

**ESTUDIO PARA LA PREDICCIÓN DE INSOLVENCIA FINANCIERA EN
EMPRESAS COLOMBIANAS MEDIANTE EL PLANTEAMIENTO DE UN
MODELO DE REGRESIÓN LOGÍSTICA BINARIA.**

MIKEL LAVERDE PEREA

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS
ESCUELA DE MATEMÁTICAS
ESPECIALIZACIÓN EN ESTADÍSTICA
BUCARAMANGA**

2019

**ESTUDIO PARA LA PREDICCIÓN DE INSOLVENCIA FINANCIERA EN
EMPRESAS COLOMBIANAS MEDIANTE EL PLANTEAMIENTO DE UN
MODELO DE REGRESIÓN LOGÍSTICA BINARIA.**

MIKEL LAVERDE PEREA

**Trabajo de grado presentado como requisito para optar al título de
Especialista en Estadística**

Director:

**CARMEN SOLANGE LUGO BUITRAGO
Especialista en Estadística**

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS
ESCUELA DE MATEMÁTICAS
ESPECIALIZACIÓN EN ESTADÍSTICA
BUCARAMANGA**

2019

DEDICATORIA

A mis padres Dionicio y Aide por estar siempre a mi lado.

Mikel

CONTENIDO

	Pág.
INTRODUCCIÓN	13
1. JUSTIFICACIÓN	16
2. OBJETIVOS	18
2.1. OBJETIVO GENERAL	18
2.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS	18
3. ANTECEDENTES	19
4. MARCO TEÓRICO	24
4.1. DEFINICIÓN DE INSOLVENCIA FINANCIERA	24
4.2. INDICADORES FINANCIEROS	25
4.3. ANÁLISIS DE LAS VARIABLES	28
4.4. EL MODELO LOGIT	31
4.5. MARCO LEGAL	32
5. METODOLOGÍA	34
5.1. DESCRIPCIÓN DE LA MUESTRA	34
5.2. METODOLOGÍA MUESTRAL	35
5.3. METODOLOGÍA DEL MODELO DE REGRESIÓN LOGÍSTICA BINARIA	36
5.4. PROCESAMIENTO DE DATOS	37
6. RESULTADOS Y DISCUSIÓN	37
6.1. CARACTERIZACIÓN DE LA MUESTRA	37
6.1.1. Segmento empresarial	37
6.1.2. Distribución geográfica	38
6.1.3. Sectores económicos	41
6.2. ANÁLISIS EXPLORATORIO	42
6.2.1. Retorno sobre los Activos (ROA)	42
6.2.2. Retorno sobre el patrimonio (ROE)	45
6.2.3. Razón de deuda	48

6.2.4. Ratio de endeudamiento.....	49
6.2.5. Prueba acida.....	50
6.2.6. Tendencia de la utilidad neta.....	52
6.2.7. Tendencia del activo total.....	54
6.3. MODELO.....	56
6.3.1. Selección del modelo.....	58
6.3.2. Mejor modelo.....	58
6.3.3. Supuestos del modelo.....	59
6.3.4. Independencia de los errores.....	60
6.3.5. Linealidad.....	60
6.3.6. Valores extremos.....	62
6.3.7. Multicolinealidad.....	64
6.3.8. Bondad de ajuste.....	64
6.3.9. Razón de verosimilitud.....	64
6.3.10. Pseudo R ²	65
6.3.11. Prueba de Hosmer-Lemeshow.....	66
Tabla 4. Predicción Vs. Conteo Real.....	67
6.3.12. Prueba de Wald-Predictores individuales.....	67
Tabla 5. Valores Críticos de la Prueba de Wald.....	68
6.3.13. Validación.....	68
6.3.14. Precisión del modelo.....	69
6.3.15. Curva ROC.....	69
6.4. PLANTEAMIENTO DE LA ECUACIÓN Y TABLA DE CALIFICACIÓN.....	70
6.5. DISCUSIÓN.....	72
7. CONCLUSIONES.....	77
BIBLIOGRAFÍA.....	78

LISTA DE GRÁFICOS

	Pág.
Gráfico 1. Distribución de las empresas Insolventes según su Tamaño.....	38
Gráfico 2. Distribución Geográfica de empresas Insolventes.	39
Gráfico 3. Distribución de las empresas según las regiones de Colombia.	39
Gráfico 4. Distribución Geográfica del total de la muestra.	40
Gráfico 5. Sectores Económicos de empresas Insolventes.	41
Gráfico 6. Sectores Económicos del total de la muestra.....	41
Gráfico 7. Sectores Económicos.....	42
Gráfico 8. Histograma del Indicador ROA.	43
Gráfico 9. Diagrama de cajas del Indicador ROA.	44
Gráfico 10. Indicador ROA según Sectores.	45
Gráfico 11. Histograma del Indicador ROE.	46
Gráfico 12. Diagrama de cajas del Indicador ROE.	47
Gráfico 13. Indicador ROE según tamaño.	47
Gráfico 14. Histograma del Indicador Razón de Deuda.....	48
Gráfico 15. Diagrama de cajas de la Razón de Deuda.	49
Gráfico 16. Histograma del Indicador Ratio de Endeudamiento.	50
Gráfico 17. Diagrama de cajas del Ratio de Endeudamiento.	51
Gráfico 18. Histograma del Indicador de Prueba Acida.	51
Gráfico 19. Diagrama de caja para la Prueba Acida por sector.	52
Gráfico 20. Diagrama de cajas de la Prueba Acida.	53
Gráfico 21. Histograma de la tendencia de la Utilidad Neta.....	53
Gráfico 22. Diagrama de cajas de la Tendencia de la Utilidad Neta.	54
Gráfico 23. Histograma de la tendencia del Activo Total.	55
Gráfico 24. Diagrama de cajas de la Tendencia del Activo Fijo.	56
Gráfico 25. Modelo inicial de la Regresión Logit.	57

Gráfico 26. El mejor Modelo.....	59
Gráfico 27. Dispersión de los Residuos del Mejor modelo.....	61
Gráfico 28. Pruebas de Linealidad para las variables predictoras.	61
Gráfico 29. Prueba de Linealidad mediante el uso de Transformaciones.....	63
Gráfico 30. Distancias de Cook para las observaciones.....	63
Gráfico 31. Factores de Inflación de Varianza para Predictores.....	64
Gráfico 32. Prueba de Máxima Verosimilitud.....	65
Gráfico 33 Prueba de McFadden para Pseudo R2.	66
Gráfico 34. Prueba de Hosmer-Lemeshow.....	67
Gráfico 35. Resultado de la Precisión del Modelo.	69
Gráfico 36. Curva ROC para el modelo predictor.	70

LISTA DE TABLAS

	Pág.
Tabla 1. Antecedentes de Modelos de quiebra.....	21
Tabla 2. Definición de Quiebra.....	25
Tabla 3. Tamaño de empresa según los activos.....	37
Tabla 4. Predicción Vs. Conteo Real.	68
Tabla 5. Valores Críticos de la Prueba de Wald.	68
Tabla 6. Propuesta de Calificación Financiera.....	72

RESUMEN

TITULO: Estudio para la predicción de insolvencia financiera en empresas colombianas mediante el planteamiento de un modelo de regresión logística binaria.*

AUTOR: Mikel Andrés Laverde Perea.**

PALABRAS CLAVE: Regresión Logística Binaria, Insolvencia, Quiebra, Indicadores Financieros.

Este documento pretende brindar una herramienta útil y de fácil acceso a los diversos interesados en el uso de modelos para la predicción de insolvencia financiera en el contexto colombiano. Además, espera contribuir al avance del uso de la estadística con aplicaciones al sector financiero y específicamente, del uso de la regresión logística binaria.

En las empresas se cuenta con numerosa información sobre la liquidez, rentabilidad, apalancamiento, y estado general del negocio. El análisis y uso de este conocimiento puede tener implicaciones positivas, como la predicción de eventos de quiebra, lo que permite a los administradores del negocio reaccionar de manera oportuna y así evitar situaciones de peligro para la salud financiera de las compañías.

En este trabajo se realizó un modelo de regresión para predecir la insolvencia en las empresas, cuyo mejor resultado incluyó las variables ROA, ROE, Razón de deuda, y Prueba Acida. Para tal fin, se tomó una muestra de 540 empresas colombianas tanto solventes como insolventes, se comprobó que el modelo cumpliera los supuestos y se analizó la bondad de ajuste de este para evaluar su calidad predictiva. Con el mejor modelo se obtuvo un AIC de 257.83, un Pseudo R2 de 0.489 y una precisión del 0.8842 calculada con el uso de una muestra destinada para la comprobación. Además, se presentó una ecuación de probabilidad de quiebra de fácil uso para el lector y se propuso un método de calificación financiera.

* Trabajo de grado

** Facultad de Ciencias. Escuela de Matemáticas. Especialización en Estadística. Director: Carmen Solange Lugo Buitrago. Especialista en Estadística.

ABSTRACT

TITLE: Study for the prediction of financial bankruptcy in Colombian companies by proposing a binary logistic regression model.*

AUTHOR: Mikel Andrés Laverde Perea.**

KEY WORDS: Binary Logistic Regression, Insolvency, Bankruptcy, Financial Indicators.

The paper aims to provide a useful and easily accessible tool to the diverse agents interested in the use of models for the prediction of financial bankruptcy in the Colombian context. In addition, it hopes to contribute in the advancement of the use of statistics with applications to the financial sector and specifically, of the use of binary logistic regression.

Businesses register ample information about liquidity, profitability, leverage, and the general state of the corporation. The analysis and use of this knowledge can have greatly positive implications, such as the prediction of bankruptcy events that allows business managers to react in a timely manner and thus avoid situations of danger to the financial health of firms.

A regression model was used to predict insolvency in companies, whose best result included the variables ROA, ROE, Debt Ratio, and Acid Test. To this end, a sample of 540 Colombian companies, both solvent and insolvent, was taken. It was found that the model fulfilled the assumptions, and the goodness of fit was analyzed to evaluate the predictive quality of the model. The best model obtained an AIC of 257.83, a Pseudo R2 of 0.489 and an accuracy of 0.8842 calculated with the use of a sample destined for verification. In addition, a user-friendly bankruptcy probability equation was presented to the reader and a financial rating method was proposed.

* Degree work

** Science Faculty. School of Mathematics Specialization in Statistics. Director: Carmen Solange Lugo Buitrago. Specialist on Statistics.

INTRODUCCIÓN

A través de los años se han desarrollado diversos modelos cuyo común denominador es lograr predecir de manera acertada el riesgo de quiebra de compañías alrededor del mundo. Fue Beaver, en 1966 el primero en proponer un modelo que predijera la probabilidad de quiebra usando el método de análisis discriminante simple. Posteriormente se desarrollaron diferentes modelos tanto estadísticos, como econométricos, que en su mayoría determinaron que en la medida en que el nivel de deuda es mayor se incrementa el nivel de fragilidad y el riesgo de insolvencia; por el contrario, un mayor nivel de activos líquidos que sirvan como amortiguadores en situaciones no esperadas y una mayor rentabilidad reducen el riesgo de insolvencia.¹

La predicción de quiebra por su importancia ha sido un ampliamente estudiada en contabilidad y finanzas, debido a que tiene un impacto significativo en la administración, los empleados, los accionistas y la economía de la nación. Adicionalmente, la precisión es uno de los temas cruciales debido a su gran impacto económico; por lo que se han utilizado numerosas técnicas estadísticas para mejorar el rendimiento de los modelos de predicción de quiebra, como el análisis Univariado, el análisis discriminante, los modelos logísticos y el modelo "Probit".

En Colombia, se han aplicado diversos modelos estadísticos, como el de Martínez, en 2003 quien realizó un estudio acerca de los determinantes de fragilidad de las empresas del sector corporativo privado, donde concluyó que los indicadores de rentabilidad, liquidez y endeudamiento eran claves para medir la insolvencia de la economía colombiana. A partir de este resultado se ha continuado el estudio de los factores claves de la insolvencia, de forma que otros autores como Arango, Zamudio

¹ BEAVER, William H. Financial Ratios as Predictors of Failure. *Journal of Accounting Research*, 4, 1966. pp. 71-102.

& Orozco² han basado sus trabajos en supuestos como el de Martínez, y a su vez los han enlazado con variables macroeconómicas, como mecanismos de predicción del riesgo.

En el presente trabajo se pretende contribuir al análisis de esta temática aplicando un modelo de regresión logística binaria, que a manera diferenciadora hace énfasis en la metodología estadística adecuada para generar un modelo válido con la comprobación de supuestos como la independencia de los errores, la multicolinealidad, la presencia de valores extremos y la suposición de linealidad. Además, se revisan las diferentes pruebas de bondad de ajuste para garantizar la calidad y una mayor precisión en la ejecución del modelamiento para la predicción de insolvencia financiera.

El modelo planteado usa el comportamiento de los indicadores de liquidez, solvencia y rentabilidad de carácter generalizado a las empresas colombianas como sustento para generar las predicciones adecuadas. Para ello, se tienen en cuenta aspectos como la naturaleza sectorial de la empresa y la región donde estas se encuentran, así como, una muestra debidamente diseñada para garantizar la representatividad de las empresas, con 540 compañías muestreadas de manera aleatoria. Con base en ello se diseña una regresión logística binaria y se procesa para conseguir el mejor modelo reducido, posteriormente se verifican supuestos, se valida el modelo y finalmente se presenta una ecuación de fácil aplicación para el sector real.

El trabajo se organiza en cinco secciones además de la presente introducción, en la segunda sección se presenta una revisión bibliográfica sobre predicción de la quiebra a nivel global y local. En el tercer apartado se cubren aspectos teóricos

² ARANGO, J.P.; ZAMUDIO, N.; OROZCO, I. Riesgo de crédito: un análisis desde las firmas. Reporte de Estabilidad Financiera, Banco de la República. 2005. Recuperado el 14 de Julio de 2019. Obtenido:http://www.banrep.gov.co/sites/default/files/publicaciones/archivos/tema_estabilidad_dic_2005_riesgo.pdf.

básicos, y los conceptos asociados a la bancarrota, aspectos claves acerca de los indicadores financieros que son tenidos en cuenta para el desarrollo de este modelo y el marco legal colombiano (con la llamada ley de insolvencias). La cuarta parte se enfoca en el desarrollo metodológico del proyecto, donde se explica el modelo y se detalla la muestra, mientras la quinta sección desarrolla el análisis exploratorio y la creación del modelo, así como los resultados obtenidos de la implementación. En la última sección se presentan las conclusiones obtenidas del desarrollo del trabajo.

1. JUSTIFICACIÓN

En 2018 en Colombia se crearon 328.237 empresas según informes de Confecámaras, sin embargo, las cifras que resultan alarmantes, es que tan solo el 29,7% de los emprendimientos nuevos en el país sobreviven mientras que el 70% de las empresas fracasaron en los primeros cinco años de existencia³. Adicionalmente, el DANE en sus últimos reportes sobre el desarrollo empresarial a nivel nacional, indica que el 80% de la fuerza laboral del país se concentra en micro, pequeñas y medianas empresas (MIPYMES), por lo que es necesario contar con mecanismos de alerta temprana cómo son los modelos de predicción de insolvencia financiera⁴. La aplicación de este tipo de modelos es una de las formas más directas y precisas para predecir quiebra en las empresas, ya que permiten advertir con anterioridad la crisis y su desenlace en quiebra inminente.

De otra parte , y teniendo en cuenta que el estudio de la quiebra empresarial se ha convertido recientemente en un tema de relevancia debido a las constantes crisis económicas alrededor del mundo y a que la insolvencia financiera presenta grandes desafíos por la complejidad de los actores del mundo de los negocios, en el presente trabajo se plantea el abordaje de esta temática, considerando que actualmente en la literatura colombiana, no se encuentra un modelo integral y de fácil aplicación que contribuya al entendimiento de la insolvencia de las empresas y su prevención. Se espera que los resultados obtenidos puedan beneficiar a todos los agentes interesados en el tema de la insolvencia en empresas.

³ CONFECAMARAS. Informe de dinámica empresarial en Colombia: I semestre de 2018. Confecamaras: Red de Camaras de Comercio, Bogotá D.C. 2018

⁴ EL ESPECTADOR. ¿Por qué el 70% de las empresas en Colombia fracasan en los primeros cinco años? Bogotá D.C., Colombia. 29 de octubre de 2018. Obtenido de <https://www.elspectador.com/economia/por-que-el-70-de-las-empresas-en-colombia-fracasan-en-los-primeros-5-años-articulo-820897>

Con la elección de este tema se tiene además la posibilidad de trabajar, tanto en aspectos prácticos como teóricos de la operación de una empresa, mediante el uso de herramientas estadísticas de gran utilidad. Una motivación adicional es desarrollar e implementar un modelo cuantitativo para predecir quiebras en las MIPYMES, que hoy en día tienen gran presencia en el mundo económico y no cuentan con fácil acceso a mecanismos de revisión de su salud financiera. Finalmente, se espera que con el desarrollo del modelo se pueda contribuir al avance en la comprensión de las quiebras desde el punto de vista estadístico.

2. OBJETIVOS

2.1. OBJETIVO GENERAL

Desarrollar un modelo de predicción del riesgo de insolvencia financiera (según la ley 1116 de 2006) en empresas colombianas utilizando un análisis de regresión logística binaria.

2.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Aplicar la regresión logística como método para predecir el riesgo de insolvencia financiera en las empresas colombianas.
- Realizar una compilación de los modelos de predicción de insolvencia que se han aplicado en empresas colombianas y alrededor del mundo.
- Analizar el comportamiento de los “ratios financieros” de liquidez, endeudamiento y rentabilidad como elementos claves a la hora de generar un modelo de predicción de insolvencia financiera.
- Comprobar que el modelo cumpla con los supuestos necesarios para garantizar su viabilidad y un poder predictivo adecuado.
- Desarrollar un modelo predictor de insolvencia mediante el uso de la regresión logística binaria para el contexto colombiano, utilizando una muestra aleatoria de 540 empresas solventes e insolventes durante los años 2016-2019.
- Presentar una ecuación de solvencia-Insolvencia de fácil aplicación para el público y proponer un mecanismo de calificación de Riesgo de insolvencia accesible para MIPYMES.

3. ANTECEDENTES

Un importante número de investigadores y especialistas en finanzas a través de los años han examinado la relación entre la información de los estados financieros y los rendimientos. Las investigaciones recientes se han centrado en asuntos de cambios seculares en la capacidad los libros contables para explicar los sucesos financieros en las empresas. Por ejemplo, Collins, Maydew y Weiss, 1997⁵; Francis y Schipper, 1999⁶; Landsman y Maydew, 2002⁷; entre otros, encuentran que tanto el volumen de operaciones, cómo la variación incremental de las ganancias, la liquidez, rentabilidad, apalancamiento, actividad y características de la empresa han servido como predictores de insolvencia a lo largo del tiempo.

El uso de indicadores financieros para predecir la insolvencia financiera tiene una larga historia, y está bien establecido que con ellos se puede predecir la quiebra hasta con cinco años de anticipación⁸. En este documento, se extiende tal literatura sobre el poder de los estados financieros para explicar los cambios en la capacidad predictiva de las ratios financieras con respecto a la insolvencia.

Algunos de los principales indicadores que prevén la insolvencia, según diferentes fuentes investigadas son:

- El exceso de apalancamiento y deterioro de la liquidez (Camacho et al., 2013)⁹

⁵ COLLINS, D. MAYDEW, W. & WEISS, I. S. (1997). Changes in the value relevance of earnings and book values over the past forty years. *Journal of Accounting and Economics*, 24, 39-67.

⁶ FRANCIS, J. & SCHIPPER, K. (1999). Have financial statement lost their relevance? *Journal of Accounting Research*, 37, 319-352.

⁷ LANDSMAN, Wayne & MAYDEW, Edward. (2002). Has the Information Content of Quarterly Earnings Announcements Declined in the Past Three Decades?. *Journal of Accounting Research*. 40. 797 - 808.

⁸ BEAVER, 1966. Óp. Cit. pp. 71-102.

⁹ CAMACHO, G. A., SALAZAR, A. J., & LEÓN, C. B. (2013). Modelo de Estimacion de Quiebra en las Empresas Colombianas del Sector Textil y de Confección. Colegio de Estudios Superiores de Administración Maestría en Finanzas Corporativas.

