

Relación Entre la Resistencia a la Fatiga, la Temperatura y la Frecuencia de Carga en Diáfisis de
Tibia Cuando es Sometida a Cargas Dinámicas Compresión-Compresión

Nathalia Hernández Martínez, Camilo Andrés Ventura Felizzola

Trabajo de Grado para Optar al título de
Ingeniero Mecánico

Director

Diego Fernando Villegas Bermúdez,

Ph. D Ingeniero Mecánico

Universidad Industrial de Santander

Facultad de Ingenierías Físico-Mecánicas

Escuela de Ingeniería Mecánica

Bucaramanga

2019

Dedicatoria

A mi Dios por sus infinitas bendiciones, por permitirme soñar y hacer esos sueños realidad.

A mis padres por ser mi apoyo y motivación, por su amor incondicional, por su ejemplo, por su dedicación y por su esfuerzo.

A mis hermanos por ser los mejores compañeros de vida, por amarme y apoyarme en todos mis proyectos y planes.

A María Paula y Oriana por ser mi fuente de felicidad e inspiración.

A todas las personas que de una u otra manera me apoyaron y me aportaron para que pudiera cumplir con mi meta.

Nathalia Hdez

Tabla de Contenido

Introducción	12
1. Objetivos.....	15
1.1 Objetivo general	15
1.2 Objetivos específicos.....	15
2. Justificación	16
3. Metodología.....	18
3.1 Preparación de muestras	18
3.1.1 Geometría y tamaño de la muestra	20
3.1.2 Cálculo del área transversal.....	21
3.2 Ensayos mecánicos	23
3.3 Diseño de dispositivo para compresión	26
3.3.1 Diseño de acople de fijación de la muestra y anti-fricción.....	26
3.4 Prueba de Fatiga	27
3.4.1 Análisis de resultados	28
3.4.1.1 Media de Weibull	28
3.4.1.2 Índice de correlación de Pearson	30
4. Resultados.....	30
4.1 Ensayos de compresión.....	30
4.2 Ensayo de Fatiga.....	33
4.2.1 Ensayo de fatiga con temperatura constante y frecuencia de aplicación de carga variable.	33
4.2.2 Ensayo de fatiga con una frecuencia de aplicación de carga de 2 Hz y la temperatura del entorno variable	36
5. Análisis de resultados	37
6. Conclusiones.....	44
Referencias Bibliográficas	46
Apéndices.....	49

Lista de Figuras

Figura 1. Curva de carga-deformación.	17
Figura 2. Muestras de hueso con fallas en el maquinado	21
Figura 3. Conector giratorio utilizado para compensar superficies de cargas no paralelas durante prueba de compresión	21
Figura 4. Algoritmo para el cálculo del área de la sección transversal de los huesos.	23
Figura 5. Máquina MTS Bionix Tabletop (MTS Systems Corporation) con una muestra ósea mientras se somete a un ensayo de compresión.....	25
Figura 6. Máquina MTS Bionix Tabletop (MTS Systems Corporation) con el acople de la cámara térmica en el ensayo de fatiga con una muestra ósea embebida.	25
Figura 7. Acoples predeterminados de la máquina MTS Bionix Tabletop (MTS Systems Corporation).	26
Figura 8. Propuestas de acoples de la máquina MTS Bionix Tabletop (MTS Systems Corporation) para mantener fijas las muestras de hueso en las pruebas de compresión y fatiga. 27	
Figura 9. Curva esfuerzo vs deformación para una muestra ósea a una velocidad de 2 mm/min.	32
Figura 10. Fallo de una muestra ósea cuando se le aplican cargas de compresión.....	33
Figura 11. Frecuencia de aplicación de carga Vs Numero de ciclos de fallo	34
Figura 12. Gráfica fuerza vs desplazamiento a distintas frecuencia de aplicación de carga.	35
Figura 13. Gráfica esfuerzo vs deformación a una temperatura de 37 ° y una frecuencia de aplicación de carga de 2 Hz.	37

Lista de Tablas

Tabla 1. Resultados Prueba de Compresión.....	31
Tabla 2. Promedio del número de ciclos de fallos a una frecuencia establecida	34
Tabla 3. Promedio de los ciclos de falla a distintas temperaturas.....	36
Tabla 4. Resultados del análisis de varianza de un factor (ANOVA) para la temperatura y el número de ciclos de fallo.	43
Tabla 5. Resultados del análisis de varianza de un factor (ANOVA) para la frecuencia de aplicación de carga y el número de ciclos de fallo.	44

Lista de Apéndices

Apéndices A. Selección de acople para fijación de la muestra.	49
Apéndices B. Maquina Bionix Tabletop (MTS Systems Corporation)	49
Apéndices C. Cámara Bionix Envirobath (MTS Systems Corporation).	50
Apéndices D. Estructura de uno hueso largo típico.	51
Apéndices E. Código de Matlab para el cálculo del área transversal de los huesos.	51
Apéndices F. Linealización de la función de distribución acumulada (CDF).	55
Apéndices G. Calculo de la media mediante los parámetros de Weibull.	56
Apéndices H. Coeficiente de Correlación de Pearson.	59
Apéndices I. Análisis de la varianza de un factor (ANOVA).	60
Apéndices J. Resultados prueba de fatiga a temperatura ambiente y a distintos niveles de frecuencia de aplicación de carga (2 Hz, 6 Hz, 10 Hz y 20 Hz).	63

Resumen

TÍTULO: “RELACIÓN ENTRE LA RESISTENCIA A LA FATIGA, LA TEMPERATURA Y LA FRECUENCIA DE CARGA EN DIÁFISIS DE TIBIA CUANDO ES SOMETIDA A CARGAS DINÁMICAS COMPRESIÓN-COMPRESIÓN.”*

AUTORES: NATHALIA HERNÁNDEZ MARTÍNEZ, CAMILO ANDRES VENTURA FELIZZOLA, DIEGO F. VILLEGAS **

PALABRAS CLAVES: BIOMECÁNICA, FATIGA, CARGA AXIAL; CARGA DINÁMICA; TEMPERATURA; FRECUENCIA; HUMEDAD.

DESCRIPCIÓN

Los fallos en donde el material es sometido a cargas cíclicas son conocidos en la ciencia de materiales como falla por fatiga, en donde los materiales reciben esfuerzos fluctuantes con valores menores al de la resistencia última a la fractura y a alta frecuencia, incluso por debajo de la resistencia a la fluencia. Aplicar distintos valores de carga de manera repetitiva induce a la iniciación y propagación de una grieta o a un conjunto de grietas hasta llevarlas al fallo final por fractura (Budynas & Nisbett, 2006).

Existen factores que poseen una influencia significativa en los fallos de fatiga, tanto en materiales ingenieriles, como en materiales biológicos. En los materiales de uso común de la industria, se establece que las temperaturas elevadas conducen a un aceleramiento en el inicio de las microgrietas. Así mismo los ciclos de alta frecuencia cobran un papel preponderante en este suceso (Budynas & Nisbett, 2006).

La vida de la fatiga de una muestra ósea se ve directamente afectada cuando se somete a cargas con una alta aplicación de la misma. Para una carga máxima de 8100 N y una relación de esfuerzos de 0.15 se determinó que a frecuencias baja (2 Hz) los huesos soportaron en promedio 8200 ciclos de cargas. Caso contrario sucede para las altas frecuencias, en donde a 20 Hz las muestras óseas soportaron en promedio 170 ciclos de falla. La temperatura de la muestra no tiene una influencia significativa en la vida de la fatiga del material estudiado.

* Trabajo de Grado

** Facultad de Ingenierías Físico-Mecánicas, Escuela de Ingeniería Mecánica. Director: Diego Fernando Villegas Bermúdez, Ph. D Ingeniero Mecánico

Abstract

TITLE: “RELATIONSHIP BETWEEN FATIGUE RESISTANCE, TEMPERATURE AND LOAD FREQUENCY IN THE DIAPHYSIS OF THE TIBIA WHEN SUBJECTED TO COMPRESSION-COMPRESSION DYNAMIC LOADS.”*

AUTHORS: NATHALIA HERNÁNDEZ MARTÍNEZ, CAMILO ANDRES VENTURA FELIZZOLA, DIEGO F. VILLEGAS.**

KEY WORDS: BIOMECHANICS; FATIGUE, AXIAL LOAD; DYNAMIC LOADING; TEMPERATURE; FREQUENCY; HUMIDITY.

DESCRIPTION

Faults in which the material is subjected to cyclic loads are known in the science of materials as fatigue failure, where the materials receive fluctuating efforts with values lower than the ultimate resistance to fracture and at high frequency, even below the Creep resistance. Applying different load values repetitively induces the initiation and propagation of a crack or a set of cracks until they lead to final failure due to fracture (Budynas & Nisbett, 2006).

There are factors that have a significant influence on fatigue failures, both in engineering materials and in biological materials. In the materials commonly used in the industry, it is established that high temperatures lead to an acceleration at the start of microcracks. Likewise, high frequency cycles take on a predominant role in this event (Budynas & Nisbett, 2006).

The life of the fatigue of a bone sample is directly affected when subjected to loads with a high application of it. For a maximum load of 8100 N and a stress ratio of 0.15 it was determined that at low frequencies (2 Hz) the bones supported on average 8200 load cycles. Otherwise it happens for the high frequencies, where at 20 Hz the bone samples supported an average of 170 failure cycles. The temperature of the sample does not have a significant influence on the fatigue life of the material studied.

* Graduation Project

** Facultad de Ingenierías Físico-Mecánicas, Escuela de Ingeniería Mecánica. Director: Diego Fernando Villegas Bermúdez, Ph. D Ingeniero Mecánico

Introducción

El sistema óseo conformado principalmente por los huesos, compone junto al sistema muscular el aparato locomotor; gracias a este, las personas pueden moverse y desarrollar cualquier tipo de postura. Los huesos proporcionan la base mecánica para el movimiento, las articulaciones relacionan dos o más huesos entre sí en su zona de contacto y los músculos mediante un tejido conectivo fibroso llamado tendones se unen a los huesos. El trabajo mancomunado de esta serie de elementos es lo que permite materializar la locomoción del ser humano (Reiriz Palacios, 2009). El esqueleto constituye el elemento pasivo del aparato locomotor de modo que las fuerzas son transmitidas de un hueso a otro. Estos poseen tres propiedades mecánicas fundamentales que son la resistencia, la rigidez y la elasticidad (Viladot Voegeli, 2001). Los huesos al igual que los materiales ingenieriles fallan cuando se le aplican cargas superiores a la resistencia última, sin embargo, al ser sometidos a cargas repetitivas pueden presentar fallas con cargas inferiores.

Los fallos en donde el material es sometido a cargas cíclicas son conocidos en la ciencia de materiales como falla por fatiga, en donde los materiales reciben esfuerzos fluctuantes con valores menores al de la resistencia última a la fractura y a alta frecuencia, incluso por debajo de la resistencia a la fluencia. Aplicar distintos valores de carga de manera repetitiva induce a la iniciación y propagación de una grieta o a un conjunto de grietas hasta llevarlas al fallo final por fractura (Budynas & Nisbett, 2006). Este tipo de fenómenos es posible palparlo con mayor frecuencia en personas que exponen diariamente su cuerpo a prolongadas y excesivas jornadas de trabajo; como es el caso de deportistas y militares, los cuales sufren fracturas y lesiones de forma inesperada realizando movimientos muy básicos y poco exigentes (Lafforgue, 2013). El hueso al exponerse a la aplicación de fuerzas adapta permanentemente su estructura y su capacidad de resistir a las diversas sollicitaciones mecánicas. El desequilibrio entre las fuerzas aplicadas al hueso

y su resistencia mecánica puede conducir a la producción de fracturas no traumáticas las cuales con el tiempo podrían ocasionar fracturas totales. Los huesos muestran un efecto positivo frente a las cargas mecánicas cuando estas están dentro de cierto límite, la superación de dicho límite conlleva a la acumulación de microdaños más allá de la capacidad de reparación del esqueleto, preludio de auténticas fracturas.

Existen factores que poseen una influencia significativa en los fallos de fatiga, tanto en materiales ingenieriles, como en materiales biológicos. En los materiales de uso común de la industria, se establece que las temperaturas elevadas conducen a un aceleramiento en el inicio de las microgrietas. Así mismo los ciclos de alta frecuencia cobran un papel preponderante en este suceso (Budynas & Nisbett, 2006). Las fallas por fatiga en los materiales biológicos, en este caso específico; los huesos, no se comportan de manera indiferente ante la influencia de la temperatura y la frecuencia de aplicación de carga. Las propiedades mecánicas están altamente ligadas a la temperatura del medio circundante. Para el desarrollo de ensayos mecánicos una variación de la temperatura que se encuentre dentro de un margen de 23°C hasta los 37°C nos inducirá a un aumento del módulo de Young que se encuentra alrededor del 2 al 4%, respecto del primer valor de temperatura con el segundo, por lo que los cambios no son altamente significativos (Cowin, 2001). Se ha establecido que la vida de la fatiga en muestras óseas y la temperatura del medio poseen una relación negativa, así mismo se documentó que el cuerpo humano experimenta una variación de la temperatura corporal, la cual no siempre es de 37°C debido a la existencia de gradientes térmicos en las extremidades, se llegan a manifestar alteraciones de hasta 2°C (Carter & Hayes, 1976). De igual modo se determinó que la cantidad de ciclos que se anteponen al fallo disminuye cuando la frecuencia de carga aumenta (Sadeghi, Espino, & Shepherd, 2017).

