

**DETERMINACIÓN DE PROPIEDADES DINÁMICAS DEL PÓRTICO METÁLICO  
EN 3D DE REFERENCIA DEL ASCE: ENFOQUE NUMÉRICO.**

**LEANDRO CALDERÓN PÉREZ**



**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER  
FACULTAD DE INGENIERÍAS FISICOMECAÑICAS  
INGENIERÍA CIVIL  
BUCARAMANGA**

**2011**

**DETERMINACIÓN DE PROPIEDADES DINÁMICAS DEL PÓRTICO METÁLICO  
EN 3D DE REFERENCIA DEL ASCE: ENFOQUE NUMÉRICO.**

**Autor:**

**LEANDRO CALDERÓN PÉREZ**

**Proyecto de grado para optar por el título de**

**INGENIERO CIVIL.**

**Director:**

**OSCAR JAVIER BEGAMBRE CARRILLO**

**Ph.D Ms.C**

**Co-Director:**

**Ing. FREDY SAUL SOTELO MONROY**

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER  
FACULTAD DE INGENIERÍAS FISICOMECAÑICAS  
INGENIERÍA CIVIL  
BUCARAMANGA**

**2011**

*Que nunca nos baje la motivación por seguir aprendiendo  
cada día un poco más.*

## TABLA DE CONTENIDO

|                                                                                                |    |
|------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| INTRODUCCIÓN .....                                                                             | 14 |
| 1. RESUMEN DEL PROYECTO .....                                                                  | 15 |
| 2. DESCRIPCIÓN DEL PROYECTO .....                                                              | 16 |
| 2.1 PLANTEAMIENTO Y JUSTIFICACIÓN DEL PROYECTO .....                                           | 16 |
| 3. CONFIGURACIÓN EXPERIMENTAL: PORTICO BENCHMARK UBC.....                                      | 17 |
| 3.1 ESTRUCTURA DE REFERENCIA .....                                                             | 17 |
| 3.2 EXCITACIÓN DE LA ESTRUCTURA .....                                                          | 19 |
| 3.3 INSTRUMENTACIÓN Y ADQUISICIÓN DE DATOS.....                                                | 20 |
| 3.4 CALIBRACIÓN DEL MODELO NUMÉRICO: DATAGEN .....                                             | 21 |
| 4. OBJETIVOS DEL PROYECTO .....                                                                | 22 |
| 4.1 OBJETIVO GENERAL .....                                                                     | 22 |
| 4.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....                                                                 | 22 |
| 5. DINAMICA ESTRUCTURAL .....                                                                  | 23 |
| 5.1 PÓRTICO ESPACIAL .....                                                                     | 23 |
| 5.2 MATRIZ DE RIGIDEZ .....                                                                    | 23 |
| 5.3 MATRIZ DE MASA .....                                                                       | 25 |
| 5.4 MATRIZ DE AMORTIGUAMIENTO .....                                                            | 27 |
| 5.5 SOLUCIÓN DE SISTEMAS DINÁMICOS DE MÚLTIPLES GRADOS DE<br>LIBERTAD: APROXIMACIÓN MODAL..... | 28 |
| 6. ANÁLISIS MODAL .....                                                                        | 30 |
| 6.1 INTRODUCCIÓN .....                                                                         | 30 |
| 6.2 MÉTODOS EN EL DOMINIO DE LA FRECUENCIA .....                                               | 31 |
| 6.2.1 Transformada de Fourier rápida (FFT).....                                                | 31 |

|         |                                                                                      |    |
|---------|--------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 6.2.2   | Ventaneo de señales.....                                                             | 33 |
| 6.2.3   | Espectro de potencia: Método de Welch.....                                           | 35 |
| 6.3     | IDENTIFICACIÓN DE FRECUENCIAS .....                                                  | 36 |
| 6.4     | CALCULO DEL AMORTIGUAMIENTO POR EL MÉTODO DEL ANCHO DE BANDA .....                   | 37 |
| 7.      | CASO DE ESTUDIO: PORTICO METALICO EN 3D DE REFERENCIA DEL ASCE .....                 | 39 |
| 7.1     | ACERCA DE DATAGEN: ALGORITMO PARA LA VALIDACIÓN NUMÉRICA .....                       | 40 |
| 7.2     | CALCULO DE FRECUENCIAS NATURALES A PARTIR DE LAS MATRICES DE RIGIDEZ Y DE MASA ..... | 44 |
| 7.3     | SEÑALES DE LOS ACELERÓMETROS A PARTIR DEL PROGRAMA DATAGEN .....                     | 44 |
| 7.3.1   | Primera configuración: 8 acelerómetros.....                                          | 46 |
| 7.3.2   | Segunda configuración: 16 Acelerómetros.....                                         | 48 |
| 7.4     | IDENTIFICACION DE FRECUENCIAS A PARTIR DE SEÑALES DE ACELERÓMETROS .....             | 50 |
| 7.4.1   | Primera configuración: 8 acelerómetros.....                                          | 51 |
| 7.4.1.1 | Identificacion de picos: Direccion x.....                                            | 51 |
| 7.4.1.2 | Identificación de picos: Dirección y .....                                           | 53 |
| 7.4.2   | Segunda configuración: 16 acelerómetros .....                                        | 55 |
| 7.4.2.1 | Identificación de picos: Dirección x .....                                           | 55 |
| 7.4.2.2 | Identificación de picos: Dirección y .....                                           | 57 |
| 7.4.3   | Tabla de resultados: Identificación de picos de frecuencia. ....                     | 59 |
| 7.5     | IDENTIFICACIÓN DE AMORTIGUAMIENTOS MODALES A PARTIR DEL ESPECTRO DE POTENCIA.....    | 61 |

|         |                                                                      |    |
|---------|----------------------------------------------------------------------|----|
| 7.5.1   | Amortiguamientos modales: 8 acelerómetros .....                      | 61 |
| 7.5.1.1 | Identificación amortiguamiento: Dirección X .....                    | 61 |
| 7.5.1.2 | Identificación amortiguamiento: Dirección y .....                    | 63 |
| 7.5.2   | Amortiguamiento: 16 acelerómetros.....                               | 65 |
| 7.5.2.1 | Identificación amortiguamiento: Dirección X .....                    | 65 |
| 7.5.2.2 | Identificación amortiguamiento: Dirección Y .....                    | 67 |
| 7.5.3   | Tabla de resultados: Identificación de amortiguamientos modales .... | 69 |
| 8.      | CONCLUSIONES.....                                                    | 71 |
| 9.      | TRABAJOS FUTUROS .....                                               | 72 |
| 10.     | BIBLIOGRAFIA .....                                                   | 73 |

## LISTA DE TABLAS

|                                                                                    |    |
|------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Tabla 1: Características de la instrumentación. ....                               | 21 |
| Tabla 2: Amortiguamiento critico para distintos elementos estructurales .....      | 27 |
| Tabla 3: Propiedades físicas de los elementos del pórtico metálico .....           | 39 |
| Tabla 4: Descripción de los códigos fuente del programa Datagen .....              | 40 |
| Tabla 5: Matriz de aceleraciones dadas por el programa Datagen.....                | 43 |
| Tabla 6: Frecuencias no amortiguadas del pórtico metálico .....                    | 44 |
| Tabla 7: Coordenadas de las columnas del pórtico metálico .....                    | 46 |
| Tabla 8: Ubicación espacial de los 8 acelerómetros dentro del pórtico metálico ... | 46 |
| Tabla 9: Ubicación espacial de los 16 acelerómetros dentro del pórtico metálico .  | 48 |
| Tabla 10: Resultados: Identificación de picos con 8 acelerómetros.....             | 59 |
| Tabla 11: Resultados: Identificación de picos con 16 acelerómetros.....            | 59 |
| Tabla 12: Resultados Amortiguamiento: 8 acelerómetros .....                        | 69 |
| Tabla 13: Resultados Amortiguamiento: 16 acelerómetros .....                       | 70 |

## LISTA DE FIGURAS

|                                                                                                                                            |    |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 1: Marco de acero a escala de la estructura.....                                                                                    | 17 |
| Figura 2: Miembros del marco. ....                                                                                                         | 18 |
| Figura 3: Configuración de masa sobre la estructura (a) Pisos 1-3 y (b) Piso 4. ....                                                       | 18 |
| Figura 4: Instalación del agitador electrodinámico.....                                                                                    | 19 |
| Figura 5: Ubicación de los acelerómetros y agitador. ....                                                                                  | 20 |
| Figura 6: Segmento de barra de un pórtico espacial donde se muestran los desplazamientos y las fuerzas en las coordenadas nodales .....    | 24 |
| Figura 7. Ventana de Hanning para una longitud de 128 datos, en el dominio del tiempo (Izquierda), Dominio de la frecuencia (Derecha)..... | 34 |
| Figura 8. Ejemplos del funcionamiento de la ventana de Hanning .....                                                                       | 34 |
| Figura 9. Ejemplo de curva experimental de respuesta en frecuencia.....                                                                    | 38 |
| Figura 10: Datagen: Selección del caso de daño.....                                                                                        | 41 |
| Figura 11: Datagen: Selección de número de sensores. ....                                                                                  | 41 |
| Figura 12: Datagen: Selección del método de cálculo de la respuesta.....                                                                   | 42 |
| Figura 13: Datagen: Parámetros de entrada.....                                                                                             | 42 |
| Figura 14: Ubicación de los puntos donde se captura la señal de salida.....                                                                | 45 |
| Figura 15: Dimensiones del pórtico metálico .....                                                                                          | 45 |
| Figura 16: Registros de aceleraciones en la dirección X: 8 Acelerómetros .....                                                             | 47 |
| Figura 17: Registros de aceleraciones en la dirección Y: 8 Acelerómetros .....                                                             | 47 |
| Figura 18: Registros de aceleraciones en la dirección X: 16 Acelerómetros .....                                                            | 49 |
| Figura 19: Registros de aceleraciones en la dirección Y: 16 Acelerómetros .....                                                            | 50 |
| Figura 20: Identificación primera frecuencia natural = 8.789 [Hz] .....                                                                    | 51 |
| Figura 21: Identificación segunda frecuencia natural = 25.39 [Hz] .....                                                                    | 51 |
| Figura 22: Identificación tercera frecuencia natural = 40.77 [Hz] .....                                                                    | 52 |
| Figura 23: Identificación cuarta frecuencia natural = 56.15 [Hz] .....                                                                     | 52 |
| Figura 24: Identificación primera frecuencia natural = 8.301 [Hz] .....                                                                    | 53 |
| Figura 25: Identificación segunda frecuencia natural = 22.95 [Hz] .....                                                                    | 53 |
| Figura 26: Identificación tercera frecuencia natural = 36.38 [Hz] .....                                                                    | 54 |



|                                                                               |    |
|-------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 27: Identificación cuarta frecuencia natural = 45.14 [Hz] .....        | 54 |
| Figura 28: Identificación primera frecuencia natural = 8.789 [Hz] .....       | 55 |
| Figura 29: Identificación segunda frecuencia natural = 25.39 [Hz] .....       | 55 |
| Figura 30: Identificación tercera frecuencia natural = 41.02 [Hz] .....       | 56 |
| Figura 31: Identificación cuarta frecuencia natural = 56.15 [Hz] .....        | 56 |
| Figura 32: Identificación primera frecuencia natural = 8.301 [Hz] .....       | 57 |
| Figura 33: Identificación segunda frecuencia natural = 22.95 [Hz] .....       | 57 |
| Figura 34: Identificación tercera frecuencia natural = 36.38 [Hz] .....       | 58 |
| Figura 35: Identificación cuarta frecuencia natural = 46.14 [Hz] .....        | 58 |
| Figura 36: Amortiguamiento Modo 1 [8.789 Hz] Espectro medio normalizado ..... | 61 |
| Figura 37: Amortiguamiento Modo 2 [25.39 Hz] Espectro medio normalizado ..... | 62 |
| Figura 38: Amortiguamiento Modo 3 [40.77 Hz] Espectro medio normalizado ..... | 62 |
| Figura 39: Amortiguamiento Modo 4 [56.15 Hz] Espectro medio normalizado ..... | 63 |
| Figura 40: Amortiguamiento Modo 1 [8.301 Hz] Espectro medio normalizado ..... | 63 |
| Figura 41: Amortiguamiento Modo 2 [22.95 Hz] Espectro medio normalizado ..... | 64 |
| Figura 42: Amortiguamiento Modo 3 [36.38 Hz] Espectro medio normalizado ..... | 64 |
| Figura 43: Amortiguamiento Modo 4 [45.14 Hz] Espectro medio normalizado ..... | 65 |
| Figura 44: Amortiguamiento Modo 1 [8.789 Hz] Espectro medio normalizado ..... | 65 |
| Figura 45: Amortiguamiento Modo 2 [25.39 Hz] Espectro medio normalizado ..... | 66 |
| Figura 46: Amortiguamiento Modo 3 [41.02 Hz] Espectro medio normalizado ..... | 66 |
| Figura 47: Amortiguamiento Modo 4 [56.15 Hz] Espectro medio normalizado ..... | 67 |
| Figura 48: Amortiguamiento Modo 1 [8.301 Hz] Espectro medio normalizado ..... | 67 |
| Figura 49: Amortiguamiento Modo 2 [22.950 Hz] Espectro medio normalizado .... | 68 |
| Figura 50: Amortiguamiento Modo 3 [36.380 Hz] Espectro medio normalizado .... | 68 |
| Figura 51: Amortiguamiento Modo 4 [46.140 Hz] Espectro medio normalizado .... | 69 |

## RESUMEN

**TITULO:** DETERMINACIÓN DE PROPIEDADES DINÁMICAS DEL PÓRTICO METÁLICO EN 3D DE REFERENCIA DEL ASCE: ENFOQUE NUMÉRICO.\*

**AUTOR:** Leandro Calderón Pérez.\*\*

**PALABRAS CLAVES:** Análisis modal, Modelos en elementos finitos, Dinámica estructural, Pórticos metálicos.

**DESCRIPCIÓN:** En el presente trabajo de grado se describe una metodología de análisis modal para la identificación de propiedades dinámicas del pórtico metálico de referencia del ASCE a partir de un modelo numérico suministrado, el cual fue programado con el software computacional MatLab®.

Para la identificación modal se tomaron los datos de respuesta en el dominio del tiempo generados por el programa DATAGEN y se realizó un tratamiento a estas señales para su posterior estudio en el dominio de la frecuencia, luego, se utilizó el método de Welch para la identificación de los picos de frecuencia en los primeros cuatro modos fundamentales en las dos direcciones mediante espectros de potencia de la señal, por último, se identificaron los amortiguamientos modales por el método del ancho de banda utilizando los espectros de potencia.

A partir del modelo de identificación propuesto, se concluyó que el espectro de potencia calculado mediante el método de Welch da buenos resultados al compararlos con datos teóricos calculados con las matrices de masa y rigidez del modelo de elementos finitos del pórtico metálico y asumiendo un amortiguamiento nulo para el cálculo de las frecuencias naturales de este en los primeros cuatro modos.

Los amortiguamientos modales utilizando la metodología de ancho de banda no brindan una conclusión segura sobre estos por lo que se sugiere un estudio en el dominio del tiempo de la señal para una óptima determinación.

---

\* Proyecto de grado.

\*\* Facultad: INGENIERÍAS FISICOMECAÑICAS. Escuela: INGENIERÍA CIVIL. Director: OSCAR JAVIER BEGAMBRE CARRILLO. Codirector: FREDY SAUL SOTELO MONROY

## ABSTRACT

**TITLE:** DINAMIC PROPERTIES DETERMINATION OF METALIC PORCH IN 3D WITH ASCE REFERENCE: NUMERIC APPROACH.\*

**AUTHOR:** Leandro Calderón Pérez.\*\*

**KEY WORDS:** Modal Analysis, Finite element's models, structural dynamic, metalic porch.

**DESCRIPTION:** This graduate work describes a modal analysis methodology in order to identify the dynamic properties of the metalic porch with ASCE reference through a supplied numeric model, which was programmed with the computational software MatLab®.

For modal identification the response data in the time command were taken and these were generated by DATAGEN program. A treatment of the signal was developed for their subsequent study in the frequency command, then, the Welch's method was used for the identification of the frequency peaks in the firsts four fundamental modes in two directions through spectrum of power in the signal, finally the damping modals were identified by wide of band's method using the spectrum of power.

Through the proposed model of identification, it was concluded that the spectrum of power calculated by the Welch method provides good results when it be compared with theoretical data which are calculated with mass and stiffness arrangements of the model of finite elements of the metalic porch and assume a rule damping for the calculation of natural frequencies of this in the first four modes.

Modals damping using the wide of band methodology does not provide a safe conclusion of this, so it is suggested a study in the time command of the signal for an optimal determination.

---

\* Graduate Project.

\*\* Faculty of Physical – Mechanical Engineering. Civil Engineering School. Director: OSCAR JAVIER BEGAMBRE CARRILLO. Codirector: FREDY SAUL SOTELO MONROY

## INTRODUCCIÓN

El estudio de estructuras que se construyen en la actividad de la ingeniería civil, avanza día a día, teniendo como gran avance la identificación de propiedades dinámicas de estructuras altamente complejas, recurriendo cada vez a algoritmos matemáticos más elaborados y de difícil o poca aplicación en países en vía de desarrollo como Colombia. El presente trabajo, se realiza bajo estas premisas, la cual es ser un puente entre una metodología sencilla y confiable para la caracterización de estructuras comunes en nuestro país.

El presente escrito está organizado de una manera lógica, la cual el autor considera la más correcta. Empieza con una descripción de una estructura metálica seguido por un marco teórico para garantizar el cumplimiento de los objetivos propuestos y finalizando con la aplicación dicha teoría para generar resultados que tengan valor para la descripción dinámica de la estructura en estudio.

El lector debe estar familiarizado con los conceptos del análisis estructural y dinámica estructural, pero si ese no es el caso, el autor complementa este escrito con una bibliografía que se encuentra al final de este, el cual se considera como referencia para tener un buen punto de vista y poder sacar el mayor provecho al desarrollo expuesto en este trabajo.

Finalmente este trabajo se presenta como un informe de investigación que se ha realizado en compañía del director y co-director, el autor espera que esta contribución sirva como aporte al estudio y caracterización dinámica de estructuras de similares condiciones como la que aquí se describe.

## **1. RESUMEN DEL PROYECTO**

En el campo de la ingeniería civil una de las más importantes preocupaciones que existen en la actualidad es el cómo las estructuras que se construyeron o se van a construir van a reaccionar ante la acción de una fuerza externa como puede ser una explosión o un sismo. En las últimas dos décadas, el análisis modal se ha convertido en una herramienta importante en la búsqueda para la optimización y mejor estimación de las características dinámicas de las estructuras civiles (1), para apreciar su importancia en la ingeniería moderna y su potencial uso para la ciencia y la tecnología se desarrolla este trabajo de grado que tiene como objeto mostrar y examinar esta tecnología.

