

ANÁLISIS DE LAS TENDENCIAS DEL CLIMA EN EL DEPARTAMENTO DE
SANTANDER

NAZLY CATERINE FLOREZ LIZARAZO

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD FISICO-MECANICA
ESCUELA DE INGENIERÍA CIVIL
BUCARAMANGA

2011

ANÁLISIS DE LAS TENDENCIAS DEL CLIMA EN EL DEPARTAMENTO DE
SANTANDER

NAZLY CATERINE FLOREZ LIZARAZO

Tesis de grado modalidad de investigación como requisito para optar
al título de Ingeniero Civil

Director:

Ph.D. LUIS FERNANDO SALAZAR VELASQUEZ

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD FISICO-MECANICA
ESCUELA DE INGENIERÍA CIVIL
BUCARAMANGA

2011

DEDICATORIA

Dedico este proyecto a mis padres, quienes me brindaron el apoyo necesario para cumplir mi sueño de ser una profesional, acompañándome paso a paso en el camino del aprendizaje de una vida llena de éxitos adquiridos. A mi hijo Alejandro el mejor regalo que Dios me ha dado. Motor de mi vida, a quien amo, y por quien luchare siempre. Y definitivamente a Dios quien fue mi guía en todo el proceso, quien me abrió las puertas para ser la persona que hoy soy, permitiéndome culminar la meta propuesta de ser una Ingeniera Civil. Y a todas las personas que con su cariño me ayudaron a sobrellevar los obstáculos presentados, que me hicieron más fuerte.

Cáterin.

AGRADECIMIENTOS

Agradezco a la Universidad Industrial de Santander por la formación brindada durante todo este proceso, y a todos los docentes que hacen parte de esta, quienes cuentan con un perfil educativo de alta calidad, y gracias a esto salimos con un nivel educativo reconocido a nivel mundial.

Doy especial reconocimiento al trabajo, esfuerzo y dedicación de mi director de proyecto Ing. LUIS FERNANDO SALAZAR quien en su labor docente realizó un acompañamiento exhaustivo durante el tiempo de ejecución del proyecto.

TABLA DE CONTENIDO

| | |
|--|-----------|
| TABLA DE CONTENIDO | 7 |
| 1. INFORMACION HIDROCLIMATICA DISPONIBLE | 16 |
| 2. MARCO TEORICO Y METODOLOGIA | 19 |
| 3. MÉTODOS EMPLEADOS PARA EL ANÁLISIS DE HOMOGENEIDAD | 23 |
| 3.1 CAMBIO EN LA MEDIA | 23 |
| 3.1.1 Pruebas que requieren punto de cambio | 23 |
| 3.1.1.1 Prueba T simple | 23 |
| 3.1.1.2 Prueba T modificada | 25 |
| 3.1.1.3 Prueba de U Mann-Whitney | 28 |
| 3.1.1.4 Prueba de Signo | 30 |
| 3.1.2 Pruebas que no requieren punto de cambio | 31 |
| 3.1.2.1 Prueba de Sumas Acumuladas | 31 |
| 3.1.2.2 Prueba de Homogeneidad de Abbe | 32 |
| 3.1.2.3 Prueba de Petit | 33 |
| 3.2 TENDENCIA EN LA MEDIA | 34 |
| 3.2.1 Prueba T para la detección de tendencias lineales | 35 |
| 3.3 CAMBIO EN LA VARIANZA | 37 |
| 3.3.1 Prueba F modificada | 37 |
| 3.3.2 Prueba de Bartlett | 39 |
| 3.4 INDEPENDENCIA | 41 |
| 3.4.1 Prueba de Corridas | 41 |
| 3.4.2 Prueba de Spearman | 42 |
| 3.4.3 Prueba de Anderson | 43 |
| 3.4.4 Prueba del Punto Cambiante | 44 |
| 4. ANALISIS DE RESULTADOS DE HOMOGENEIDAD | 46 |
| 5. CONCLUSIONES | 63 |

LISTADO DE TABLAS.

| | |
|--|----|
| <i>Tabla 1. Descripción estaciones de medición de precipitación de Santander</i> | 17 |
| <i>Tabla 2. Descripción estaciones de medición de temperatura de Santander</i> | 18 |
| <i>Tabla 3. Análisis de las pruebas de homogeneidad para Tona</i> | 48 |
| <i>Tabla 4. Análisis de las pruebas de homogeneidad para UIS</i> | 49 |
| <i>Tabla 5. Análisis de las pruebas de homogeneidad para Vivero Surata</i> | 50 |
| <i>Tabla 6. Análisis de las pruebas de homogeneidad para Matajira</i> | 51 |
| <i>Tabla 7. Análisis de las pruebas de homogeneidad para Vetas del Pozo</i> | 52 |
| <i>Tabla 8. Análisis de las pruebas de homogeneidad para Café Madrid</i> | 53 |
| <i>Tabla 9 Análisis de las pruebas de homogeneidad para La Flora</i> | 54 |
| <i>Tabla 10. Análisis de las pruebas de homogeneidad para CDMB</i> | 55 |
| <i>Tabla 11. Análisis de las pruebas de homogeneidad para Galvicia</i> | 56 |
| <i>Tabla 12. Análisis de las pruebas de homogeneidad para La Esperanza</i> | 57 |
| <i>Tabla 13. Análisis de las pruebas de homogeneidad para Charta</i> | 58 |
| <i>Tabla 14. Análisis de las pruebas de homogeneidad para Berlin</i> | 59 |
| <i>Tabla 15. Análisis de las pruebas de homogeneidad para Aeropuerto Palonegro</i> | 60 |

RESUMEN

TITULO: ANALISIS DE LAS TENDENCIAS DEL CLIMA EN EL DEPARTAMENTO DE SANTANDER.*

**AUTOR:
NAZLY CATERINE FLOREZ LIZARAZO ****

**PALABRAS CLAVES:
CAMBIO CLIMATICO, PRECIPITACION, TEMPERATURA, HOMOGENEIDAD, MEDIA, VARIANZA, TENDENCIA.**

DESCRIPCION

El departamento de Santander pertenece a la región Nor-Oriental de Colombia, presenta variaciones climáticas a lo largo de su territorio. En este trabajo realizamos un análisis de homogeneidad para las variables de precipitación y temperatura a diferentes estaciones ubicadas en el departamento de Santander. La selección de estas estaciones se basó en la disponibilidad de registros históricos con los que se contaba y la calidad de estos (esto implica que el valor de datos faltantes sea bajo para cada registro). Se realizaron pruebas en cada serie para hallar cambios en la media, cambios en la varianza, tendencias en la media y por último pruebas de independencia. A cada estación se le hizo un análisis visual y a partir de métodos estadísticos con ayuda del programa HidroSIG.

La información disponible no es suficiente para definir una clara tendencia generalizada en las estaciones, pero sí fue satisfactoria a la hora de encontrar un cambio en la media y en la varianza, ya que todas las estaciones presentaron cambios a lo largo del registro histórico.

Desafortunadamente por la cantidad de datos que se tienen no podemos atribuir estos cambios a un factor en especial, sin descartar la posibilidad que la causa de estos cambios se deba al fenómeno del calentamiento global. Para confirmar esta hipótesis se deben realizar estudios más exhaustivos (con mayor cantidad de información actualizada) en las estaciones presentes en el departamento de Santander.

* Proyecto de Grado.

** Facultad de Ingenierías Físico Mecánicas. Escuela de Ingeniería Civil. Director: Luis Fernando Salazar.

SUMMARY

TITLE:

ANALYSIS OF CLIMATE'S TRENDS IN THE DEPARTMENT OF SANTANDER*

AUTHOR:

NAZLY CATERINE FLOREZ LIZARAZO**

KEY WORDS:

CLIMATE, PRECIPITATION, TEMPERATURE, HOMOGENEITY, MEAN, VARIANCE, TREND.

DESCRIPTION

The department of Santander it's located in the North-Oriental region of Colombia, and presents climate variations on the extension of his territory. In this work we did an analysis of homogeneity for the rainfall and temperature at different stations located in the department of Santander. The selection of these stations is based in the availability of records and their quality. This implies that the value of missing data is low for each record).We realized some tests in each series to find the changes the mean and variance; trends in the average and at the end, some independence tests. Each weathers had a visual analysis and from statistical methods and with help of HidroSIG program.

The available information is not enough to define a trend, but it was satisfactory to finding a change in the mean and variance because all the stations showed some changes along the historical record.

Unfortunately we can't attribute these changes even factor in particular because we have so many data, we don't exclude the possibility that the cause of these changes are because the phenomenon of global warming. To confirm this hypothesis should be studied in depth (with the most updated information) in the existing stations of the department of Santander.

* Work Degree

** Facultad de Ingenierías Físico Mecánicas. Escuela de Ingeniería Civil. Director: Luis Fernando Salazar.

INTRODUCCION

El clima de una localidad queda definido por la estadística de un periodo representativo de una serie de parámetros que describen el tiempo de esta localidad, como pueden ser la temperatura, la nubosidad, la humedad, presión, vientos y precipitaciones principalmente.

Estos valores se obtienen con la recopilación de forma sistemática y homogénea de la información meteorológica, durante periodos que se consideran suficientemente representativos, de 30 años o más.

Los factores naturales que afectan al clima son la latitud, altitud, orientación del relieve, continentalidad (o distancia al mar) y corrientes marinas. Según se refiera al mundo, a una zona o región, o a una localidad concreta se habla de clima global, zonal, regional o local (microclima), respectivamente.

El clima es un sistema complejo por lo que su comportamiento es difícil de predecir. Por una parte hay tendencias a largo plazo debidas, normalmente, a variaciones sistemáticas como el aumento de la radiación solar o las variaciones orbitales pero, por otra, existen fluctuaciones más o menos caóticas debidas a la interacción entre forzamientos, retroalimentaciones y moderadores. De cualquier forma, al definir el clima como las variaciones a largo plazo, el efecto de las fluctuaciones poco predecibles del tiempo atmosférico es prácticamente anulado y podemos observar las tendencias (que es la materia que realmente interesa en el estudio del clima) con considerable precisión. Asimismo, el conocimiento del clima del pasado es, también, más incierto a medida que se retrocede en el tiempo.

En los últimos años se ha visto un considerable cambio en la tendencia y comportamiento del sistema climático, que no solo afecta a una especie determinada sino a todas las especies que habitan un mismo entorno.

El cambio climático es un fenómeno que se manifiesta en un aumento de la temperatura promedio del planeta, los estudios del fenómeno han concluido que el cambio climático es producto principalmente de la actividad humana, vinculada con el aumento en la concentración de gases de efecto invernadero en la atmósfera, producido por el uso intensivo de combustibles fósiles (carbón, petróleo, gasolinas, diesel, gas natural y los combustibles derivados del petróleo) y la quema y pérdida de bosques. Estos factores alteran la cantidad de dióxido de carbono, metano, óxido nítrico, etc., en la atmósfera, modificando el balance de radiación y produciendo lo que se conoce como calentamiento global

Este aumento de la temperatura tiene consecuencias en la intensidad de los fenómenos del clima en todo el mundo. De acuerdo a los científicos que han analizado este fenómeno, cada vez tendremos climas más extremos y fenómenos climáticos más intensos. En general, los veranos serán más cálidos y los patrones de las lluvias se modificarán, dando lugar a lluvias más intensas en algunas partes y lluvias menos frecuentes en otras, aumentando así las sequías (Magaña,2010).

Las anomalías del clima experimentadas en el último siglo, o por vivirse en las próximas décadas, podrían incluir alteraciones en las formas en como actualmente experimentamos la variación interanual e interdecadal del clima. Eventos de El Niño más frecuentes o intensos, huracanes de mayor magnitud, ondas cálidas o frías más pronunciadas son algunas de las formas como la atmósfera podría manifestar las alteraciones climáticas resultado de la actividad humana. También se teme que las capas de hielo que actualmente permanecen en las partes más frías del planeta (en los polos y en las montañas más altas) se vayan

derritiendo, lo que aumentará el nivel medio del mar, inundando permanentemente amplias zonas costeras.

La mayoría de los investigadores coinciden en esto y la tendencia más aceptada es que estos cambios no se relacionan con ningún proceso natural ya que el aumento en los gases, dióxido de carbono principalmente, coincide con la utilización de combustibles fósiles a gran escala. El consumo de estos combustibles ha perturbado el ciclo del carbono, provocando un cambio en la atmósfera.

Esto ha venido acarreado serias consecuencias tales como: El derretimiento de los glaciares y de los casquetes polares que puede elevar los niveles del mar e inundar las costas. Los cambios en el ambiente pueden causar la extinción de algunas especies de animales y plantas. El incremento de las lluvias provoca inundaciones y deslaves, mientras que la falta de éstas produce sequías y grandes incendios.

De ahí la importancia de realizar los respectivos estudios del clima puesto que influye tanto en los aspectos de la vida humana como en los aspectos del medio físico, ya que determina en gran medida las características del suelo, de su vegetación y, en definitiva, del paisaje y de la evolución de éste en el tiempo.

