

MODELADO Y SIMULACIÓN NUMÉRICA DEL FLUJO DE FLUIDO CON
TRANSFERENCIA DE CALOR EN MEDIOS POROSOS FRACTURADOS
NATURALMENTE CON LOS MODELOS DE DOBLE CONTINUO Y FRACTURA
DISCRETA.

ANGIE DANIELA FUENTES RUEDA

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO-MECÁNICAS
ESCUELA DE INGENIERÍA MECÁNICA
BUCARAMANGA

2020

MODELADO Y SIMULACIÓN NUMÉRICA DEL FLUJO DE FLUIDO CON
TRANSFERENCIA DE CALOR EN MEDIOS POROSOS FRACTURADOS
NATURALMENTE CON LOS MODELOS DE DOBLE CONTINUO Y FRACTURA
DISCRETA.

ANGIE DANIELA FUENTES RUEDA

PROYECTO DE GRADO PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO MECÁNICO

DIRECTOR

MANUEL DE JESÚS MARTÍNEZ

Ph. D INGENIERÍA MECÁNICA

UNIVERSITY OF WALES, UK.

CODIRECTOR

DAVID ALFREDO FUENTES DÍAZ

Ph. D INGENIERÍA MECÁNICA

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE VALENCIA, ESPAÑA.

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO-MECÁNICAS
ESCUELA DE INGENIERÍA MECÁNICA
BUCARAMANGA

2020

AGRADECIMIENTOS

A mi madre, Gladys Rueda, por todo su apoyo y colaboración.

A mi padre, David Fuentes, por todo el tiempo e infinita ayuda brindada.

TABLA DE CONTENIDO

	Pág.
INTRODUCCIÓN	21
1. DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA	23
1.1 OBJETIVOS.....	24
1.1.1 Objetivo General	24
1.1.2 Objetivos Específicos.....	24
2. MODELO MATEMÁTICO.....	26
2.1 ECUACIONES DE CONSERVACIÓN	26
2.1.1 Conservación de la masa.....	27
2.1.2 Conservación de la energía	29
2.2 FLUJO EN MEDIOS POROSOS	33
2.2.1 Ley De Darcy	33
2.2.2 Permeabilidad	35
2.2.3 Porosidad.....	37
2.2.4 Compresibilidad	38
2.2.5 Propiedades de las fracturas	38
2.2.6 Modelo de doble continuo	40

2.2.7 Modelo de fractura discreta.....	42
2.3 TRANSFERENCIA DE CALOR	44
2.3.1 Conducción	44
2.3.2 Convección	46
2.3.3 Energía interna	46
2.3.4 Advección	47
2.4 ECUACIONES CONSOLIDADAS.....	48
2.4.1 Flujo de masa en medios porosos	49
2.4.2 Transferencia de calor en medios porosos	49
2.4.3 Ecuación diferencial general	51
3. MODELAMIENTO NUMÉRICO	53
3.1 DISCRETIZACIÓN DE LAS ECUACIONES	53
3.1.1 Discretización de la ecuación general.....	53
3.1.2 Condiciones de frontera	60
3.1.3 Casos particulares	63
3.1.4 Solución del sistema de ecuaciones lineales	65
3.2 MALLADO.....	67
4. PROGRAMACIÓN	70
4.1 ARCHIVOS DE ENTRADA	72

4.2 ARCHIVO DE PROPIEDADES.....	74
4.3 INTERFAZ GRÁFICA	76
4.4 ADAPTACIÓN DE RUTINAS DE CÁLCULO	80
4.4.1 Cálculo del área de transferencia de calor.....	80
4.4.2 Cálculo del coeficiente de transferencia de calor por convección.....	82
4.4.3 Porosidad en las ecuaciones de transferencia de calor	83
4.4.4 Fuentes de calor	84
4.4.5 Cálculo de propiedades del fluido según su temperatura	85
4.4.6 Propiedades de la matriz en el modelo discreto	86
5. VALIDACIÓN	88
5.1 FLUJO HORIZONTAL.....	89
5.1.1 Flujo horizontal con modelo de doble continuo	92
5.1.2 Flujo horizontal con modelo de fractura discreta.....	97
5.2 FLUJO VERTICAL	100
5.2.1 Flujo vertical con modelo de doble continuo	102
5.2.2 Flujo vertical con modelo de fractura discreta.....	105
5.3 FLUJO DIAGONAL	108
5.3.1 Flujo diagonal con el modelo de doble continuo	110
5.3.2 Flujo diagonal con el modelo de fractura discreta.....	113

6. COMPARACIÓN DE LOS MODELOS.....	117
6.1 COMPARACIÓN DE MODELOS CON FLUJO HORIZONTAL.....	117
6.2 COMPARACIÓN DE MODELOS CON FLUJO VERTICAL	120
6.3 COMPARACIÓN DE MODELOS CON FLUJO DIAGONAL	123
6.4 COMPARACIÓN CON DIFERENTE NÚMERO DE FRACTURAS.....	126
7. CONCLUSIONES	131
7.1 TRABAJOS FUTUROS.....	132
BIBLIOGRAFÍA.....	134

LISTA DE FIGURAS

	Pág.
Figura 1. Volumen de control.....	27
Figura 2. Flujo de masas entrando y saliendo del elemento.....	28
Figura 3. Flujos de energía asociados a un elemento fluido que se mueve.	30
Figura 4. Experimento de Henry Darcy para flujo en medios porosos.	34
Figura 5. Apertura de fractura.....	39
Figura 6. Modelo de fractura de doble continuo.....	41
Figura 7. Elemento de malla del modelo de doble continuo.	41
Figura 8. Modelo de fractura discreta.	44
Figura 9. Flujo convectivo y difusivo hacia una celda.	54
Figura 10. Resistencias térmicas entre los elementos de la malla.....	54
Figura 11. Esquema Upwind.....	56
Figura 12. Elemento de frontera.	60
Figura 13. Volumen de control unidimensional que contiene fracturas.....	64
Figura 14. Elementos de malla bidimensional.....	68
Figura 15. Elementos de malla tridimensional.	69
Figura 16. Diagrama de flujo del cálculo de flujo de masa con transferencia de calor con las rutinas de cálculo desarrolladas.	71

Figura 17. Pestaña inicial de la interfaz.	77
Figura 18. Pestaña de la interfaz para ingresar las propiedades hidráulicas.	77
Figura 19. Pestaña de la interfaz para ingresar las propiedades térmicas.	78
Figura 20. Pestaña de la interfaz para ingresar las propiedades de las fracturas.	79
Figura 21. Pestaña final de la interfaz.	79
Figura 22. Flujo horizontal: Condiciones iniciales y de frontera.	89
Figura 23. Flujo horizontal: Campo de presión.	91
Figura 24. Flujo horizontal: Presión a lo largo del eje x.	92
Figura 25. Flujo horizontal en doble continuo: Temperatura de matriz en COMSOL.	93
Figura 26. Flujo horizontal en doble continuo: Temperatura del fluido en COMSOL.	93
Figura 27. Flujo horizontal en doble continuo: Temperatura de matriz en el software desarrollado.	94
Figura 28. Flujo horizontal en doble continuo: Temperatura del fluido en el software desarrollado.	95
Figura 29. Flujo horizontal con doble continuo: Variación de temperatura a lo largo del eje x a los 50 días.	96
Figura 30. Flujo horizontal con doble continuo: Variación de temperatura a lo largo del eje x a los 100 días.	96
Figura 31. Flujo horizontal con fractura discreta: Temperatura en COSMOL.	97

Figura 32. Flujo horizontal con fractura discreta: Temperatura en software desarrollado.	98
Figura 33. Flujo horizontal con fractura discreta: Variación de temperatura a lo largo del eje x a los 50 días.	99
Figura 34. Flujo horizontal con fractura discreta: Variación de temperatura a lo largo del eje x a los 100 días.	99
Figura 35. Flujo vertical: Condiciones iniciales y de frontera.	100
Figura 36. Flujo vertical: Campo de presión.	101
Figura 37. Flujo vertical: Presión a lo largo del eje y.....	102
Figura 38. Flujo vertical con doble continuo: Temperatura de matriz en COMSOL.	103
Figura 39. Flujo vertical con doble continuo: Temperatura de matriz en software desarrollado.	103
Figura 40. Flujo vertical en doble continuo: Variación de temperatura a lo largo del eje y a los 50 días.	104
Figura 41. Flujo vertical en doble continuo: Variación de temperatura a lo largo del eje y a los 100 días.	104
Figura 42. Flujo vertical con fractura discreta: Temperatura en COMSOL.	105
Figura 43. Flujo vertical con fractura discreta: Temperatura en software desarrollado.	106
Figura 44. Flujo vertical en fractura discreta: Variación de temperatura a lo largo del eje y a los 50 días.	107

Figura 45. Flujo vertical en fractura discreta: Variación de temperatura a lo largo del eje y a los 100 días.	107
Figura 46. Flujo diagonal: Condiciones iniciales y de frontera.	108
Figura 47. Flujo diagonal: Campo de presión.	109
Figura 48. Flujo diagonal: Presión a lo largo de la diagonal.	110
Figura 49. Flujo diagonal con doble continuo: Temperatura de matriz en COMSOL.	111
Figura 50. Flujo diagonal con doble continuo: Temperatura de matriz en software desarrollado.	112
Figura 51. Flujo diagonal con doble continuo: Variación de temperatura a lo largo de la diagonal a los 50 días.	112
Figura 52. Flujo diagonal con doble continuo: Variación de temperatura a lo largo de la diagonal a los 100 días.	113
Figura 53. Flujo diagonal con fractura discreta: Temperatura en COMSOL.	114
Figura 54. Flujo diagonal con fractura discreta: Temperatura en software desarrollado.	114
Figura 55. Flujo diagonal con fractura discreta: Variación de temperatura a lo largo de la diagonal a los 50 días.	115
Figura 56. Flujo diagonal con fractura discreta: Variación de temperatura a lo largo de la diagonal a los 100 días.	116
Figura 57. Flujo horizontal: 50 días de simulación.	118
Figura 58. Flujo horizontal: 100 días de simulación.	118

Figura 59. Comparación de los modelos en flujo horizontal.	119
Figura 60. Flujo vertical: 50 días de simulación.	120
Figura 61. Flujo vertical: 100 días de simulación.	121
Figura 62. Comparación de los modelos en flujo vertical.	122
Figura 63. Flujo diagonal: 50 días de simulación.	123
Figura 64. Flujo diagonal: 100 días de simulación.	124
Figura 65. Comparación de los modelos en flujo diagonal.	125
Figura 66. Temperatura de flujo diagonal a los 50 días con diferente número de fracturas.	127
Figura 67. Temperatura de flujo diagonal a los 100 días con diferente número de fracturas.	127
Figura 68. Temperatura media del medio para distinto número de fracturas.	128
Figura 69. Temperatura a lo largo del eje diagonal para distinto número de fracturas a los 50 días.	129
Figura 70. Temperatura a lo largo del eje diagonal para distinto número de fracturas a los 100 días.	129

LISTA DE TABLAS

	Pág.
Tabla 1. Valores de constantes de la ecuación convección-difusión.	52
Tabla 2. Valores de constantes de la ecuación general para las condiciones de frontera.	63
Tabla 3. Propiedades de la validación de flujo horizontal.	90
Tabla 4. Flujo horizontal en doble continuo: Error promedio.....	97
Tabla 5. Flujo horizontal con fractura discreta: Error promedio.....	99
Tabla 6. Propiedades de la validación del flujo vertical.....	101
Tabla 7. Flujo vertical en doble continuo: Error promedio.....	105
Tabla 8. Flujo vertical con fractura discreta: Error promedio.....	107
Tabla 9. Propiedades de la validación del flujo diagonal.	109
Tabla 10. Flujo diagonal con doble continuo: Error promedio.....	113
Tabla 11. Flujo diagonal con fractura discreta: Error promedio.	116

LISTA DE ANEXOS

	Pág.
Anexo A. Archivo maestro “.ent” de la validación de flujo horizontal.....	137
Anexo B. Archivo “.ent” del cálculo de flujo de la validación de flujo horizontal. ..	138
Anexo C. Archivo “.boco” de los valores de presión de la validación de flujo horizontal.	140
Anexo D. Archivo “.geom” de la validación de flujo horizontal.	141
Anexo E. Archivo “.parts” de la validación de flujo horizontal.	142
Anexo F. Archivo “.solver” del cálculo de flujo la validación de flujo horizontal....	143
Anexo G. Archivo de propiedades para una malla 2D de 3x3 elementos.	144

LISTA DE SÍMBOLOS

SÍMBOLO	DEFINICIÓN
b	Apertura de fractura
A	Área
S_a	Área específica de transferencia de calor
h_h	Cabeza hidráulica
C_p	Calor específico a presión constante
Ψ	Coefficiente convectivo
h_{conv}	Coefficiente de transferencia de calor de convección
M	Coefficiente del término fuente
Γ	Coefficiente difusivo
k	Conductividad hidráulica
k_t	Conductividad térmica
ρ	Densidad
\bar{d}	Diámetro medio de partícula de roca
E	Energía
e	Energía interna por unidad de masa
h	Entalpía por unidad de masa
\dot{Q}	Flujo de calor
\dot{q}	Flujo de calor por unidad de volumen
q_h	Flujo de volumétrico de fluido
\dot{m}	Flujo másico de fluido
g	Gravedad
θ	Identificador de esquema temporal
L	Longitud
N	Número de elementos de malla

Nf_x	Número de fracturas en x
Nf_y	Número de fracturas en y
Nu	Número de Nusselt
Pr	Número de Prandtl
Re	Número de Reynolds
K	Permeabilidad
ϕ	Porosidad
P	Presión
T	Temperatura
S	Término fuente
q_t	Término fuente de calor
t	Tiempo
Φ	Variable dependiente
\vec{V}	Vector de velocidad
q'''	Velocidad de adición de calor a un volumen
u	Velocidad en x
v	Velocidad en y
w	Velocidad en z
μ	Viscosidad dinámica
V	Volumen
V_f	Volumen de fractura
V_m	Volumen de matriz solida
V_p	Volumen de poros
V_t	Volumen total

RESUMEN

TITULO: MODELADO Y SIMULACIÓN NUMÉRICA DEL FLUJO DE FLUIDO CON TRANSFERENCIA DE CALOR EN MEDIOS POROSOS FRACTURADOS NATURALMENTE CON LOS MODELOS DE DOBLE CONTINUO Y FRACTURA DISCRETA.

AUTORES: ANGIE DANIELA FUENTES RUEDA*

PALABRAS CLAVES: Medios porosos, Yacimientos, Ley de Darcy, Transferencia de calor, Fracturas, Ecuaciones diferenciales parciales, Volúmenes finitos, Doble continuo, Fractura discreta.

DESCRIPCIÓN:

Uno de los principales objetivos de las empresas que extraen petróleo es encontrar la forma de aumentar el factor de recobro. Para esto se deben hacer estudios de los efectos de los diferentes métodos de recobro mejorado en el yacimiento y evaluar el comportamiento del yacimiento cuando es sometido a distintos fluidos, presiones, temperaturas, etc.

Este trabajo tiene como objetivo modelar y simular los efectos de las fracturas en el comportamiento del flujo de fluido y transferencia de calor en un modelo a escala de un yacimiento de hidrocarburos utilizando los modelos de doble continuo y fractura discreta.

Este proyecto expone el desarrollo del software para la resolución de problemas usando la ley de Darcy y la primera ley de la termodinámica. Asimismo, está basado en la adaptación de unas rutinas de cálculo elaboradas por el profesor Dr. David Alfredo Fuentes Díaz, cuyo objetivo es resolver problemas de naturaleza difusiva y convectiva en regímenes tanto estacionarios como transitorios.

En este documento, se explican las propiedades y las ecuaciones que rigen el comportamiento del flujo de fluidos en medios porosos con transferencia de calor, así como el procedimiento necesario para adaptar las rutinas de cálculo a este caso específico. Para validar los resultados arrojados por las simulaciones del software desarrollado, se utilizó el software COMSOL Multiphysics.

Finalmente, se comparan los resultados arrojados por los dos modelos, el de doble continuo y el de fractura discreta, y en el que se evidenció la discrepancia entre ellos.

* Universidad Industrial de Santander. Facultad de Ingenierías Físico-Mecánicas. Escuela de Ingeniería Mecánica.

ABSTRACT

TITLE: MODELING AND NUMERICAL SIMULATION OF THE FLUID FLOW WITH HEAT TRANSFER IN NATURAL FRACTURED POROUS MEDIA WITH THE CONTINUOUS DOUBLE MODELS AND DISCRETE FRACTURE.

AUTHORS: ANGIE DANIELA FUENTES RUEDA*

KEYWORDS: Porous media, Deposits, Darcy's Law, Heat Transfer, Fractures, Partial Differential Equations, Finite Volumes, Continuous Double, Discrete Fracture.

DESCRIPTION:

One of the main objectives of companies that extract oil is to find a way to increase the recovery factor. For this, studies of the effects of the different methods of improved recovery in the reservoir should be made and the behavior of the reservoir when it is subjected to different fluids, pressures, temperatures, etc.

This work aims to model and simulate the effects of fractures on the behavior of fluid flow and heat transfer in a scale model of a hydrocarbon deposit using the double continuous and discrete fracture models.

This project shows the development of software for problem solving using Darcy's law and the first law of thermodynamics. It is also based on the adaptation of calculation routines developed by Professor Dr. David Alfredo Fuentes Díaz, whose objective is to solve problems of diffusive and convective nature in both stationary and transient regimes.

In this document, the properties and equations that govern the behavior of fluid flow in porous media with heat transfer are explained, as well as the procedure necessary to adapt the calculation routines to this specific case. To validate the results produced by the simulations of the software developed, the COMSOL Multiphysics software was used.

Finally, the results of the two models, the double continuous and the discrete fracture, are compared, and in which the discrepancy between them was evidenced.

* Universidad Industrial de Santander. Facultad de Ingenierías Físico-Mecánicas. Escuela de Ingeniería Mecánica.

INTRODUCCIÓN

La simulación del flujo a través de medios porosos naturalmente fracturados teniendo en cuenta la transferencia de calor, permite simular los fenómenos que ocurren en un reservorio petrolífero a ciertas temperaturas, y controlar el comportamiento de las variables que influyen en este, en determinadas condiciones.

Un medio poroso se define como un material, generalmente un sólido, que contiene huecos (poros) interconectados entre ellos. Estos poros sirven como recipientes para diferentes fluidos, ya sean gases o líquidos. Ejemplo de un medio poroso, es un yacimiento, que es un cuerpo subsuperficial de roca sedimentaria con suficiente porosidad y permeabilidad para almacenar y transmitir fluidos.

Para la realización de simulaciones, se deben considerar las fracturas que pueden haberse formado en la roca porosa para obtener una idea más precisa de lo que sucede en un reservorio, ya que estas cambiarán la forma en que un fluido fluye a través de la roca. También se debe tener en cuenta la energía térmica que transportan estos fluidos y su interacción con la roca.

Dos modelos computacionales con los cuales se puede desarrollar la simulación son, el Modelo de Doble Continuo (DCM) y Modelo de Fractura Discreta (DFM). En el Modelo de Doble Continuo (DCM), se tiene un continuo para el fluido (el espacio de fractura) y un continuo para el sólido (la matriz). En el Modelo de Fractura Discreta (DFM), cada fractura se modela de manera explícita e individual utilizando cuadrículas cartesianas¹.

¹ LAMPE, Victor. Modelling Fluid Flow and Heat Transport in Fractured Porous Media. Tesis de Magister en Matemáticas Computacionales y Aplicadas. Bergen, Noruega: University of Bergen. Departameto de Matemáticas, 2013, p. 28.

En la Escuela de Ingeniería Mecánica de la Universidad Industrial de Santander, el análisis del flujo a través del medio poroso es un problema de interés que se ha venido estudiando; cabe mencionar el trabajo de grado realizado por Madiedo y Barrera (2018), quienes desarrollaron el cálculo del flujo a través del medio poroso en un medio uniforme bajo ciertas condiciones del fluido: fluido incompresible, mediamente incompresible y de compresibilidad constante ².

El estudio mencionado es un antecedente y base para el desarrollo del presente proyecto, que pretende a partir de dos modelos computaciones (doble continuo y fractura discreta) incorporar el efecto de las fracturas en la matriz sólida, por un lado, y el efecto de la transferencia de calor al modificar las propiedades del fluido, por el otro; y en el que se evidenció como resultado la discrepancia entre ellos. Para resolver las ecuaciones de convección-difusión pertinentes se utilizaron las rutinas de cálculo elaboradas, en el lenguaje de programación C++, por el profesor David Fuentes Díaz de la Escuela de Ingeniería Mecánica de la Universidad Industrial de Santander.

Este proyecto, y el que actualmente están desarrollando Daniel Stivenn y Javier Acevedo (estudiantes de Ingeniería Mecánica UIS), en el que se pretende hacer una caracterización computacional detallada de los reservorios, hacen parte del desarrollo general que se desea implementar en la tesis doctoral del estudiante Carlos Barrera.

² MADIEDO DEVIA, Juan Carlos y BARRERA DÍAZ, Carlos Daniel. Simulación De Flujo Monofásico De Fluidos En Medios Porosos Mediante La Implementación De La Ley De Darcy Y El Método De Volúmenes Finitos. Tesis de Pregrado en Ingeniería Mecánica. Bucaramanga, Colombia: Universidad Industrial de Santander. Escuela de Ingeniería Mecánica, 2018, 124 p.

1. DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

Según Amilkar Acosta (economista y ministro de Minas y Energía de Colombia en el año 2017), actualmente el factor de recobro de petróleo en el país, con respecto a la cantidad de crudo que queda en el yacimiento es en promedio del 19%. Se estima que, en total, Colombia tiene una reserva de 53.000 millones de barriles de crudo, de los cuales solo se ha logrado extraer el 17%. En otros países el factor de recobro ha alcanzado en promedio hasta un 35%³.

Uno de los principales objetivos de las empresas que extraen petróleo es encontrar la forma de aumentar este factor de recobro. Para esto se deben hacer estudios de los efectos de los diferentes métodos de recobro mejorado en el yacimiento y evaluar el comportamiento del yacimiento cuando es sometido a distintos fluidos, presiones, temperaturas, etc. Por esta razón existen las técnicas de recobro mejorado, que tienen el fin de aumentar lo más posible la cantidad de petróleo que se extrae del yacimiento por medio de la inyección de otro fluido para que empuje el crudo.

Estas técnicas de recobro mejorado muchas veces pueden ser perjudiciales para el ambiente, ya que se debe fracturar la roca e introducir fluidos a tan altas presiones que la roca puede llegar a fracturarse. Fracturar descontroladamente la roca hace que la estructura del subsuelo cambie y ocasiona el derrame de los fluidos que estaban contenidos anteriormente dentro de la roca y sus alrededores.

Realizar pruebas reales a escala de lo que pasa en estos medios porosos requiere de un alto costo en materiales ya que las pruebas tienden a ser repetitivas con el fin

³ ACOSTA, Amylkar. El Recobro Mejorado: La Tabla De Salvación. [Base de datos en línea]. Octubre 28 de 2017. La República. (Recuperado en 25 de enero de 2020). Disponible en <https://www.larepublica.co/analisis/amytkar-d-acosta-m-557896/el-recobro-mejorado-la-tabla-de-salvacion-2563661>

de obtener una mayor precisión, y muchas veces es difícil y no tan preciso medir las variables pertinentes dentro de estos medios.

Lo que se busca ahora con las nuevas tecnologías es crear herramientas que permitan evaluar el comportamiento de los fluidos, tanto desde la parte del movimiento del fluido como desde la parte térmica, dentro de los reservorios.

Es por esto, que en este trabajo se estudiaron dos modelos computacionales (doble continuo y fractura discreta) en el que cada uno representan de forma distinta un medio poroso fracturado, y se observó la discrepancia entre ellos. Finalmente, se analizó la importancia de las fracturas en el flujo de fluido y la transferencia de calor en los reservorios.

1.1 OBJETIVOS

1.1.1 Objetivo General

Modelar y simular los efectos de las fracturas en el comportamiento del flujo de fluido con procesos de transferencia de calor en un yacimiento de hidrocarburos utilizando los modelos de doble continuo y fractura discreta.

1.1.2 Objetivos Específicos

- Seleccionar el medio poroso y el fluido con los cuales se va a llevar a cabo el análisis.
- Establecer los modelos matemáticos que describen el medio poroso y el flujo de fluido a través de este.
- Desarrollar, por medio del método de volúmenes finitos, el esquema numérico que permita hallar la solución a los modelos matemáticos que caracterizan este medio.

- Verificar y validar los resultados con datos experimentales o numéricos que se encuentren en la literatura.

2. MODELO MATEMÁTICO

Un medio poroso se define como un material, generalmente un sólido, que contiene huecos (poros) interconectados entre ellos. Estos poros sirven como recipientes para diferentes fluidos. En la naturaleza, muy raramente se puede hablar de un medio no poroso, ya que cada objeto tiene incluso poros microscópicos.

Un yacimiento es un cuerpo subsuperficial de roca sedimentaria con suficiente porosidad y permeabilidad para almacenar y transmitir fluidos. Cada ambiente sedimentario tiene sus propios depósitos característicos y forma lo que se llaman facies sedimentarias. Las facies sedimentarias son un cuerpo de roca con características distintivas.

Para comprender el flujo de fluidos en medios porosos y la transferencia de calor en ellos es importante conocer las propiedades físicas que ayudan a definirlo y las leyes matemáticas que describen estos dos fenómenos.

A continuación, se muestran las leyes de conservación que describen el flujo de masa y la transferencia de calor en los medios porosos, así como las propiedades típicas de los yacimientos que se aplican a esas ecuaciones.

2.1 ECUACIONES DE CONSERVACIÓN

El modelado de flujo en medio poroso consiste en resolver una ecuación para el flujo del fluido que consiste en una ecuación de conservación de la masa. Como en este proyecto además se va a resolver la transferencia de calor entre el fluido y la matriz rocosa, se requieren la solución de dos ecuaciones de conservación de la energía, una ecuación netamente difusiva para la conservación de la energía de la

matriz y una ecuación de convección-difusión para la conservación de la energía del fluido.

Además de las ecuaciones de conservación, se requieren ecuaciones de cierre que determinarán las propiedades del fluido en función de la temperatura y las relaciones de acople entre las ecuaciones de conservación de energía.

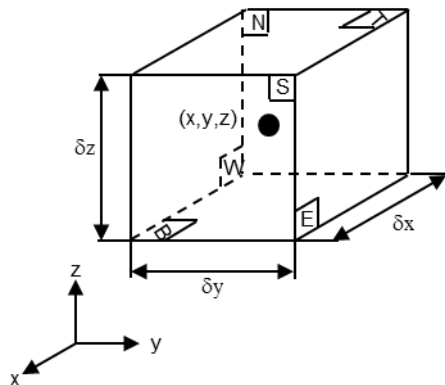
A continuación, se mostrará el desarrollo de cada una de estas ecuaciones.

2.1.1 Conservación de la masa

La ecuación de conservación de la masa en términos generales se puede expresar de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} & \text{flujo de masa que entra} - \text{flujo de masa que sale} \\ & = \text{variación de masa en el volumen de control} \end{aligned}$$

Figura 1. Volumen de control.



Fuente: David Fuentes.

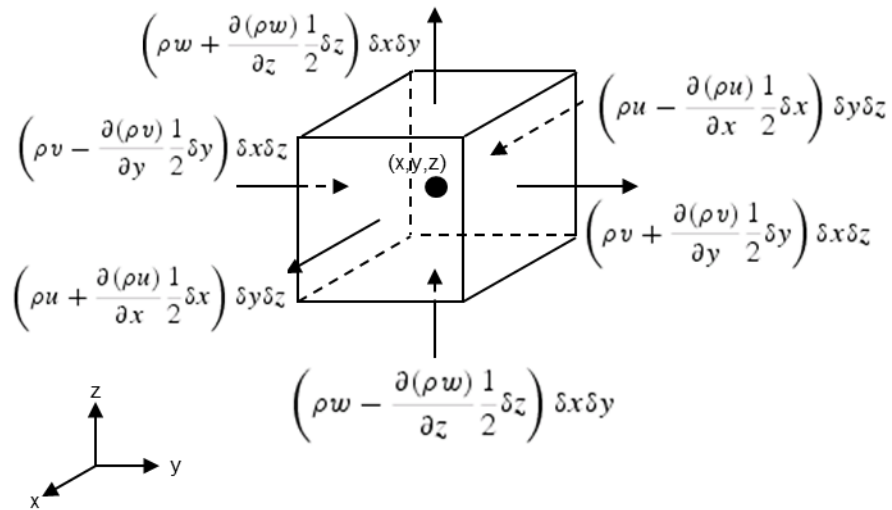
Se considera un volumen de control como el que se muestra en la Figura 1.

La masa que se acumula en el elemento se puede escribir como:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \delta x \delta y \delta z) = \frac{\partial \rho}{\partial t} \delta x \delta y \delta z \quad (1)$$

Donde $\frac{\partial \rho}{\partial t}$ es la velocidad de cambio de la densidad en el tiempo y $\delta x \delta y \delta z$ es el volumen del elemento.

Figura 2. Flujo de masas entrando y saliendo del elemento.



Fuente: David Fuentes.

El flujo neto de masa que cruza las fronteras del elemento está dado por el producto de la densidad, el área y la velocidad normal a la superficie. A partir de la Figura 2 se observa que el flujo másico a través del elemento es:

$$\begin{aligned} & (\rho u - \frac{\partial \rho u}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x) \delta y \delta z - (\rho u + \frac{\partial \rho u}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x) \delta y \delta z + (\rho v - \frac{\partial \rho v}{\partial y} \frac{1}{2} \delta y) \delta x \delta z \\ & - (\rho v + \frac{\partial \rho v}{\partial y} \frac{1}{2} \delta y) \delta x \delta z + (\rho w - \frac{\partial \rho w}{\partial z} \frac{1}{2} \delta z) \delta x \delta y - (\rho w \\ & + \frac{\partial \rho w}{\partial z} \frac{1}{2} \delta z) \delta x \delta y \end{aligned} \quad (2)$$

Donde los flujos que están dirigidos hacia el elemento producen un incremento de la masa dentro del elemento y por consiguiente tienen un signo positivo, mientras que los flujos que salen del elemento tienen un signo negativo y tienden a disminuir la masa dentro del volumen de control.

La velocidad de aumento de masa dentro del elemento (Figura 1) debe ser igual al flujo neto de masa que atraviesa sus fronteras (Figura 2). Todos los términos en la ecuación obtenida del balance de masa se agrupan y luego se dividen por $\delta x \delta y \delta z$, quedando sólo los términos de igual signo, de la cual se obtiene, y extendiendo a tres dimensiones:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0 \quad (3)$$

Lo anterior se puede expresar en una notación vectorial más compacta:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \vec{V}) = 0 \quad (4)$$

Donde $\frac{\partial \rho}{\partial t}$ es la velocidad de cambio de la densidad en el tiempo y $\rho \vec{V}$ es el flujo neto de masa que sale o entra al elemento a través de sus fronteras y se conoce como término convectivo.

2.1.2 Conservación de la energía

La primera ley de la termodinámica establece que la energía total de un sistema se conserva, lo cual se traduce a que el cambio de energía total en un volumen control es igual al flujo neto de calor dentro del elemento más el trabajo realizado sobre o hacia afuera del sistema⁴. Esto se puede escribir de la siguiente forma:

⁴ CENGEL, Yungus A. y BOLES, Michael A. Termodinámica. 7 ed. Mc. Graw-Hill, 2012. p. 72. ISBN 9780521191333.

*Flujo neto de calor dentro del elemento + Trabajo realizado sobre el elemento
= Cambio de energía dentro del elemento*

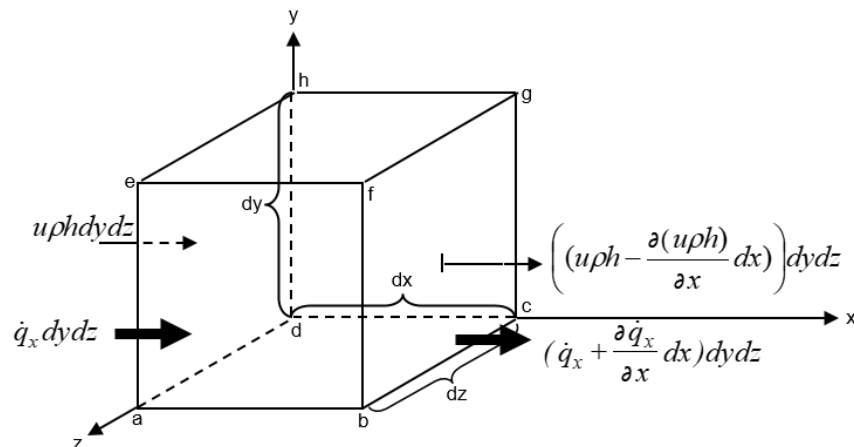
En el caso de transferencia de calor en medios porosos no se tienen fuerzas de cuerpo o superficie que afecten el elemento por lo que se asume que no entra ni sale trabajo del sistema.

Por lo tanto, el cambio de energía total en el sistema solamente es igual al flujo neto de calor dentro del elemento. Dado que el flujo neto de calor dentro del elemento es igual al flujo de calor que entra al elemento menos el flujo de calor que sale del elemento, la expresión general de la ecuación de conservación de energía en un medio poroso es:

$$\dot{Q}_{entra} - \dot{Q}_{sale} = \Delta E / \Delta t \quad (5)$$

Los flujos de calor se presentan debido al calentamiento volumétrico, tal como absorción o emisión de radiación, a la transferencia de calor a través de las superficies debido a gradientes de temperatura, por ejemplo, el caso de conducción térmica, y al transporte convectivo de energía en las fronteras del elemento.

Figura 3. Flujos de energía asociados a un elemento fluido que se mueve.



Fuente: David Fuentes.

Si se define q''' como la velocidad de adición de calor por unidad de volumen para un volumen de control estacionario mostrado en la Figura 3 de tamaño $dx dy dz$, se obtiene que:

$$\text{Calentamiento volumétrico dentro del elemento} = q''' dx dy dz \quad (6)$$

En la Figura 3, el calor transferido por conducción térmica entrando al elemento de fluido en movimiento a través de la cara *adhe* es $\dot{q}_x dy dz$, donde \dot{q}_x es el calor transferido en la dirección x por unidad de tiempo y unidad de área. El calor transferido hacia afuera del elemento a través de la cara *bcgf* es $[\dot{q}_x + (\partial\dot{q}_x/\partial x)dx]dy dz$. Entonces, el calor transferido neto en la dirección x dentro del elemento de fluido por conducción térmicas es:

$$\left[\dot{q}_x - \left(\dot{q}_x + \frac{\partial\dot{q}_x}{\partial x} dx \right) \right] dy dz = -\frac{\partial\dot{q}_x}{\partial x} dx dy dz \quad (7)$$

Teniendo en cuenta el calor transferido en las direcciones y y z a través de las otras caras en la Figura 3, se obtiene:

$$\begin{aligned} \text{Calentamiento del elemento de fluido por conducción} \\ = -\left(\frac{\partial\dot{q}_x}{\partial x} + \frac{\partial\dot{q}_y}{\partial y} + \frac{\partial\dot{q}_z}{\partial z} \right) dx dy dz \end{aligned} \quad (8)$$

Para la transferencia de calor convectiva se tiene en cuenta que los flujos que entran al volumen de control aumentan la energía del elemento, mientras que los flujos que salen disminuyen la energía del elemento. A partir del volumen mostrado en la Figura 3, el balance de energía convectiva está dado por:

$$\left[u\rho h - \left(u\rho h + \frac{\partial u\rho h_x}{\partial x} dx \right) \right] dy dz = -\frac{\partial u\rho h_x}{\partial x} dx dy dz \quad (9)$$

Donde h es la entalpia del medio.

La ecuación (7) se puede expresar de forma general por:

$$-\frac{\partial u \rho h_x}{\partial x} dx dy dz = \nabla \cdot (\rho u h) dx dy dz \quad (10)$$

Finalmente, el término a la izquierda de la ecuación (5) implica el cambio de energía en el elemento fluido con el tiempo. En la termodinámica clásica, generalmente se trabaja con sistemas estacionarios, en este caso, la energía que aparece en la formulación de la primera ley de la termodinámica es la energía interna.