- Prueba ácida, Razón de liquidez o de efectivo, y Endeudamiento (Rosillo, 2002)¹⁰.
- Índices de liquidez, de rentabilidad, y endeudamiento.¹¹

De acuerdo con lo anterior, varios autores coinciden al afirmar que los índices más representativos que explican la insolvencia son los de liquidez y endeudamiento (Velasco, 2010)¹².

El estudio de los indicadores financieros a través del tiempo ha demostrado su utilidad en el uso de herramientas predictoras. Estos modelos surgen de la necesidad de contar con instrumentos de apoyo para diagnosticar la situación financiera en las empresas, y generalmente se usan indicadores contruidos a través de los estados financieros que posteriormente son evaluados para determinar la situación actual de una compañía. En la tabla 1, se relacionan las principales características de los modelos más relevantes usados hasta el momento.

¹⁰ ROSILLO, J. (2002). Modelo de Predicción de Quiebras de las Empresas Colombianas. INNOVAR, revista de ciencias administrativas y sociales No.19. disponible en: <http://www.bdigital.unal.edu.co/26382/1/23959-83815-1-PB.pdf>

¹¹ RINGELING PAPIC, Eduardo Alejandro. Analisis comparativo de modelos de prediccion de quiebra y la probabilidad de bancarrota. Santiago, Chile. 2004. Recuperado el 29 de junio de 2019, de http://www.tesis.uchile.cl/tesis/uchile/2004/ringeling_e/sources/ringeling_e.pdf

¹² VELASCO, J. D. (2010). Resultados del sector construcción de obras civiles años 2006 a 2009. Bogotá: Supersociedades.

Tabla 1. Antecedentes de Modelos de quiebra

Autor	Objetivo	Variables Significativas / Conclusión / Resultados
Beaver 1966	Probabilidad de quiebra mediante un Análisis Discriminante Simple (ADS).	Analizó 30 indicadores financieros de 79 empresas en bancarrota. El predictor Flujo de efectivo/Pasivo Total, fue el que mejor resultados obtuvo en predecir el fracaso empresarial.
Altman 1968	Estado de Quiebra (Análisis discriminante múltiple).	Utilizó cinco razones financieras de una muestra de 66 empresas, que por medio de una ecuación forman una función discriminante Z, la cual pudo acertar el 72% de las quiebras de las empresas dos años antes de su ocurrencia, ratios utilizados: Capital de Trabajo/ Activo Total; Utilidades Retenidas/ Activo Total; Utilidades antes de intereses e impuestos/ Activo Total; Valor de mercado del capital/Pasivo Total; Ventas/ Activo Total.
Martin 1977	Probabilidad de quiebra Bancos Reserva Federal EE.UU.	En el modelo final se establecieron 25 ratios financieros como variables independientes las cuales se clasificaron en cuatro subgrupos: riesgo de los activos, liquidez, adecuación de capital y ganancias: Este autor hizo la primera aproximación de un modelo logit.
Ohlson 1980	Probabilidad de Quiebra (análisis de regresión logística).	Usó una muestra de 150 empresas en quiebra y 2.085 empresas sanas para la creación de su modelo O-score, los ratios utilizados fueron: Tamaño, Pasivos Totales / Activos Totales, Capital de Trabajo/ Activos Totales, Razón corriente, Dummy de solvencia (donde 1 significa insolvencia y 0 significa solvencia), Retorno sobre los activos o EBIT/ Activos Totales, Resultado operacional sobre el total de las obligaciones.
Benito & Vlieghe 2000	Probabilidad de Quiebra empresas en el Reino Unido.	Los micro-datos de un gran número de empresas individuales pueden ayudar a describir la evolución financiera de las empresas del Reino Unido. El examen de los datos que cubren los últimos 25 años sugiere algún riesgo potencial para la solidez financiera en el sector corporativo. Las variables analizadas fueron: capital, EBIT, deuda neta, rendimiento del capital, apalancamiento financiero, flujo de caja, estructura de los intereses y el valor del capital en el mercado

Autor	Objetivo	Variables Significativas / Conclusión / Resultados
Quintanilla, Tschorne & Parisi 2002	Modelo predictivo de quiebra bancaria (caso Ecuador) usando un modelo de regresión con variable dicotómica.	Indicadores financieros usados: Activos Productivos/Pasivos con costo, Cartera vencida/Capital más reservas, Intereses Pagados/Pasivo con costo, Margen bruto financiero más ingresos ordinarios/Activos productivos promedio. La variable que más explica la probabilidad de quiebra es: Intereses Pagados/Pasivo con costo, lo cual indica que el mercado internaliza la tasa de retorno.
Martínez 2003	Determinantes de fragilidad de las empresas del sector corporativo privado utilizando un modelo probit.	La rentabilidad, eficiencia, la liquidez y el endeudamiento son los indicadores claves a la hora de medir la insolvencia de una compañía colombiana. Se establecieron como relevantes las siguientes razones financieras: utilidad antes de impuestos/activos, obligaciones financieras/activos y disponible/activos.
Arango, Zamudio & Orozco 2005	Determinantes de la probabilidad de quiebra de las empresas colombianas.	Las empresas grandes concentran el mayor nivel de deuda interna en riesgo, mientras que las de menor tamaño, las cuales poseen bajos niveles de endeudamiento, presentan la mayor probabilidad de quiebra. Esto permite focalizar el seguimiento que debe hacerse al sector corporativo privado.
Gómez, Orozco & Zamudio 2006	Probabilidad condicional de incumplimiento utilizando un modelo de duración.	El nivel de la deuda de las empresas es el principal determinante de la probabilidad condicional de incumplimiento.
Zamudio 2007	Probabilidad de incumplimiento a partir de un modelo multinomial.	La probabilidad de incumplimiento de los créditos de la cartera comercial está relacionada con indicadores de desempeño de la firma como la liquidez, características de los créditos como el plazo, el tipo de garantía y el tipo de entidad que lo otorga, número de relaciones crediticias que tiene la empresa y variables de industria y de ciclo.
Gómez & Orozco 2009	Probabilidad de incumplimiento con modelos de duración.	Variables explicativas del modelo: nivel de apalancamiento, la rentabilidad del activo, la composición de la deuda, las relaciones bancarias, la tasa de interés activa real y la tasa de crecimiento del PIB.

En este trabajo, se hace un énfasis particular en el modelo de Ohlson, quien fue pionero en plasmar la metodología de regresión logística para determinar la insolvencia de una empresa. Ohlson planteaba la asignación probabilidades de quiebra de acuerdo con el nivel de confianza que se quería obtener. Este modelo surgió dadas las deficiencias que presentaban los modelos de análisis discriminante, entre las cuales se resaltaba la reducción del número de variables por colinealidad, la distribución de ratios no normal, y la falta de interpretación correspondiente a los ratios en términos financieros. Por otra parte, la variabilidad de los ratios de las empresas en crisis era diferente a las empresas sanas y en cuanto a los datos, la dispersión y limitación de grupos, presentaban también problemas¹³.

Para determinar el modelo, Ohlson tomó datos en una ventana de tiempo de 1970-1978, de la cual extrajo una muestra del último año para empresas sanas y tres años previos para empresas de quiebra. En este caso Ohlson evitó las empresas en quiebra del “Moody’s Industrial Manual”, dado que consideró que los datos no presentaban la posibilidad de verificación, es decir, no era posible conocer si una empresa se declaró en quiebra antes o después de que los datos se publicaran. Dentro de los resultados que obtuvo, pudo clasificar correctamente el 96,12% de las empresas industriales. En otras palabras, el 17,4% de las sanas y el 12,4% de las empresas en quiebra no se clasificaron correctamente.¹⁴

Si bien en su momento, Ohlson realizó su estudio mediante el uso de grandes compañías industriales, en este trabajo se incluyen empresas colombianas de diverso tamaño y sector económico.

¹³ OHLSON, James A. Financial ratios and the probabilistic prediction of bankruptcy. *Journal of Accounting Research*, 18(1), 1980. pp. 109-131.

¹⁴ *Ibid.*

4. MARCO TEÓRICO

4.1. DEFINICIÓN DE INSOLVENCIA FINANCIERA

Investigadores del tema señalan que la insolvencia financiera se presenta cuando una compañía no puede cumplir con sus obligaciones (acreedores), y que los signos de este fenómeno se dan de manera previa a que la empresa pueda continuar con sus operaciones o a que esta sea intervenida¹⁵. Según otros autores, las causas del fracaso de un negocio y consecuentemente de una quiebra, pueden dividirse en: económicas, financieras, negligencia gerencial, fraude, desastres naturales (tornados, terremotos y terrorismo), entre otros¹⁶. Leñaño et al.¹⁷ en cambio afirman que *“Los factores económicos incluyen una industria débil y una localización pobre, mientras que los financieros, un excesivo apalancamiento y poco capital”*, en tanto que otros estudios demuestran que las dificultades financieras a menudo se deben a errores gerenciales y malos juicios de valor, y que cuando estos son constantes pueden ser signo de negligencia administrativa.

Andrade & Kaplan¹⁸ examinaron en 1998, qué factores hacían que las empresas tuvieran problemas financieros y encontraron que un alto nivel de apalancamiento fue la primera causa de ellos, seguido de un pobre desempeño en las ganancias de la empresa y de una economía e industria débiles, teniendo estos dos últimos factores un rol no tan importante.

¹⁵ HAUGEN, Robert A.; SENBET, Lemma W. Senbet. The Journal of Finance. Vol. 33, No. 2 (May, 1978), 1978. pp. 383-393

¹⁶ LEAÑO, Hector; CLINTON, Martín, MCBRIDE, John; NGUYEN, Jennifer and PALLOM, Padmaja. Bankruptcy Prediction Model Using Discriminant Analysis on Financial Ratios Derived from Corporate Balance Sheet. 2005

¹⁷ Ibid.

¹⁸ ANDRADE, Gregor; KAPLAN, Steven N. How Costly is Financial (Not Economic) Distress? Evidence from Highly Leveraged Transactions that Became Distressed. National Bureau Of Economic Research Working Paper No. 6145. 1997

Una breve síntesis acerca de cómo se ha entendido este fenómeno por autores reconocidos, se presenta en el Tabla 2.

Tabla 2. Definición de Quiebra

Autor	Término utilizado	Definición
Alman	Quiebra	Aquellas empresas que se encuentran legalmente en quiebra
Beaver	Fracaso	La incapacidad de la empresa para atender sus obligaciones financieras a su vencimiento.
Blum	Fracaso	Incapacidad de pagar las deudas por parte de la empresa, entrando en un proceso de quiebra o en un acuerdo para reducir dichas deudas
Deakin	Fracaso	Empresas que se encuentran en situación de quiebra, insolvencia, o fueron liquidadas a beneficio de los acreedores
Taffler	Fracaso	Liquidación voluntaria, orden legal de liquidación o intervención estatal
Zmijewski	Fracaso	Solicitar la quiebra

Fuente: MORA ENGUÍDANOS, Araceli Los Modelos de predicción del fracaso empresarial: una aplicación empírica del logit. Revista española de financiación y contabilidad, XXIV, n. 78, 203-233. 1994. Recuperado el 1 de julio de 2019. Modificada por el autor

4.2. INDICADORES FINANCIEROS

La predicción de la insolvencia se puede entonces desarrollar tomando como referencia análisis anteriores aceptados por la literatura económica; muchos de estos estudios han utilizado indicadores de apalancamiento, alguna medida de rentabilidad y medidas sobre cuántos activos posee una empresa. Estas variables también pueden sustentarse de manera teórica para su inclusión en el modelo. El apalancamiento, por ejemplo, es una base fundamental en los modelos basados en el mercado. Un abuso de apalancamiento aumenta la posibilidad de Insolvencia y la probabilidad de que el valor de la compañía sea menor. Incrementar la deuda aumenta las obligaciones primarias de la empresa y la distribución de recursos de

esta, lo cual puede ser un problema para empresas que no pueden acceder fácilmente a los mercados de capital (Financiación por patrimonio) en escenarios donde la liquidez es un recurso escaso.

Una medida de rentabilidad es también un predictor razonable de quiebra, por ejemplo, un alto rendimiento sobre los activos normalmente indica que una empresa genera beneficios de manera eficiente con sus activos, lo cual es esencial para la supervivencia a largo plazo de la compañía. La rentabilidad también está representada dentro de modelos basados en el mercado, a través de la variable de crecimiento de activos. Además, la liquidez puede considerarse también como un indicador razonable de quiebra, al menos dentro de una perspectiva a corto plazo.

Como se discutió anteriormente, la falta de liquidez es una razón común para el incumplimiento de la compañía. Esto puede ser motivado desde el marco regulatorio en que se desenvuelva la empresa. Lo anterior, dado que un acreedor puede por medio de la ley, requerir el cumplimiento de las obligaciones financieras de la empresa, y esta en caso de no verse habilitada, debe declararse en insolvencia para hacer frente a tales compromisos.

Por lo tanto, una empresa con acceso limitado a activos líquidos y con la obligación activa de cumplir al acreedor, estará más propensa a entrar en un escenario de quiebra en el horizonte de tiempo señalado por ley para el cumplimiento de la deuda.

Los ratios que se seleccionaron como variables para analizar el comportamiento de estas compañías, son los siguientes:

- Rendimiento sobre los activos – ROA, es un indicador de cuán rentable es una empresa en relación con sus activos totales. El ROA da una idea de la eficiencia en la administración en el uso de los activos para generar ganancias. El indicador es calculado de la siguiente manera:

$$\frac{\text{Utilidad Neta sin gastos de intereses}}{\text{Promedio de los Activos}}$$

- Rendimiento sobre el patrimonio – ROE, es una medida de la rentabilidad de una empresa que revela cuánto beneficio genera con el dinero invertido por los accionistas. El indicador es calculado de la siguiente manera:

$$\frac{\text{Utilidad Neta}}{\text{Promedio del Patrimonio}}$$

- Prueba Acida – PA, esta relación mide la capacidad de una empresa para cumplir sus obligaciones a corto plazo con sus activos más líquidos. El indicador es calculado de la siguiente manera:

$$\frac{\text{Activo corriente – inventarios}}{\text{Pasivo corriente}}$$

- Tendencia de la Utilidad Neta – UN: Muestra el crecimiento/decrecimiento de la Utilidad Neta comparada con un periodo anterior. El indicador es calculado cómo:

$$\frac{\text{Utilidad neta}}{\text{Utilidad Neta Periodo anterior}}$$

- Tendencia de los Activos Totales – ASSET, Muestra el crecimiento/decrecimiento de los Activos Totales comparados con un periodo anterior. Se calcula por la siguiente expresión:

$$\frac{\text{Activo Total}}{\text{Activo Total Periodo anterior}}$$

- Razón de Deuda – D/A: una métrica utilizada para medir el riesgo financiero de una empresa al determinar qué parte de los activos de la empresa corresponden a una financiación mediante deuda. El indicador es calculado cómo:

$$\frac{Pasivo\ Total}{Activo\ Total}$$

- Ratio de Endeudamiento – D/E: Esta relación indica la cantidad de deuda que una compañía está utilizando en comparación con el valor del capital de los accionistas. Su cálculo se da de la siguiente manera:

$$\frac{Pasivo\ Total}{Patrimonio\ Total}$$

4.3. ANÁLISIS DE LAS VARIABLES

LIQUIDEZ (PA):

Refleja la capacidad de la empresa para cumplir con sus compromisos a corto plazo y el potencial para generar fondos de capital de trabajo. Se espera que los ratios sean críticos inmediatamente antes de una situación de insolvencia, ya que solo los activos líquidos pueden generar el flujo de caja adecuado para cubrir las obligaciones. A largo plazo, las empresas pueden intentar minimizar la liquidez para canalizar fondos hacia activos productivos. Sin embargo, el compromiso excesivo de tales fondos para inversión o la anticipación inadecuada de las necesidades futuras de liquidez pueden precipitar fácilmente una crisis¹⁹. La prueba ácida (PA) se aplica para examinar si una empresa tiene efectivo o equivalentes de efectivo

¹⁹ ZAVGREN, Christine V. Assessing the vulnerability to failure of american industrial firms: a logistic analysis. *Journal of Business Finance & Accounting*, 12: 1985. pp. 19-45. doi:10.1111/j.1468-5957.1985.tb00077.

adecuados para cumplir con sus obligaciones actuales sin tener que recurrir a la liquidación de activos no monetarios, cómo las acciones.²⁰

RENTABILIDAD (ROA, ROE, UN):

La mayoría de los estudios sugieren que la rentabilidad tiene una gran influencia en la determinación de la salud financiera, esto debido a que es probable que las compañías con baja rentabilidad se vuelvan menos líquidas y estén más propensas a la insolvencia²¹. Inicialmente, se eligen variables que permitan reflejar la solidez de la rentabilidad de la compañía en diferentes etapas de su proceso de obtención de ingresos, tales como la Utilidad Neta (UN). Esto permite identificar si las ganancias son sensibles a los cambios en la salud operativa de una empresa, Gupta²² menciona que una gran proporción de fallas en las empresas son precedidas por un período de deterioro de las ganancias. Así, cuando ganancias merman, la oferta de fondos también se agota pronto, afectando tanto el capital de trabajo para las operaciones actuales, como al capital de largo plazo para el crecimiento. Taffler²³ demostró que la rentabilidad y el apalancamiento financiero tienen una mayor contribución en la predicción de dificultades financieras, mientras que la falta de capital de trabajo y la liquidez a corto plazo son de menor importancia en cuanto a la capacidad de los pasivos y ganancias.

En términos financieros, el indicador ROA se define cómo el resultado de la multiplicación entre el margen de ganancia y la rotación de los activos, sirviendo como indicador del desempeño y la estrategia de una compañía. Si bien existen variaciones entre industrias determinadas por factores cómo el ambiente competitivo y la implementación tecnológica, las mayores diferencias entre

²⁰ CHRISTIDIS, Angela; GREGORY, Alan. Some new models for financial distress prediction in the UK. Xfi- centre for finance and investment. Septiembre de 2010

²¹ MORRIS, Richard. Early Warning Indicators of Corporate Failure: A critical review of previous research and further empirical evidence. Ashgate Publishing Limited. Aldershot. Inglaterra. 1997

²² GUPTA, Lakshmi Chandra. Financial Ratios for Monitoring Corporate Sickness, Oxford University Press, Oxford. 1983

²³ TAFFLER, Richard J. Forecasting company failure in the UK using discriminant analysis and financial ratio data, Journal of the Royal Statistical Society, Vol. 145, No. 3, 1982. pp. 342–358

indicadores se dan por las ventajas competitivas de las empresas para generar el mayor margen de ganancias mientras garantizan una rotación de activos conveniente para el negocio.²⁴

APALANCAMIENTO (D/A, D/E):

La posición financiera de una empresa a largo plazo se refleja en su apalancamiento, el cual determina la capacidad de esta para satisfacer sus deudas y para reunir capital nuevo mediante crédito. Una de las principales preocupaciones pasa por entender si una empresa puede pagar sus deudas y generar ganancias suficientes para al menos cumplir sus obligaciones mínimas con los acreedores. Los coeficientes de apalancamiento registran la medida en la que los pasivos están cubiertos por los activos y el patrimonio de la empresa. Si la empresa depende en gran medida del pasivo, en épocas de favorabilidad la empresa será eficiente por cuanto sus beneficios se obtendrán a partir de recursos no propios (pasivo), pero en un caso desfavorable, la empresa se hallará en una posición de alto pasivo y poco activo y/o patrimonio para cumplir sus obligaciones con los acreedores. Los índices de apalancamiento, por lo tanto, indican el nivel de riesgo financiero además del riesgo comercial que podría enfrentar una empresa.²⁵

ACTIVIDAD Y CARACTERÍSTICAS DE LA EMPRESA (ASSET):

Los índices de actividad miden la eficacia con la que una empresa está explotando sus activos, además, pueden indicar si la administración de tales activos es adecuada de cara al desempeño a largo plazo. Algunas otras relaciones de los índices de actividad contemplan las relaciones con acreedores y deudores, indicando la efectividad de las políticas crediticias de una empresa, la demanda de sus productos y reflejando en cierta medida las dificultades para cumplir con sus

²⁴ WANG, Franco., DYCKMAN, Thomas., HANLON, Michelle., MAGEE, Robert., & PFEIFFER, Glenn. Financial accounting using IFRS. 2 ed. Westmont, Ill. Cambridge Business Publishers. 2017, 241 p. ISBN: 9781618531964

²⁵ CHRISTIDIS, GREGORY, Op. Cit.

obligaciones. Finalmente, las características de la empresa, como el tamaño y la edad, podrían identificar las fortalezas y las debilidades a la hora de sobrevivir a través de las diferentes fases de su ciclo comercial.²⁶

4.4. EL MODELO LOGIT

La regresión logística binaria, también conocido como análisis “Logit”, es una técnica que se aplica para la obtención de la probabilidad de que una observación pertenezca a un conjunto determinado en función del comportamiento de las variables independientes o predictoras. En el caso de este estudio, las variables independientes son datos numéricos y la variable dependiente es de carácter dicotómico tomando valores de 0 o 1. El valor 0 significa que la empresa es solvente, mientras que el valor 1 dicta la insolvencia. De esta forma el modelo de regresión indica la probabilidad de que una empresa corresponda al grupo de empresas solventes o insolventes.²⁷

El análisis “Logit” no plantea restricciones con respecto a la normalidad en la distribución de las variables independientes, ni con respecto a la igualdad de matrices de varianzas-covarianzas cómo ocurre con el análisis discriminante, modelo que junto con el “Logit” ha sido altamente utilizado para la elaboración de mecanismos de predicción de la quiebra²⁸.