Se consideró pertinente continuar con esta línea de investigación adoptando postulados establecidos por las investigaciones previas, en donde se muestran relaciones inversas entre vida a la fatiga y temperatura, y entre vida a la fatiga y frecuencia. La finalidad del presente trabajo es determinar el índice de correlación existente entre la fatiga, la temperatura y la frecuencia pero con la muestra humectada durante todo el ensayo, simulando así, las condiciones a las que normalmente se encuentran expuestas los huesos. Para tal fin se utilizó la cámara ambiental Bionix EnviroBath (MTS Systems Corporation), permitiendo mantener el espécimen embebido en solución salina al 2%, y así evitar el deterioro de las propiedades mecánicas producto de la deshidratación, como es el caso de la disminución del módulo de Young (Cerrud, Narváez, Muñoz, & Schouwenaars, 2005).

1. Objetivos

1.1 Objetivo general

Determinar la variación de la resistencia a la fatiga a diferentes frecuencias de carga uni-axial compresiva en rangos de temperaturas de 20°C a 40°C en hueso cortical de tibia, cuando la muestra se encuentra completamente embebida, con lo cual se contribuye al compromiso misional de la Escuela de Ingeniería Mecánica de la Universidad Industrial de Santander-UIS, generando soluciones que aporten al mejoramiento de la calidad de vida, mediante la aplicación de la tecnología y los conocimientos adquiridos en las ciencias de la salud.

1.2 Objetivos específicos

- Analizar la relación existente entre la resistencia a la fatiga y la temperatura del hueso, variando la temperatura en un intervalo entre 20°C a 40°.
- Estudiar la relación existente entre la resistencia a la fatiga y la frecuencia de aplicación de la carga, tomando un rango de 2 a 100 Hz.
- Determinar el índice de correlación existente entre la temperatura y la resistencia a la fatiga en hueso cortical de la tibia de un cerdo doméstico.
- Determinar el índice de correlación existen entre la frecuencia de aplicación de la carga con la resistencia a la fatiga en hueso cortical de la tibia de un cerdo.

2. Justificación

El sistema óseo desempeña dos tipos de funciones fundamentales en el organismo del cuerpo humano: posee funciones mecánicas de soporte del organismo y de protección de los órganos internos, así como funciones fisiológicas de control del metabolismo del calcio, fosforo y magnesio (Viladot Voegeli, 2001) Por tal razón en el estudio de los huesos, estos pueden ser considerados como tejidos o como una estructura. El sistema óseo como estructura posee un comportamiento mecánico bajo la influencia de fuerzas y momentos, este se ve afectado por sus propiedades mecánicas, sus características geométricas, el tipo de carga aplicada y el sentido, la magnitud y la frecuencia de esta.

Cuando se aplican fuerzas, estas son transmitidas de un hueso a otro mediante las articulaciones, generando cargas combinadas en estos, tales como compresión, tracción y flexión. Mediante estudios se ha demostrado que al someter una muestra de este material a una carga y se mide la deformación se obtiene una curva de carga-deformación, tal como se observa en la figura 1. En la primera parte de la gráfica se muestra una zona elástica, en donde el hueso se deforma y recupera su forma inicial. Del punto más alto de esta hacia delante pasa a una zona plástica, hasta finalmente llegar al punto de rotura, evidenciando el cumplimiento de la ley de Hooke, por lo cual se considera viable someter los huesos a ensayos mecánicos.

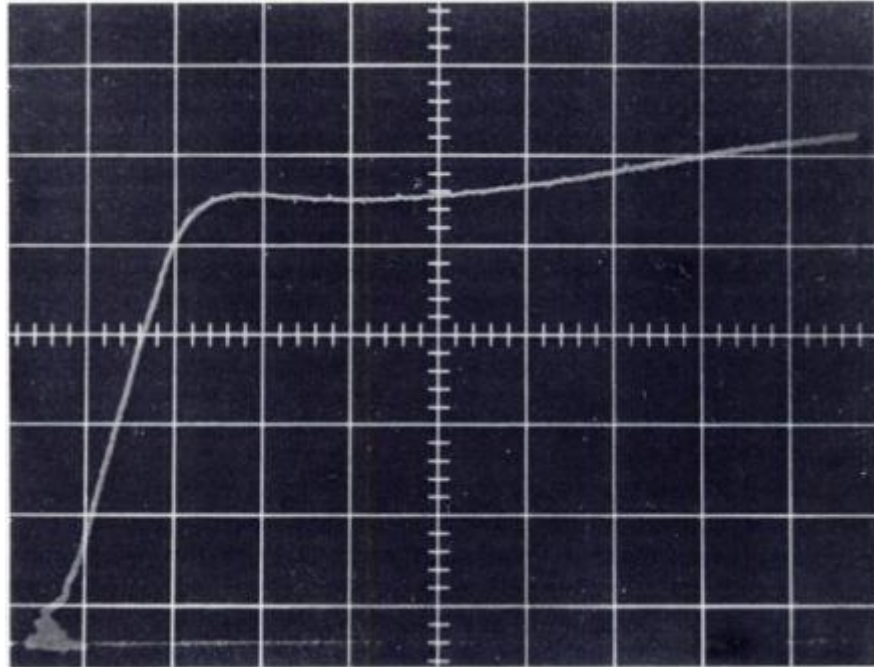


Figura 1. Curva de carga-deformación. Adaptado de S. A. V. Swanson, M. A. R. Freeman & W. H. Day (1971) .The Fatigue Properties of Human Cortical Bone.

Al momento de realizar pruebas en los huesos, es menester conocer y simular el ambiente en el que se encuentran para obtener los resultados más próximos a los reales. Cabe destacar que los huesos se componen químicamente por minerales, colágeno y agua, y se estiman con un porcentaje de humedad alrededor del 25%, por lo que las variaciones de dicho porcentaje tienen efectos significativos sobre las propiedades mecánicas (Yuehuei & Draughn, 2000).

El sistema óseo no solo se expone a cargas estáticas, sino también a cargas dinámicas. El fallo generado por las cargas dinámicas inicia con pequeñas microgrietas que se expanden hasta generar una fractura. Factores como la temperatura y la frecuencia con la que se aplican estas cargas afectan la generación y el desarrollo de los fallos por fatiga.

3. Metodología

3.1 Preparación de muestras

Las muestras óseas son un material anisótropo y poseen una geometría irregular, por lo que al tomarlos como objeto de estudio pueden arrojar resultados variados. Para tener datos con un alto grado de confiabilidad es necesario partir de la recolección inmediata de especímenes óseos, posteriormente al sacrificio del animal. La edad promedio de sacrificio es de 6 meses a 1 año, en donde el animal ha adquirido el peso y tamaño ideal. La recolección de muestras precede el corte de estas, en donde se busca una longitud equivalente al doble del diámetro (Yuehwei & Draughn, 2000). Se requiera una cortadora eléctrica para asegurar un corte homogéneo y paralelo entre las dos caras.

La adquisición de especímenes óseos se efectuó en la Plaza de Mercado Central de Bucaramanga, en donde después de sacrificar al animal, todas las partes de este son llevadas y comercializadas. Dada la prontitud con que estas son trasladadas para su expendio, aproximadamente 5 horas después, fue posible recopilar los huesos completamente frescos, asegurando conservar las propiedades y la composición en un estado óptimo y eficaz para llevar a cabo las pruebas y obtener resultados confiables. Conservar la humedad de la muestra ósea es fundamental, por lo cual no se remueve el tejido vascular esponjoso y graso que se encuentra en la cavidad interna de los huesos, este es llamado comúnmente tuétano.

Se ha considerado que el agua representa aproximadamente el 6% del peso y el 11% del volumen de hidratación del hueso, por lo que es sumamente importante manejar con rigurosidad el contenido de agua de la muestra, ya que los cambios en este inducen a grandes variaciones en

las propiedades mecánicas (Yuehwei & Draughn, 2000). El tejido blando circundante al espécimen no es removido.

Las propiedades mecánicas de los huesos no experimentan cambios significativos al realizarles ciclos de secados cortos al aire libre, estamos hablando de periodos de 30 minutos a 1 o 2 horas(Sedlin & Hirsch, 1966). Si el proceso de secado y deshidratación es más prolongado, alrededor de 24 horas en adelante se estipula una incidencia altamente significativa en la variación de las propiedades mecánicas, se ha llegado a corroborar un aumento en el módulo de elasticidad de hasta el 15%(Lebow & Evans, 1951). Por lo manifestado previamente el hueso se congelo y se mantuvo lo más húmedo e hidratado posible. Estos eran recubiertos por la musculatura circundante y por gasas empapadas en solución salina, asimismo antes de introducirlos al congelador se guardan en bolsas plásticas herméticas, con el fin de evitar quemaduras por congelamiento y la liofilización. La temperatura del refrigerador se encontraba alrededor de los -14°C , este tipo conservación nos permite mantener las muestras en óptimas condiciones hasta por 3 meses(Yuehwei & Draughn, 2000).

En el presente trabajo todas las pruebas se llevarán a cabo con la probeta completamente embebida, ayudando a mantener el grado de humectación en las condiciones más propicias para el desarrollo del ensayo sin que las propiedades mecánicas de la misma se vean afectadas.

El manejo de otro grupo de variables, no menos importante en el desarrollo de las distintas pruebas, como es el caso de la conservación de las probetas, el líquido utilizado para la humectación de estas y la velocidad en la que se aplica la carga, se determinaran teniendo como referencia los estudios realizados previamente, así como las especificaciones dadas en fuentes bibliográficas.

3.1.1 Geometría y tamaño de la muestra. La selección de la relación entre la longitud y el diámetro de la probeta es un factor sobresaliente en esta prueba. Al trabajar con muestras pequeñas de huesos se debe dar importancia a la preparación de este. Se considera la muestra como un pequeño cilindro que posee una altura equivalente a dos veces el diámetro. Se tomó esta relación ya que los estudios han arrojado que cuando la relación L/D es mayor a 5, la probeta tiene una tendencia a flexionarse durante la prueba. Las muestras más cortas, en donde L/D es menor a 1, la fricción exhibirá efectos significativos. Por tal razón los valores de L/D más recomendables para una prueba de compresión típica son de 1 y 2 (Keaveny, Borchers, Gibson, & Hayes, 1993).

Las superficies del área transversal de las muestras en donde se aplica la carga deben ser lisas, paralelas y sin defectos. Estas imperfecciones causan concentradores de esfuerzo. Las muestras no paralelas hacen que la carga sea desigual o descentrada (Figura 2), lo cual genera un momento de flexión al cilindro y conduce a datos inexactos (Yuehwei & Draughn, 2000). Para mitigar los erros de alineación debido a la falla de maquinado se requiere que la placa superior del tren de carga de la máquina sea giratoria (Figura 3), lo cual reduce en cierta medida el error causado por la desalineación.

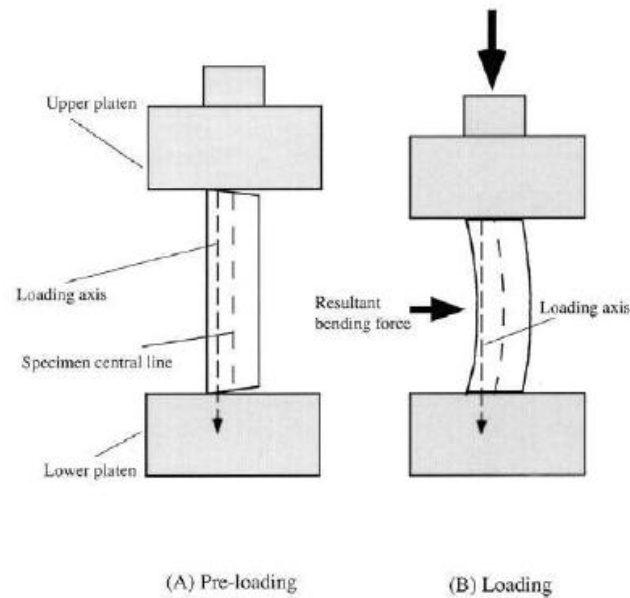


Figura 2. Muestras de hueso con fallas en el maquinado. Adaptado de Yuehuei H. An, Robert A, Draughn (2000). Mechanical Testing of Bone and the Bone-Implant Interface.