En esta trabajó se pretende analizar las tendencias climáticas (temperatura y precipitación) observadas en algunas estaciones climáticas del departamento de Santander. Por la falta de disponibilidad de información, el análisis no incluirá la última década y como se podrá observar, las estaciones utilizadas están concentradas en solo una región del departamento. De cualquier forma, este análisis inicial que se realiza en este trabajo permitirá mostrar la utilidad de usar software especializados en hidrología (como HidroSIG) y permitirá obtener algunas conclusiones que deberán ser complementadas con información actualizada y con mayor distribución espacial.

En la sección 1 se hace una descripción preliminar de la información hidroclimatológica disponible para este trabajo. En la sección 2 se expone una breve descripción del tema y la metodología a tratar en este trabajo. En la sección 3, 4, 5 y 6 se describen las técnicas empleadas para el análisis de homogeneidad de series de tiempo. En la sección 7 tenemos el análisis de los resultados de las series de precipitación y temperatura. Finalmente, en la sección 8 se presentan las conclusiones de esta investigación.

1. INFORMACION HIDROCLIMATICA DISPONIBLE

Para analizar los datos de temperatura y precipitación, se trabajó con las series mensuales de estaciones que presentaran registro superior a 15 años y que no presentaran muchos años faltantes con el fin de detectar algún cambio significativo en el patrón de comportamiento de las variables en dicho periodo. Después de un análisis de diferentes estaciones se lograron identificar 8 estaciones con registro de lluvia (Tabla 1), y 4 estaciones con registro de temperatura (Tabla 2), que cumplían los requisitos. En la figura 1 se muestra la distribución espacial de las estaciones consideradas.

Figura 1. Distribución de las estaciones utilizadas en el estudio

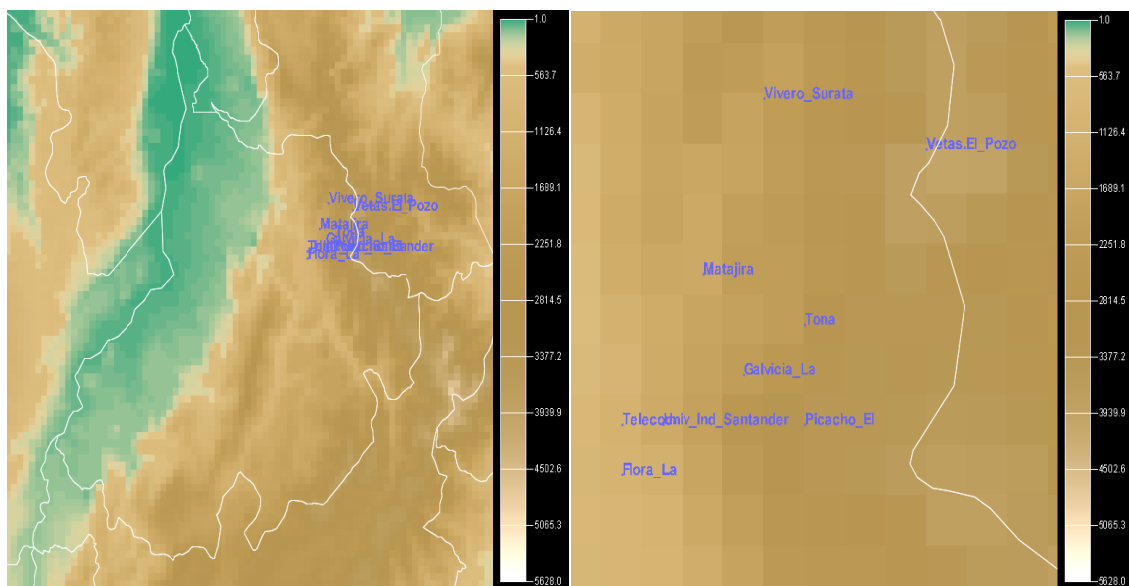


Figura 1. Distribución de las estaciones en el departamento de Santander (Izquierda). La figura de la derecha muestra un detalle de la ubicación de las estaciones.

Tabla 1. Descripción estaciones de medición de precipitación de Santander

| Tipo de Datos | Estación | Depto | Municipio | Corriente | Coordenadas | | | Año Inicial | Año Final | Datos Esperados | Datos Existentes | Datos Faltantes | % Datos Faltantes |
|---------------|-------------------------|-----------|-----------|-----------|-------------|------|------|-------------|-----------|-----------------|------------------|-----------------|-------------------|
| | | | | | Lat | Long | Elev | | | | | | |
| Precipitación | Tona 2319013 | Santander | Tona | Tona | 0712 | 7258 | 1910 | 1958 | 2001 | 528 | 513 | 15 | 2.84% |
| Precipitación | UIS 2319504 | Santander | B/manga | Tona | 0708 | 7306 | 1018 | 1961 | 2001 | 492 | 472 | 20 | 4.07% |
| Precipitación | Matajira 2319034 | Santander | Matanza | Suratá | 0713 | 7304 | 0996 | 1967 | 2001 | 420 | 386 | 34 | 8.10% |
| Precipitación | Vetas - El Pozo 2319045 | Santander | Vetas | Vetas | 0719 | 7253 | 3220 | 1971 | 2001 | 372 | 363 | 9 | 2.42% |
| Precipitación | La Flora 2319073 | Santander | B/manga | Lebrija | 0705 | 7307 | 1100 | 1972 | 2001 | 360 | 356 | 4 | 1.11% |
| Precipitación | CDMB 2319072 | Santander | B/manga | Lebrija | 0708 | 7308 | 0950 | 1972 | 2001 | 360 | 354 | 6 | 1.67% |
| Precipitación | Vivero Suratá 2319509 | Santander | Suratá | Suratá | 0721 | 7300 | 1725 | 1968 | 2001 | 408 | 355 | 53 | 12.99% |
| Precipitación | La Galvicia 2319040 | Santander | F/blanca | Tona | 0709 | 7302 | 1779 | 1968 | 1990 | 276 | 260 | 16 | 5.80% |

Tabla 2. Descripción estaciones de medición de temperatura de Santander

| Tipo de Datos | Estación | Dpto | Municipio | Corriente | Coordenadas | | | Año Inicial | Año Final | Datos Esperados | Datos Existentes | Datos Faltantes | % Datos Faltantes |
|---------------|----------------------|-----------|-----------|-----------|-------------|------|------|-------------|-----------|-----------------|------------------|-----------------|-------------------|
| | | | | | Lat | Long | Elev | | | | | | |
| Temperatura | Berlín 3701502 | Santander | Tona | Jordán | 0711 | 7252 | 3214 | 1986 | 2001 | 192 | 181 | 11 | 5.73% |
| Temperatura | Apto Palonegro | Santander | lebrija | de oro | 0733 | 7311 | 1189 | 1986 | 2000 | 180 | 179 | 1 | 0.56% |
| Temperatura | La Esperanza 2319521 | Santander | F/blanca | Lebrija | 0704 | 7302 | 1020 | 1979 | 2001 | 276 | 260 | 16 | 5.80% |
| Temperatura | UIS 2319504 | Santander | B/manga | Tona | 0708 | 7306 | 1018 | 1961 | 2001 | 492 | 472 | 20 | 4.07% |

2. MARCO TEORICO Y METODOLOGIA

En este trabajo se hace un análisis intenso y detallado de las pruebas existentes para el análisis de homogeneidad en series hidrológicas.

Los análisis de homogeneidad de series hidrológicas son un aspecto fundamental en los estudios hidrológicos y deben realizarse previamente a cualquier otro análisis, con el objetivo de determinar la calidad de la información hidrológica que se está utilizando.

Detectar los cambios que se producen en las series de datos hidrológicos es de suma importancia científica así como para la práctica. Si los sistemas de recursos hídricos han sido diseñados para el supuesto de sistemas fijos de hidrología y considerando esta hipótesis como incorrecta, entonces el diseño de estructuras como diques, presas, embalses, etc. ha de ser revisado. Ya que si no es así, puede existir el riesgo de que los sistemas no sirvan a su propósito de manera adecuada y/o que sean demasiado costosos.

Otra función que pueden desempeñar los estudios para detectar las tendencias y los cambios en series hidrometeorológicas, es la de aportar datos objetivos sobre el impacto que el hombre tiene sobre la naturaleza. Prácticas del hombre como la urbanización, la deforestación, las emisiones de gas de efecto invernadero, cambios en las prácticas agrícolas o construcción de presas, son claros ejemplos de actividades que pueden alterar aspectos importantes del ciclo hidrológico.

Por otro lado, los principales problemas relacionados con el agua son precisamente los extremos en los que se puede manifestar este recurso imprescindible para la vida, es decir, la escasez de agua (sequías) o grandes cantidades del mismo (inundaciones). Por lo tanto es aquí donde el estudio para detectar cambios puede jugar un papel muy relevante. Los cambios en las series hidrológicas pueden presentarse de diversas formas; así se puede ocurrir de

manera repentina (salto) o gradual (tendencia) o pueden adoptar formas más complejas. Los cambios pueden ser detectados en los valores medios, en la variabilidad (varianza, extremos, persistencia) o en la distribución interanual. Los cambios bruscos pueden ser resultado de diversas causas, como por ejemplo de una alteración repentina en la captación debido a la construcción de presas, la instalación de desvíos de agua, etc. El cambio gradual en series hidrológicas suelen ser a causa de modificaciones evolutivas como por ejemplo urbanización, deforestación, la variabilidad y el cambio climático. Aunque normalmente se entiende el cambio climático como un proceso de tendencia progresiva, también se puede presentar como un cambio repentino (salto), a causa de complejas dependencias de procesos dinámicos no lineales que incluyen efectos acumulativos y umbrales (Muñoz, 2008).

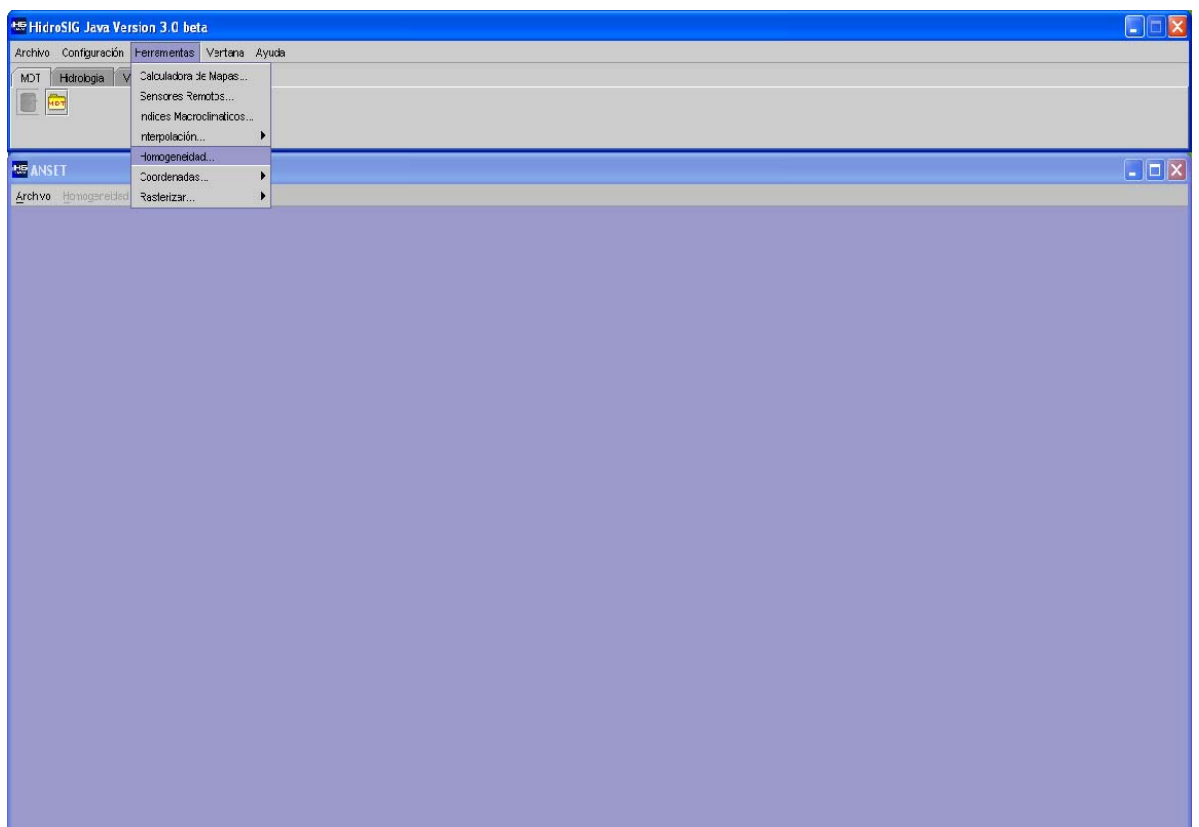
Las principales etapas de este análisis estadístico de cambios en series de precipitación y temperatura, se pueden resumir en:

- Recolección y procesamiento de series mensuales
- Análisis exploratorio de datos
- Aplicación de tests estadísticos
- Interpretación de resultados

En el trabajo de (Ceballos y Goez, 2003) se realizó de análisis de tendencias en series hidrológicas para Colombia, así como también la implementación de varias de estos métodos en el software HidroSIG. HidroSIG (http://poseidon.unalmed.edu.co/hidrosig_wiki) es un Sistema de Información Geográfica que ofrece una serie de herramientas para el procesamiento y análisis de información hidrológica y climatológica. La información que HidroSIG permite analizar es de tres tipos básicos: información raster de modelos digitales de

terreno y variables hidrológicas distribuidas espacialmente; información puntual de sitios de interés y estaciones de medición hidrocimatológica; y por último información en formato vectorial. Este software fue realizado por la Universidad Nacional de Colombia, sede Medellín. En este trabajo se utilizaran los métodos implementados en el software para el análisis de las series de tiempo seleccionadas.