Entre las ventajas que se destacan de la aplicación de este modelo, se resalta qué:

²⁶ Ibid.

²⁷ MORA ENGUÍDANOS, Araceli Los Modelos de predicción del fracaso empresarial: una aplicación empírica del logit. Revista española de financiación y contabilidad, XXIV, n. 78, 203-233. 1994. Recuperado el 1 de julio de 2019.

²⁸ Ibid.

1. Es un modelo de puntuación continua.
2. No implica supuestos de distribución para variables independientes.
3. Permite la inclusión de variables cualitativas.
4. Permite identificar la importancia relativa de los ratios.

Entre las desventajas que se asocian al modelo están:

1. Es un modelo altamente sensible a la multicolinealidad.
2. La presencia de valores extremos afecta el comportamiento de las predicciones al anular el efecto de las observaciones medias.
3. Presenta sensibilidad a la extrema no-normalidad de variables predictoras.
4. Es necesario garantizar la linealidad entre las variables predictoras y la transformación logarítmica de los resultados.²⁹

4.5. MARCO LEGAL

LEY DE INSOLVENCIA

La Ley 1116 de 2006 de quiebras o Ley de insolvencia se creó con el fin de resolver la situación de las compañías que se encuentran en crisis empresarial, y, por tanto, imposibilitadas para cubrir las obligaciones.³⁰

La finalidad de la Ley 1116 del 27 diciembre de 2006 Régimen judicial de insolvencia es: “...*tiene por objeto la protección del crédito y la recuperación y conservación de la empresa como unidad de explotación económica y fuente generadora de empleo,*

²⁹ HASSAN, Ehsan UI; ZAINUDDIN, Zaemah; NORDIN, Sabariah. A review of financial distress prediction models: logistic regression and multivariate discriminant analysis. *Indian-Pacific Journal of Accounting and Finance (IPJAF)*, Vol 1 No. 3, 2017, 13-23. Recuperado el 3 de julio de 2019

³⁰ BELEÑO, Isis. Trámite de insolvencia es el más expedito de la región”: 30 de abril de 2018. *Supersociedades. La Republica*. Recuperado el 01 de julio de 2019, de <https://www.larepublica.co/especiales/proteccion-patrimonial/resolucion-de-insolvencia-es-la-mas-expedita-de-la-region-2720116>

a través de los procesos de reorganización y de liquidación judicial, siempre bajo el criterio de agregación de valor” (Beleño, 2018). Podrán acogerse a este régimen de insolvencia las personas naturales comerciantes y las personas jurídicas (empresas nacionales o sucursales de sociedades extranjeras) que realicen actividades de comercio en Colombia, siempre que puedan demostrar déficit económico y se les imposibilite cumplir con sus obligaciones económicas (Artículo 2, Ley 1116 del 27 diciembre de 2006).

De igual manera se explican las diferentes alternativas cuando surge una crisis empresarial y los requisitos que se deben tener en cuenta para acogerse a dicha ley, los cuales se describen a continuación:

- **Reorganización empresarial:** Es un proceso administrativo que pretende, a través de un acuerdo, preservar las empresas viables mediante una reestructuración interna y el acuerdo con acreedores con el fin de normalizar las relaciones comerciales y crediticias. Se realiza mediante la reestructuración operacional, administrativa, de activos o pasivo de la empresa, y solo se podrán acoger a este mecanismo las personas naturales comerciantes y las personas jurídicas que demuestren cesación de pagos o incapacidad de pago inminente.
- **Liquidación judicial:** Contempla la validación judicial como una alternativa a la reorganización empresarial para iniciar negociaciones con los acreedores externos, todo con el fin de llegar a un acuerdo privado y pedir a un juez la validación de dicho acuerdo extrajudicial³¹. Solo se podrán acoger a este mecanismo las personas naturales comerciantes y las personas jurídicas que demuestren incumplimiento del acuerdo de reorganización, fracaso o incumplimiento del concordato o de un acuerdo de reestructuración.

³¹ ROMERO ESPINOSA, Fredy; MELGAREJO MOLINA, Zuray Andrea; VERA COLINAC, Mary Analí. Fracaso Empresarial de las Pequeñas y Medianas Empresas (pymes) en Colombia. ELSERVIER, 35. 2015

5. METODOLOGÍA

Debido a las consideraciones mencionadas en el marco teórico, se plantea la realización de un modelo de predicción de Insolvencia financiera utilizando el método de regresión logística binaria, el cual compila una serie de empresas entre las que se encuentran las más grandes del país en el 2018 por orden de ingresos, y que reflejan solvencia a través de sus indicadores financieros; por otro lado, empresas insolventes y en proceso de insolvencia reportadas ante la Superintendencia de Sociedades de Colombia, las cuales han entrado en liquidación judicial en el periodo de 2015-2019.

5.1. DESCRIPCIÓN DE LA MUESTRA

Para la creación de la muestra de investigación se plantearon dos grupos principales de empresas. En un primer lugar, aquéllas en estado de insolvencia, las cuales fueron consultadas del último informe de Sociedades en Liquidación Judicial acumulado a 31 de mayo de 2019 de la Superintendencia de Sociedades, en el cual se consignan las empresas liquidadas judicialmente en el periodo de 2015-2019 y las que se encuentran en proceso, dando un total de 1.734 empresas registradas en este intervalo de tiempo. En segundo lugar, se consultó el grupo de empresas de control (solventes). Para este grupo se revisó el informe de las 1.000 empresas más grandes del 2018 reportado por la Superintendencia de Sociedades. Para la realización de la muestra se propuso la ejecución de un Muestreo Aleatorio Simple

de una población de empresas de 3.468 unidades (el doble de las Insolventes). Utilizando la ecuación propuesta por Gutiérrez, A.³²

$$n \geq \frac{N \times z^2 \times p \times (1 - p)}{ME^2 \times (N - 1) + [z^2 \times p \times (1 - p)]}$$

Se encontró que el tamaño requerido fue de mínimo un $n \geq 346$. para las especificaciones $N=3.468$, $p=0.5$, $z=1.96$ y margen de error aceptable igual a 0.05. Así, se definió una muestra de 350 empresas entre solventes e insolventes en aproximada proporción equitativa (**Muestra de Estudio**). Además, se realizó una muestra adicional (**Contramuestra de verificación**) de 190 empresas (54.28% de la muestra inicial) con el propósito de ejecutar las pruebas comprobatorias. En total, se muestrearon 540 empresas entre insolventes y solventes.

5.2. METODOLOGÍA MUESTRAL

Para la recolección de la muestra se hizo uso de las plataformas de consolidación y análisis de información financiera EMIS, Yahoo Finance y Bloomberg. Para el proceso de muestreo se creó un listado con los distintos Números de Identificación Tributaria (NIT) y usando el programa estadístico R se generó la selección aleatoria de empresas a muestrear. Posteriormente, se consultaron los estados financieros consolidados a 31 de diciembre de 2018, de cada una de las 540 empresas seleccionadas en las plataformas mencionadas y se extrajo la información de interés para la construcción de los indicadores previamente definidos en el marco teórico. Con el fin de minimizar la presencia de valores extremos causados por el tamaño de las empresas, todos los datos fueron utilizados para la creación de indicadores

³² GUTIÉRREZ ROJAS, Hugo Andrés. Estrategias de muestreo: Diseño de encuestas y estimación de parámetros. Bogotá, D.C., Colombia. 2da Edición. 2015

en términos porcentuales y no absolutos. Durante el proceso de muestreo se estableció el reemplazo de empresas con información incompleta, esto mediante la selección aleatoria de otro NIT de la muestra complemento resultante. Además, se decidió analizar cada observación para recolectar la mejor información posible, puesto que se evidenció que, si bien algunas empresas entraban en liquidación judicial, al cumplir sus obligaciones con acreedores usando como fuente el activo, era visible una información no representativa de la situación de insolvencia. Con la información obtenida de las empresas, estas se caracterizaron en cuanto a: tamaño, sector, y distribución geográfica.

5.3. METODOLOGÍA DEL MODELO DE REGRESIÓN LOGÍSTICA BINARIA

Para la ejecución del modelo se dio inicio con el análisis descriptivo de las variables predictoras con el objetivo de explicar el tipo de observaciones recolectadas. Posteriormente se planteó un modelo inicial con la muestra de 350 empresas y con todas las variables independientes potenciales. A continuación, se realizó una reducción sistemática del modelo con la metodología de paso hacia atrás, eliminando variables independientes con ausencia de significancia y probando todas las posibles combinaciones. Una vez conseguido el mejor modelo en términos de minimización del puntaje AIC (El modelo de mayor verosimilitud con la presencia de solo variables significativas), se procedió a verificar los supuestos de independencia de los errores, linealidad, multicolinealidad y presencia de valores extremos. El siguiente paso fue el estudio de la bondad de ajuste de la regresión mediante el uso de técnicas y aproximaciones diversas. Finalmente, se validó el modelo utilizando la contramuestra de 190 empresas antes separada y se presentó la ecuación final del modelo de predicción de Insolvencia Financiera.

5.4. PROCESAMIENTO DE DATOS

Para el procesamiento de datos y el análisis de estos se utilizó el lenguaje de programación estadística R.

6. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

6.1. CARACTERIZACIÓN DE LA MUESTRA

6.1.1. Segmento empresarial

Compañías liquidadas según su tamaño

En Colombia el segmento empresarial está clasificado en micro, pequeñas, medianas y grandes empresas, según la Ley 590 del año 2000 conocida como la Ley MIPYMES y sus modificaciones (Ley 905 de 2004)³³. A continuación, en la Tabla 3, se detalla la clasificación según los activos para el año 2019, teniendo en cuenta el valor del SMMLV (\$828.116 para el año 2019).

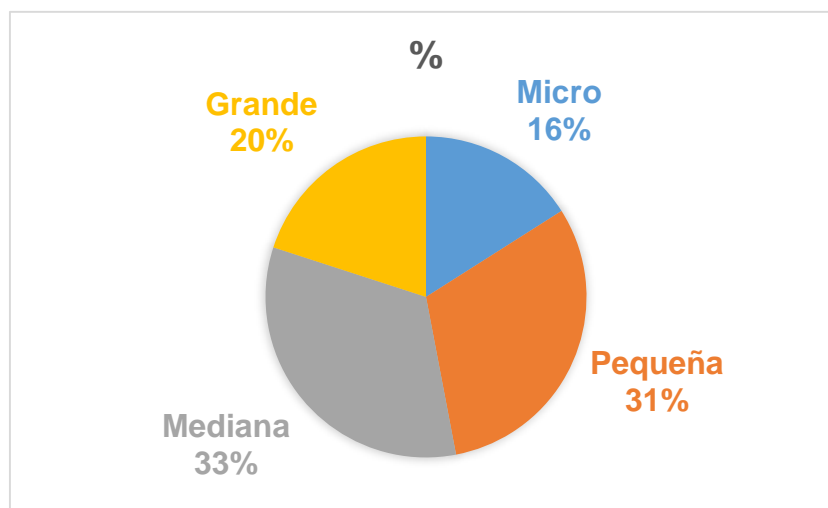
Tabla 3. Tamaño de empresa según los activos.

Tamaño	Activos Totales SMMLV
Microempresa	Hasta 500 (\$414.058.000)
Pequeña	Superior a 500 y hasta 5.000 (\$414.058.000 - \$4.140.580.000)
Mediana	Superior a 5.000 y hasta 30.000 (\$4.140.580.000 - \$24.843.480.000)
Grande	Superior a 30.000 (\$24.843.480.000)

³³ BANCOLDX. Clasificación de empresas en Colombia, Recuperado el 14 de Julio de 2019. <https://www.bancoldex.com/sobre-bancoldex/quienes-somos/clasificacion-de-empresas-en>.

Para el caso de las 270 empresas en estado de insolvencia, se puede observar que las empresas de la categoría PYMES son las principales afectadas y las más propensas al fracaso. Estas empresas abarcan el 80% de las empresas quebradas, mientras que en el otro 20% se encuentran las grandes empresas, las cuales cuentan con una estructura administrativa y financiera más robusta en comparación con las anteriores (Gráfico 1).

Gráfico 1. Distribución de las empresas Insolventes según su Tamaño.



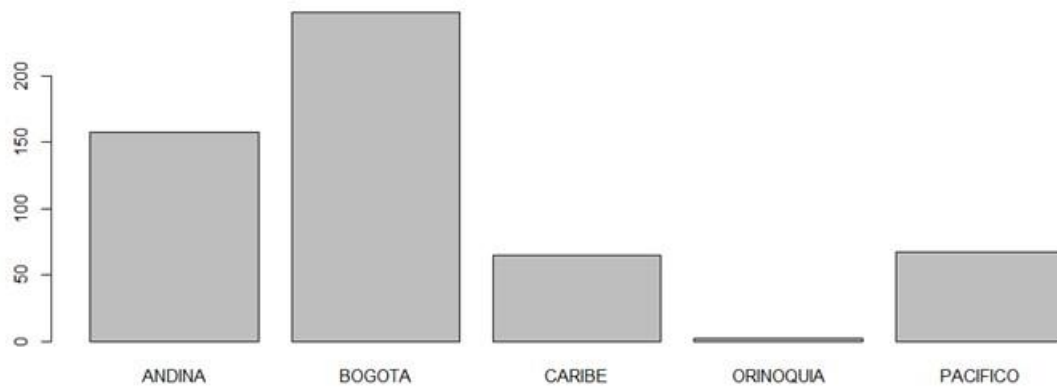
6.1.2. Distribución geográfica.

El total de la muestra de empresas liquidadas y en proceso de liquidación judicial se encuentra distribuido en 17 departamentos del país, dónde la mayoría de las empresas se concentran en los principales centros urbanos del país, encabezados por la ciudad de Bogotá, y seguido por los departamentos de Valle del Cauca y Antioquia. Esta agrupación suma 191 empresas insolventes, lo que equivale al 71% de la muestra de empresas en la categoría de quiebra (Grafico 2). El resto de la composición de empresas se encuentra dispersado a lo largo del país, teniendo mayor protagonismo la zona Andina y Bogotá (Grafico 3).

Gráfico 2. Distribución Geográfica de empresas Insolventes.



Gráfico 3. Distribución de las empresas según las regiones de Colombia.



Igualmente, en el Gráfico 4 es observable que para el total de la muestra (540 empresas) el patrón de concentración se mantiene de forma similar, siendo protagonistas la ciudad de Bogotá y los departamentos del Valle del Cauca y Antioquia. Esta situación es esperable si se considera que tal grupo es usualmente catalogado como la zona más próspera de Colombia.

Gráfico 4. Distribución Geográfica del total de la muestra.



6.1.3. Sectores económicos.

A partir de los datos obtenidos de la muestra, se evidencia que los sectores manufactura, comercial y servicios, son los sectores con mayor presencia de empresas, sumando el 83% de la muestra total y el 78% de las empresas insolventes. Los Gráficos 5 y 6 evidencian una distribución similar entre la muestra total y el subgrupo de empresas en quiebra, por lo que no se considera que exista algún sector con mayor influencia a la insolvencia financiera.

Gráfico 5. Sectores Económicos de empresas Insolventes.

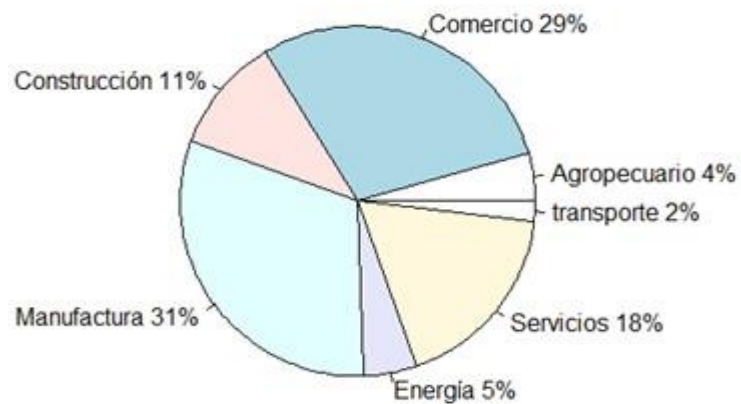
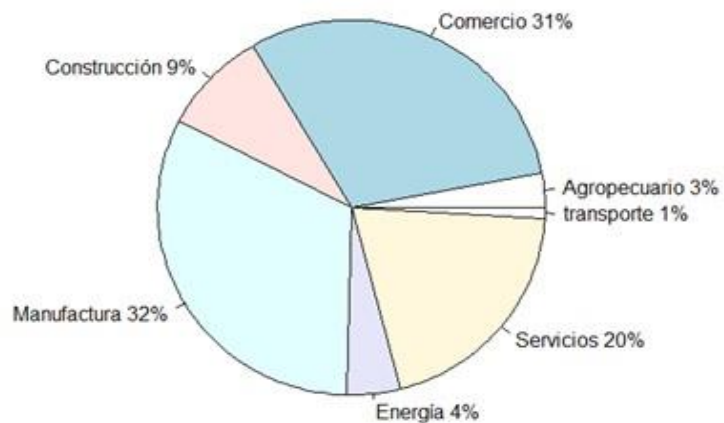
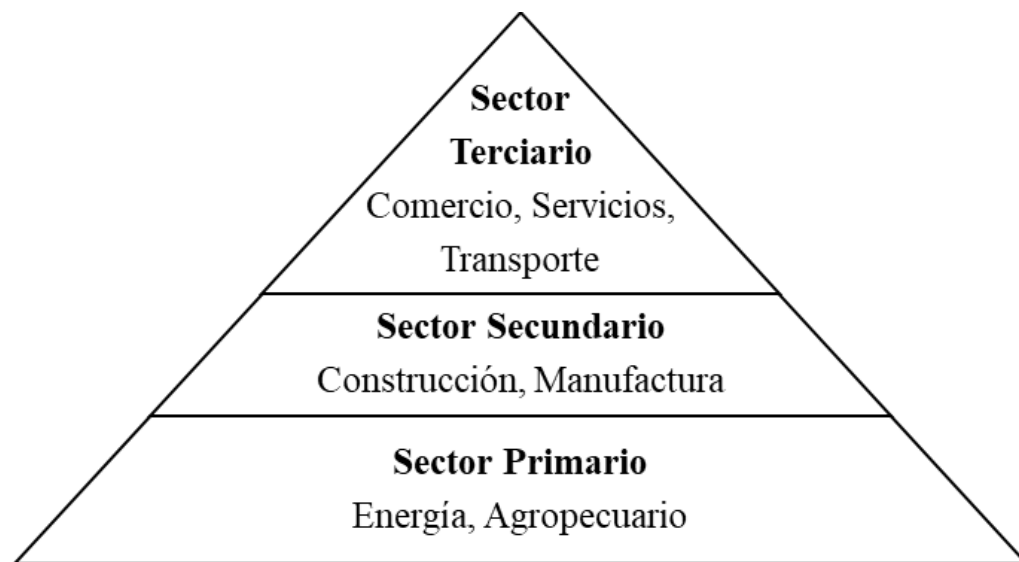


Gráfico 6. Sectores Económicos del total de la muestra.



Para la inclusión de los sectores industriales dentro del modelo, se generó una clasificación de acuerdo a los Sectores económicos (Banrepcultural, 2017), lo anterior, con el fin de mejorar la representatividad de los grupos de estudio y evitar incluir sectores industriales con una única observación. La organización obtenida se presenta en el Gráfico 7:

Gráfico 7. Sectores Económicos.



