rompecabezas. Finalmente, se les indicó que debían escribir el nombre del animal y mencionar algunas características de este (Figura 87), de acuerdo con los conocimientos que tienen en el área de Ciencias Naturales.

Figura 87.

Segunda actividad en la fase de Engage del taller 5

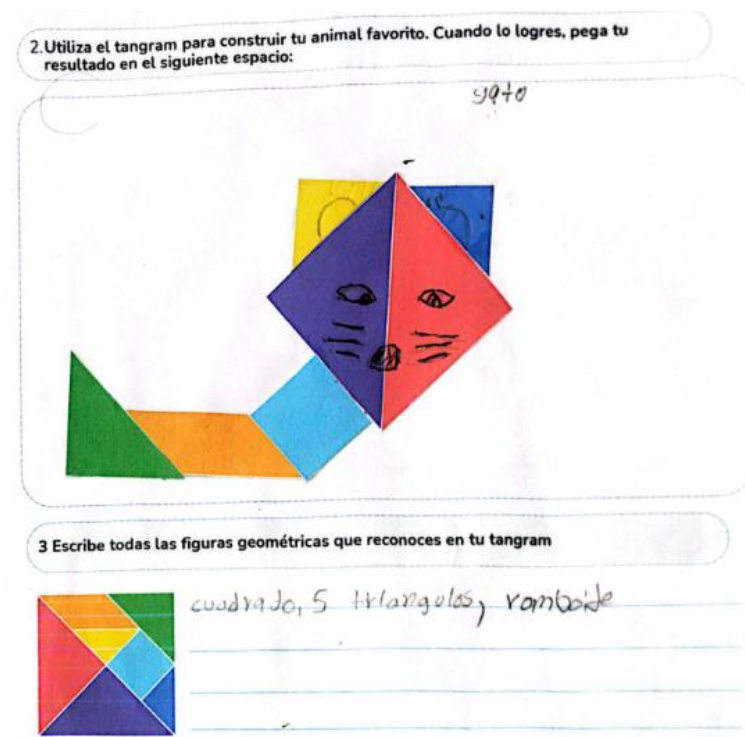


Dentro de los resultados obtenidos en el primer momento del *Engage*, es posible observar que gran parte de los estudiantes logran reconocer las figuras bidimensionales básicas (triángulo y cuadrado), pero muy pocos logran el reconocimiento de figuras más complejas, (el romboide). Esto se ve reflejado con el estudiante H que cursa cuarto grado (Figura 88), el cual reconoce el romboide por su nombre e identifica el resto de las figuras que se encuentran en el tangram. Lo

anterior refleja que, según lo expuesto por Castro (2001), los estudiantes se encuentran en el nivel 0 de reconocimiento de Van Hiele, en el que cuentan con la capacidad para reconocer figuras bidimensionales por su nombre o percepción visual.

Figura 88.

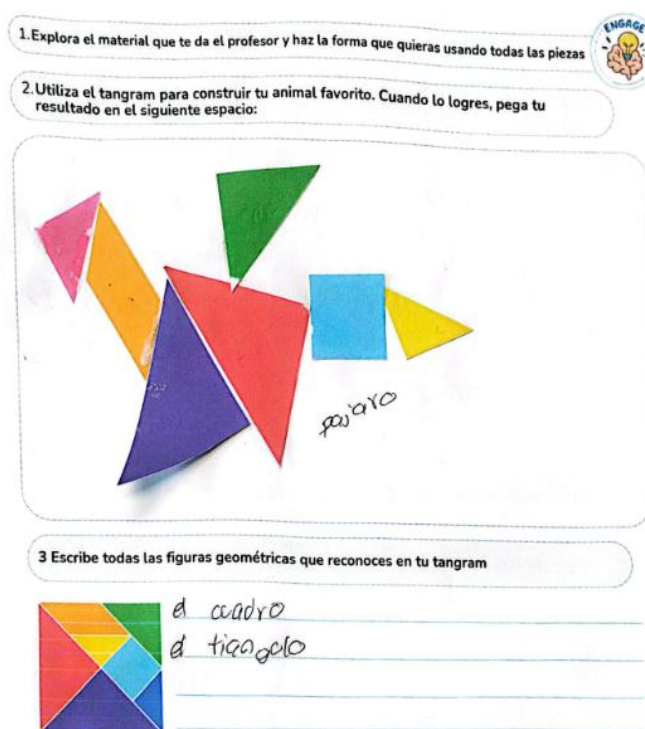
Resultados del estudiante H en el momento de Engage, parte I



Por otra parte, se identifica que la mayoría de los estudiantes presentan dificultades para reconocer cuadriláteros como el romboide. Un ejemplo de ello se evidencia con el estudiante M de quinto grado (Figura 89), quien reconoce el triángulo y el cuadrado de forma acertada, pero no logra reconocer el romboide como figura y no lo incluye dentro de la lista. Según lo expuesto por Gutiérrez y Díaz (1991) los estudiantes suelen tener dificultades para reconocer e identificar por su nombre figuras más complejas que cuenten con una forma diferente a la que tradicionalmente conocen.

Figura 89.

Resultados del estudiante M en el momento de Engage, parte I



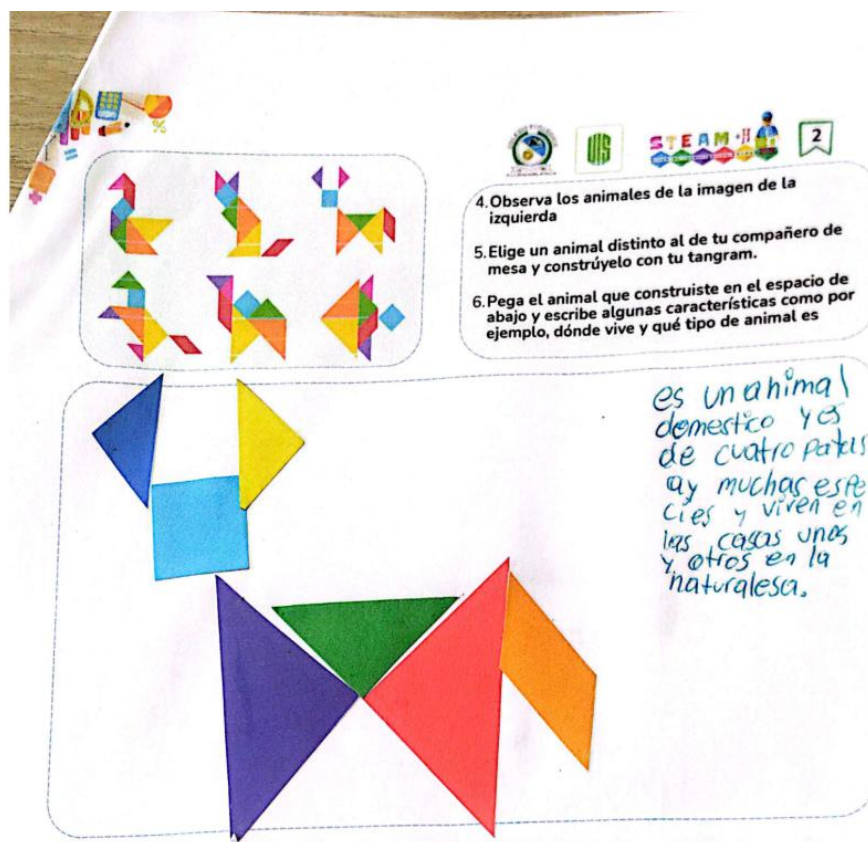
En el segundo momento de esta fase, es posible observar que gran parte de los estudiantes identificaron características básicas de los animales como la cantidad de patas, su hábitat y algunas funciones que desempeñan.

Un ejemplo de esto se refleja con el estudiante D de cuarto grado (Figura 90), el cual construye un perro y presenta características relacionadas con la cantidad de patas, los lugares en donde regularmente habita y reconoce la diversidad de especies.

Frente a esto se resalta la importancia de que los estudiantes identifiquen características del entorno natural, ya que permite una comprensión frente a la diversidad biológica. De igual forma permite el desarrollo de habilidades de observación, comparación y clasificación en el contexto de ciencias naturales (Angulo, 2002).

Figura 90.

Resultados del estudiante D en el momento de Engage, parte II

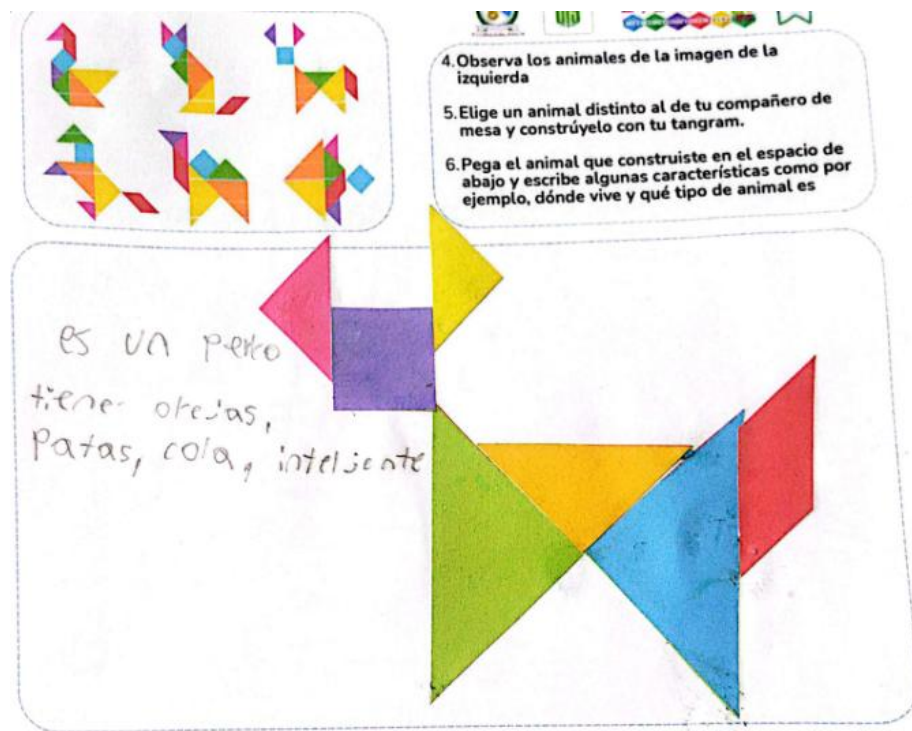


Pese a esto, se identifica que algunos estudiantes presentan ciertas dificultades para identificar las características generales de los animales que plasmaron. Esto se evidencia con el estudiante O que cursa quinto grado (Figura 91), quien presenta características muy generales del perro (tiene patas, orejas y cola), pero no profundiza en aspectos como el entorno.

Según Giordan y De Vecchi (1995), durante las primeras etapas del aprendizaje de las ciencias naturales, los estudiantes construyen explicaciones a partir de características generales y visibles de los seres vivos que percibe en el entorno.

Figura 91.

Resultados del estudiante O en el momento de Engage, parte II



En esta fase del taller, se incluyen conceptos afines con el desarrollo de competencias matemáticas y científicas. Desde el componente central, en las matemáticas, se trabajaron temáticas relacionadas con el reconocimiento de figuras bidimensionales. Dichas concepciones son fundamentales para que los estudiantes logren reconocer diferentes formas y las identifiquen por percepción visual o el nombre (Alsina y Llach, 2012).