Figura 2. Imagen que muestra el ambiente del software HidroSIG y el menú de análisis de homogeneidad.



Se realiza entonces un análisis estadístico de tendencias y de homogeneidad a las series según pruebas estadísticas conocidas (Benjamin et al., 1970 y Ang et al., 1984). Para el análisis de cambio en la media y la varianza se realizan las pruebas T simple, T modificada, Mann Whitney, prueba de signo y la prueba de significancia estadística de puntos de cambio de Pettit. Para cambios en la varianza se usan las pruebas F modificada y prueba de Barlett.

La tendencia de las series se estudia usando la prueba análisis de significancia de la tendencia por regresión lineal.

3. MÉTODOS EMPLEADOS PARA EL ANÁLISIS DE HOMOGENEIDAD

En este capítulo se hace una descripción de los métodos estadísticos utilizados para la detección de cambios en la media y en la varianza, tendencias en la media e independencia de las series. La mayoría de información de este capítulo fue extraída de Ceballos y Goez (2003).

3.1 CAMBIO EN LA MEDIA

En general, estas pruebas buscan verificar la igualdad de las medias de dos variables aleatorias, es decir, si las muestras vienen de poblaciones con la misma media o no. Este tipo de pruebas se pueden clasificar así:

- Pruebas que requieren punto de cambio
- Pruebas que no requieren punto de cambio

3.1.1 Pruebas que requieren punto de cambio

En estas pruebas es necesario especificar previamente el punto a partir del cual se piensa se presenta un cambio en la media.

3.1.1.1 Prueba T simple Esta prueba estadística es de utilidad para contrastar hipótesis en función de la media aritmética, pero dada la heterogeneidad de las varianzas, no es aplicable la prueba t de Student.

En este modelo estadístico, el agregado de Welch consiste en una ecuación para calcular los grados de libertad, de manera que disminuye el error por la no homogeneidad de las varianzas. Por otra parte, existe una modificación de la ecuación original de la correspondiente t de Student, que es la siguiente:

$$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{\sigma^2_1}{n_1} + \frac{\sigma^2_2}{n_2}}}$$

Donde:

t = estadístico equivalente a t de Student

\bar{X}_1 = media aritmética del grupo 1.

\bar{X}_2 = media aritmética grupo 2.

σ^2_1 = varianza del grupo 1.

σ^2_2 = varianza grupo 2.

n_1 = tamaño de la muestra del grupo 1.

n_2 = tamaño de la muestra del grupo 2.

El cálculo de los grados de libertad se realiza con la fórmula siguiente:

$$gl = \frac{\left(\frac{\sigma^2_1}{n_1} + \frac{\sigma^2_2}{n_2}\right)^2}{\frac{\left(\frac{\sigma^2_1}{n_1 - 1}\right)^2}{n_1} + \frac{\left(\frac{\sigma^2_2}{n_2 - 1}\right)^2}{n_2}} - 2$$

Donde:

σ^2_1 = varianza del grupo 1.

σ_2^2 = varianza del grupo 2.

n_1 = tamaño de la muestra del grupo 1.

n_2 = tamaño de la muestra del grupo 2.

Pasos:

1. Determinar el promedio, la varianza y el tamaño de la muestra de cada población en el estudio.
2. Aplicar la ecuación t.
3. Calcular los grados de libertad (gl) de acuerdo con la ecuación dada.
4. Comparar el valor de t calculado respecto a los grados de libertad con los valores de t críticos.
5. Decidir si se acepta o rechaza la hipótesis.

3.1.1.2 Prueba T modificada En la prueba T simple presentada en el numeral anterior es necesario que las series sean independientes.

Si esta condición no se cumple, no es aplicable tal procedimiento. Para solucionar este inconveniente han surgido varias alternativas. Una de ellas es desarrollar la prueba T simple similarmente para el caso de series dependientes. Otro enfoque es basado en el denominado número equivalente de observaciones independientes que puede ser usado en conjunto con la prueba T simple tal como se presentó anteriormente.

A continuación se definen ambos procedimientos.

Sea Y_t , $t = 1, 2, 3, \dots, N$ una serie hidrológica de tamaño muestral N . Y_t se supone independiente y normalmente distribuida con media μ y varianza σ^2 . Además se asume que la serie Y_t es autocorrelacionada. La serie se divide en dos

subseries de tamaños muestrales N_1 y N_2 , tal que $N_1 + N_2 = N$. La primera subserie definida como Y_t , $t = 1, 2, 3, \dots, N_1$, se asume con media μ_1 y varianza σ^2 . La segunda subserie de tamaño $N_2 = N - N_1$, definida como Y_t , $t = N_1 + 1, \dots, N$ se asume con media μ_2 y varianza σ^2 . Para cada una de las subseries se puede definir un tamaño de muestra equivalente (Bayley & Hammersley, 1946):

$$NE_1 = \frac{N_1^2}{N_1 + 2 \sum_{k=1}^{N_1-1} (N_1 - K) Pk(1)}$$

$$NE_2 = \frac{N_2^2}{N_2 + 2 \sum_{k=1}^{N_2-1} (N_2 - K) Pk(2)}$$

donde NE_1 y NE_2 son los tamaños de muestra equivalentes independientes para las dos subseries, y $pk(1)$ y $pk(2)$ son las funciones de autocorrelación de rezago k para las dos subseries, respectivamente.

Si la estructura de dependencia de las series dadas es conocida, es posible estimar los tamaños de muestra equivalentes independientes para cada una de las subseries usando las ecuaciones anteriores. En la práctica, como no se tiene la población, sino solo una muestra, se requiere encontrar el tipo de estructura de autodependencia de las subseries, lo cual a menudo, debido a la corta longitud de las muestras disponibles, no resulta práctico. Sin embargo, como una aproximación, se puede asumir que las series hidrológicas observadas pueden ser representadas por un modelo autoregresivo de orden uno (Markov o AR(1)). Con esta condición, los tamaños muestrales equivalentes independientes de las ecuaciones anteriormente vistas, se pueden expresar como (Matales & Langbein, 1962):

$$NE_1 = \frac{N_1^2}{N_1 + 2 \left(\frac{\rho_1^{(N_1+1)}(1) - N_1 \rho_1^2(1) + (N_1-1) \rho_1(1)}{(\rho_1(1)-1)^2} \right)}$$

$$NE_2 = \frac{N_2^2}{N_1 + 2 \left(\frac{\rho_1^{(N_2+1)}(2) - N_2 \rho_1^2(2) + (N_1-1) \rho_1(2)}{(\rho_1(2)-1)^2} \right)}$$

donde $\rho_1(1)$ y $\rho_1(2)$ son los coeficientes de autocorrelación de rezago 1 para las dos subseries.

Los coeficientes de autocorrelación de rezago k de la muestra pueden ser estimados utilizando la ecuación:

$$\rho'_k = \frac{\sum_{t=1}^{N-k} (y_{t+k} - \bar{y})(y_t - \bar{y})}{\sum_{t=1}^N (y_t - \bar{y})^2} \quad ; \quad k = 1, \dots, M$$

- Cuando se asume que las dos subseries tienen la misma varianza, se calcula la desviación típica común a partir de la expresión 3.4. El estadístico de prueba está dado por:

$$T = \frac{|\bar{\mu}'_1 - \bar{\mu}'_2|}{S \sqrt{\frac{1}{NE_1} + \frac{1}{NE_2}}}$$

La hipótesis nula de igualdad de las medias no puede ser rechazada mientras se cumpla que, $T \leq t_{1-\alpha/2}(NE_1 + NE_2 - 2)$, donde $t_{1-\alpha/2}(NE_1 + NE_2 - 2)$

representa el cuantil $1 - \alpha/2$ de la distribución t-student para $NE1 + NE2 - 2$ grados de libertad.

- Cuando se asume que las dos subseries tienen diferente varianza se calculan las desviaciones típicas de cada subserie. En este caso el estadístico de prueba está definido por:

$$T = \frac{|\mu'1 - \mu'2|}{S \sqrt{\frac{\sigma'^2_1}{NE1} + \frac{\sigma'^2_2}{NE2}}}$$

La hipótesis nula de igualdad de las medias se acepta si se cumple que, $T \leq t_{1-\alpha/2}(gl)$, donde $t_{1-\alpha/2}(NE1 + NE2 - 2)$ representa el cuantil $1 - \alpha/2$ de la distribución t de Student para gl grados de libertad. y es el menor entero más cercano al número dado por la ecuación de **gl** utilizada en la prueba T simple.

3.1.1.3 Prueba de U Mann-Whitney Esta prueba estadística es útil cuando las mediciones se pueden ordenar en escala ordinal (es decir, cuando los valores tienden a una variable continua, pero no tienen una distribución normal) y resulta aplicable cuando las muestras son independientes.

Este procedimiento es una buena alternativa cuando no se puede utilizar la prueba t de Student, en razón de no cumplir con los requisitos que esta prueba exige.

La fórmula es la siguiente:

$$U1 = n1n2 + \frac{n1(n1 + 1)}{2} - \sum R1$$

$$U2 = n1n2 + \frac{n2(n2 + 1)}{2} - \sum R2$$

Donde:

U_1 y U_2 = valores estadísticos de U Mann-Whitney.

n_1 = tamaño de la muestra del grupo 1.

n_2 = tamaño de la muestra del grupo 2.

R_1 = sumatoria de los rangos del grupo 1.

R_2 = sumatoria de los rangos del grupo 2.

Pasos:

1. Determinar el tamaño de las muestras (n_1 y n_2). Si n_1 y n_2 son menores que 20, se consideran muestras pequeñas, pero si son mayores que 20, se consideran muestras grandes.
2. Arreglar los datos en rangos del menor al mayor valor. En caso de que existan ligas o empates de rangos iguales, se deberán detectar para un ajuste posterior.
3. Calcular los valores de U_1 y U_2 , de modo que se elija el más pequeño para comparar con los críticos de U Mann-Whitney de la tabla de probabilidades asociadas con valores pequeños como los de U en la prueba de Mann-Whitney.
4. En caso de muestras grandes, calcular el valor Z, pues en estas condiciones se distribuye normalmente. Decidir si se acepta o rechaza la hipótesis. Se acepta la hipótesis de igualdad de las medias de las dos subseries si $U \leq Z_{1-\alpha/2}$, donde $Z_{1-\alpha/2}$ representa el cuantil de una distribución normal estandarizada para una probabilidad acumulada de $1 - \alpha/2$.

3.1.1.4 Prueba de Signo Es una prueba no paramétrica para comparar la mediana de dos muestras relacionadas y determinar si existen diferencias entre ellas. Se utiliza como alternativa a la prueba t de Student cuando no se puede suponer la normalidad de dichas muestras.

Se utiliza cuando la variable subyacente es continua pero presupone ningún tipo de distribución particular

Planteamiento

Supóngase que se dispone de n pares de observaciones, denominadas (x_i, y_i) . El objetivo del test es comprobar si puede dictaminarse que los valores x_i e y_i son o no iguales.

Suposiciones

1. Si $z_i = y_i - x_i$, entonces los valores z_i son independientes.
2. Los valores z_i tienen una misma distribución continua y simétrica respecto a una mediana común θ .

Método

La hipótesis nula es $H_0: \theta = 0$. Retrotrayendo dicha hipótesis a los valores x_i, y_i originales, ésta vendría a decir que son en cierto sentido del mismo tamaño.

Para verificar la hipótesis, en primer lugar, se ordenan los valores absolutos $|z_1|, \dots, |z_n|$ y se les asigna su rango R_i . Entonces, el estadístico de la prueba de los signos de Wilcoxon, W^+ , es

$$W^+ = \sum_{z_i > 0} R_i,$$

Las hipótesis nula y alternativa pueden aludir ya sea a una prueba bilateral o unilateral. Si Med denota la mediana de la población y Med_0 designa al valor hipotético, las hipótesis nulas y alternativa para una prueba de dos extremos son:

H0: Med=Med0

H1: Med≠Med0

Se aplica un signo de más a cada valor muestral observado mayor que el valor hipotético de la mediana y un signo de menos a cada valor menor que el valor hipotético de la mediana. Si un valor muestral es exactamente igual a la mediana hipotética, no se le aplica ningún signo, con lo que el tamaño de muestra efectivo se reduce. Si la hipótesis nula sobre el valor de la mediana es cierta, el número de signos de más debería ser aproximadamente igual al número de signos de menos. O, para decirlo de otra manera, la proporción de signos de mas debe ser de alrededor de 0.50. Por consiguiente, la hipótesis nula que se prueba en una prueba bilaterales H0: $\pi=0.50$, donde π es la proporción de la población de los signos de mas o de menos. Así, una hipótesis referente al valor de la mediana se prueba en realidad como una hipótesis sobre π . Si la muestra es grande, se puede hacer uso de la distribución normal.