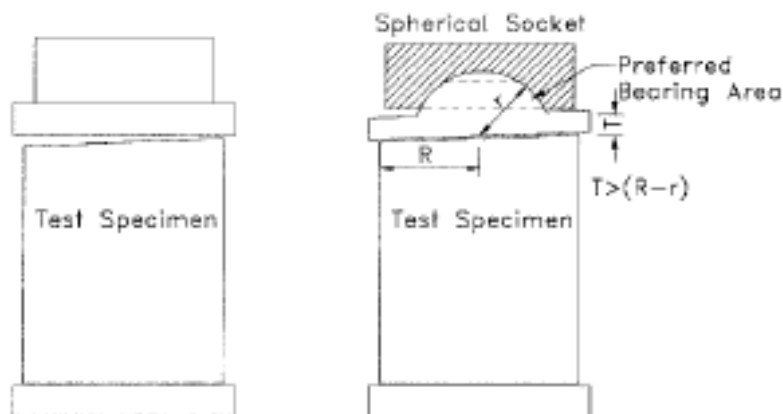


Figura 3. Conector giratorio utilizado para compensar superficies de cargas no paralelas durante prueba de compresión. Adaptado de Yuehuei H. An, Robert A, Draughn (2000). Mechanical Testing of Bone and the Bone-Implant Interface

3.1.2 Cálculo del área transversal. Debido a la irregularidad de la superficie transversal de los huesos, el cálculo del área se convierte en una de las tareas más rigurosas. Comúnmente se adoptan aproximaciones que podrían inducir a grandes fuentes de error, tales como tomar la sección transversal como una elipse o en el caso menos conservador como una región ovalada o

circular. También se ha recurrido a modelos matemáticos que requiere de una extensa toma de datos, pero de una manera u otra generan una variación en las medidas y en los resultados (Zaldivar, 2010). A pesar de los diversos intentos en desarrollar programas computacionales y expresiones matemáticas que permiten calcular con mayor proximidad el área, sea hace una tarea bastante ardua, ya que la sección transversal a lo largo del hueso es variable. Por tal razón en muchas investigaciones se dan a la tarea de medir de manera aleatoria el grosor de la muestra y finalmente tomar un promedio de todas las mediciones.

Dada la irregularidad de la superficie transversal de la muestra ósea, para el cálculo del área transversal es necesario la utilización del software Matlab. Mediante la programación de un código en esta plataforma, es posible obtener un valor aproximado y más real del área de la superficie transversal (Figura 4). Previamente a la realización del ensayo de fatiga, es necesario realizar pruebas de compresión pura para determinar los valores de esfuerzo máximo y tener valores estándares de cargas en todas las pruebas.

El algoritmo utilizado en Matlab para el cálculo del área de la sección transversal es explicado detalladamente en el Apéndice E, en este se calculó el área de todas las muestras.

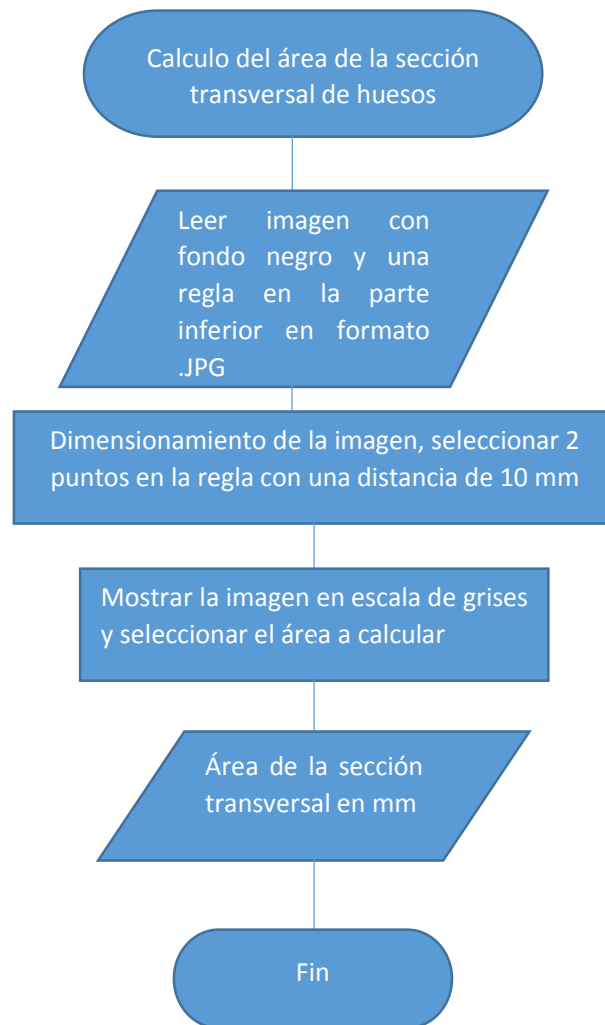


Figura 4. Algoritmo para el cálculo del área de la sección transversal de los huesos.

3.2 Ensayos mecánicos

Dado que las propiedades mecánicas de los huesos no son valores únicos que se puedan dar de manera precisa, debido a que las funciones mecánicas varían de un hueso a otro, y por consecuencia su micromorfología. Estas dependen entonces de factores como la distribución mineral, el arreglo estructural, las variaciones entre individuos (edad, sexo, padecimientos, grupo antropológico) y la función mecánica del hueso del cual provenga la muestra (Cerrud et al., 2005). Esto no quiere decir que no sea posible la realización de ensayos mecánicos en muestras ósea, pero si se encontrarán ciertas dispersiones en los datos obtenidos, por tal razón hay que contralar de

manera eficaz todos los factores que inducen a fuentes de error. Los estudios previos han demostrado la viabilidad de someter una muestra de hueso a ciertos niveles de cargas y obtener de esta práctica una curva carga-deformación, evidenciando el cumplimiento de la ley de Hooke (Mendoza, 1991). Por tal razón para el desarrollo de los objetivos del presente trabajo es necesario iniciar con la determinación de la carga última de fractura. Esto se lleva a cabo mediante un ensayo de compresión, aplicando cargas estáticas.

Para el ensayo de compresión se implementaron probetas cilíndricas y de una longitud adecuada con el fin de obtener una distribución uniforme del esfuerzo. El resultado ideal de esta prueba se ve restringido entonces, por la forma de la probeta, la efectividad de los dispositivos de sujeción y por la acción de la máquina de ensayo. La prueba se desarrolló a una velocidad de 2 mm/min y para la determinación de la longitud de la probeta se estableció que debía ser 2 veces el valor del diámetro, considerando el espécimen como cilíndrico (Yuehwei & Draughn, 2000). Las muestras se toman de la parte central de la diáfisis del hueso, por lo que solo posee hueso cortical, no hay contenido de hueso esponjoso (Apéndice D).

Las pruebas de compresión, así como los ensayos de resistencia a la fatiga fueron desarrollados con la maquina MTS Bionix Tabletop (MTS Systems Corporation), figura 5, y el acople de la cámara de climatización Bionex Envirobath (MTS Systems Corporation) (figura 6) permitió regular la temperatura de la muestra. Todas las características son descritas en el Apéndice B.



Figura 5. Máquina MTS Bionix Tabletop (MTS Systems Corporation) con una muestra ósea mientras se somete a un ensayo de compresión.



Figura 6. Máquina MTS Bionix Tabletop (MTS Systems Corporation) con el acople de la cámara térmica en el ensayo de fatiga con una muestra ósea embebida.

3.3 Diseño de dispositivo para compresión

3.3.1 Diseño de acople de fijación de la muestra y anti-fricción. Cuando se realizan ensayos mecánicos de compresión se debe considerar la fricción existente entre las superficies de contacto, que en este caso son los extremos de la muestra ósea y las caras de los acoples de la máquina, pues esto puede alterar considerablemente los resultados de la prueba. Por tal razón se diseñó un acople que permite contrarrestar la falta de paralelismo entre la máquina y la cara extrema de la probeta, y además elimina cualquier tipo de movilidad del espécimen. Inicialmente se hicieron tres propuestas, de las cuales mediante una matriz de selección se escogió la más adecuada. En la figura 7 se observan los acoples que posee la máquina y en la figura 8 se observan las propuestas dados por los autores. Cabe recalcar que las propuestas son para la placa inferior. La placa superior es la que posee la máquina de manera predeterminada.



Figura 7. Acoples predeterminados de la máquina MTS Bionix Tabletop (MTS Systems Corporation).

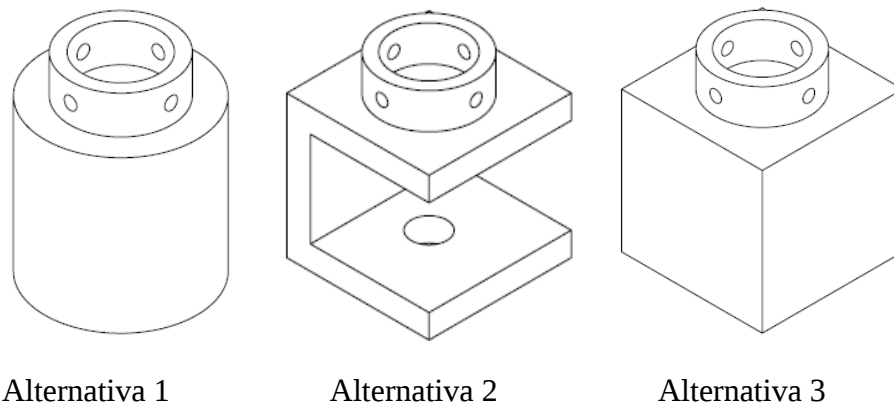


Figura 8. Propuestas de acoples de la maquina MTS Bionix Tabletop (MTS Systems Corporation) para mantener fijas las muestras de hueso en las pruebas de compresión y fatiga.

Se seleccionó la alternativa 3 por su versatilidad y facilidad de maquinado, en el Apéndice A se encuentra la matriz de selección. El cuerpo de la pieza es completamente rígido y macizo, lo que nos asegura que no se deformará cuando se le apliquen cargas. La muestra ósea irá en el interior de la cavidad cilíndrica que encuentra en la parte superior de la pieza, así mismo se sujetará el hueso mediante un juego de tornillos prisioneros que mantienen fija la muestra, evitando así los efectos producidos por la fricción con la superficie y asegurando que la muestra se mantenga en todo momento fija en un mismo lugar.

3.4 Prueba de Fatiga

El ensayo de fatiga es aquel en el cual una pieza se somete a cargas cíclicas que pueden variar en magnitud y sentido, pero a una determinada frecuencia. En este ensayo se tienen en cuenta dos conceptos muy importantes, el primero es el esfuerzo límite, también llamado límite a la fatiga, este término se refiere a la carga cíclica máxima que se puede aplicar al material sin que este falle. Y el segundo es la resistencia a la fatiga, que se refiere al esfuerzo máximo con el cual no ocurrirá

falla en un número determinado de ciclos. Esta resistencia puede verse afectada por factores como temperatura, composición y forma, entre otros.

En la prueba de fatiga del presente trabajo, mediante el acople de la cámara Bionix EnviroBath (MTS Systems Corporation) a la máquina universal MTS Bionix Tabletop (MTS Systems Corporation) nos fue posible regular la temperatura del fluido que mantendrá la muestra embebida y a la temperatura establecida previamente mediante un valor de set point programado. Inicialmente las pruebas fueron realizadas a una misma frecuencia de aplicación de carga, la cual ronda los 2 Hz. Se iniciará la variación de la temperatura del fluido para determinar si existe alguna relación entre la resistencia a la fatiga y la temperatura de la muestra. Esto se llevará a cabo en un intervalo de temperatura que inicia en la temperatura del entorno (limitación de la maquina) hasta los 40°C.

Seguidamente a la variación de la temperatura de la muestra, se procede a fijar esta variable en la temperatura del entorno y se modificaran los valores de la frecuencia de aplicación de carga, iniciando en 2 Hz hasta llegar a 20 Hz. Todas estas pruebas se desarrollarán bajo el límite de carga determinado inicialmente en las pruebas de compresión pura, el cual fue en promedio de 10234 N. Para todas las especificaciones se evaluó un punto, este fue en el 80% de la carga determinada. Se utilizó una relación de esfuerzo R de 0,15 y las frecuencias establecidas para cada caso específico (Kim, Niinomi, Akahori, & Toda, 2007).

3.4.1 Análisis de resultados.

3.4.1.1 Media de Weibull. Los ensayos de cargas dinámicas son fenómenos que nos arrojan resultados con alto grado de dispersión, caso contrario a los ensayos estáticos. Debido a esto para la obtención de resultados fiables es necesario realizar un tratamiento de los datos de

manera más rigurosa, por lo que no es útil aplicar la media aritmética. Por lo tanto utilizamos la media establecida por Weibull, en donde hacemos uso de la función de densidad de probabilidad, ya que esta predice el comportamiento de que cierto valor caiga dentro de un rango de valores y es un modelo de distribución de vida muy útil y flexible. Inicialmente se debe linealizar la función de densidad de probabilidad acumulada mostrada en la ecuación (1), que da como resultado la expresión matemática que se puede ver en la ecuación (2), y finalmente calcular los parámetros de Weibull β y η , para reemplazar en la ecuación (3) y hallar el valor de la media.

$$F(t) = 1 - e^{-\left(\frac{t}{\eta}\right)^{\beta}} \quad (1)$$

El proceso de linealización de la ecuación 1 nos permitió llevar la función de distribución acumulada a la forma $y = mx + b$, por medio de la cual nos fue posible determinar los valores de β (pendiente de la recta), esta nos muestra la clase de falla como son mortalidad infantil, aleatoria, o desgaste. Así mismo nos permitió hallar los valores de η , el cual es el parámetro vida y es igual al tiempo promedio para la falla del 63,2% de las unidades (Pertuz, 2018).

$$\ln \left[\ln \left(\frac{1}{1 - F_t} \right) \right] = \beta \cdot \ln(t) - \beta \cdot \ln(\eta) \quad (2)$$

La linealización de la función de distribución nos permite llevarla a la forma $y = mx + b$.