El presente proyecto de grado tiene como objetivo determinar las propiedades dinámicas de una estructura metálica a partir de información suministrada por la American Society of Civil Engineers (ASCE). La estructura fue construida en el laboratorio de estructuras de la Universidad de la Columbia Británica (UBC). El trabajo a realizar comprende la Identificación y análisis de datos generados de la estructura de referencia de la ASCE y la Identificación de las características dinámicas de la misma apoyada en técnicas modales.

En el capítulo 3, veremos la configuración y adquisición de datos experimentales que se hicieron sobre la estructura, luego en la sección 7.1 se muestra el programa Datagen, que es el resultado de la calibración de los datos experimentales, en base a este se desarrolla la metodología de análisis modal para realizar su validación numérica. Los resultados y análisis que surjan de este proyecto de grado pretenden ser una metodología de apoyo para futuros ensayos de laboratorio en estructuras de similares condiciones.

## **2. DESCRIPCIÓN DEL PROYECTO**

### **2.1 PLANTEAMIENTO Y JUSTIFICACIÓN DEL PROYECTO**

Actualmente en el campo de la ingeniería civil se buscan metodologías rápidas y confiables para la obtención de las propiedades dinámicas de las estructuras, con un estudio dinámico de las estructuras se pueden calibrar los modelos estructurales existentes que se analizan y diseñan para su reforzamiento o para el cumplimiento de especificaciones reglamentarias en nuestro país.

Los estudios de niveles de vibración permiten optimizar las estructuras civiles que requieren la ubicación de equipos sensibles a vibraciones para su funcionamiento, como mitigar un problema de vibración excesiva en losas o en áreas completas de un edificio, o para corregir problemas de flexibilidad de elementos o de vibraciones impuestas sobre las estructuras o partes de ella.

La estimación de las frecuencias, amortiguamientos críticos y modos de vibrar de una estructura se realiza a partir del análisis de registros de señales obtenidas en puntos específicos de dicha estructura. Estos registros se obtienen con acelerómetros digitales que contienen sensores de considerable precisión.

El resultado es una mayor certeza de que el modelo estructural numérico es compatible con la estructura real y que dicho modelo predecirá adecuadamente la respuesta de la estructura ante un evento dinámico.

### 3. CONFIGURACIÓN EXPERIMENTAL: PORTICO BENCHMARK UBC

#### 3.1 ESTRUCTURA DE REFERENCIA

El modelo de la estructura metálica del ASCE es de 4 pisos con dos bahías a sus costados, y se construyó en los Earthquake Engineering Research Laboratory de la Universidad de la Columbia Británica (UBC), ver Figura [1].

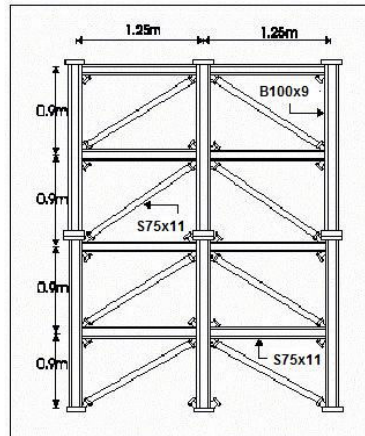
Figura 1: Marco de acero a escala de la estructura.



Fuente: ASCE (2)

La estructura es de 2.5 [m] x 2.5 [m] de longitud en su plano y de 3.6 [m] de altura, los miembros son de acero laminado en caliente de 300W (rendimiento nominal a tensión de 300 [MPa] (42.6 [kpsi])), las secciones están diseñadas para este modelo en especial. Las columnas y las vigas de piso tienen secciones de acero B100x9 y S75x11 respectivamente, ver Figura [2]. La estructura está conectada transversalmente añadiendo flexibilidad a la estructura la cual debe tenerse en cuenta al elaborar modelos analíticos de esta.

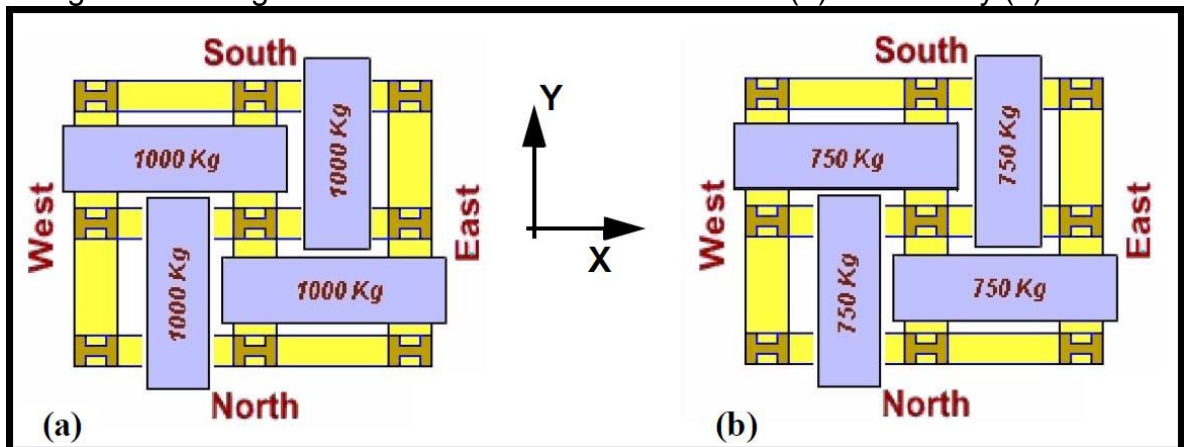
Figura 2: Miembros del marco.



Fuente: ASCE (2)

Para hacer la distribución de masa de la estructura más realista se agregaron losas en cada piso de la siguiente forma: Cuatro losas de 1000 [kg] en cada uno de los niveles primero, segundo, tercero y cuatro losas de 75 [kg] en el cuarto nivel. Además, una rejilla de piso está presente en el segundo nivel para su uso como plataforma de trabajo, agregando 35 [kg] de masa en este nivel, ver Figura [3].

Figura 3: Configuración de masa sobre la estructura (a) Pisos 1-3 y (b) Piso 4.



Fuente: ASCE (2)



### 3.2 EXCITACIÓN DE LA ESTRUCTURA

La fuerza de entrada de la estructura es suministrada por un agitador electrodinámico (Vibrador modelo serie V450). Para aplicar fuerza suficiente a la estructura, se le adiciona masa al vibrador. Por lo tanto la masa total que se mueve impulsado por el agitador es igual a la masa de la armadura más la masa adjunta al agitador, ver figura [4].

Figura 4: Instalación del agitador electrodinámico.



Fuente: ASCE (2)

La masa del agitador es de 81.6 [Kg], en donde la masa de este incluye la armadura 0.426 [Kg] y la masa adicional al final del agitador es de 4.055 [Kg]. El agitador se coloca en el piso superior de la estructura a lo largo de la diagonal del centro de la bahía en la dirección sureste, ver figura [5].

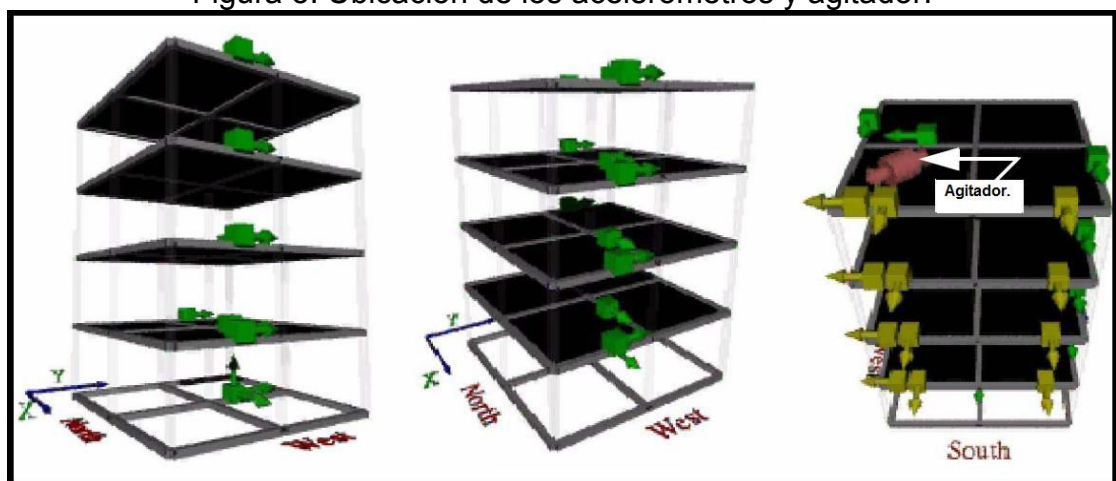
El agitador tiene una capacidad máxima de fuerza de 311 [N] (70 lbf) y tiene una gama de frecuencia utilizables entre 4.6875 – 30 [Hz].

### 3.3 INSTRUMENTACIÓN Y ADQUISICIÓN DE DATOS

Varios sensores se colocaron a lo largo de la estructura (Tabla 1). Cuatro tipos de acelerómetros se utilizaron en la estructura. Además, se instaló un acelerómetro en el agitador para medir la aceleración de la masa en movimiento y para determinar la fuerza de entrada a la estructura en los casos de excitación forzada. También se utilizó un transformador de desplazamiento lineal variable (LVDT siglas en inglés) para medir el desplazamiento de la masa del agitador con respecto a la estructura.

Se utilizaron tres sistemas de adquisición de datos para registrar las respuestas estructurales, incluyendo un sistema DasyLab, un sistema LabView y SigLab. Los sistemas de DasyLab y LabView fueron capaces de medir hasta 16 canales, y el sistema SigLab mide cuatro canales de aceleración. En DasyLab y LabView, los datos se tomaron con una mayor frecuencia y disminuida a 250 [Hz] y en SigLab la tasa de muestreo se estableció a 526 [Hz]. El sistema SigLab tiene un filtro anti-aliasing en 100 [Hz], aunque varios de los sensores utilizan sistemas de aire acondicionado estos incluyen filtros anti-aliasing (Tabla 1.). Los sistemas DasyLab y LabView no tienen filtros analógicos o digitales anti-aliasing, aunque varios de los sensores utilizan sistemas de aire acondicionado que incluyen filtro anti-aliasing.

Figura 5: Ubicación de los acelerómetros y agitador.



Fuente: ASCE (2)

Tabla 1: Características de la instrumentación.

| Modelo Sensor. |                                           | Características del sensor. |                       |                    |
|----------------|-------------------------------------------|-----------------------------|-----------------------|--------------------|
|                |                                           | Rango de frecuencia         | Sistema Anti-aliasing | Sensibilidad       |
| Acelerómetros  | FBA *                                     | DC - 50 [Hz]                | --                    | 5 [Volts/g]        |
|                | Sensor EPI *                              | DC - 200 [Hz]               | --                    | 5 [Volts/g]        |
|                | Kistler (Piezo Beam) †‡                   | AC - 1 [KHz]                | 50 [Hz]               | 5 [Volts/g]        |
|                | Sensor IC (Sobre la estructura) †         | DC - 350 [Hz]               | 50 [Hz]               | 0.667 - 1.43 [V/g] |
|                | Sensor IC (Sobre el agitador) *†          | DC - 1 [KHz]                | 50 [Hz]               | 0.222 [V/g]        |
| LDVT           | Solartron Metrology (Sobre el agitador) † | DC - 100 [Hz]               | 50 [Hz]               | 0.611 [mm]         |

\*Grabado con el sistema de adquisición de datos DasyLab.

†Grabado con el sistema de adquisición de datos LabView.

‡ Grabado con el sistema de adquisición de datos SigLab.

### 3.4 CALIBRACIÓN DEL MODELO NUMÉRICO: DATAGEN

El grupo de monitorización de salud estructural del ASCE, han calibrado un modelo número a partir de los datos experimentales el cual se explico su adquisición en las secciones anteriores. Este modelo permite un correcto y lógico tratamiento para extraer las propiedades dinámicas de la estructura Benchmark UBC mediante el software computacional MatLab ®, permitiendo generar la respuesta dinámica de dicha estructura, este modelo cuenta con 120 grados de libertad (DOF) y en él es posible generar respuesta a partir de patrones de daño, en la sección 7.1 se darán más detalles de uso de este programa (Datagen (3)) y su utilización para implementar la teoría de análisis modal para la caracterización dinámica a partir de señales de salida del sistema (Output-only).

## **4. OBJETIVOS DEL PROYECTO**

### **4.1 OBJETIVO GENERAL**

Definir una metodología numérica para la determinación de las propiedades dinámicas del pórtico metálico en 3D de referencia del ASCE a partir de los datos experimentales suministrados por el ASCE y IASCE.

### **4.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

1. Analizar y clasificar los datos suministrados por el ASCE y IASCE de las señales de datos del pórtico metálico en 3D de referencia del ASCE.
2. Aplicar una metodología de análisis modal e identificar las características dinámicas del pórtico metálico en 3D de referencia del ASCE (Frecuencias y amortiguamientos modales) a partir del procesamiento de datos de las pruebas de vibración forzada.
3. Describir la metodología para obtener la información básica de las propiedades dinámica de estructuras de similares condiciones a la que se va a estudiar.

## 5. DINAMICA ESTRUCTUAL

### 5.1 PÓRTICO ESPACIAL

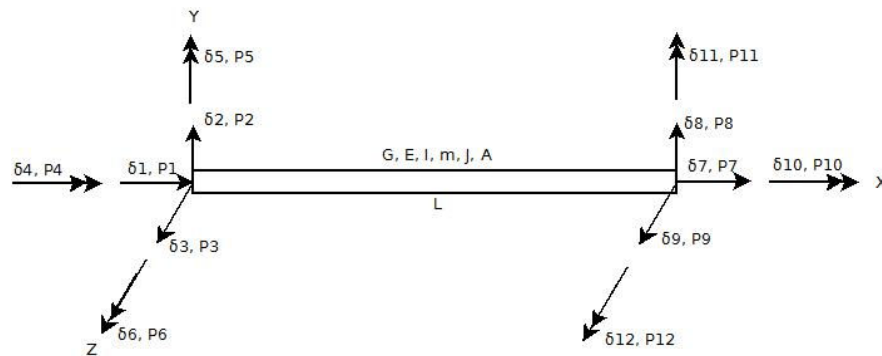
En esta sección se presenta para mostrar el desarrollo que se lleva al proponer la matriz de rigidez de la estructura, es de vital importancia que el lector tenga un conocimiento de análisis matricial de estructuras. Mientras los pórticos planos, sus barras tienen solamente tres coordenadas o formas de movimiento en cada nodo, en el pórtico espacial sus barras tienen seis desplazamientos posibles por nodo, estas son tres traslaciones de los ejes  $x, y, z$  y tres rotaciones con respecto a estos mismos ejes, por lo cual podemos ver que una barra de un pórtico espacial tiene, en sus dos nodos, doce coordenadas modales; por lo tanto la matriz de rigidez o de masa tiene una dimensión de  $12 \times 12$  para una barra espacial (4).

Para realizar el análisis dinámico de un pórtico espacial se requiere más recursos computacionales que los pórticos planos, pero esto ya no es una limitante pues los ordenadores de mesa actualmente realizan grandes cálculos numéricos en cuestión de segundos.

### 5.2 MATRIZ DE RIGIDEZ

En la figura [6] que se muestra a continuación se puede ver de forma detallada las doce coordenadas nodales numeradas de forma conveniente.

Figura 6: Segmento de barra de un pórtico espacial donde se muestran los desplazamientos y las fuerzas en las coordenadas nodales



Fuente: Mario Paz [2002] (4)

En el primer nodo (izquierdo) se enumeran los primeros tres desplazamientos y rotaciones, después se continúa con la misma numeración para el segundo nodo. Las dobles flechas de la figura [6] señalan las coordenadas rotacionales del nodo y las traslaciones se señalan con flecha simple.

A continuación en las ecuaciones [5.1] y [5.2] se muestra la matriz de rigidez y su notación condensada para una barra de un pórtico espacial, es de vital importancia que el lector consulte literatura de análisis matricial para que vea la forma de cómo se obtienen los valores de la matriz de rigidez, estos valores se obtienen con el teorema de castigliano donde partiendo de las ecuaciones de trabajo y energía se deducen cada uno de los coeficientes de la matriz.

$$\begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \\ P_5 \\ P_6 \\ P_7 \\ P_8 \\ P_9 \\ P_{10} \\ P_{11} \\ P_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & & & & & & & & & & & \\ & \frac{12EI_z}{L^3} & & & & & & & & & & \\ & & \frac{12EI_y}{L^3} & & & & & & & & & \\ & & & \frac{GJ}{L} & & & & & & & & \\ & & & & \frac{4EI_y}{L} & & & & & & & \\ & & & & & \frac{4EI_z}{L} & & & & & & \\ & & & & & & \frac{EA}{L} & & & & & \\ & & & & & & & \frac{12EI_z}{L^3} & & & & \\ & & & & & & & & \frac{12EI_y}{L^3} & & & \\ & & & & & & & & & \frac{GJ}{L} & & \\ & & & & & & & & & & \frac{4EI_y}{L} & \\ & & & & & & & & & & & \frac{4EI_z}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \\ \delta_4 \\ \delta_5 \\ \delta_6 \\ \delta_7 \\ \delta_8 \\ \delta_9 \\ \delta_{10} \\ \delta_{11} \\ \delta_{12} \end{bmatrix}$$

Simétrica

**Ecuación: 5.1**

O en notación condensa

$$\{P\} = [K]\{\delta\}$$

**Ecuación: 5.2**

Donde  $I_y$  e  $I_z$ , son respectivamente los momentos de inercia de la sección transversal de la barra, con respecto a los ejes principales en la direcciones  $y, z$  ;  $L, A$  y  $J$ , son respectivamente, la longitud, el área de la sección transversal y la constante torsional.

### 5.3 MATRIZ DE MASA

La matriz de masa concentrada para una barra de un pórtico espacial, es una matriz diagonal, en el cual los coeficientes de esta matriz son desplazamientos lineales y de torsión, que son iguales a la mitad del total de la inercia de la barra, por otro lado los coeficientes correspondientes a las rotaciones de flexión se suponen iguales a cero. La matriz de masa concentrada para una viga de masa uniforme repartida  $\bar{m}$  por unidad de longitud puede escribirse como:

$$M_1 = \frac{\bar{m}L}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \frac{I_0}{A} & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & \frac{I_0}{A} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

**Ecuación: 5.3**

En que  $I_0$  es el momento polar de inercial y  $A$  el área de la sección.