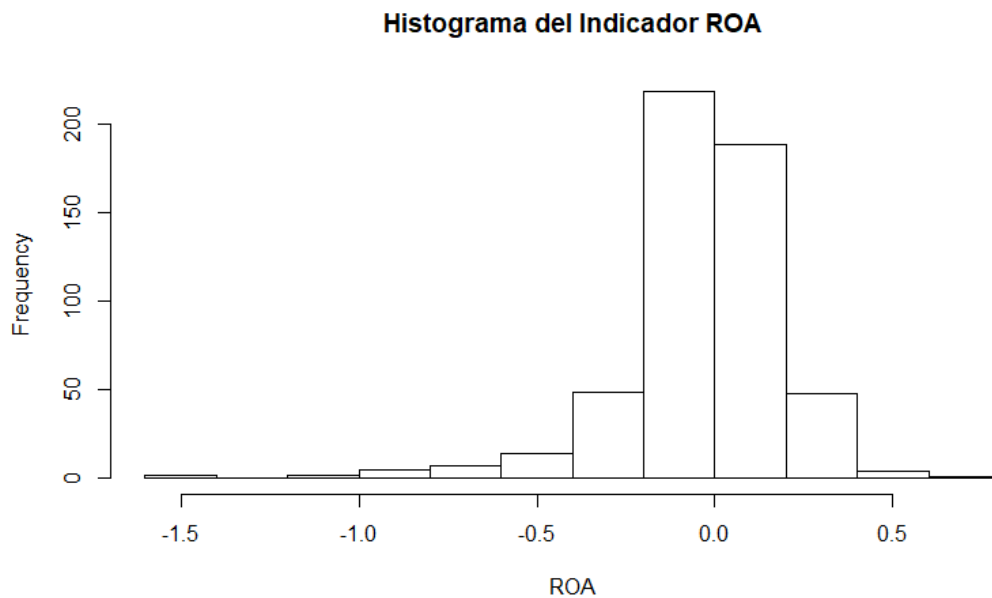
6.2. ANÁLISIS EXPLORATORIO

6.2.1. Retorno sobre los Activos (ROA)

El indicador Retorno sobre los Activos (ROA) presentó unos datos con media de -4.41% y desviación estándar de 22.97%. Además, la mediana de los datos fue -2.52%. y su rango se encontró entre [-153.38% - 76.97%]. Del histograma (Gráfico 8) se puede observar una distribución con sesgo de cola izquierda que demuestra

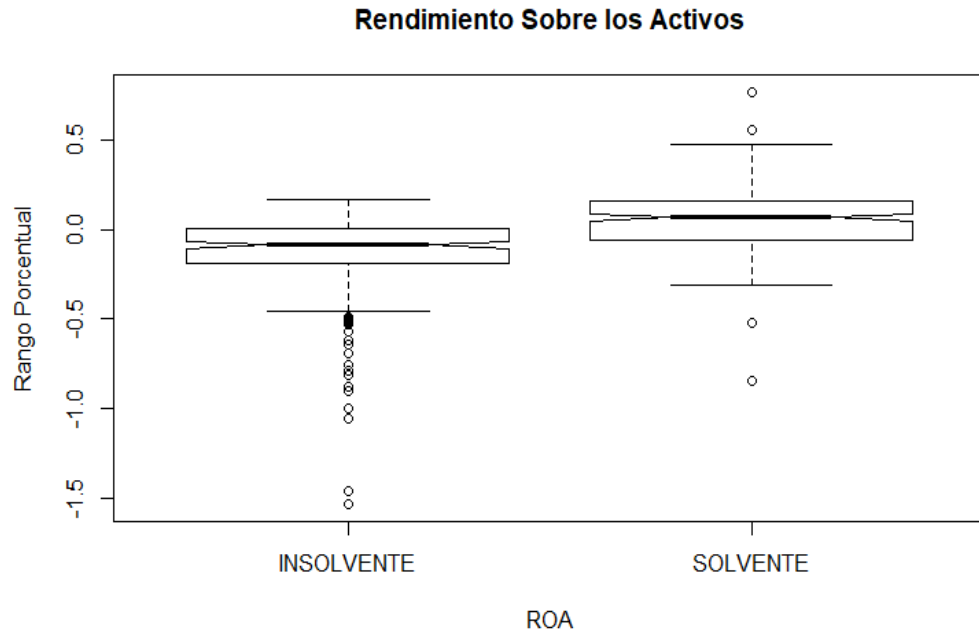
la presencia de empresas con utilidades netas negativas (perdidas) y la disminución de los activos entre los dos periodos observados para el cálculo. El comportamiento observado concuerda con la definición de ROA como resultado del margen de ganancia multiplicado por la rotación de activos, en donde las empresas en liquidación pueden presentar puntajes considerablemente bajos en el indicador, como consecuencia de un margen de ganancia negativo.

Gráfico 8. Histograma del Indicador ROA.



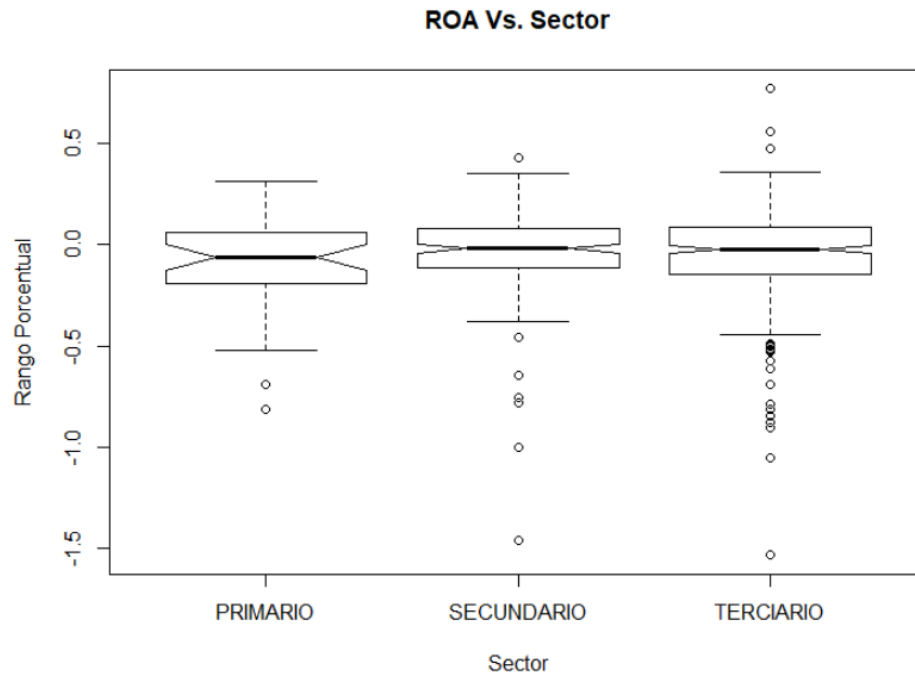
Al separar las empresas según su salud financiera se observan diferencias considerables en los grupos creados (Gráfico 9). En el caso de las empresas Insolventes, la media se sitúa en -14.27% con una desviación estándar de 23.79% y una mediana de -8.73%. Contrariamente, en el caso de las solventes la media se sitúa en 5.46%, con una desviación estándar de 17.20% y mediana de 6.70%.

Gráfico 9. Diagrama de cajas del Indicador ROA.



Un último análisis del indicador ROA pasa por entender si las implicaciones que el sector de acción de la empresa tiene sobre el rendimiento sobre los activos. Es importante aclarar que contablemente los activos se presentan de diversas maneras para garantizar la mejor aproximación al valor real de la compañía, en tanto, dentro de los activos se pueden encontrar incluso bienes intangibles como el buen nombre de la compañía o resultados de la investigación y desarrollo. En el gráfico 10 se evidencia un comportamiento del ROA entre sectores con una media y cuartiles similares. Sin embargo, el sector terciario (Comercio, Servicio y Transporte) presenta una observable mayoría de valores extremos de tipo ROA negativo. Esta situación puede sugerir que, en el contexto colombiano, las empresas presentan mayores desafíos en su rentabilidad cuando pertenecen al sector terciario.

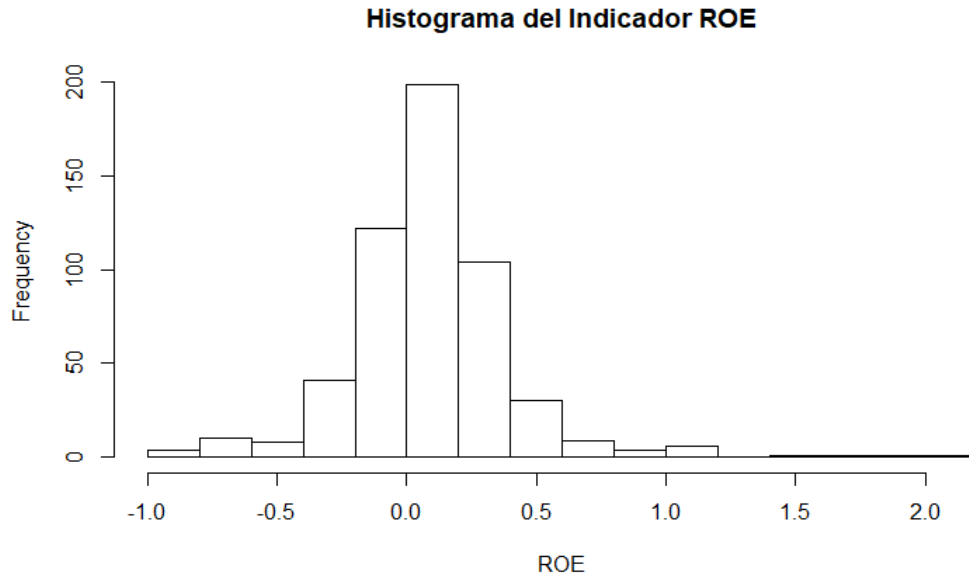
Gráfico 10. Indicador ROA según Sectores.



6.2.2. Retorno sobre el patrimonio (ROE)

El indicador Retorno sobre el Patrimonio (ROE) presentó unos datos con media de 9.67% y desviación estándar de 31.91%. Además, la mediana de los datos fue 8.34%. y su rango se encontró entre [-94.20% - 209.50%]. Del histograma (Gráfico 11) se puede observar una distribución con ligero sesgo de cola derecha que se presume es causada por la presencia de empresas que al encontrarse en liquidación disminuyen su patrimonio de manera considerable. Igualmente, empresas solventes con gran rentabilidad pueden presentar indicador ROE elevado debido a que son altamente rentables para un patrimonio promedio.

Gráfico 11. Histograma del Indicador ROE.



Cuando se dividen las empresas por su estado de salud financiera se observan diferencias perceptibles en los grupos creados (Gráfico 12). En el caso de las empresas Insolventes, la media se sitúa en 5.10% con una desviación estándar de 37.01% y una mediana de 1.83%. En cuanto a las solventes, la media se sitúa en 14.24%, con una desviación estándar de 25.06% y mediana de 12.41%.

Para entender si el comportamiento del ROE está asociado al tipo de empresa se dividió el indicador según el tamaño de la compañía. Los resultados (Gráfico 13) demuestran que la media y los cuartiles son similares para todos los tamaños de empresa, sin embargo, se observa que las empresas pequeñas y grandes tienen una ligera predominancia de valores extremos y que estos son principalmente positivos. Un ROE elevado está relacionado con una utilidad superior al patrimonio de la compañía, y esta situación puede explicarse por empresas con alta eficiencia/rentabilidad y/o empresas que utilizan el pasivo como su principal mecanismo de financiación y se encuentran en etapas iniciales de operación (Bajo remanente inicial).

Gráfico 12. Diagrama de cajas del Indicador ROE.

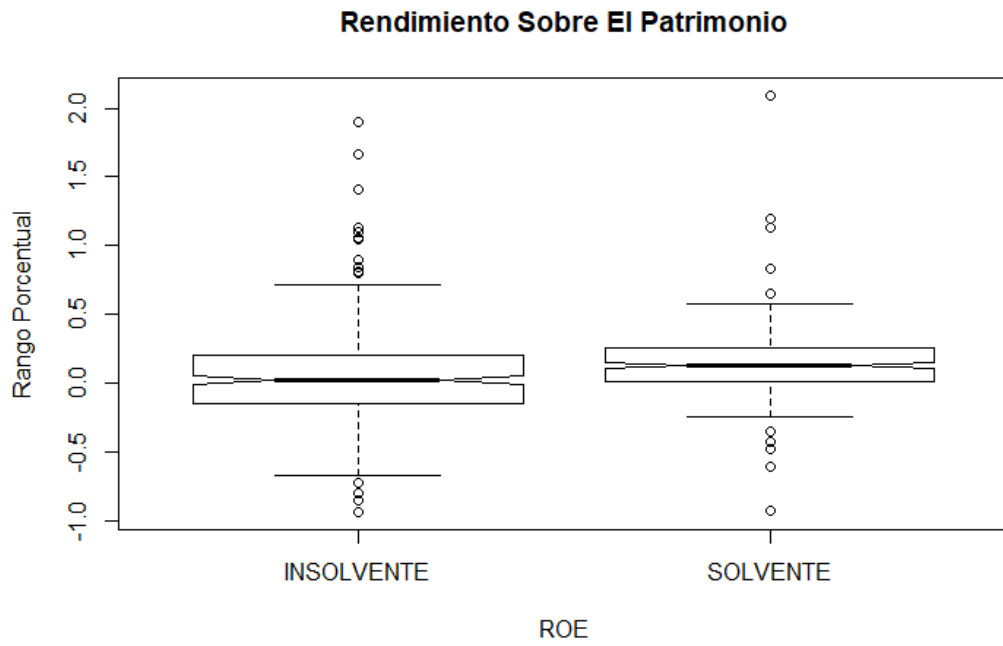
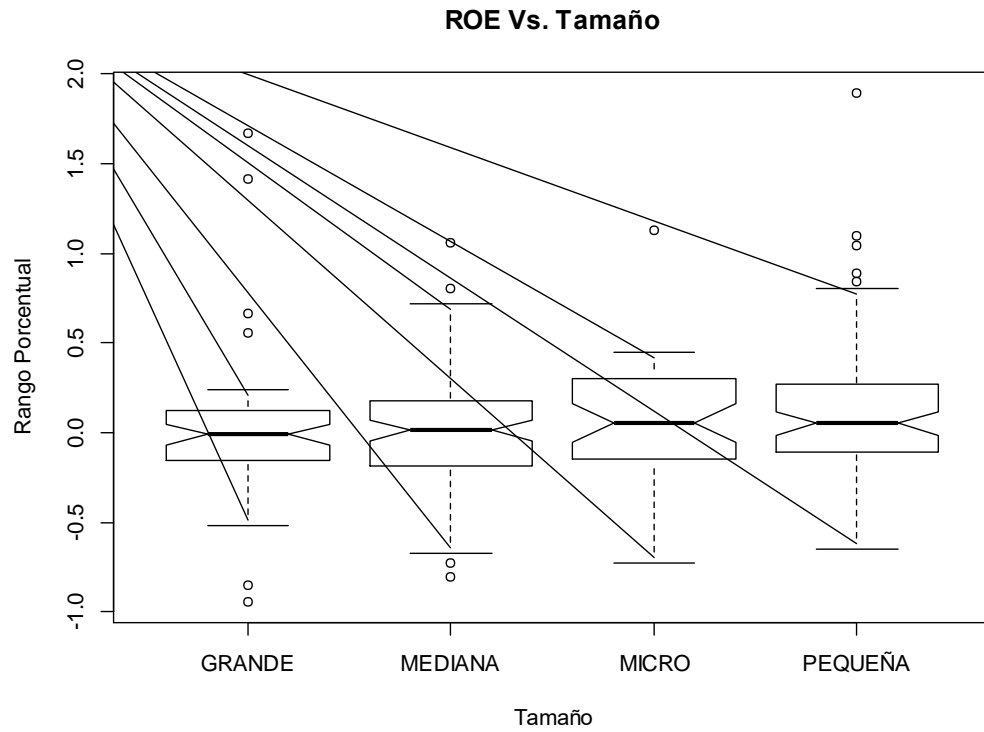


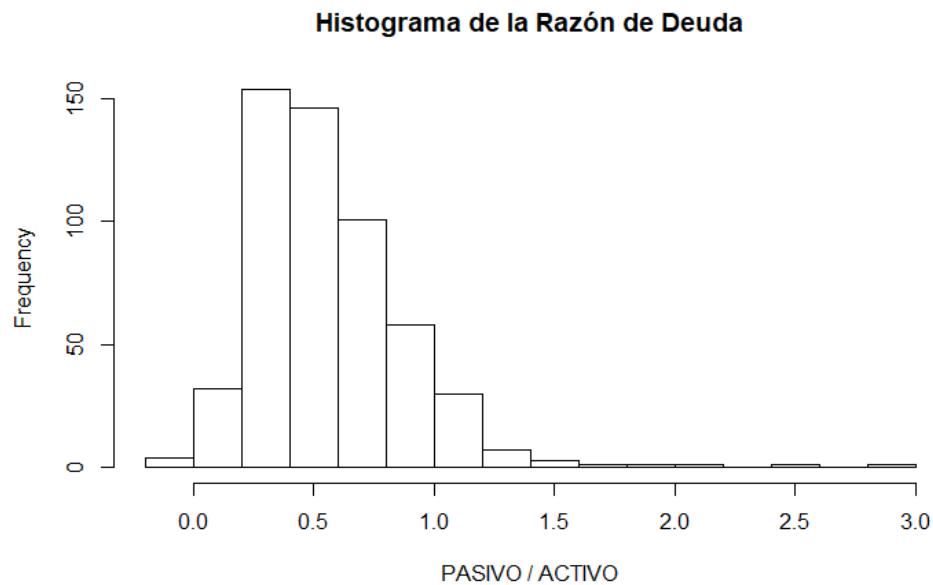
Gráfico 13. Indicador ROE según tamaño.



6.2.3. Razón de deuda.

El indicador Razón de Deuda (Pasivo Total/Activo Total) presentó unos datos con media de 55.90% y desviación estándar de 32.14%. Además, la mediana de los datos fue 49.68%. Y su rango se encontró entre [-6.41% - 288.30%]. Del histograma (Gráfico 14) se puede observar una distribución con un marcado sesgo de cola derecha explicable por la tendencia natural de las empresas de utilizar el endeudamiento a corto y largo plazo como mecanismo de financiación y liquidez. Además, es esperable que empresas en riesgo de insolvencia aumenten su indicador razón de deuda como consecuencia del aumento de las obligaciones y la pérdida del activo.

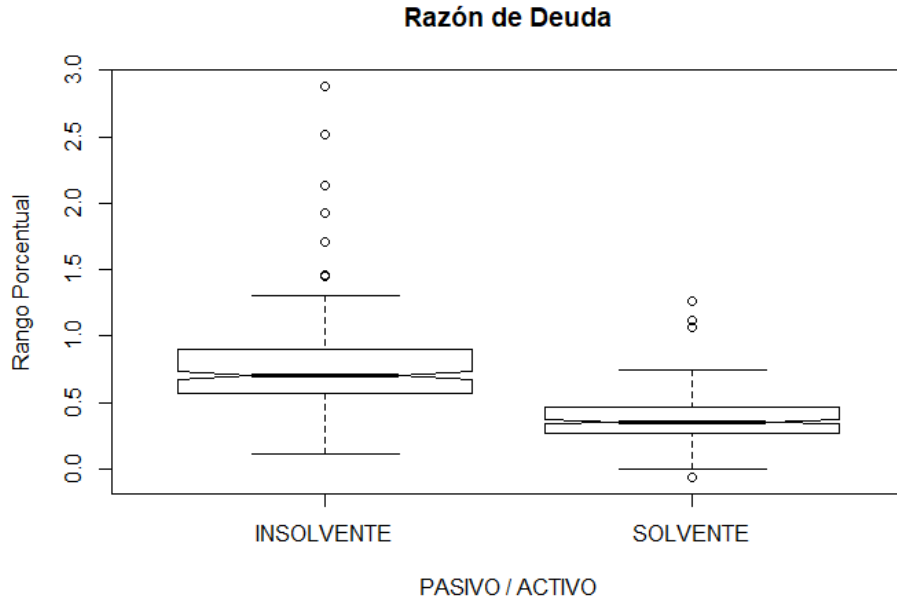
Gráfico 14. Histograma del Indicador Razón de Deuda.