En donde:

$$y = m \cdot x + b$$

$$y = \ln \left[\ln \left(\frac{1}{1 - F_t} \right) \right]$$

$$m = \beta$$

$$x = \ln(t)$$

$$b = \beta \cdot \ln(\eta)$$

El proceso paso a paso de la linealización y de los valores que toma $F(t)$, son dados explícitamente en el Apéndice F. La ecuación que nos arrojó la media propuesta por Weibull es la descrita en la ecuación (3).

$$MEDIA = \eta \cdot \text{Factorial} \left[1 + \frac{1}{\beta} \right] \quad (3)$$

3.4.1.2 Índice de correlación de Pearson. Con el fin de establecer una relación entre las variables analizadas implementamos el índice de correlación de Pearson, que permite determinar el grado de relación que tienen dos variables cuantitativas. Analizando la covarianza que se da entre estas dos variables tipificadas y se calcula como se muestra en la ecuación (4).

$$R = \frac{\sigma_{FC}}{\sigma_F \cdot \sigma_C} \quad (4)$$

4. Resultados

4.1 Ensayos de compresión

Inicialmente se caracterizaron las muestras óseas para determinar el esfuerzo último y poder estipular los niveles de cargas con los que desarrollamos las pruebas de resistencia a la fatiga, para este fin se utilizaron 6 muestras óseas con una longitud promedio de 50 mm y a una velocidad de 2 mm/min, a las cuales se les aplico cargas estáticas compresivas hasta llevarlas a la fractura. En la tabla N°1 se adjuntan todos los resultados obtenidos:

Tabla 1. *Resultados Prueba de Compresión*

Muestra	Área [mm ²]	L. Inicial [mm]	L. Final [mm]	Carga [N]	Esfuerzo [Mpa]	Deformación [mm/mm]	Módulo de elasticidad [Gpa]
1	212,116	57,400	55,807	9417,141	44,396	0,0278	2,177
2	190,471	43,680	42,353	9023,405	47,374	0,0304	2,735
3	161,250	51,780	48,395	8844,161	54,848	0,0654	1,301
4	208,836	51,460	49,237	12011,933	57,518	0,0437	3,036
5	202,083	51,410	49,554	12161,080	60,179	0,0361	3,130
6	170,980	50,010	44,587	10934,000	63,949	0,1084	1,248
Promedio	190,956	50,957	48,322	10398,620	54,711	0,0520	2,271
Desviación E	20,847	4,393	4,647	1501,102	7,528	0,0308	0,8409

A partir de los desplazamientos registrados por la maquina MTS Bionix Tabletop (MTS Systems Corporation) se obtuvieron las deformaciones de cada una de las muestras óseas, por lo que nos permitió generar las curvas esfuerzo vs deformación, tal como se evidencia en la figura 9. Al observar la gráfica de esfuerzo contra deformación, podemos destacar el crecimiento lineal que experimenta en el inicio, esta parte de la gráfica puede ser considerada como zona elástica, observamos que crece hasta un punto (límite de fluencia), a partir de ahí la gráfica muestra otro comportamiento; ya deja de ser lineal, pero sigue creciendo hasta llegar al punto de rotura o esfuerzo ultimo de compresión, el cual fue en promedio de 54,7 Mpa. Estas características expuestas nos muestran que el material óseo posee cierto grado de ductilidad, producto de su composición química en donde encontramos minerales, colágeno y agua. Se considera que posee un porcentaje de humedad alrededor del 25%.



Figura 9. Curva esfuerzo vs deformación para una muestra ósea a una velocidad de 2 mm/min.

Mediante la aplicación de cargas manoaxiales crecientes se llevaron las muestras hasta el fallo total (Punto D). Como consecuencia de la aplicación de estas dos fuerzas iguales y opuestas sobre la superficie del hueso, este tiende a acortarse y ensancharse. Las fuerzas máximas tienen lugar en un plano perpendicular al de la línea de carga. En la práctica clínica, un ejemplo característico de fractura por este mecanismo son los aplastamientos vertebrales (Viladot Voegeli, 2001). La fractura completa de la muestra se da gracias a que la aplicación de esfuerzos ha superado la elasticidad del hueso (Punto C).

La curva esfuerzo contra deformación nos arroja que el hueso posee una zona de fluencia, esta región es la delimitada por el punto B hasta el punto C, en donde se considera que el hueso al ser sometido a cargas que se encuentren dentro de ese rango es capaz de recuperarse y no presentar fracturas catastróficas. Si superamos este límite, llegamos hasta el esfuerzo último, en donde se evidenciara fractura del material.

Podemos describir la propagación de la fractura como longitudinal, ya que esta iniciaba en la cara superior de la muestra y se extendía en la dirección de la fuerza hacia el centro del hueso provocando el desprendimiento del hueso cortical (Figura 10).



Figura 10. Fallo de una muestra ósea cuando se le aplican cargas de compresión.

4.2 Ensayo de Fatiga

4.2.1 Ensayo de fatiga con temperatura constante y frecuencia de aplicación de carga variable. Posteriormente a la caracterización de las muestras con cargas estáticas compresivas, en donde se establecieron los límites de carga a los que se someterían las probetas de hueso en las pruebas de fatiga, en donde se tomó como carga máxima el 80% del esfuerzo ultimo y como carga mínima el valor establecido en la relación de esfuerzo de 0.15, por lo que el rango de fuerzas fue de 1200 N hasta 8100 N. Se inició con la variación de la frecuencia de aplicación de carga, partiendo de 2 Hz hasta llegar a 20 Hz. El número promedio de ciclos a los que fallaban los huesos son expuestos en la tabla 2, estos se determinaron mediante el cálculo de la media dado por la función de densidad de Weibull tal como se estableció en la ecuación (3). En el Apéndice G se describe el cálculo de la media para una frecuencia de aplicación de carga dada. Así mismo en el Apéndice J se muestran todos los resultados obtenidos, con su respectiva desviación estándar.

Tabla 2. Promedio del número de ciclos de fallos a una frecuencia establecida

Frecuencia [Hz]	N° ciclos
2	8252
6	2892
10	1830
20	107

El número de ciclos en donde se evidencia el fallo experimentan una disminución significativa al someterlos a frecuencias elevadas, mostrando un comportamiento exponencial decreciente (Figura 11), por tal razón no fue necesario llevar las pruebas a valores de frecuencia más altos de 20 Hz. Estos datos fueron obtenidos con 7 muestras (Apéndice J) en promedio para cada una de las frecuencias establecidas. Todas las pruebas se desarrollaron bajo las mismas condiciones ambientales, para evitar así alteración en los resultados debido a las condiciones del medio.

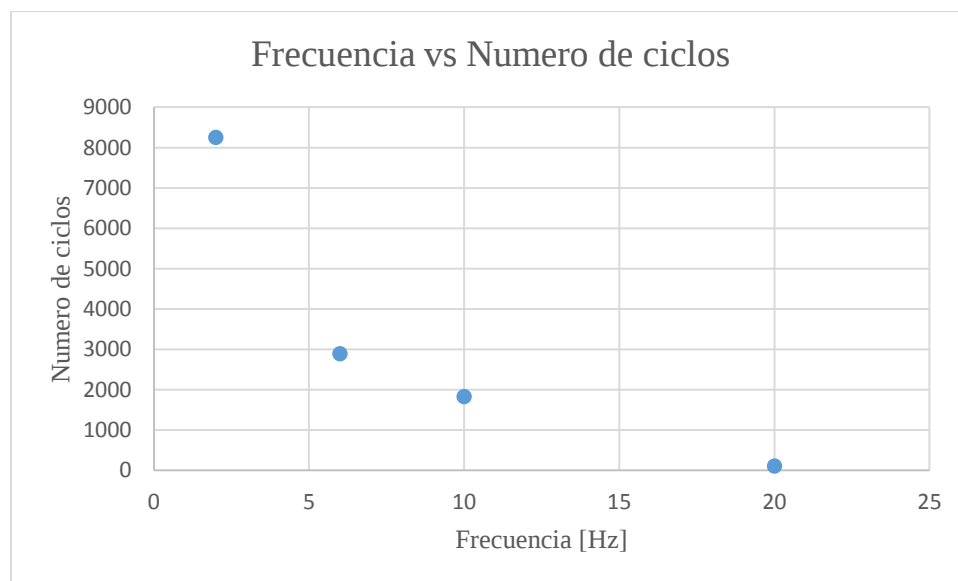


Figura 11. Frecuencia de aplicación de carga Vs Numero de ciclos de fallo

Del ensayo de fatiga también podemos destacar la curva de fuerza contra desplazamiento, en donde se corrobora lo que inicialmente se estableció en las pruebas de cargas estáticas compresivas mostrando un comportamiento viscoelástico, por tal razón muestran ciclos de histéresis (Figura 12).

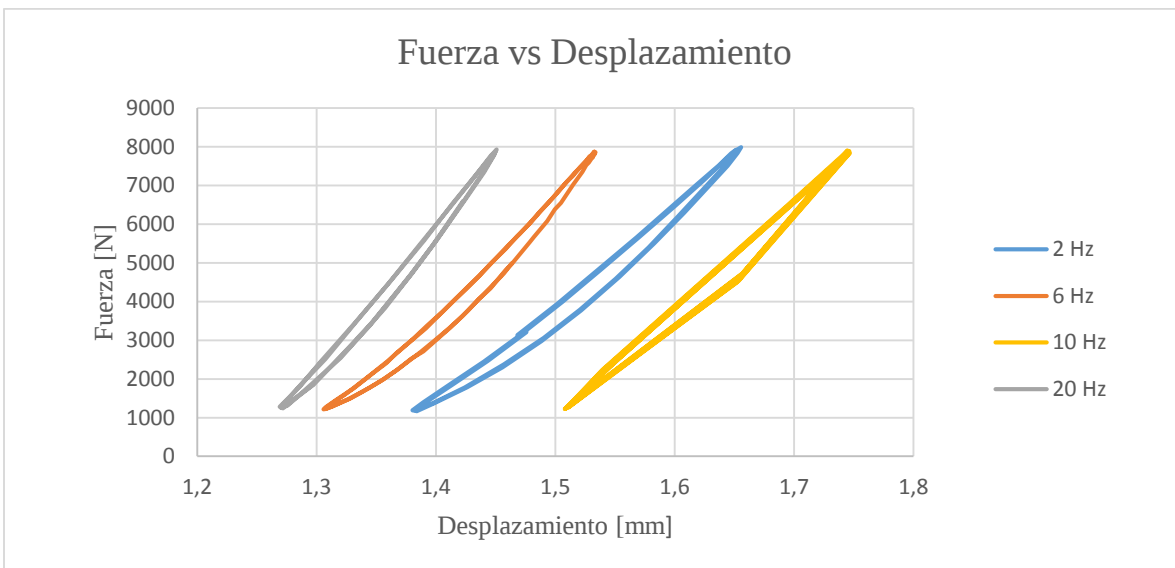


Figura 12. Grafica fuerza vs desplazamiento a distintas frecuencia de aplicación de carga.

En todos los ensayos se experimentó el mismo fenómeno, el hueso al ser sometido a un nivel de carga variable produce un desfase en la deformación, generando ciclos como los visualizados en la figura 12. El área que se presenta en el interior del ciclo es la energía absorbida durante el proceso.

Para analizar los datos y establecer la existencia de una correlación entre el número de ciclos y la frecuencia de aplicación de carga, implementamos el modelo de cálculo del coeficiente de correlación de Pearson (Ecuación 4), este nos arrojó un índice de correlación negativo y con un valor r de $-0,4216$, este cálculo se encuentra detalladamente en el Apéndice H. Este valor negativo para el coeficiente de correlación nos indica que las variables se relacionan de manera

inversa. En este caso el valor negativo es coherente, pues a medida que aumenta la frecuencia disminuye el número de ciclos, por esta razón la figura 11 muestra un comportamiento decreciente.