3.1.2 Pruebas que no requieren punto de cambio

En estas pruebas no se requiere especificar previamente el punto a partir del cual se sospecha que se presenta un cambio en la media.

3.1.2.1 Prueba de Sumas Acumuladas Sea la serie Y_t , $t = 1, 2, \dots, N$. La suma acumulada simple o de primer orden se define como:

$$st = \sum_{i=1}^t \varepsilon_t$$

Donde:

$$\varepsilon_t = Y_t - E[Y_{t-1}, Y_{t-2}, \dots, Y_1]$$

La ecuación anterior se puede escribir como:

$$\varepsilon_t = Y_t - \frac{1}{t} \sum_{i=1}^t Y_i$$

La esperanza es un operador condicional sobre las secuencias observadas por encima de un tiempo t . El estadístico de la prueba de las sumas acumuladas para detectar niveles de cambios en las series hidrológicas de tiempo, fue introducido inicialmente por Page (1955) como:

$$D_t = \max_{i \leq t} (S_i - \min_{j < i} S_j)$$

Se acepta la hipótesis de igualdad en las medias si $d_t < k\alpha\sigma$, donde d_t es el estimado del estadístico de la prueba dado por la ecuación anterior, $k\alpha$ es un valor asociado con el nivel de significancia α y σ es la varianza de la muestra. Los valores de $k\alpha$ para niveles de probabilidad del 95 y 99 por ciento, dada cualquier distribución de d_t , son aproximadamente iguales a 2.241 y 2.807, respectivamente.

3.1.2.2 Prueba de Homogeneidad de Abbe Sea Y_t , $t = 1, 2, \dots, N$, una serie con tamaño muestral N . Se puede definir la desviación a partir de la media como:

$$Z_t = Y_t - \hat{u}_y$$

Donde \hat{u}_y es el estimativo de la media de la serie Y_t . Se definen las constantes:

$$A = \sum_{t=1}^N Z^2 t$$

$$B = (Z_n - Z_1)^2 + \sum_{t=1}^{N-1} (Z_t - Z_{t+1})^2$$

El estadístico de prueba de Abbe está dado por:

$$T_c = \frac{2A}{B}$$

Se acepta la hipótesis de igualdad de las medias de las muestras, si el valor crítico del

$$\left[1 - \sqrt{\frac{1}{N}}, 1 + \sqrt{\frac{1}{N}} \right]$$

3.1.2.3 Prueba de Petit Esta prueba permite hallar cambios que ocurren una sola vez en un tiempo desconocido. En esta prueba no paramétrica, el estadístico de prueba está dado por:

$$KN = \max |U_t, N| \\ 1 \leq t \leq N$$

donde U_t, N es equivalente al estadístico de la prueba de Mann-Whitney, en el que dos muestras X_1, X_2, \dots, X_t y X_{t+1}, \dots, X_N pertenecen a una misma población.

El estadístico U cuenta el número de veces que un elemento de la primera muestra excede a un elemento de la segunda muestra. La fecha para la cual se presenta el máximo valor de KN corresponde a la fecha del punto de cambio abrupto en la media. Si se presenta una transición más abrupta en los valores y en el gráfico del estadístico K_t , es más probable que el punto de cambio se encuentre en la fecha asociada a la transición.

3.2 TENDENCIA EN LA MEDIA

En ocasiones es posible detectar la presencia de tendencias en la media de una serie simplemente con graficarla. Si una serie estacional, ya sea mensual o semanal, es graficada, probablemente no es posible visualizar en dicho gráfico la existencia de una tendencia debido a la variabilidad estacional propia de la serie. En estos casos es más apropiado graficar la serie anual. Sin embargo, cuando el análisis gráfico no permite identificar claramente la existencia de tendencias, es necesario recurrir a pruebas estadísticas que confirmen la presencia de tales tendencias.

Cuando una serie dada (anual o estacional) presenta una tendencia, se crea una fuerte autodependencia dentro de la misma. Cuando una hipótesis de independencia es probada en una serie con una tendencia, en la mayoría de los casos, la hipótesis será rechazada a menos que la tendencia sea muy pequeña. En este sentido, las pruebas de dependencia, que se ilustrarán posteriormente, pueden ser usadas para probar una tendencia en la serie analizada. Si la hipótesis de independencia es rechazada en dichas pruebas, puede significar que la hipótesis de tendencia puede ser aceptada.

Otra posibilidad para la detección de tendencias, es usar las metodologías descritas anteriormente para la detección de cambios en la media. Cuando una serie dada tiene una tendencia, es obvio que la primera parte de dicha serie tendrá una media diferente a la de la segunda parte.

En este sentido, las pruebas para detección de cambios en la media pueden ser usadas para detectar tendencias en la serie analizada. Si la hipótesis de cambio en la media no puede ser rechazada, puede significar que la serie en estudio tiene una tendencia.

Dada la pertinencia de identificar si la serie a analizar presenta o no estacionalidad, la detección de tendencias en la media debe ser consistente con esta característica de la serie. Por tal motivo se deben emplear técnicas que consideren la resolución temporal de la serie. En este estudio se consideró un método (prueba T) que estima la tendencia lineal en series anuales.

3.2.1 Prueba T para la detección de tendencias lineales

Supóngase que Y_t , $t = 1, \dots, N$, es una serie hidrológica anual, para la cual se pretende determinar si se presenta una tendencia significativa y, si ese es el caso, posteriormente, estimar los parámetros de la ecuación de regresión lineal.

Si la serie analizada Y_t tiene una tendencia significativa, una ecuación de regresión lineal puede ser escrita de la siguiente forma,

$$Y_t = a + bt, \quad t=1, \dots, N$$

donde N representa el tamaño muestral y a y b representan los parámetros o coeficientes de la ecuación de regresión.

Si la serie Y_t tiene una tendencia, el parámetro b es diferente de cero; y por lo tanto probar la hipótesis de que la serie tiene una tendencia significativa es equivalente a probar la hipótesis de que el parámetro b es diferente de cero. Esta hipótesis puede ser verificada calculando el estadístico T_c a partir de la expresión,

$$T_c = \hat{\rho}_{Y_t t} \sqrt{\frac{N-2}{1 - \hat{\rho}_{Y_t t}^2}}$$

donde $\hat{\rho}_{Y_t t}$ es el coeficiente de correlación simple entre Y_t y t . La hipótesis de que el parámetro b es igual a cero es rechazada si, (Kleinbaum y Kupper, 1988) citados en (Salas et al., 1992)

$$|T_c| > T_{1 - \frac{\alpha}{2}}(N - 2)$$

donde $|T_c|$ es el valor absoluto del estadístico T_c , y $T_{1 - \alpha/2}(N - 2)$ es el cuantil $1 - \alpha/2$ de la distribución t-student con $N - 2$ grados de libertad.

3.3 CAMBIO EN LA VARIANZA

La mayoría de las pruebas estadísticas para determinar si en una serie hidrológica se presentan cambios en la varianza, evalúan la hipótesis nula de la existencia de igualdad en la varianaza entre dos subseries, resultantes de dividir la serie inicial por el punto en el cual se considera se presenta el cambio

3.3.1 Prueba F modificada Cuando la serie tiene una estructura de independencia, también se puede utilizar para hallar cambios en la varianza, una prueba de características similares a la presentada en el numeral de cambios en la media (Prueba T modificada). La prueba mencionada se denomina prueba F modificada, sin embargo el estadístico de prueba que utiliza se basa en la distribución χ -cuadrado.

Se supone una serie Y_t , $t = 1, 2, \dots, N$, divisible en dos subseries una de tamaño N_1 y la otra de tamaño N_2 , de manera que $N_1 + N_2 = N$. Con esto se define la primera subserie como Y_t , $t = 1, \dots, N_1$, con media μ_1 y varianza σ_1^2 y la segunda subserie como

Y_t , $t = N_1 + 1, N_1 + 2, \dots, N$, con media μ_2 y varianza σ_2^2 . Ambas subseries se asumen normalmente distribuidas. La prueba F modificada puede ser utilizada para probar la hipótesis de igualdad de varianzas de las dos subseries definidas anteriormente cuando la muestra de la serie dada tiene una estructura de dependencia.

Para cada subserie el tamaño muestral equivalente independiente para la prueba F modificada puede ser definido como (Bayley & Hammersley, 1946):

$$NE_1 = \frac{N_1^2}{N_1 + 2 \sum_{k=1}^{N_1-1} (N_1 - k) \rho_k^2(1)}$$

$$NE_2 = \frac{N_2^2}{N_2 + 2 \sum_{k=1}^{N_2-1} (N_2 - k) \rho_k^2(2)}$$

donde, NE_1 y NE_2 son los tamaños muestrales equivalentes de las subseries uno y dos, respectivamente, y $\rho_k(1)$ es la función de autocorrelación de la subserie uno y $\rho_k(2)$ es la función de autocorrelación de la subserie dos. Asumiendo un modelo autorregresivo de orden uno, AR(1), para cada subserie, es posible aproximar la estructura de dependencia de la serie completa, como en el caso de la prueba T modificada. Bajo las nuevas condiciones los tamaños muestrales equivalentes se pueden calcular con las siguientes expresiones:

$$NE_1 = \frac{N_1^2}{N_1 + 2 \left[\frac{\hat{\rho}_1^{2(N_1+1)}(1) - N_1 \hat{\rho}_1^4(1) + (N_1 - 1) \hat{\rho}_1^2(1)}{(1 - \hat{\rho}_1^2(1))^2} \right]}$$

$$NE_2 = \frac{N_2^2}{N_2 + 2 \left[\frac{\hat{\rho}_1^{2(N_2+1)}(2) - N_2 \hat{\rho}_1^4(2) + (N_2 - 1) \hat{\rho}_1^2(2)}{(1 - \hat{\rho}_1^2(2))^2} \right]}$$

donde, $\hat{\rho}_1^2(1)$ y $\hat{\rho}_1^2(2)$ son los coeficientes de autocorrelación de rezago 1 estimados para las subseries uno y dos, respectivamente.

Se puede determinar una varianza combinada de ambas subseries y el estadístico X-cuadrado como:

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{NE_1\hat{\sigma}_1^2 + NE_2\hat{\sigma}_2^2}{NE_1 + NE_2}$$

$$C = \frac{(NE_1 + NE_2) \ln(\hat{\sigma}^2) - NE_1 \ln(\hat{\sigma}_1^2) - NE_2 \ln(\hat{\sigma}_2^2)}{S}$$

Donde,

$$S = 1 + \frac{\frac{1}{NE_1} + \frac{1}{NE_2} - \frac{1}{NE_1 + NE_2}}{3}$$

No se puede rechazar la hipótesis de igualdad entre ambas varianzas si se cumple,

$$C \leq x_{1-\frac{\alpha}{2}}^2(1)$$

donde, $x_{1-\frac{\alpha}{2}}^2(1)$ es el cuantil $1 - \alpha/2$ de la distribución χ -cuadrado para un grado de libertad.

3.3.2 Prueba de Bartlett La complejidad de esta prueba es menor que la de la mayoría de las pruebas propuestas en la literatura para comprobar la igualdad de varianzas entre varias series. Esta prueba fue propuesta por Snedecor y Cochran (1980), para evaluar si dos series o un grupo de series tienen varianzas diferentes.

Se define un conjunto de series $X(i)t$, $t = 1, \dots, N_i$, $i = 1, \dots, m$, donde m representa el número de series y N_i el tamaño muestral de cada serie i . Se prueba la hipótesis alternativa $H_1 = \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2 \dots \neq \sigma_m^2$ contra la hipótesis nula $H_0 = \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \dots = \sigma_m^2$ haciendo uso de la prueba de Bartlett. El estadístico de la prueba se calcula como (Snedecor & Cochran, 1980):

$$C = \frac{V \log}{NE}$$

Donde,

$$V_{\log} = \left[\sum_{i=1}^m N_i - m \right] \ln VT - \sum_{i=1}^m (N_i - 1) \ln VS_i$$

$$NE = 1 + \frac{1}{3(m-1)} \left[\sum_{i=1}^m \frac{1}{N_i - 1} - \frac{1}{\sum_{i=1}^m N_i - m} \right]$$

$$VT = \left[\frac{\sum_{i=1}^m (N_i - 1) VS_i}{\sum_{i=1}^m (N_i - 1)} \right]$$

$$VS_i = \left[\frac{\sum_{t=1}^{N_i} (x_t^{(i)} - \mu^{(i)})^2}{N_i - 1} \right]$$

donde, \ln representa el logaritmo natural y $\mu^{(i)}$ la media muestral de la serie i .

Se rechaza la hipótesis de que todas las varianzas son iguales para un nivel de significancia α si se cumple:

$$c > \chi_{1-\alpha}^2(m-1)$$

donde, C es un estimado del estadístico de prueba de la ecuación anteriormente nombrada $\chi_{1-\alpha}^2(m-1)$ y es el cuantil $1 - \alpha$ de la distribución χ -cuadrado con $m - 1$ grados de libertad.