Con respecto a las Ciencias Naturales, se trabajan concepciones relacionadas con la identificación de características de diferentes seres vivos. De acuerdo con Sanmarti (2002), esto es fundamental para que los estudiantes desarrollen competencias científicas enfocadas en la comprensión de la diversidad biológica y las relaciones presentes entre los seres vivos en un entorno natural.

Esta fase del taller resulta pertinente, ya que se integra la interdisciplinariedad con diferentes áreas STEAM referentes a la caracterización de diversos seres vivos para propiciar el desarrollo de competencias matemáticas propias del pensamiento espacial. Lo anterior respalda lo que exponen los Estándares Básicos de Competencias, en donde, al finalizar quinto grado, los estudiantes cuentan con la capacidad para reconocer “figuras bidimensionales de acuerdo con sus componentes (ángulos, vértices) y características” (MEN, 2006, p. 82).

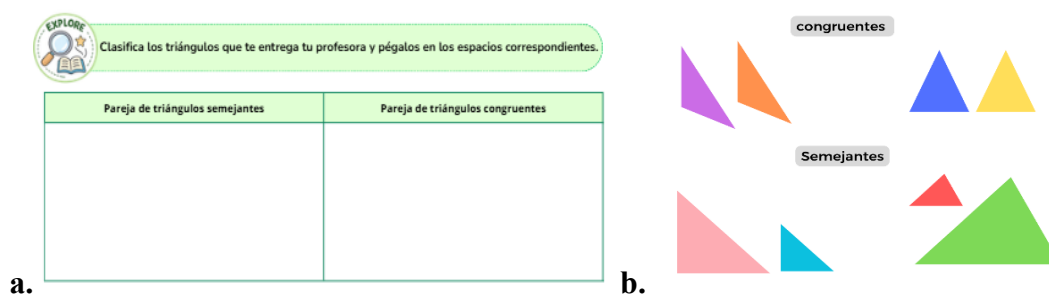
En este sentido, el momento de *Engage*, fomenta el desarrollo competencias matemáticas para el reconocimiento de figuras bidimensionales a través del arte cubista como estrategia. Igualmente, el uso de material concreto como el tangram promueve un aprendizaje integral que comienza desde una construcción concreta a una formalización de las temáticas. Finalmente, la integración de la interdisciplinariedad con las áreas STEAM fomenta una mejora de competencias en diversos conocimientos, enfatizando en el desarrollo del pensamiento espacial.

5.6.2. Explore

En el segundo momento del taller, se buscó que los estudiantes clasificaran diferentes figuras bidimensionales según su forma y tamaño, de acuerdo con sus concepciones sobre la semejanza y congruencia de figuras. Para esto, se les hizo entrega de un sobre que contenía ocho triángulos, los cuales debían organizar y clasificar en semejantes (misma forma y diferente tamaño) y congruentes (misma forma y tamaño) en la tabla dispuesta en el taller (Figura 92a). Con esto, se espera que los estudiantes ubiquen cuatro triángulos como semejantes y cuatro en congruentes, en un orden previamente organizado (Figura 92b).

Figura 92.

Momento de Explore del quinto taller

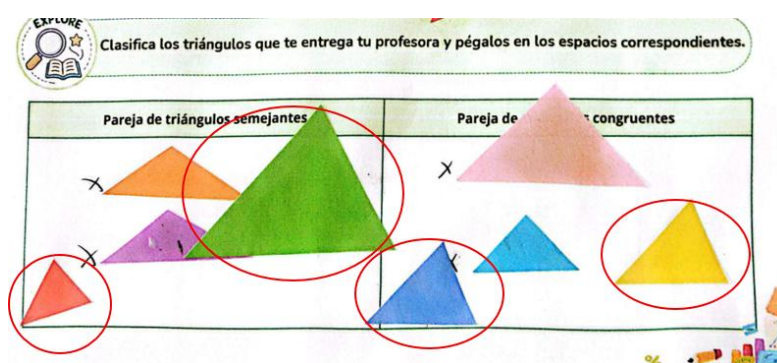


Nota. a. espacio del taller para clasificar los triángulos b. triángulos que los estudiantes clasificaron.

Frente a las respuestas de los estudiantes, es posible evidenciar que gran parte de ellos presentan muchas dificultades para realizar dicha clasificación y no lograron ubicar todos los triángulos de forma acertada. Este es el caso del estudiante I de cuarto grado (Figura 93), quien logra ubicar correctamente los triángulos encerrados con el círculo, no cuenta con las nociones suficientes para reconocerlos por sus propiedades. Por lo anterior, Vargas y Gamboa (2013) afirman, desde el modelo de Van Hiele, que el proceso de aprendizaje de los estudiantes se desarrolla progresivamente por niveles, en donde en el nivel 0 reconocen características visuales de las figuras bidimensionales, pero no las clasifican de acuerdo con sus propiedades.

Figura 93.

Resultados del estudiante I en el momento de Explore

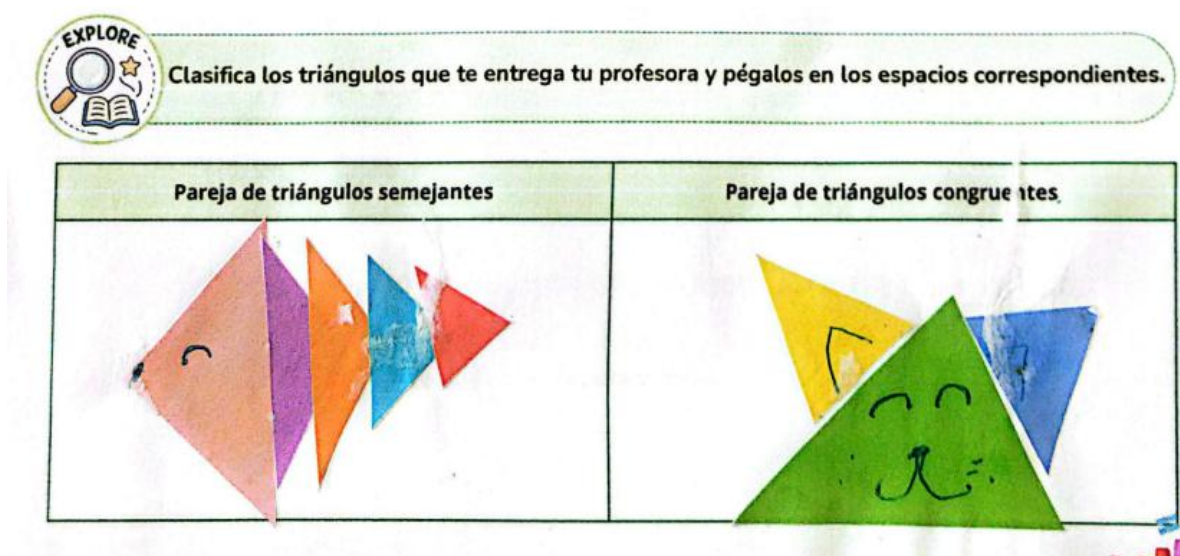


Por otro lado, se tiene el caso del estudiante E de cuarto grado (Figura 94), el cual ubica las figuras de tal forma que formó en la tabla dos animales con los triángulos y no las clasificó por su forma y tamaño.

De acuerdo con los postulados de Duval y Restrepo (2017), los estudiantes suelen centrar su atención inicialmente en aspectos visuales de la figura, pero no logra clasificarlas de acuerdo con las propiedades o los criterios establecidos en la actividad.

Figura 94.

Resultados del estudiante E en el momento de Explore



En la fase de *Explore*, se trabajaron conceptos relacionados con la clasificación de figuras como semejantes y congruentes, teniendo en cuenta la forma y el tamaño.

Dichas concepciones son fundamentales tratarlas desde los primeros niveles de escolarización, pues los estudiantes desarrollan habilidades para desarrollar un razonamiento espacial al comparar figuras, identificar relaciones y clasificar figuras bidimensionales a través de sus propiedades generales.

Por consiguiente, este momento del taller resulta pertinente, debido a que fomenta la identificación de las concepciones de los estudiantes frente a la clasificación de figuras geométricas según su forma y tamaño. Lo cual es fundamental para que los estudiantes logren alcanzar el nivel 1 de Van Hiele y favorezca el desarrollo competencias para reconocer “congruencia y semejanza entre figuras (ampliar, reducir).” (MEN, 2006, p. 80).

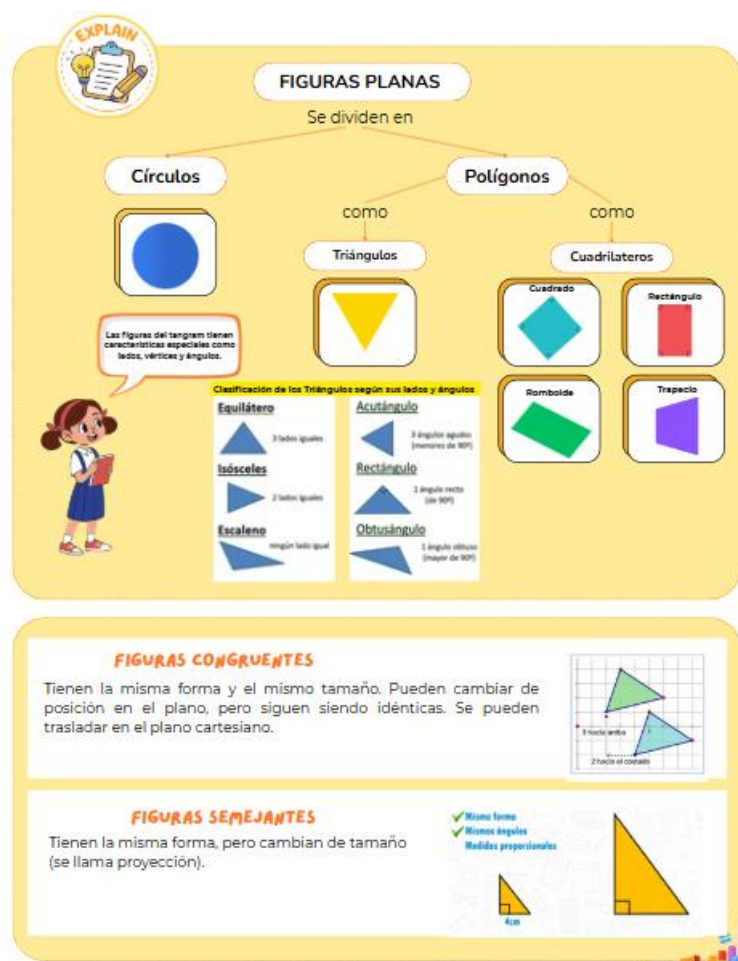
En contraste, este momento del taller permite analizar que los estudiantes presentaron falencias frente a la clasificación de triángulos según su forma y tamaño. Por lo que resulta necesario que en el momento del *Explain*, se puedan aclarar las dudas de los estudiantes y logren una mayor comprensión en este aspecto. Por otro lado, es importante resaltar que el uso de material concreto permite que ellos exploren la temática de forma visual y tengan cierta claridad frente a las propiedades de figuras congruentes y semejantes.