La matriz de masa consistente para una barra espacial, se obtiene combinando la matriz de masa consistente, ecuación [5.4] para los efectos axiales, la ecuación [5.5] para los efectos de torsión y la ecuación [5.6] para los efectos de flexión.

$$\begin{Bmatrix} P_1 \\ P_2 \end{Bmatrix} = \frac{\bar{m}L}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_1'' \\ \delta_2'' \end{Bmatrix}$$

**Ecuación: 5.4**

$$\begin{Bmatrix} T_1 \\ T_2 \end{Bmatrix} = \frac{JG}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_1'' \\ \delta_2'' \end{Bmatrix}$$

**Ecuación: 5.5**

$$\begin{Bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \end{Bmatrix} = \frac{\bar{m}L}{120} \begin{bmatrix} 156 & 22L & 54 & -13L \\ 22L & 4L^2 & 13L & -3L^2 \\ 54 & 13L & 156 & -22L \\ -13L & -3L^2 & -22L & 4L^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_1'' \\ \delta_2'' \\ \delta_3'' \\ \delta_4'' \end{Bmatrix} \quad \text{Simetrica}$$

**Ecuación: 5.6**

La combinación apropiada de las matrices anteriores nos da la matriz de masa consistente para una barra de un pórtico espacial, como se menciona a continuación en las ecuaciones [5.7] y [5.8]:

$$\begin{Bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \\ P_5 \\ P_6 \\ P_7 \\ P_8 \\ P_9 \\ P_{10} \\ P_{11} \end{Bmatrix} = \frac{\bar{m}L}{420} \begin{bmatrix} 140 & & & & & & & & & & \\ 0 & 156 & & & & & & & & & \\ 0 & 0 & 156 & & & & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & \frac{140I_0}{A} & & & & & & & \\ 0 & 0 & -22L & 0 & 4L^2 & & & & & & \\ 0 & 22L & 0 & 0 & 0 & 4L^2 & & & & & \\ 70 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 140 & & & & \\ 0 & 54 & 0 & 0 & 0 & 13L & 0 & 156 & & & \\ 0 & 0 & 54 & 0 & -13L & 0 & 0 & 0 & 156 & & \\ 0 & 0 & 0 & \frac{70I_0}{A} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-140I_0}{A} & \\ 0 & 0 & 13L & 0 & -3L^2 & 0 & 0 & 0 & 22L & 0 & 4L^2 \\ 0 & -13L & 0 & 0 & 0 & -3L^2 & 0 & -22L & 0 & 0 & 4L^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_1'' \\ \delta_2'' \\ \delta_3'' \\ \delta_4'' \\ \delta_5'' \\ \delta_6'' \\ \delta_7'' \\ \delta_8'' \\ \delta_9'' \\ \delta_{10}'' \\ \delta_{11}'' \end{Bmatrix} \quad \text{Simetrica}$$

**Ecuación: 5.7**



O en notación condensada

$$\{P\} = [M]\{\ddot{\delta}\}$$

**Ecuación: 5.8**

#### 5.4 MATRIZ DE AMORTIGUAMIENTO

Para poder caracterizar dinámicamente una estructura civil, necesitamos tener la última de las tres matrices importantes para este fin, la cual es el amortiguamiento. En realidad para obtener las matrices de rigidez y de masa basta con hacer un ensayo de laboratorio, pero para obtener el amortiguamiento de una configuración estructural se debe proceder de forma distinta, se deben conocer los porcentajes de amortiguamiento modal  $\xi_i$  que se pueden obtener por ensayos dinámicos. El amortiguamiento se defina de una forma simple, como la capacidad de un sistema o cuerpo para disipar energía, en este caso cinética y transfórmala en otra clase de energía, algunos autores han llegado a acuerdos sobre el porcentaje crítico que tienen las estructuras dependiendo del material utilizado, en la tabla [2] se muestran distintos valores de amortiguamiento crítico para distintos elementos estructurales

Tabla 2: Amortiguamiento crítico para distintos elementos estructurales

|                                            |           |
|--------------------------------------------|-----------|
| Elementos de acero soldado                 | 2% a 4%   |
| Elementos de acero atornillado o remachado | 4% a 7%   |
| Elementos de hormigón pretensado           | 2% a 5%   |
| Elementos de hormigón armado               | 4% a 7%   |
| Elementos de fábrica o de ladrillo         | 15% a 40% |

Fuente: José María Fornóns [1982] (4)

Caughey (5), propone una matriz de amortiguamiento  $C$ , si se conocen el porcentaje de amortiguamiento modal  $\xi_i$  se puede construir la matriz de amortiguamiento de la siguiente forma:

$$[C] = [M] \sum_{j=0}^{P-1} \alpha_j [[M]^{-1}[K]]^j$$

**Ecuación: 5.9**

Donde  $j$  representa el número de grados de libertad que puede tener la estructura hasta llegar a  $P - 1$ ,  $M$  y  $K$  son las matrices de masa y rigidez respectivamente.

## 5.5 SOLUCIÓN DE SISTEMAS DINÁMICOS DE MÚLTIPLES GRADOS DE LIBERTAD: APROXIMACIÓN MODAL

Resolver una ecuación diferencial de movimiento de múltiples grados de libertad, resulta compleja (6), una forma de resolver este tipo de inconveniente es asumir el problema como no amortiguado en la ecuación diferencial de un sistema dinámico, luego esta aproximación modal sería:

$$M\ddot{q}(t) + Kq(t) = 0$$

**Ecuación: 5.10**

Una solución de la anterior ecuación diferencial es:

$$q(t) = \Phi_i e^{\lambda_i t}$$

**Ecuación: 5.11**

Donde  $\Phi_i$ , son los valores propios del vector real ( $i = 1, 2, \dots, n-1, n$ ) y  $\lambda_i^2$  son los valores propios reales, para este caso como tomamos un sistema no amortiguado, son iguales a las frecuencias naturales  $\omega_i (\lambda_i = j\omega_i)$ . Luego introduciendo la ecuación [5.10] en la ecuación [5.11] y tenemos:

$$[K + \lambda_i^2 M] \Phi_i = 0$$

**Ecuación: 5.12**

Las propiedades de ortogonalidad de los modos, se definen como:

$$\Phi^T M \Phi = [m_i]$$

**Ecuación: 5.13**

$$\Phi^T K \Phi = [k_i]$$

**Ecuación: 5.14**

Donde  $m_i$  son las masas modales,  $k_i$  la rigidez modal y el índice T indica la traspuesta de la matriz.

Para calcular las frecuencias naturales no amortiguadas de cada modo  $i$ , puede utilizarse de forma similar como en un sistema de un solo grado de libertad.

$$\omega_i^2 = k_{e,i}/m_i$$

**Ecuación: 5.15**

## **6. ANÁLISIS MODAL**

### **6.1 INTRODUCCIÓN**

El análisis modal es un proceso que consiste en describir una configuración estructural en término de sus propiedades dinámicas, las cuales como se han mencionado son, la frecuencia, el amortiguamiento y los modos de vibrar. Todas las estructuras civiles poseen frecuencias naturales y formas o modos de vibrar, que dependen de la masa y rigidez de esta, por esto es necesario identificar estas frecuencias y saber cómo estas afectan la respuesta cuando en ella actúa una fuerza externa.

Se podría decir que el análisis modal, es un análisis de frecuencias, en este análisis se tiene una señal compleja la cual se descompone en una simple onda sinusoidal con parámetros de amplitud y frecuencia individuales. En el análisis modal, una deformación compleja de una estructura se descompone en una serie de simples modos de deformación con parámetros de frecuencia y amortiguamiento individuales. Su fin último es la construcción de un modelo modal del comportamiento de la estructura (7).

Los parámetros modales son muy importantes conocerlos, por ejemplo, el amortiguamiento modal es útil para predecir la fatiga de una estructura y reducir las respuestas en resonancia, cuando se realiza un ensayo dinámico, se excita una estructura mediante una fuerza externa, esta fuerza tiene un rango de frecuencias y la estructura responde a estas, pero entrara en resonancia cuando las componentes coincidan con las frecuencias naturales de la estructura.

Los espectros de frecuencia de la respuesta de un sistema, presentan tantos picos como grados de libertad posea el sistema (en la mayoría de los casos solo se identifican los fundamentales). Las frecuencias modales se determinan observando los picos de la FRF mientras que los amortiguamientos modales no son tan fáciles de determinar, siendo a menudo parámetros medidos con un cierto

grado de incertidumbre (7), podríamos decir de forma poca ortodoxa que lo que debemos hacer es tomar unas señales en el dominio de tiempo (aceleraciones capturadas con sensores) y pasarla al dominio de la frecuencia, la teoría que nos permite realizar esto se expone a continuación.

## 6.2 MÉTODOS EN EL DOMINIO DE LA FRECUENCIA

### 6.2.1 Transformada de Fourier rápida (FFT)

La transformada de Fourier es una función matemática que transforma una señal en dominio de tiempo a otra en el dominio de la frecuencia y viceversa. Una transformada de Fourier discreta (DFT) es el nombre dado a la transformada de Fourier cuando se aplica a una señal digital (discreta) en vez de una analógica (continua). Una transformada de Fourier rápida (FFT) es una versión más rápida de la DFT que puede ser aplicada cuando el número de muestras de la señal es una potencia de 2. Un cálculo de FFT toma aproximadamente  $N \log_2(N)$  operaciones, mientras que DFT toma aproximadamente  $N^2$ , por lo que FFT es significativamente más rápida (7).

Una señal continua en el tiempo y con periodo T se puede representar de la siguiente forma mediante series de Fourier:

$$F(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos(n\omega_T t) + b_n \sen(n\omega_T t))$$

**Ecuación: 6.1**

Donde:

$$\omega_T = \frac{2\pi}{T}$$

**Ecuación: 6.2**

$$a_0 = \frac{2}{T} \int_0^T F(t) dt$$

**Ecuación: 6.3**

$$a_n = \frac{2}{T} \int_0^T F(t) \cos(n\omega_T t) dt$$

**Ecuación: 6.4**

$$b_n = \frac{2}{T} \int_0^T F(t) \sen(n\omega_T t) dt$$

para  $n = 1, 2, 3 \dots$

**Ecuación: 6.5**

Los coeficientes  $a_n$  y  $b_n$  son llamadas coeficientes espectrales, la versión discreta de la trasformada de Fourier se obtiene mediante las siguientes expresiones, en las que N representa el numero de muestras que se toman de la señal analógica.

$$x_k = x(t_k) = \frac{a_0}{2} + \sum_{i=1}^{N/2} (a_i \cos\left(\frac{2it_k\pi}{T}\right) + b_i \sen\left(\frac{2it_k\pi}{T}\right))$$

**Ecuación: 6.6**

Donde:

$$a_0 = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x_k$$

**Ecuación: 6.7**

$$a_i = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x_k \cos\left(\frac{2ik\pi}{N}\right)$$

**Ecuación: 6.8**

$$b_i = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x_k \sen\left(\frac{2ik\pi}{N}\right)$$

**Ecuación: 6.9**

Los coeficientes que se calculan son  $a_i$  y  $b_i$ . Si hay N muestras, el sistema de ecuaciones anterior se puede escribir en forma matricial llamando X al vector de muestras,  $\mathbf{a}$  al vector de coeficientes a determinar,  $\mathbf{C}$  a la matriz que contiene los armónicos, Así:

$$X = C a \Rightarrow a = C^{-1} X$$

**Ecuación: 6.10**

El método utilizado consiste en invertir la matriz C y se conoce como la transformada rápida de Fourier (FFT) (7).

### 6.2.2 Ventaneo de señales

Cuando se captura una señal mediante un sensor, tenemos errores asociados al “leakage”. El leakage, es producido por la limitante temporal de la medida, la señal analógica se muestra con un número finito de puntos, N, este es un error de escurrimiento de la frecuencia debido a la no periodicidad de la señal y al carácter finito de la serie temporal y esta es la razón de que aparezca este problema. Para evitar este problema, se utilizan las funciones ventanas, que se multiplican a la señal original antes de aplicar la FFT.

Una de las funciones mas utilizadas es la llamada ventana de Hanning, esta se caracteriza porque realiza una ponderación que da menor importancia a los datos tomados al principio y al final del muestreo (7), su formulación matemática es la siguiente:

$$w_k = 0.5 \left( 1 - \cos \left( \frac{2\pi k}{N} \right) \right), \quad 0 \leq k \leq N$$

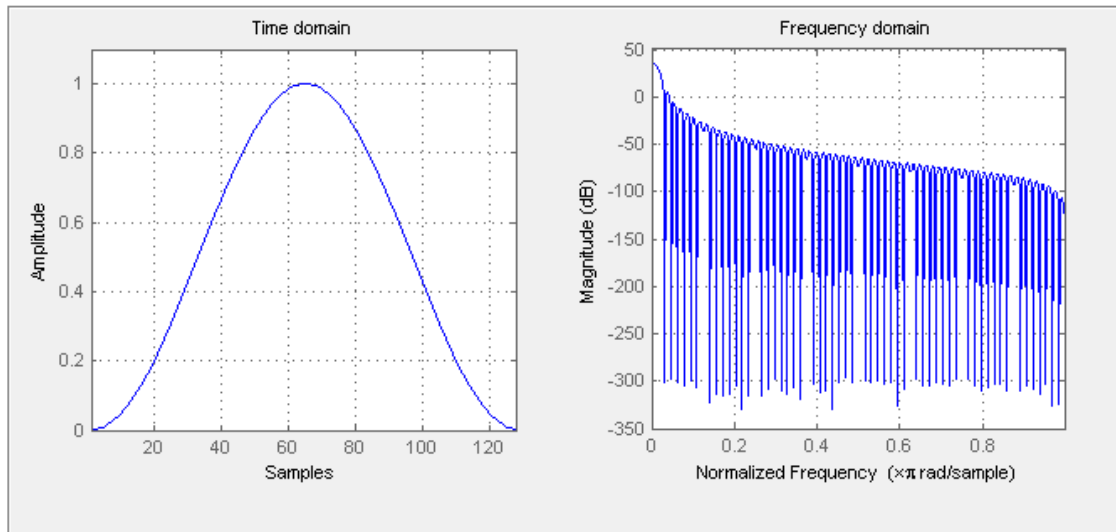
$$L = N + 1$$

**Ecuación: 6.11**

Donde L es la longitud de la ventana.

Existen herramientas computacionales para la construcción de ventanas de cualquier tamaño, por ejemplo una ventana de Hanning creada con la herramienta WinTool de MatLab®, la genera como se muestra en la figura [7].

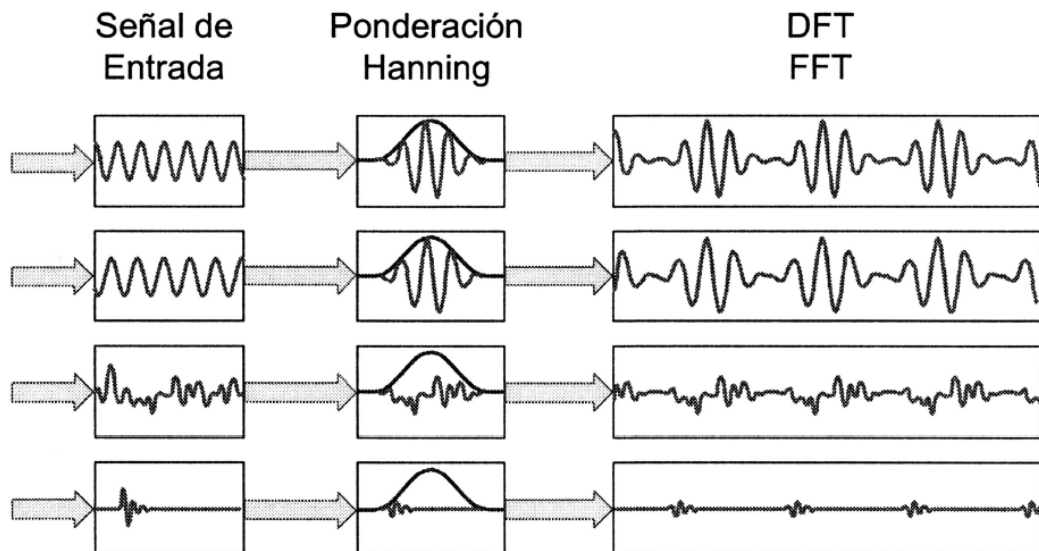
Figura 7. Ventana de Hanning para una longitud de 128 datos, en el dominio del tiempo (Izquierda), Dominio de la frecuencia (Derecha)



Fuente: Autor

Estas son las utilizadas en las señales continuas, la figura [8] muestra claramente el funcionamiento de las ventanas de Hanning sobre distinto tipos de señales.

Figura 8. Ejemplos del funcionamiento de la ventana de Hanning



Fuente: Manuel Rodríguez Súnico [2005] (7)



El procedimiento para aplicar las ventanas sobre el tipo de señal es el siguiente, multiplicamos la señal original  $F(t)$  por la ventana elegida  $H(t)$ ; y desde luego estudiaremos el producto de estas dos señales:

$$S_h(f) = S(f) * H(f)$$

**Ecuación: 6.12**

Donde  $H(f)$  es la transformada de Fourier de la ventana.

### 6.2.3 Espectro de potencia: Método de Welch

Un espectro de potencia (PSD) es la transformada de Fourier función de auto-correlación.

$$PSD(f) = \sum_{n=0}^{N-1} r_{xx}(n) e^{-j2\pi f T}$$

**Ecuación: 6.13**

Donde  $r_{xx}$ , la función de auto-correlación, se define como.

$$r_{xx}(n) = \sum_{k=1}^N x(k)x(k+n)$$

**Ecuación: 6.14**

Esto permite determinar la distribución de la potencia de una señal a lo largo de un intervalo de frecuencia, cuando el espectro de potencia se calcula por medio transformada de Fourier y luego se promedia, se conoce entonces como periodo-grama (8).

Este periodo-grama se calcula dividiendo la señal en un número determinado de segmentos traslapados y evaluando la transformada de Fourier en cada uno de dichos segmentos, cada segmento consta de  $N$  puntos de longitud, en donde la  $i$ -ésima secuencia, esta viene a ser la expresión.

$$x_i(n) = x(n + iD) \quad \text{Donde } n = 0, 1, \dots, N - 1$$

**Ecuación: 6.15**

Si se permite un traslape del 50% como es el propuesto por Welch, el número de secciones K de longitud L es:

$$K = \frac{2N}{L - 1}$$

**Ecuación: 6.16**

Este periodo-grama calculado por el método del Welch mejora notablemente la correlación de datos, mejorando sus propiedades estadísticas y esto hace que mejore la confiabilidad de la estimación (8), una ampliación de esta metodología se puede encontrar en (9).

### 6.3 IDENTIFICACIÓN DE FRECUENCIAS

Una función de densidad espectral de la respuesta de una estructura presentan máximos de frecuencia naturales amortiguadas muy próximas a las frecuencias naturales no amortiguadas, esto es debido a que las estructuras civiles presentan un coeficiente de amortiguamiento bajo, por ende es posible extraer frecuencias del sistema a partir de los picos de las funciones de densidad espectral (peak picking).