4.2.2 Ensayo de fatiga con una frecuencia de aplicación de carga de 2 Hz y la temperatura del entorno variable. Las condiciones en las que el cuerpo humano trabaja son las de un entorno húmedo y a una temperatura promedio de 37°C, por lo que se realizaron las pruebas bajo estas condiciones y fueron comparados con las realizadas a la temperatura del entorno, la cual fue de 25 °C. Los resultados promedio obtenidos son los siguientes (Todos los resultados son detallados en el Apéndice J):

Tabla 3. *Promedio de los ciclos de falla a distintas temperaturas*

2 Hz	
T. Ambiente	N° ciclos
37°C	6862
25°C	8252

El aumento de la temperatura produjo una disminución del 20,2 % en el número de ciclos en donde la falla era percibida. Al evaluar la vida de la fatiga a una misma frecuencia pero a distintas temperaturas, las cuales fueron las del entorno (25°C) y a 37°C, la cual es la temperatura corporal. Las muestras óseas presentaron en promedio ciclos de fallos distintos, se evidencio una leve disminución. El material siguió absorbiendo energía durante la prueba y mostrando un comportamiento similar al percibido a una temperatura de 25°C. La grafica esfuerzo contra deformación promedio fue la siguiente:

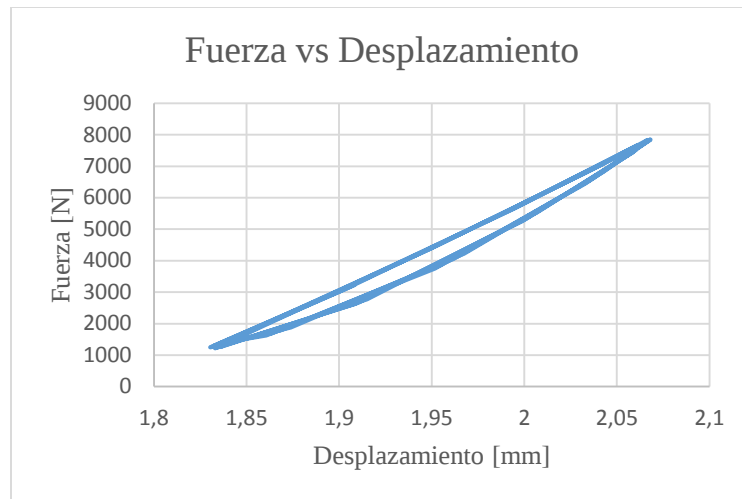


Figura 13. Grafica esfuerzo vs deformación a una temperatura de 37 ° y una frecuencia de aplicación de carga de 2 Hz.

5. Análisis de resultados

Los materiales biológicos al someterlos a pruebas y ensayos de cualquier índole, en este caso específico; ensayos mecánicos. Proporcionan un alto grado de dispersión en los resultados, producto de las diversas variables que influyen en la toma de datos, ya que la naturaleza misma del material presenta variaciones que están ligadas a su funcionamiento, su composición, entre otras que hacen a cada muestra independiente de las demás, lo que induce a obtener un alto grado de variación en los resultados (Portal-Núñez, Lozano, de la Fuente, & Esbrit, 2012). Se pueden destacar factores como la edad del animal, la raza, la altura, el sexo, o la forma y la densidad aparente de la muestra.

Los huesos están compuestos por cuatro tipos de células que les permiten regenerarse y mantener un funcionamiento óptimo del sistema óseo. Estas células son los osteoclastos, que se encargan de la reabsorción de la matriz ósea. Los osteoblastos son los responsables de la formación

y organización de la matriz ósea y los osteocitos son aquellos que reabsorben y sintetizan los componentes de la matriz ósea, regulan la concentración de calcio y además estimulan el movimiento mecánico de los huesos (Luque Sendra, n.d.). Los huesos tienen la capacidad de regenerarse y recuperarse cuando son sometidos a cargas y esfuerzos debido a su composición, la cual les permite tener características dúctiles. Las prueba de compresión realizada a muestras de hueso cortical, mostraron una zona de fluencia en la gráfica de esfuerzo vs deformación, esta es la región delimitada por el punto B y C de la figura 9, lo que explica que el hueso no es completamente frágil y tampoco se debe comparar sus propiedades con las de un material cerámico porque el hueso en su estado natural posee un grado de ductilidad y posee propiedades viscoelásticas (Guede et al., 2013).

A demás, se ha considerado que los materiales que son sometidos a cargas repetitivas, absorben una pequeña cantidad de la energía involucrada en el proceso. Esta energía es utilizada para generar y propagar daños en el material (Nuñez, Roca, & Jorba, n.d.). Las muestras óseas ensayadas experimentaron esta característica, independientemente de la frecuencia de aplicación de carga siempre se evidencio un área bajo la curva en la gráfica de esfuerzo contra deformación en la prueba de fatiga, tal como se expone en la figura 12. Los daños generados por la energía absorbida provocan un deterioro progresivo en el interior del material y llevan a generar microfisuras, que con el tiempo son las causantes de las fracturas. El comportamiento cíclico expuesto en la gráfica de esfuerzo versus deformación (Figura 12), es llamado ciclo de histéresis. Esto se da porque los materiales, en este caso; los huesos, poseen solo una parte elástica, por lo que al aplicarles una carga que varían en el tiempo, se observa un desfase entre la tensión aplicada y la deformación producida por esta, generando así un ciclo. Los huesos tienen componentes extras que favorecen a la recuperación cuando son sometidos a esfuerzos, estos son las células

que lo componen y las proteínas, tales como el colágeno. Los osteocitos toman la solicitud mecánica a la que están expuestos y responden enviando mensajes a los osteoblastos si se desea aumentar la densidad ósea y mediante las fibras de colágeno se le confiera una resistencia mayor, y si es necesario disminuir densidad ósea este mensaje lo toma los osteoclastos.

A pesar de que las pruebas fueron desarrolladas in vitro, podemos justificar la conservación de las propiedades del hueso, debido a la recolección temprana de las muestras posteriormente al sacrificio del animal y a su pronta exposición a los ensayos mecánicos, lo que le permite al hueso mantener un alto porcentaje de humedad.

Se buscó homogeneidad en los huesos utilizados, en cuanto al peso y edad del animal, sin embargo, se evidenciaba variación en la masa ósea, que puede ser producto de la alimentación del cerdo. Los animales que eran traídos de la zona rural del departamento, son alimentados con materia orgánica y concentrado, lo cual produce mayor tamaño y densidad en el hueso. Caso contrario sucede con los animales que son criados en el área metropolitana de Bucaramanga, pues son alimentados mayormente con concentrado, dando como resultado huesos más finos y pequeños. Esto se debe a que los huesos presentan grandes cambios durante el periodo de crecimiento, como el engrosamiento de la pared del tejido cortical, que da más resistencia y rigidez al hueso, y una buena o mala alimentación afectara su desarrollo. La densidad ósea es un factor muy importante ya que es proporcional al módulo elástico, y las pequeñas variaciones en el contenido mineral del hueso producen una gran influencia en las propiedades mecánicas, así que la fuerza necesaria para deformar el hueso será proporcional al grado de mineralización del mismo. Una alta densidad en el hueso indica una elevada rigidez, y esta hará que el hueso sea más quebradizo.

Medicamente se ha estudiado la patología del fallo por fatiga en huesos, es sabido que este adopta permanentemente su estructura y sus capacidades de resistencia a las solicitaciones mecánicas, pero el desequilibrio entre las fuerzas que se aplican al hueso y su resistencia mecánica, así como la superación de los límites en los cuales se percibe un efecto positivo de las cargas mecánicas promueven la multiplicación de zonas con microlesiones (Lafforgue, 2012). A medida que se aumenta la frecuencia de carga del material óseo, este se hace más propenso a presentar fallas por sobrecarga. Esto es debido al desfase temporal entre la reabsorción inicial y la osteoformación que aparecen de forma diferente dejando un periodo de tiempo durante el cual existe una rarefacción ósea que fragiliza aún más el hueso. Por lo tanto una remodelación insuficiente es una de las causantes de la progresión de las microfracturas y, gradualmente conduce el hueso a la falla.

Las fracturas por fatiga no son fáciles de detectar, las personas que padecen esta patología al encontrarse en reposo no presentan ningún síntoma, solo presentan un dolor localizado cuando se exige el segmento afectado, así como cuando intensificamos el entrenamiento o cuando desarrollamos una actividad física ardua (Lafforgue, 2013). La determinación de las fracturas por fatiga es complejo de diagnosticar debido a que son invisibles antes las radiografías en las 3 primeras semanas, así como a lo largo de toda la evolución hasta que genera una fractura completa (Dixon, Newton, & Teh, 2011). Las tomografías computarizadas (TC) tampoco ayudan mucho en el descubrimiento temprano de este tipo de fallos. La gammagrafía ósea ha tenido un papel importante en el diagnóstico de las fracturas por sobrecarga, debido a que permiten observar la anomalía mucho antes que las perciban en una radiografía. Actualmente el método más eficiente es el de la resonancia magnética, ya que es más sensible y más específico que los descritos previamente. Además, no exponen a radiaciones ionizantes (Boyer, Lechevaier, & Banal, 2011).

Generalmente el sexo femenino se expone a un riesgo del 1,5% superior de experimentar una fractura por fatiga, que la que experimenta un hombre (Jones, Thacker, Gilchrist, Kimsey, & Sosin, 2002). Cabe recalcar que las fracturas por fatiga son en su mayoría de tipo cortical, por lo que si tomamos la unión de todos los deportes, observamos que los huesos que más sufren este tipo de patologías son de orden decreciente: la diáfisis tibial, los metatarsianos, el fémur, las costillas, la pelvis y los huesos del tarso (Iwamoto & Takeda, 2003). El causante principal del orden de riesgo en presentar fracturas por fatiga son los impactos en el suelo, las tracciones musculares o una mezcla de ambas, por lo que la diáfisis tibiales y femorales son los que muestran mayor afectación.

Las fracturas por fatiga se pueden clasificar en 2 grupos, estos son de alto riesgo y de bajo riesgo. Las de alto riesgo son en las cuales la progresión de la microgrieta hacia una fractura completa es muy rápido, por lo que deben ser detectadas con prontitud. Estas son producidas por fuerzas compresivas y de flexión, se presentan con frecuencia en el borde superior del cuello femoral, en el borde anterior de la diáfisis tibial, en el quinto metatarsiano y en el escafoide tarsiano.

Clínicamente se ha corroborado que la exposición del sistema óseo a cargas con alta frecuencia de aplicación es el causante principal de las fracturas por fatiga. Debido a la imposibilidad del hueso a regenerarse, producto de la propagación de la microgrieta y la lenta respuesta de las células óseas. A la misma conclusión se ha llegado después de exponer muestras óseas a ensayos mecánicos dinámicos, evaluando la vida de la fatiga del mismo cuando se le aplicaban cargas compresivas. Por lo tanto los atletas que reciben un entrenamiento intensivo o las personas que hacen partes de las fuerzas militares, deben tener entrenamientos debidamente estructurados y utilizar los implementos que favorezcan la prevención de fracturas por fatiga. Tal es el caso de calzados con suelas amortiguadoras y blandas. En el caso específico de los militares

podrían utilizar un uniforme de combate más ligero. La ingesta de fármacos es otra de las alternativas para prevenir los fallos por fatiga; el suministro diario de 2 g de calcio y 800 UI de vitamina D reducen hasta en un 20% la fractura por fatiga (Lappe et al., 2008).

Las personas normalmente experimentan una frecuencia de 1,6 Hz al correr, por lo que no exigen arduamente a sus huesos (Ji, 2005). Caso contrario sucede con un atleta de 100 metros planos de alto rendimiento que llega a experimentar frecuencias de hasta 4,5 Hz (Krzysztof, 2013). Tal como se corrobora en los ensayos de fatiga, en donde a la frecuencia más baja (2 Hz) la muestra ósea llegó a soportar en promedio 8200 ciclos y a la frecuencia más alta (20 Hz) solo llegó a soportar 105 ciclos. Esto nos muestra que a medida que se aumentaba la frecuencia de aplicación de carga disminuía la vida de la fatiga del hueso, por eso es común ver a los atletas padecer de este tipo de lesiones, a pesar de que practican dietas con todos los nutrientes necesarios para un funcionamiento eficiente de su cuerpo y de utilizar los implementos con avances tecnológicos y a la vanguardia, con el fin de mejorar su rendimiento y afectar menos su cuerpo.

El aumento de la temperatura del entorno no mostro cambios significativos en la vida de la fatiga. Solo se realizaron mediciones a 25°C y a 37°C porque una es la temperatura del ambiente y la otra la temperatura a la que se encuentra el cuerpo humano. Las temperaturas intermedias a las 2 evaluados y las temperaturas mayores al límite superior no corresponden a la realidad de operación del cuerpo humano, por lo que se decidió no realizar pruebas a otros valores de temperatura. Se evidencio una disminución del alrededor del 20% de la vida de fatiga al evaluar el hueso a 25°C y a 37°C, respectivamente. El índice de correlación de Pearson nos arrojó una relación altamente fuerte e inversa, este coeficiente fue de -0,83. Sin embargo al realizar un análisis de varianza de un factor (ANOVA), siguiendo un nivel de confianza del 95% arrojó los siguientes resultados:

Tabla 4. *Resultados del análisis de varianza de un factor (ANOVA) para la temperatura y el número de ciclos de fallo.*

<i>F</i>	<i>Probabilidad</i>	<i>Valor crítico para F</i>
1,90293938	0,186726289	4,49399848

Nota: Relación existente entre la temperatura de la muestra y la vida de la fatiga.

La Probabilidad es mucho mayor al 0,05 por lo cual podemos afirmar que la variable temperatura y el número de ciclos no están relacionadas, así mismos tomando como referencia el otro criterio, el cual nos indica que el valor F debe ser mucho mayor al valor crítico de F, también concluimos la inexistencia de una relación. Basados en este método estadístico podemos afirmar que los efectos de la temperatura en la vida de la fatiga de las muestras óseas son nulos. Por lo que aumentar o disminuir la temperatura de la muestra no generara cambios significativos. En las pruebas a 25°C una muestra alcanzo los 17000 ciclos, esto es debido a una composición ósea altamente eficiente, pero el resto de las pruebas no superaron los 7500 ciclos. En las pruebas realizadas a 37°C no hubo un caso extraordinario, debido a esto se presenta la disminución del ciclo de fallos, esta disminución no está ligada al aumento de la temperatura, sino a la condición misma de las probetas.