5.6.3. Explain

Durante el *Explain*, inicialmente, la docente explicó qué las figuras planas o bidimensionales son aquellas que se pueden representar en el plano, seguido a esto se mencionó que se dividen en polígonos y círculos, se mencionó que los polígonos están compuestos por lados, vértices y ángulos, en cambio las figuras circulares no presentan estas características.

Como recurso para esta fase se utilizó el mapa conceptual que se visualiza en esta fase (Figura 95) de manera impresa.

De igual manera, se señaló que las figuras se pueden clasificar por la medida de los lados y por los ángulos que contiene, como es el caso de los triángulos. También, se resaltó que los vértices son las puntas de los polígonos y los lados son líneas rectas que componen el contorno de la figura.

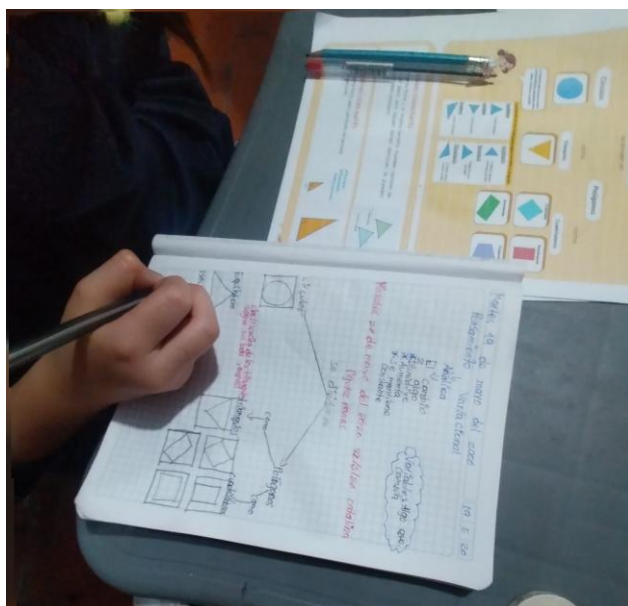
Figura 95.*Momento de Explain del quinto taller*

Posteriormente, se les solicitó a los estudiantes transcribir el mapa conceptual en el cuaderno de matemáticas (Figura 96) y se explicaron los conceptos de figuras congruentes y semejantes. En este momento, se expresó que las figuras congruentes tienen la misma forma y el mismo tamaño, pero pueden variar en su posición, y las figuras semejantes conservan la misma forma, pero son de diferente tamaño.

Sumado a esto, se mostraron otros ejemplos de figuras congruentes y semejantes en el tablero para complementar la explicación y los niños tomaron apuntes de las definiciones dadas.

Figura 96.

Escritura en el momento de Explain



Nuevamente, se destaca la importancia de la escritura sustentada por Solé (1992) como un medio necesario para construir nuevos significados. Sumado a esto, la explicación de la docente permitió resolver diversas dudas de los estudiantes con respecto a los conceptos de congruencia y semejanza. Desde esta perspectiva, Vygotsky (1979) argumenta que la mediación docente favorece el aprendizaje al brindar apoyos dentro de la Zona de Desarrollo Próximo, permitiendo que el estudiante alcance desempeños que inicialmente no podría realizar de manera autónoma y se logre un aprendizaje significativo.

En este taller se trabajaron contenidos matemáticos relacionados a la geometría, el MEN (2006) explica que el estudio de los sistemas geométricos se considera una herramienta fundamental para explorar y representar el espacio. Inicialmente, se formalizaron aspectos esenciales como el concepto de figuras planas, polígonos, vértices y lados. En segundo lugar, se expusieron las definiciones de figuras congruentes y semejantes. Por último, se mencionaron relaciones y transformaciones como la rotación y la proyección en el plano.

Lo anterior, logró que los estudiantes compararan sus respuestas del *Explore* con las explicaciones brindadas por la docente, de esta manera la mayoría de los estudiantes reconocieron sus errores con respecto a esta temática. En consecuencia, se trabajó la competencia de “*identificar y justificar* relaciones de congruencia y semejanza entre figuras” (MEN, 2006, p. 82).

Este momento del taller fue fundamental para que los estudiantes pudieran verificar sus conceptos previos y así avanzar en el taller con los nuevos conocimientos adquiridos. Sin embargo, se denota que algunos estudiantes no llevaron regla a la clase, por lo cual se considera como aspecto de mejora fomentar el hábito de utilizar este tipo de herramientas para que los dibujos de las figuras conserven sus propiedades geométricas.

5.6.4. Elaborate

Para este momento del *Elaborate* se llevaron a cabo tres puntos (Figura 97) con el objetivo de que los estudiantes identificaran y justificaran la congruencia y la semejanza de figuras geométricas. En el primer punto, debían identificar si las parejas de figuras eran semejantes o congruentes. En el segundo punto, construyeron un cuadrado con dos triángulos pequeños del tangram y en el tercer punto justificaron si los triángulos son congruentes, pese a su posición.

Figura 97.

Momento de Elaborate del quinto taller



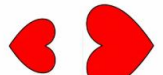


1. Observa las siguientes parejas de figuras y escribe en el recuadro de cada pareja si son congruentes o semejantes.









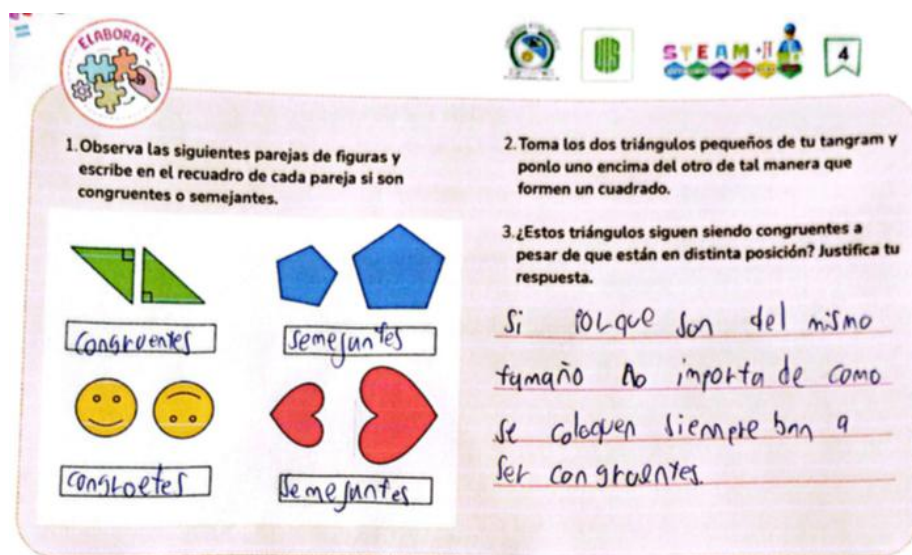
2. Toma los dos triángulos pequeños de tu tangram y ponlo uno encima del otro de tal manera que formen un cuadrado.

3. ¿Estos triángulos siguen siendo congruentes a pesar de que están en distinta posición? Justifica tu respuesta.

Se puede asegurar que la mayoría de los estudiantes llevaron a cabo esta actividad de forma satisfactoria, como es el caso del estudiante J de cuarto grado (Figura 98), considerando que identifica cuales son las figuras congruentes y semejantes. Asimismo, es capaz de justificar por qué los dos triángulos pequeños del tangram siguen siendo congruentes, y argumenta: “sí porque son del mismo tamaño no importa cómo se coloquen siempre van a ser congruentes”. En este caso, dicha respuesta demuestra que se encuentra el nivel 2 de Van Hiele, ya que, según Castro (2001), cuenta con la capacidad para identificar propiedades de las figuras como su tamaño y posición.

Figura 98.

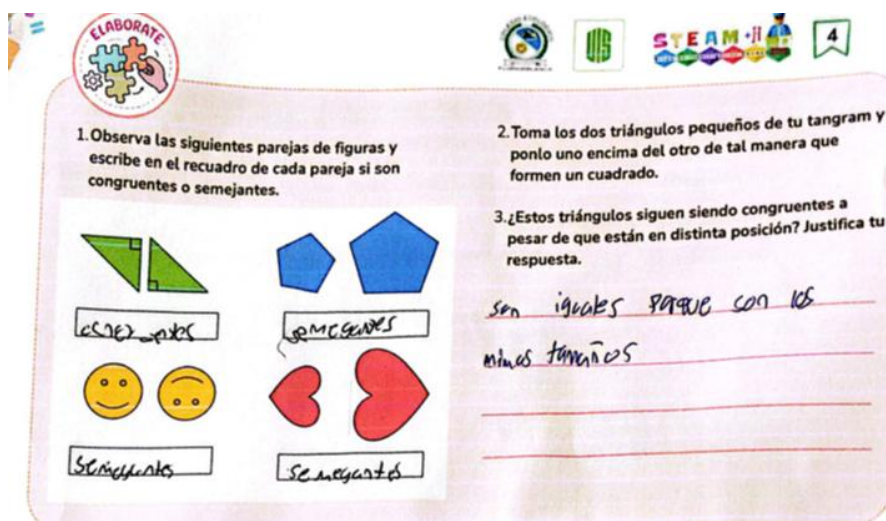
Resultados del estudiante J en el momento de Elaborate



En contraste, el estudiante B de cuarto grado (Figura 99), no logra identificar que los círculos son congruentes lo que demuestra que aún existen obstáculos en cuanto al logro de la competencia que se buscaba desarrollar. Piaget e Inhelder (1975) explican que esta dificultad suele ocurrir en los primeros años, debido a que los niños aún están desarrollando procesos de conservación y percepción espacial. Sin embargo, en el punto número tres, escribe que los dos triángulos pequeños del tangram son congruentes porque tienen el mismo tamaño, lo cual es correcto. Por tanto, puede que el estudiante necesita un mayor acompañamiento docente para notar su error y corregirlo.

Figura 99.

Resultados del estudiante B en el momento de Elaborate



En esta etapa del quinto taller se trabajaron competencias relacionadas a la semejanza y la congruencia. Según el MEN (1998), son herramientas esenciales para desarrollar otras competencias de las Matemáticas tales como la modelación, la medición indirecta y la construcción de argumentos lógicos.

En cuanto a la reflexión de esta fase, se resalta que los estudiantes lograron superar las dificultades en el momento de *Explore* y clasificar diferentes figuras según su forma y tamaño. Además, es importante destacar que se ubicaron algunas de las figuras de esta fase de manera no tradicional, para que los estudiantes las reconozcan en otras posiciones, como sucede en la vida cotidiana. Finalmente, se recomienda que en futuras aplicaciones los estudiantes logren justificar la relación de semejanza entre dos figuras.