3.4 INDEPENDENCIA

Las pruebas de independencia hacen parte del análisis de homogeneidad de una serie hidrológica.

Cuando una de estas series no pasa las pruebas de independencia se puede deber a que presenta cambios o tendencias en la media. Estas pruebas son entonces un apoyo en lo análisis de homogeneidad

3.4.1 Prueba de Corridas Se tiene una muestra de una variable hidrológica Y_t , $t = 1, \dots, N$. Se quiere inferir, usando la muestra, si la variable hidrológica es una variable independiente. Si se define,

$$\hat{\mu} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N Y_t$$

se obtiene una nueva serie Z_t tal que:

$$Z_t = 1 \text{ si } Y_t \geq \hat{\mu}$$

$$Z_t = 0 \text{ si } Y_t < \hat{\mu}$$

Una corrida estará representada por valores consecutivos de 1 ó 0 en la serie Z_t , $t = 1, \dots, N$. Si k representa el número de corridas en la serie Y_t , $t = 1, \dots, N$, se puede calcular:

$$\hat{\mu}_k = \frac{2n_1n_2}{n_1 + n_2} + 1$$

$$S_k = \sqrt{\frac{2n_1n_2(2n_1n_2 - n_1 - n_2)}{(n_1 + n_2)^2(n_1 + n_2 - 1)}}$$

donde n_1 y n_2 están definidos como:

$$n_1 = \sum_{t=1}^N Z_t$$

$$n_2 = N - n_1$$

El estadístico para la prueba está dado por,

$$U = \left| \frac{k - \hat{\mu}_k}{S_k} \right|$$

La hipótesis de que la variable hidrológica es independiente se acepta si,

$$U \leq Z_{1-\alpha/2}$$

donde $Z_{1-\alpha/2}$ representa el cuantil de la distribución normal tipificada asociado con una probabilidad acumulada $1 - \alpha/2$.

3.4.2 Prueba de Spearman Se tiene una muestra de una variable hidrológica Y_t , $t = 1, \dots, N$, y se quiere inferir, usando la muestra, si la variable hidrológica es una variable independiente.

A partir de la serie Y_t , se obtiene una nueva serie W_t definida como la serie Y_t organizada en orden creciente. La variable t define la posición de la observación Y_t en la serie Y_t , $t = 1, \dots, N$. Si M_t define la posición de la observación Y_t en la serie W_t , $t = 1, \dots, N$, se calcula,

$$D_t = t - M_t, \quad t = 1, \dots, N$$

$$R = 1 - \frac{6 \sum_{t=1}^N D_t^2}{N(N^2 - 1)}$$

El estadístico para la prueba está dado por la expresión,

$$T = \left| \frac{R\sqrt{N-2}}{\sqrt{1-R^2}} \right|$$

La hipótesis de que la variable hidrológica es independiente se acepta si,

$$T \leq t_{1-\alpha}(N-2)$$

en donde $t_{1-\alpha}(N-2)$ representa el cuantil de la distribución t-student acumulada para $N-2$ grados de libertad y un nivel α de confiabilidad.

3.4.3 Prueba de Anderson basada en el correlograma Se tiene una muestra de una variable hidrológica Y_t , $t = 1, \dots, N$, y se quiere inferir, usando la muestra, si la variable hidrológica es una variable independiente. Se define el coeficiente de autocorrelación de rezago k , a partir de la expresión,

$$\hat{\rho}_k = \frac{\sum_{t=1}^{N-k} (Y_t - \hat{\mu})(Y_{t+k} - \hat{\mu})}{\sum_{t=1}^N (Y_t - \hat{\mu})^2}$$

donde $\hat{\mu}$ se obtiene a partir de la expresión,

$$\hat{\mu} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N Y_t$$

Se elabora un gráfico de $\hat{\rho}_k$ vs k denominado correlograma, y se calculan los límites de confianza para $\hat{\rho}_k = 0$, a partir de la expresión,

$$\left[\frac{-1 - Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{N-k-1}}{N-k}, \frac{-1 + Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{N-k-1}}{N-k} \right]$$

Si el correlograma está dentro de los límites de confianza, se acepta que la variable hidrológica es independiente.

3.4.4 Prueba del Punto Cambiante Se tiene una muestra de una variable hidrológica Y_t , $t = 1, \dots, N$, y se quiere inferir, usando la muestra, si la variable hidrológica es una variable independiente. Se define,

$$Z_t = 1, \quad \text{si} \quad \begin{aligned} &Y_{t-1} < Y_t > Y_{t+1} \text{ (Pico)} \\ &Y_{t-1} > Y_t < Y_{t+1} \text{ (Valle)} \end{aligned}$$

$Z_t = 0$, de otra manera

$$M = \sum_{t=1}^N Z_t, \quad \text{número de picos y valles}$$

Se calcula el estadístico de la prueba a partir de la expresión:

$$U = \left| \frac{M - \frac{2}{3}(N-2)}{\sqrt{\frac{16N-29}{90}}} \right|$$

La hipótesis de que la variable hidrológica es independiente se acepta si,

$$U \leq Z_{1-\frac{\alpha}{2}}$$

La hipótesis de que la variable hidrológica es independiente se acepta si,
 $U \leq Z_{1-\alpha/2}$ donde $Z_{1-\alpha/2}$ representa el cuantil de la distribución normal tipificada asociado con una probabilidad acumulada $1 - \alpha/2$.

4. ANALISIS DE RESULTADOS DE HOMOGENEIDAD

En este capítulo se hace el análisis de los resultados obtenidos con las pruebas de homogeneidad. Es importante aclarar que cuando la serie presentaba datos faltantes y eran relativamente pocos, éstos fueron llenados con el promedio mensual multianual.

En el manejo de series de temperatura, se espera que las series no presenten anomalías relacionadas con no homogeneidades, incluyendo la presencia de valores anormalmente extremos. Por último, el nivel de significancia utilizado para todas las pruebas de homogeneidad fue de 0.05 ($\alpha = 0.05$).

La presentación de los resultados se hace serie por serie, mostrando los resultados de cada una de las pruebas descritas, en la tabla que se encuentra debajo del grafico de cada serie. En dicha tabla, cada columna representa una prueba dependiendo del tipo de estadístico que se quiera determinar, así:

Cambio en la media

1. Prueba de Sumas Acumuladas
2. Prueba de Abbe
3. Prueba de Pettit
4. Prueba de Mann-Whitney
5. Prueba T Simple
6. Prueba T Modificada
7. Prueba de Signo

Cambio en la varianza

1. Prueba F Modificada
2. Prueba de Bartlett

Tendencia en la media

1. Prueba T

Prueba de Independencia

1. Prueba de Corridas
2. Prueba de Spearman
3. Prueba del Punto Cambiante
4. Prueba de Anderson

En las tablas la letra “R” significa que la prueba rechaza la hipótesis nula de existencia de cambio en la media o cambio en la varianza o tendencia en la media o de independencia. En caso que el estadístico acepte la hipótesis nula (lo que significa presencia de cambios o tendencias en la serie), el correspondiente método se marca con la letra “A” y se especifica la fecha de cambio que el método determina.

Figura 3. Grafica Análisis de precipitación para la estación Tona

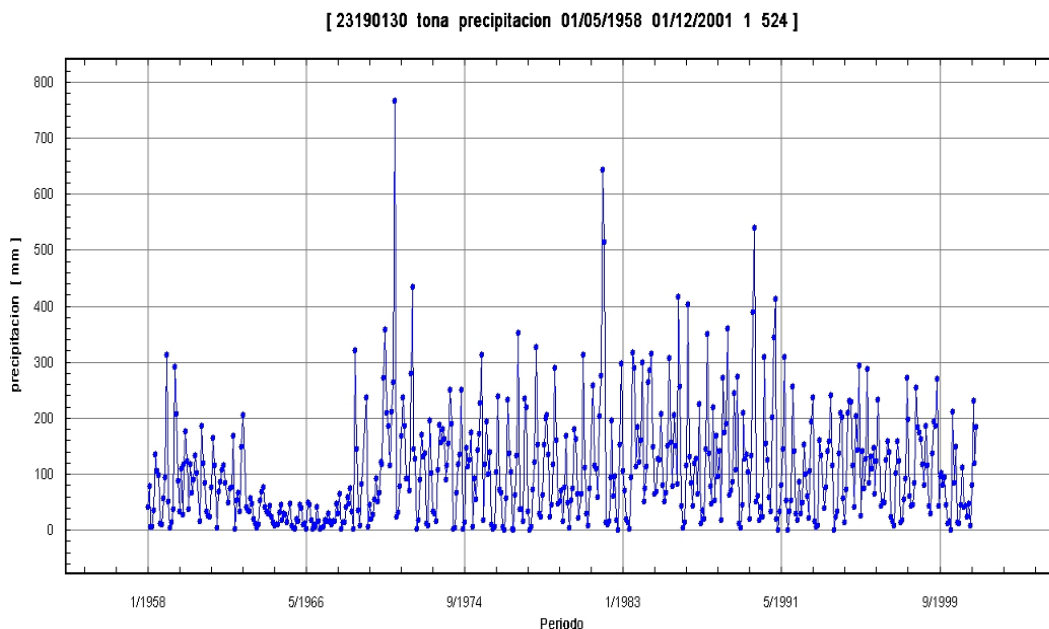


Tabla 3. Análisis de las pruebas de homogeneidad para Tona

| 23190130 TONA - PRECIPITACIONES | | | | | | | |
|---------------------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| PRUEBA | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| Cambio en la Media | R | A | A MAY/77 | A ENE/77 | A ENE/77 | A ENE/77 | A ENE/77 |
| Cambio en la Varianza | A ENE/77 | A ENE/77 | | | | | |
| Tendencia en la Media | R | | | | | | |
| Independencia | R I | R I | R I | R I | | | |

Figura 4. Grafica Análisis de precipitación para la estación de la UIS

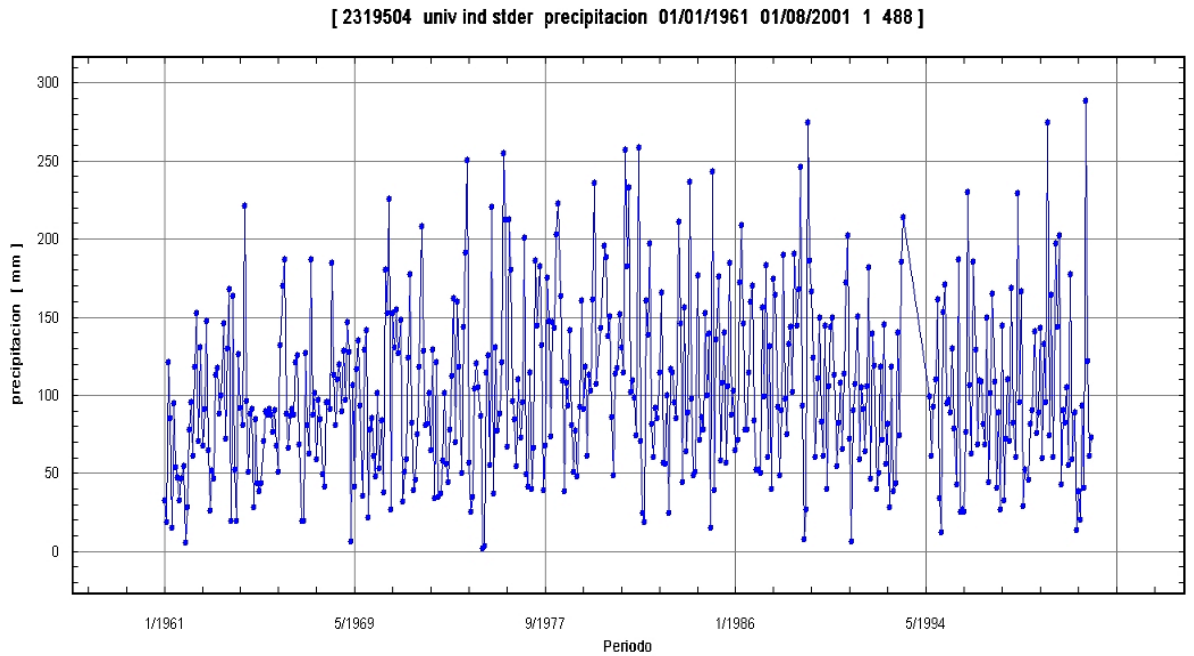


Tabla 4. Análisis de las pruebas de homogeneidad para UIS

| 2319504 UIS-PRECIPITACIONES | | | | | | | |
|------------------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| PRUEBA | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| Cambio en la Media | R | A | A DIC/86 | A DIC/86 | A DIC/86 | A DIC/86 | A DIC/86 |
| Cambio en la Varianza | A DIC/86 | A DIC/86 | | | | | |
| Tendencia en la Media | R | | | | | | |
| Independencia | R I | R I | R I | R I | | | |

Figura 5. Grafica Análisis de precipitación para la estación de Vivero Surata

[2319509 vivero_surata precipitacion 01/09/1968 01/08/2001 1 396]