Para poder identificar bien las frecuencias de los modos, una buena manera de hacerlo, es analizando los picos del espectro de todas las series de aceleraciones registradas, para esto se calcula el espectro medio normalizado (ANPSD), la referencia (6) muestra la siguiente formulación matemática:

$$ANPSD = \frac{1}{l} \sum_{i=1}^l NPSD_i(\omega)$$

**Ecuación: 6.17**

Donde  $l$  es el numero de grados de libertad instrumentados y  $NPSD_i$  son los espectros normalizados, que se obtienen dividiendo la estimación de los auto-espectros ( $PSD_i$ ) por las sumas de sus N ordenadas.

$$NPSPD_i(\omega) = \frac{PSD_i(\omega)}{\sum_{k=1}^N PSD(\omega_k)}$$

**Ecuación: 6.18**

#### **6.4 CALCULO DEL AMORTIGUAMIENTO POR EL MÉTODO DEL ANCHO DE BANDA**

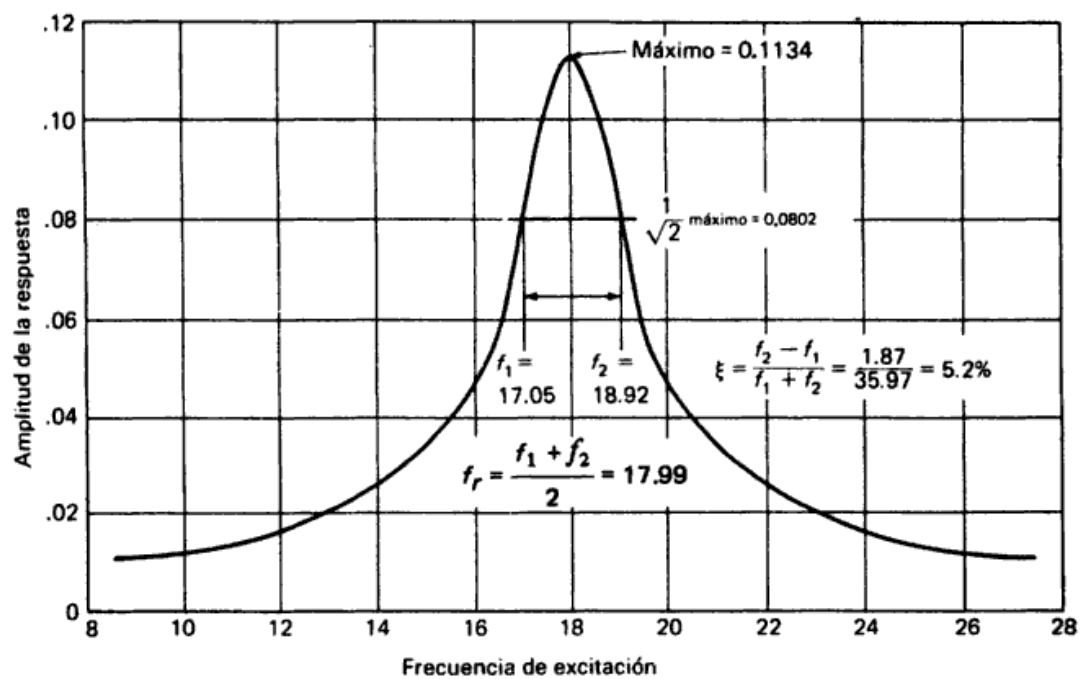
Una forma de calcular fácilmente el amortiguamiento, es examinando los picos que se presentan en el espectro medio normalizado de las respuestas medidas en la estructura, para esto debemos medir el ancho de banda del pico de frecuencia, luego, buscamos las frecuencias vecinas relativas a cada pico, que son estimadas como las que concuerdan con la amplitud máxima del espectro. En la referencia (4) citan un ejemplo de cómo se calculan estos coeficientes de amortiguamiento gráficamente fácilmente.

El procedimiento a seguir es el siguiente, primero se estima la magnitud del pico de la amplitud del espectro medio normalizado, luego es conveniente medir el ancho de banda a  $1/\sqrt{2}$  de la amplitud máxima como se muestra en la figura [9], con esta amplitud medida se buscan las frecuencias vecinas  $f_1$  y  $f_2$ , finalmente para calcular el amortiguamiento en ese pico de frecuencia utilizamos la expresión.

$$\xi \approx \frac{f_2 - f_1}{f_1 + f_2}$$

**Ecuación: 6.19**

Figura 9. Ejemplo de curva experimental de respuesta en frecuencia



Fuente: Mario Paz [2002] (4)

## 7. CASO DE ESTUDIO: PORTICO METALICO EN 3D DE REFERENCIA DEL ASCE

En las secciones anteriores se ha enunciado la teoría fundamental que se utiliza en el análisis modal, ahora vamos a ir al caso que estudio que nos compete en la elaboración de este trabajo de investigación. Como se dijo al principio de este escrito la estructura de estudio es la estructura Benchmark que se monto en la University of British Columbia (UBC), que fue monitoreada por el grupo de trabajo de salud estructural de la ASCE. Ellos tomas las señales que se capturan con los sensores que miden aceleraciones en puntos cuidadosamente elegidos de la estructura y programan un modelo numérico que más adelante se enuncia, de este se utilizaran las matrices de masa y rigidez que ellos suministran para un modelo de 120 grados de libertad y se aprovechara esta información para realizar la validación numérica.

Durante la recolección de datos se capturaron señales en cada piso de la estructura en las direcciones  $x, y$  Figura [5], la estructura tiene 12 vigas, 9 columnas y 8 tirantes de refuerzo por piso, para un total de 116 elementos que conforman el total de la estructura, las características físicas de estos elementos son los que se enuncian en la tabla [3].

Tabla 3: Propiedades físicas de los elementos del pórtico metálico

| Propiedad                                 | Columnas               | Vigas de Piso          | Tirantes               |
|-------------------------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|
| Sección tipo                              | B 100x9                | S75x11                 | L25x25x3               |
| Área sección transversal $A [m^2]$        | $1.133 \times 10^{-3}$ | $1.43 \times 10^{-3}$  | $0.141 \times 10^{-3}$ |
| Momento de inercia $I_y [m^4]$            | $1.97 \times 10^{-6}$  | $1.22 \times 10^{-6}$  | 0                      |
| Momento de inercia $I_z [m^4]$            | $0.664 \times 10^{-6}$ | $0.249 \times 10^{-6}$ | 0                      |
| Constante torsional $J [m^4]$             | $8.01 \times 10^{-9}$  | $38.2 \times 10^{-9}$  | 0                      |
| Modulo de Young $E [Pa]$                  | $2 \times 10^{11}$     | $2 \times 10^{11}$     | $2 \times 10^{11}$     |
| Masa por unidad de longitud $\rho [kg/m]$ | 8.89                   | 11.0                   | 1.11                   |

Fuente: S.J. Dyke. D. Bernal, J.L. Beck, and C. Ventura [2001] (10)

## 7.1 ACERCA DE DATAGEN: ALGORITMO PARA LA VALIDACIÓN NUMÉRICA

En el capítulo 3, se mencionó la configuración estructural y el tipo de mediciones que se realizaron sobre el pórtico Benchmark UBC, estos datos experimentales tomados directamente de la estructura fueron tratados y sirvieron para calibrar un modelo numérico de esta, como resultado se generó el paquete de nombre Datagen escrito por el grupo de salud estructural de la ASCE (3), el cual consiste en 4 guiones (o códigos fuente) y un diagrama de simulación numérica programados en el software computacional MatLab, una descripción de estos se transcribe en la siguiente tabla.

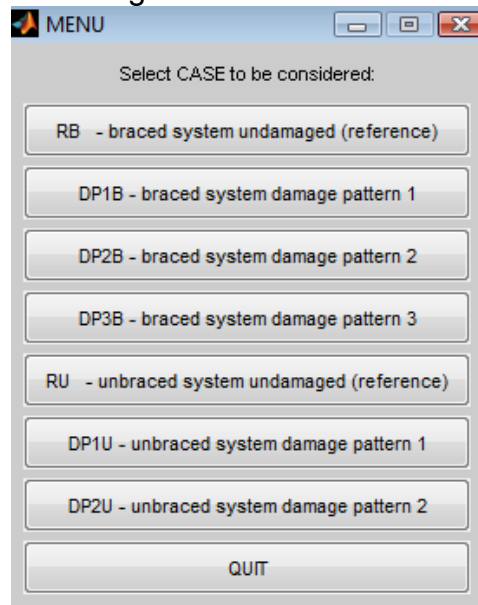
Tabla 4: Descripción de los códigos fuente del programa Datagen

| <b>Nombre Guion (Función MatLab)</b> | <b>Descripción</b>                                                                                                                                             |
|--------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| datagen2.m                           | Función principal del paquete, ayuda al usuario a introducir de forma interactiva los parámetros de entrada necesarios para el análisis.                       |
| cal_model2.m                         | Sub-Función de datagen2 para la formación de la matriz de rigidez y de masa del sistema de 4 pisos y 2 bahías del pórtico                                      |
| cal_resp2.m                          | Sub-Función de datagen2 para el cálculo de la respuesta de la aceleración en el dominio del tiempo (aceleraciones).                                            |
| draw3d2.m                            | Función que es usada para trazar la estructura después de llamar a datagen2. Para su funcionamiento esta función necesita parámetros de salida de cal_model2.m |
| NJ_integrator.mdl                    | Modelo en Simulink para hacer la integración en el algoritmo Nigham-Jennings (11).                                                                             |

Fuente: Autor

La ejecución del programa se hace con la función principal datagen2.m el cual al correrlo muestra la siguiente ventana:

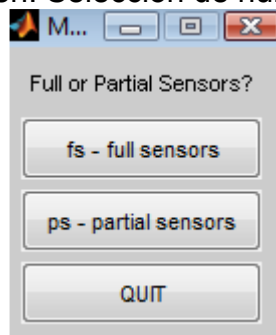
Figura 10: Datagen: Selección del caso de daño



Fuente: ASCE (3)

En esta se nos muestra seis casos de daño predefinidos que queramos generar en la estructura, luego de seleccionar el daño que deseamos el programa nos pedirá el número de sensores que capturen la señal de salida:

Figura 11: Datagen: Selección de número de sensores.

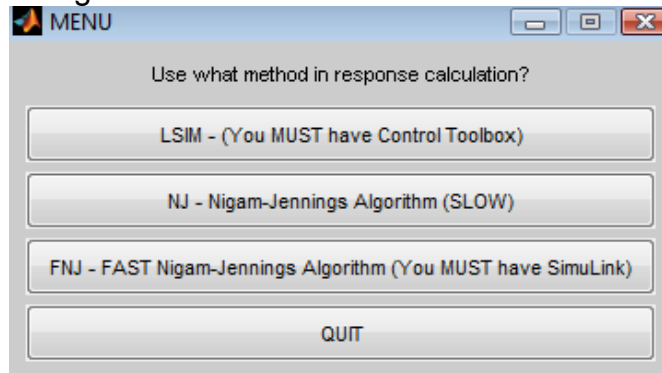


Fuente: ASCE (3)

Aquí se nos presenta dos opciones, fs - full sensors y ps - partial sensors, los cuales capturan la señal con 16 o 8 acelerómetros en cada caso respectivamente.

Después de seleccionar la cantidad de sensores (acelerómetros) que capturen las señales continuamos con el algoritmo con el cual queremos que el Datagen calcule la respuesta de la estructura, para esto tenemos las siguientes opciones:

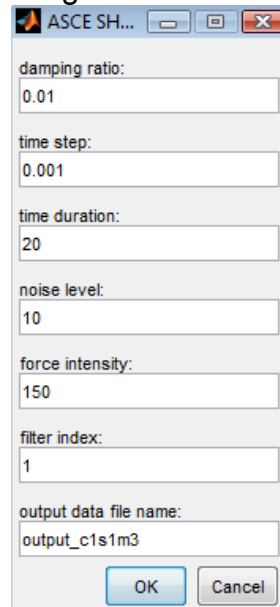
Figura 12: Datagen: Selección del método de cálculo de la respuesta



Fuente: ASCE (3)

Por último le introducimos al programa los parámetros de entrada para generar la respuesta deseada, en este caso se muestra la siguiente ventana:

Figura 13: Datagen: Parámetros de entrada



Fuente: ASCE (3)



Esta ventana nos permite modificar los parámetros de amortiguamiento, duración, tamaño del paso del tiempo, nivel de ruido, intensidad de fuerza de entrada, etc. Después de introducir estos datos damos click en OK y esperamos los resultados de aceleración en el dominio del tiempo calculados.

Los datos de interés para el estudio son los de aceleración, de los cuales parte el estudio de obtención de las propiedades dinámicas de esta, los resultados son mostrados matricialmente dependiendo de la cantidad sensores seleccionados, por ejemplo si optamos por todos los sensores obtenemos una matriz de datos de 16x16 y su nomenclatura sería la siguiente:

Tabla 5: Matriz de aceleraciones dadas por el programa Datagen

|     |                                                      |
|-----|------------------------------------------------------|
| acc | acc(:,1) – piso 1 de la columna 2 en la dirección X  |
|     | acc(:,2) - piso 1 de la columna 6 en la dirección Y  |
|     | acc(:,3) - piso 1 de la columna 8 en la dirección X  |
|     | acc(:,4) - piso 1 de la columna 4 en la dirección Y  |
|     | acc(:,5) – piso 2 de la columna 2 en la dirección X  |
|     | acc(:,6) – piso 2 de la columna 6 en la dirección Y  |
|     | acc(:,7) – piso 2 de la columna 8 en la dirección X  |
|     | acc(:,8) – piso 2 de la columna 4 en la dirección Y  |
|     | acc(:,9) – piso 3 de la columna 2 en la dirección X  |
|     | acc(:,10) – piso 3 de la columna 6 en la dirección Y |
|     | acc(:,11) – piso 3 de la columna 8 en la dirección X |
|     | acc(:,12) – piso 3 de la columna 4 en la dirección Y |
|     | acc(:,13) – piso 4 de la columna 2 en la dirección X |
|     | acc(:,14) – piso 4 de la columna 6 en la dirección Y |
|     | acc(:,15) – piso 4 de la columna 8 en la dirección X |
|     | acc(:,16) – piso 4 de la columna 4 en la dirección Y |

Fuente: ASCE (3)

Donde acc (:,1), acc (:,2) significa columna 1 y 2 respectivamente, si optamos por solo 8 acelerómetros tendremos entonces dos acelerómetros por piso dando como ocho registros en total esto es una matriz de 8x8. Más adelante se dan las coordenadas de las columnas en donde son tomadas las aceleraciones.

## 7.2 CALCULO DE FRECUENCIAS NATURALES A PARTIR DE LAS MATRICES DE RIGIDEZ Y DE MASA

En el capítulo 5, se enuncio parte de la teoría de la dinámica de estructuras que permite dar solución a un pórtico espacial, se tiene una matriz de rigidez  $K_{[120 \times 120]}$  y una matriz masa  $M_{[120 \times 120]}$  la cual suministra el programa Datagen, luego realizando el proceso descrito en la numeral 5.5, encontramos las frecuencias naturales no amortiguadas de este:

Tabla 6: Frecuencias no amortiguadas del pórtico metálico

|               | Dirección X [Hz] | Dirección Y [Hz] |
|---------------|------------------|------------------|
| <b>Modo 1</b> | 8.740            | 8.346            |
| <b>Modo 2</b> | 25.292           | 23.147           |
| <b>Modo 3</b> | 40.780           | 40.734           |
| <b>Modo 4</b> | 62.520           | 55.501           |
| <b>Modo :</b> | :                | :                |

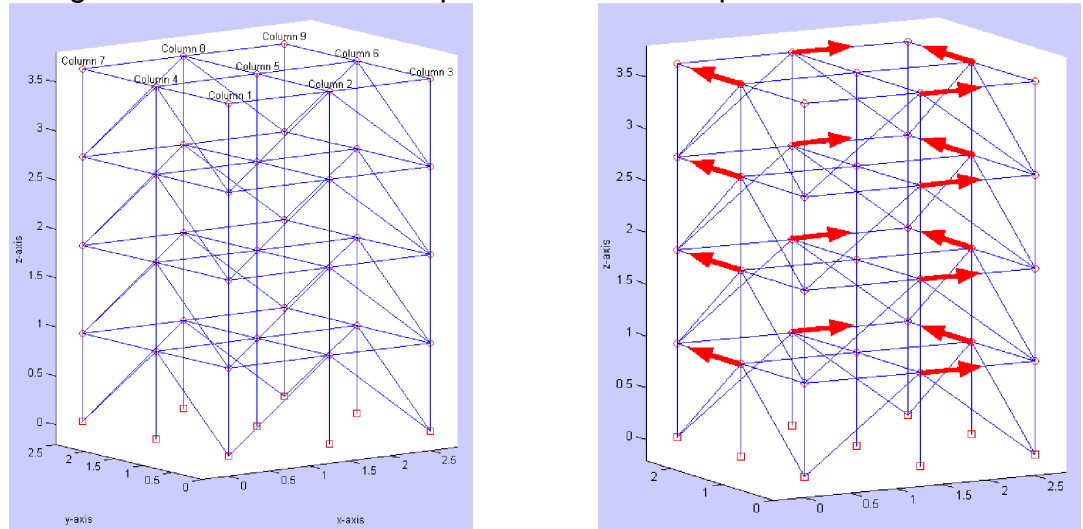
Fuente: Autor

El lector, notara que al realizar las operaciones pertinentes el resultado de estas frecuencias naturales, siguiendo el proceso descrito en el numeral 5.5 es un vector  $f_{[120 \times 1]}$ , teniendo así un total de 120 frecuencias asociadas al modelo teórico de 120 grados de libertad, pero para nuestro caso solo reportamos las frecuencias de los primeros 4 modos en las direcciones  $x, y$  de la Benchmark UBC. Hay que recordar que esto cálculos se realizan suponiendo la formulación clásica con amortiguamiento nulo (12).

## 7.3 SEÑALES DE LOS ACELERÓMETROS A PARTIR DEL PROGRAMA DATAGEN

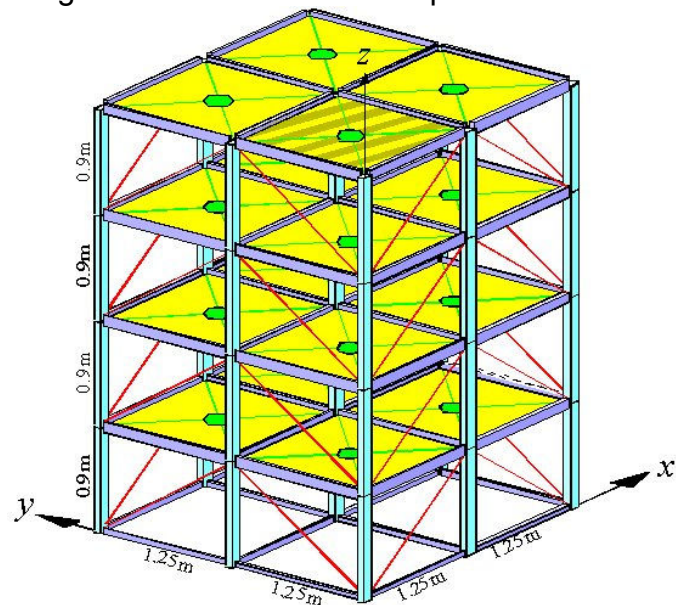
La respuesta de la estructura fue recogida con 4 registros de aceleración por piso, dos en la dirección X y dos en la dirección Y, adicional a esto se le agrega un nivel de ruido (noise level) con valor del 10% del valor *rms* de la aceleración del último piso.