La separación de las empresas según su estado de salud financiera evidencia diferencias claras en los grupos obtenidos (Gráfico 15). En el caso de las empresas Insolventes, la media se sitúa en 74.75% con una desviación estándar de 32.90% y

una mediana de 70.37%. En cuanto a las solventes, la media se sitúa en 37.06%, con una desviación estándar de 16.58% y mediana de 35.56%.

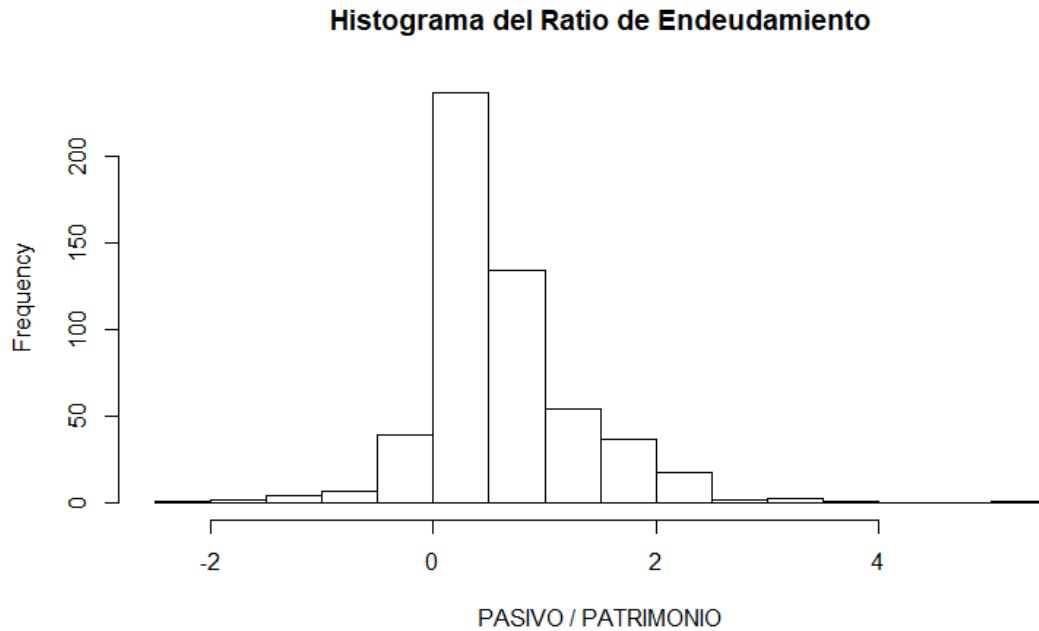
Gráfico 15. Diagrama de cajas de la Razón de Deuda.



6.2.4. Ratio de endeudamiento

El indicador Ratio de Endeudamiento ($\text{Pasivo Total} / \text{Patrimonio Total}$) presentó unos datos con media de 61.22% y desviación estándar de 70.52%. Además, la mediana de los datos fue 46.11% y su rango se encontró entre [-204.33% - 503.37%]. Del histograma (Gráfico 16) se puede observar una distribución con una alta dispersión de datos y la existencia de un sesgo de cola derecha. El indicador del Ratio de Endeudamiento demuestra la estrategia de financiación de las empresas sobre la proporción de ayuda externa (deuda) contra la proporción de fondos propios (Patrimonio). En tanto, es factible observar empresas con diversos escenarios de financiación que contribuyen a la dispersión de tales datos.

Gráfico 16. Histograma del Indicador Ratio de Endeudamiento.



Al separar las empresas según salud financiera se observan diferencias considerables en los grupos creados (Gráfico 17). En el caso de las empresas Insolventes, la media se sitúa en 70.64% con una desviación estándar de 75.45% y una mediana de 59.50%. Contrariamente, en el caso de las solventes la media se sitúa en 51.81%, con una desviación estándar de 63.98% y mediana de 39.44%.

6.2.5. Prueba acida

El indicador de cálculo de Prueba Acida (PA) presentó unos datos con media de 1.19 y desviación estándar de 1.42. Además, la mediana de los datos fue 0.81 y su rango se encontró entre [0 -17.5]. Del histograma (Gráfico 18) se deduce una distribución con un marcado sesgo de cola derecha. El comportamiento del indicador de prueba acida para los datos estipula que los valores menores a 1 son alarmantes para las empresas y en la observación realizada el 50% de los datos (presumiblemente Insolventes) se encuentra por debajo de 0.81 (Mediana).

Gráfico 17. Diagrama de cajas del Ratio de Endeudamiento.

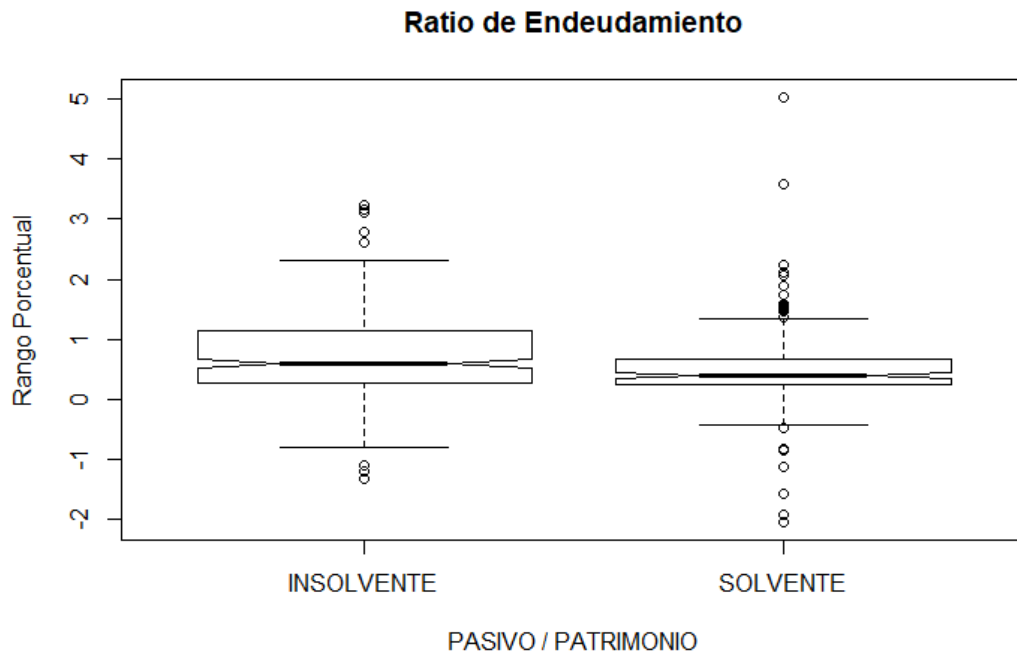
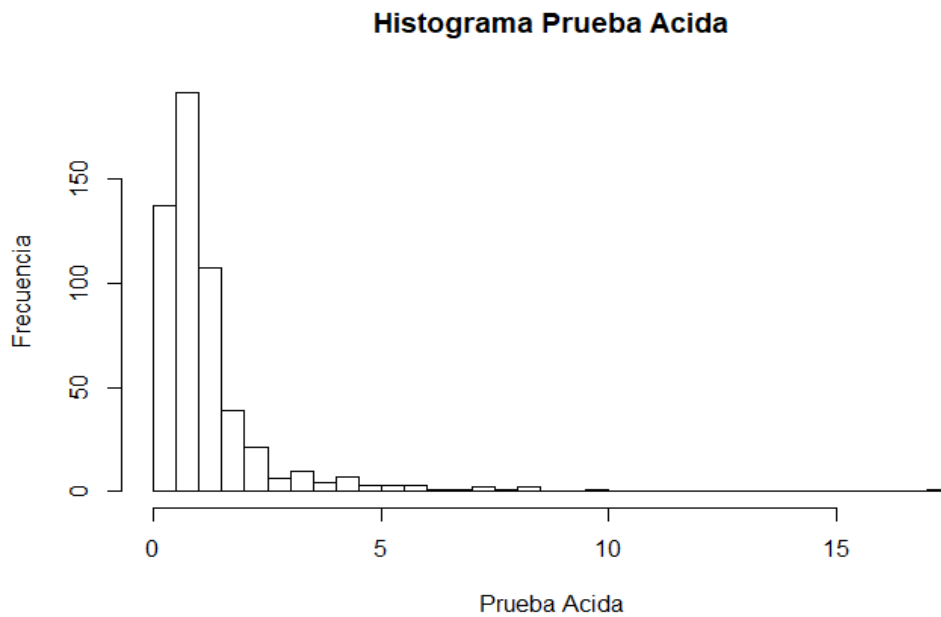
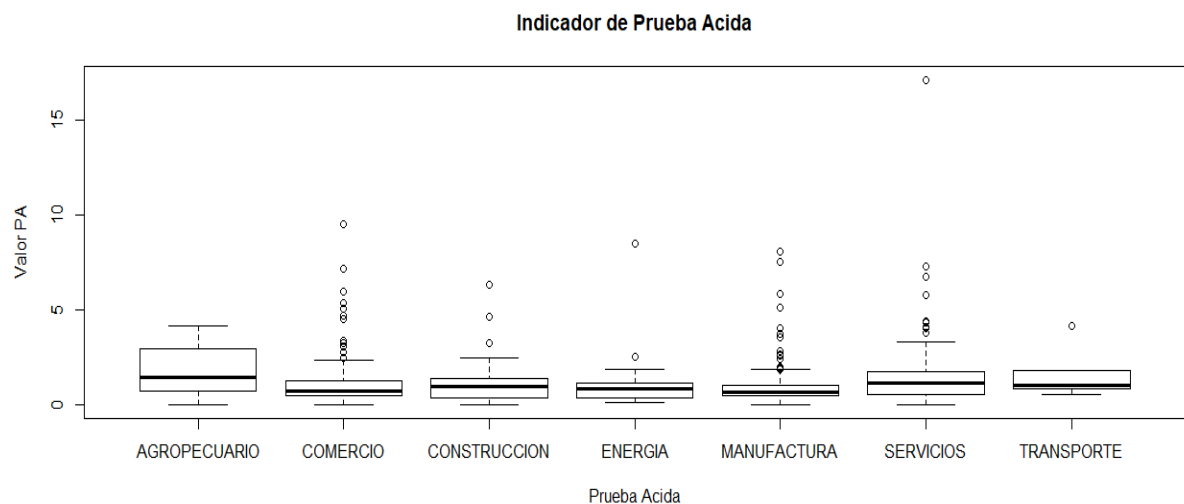


Gráfico 18. Histograma del Indicador de Prueba Acida.



Con el objetivo de analizar los valores positivos extremos de la Prueba acida, se realizó un diagrama de caja para el indicador según el sector de pertenencia de la empresa (Gráfico 19). Es notable que el sector “Servicios” contribuye considerablemente a la dispersión de los datos, lo cual es congruente con la suposición del bajo o nulo inventario de empresas en tal grupo.

Gráfico 19. Diagrama de caja para la Prueba Acida por sector.



Cuando se dividen las empresas según su salud financiera las diferencias observadas no son concluyentes (Gráfico 20). En el caso de las empresas Insolventes, la media se sitúa en 1.144 con una desviación estándar de 1.260 y una mediana de 0.790. En cuanto a las solventes, la media se sitúa en 1.245 con una desviación estándar de 1.565 y mediana de 0.810.

6.2.6. Tendencia de la utilidad neta.

El indicador de Tendencia de la Utilidad Neta (UN) presentó unos datos con media de 12.46% y desviación estándar de 169.61%. Además, la mediana de los datos fue -9.31% y su rango se encontró entre [-706.29% - 1,056.30%]. Del histograma (Gráfico 21) se establece una distribución con una alta dispersión en los datos y presencia de valores considerablemente alejados de la media.

Gráfico 20. Diagrama de cajas de la Prueba Acida.

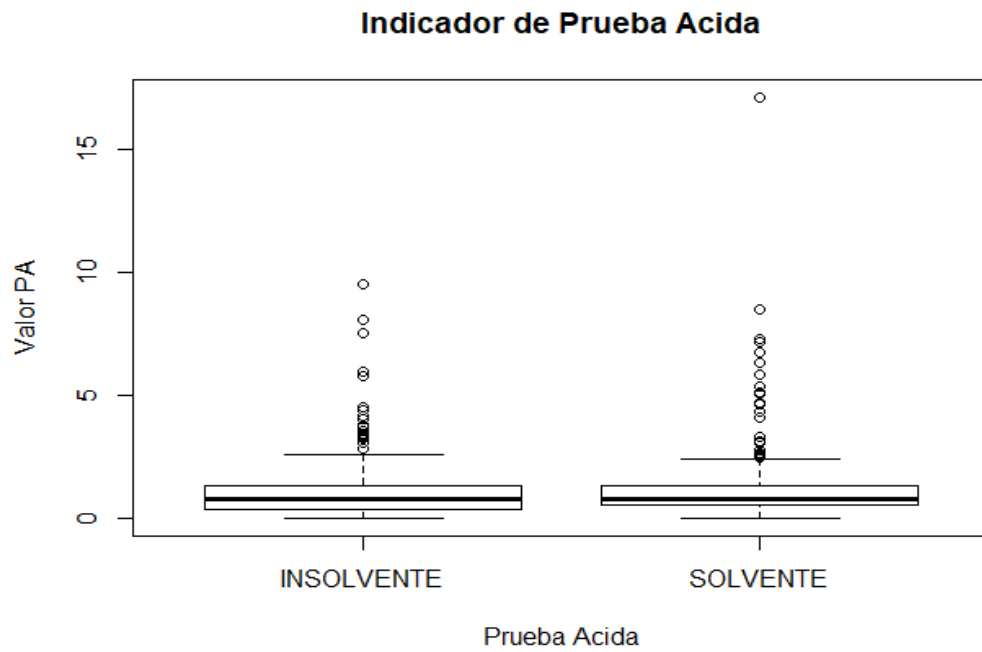
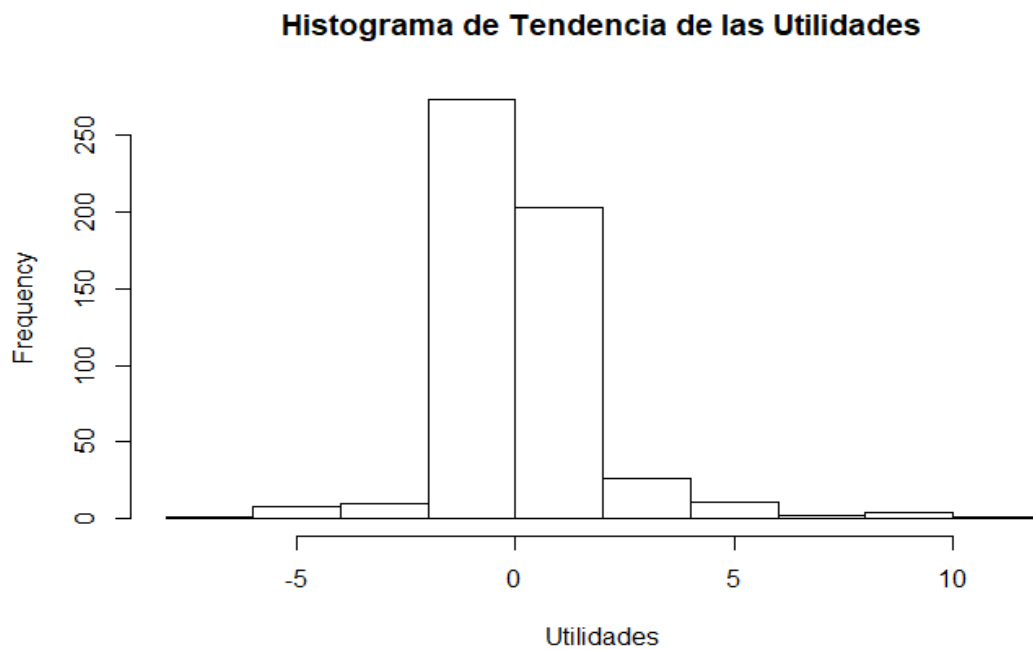


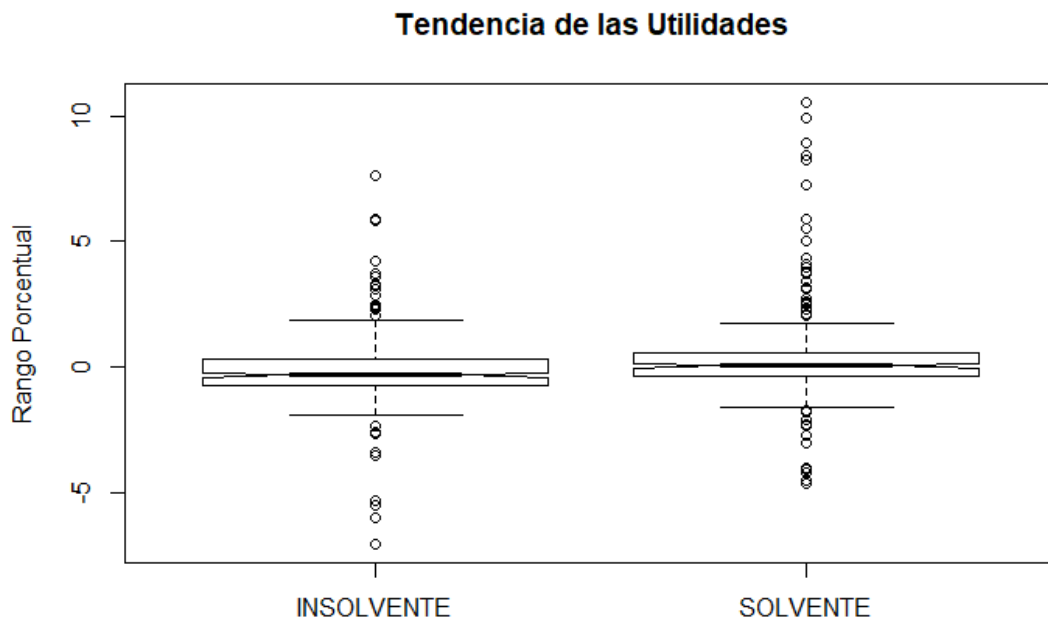
Gráfico 21. Histograma de la tendencia de la Utilidad Neta.



El indicador de tendencia de la utilidad neta puede mostrar comportamientos marcadamente altos por situaciones en dónde el cambio de utilidad entre periodos es muy significativo. Estos escenarios pueden ocurrir cuando una empresa enfrenta problemas de solvencia repentina o en situaciones dónde la ejecución de proyectos empieza a rendir flujo de caja.

Al crear dos grupos de empresas según su estado de salud financiera las diferencias observadas son apreciables (Gráfico 22). En el caso de las empresas Insolventes, la media se sitúa en -10.96% con una desviación estándar de 144.69% y una mediana de -32.00%. En cuanto a las solventes, la media se sitúa en 35.89% con una desviación estándar de 188.70% y mediana de 6.29%.

Gráfico 22. Diagrama de cajas de la Tendencia de la Utilidad Neta.