La frecuencia de aplicación de carga en relación con el número de ciclos también presenta un coeficiente de correlación de Pearson negativo de -0,4216, lo que nos indica que esta relación es inversa, pero al ser más cercano a 0 que a -1 nos indica que existe una relación lineal no muy fuerte. Como vemos en la gráfica 2 la relación existente entre estas dos variables es exponencial, por lo que el uso del índice de correlación de Pearson no es muy certero. Por tal razón también aplicamos un análisis de varianza de un factor (ANOVA) con un nivel de confianza del 95% para

determinar si las dos variables están relacionadas y si existen diferencias entre estos grupos de datos. Los resultados fueron los siguientes:

Tabla 5. *Resultados del análisis de varianza de un factor (ANOVA) para la frecuencia de aplicación de carga y el número de ciclos de fallo.*

<i>F</i>	<i>Probabilidad</i>	<i>Valor crítico para F</i>
11,7235829	4,80955E-05	2,975153964

Nota: Relación existente entra la frecuencia de aplicación de carga y la vida de la fatiga.

La probabilidad es mucho menor a 0,05, esto quiere decir que la frecuencia de aplicación de carga y el número de ciclos de fallo si están altamente relacionados, por lo que una variable tiene alto grado de incidencia en la otra. El cálculo detallado del análisis de la varianza para la incidencia de la temperatura y de la frecuencia de aplicación de carga en la vida de la fatiga, se explica en el apéndice I.

6. Conclusiones

La vida de la fatiga no es altamente influenciada por la temperatura de la muestra ósea. Los ciclos de falla de un hueso no dependen de la temperatura a la cual se encuentre, a pesar de la disminución de estos cuando la muestra ósea se encontraba a temperatura ambiente (25°C) y cuando se encontraba a 37°C. Esta leve disminución se atribuye a factores distintos a la temperatura, tal como se determinó mediante un análisis de varianza de un factor en donde arrojó que la temperatura y la vida de la fatiga no poseen relación, por lo que si aumentamos o disminuimos la temperatura los cambios en la vida de la fatiga no serán significativos.

El hueso es un material viscoelástico, por lo que su deformación y fallo están relacionados con la velocidad con que se le aplican las cargas. La resistencia a la fatiga está altamente ligada a la frecuencia de aplicación de cargas, por lo que a altas frecuencias la vida de la fatiga se reduce considerablemente. Así como a bajas frecuencias el hueso muestra una alta resistencia a la fatiga, cabe recalcar que se expuso a las muestras óseas al 80% de la fuerza última a la compresión, por lo que los ciclos a los que estas fallaron son considerados altos, ya que un hueso en condiciones normales no se expone a fuerzas de 8000 N, ni se carga a 20 Hz. Un atleta de alto rendimiento carga sus extremidades inferiores a una frecuencia promedio de 4 Hz y a una carga de 800 N.

La temperatura de la muestra ósea y la resistencia a la fatiga presentan un índice de correlación de Pearson de -0,83, lo que indica una correlación altamente inversa. Esto es debido a que solo se evaluaron dos temperaturas, por lo que podría mostrar una relación lineal entre estas dos variables.

La frecuencia de aplicación de carga y la vida de la fatiga presentan un índice de correlación de Pearson de -0,4216. Este valor nos indica una relación inversa y negativa, además que según este concepto no presentan una relación fuerte. Esto es debido a que la relación entre estas dos variables no es lineal, es exponencial. Por lo tanto no es certero utilizar el índice de correlación de Pearson para este caso, pero si un análisis de varianza de un factor. Este nos arrojó una alta relación entre los ciclos de falla de una muestra ósea y la frecuencia con que son cargados.

Referencias Bibliográficas

- Boyer, B., Lechevaier, D., & Banal, F. (2011). Fractures de contrainte, fractures de fatigue, fractures par insuffisance osseuse. *EMC (Elsevier Masson SAS, Paris)*, 31-042-A-1.
- Budynas, R. G., & Nisbett, J. K. (2006). *Diseño en ingeniería mecánica* (8th ed., Vol. 8). Mexico.
- Carter, D. R., & Hayes, W. C. (1976). FATIGUE LIFE OF COMPACT BONE- EFFECTS OF STRESS AMPLITUDE, TEMPERATURE AND DENSITY. *Journal of Biomechanics*, 9(4), 9. [https://doi.org/10.1016/0021-9290\(76\)90006-3](https://doi.org/10.1016/0021-9290(76)90006-3)
- Cerrud, S. M., Narváez, M., Muñoz, V., & Schouwenaars, R. (2005). Modelado del comportamiento mecánico del hueso (análisis de los efectos del grado de hidratación). *Ingeniería Mecánica. Tecnología y Desarrollo*, 1(006), 223–232.
- Cowin, S. (2001). *Bone Mechanics HANDBOOK. Phys Ther* (Segunda Ed, Vol. 45). New York. [https://doi.org/10.1016/0268-0033\(90\)90036-6](https://doi.org/10.1016/0268-0033(90)90036-6)
- Dixon, S., Newton, J., & Teh, J. (2011). Stress fractures in the young athlete: a pictorial review. *Curr Probl Diagn Radiol*, 40:29–44.
- Fracturas por Sobrecarga (Fracturas por fatiga y fractura por insuficiencia osea). (2012). *EMC - Aparato Locomotor*, 46(3).
- Guede, D., González, P., Jr, C., Empresa, T., Tecnológica, D. B., Ourense, S. L., ... Local, E. T. I. (2013). Biomechanics and bone (1): Basic concepts, 43–50.
- Iwamoto, J., & Takeda, T. (2003). Stress fractures in athletes: review of 196 cases. *J Orthop Sci*, 24:228–47.
- Ji, T. (2005). Frequency and velocity of people walking.
- Jones, B., Thacker, S., Gilchrist, J., Kimsey, C., & Sosin, D. (2002). Prevention of lower extremity stress fractures in athletes and soldiers: a systematic review. *Epidemiol*, 24:228–47.
- Keaveny, T. M., Borchers, R. E., Gibson, L. J., & Hayes, W. C. (1993). Trabecular bone

- modulus and strength can depend on specimen geometry. *Journal of Biomechanics*, 26(8).
[https://doi.org/10.1016/0021-9290\(93\)90059-N](https://doi.org/10.1016/0021-9290(93)90059-N)
- Kim, J. H., Niinomi, M., Akahori, T., & Toda, H. (2007). Fatigue properties of bovine compact bones that have different microstructures. *International Journal of Fatigue*, 29(6), 1039–1050. <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2006.09.018>
- Krzysztof, M. (2013). A Kinematics Analysis Of Three Best 100 M Performances Ever. *Journal of Human Kinetics*, 36/2013, 1.
- Lafforgue, P. (2013). Adaptation de l'os à l'effort. EMC(Elsevier Masson SAS, Paris), Appareil Locomoteur, 15-904-A-1.
- Lappe, J., Cullen, D., Haynatzki, G., Recker, R., Ahlf, R., & Thompson, K. (2008). Calcium and vitaminD supplementation decreases incidence of stress fractures in female Navy recruits. *J Bone Miner*, 25:741–9.
- Lebow, M., & Evans, F. (1951). Regional Differences in Some of the Physical Properties of the Human femur, 3.
- Luque Sendra, M. (n.d.). Estudio de la morfología del cuerpo vertebral en una L4 humana con modelo de remodelación ósea interna y externa.
- Mendoza, A. (1991). Estudio de las propiedades Mecánicas del Sistema Oseo. *Ingeniería e Investigación*, (23), 53–56. <https://doi.org/10.1002/wnan.85>
- Núñez, C., Roca, A., & Jorba, J. (n.d.). *COMPORTAMIENTO MECÁNICO DE LOS MATERIALES. Volumen II. Ensayos mecánicos Ensayos no destructivos*. Universidad de Barcelona, BARCELONA.
- Pertuz, A. (2018). *Criterios técnicos de fallas. Estimación de parámetros de confiabilidad*. Universidad Industrial de Santander.
- Portal-Núñez, S., Lozano, D., de la Fuente, M., & Esbrit, P. (2012). Fisiopatología del envejecimiento óseo. *Revista Española de Geriatria y Gerontologia*, 47(3), 125–131.
<https://doi.org/10.1016/j.regg.2011.09.003>
- Reiriz Palacios, J. (2009). SISTEMA LOCOMOTOR, 1–62.

Sadeghi, H., Espino, D. M., & Shepherd, D. E. T. (2017). Fatigue strength of bovine articular cartilage-on-bone under three-point bending: the effect of loading frequency. *BMC Musculoskeletal Disorders*, 18(1), 1–8. <https://doi.org/10.1186/s12891-017-1510-8>

Sedlin, E. D., & Hirsch, C. (1966). Factors affecting the determination of the physical properties of femoral cortical bone. *Acta Orthopaedica*, 37(1), 29–48. <https://doi.org/10.3109/17453676608989401>

Viladot Voegeli, A. (2001). Lecciones básicas de biomecánica del aparato locomotor. *SERBIULA (Sistema Librum 2.0)*, 342.

Yuehuei, H., & Draughn, R. A. (Eds.). (2000). *Mechanical Testing of bone and the Bone-Implant Interface*. New York.

Zaldivar, S. (2010). *Determinación de las propiedades mecánicas del hueso cortical de origen porcino mediante ensayo de compresión*. Universidad nacional autónoma de México. UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO.

Apéndices

Apéndices A. Selección de acople para fijación de la muestra.

En la selección del mejor diseño de acople, se escogieron cuatro criterios para considerar en cada alternativa. En la calificación se tendrán solo dos opciones, un valor positivo (+1) y un valor negativo (-1), estos se designan a consideración de los autores. Al final, se realiza la sumatoria de todos los valores señalados en cada alternativa y se elige la que tenga el mayor resultado positivo.

Tabla 1. Matriz de selección del acople para fijación de la muestra

	Alternativa 1	Alternativa 2	Alternativa 3
Facilidad de manufactura	-1	1	1
Costos	-1	-1	1
Capacidad de soportar carga	1	-1	1
Tiempo de fabricación	1	-1	1
TOTAL	0	-2	4

Apéndices B. Maquina Bionix Tabletop (MTS Systems Corporation)

La máquina de ensayos universal posee sistemas servo hidráulico, flexible y fácil de usar. Los cuales son los más adecuados para evaluar las propiedades dinámicas de una amplia gama de materiales y componentes biomédicos.



Figura 1. Maquina Bionix Tabletop (MTS Systems Corporation). Adaptada del catálogo MTS Bionix® Tabletop Test Systems.

https://www.mts.com/cs/groups/public/documents/library/dev_003992.pdf

Apéndices C. Cámara Bionix Envirobath (MTS Systems Corporation).

Para climatizar el ensayo y el mantenimiento de las muestras en un estado completamente embebido durante toda la prueba es necesario adaptarle a la maquina la cámara Bionix Envirobath (MTS Systems Corporation), la cual es la encargada de mantener la temperatura asignada y el baño de fluido para la hidratación del hueso.



Figura 2. Cámara Bionix Envirobath (MTS Systems Corporation). Adaptada del catálogo MTS Bionix® Tabletop Test Systems.

https://www.mts.com/cs/groups/public/documents/library/dev_003992.pdf

Apéndices D. Estructura de uno hueso largo típico.

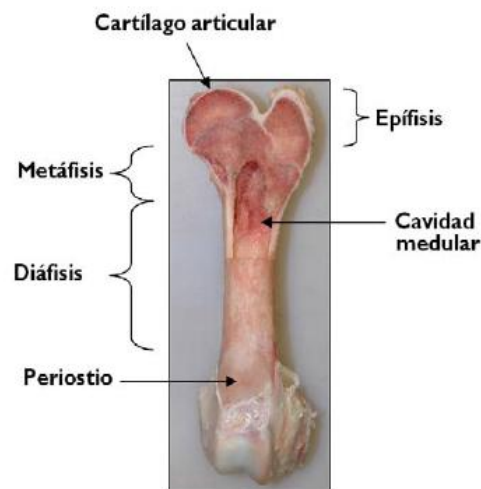


Figura 3. Exposición de la diáfisis de un hueso largo. Adaptado de Zaldivar Recillas (2010).
Determinación de las Propiedades Mecánicas de Hueso Cortical de Origen Porcino.

Apéndices E. Código de Matlab para el cálculo del área trasversal de los huesos.

```
1 -   clc
2 -   clear all
3 -   close all
4 -   %%reading the file
5 -   I = imread('37033816_10212774051332353_8893042992563093504_n.jpg');
6 -   %%getting the coordinates to make the calibration
7 -   %%you need to select two points (10 mm) on the picture,
8 -   %%if you have another object you know the dimension change
9 -   %%the variable "known_distance" in mm
10 -  [~,xi,yi] = roipoly(I);
11 -  Calibration = sqrt((xi(1)-xi(2))^2+(yi(1)-yi(2))^2);
12 -  known_distance=10.0;
13 -  ratio = (known_distance/Calibration);
14 -  %%changing the image to black and white
15 -  %%please select
16 -  bw = im2bw(I);
17 -  imshow(bw)
18 -  impixelinfo(gca);
19 -  %%point to the area you want to calculate
20 -  BW = bwselect(bw,4);
21 -  imshow(BW)
22 -  Area_in_sq_mm = bwarea(BW)*ratio^2;
23 -
```

- Inicialmente se debe tomar una fotografía de la superficie transversal del hueso con un fondo oscuro y con una regla muy cerca de la muestra. La regla le permite al programa dimensionar las proporciones reales. Esta fotografía debe ser guardada en la misma carpeta en donde se encuentra el código de Matlab.