Figura 14: Ubicación de los puntos donde se captura la señal de salida



Fuente: ASCE (3)

Figura 15: Dimensiones del pórtico metálico



Fuente: ASCE (3)

La señal fue simulada durante 6 minutos a una tasa de muestreo de 0.004 segundos (250 [Hz]) y coeficiente de amortiguamiento del 5%. La señal de movimiento del sistema es una fuerza horizontal aplicada en cada piso de la estructura modelando una excitación forzada. Para nuestro caso seleccionamos la estructura sin daño, por esto escogemos la primera opción de la figura [10].

En la siguiente tabla [7] se muestran las coordenadas en donde son recogidos los datos de aceleración para realizar nuestra validación numérica, una mejor comprensión de la ubicación espacial de la estructura la podemos ver en la figura [15].

Tabla 7: Coordenadas de las columnas del pórtico metálico

| Columna N° | Coordenada X [m] | Coordenada Y [m] |
|------------|------------------|------------------|
| 1          | 0                | 0                |
| 2          | 1.25             | 0                |
| 3          | 2.5              | 0                |
| 4          | 0                | 1.25             |
| 5          | 1.25             | 1.25             |
| 6          | 2.5              | 1.25             |
| 7          | 0                | 2.5              |
| 8          | 1.25             | 2.5              |
| 9          | 2.5              | 2.5              |

Fuente: ASCE (3)

### 7.3.1 Primera configuración: 8 acelerómetros

En este caso se procedió a tomar la señal con 8 acelerómetros, segunda opción de la figura [11], en la tabla siguiente se muestra la ubicación en la estructura y la dirección en que registra la medición de cada acelerómetro. Las figuras [17] y [18] muestran gráficamente los registros de las aceleraciones en la direcciones  $x, y$  respectivamente.

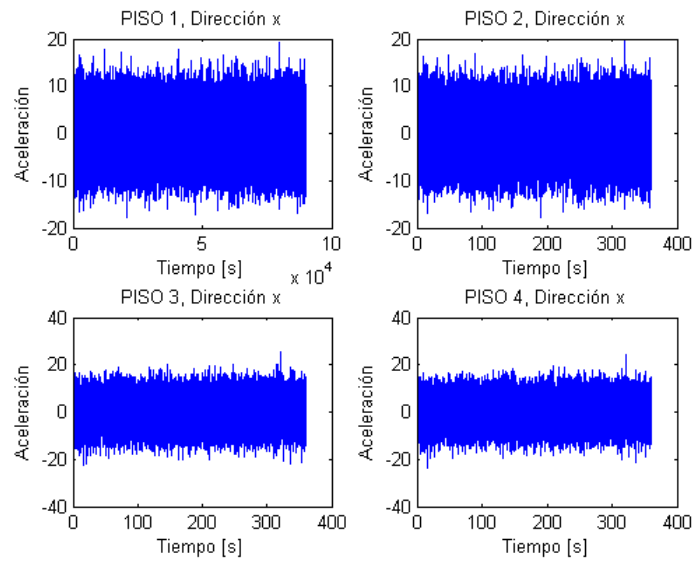
Tabla 8: Ubicación espacial de los 8 acelerómetros dentro del pórtico metálico

| Acelerómetro | Piso | Columna | Dirección |
|--------------|------|---------|-----------|
| 1            | 2    | 2       | x         |
| 2            | 2    | 6       | y         |
| 3            | 2    | 8       | x         |

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| 4 | 2 | 4 | y |
| 5 | 4 | 2 | x |
| 6 | 4 | 4 | y |
| 7 | 4 | 6 | x |
| 8 | 4 | 8 | y |

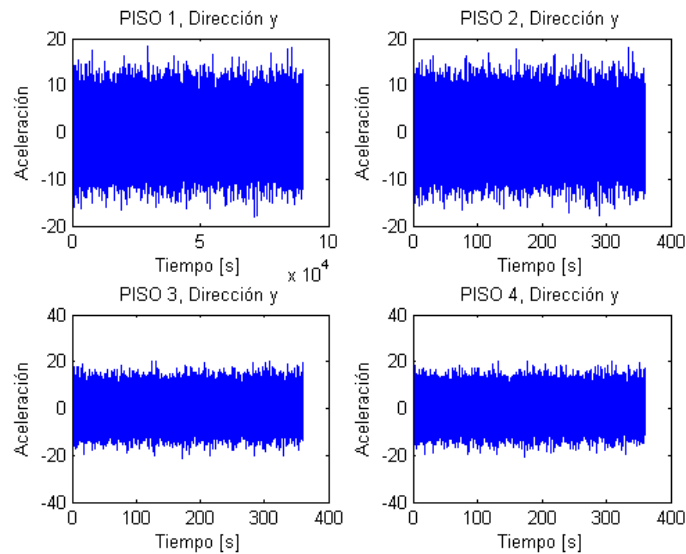
Fuente: ASCE (3)

Figura 16: Registros de aceleraciones en la dirección X: 8 Acelerómetros



Fuente: Autor

Figura 17: Registros de aceleraciones en la dirección Y: 8 Acelerómetros



Fuente: Autor

### 7.3.2 Segunda configuración: 16 Acelerómetros

En este caso tenemos la totalidad de los sensores recogiendo información de aceleraciones en la estructura, la ubicación de los acelerómetros se describe en la tabla [9]:

Tabla 9: Ubicación espacial de los 16 acelerómetros dentro del pórtico metálico

| Acelerómetro | Piso | Columna | Dirección |
|--------------|------|---------|-----------|
| 1            | 1    | 2       | x         |
| 2            | 1    | 6       | y         |
| 3            | 1    | 8       | x         |
| 4            | 1    | 4       | y         |
| 5            | 2    | 2       | x         |
| 6            | 2    | 6       | y         |
| 7            | 2    | 8       | x         |
| 8            | 2    | 4       | y         |
| 9            | 3    | 2       | x         |
| 10           | 3    | 6       | y         |
| 11           | 3    | 8       | x         |
| 12           | 3    | 4       | y         |
| 13           | 4    | 2       | x         |
| 14           | 4    | 6       | y         |
| 15           | 4    | 8       | x         |
| 16           | 4    | 4       | y         |

Autor: ASCE (3)

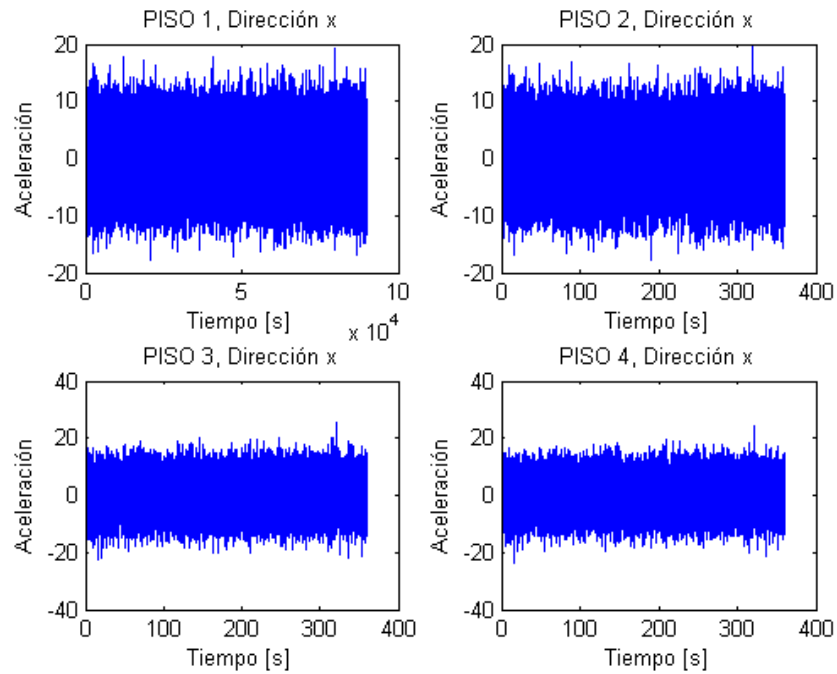
Las señales en cada dirección por piso fueron promediadas (recordemos que ahora existen 4 por piso, dos por cada dirección), por ello debemos desacoplar el sistema de registros para determinar las aceleraciones en las direcciones  $x, y$  de la siguiente manera (13):

$$a_j = \frac{a_{1j} + a_{2j}}{2}$$

Ecuación: 7.1

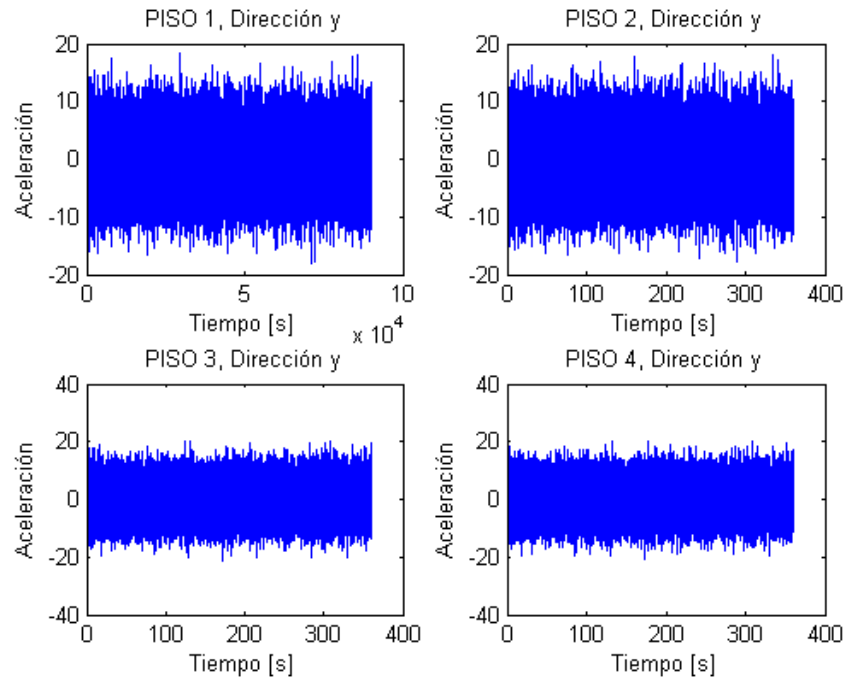
Donde  $a_j$  es la aceleración en  $x, y$ , y  $a_{1j}$ ,  $a_{2j}$  son las dos aceleraciones medidas respectivamente en cada piso, debido a esto no existen efectos rotacionales que afecten la densidad espectral cruzada, debido a esto tenemos 8 aceleraciones resultantes para aplicar el método de Welch de densidad espectral, las respuestas de aceleración piso para este caso se muestran en las figuras [18] y [19] para las direcciones  $x, y$  respectivamente.

Figura 18: Registros de aceleraciones en la dirección X: 16 Acelerómetros



Fuente: Autor

Figura 19: Registros de aceleraciones en la dirección Y: 16 Acelerómetros



Fuente: Autor

## 7.4 IDENTIFICACION DE FRECUENCIAS A PARTIR DE SEÑALES DE ACELERÓMETROS

Ahora que tenemos las respuestas (aceleraciones en las direcciones  $x, y$  por piso), procedemos a la determinación de las frecuencias del sistema, en la sección 6.2 se dio una explicación de la metodología a utilizarse para realizar el análisis modal, se realizara la selección de picos de frecuencia con ayuda del software computacional MatLab, luego estos datos serán comparados con los que se calcularon en la sección 7.2, en las siguientes secciones se muestran los picos identificados durante su tratamiento y se opta por mostrar las graficas generadas por el software computacional.



## 7.4.1 Primera configuración: 8 acelerómetros

### 7.4.1.1 Identificación de picos: Direccion x

Figura 20: Identificación primera frecuencia natural = 8.789 [Hz]

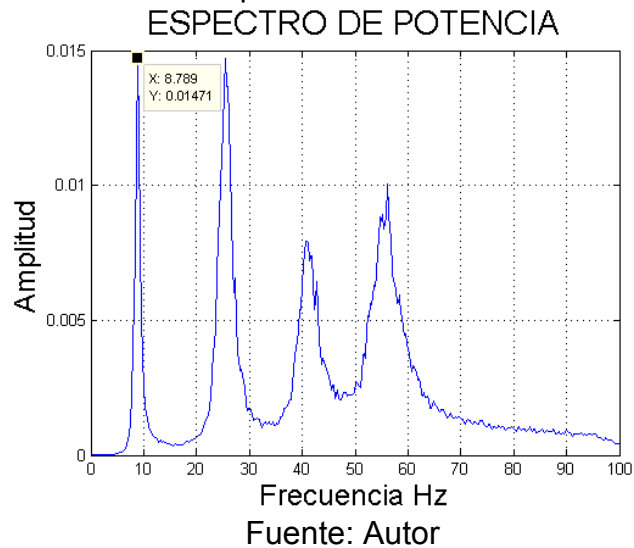


Figura 21: Identificación segunda frecuencia natural = 25.39 [Hz]

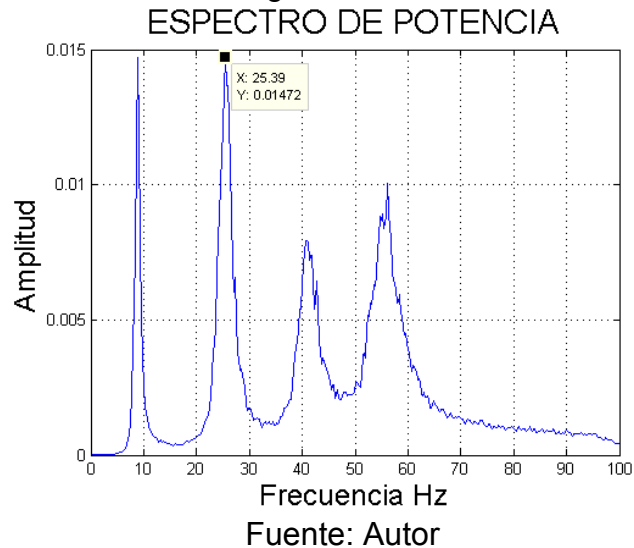


Figura 22: Identificación tercera frecuencia natural = 40.77 [Hz]  
ESPECTRO DE POTENCIA

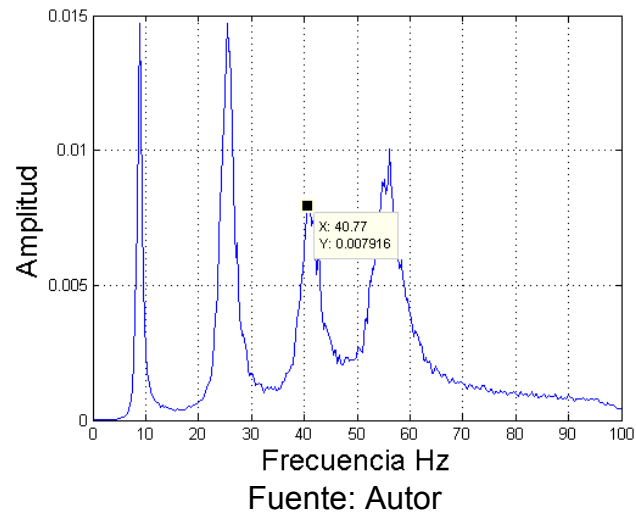
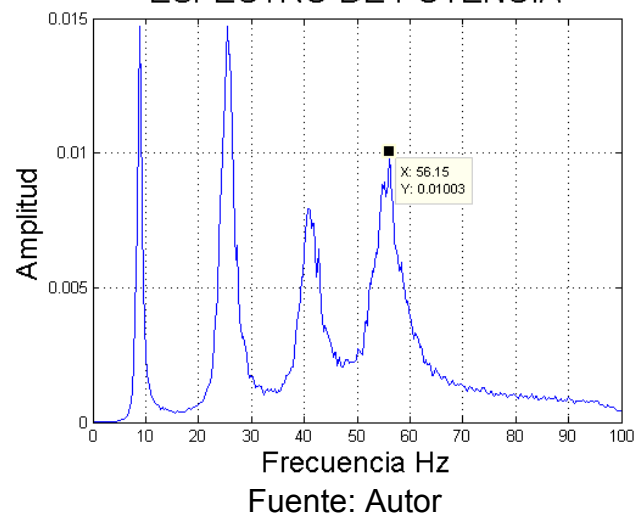


Figura 23: Identificación cuarta frecuencia natural = 56.15 [Hz]  
ESPECTRO DE POTENCIA



#### 7.4.1.2 Identificación de picos: Dirección y

Figura 24: Identificación primera frecuencia natural = 8.301 [Hz]

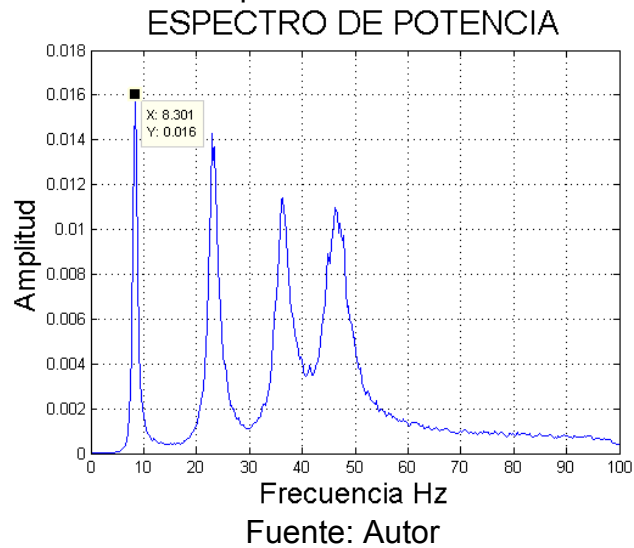


Figura 25: Identificación segunda frecuencia natural = 22.95 [Hz]