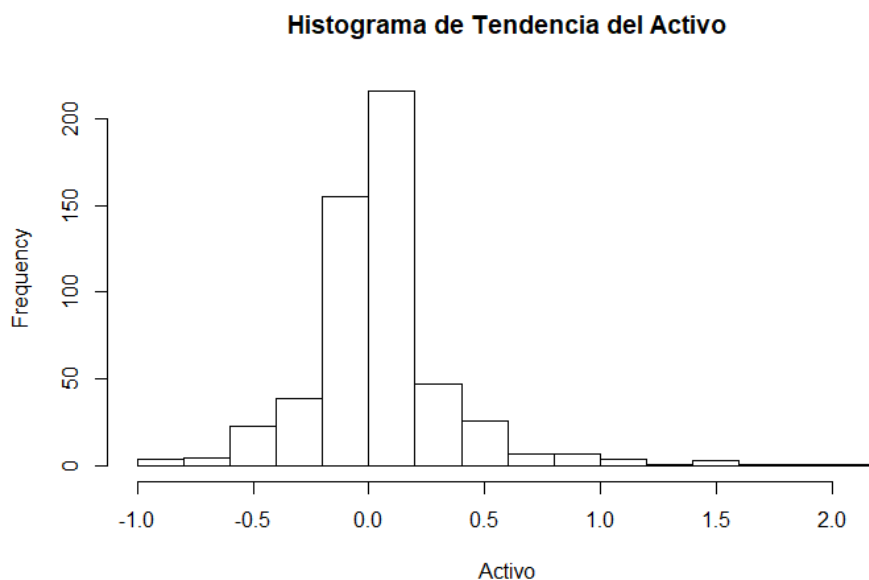


6.2.7. Tendencia del activo total

El indicador de Tendencia del Activo Total (AT) presentó unos datos con media de 5.30% y desviación estándar de 33.37%. Además, la mediana de los datos fue

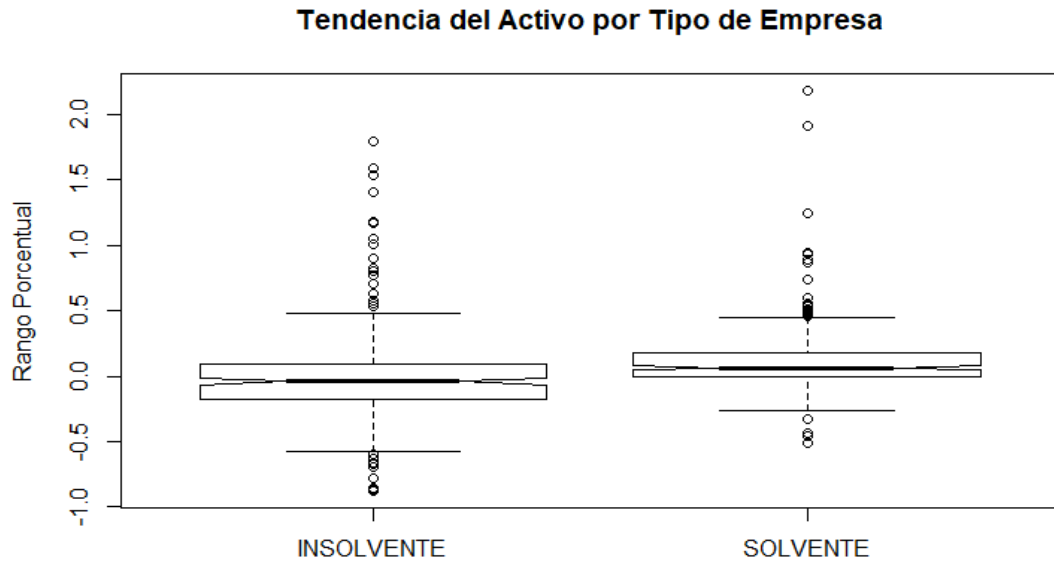
2.63% y su rango se encontró entre [-87.84% - 218.81%]. El histograma de este indicador (Gráfico 23) muestra una distribución con un sesgo de cola derecha. El rango de este indicador puede ser explicado para su valor negativo con empresas que han entrado en insolvencia y liquidan sus activos. Igualmente, los valores elevados pueden obedecer a empresas que inician actividades o proyectos y adquieren activos de consideración.

Gráfico 23. Histograma de la tendencia del Activo Total.



Al separar las empresas según su salud financiera se observan diferencias considerables en los grupos creados (Gráfico 24). En el caso de las empresas Insolventes, la media se sitúa en -1.74% con una desviación estándar de 37.16% y una mediana de -3.85%. Contrariamente, en el caso de las solventes la media se sitúa en 12.35%, con una desviación estándar de 27.39% y mediana de 6.41%.

Gráfico 24. Diagrama de cajas de la Tendencia del Activo Fijo.



6.3. MODELO

Mediante el uso de la muestra de Estudio (350 empresas) se realiza el modelo de Regresión logisitca binaria de **Arranque**, el cual utiliza a la variable dependiente "Criterio", de característica dicotomica con valor 0 asignado a las empresas solventes y valor 1 asignado a las empresas insolventes. Cómo variables independientes se incluyen:

- ROA
- ROE
- Razón de Deuda
- Ratio de Endeudamiento
- Prueba Acida
- Tendencia de la utilidad

- Tendencia del Activo
- Sector

De la siguiente manera:

$$\ln \left[\frac{p(x)}{1-p(x)} \right] = -4.45 - 7.53 \times ROA - 1.40 \times ROE + 8.41 \times \frac{D}{A} + 0.31 \times \frac{D}{E} + 0.28 \times PA - 0.20 \times UN - 0.42 \times AS + 0.03 \times 2rio - 0.96 \times 3rio$$

Este modelo de **Arranque** mostró significancia para una confianza del 95% en las variables ROA, ROE, Razón de Deuda y Prueba Acida. (Gráfico 25) Además, el criterio de información de Akaike (AIC) se situó en 254.29.

Gráfico 25. Modelo inicial de la Regresión Logit.

```
glm(formula = Muestra$CRITERIO ~ Muestra$ROA + Muestra$ROE +
     Muestra$`DEBT/ASSET` + Muestra$`DEBT/EQUITY` + Muestra$PA +
     Muestra$`UN TEND` + Muestra$ASSET + Muestra$SECTOR, family = binomial(link = "logit"),
     data = Muestra)
```

Deviance Residuals:

Min	1Q	Median	3Q	Max
-3.02748	-0.48621	0.00022	0.43400	2.36050

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)	
(Intercept)	-4.45438	0.93853	-4.746	2.07e-06	***
Muestra\$ROA	-7.52892	1.31344	-5.732	9.91e-09	***
Muestra\$ROE	-1.39696	0.53597	-2.606	0.00915	**
Muestra\$`DEBT/ASSET`	8.40930	1.05589	7.964	1.66e-15	***
Muestra\$`DEBT/EQUITY`	0.30923	0.23668	1.307	0.19138	
Muestra\$PA	0.28060	0.11085	2.531	0.01137	*
Muestra\$`UN TEND`	-0.19865	0.11151	-1.781	0.07485	.
Muestra\$ASSET	-0.42041	0.47758	-0.880	0.37870	
Muestra\$SECTORSECUNDARIO	0.03525	0.80072	0.044	0.96489	
Muestra\$SECTORTERCIARIO	-0.95629	0.79973	-1.196	0.23179	

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

(Dispersion parameter for binomial family taken to be 1)

Null deviance: 485.19 on 349 degrees of freedom
Residual deviance: 234.29 on 340 degrees of freedom
AIC: 254.29

Number of Fisher Scoring iterations: 6

6.3.1. Selección del modelo

Para seleccionar el mejor modelo se realiza un método de selección paso a paso (hacia atrás) iniciando con el modelo de **Arranque**, el cual presenta la inclusión de todas las variables, y se retiran paulatinamente las variables descartables por criterio de **Valor-P**. El objetivo de la selección es encontrar la mejor reducción de variables minimizando el puntaje AIC. De esta forma, se procede con el modelo inicial (arranque), el cual puntúa 254.29 AIC y tiene una desviación residual de 234.29.

6.3.2. Mejor modelo

El mejor modelo encontrado para una confianza del 95% se denomina **Reducido** y está compuesto de las siguientes variables independientes: ROA, ROE, Razón de Deuda y Prueba Acida. Con ellas se plantea la ecuación 1:

$$\ln \left[\frac{p(x)}{1 - p(x)} \right] = -4.42 - 7.26 \times ROA - 1.52 \times ROE + 7.85 \times \frac{D}{A} + 0.23 \times PA$$

Ecuación (1)

La exclusión de las variables Ratio de endeudamiento, Tendencia de la Utilidad Neta, y Tendencia de los activos, es esperable puesto que en esencia, los indicadores de rentabilidad ROA y ROE aportan información similar a la variable Tendencia de la Utilidad Neta. Igualmente, la Razón de Deuda contiene información relacionada con el Pasivo Total y los Activos Totales, lo cual se alinea con la información contenida en el Ratio de Endeudamiento y Tendencia de los Activos.

El criterio de información de Akaike (AIC) para el modelo **Reducido** se sitúa en 257.83. Aumentando discretamente el puntaje con respecto al modelo de **Arranque**. Adicionalmente, este nuevo modelo reduce el nivel de desviación con respecto a un modelo Nulo con solo el intercepto como predictor, (desviación del nulo en 485.19)

obteniendo una desviación residual de 247.83 (Gráfico 26). Es importante resaltar que si bien el criterio de selección del mejor modelo es la minimización del puntaje AIC, el modelo de arranque presenta variables no significativas que sobre explican de manera errónea y causan la disminución del AIC. El modelo **Reducido** obtenido es el mejor modelo en términos de minimización de AIC, que cumple con presentar variables significativas para un 95% de confiabilidad.

Gráfico 26. El mejor Modelo.

```
Call:
glm(formula = CRITERIO ~ ROA + ROE + `DEBT/ASSET` + PA, family = binomial(link = "logit"),
    data = Muestra)

Deviance Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-3.1850  -0.5430   0.0004   0.5072   2.6365

Coefficients:
            Estimate Std. Error z value Pr(>|z|)
(Intercept)  -4.4198     0.5469  -8.082 6.36e-16 ***
ROA           -7.2633     1.2293  -5.908 3.45e-09 ***
ROE          -1.5239     0.5163  -2.952 0.00316 **
`DEBT/ASSET`  7.8489     0.9598   8.177 2.90e-16 ***
PA            0.2297     0.1027   2.236 0.02533 *
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

(Dispersion parameter for binomial family taken to be 1)

    Null deviance: 485.19  on 349  degrees of freedom
Residual deviance: 247.83  on 345  degrees of freedom
AIC: 257.83

Number of Fisher Scoring iterations: 6
```

6.3.3. Supuestos del modelo

Los supuestos de la regresión logística deben ser corroborados para garantizar la calidad de la muestra recolectada y la validez del uso de los datos para este tipo de análisis. Los supuestos de cumplimiento necesario se pueden categorizar en cuatro leyes clave (Tabachnick & Fidell, 2007):

- **Independencia de los Errores:** La toma de datos no puede mostrar una relación entre observaciones y no se admiten observaciones duplicadas.

- **Linealidad:** Debe existir una relación de tipo lineal entre cada una de las variables independientes (Predictoras), y la transformación logarítmica de la variable de respuesta.
- **Multicolinealidad:** Las variables Predictoras no deben presentar correlación significativa entre ellas. Si bien la multicolinealidad no es un impedimento para el desarrollo del modelo, una alta correlaciones entre variables usualmente implicará un aumento en los errores estándar de los coeficientes Beta (β) del modelo.
- **Valores Extremos:** La presencia de valores altamente influyentes puede comprometer la calidad del modelo resultante.

6.3.4. Independencia de los errores

Para evaluar la independencia de los errores se grafican los residuos del modelo y se realiza un análisis visual en busca de algún patrón que denote dependencia. En el Gráfico 27 se observa la distribución aleatoria que presentan los residuos a lo largo del eje Horizontal. Esta situación confirma el cumplimiento del supuesto de independencia de los errores (Gráfico 27).

6.3.5. Linealidad

En el caso puntual de la regresión logística, la linealidad se puede comprobar gráficamente explorando un diagrama de dispersión entre las variables predictoras y los valores con transformación logística de la variable de respuesta. En el Gráfico 28 suavizado, se aprecia que las variables independientes (ROA, ROE, D/A, PA) están asociadas aproximadamente de manera lineal a la transformación del criterio de solvencia en escala Logit (Gráfico 28).

Gráfico 27. Dispersión de los Residuos del Mejor modelo.

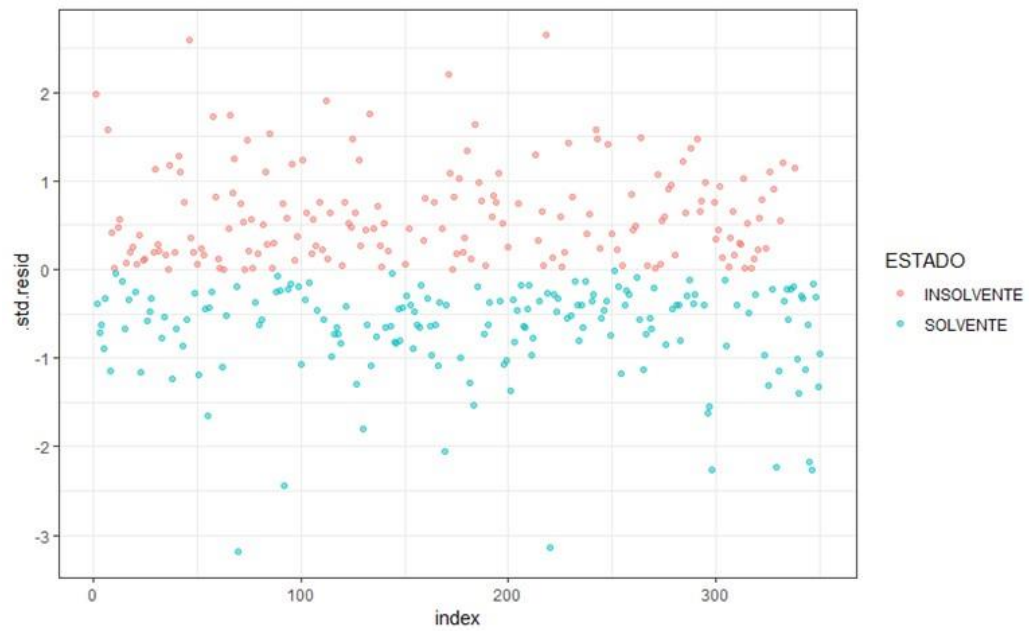
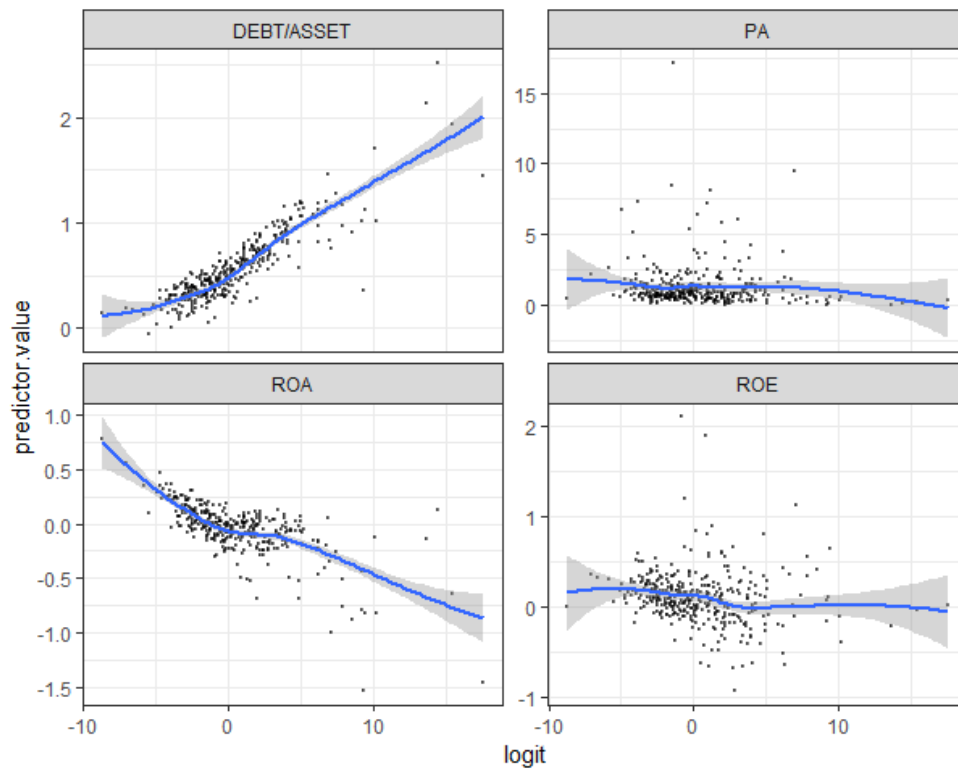


Gráfico 28. Pruebas de Linealidad para las variables predictoras.



Un método adicional para dar redundancia a la prueba de linealidad es la creación de una regresión logística, pero adicionando además de las variables predictoras, las interacciones entre tales predictores y el logaritmo de estos. En este caso el interés es observar la significancia de las Interacciones dentro del modelo, en el caso de obtener un valor significativo se debe proponer una transformación de la variable en cuestión. El Gráfico 29 Presenta la información para cada una de las interacciones de la siguiente manera.

- **ROA:** Valor-P = 0.3267
- **ROE:** Valor-P = 0.6544
- **D/A:** Valor-P = 0.6296
- **PA:** Valor-P = 0.0727

Para una confianza del 95% ninguna de las interacciones muestra significancia. El caso de la Prueba Acida muestra un Valor-P considerablemente cercano de la zona de Rechazo, sin embargo, con el uso de los dos mecanismos de prueba de linealidad se asume cómo una variable adecuada para el modelo (Gráfico 29).

6.3.6. Valores extremos

Para identificar valores extremos con el potencial de influir de manera negativa el modelo, se plantea la utilización de las Distancias de Cook. Esta metodología elimina iterativamente cada una de las observaciones de la muestra y recalcula el modelo sin tal incidencia. Posteriormente asigna un puntaje a cada una de las observaciones según su efecto sobre el modelo, valores superiores a 0.5 en distancia deben ser monitoreados y se consideran influyentes aquellos que sobrepasen el valor 1. En el caso de la muestra usada sobresalen los datos de las posiciones 70, 92 y 220. Sin embargo, las distancias se encuentran alrededor del valor 0.08 lo cual indica que no hay mayor influencia de estos datos (Gráfico 30).

Gráfico 29. Prueba de Linealidad mediante el uso de Transformaciones

```
Call:
glm(formula = Muestra$CRITERIO ~ Muestra$ROA + Muestra$ROE +
     Muestra`DEBT/ASSET` + Muestra$PA + ROAint + ROEint + debtasint +
     paint, family = binomial(link = "logit"), data = Muestra)

Deviance Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-3.00029  -0.51055   0.00033   0.48735   2.74289

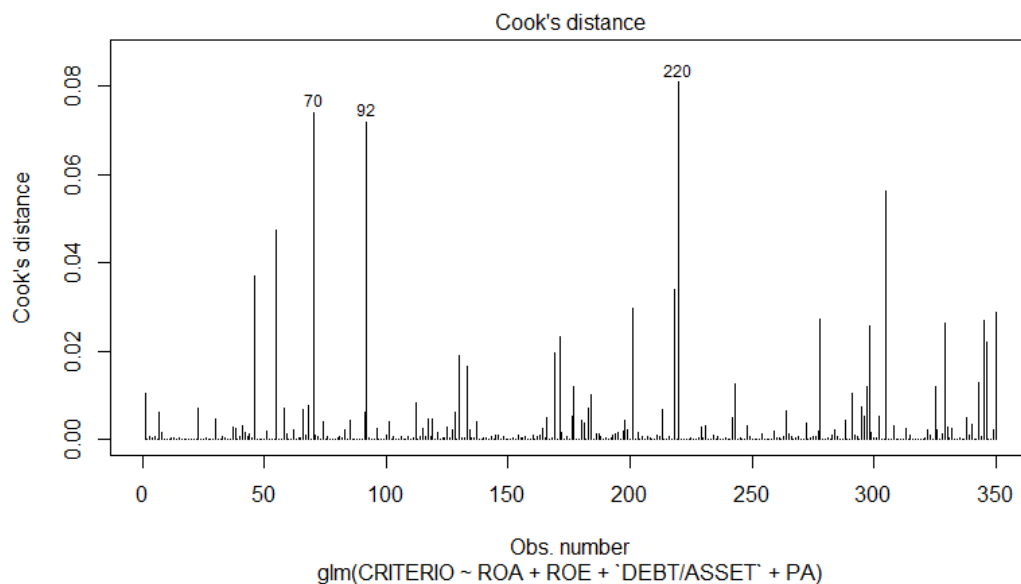
Coefficients:
            Estimate Std. Error z value Pr(>|z|)
(Intercept)    -6.1876     2.0408  -3.032  0.00243 **
Muestra$ROA   -10.6884     3.7196  -2.874  0.00406 **
Muestra$ROE    -1.5867     0.5681  -2.793  0.00522 **
Muestra`DEBT/ASSET`  8.5962     1.6233   5.296 1.19e-07 ***
Muestra$PA      1.1943     0.5242   2.278  0.02272 *
ROAint         -2.1271     2.1689  -0.981  0.32671
ROEint         0.2673     0.5972   0.448  0.65447
debtasint     -1.8308     3.7965  -0.482  0.62965
paint         -0.4677     0.2607  -1.794  0.07278 .
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

(Dispersion parameter for binomial family taken to be 1)

    Null deviance: 485.19  on 349  degrees of freedom
Residual deviance: 242.82  on 341  degrees of freedom
AIC: 260.82

Number of Fisher Scoring iterations: 7
```

Gráfico 30. Distancias de Cook para las observaciones.