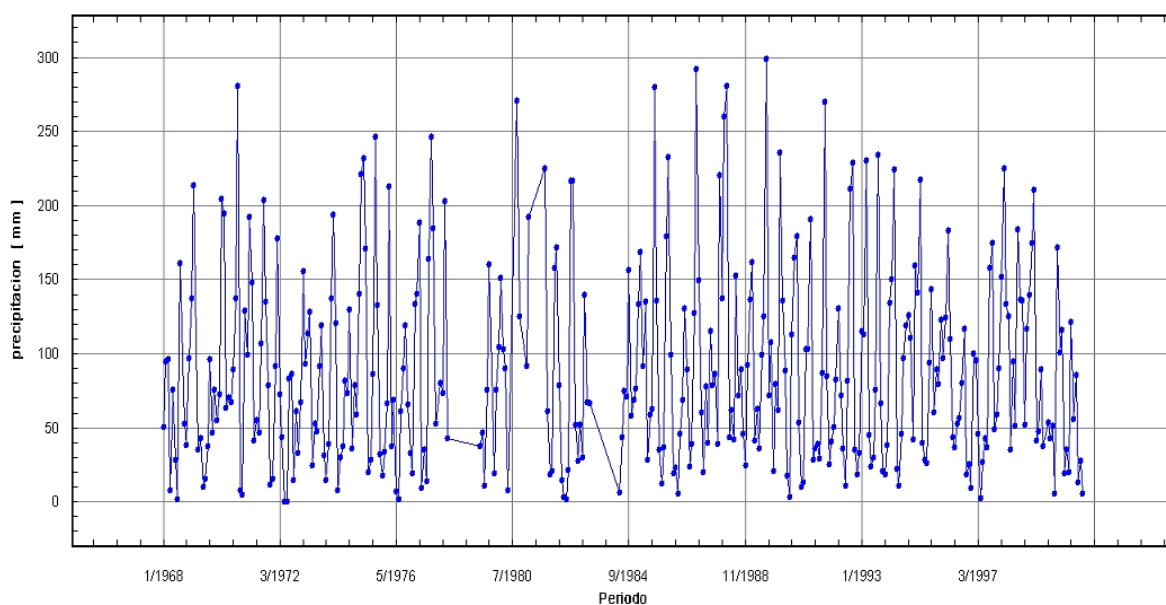


Tabla 5. Análisis de las pruebas de homogeneidad para Vivero Surata

| 2319509 VIVERO SURATA-PRECIPITACIONES | | | | | | | |
|---------------------------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| PRUEBA | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| Cambio en la Media | R | A | A FEB/87 | A JUN/86 | A JUN/86 | A JUN/86 | A JUN/86 |
| Cambio en la Varianza | A JUN/86 | A JUN/86 | | | | | |
| Tendencia en la Media | R | | | | | | |
| Independencia | R I | R I | R I | R I | | | |

Figura 6. Grafica Análisis de precipitación para la estación La Matajira

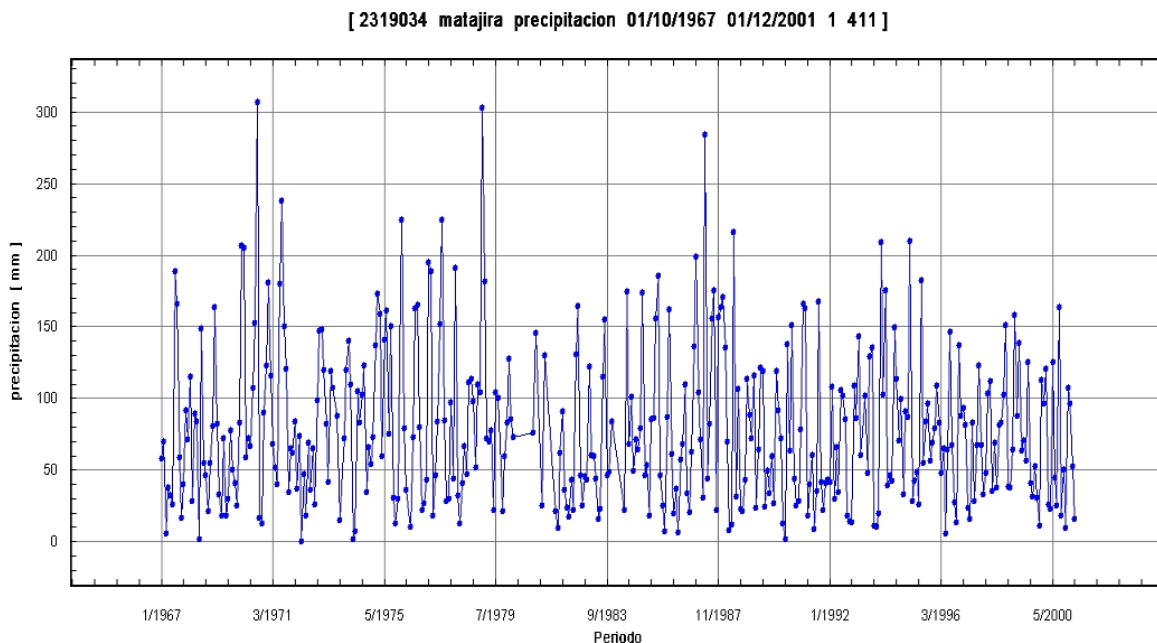


Tabla 6. Análisis de las pruebas de homogeneidad para Matajira

| 2319034 MATAJIRA-PRECIPITACIONES | | | | | | | |
|----------------------------------|-------------|-------------|--------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| PRUEBA | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| Cambio en la Media | R | A | A ABRI/75 | A JUL/74 | A JUL/74 | A JUL/74 | A JUL/74 |
| Cambio en la Varianza | A JUL/74 | A JUL/74 | | | | | |
| Tendencia en la Media | R T | | | | | | |
| Independencia | R I | R I | R I | R I | | | |

Figura 7. Grafica Análisis de precipitación para la estación Vetas del Pozo

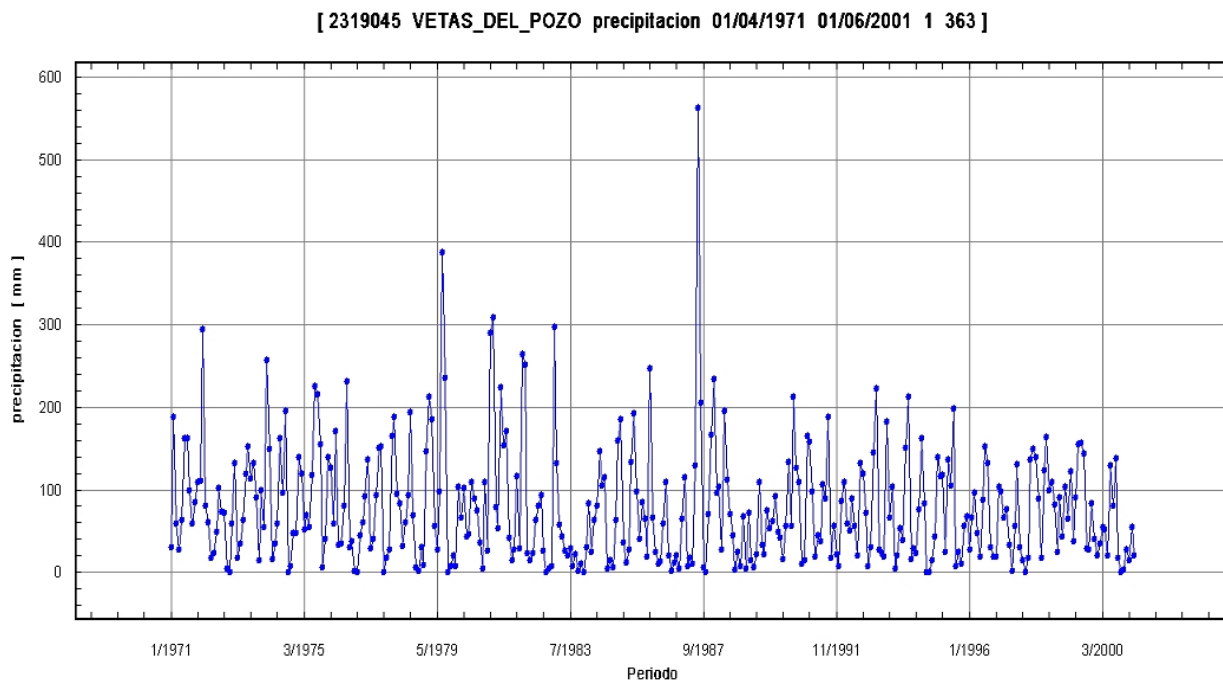


Tabla 7. Análisis de las pruebas de homogeneidad para Vetas del Pozo

| 2319045 VETAS DEL POZO | | | | | | | |
|-------------------------------|--------------|--------------|-------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| PRUEBA | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| Cambio en la Media | R | A | A JUL/86 | A ABRI/86 | A ABRI/86 | A ABRI/86 | A ABRI/86 |
| Cambio en la Varianza | A ABRI/86 | A ABRI/86 | | | | | |
| Tendencia en la Media | R | | | | | | |
| Independencia | R I | R I | R I | R I | | | |

Figura 8. Grafica Análisis de precipitación para la estación Café Madrid

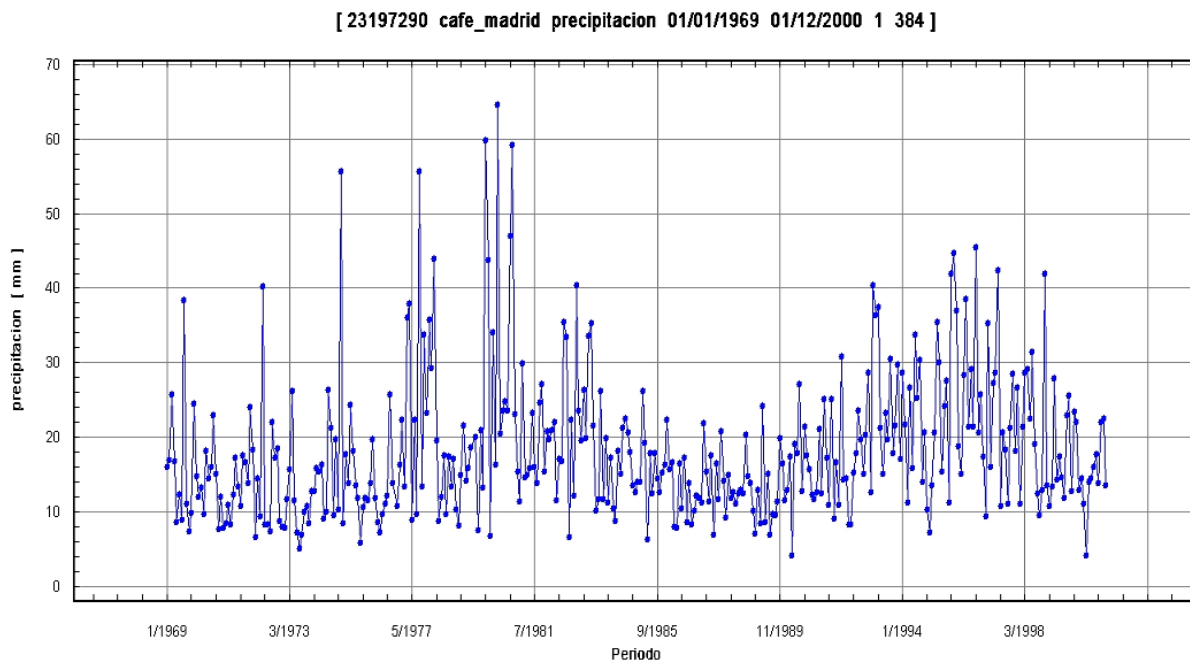


Tabla 8. Análisis de las pruebas de homogeneidad para Café Madrid

| 23197290 CAFÉ MADRID-PRECIPITACIONES | | | | | | | |
|--------------------------------------|-------------|-------------|-------------|--------|-------------|-------------|-------------|
| PRUEBA | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| Cambio en la Media | A NOV/92 | A | A AGO/90 | R | A AGO/90 | A AGO/90 | A AGO/90 |
| Cambio en la Varianza | A NOV/92 | A NOV/92 | | | | | |
| Tendencia en la Media | R I | | | | | | |
| Independencia | R I | R I | R I | R I | R I | R I | R I |