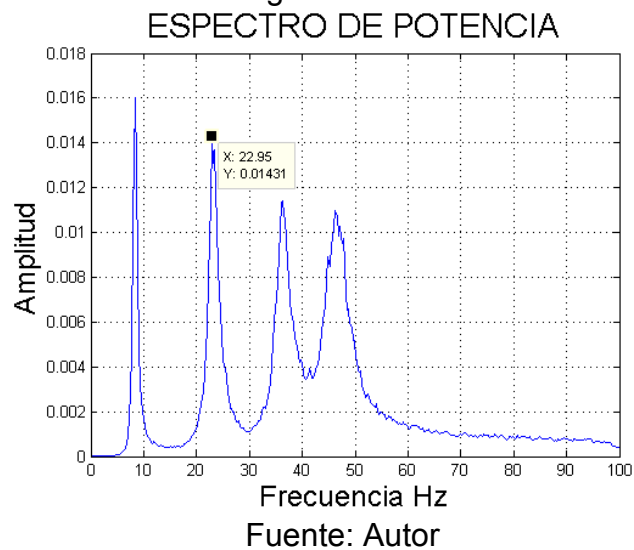


Figura 26: Identificación tercera frecuencia natural = 36.38 [Hz]  
ESPECTRO DE POTENCIA

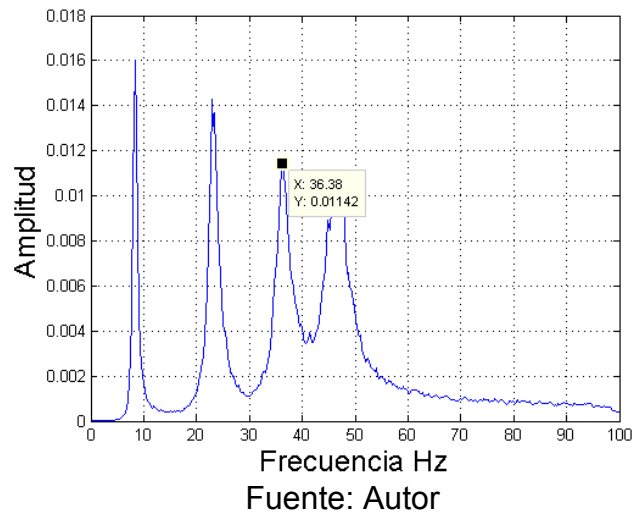
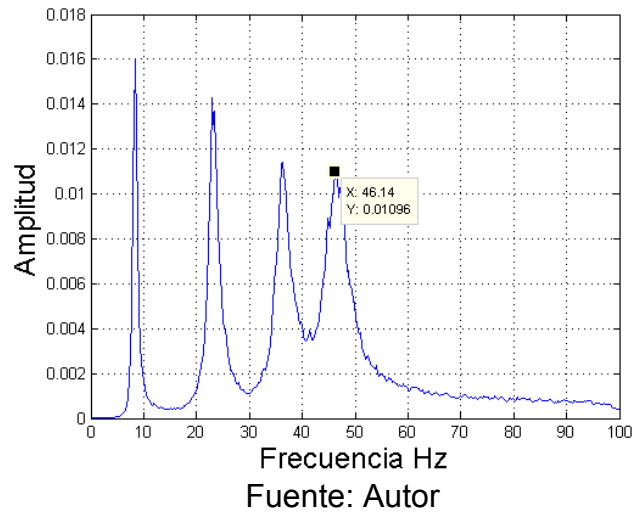


Figura 27: Identificación cuarta frecuencia natural = 45.14 [Hz]  
ESPECTRO DE POTENCIA



## 7.4.2 Segunda configuración: 16 acelerómetros

### 7.4.2.1 Identificación de picos: Dirección x

Figura 28: Identificación primera frecuencia natural = 8.789 [Hz]  
ESPECTRO DE POTENCIA

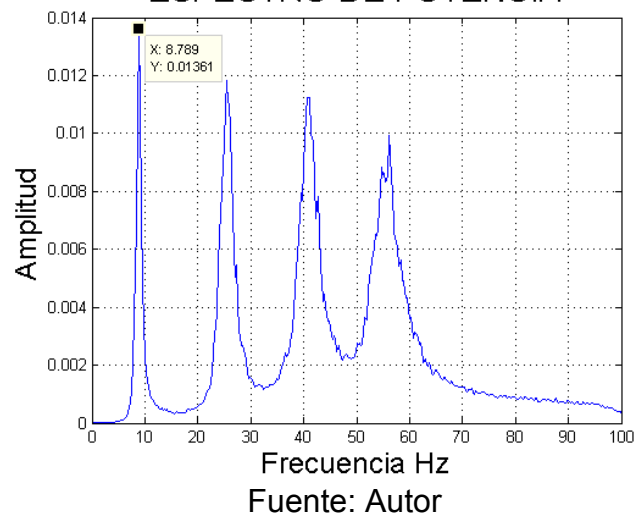


Figura 29: Identificación segunda frecuencia natural = 25.39 [Hz]  
ESPECTRO DE POTENCIA

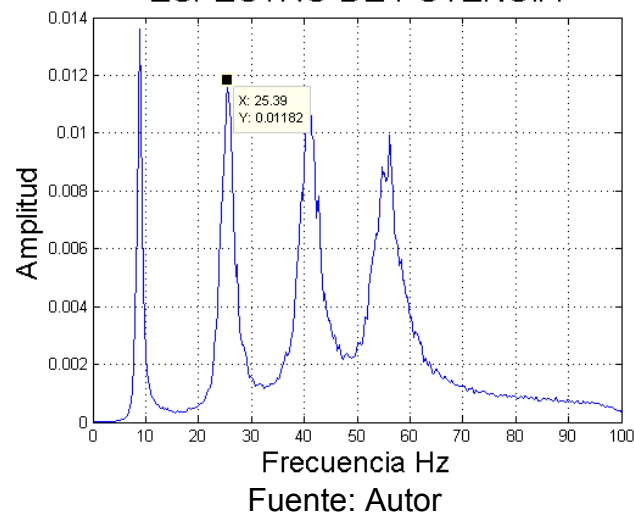


Figura 30: Identificación tercera frecuencia natural = 41.02 [Hz]  
ESPECTRO DE POTENCIA

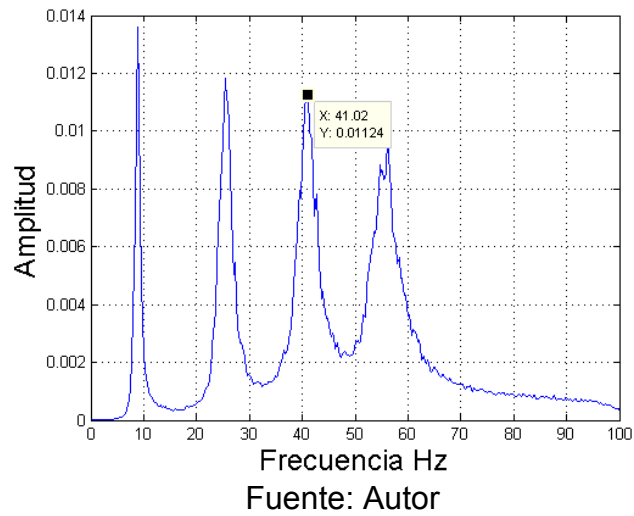
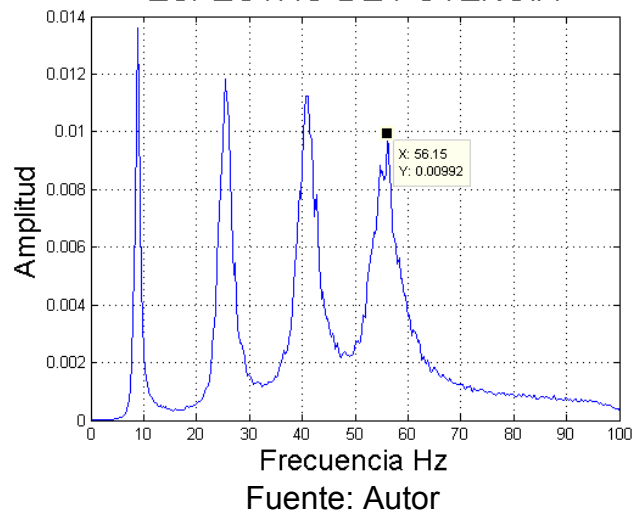


Figura 31: Identificación cuarta frecuencia natural = 56.15 [Hz]  
ESPECTRO DE POTENCIA



#### 7.4.2.2 Identificación de picos: Dirección y

Figura 32: Identificación primera frecuencia natural = 8.301 [Hz]

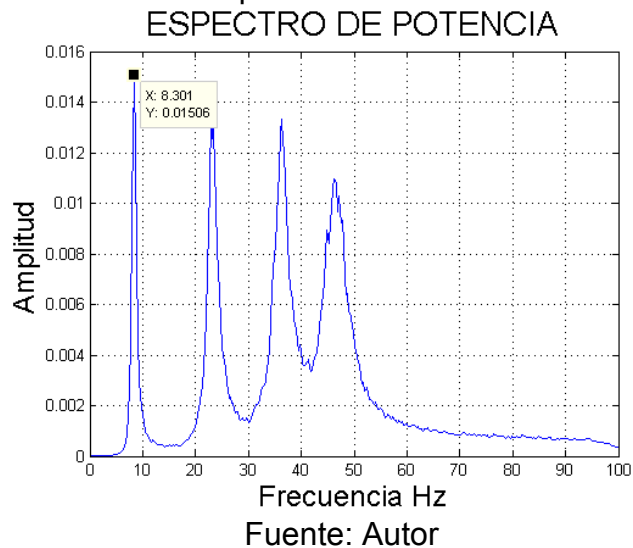


Figura 33: Identificación segunda frecuencia natural = 22.95 [Hz]

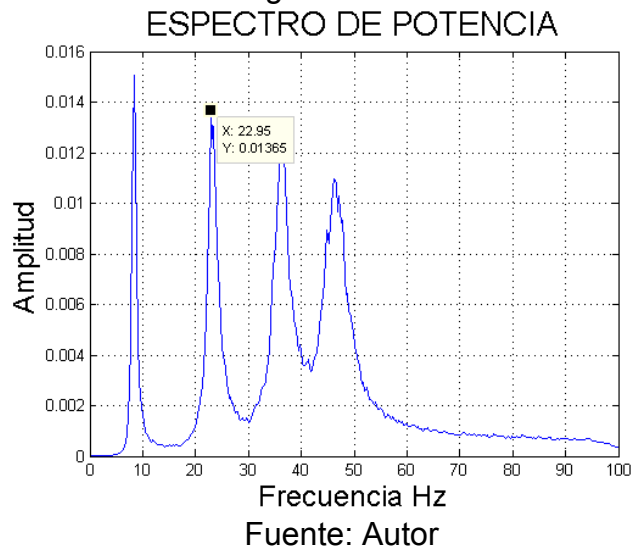


Figura 34: Identificación tercera frecuencia natural = 36.38 [Hz]  
ESPECTRO DE POTENCIA

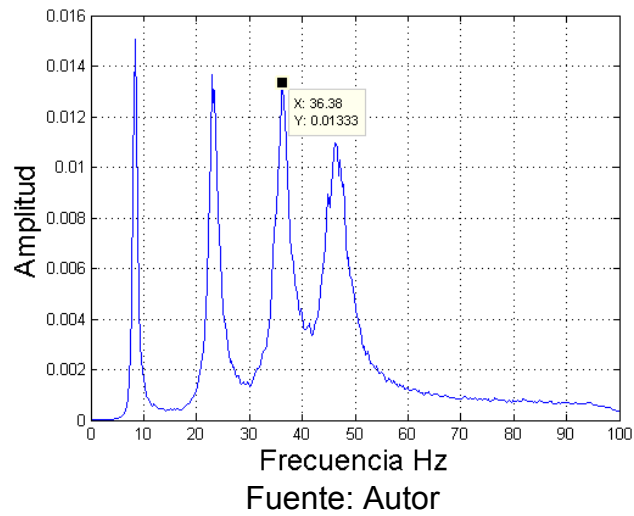
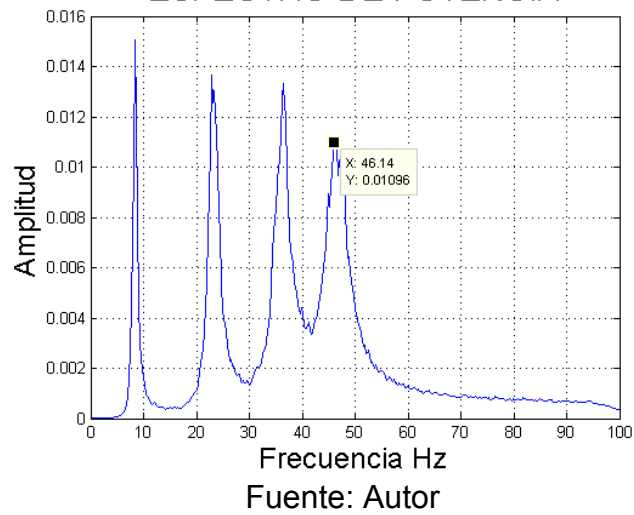


Figura 35: Identificación cuarta frecuencia natural = 46.14 [Hz]  
ESPECTRO DE POTENCIA





### 7.4.3 Tabla de resultados: Identificación de picos de frecuencia.

Tabla 10: Resultados: Identificación de picos con 8 acelerómetros

|               | Teórico          |                  | 8 Acelerómetros  |                  | Error            |                  |
|---------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|
|               | Dirección X [Hz] | Dirección Y [Hz] | Dirección X [Hz] | Dirección Y [Hz] | Dirección X [Hz] | Dirección Y [Hz] |
| <b>Modo 1</b> | 8.740            | 8.346            | 8.789            | 8.301            | 0.55%            | 0.54%            |
| <b>Modo 2</b> | 25.292           | 23.147           | 25.390           | 22.950           | 0.39%            | 0.86%            |
| <b>Modo 3</b> | 40.780           | 40.734           | 40.770           | 36.380           | 0.02%            | 11.97%           |
| <b>Modo 4</b> | 62.520           | 55.501           | 56.150           | 45.140           | 11.35%           | 22.95%           |

Fuente: Autor

Tabla 11: Resultados: Identificación de picos con 16 acelerómetros

|               | Teórico          |                  | 16 Acelerómetros |                  | Error            |                  |
|---------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|
|               | Dirección X [Hz] | Dirección Y [Hz] | Dirección X [Hz] | Dirección Y [Hz] | Dirección X [Hz] | Dirección Y [Hz] |
| <b>Modo 1</b> | 8.740            | 8.346            | 8.789            | 8.301            | 0.55%            | 0.54%            |
| <b>Modo 2</b> | 25.292           | 23.147           | 25.390           | 22.950           | 0.39%            | 0.86%            |
| <b>Modo 3</b> | 40.780           | 40.734           | 41.020           | 36.380           | 0.59%            | 11.97%           |
| <b>Modo 4</b> | 62.520           | 55.501           | 56.150           | 46.140           | 11.35%           | 20.29%           |

Fuente: Autor

Estas dos tablas anteriores recogen todas las frecuencias identificadas durante el tratamiento de la señal de salida de los acelerómetros, como podemos ver a medida que se van identificando las frecuencias, y medida que se busca un modo de mayor (tercer modo en adelante), el porcentaje de error aumenta considerablemente, esto es debido a que los datos teóricos son traídos de un sistema de 120 grados de libertad mientras que los datos suministrados por el programa Datagen, registra dos grados de libertad por piso en la direcciones  $x, y$ , como podemos ver en la dirección  $x$ , los errores son considerablemente menores que en la dirección  $y$ , con esto en mente podemos inferir que la dirección fuerte (o

la dirección de excitación de la estructura) es la dirección  $x$  y por ende la dirección  $y$  es la débil, también podemos ver que las frecuencias recogidas con 8 acelerómetros y 16 acelerómetros no cambian considerablemente eso es debido a la metodología aplicada a la segunda configuración que se explico en la sección 7.3.2.

La metodología que siempre ha tenido el autor en mente es realizar la identificación de características dinámicas de forma sencilla, esto se hace para el lector pueda hacer uso del análisis modal una forma amigable; también debe saber que existen otros métodos de identificación de características dinámicas además de la selección de picos de frecuencia que aquí se enuncia.

Como podemos ver, la selección de picos nos da una buena aproximación del cálculo de frecuencia de una estructura civil, a pesar de que solo se conocen los datos de salida del sistema y son con los únicos con los que se trabaja, entonces esta metodología es buena inclusive para capturar señales de vibración ambiental.

## 7.5 IDENTIFICACIÓN DE AMORTIGUAMIENTOS MODALES A PARTIR DEL ESPECTRO DE POTENCIA

Ya identificadas las frecuencias, se sigue con la identificación de los amortiguamiento modales siguiendo la metodología del ancho de banda enunciado en la sección 6.4, debe decirse que este es un método aproximado identificación, por lo tanto le lector notara un cambio significativo en la resolución de los ejes de las graficas para hacer una estimación lo más precisa posible.