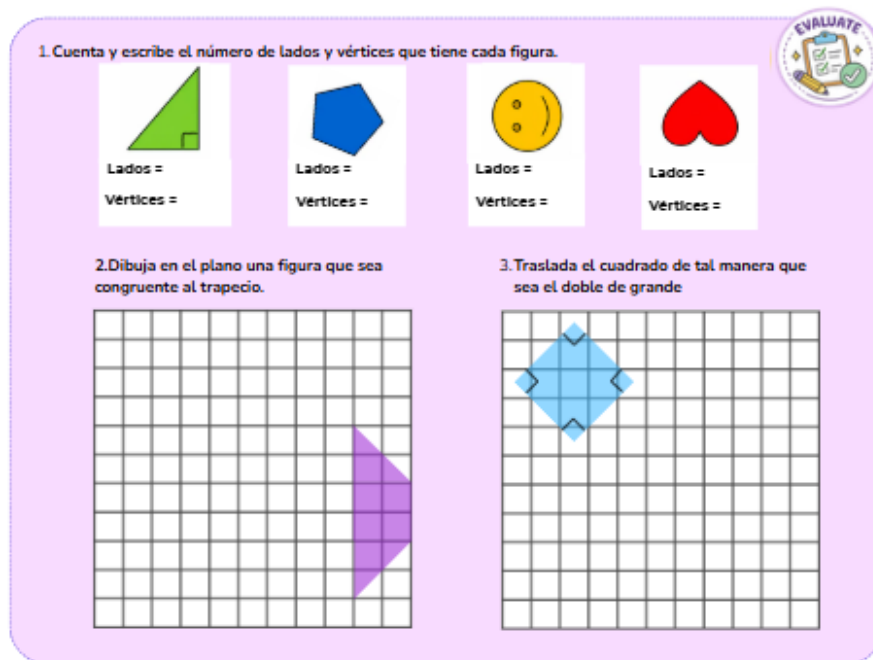
5.6.5. Evaluate

En la etapa de *Evaluate* los estudiantes tenían que contar y escribir el número de lados y vértices de 4 figuras. Después, debían dibujar una figura que fuera congruente a la del plano, es decir, un trapecio del mismo tamaño. Por último, trasladar un cuadrado que tiene de lado dos

unidades, de tal forma que fuese el doble de grande, lo cual sería un cuadrado con cuatro unidades de lado (Figura 100). Es importante destacar que esta fase cuenta con el apoyo del docente, pero su intervención se limita únicamente a aclarar las instrucciones.

Figura 100.

Momento de Evaluar del quinto taller

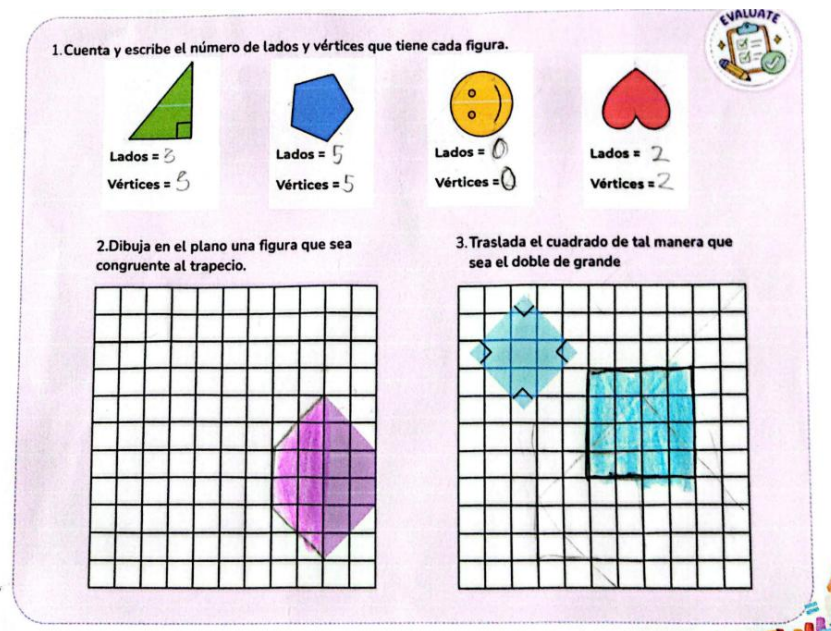


Varios estudiantes lograron demostrar un buen desempeño, como lo evidencia el estudiante L de quinto grado (Figura 101), quien identifica de forma correcta la cantidad de vértices y lados de las figuras. Sumado a esto, en el segundo punto dibuja un trapecio congruente a otro, y en el tercer punto dibuja un cuadrado que es doble de grande al cuadrado original.

Respecto a esto último, el estudiante fue uno de los pocos que logró ubicar el segundo cuadrado de manera que estuviera dentro del plano. Lo cual evidencia un buen desarrollo del pensamiento espacial. No obstante, comete un único error: escribir que el corazón tiene 2 lados y dos vértices, lo que es incorrecto, al no ser una figura geométrica, no tiene ni lados ni vértices.

Figura 101.

Resultados del estudiante L en el momento de Evaluate

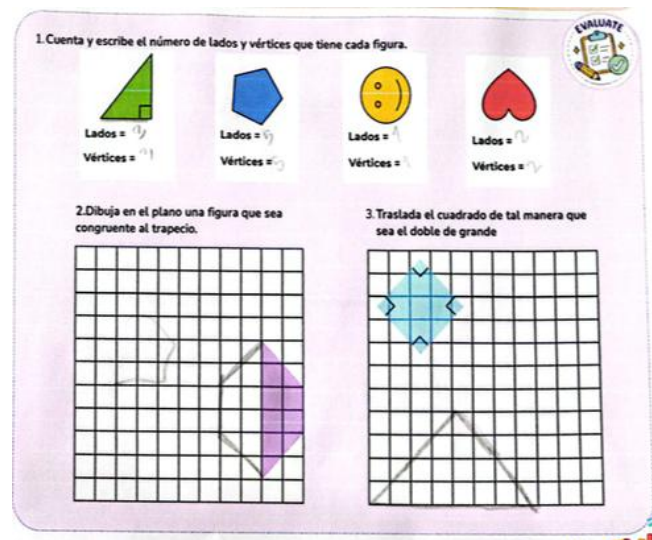


En contraste, las respuestas del estudiante N de quinto grado (Figura 102) demuestran que identifica el corazón como una figura geométrica y responde que el círculo tiene un lado y un vértice, estas dos afirmaciones son incorrectas. En cuanto al tercer punto, dibuja la mitad del cuadrado, ya que no logró acomodar el dibujo dentro del plano.

Cabe destacar que el estudiante identifica que el cuadrado está compuesto por dos triángulos rectángulos. Según lo expuesto por Castro (2001), se observa que el estudiante se encuentra un entendimiento de la geometría relacionado con el nivel 1 de Van Hiele, pues es capaz de identificar las figuras bidimensionales según sus propiedades.

Figura 102.

Resultados del estudiante N en el momento de Evaluar



En esta etapa se retoman contenidos matemáticos que se trabajaron durante todo el taller, tales como: las figuras geométricas, vértices, lados, figuras congruentes y figuras semejantes, conceptos pertenecientes a la geometría euclidiana. Dichas temáticas se deben trabajar, según el MEN (2006) durante la primaria para que los estudiantes puedan construir y manipular representaciones mentales y materiales de los objetos, sus relaciones y transformaciones. Estas competencias son importantes en áreas como el arte, el diseño tecnológico, la educación física, los deportes y la danza.

La aplicación de esta fase permite el reconocimiento de algunos obstáculos, debido a que muchos estudiantes no lograron descartar el corazón como figura geométrica. De igual manera, varios de ellos preguntaron por el significado de “doble de grande” y, por último, se evidenció que pocos rotaron el segundo cuadrado para que fuese más fácil de dibujar, aun explicándoles que esa figura era un cuadrado y no un rombo.

De acuerdo con lo anterior, se percibe un obstáculo epistemológico con respecto al punto tres del taller, debido a que el cuadrado no está posicionado en ninguno de sus lados sino en un

vértice. Esto genera un conflicto cognitivo para los estudiantes, ya que usualmente en los libros de texto no se muestran los cuadrados de esta forma. Según Brousseau (2007) los obstáculos epistemológicos ocurren porque los alumnos tienen conocimientos previos que fueron útiles en un contexto, pero que se vuelven erróneos cuando se aplican a nuevas situaciones matemáticas. En este sentido, se destaca la importancia de reconocer este tipo de obstáculos en la planeación de las clases para abordarlos con los estudiantes y lograr un aprendizaje más profundo.

La implementación del quinto taller resulta pertinente y favoreció el desarrollo de competencias matemáticas, como la identificación de figuras, sus propiedades y sus transformaciones. También, se desarrollaron habilidades artísticas como la estética y la creatividad. Además, se logró, realizar una integración con las ciencias naturales al pedirles a los niños que describieran al animal que crearon con las piezas del juego. Cabe resaltar que el uso del tangram como recurso fue esencial para despertar el interés y la curiosidad de los estudiantes, ya que realizaron preguntas de manera constante y exhibieron los diseños que realizaban con el material.

A modo de cierre, la aplicación de estos cinco talleres permite reflexionar que el proyecto Círculos Matemáticos de la UIS (s.f.), en conjunto con el modelo 5E y la integración de áreas STEAM favoreció el desarrollo de competencias matemáticas en estudiantes de cuarto y quinto del Colegio Ecológico de Floridablanca (sede H).

En primera instancia, la implementación de estas actividades fomentó un aprendizaje constructivista, en el que fueron los protagonistas en la construcción de su conocimiento y lo aplicaron por medio de actividades interactivas y contextualizadas.

De igual manera, el uso de material concretó fue fundamental para que los estudiantes desarrollaran diferentes competencias, por medio de recursos tangibles que promovieran un

aprendizaje por medio del juego y de situaciones contextualizadas. Desde la perspectiva de Montessori (2018), el juego constituye una experiencia fundamental para el aprendizaje, ya que permite al niño explorar, manipular y construir conocimiento de manera activa. En este sentido, las actividades lúdicas favorecen la autonomía en el aprendizaje.

Por lo anterior, esta práctica social promovió el desarrollo de competencias afines con los cinco pensamientos matemáticos y áreas STEAM, como el arte y las ciencias. Al finalizar dicha aplicación, fue posible contar con un espacio en el aula de clase para la creación de una pequeña ludoteca, que contiene los materiales con los que los estudiantes trabajaron durante las aplicaciones (Figura 103). Esto busca que los estudiantes puedan utilizar los recursos para la construcción de su conocimiento y puedan llenarla con otros productos que realicen en conjunto con la docente titular en clases posteriores.

Figura 103.

Espacio de ludoteca en el aula de clase



A modo de cierre, en este análisis se reconoce, en primera instancia, la relevancia de la entrevista semiestructurada a la docente titular, lo que permitió reconocer el contexto escolar de los estudiantes y los factores que influyen en su proceso de aprendizaje de las matemáticas. Finalmente, el diseño e implementación de los talleres llevó al aula de cuarto y quinto del Colegio Ecológico de Floridablanca (sede H) actividades divertidas y rigurosas que favorecieron el desarrollo de competencias matemáticas como el razonamiento y la argumentación. Las cuales se encontraron alineadas a las fases del modelo 5E, la integración de las áreas STEAM y la aplicación de talleres bajo el proyecto de extensión Círculos Matemáticos.