Ahora, considerando un medio en movimiento, el término energía incluido en la ecuación (5) considera la energía producto del movimiento del elemento fluido. Entonces, el fluido tiene dos contribuciones a su energía:

1. La energía interna debido al movimiento molecular aleatorio, e (por unidad de masa).
2. La energía cinética debido al movimiento traslacional del elemento fluido.

En este caso se desprecia la energía cinética del fluido por lo que este término no se incluye en la ecuación.

Debido a que se está analizando un elemento fluido estático con respecto al flujo, el cambio de energía está determinado por:

$$\text{Cambio de energía dentro del elemento} = \frac{d(\rho e)}{dt} dx dy dz \quad (11)$$

Sumando las ecuaciones (6), (8) y (11) se obtiene la ecuación general de conservación de energía, mostrada a continuación:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho e}{\partial t} dx dy dz + \nabla \cdot (\rho \vec{V} h) dx dy dz \\ = q''' dx dy dz - \left(\frac{\partial \dot{q}_x}{\partial x} + \frac{\partial \dot{q}_y}{\partial y} + \frac{\partial \dot{q}_z}{\partial z} \right) dx dy dz \end{aligned} \quad (12)$$

Eliminando el volumen de ambos lados de la ecuación se obtiene la misma ecuación por unidad de volumen:

$$\frac{\partial \rho e}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho u h) = q''' - \nabla \cdot \vec{q} \quad (13)$$

2.2 FLUJO EN MEDIOS POROSOS

El flujo en medios porosos está descrito por la ley de Darcy. En 1856, el ingeniero francés Henry Darcy desarrolló una serie de experimentos, como el que se muestra en la Figura 4, relacionados con el flujo de agua a través de arena⁵.

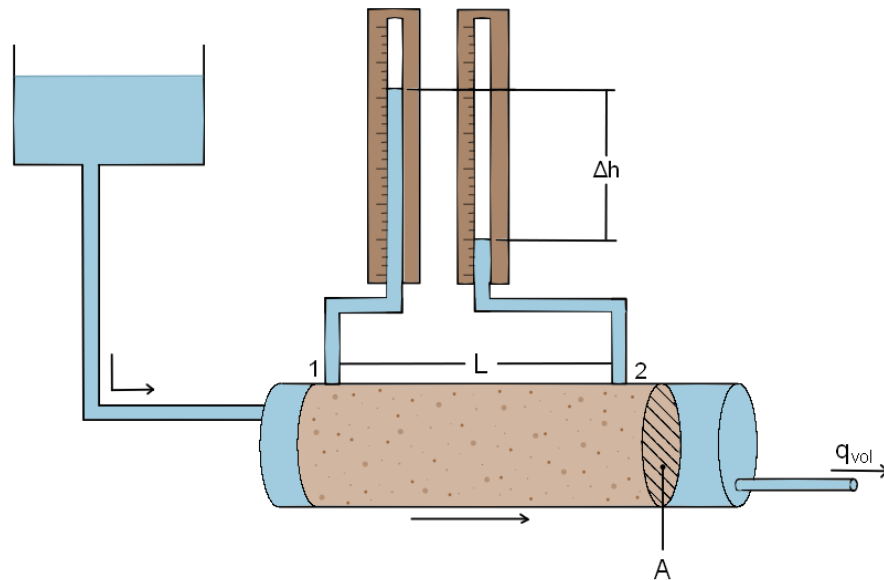
2.2.1 Ley De Darcy

Basado en los resultados de su experimento, Henry Darcy descubrió que el flujo volumétrico a través de un tubo es proporcional a la diferencia de cabeza hidráulica y al área de la sección transversal del tubo, e inversamente proporcional a la distancia entre los dos puntos de medición⁶.

⁵ SÁNCHEZ, F. Javier. Ley De Darcy: Conductividad Hidráulica. [Material de Clase]. Salamanca, España: Universidad de Salamanca, p. 1.

⁶ Ibíd., p. 2.

Figura 4. Experimento de Henry Darcy para flujo en medios porosos.



Fuente: Elaboración propia adaptada de Javier Sánchez⁷.

Si se denota la constante proporcional como k , se obtiene que la ley de Darcy se puede representar matemáticamente de la siguiente manera:

$$q_{vol} = k \frac{A * (h_{h2} - h_{h1})}{L} \quad (14)$$

La cabeza hidráulica, h_h , en un punto es una representación de la presión en ese punto, dada como:

$$h_h = \frac{P}{\rho g} + z \quad (15)$$

La constante proporcional k se conoce como la conductividad hidráulica. Representa la facilidad con la que un fluido puede pasar a través del medio poroso. La conductividad hidráulica se ve influenciada por cuatro factores: la viscosidad dinámica del fluido, su densidad, la gravedad y la propiedad transmisora del material

⁷ SÁNCHEZ, F. Javier. Ley De Darcy: Conductividad Hidráulica. [Material de Clase]. Salamanca, España: Universidad de Salamanca, p. 1.

a través del cual pasa el fluido. Esta última propiedad es la denominada permeabilidad hidráulica. De esta forma se puede expresar de manera matemática la conductividad hidráulica como:

$$k = K \frac{\rho g}{\mu} \quad (16)$$

Reemplazando las ecuaciones (15) y (16) en la ecuación (14), y dividiendo el flujo volumétrico en el área para obtener la velocidad, se obtiene la siguiente ecuación:

$$\vec{v} = -\frac{K}{\mu} (\nabla P - \rho g z) \quad (17)$$

Que es la denominada ley de Darcy. Esta es la ecuación que se resolvió en el trabajo de grado desarrollado por lo estudiantes Carlos Barrera y Juan Carlos Madiedo y es la que se usa para calcular el flujo de masa a través del medio poroso.

2.2.2 Permeabilidad

La permeabilidad está definida como la capacidad que tiene una roca para transportar un fluido. Si una formación rocosa tiene un sistema de poros en su mayoría conectados y deja pasar con facilidad un fluido por él, se dice que es un medio altamente permeable⁸.

La permeabilidad se puede definir matemáticamente por medio de la ley de Darcy, que se mencionó en la sección anterior.

La permeabilidad no es necesariamente la misma en todas las direcciones del medio. Esta puede tener un valor distinto en cada dirección, puede variar con cierta

⁸ DYRDAHL, Joachim. Thermal Flow in Fractured Porous Media and Operator Splitting. Tesis de Magister en Matemáticas. Trondheim, Noruega: Norwegian University of Science and Technology. Departamento de Ciencias Matemáticas, 2014, p. 10.

tendencia en cierto eje o incluso puede tener valores distintos en distintas áreas aleatorias del yacimiento.

Es por lo anterior que para cálculos matemáticos la permeabilidad es considerada un tensor y no un escalar, como se muestra en la ecuación (18). Debido a esto durante el trabajo se distinguirán tres permeabilidades: la permeabilidad en el eje x (K_x), la permeabilidad en el eje y (K_y) y la permeabilidad en el eje z (K_z).

$$K = \begin{pmatrix} K_x & 0 & 0 \\ 0 & K_y & 0 \\ 0 & 0 & K_z \end{pmatrix} \quad (18)$$

Las unidades de la permeabilidad en el Sistema Internacional son metros cuadrados (m^2), sin embargo, también se usan los miliDarcys (mD), en honor a Henry Darcy, científico que planteó la ley de Darcy para transporte de fluidos en medios porosos.

$$1 \text{ mD} = 9,86923 * 10^{-16} \text{ m}^2$$

La permeabilidad de los yacimientos por lo general varía entre los 0.5 mD para los yacimientos con el grano de partícula más fino⁹, y puede llegar a alcanzar los 1700 mD para los yacimientos con granos de partículas más gruesos o con más cavidades como fracturas¹⁰.

⁹ LAMPE, Victor. Modelling Fluid Flow and Heat Transport in Fractured Porous Media. Tesis de Magister en Matemáticas Computacionales y Aplicadas. Bergen, Noruega: University of Bergen. Departameto de Matemáticas, 2013, p. 8.

¹⁰ BOURBIE, Thierry; COUSSY, Oliver y ZINSZER, Bernard. Acoustics of Porous Media. París: Editions Technip, 1987. p. 39. ISBN 9780872010253.

2.2.3 Porosidad

La porosidad está definida como la capacidad que tiene una roca para almacenar fluido. Está definida como la relación entre el volumen total que ocupan los poros en la roca y el volumen total de la roca¹¹.

Se puede representar la porosidad matemáticamente de la siguiente manera:

$$\varphi = \frac{V_P}{V_M + V_P} = \frac{V_P}{V_T} \quad (19)$$

Donde V_P es el volumen total de los poros en el medio poroso, V_M es el volumen de la matriz sólida, sin poros, y V_T es el volumen total del medio, es decir, la suma del volumen vacío (poros) y la matriz sólida.

Ya que es una relación de volúmenes, varía entre 0 y 1, y no tiene dimensiones. Un cuerpo con baja porosidad, como el granito, tendrá una porosidad cercana a 0 y un cuerpo con alta porosidad, como una esponja, tendrá una porosidad cercana a 1¹².

Para yacimientos petrolíferos la porosidad varía entre 8% y 38%¹³.

¹¹ ECONOMIDES, Michael J. y NOLTE, Kenneth G. Reservoir Stimulation. 2 ed. John Wiley & Sons, 1989. p. 18. ISBN 9780471491927.

¹² DYRDAHL, Joachim. Thermal Flow in Fractured Porous Media and Operator Splitting. Tesis de Magister en Matemáticas. Trondheim, Noruega: Norwegian University of Science and Technology. Departamento de Ciencias Matemáticas, 2014, p. 10.

¹³ SCHEIDEGGER, Adrian E. The Physics of Flow through Porous Media. 3 ed. Vienna: University of Toronto Press, 1974. p. 13. ISBN 9781487582395.

2.2.4 Compresibilidad

Un fluido compresible es aquel cuya densidad cambia en el tiempo debido a cambios en su temperatura y presión. Un fluido incompresible es aquel cuya densidad no cambia con la presión.

Es común despreciar estos efectos para casos de estudio en medios porosos con una sola fase de agua líquida, que es lo que se hará en este trabajo. Por lo tanto, de aquí en adelante se considerará un flujo incompresible y se desprejarán los términos en las ecuaciones que representen la compresibilidad.

2.2.5 Propiedades de las fracturas

Una fractura puede ser definida como una discontinuidad que resulta de esfuerzos que exceden la resistencia a la ruptura de una roca¹⁴. Las fracturas son cavidades más grandes y alargadas que los poros dentro de la roca y actúan como conductos del fluido que está almacenado en los yacimientos.

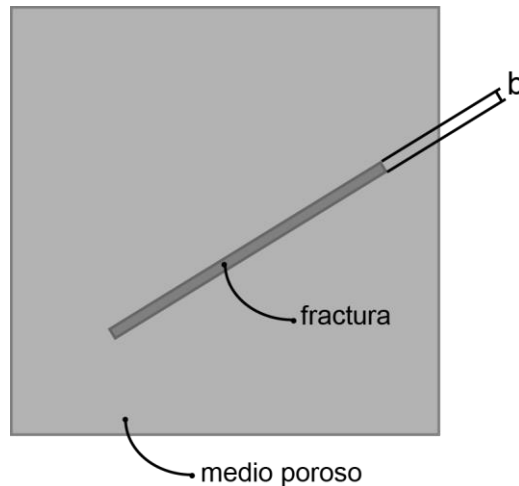
Las fracturas, al tener propiedades hidráulicas diferentes a las del resto de la roca, afectan la mecánica de un reservorio al crear vías por las que el fluido puede fluir o al crear barreras para prevenir el flujo de fluido a través de ellas¹⁵. Por ejemplo, justo en los puntos donde se encuentran las fracturas se tendría una porosidad de 1 y una permeabilidad mucha más alta que en el resto de la roca.

¹⁴ AGUILERA, Roberto y AGUILERA, Maria Silvia. Aspectos Geologicos Y De Ingenieria En Yacimientos Naturalmente Fracturados. En: Fuentes, el reventón energético. 2001. vol. 1, no. 1, p. 9-18.

¹⁵ DYRDAHL, Joachim. Thermal Flow in Fractured Porous Media and Operator Splitting. Tesis de Magister en Matemáticas. Trondheim, Noruega: Norwegian University of Science and Technology. Departamento de Ciencias Matemáticas, 2014, p. 10.

La permeabilidad de las fracturas depende del tamaño de la apertura. La apertura de las fracturas es la separación entre las dos paredes que forman la fractura. En este caso se nombra con la letra b como se muestra en la Figura 5.

Figura 5. Apertura de fractura.



El valor de la apertura normalmente se da en el orden de micras y su valor puede variar desde las 100 micras hasta las 1000 micras¹⁶.

En términos computacionales, se han creado aproximadamente una decena de modelos por los cuales pueden ser representadas las fracturas, con el fin de simular el flujo a través de ellas. Dos de estos modelos son el modelo de fractura discreta y el modelo de doble continuo. Estos modelos se diferencian en que uno muestra las fracturas de forma discreta y el otro promedia las propiedades del medio con las de las fracturas con el fin de obtener un medio homogéneo.

¹⁶ LAMPE, Victor. Modelling Fluid Flow and Heat Transport in Fractured Porous Media. Tesis de Magister en Matemáticas Computacionales y Aplicadas. Bergen, Noruega: University of Bergen. Departameto de Matemáticas, 2013, 105 p.

A continuación, se habla más detalladamente de estos dos modelos, que se implementaron en el trabajo.

2.2.6 Modelo de doble continuo

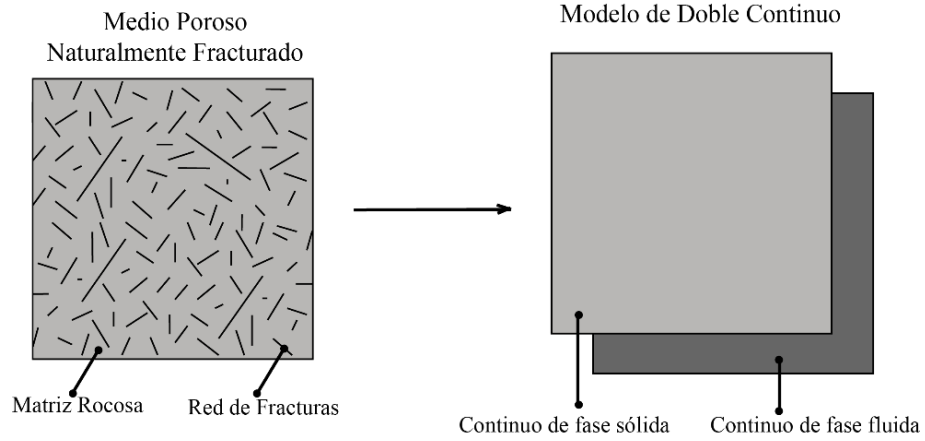
En el modelo de doble continuo (DCM por sus siglas en inglés, Dual Continuum Model) la matriz y la red de fracturas se tratan como dos continuos diferentes y separados que se superponen. En este modelo las fracturas no se describen de forma explícita, simplemente se implementan por medio de una homogenización del medio mediante un escalamiento promediado entre las propiedades de la matriz y las fracturas. Esto crea un continuo equivalente a un medio donde la fractura se muestra de forma discreta y explícita.

En este modelo se evalúa el comportamiento del flujo a través de ambos continuos, la fase sólida (matriz) y la fase fluida (fracturas), de manera separada. En cada continuo se tiene en cuenta la transferencia de masa y energía, de modo que cada continuo tiene sus propias ecuaciones de balance de masa y energía. Estas ecuaciones se unen por medio de un término de transferencia de calor entre los dos continuos¹⁷.

A continuación, en la Figura 6, se muestra una representación gráfica del modelo de doble continuo.

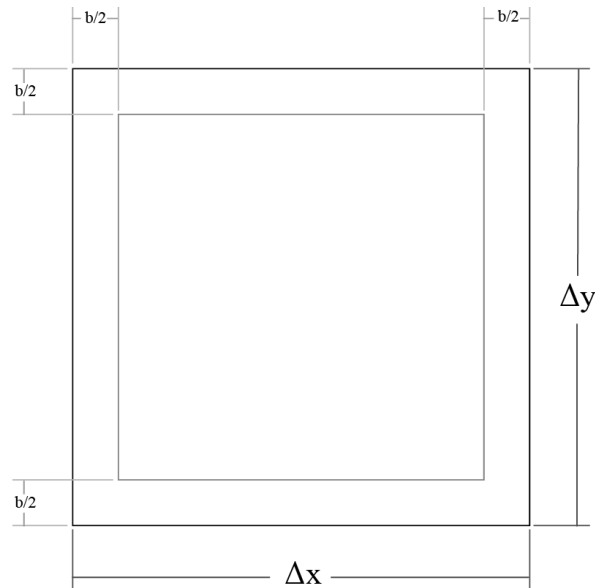
¹⁷ HAO, Yue; FU, Pengcheng y CARRIGAN, Charles R. Application of a Dual-Continuum Model for Simulation of Fluid Flow and Heat Transfer in Fractured Geothermal Reservoirs. En: 38th Workshop On Geothermal Reservoir Engineering (38: 13 de febrero de 2013: Standford, California). 2013. p. 462-469.

Figura 6. Modelo de fractura de doble continuo.



Para describir el proceso que se siguió para obtener el promedio de la porosidad, se tiene un elemento como el de la Figura 7. Se considera que todo el elemento se encuentra rodeado por fractura, sin embargo, el elemento no se particiona para expresar la fractura de manera discreta, solo se considera que ese es el espacio que ocuparía la fractura.

Figura 7. Elemento de malla del modelo de doble continuo.



Para hallar el promedio de la porosidad solo se necesita una ecuación debido a que la porosidad no es un tensor y es igual en todas las direcciones. El promedio de la porosidad puede ser obtenido multiplicando la porosidad de la fractura por el espacio que ocupa la fractura más la porosidad de la matriz por el espacio que ocupa la roca. Por lo tanto, el promedio de la porosidad es igual a:

$$\varphi = \frac{V_f \varphi_f + (V_t - V_f) \varphi_m}{V_t} \quad (20)$$

Donde V_f es el volumen del elemento que ocuparía la fractura y V_t es el volumen total del elemento. Para el caso en 2D estos valores son:

$$V_f = b\Delta x + b\Delta y - b^2 \quad (21)$$

$$V_t = \Delta x \Delta y \quad (22)$$

La permeabilidad se incluye en el cálculo del flujo más adelante, al hacer la discretización de las ecuaciones se observa que se agrega una resistencia hidráulica adicional al elemento correspondiente a la permeabilidad de la fractura.

2.2.7 Modelo de fractura discreta

El modelo de fractura discreta (DFM por sus siglas en inglés, Discrete Fracture Model) considera la geometría de las fracturas individuales haciendo necesario el mallado de estas de forma explícita¹⁸. El sistema es tratado de forma no homogénea

¹⁸ MOHAMMADI, H.; KHAKSAR MANSHAD, A. y MONTAZERI, G. H. A Reservoir Simulation Approach for Modeling of Naturally Fractured Reservoirs. En: Egyptian Journal of Petroleum. 2012. vol. 21, no. 2, p. 125-133.

ya que en las zonas de las fracturas se tienen propiedades distintas que en la zona de la matriz¹⁹.

Este modelo es más demandante, en términos de poder computacional, que el anterior debido a que contiene una malla más compleja y se tienen distintas propiedades del medio distribuidas a través de todo el sistema²⁰. Sin embargo, al tener en cuenta las fracturas de forma explícita, proveen una representación más realista de los medios porosos fracturados que el modelo de doble continuo²¹.

Es común que a menudo se considere, en el modelo de fractura discreta, que el fluido solo fluya por las fracturas y que no fluya por medio de los bloques de matriz rocosa. Es decir, el flujo pasa por una red de fracturas que no se comunica con el medio que la rodea. Sin embargo, modelos de fractura discreta más complejos toman en cuenta la interacción matriz-fractura ocasionando que se asuma que el fluido pasa, aunque en menor cantidad, por la matriz rocosa²².

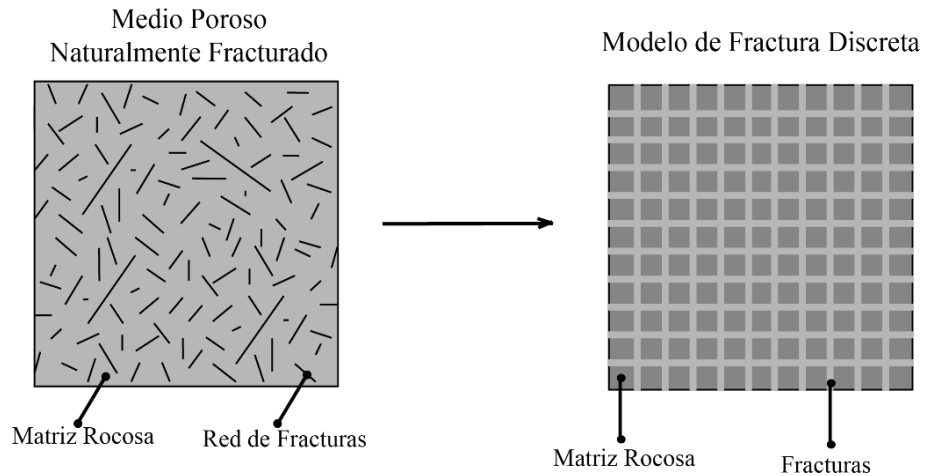
¹⁹ LAMPE, Victor. Modelling Fluid Flow and Heat Transport in Fractured Porous Media. Tesis de Magister en Matemáticas Computacionales y Aplicadas. Bergen, Noruega: University of Bergen. Departamento de Matemáticas, 2013, p. 27.

²⁰ *Ibíd.*, p. 28.

²¹ MOINFAR, Ali, et al. Development of a Coupled Dual Continuum and Discrete Fracture Model for the Simulation of Unconventional Reservoirs. En: Society of Petroleum Engineers - SPE Reservoir Simulation Symposium 2013 (2: 20 de febrero 2013: The Woodlands, Texas). 2013. p. 978-994.

²² JAFFRÉ, J.; MNEJJA, M. y ROBERTS, J. E. A Discrete Fracture Model for Two-Phase Flow with Matrix-Fracture Interaction. En: Procedia Computer Science. 2011. vol. 4, p. 967-973.

Figura 8. Modelo de fractura discreta.



2.3 TRANSFERENCIA DE CALOR

Se conocen tres métodos de transferencia de calor: conducción, convección y radiación. La radiación es la transferencia de calor que se da por el espacio por medio de ondas electromagnéticas. En este trabajo no se tendrá en cuenta la transferencia de calor por radiación, solo se tendrán en cuenta la transferencia de calor por conducción y por convección.

2.3.1 Conducción

La conducción es la transferencia de energía en los cuerpos que se da debido a las interacciones entre las partículas de estos. La conducción se puede dar entre gases, líquidos y sólidos. La rapidez o razón de la conducción de calor a través de un medio está gobernado por la ley de Fourier, en honor a J. Fourier, quien expresó que la razón de la conducción de calor a través de una capa plana es proporcional a la diferencia de temperatura a través de ésta y al área de transferencia de calor, pero

es inversamente proporcional al espesor de esa capa²³. En la dirección x esto se puede expresar como:

$$\dot{Q}_{cond_x} = k_t A \frac{T_1 - T_2}{\Delta x} = -k_t A \frac{\Delta T}{\Delta x} \quad (23)$$

O de forma diferencial por unidad de área:

$$\dot{q}_{cond_x} = -k_t \frac{\partial T}{\partial x} \quad (24.1)$$

Donde k_t es la conductividad térmica, que a partir de ahora se denota como el subíndice t para que no sea confundida con la conductividad hidráulica. El signo negativo aparece en la ecuación debido a que el gradiente de temperatura es negativo.

La ecuación (24.1) expresa el calor por unidad de área de un elemento solamente en la dirección x . Si se aplica lo mismo para todas las direcciones y y z , se obtiene:

$$\dot{q}_{cond_y} = -k_t \frac{\partial T}{\partial y} \quad (24.2)$$

$$\dot{q}_{cond_z} = -k_t \frac{\partial T}{\partial z} \quad (24.3)$$

Se usa la función gradiente para expresar la temperatura del elemento en todas las direcciones la ecuación toma la siguiente forma resumida:

$$\dot{q}_{cond} = -k_t \nabla T \quad (25)$$

²³ CENGEL, Yungus A. Transferencia De Calor Y Masa. 3 ed. Mc. Graw-Hill, 2007. 901 p. ISBN 9780470501979.

El valor típico de conductividad térmica de las rocas sedimentarias está alrededor de $1.5 \text{ W/m} \cdot \text{K}$, que es el que será usado en este trabajo²⁴.

2.3.2 Convección

La convección es el modo de transferencia de energía entre una superficie sólida y el líquido o gas adyacentes que están en movimiento y comprende los efectos combinados de la conducción y el movimiento de fluidos. En ausencia de cualquier movimiento masivo de fluido, la transferencia de calor entre una superficie sólida y el fluido adyacente es por conducción pura²⁵.

Se observa que la rapidez de la transferencia de calor por convección es proporcional a la diferencia de temperatura y se expresa de forma conveniente por la ley de enfriamiento de Newton como²⁶:

$$\dot{Q}_{conv} = h_{conv}A(T_s - T_{\infty}) \quad (26)$$

Donde h_{conv} es el coeficiente de transferencia de calor por convección, dado en $\text{W/m}^2\cdot\text{K}$, y depende de las propiedades térmicas del fluido y de la velocidad relativa entre ambos cuerpos. T_s y T_{∞} son las temperaturas de la superficie y el fluido respectivamente.

2.3.3 Energía interna

²⁴ THERMAL CONDUCTIVITY OF SELECTED MATERIALS AND GASES [Anónimo]. [En línea]. 2003. (Recuperado en 25 de enero de 2020). Disponible en https://www.engineeringtoolbox.com/thermal-conductivity-d_429.html

²⁵ CENGEL, Yungus A. Transferencia De Calor Y Masa. 3 ed. Mc. Graw-Hill, 2007. p. 356. ISBN 9780470501979.

²⁶ *Ibíd.*, p. 357.

El cambio en la energía interna de un cuerpo por unidad de masa puede ser calculada de la siguiente forma²⁷:

$$\Delta e = Cp\Delta T \quad (27)$$

O expresado de forma diferencial:

$$de = Cp dT \quad (28)$$

Donde e es la energía interna de un cuerpo por unidad de masa dada en J/kg y ρ es la densidad en kg/m³ y Cp es el calor específico a presión constante en J/kg·K.

Los valores típicos del calor específico de las rocas sedimentarias se encuentran entre los 930 y los 1000 J/kg · K²⁸ y por lo general la densidad de los yacimientos varía entre los 2300 y 2500 kg/m³²⁹.

2.3.4 Advección

Ya que se presenta un movimiento de fluido a través de la matriz rocosa, se debe tener en cuenta la transferencia de calor por advección. Esta transferencia de calor se refiere a la transferencia de calor por el transporte de una sustancia por movimiento masivo. La advección puede confundirse con el proceso más general de convección, pero la convección incluye la transferencia de energía tanto por el movimiento volumétrico del fluido global (advección) como por el movimiento

²⁷ CENGEL, Yunus A. y BOLES, Michael A. Termodinámica. 7 ed. Mc. Graw-Hill, 2012. 1009 p. ISBN 9780521191333.

²⁸ SPECIFIC HEAT OF SOLIDS [Anónimo]. [En línea]. 2003. (Recuperado en 25 de enero de 2020). Disponible en https://www.engineeringtoolbox.com/specific-heat-solids-d_154.html

²⁹ LAMPE, Victor. Modelling Fluid Flow and Heat Transport in Fractured Porous Media. Tesis de Magister en Matemáticas Computacionales y Aplicadas. Bergen, Noruega: University of Bergen. Departameto de Matemáticas, 2013, 105 p.

aleatorio de las moléculas del fluido (conducción o difusión)³⁰. La transferencia de calor debido a la advección es:

$$\dot{q}_{adv} = eV \quad (29)$$

Donde V es el flujo de volumen intrínseco, es decir, la velocidad de poro del fluido real.³¹

Se puede reemplazar la densidad de energía térmica interna para obtener una expresión más completa de la ecuación de la transferencia de calor por advección.

$$\dot{q}_{adv} = \rho C_p \vec{v} \cdot \nabla T \quad (30)$$

Que es el término que se encuentra sumado al término temporal a la izquierda de la ecuación (13), la ecuación transitoria de transferencia de calor para un fluido en movimiento.

2.4 ECUACIONES CONSOLIDADAS

Ahora que se conocen las propiedades y ecuaciones adicionales que describen el flujo con transferencia de calor en medios porosos se pueden reescribir las ecuaciones (4) y (13) agregando los términos que describen el flujo por estos medios para obtener las ecuaciones consolidadas de transferencia de calor y flujo de masa en medios porosos que se resolverán en este trabajo.

³⁰ INCROPERA, Frank P., et al. Fundamentals of Heat and Mass Transfer. 7 ed. John Wiley & Sons, 2011. 1048 p. ISBN 9780470501979.

³¹ LAMPE, Victor. Modelling Fluid Flow and Heat Transport in Fractured Porous Media. Tesis de Magister en Matemáticas Computacionales y Aplicadas. Bergen, Noruega: University of Bergen. Departameto de Matemáticas, 2013, 105 p.

A continuación, se muestran estas ecuaciones, y el proceso que se sigue para obtenerlas y finalmente se encuentra una ecuación general con la que se pueden describir todos problemas físicos mencionados anteriormente.

2.4.1 Flujo de masa en medios porosos

Para obtener una ecuación consolidada que represente el flujo de masa a través de medios porosos, se debe reemplazar la velocidad determinada por la ley de Darcy en la ecuación general de conservación de la masa (Ecuación (4)) y también se le debe agregar un término fuente. Al hacer esto se obtiene la siguiente expresión:

$$\nabla \left(\frac{\rho K}{\mu} (\nabla P - \rho g z) \right) = \frac{\partial \rho}{\partial t} + q_h \quad (31)$$

La cual es una ecuación de difusión debido a que solamente contiene un término difusivo (término a la izquierda de la ecuación) y no un término convectivo.

Además, es una ecuación transitoria por lo que contiene el tiempo. Sin embargo, en este trabajo se trata un problema incompresible por lo que se asume que la densidad es independiente de la presión y no varía en el tiempo. Por lo tanto, se puede eliminar el termino temporal de la ecuación para finalmente obtener la ecuación de conservación para flujo de masa incompresible en medios porosos.

$$\nabla \left(\frac{\rho K}{\mu} (\nabla P - \rho g z) \right) = q_h \quad (32)$$

2.4.2 Transferencia de calor en medios porosos

Para consolidar las ecuaciones de transferencia de calor se deben reemplazar las ecuaciones de transferencia de calor por conducción (ecuación (24.1)) y cambio de energía interna (ecuación (28)) en la ecuación (13).

$$\begin{aligned} \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\rho C_p \vec{v} \left(\frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial T}{\partial y} + \frac{\partial T}{\partial z} \right) \right) \\ = \rho q''' - \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(-k_t \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(-k_t \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(-k_t \frac{\partial T}{\partial z} \right) \right) \end{aligned} \quad (33)$$

Se resume la ecuación anterior reescribiendo la suma de las derivadas parciales en las distintas direcciones con la función gradiente y se expresa $\rho q'''$ como un término fuente S y se obtiene que:

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho C_p \vec{v} \cdot \nabla T) = q_t + k_t \nabla^2 T \quad (34)$$

Para consolidar las ecuaciones de transferencia de calor, para ambos la matriz rocosa y el fluido, se deben reemplazar las propiedades de la matriz y el fluido en la ecuación (34) para cada ecuación de transferencia de calor.

La transferencia de calor en la matriz no se da por medio de advección debido a que la matriz rocosa se encuentra en reposo mientras que el fluido es el que se traslada, por lo que el término de advección se elimina de la ecuación de transferencia de calor para la matriz.

El término fuente q_t corresponde a la transferencia de calor entre ambos medios, la cual se da por convección, por lo cual se reemplaza por la ecuación (26).

Por último, se le debe asignar la porción de volumen de la matriz a la ecuación de transferencia de calor de la matriz y la porción de volumen del fluido a la ecuación de transferencia del fluido. Esto se hace por medio de las porosidades, toda la fracción volumétrica porosa almacena el fluido y el resto del volumen es ocupado por la roca.

Finalmente se obtiene la ecuación de transferencia de calor de la fase sólida:

$$(1 - \varphi)\rho_m c_{p_m} \frac{\partial T_m}{\partial t} = (1 - \varphi)\nabla \cdot (k_{tm} \nabla T_m) - ah(T_m - T_f) \quad (35)$$

Y de la fase líquida:

$$(\varphi)\rho_f c_{p_f} \frac{\partial T_f}{\partial t} + \rho_f c_{p_f} \nabla T_f \cdot \vec{v} = (\varphi)\nabla \cdot (k_{tf} \nabla T_f) + ah(T_m - T_f) \quad (36)$$

Note que el subíndice m indica la matriz sólida y el subíndice f indica el fluido.

2.4.3 Ecuación diferencial general

Las ecuaciones generales que se usan en este trabajo para describir el movimiento de un fluido son la ecuación de continuidad (conservación de la masa) y la segunda ley de la termodinámica (conservación de la energía).

Un resumen de las ecuaciones diferenciales presentadas con anterioridad, indica que todas las variables dependientes de interés vistas obedecen a un principio de conservación generalizado.

Si la variable dependiente en la ecuación (34) se asume como Φ , esta ecuación se puede reescribir como:

$$M \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \nabla \cdot (\Psi \Phi \vec{v}) = S + \Gamma \nabla^2 \Phi \quad (37)$$

Donde Γ es la constante proporcional del término difusivo, Ψ es la constante proporcional del término convectivo, M es la constante proporcional del término temporal y S es el término fuente. El valor de estas constantes varía dependiendo del problema que se trate, ya sea de transferencia de calor, flujo de masa, transporte de especies químicas, etc.

La ecuación (37) es una ecuación general de convección-difusión ya que contiene tanto un término de difusión como un término de convección, la cual se usa para el cálculo de transferencia de calor para cuerpos que se encuentran en movimiento.

En la Tabla 1 se muestra el valor que toman las constantes y variables Γ , Ψ , M , S y Φ .

Tabla 1. Valores de constantes de la ecuación convección-difusión.

	Γ	Ψ	M	S	Φ	Ecuación
Conservación de la masa en estado estacionario	$\frac{\rho K}{\mu}$	0	0	q_h	$(P - \rho g z)$	$\nabla \left(\frac{\rho K}{\mu} (\nabla P - \rho g z) \right) = q_h$
Transferencia de calor de la matriz en reposo	k_t	0	$\rho C p$	q_t	T	$\rho C p \frac{\partial T}{\partial t} = q_t + k_t \nabla^2 T$
Transferencia de calor del fluido en movimiento	k_t	$\rho C p$	$\rho C p$	q_t	T	$\rho C p \frac{\partial T}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho C p \vec{v} \cdot \nabla T) = q_t + k_t \nabla^2 T$

3. MODELAMIENTO NUMÉRICO

Como se comentó en el capítulo anterior, la solución del flujo en medios porosos, teniendo en cuenta la transferencia de calor, consiste en la solución de la ecuación de la conservación de la masa, el cual el término de velocidad ha sido sustituido por la ley de Darcy, y dos ecuaciones de conservación de energía, una para el fluido y otra por la matriz porosa.

A continuación, se muestra la construcción de las formas discretas de las ecuaciones diferenciales presentadas, inicialmente de forma general y luego se indicarán las particularidades de cada problema resuelto.

3.1 DISCRETIZACIÓN DE LAS ECUACIONES

El método de volúmenes finitos consiste en construir unas ecuaciones algebraicas a partir de la aplicación del balance de una cantidad física en un volumen de control seleccionado, es decir la aplicación de unos principios de conservación como la conservación de la masa o de la energía.