### 7.5.1 Amortiguamientos modales: 8 acelerómetros

#### 7.5.1.1 Identificación amortiguamiento: Dirección X

Figura 36: Amortiguamiento Modo 1 [8.789 Hz] Espectro medio normalizado

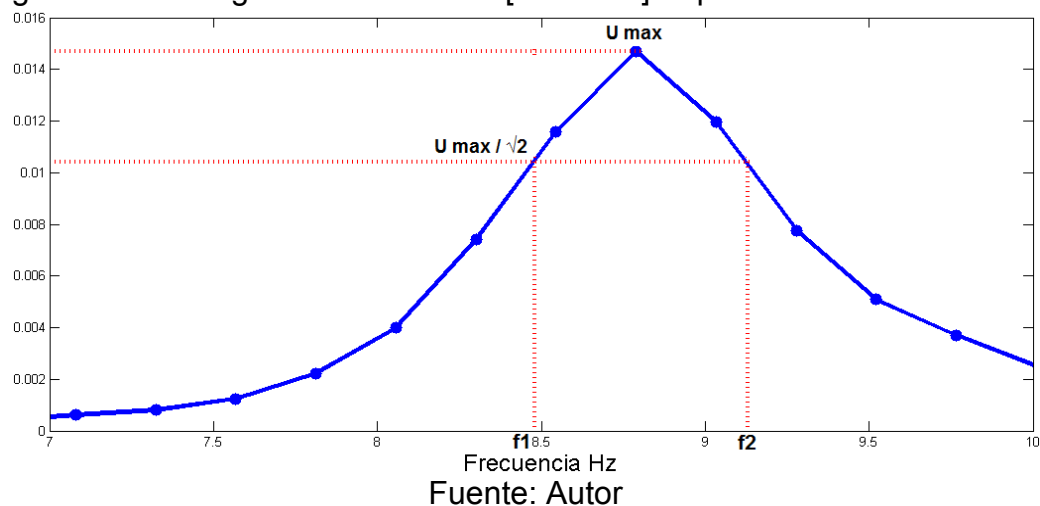


Figura 37: Amortiguamiento Modo 2 [25.39 Hz] Espectro medio normalizado

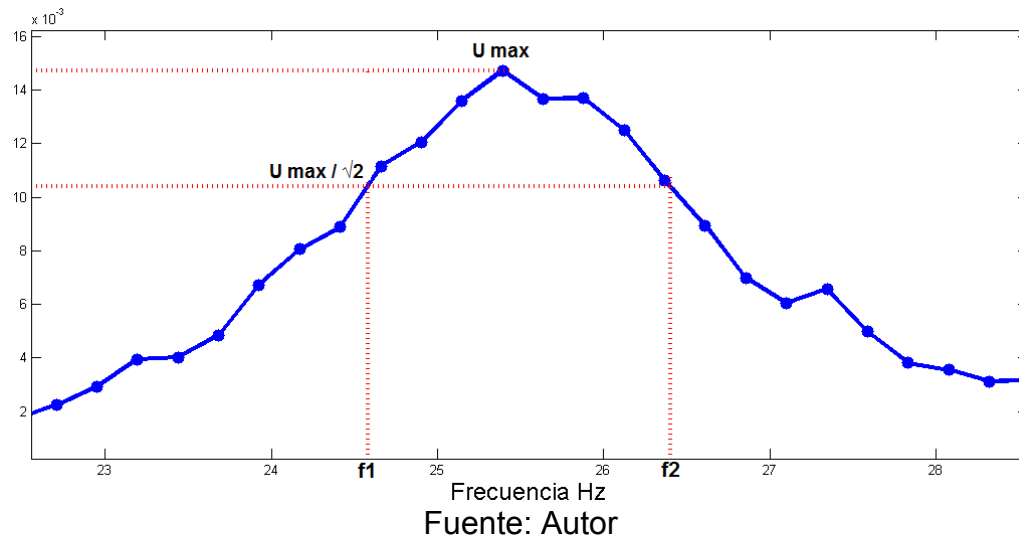


Figura 38: Amortiguamiento Modo 3 [40.77 Hz] Espectro medio normalizado

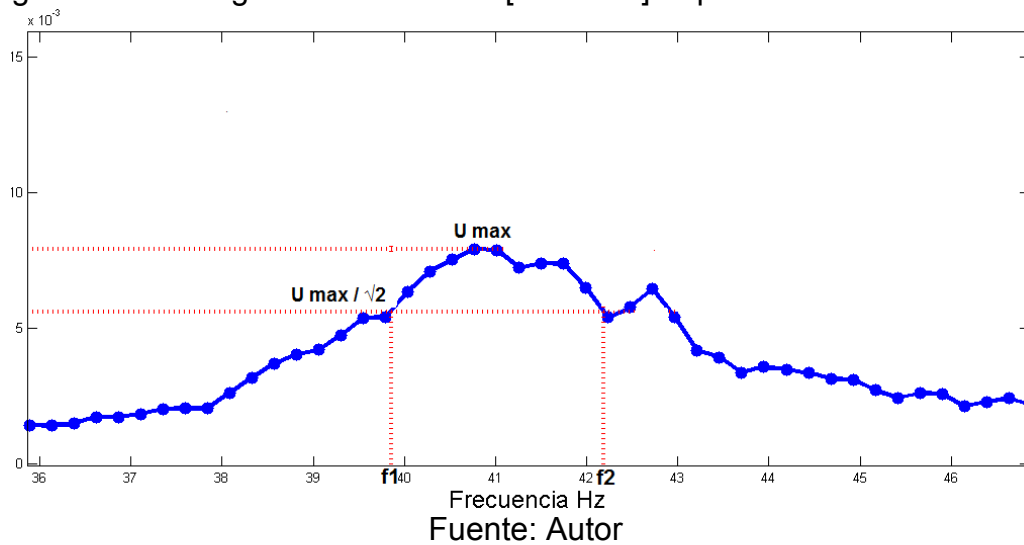
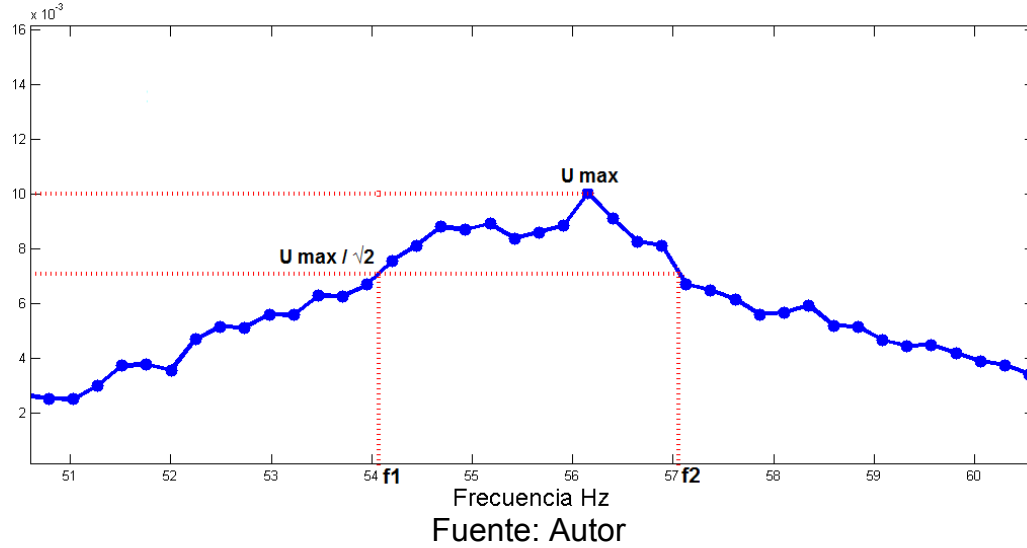


Figura 39: Amortiguamiento Modo 4 [56.15 Hz] Espectro medio normalizado



#### 7.5.1.2 Identificación amortiguamiento: Dirección y

Figura 40: Amortiguamiento Modo 1 [8.301 Hz] Espectro medio normalizado

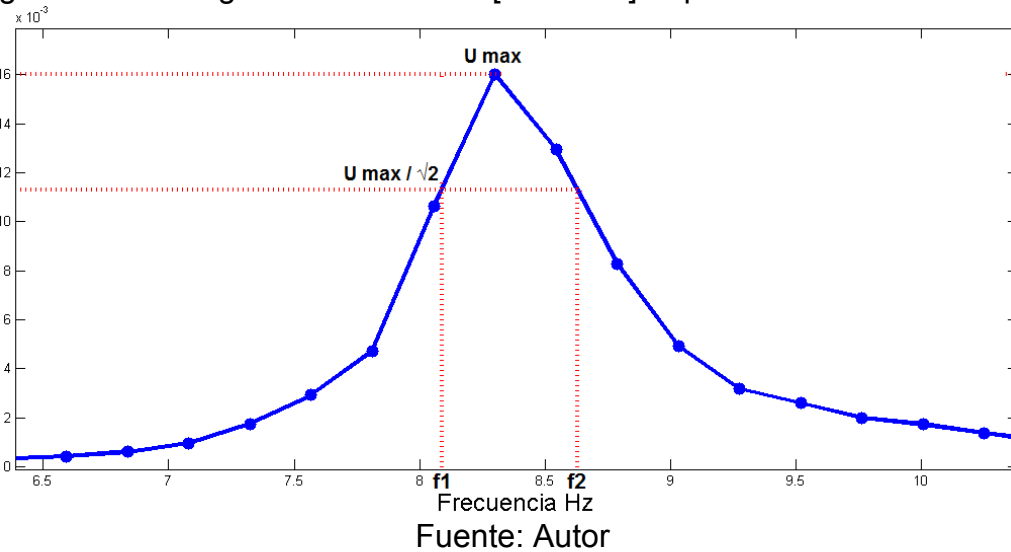


Figura 41: Amortiguamiento Modo 2 [22.95 Hz] Espectro medio normalizado

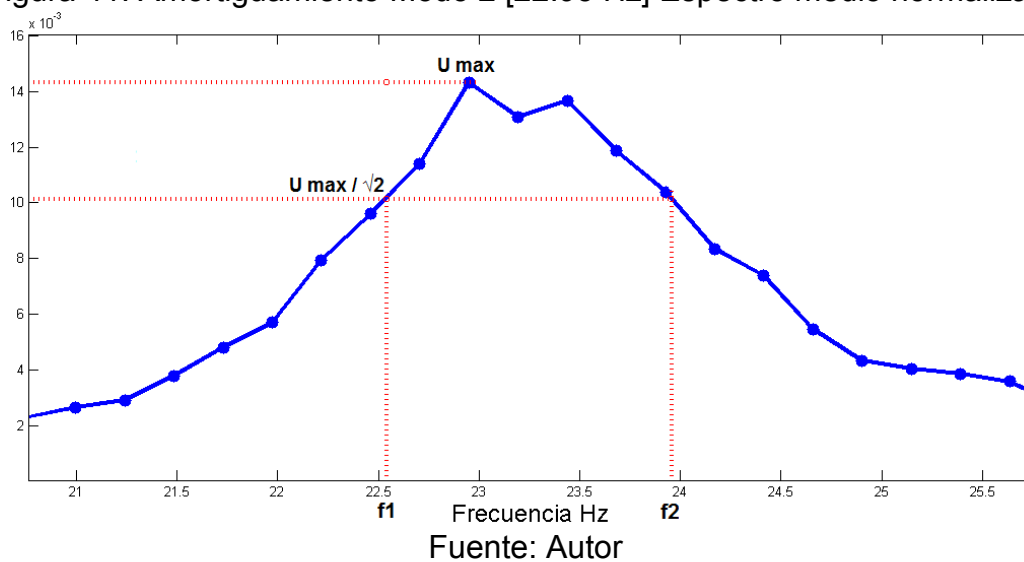


Figura 42: Amortiguamiento Modo 3 [36.38 Hz] Espectro medio normalizado

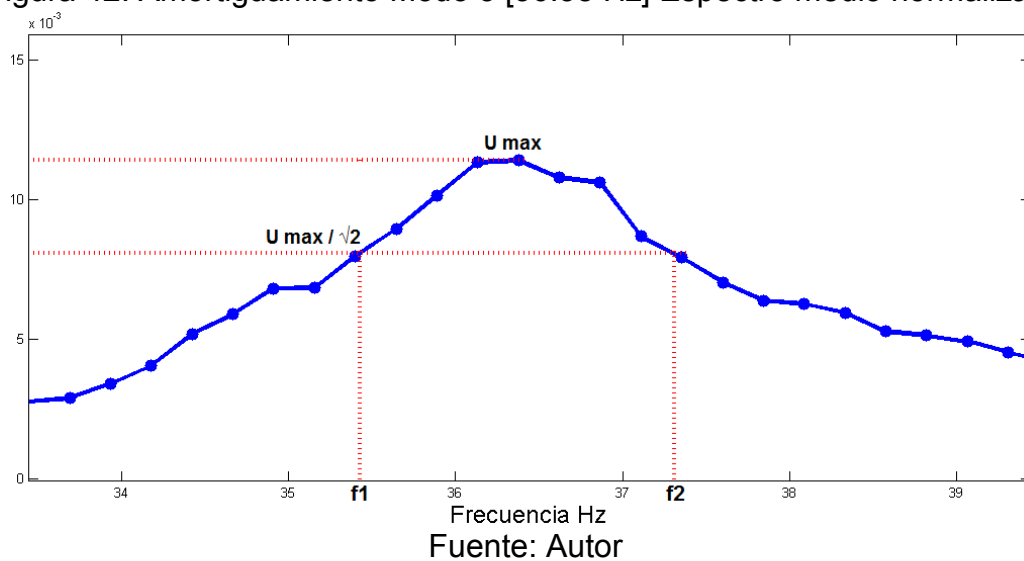
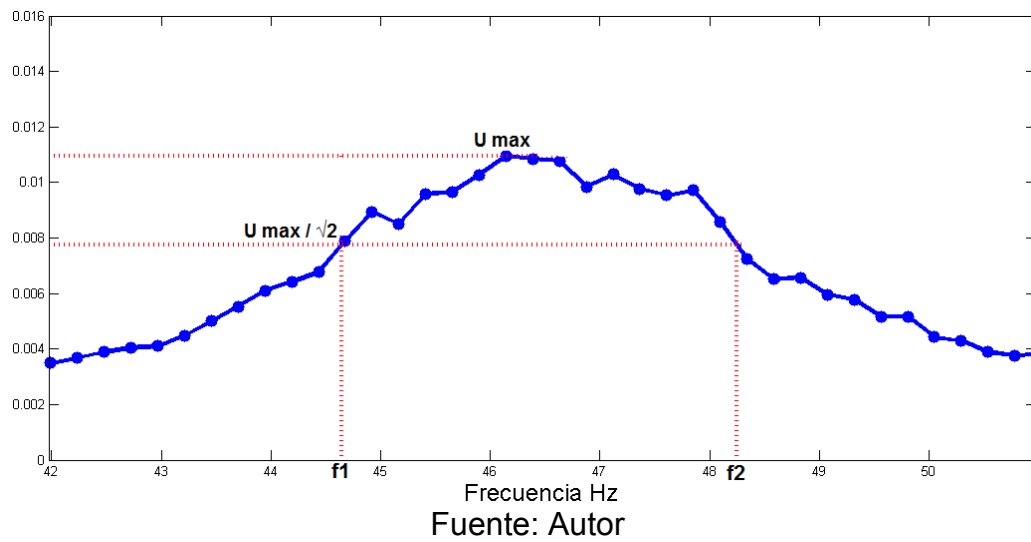


Figura 43: Amortiguamiento Modo 4 [45.14 Hz] Espectro medio normalizado



## 7.5.2 Amortiguamiento: 16 acelerómetros

### 7.5.2.1 Identificación amortiguamiento: Dirección X

Figura 44: Amortiguamiento Modo 1 [8.789 Hz] Espectro medio normalizado

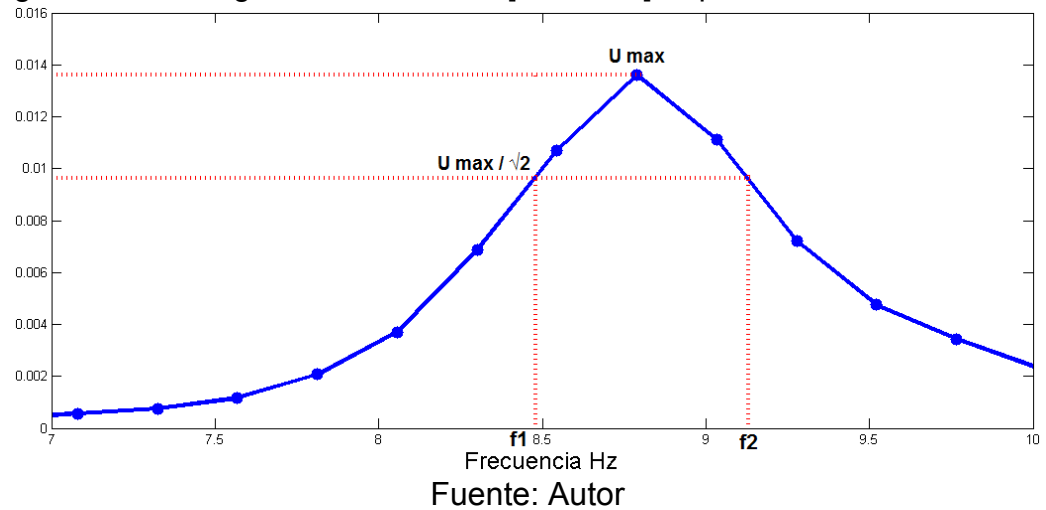


Figura 45: Amortiguamiento Modo 2 [25.39 Hz] Espectro medio normalizado

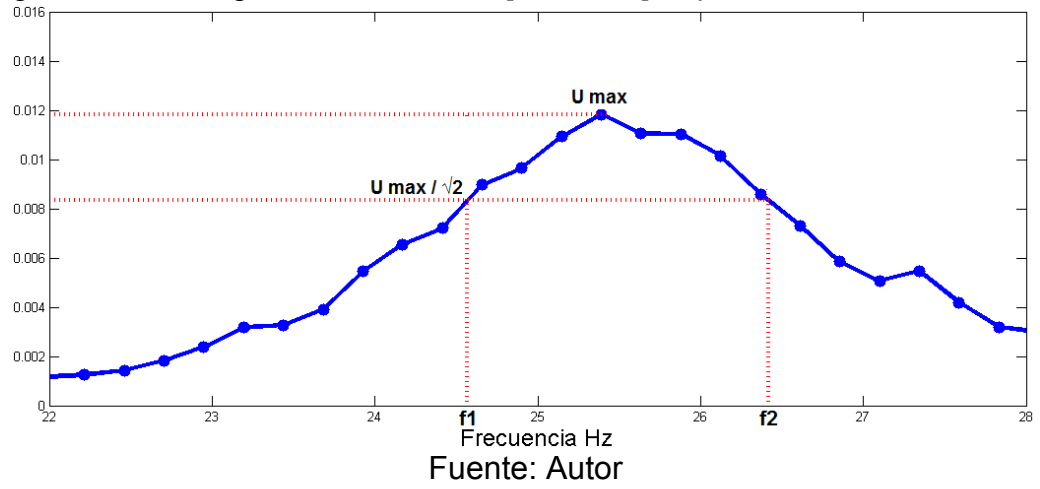


Figura 46: Amortiguamiento Modo 3 [41.02 Hz] Espectro medio normalizado

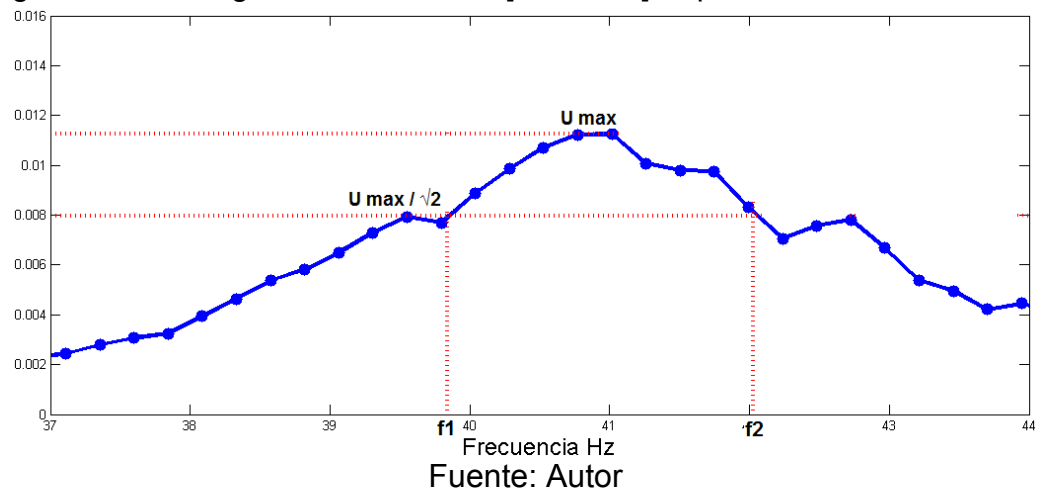
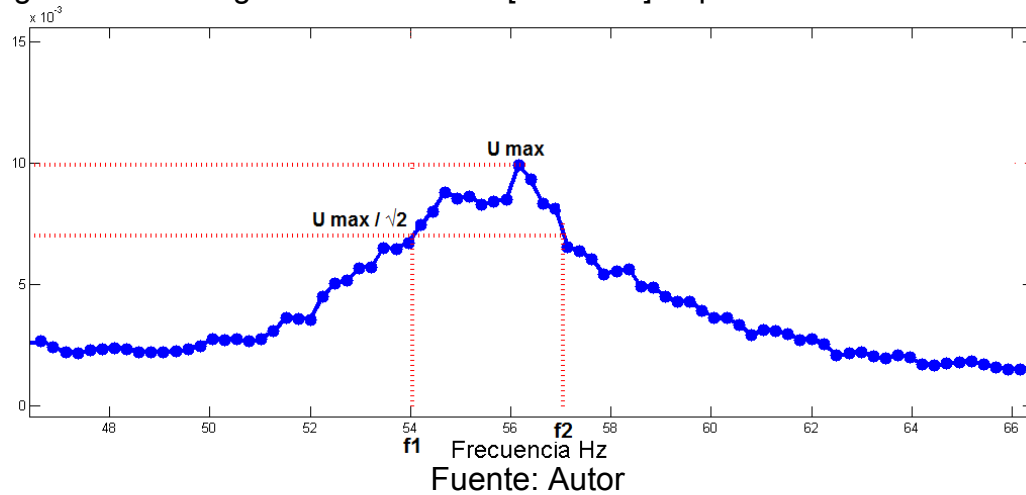