6. Conclusiones

Es posible concluir que la implementación de experiencias de aprendizaje en el programa no escolarizado de Círculos Matemáticos y la creación de una ludoteca favoreció el desarrollo de competencias matemáticas en estudiantes de cuarto y quinto grado del Colegio Ecológico de Floridablanca (sede H). Lo anterior se evidencia a partir de la aplicación de cinco talleres estructurados bajo el modelo 5E, que propició la mejora de competencias matemáticas relacionadas con los cinco pensamientos. La creación de la ludoteca promovió la motivación, la curiosidad y la construcción de conocimientos matemáticos.

Los resultados obtenidos, en primera instancia, fueron posibles por medio de un reconocimiento del contexto de la comunidad estudiantil, a través de una entrevista a la docente titular de cuarto y quinto. Con esto, se identificaron las condiciones de vida de los estudiantes con respecto al poco acompañamiento escolar, los diferentes ritmos de aprendizaje y las Necesidades Educativas Especiales. Por otro lado, la implementación de talleres bajo el modelo 5E y la integración de áreas STEAM fomentó la mejora de competencias matemáticas en los estudiantes.

Esta aplicación promovió el uso de estrategias que incluyen la interdisciplinariedad con áreas como el arte, las ciencias y las matemáticas. Además, la integración de una ludoteca en el aula favoreció el uso del material concreto y el desarrollo del pensamiento matemático por medio de la exploración y el juego. Frente a esto, es posible reflexionar que las prácticas no escolarizadas del programa Círculos Matemáticos y la aplicación de talleres incentivan el desarrollo de competencias matemáticas en un contexto rural.

Este estudio contribuye al conocimiento de la enseñanza de las matemáticas, debido a que plantea una serie de talleres con un enfoque constructivista y lúdico. Lo cual, enriquece el trabajo investigativo de los Círculos Matemáticos al expandir su estrategia de actividades extracurriculares

a los grados de primaria en un contexto rural. En este sentido, esta práctica social es considerada como un aporte innovador, pertinente y contextualizado, que logra evidenciar un desarrollo de las competencias matemáticas de los estudiantes por medio del juego y la integración de áreas STEAM.

A partir del desarrollo de este estudio, quedan abiertas otras líneas de investigación que pueden implementarse en otros trabajos de esta índole. Principalmente, se espera que en futuras investigaciones el proyecto Círculos Matemáticos de la Universidad Industrial de Santander llegue a otros escenarios a nivel regional y nacional en la Educación Primaria. Por medio de esta iniciativa, se espera que estudiantes de diversas regiones de Colombia desarrollen competencias matemáticas, desde sus primeros niveles de formación.

Dentro de las limitaciones se resalta el seguimiento de instrucciones por parte de los estudiantes, puesto que en el segundo taller la actividad por fuera del aula no se pudo llevar a cabo de la manera planteada. Sumado a ello, se presentaron momentos en los que fue necesario repetir las indicaciones, para garantizar una mayor comprensión. En consecuencia, esto provocó que, en la planeación de los siguientes talleres con la estudiante de Licenciatura en Matemáticas, se crearan actividades que no implicaran un desplazamiento por fuera del aula. También, se destaca que en varias ocasiones se reprogramaron las sesiones de los talleres debido a la realización de actividades administrativas dentro de la institución, lo cual generó cambios en el plan de acción.

En términos generales, se considera relevante promover el uso de material concreto en diferentes Instituciones Educativas de carácter rural. Esto permite que los estudiantes tengan una mejora significativa con respecto al desarrollo de sus habilidades matemáticas. Finalmente, es fundamental que este proceso de aprendizaje se enfoque en los diferentes pensamientos matemáticos y no, únicamente, en la parte numérica y la resolución de problemas.

Referencias Bibliográficas

- Alsina, À. (2011). *Educación matemática en contexto: de 3 a 6 años*. ICE, Universitat de Barcelona: Horsori.
- Alsina, A., & Llach, S. (2012). La enseñanza de los sistemas externos de representación matemáticos y lingüísticos en la educación infantil. *Revista de Investigación Educativa*, 30(1), 131-144.
- Alsina, A., Cornejo-Morales, C., & Salgado, M. (2021). Argumentación en la matemática escolar infantil: Análisis de una actividad STEM usando la Situación Argumentativa en Conexión Interdisciplinar. *Avances de investigación en educación matemática: AIEM*, (20), 141-159.
- Angulo, F. (2002). *Aprender a enseñar ciencias: análisis de una propuesta para la formación inicial del profesorado de secundaria, basada en la metacognición*. Universitat Autònoma de Barcelona,.
- Batanero, C. (2001). Didáctica de la Estadística. *Granada: Universidad de Granada*.
- Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas*. Buenos Aires, Argentina: Libros del Zorzal.
<https://books.google.com.mx/books?hl=es&lr=&id=SFk8xyCht2gC&oi=fnd&pg=PA5&dq=#v=onepage&q&f=false>
- Bruner, J. (1974). *Toward a Theory of Instruction*. Harvard University Press.
- Bybee, R. W. (2015). *The BSCS 5E instructional model: Creating teachable moments*. National Science Teachers Association.
- Bybee, R. W., Taylor, J. A., Gardner, A., Van Scotter, P., Powell, J. C., Westbrook, A., & Landes, N. (2006). The BSCS 5E instructional model: Origins and effectiveness. *Colorado Springs, Co: BSCS*, 5(88-98).

- Cabeza Herrera, M. (2025). *Biodiversidad en un domo de lava: Apropiación social del conocimiento sobre el Volcán Machín Conocimiento* [Tesis de pregrado, Universidad Industrial de Santander]. Repositorio Institucional de la Universidad Industrial de Santander. <https://noesis.uis.edu.co/server/api/core/bitstreams/0a263435-9da7-4d4b-9262-de428b3454f2/content>
- Capelato, E. (2021). Círculos matemáticos: uma experiência com alunos ingressantes no ensino superior no contexto da pandemia Covid-19. *BoEM*, 9(18), 211–225. <https://doi.org/10.5965/2357724X09182021211>
- Castiblanco, A. (2002). Pensamiento variacional y tecnología computacional. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional. *Serie documentos*.
- Castro, E. D. (2001). *Didáctica de la matemática en la Educación Primaria*. Síntesis.
- Chacón Miranda, L. F. (2025). Análisis predictivo de la deserción escolar en áreas rurales de Colombia: identificación de factores de riesgo.
- Clements, D. H., & Sarama, J. (2020). *Learning and teaching early math: The learning trajectories approach*. Routledge.
- Cobb, P.; Gravemeijer, K. (2008). Experimenting to support and understand learning processes, en Kelly, A.E., Lesh, R.A. y Baek, J.Y. (eds.). *Handbook of design research methods in education. Innovations in Science, Technology, Engineering and Mathematics Learning and Teaching*, pp. 68-95. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Colegio Ecológico de Floridablanca (2026). *Manual de convivencia escolar*.
- Díaz, E., Cubides, B., Sierra, F., & Melo, É. (2024). El Acompañamiento Familiar para el Desarrollo Académico de los Estudiantes de Educación Básica Primaria en la Población Hispanohablante. *Saber Ser: Revista de eStudies Cualitativos en Educación*, 1(1), 92-105.

- Díaz, J., & Batanero M. (1991). *Azar y probabilidad: fundamentos didácticos y propuestas curriculares*. Síntesis.
- Díaz, V., & Flores del Río, G. (2022). Resolución de tipos de problemas contextualizados y análisis de errores: un estudio de casos. *Estudios pedagógicos (Valdivia)*, 48(2), 9-34.
- Duval, R., & Restrepo, M. (2017). *Semiosis y pensamiento humano: registros semióticos y aprendizajes intelectuales*. Universidad del Valle.
- Ergin, I. (2012). Constructivist approach based 5E model and usability instructional physics. *Latin-American Journal of Physics Education*, 6(1), 14-20.
- Escuela de Matemáticas de la Universidad Industrial de Santander (s.f.). Círculos Matemáticos UIS. *Universidad Industrial de Santander*. Recuperado el 25 de noviembre del 2025 de http://matematicas.uis.edu.co/?q=circuitos_principal
- Esteban Moreno, S. (2025). *Identidad cultural en la cumbre del Machín: Un experimento de enseñanza interdisciplinar como estrategia de apropiación social del conocimiento* [Tesis de pregrado, Universidad Industrial de Santander]. Repositorio Institucional de la Universidad Industrial de Santander. <https://noesis.uis.edu.co/server/api/core/bitstreams/b62be376-90ec-4186-8cfa-a8a64e32e974/content>
- Fernández, L. M. D. (2023). Una Aproximación al Estado del arte del Pensamiento Variacional en Primeros Grados de Escolaridad. *Ciencia Latina: Revista Multidisciplinar*, 7(6), 33.
- Ferreiro, E., & Teberosky, A. (1991). *Los sistemas de escritura en el desarrollo del niño*. Siglo XXI.
- Fuson, K. C. (2006). Research on whole number addition and subtraction.

- García I Grau, F., Valls, C., Piqué, N., & Ruiz-Martín, H. (2021). The long-term effects of introducing the 5E model of instruction on students' conceptual learning. *International Journal of Science Education*, 43(9), 1441-1458.
- Gardner, H., & Nogués, M. T. M. (1995). *Inteligencias múltiples: la teoría en la práctica* (Vol. 29). Barcelona: Paidós.
- Giordan, A., & De Vecchi, G. (1995). *Los orígenes del saber: de las concepciones personales a los conceptos científicos*. Diada.
- Godino, J. (2004). *Didáctica de la matemática para maestros. Manual para el estudiante*.
- Gutiérrez, A., & Díaz, J. (1991). *Area de conocimiento: didáctica de la matemática; J. Díaz Godino...[et al.]*. Síntesis.
- Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, M. (2014). *Metodología de la investigación*. Ediciones McGraw Hill.
https://apiperiodico.jalisco.gob.mx/api/sites/periodicooficial.jalisco.gob.mx/files/metodologia_de_la_investigacion_-_roberto_hernandez_sampieri.pdf
- ICFES. (2018). Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos (PISA). Informe nacional de resultados para Colombia 2022.
- Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación (ICFES). (2023). Informe nacional de resultados de las pruebas Saber 3°, 5° y 9°. Aplicación 2023.
- Jaramillo, D., Valbuena, S., & Berrio, J. (2025). El modelo de las 5E y tecnología interactiva para el estudio de sistemas de ecuaciones lineales. *South Florida Journal of Development*, 6(3).
- Le Boulch, J. (1995). *El desarrollo psicomotor desde el nacimiento hasta los 6 años*. Paidós Ibérica.