3.1.1 Discretización de la ecuación general

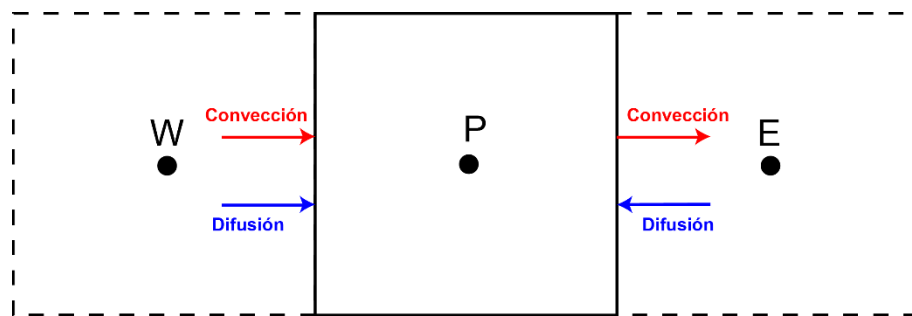
Como se mostró al final del Capítulo 2, la ecuación general de convección-difusión se presenta a continuación.

$$\nabla \cdot (\Gamma \nabla \Phi) + S = M \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \nabla \cdot (\Psi \Phi \cdot \vec{V}) \quad (38)$$

A continuación, se mostrará la discretización de esta ecuación para un volumen de control unidimensional para obtener una mejor comprensión.

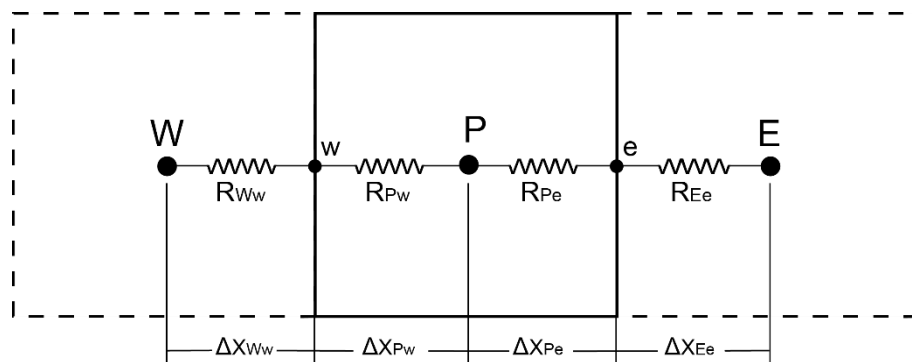
En un problema netamente difusivo se considera que todos los flujos entran a la celda que se está analizando. En un problema convectivo, sin embargo, la velocidad y la dirección del flujo afectan el comportamiento del modelo, por lo que se considera que todos los flujos convectivos van en la dirección del gradiente de la variable que se está analizando. Este comportamiento se muestra, de forma esquemática, en la Figura 9.

Figura 9. Flujo convectivo y difusivo hacia una celda.



A continuación, en la Figura 10, se muestra un esquema de las resistencias usadas en la discretización del término difusivo entre un elemento de la malla (P) y sus vecinos para un volumen de control unidimensional.

Figura 10. Resistencias térmicas entre los elementos de la malla.



Discretizando la variable Φ en la ecuación (38) para un volumen de control como el que se muestra en la Figura 10, se obtiene que:

$$\frac{\Phi_W - \Phi_P}{\sum R_{WP}} + \frac{\Phi_E - \Phi_P}{\sum R_{EP}} + F_w \Phi_w - F_e \Phi_e = M \frac{\Phi^{n+1} - \Phi^n}{\Delta t} - S \quad (39)$$

La constante M es igual a $\rho C p$ para el caso de transferencia de calor, sin embargo, obtiene un valor diferente dependiendo del problema que se esté resolviendo.

F es el coeficiente convectivo que para el caso de transferencia de calor es:

$$F_w = \dot{m}_w C p \quad (40.1)$$

$$F_e = \dot{m}_e C p \quad (40.2)$$

Donde \dot{m} es el flujo de masa transversal a la cara del elemento y es igual a

$$\dot{m} = \rho \vec{V} \cdot \vec{A} \quad (41)$$

La sumatoria de las resistencias en el lado difusivo de la ecuación corresponde a las dos resistencias que se encuentran entre el punto P y su vecino:

$$\sum R_{WP} = R_{Ww} + R_{Pw} \quad (42.1)$$

$$\sum R_{EP} = R_{Pe} + R_{Ee} \quad (42.2)$$

El valor de estas resistencias es igual a

$$R_{Pe} = \frac{\Delta x_{Pe}}{\Gamma_P A_{PE}} \quad (43.1)$$

$$R_{Ee} = \frac{\Delta x_{Ee}}{\Gamma_E A_{PE}} \quad (43.2)$$

$$R_{Pw} = \frac{\Delta x_{Pw}}{\Gamma_P A_{PW}} \quad (43.3)$$

$$R_{Ww} = \frac{\Delta x_{Ww}}{\Gamma_W A_{PW}} \quad (43.4)$$

Donde, como ya se mencionó antes, Γ es la constante difusiva del problema.

La ecuación (39) se puede reescribir de la siguiente manera:

$$D_{WP}(\Phi_W - \Phi_P) + D_{EP}(\Phi_E - \Phi_P) + F_w \Phi_w - F_e \Phi_e = M \frac{\Phi^{n+1} - \Phi^n}{\Delta t} - S \quad (44)$$

Donde

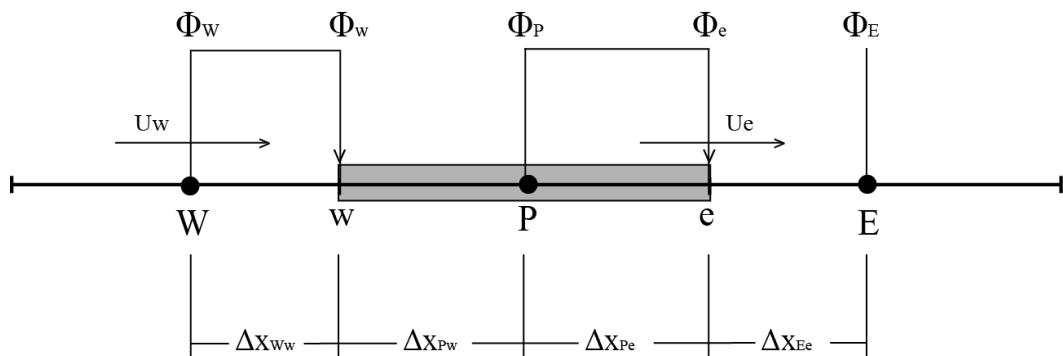
$$D_{EP} = \frac{1}{R_{Pe} + R_{Ee}} \quad (45.1)$$

$$D_{WP} = \frac{1}{R_{Pw} + R_{Ww}} \quad (45.2)$$

Φ_w y Φ_e son los valores de la variable dependiente en las caras w y e respectivamente. Sin embargo, estas variables son desconocidas y no pueden ser halladas resolviendo la ecuación. Por lo tanto, se han planteado distintos esquemas para suponer el valor de estas variables.

El esquema que se usó en el trabajo fue el esquema Upwind. Este esquema asume que el valor de la variable en el centro del elemento es empujado por el flujo, lo que hace que el valor en la cara del elemento sea igual al valor en el centro del elemento anterior, dependiendo de la dirección del flujo. Esto se puede observar en la Figura 11, donde se muestra cómo se usa el esquema Upwind cuando el flujo va hacia la derecha.

Figura 11. Esquema Upwind.



Por lo que en este caso:

$$\Phi_w = \Phi_W \quad (46.1)$$

$$\Phi_e = \Phi_P \quad (46.2)$$

Reemplazando esto en la ecuación (44), se obtiene:

$$D_{WP}(\Phi_W - \Phi_P) + D_{EP}(\Phi_E - \Phi_P) + F_w\Phi_W - F_e\Phi_P = M \frac{\Phi^{n+1} - \Phi^n}{\Delta t} - S \quad (47)$$

Y reorganizando:

$$\begin{aligned} D_{WP}\Phi_W - D_{WP}\Phi_P + D_{EP}\Phi_E - D_{EP}\Phi_P + F_w\Phi_W - F_e\Phi_P \\ = M \frac{\Phi^{n+1}}{\Delta t} - M \frac{\Phi^n}{\Delta t} - S \end{aligned} \quad (48)$$

Si se reagrupan los términos se puede expresar como:

$$\Sigma(a_{nb}\Phi_{nb}) - a_p\Phi_p = M \frac{\Phi^{n+1}}{\Delta t} - M \frac{\Phi^n}{\Delta t} + S \quad (49)$$

Donde $\Sigma(a_{nb}\Phi_{nb})$ es la sumatoria del producto entre el coeficiente y la variable dependiente de los vecinos del elemento P y a_p es la sumatoria de los coeficientes que acompañan a todos los términos Φ_p .

$$\Sigma(a_{nb}\Phi_{nb}) = D_{WP}\Phi_W + D_{EP}\Phi_E + F_w\Phi_W \quad (50)$$

$$a_p = D_{WP} + D_{EP} + F_e \quad (51)$$

Debido a que la ecuación no es estacionaria sino transitoria, se debe decidir en qué tiempo se considera que se encuentra la variable Φ en los distintos puntos del lado izquierdo de la ecuación (48).

Por ahora se pueden considerar dos opciones: que la variable ϕ se encuentra en el tiempo actual (esquema explícito) o que el valor de la variable ϕ se encuentra en el tiempo siguiente (esquema implícito).

Si se considera que la variable ϕ se encuentra en el tiempo actual, se puede reescribir la ecuación (48) como se muestra a continuación:

$$\begin{aligned} a_{WP}\phi_W^n - a_{WP}\phi_P^n + a_{EP}\phi_E^n - a_{EP}\phi_P^n + F_w\phi_W^n - F_e\phi_P^n \\ = M \frac{\phi^{n+1}}{\Delta t} - M \frac{\phi^n}{\Delta t} - S \end{aligned} \quad (52)$$

Donde n es el tiempo.

Si se reorganiza esta ecuación para expresarla de la misma forma que la ecuación (49) se obtiene:

$$\Sigma(a_{nb}\phi_{nb}^n) - a_p\phi_p^n = M \frac{\phi^{n+1}}{\Delta t} - M \frac{\phi^n}{\Delta t} + S \quad (53)$$

Este esquema se denomina explícito porque solo hay un término que se encuentra en el tiempo siguiente por lo que puede ser fácilmente despejado y expresado explícitamente.

De manera análoga, si se considera que la variable ϕ se encuentra en el tiempo siguiente, las ecuaciones (52) y (53) se reescriben como se muestra a continuación:

$$\begin{aligned} a_{WP}\phi_W^{n+1} - a_{WP}\phi_P^{n+1} + a_{EP}\phi_E^{n+1} - a_{EP}\phi_P^{n+1} + F_w\phi_W^{n+1} - F_e\phi_P^{n+1} \\ = M \frac{\phi^{n+1}}{\Delta t} - M \frac{\phi^n}{\Delta t} - S \end{aligned} \quad (54)$$

$$\Sigma(a_{nb}\Phi_{nb}^{n+1}) - a_p\Phi_p^{n+1} = M\frac{\Phi^{n+1}}{\Delta t} - M\frac{\Phi^n}{\Delta t} + S \quad (55)$$

Este esquema se denomina implícito porque, al haber más términos en la ecuación en el tiempo siguiente, la variable Φ^{n+1} no se puede despejar tan fácilmente y se encuentra de forma implícita dentro de la ecuación.

En resumen, cuando todos los términos al lado izquierdo de la ecuación se consideran en el tiempo actual, se tiene el esquema temporal explícito. Cuando todos los términos al lado izquierdo de la ecuación se consideran en el tiempo siguiente, se tiene el esquema temporal implícito.

Para crear un esquema general de lo que se dijo anteriormente, se expresa la variable Φ particionada entre el tiempo actual y el tiempo siguiente, por medio de una constante θ como se muestra a continuación:

$$\Phi = (1 - \theta)\Phi^{n+1} + \theta\Phi^n \quad (56)$$

De modo que cuando θ es cero, $\Phi = \Phi^{n+1}$ y se tiene el esquema implícito y cuando θ es 1, $\Phi = \Phi^n$ y se tienen el esquema explícito.

También se puede interpolar entre ambos tiempos por igual. Este esquema se llama el esquema de Crank-Nicolson.

Resumiendo, los valores de θ correspondientes a cada esquema son:

$$\theta = \begin{cases} 0 & \text{Implícito} \\ 1 & \text{Explícito} \\ 0.5 & \text{Crank - Nicolson} \end{cases}$$

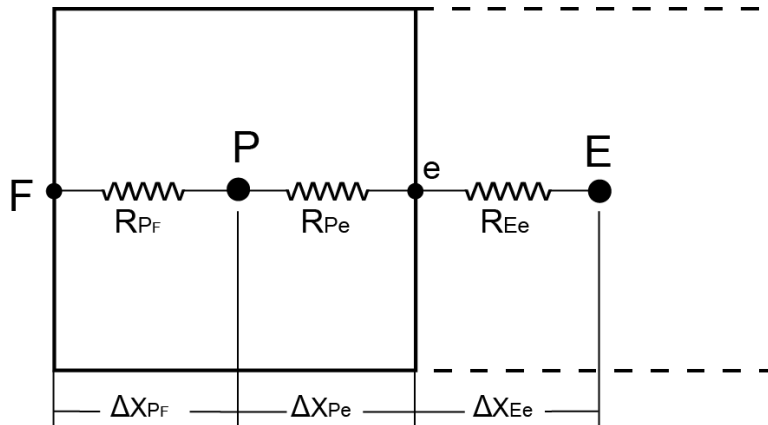
Teniendo en cuenta esto se puede crear una versión general de la ecuación (49) en función de θ que se muestra a continuación:

$$\begin{aligned} & \Sigma[a_{nb} * ((1 - \theta)\phi_{nb}^{n+1} + \theta\phi_{nb}^n)] - a_p * ((1 - \theta)\phi_p^{n+1} + \theta\phi_p^n) \\ & = M \frac{\phi^{n+1}}{\Delta t} - M \frac{\phi^n}{\Delta t} + S \end{aligned} \quad (57)$$

3.1.2 Condiciones de frontera

Existen distintos tipos de elementos en cuanto a la discretización se trata. Hay elementos internos y elementos de frontera. Los elementos internos son como los mostrados en la Figura 10. Sin embargo, los elementos de frontera, como el de la Figura 12, no intercambian calor o flujo con otro elemento en todas sus caras, sino que en algunas caras intercambian calor o flujo con las fronteras.

Figura 12. Elemento de frontera.



Existen tres condiciones de frontera, sin embargo, en este trabajo solo se usarán dos, debido a que en este estudio no se presentan problemas que contengan fronteras donde haya transferencia de calor por convección.

Por consiguiente, los comportamientos en el borde del elemento que se pueden diferenciar son³²:

- **Condición Dirichlet**

En este tipo de condición de frontera, se conoce el valor de ϕ en la frontera. En este caso, el término de la ecuación discretizada en la dirección donde está la frontera quedaría:

$$D_{FP}\phi_F - D_{FP}\phi_P + D_{EP}\phi_E - D_{EP}\phi_P + F_f\phi_F - F_e\phi_P = M\frac{\phi^{n+1}}{\Delta t} - M\frac{\phi^n}{\Delta t} - S \quad (58)$$

Donde D_{FP} es el coeficiente difusivo en la frontera, ϕ_F es el valor de ϕ_F en la frontera y F_f es el coeficiente con convectivo en la frontera.

Se reagrupan todos los términos conocidos al lado derecho de la ecuación y así la ecuación (58) se puede reescribir como:

$$-D_{FP}\phi_P + D_{EP}\phi_E - D_{EP}\phi_P - F_e\phi_P = M\frac{\phi^{n+1}}{\Delta t} - M\frac{\phi^n}{\Delta t} - S - D_{FP}\phi_F - F_f\phi_F \quad (59)$$

Reagrupando los términos conocidos se obtiene que:

$$Sp = D_{FP} \quad (60)$$

$$Su = D_{FP}\phi_F + F_f\phi_F \quad (61)$$

$$a_p = \Sigma a_{nb} + Sp \quad (62)$$

De forma general, la ecuación (59) se puede escribir como:

³² MÖNKEBERG, Fabian. Finite Volume Methods for Fluid Flow in Porous Media. Tesis de Pregrado. Zürich, Suiza: ETH Zürich, 2012, 48 p.

$$\Sigma(a_{nb}\Phi_{nb}) - (\Sigma a_{nb} + S_p)\Phi_p = M \frac{\Phi^{n+1}}{\Delta t} - M \frac{\Phi^n}{\Delta t} + S - Su \quad (63)$$

Al aplicar las condiciones de frontera, el valor S_p se le suma a los términos de la diagonal principal de la respectiva matriz, mientras que S_u se suma al vector de términos independientes. El término correspondiente al vecino donde está la frontera no se impone.

- **Condición Neumann**

En este tipo de condición de frontera se especifica el gradiente de la variable de análisis en la frontera. Se tiene que en general el flujo por unidad de área de una variable en la frontera es proporcional al gradiente de la variable. En este tipo de condición de frontera, el término de la ecuación del elemento límite en la dirección del contorno, es:

$$\dot{Q} = \dot{q}_o A \quad (64)$$

A la ecuación general de transferencia de calor se le suma este término y se pasa al lado izquierdo de la ecuación al ser un valor conocido. Reagrupando la ecuación como se hizo con la condición de Dirichlet se obtiene que:

$$\Sigma(a_{nb}\Phi_{nb}) - \Sigma a_{nb}\Phi_p = M \frac{\Phi^{n+1}}{\Delta t} - M \frac{\Phi^n}{\Delta t} + S - \dot{q}_o A \quad (65)$$

En este caso:

$$S_p = 0 \quad (66)$$

$$Su = \dot{q}_o A \quad (67)$$

De esta forma, el término \dot{Q} se le adiciona al vector de términos independientes para el problema respectivo.

Se muestra un resumen de los valores que toman las variables de las condiciones de frontera en la ecuación (63) en la Tabla 2.

Tabla 2. Valores de constantes de la ecuación general para las condiciones de frontera.

Condición de frontera	S_p	S_u
Dirichlet	D_{FP}	$D_{FP}\Phi_F + F_f\Phi_F$
Neumann	0	$\dot{q}_o A$

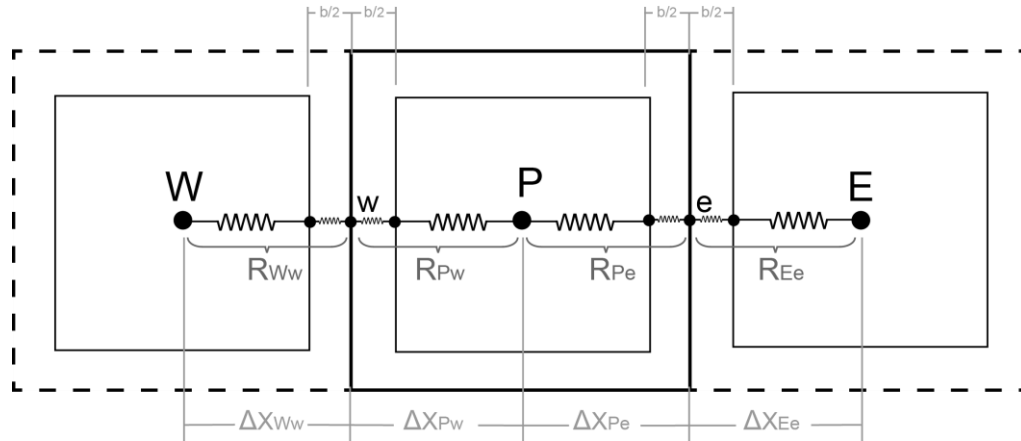
En los casos de problemas netamente difusivos el valor de S_u se convierte en $D_{FP}\Phi_F$ debido a que F_f es igual a 0.

3.1.3 Casos particulares

Debido a que en este trabajo se pretende calcular el flujo a través de las fracturas del medio poroso, a la discretización anteriormente realizada se le deben agregar las resistencias hidráulicas de las fracturas.

Para hacer esto se considera un elemento bidimensional rodeado de fracturas como el que se muestra en la Figura 13.

Figura 13. Volumen de control unidimensional que contiene fracturas.



Se puede observar que ahora la suma de las resistencias hidráulicas del punto W al punto P contienen las resistencias hidráulicas de las fracturas. De modo que las resistencias mostradas en la Figura 13 ahora toman los siguientes valores.

$$R_{Ww} = R_{Wf} + R_{fw} \quad (68.1)$$

$$R_{Pw} = R_{wf} + R_{fp} \quad (68.2)$$

$$R_{Pe} = R_{pf} + R_{fe} \quad (68.3)$$

$$R_{Ee} = R_{ef} + R_{fE} \quad (68.4)$$

Donde los subíndices f corresponden a la frontera de la fractura. Sustituyendo los valores de las ecuaciones mostradas, las ecuaciones anteriores pueden ser escritas como:

$$R_{Ww} = \frac{\Delta x_{Ww} - b/2}{\Gamma_w A_{PW}} + \frac{b/2}{\Gamma_f A_{PW}} \quad (69.1)$$

$$R_{Pw} = \frac{\Delta x_{Pw} - b/2}{\Gamma_p A_{Pw}} + \frac{b/2}{\Gamma_f A_{Pw}} \quad (69.2)$$

$$R_{Pe} = \frac{\Delta x_{Pe} - b/2}{\Gamma_p A_{Pe}} + \frac{b/2}{\Gamma_f A_{Pe}} \quad (69.3)$$

$$R_{Ee} = \frac{\Delta x_{Ee} - b/2}{\Gamma_E A_{PE}} + \frac{b/2}{\Gamma_f A_{PE}} \quad (69.4)$$

Donde Γ_f es el coeficiente difusivo de las fracturas y el igual a:

$$\Gamma_f = \frac{\rho K_f}{\mu} \quad (70)$$

Donde K_f es la permeabilidad de las fracturas. De este modo, se implementa la permeabilidad de las fracturas en la ecuación de flujo de masa en medios porosos. Estas ecuaciones se escriben así completas en el programa de cálculo y cuando no hay fracturas, $b = 0$ por lo que esa parte de la resistencia hidráulica no se tiene en cuenta.

3.1.4 Solución del sistema de ecuaciones lineales

Finalmente, para resolver el sistema de ecuaciones lineales, se deben enumerar los elementos y reemplazar los coeficientes por el número correspondiente a cada elemento en cada una de las ecuaciones discretizadas. Así, cada ecuación queda de la siguiente manera:

$$a_1^m \Phi_1 + a_2^m \Phi_2 + \dots + a_{n-1}^m \Phi_{n-1} + a_n^m \Phi_n = S_m \quad (71)$$

De manera que, a_n^m es una constante que representa al coeficiente que acompaña al elemento n para la ecuación m y S_m es el término independiente para la ecuación m , donde $a_n^m \wedge S_m \in \mathbb{R}$. Estos coeficientes se organizan en una matriz denominada matriz de coeficientes $[M]$, tal que:

$$[M] = \begin{bmatrix} a_1^1 & a_2^1 & \cdots & a_{n-1}^1 & a_n^1 \\ a_1^2 & a_2^2 & \cdots & a_{n-1}^2 & a_n^2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ a_1^{m-1} & a_2^{m-1} & \cdots & a_{n-1}^{m-1} & a_n^{m-1} \\ a_1^m & a_2^m & \cdots & a_{n-1}^m & a_n^m \end{bmatrix}$$

De igual manera se debe definir un vector de variables $[V]$ que esté compuesto por el valor de Φ para cada uno de los elementos y un vector de términos independientes $[S]$ que contiene el valor del término independiente para cada una de las ecuaciones. Así:

$$[V] = \begin{bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \\ \vdots \\ \Phi_{n-1} \\ \Phi_n \end{bmatrix} \quad [S] = \begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ \vdots \\ S_{n-1} \\ S_n \end{bmatrix}$$

Luego, para resolver de forma genérica este sistema de ecuaciones lineales por el método de inversión de matrices, se plantea la siguiente operación de matrices:

$$[M] * [V] = [S] \quad (72)$$

De modo que:

$$\begin{bmatrix} a_1^1 & a_2^1 & \cdots & a_{n-1}^1 & a_n^1 \\ a_1^2 & a_2^2 & \cdots & a_{n-1}^2 & a_n^2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ a_1^{m-1} & a_2^{m-1} & \cdots & a_{n-1}^{m-1} & a_n^{m-1} \\ a_1^m & a_2^m & \cdots & a_{n-1}^m & a_n^m \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \\ \vdots \\ \Phi_{n-1} \\ \Phi_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ \vdots \\ S_{n-1} \\ S_n \end{bmatrix}$$

Por último, dada la definición de matriz inversa de $[M]$, $[M]^{-1}$, se calcula el vector solución realizando, de forma conceptual, la operación matricial:

$$[V] = [S] * [M]^{-1} \quad (73)$$

Los valores obtenidos en el vector $[V]$, son la magnitud de la propiedad ϕ en cada uno de los elementos definidos en la malla.

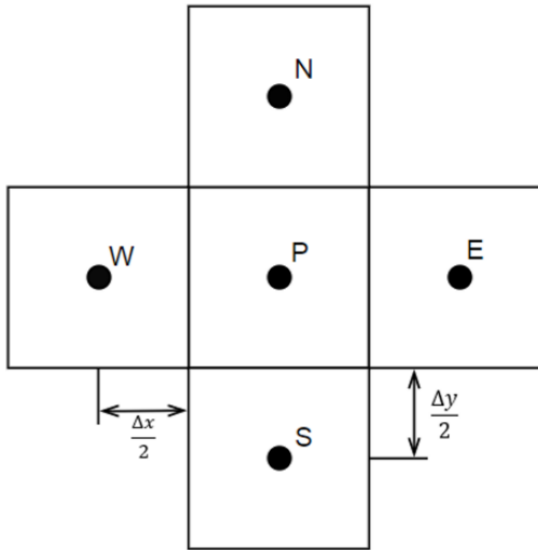
3.2 MALLADO

En las secciones anteriores se discretizaron las ecuaciones de flujo de masa y transferencia de calor para un volumen de control unidimensional con el fin de hacer la discretización más sencilla, sin embargo, las simulaciones que se desarrollaron en este trabajo con simulaciones en 2D, por lo que es necesario mostrar el tipo de malla que se usó para resolver las ecuaciones anteriores.

En todas las simulaciones se usará una malla estructurada, es decir, una malla de elementos cuadriláteros de cuatro lados para los problemas en 2D y de seis lados para los problemas en 3D.

La nomenclatura de los elementos para el caso de 2 dimensiones será la mostrada en la Figura 14. El elemento central y el que se está analizando será nombrado el elemento P. Su vecino inferior es el elemento S (south), su vecino derecho es E (east), su vecino superior es N (north) y su vecino izquierdo es W (west).

Figura 14. Elementos de malla bidimensional.

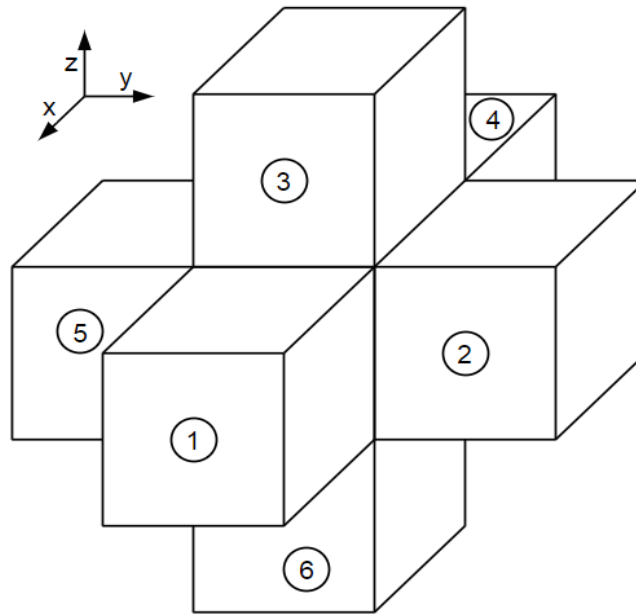


Fuente: J. Madiedo Devia y C. Barrera Díaz ³³.

Para casos de simulación tridimensional, el elemento central también es llamado P y tiene seis elementos vecinos que están enumerados como se muestra en la Figura 15.

³³ MADIEDO DEVIA, Juan Carlos y BARRERA DÍAZ, Carlos Daniel. Simulación De Flujo Monofásico De Fluidos En Medios Porosos Mediante La Implementación De La Ley De Darcy Y El Método De Volúmenes Finitos. Tesis de Pregrado en Ingeniería Mecánica. Bucaramanga, Colombia: Universidad Industrial de Santander. Escuela de Ingeniería Mecánica, 2018, 124 p.

Figura 15. Elementos de malla tridimensional.



Fuente: J. Madiedo Devia y C. Barrera Díaz ³⁴.

Sin embargo, el tamaño de los elementos de la malla es diferente para el modelo de doble continuo y para el modelo de fractura discreta. Con el fin de representar las fracturas más finas posibles, la malla del modelo de fractura discreta es mucho más fina que la malla del modelo de doble continuo. Esta es la única diferencia que se presenta entre las mallas de ambos modelos.

³⁴ MADIEDO DEVIA, Juan Carlos y BARRERA DÍAZ, Carlos Daniel. Simulación De Flujo Monofásico De Fluidos En Medios Porosos Mediante La Implementación De La Ley De Darcy Y El Método De Volúmenes Finitos. Tesis de Pregrado en Ingeniería Mecánica. Bucaramanga, Colombia: Universidad Industrial de Santander. Escuela de Ingeniería Mecánica, 2018, 124 p.

4. PROGRAMACIÓN

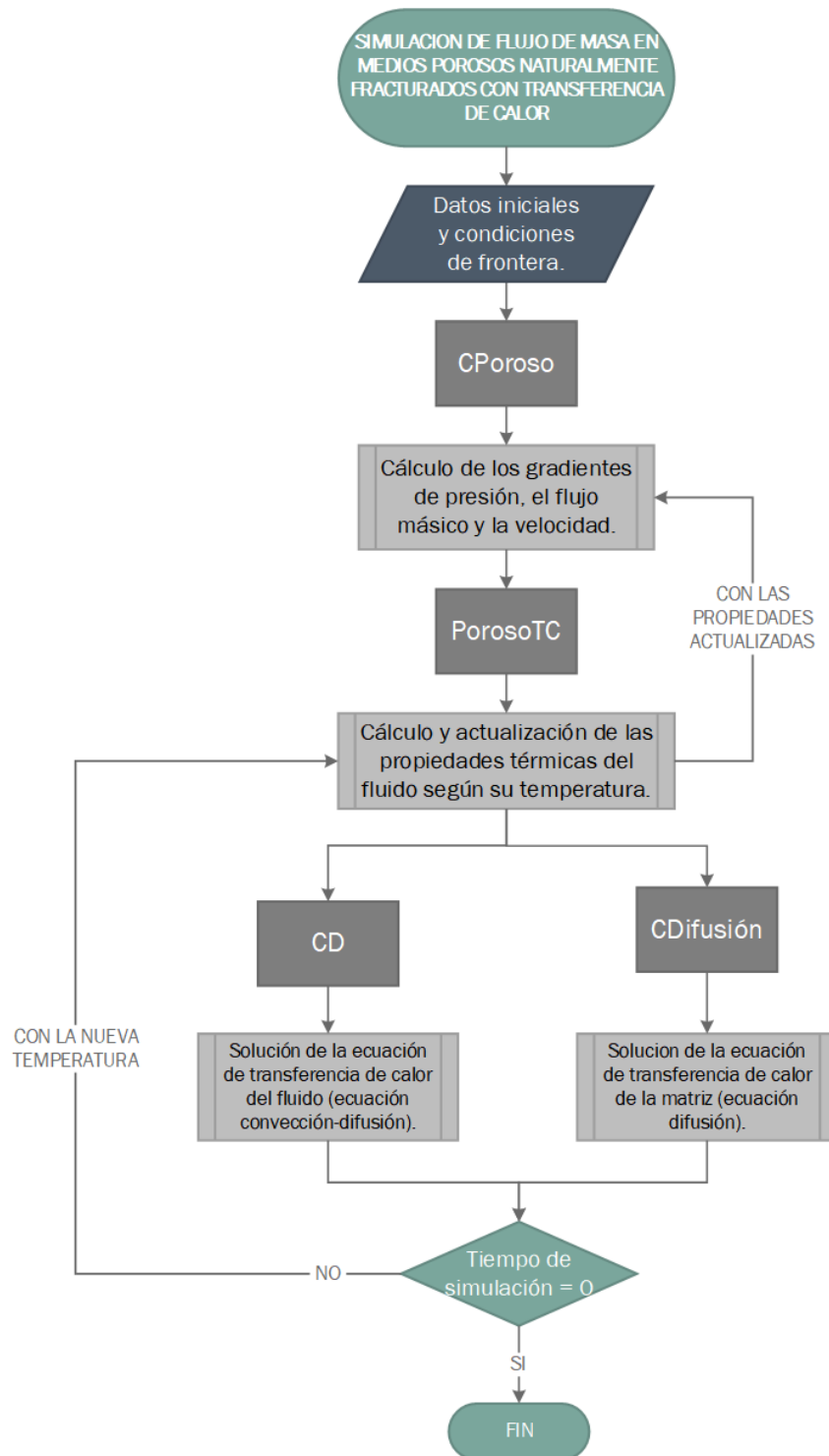
Como ya se mencionó anteriormente, el programa de cálculo desarrollado con el lenguaje de programación C++ se hizo adaptando las rutinas de cálculo creadas por el profesor David Fuentes. Estas rutinas consisten en dos clases, una para resolver la ecuación de difusión y otra que resuelve la ecuación de convección-difusión.

Las clases que fueron necesarias adaptar fueron la clase de CPoroso, desarrollada por los Juan Carlos Madiedo y Carlos Barrera; la clase CDifusión y la clase CD, desarrolladas por el profesor David Fuentes. La clase CPoroso calcula el gradiente de presión del medio de acuerdo con los parámetros introducidos. La clase CDifusión resuelve la ecuación de difusión que representa a la transferencia de calor en la roca. La clase CD resuelve la ecuación de convección-difusión que representa la transferencia de calor del fluido a través del medio poroso.

En resumen, lo que se hizo en este trabajo, con la ayuda del profesor David Fuentes, fue adaptar las rutinas de cálculo de las clases CDifusión y CD, para resolver el problema de flujo en medios porosos fracturados y la transferencia de calor en medios porosos, creando una clase adicional llamada PorosoTC.

En la Figura 16 se muestra un diagrama de flujo donde se representa la secuencia de cálculo desarrollada conectando las diferentes clases de cálculo mencionadas anteriormente.

Figura 16. Diagrama de flujo del cálculo de flujo de masa con transferencia de calor con las rutinas de cálculo desarrolladas.



Adicionalmente, se extendió la creación de los archivos de entrada necesarios que se deben ingresar a estas rutinas para que los problemas sean resueltos. Y, por último, se amplió la interfaz gráfica para que sea posible ingresar todos los datos pertinentes, no solo del flujo en medios porosos, sino también a lo largo de las fracturas y de la transferencia de calor en medios porosos.

Con el programa que se creó se logran resolver problemas de flujo de masa en medios porosos tanto en medios homogéneos como en medios fracturados y problemas de transferencia de calor en medios porosos con los modelos de doble continuo y fractura discreta.

4.1 ARCHIVOS DE ENTRADA

Para calcular los problemas de interés al programa se le deben ingresar ciertos archivos de entrada. Estos archivos son:

- **Archivo.ent:** Define el archivo de entrada y en él están contenidos los distintos datos como la carpeta de trabajo, los nombres de los demás archivos necesarios, las propiedades iniciales del medio y la información sobre el tiempo de simulación. (Anexo B)
- **Archivo.geom:** Define el archivo de geometría y en él está contenida la información sobre la geometría del problema. (Anexo D)
- **Archivo.parts:** Define el archivo de partes y en él está contenida la información sobre los elementos de la malla; la cantidad de elementos, el tipo de elementos y el número de dimensiones. (Anexo E)
- **Archivo.boco:** Define el archivo de condiciones de frontera y en él está contenida toda la información sobre la cantidad de condiciones de frontera, los tipos de condiciones de frontera y sus valores. (Anexo C)

- **Archivo.solver:** Define archivo de solución y en él está contenida toda la información sobre el tipo de solver que se usará y el criterio de convergencia. (Anexo F)

Sin embargo, en este trabajo se debe ser más específico con los archivos de entrada ya que al tratar también la transferencia de calor y diferenciar la matriz rocosa del fluido, se utilizarán los archivos mencionados anteriormente repetidas veces para crear los archivos correspondientes a cada medio.