Figura 47: Amortiguamiento Modo 4 [56.15 Hz] Espectro medio normalizado



### 7.5.2.2 Identificación amortiguamiento: Dirección Y

Figura 48: Amortiguamiento Modo 1 [8.301 Hz] Espectro medio normalizado

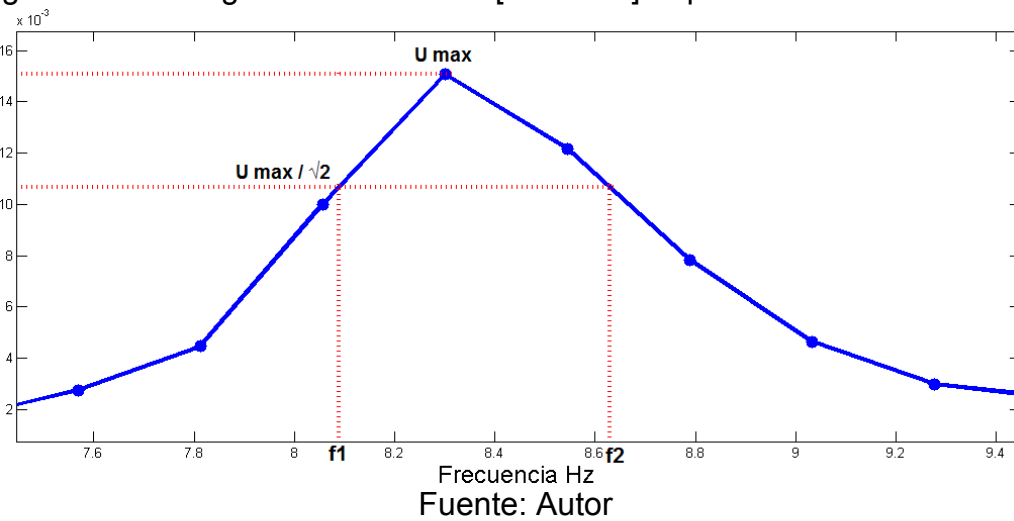


Figura 49: Amortiguamiento Modo 2 [22.950 Hz] Espectro medio normalizado

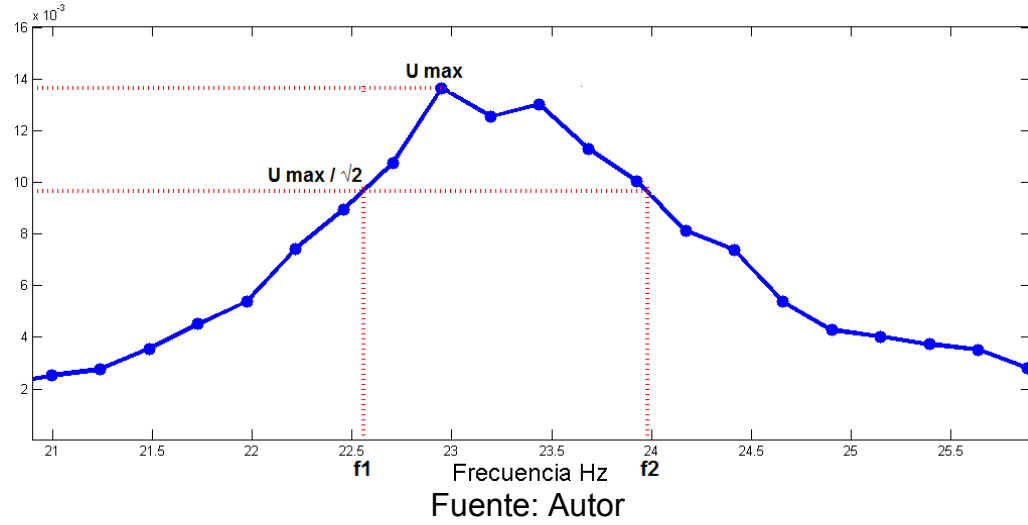


Figura 50: Amortiguamiento Modo 3 [36.380 Hz] Espectro medio normalizado

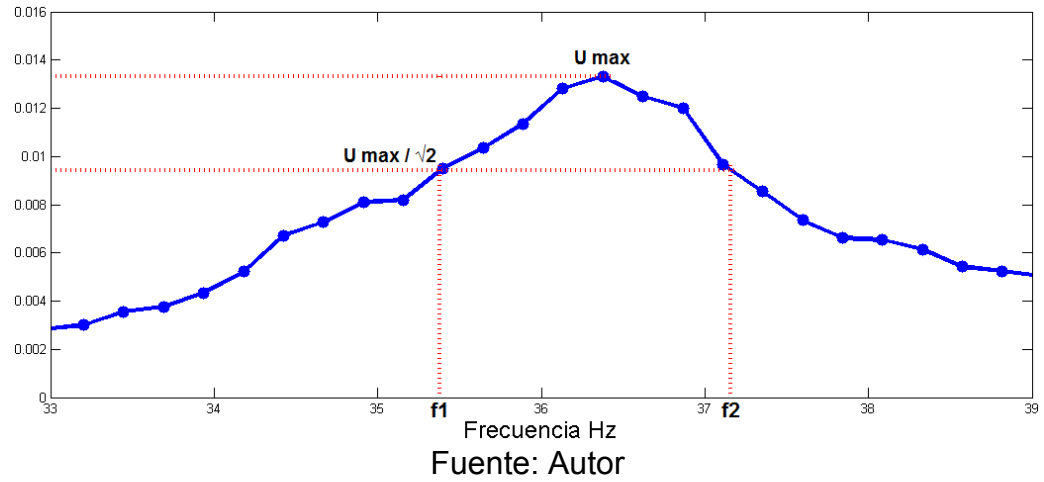
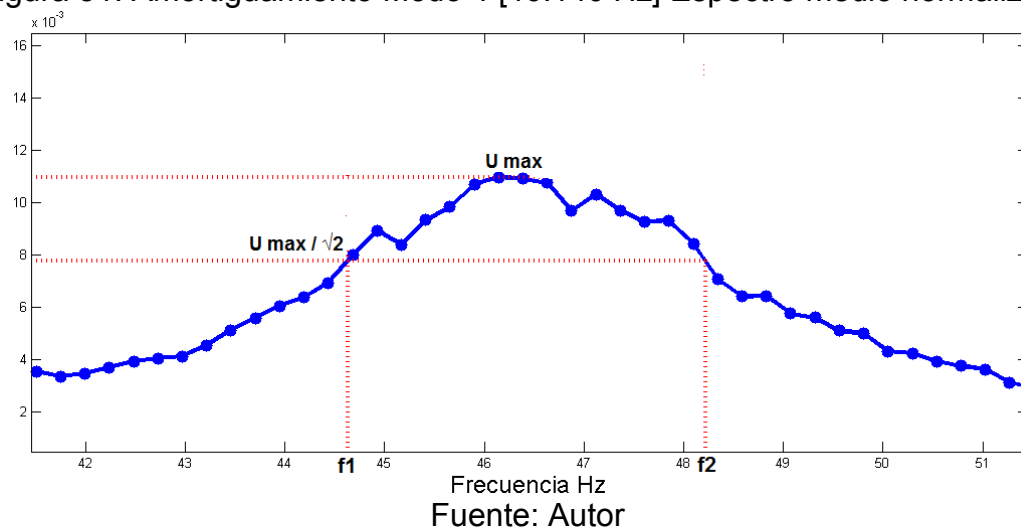


Figura 51: Amortiguamiento Modo 4 [46.140 Hz] Espectro medio normalizado



### 7.5.3 Tabla de resultados: Identificación de amortiguamientos modales

Tabla 12: Resultados Amortiguamiento: 8 acelerómetros

| Dirección x  |                 |                             |           |           |          |
|--------------|-----------------|-----------------------------|-----------|-----------|----------|
|              | <i>Amp.max.</i> | $\frac{Amp.max.}{\sqrt{2}}$ | <i>f1</i> | <i>f2</i> | $\xi \%$ |
| <b>Modo1</b> | 0.01471         | 0.010401541                 | 8.48      | 9.13      | 3.69%    |
| <b>Modo2</b> | 0.01472         | 0.010408612                 | 24.58     | 26.4      | 3.57%    |
| <b>Modo3</b> | 0.007916        | 0.005597457                 | 39.86     | 42.19     | 2.84%    |
| <b>Modo4</b> | 0.01003         | 0.007092281                 | 54.07     | 57.06     | 2.69%    |

| Dirección y  |                 |                             |           |           |          |
|--------------|-----------------|-----------------------------|-----------|-----------|----------|
|              | <i>Amp.max.</i> | $\frac{Amp.max.}{\sqrt{2}}$ | <i>f1</i> | <i>f2</i> | $\xi \%$ |
| <b>Modo1</b> | 0.016           | 0.011313708                 | 8.09      | 8.63      | 3.23%    |
| <b>Modo2</b> | 0.01431         | 0.010118698                 | 22.54     | 23.96     | 3.05%    |
| <b>Modo3</b> | 0.01142         | 0.008075159                 | 35.43     | 37.31     | 2.58%    |
| <b>Modo4</b> | 0.01096         | 0.00774989                  | 44.65     | 48.25     | 3.88%    |

Fuente: Autor

Tabla 13: Resultados Amortiguamiento: 16 acelerómetros

| Dirección x  |                 |                             |           |           |          |
|--------------|-----------------|-----------------------------|-----------|-----------|----------|
|              | <i>Amp.max.</i> | $\frac{Amp.max.}{\sqrt{2}}$ | <i>f1</i> | <i>f2</i> | $\xi \%$ |
| <b>Modo1</b> | 0.01361         | 0.009623723                 | 8.48      | 9.13      | 3.69%    |
| <b>Modo2</b> | 0.01182         | 0.008358002                 | 24.57     | 26.42     | 3.63%    |
| <b>Modo3</b> | 0.01124         | 0.00794788                  | 39.84     | 42.03     | 2.67%    |
| <b>Modo4</b> | 0.00992         | 0.007014499                 | 54.04     | 57.05     | 2.71%    |

| Dirección y  |                 |                             |           |           |          |
|--------------|-----------------|-----------------------------|-----------|-----------|----------|
|              | <i>Amp.max.</i> | $\frac{Amp.max.}{\sqrt{2}}$ | <i>f1</i> | <i>f2</i> | $\xi \%$ |
| <b>Modo1</b> | 0.01506         | 0.010649028                 | 8.09      | 8.63      | 3.23%    |
| <b>Modo2</b> | 0.01365         | 0.009652008                 | 22.56     | 23.98     | 3.05%    |
| <b>Modo3</b> | 0.01333         | 0.009425733                 | 35.38     | 37.16     | 2.45%    |
| <b>Modo4</b> | 0.01096         | 0.00774989                  | 44.63     | 48.22     | 3.87%    |

Fuente: Autor

Como podemos ver en las tablas anteriores de resultados, a pesar que usamos un método aproximado para el cálculo del amortiguamiento a partir de los espectros de potencia, obtenemos porcentajes bajos (menores al 5%). Aquí nuevamente vemos que los resultados son casi los mismos independientemente del número de sensores que tengamos en cuenta para realizar la identificación, por ende podemos decir que el método del ancho de banda es una buena metodología a aplicarse cuando se necesiten obtener amortiguamientos modales.

A las anteriores graficas se les puede realizar un ajuste de curvatura por algún método numérico (mínimos cuadrados) y volver a repetir el ejercicio para esa nueva curva ajustada, pero el autor considera que realizar este paso no traería mejoras significativas en los resultados de amortiguamiento modal.

## 8. CONCLUSIONES

- El método de welch para el tratamiento de datos de aceleración es una buena herramienta para el tratamiento de estimación de la función de correlación cruzada, produciendo un espectro claro para su posterior manipulación.
- La obtención de las frecuencias naturales, utilizando la teoría de un sistema dinámico de múltiples grados de libertad sin amortiguamiento, partiendo de las matrices de rigidez y masa, dio buenos resultados para la comparación con datos de modelos numéricos de respuesta de la estructura Benchmark UBC.
- La metodología de selección de picos (peak picking) resultó apropiada para la identificación de las frecuencias y amortiguamientos modales, obteniendo bajos porcentajes de error en las primeras frecuencias naturales del sistema.
- La ubicación cuidadosa de los sensores para registrar datos de aceleración es de suma importancia para una buena identificación dinámica y posterior calibración de modelos numéricos.

## **9. TRABAJOS FUTUROS**

- Aprovechar las distintas opciones de daño que tiene el programa Datagen para que a partir de identificación de modal se pueda realizar un estudio de los cambios de frecuencia de la estructura debido a una fractura.
- Utilizar otros métodos de identificación de frecuencias reportadas en la literatura y realizar una comparación numérica de las posibles ventajas o desventajas de estos.
- Realizar un montaje de una estructura de similares condiciones como la expuesta en este trabajo en los laboratorios de ingeniería civil de la Universidad Industrial de Santander y realizar las mediciones experimentales y calibración de modelos usando la metodología aquí expuesta de análisis modal.

## 10. BIBLIOGRAFIA

1. He, Jimin and Fu, Zhi-Fang. *Modal Analysis*. s.l. : Butterworth Heinemann, 2001. ISBN: 0 7506 5079 6.
2. S.J. Dyke. D. Bernal, J.L. Beck, and C. Ventura. *AN EXPERIMENTAL BENCHMARK PROBLEM IN STRUCTURAL HEALTH MONITORING*. Stanford, CA, : Third International Workshop on Structural Health Monitoring, September 12–14, 2001.
3. ASCE. Matlab Files for the Benchmark Problem. [Online] ASCE SHM (Structural Health Monitoring) , September 1, 2001. [Cited: August 5, 2011.] <http://bc029049.cityu.edu.hk/asce.shm>.
4. Paz, Mario. *Dinámica Estructural: Teoría y Cálculo*. Barcelona : Editorial Reverte S.A, 2002. ISBN 84-291-4854-X.
5. Fornons, Jose Maria. *EL METODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS EN LA INGENIERIA DE ESTRUCTURAS*. s.l. : MARCOMBO S.A. 8460026477.
6. Gómez Araújo, Iván Darío. *Caracterización dinámica experimental de puentes de hormigón simplemente apoyados a partir de mediciones de vibración ambiental*. Bucaramanga : Universidad Industrial de Santander, 2010.
7. Rodríguez Súnico, Manuel. *Análisis modal operacional: Teoría y Práctica*. Sevilla : Escuela Superior de Ingenieros, 2005. Proyecto Fin de Carrera.
8. *Análisis de la densidad espectral de potencia en registros MER*. Echeverry, Julián, Guarnizo, Cristian y Orozco, Álvaro. s.l. : Universidad Tecnológica de Pereira, 2007. ISSN 0122-1701.
9. Smith III, Julius O. *SPECTRAL AUDIO SIGNAL PROCESSING*. [En línea] Stanford University, March de 2010. <https://ccrma.stanford.edu/~jos/sasp/>.

10. Laboratory, Earthquake Engineering. *ASCE/IASC Task Group on Structural Health Monitoring Benchmark Problems: Experimental Data*. s.l. : University of British Columbia, July 19-21, 2000.
11. *Calculation of Response Spectra from Strong-Motion Earthquake Records*. Nigam, N.C and P.C, Jennings. pp. 909-922, s.l. : Bull. Seis. Soc. Amer, 1969.
12. Ewins, D. J. *Modal Testing: Theory and Practice*. s.l. : John Wiley & Sons, 1984. ISBN: 0 86380 0173.
13. Camacho Navarro, Jhonatan. *Sistema experto para la monitorización de salud estructural mediante el reconocimiento de patrones: adaptación y validación numérica*. Bucaramanga : Universidad Industrial de Santander, 2010.
14. Silva, Clarence W. de. *Vibration Monitoring, Testing, and Instrumentation*. s.l. : CRC Press, 2007.
15. Yang, Bingen. *Stress, Strain, and Structural Dynamics*. s.l. : Elsevier Academic Press, 2005. ISBN: 0-12-787767-3.
16. C. E Beards BSc, PhD, C Eng, MRAS, MIOA. *Structural Vibration: Analysis and Damping*. s.l. : Arnold, 1996. ISBN: 0 340 64580 6.
17. Helmut Wenzel, Dieter Pichler. *Ambient Vibration Monitoring*. s.l. : John Wiley & Sons, 2005. ISBN: 13 978-0-470-02430-0.
18. Rao V. Dukkipati, Ph.D., P.E. *Solving Vibration Analysis Problems Using MATLAB*. s.l. : NEW AGE INTERNATIONAL (P) LIMITED, PUBLISHERS, 2007. ISBN : 978-81-224-2427-0.
19. Timoshenko, Stephen. *Vibration Problems In Engineering*. s.l. : D. VAN NOSTRAND COMPANY, 1937.



20. Falconi, Dr. Ing. Roberto Aguiar. *Análisis Sísmico de Edificios*. s.l. : Centro de Investigaciones Científicas. Escuela Politécnica del Ejército., 2008. ISBN: 978-9978-30-104-3.
21. Etter, Delores M. *Solución de problemas de ingeniería con MATLAB*. s.l. : PRENTICE HALL, 1998. ISBN: 970-17-0111-9.
22. Cañada, A. *Fourier y sus coeficientes*. s.l. : Universidad de Granada, 2006. Bol. Soc. Esp. Mat. Apl. nº36, 125-148.