- López, A., Olivares, N., & Olivares, N. (2020). Uso de la técnica Origami para generar procesos de comprensión y divulgación matemática. *Revista Internacional de Investigación Educativa*, 3(7).
- Maya Martínez, R. L. (2023) Incidencia del ciclo de aprendizaje basado en el modelo de las 5e como estrategia en el desarrollo del pensamiento numérico variacional asociado a la noción de derivada, en estudiantes de grado 11 del colegio La Salle Montería.
- Mendoza Serrano, J. (2025). *El volcán Cerro Machín como potencia económica regional: Un experimento de enseñanza STEM para la apropiación Social del Conocimiento* [Tesis de pregrado, Universidad Industrial de Santander]. Repositorio Institucional de la Universidad Industrial de Santander. <https://noesis.uis.edu.co/server/api/core/bitstreams/971c6c1f-ce55-4858-87ca-9073ba1ec78b/content>
- Ministerio de Educación Nacional (07 de febrero de 2017). *Extraedad*. MinEducación. <https://www.mineduccion.gov.co/portal/secciones/Glosario/82787:EXTRAEDAD>
- Ministerio de Educación Nacional (2018). Reporte de la Excelencia. Informe del Índice Sintético de Calidad Educativa (ISCE) del Colegio Ecológico de Floridablanca. https://diae.mineduccion.gov.co/dia_e/siempre_diae/documentos/2018/268276000201.pdf
- Ministerio de Educación Nacional (2020). Plan Especial de Educación Rural. Planes Nacionales Sectoriales. https://www.mineduccion.gov.co/1780/articles-404773_Recurso_01.pdf
- Ministerio de Educación Nacional (s.f.). Quiero ser, quiero saber. *MEN*.
- Ministerio de Educación Nacional. (1998). Lineamientos curriculares de Matemáticas. https://www.mineduccion.gov.co/1621/articles-89869_archivo_pdf9.pdf

- Ministerio de Educación Nacional. (2006). Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas. Bogotá: MEN.
https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-340021_recurso_1.pdf
- Montes, F., & Frausto, M. (2021). Origami, estrategia didáctica para mejorar la enseñanza de la geometría. *Revista de investigación científica y tecnológica*, 5(1), 4-18.
- Montessori, M. (2018). El método Montessori.
- Morgan, C. (2005). Word, definitions and concepts in discourses of mathematics, teaching and learning. *Language and education*, 19(2), 102-116.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. NCTM.
- Piaget, J. (1924). *Le jugement et le raisonnement chez l'enfant, avec la collaboration de Mlles E. Cartalis, E. Escher, U. Hanhart, L. Hahnloser, O. Matthes, S. Perret et M. Roud. Delachaux & Niestlé sa.*
- Piaget, J. (1970). Inteligencia y adaptación biológica. *Los procesos de adaptación*, 1(1), 69-84.
- Piaget, J., & Inhelder, B. (1973). Génesis de las estructuras lógicas elementales: clasificaciones y seriaciones.
- Piaget, J., & Inhelder, B. (1975). El origen de la idea de azar en el niño.
- Piaget, J., & Inhelder, B. (2016). *Psicología del niño (ed. renovada)*. Ediciones Morata.
- Polanin, J. R., Austin, M., Taylor, J. A., Steingut, R. R., Rodgers, M. A., & Williams, R. (2024). Effects of the 5E instructional model: A systematic review and meta-analysis. *AERA Open*, 10.
- Polya, G., & Zugazagoitia, J. (1965). Cómo plantear y resolver problemas (Vol. 215). México: Trillas.

- Pugalee, D. K. (2001). Writing, mathematics, and metacognition: Looking for connections through students' work in mathematical problem solving. *School science and mathematics*, 101(5), 236-245.
- Ranjan, S., & Padmanabhan, J. (2018). 5E approach of constructivist on achievement in mathematics at upper primary level. *Educational Quest*, 9(3), 239-245.
- Rico, L. (1997). La educación matemática en la enseñanza secundaria.
- Rodríguez Gómez, W. F., Rodríguez Gómez, E. Y., & Gómez-González, J. E. (2024). Brecha del rendimiento académico entre estudiantes rurales y urbanos en Colombia. *Desarrollo Y Sociedad*, 97(97), 59-75. <https://doi.org/10.13043/DYS.97.3>
- Romberg, T. A. (1991). Características problemáticas del currículo escolar de matemáticas.
- Rubio, J. & Perez, D. (2024). El origami como herramienta gamificada en los procesos de enseñanza aprendizaje de la geometría en estudiantes de octavo grado en la Institución Educativa Indígena San Juan Bosco, Leticia, Amazonas.
- Ruiz-Martín, H., & Bybee, R. W. (2022). The cognitive principles of learning underlying the 5E Model of Instruction. *International Journal of STEM Education*, 9(1), 21.
- Sancha, I., & Broitman, C. (2020). La transformación de conocimientos matemáticos en situaciones de escritura ligadas al proceso de institucionalización. *Educación matemática*, 32(1), 11-37.
- Sanmarti, N. (2002). Didáctica de las ciencias en la educación secundaria obligatoria.
- Senan, D. C. (2013). Infusing BSCS 5E instructional model with multimedia: A promising approach to develop 21st century skills. *Journal on School Educational Technology*, 9(2), 1-7.
- Solé, I. (1992). Estrategias de comprensión de la lectura. *Cuadernos de pedagogía*, 216(3), 25-27.

- Steffe, L. y Thompson, P.W. (2000). Teaching experiment methodology: underlying principles and essential elements. En A.E. Kelly y R.A. Lesh (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education* (pp. 267-306). Mahwah: NJ: LAE.
- Vargas, G., & Gamboa, R. (2013). El modelo de Van Hiele y la enseñanza de la geometría. *Uniciencia*, 27(1), 74-94.
- Vergnaud, G. (1990). La teoría de los campos conceptuales. *Recherches en didactique des mathématiques*, 10(2), 3.
- Vergnaud, G. (1994). El niño, las matemáticas y la realidad. Armando Editore.
- Vygotsky, L. (1979). Los procesos psicológicos superiores. *Barcelona, Casanova*.
- Zapata, W., Merino, F., Moreno, E., Moposita, A., & Escobar, V. (2024). Metodologías Activas para Impulsar el Proceso Enseñanza-Aprendizaje. Otros Horizontes, Otros Desafíos. *Ciencia Latina: Revista Multidisciplinar*, 8(3), 2433-2456.
- Zuleta, A. F. S., López, V. L. U., & Acosta, A. M. (2025, abril). Círculos Matemáticos, una visión de aprendizaje experiencial para la comprensión y motivación de las matemáticas. En *Congreso de Educación Matemática de América Central y El Caribe*.

Apéndices

Apéndice A. Asentimiento informado

¡ASENTIMIENTO POR PARTE DEL NIÑO/A!

Por favor lee y firma la siguiente carta si deseas participar en esta aventura

¡Hola, futuro explorador/a!

Te invitamos a:

"Constructores de futuro: ludoteca de Círculos Matemáticos"
en el Colegio Ecológico de Floridablanca (sede H, Los Cauchos)"

Explorar **Crear** **Jugar y aprender!**

Laura y Angy te acompañarán en esta aventura

✓ No hay respuestas buenas o malas ¡Diviértete!

🤖 Tus respuestas serán secretas.

✓ Puedes decir "No quiero seguir" y está bien. ¡Sin problema!

Marca tu decisión:

☐ Sí quiero ser parte de esta aventura

☐ No quiero participar por esta vez

nombre: _____

Nota. Diseño realizado con apoyo de ChatGPT IA

Apéndice B. Consentimiento informado a padres de familia



CONSENTIMIENTO INFORMADO PARA PADRES

Título del proyecto: Constructores de futuro: ludoteca de Círculos Matemáticos en el Colegio Ecológico de Floridablanca (sede H)

Floridablanca, fecha
Señor/a padre/madre de familia:

Su hijo/hija ha sido seleccionado para participar en el proyecto de trabajo de grado de las estudiantes de Licenciatura en Educación Básica Primaria de la Universidad Industrial de Santander (UIS).

Este documento explica todos los aspectos del proyecto: su propósito, los procedimientos que se van a realizar, los riesgos de los procedimientos y los posibles beneficios. Una vez usted comprenda de que se trata el estudio, se le va a preguntar si usted quiere que su hijo/hija participe, si es así se le pedirá que firme esta autorización. Después de obtener su autorización, también le preguntaremos a su hijo/hija si él o ella está de acuerdo en participar, si es así se le pedirá también que firme una autorización.

Propósito: Reflexionar y analizar las actividades que se desarrollan en el programa de La UIS Círculos Matemáticos, el cual propone experiencias diferentes a las clases tradicionales de matemáticas, a través de estrategias dinámicas que buscan fortalecer las habilidades matemáticas de los estudiantes de Educación Básica Primaria del Colegio Ecológico de Floridablanca (sede H).

Procedimientos del proyecto: se realizará un taller diagnóstico de aproximadamente 1 hora y 5 talleres experienciales de aproximadamente 2 horas, los cuales implementan el modelo SE (Explorar, Explicar, Elaborar, Evaluar y Extender) y la integración de áreas STEAM (Ciencia, Tecnología, Ingeniería, Arte y Matemáticas) todos los talleres se realizarán una vez por semana. Cabe resaltar que la intención no es evaluar ni calificar a los niños, sino comprender cómo estas propuestas favorecen el desarrollo de habilidades

Riesgos del estudio: el riesgo de este estudio es mínimo para usted ó para su hijo/hija.

Beneficios del estudio: la participación de su hijo/hija en este estudio puede favorecer el fortalecimiento del pensamiento matemático, específicamente en habilidades como el razonamiento matemático y la resolución de problemas.

Costo para usted: Ninguno.

Confidencialidad: Toda la información recolectada se utilizará con fines de investigación. El

1



nombre de su hijo/hija no será usado en ningún tipo de publicaciones. En todos los archivos del estudio su hijo/hija será identificado con un número y el nombre será conocido solamente por las investigadoras y docente asesor del proyecto. Ni su nombre ni el de su hijo/hija serán usados en publicaciones. Este procedimiento cumple con lo establecido en las normas vigentes en Colombia sobre protección de datos personales.

La participación es voluntaria: La participación en el estudio es completamente voluntaria. Si usted o su hijo/hija no desean participar o desean retirarse después de comenzar el estudio, esto no afectará la relación suya y de su hijo con los investigadores y las instituciones educativas ahora o en el futuro.

Preguntas: Por favor no dude en preguntarnos si tiene alguna duda. Si usted o su hijo/hija tienen preguntas adicionales acerca del estudio pueden contactar el correo de la investigadora Laura Marcela Quiñones Díaz laura2211767@correo.uis.edu.co

Consentimiento:
 Mi hijo/hija y yo hemos discutido esto con un miembro del equipo de investigación para mi satisfacción. Mi hijo/hija y yo entendemos que nuestra participación es voluntaria. He leído este documento y permito a mi hijo/hija ingresar a este estudio de investigación. La firma de este documento no me despoja de mis derechos legales. Voy a recibir una copia de este documento. A continuación, señalo las acciones con las que estoy de acuerdo.

☐ Acepto que mi hijo/hija participe en este proyecto.

☐ Autorizo la toma de fotografías y/o registros audiovisuales de mi hijo(a) durante el desarrollo de las actividades del proyecto

☐ Autorizo el uso de estas imágenes únicamente con fines académicos e investigativos, en el trabajo de grado y en presentaciones relacionadas con el mismo.