Para entender lo mencionado en el párrafo anterior se dividirá el problema en tres partes: el cálculo del flujo en el medio poroso, la transferencia de calor de la matriz rocosa y la transferencia de calor del fluido. Cada uno representa un problema de una naturaleza distinta como se pudo observar en el Capítulo 2 donde se describen las ecuaciones que rigen estos problemas.

Dado que se van a resolver 3 tipos de problemas, flujo en el medio poroso, transferencia de calor en el fluido, transferencia de calor en la matriz, se deben crear los respectivos archivos de entrada para cada problema: de entrada, de datos generales, de condiciones de frontera, de parámetros para el solucionador de ecuaciones (solver).

El primer conjunto de archivos son los de datos generales de entrada, como poroso.ent que contiene las propiedades hidráulicas del medio poroso; matriz.ent que contiene las propiedades térmicas de la matriz rocosa; y fluido.ent que contiene las propiedades térmicas del fluido.

El segundo conjunto de archivos que contienen las condiciones de frontera se definen por medio de los archivos poroso.boco, matriz.boco y fluido.boco; donde se encuentran las condiciones de frontera del flujo, de la transferencia de calor en la matriz rocosa y de la transferencia de calor del fluido, respectivamente.

El tercer conjunto de archivos contienen los parámetros para los solver para cada uno de los problemas, ellos son: poroso.solver, matriz.solver y fluido.solver.

Debido a que la geometría y el número de elementos es universal para los tres casos, dado que los tres problemas están contenidos en el mismo espacio, solo se necesita un archivo de geometría (porosotc.geom) y uno de partes (porosotc.parts).

Todos los archivos mencionados anteriormente conservan esos nombres no importa el problema, sin embargo, se debe crear un archivo de entrada maestro que llama a todos los demás (Anexo A). Este archivo de entrada tiene el nombre de la carpeta que se le ingresa al programa. Dentro del archivo se encuentra el nombre de la carpeta donde se va a trabajar, el nombre de los tres archivos de entrada, contiene los nombres de los archivos de geometría y partes; y contiene la información sobre el tiempo inicial y final del cálculo, el paso de cálculo y el paso de visualización.

4.2 ARCHIVO DE PROPIEDADES

En adición a los archivos mencionados anteriormente se necesita un archivo llamado el archivo de propiedades. En este archivo está contenido el valor de cada propiedad para cada elemento de la malla. El archivo fue modificado para contener también las propiedades de las fracturas, debido a que, en el archivo desarrollado en el trabajo anterior para flujo en medios porosos, solo estaban contenidas las propiedades hidráulicas de la matriz.

Este archivo se escribe en forma de columnas donde cada columna contiene los siguientes datos:

Columna n° 1: Numero del elemento.

- Columna n° 2:** Coordenada en x del centroide del elemento [m].
- Columna n° 3:** Coordenada en y del centroide del elemento [m].
- Columna n° 4:** Coordenada en z del centroide del elemento [m].
- Columna n° 5:** Densidad [kg/m³].
- Columna n° 6:** Viscosidad del fluido [Pa·s].
- Columna n° 7:** Permeabilidad de la roca en x [m²].
- Columna n° 8:** Permeabilidad de la roca en y [m²].
- Columna n° 9:** Permeabilidad de la roca en z [m²].
- Columna n° 10:** Porosidad de la roca [Adimensional].
- Columna n° 11:** Compresibilidad del fluido [1/Pa].
- Columna n° 12:** Compresibilidad de la roca [1/Pa].
- Columna n° 13:** Generación de flujo [kg/s].
- Columna n° 14:** Presión por elemento [Pa].
- Columna n° 15:** Presión o flujo del pozo [Pa o kg/m³].
- Columna n° 16:** Permeabilidad de la fractura en x [m²].
- Columna n° 17:** Permeabilidad de la fractura en y [m²].
- Columna n° 18:** Permeabilidad de la fractura en z [m²].
- Columna n° 19:** Porosidad en la fractura [Adimensional].
- Columna n° 20:** Apertura de la fractura [m].
- Columna n° 21:** Generación de calor por elemento [W/m³].
- Columna n° 22:** Elemento de matriz o de fractura (se usa cuando el modelo es discreto).

La anterior disposición de archivos, permite definir las propiedades de cada uno de los volúmenes de control, permitiendo el cálculo de medios porosos con propiedades no uniformes en el dominio de análisis. Un ejemplo de este archivo puede ser encontrado en el Anexo G.

Sin embargo, en el listado anterior se muestran el número de columnas que habría si el problema se estuviera solucionando en un espacio tridimensional. Si el problema fuera bidimensional, la columna número 4 pasaría a ser la densidad y todas las demás columnas se correrían hacia arriba un puesto.

4.3 INTERFAZ GRÁFICA

Para hacer la creación de los archivos de entrada más fácil se creó, por medio del entorno de Matlab GUIDE, una interfaz que permite ingresar estos datos. A este módulo se le ingresan los datos y el archivo GenProps.m de Matlab los lee y escribe los archivos correspondientes.

Como ya se mencionó anteriormente, la interfaz gráfica inicialmente fue creada por los estudiantes Juan Carlos Madiedo y Carlos Barrera para el trabajo de grado de flujo en medios porosos. Sin embargo, debió ser adaptada para crear los archivos de entrada necesarios para resolver problemas con flujo de fracturas y transferencia de calor en medios porosos, que es el objetivo de este trabajo.

Debido a la cantidad tan extensa de datos que se debe ingresar y con el fin de no sobrecargar la interfaz, se crearon cinco pestañas.

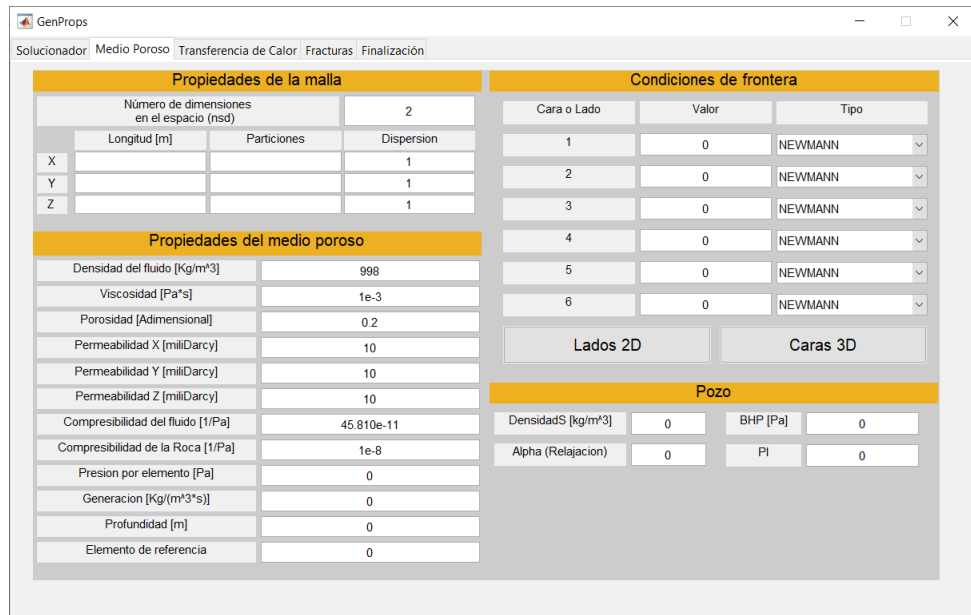
En la primera pestaña (Figura 17) se ingresa el nombre del problema; los datos del transitorio, el solucionador y la compresibilidad.

Figura 17. Pestaña inicial de la interfaz.



En la segunda pestaña (Figura 18) se ingresan las propiedades geométricas e hidráulicas del medio poroso, así como sus condiciones de frontera y las condiciones de pozo, si existen.

Figura 18. Pestaña de la interfaz para ingresar las propiedades hidráulicas.



En la tercera pestaña (Figura 19) se ingresan las propiedades de la transferencia de calor tanto de la matriz rocosa como del fluido, con sus correspondientes condiciones de frontera. Estos datos forman parte de los datos de entrada adicionales que se le agregaron al programa con el fin de poder resolver el problema de transferencia de calor.

Figura 19. Pestaña de la interfaz para ingresar las propiedades térmicas.

The screenshot shows the 'Transferencia de Calor' tab in the GenProps software. The interface is organized into four main sections:

- Propiedades de la matriz rocosa:**
 - Densidad de la roca [Kg/m³]: 2300
 - Conductividad térmica [W/m*K]: 1
 - Calor específico [J/Kg*K]: 1000
 - Temperatura inicial de la roca [°C]: 30
 - Generación de calor [J/m³]: 0
- Propiedades del fluido:**
 - Conductividad térmica [W/m*K]: 0.55
 - Calor específico [J/Kg*K]: 4200
 - Temperatura inicial del fluido [°C]: 30
- Condiciones de frontera de la matriz:**

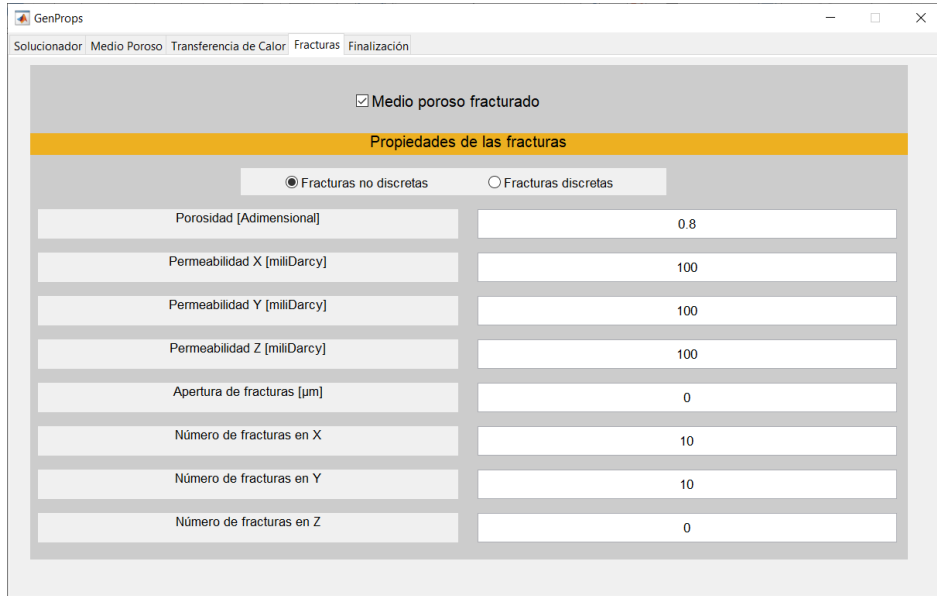
Cara o Lado	Valor	Tipo
1	0	NEWMANN
2	0	NEWMANN
3	0	NEWMANN
4	0	NEWMANN
5	0	NEWMANN
6	0	NEWMANN
- Condiciones de frontera del fluido:**

Cara o Lado	Valor	Tipo
1	0	NEWMANN
2	0	NEWMANN
3	0	NEWMANN
4	0	NEWMANN
5	0	NEWMANN
6	0	NEWMANN

At the bottom of the interface, there are two buttons: 'Lados 2D' and 'Caras 3D'.

En la cuarta pestaña (Figura 20) se ingresan las propiedades de las fracturas; la permeabilidad y porosidad de las fracturas, su apertura y el número de fracturas contenidas en el medio poroso. Estos datos también fueron adicionales a los que se encontraban en la interfaz inicialmente, a la que solo se le podía ingresar las propiedades hidráulicas de la roca homogénea, sin fracturas.

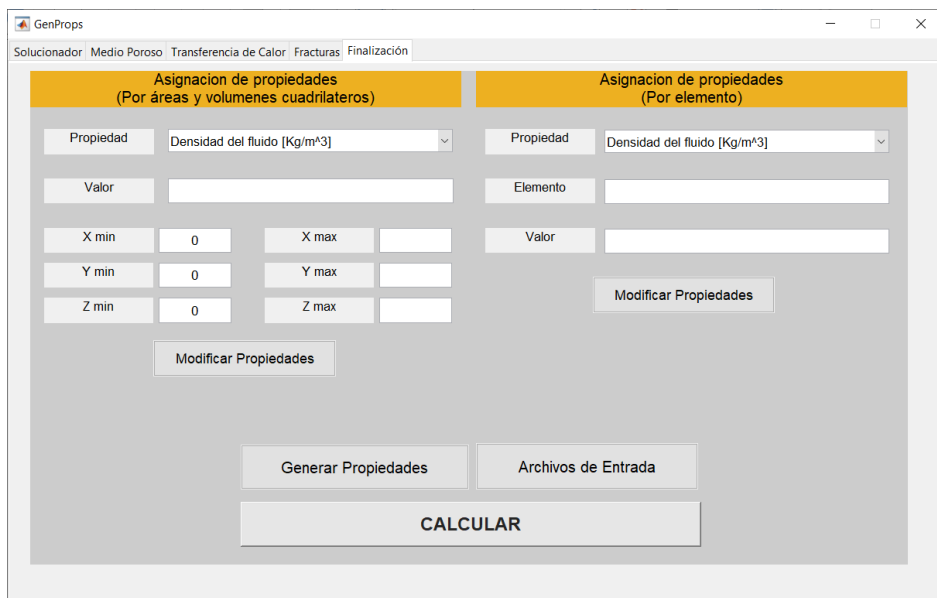
Figura 20. Pestaña de la interfaz para ingresar las propiedades de las fracturas.



Propiedades de las fracturas	
<input checked="" type="radio"/> Fracturas no discretas <input type="radio"/> Fracturas discretas	
Porosidad [Adimensional]	0.8
Permeabilidad X [miliDarcy]	100
Permeabilidad Y [miliDarcy]	100
Permeabilidad Z [miliDarcy]	100
Apertura de fracturas [µm]	0
Número de fracturas en X	10
Número de fracturas en Y	10
Número de fracturas en Z	0

En la quinta y última pestaña (Figura 21) se hacen los toques finales al problema, se cambian las propiedades que se necesiten cambiar en las distintas áreas o elementos del medio, se generan los archivos de entrada y se lanza el proceso de cálculo.

Figura 21. Pestaña final de la interfaz.



Asignacion de propiedades (Por áreas y volúmenes cuadrilateros)				Asignacion de propiedades (Por elemento)	
Propiedad	Densidad del fluido [Kg/m ³]			Propiedad	Densidad del fluido [Kg/m ³]
Valor	[Input]			Elemento	[Input]
X min	0	X max	[Input]	Valor	[Input]
Y min	0	Y max	[Input]		
Z min	0	Z max	[Input]		
[Modificar Propiedades]				[Modificar Propiedades]	
[Generar Propiedades]				[Archivos de Entrada]	
[CALCULAR]					

4.4 ADAPTACIÓN DE RUTINAS DE CÁLCULO

Por último, se adaptaron las rutinas de cálculo ya programadas para realizar los cálculos de transferencia de calor.

Lo primero que se le cambió al programa fue el cálculo del flujo en las fracturas en la clase CPoroso, agregando una resistencia hidráulica adicional como se mostró en el Capítulo 3, con el valor correspondiente a la fractura.

Para unir las tres clases necesarias para resolver los problemas de transferencia de calor en medios porosos fracturados, se creó una nueva clase llamada PorosoTC, que se encarga de calcular la transferencia de calor entre la matriz y el fluido, con el fin de unir las dos ecuaciones de transferencia de calor. Además, se agregó la porosidad en las ecuaciones de difusión y convección-difusión que representan la transferencia de calor entre los dos medios.

En el Capítulo 2 se mostró que para calcular la transferencia de calor entre la matriz y el fluido se tiene la ecuación (26), donde se muestra que la transferencia de calor entre los dos medios depende del área de transferencia de calor, el coeficiente transferencia de calor por convección y la diferencia de temperatura entre los dos medios.

4.4.1 Cálculo del área de transferencia de calor

Para calcular el área de transferencia de calor se debe conocer el área de superficie específica del medio. Para esto se utilizó la expresión resultante del estudio realizado por Arash Rabbani, donde se estudió la relación entre el área específica

y la porosidad de las rocas sedimentarias³⁶. De este artículo se obtuvo la siguiente expresión:

$$S_a = b(1 - \varphi)/\bar{d} \quad (74)$$

Donde φ es la porosidad, \bar{d} es el diámetro medio de partícula de la roca sedimentaria y b es una constante proporcional cuyo promedio para rocas sedimentarias se halló en el estudio que es igual a 4.23.

El diámetro típico de partícula de una roca sedimentaria se encuentra entre 0.06 mm y 0.2 mm para las rocas con partículas más finas, 0.2 mm y 0.6 mm para las rocas con un diámetro de partículas medio; y 0.6 mm y 2 mm para las rocas con partículas más gruesas³⁷. Debido a que el estudio mencionado anteriormente se realizó con rocas que tenían un diámetro de partícula medio, aproximadamente 0.25 mm, este será el diámetro fijo que se usará en todos los casos de estudio, de deja como un parámetro de entrada al problema.

El valor del área específico, por lo tanto, oscila entre los 20000 y 40000, y su unidad es m^{-138} .

Para calcular el área de transferencia de calor en necesario multiplicar el área específica de transferencia de calor por el volumen del elemento. De este modo la ecuación (74) queda expresada en la clase PorosoTC de la siguiente forma:

³⁶ RABBANI, Arash y JAMSHIDI, Saeid. Specific Surface and Porosity Relationship for Sandstones for Prediction of Permeability. En: International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences. 2014. vol. 71, p. 30.

³⁷ SANDSTONE [Anónimo]. [En línea]. Auckland, Nueva Zelanda: University of Auckland. 2005. (Recuperado en 25 de enero de 2020). Disponible en https://flexiblelearning.auckland.ac.nz/rocks_minerals/rocks/sandstone.html

³⁸ RABBANI. Op. cit., p. 31.

$$\dot{q} = V \cdot S_a \cdot h_{conv}(T_m - T_f) \quad (75)$$

4.4.2 Cálculo del coeficiente de transferencia de calor por convección

El coeficiente de transferencia de calor por convección depende de las propiedades del fluido como la viscosidad, el calor específico, la conductividad térmica y la densidad. Estas propiedades se relacionan con el coeficiente de transferencia de calor por convección a través del número de Reynolds, el Prandtl y el Nusselt.

El número de Prandtl se obtiene por medio de la siguiente expresión:

$$Pr = \frac{\mu C_p}{k_t} \quad (76)$$

El número de Reynolds depende de la densidad y la viscosidad del fluido, así como de su velocidad y el diámetro de partícula del medio, el cual ya se determinó anteriormente.

Para poder introducir la velocidad en la ecuación del número de Reynolds se debe calcular en la clase CPoroso usando los gradientes de presión, por medio de la ley de Darcy, con la ecuación .

Teniendo la velocidad, se puede calcular el número de Reynolds con la siguiente ecuación:

$$Re = \frac{\rho v \bar{d}}{\mu} \quad (77)$$

Por último, se debe encontrar una ecuación para calcular el número de Nusselt en medios porosos. Una estimación que relaciona el número de Nusselt con la porosidad y la que será usada en el programa, es la siguiente³⁹:

$$Nu = \frac{0.225}{\varphi} Pr^{1/3} Re^{2/3} \quad (78)$$

Finalmente, se obtiene el coeficiente de transferencia de calor por convección correlacionando los números, mencionados anteriormente, de la siguiente manera:

$$h_{conv} = \frac{Nu \cdot k_t}{\bar{d}} \quad (79)$$

4.4.3 Porosidad en las ecuaciones de transferencia de calor

Debido a que las clases CDifusion y CD contienen las ecuaciones de transferencia de calor para un medio sólido o líquido cualquiera, pero no para un medio poroso, se le deben agregar la fracción volumétrica del fluido (porosidad) a la ecuación de convección-difusión y la fracción volumétrica de la matriz a la ecuación de difusión.

La ecuación de difusión que describe la transferencia de calor en un medio cualquiera es la siguiente:

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (k_t \nabla T) \pm \dot{Q}_T \quad (80)$$

La ecuación de convección-difusión que describe la transferencia de calor de un fluido en movimiento cualquiera es la siguiente:

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} + \rho C_p \nabla T \cdot \vec{V} = \nabla \cdot (k_t \nabla T) \pm \dot{Q}_T \quad (81)$$

³⁹ WAKAO, N. y KAGUEI, S. Heat and Mass Transfer in Packed Beds. Japón: Gordon and Breach Science, 1982. 346 p. ISBN 9788578110796.

Para conseguir que las ecuaciones (80) y (81) se conviertan en las ecuaciones y se les agrega un factor de forma que corresponden a sus respectivas fracciones volumétricas. Este factor de forma toma el valor de $1 - \varphi$ si se está resolviendo la ecuación de difusión y el valor de φ si se está resolviendo la ecuación de convección-difusión.

Las ecuaciones (80) y (81) entonces se escriben en las clases de CDifusión y CD de la siguiente forma:

$$F_{forma} \cdot \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = F_{forma} \cdot \nabla \cdot (k_t \nabla T) \pm \dot{Q}_T \quad (82)$$

$$F_{forma} \cdot \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} + \rho C_p \nabla T \cdot \vec{V} = F_{forma} \cdot \nabla \cdot (k_t \nabla T) \pm \dot{Q}_T \quad (83)$$

4.4.4 Fuentes de calor

Además de la transferencia de calor entre los dos continuos, a las ecuaciones de transferencia de calor se les puede agregar un término fuente correspondiente a las fuentes de calor del subsuelo. Este término fuente puede estar ubicado en un punto en particular dentro del medio o distribuido a lo largo de un área o volumen.

Para agregar este término a los cálculos primero se escribe un comando para leer el archivo de propiedades en la clase PorosoTC, ya que este archivo solo estaba siendo leído por la clase CPoroso. En la Sección 4.2 se mostró que el archivo de propiedades contiene en la columna 21 el valor de la generación correspondiente a este término fuente.

Este calor adicional solo se agrega a la ecuación de transferencia de calor de la matriz debido a que estas fuentes de calor solo afectan permanentemente a la roca ya que esta se encuentra siempre en reposo mientras que el fluido absorbe el calor

de la matriz. Por esto, el término fuente total para la matriz, se escribe en el código de la siguiente manera:

$$\dot{Q}_T = \dot{Q}_{fuente} - V \cdot S_a \cdot h_{conv}(T_m - T_f) \quad (84)$$

4.4.5 Cálculo de propiedades del fluido según su temperatura

Ya que, para el cálculo de transferencia de calor, las propiedades del fluido se consideran variables y dependientes de la temperatura, se necesita una instrucción que calcule estas propiedades. Con las propiedades del fluido recalculadas se recalcula la velocidad en la clase CPoroso y con esta velocidad se calcula la transferencia de calor por convección. Este bucle de cálculo se repite para cada tiempo.

Se exportaron funciones de las propiedades del fluido, en este caso agua, del software de cálculo EES. Las propiedades que se recalcula en función de la temperatura del agua son la densidad, la viscosidad dinámica, el calor específico y la conductividad térmica, y se muestran a continuación.

$$\begin{aligned} DensFluido = & 9,99833505E^{+02} + 7,67578413E^{-02} * TF \\ & - 9,55851894E^{-03} * TF^2 + 1,04537008E^{-04} * TF^3 \\ & - 1,03634128E^{-06} * TF^4 + 6,10166671E^{-09} * TF^5 \\ & - 1,54539457E^{-11} * TF^6 \end{aligned} \quad (85)$$

$$\begin{aligned} CpFluido = & 4,22650985E^{+03} - 7,02948927E^{+00} * TF + 4,25802105E^{-01} \\ & * TF^2 - 1,24238102E^{-02} * TF^3 + 1,84993922E^{-04} * TF^4 \\ & - 1,34928840E^{-06} * TF^5 + 3,85377368E^{-09} * TF^6 \end{aligned} \quad (86)$$

$$\begin{aligned}
\text{Viscosidad} = & 1,79081284E^{-03} - 6,10637017E^{-05} * TF \\
& + 1,50187996E^{-06} * TF^2 - 2,63132195E^{-08} * TF^3 \\
& + 2,95248924E^{-10} * TF^4 - 1,84672907E^{-12} * TF^5 \\
& + 4,83527954E^{-15} * TF^6
\end{aligned} \tag{87}$$

$$\begin{aligned}
K\text{TerFluido} = & 5,47527728E^{-01} + 2,03459207E^{-03} * TF \\
& - 3,15023074E^{-06} * TF^2 - 1,23659958E^{-07} * TF^3 \\
& + 6,77201664E^{-10} * TF^4 + 1,88364879E^{-12} * TF^5 \\
& - 1,73279362E^{-14} * TF^6
\end{aligned} \tag{88}$$

4.4.6 Propiedades de la matriz en el modelo discreto

Como se mencionó en la Capítulo 3, en el modelo discreto se van a tener dos tipos de elementos de malla, unos que corresponderán a la matriz rocosa y otros que corresponderán a las fracturas. Para distinguir estos elementos, estos deben tener distintas propiedades.

Los elementos que corresponden a las fracturas obtienen la permeabilidad y porosidad de las fracturas y los elementos que corresponden a la roca obtienen la permeabilidad y porosidad de la roca en las columnas 7, 8, 9 y 10 del archivo de propiedades.

Adicionalmente, se agrega la columna 22 en el archivo de propiedades, que identifica a cada elemento como un elemento de la matriz (valor igual a 0) o como un elemento de la fractura (valor igual a 1) (Anexo G).

En el caso del modelo de doble continuo esta columna tiene el valor de 0 en todos los elementos, dejando que, en el medio de la matriz, todos los elementos tengan las propiedades de la roca; y en el medio del fluido, todos los elementos tengan las propiedades del fluido.

Sin embargo, cuando se trata de un problema donde se usa el modelo discreto, el programa leerá, para las celdas que contienen el valor 0 en esta columna, las propiedades de la matriz; y para las celdas que contienen el valor 1, las propiedades del fluido y las fracturas. De esta manera se tiene un medio que diferencia las fracturas de la matriz rocosa, no solo de hidráulicamente, sino que también por sus propiedades térmicas.

5. VALIDACIÓN

Para validar los resultados se realizarán las mismas simulaciones tanto en el software que se desarrolló para este trabajo como en el software de simulación cfd, COMSOL Multiphysics. En COMSOL se pueden simular problemas de flujo en medios porosos con transferencia de calor, transporte de especies químicas y mecánica estructural entre otros.

Mediante el uso del software COMSOL fue posible validar los resultados obtenidos por el software que se desarrolló en este trabajo y comprobar que la resolución de las ecuaciones de flujo de masa y transferencia de calor para medios porosos se realizó correctamente.

Debido a que, como se ha mencionado antes, el cálculo del flujo de masa en medios porosos ya fue validado en un trabajo de grado anteriormente, no se hará énfasis en demostrar que se calcula el gradiente de presión correctamente. Para validar la presión se mostrará la distribución de presión a lo largo del volumen en cada simulación, calculada con los dos softwares.

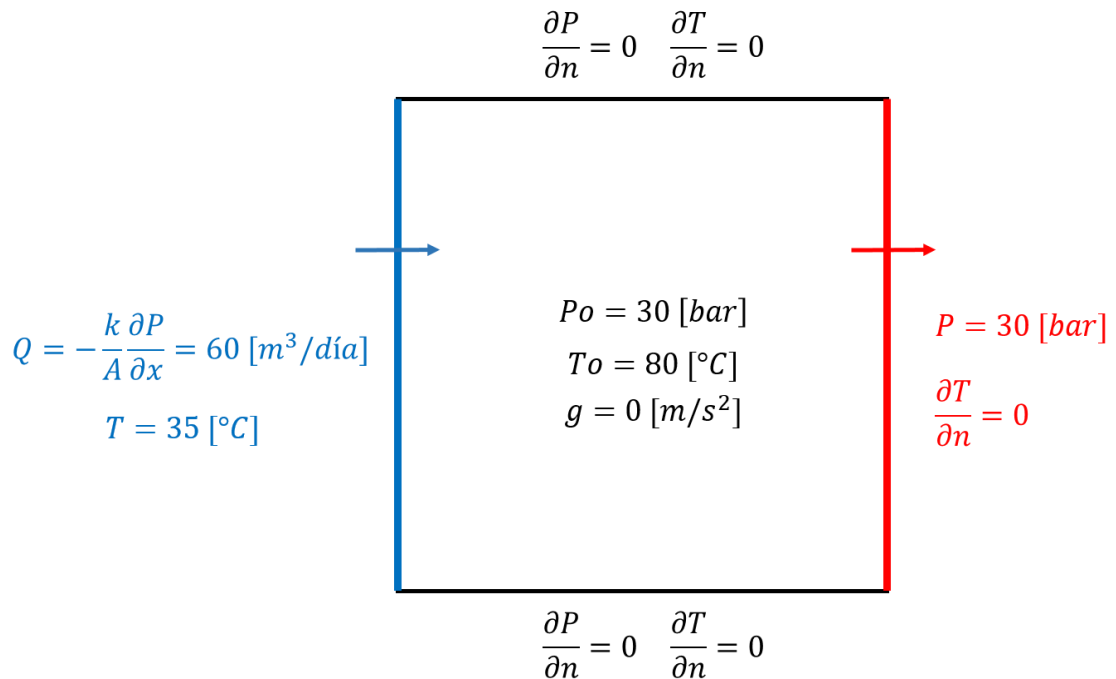
Debido a que el campo de presiones se ve y es igual, tanto para el caso del modelo de doble continuo como para el modelo de fractura discreta, solo se mostrará una vez para cada simulación. Además, debido a que el flujo de masa en el volumen se calcula de forma estacionaria, el campo de presiones no varía en el tiempo y es necesario mostrarlo solamente en un tiempo.

A continuación, se muestran los resultados obtenidos por COMSOL y el software que se desarrolló en este trabajo para tres simulaciones: flujo horizontal a través del volumen, flujo vertical a través del volumen con efectos de gravedad y flujo diagonal de un punto a otro.

5.1 FLUJO HORIZONTAL

La primera simulación realizada para validar los resultados obtenidos por el software desarrollado consta de un volumen de control bidimensional con una condición de flujo de entrante de fluido en la frontera izquierda del volumen y una presión constante en la frontera derecha del volumen. Para la parte térmica, se determina una temperatura inicial del mismo valor para la matriz y el fluido y una condición de temperatura constante en la pared izquierda del volumen, por la que entra el fluido. Debido a que el medio se encuentra en un plano horizontal no se tienen en cuenta los efectos de la gravedad. Todo esto se muestra representado, con sus respectivos valores, en la Figura 22.

Figura 22. Flujo horizontal: Condiciones iniciales y de frontera.



La condición de frontera de la izquierda donde ingresa flujo debe ser adaptada a flujo por unidad de área de la frontera, esto se hace por medio de la ley de Darcy como se muestra en la ecuación (89).

$$\frac{\partial \Phi}{\partial n} = \frac{\mu Q}{A_x K_x} \quad (89)$$

De modo que el flujo que se ingresa como condición de frontera en los archivos de entrada es igual a:

$$q = \frac{60 \cdot 0.001}{(100 \times 150)} \times \frac{1}{3600 \times 24} \times \frac{1000}{9.8692 \times 10^{-13}} = 46909.88 \text{ [Pa/m]}$$

A continuación, en la Tabla 3, se muestran las propiedades geométricas, hidráulicas y térmicas de la matriz, las fracturas y el fluido.

Tabla 3. Propiedades de la validación de flujo horizontal.

GEOMETRÍA		PROPIEDADES DE LA MATRIZ		PROPIEDADES DEL FLUIDO Y FRACTURAS	
L	100 [m] × 100 [m]	ρ_m	2300 [kg/m ³]	ρ_f	998 [kg/m ³]
N _x	60	Cp_m	930 [J/kg·K]	Cp_f	4200 [J/kg·K]
N _y	60	k_{tm}	1,5 [W/m·K]	k_{tf}	0,55 [W/m·K]
N _{f_x}	10	μ_m	-	μ_f	0,001 [Pa·s]
N _{f_y}	10	K_m	150 [mD] = 1,48038E-13 [m ²]	K_{frac}	700 [mD] = 6,90846E-13 [m ²]
b	400 [μm] = 0,0004 [m]	φ_m	0,2	φ_{frac}	0,99
t	100 días	$\varphi_{promedio}$		0,20038	

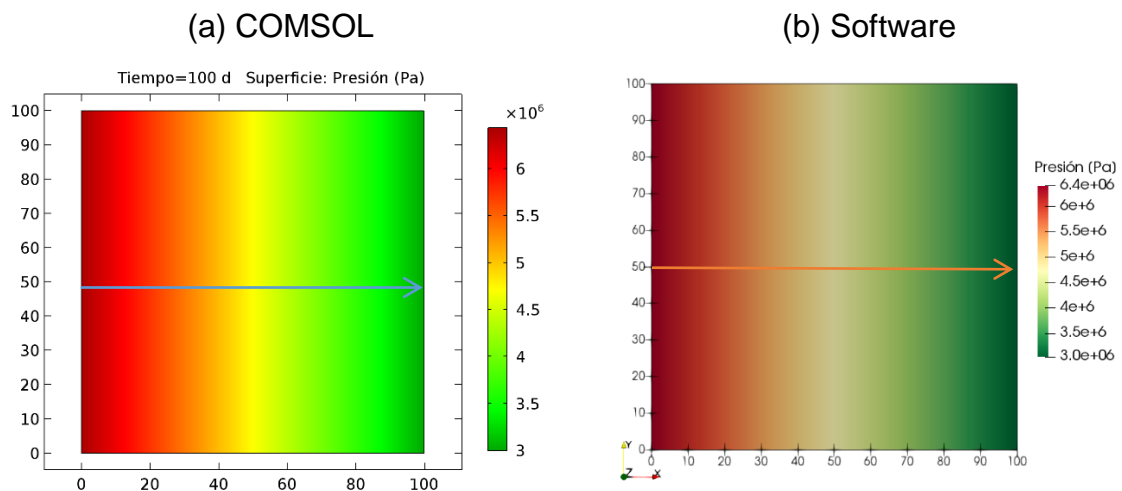
En la tabla anterior, N_x y N_y son el número de elementos de malla en x y en y , y N_{f_x} y N_{f_y} son el número de fracturas en x y y respectivamente.

Para las condiciones de frontera de presión, se introduce una presión inicial de 30 bares, presión a la que también se encuentra la frontera derecha del volumen. En la frontera izquierda se introduce una condición de flujo de 60 m³/día.

La temperatura inicial tanto del fluido como de la matriz es $80\text{ }^{\circ}\text{C}$. En la frontera izquierda del dominio se impone una condición de temperatura constante de $35\text{ }^{\circ}\text{C}$, una temperatura cercana a la temperatura ambiente a la cual el fluido ingresa al dominio.

En la Figura 23 se muestra el campo de presión a lo largo de todo el volumen a los 100 días, obtenido con (a) el software de simulación COMSOL y (b) el software desarrollado para calcular la transferencia de calor en medios porosos naturalmente fracturados.