6.3.7. Multicolinealidad

La existencia de Multicolinealidad se define cuando dos o más de las covariables del modelo mantienen una relación lineal. Si estas relaciones son de importancia considerable, su efecto en los errores estándar será de incremento notable y el valor estimado para los coeficientes de regresión puede tornarse poco confiables.

La verificación de la Multicolinealidad se realiza mediante el Factor de Inflación de Varianza (VIF) en donde valores $VIF(\hat{\beta}_i) > 5$ denotan la presencia de Multicolinealidad moderada. En el caso de las variables predictoras los valores VIF se muestran en el Gráfico 31.

Gráfico 31. Factores de Inflación de Varianza para Predictores.

ROA	ROE	DEBT/ASSET	PA
1.112553	1.071743	1.079837	1.071837

6.3.8. Bondad de ajuste

El modelo de regresión logística fue propuesto y reducido a su mejor versión, sus coeficientes examinados y los supuestos del modelo comprobados. La siguiente pregunta de interés está dada por la calidad del Modelo, ¿cuán ajustado a los datos está?, ¿que tan buenos son los predictores? y ¿cuál es la precisión de la predicción dada? Para dar respuesta a tales incógnitas se presentan las diferentes técnicas diseñadas para probar la bondad de ajuste del modelo.

6.3.9. Razón de verosimilitud

El mejor ajuste del modelo se demuestra para la regresión logística cuando se evidencia una mejora entre el modelo completo y uno con reducción de variables predictoras. Este examen se realiza a través de la razón de verosimilitud que compara la verosimilitud de los datos en los escenarios de modelo completo y

reducido. Si bien remover variables generalmente implicará una reducción del ajuste, es importante determinar si esa reducción será significativa.

En este caso la Hipótesis nula (H0) plantea la igualdad entre el modelo completo (**Arranque**) y el **Reducido** en términos de verosimilitud. En el Gráfico 30 se presenta el Valor-P de 0.1437 que indica el no rechazo de la hipótesis nula. En tanto, se puede considerar que no existe evidencia estadística en contra del modelo reducido.

Gráfico 32. Prueba de Máxima Verosimilitud

Likelihood ratio test

Model 1: Muestra\$CRITERIO ~ Muestra\$ROA + Muestra\$ROE + Muestra\$`DEBT/ASSET` +
 Muestra\$`DEBT/EQUITY` + Muestra\$PA + Muestra\$`UN TEND` +
 Muestra\$ASSET

Model 2: Muestra\$CRITERIO ~ Muestra\$ROA + Muestra\$ROE + Muestra\$`DEBT/ASSET` +
 Muestra\$PA

#Df	LogLik	Df	Chisq	Pr(>Chisq)	
1	8	-121.20			
2	5	-123.91	-3	5.4171	0.1437

6.3.10. Pseudo R²

En el caso de la regresión logística no es posible hallar de manera directa un R2 mediante el uso de la estimación de mínimos cuadrados, al contrario, se plantean aproximaciones que pretenden prestar la misma funcionalidad del Indicador. El Pseudo R2 de McFadden es posiblemente la aproximación más reconocida en el campo científico, en donde el cálculo se da por $1 - [\ln(M_f) / \ln(M_o)]$ siendo Mf el modelo ajustado y M0 el modelo únicamente con él intercepto β . De igual forma que en el caso del R2, este indicador se presenta entre 0 y 1, en donde valores cercanos a 0, son síntoma de bajo valor predictivo. En el Gráfico 33 se puede apreciar que el indicador McFadden para el mejor modelo encontrado se sitúa en 0.48922.

Gráfico 33. Prueba de McFadden para Pseudo R2.

llh	llhNull	G2	McFadden	r2ML	r2CU
-123.9126647	-242.5957989	237.3662683	0.4892217	0.4924649	0.6566270

6.3.11. Prueba de Hosmer-Lemeshow

Una de las pruebas más mencionadas en la literatura para determinar la bondad de ajuste en modelos de regresión logística es la prueba de Hosmer-Lemeshow, la cual analiza las observaciones de la muestra y las clasifica según su resultado de predicción.

Posteriormente, la prueba determina si los eventos muestreados se encuentran en similar proporción con las probabilidades predichas en los grupos de clasificación mediante el uso de la prueba Chi-Cuadrado de Pearson. La hipótesis nula (H_0) afirma que el modelo se ajusta a los datos observados y en tanto, se busca el no rechazo de tal afirmación. El Gráfico 32 muestra que la prueba de H-L obtuvo un puntaje Chi-Cuadrado de 49.589 y un Valor-P 4.901×10^{-8} por lo que se deberá rechazar la hipótesis nula en favor de la alterna, concluyendo así que, al menos para esta prueba, no es posible afirmar que el modelo se ajuste correctamente a los datos observados.

En la Tabla 4 y el Gráfico 34 es posible observar el acierto de los datos estimados según solvencia (\hat{Y}_0) e insolvencia (\hat{Y}_1), contra el número de valores reales (Y_0 y Y_1) para un rango de probabilidad. En otras palabras, para un rango de probabilidad definido, \hat{Y}_0 representa el número estimado por el modelo de empresas en situación 0 (Solvencia) y Y_0 indica el número real de empresas en solvencia. Es evidente que el mayor problema se presenta en el rango de probabilidades de 0.476 a 0.849 en donde las estimaciones se observan de la siguiente manera:

Tabla 4. Predicción Vs. Conteo Real

Probabilidad	Y estimado		Observación real	
	\widehat{Y}_0	\widehat{Y}_1	Y_0	Y_1
[0.476 – 0.696]	15.033	19.966	13	22
[0.696 – 0.849]	7.88	27.116	3	32

Esta situación es de sumo interés puesto que el rango de probabilidades de 0.476 a 0.849 es un rango intermedio entre Solvencia (0) e Insolvencia (1) y demuestra la dificultad que presenta el modelo para predecir situaciones de quiebra en empresas con indicadores poco representativos del arquetipo usual de valores para empresas ya sea solventes o insolventes. Es decir, cuando las empresas presentan una condición de insolvencia, pero sus indicadores no lo demuestran de manera clara o viceversa, el modelo presenta mayor dificultad para determinar el riesgo de insolvencia financiera.

Gráfico 34. Prueba de Hosmer-Lemeshow.

```

Hosmer and Lemeshow goodness of fit (GOF) test

data: Modelo$y, fitted(Modelo)
X-squared = 49.589, df = 8, p-value = 4.901e-08

      yhat0      yhat1 y0 y1
[0.000161,0.0377] 34.37518039 0.6248196 33 2
(0.0377,0.0781] 32.95285532 2.0471447 35 0
(0.0781,0.177] 30.59817575 4.4018243 32 3
(0.177,0.291] 27.03817617 7.9618238 30 5
(0.291,0.476] 21.50368998 13.4963100 20 15
(0.476,0.696] 15.03339071 19.9666093 13 22
(0.696,0.849] 7.88330926 27.1166907 3 32
(0.849,0.942] 3.55550791 31.4444921 5 30
(0.942,0.987] 0.96186960 34.0381304 1 34
(0.987,1] 0.09784492 34.9021551 2 33
    
```

6.3.12. Prueba de Wald-Predictores individuales

La prueba de Wald permite abordar la calidad del modelo mediante la evaluación de cada uno de sus coeficientes, esto mediante el cálculo de la relación entre el

cuadrado de los coeficientes de regresión y el cuadrado del error estándar de los mismos. La hipótesis nula afirma que los coeficientes de las variables predictoras no son significativamente diferentes del 0 y, por tanto, el objetivo es buscar el rechazo de esta. En la Tabla 5 se presenta el valor del estadístico F para cada una de las variables predictoras, así como el Valor-P asociado a las mismas. Es observable que para todos los casos el Valor-P se encuentra en la región de rechazo de la hipótesis nula.

Tabla 5. Valores Críticos de la Prueba de Wald.

Predictores	Prueba F	Valor-P
ROA	34.910	8.286×10^{-9}
ROE	8.712	0.0033
D/A	66.868	5.613×10^{-15}
PA	5.000	0.0259

6.3.13. Validación

Al estudiar modelos de predicción, más allá de probar los supuestos y la bondad de ajuste del desarrollo hecho, una de las métricas críticas se da por el entendimiento de la calidad del modelo a la hora de predecir efectivamente la variable dependiente del estudio.

En este caso, el proceso de validación incluye el uso de la **contramuestra de verificación**, la cual contiene 190 empresas y es parte del muestreo total de 540 empresas (350 utilizadas en el estudio del modelo y 190 reservadas para la validación). Esta muestra se tomó bajo las mismas condiciones de la muestra original de prueba con el objetivo de utilizar información diferente a la previamente introducida en el modelo, todo con el objetivo de validar el comportamiento predictivo de la regresión logística binaria con el uso de datos nuevos.

6.3.14. Precisión del modelo

Para determinar la precisión del modelo se compararon los valores esperados de la muestra de control (**Contramuestra de verificación**), contra los obtenidos al realizar una transformación logística de los Log-odd Scores a probabilidades para los datos. El límite seleccionado se ubicó en 0.5, Esto buscando que si $P(y=1|X) > 0.5$ Entonces $y = 1$ De lo contrario $y=0$ [5].

El nivel de exactitud obtenido se situó en 0.8842 cómo es observable en el Gráfico 35. Es posible afirmar entonces que, sobre la contramuestra de 190 empresas, 88.42% de ellas fueron clasificadas de manera correcta como solventes e insolventes por el modelo planteado.

Gráfico 35. Resultado de la Precisión del Modelo.

Accuracy 0.884210526315789

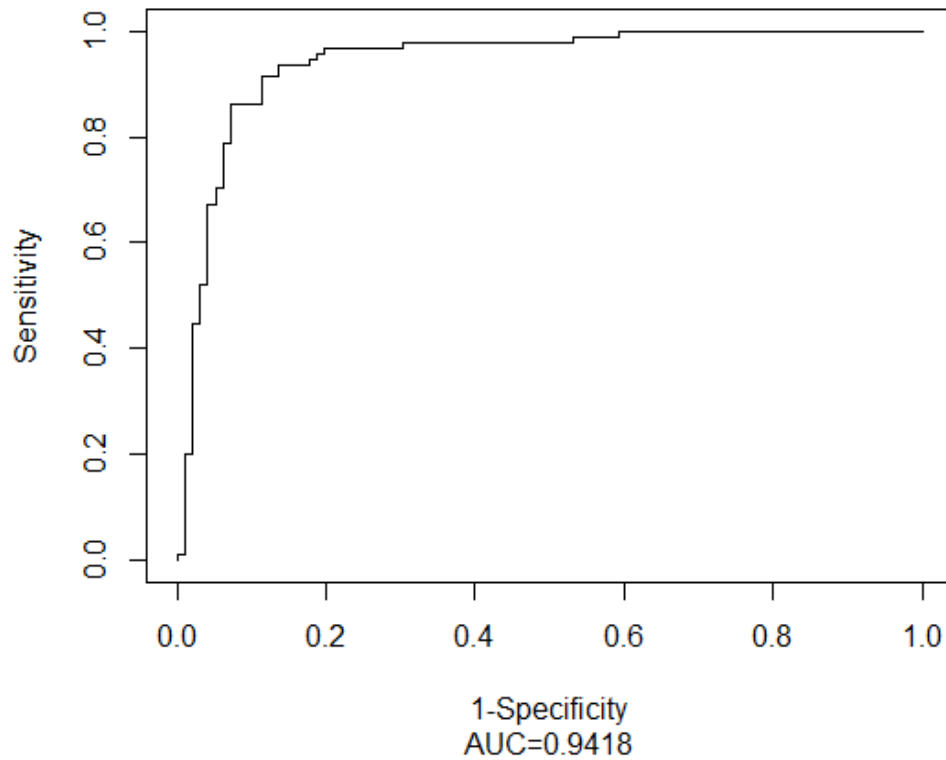
6.3.15. Curva ROC

La curva de característica operativa del receptor (ROC) permite realizar una medida de la calidad de las predicciones.

Al destinar la **contramuestra de verificación** (diferente a la usada para la construcción del modelo) se clasifican las observaciones de esta, en aquellas que fueron correctamente predichas y aquellas que resultaron tener predicciones erróneas para así lograr una curva de relación entre la posibilidad de predecir correctamente y la posibilidad de predecir incorrectamente con la muestra de verificación. Además, el área existente bajo la curva ROC se utiliza cómo indicador de la calidad de predicción que puede realizar el modelo. En el Gráfico 36 se evidencia la curva ROC del modelo en dónde el área bajo la curva se sitúa en 0.9418 demostrando una alta capacidad predictora. El punto de corte óptimo está dado para

una tasa de clasificación correcta (Sensibilidad) de 0.862 y una (1-Especificidad) de 0.07177 (Gráfico 36).

Gráfico 36. Curva ROC para el modelo predictor.



6.4. PLANTEAMIENTO DE LA ECUACIÓN Y TABLA DE CALIFICACIÓN

La ecuación para estimar la probabilidad de Insolvencia dado el conjunto de variables predictoras ROA, ROE, Razón de Deuda y Prueba acida, está dada por:

$$(1) \quad \ln \left[\frac{p(x)}{1-p(x)} \right] = -4.42 - 7.26 \times ROA - 1.52 \times ROE + 7.85 \times \frac{D}{A} + 0.23 \times PA$$

Dónde es de máximo interés conocer el valor $p(x)$ definido cómo la probabilidad de entrar en insolvencia y dado por la siguiente condición:

Criterio de probabilidad mayor o menor a 0.5:

$$(2) f(x) = \begin{cases} \text{Solvente,} & p(x) < 0.5 \\ \text{Insolvente,} & p(x) \geq 0.5 \end{cases}$$

Para lo cual se realiza la operación a continuación señalada:

$$(3) p(x) = \frac{1}{1 + e^{-(-4.42 - 7.26 \times ROA - 1.52 \times ROE + 7.85 \times \frac{D}{A} + 0.23 \times PA)}}$$

Ahora bien, el planteamiento de la condición de solvencia e insolvencia usando como base el criterio de probabilidad menor o mayor que 0.5 esboza vacíos considerables en la interpretación de valores cercanos al punto medio (0.5). Por tanto, se considera de mayor utilidad el planteamiento de un sistema de Calificación Financiera según el valor de la probabilidad asociada, como se señala en la tabla 6.

En cuanto a la prueba de Hosmer-Lemeshow, si bien el modelo presentó una debilidad para predecir en los rangos de probabilidad medios (0.476 a 0.849), es probable que la razón sea explicable por las empresas que no se encuentran bien financieramente, pero no están en ley de insolvencia; y a las empresas que aún estando bien financieramente, se acogen a la ley de insolvencia por factores ajenos al estudio.

De esta forma, se considera que la Tabla 6 mantiene su validez y se recomienda su uso por encima del criterio de probabilidad mayor o menor a 0.5. Lo anterior, por cuanto la tabla permite calificar, en base a los indicadores financieros, el estado de riesgo y la cercanía a una situación de insolvencia financiera, pero sin tener que emitir un juicio predictivo de solvencia o insolvencia que a la luz de la complejidad del entorno empresarial es probable que no sea efectivo.

Tabla 6. Propuesta de Calificación Financiera.

Calificación	Rango de probabilidad	Características
AAA	$[0.00 \leq p \leq 0.05]$	Alta calidad crediticia, Riesgo virtualmente nulo.
AA	$[0.05 < p \leq 0.20]$	Alta probabilidad de cumplimiento al día en obligaciones de crédito.
A	$[0.20 < p \leq 0.30]$	Capacidad adecuada para cumplir obligaciones. Susceptibilidad baja a adversidades económicas.
BBB	$[0.30 < p \leq 0.40]$	Capacidad adecuada para cumplir obligaciones. Falta de protección ante adversidades económicas.
BB	$[0.40 < p \leq 0.55]$	Capacidad moderada para cumplir obligaciones. Buen estado económico.
B	$[0.55 < p \leq 0.65]$	Capacidad especulativa para cumplir obligaciones. Riesgo crediticio moderado.
CCC	$[0.65 < p \leq 0.70]$	Sujeta a un grado alto de riesgo crediticio y especulación sobre cumplimiento. Riesgo latente de insolvencia.
CC	$[0.70 < p \leq 0.75]$	Baja probabilidad de cumplimiento de obligaciones. En riesgo moderado de Insolvencia.
C	$[0.75 < p \leq 0.80]$	Baja calidad crediticia. Baja protección a inversionistas. En riesgo inminente de insolvencia.
D	$[0.80 < p \leq 1.00]$	En insolvencia.

6.5. DISCUSIÓN

El estudio realizado sobre la insolvencia en empresas colombianas a través de un modelo de regresión logística binaria permitió generar exitosamente una aproximación a la dinámica de insolvencia de las sociedades comerciales de Colombia. Si bien el modelo obtenido no es en ninguna circunstancia, un indicador infalible del estado financiero de una compañía, si permite modelar de manera altamente efectiva la predicción del posible evento de insolvencia de una empresa.

Durante el proceso investigativo fue posible realizar una revisión bibliográfica extensa que sentó las bases para el desarrollo de este proyecto, las aproximaciones propuestas por los distintos autores para dar solución a la incógnita de la predicción de insolvencia fueron de gran ayuda para identificar que variables predictoras tendrían el mayor potencial de éxito dentro del modelo. Así, con la ayuda de los antecedentes se plantearon las variables de interés en las líneas de liquidez, rentabilidad, apalancamiento, y actividad y características de la empresa. Finalmente, se hizo una revisión adecuada del marco legal del proceso de insolvencia en Colombia, esto entendiendo que las dinámicas comerciales y legales son cambiantes y diferentes en cada región y que deben ser tenidas en consideración para afrontar el problema de la quiebra empresarial de una manera holística.

En la etapa de ejecución del proyecto, la primera etapa consistió en la toma de la muestra de empresas solventes e insolventes. Esta labor estuvo enmarcada en la aparición de distintos retos para la consecución y correcta manipulación de la información. Se considera que Colombia tiene aspectos por mejorar en la ejecución de la Ley de insolvencias, para evitar que terceros saquen provecho inadecuado de las ventajas inherentes a la condición legal de quiebra de manera deshonestas. Además, sería de gran utilidad contar con un mejor control y auditoría de los libros contables para evitar información incompleta o errónea.

En cuanto a la ejecución del modelo, las variables de la selección final contuvieron las líneas de liquidez con la Prueba Acida, Rentabilidad con el ROA y ROE, y apalancamiento con la Razón de Deuda. Esta característica multidimensional del modelo es un buen indicador de su capacidad de explicar la insolvencia desde las diferentes perspectivas de análisis de una empresa. El descarte de las variables Ratio de Endeudamiento, tendencia de los activos y tendencia de la utilidad neta, se presume es una consecuencia que evita sobre explicar el proceso de quiebra. En la literatura, diversos autores propusieron la utilización de numerosos predictores

(>20), pero es importante tener en cuenta que los estados financieros de una empresa muestran información similar de manera diferentes mediante el uso de transformaciones lineales (sumas y restas), y que, en tanto, es preferible utilizar solo algunos indicadores de gran relevancia para no saturar el modelo con predictores redundantes.

La fase comprobatoria estuvo enmarcada por la revisión de los supuestos, la prueba de bondad de ajuste del modelo, y la validación de la efectividad y precisión de la regresión. En cuanto a los supuestos, la regresión logística cumplió a cabalidad con los requerimientos necesarios para considerársele adecuada y útil. Las pruebas de bondad de ajuste se realizaron desde diferentes aproximaciones propuestas por autores, siendo solo la prueba de Hosmer-Lemeshow la que mostró un resultado, si bien desfavorable, explicable por la metodología usada en la prueba. La etapa de validación permitió concluir un modelo con una precisión en sus resultados del 88.42%.

Finalmente, se presentó la ecuación del modelo de predicción de quiebra que permitirá a los agentes interesados hallar un valor de probabilidad de insolvencia. Sin embargo, entendiendo que un valor numérico entre 0 y 1 puede ser poco explicativo, se planteó una tabla de calificación financiera que permitirá una interpretación más clara del resultado obtenido por una empresa.