Nombres y apellido del estudiante

Nombres y apellidos del acudiente

Firma del participante

CC

Firma del investigador

Laura Marcela Quiñones Díaz

CC 1063946119

Firma del investigador

Angy Juliana Pineda Torres

CC 1033096840

2

Apéndice C. Consentimiento informado a profesora

 CONSENTIMIENTO INFORMADO PARA ENTREVISTA Título de la Investigación: Constructores de futuro: ludoteca de Círculos Matemáticos en el Colegio Ecológico de Floridablanca (sede H) Nombre y correo de los investigadores: Angy Juliana Pineda Torres (angy2211062@correo.uis.edu.co) Laura Marcela Quiñones Díaz (laura2211767@correo.uis.edu.co) Directora de Trabajo de Grado: Jenny Patricia Acevedo-Rincón Nombre de la persona que participará en la Investigación: _____ Fecha: _____ Estimado(a) participante, El propósito de este consentimiento informado es proveer a los participantes de este estudio una clara explicación de la naturaleza de esta, así como el rol que desempeña en esta. Este informe, se desarrolla en el marco de trabajo de grado de la Licenciatura en Educación Básica Primaria de la Facultad Ciencias Humanas de la Universidad Industrial de Santander. La presente práctica social es realizada por las estudiantes Angy Juliana Pineda Torres y Laura Marcela Quiñones Díaz, y es asesorada la docente Jenny Patricia Acevedo Rincón de la misma institución. El objetivo de este estudio es reflexionar sobre las prácticas no escolarizadas del programa de extensión Círculos Matemáticos centradas en el desarrollo del pensamiento matemático a través de propuestas relacionadas con el modelo 5E y la integración de áreas STEAM para el desarrollo de habilidades matemáticas en estudiantes de Educación Básica primaria del Colegio Ecológico de Floridablanca (sede H). La investigación se ha venido realizando desde diciembre del 2025 y finalizará en septiembre del 2026. En esta entrevista pretendemos recoger información sobre las condiciones de vida, intereses y niveles de aprendizaje de los estudiantes en la asignatura de Matemáticas. Con esta información desarrollaremos una caracterización que nos permitirá estudiar el contexto. La entrevista consiste en una serie de preguntas definidas, no obstante, durante su desarrollo podrán formularse preguntas adicionales con el fin de profundizar o aclarar la información proporcionada. Esto tomará aproximadamente 30 minutos de su tiempo. Los datos que usted proporcione en esta entrevista estarán anonimizados y almacenados en medios digitales seguros, a estos datos solo tendrán acceso las investigadoras y la docente asesora del proyecto. No se divulgarán datos individuales que permitan su identificación. Las respuestas podrán ser utilizadas de forma anónima en el documento final del trabajo de grado, sobre dicho trabajo la comunidad de la Universidad Industrial de Santander tendrá acceso por medio de la biblioteca virtual de la Universidad. Si usted decide participar en este estudio, existe el riesgo de que se sienta incómodo por alguna pregunta. Sin embargo, tenga presente que tomamos todas las precauciones necesarias para minimizar al máximo los riesgos asociados y que durante todo momento se va a respetar su bienestar, reconocimiento, dignidad e integridad corporal con la finalidad de que no sufra ningún daño físico o psicológico.	 Su participación en este estudio es completamente voluntaria y no tiene ningún costo o compensación económica. Asimismo, puede interrumpir su participación en cualquier momento sin penalización. Si desea interrumpir la investigación, no se utilizará la información recopilada. Agradecemos su participación en el estudio y le solicitamos, si tiene preguntas o comentarios, contactar a Laura Marcela Quiñones Díaz por medio del correo laura2211767@correo.uis.edu.co. Por favor, firme este documento en caso de estar de acuerdo con este consentimiento informado y con participar voluntariamente en el estudio. Al firmar también, también verifica que entiende toda la información de este formulario y que el investigador ha respondido a todas y cada una de las preguntas que le surgieron sobre este estudio. Sus respuestas serán completamente anónimas y no serán asociadas con la firma/nombre de este documento. AUDIO/VIDEO/FOTOGRAFÍA: ☐ Acepto ser grabado en audio y video o fotografiado durante el estudio de investigación. ☐ Acepto que la grabación de audio y la grabación de video o la foto se pueden usar en publicaciones o presentaciones. <table style="width: 100%; margin-top: 20px;"> <tr> <td style="width: 33%; vertical-align: top;"> _____ Firma del participante Nombre: CC: </td> <td style="width: 33%; vertical-align: top;"> _____ Firma del investigador Angy Juliana Pineda Torres CC 1033096840 </td> <td style="width: 33%; vertical-align: top;"> _____ Firma del investigador Laura Marcela Quiñones Díaz CC 1063946119 </td> </tr> </table>	_____ Firma del participante Nombre: CC:	_____ Firma del investigador Angy Juliana Pineda Torres CC 1033096840	_____ Firma del investigador Laura Marcela Quiñones Díaz CC 1063946119
_____ Firma del participante Nombre: CC:	_____ Firma del investigador Angy Juliana Pineda Torres CC 1033096840	_____ Firma del investigador Laura Marcela Quiñones Díaz CC 1063946119		

Apéndice D. Taller 1: Descubriendo el poder del valor posicional



TALLER N° 1



DESCUBRIENDO EL PODER DEL VALOR POSICIONAL

Docentes: Angy Juliana Pineda Torres - Laura Marcela Quiñones Díaz

Mi nombre es: _____



¿Cuánto cuesta mi compra?



\$0.50

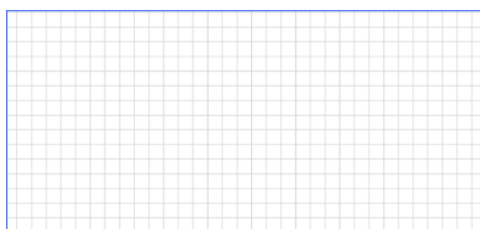


\$0.05



\$5.0

¿Cuál número es más grande? ¿El que tiene más ceros o el que tiene menos? ¿Por qué?



Entre más ceros haya entre la coma y el número final, más pequeña es la cantidad

- $0,008 > 0,0008$

VALOR POSICIONAL

- $0,8$ → el número 8 se ubica en las **décimas**.
- $0,08$ → el número 8 se ubica en las **centésimas**.
- $0,008$ → el número 8 se ubica en las **milésimas**.
- $0,0008$ → el número 8 se ubica en las **diezmilésimas**.



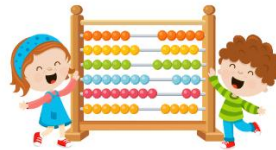
De acuerdo con los lanzamientos de los dados, ubica cada número según su posición

1er Lanzamiento	→	0,					
2do Lanzamiento	→	0,					
3er Lanzamiento	→	0,					
4to Lanzamiento	→	0,					
5to Lanzamiento	→	0,					





--	--	--

[illegible]



TALLER N° 1

DESCUBRIENDO EL PODER DEL VALOR POSICIONAL

Docentes: Angy Juliana Pineda Torres - Laura Marcela Quiñones Díaz

Mi nombre es: _____



¿Cuánto cuesta mi compra?



\$0.50

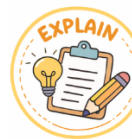
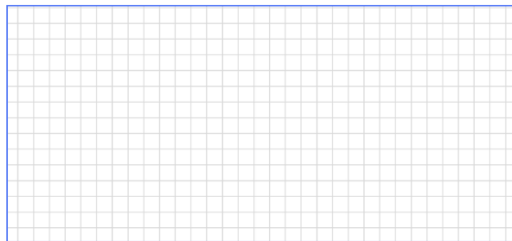


\$0.05



\$5.0

¿Cuál número es más grande? ¿El que tiene más ceros o el que tiene menos? ¿Por qué?



Entre más ceros haya entre la coma y el número final, más pequeña es la cantidad

- $0,008 > 0,0008$

VALOR POSICIONAL

- $0,8$ —————→ el número 8 se ubica en las **décimas**.
- $0,08$ —————→ el número 8 se ubica en las **centésimas**.
- $0,008$ —————→ el número 8 se ubica en las **milésimas**.
- $0,0008$ —————→ el número 8 se ubica en las **diezmilésimas**.



De acuerdo con los lanzamientos de los dados, ubica cada número según su posición

1er Lanzamiento —————→ 0,

--	--	--	--	--	--

2do Lanzamiento —————→ 0,

--	--	--	--	--	--

3er Lanzamiento —————→ 0,

--	--	--	--	--	--

4to Lanzamiento —————→ 0,

--	--	--	--	--	--

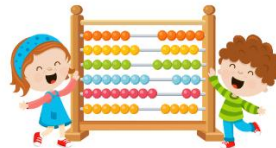
5to Lanzamiento —————→ 0,

--	--	--	--	--	--





--	--	--



Apéndice E. Taller 2: Pilotos matemáticos: El Gran Desafío del Vuelo.**TALLER N° 2****PILOTOS MATEMÁTICOS: EL GRAN DESAFÍO DEL VUELO**

Docentes: Angy Juliana Pineda Torres - Laura Marcela Quiñones Díaz

Mi nombre es: _____



Realiza dos aviones de papel siguiendo las instrucciones de la profesora y ponles un nombre

• **Avión A:** _____

• **Avión B:** _____

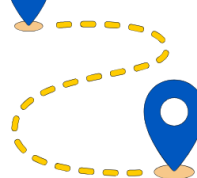


Sigue los siguientes pasos para medir la distancia del vuelo de tu avión

- 1** Ubícate detrás de la línea de salida.
- 2** Lanza tu Avión A.
- 3** Antes de medir, observa dónde cayó y escribe tu estimación en pies.
- Ahora mide la distancia desde la línea de salida hasta donde cayó el avión,
- 4** caminando con tus pies pegados uno delante del otro.
- 5** Anota la medida real.
- 6** Repite este proceso con tu Avión B.

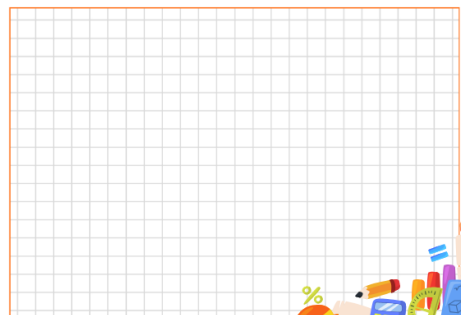
7 Completa la tabla

	Estimación	Medición real (pies)
Avión A		
Avión B		





- Escribe el procedimiento que usaste para hallar la diferencia





Parte 2 : Resolución de problemas

Si un estudiante con un pie grande dice que su avión voló 30 pies, y otro estudiante con un pie pequeño también dice que su avión voló 30 pies, ¿recorrieron exactamente la misma distancia?
Explica por qué:

Marca tu respuesta:

Sí _____

No _____

Ahora pensemos en una medida estándar. Si tu pie mide 20 cm y tu avión voló 30 pies, completa:

$30 \times 20 =$ _____ cm



En una competencia, el avión azul recorrió 48 pies y el avión rojo recorrió 32 pies.



¿Cuál avión llegó más lejos? _____

¿Cuántos pies de diferencia hay entre los dos vuelos? _____

Escribe la operación:



Ahora imagina esto:

- El avión rojo fue medido con un pie de 30 cm.
- El avión azul fue medido con un pie de 15 cm.

Completa:

El avión rojo voló _____ cm.

El avión azul voló _____ cm.



¿Cuál avión recorrió más centímetros?