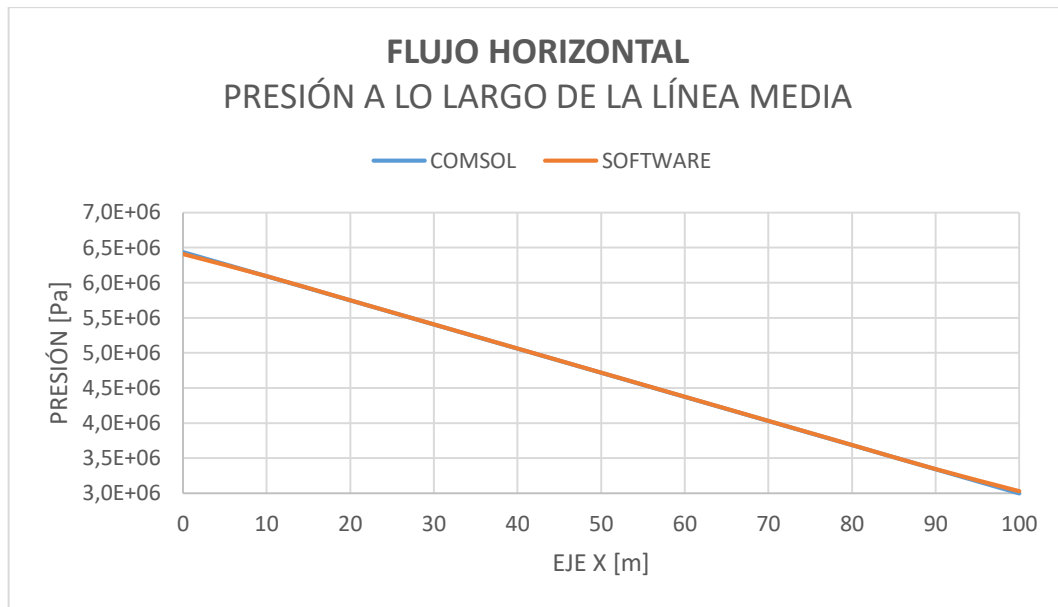
Figura 23. Flujo horizontal: Campo de presión.



Se puede observar que en ambos, la solución obtenida por COMSOL como la solución obtenida con el software desarrollado, la presión varía de $6.434E^6[Pa]$ y $3.0E^6[Pa]$, y muestran la misma distribución de presión a lo largo de todo el volumen.

Con el fin de mostrar la similitud, entre el cálculo de presión de COMSOL y del software desarrollado, y mostrar el gradiente de presión a lo largo del eje x , se grafica la presión para cada punto de la línea media mostrada en la Figura 23.

Figura 24. Flujo horizontal: Presión a lo largo del eje x .



5.1.1 Flujo horizontal con modelo de doble continuo

En la Figura 25 y la Figura 26, se muestra la distribución de temperatura de la matriz y el fluido, respectivamente, obtenida con el modelo de doble continuo. Primero se muestra la distribución de temperatura calculada con el programa COMSOL para este problema, a los 50 y 100 días y se compara con la obtenida con el software realizado.

Figura 25. Flujo horizontal en doble continuo: Temperatura de matriz en COMSOL.

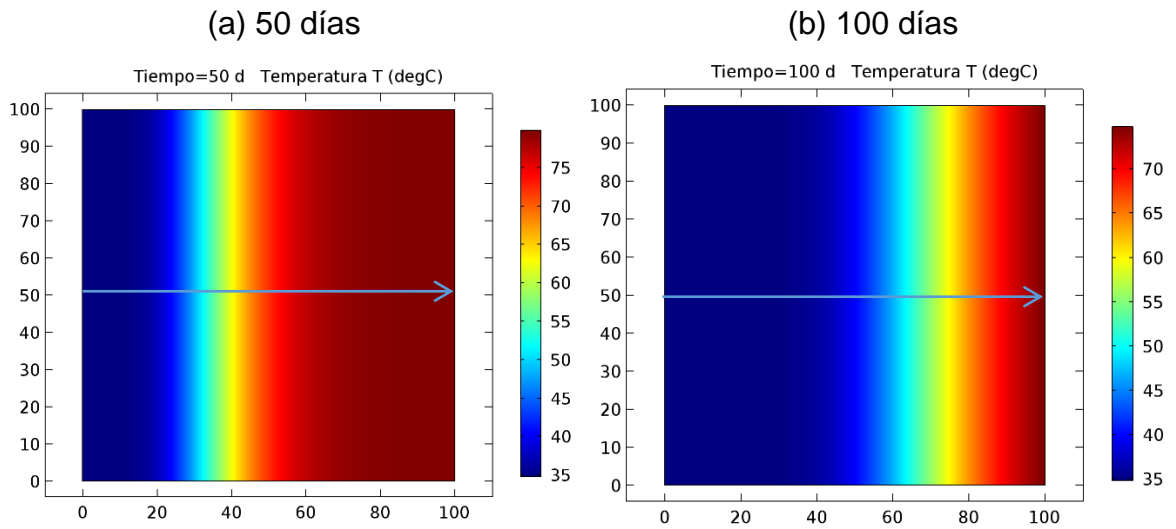
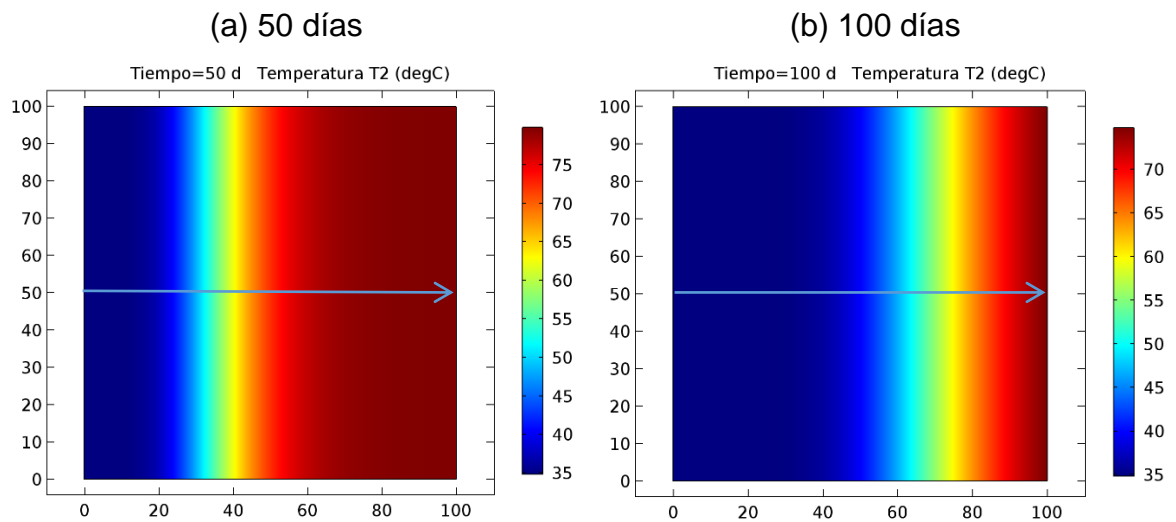


Figura 26. Flujo horizontal en doble continuo: Temperatura del fluido en COMSOL.



En COMSOL, al simular el modelo de doble continuo, tanto la temperatura de la matriz como la temperatura del fluido es la misma debido a que el área de transferencia de calor es muy alta. Esto hace que la transferencia de calor entre ambos medios sea muy grande desde el inicio del tiempo de simulación y por esto ambas temperaturas se igualan a lo largo de todo el volumen. Este fenómeno se observará de aquí en adelante en todas las simulaciones realizadas con el modelo

de doble continuo, incluidas las realizadas con el software desarrollado. Por este motivo para las otras simulaciones solo se mostrará la distribución de temperatura de la matriz a lo largo del medio.

En la simulación con un flujo horizontal, en los resultados obtenidos con COMSOL ambas temperaturas varían desde los 35 [°C] hasta los 80 [°C] a los 50 días y de 35 [°C] a 75 [°C] a los 100 días.

A continuación, en la Figura 27 y la Figura 28, también se muestra que las temperaturas de la matriz y el fluido se igualan por la misma razón que se comentó anteriormente. Además, a los 50 días la temperatura varía de los 35 [°C] a los 80 [°C] y para los 100 días la temperatura varía de los 35 [°C] a los 76 [°C].

Figura 27. Flujo horizontal en doble continuo: Temperatura de matriz en el software desarrollado.

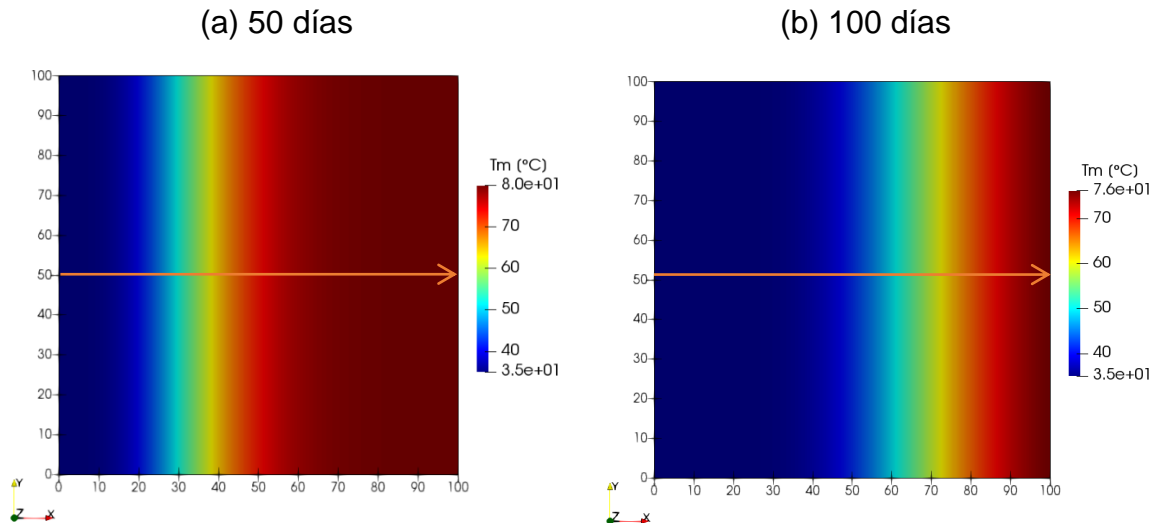
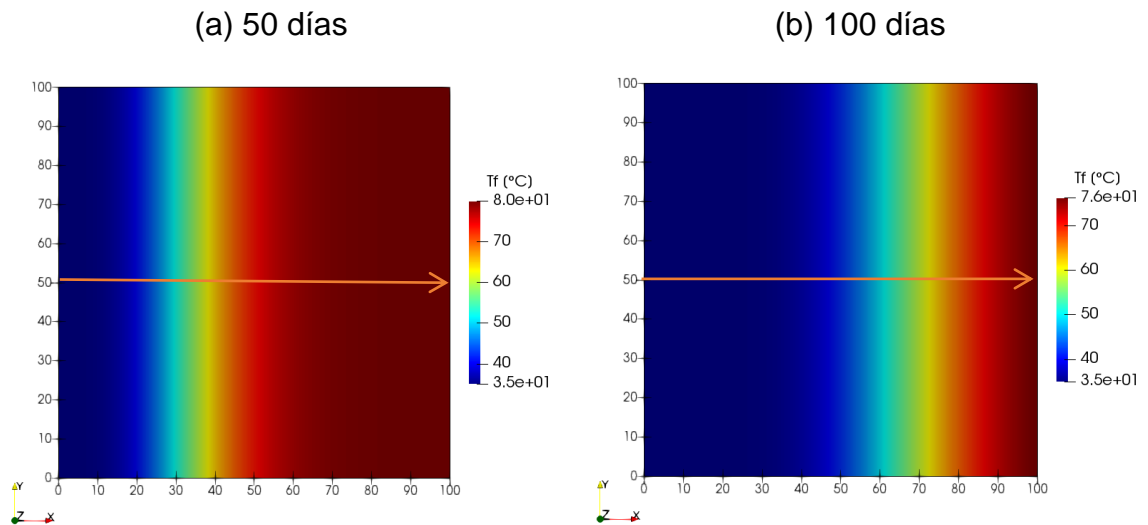


Figura 28. Flujo horizontal en doble continuo: Temperatura del fluido en el software desarrollado.



Se puede observar, comparando las figuras anteriores, que el software desarrollado en C++ para este trabajo calcula la presión y la temperatura de forma correcta. Sin embargo, para demostrar esto, se escribe la temperatura de cada elemento a lo largo de todo el eje x y $y = 50$ con los resultados obtenidos con COMSOL y el software desarrollado en este trabajo y se comparan a través del cálculo del error.

Debido a los altos valores del coeficiente de transferencia de calor entre ambos medios, las temperaturas de los dos medios son exactamente las mismas al ver los valores a lo largo de todo el volumen. Por lo tanto, basta con hacer la comparación con una sola de las temperaturas y es por esto que el error se calculará solo teniendo en cuenta la temperatura del fluido.

Debido a la extensa cantidad de datos a lo largo del eje x , no se van a mostrar los valores obtenidos en cada punto, sin embargo, se calculó el error para cada metro y se muestra el error promedio obtenido en la Tabla 4. Esta comparación se hace en Kelvin ya que es la medida de temperatura absoluta.

Adicionalmente, en la Figura 29 y la Figura 30, se muestra la variación de temperatura a lo largo del eje x , tomando los valores contenidos en la línea media mostrada en las figuras anteriores, para 50 y 100 días calculada con COMSOL y el software desarrollado.

Figura 29. Flujo horizontal con doble continuo: Variación de temperatura a lo largo del eje x a los 50 días.

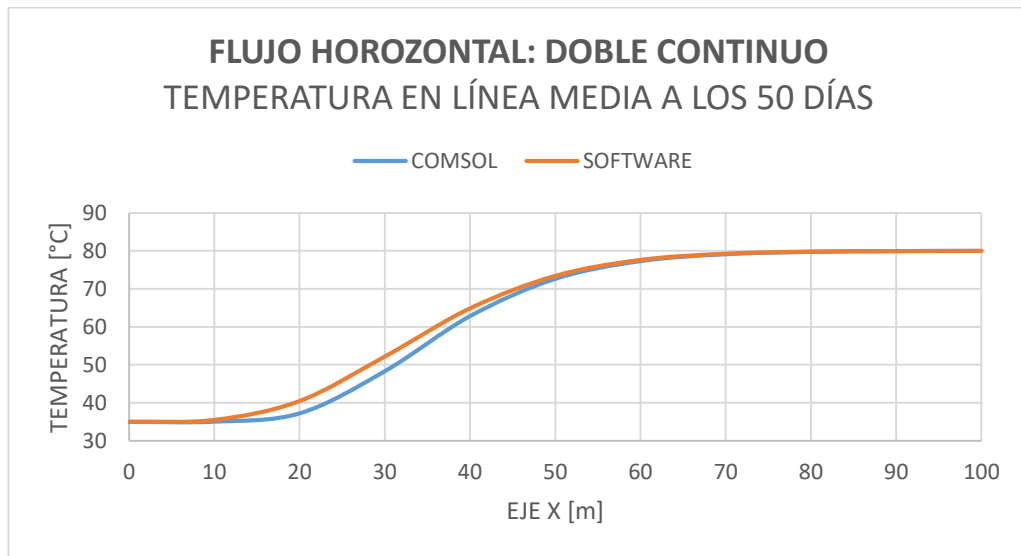


Figura 30. Flujo horizontal con doble continuo: Variación de temperatura a lo largo del eje x a los 100 días.

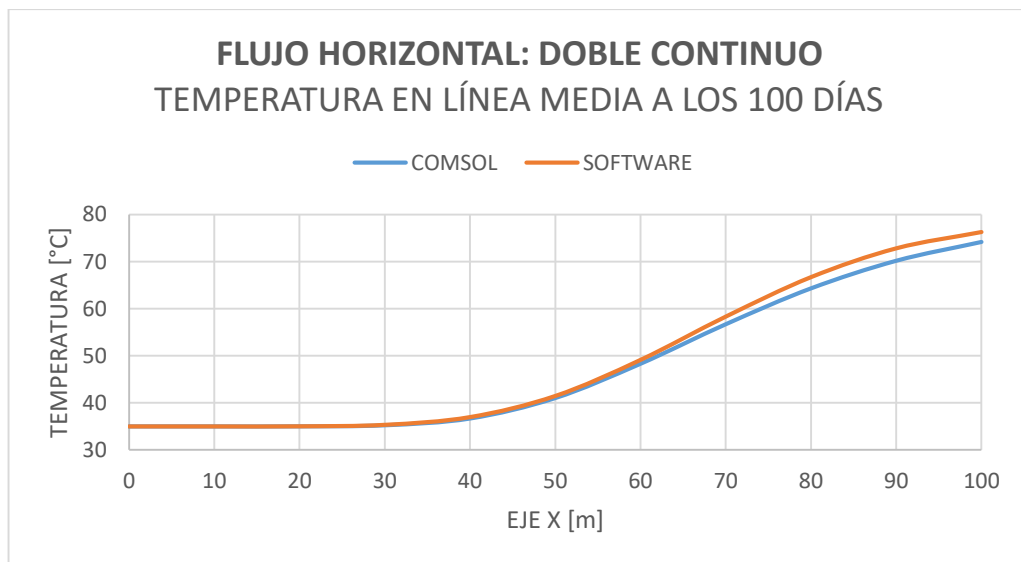


Tabla 4. Flujo horizontal en doble continuo: Error promedio.

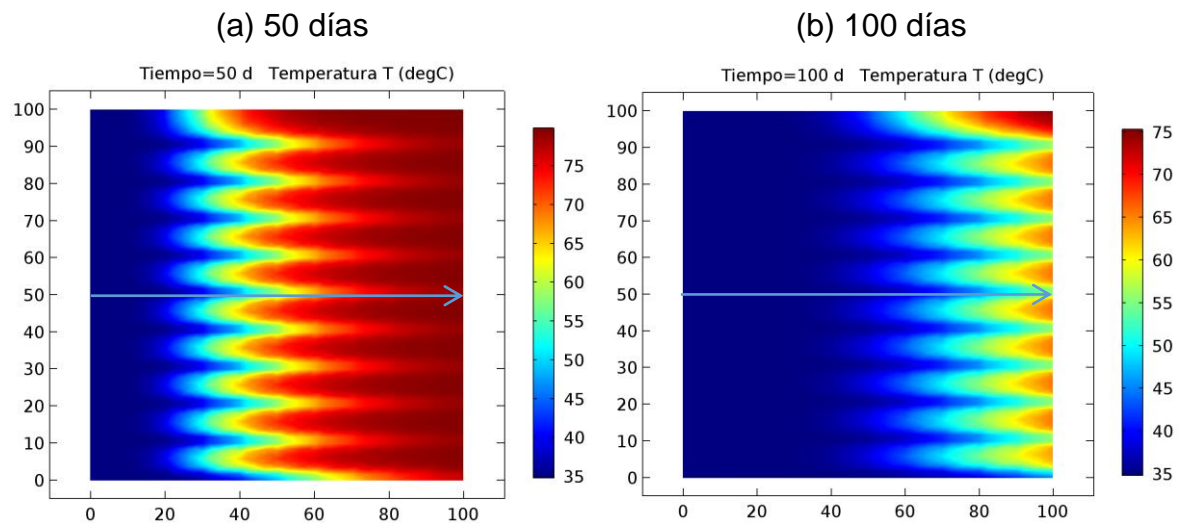
% Error Promedio	0,296%
Desviación estándar de los errores	0,374

5.1.2 Flujo horizontal con modelo de fractura discreta

En el caso del modelo de fractura discreta solo se tiene un medio con transferencia de calor, ya que tanto las fracturas y el fluido como la roca se encuentran en el mismo continuo. Por lo tanto, solo se muestra la temperatura a lo largo de un medio que contiene ambos.

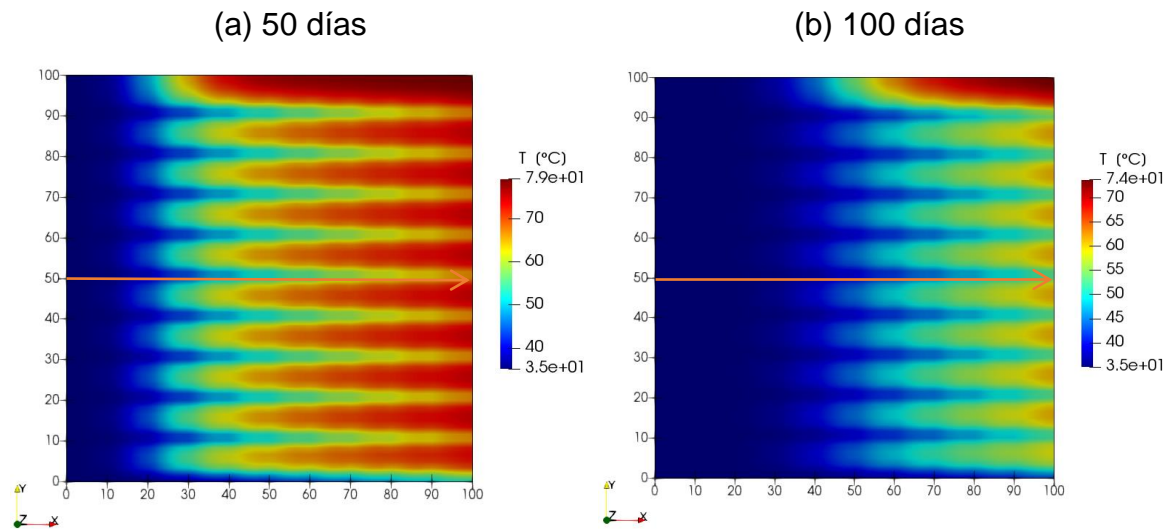
En la Figura 31 se muestra la distribución de temperatura a lo largo del volumen calculada con COMSOL para los 50 días y 100 días.

Figura 31. Flujo horizontal con fractura discreta: Temperatura en COSMOL.



En la Figura 32 se muestra la distribución de temperatura calculada con el software desarrollado para los 50 días y 100 días.

Figura 32. Flujo horizontal con fractura discreta: Temperatura en software desarrollado.



En ambas simulaciones se puede observar que a los 50 días la temperatura mínima se encuentra en 35 [°C], en COMSOL la máxima se encuentra en 80 [°C] aproximadamente y en el software desarrollado la máxima se encuentra en 79 [°C].

A los 100 días, la temperatura mínima también se encuentra en 35 [°C] y en COMSOL llega hasta los 75 [°C], mientras que en el software desarrollado llega hasta los 74 [°C].

Figura 33. Flujo horizontal con fractura discreta: Variación de temperatura a lo largo del eje x a los 50 días.

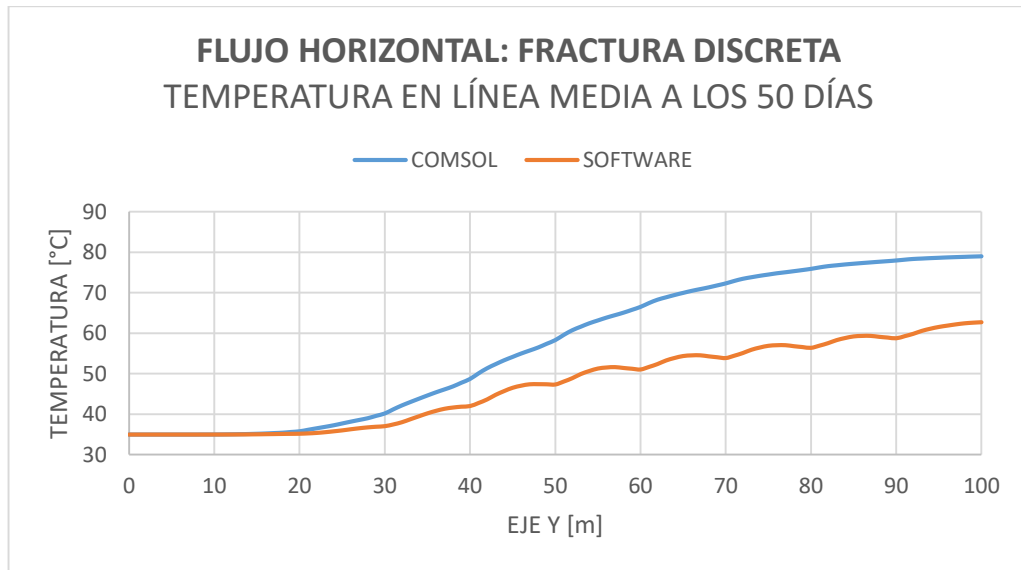


Figura 34. Flujo horizontal con fractura discreta: Variación de temperatura a lo largo del eje x a los 100 días.

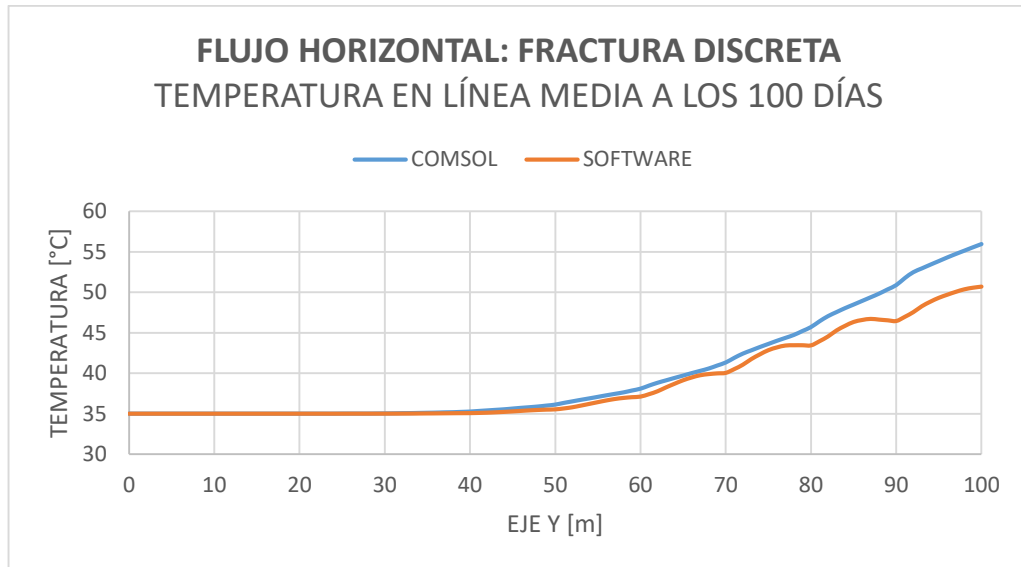


Tabla 5. Flujo horizontal con fractura discreta: Error promedio.

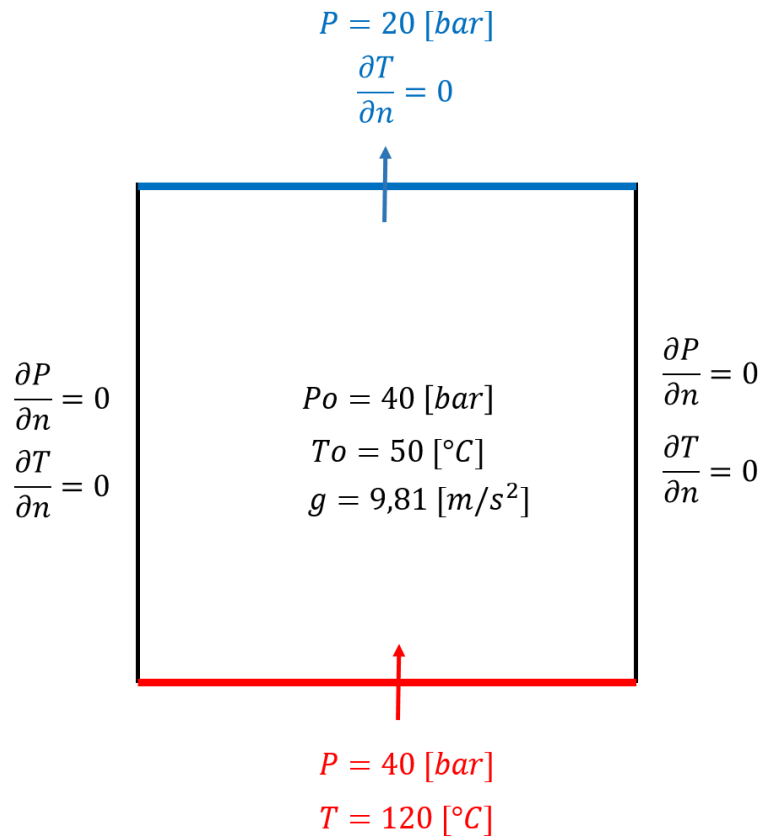
% Error Promedio	1,595 %
Desviación estándar de los errores	1,292

5.2 FLUJO VERTICAL

La segunda simulación realizada para validar los resultados obtenidos por el software desarrollado consta de un volumen de control bidimensional con una condición de presión constante en las fronteras de abajo y de arriba del volumen. Para la parte térmica, se establece una temperatura inicial del mismo valor para la matriz y el fluido y una condición de flujo de calor entrante en la frontera de abajo del volumen, por la que entra el fluido. Debido a que el medio se encuentra en un plano vertical, si se tienen en cuenta los efectos de la gravedad.

Las condiciones iniciales y condiciones de frontera del fluido del problema se muestran a continuación en la Figura 35.

Figura 35. Flujo vertical: Condiciones iniciales y de frontera.



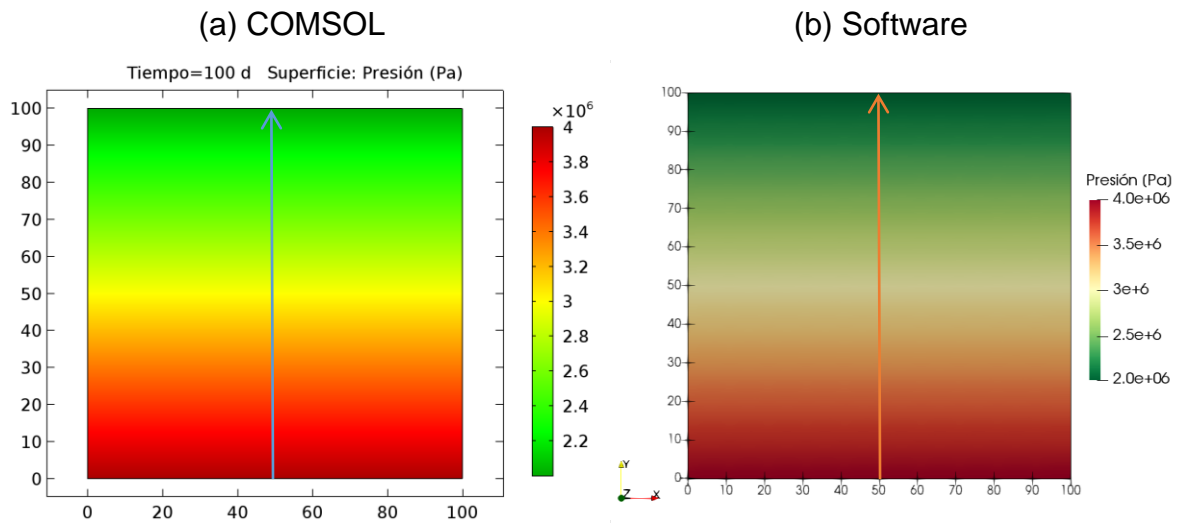
A continuación, en la Tabla 6, se muestran las propiedades geométricas, hidráulicas y térmicas de la matriz, las fracturas y el fluido.

Tabla 6. Propiedades de la validación del flujo vertical.

GEOMETRÍA		PROPIEDADES DE LA MATRIZ		PROPIEDADES DEL FLUIDO Y FRACTURAS	
L	100 [m] × 100 [m]	ρ_m	2300 [kg/m ³]	ρ_f	998 [kg/m ³]
Nx	60	Cp_m	930 [J/kg·K]	Cp_f	4200 [J/kg·K]
Ny	60	k_{tm}	1,5 [W/m·K]	k_{tf}	0,55 [W/m·K]
Nfx	10	μ_m	-	μ_f	0,001 [Pa·s]
Nfy	10	K_m	150 [mD] = 1,48038E-13 [m ²]	K_{frac}	700 [mD] = 6,90846E-13 [m ²]
b	500 [μm] = 0,0005 [m]	ϕ_m	0,25	ϕ_{frac}	0,99
t	100 días	$\phi_{promedio}$		0,25044	

En la Figura 36 se muestra el campo de presión a lo largo de todo el volumen, obtenido con (a) el software de simulación COMSOL y (b) el software desarrollado en este trabajo.

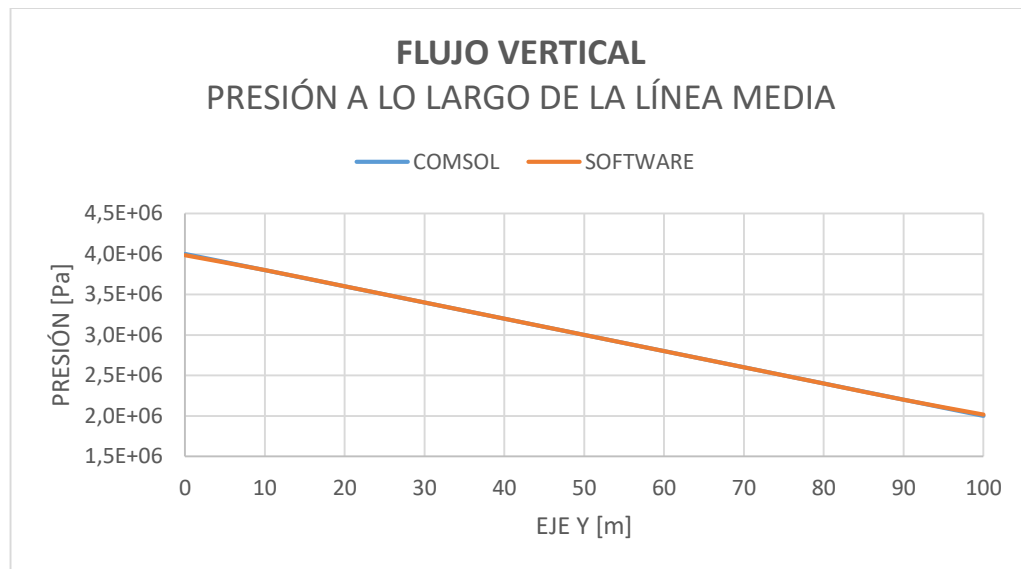
Figura 36. Flujo vertical: Campo de presión.



Se puede observar que tanto en la solución obtenida por COMSOL como en la solución obtenida con el software desarrollado, la presión varía de $4E^6 [Pa]$ a $3.0E^6 [Pa]$ en la dirección vertical y muestran la misma distribución de presión a lo largo de todo el volumen. En esta simulación se tienen en cuenta los efectos de gravedad, sin embargo, no se aprecia el efecto que este fenómeno tiene sobre la distribución de presión.

En la Figura 37 se muestra la variación de presión a lo largo del eje y con los valores calculados para la línea media mostrada en la Figura 36.

Figura 37. Flujo vertical: Presión a lo largo del eje y.

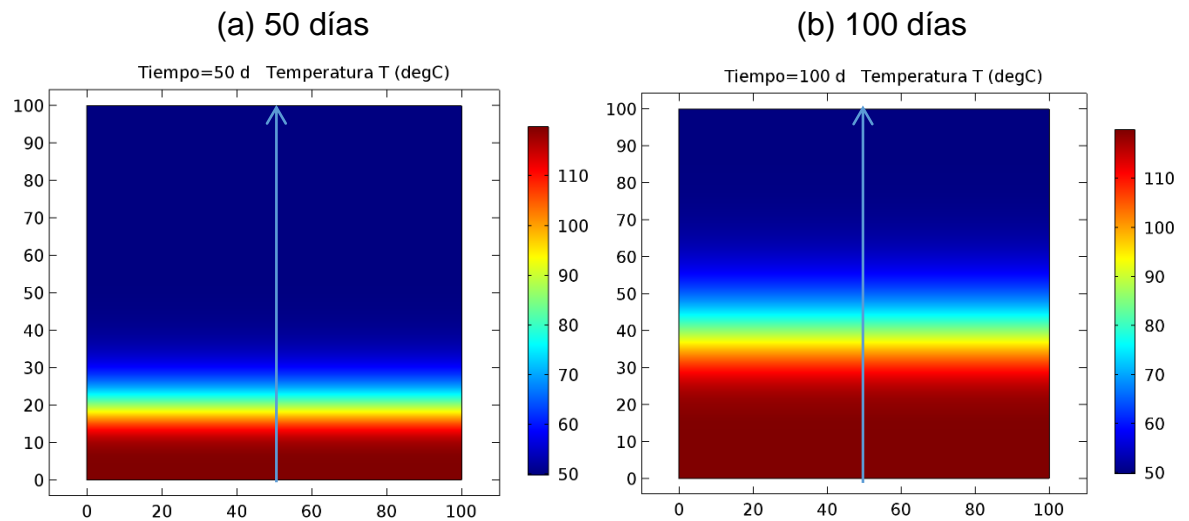


5.2.1 Flujo vertical con modelo de doble continuo

Para esta simulación solo se muestra la temperatura a lo largo de todo el volumen del medio fluido.