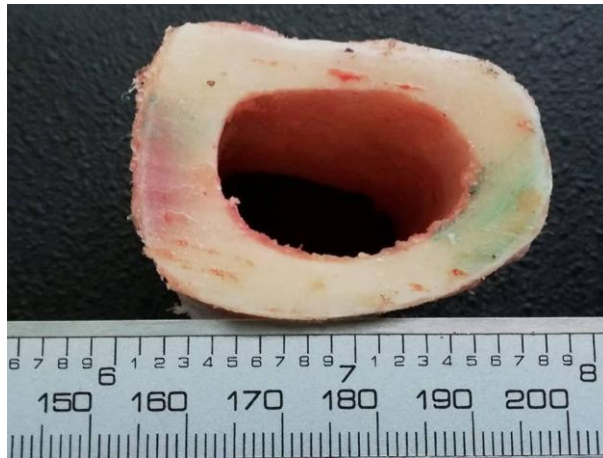


Figura 4. Fotografía de la superficie transversal de un hueso.

- En la línea 5 del código se escribe la dirección como fue guardada la imagen en el computador.
- Al presionar run el programa mostrara la siguiente interfaz gráfica:

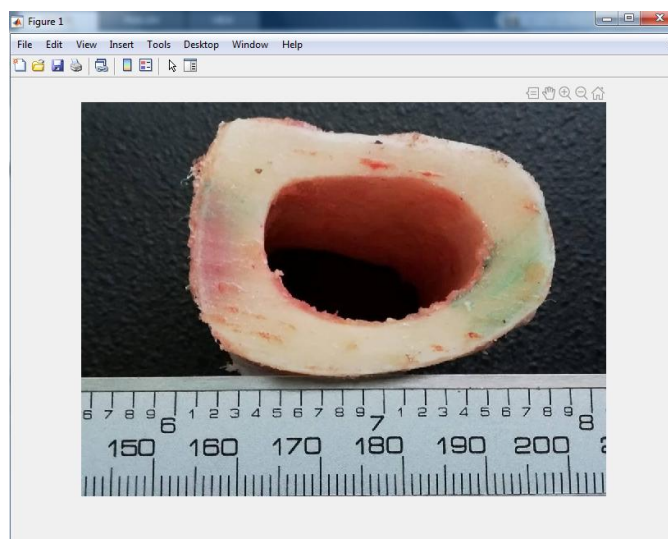


Figura 5. Interfaz gráfica de matlab al ejecutar el programa para calcular el área transversal del hueso cortical.

- Se posiciona el cursor en las medidas que posee la regla y se procede a hacer clic izquierdo en cualquiera de los valores. Se arrastra el cursor hasta el valor contiguo.



Figura 6. Dimensionamiento de la imagen utilizada para el cálculo del área transversal mediante Matlab.

- Posteriormente al dimensionamiento del programa, se debe presionar 2 veces clic izquierdo y aparecerá la siguiente interfaz gráfica únicamente en 2 colores. Con clic izquierdo se selecciona el área que se desea hallar.

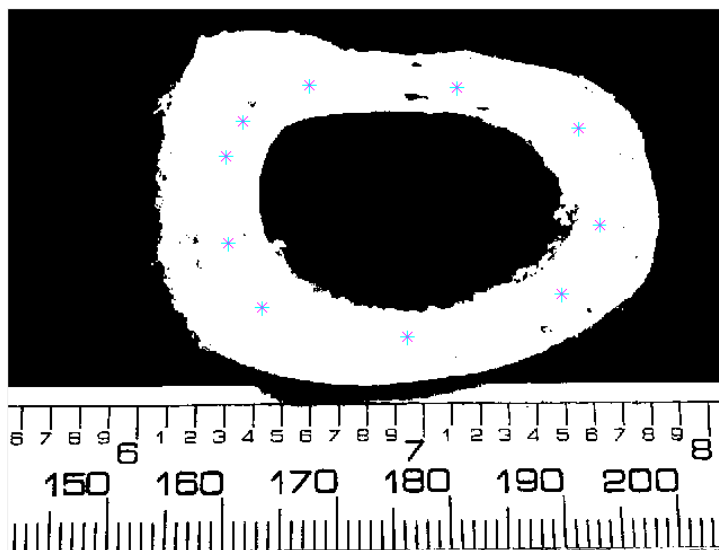


Figura 7. Imagen matizada a blanco y negro para seleccionar el área a calcular.

- Finalmente cuando ya se seleccionó el área a calcular y se presiona clic derecho, se removerá de la imagen todo aquello que no fue seleccionado y quedara exclusivamente la selección.

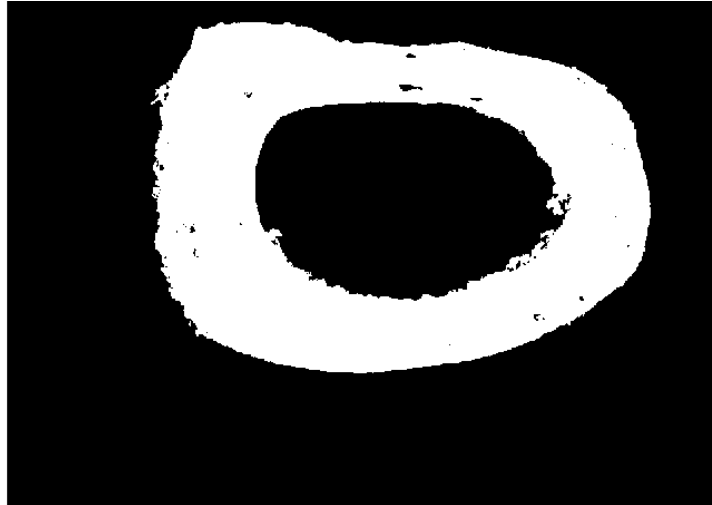


Figura 8. Área transversal calculada de color blanco.

- En el cuadro de dialogo que se encuentra en la parte inferior izquierda de la pantalla se encontrara el valor del área calculado, este valor es dado en mm.

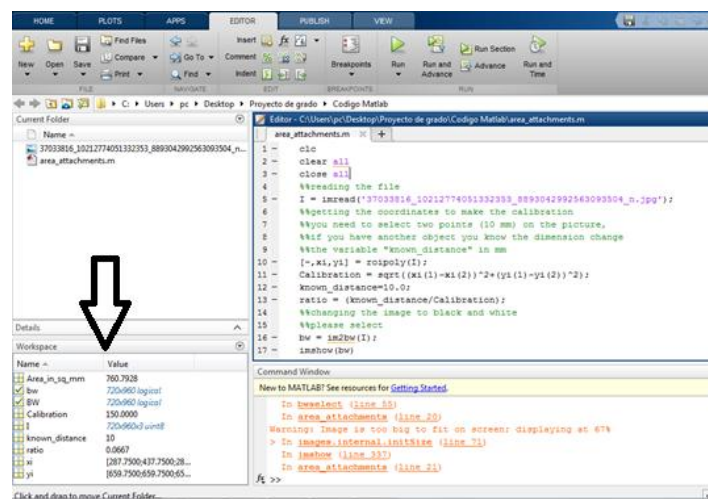


Figura 9. Muestra de resultados del cálculo del área mediante Matlab.

Cabe resaltar que la manera empleada para el cálculo del área de la sección transversal no es completamente eficiente, debido a las variaciones de la geometría de la sección a lo largo del hueso

Apéndices F. Linealización de la función de distribución acumulada (CDF).

Para poder determinar los valores de los parámetros de Weibull β y η , es necesario llevar la función de distribución acumulada a la forma $y=mx + b$, en donde m será la pendiente y b será el valor de β . El intercepto con el eje y nos permitirá hallar el valor de la variable η . El proceso seguido para tal fin fue el siguiente:

Funcion de distribución acumulada (CDF)

$$F_t = 1 - \exp \left[- \left(\frac{t}{\eta} \right)^\beta \right]$$

$$1 - F_t = \exp \left[- \left(\frac{t}{\eta} \right)^\beta \right]$$

Despejamos euler y eliminamos el negativo del exponente

$$\frac{1}{1 - F_t} = \exp \left[\left(\frac{t}{\eta} \right)^\beta \right]$$

Aplicamos logaritmo natural para despejar el exponente de la funcion de euler

$$\ln \left[\frac{1}{1 - F_t} \right] = \left[\frac{t}{\eta} \right]^\beta$$

Aplicamos nuevamente logaritmo natural para despejar el exponente de la fracción

$$\ln \left[\ln \left(\frac{1}{1 - F_t} \right) \right] = \beta \cdot \ln \left[\frac{t}{\eta} \right]$$

Aplicamos la propiedad de logaritmo de una fracción

$$\ln \left[\ln \left(\frac{1}{1 - F_t} \right) \right] = \beta \cdot \ln (t) - \beta \cdot \ln (\eta)$$

Finalmente nos es posible reemplazar los valores que componen una función lineal de la siguiente manera:

$$y = m \cdot x + b$$

$$y = \ln \left[\ln \left(\frac{1}{1 - F_t} \right) \right]$$

$$m = \beta$$

$$x = \ln (t)$$

$$b = \beta \cdot \ln (\eta)$$

$$F_t = \frac{i - 0,3}{n + 0,4}$$

Para este proceso se tomara como variable independiente t el número de ciclos, el valor de n es el número total de los datos evaluados, por ejemplo para 2 Hz $n=9$. La variable i toma los valores de la siguiente manera $i = \{1, 2, 3, \dots, n\}$.

Apéndices G. Cálculo de la media mediante los parámetros de Weibull.

Calcularemos la media para una frecuencia de aplicación de carga de 2 Hz, basándonos en la fórmula establecida por Weibull. Inicialmente tomaremos los valores de los ciclos determinados mediante el ensayo para dicha frecuencia y los organizaremos de menor a mayor, tal como se expresa en la siguiente tabla:

Tabla 2. Valores de los parámetros i y t para aplicar la media de Weibull.

i	t
1	1797
2	2980
3	5258,5
4	6887
5	6992
6	7124,5
7	7340,5
8	7863,5
9	17863,5

Posteriormente a la organización de los datos de manera ascendente, procederemos a calcular todos los datos para reemplazar en la ecuación 3 y proceder a graficarla para determinar los valores de β y η .

$$\ln \left[\ln \left(\frac{1}{1 - F_t} \right) \right] = \beta \cdot \ln(t) - \beta \cdot \ln(\eta)$$

$F(t)$ toma los valores dependiendo de la siguiente ecuación:

$$F_t = \frac{i - 0,3}{n + 0,4}$$

Para este caso específico $n=9$ y $i=\{1, 2, 3, \dots, 9\}$. Evaluamos los valores de cada parámetro y lo plasmamos en la siguiente tabla:

Tabla 3. Calculo de todos los parámetros para el cálculo de la media de Weibull.

i	t	F(t)	$(1/(1-f(t)))$	$\ln(\ln(1-f(t)))$	$\ln(t)$
1	1797	0,07446809	1,08045977	-2,55894082	7,49387389
2	2980	0,18085106	1,22077922	-1,61199438	7,99967858
3	5258,5	0,28723404	1,40298507	-1,08292942	8,56760109
4	6887	0,39361702	1,64912281	-0,69266027	8,83739086
5	6992	0,5	2	-0,36651292	8,85252192
6	7124,5	0,60638298	2,54054054	-0,07001818	8,87129483
7	7340,5	0,71276596	3,48148148	0,221107814	8,90116224
8	7863,5	0,81914894	5,52941176	0,536540994	8,96998708
9	17863,5	0,92553191	13,4285714	0,954505028	9,7905148

Después de haber hallado los valores de los parámetros que componen la ecuación linealizada, cabe recordar lo siguiente:

$$y = m \cdot x + b$$

$$y = \ln \left[\ln \left(\frac{1}{1 - F_t} \right) \right]$$

$$m = \beta$$

$$x = \ln(t)$$

$$b = \beta \cdot \ln(\eta)$$

Por lo tanto graficaremos $\ln(\ln(1-f(t)))$ contra $\ln(t)$, para obtener una línea y proceder a determinar la pendiente y el intercepto con el eje y.