Figura 9. Grafica Análisis de precipitación para la estación La Flora

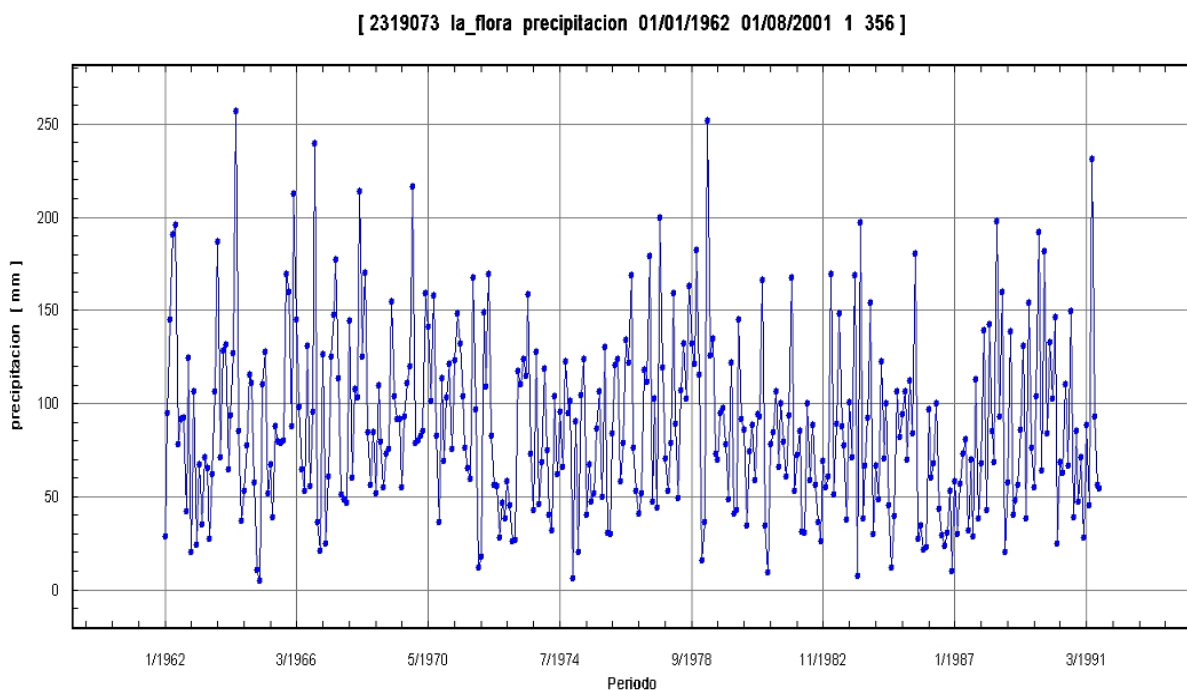


Tabla 9 Análisis de las pruebas de homogeneidad para La Flora

| 2319073 LA FLORA-PRECIPITACION | | | | | | | |
|--------------------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| PRUEBA | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| Cambio en la Media | R | A | A DIC/76 | A DIC/76 | A DIC/76 | A DIC/76 | A DIC/76 |
| Cambio en la Varianza | A DIC/76 | A DIC/76 | | | | | |
| Tendencia en la Media | R | | | | | | |
| Independencia | R I | R I | R I | R I | | | |

Figura 10. Grafica Análisis de precipitación para la estación CDMB

[2319072 cdmdb precipitacion 01/01/1972 01/06/2001 1 354]

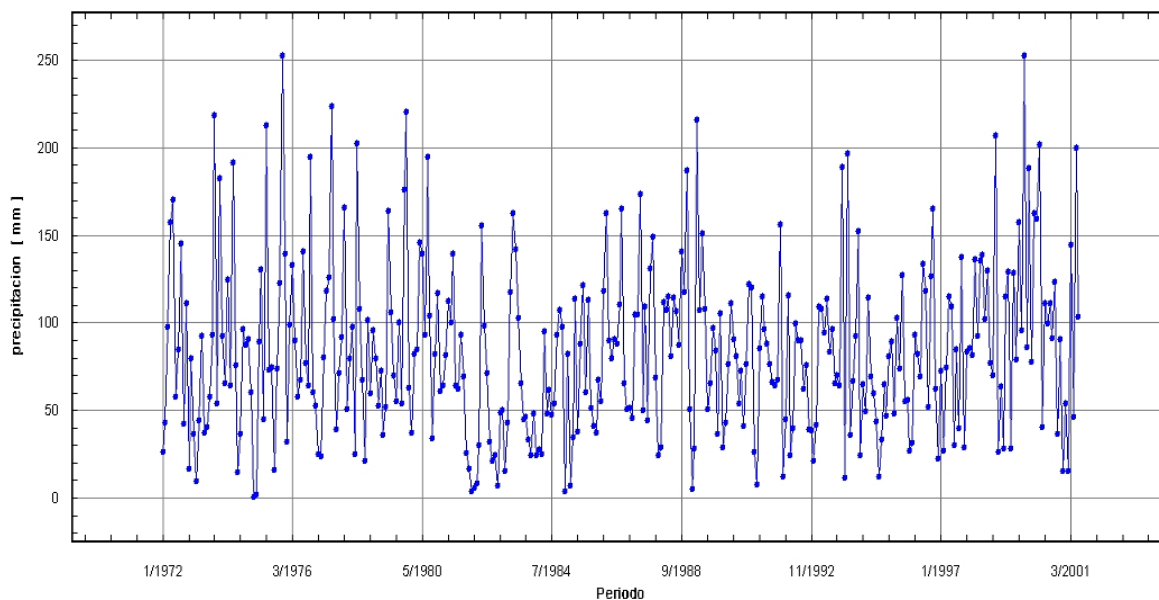


Tabla 10. Análisis de las pruebas de homogeneidad para CDMB

| 2319072 CDMB-PRECIPITACION | | | | | | | |
|------------------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| PRUEBA | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| Cambio en la Media | R | A | A NOV/91 | A NOV/91 | A NOV/91 | A NOV/91 | A NOV/91 |
| Cambio en la Varianza | A NOV/91 | A NOV/91 | | | | | |
| Tendencia en la Media | R | | | | | | |
| Independencia | R I | R I | R I | R I | | | |

Figura 11. Grafica Análisis de precipitación para la estación La Galvicia

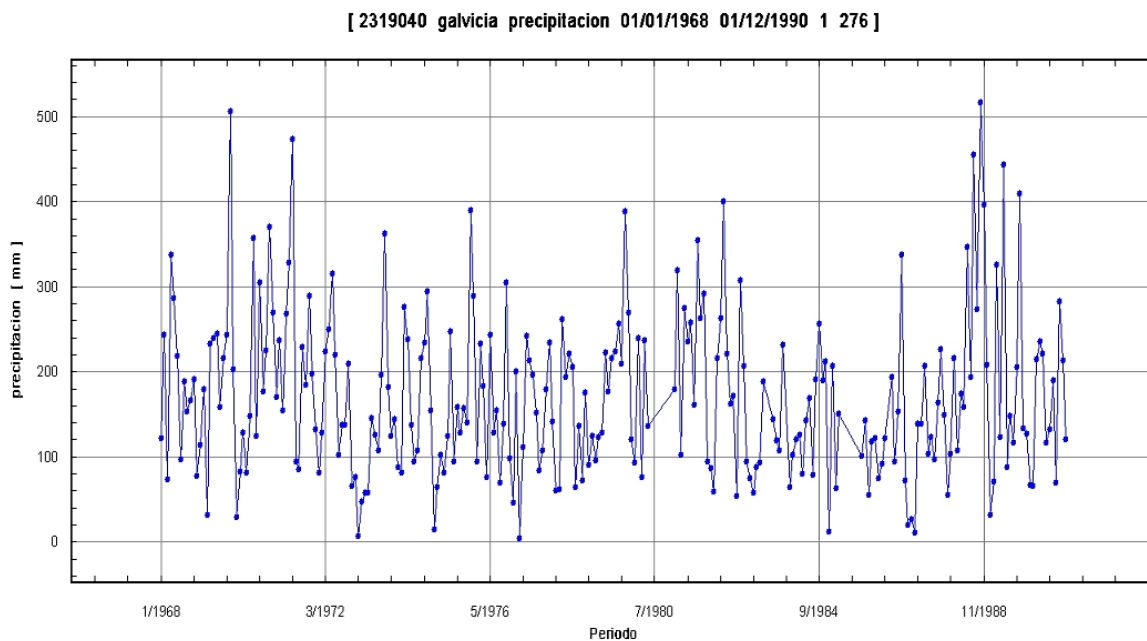


Tabla 11. Análisis de las pruebas de homogeneidad para Galvicia

| 2319040 GALVICIA-PRECIPITACION | | | | | | | |
|--------------------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| PRUEBA | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| Cambio en la Media | R | A | A NOV/84 | A NOV/84 | A NOV/84 | A NOV/84 | A NOV/84 |
| Cambio en la Varianza | A NOV/84 | A NOV/84 | | | | | |
| Tendencia en la Media | R | | | | | | |
| Independencia | R I | R I | R I | R I | | | |

Figura 12. Grafica Análisis de temperatura para la estación La Esperanza

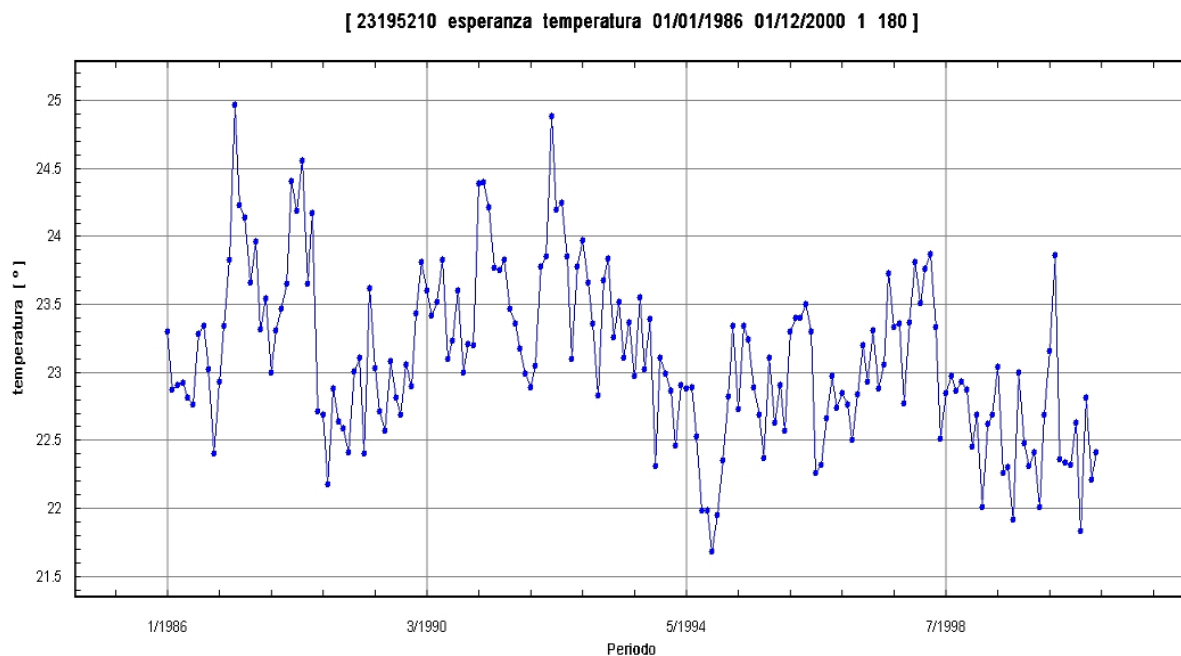


Tabla 12. Análisis de las pruebas de homogeneidad para La Esperanza

| 23195210 LA ESPERANZA-TEMPERATURA | | | | | | | |
|-----------------------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| PRUEBA | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| Cambio en la Media | A NOV/93 | A | A FEB/91 | A NOV/93 | A NOV/93 | A NOV/93 | A NOV/93 |
| | A NOV/93 | A NOV/93 | | | | | |
| Tendencia en la Media | R | | | | | | |
| Independencia | R | R | R | R | | | |
| | I | I | I | I | | | |

Figura 13. Grafica Análisis de temperatura para la estación Charta

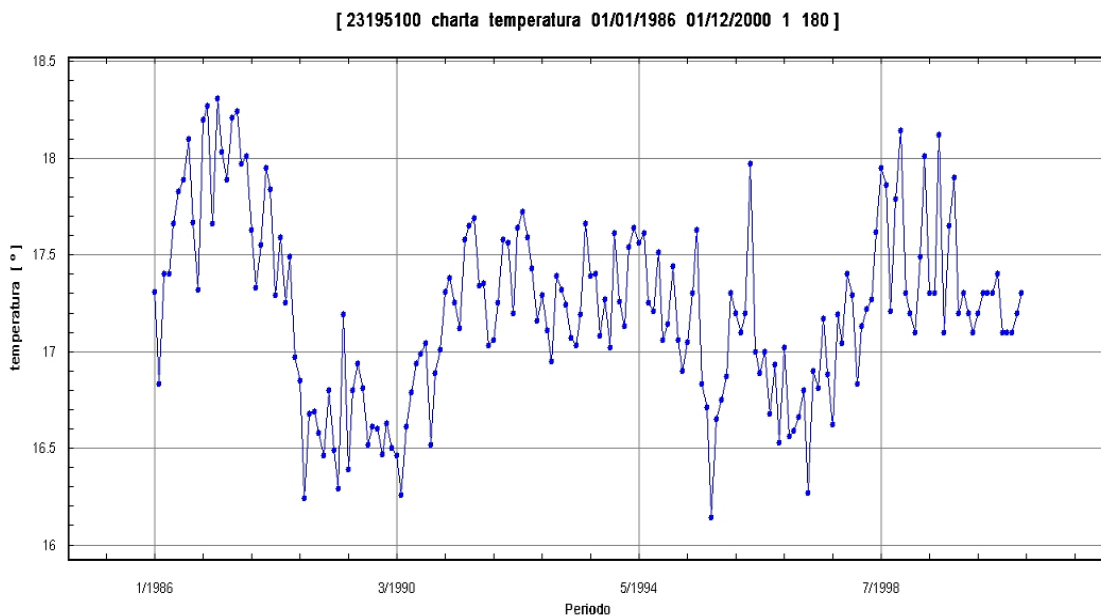


Tabla 13. Análisis de las pruebas de homogeneidad para Charta

| 23195100 CHARTA-TEMPERATURA | | | | | | | |
|------------------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| PRUEBA | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| Cambio en la Media | R | A | A DIC/96 | A DIC/96 | A DIC/96 | A DIC/96 | A DIC/96 |
| Cambio en la Varianza | A DIC/96 | A DIC/96 | | | | | |
| Tendencia en la Media | R | | | | | | |
| Independencia | R I | R I | R I | R I | | | |