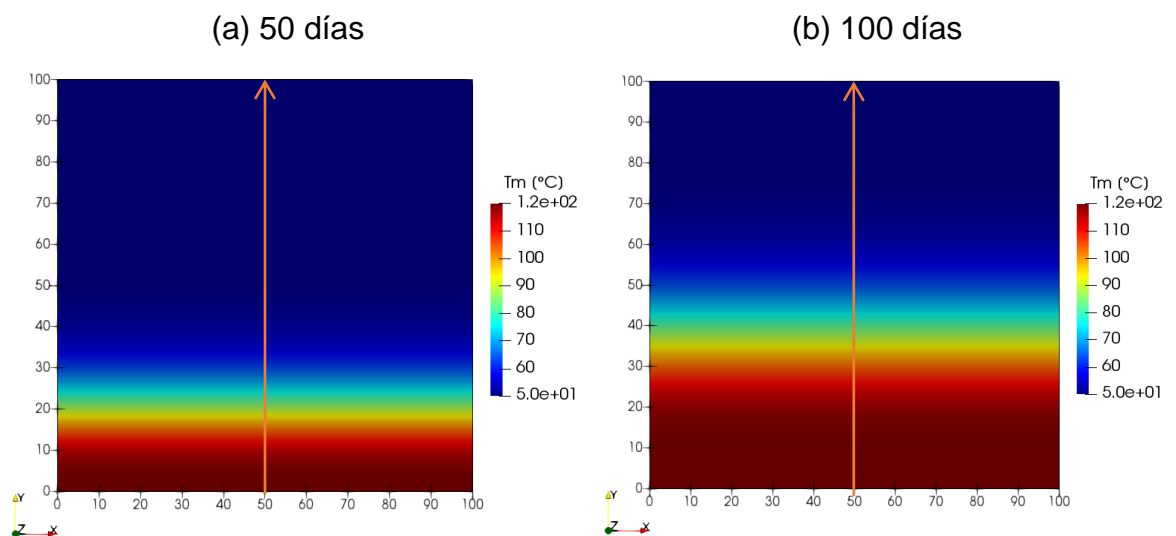
En los resultados obtenidos con COMSOL ambas temperaturas varían desde los $50 [^{\circ}C]$ hasta los $120 [^{\circ}C]$ en ambos tiempos.

Figura 38. Flujo vertical con doble continuo: Temperatura de matriz en COMSOL.



De igual manera, en el software desarrollado, las temperaturas también varían en ambos tiempos, de los 50 [°C] a los 120 [°C] en ambos medios.

Figura 39. Flujo vertical con doble continuo: Temperatura de matriz en software desarrollado.



Para calcular el error se mide la temperatura en diferentes puntos a lo largo de la línea vertical central del volumen que se muestra en las figuras anteriores. Los resultados se observan en la Figura 40 y la Figura 41.

Figura 40. Flujo vertical en doble continuo: Variación de temperatura a lo largo del eje y a los 50 días.

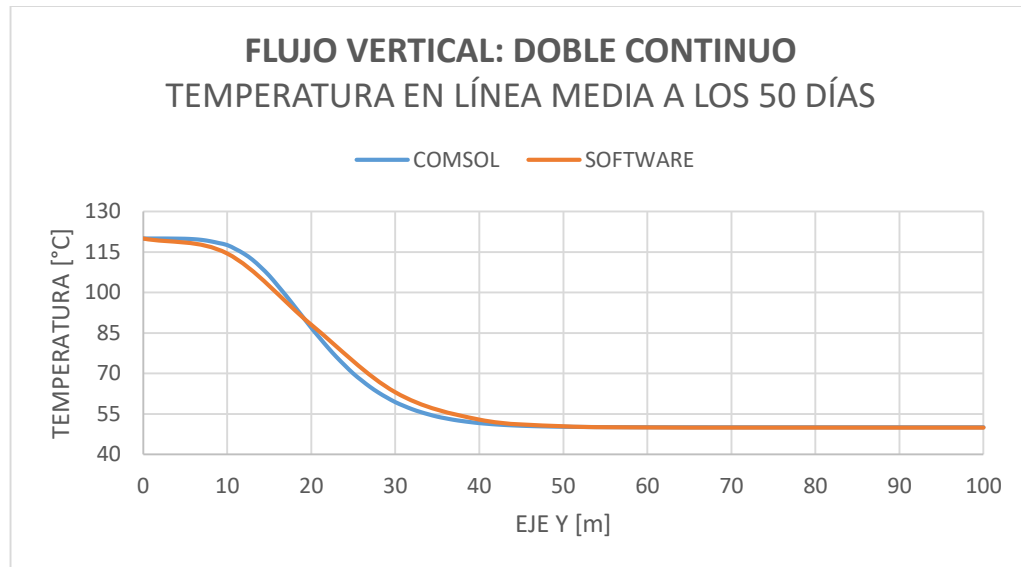
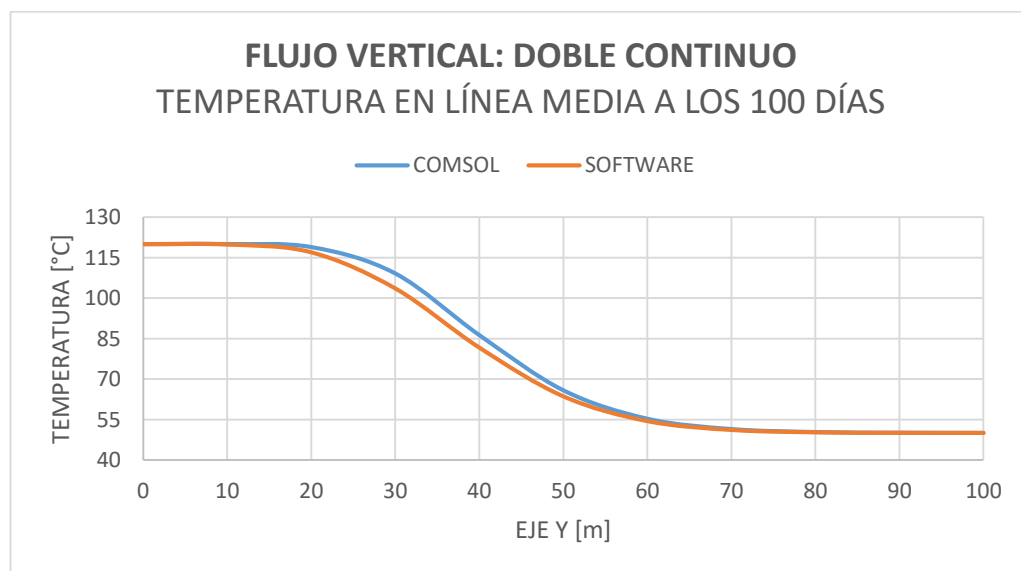


Figura 41. Flujo vertical en doble continuo: Variación de temperatura a lo largo del eje y a los 100 días.



En la Tabla 7 se muestra que el error promedio obtenido es menos al 1%.

Tabla 7. Flujo vertical en doble continuo: Error promedio.

% Error Promedio	0,322%
Desviación estándar de los errores	0,459

5.2.2 Flujo vertical con modelo de fractura discreta

Se puede observar que tanto en la simulación calculada con COMSOL y con el software desarrollado, la temperatura varía de los 50 [°C] hasta los 120 [°C].

Figura 42. Flujo vertical con fractura discreta: Temperatura en COMSOL.

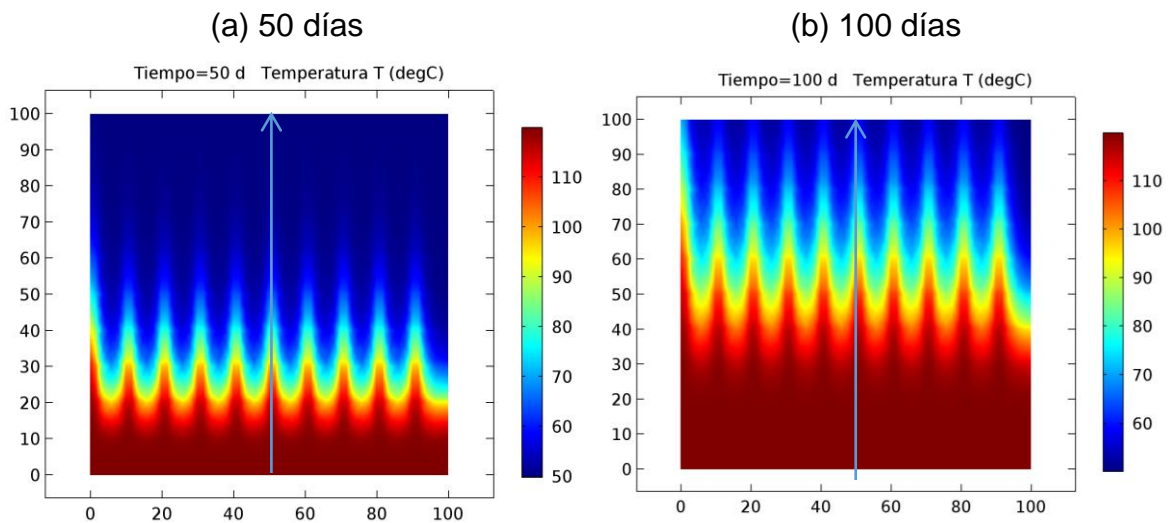
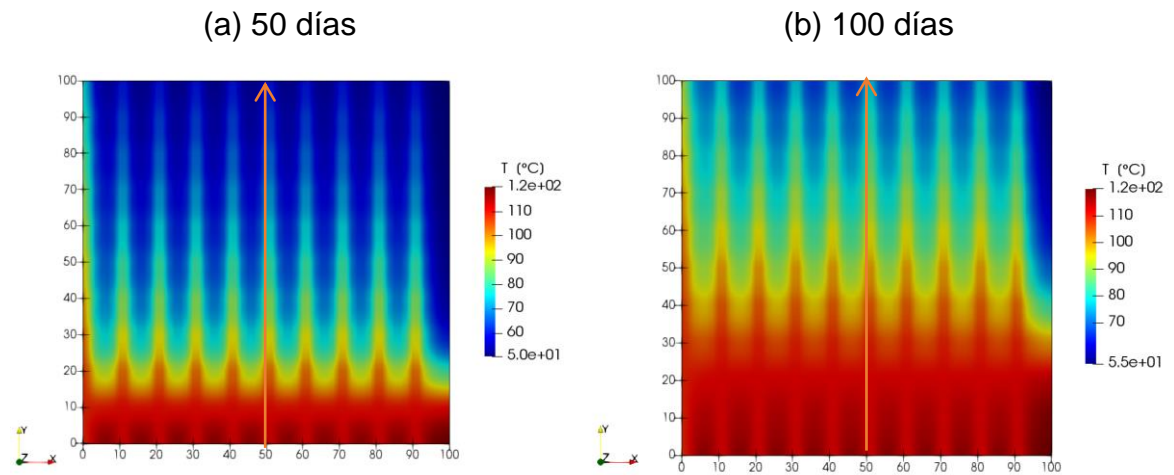


Figura 43. Flujo vertical con fractura discreta: Temperatura en software desarrollado.



Se observa la similitud entre los resultados de ambas simulaciones. La diferencia que se puede visualizar entre estos resultados es que, a lo largo de las fracturas en COMSOL, la temperatura se mantiene más fría que en la del software desarrollado.

La diferencia de temperatura a lo largo del eje y mostrado en las figuras anteriores de los datos calculados por COMSOL y el software desarrollado se muestra en la Figura 44 y la Figura 45 a los 50 y 100 días respectivamente.

Figura 44. Flujo vertical en fractura discreta: Variación de temperatura a lo largo del eje y a los 50 días.

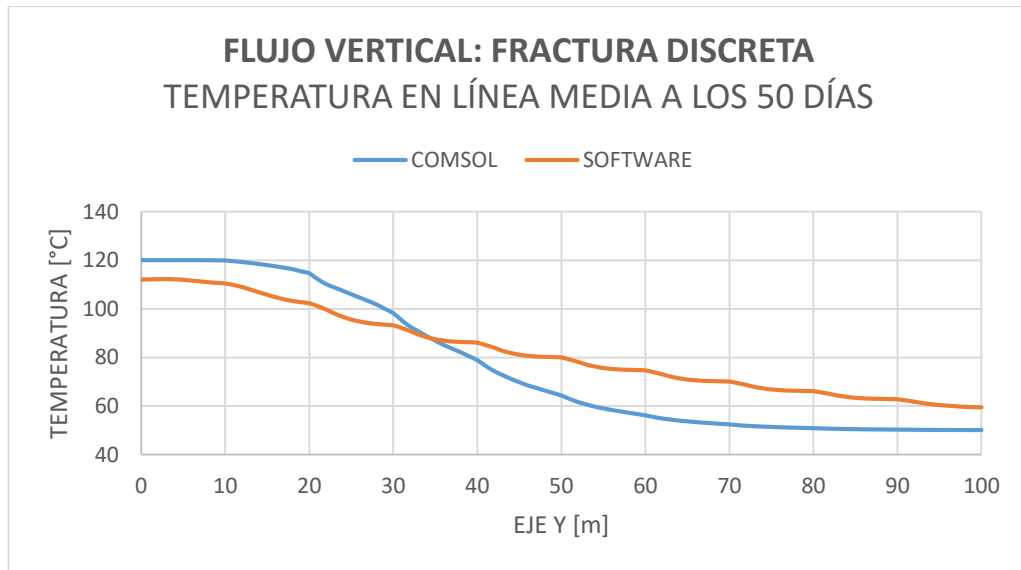


Figura 45. Flujo vertical en fractura discreta: Variación de temperatura a lo largo del eje y a los 100 días.

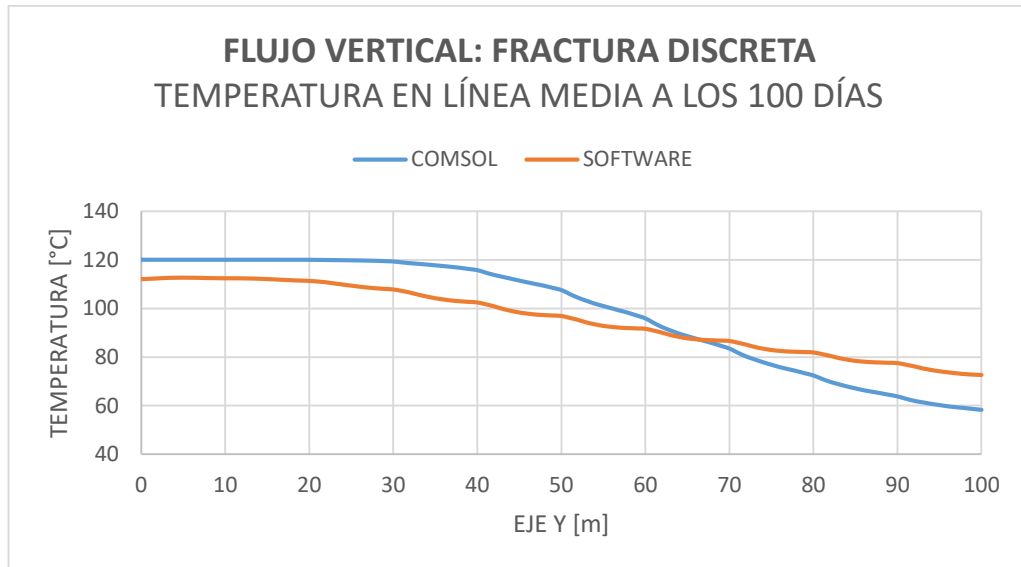


Tabla 8. Flujo vertical con fractura discreta: Error promedio.

% Error Promedio	2,984 %
Desviación estándar de los errores	1,252

5.3 FLUJO DIAGONAL

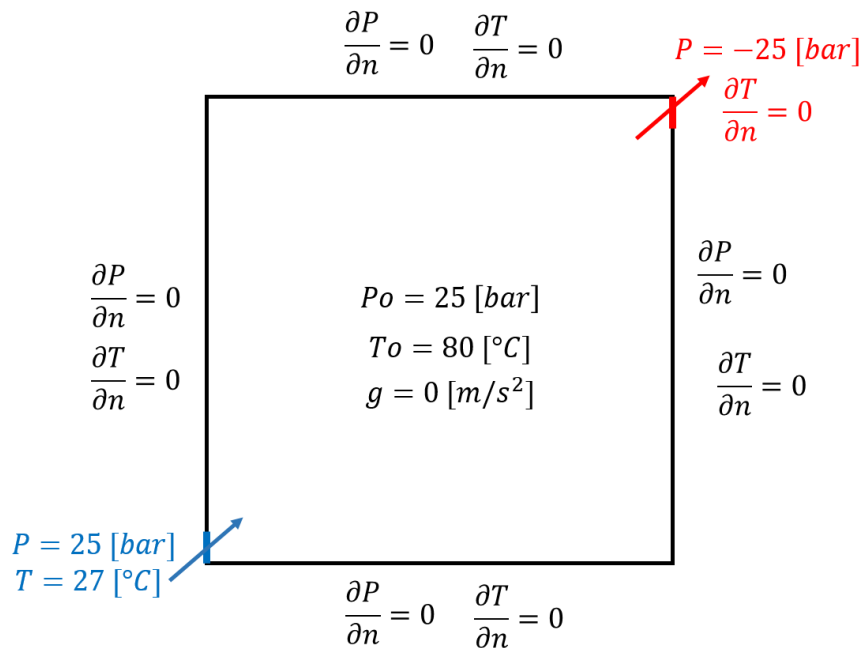
La tercera, y última, simulación de validación realizada por el software desarrollado consta de un volumen de control bidimensional con una condición de presión constante en una esquina y una presión del mismo valor, pero negativa en la esquina opuesta.

Para la parte térmica, se establece una temperatura inicial del mismo valor para la matriz y el fluido y una condición de temperatura constante en la esquina inferior izquierda, por la que entra el fluido.

En este caso, como en el del flujo horizontal, no se tendrán en cuenta los efectos de gravedad.

Las condiciones iniciales y condiciones de frontera del fluido del problema se muestran a continuación en la Figura 46.

Figura 46. Flujo diagonal: Condiciones iniciales y de frontera.



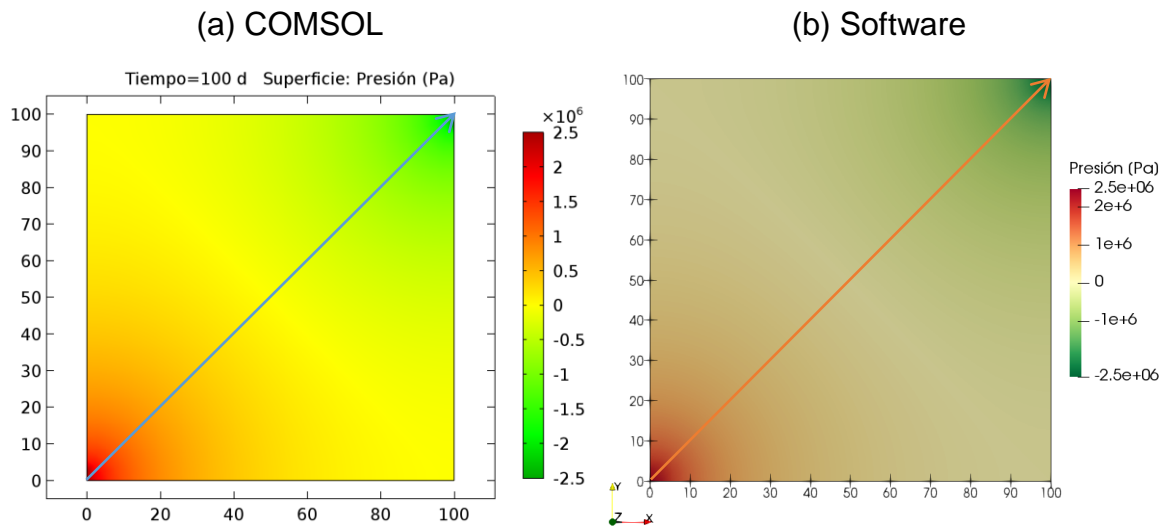
En la Tabla 9 se muestran las propiedades geométricas, hidráulicas y térmicas de la matriz, las fracturas y el fluido.

Tabla 9. Propiedades de la validación del flujo diagonal.

GEOMETRÍA		PROPIEDADES DE LA MATRIZ		PROPIEDADES DEL FLUIDO Y FRACTURAS	
L	100 [m] × 100 [m]	ρ_m	2300 [kg/m ³]	ρ_f	998 [kg/m ³]
Nx	60	Cp_m	930 [J/kg·K]	Cp_f	4200 [J/kg·K]
Ny	60	k_{tm}	1,5 [W/m·K]	k_{tf}	0,55 [W/m·K]
Nfx	10	μ_m	-	μ_f	0,001 [Pa·s]
Nfy	10	K_m	200 [mD] = 1,97385E-13 [m ²]	K_{frac}	750 [mD] = 7,40192E-13 [m ²]
b	400 [μm] = 0,0004 [m]	φ_m	0,2	φ_{frac}	0,99
t	100 días	$\varphi_{promedio}$		0,20022	

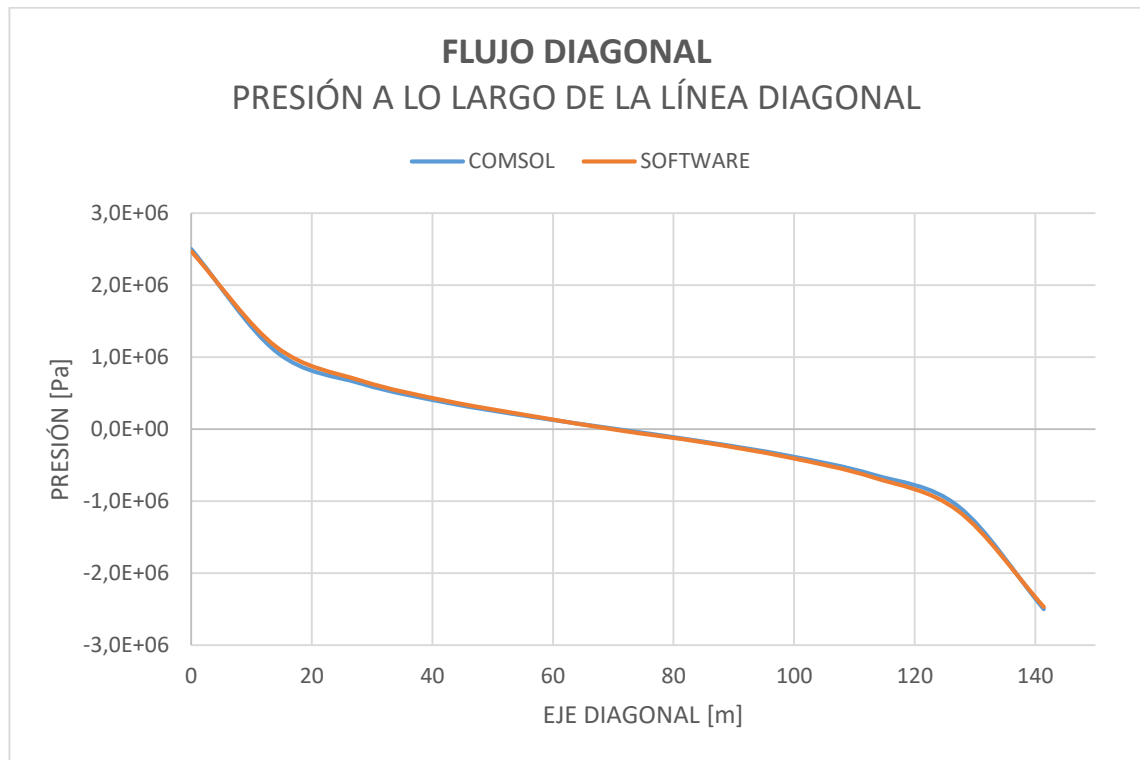
Se observa, en la Figura 47, que el campo de presión varía de 25 [bar] en la esquina inferior izquierda a -25 [bar] en la esquina superior derecha.

Figura 47. Flujo diagonal: Campo de presión.



En la Figura 48 se muestra la variación de presión a lo largo de la línea diagonal mostrada en la Figura 47 donde se puede ver la diferencia entre los valores calculados por COMSOL y el software desarrollado.

Figura 48. Flujo diagonal: Presión a lo largo de la diagonal.

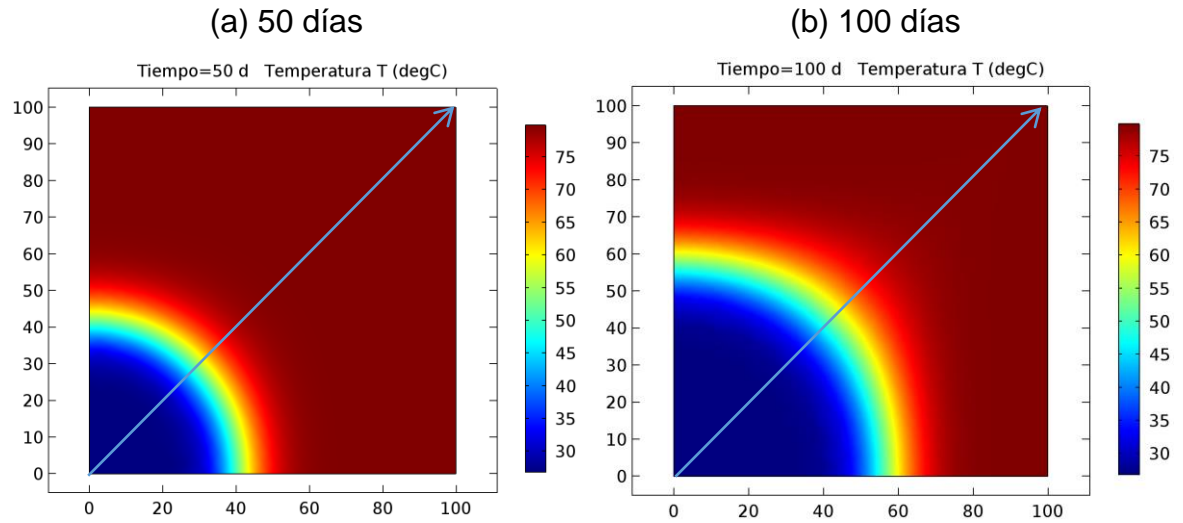


5.3.1 Flujo diagonal con el modelo de doble continuo

Dado que la temperatura inicial del medio se encuentra a 80 [°C] y el fluido entra a 27 [°C], la distribución de temperaturas en los resultados varía entre estos dos valores.

Se puede observar que, al entrar por la esquina inferior izquierda, el fluido frío forma un círculo con el punto central en esta esquina. Esto se puede visualizar en la Figura 49.

Figura 49. Flujo diagonal con doble continuo: Temperatura de matriz en COMSOL.



El borde de la circunferencia, donde el medio se encuentra aproximadamente a los 60 [°C], se encuentra a los 40 metros cuando la simulación llega a los 50 días y a los 60 metros cuando la simulación se encuentra en los 100 días.

Un comportamiento muy similar se observa con los resultados obtenidos con el software que se desarrolló en el presente trabajo. Esto se puede observar en la Figura 50. En estas simulaciones la temperatura también varía entre lo 27 [°C] y los 80 [°C].

Figura 50. Flujo diagonal con doble continuo: Temperatura de matriz en software desarrollado.

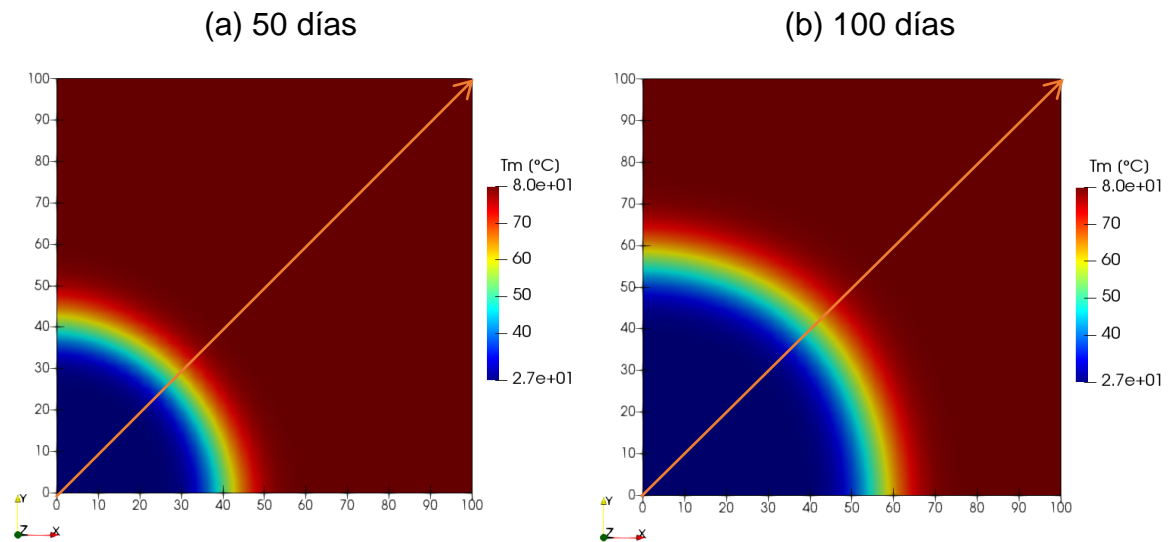


Figura 51. Flujo diagonal con doble continuo: Variación de temperatura a lo largo de la diagonal a los 50 días.

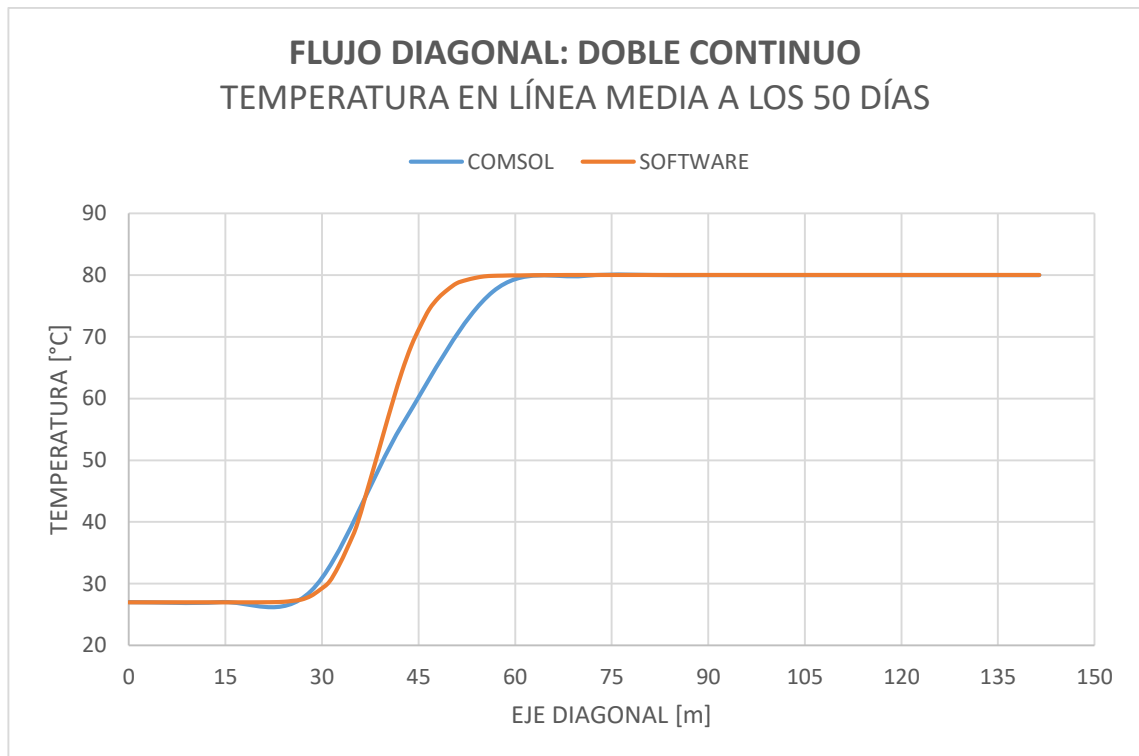
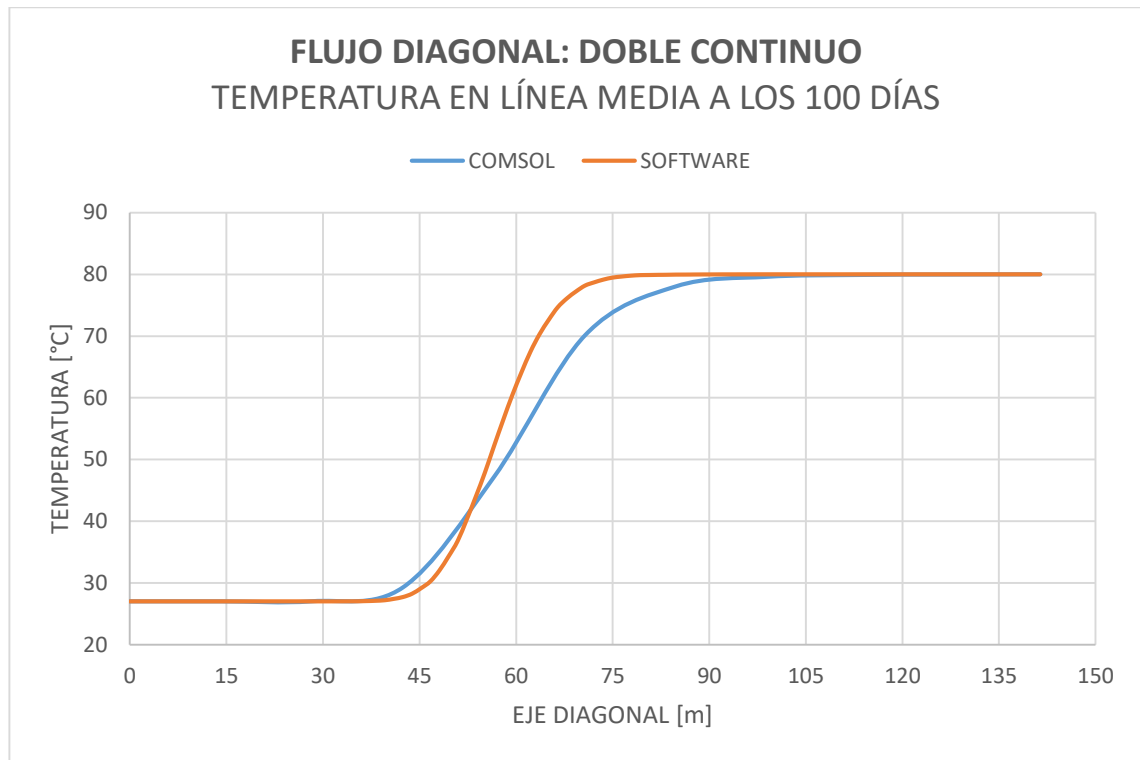


Figura 52. Flujo diagonal con doble continuo: Variación de temperatura a lo largo de la diagonal a los 100 días.



Al igual que en los casos anteriores, se calcula el error con la temperatura a lo largo de cada punto de la diagonal de la esquina inferior izquierda a la esquina superior derecha y se resume en la Tabla 10. Flujo diagonal con doble continuo: Error promedio.

Tabla 10. Flujo diagonal con doble continuo: Error promedio.

% Error Promedio	0,403%
Desviación estándar de los errores	0,789

5.3.2 Flujo diagonal con el modelo de fractura discreta

En la simulación con el modelo de fractura discreta, la temperatura del medio también varía entre los 27 [°C] y los 80 [°C]. Sin embargo, se puede observar en los

resultados otorgados por ambas simulaciones que, gracias a la alta permeabilidad de las fracturas, el fluido logra enfriar una porción del medio más grande que con la simulación con el modelo de doble continuo.

Figura 53. Flujo diagonal con fractura discreta: Temperatura en COMSOL.