Tabla 4. Valores de las coordenadas a graficar para el cálculo de β y de η .

y	x
$\ln(\ln(1-f(t)))$	$\ln(t)$
-2,55894082	7,49387389
-1,61199438	7,99967858
-1,08292942	8,56760109
-0,69266027	8,83739086
-0,36651292	8,85252192
-0,07001818	8,87129483
0,221107814	8,90116224
0,536540994	8,96998708
0,954505028	9,7905148

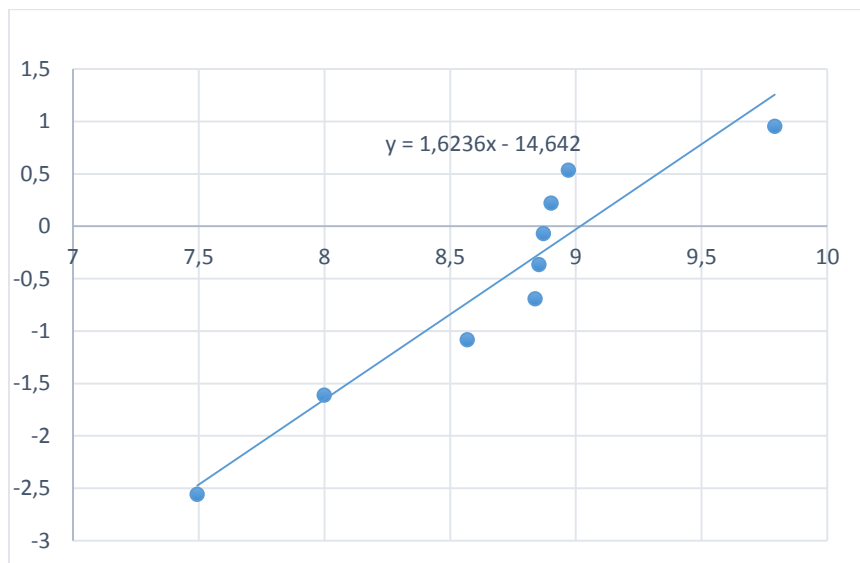


Figura 10. Grafica de $\ln(\ln(1-f(t)))$ contra $\ln(t)$.

De la ecuación que describe el grafico tomamos el valor de la pendiente, el cual es 1,6236 y del intercepto con el eje y que se da en -14,642. Por lo tanto establecemos que $\beta=1,636$ y de la siguiente ecuación despejamos el valor de η .

$$\beta \cdot \ln(\eta) = 14,642$$

Despejando η , tenemos que para este caso toma un valor de 8252. Finalmente ya podemos reemplazar estos valores en la ecuación 3 y calcular la media de los ciclos de falla a una frecuencia de 2 Hz.

$$MEDIA = \eta \cdot \text{Factorial} \left[1 + \frac{1}{\beta} \right]$$

$$MEDIA = 8252$$

De esta manera se realizó el cálculo de la media de los ciclos de falla para todos los valores de frecuencia de aplicación de carga.

Apéndices H. Coeficiente de Correlación de Pearson.

En una tabla se ubican los datos F_i y C_i , que son los pares de datos con los que se desea hallar el índice de correlación:

Tabla 5. Pares de datos para el cálculo del coeficiente de correlación de Pearson.

F_i	C_i	$F_i.C_i$	F_i^2	C_i^2
2	6411,1	12822,2	4	41102203,2
6	2775,6	16653,6	36	7703955,36
10	1719,2	17192	100	2955648,64
20	95,35	1907	400	9091,6225
38	11001,25	48574,8	540	51770898,8

Se hallan las medias aritméticas:

$$MF = \frac{\sum F_i}{n}$$

$$MC = \frac{\sum C_i}{n}$$

Dónde:

F_i son las frecuencias de aplicación de carga, $i=\{2,6,10,20\}$

C_i son los números de ciclos de falla para cada frecuencia determinada

n es el número de datos, en este caso 4

Se calcula la covarianza

$$\sigma_{FC} = \frac{\sum Fi.Ci}{n} - MC.MF$$

Se calculan las desviaciones típicas

$$\sigma_F = \sqrt{\frac{\sum Fi^2}{n} - MF^2}$$

$$\sigma_C = \sqrt{\frac{\sum Ci^2}{n} - MC^2}$$

Y finalmente se aplica la fórmula del coeficiente de correlación lineal:

$$R = \frac{\sigma_{FC}}{\sigma_F \cdot \sigma_C}$$

Apéndices I. Análisis de la varianza de un factor (ANOVA).

Para realizar el cálculo del análisis de la varianza de un factor con un nivel de confianza del 95% utilizamos la función análisis de varianza de un factor de Excel 2013. En la tabla de menú encontramos dato, al seleccionar esta opción seleccionamos análisis de datos:

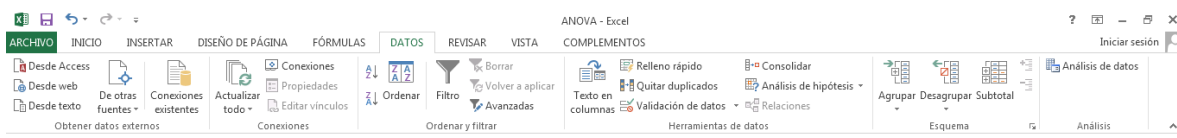


Figura 11. Barra de menú de Excel 2013.

Se nos desplegará el menú de la opción Análisis de datos y seleccionamos Análisis de varianza de un factor:

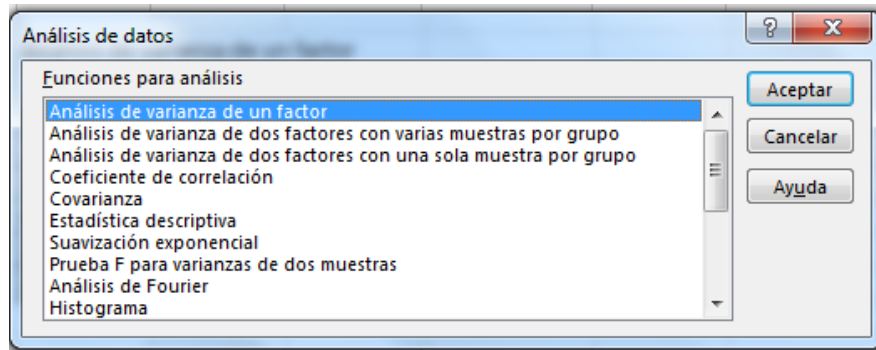


Figura 12. Opción análisis de datos del menu datos en Excel 2013.

Se nos desplegara el siguiente cuadro:

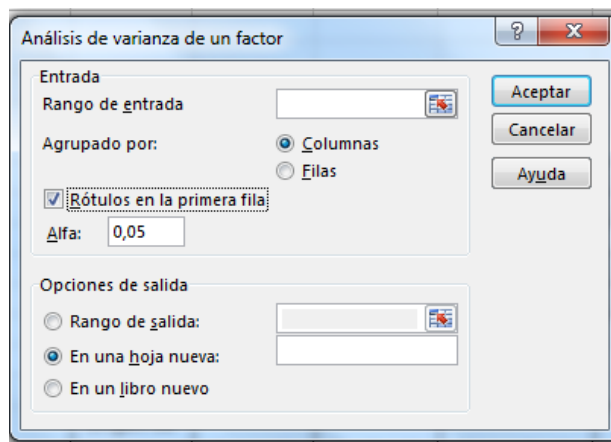


Figura 13. Variables del análisis de varianza de un factor en Excel 2013.

En rango de entrada seleccionamos los datos que queremos analizar, así mismo activamos la opción de rotular la primera fila, para que no los tome como datos a analizar y en rango de salida seleccionamos la celda en donde se desplegaran los resultados:

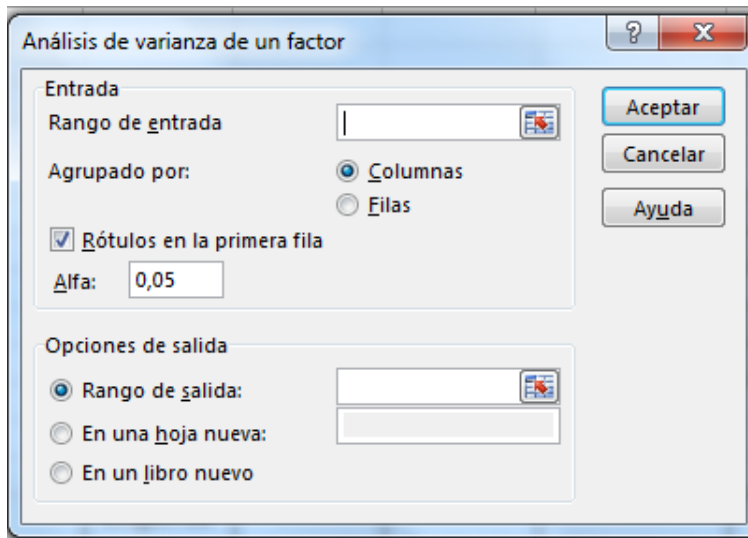


Figura 14. Selección de la celda en donde se desplegaran los resultados.

Al realizar todos los pasos dados en el inciso inmediatamente anterior, tenemos los siguientes resultados:

Análisis de varianza de un factor							
RESUMEN							
Grupos	Cuenta	Suma	Promedio	Varianza			
2 Hz	9	64106,5	7122,944444	20629241,4			
6 Hz	7	19429	2775,571429	54279,369			
10 Hz	7	10857	1551	313998,417			
20 Hz	7	667,5	95,35714286	1118,14286			
ANÁLISIS DE VARIANZA							
Origen de las variaciones	Suma de cuadrados	Grados de libertad	Promedio de los cuadrados	F	Probabilidad	Valor crítico para F	
Entre grupos	226243020	3	75414339,96	11,7235829	4,80955E-05	2,975153964	
Dentro de los grupos	167250307	26	6432704,107				
Total	393493327	29					

Figura 15. Resultados mostrados por Excel 2013 del análisis de varianza de un factor.

Estos fueron los datos arrojados para la frecuencia de aplicación de carga y los ciclos de falla.

Los datos obtenidos para el análisis de varianza de la temperatura y el número de ciclos de falla fueron hallados de la misma manera.

Apéndices J. Resultados prueba de fatiga a temperatura ambiente y a distintos niveles de frecuencia de aplicación de carga (2 Hz, 6 Hz, 10 Hz y 20 Hz).

Tabla 6. Resultados de las pruebas de fatiga a temperatura ambiente (25°C) y diversos niveles de frecuencia de aplicación de carga.

2 Hz								
Muestra	Área	L. Inicial	L. Final	Carga	Esfuerzo	Deformación	N° Ciclos	
1	212,116	49,5	48,27	8.100	38,187	0,02485	2980	
2	190,471	46,4	45,67	8100	42,526	0,01573	6887	
3	161,250	47,6	46,35	8100	50,233	0,02626	1797	
4	208,836	50,84	49,08	8100	38,786	0,03462	7124,5	
5	202,083	40,41	40	8100	40,083	0,01015	17863,5	
6	170,980	45,81	44,57	8100	47,374	0,02707	7863,5	
7	223,500	45,15	44,25	8100	36,242	0,01994	5258,5	

6 Hz								
Muestra	Área	L. Inicial	L. Final	Carga	Esfuerzo	Deformación	N° Ciclos	
1	205,145	40,23	39,86	8.100	39,484	0,009197	2697,5	
2	170,435	39,45	38,45	8100	47,525	0,025349	2814,5	
3	198,546	41,03	40,64	8100	40,797	0,009505	2578	
4	201,767	41,01	40,74	8100	40,145	0,006584	2954	
5	175,065	40,54	40,12	8100	46,269	0,010360	2589	
6	203,876	41,24	40,87	8100	39,730	0,008972	3200	
7	198,067	43,31	42,87	8100	40,895	0,010159	2596	

10 Hz								
Muestra	Área	L. Inicial	L. Final	Carga	Esfuerzo	Deformación	N° Ciclos	
1	198,546	40,23	39,86	8.100	40,797	0,00920	1905	
2	201,767	39,45	38,45	8100	40,145	0,02535	994,5	
3	202,083	41,03	40,64	8100	40,083	0,00950	542	
4	170,980	41,01	40,74	8100	47,374	0,00658	1930	
5	205,145	40,54	40,12	8100	39,484	0,01036	1849	
6	170,435	41,24	40,87	8100	47,525	0,00897	1985	
7	198,065	43,31	42,87	8100	40,896	0,01016	1651,5	

20 Hz								
Muestra	Área	L. Inicial	L. Final	Carga	Esfuerzo	Deformación	N° Ciclos	
1	161,250	39,28	38,93	8.100	50,233	0,008911	97,5	
2	208,836	41,35	40,78	8100	38,786	0,013785	68,5	
3	202,083	40,65	40,22	8100	40,083	0,010578	162,5	
4	170,435	40,23	40,12	8100	47,525	0,002734	78,5	
5	198,065	39,45	38,89	8100	40,896	0,014195	62,5	
6	208,836	41,03	40,03	8100	38,786	0,024372	105,5	
7	202,083	41,01	40,28	8100	40,083	0,017800	92,5	

Tabla 7. Resultados pruebas de fatiga a 37°C y a una frecuencia de aplicación de carga de 2 Hz.

2 Hz								
Muestra	Área	L. Inicial	L. Final	Carga	Esfuerzo	Deformación	N° Ciclos	
1	180,5	41,01	40,74	8.100	44,875	0,006584	1010	
2	202,13	40,54	40,12	8100	40,073	0,010360	3600	
3	198,635	39,45	38,89	8100	40,778	0,014195	4900	
4	189,654	41,03	40,03	8100	42,709	0,024372	6010	
5	189,654	41,24	40,87	8100	42,709	0,008971	7100	
6	194,897	43,31	42,87	8100	41,560	0,010159	7823	
7	205,087	43,24	42,54	8100	39,495	0,016188	8900	