Figura 14. Grafica Análisis de temperatura para la estación Berlin

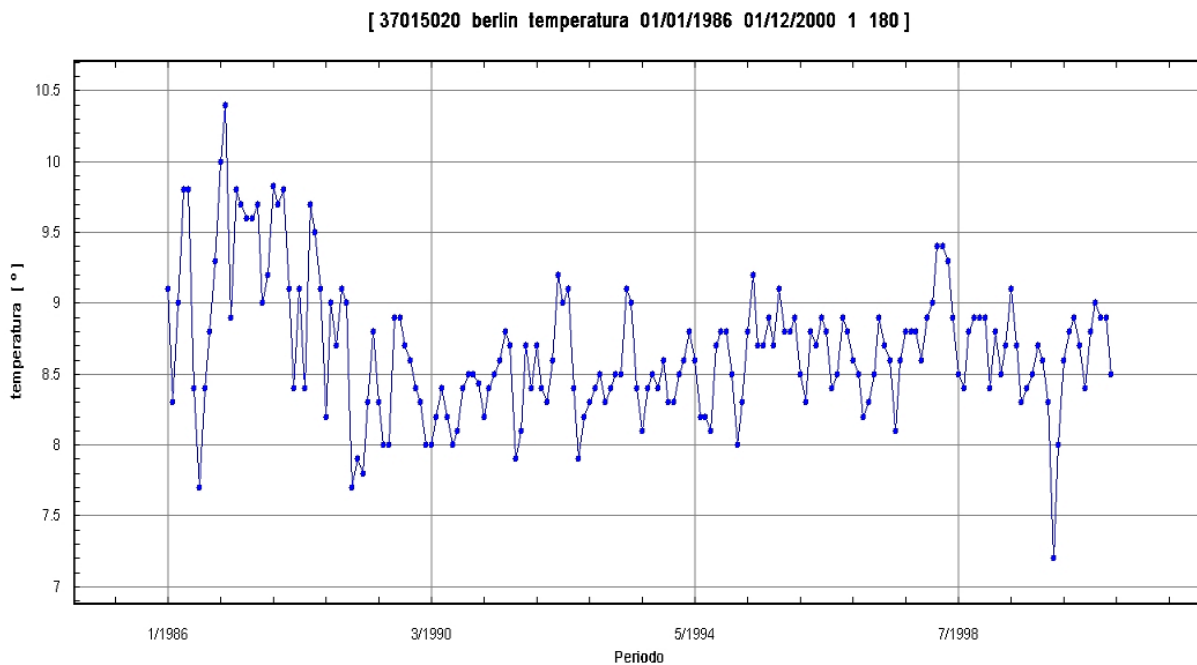


Tabla 14. Análisis de las pruebas de homogeneidad para Berlin

| 37015020 BERLIN-TEMPERATURA | | | | | | | |
|-----------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| PRUEBA | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| Cambio en la Media | A | A | A | A | A | A | A |
| | SEP/92 | | MAR/97 | MAR/97 | MAR/97 | MAR/97 | MAR/97 |
| Cambio en la Varianza | A | A | | | | | |
| Tendencia en la Media | MAR/97 | MAR/97 | | | | | |
| Independencia | R | | | | | | |
| | R | R | R | R | | | |
| | I | I | I | I | | | |

Figura 15. Grafica Análisis de temperatura para la estación Aeropuerto Palonegro

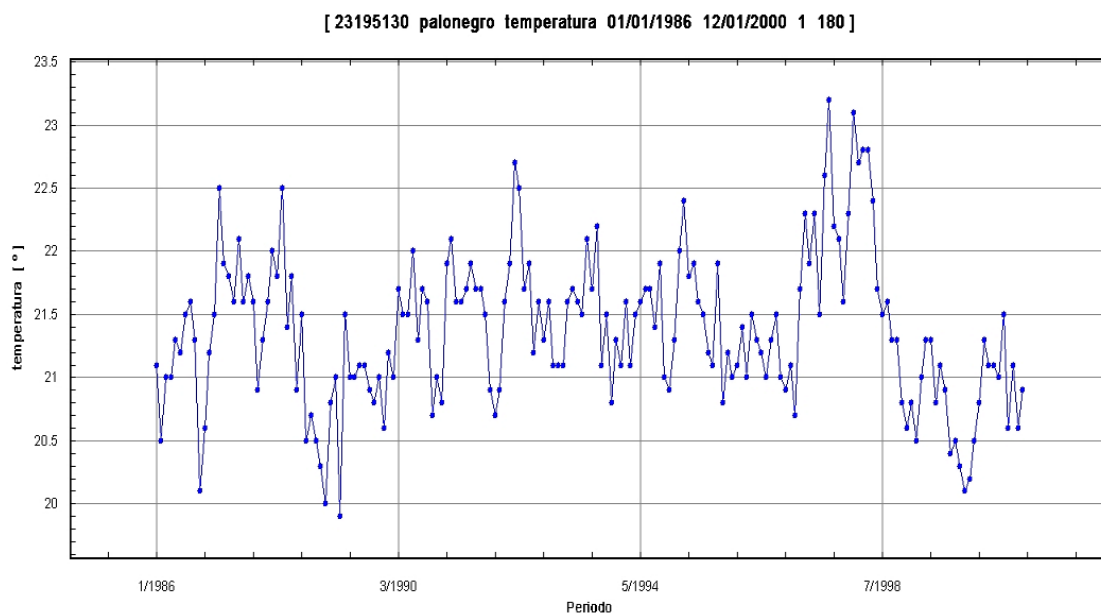


Tabla 15. Análisis de las pruebas de homogeneidad para Aeropuerto Palonegro

| 23195130 APARTAMENTO PALONEGRO-TEMPERATURA | | | | | | | |
|--|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| PRUEBA | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| Cambio en la Media | A JUN/90 | A MAR/97 | A MAR/97 | A MAR/97 | A MAR/97 | A MAR/97 | A MAR/97 |
| | A MAR/97 | A MAR/97 | | | | | |
| Tendencia en la Media | R | | | | | | |
| Independencia | R I | R I | R I | R I | | | |

Variaciones en la Precipitación

Para las series de precipitación, en todos los casos, el método de tendencia en la media analizado (método de Prueba T), así como los métodos de independencia mostraron rechazo de la hipótesis nula (lo que significa detección de tendencias en la media de las series). El signo de la tendencia (aumento o disminución de la precipitación) es variable en las estaciones. La corta longitud de registros en algunas estaciones no permite ser concluyente de la tendencia generalizada de la precipitación en la región de ubicación de la estación. Por ejemplo, la estación Tona presenta una tendencia decreciente, en cuanto la estación UIS presenta una tendencia creciente.

Todas las estaciones presentaron cambios en la media y la varianza (3 de estas estaciones localizaron este cambio en el año 1986: UIS, SURATÁ Y EL POZO). Es difícil precisar la razón de cambio en estos parámetros, ya que pueden ser debido a factores externos (cambio de tecnología, cambio de ubicación de la estación, entre otros) o a cambios inherentemente climáticos. Conclusiones generales en este punto pueden ser detallados si se contara con una mayor cantidad de registros.

Variaciones en la temperatura

Al igual que los resultados de las series de precipitación, todas las estaciones presentaron tendencias en la media de Temperatura de los registros históricos. Esto se comprobó mediante el método de Prueba T y los 4 métodos de independencia analizados. De igual forma, el signo (disminución o aumento de temperatura) no es el mismo en todas las estaciones, lo que dificulta el análisis general de la tendencia.

Todas las estaciones mostraron cambios en la media y la varianza en algún momento del registro histórico. Es interesante destacar que estos cambios fueron detectados en la década de los 90's para todas las estaciones (1993 para la

Esperanza, 1996 para Charta, 1997 para Berlín y 1997 para Palonegro). La fecha de cambio en la media coincide en todos los casos con la fecha de cambio de la varianza. Los pocos registros disponibles no permiten sacar conclusiones generales en términos de atribución de causas de estos cambios.

5. CONCLUSIONES

- Se destaca la importancia del uso de pruebas paramétricas y no paramétricas para el análisis de homogeneidad de series hidrológicas. La posibilidad de contar con la implementación de estos métodos en herramientas especializadas en hidrología (como HidroSIG) son fundamentales para estudios de tendencias climáticas en series de datos.
- Las series de precipitación y temperatura analizadas presentaron tendencia en la media, y en algún momento determinados cambios en la media y en la varianza. No fue posible determinar una tendencia generalizada de cambio (aumento o disminución de la variable) en todas las estaciones.
- La atribución de causas de estos cambios no es posible debido a la poca cantidad de estaciones analizadas y la gran cantidad de factores (tanto naturales como antropogénicos) que pueden afectar la media y la varianza en una serie. Esto no quiere decir que los resultados obtenidos no deban ser considerados cuando se desea trabajar con estas series de datos en otras aplicaciones específicas de hidrología.
- La alta intermitencia y variabilidad espacial y temporal de la lluvia tropical dificulta el análisis de homogeneidad en series de precipitación. Una limitación importante de la mayoría de los métodos estadísticos es que ellos asumen la variable con una función de distribución determinada. El uso de pruebas no-paramétricas (como la prueba de sumas acumuladas para el cálculo de cambios en la media) son las más adecuadas para estudiar la variable precipitación.

- Todas los registros de temperatura mostraron cambios en la media y la varianza a partir de la década de los 90's. Por la poca cantidad de estaciones utilizadas es difícil atribuir exactamente las causas de estos cambios. De cualquier forma no se descarta la posibilidad que estos cambios sean producto del fenómeno de calentamiento global. Es necesario utilizar una mayor cantidad de estaciones, así como hacer el análisis para temperaturas máximas y mínimas, de forma que nos permitan concluir en relación con las causas de estos cambios.
- Es común encontrar en todo tipo de series de tiempo, valores que parecen inconsistentes con el resto de los datos de la serie. La identificación de estos puntos puede permitir el descubrimiento de un comportamiento inesperado o, simplemente, pueden dar cuenta de errores en la entrada o en la recolección de los datos. Es por esto que es necesario determinar si estos valores de comportamiento diferente deben ser removidos o incluidos en los análisis, para evitar posibles conclusiones erróneas. Existen métodos para la evaluación de estos puntos anormalmente extremos en la series de tiempo.
- En general cambios en los patrones de comportamiento de las variables hidroclimatológicas no deben ser vistos aisladamente como consecuencia de un cambio climático mundial, sin tener en cuenta que existen fenómenos locales (como la deforestación, el urbanismo, prácticas agrícolas locales, etc.) que pueden estar influenciado en estos patrones de cambio. El análisis de homogeneidad de series de tiempo debe ser considerado desde una perspectiva global y también local, caracterizando todos los posibles procesos que puedan afectar el clima local.

- Es necesario complementar este estudio con una mayor cantidad de estaciones y una mayor cobertura espacial. El análisis de la información actualizada (hasta 2010) permitirá determinar si en la última década los registros de temperatura han aumentado (como lo evidencian resultados globales).

6. BIBLIOGRAFIA

Allende Teodoro. (2006). Analisis Hidrometeorologico de la cuenca ddel lago Cuitzeo

Bayley, G. & Hammersley, H. (1946). The "effective" number of independent observations in an autocorrelated time series. Journal of Royal Statistical Society, 8(1-B), 184–197.

Ceballos, A.y C. goez 2003. Detección de valores anormalmente extremos (outliers) en series hidrológicas. Trabajo de grado, ingeniería civil, facultad de minas, Universidad Nacional de Colombia. Medellín 113 p.

Conover, W. (1971). Practical Non Parametric Statistics. New York: John Wiley and Sons.

Devore, J. (1982). Probability and Statistics for Engineering and the Sciences. Monterey, California: Brooks/Cole Publishing Company

Magaña, Victor O. (2010). _El cambio climático global: comprender el problema Instituto. Articulo tomado de. Pagina del Instituto Nacional de Ecologia www.ine.gov.mx

Matalas, N. & Langbein, W. (1962). Information content of the mean. Journal Geophysical

MUÑOZ , Marin Carmen. Tesis de grado: ANÁLISIS DE LA VARIABILIDAD EN SERIES HIDROMETEOROLÓGICAS EN UNA CUENCA DE CABECERA DEL RÍO SEGURA: CUENCA DEL RÍO MUNDO. Cartagena 2008.