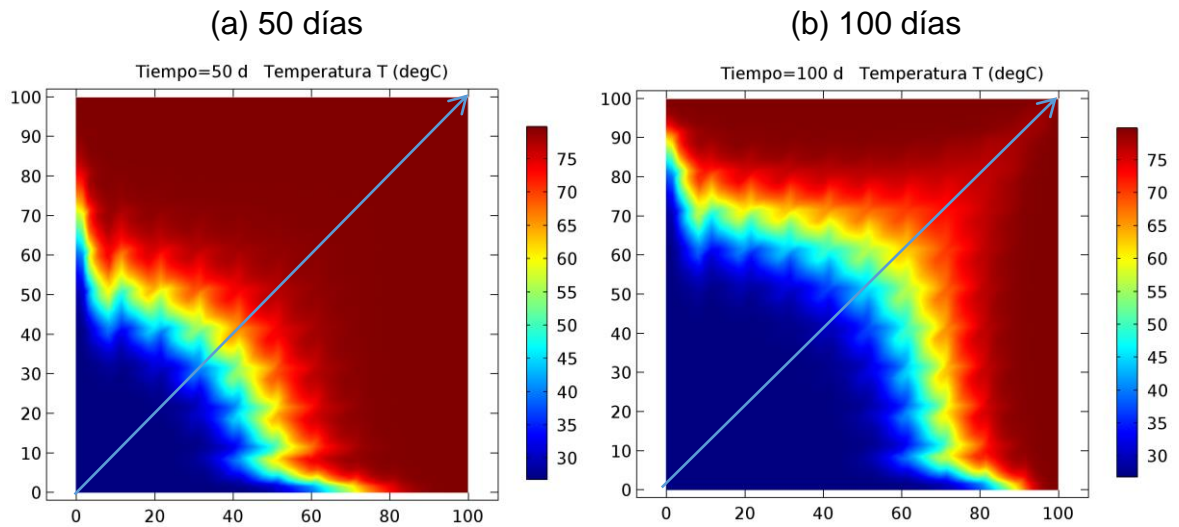
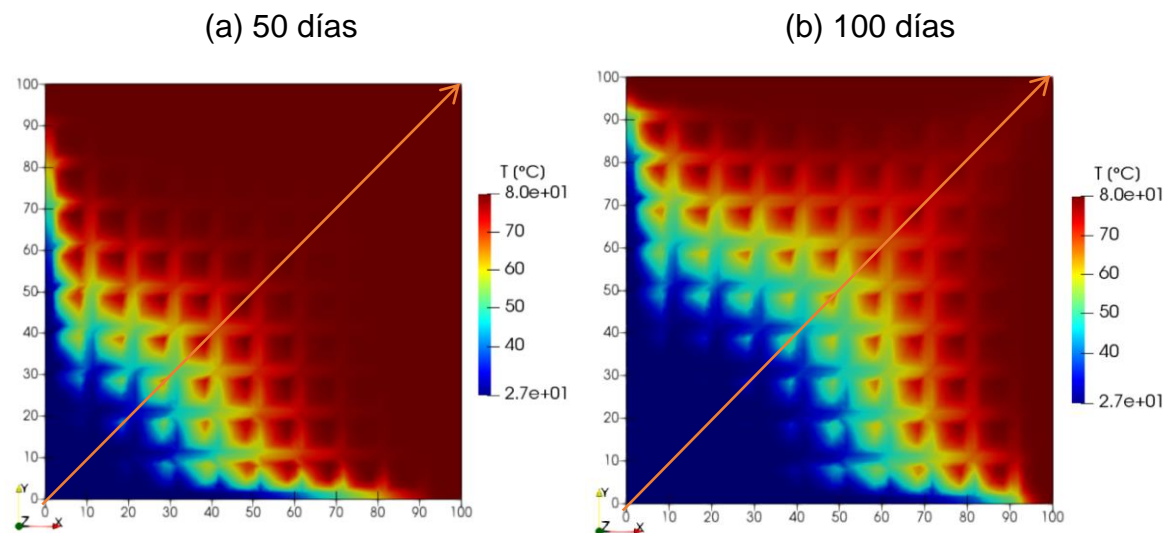


Figura 54. Flujo diagonal con fractura discreta: Temperatura en software desarrollado.



Una diferencia que se puede observar entre ambas simulaciones es que en la simulación con el software desarrollado se hace más notoria la diferencia entre el flujo por las fracturas y la matriz.

Figura 55. Flujo diagonal con fractura discreta: Variación de temperatura a lo largo de la diagonal a los 50 días.

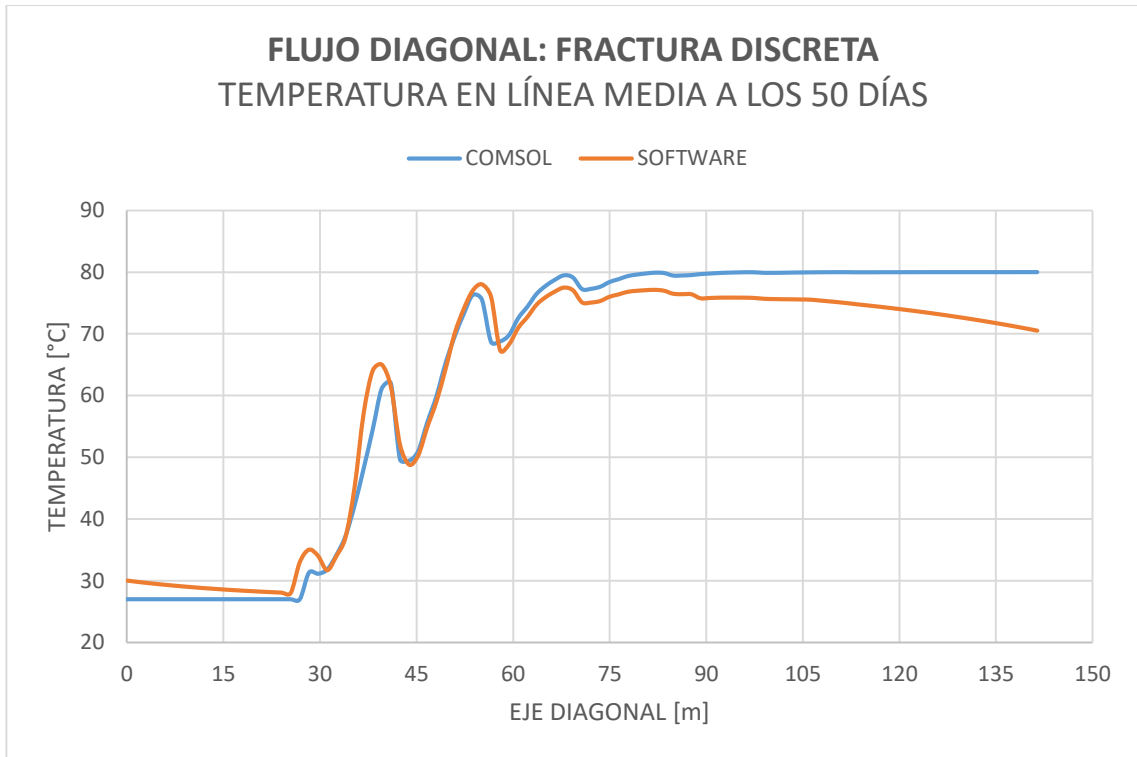


Figura 56. Flujo diagonal con fractura discreta: Variación de temperatura a lo largo de la diagonal a los 100 días.

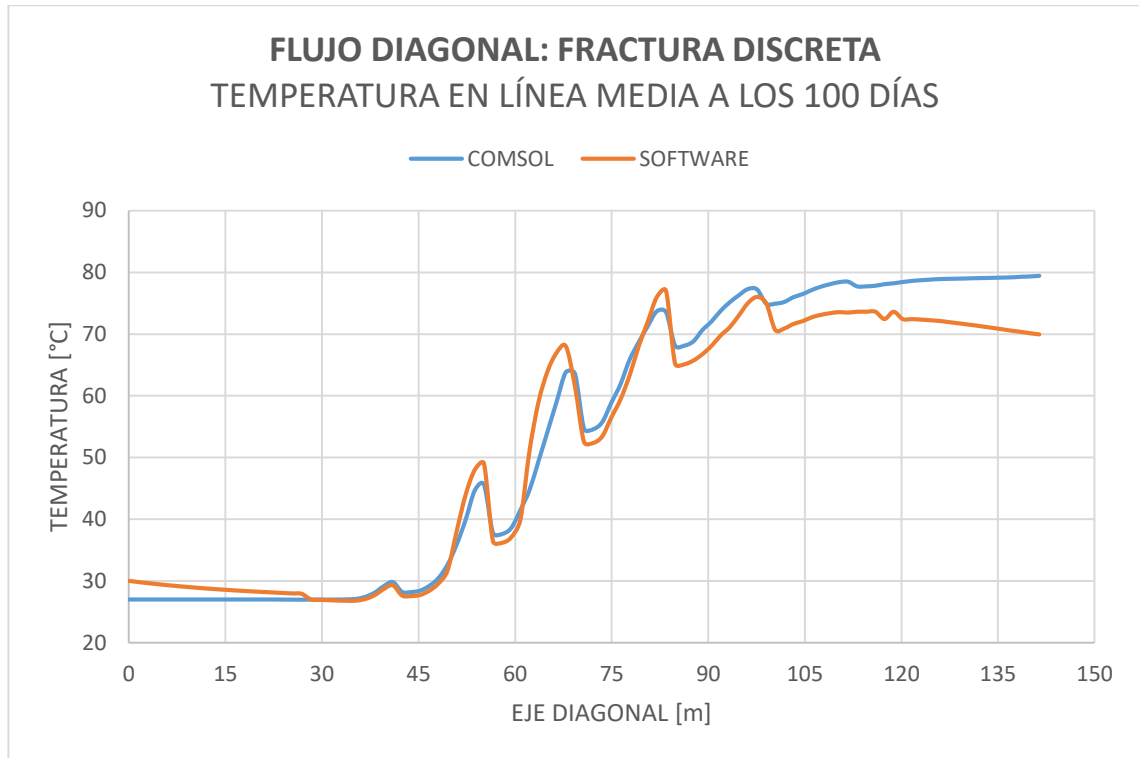


Tabla 11. Flujo diagonal con fractura discreta: Error promedio.

% Error Promedio	1,027 %
Desviación estándar de los errores	0,728

En general se puede observar que el mayor error se da en las simulaciones con el modelo de fractura discreta. Esto se puede deber a que COMSOL trabaja con elementos finitos y el software se desarrolló con volúmenes finitos. Sin embargo, en todas las simulaciones realizadas con el modelo de doble continuo se obtiene un error menor al 1%.

6. COMPARACIÓN DE LOS MODELOS

Con el fin de comparar los resultados de las simulaciones de ambos modelos, se analiza la temperatura media de todo el volumen a lo largo de los 100 tiempos totales de simulación. Además, se muestra el cambio de temperatura del punto medio del dominio a lo largo del tiempo con ambos modelos.

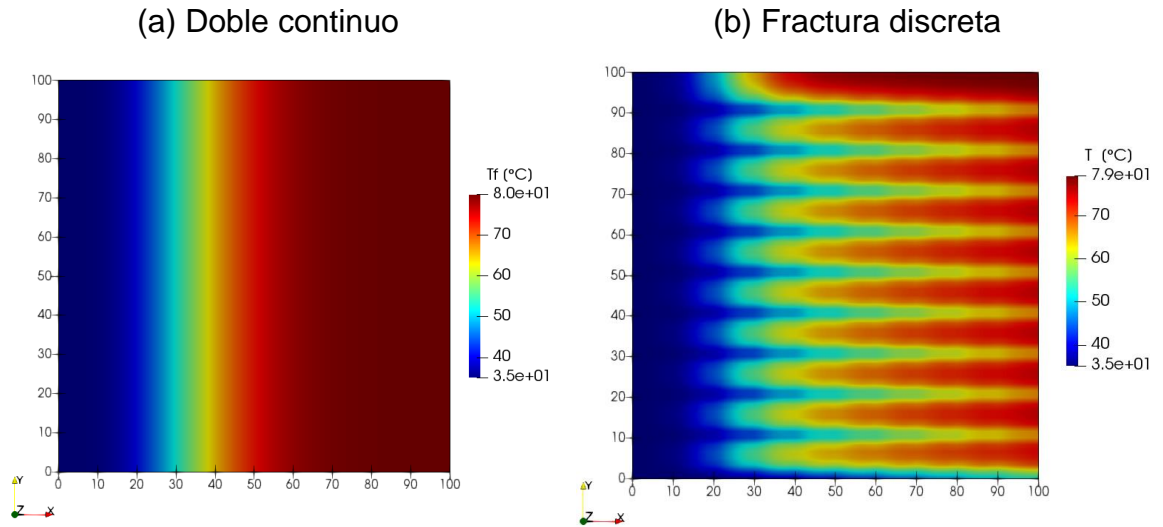
No se analiza, como se hizo en el capítulo anterior, el cambio de temperatura en el tiempo de las líneas medias del dominio. Esto es así debido a que no son comparables. En el modelo de fractura discreta, la temperatura a lo largo de la geometría varía de manera no lineal, mientras que en el modelo de doble continuo sí. Es por esto que comparar ambos modelos de esta manera arrojaría grandes diferencias entre ambos medios.

Como se mencionó en el capítulo anterior, en el modelo de doble continuo las temperaturas del fluido y la matriz son las mismas, debido al alto valor del coeficiente de transferencia de calor entre ambos medios. Debido a esto, en este capítulo solo se comparará el medio del fluido, obtenido con el modelo de doble continuo, con el modelo de fractura discreta.

6.1 COMPARACIÓN DE MODELOS CON FLUJO HORIZONTAL

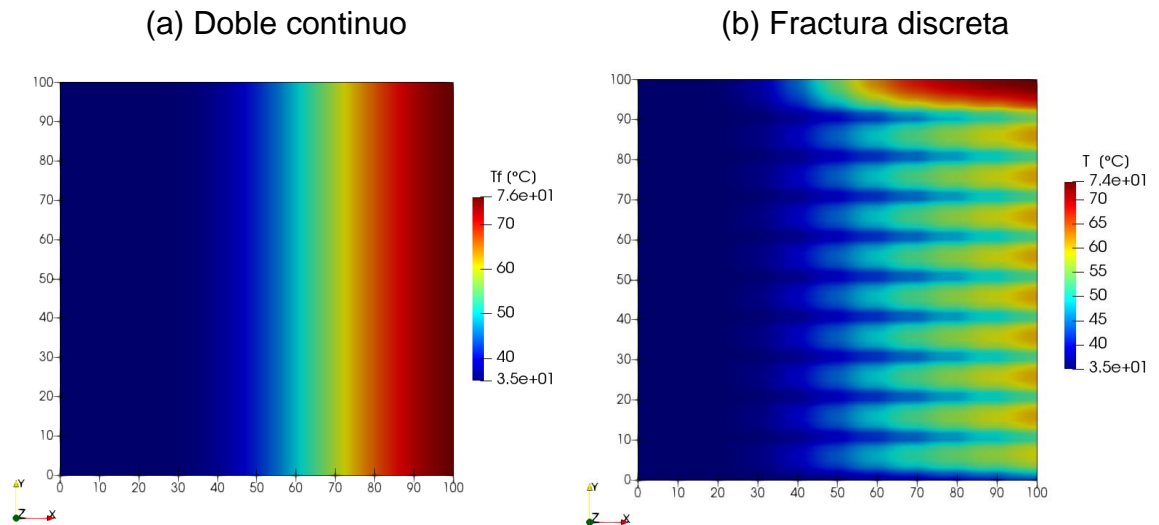
En la Figura 57 se muestra la distribución de temperatura en el medio obtenida a los 50 días de simulación. A la izquierda se muestra la temperatura con el modelo de doble continuo y a la derecha con el modelo de fractura discreta.

Figura 57. Flujo horizontal: 50 días de simulación.



En la Figura 58 se muestra la distribución de temperatura en el medio obtenida a los 100 días de simulación. A la izquierda se muestra la temperatura con el modelo de doble continuo y a la derecha con el modelo de fractura discreta.

Figura 58. Flujo horizontal: 100 días de simulación.

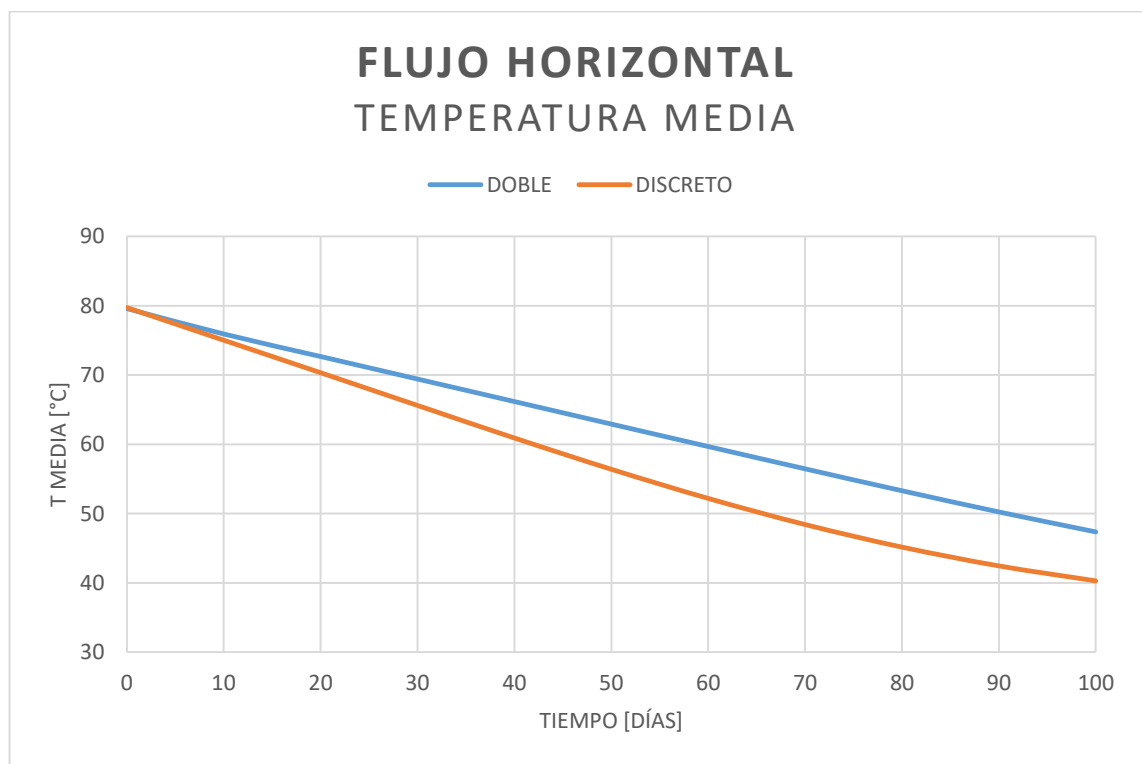


Se puede observar que con el modelo de fractura discreta, gracias a la alta permeabilidad de las fracturas, el fluido frío avanza más a lo largo del eje x mientras

que con el modelo de doble continuo a los 80 metros la temperatura empieza a aumentar hasta los 80 [°C].

A continuación, en la Figura 59 se muestra la temperatura media de todo el volumen con los modelos de doble continuo y fractura discreta para distintos puntos de tiempo.

Figura 59. Comparación de los modelos en flujo horizontal.



Se puede observar, en la Figura 59, que para la simulación de un flujo horizontal con fluido entrante más frío que la temperatura inicial del medio, la simulación con el modelo de doble continuo en todo el medio se mantiene más caliente que con el modelo de fractura discreta.

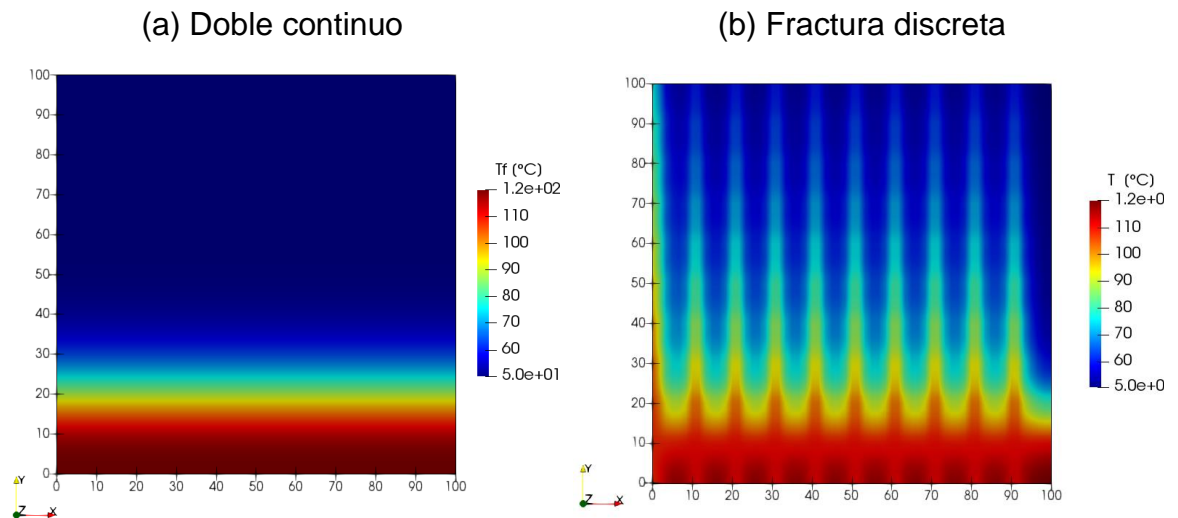
Se observa que la temperatura inicial del ambos modelos es 80 [°C], que es la temperatura inicial del medio en ambas simulaciones. Sin embargo, a medida que

el tiempo transcurre la temperatura media de ambas simulaciones empiezan a distanciarse.

6.2 COMPARACIÓN DE MODELOS CON FLUJO VERTICAL

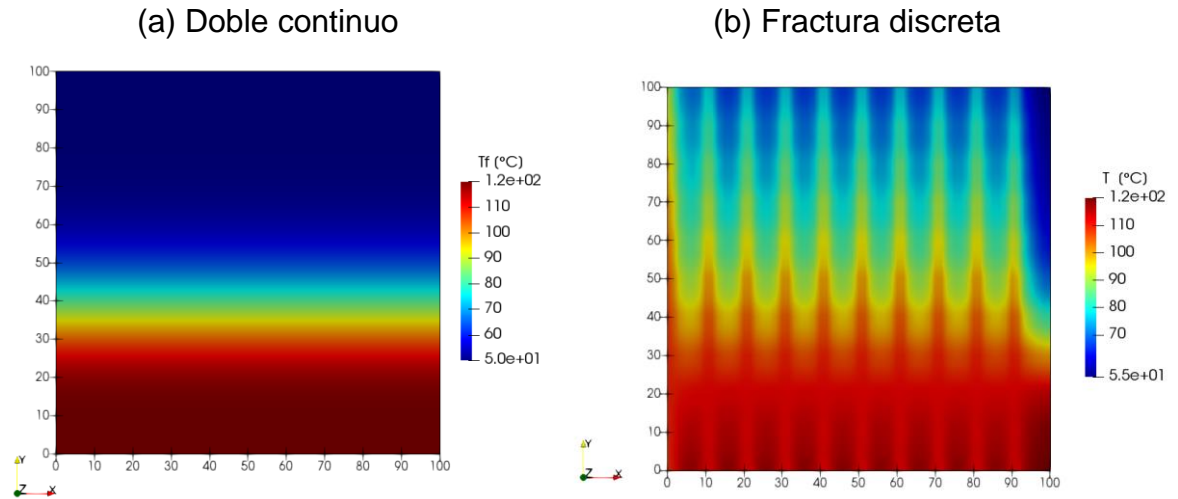
En la Figura 60 se muestra la distribución de temperatura en el medio obtenida a los 50 días de la simulación del flujo vertical. A la izquierda se muestra la temperatura con el modelo de doble continuo y a la derecha con el modelo de fractura discreta.

Figura 60. Flujo vertical: 50 días de simulación.



En la Figura 61 se muestra la distribución de temperatura en el medio obtenida a los 100 días de la simulación flujo vertical. A la izquierda se muestra la temperatura con el modelo de doble continuo y a la derecha con el modelo de fractura discreta.

Figura 61. Flujo vertical: 100 días de simulación.

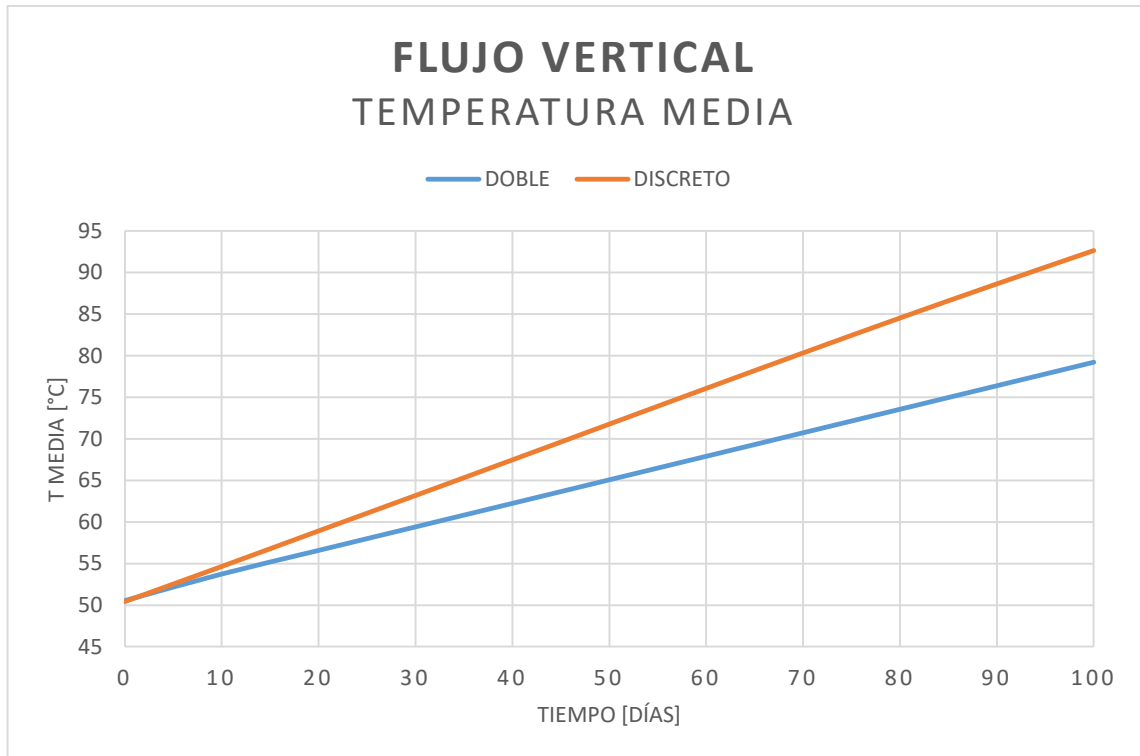


De nuevo se observa que en el modelo de fractura discreta el frente del fluido entrante avanza más lejos que en la simulación con el modelo de doble continuo. Sin embargo, lo que causa esto en este caso es que una porción más grande del volumen se caliente, y no que se enfríe, hasta la temperatura de entrada del fluido.

En el caso de la simulación con el modelo de doble continuo, a los 100 días, la temperatura empieza a disminuir a los 50 [°C] cuando llega a los 40 metros en el eje y , mientras que en la simulación con el modelo de fractura discreta lo hace mucho más adelante. Causando que la temperatura del medio se vea más influenciada por la temperatura del fluido.

A continuación, en la Figura 62 se muestra la temperatura media de todo el volumen con los modelos de doble continuo y fractura discreta para distintos puntos de tiempo.

Figura 62. Comparación de los modelos en flujo vertical.



Se puede observar, en la Figura 62, que para la simulación de un flujo vertical con fluido entrante más caliente que la temperatura inicial del medio, la simulación con el modelo de doble continuo en todo el medio se mantiene más fría que con el modelo de fractura discreta.

Se observa que la temperatura inicial de ambos modelos es 50 [°C], que es la temperatura inicial del medio en ambas simulaciones. Sin embargo, a medida que el tiempo transcurre la temperatura media de ambas simulaciones empiezan a distanciarse. En este caso la temperatura del modelo de fractura discreta la que más aumenta, debido a la alta temperatura a la que ingresa el fluido y a la facilidad que tiene este al fluir por las fracturas.

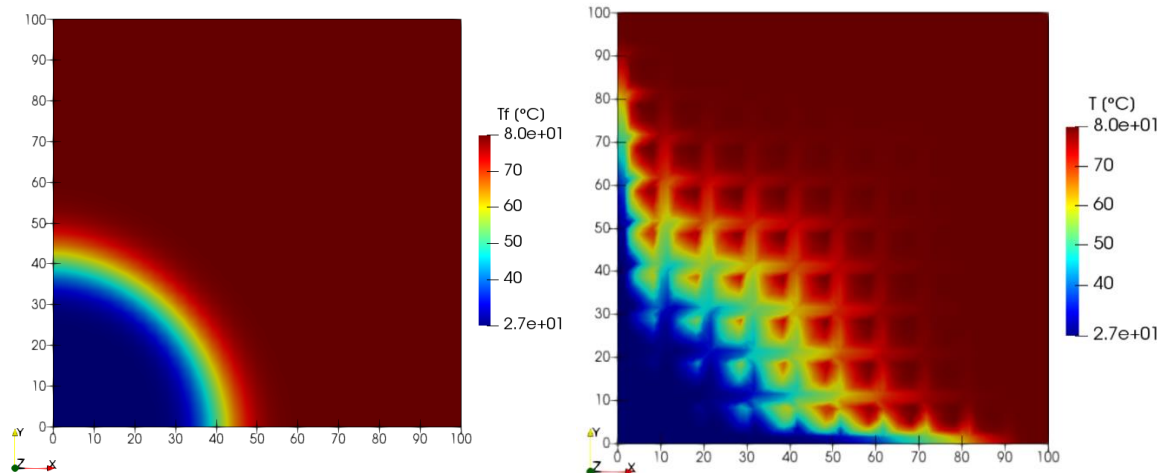
6.3 COMPARACIÓN DE MODELOS CON FLUJO DIAGONAL

En la Figura 63 se muestra la distribución de temperatura en el medio obtenida a los 50 días de la simulación de flujo diagonal. A la izquierda se muestra la temperatura con el modelo de doble continuo y a la derecha con el modelo de fractura discreta.

Figura 63. Flujo diagonal: 50 días de simulación.

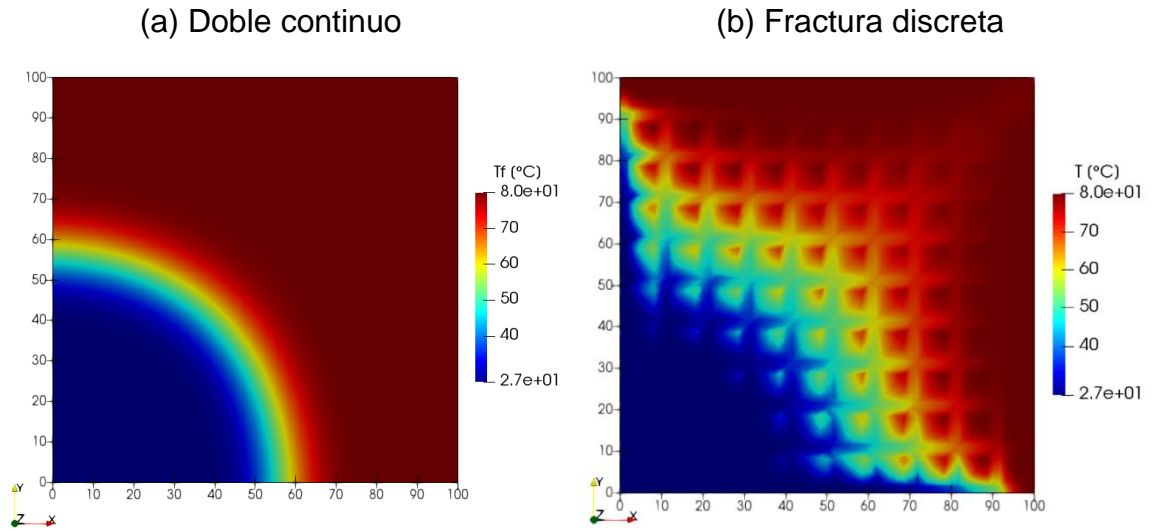
(a) Doble continuo

(b) Fractura discreta



En la Figura 64 se muestra la distribución de temperatura en el medio obtenida a los 100 días de simulación. A la izquierda se muestra la temperatura con el modelo de doble continuo y a la derecha con el modelo de fractura discreta.

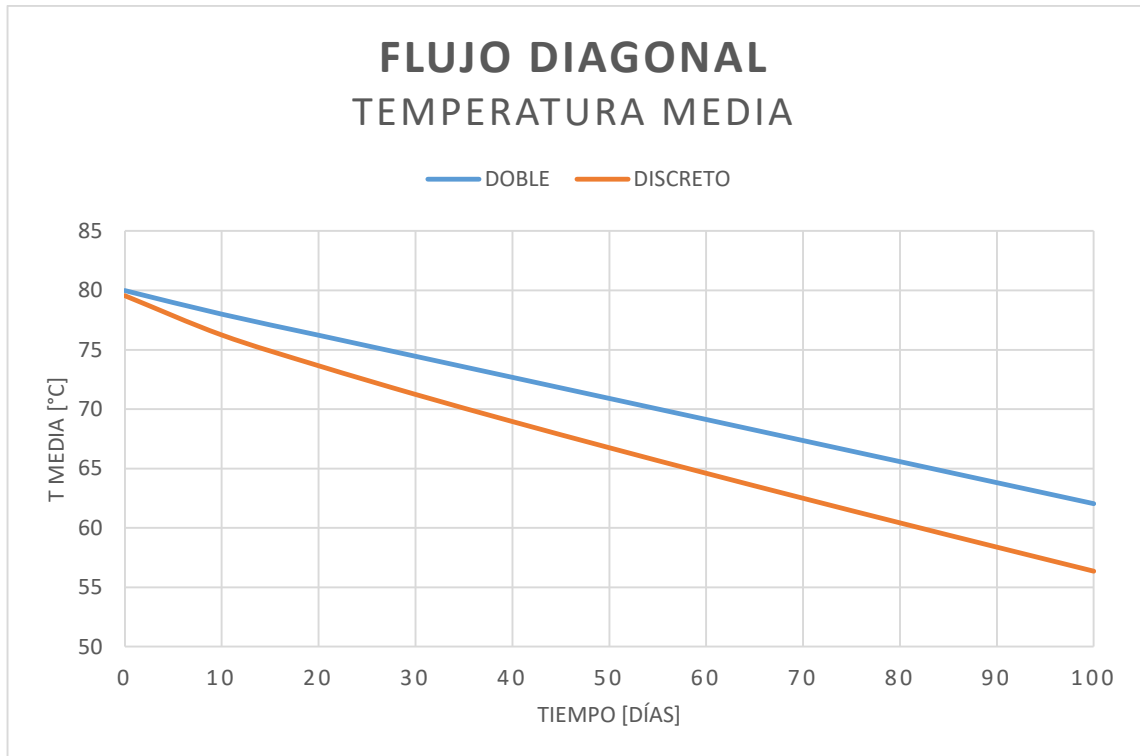
Figura 64. Flujo diagonal: 100 días de simulación.



De nuevo, con el modelo de fractura discreta, el fluido frío avanza más a lo largo del eje diagonal del volumen mientras que con el modelo de doble continuo el frente de la circunferencia que forma el fluido frío llega solamente hasta los 60 metros a los 100 días, aproximadamente.

A continuación, en la Figura 64 se muestra la temperatura media de todo el volumen con los modelos de doble continuo y fractura discreta para distintos puntos de tiempo en la simulación de flujo diagonal.

Figura 65. Comparación de los modelos en flujo diagonal.



Se puede observar, en la Figura 64, que para la simulación de un flujo diagonal con fluido entrante más frío que la temperatura inicial del medio, la simulación con el modelo de doble continuo en todo el medio se mantiene más caliente que con el modelo de fractura discreta. Este es un comportamiento similar al obtenido en la simulación del flujo horizontal, donde la temperatura de entrada del fluido también es más baja que a la temperatura inicial del medio y, contrario a la simulación de flujo vertical donde la temperatura de entrada del fluido es más alta que la temperatura inicial del medio.