¿Qué aprendemos sobre medir con los pies?



Apéndice F. Taller 3: Domando el caos



TALLER N° 3

DOMANDO EL CAOS

Docentes: Angy Juliana Pineda Torres - Laura Marcela Quiñones Díaz

Mi nombre es: _____



LLUVIA DE AZAR



- 1 Júntate con un compañero. Tomen una baraja completa.
- 2 Uno será el equipo corazón/diamante rojo y el otro equipo pica/trébol negro.
- 3 Pongan la baraja boca abajo. Por turnos, cada uno voltea una carta.
- 4 Si la carta es del color de tu equipo, te la quedas, si no, se va a un montón de descarte.
- 5 Jueguen hasta que se acabe la baraja. Después, cuenten sus cartas, quien tenga más cartas gana.
- 6 Responde: ¿Pudiste hacer algo para controlar qué carta salía? ¿fue justo el resultado?

De manera individual. Mezcla muy bien la baraja y ponla boca abajo. Saca la carta de arriba. ¿Es un número o una letra? Registra los datos con palitos en la fila correcta de la siguiente tabla.



Devuelve la carta en la baraja y mezcla de nuevo. Repite este proceso **30 veces**.

Al terminar, cuenta los palitos y escribe el total. Observa tus datos. ¿Qué descubriste?
¿Hay algún tipo de carta que aparezca más a menudo?

TIPO DE CARTA	CONTEO	TOTAL
CARTA CON NÚMERO		
CARTA CON LETRA		





El mapa del caos



Grafica así:

- 1 En el eje horizontal, escribe las categorías "números" y "letras".

En el eje vertical, haz una escala de números que llegue hasta el número más alto que obtuviste (la escala puede ser de 2 en 2, 3 en 3, 5 en 5, etc).

- 2
- 3 Dibuja una barra sobre "números" que llegue tan alto como el total que contaste. Realiza el mismo procedimiento para "letras".

- 4 ¿Por qué crees que es más probable sacar una carta con número?

Conceptos clave

Azar: es la condición de aquellos eventos cuyos resultados no se pueden determinar de antemano, pues dependen puramente de la suerte o la casualidad.

Casos totales: es el número de todos los resultados posibles que pueden ocurrir en un experimento o situación determinada.

Casos favorables: Es el número de resultados específicos que cumplen con la condición de que nos interesa o que estamos tratando de calcular.

Azar: No saber qué número saldrá.

Casos totales: 6 (puede salir 1, 2, 3, 4, 5 o 6).

Casos favorables: (si quiero que salga par): (el 2, el 4 y el 6).





Resuelve el siguiente reto:

Tienes 10 fichas de dinero y tienes cuatro opciones para invertir antes de sacar una carta.

- **Opción A:** Saldrá una carta roja.
- **Opción B:** Saldrá una carta de trébol.
- **Opción C:** Saldrá una carta con el número
- **Opción D:** Saldrá una carta con la letra A.

Distribuye tus 10 fichas en las 4 opciones como tu quieras. Puedes poner todas en una sola, o repartirlas.

Escribe a continuación el por qué pusiste más fichas en unas opciones que en otras. Usa palabras como “**más probable**”, “**menos probable**” o “**igual de probable**”.

Carta	
A	
B	
C	
D	



Estás en un concurso. Para ganar el gran premio, necesitas sacar una carta con letra (A, J, Q o K) en un solo intento. Te dan a elegir entre dos mazos.

- **Mazo 1:** Tiene 10 cartas en total. Son: J, Q, K, A, 2, 3, 4, 5, 6, 7.

- **Mazo 2:** Tiene 10 cartas en total. Son: J, J, J, J, 2, 2, 2, 8, K, 8.



Responde:

1. Calcula: **¿Cuántas cartas con letras hay en el Mazo 1 y en el Mazo 2?**

2. Si tuvieras que elegir un mazo para sacar la carta, **¿cuál elegirías para tener la mayor probabilidad de ganar?**

3. **Justifica tu respuesta:** Explica con claridad por qué un mazo te da una mejor oportunidad que el otro. Usa lo que aprendiste sobre frecuencia y probabilidad.



Apéndice G. Taller 4: Mentes en movimiento



TALLER N° 4

MENTES EN MOVIMIENTO

Docentes: Angy Juliana Pineda Torres - Laura Marcela Quiñones Díaz

Mi nombre es: _____ Grado: _____



¡Convértete en un estratega del juego de Damas!

- 1 Las profesoras te van a explicar cómo se juegan las damas, presta atención y a continuación jugarás una partida con uno de tus compañeros
- 2 Sólo piensa en atacar.
- 3 Cuando consigas tres fichas de tu oponente alza la paleta que tiene la palabra "listo".
- 4 Responde la pregunta

Cada vez que capturas una ficha, ¿qué pasa con la cantidad total de fichas en el tablero?



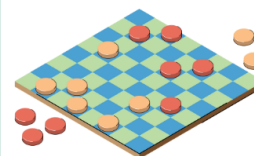
Juega cinco rondas con tu compañero y registra los datos que te pide la siguiente tabla



Cada ronda consta de una jugada tuya y una del rival, es decir, que ambos jugadores hayan hecho su movimiento.



# Ronda	Cantidad de mis fichas al final de la ronda	Cantidad de las fichas del rival al final de la ronda
1		
2		
3		
4		
5		





Después de jugar las cinco rondas, observa la tabla y responde las siguientes preguntas

1. ¿Los números de las columnas presentaron cambios? ¿cómo cambiaron?

2. Si notas que los números cambiaron, ¿qué acción en el juego hacía que los números bajaran rápidamente?



Conceptos clave

Lo que estás haciendo nos sirve para desarrollar el **pensamiento variacional**. Es simplemente entender cómo el **cambio** en una cosa provoca un cambio en otra.

En su juego, tenían dos variables. Una **variable** es algo que puede cambiar de valor.

- El "Número de ronda" fue una variable. Aumentaba de 1 en 1.
- Las "Fichas más al final de la ronda" fueron otra variable. Su valor disminuyó o se mantuvo.

Ejemplo: Si en la jugada 3 tenías 12 fichas y en la jugada 4 tenías 11 fichas, es porque la variable "ronda" cambió, y una acción en el juego hizo que la variable "fichas" también cambiara. Analizar esa relación es ser un **estratega variacional**.



Presta atención a la siguiente jugada



Ahora, construye esta jugada en el tablero y juega con tu compañero hasta que uno de los dos gane y escribe la estrategia que utilizaste para ganar





1. Identifica en el juego de la imagen cuál es el movimiento seguro y el movimiento de captura

2. Analiza cada posible movimiento por separado y responde las preguntas



1. Jugada A (movimiento seguro).

- Describe qué sucede cuando haces el movimiento seguro

- ¿Qué movimientos tendrías que hacer después para ganar?

2. Jugada B (movimiento de captura).

- Describe qué sucede cuando haces el movimiento de captura

- ¿Qué movimientos tendrías que hacer después para ganar?

- ¿Qué jugadas elegirías entre movimiento de captura o movimiento seguro? Justifica tu respuesta.



Apéndice H. Taller 5: Nuestro zoológico geométrico.**TALLER N° 5****NUESTRO ZOOLOGICO GEOMÉTRICO**

Docentes: Angy Juliana Pineda Torres - Laura Marcela Quiñones Díaz

Mi nombre es: _____ Grado: _____



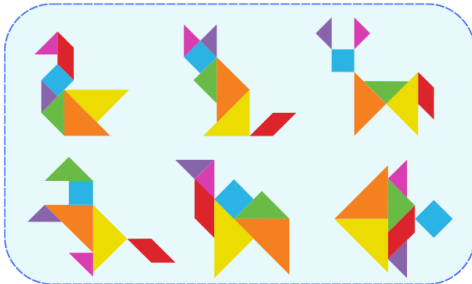
1. Explora el material que te da el profesor y haz la forma que quieras usando todas las piezas



2. Utiliza el tangram para construir tu animal favorito. Cuando lo logres, pega tu resultado en el siguiente espacio:

3 Escribe todas las figuras geométricas que reconoces en tu tangram





4. Observa los animales de la imagen de la izquierda
5. Elige un animal distinto al de tu compañero de mesa y constrúyelo con tu tangram.
6. Pega el animal que construiste en el espacio de abajo y escribe algunas características como por ejemplo, dónde vive y qué tipo de animal es



Clasifica los triángulos que te entrega tu profesora y pégalos en los espacios correspondientes.

Pareja de triángulos semejantes	Pareja de triángulos congruentes





FIGURAS PLANAS

Se dividen en

Círculos



Las figuras del tangram tienen características especiales como lados, vértices y ángulos.



Polígonos

como

Triángulos



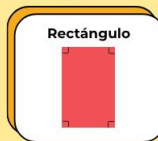
como

Cuadriláteros

Cuadrado



Rectángulo



Romboide



Trapecio



Clasificación de los Triángulos según sus lados y ángulos

Equilátero



3 lados iguales

Isósceles



2 lados iguales

Escaleno



ningún lado igual

Acutángulo



3 ángulos agudos (menores de 90°)

Rectángulo



1 ángulo recto (de 90°)

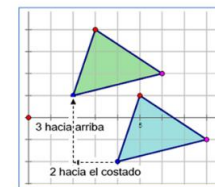
Obtusángulo



1 ángulo obtuso (mayor de 90°)

FIGURAS CONGRUENTES

Tienen la misma forma y el mismo tamaño. Pueden cambiar de posición en el plano, pero siguen siendo idénticas. Se pueden trasladar en el plano cartesiano.



FIGURAS SEMEJANTES

Tienen la misma forma, pero cambian de tamaño (se llama proyección).

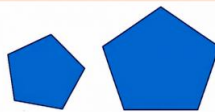
✓ Misma forma
✓ Mismos ángulos
Medidas proporcionales



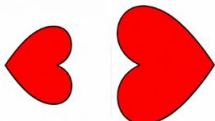


1. Observa las siguientes parejas de figuras y escribe en el recuadro de cada pareja si son congruentes o semejantes.





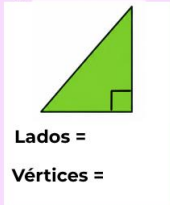




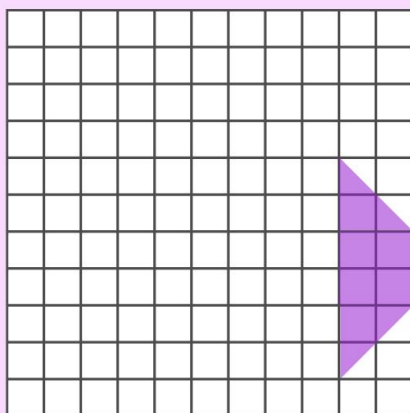
2. Toma los dos triángulos pequeños de tu tangram y ponlo uno encima del otro de tal manera que formen un cuadrado.

3. ¿Estos triángulos siguen siendo congruentes a pesar de que están en distinta posición? Justifica tu respuesta.

1. Cuenta y escribe el número de lados y vértices que tiene cada figura.



2. Dibuja en el plano una figura que sea congruente al trapecio.



3. Traslada el cuadrado de tal manera que sea el doble de grande