Se observa que la temperatura inicial del ambos modelos es 80 [°C], que es la temperatura inicial del medio en ambas simulaciones. Sin embargo, a medida que el tiempo transcurre la temperatura media de ambas simulaciones empiezan a distanciarse, llegando la simulación con el modelo de fractura discreta más abajo que la del modelo de doble continuo.

Se evidencia, finalmente, que debido a que el tamaño de las fracturas es tan pequeño, al promediar las propiedades del medio entre las de la matriz y las fracturas, las fracturas influyen muy poco en este promedio. Debido a esto, en el modelo de doble continuo, las propiedades de las fracturas no influyen mucho en el flujo del fluido por el medio ni en la transferencia de calor.

6.4 COMPARACIÓN CON DIFERENTE NÚMERO DE FRACTURAS

Con el fin de analizar la influencia que tiene el número de fracturas del reservorio en la transferencia de calor, se repite la simulación de flujo diagonal con el modelo de fractura discreta con un menor número de fracturas. En la simulación mostrada en la sección anterior se tenían 10 fracturas en x y 10 fracturas en y , distribuidas uniformemente, lo que hacía que hubiera una fractura cada 10 metros.

A continuación se muestran los resultados para una simulación con los mismos valores iniciales y de frontera que la mostrada en la sección anterior pero calculada con 5 fracturas en x y 5 fracturas en y , haciendo que haya una fractura cada 20 metros.

En la Figura 65 se muestra la temperatura del medio a los 50 días de simulación, en la izquierda con fracturas cada 20 metros y en la derecha con fracturas cada 10 metros. En la Figura 67 se muestran los mismos resultados pero para 100 días de simulación.

Figura 66. Temperatura de flujo diagonal a los 50 días con diferente número de fracturas.

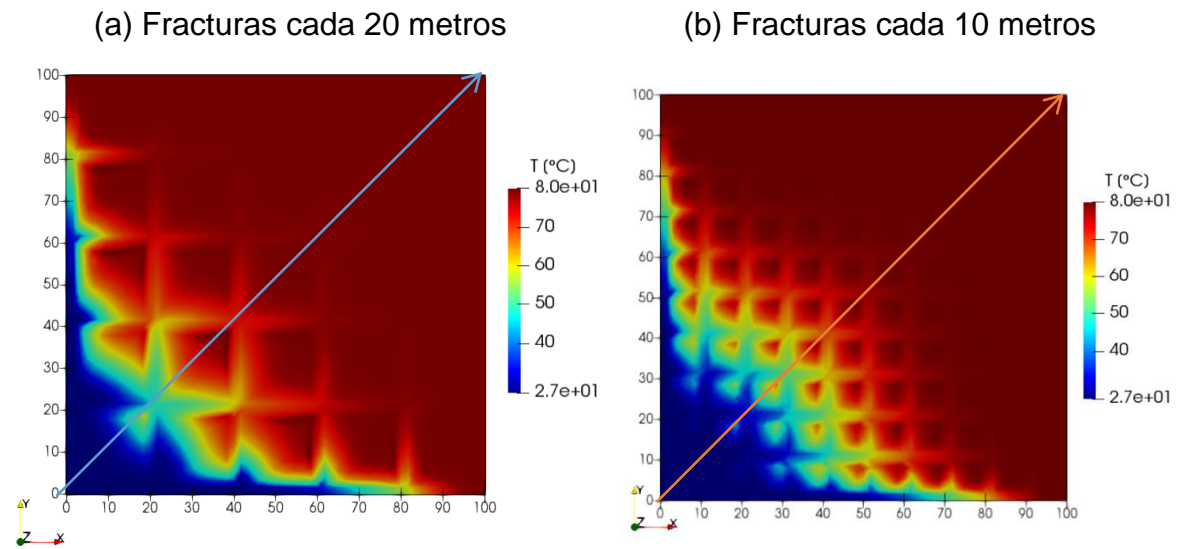
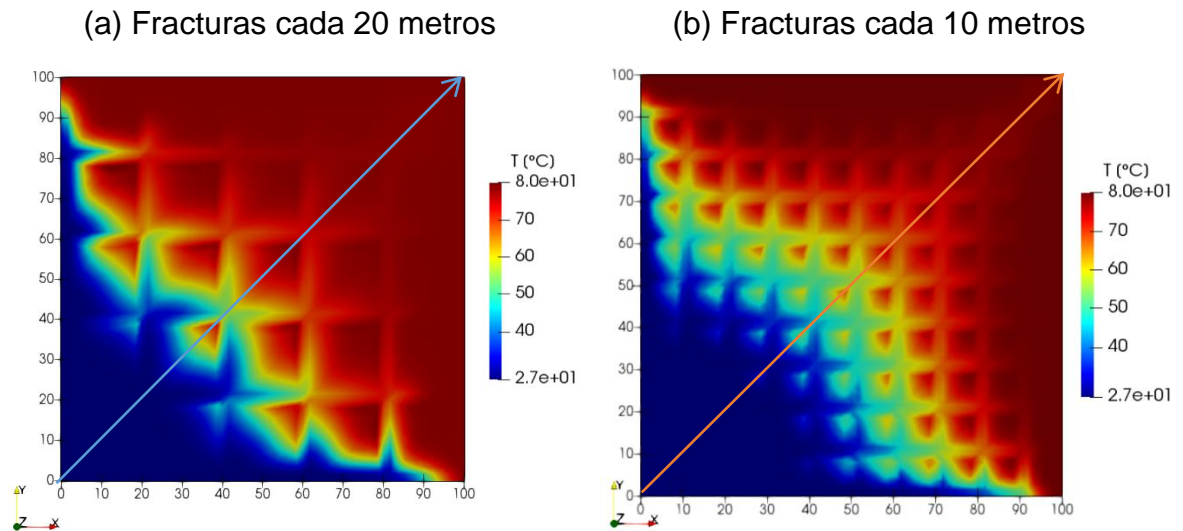
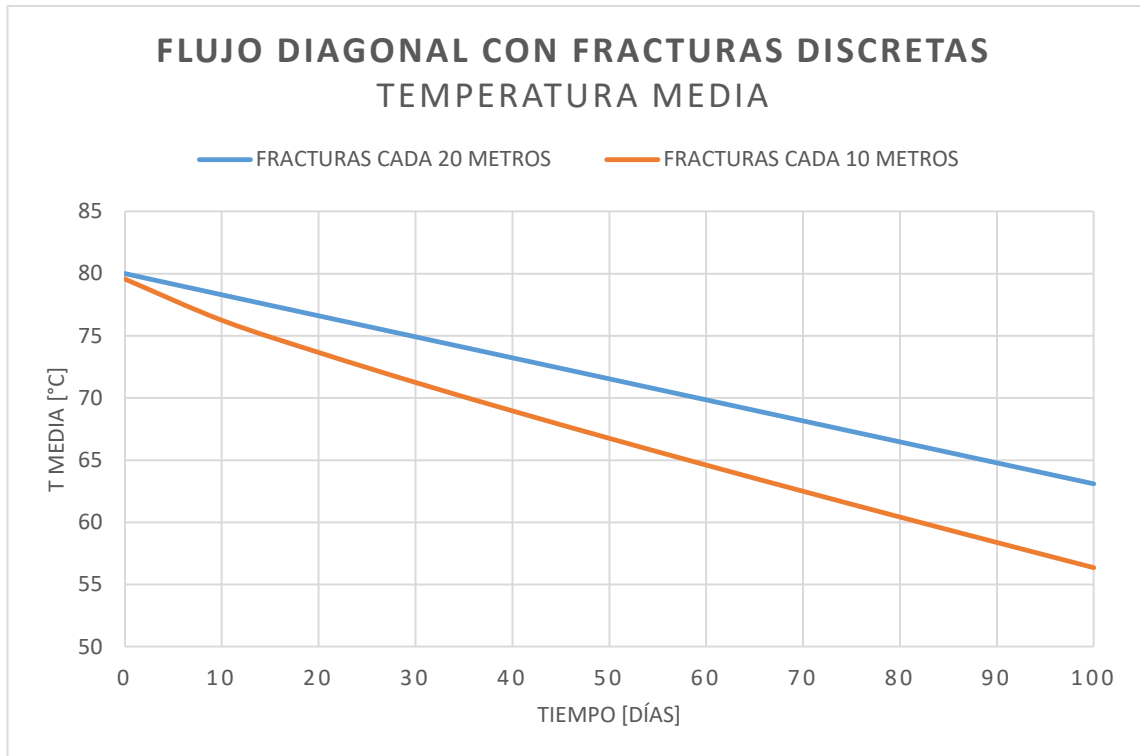


Figura 67. Temperatura de flujo diagonal a los 100 días con diferente número de fracturas.



Para analizar la diferencia entre ambas simulaciones se midió la temperatura media del medio en distintos puntos de tiempo. El valor de la temperatura media a lo largo del tiempo se muestra en la Figura 68 donde se muestran estas temperaturas a lo largo del tiempo.

Figura 68. Temperatura media del medio para distinto número de fracturas.



Se observa que el medio con menos fracturas se mantiene más caliente a lo largo del tiempo. A los 100 días, la diferencia de temperatura entre ambos medios alcanza los 10 [°C]. Cabe recordar que en este problema la temperatura inicial es más alta que la temperatura de entrada del fluido, y al tener menos número de fracturas y no permitir tan bien el paso del fluido, esto puede llevar a que el fluido no logre enfriar tanto el medio como en la simulación donde se tienen más fracturas. Se esperaría encontrar el efecto contrario con una simulación donde el fluido que entra se encuentre a una temperatura más alta que la temperatura inicial del medio.

Adicionalmente, se midió la temperatura a lo largo de la diagonal que se muestra en la Figura 65 y la Figura 67. Los resultados se muestran en la Figura 69 a los 50 días de simulación y en la figura a los 100 días de simulación. Estos resultados sirven para analizar la rapidez con la que disminuye la temperatura del medio debido a la inyección de fluido frío, dependiendo del número de fracturas.

Figura 69. Temperatura a lo largo del eje diagonal para distinto número de fracturas a los 50 días.

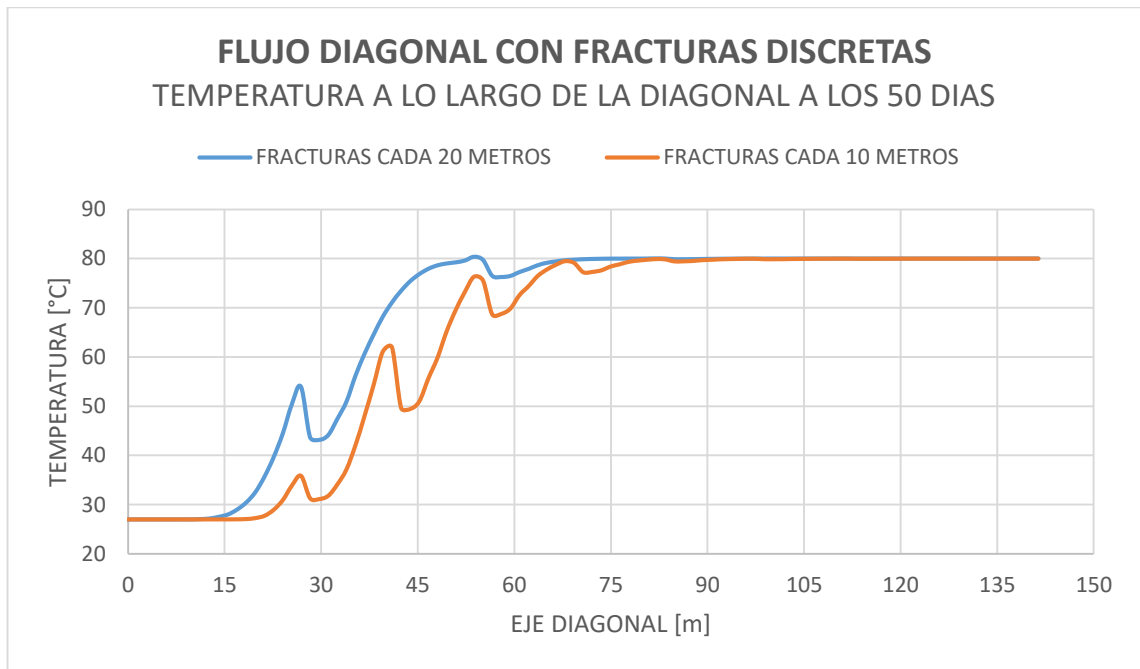
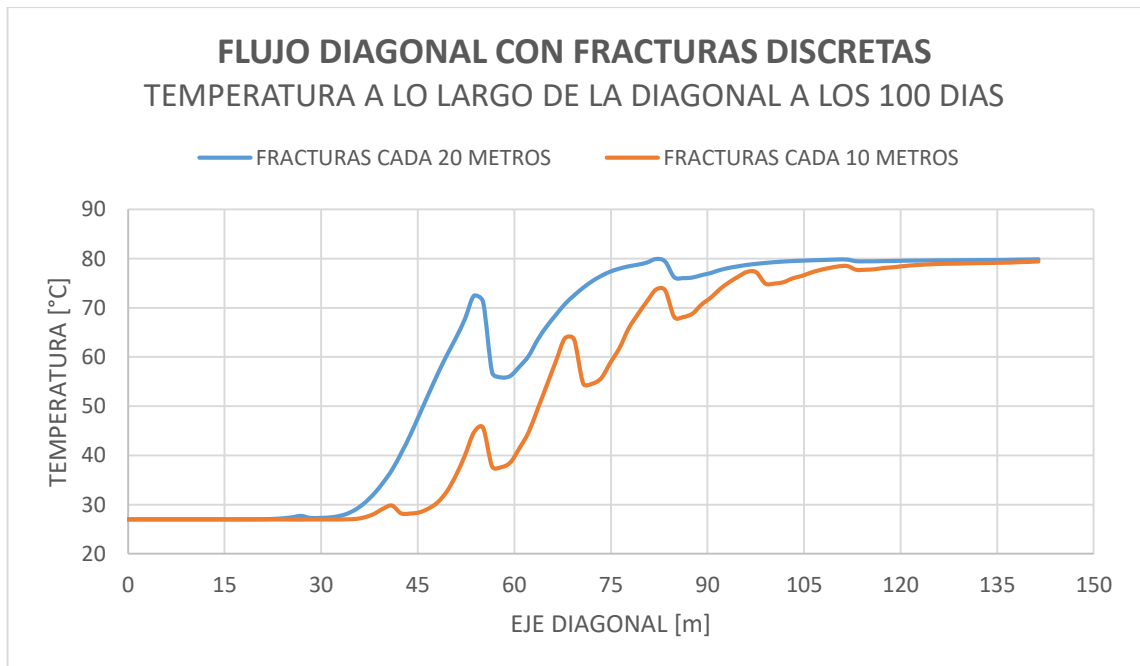


Figura 70. Temperatura a lo largo del eje diagonal para distinto número de fracturas a los 100 días.



Se puede observar en las figuras anteriores que al tener mayor cantidad de fracturas el medio empieza a disminuir la temperatura más rápidamente que si se tiene menor cantidad de fracturas y se mantiene en una temperatura más baja. Esto se traduce a que el al tener mayor número de fracturas el medio se ve más influenciado en la temperatura del entrada del fluido.

7. CONCLUSIONES

Existe aproximadamente una decena de modelos con los que se pueden modelar el flujo de masa en medios porosos fracturados. Escoger el modelo correcto para cada estudio depende de las propiedades del medio, la demanda de precisión y la eficiencia computacional que cada modelo requiere. En este estudio, para que el programa simulara correctamente los intervalos de tiempo de cálculo, estos debieron ser 10 veces más pequeños para el modelo de fractura discreta. Adicionalmente, para representar las fracturas de una manera más precisa, se necesitó una malla, mucho más fina para las simulaciones con fractura discreta que para las simulaciones con el modelo de doble continuo. Estos dos factores llevaron a que el modelo de doble continuo simulara mucho más rápido que el modelo de fractura discreta.

Se pudo observar visual y matemáticamente la diferencia entre simular con fracturas discretas y con un escalado promediado de las propiedades de estas. Con el modelo de doble continuo no se evidencia el flujo a gran velocidad característico de las fracturas.

En las simulaciones donde el fluido entra a una temperatura más baja que la temperatura inicial del medio, la temperatura media del volumen se mantiene más caliente con el modelo de doble continuo que con el modelo de fractura discreta. Sucede lo contrario cuando la temperatura del modelo entrante es más alta que la temperatura inicial del medio.

En resumen, la temperatura en el modelo de fractura discreta se ve más influenciada a lo largo del tiempo por la temperatura de entrada del fluido. Esto se debe a que la alta permeabilidad de las fracturas permite un mejor paso de fluido, permitiendo un mayor flujo de transferencia de calor. En cambio, en la simulación con el modelo de

doble continuo, donde se promedia la permeabilidad de las fracturas con la de la matriz, este promedio es más cercano a la permeabilidad de la matriz debido al poco espacio que ocuparía la fractura dentro del elemento. La diferencia en temperaturas se mantiene alrededor de los 10 [°C] entre los dos modelos a los 100 días de simulación.

Se observó que al simular con el modelo de fractura discreta o el modelo de doble continuo el campo de presiones siempre fue el mismo, por lo que el cambio en permeabilidad causado por las fracturas no afectó la distribución de presión a lo largo del volumen.

Visual y numéricamente se pudo observar la diferencia en los resultados entre modelar un problema de flujo de masa con transferencia de calor en medios porosos con volúmenes finitos y elementos finitos, dado que el software COMSOL usa elementos finitos. Debido a la diferencia entre estos dos métodos, en las simulaciones que se realizaron con el modelo de fractura discreta se obtuvieron errores de hasta el 3%, mientras que en las simulaciones con el modelo de doble continuo el error solo llegó al 0,5%.

7.1 TRABAJOS FUTUROS

Aunque estos modelos simulan un comportamiento que se espera sea similar al del comportamiento físico real, para desarrollar estudios cada vez más precisos se espera poder simular en el futuro con geometrías mucho más extensas y más detalladas con menor costo computacional. En este trabajo se usaron propiedades estimadas homogéneas a lo largo de todo el medio, sin embargo, repetir las simulaciones presentadas en este trabajo con parámetros de la roca estimados estadísticamente para representar un yacimiento real debería otorgar una visión más precisa de lo que sucede realmente dentro de los reservorios.

En el presente trabajo no se consideró la compresibilidad del medio, por lo que en el futuro se debería analizar cómo la compresibilidad del fluido por los cambios de temperatura y presión, afecta a los resultados obtenidos con ambos modelos.

Finalmente, en el presente trabajo se realizó una comparación de la transferencia de calor que se da en dos medios con diferente número de fracturas. Estas fracturas varían en cantidad, pero no en tamaño, por lo que se pueden recrear simulaciones donde se observen los efectos del tamaño de la apertura de las fracturas dentro de los yacimientos, comparando dos medios con distintos tamaños de fractura entre ellos o un medio con diferentes tipos de fracturas dentro de este.

BIBLIOGRAFÍA

AGUILERA, Roberto y AGUILERA, Maria Silvia. Aspectos Geologicos Y De Ingenieria En Yacimientos Naturalmente Fracturados. En: Fuentes, el reventón energético. 2001. vol. 1, no. 1, p. 9-18.

ACOSTA, Amylkar. El Recobro Mejorado: La Tabla De Salvación. [Base de datos en línea]. Octubre 28 de 2017. La República. (Recuperado en 25 de enero de 2020). Disponible en <https://www.larepublica.co/analisis/amylkar-d-acosta-m-557896/el-recobro-mejorado-la-tabla-de-salvacion-2563661>

BOURBIE, Thierry; COUSSY, Oliver y ZINSZER, Bernard. Acoustics of Porous Media. París: Editions Technip, 1987. 333 p. ISBN 9780872010253.

CENGEL, Yungus A. Transferencia De Calor Y Masa. 3 ed. Mc. Graw-Hill, 2007. 901 p. ISBN 9780470501979.

CENGEL, Yungus A. y BOLES, Michael A. Termodinámica. 7 ed. Mc. Graw-Hill, 2012. 1009 p. ISBN 9780521191333.

DYRDAHL, Joachim. Thermal Flow in Fractured Porous Media and Operator Splitting. Tesis de Magister en Matemáticas. Trondheim, Noruega: Norwegian University of Science and Technology. Departamento de Ciencias Matemáticas, 2014, 78 p.

ECONOMIDES, Michael J. y NOLTE, Kenneth G. Reservoir Stimulation. 2 ed. John Wiley & Sons, 1989. 856 p. ISBN 9780471491927.

HAO, Yue; FU, Pengcheng y CARRIGAN, Charles R. Application of a Dual-Continuum Model for Simulation of Fluid Flow and Heat Transfer in Fractured Geothermal Reservoirs. En: 38th Workshop On Geothermal Reservoir Engineering (38: 13 de febrero de 2013: Standford, California). 2013. p. 462-469.

INCROPERA, Frank P., et al. Fundamentals of Heat and Mass Transfer. 7 ed. John Wiley & Sons, 2011. 1048 p. ISBN 9780470501979.

JAFFRÉ, J.; MNEJJA, M. y ROBERTS, J. E. A Discrete Fracture Model for Two-Phase Flow with Matrix-Fracture Interaction. En: Procedia Computer Science. 2011. vol. 4, p. 967-973.

LAMPE, Victor. Modelling Fluid Flow and Heat Transport in Fractured Porous Media. Tesis de Magister en Matemáticas Computacionales y Aplicadas. Bergen, Noruega: University of Bergen. Departameto de Matemáticas, 2013, 105 p.

MADIEDO DEVIA, Juan Carlos y BARRERA DÍAZ, Carlos Daniel. Simulación De Flujo Monofásico De Fluidos En Medios Porosos Mediante La Implementación De La Ley De Darcy Y El Método De Volúmenes Finitos. Tesis de Pregrado en Ingeniería Mecánica. Bucaramanga, Colombia: Universidad Industrial de Santander. Escuela de Ingeniería Mecánica, 2018, 124 p.

MOHAMMADI, H.; KHAKSAR MANSHAD, A. y MONTAZERI, G. H. A Reservoir Simulation Approach for Modeling of Naturally Fractured Reservoirs. En: Egyptian Journal of Petroleum. 2012. vol. 21, no. 2, p. 125-133.

MOINFAR, Ali, et al. Development of a Coupled Dual Continuum and Discrete Fracture Model for the Simulation of Unconventional Reservoirs. En: Society of Petroleum Engineers - SPE Reservoir Simulation Symposium 2013 (2: 20 de febrero 2013: The Woodlands, Texas). 2013. p. 978-994.

MÖNKEBERG, Fabian. Finite Volume Methods for Fluid Flow in Porous Media. Tesis de Pregrado. Zürich, Suiza: ETH Zürich, 2012, 48 p.

RABBANI, Arash y JAMSHIDI, Saeid. Specific Surface and Porosity Relationship for Sandstones for Prediction of Permeability. En: International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences. 2014. vol. 71, p. 25-32.

SÁNCHEZ, F. Javier. Ley De Darcy: Conductividad Hidráulica. [Material de Clase]. Salamanca, España: Universidad de Salamanca, 11 p.

SCHEIDEGGER, Adrian E. The Physics of Flow through Porous Media. 3 ed. Vienna: University of Toronto Press, 1974. 372 p. ISBN 9781487582395.

SPECIFIC HEAT OF SOLIDS [Anónimo]. [En línea]. 2003. (Recuperado en 25 de enero de 2020). Disponible en https://www.engineeringtoolbox.com/specific-heat-solids-d_154.html

THERMAL CONDUCTIVITY OF SELECTED MATERIALS AND GASES [Anónimo]. [En línea]. 2003. (Recuperado en 25 de enero de 2020). Disponible en https://www.engineeringtoolbox.com/thermal-conductivity-d_429.html

SANDSTONE [Anónimo]. [En línea]. Auckland, Nueva Zelanda: University of Auckland. 2005. (Recuperado en 25 de enero de 2020). Disponible en https://flexiblelearning.auckland.ac.nz/rocks_minerals/rocks/sandstone.html

WAKAO, N. y KAGUEI, S. Heat and Mass Transfer in Packed Beds. Japón: Gordon and Breach Science, 1982. 346 p. ISBN 9788578110796.

Anexo A. Archivo maestro “.ent” de la validación de flujo horizontal.

```
CARPETA DE TRABAJO
>carpeta=DOBLEtransversal;

ARCHIVOS PARA LA GENERACION DE LA MALLA
>mallador=PREPROCESSOR=ConjMalladorSupElem/ARCH=porosotc.geom
/ARCH=porosotc.parts;

PARAMETROS DE TIEMPO
>time_parameters = dt=1728000.00000[0,34560000.00000];
>theta=0;

CALCULAN LOS GRADIENTES DE PRESIÓN
>campodeflujo=Poroso;
>archivos=poroso.ent;
>tcmatriz=matriz.ent;
>tcfluido=fluido.ent;
>archivos=ARCH=fluido.solver;

>iteraciones=1;
>discreto=0;

PARAMETROS PARA VISUALIZACION
>puntos_tiempo = [0:34560000.00000,3456000.00000];
>linea1:inicio=NONE;
>linea1:parada=NONE;
>linea1:resolucion=31;
>linea2:inicio=NONE;
>linea2:parada=NONE;
>linea2:resolucion=31;
>linea3:inicio=NONE;
>linea3:parada=NONE;
>linea3:resolucion=31;
>series_tiempo = d=2 n=0 <
>formato_campo=ASCII;
>formato_malla=ASCII;
>verbose=OFF;
```

Anexo B. Archivo “.ent” del cálculo de flujo de la validación de flujo horizontal.

```
ARCHIVO DE CONDICIONES DE FRONTERA
>archivos= ARCH=poroso.boco;

ARCHIVO DE PARAMETROS DEL SOLUCIONADOR
>archivos= ARCH=poroso.solver;

CARPETA DE TRABAJO
>carpeta=DOBLEtransversal;

>campo=Phi;
>gradiente=GradPhi;

ARCHIVOS PARA LA GENERACION DE LA MALLA
>mallador=PREPROCESSOR=ConjMalladorSupElem/ARCH=poroso.geom/A
RCH=poroso.parts;

PARAMETROS DE LA MATRIZ
>guarda          = Matriz;
>guarda_sim      = FALSE;
>pivoteo         = FALSE;
>umbral          = 0.0;

PARAMETROS DE TIEMPO
>time_parameters = dt=864000.00000[0,17280000.00000];

PROPIEDADES DEL PROBLEMAS(SIN MODIFICACIONES)

>grav=0.00;
>Profundidad=0.0000000000;
>Referencia=0;
Densidad [Kg/m^3] = 998.00000
Viscosidad [Pa*s] = 1.00000e-03
Permeabilidad X [miliDarcy (m^2)] = 150.00000
Permeabilidad Y [miliDarcy (m^2)] = 150.00000
Permeabilidad Z [miliDarcy (m^2)] = 150.00000
Porosidad [] = 0.20038
Compresibilidad del fluido [] = 4.58100e-10
Compresibilidad de la roca [] = 1.00000e-08
Generacion [] = 0.00000
Presion por elemento [Pa] = 0.00000
```

```
>theta=0;
>tinicial=0.00;
>iteracion=2;
>Orto=0.00;
>wg=0.00;
>generacion=;

PARAMETROS PARA VISUALIZACION
>puntos_tiempo = [0:17280000.00000,1728000.00000];
>linea1:inicio=NONE;
>linea1:parada=NONE;
>linea1:resolucion=31;
>linea2:inicio=NONE;
>linea2:parada=NONE;
>linea2:resolucion=31;
>linea3:inicio=NONE;
>linea3:parada=NONE;
>linea3:resolucion=31;
>series_tiempo = d=2 n=0 <
>formato_campo=ASCII;
>formato_malla=ASCII;
>verbose=OFF;
```

Anexo C. Archivo “.boco” de los valores de presión de la validación de flujo horizontal.

DEFINICION DE LAS CONDICIONES DE FRONTERA:

```
>BoCo = DIRICHLET;  
>valor = 3000000.00000;  
>BoCo = NEWMANN;  
>valor = 0.00000;  
>BoCo = NEWMANN;  
>valor = 46909.88;  
>BoCo = NEWMANN;  
>valor = 0.00000;
```

Anexo D. Archivo “.geom” de la validación de flujo horizontal.

DEFINICION DE LA GEOMETRIA:

```
>nsd = 2;  
>subdominios = 1;  
>no_de_superels = 1;  
>nbind = 4 ;  
>bname T=0 T=0 T=0 T=0 ;
```

ELEMENTO 1:

```
>SupEl;  
>subdominio_no = 1;  
>tipoelemento = ElmB4n2D;  
>fronteras = [1(1)] [2(2)] [3(3)] [4(4)];  
>nodos = [1(0 0)]+[2(100.00000 0)]+[3(0  
100.00000)]+[4(100.00000 100.00000)];  
>lados = ;
```

Anexo E. Archivo “.parts” de la validación de flujo horizontal.

PARAMETROS DE PARTICIONES:

```
>nsd = 2;  
>no_de_superels      = 1;  
>SE;  
>d = 2;  
>e = ElmB4n2D;  
>div = [60, 60];  
>grad = [ 1.00,1.00 ];
```

Anexo F. Archivo “.solver” del cálculo de flujo la validación de flujo horizontal.

PARAMETROS DEL SOLUCIONADOR DE ECUACIONES LINEALES:

```
>solver_classname=Orthomin;  
>metodo=R-OM(7);  
>cambiar=0.000000;  
>pivot_tp=NO_PIVOT;  
>relajacion=0.80000;  
>startvector=USER_START;  
>criterio_def=TRUE;  
>nextern_crit=1;  
>maxit=10000;  
>estimate_eigvals=FALSE;
```

PARAMETROS DEL PRECONDICIONADOR:

```
>precondicionador=PrecIdentidad;  
>left_prec=TRUE;  
>auto_iniciar=TRUE;  
>nivel_llenado=0;  
>prec_RILU=1;  
>prec_SSOR=1;  
>pasos_int=1;
```

PARAMETROS DEL MONITOR DE CONVERGENCIA:

```
>monitor_tp = MCResidualRel;  
>residual_type = RES_ORIGINAL;  
>maxerr = 1.0e-9;  
>norm_type = l2;  
>monitor = ON;  
>graficar_ejec = OFF;  
>criterio = ON;  
>insertar = ON;  
>relop = CM_AND;  
>usar_info_vp = OFF;  
>rel_a_rhs = OFF;  
>chunk_size = 100;  
>base_usua = 1.0;
```

Anexo G. Archivo de propiedades para una malla 2D de 3x3 elementos.

```

[189]  $
(1,1)=1      (2,1)=1.66667      (3,1)=1.66667
(4,1)=998.00000      (5,1)=1.00000e-03      (6,1)=9.869233e-15
      (7,1)=9.869233e-15      (8,1)=9.869233e-15
(9,1)=0.20000      (10,1)=4.58100e-10      (11,1)=1.00000e-08
      (12,1)=0.5000000000      (13,1)=0.00000
(14,1)=0.00000      (15,1)=9.869233e-14      (16,1)=9.869233e-
14      (17,1)=9.869233e-14      (18,1)=0.80000
(19,1)=0.00000      (20,1)=35.00000      (21,1)=0
(1,2)=2      (2,2)=5.00000      (3,2)=1.66667
(4,2)=998.00000      (5,2)=1.00000e-03      (6,2)=9.869233e-15
      (7,2)=9.869233e-15      (8,2)=9.869233e-15
(9,2)=0.20000      (10,2)=4.58100e-10      (11,2)=1.00000e-08
      (12,2)=0.0000000000      (13,2)=0.00000
(14,2)=0.00000      (15,2)=9.869233e-14      (16,2)=9.869233e-
14      (17,2)=9.869233e-14      (18,2)=0.80000
(19,2)=0.00000      (20,2)=0.00000      (21,2)=0
(1,3)=3      (2,3)=8.33333      (3,3)=1.66667
(4,3)=998.00000      (5,3)=1.00000e-03      (6,3)=9.869233e-15
      (7,3)=9.869233e-15      (8,3)=9.869233e-15
(9,3)=0.20000      (10,3)=4.58100e-10      (11,3)=1.00000e-08
      (12,3)=0.0000000000      (13,3)=0.00000
(14,3)=0.00000      (15,3)=9.869233e-14      (16,3)=9.869233e-
14      (17,3)=9.869233e-14      (18,3)=0.80000
(19,3)=0.00000      (20,3)=0.00000      (21,3)=0
(1,4)=4      (2,4)=1.66667      (3,4)=5.00000
(4,4)=998.00000      (5,4)=1.00000e-03      (6,4)=9.869233e-15
      (7,4)=9.869233e-15      (8,4)=9.869233e-15
(9,4)=0.20000      (10,4)=4.58100e-10      (11,4)=1.00000e-08
      (12,4)=0.0000000000      (13,4)=0.00000
(14,4)=0.00000      (15,4)=9.869233e-14      (16,4)=9.869233e-
14      (17,4)=9.869233e-14      (18,4)=0.80000
(19,4)=0.00000      (20,4)=0.00000      (21,4)=0
(1,5)=5      (2,5)=5.00000      (3,5)=5.00000
(4,5)=998.00000      (5,5)=1.00000e-03      (6,5)=9.869233e-15
      (7,5)=9.869233e-15      (8,5)=9.869233e-15
(9,5)=0.20000      (10,5)=4.58100e-10      (11,5)=1.00000e-08
      (12,5)=0.0000000000      (13,5)=0.00000
(14,5)=0.00000      (15,5)=9.869233e-14      (16,5)=9.869233e-

```

```

14      (17,5)=9.869233e-14      (18,5)=0.80000
(19,5)=0.00000      (20,5)=0.00000      (21,5)=0
(1,6)=6      (2,6)=8.33333      (3,6)=5.00000
(4,6)=998.00000      (5,6)=1.00000e-03      (6,6)=9.869233e-15
      (7,6)=9.869233e-15      (8,6)=9.869233e-15
(9,6)=0.20000      (10,6)=4.58100e-10      (11,6)=1.00000e-08
      (12,6)=0.0000000000      (13,6)=0.00000
(14,6)=0.00000      (15,6)=9.869233e-14      (16,6)=9.869233e-
14      (17,6)=9.869233e-14      (18,6)=0.80000
(19,6)=0.00000      (20,6)=0.00000      (21,6)=0
(1,7)=7      (2,7)=1.66667      (3,7)=8.33333
(4,7)=998.00000      (5,7)=1.00000e-03      (6,7)=9.869233e-15
      (7,7)=9.869233e-15      (8,7)=9.869233e-15
(9,7)=0.20000      (10,7)=4.58100e-10      (11,7)=1.00000e-08
      (12,7)=0.0000000000      (13,7)=0.00000
(14,7)=0.00000      (15,7)=9.869233e-14      (16,7)=9.869233e-
14      (17,7)=9.869233e-14      (18,7)=0.80000
(19,7)=0.00000      (20,7)=0.00000      (21,7)=0
(1,8)=8      (2,8)=5.00000      (3,8)=8.33333
(4,8)=998.00000      (5,8)=1.00000e-03      (6,8)=9.869233e-15
      (7,8)=9.869233e-15      (8,8)=9.869233e-15
(9,8)=0.20000      (10,8)=4.58100e-10      (11,8)=1.00000e-08
      (12,8)=0.0000000000      (13,8)=0.00000
(14,8)=0.00000      (15,8)=9.869233e-14      (16,8)=9.869233e-
14      (17,8)=9.869233e-14      (18,8)=0.80000
(19,8)=0.00000      (20,8)=0.00000      (21,8)=0
(1,9)=9      (2,9)=8.33333      (3,9)=8.33333
(4,9)=998.00000      (5,9)=1.00000e-03      (6,9)=9.869233e-15
      (7,9)=9.869233e-15      (8,9)=9.869233e-15
(9,9)=0.20000      (10,9)=4.58100e-10      (11,9)=1.00000e-08
      (12,9)=-0.5000000000      (13,9)=0.00000
(14,9)=0.00000      (15,9)=9.869233e-14      (16,9)=9.869233e-
14      (17,9)=9.869233e-14      (18,9)=0.80000
(19,9)=0.00000      (20,9)=35.00000      (21,9)=0

```