Para a futuros trabajos es importante tener en cuenta que en el desarrollo del presente trabajo se presentaron diversos retos a la hora de la planeación y ejecución del plan de proyecto. Se requiere hacer un énfasis especial en las dificultades presentadas durante de la recolección de la muestra, debido a que estas situaciones pueden influir directamente en la utilidad de este proyecto.

En primer lugar, la toma de datos debió realizarse mediante el uso de algunas plataformas privadas que, si bien son de gran utilidad, no tienen control ni auditoría

sobre lo que allí se reporta. Una cantidad considerable de empresas presentó datos faltantes clave a lo largo de sus estados financieros y en otras ocasiones se encontraron incongruencias entre los reportes realizados en los estados financieros y los resúmenes de indicadores presentados por las entidades. Adicionalmente, se presentaron situaciones con empresas duplicadas, valores sin unidad de medida, datos incoherentes, entre otros.

En segundo lugar, dentro de la toma de datos se observó que reiteradas empresas declaradas en liquidación judicial demostraban tener indicadores financieros de interés para la muestra en condiciones que a priori se podrían considerar saludables financieramente. Incluso, cómo parte de la recolección se investigaron algunas de estas empresas y se halló que no todas en efecto habían culminado su proceso de liquidación y que continuaban operaciones de manera satisfactoria a la fecha. Se plantea entonces un escenario problemático en dónde empresas se acogen a la ley de insolvencia para obtener los beneficios correspondientes sin tener en realidad una situación de crisis real. En otras ocasiones se hallaron empresas que liquidaron no por problemas financieros, sino por culminaciones de contratos, terminación de uniones temporales, salida de la firma, y otras situaciones que contribuyeron a añadir ruido a la muestra.

En tercer lugar, la recolección de los datos implicó un análisis puntual en cada una de las empresas muestreadas con el objetivo de identificar los indicadores que demostraran la insolvencia. Si bien una empresa se considera insolvente una vez entra en liquidación judicial, tomar los datos de manera sistemática en el último año reportado no demostró ser viable debido a que las empresas en su proceso de liquidación pueden sanear su situación con acreedores, deshacerse su patrimonio y activos, etc., y estas situaciones conllevan a interpretar erróneamente los estados financieros.

Finalmente, es importante tener en cuenta que la dinámica empresarial es altamente diversa y cambiante según diferentes condiciones cómo el sector industrial, el tamaño de la empresa y las decisiones gerenciales. Por lo tanto, ninguna entidad o empresa debería guiarse únicamente por los resultados que aquí obtenga.

7. CONCLUSIONES

Se desarrolló un modelo de predicción del riesgo de insolvencia financiera en empresas colombianas utilizando un análisis de regresión logística binaria cuyo mejor resultado incluyó las variables ROA, ROE, Razón de deuda, y Prueba Acida. El mejor modelo encontrado obtuvo un AIC de 257.83, un Pseudo R2 de 0.489 y una precisión del 0.8842, la cual fue justificada mediante el uso de una contramuestra reservada para tal fin que garantizó independencia con la muestra utilizada para la creación del modelo, pero mantuvo las condiciones de muestreo inicial.

Se presentó una ecuación de probabilidad de insolvencia financiera de fácil uso para el lector y se propuso un método de calificación financiera que permitirá a los agentes interesados hallar un valor de probabilidad de insolvencia.

La información probabilística obtenida del modelo busca crear una idea general sobre los riesgos de insolvencia de una empresa, y con base en eso, permitir la toma de acciones correctivas a tiempo para mejorar la salud financiera de las compañías.

BIBLIOGRAFÍA

ABRIL CONTRERAS, Nubia Mercedes; LÓPEZ CADENA, Marly Fernanda. Análisis Multivariable de la iliquidez de las empresas tipo pymes del sector de la construcción. Bogotá D.C., Colombia: Universidad Católica de Colombia. 25 de mayo de 2018. Obtenido de <https://repository.ucatolica.edu.co/bitstream/10983/16029/1/PROYECTO%20DE%20GRADO%20VF.pdf>

ALMEYDA PULIDO, José Miguel. (9 de abril de 2014). El Triángulo del Oro, Sede del Desarrollo Colombiano. Recuperado el 9 de julio de 2019, de [bestday.com.co: https://www.bestday.com.co/Editorial/El-Triangulo-del-Oro-Sede-del-Desarrollo-Colombiano/](https://www.bestday.com.co/Editorial/El-Triangulo-del-Oro-Sede-del-Desarrollo-Colombiano/)

ALTMAN, Edward I. Financial ratios, discriminant analysis and the prediction of corporate bankruptcy. *Journal of Finance*, 23(4). 1968. pp. 589-609.

ANDRADE, Gregor; KAPLAN, Steven N. How Costly is Financial (Not Economic) Distress? Evidence from Highly Leveraged Transactions that Became Distressed. National Bureau of Economic Research Working Paper No. 6145. 1997

ARANGO, J.P.; ZAMUDIO, N.; OROZCO, I. Riesgo de crédito: un análisis desde las firmas. Reporte de Estabilidad Financiera, Banco de la República. 2005. Recuperado el 14 de julio de 2019. Obtenido de http://www.banrep.gov.co/sites/default/files/publicaciones/archivos/tema_estabilidad_dic_2005_riesgo.pdf.

ARROYAVE, Jackson. A comparative analysis of the effectiveness of corporate bankruptcy prediction models based on financial ratios: Evidence from Colombia. *Journal of International Studies*, 273-287. 2018. Obtenido de: [10.14254/2071-8330.2018/11-1/21](https://doi.org/10.14254/2071-8330.2018/11-1/21)

ATMATHEW. R-bloggers. 17 de 08 de 2015. Recuperado el 08 de 07 de 2019, Obtenido de: <https://www.r-bloggers.com/evaluating-logistic-regression-models/>

AVERY, Robert B.; HANWECK, Gerald A. A Dynamic Analysis of Bank Failures. *Research Papers in Banking and Financial Economics-Board of Governors of the Federal Reserve System*, No. 74. 1984

BANCOLDEX. Clasificación de empresas en Colombia, Recuperado el 14 de julio de 2019. Obtenido de: <https://www.bancoldex.com/sobre-bancoldex/quienes-somos/clasificacion-de-empresas-en-colombia-2344>

BANREPCULTURAL. (2017). Sectores Económicos. Recuperado 12 de julio de 2019. http://enciclopedia.banrepcultural.org/index.php?title=Sectores_econ%C3%B3micos

BARTLETT, Jonathan. The Hosmer-Lemeshow goodness of fit test for logistic regression. 16 de 02 de 2016. Recuperado el 08 de 07 de 2019, Obtenido de: <https://thestatsgeek.com/2014/02/16/the-hosmer-lemeshow-goodness-of-fit-test-for-logistic-regression/>

BEAVER, William H. Financial Ratios as Predictors of Failure. *Journal of Accounting Research*, 4, 1966. pp. 71-102.

BEAVER, William H. Have Financial Statements Become Less Informative? Evidence from the Ability of Financial Ratios to Predict Bankruptcy. SSRN.

Diciembre de 2004. Obtenido de https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=634921

BELEÑO, Isis. Trámite de insolvencia es el más expedito de la región”: 30 de abril de 2018. Supersociedades. La República. Recuperado el 01 de julio de 2019, de <https://www.larepublica.co/especiales/proteccion-patrimonial/resolucion-de-insolvencia-es-la-mas-expedita-de-la-region-2720116>

BENITO, A., VLIEGHE, G. Stylized facts on UK corporate financial health: evidence from micro-data. Financial Stability Review, Bank of England. 2000. Recuperado el 14 de Julio de 2019. de: <http://www.bankofengland.co.uk/archive/Documents/historicpubs/fsr/2000/fsrfull0006.pdf>.

BUNN & REDWOOD. Company accounts based modeling of business failures and the implications for financial stability [Working Paper no. 210, Bank of England]. Recuperado el 14 de Julio de 2019. 2003

CAMACHO, G. A., SALAZAR, A. J., & LEÓN, C. B. (2013). Modelo de Estimación de Quiebra en las Empresas Colombianas del Sector Textil y de Confección. Colegio de Estudios Superiores de Administración Maestría en Finanzas Corporativas.

CARO, Norma Patricia; DÍAZ, Margarita; PORPORATO, Marcela. Predicción de quiebras empresariales en economías emergentes: uso de un modelo logístico mixto. Diciembre de 2013. Revista de métodos cuantitativos para la economía y la empresa, 200-215.

CHRISTIDIS, Angela; GREGORY, Alan. Some new models for financial distress prediction in the UK. Xfi- centre for finance and investment, septiembre de 2010.

COLLINS, D. MAYDEW, W. & WEISS, I. S. (1997). Changes in the value relevance of earnings and book values over the past forty years. *Journal of Accounting and Economics*, 24, 39-67.

CONFECAMARAS. Informe de dinámica empresarial en Colombia: I semestre de 2018. Confecámaras: Red de Cámaras de Comercio, Bogotá D.C. 2018.

CONGRESO DE COLOMBIA. Régimen de Insolvencia Empresarial en la República de Colombia Ley 1116 de 2006. 27 de diciembre de 2006.

DOMÍNGUEZ RODRÍGUEZ, Angélica María; PERALTA RIVERA, Laura Camila. Estimación de predictores de quiebra para tres subsectores del sector industrial colombiano mediante análisis logit. Bogotá D.C., noviembre de 2015. Colombia: Universidad Piloto de Colombia. Recuperado el 1 de julio de 2019, Obtenido de: <http://polux.unipiloto.edu.co:8080/00002708.pdf>

EL ESPECTADOR. (29 de octubre de 2018). ¿Por qué el 70% de las empresas en Colombia fracasan en los primeros cinco años? Bogotá D.C., Colombia. Obtenido de <https://www.elespectador.com/economia/por-que-el-70-de-las-empresas-en-colombia-fracasan-en-los-primeros-5-años-articulo-820897>

EMIS. Emis.com/es. Recuperado el junio de 2019, Obtenido de https://www-emis-com.consultaremota.upb.edu.co/php/sources/index/pub?pcid=EMINSIGHT_COMPANIES

Finanzas Personales. Ocho causas por las que empresas entran en crisis, Bogotá D.C. Colombia. 4 de septiembre de 2013. Obtenido de <https://www.finanzaspersonales.co/ahorro-e-inversion/articulo/ocho-causas-empresas-entran-criisis/51066>

FORERO GALÁN, Lucy Carolina. Propuesta de Modelo para evaluación y predicción del riesgo de insolvencia financiera de pequeñas y medianas empresas manufactureras en Colombia. Bucaramanga, Santander, Colombia. 2015. Recuperado el 30 de junio de 2019, de <http://tangara.uis.edu.co/biblioweb/tesis/2015/159163.pdf>

FRANCIS, J. & SCHIPPER, K. (1999). Have financial statement lost their relevance? *Journal of Accounting Research*, 37, 319-352.

GÓMEZ GONZÁLEZ, José Eduardo; OROZCO HINOJOSA, Inés Paola; ZAMUDIO GÓMEZ, Nancy Eugenia. Análisis de la probabilidad condicional de incumplimiento de los mayores deudores privados del sistema financiero colombiano. Reporte de Estabilidad Financiera, Banco de la República. 2006. Recuperado el 14 de julio de 2019. http://www.banrep.gov.co/sites/default/files/publicaciones/archivos/analisis_gomez_orozco_zamudio-sept06.pdf

GÓMEZ-GONZÁLEZ, José Eduardo; OROZCO HINOJOSA, Inés Paola. Un Modelo de Alerta Temprana para el Sistema Financiero Colombiano. Borradores de Economía, Banco de la República. 2009. Recuperado el 14 de julio de 2019. Obtenido de <http://www.banrep.gov.co/docum/ftp/borra565.pdf>

GUPTA, Lakshmi Chandra. *Financial Ratios for Monitoring Corporate Sickness*, Oxford University Press, Oxford. 1983

GUTIÉRREZ ROJAS, Hugo Andrés. *Estrategias de muestreo: Diseño de encuestas y estimación de parámetros*. Bogotá, D.C., Colombia. 2da Edición. 2015

GUTIÉRREZ RUEDA, Javier. *Un análisis de riesgo de crédito de las empresas del sector real y sus determinantes*. Bogotá D.C., Colombia. 4 de 10 de 2010. Recuperado el 02 de julio de 2019, Obtenido de

https://cea.javeriana.edu.co/documents/153049/2786252/Vol.10_4_2010.pdf/1dd48d8f-c994-412a-a783-d67d81de212d

HARDINATA, Lingga; WARSITO, Budi. Bankruptcy prediction based on financial ratios using Jordan Recurrent Neural Networks: a case study in Polish companies. *Journal of Physics: Conference Series*, 1025. 2018. Obtenido de doi:10.1088/1742-6596/1025/1/012098

HASSAN, Ehsan UI; ZAINUDDIN, Zaemah; NORDIN, Sabariah. A review of financial distress prediction models: logistic regression and multivariate discriminant analysis. *indian-pacific journal of accounting and finance (IPJAF)*, Vol 1 No. 3, 2017, 13-23. Recuperado el 3 de julio de 2019

HAUGEN, Robert A.; SENBET, Lemma W. Senbet. *The Journal of Finance*. Vol. 33, No. 2 (May, 1978), 1978. pp. 383-393

JANER, Joseph. Bankruptcy Prediction and its Advantages: Empirical Evidence from SMEs in the French Hospitality Industry. Copenhagen, Dinamarca. Diciembre de 2011. Recuperado el 12 de julio de 2019, Obtenido de https://studenttheses.cbs.dk/bitstream/handle/10417/2942/joseph_janer.pdf

LAMAS RODRÍGUEZ, Matías. Riesgo de liquidez sistémica. Indicadores para el sistema bancario español. *Revista de Estabilidad financiera*, 31, 45-62. 16 de noviembre de 2016. Recuperado el 5 de Julio de 2019, Obtenido de <https://www.bde.es/f/webbde/GAP/Secciones/Publicaciones/InformesBoletinesRevistas/RevistaEstabilidadFinanciera/16/NOVIEMBRE%202016/restfin2016313.pdf>

LANDSMAN, Wayne & MAYDEW, Edward. (2002). Has the Information Content of Quarterly Earnings Announcements Declined in the Past Three Decades?. *Journal of Accounting Research*. 40. 797 - 808.

LEAÑO, Hector; CLINTON, Martín, MCBRIDE, John; NGUYEN, Jennifer and PALLOM, Padmaja. Bankruptcy Prediction Model Using Discriminant Analysis on Financial Ratios Derived from Corporate Balance Sheet. 2005

LUNDQVIST, David; STRAND, Jakob. Bankruptcy Prediction with Financial (Examining Differences across Industries and Time). Lund, Suecia: Lund University. 2013. Recuperado el 29 de junio de 2019, Obtenido de <https://pdfs.semanticscholar.org/36ec/e24b844cfe57abd910dbf2241691dcd762a5.pdf>

MARTIN, Daniel. Early Warning of Bank Failure: A Logit Regression Approach. *Journal of Banking & Finance*, 1(3), 1977. pp. 249-276.

MARTÍNEZ, Oscar. Determinantes de fragilidad en las empresas colombianas. Bogota D.C.: Banco de la Republica de Colombia. 2003. Recuperado el 5 de Julio de 2019, Obtenido de <http://www.banrep.gov.co/docum/ftp/borra259.pdf>

MORA ENGUÍDANOS, Araceli. Los Modelos de predicción del fracaso empresarial: una aplicación empírica del logit. *Revista española de financiación y contabilidad*, XXIV, n. 78, 203-233. 1994. Recuperado el 1 de julio de 2019.

MORRIS, Richard. Early Warning Indicators of Corporate Failure: A critical review of previous research and further empirical evidence. Ashgate Publishing Limited. Aldershot. Inglaterra. 1997

OHLSON, James A. Financial ratios and the probabilistic prediction of bankruptcy. *Journal of Accounting Research*, 18(1), 1980. pp. 109-131.

PÉREZ G., Jorge Iván; GONZÁLEZ C., Karen Lorena; Lopera C., Mauricio Modelos de predicción de la fragilidad empresarial: aplicación al caso colombiano para el año 2011. Perfil de Coyuntura Económica, 205-228. 22 de diciembre de 2013. Recuperado el 04 de julio de 2019, Obtenido de <https://aprendeonline.udea.edu.co/revistas/index.php/coyuntura/article/view/20539/17307>

PORTAFOLIO. En Colombia se crearon 328.237 empresas en 2018. Bogotá D.C., Colombia. 22 de enero de 2019. Obtenido de <https://www.portafolio.co/negocios/empresas/en-colombia-se-crearon-328-237-empresas-en-2018-525506>

QUINTANILLA MATEFF, Claudia; TSCHORNE ZAMORANO, Andrea. Modelo Predictivo de Quiebra Bancaria: El Caso Ecuador. Facultad de Ciencias Económicas y Administrativas. Universidad de Chile. 2002

QUIROZ HERNÁNDEZ, Susana Andrea; REDONDO PANESSO, Diana Catalina. Predicción de fragilidad financiera para sociedades anónimas colombianas mediante la aplicación de las técnicas logit, árboles de clasificación y boosting. Medellín, Antioquia, Colombia: Universidad de Antioquia. 2018. Recuperado el 6 de julio/2019. http://bibliotecadigital.udea.edu.co/bitstream/10495/9830/1/QuirosSusana_2018_FinancieraSociedadAnonimaArboles.pdf

RAMÍREZ LUNA, Sthefany; ROA, Erick Mauricio. Modelo de predicción de alerta temprana para riesgo de quiebra de Pymes sector Industrial Bogotá. Bogotá D.C, Colombia: universidad Piloto De Colombia. 2015. Recuperado el 01 de julio de 2019, de <http://polux.unipiloto.edu.co:8080/00002482.pdf>

RESTREPO, Andrés Felipe; AMAYA OROZCO, Santiago. Modelo Predictivo de quiebra para bancos estadounidenses. Bogotá D.C., Colombia: Colegio de Estudios Superiores de Administración. 2015. Recuperado el 4 de julio de 2019

RINGELING PAPIC, Eduardo Alejandro. Análisis comparativo de modelos de predicción de quiebra y la probabilidad de bancarrota. Santiago, Chile. 2004. Recuperado el 29 de junio de 2019, de http://www.tesis.uchile.cl/tesis/uchile/2004/ringeling_e/sources/ringeling_e.pdf

ROMERO ESPINOSA, Fredy; MELGAREJO MOLINA, Zuray Andrea; VERA COLINAC, Mary Analí. Fracaso Empresarial de las Pequeñas y Medianas Empresas (pymes) en Colombia. ELSERVIER, 35. 2015

ROMERO, Andrés. 2018 el año en que más de 48.000 empresas se quebraron en todo el país. Bogotá D.C, Colombia. 31 de mayo de 2018. Obtenido de https://dernegocios.uexternado.edu.co/negociacion/2018-el-ano-en-que-mas-de-48-000-empresas-se-quebraron-en-todo-el-pais/#_ftnref1

ROSILLO, J. (2002). Modelo de Predicción de Quiebras de las Empresas Colombianas. INNOVAR, revista de ciencias administrativas y sociales No.19. disponible en: <http://www.bdigital.unal.edu.co/26382/1/23959-83815-1-PB.pdf>

RUIZ COTRINO, Heymar Augusto. Modelo de predicción de punto de quiebra de las empresas manufactureras Pymes en Colombia. Bogota D.C., Colombia: Colegio de Estudios Superiores de Administración. 2015. Recuperado julio de 2019 de https://repository.cesa.edu.co/bitstream/handle/10726/1086/MFC_395.pdf?sequence=2&isAllowed=y

SEPÚLVEDA RIVILLAS, Claudia; REINA GUTIÉRREZ, Walter; GUTIÉRREZ BETANCUR, Juan Carlos. Estimación del riesgo de crédito en empresas del sector

real en Colombia. Recuperado el 5 de julio de 2019, Obtenido de <https://core.ac.uk/download/pdf/47237048.pdf>

TABACHNICK Bárbara G. & FIDELL, Linda S. Using Multivariate Statistics. 5ta Edición. Pearson Education, Inc. Boston, MA. 2007

TAFFLER, Richard J. Empirical models for the monitoring of UK corporations", *Journal of Banking and Finance*, Vol. 8, No. 2, 1984. pp. 199–227.

TAFFLER, Richard J. Forecasting company failure in the UK using discriminant analysis and financial ratio data, *Journal of the Royal Statistical Society*, Vol. 145, No. 3, 1982. pp. 342–358.

TAFFLER, Richard J. The assessment of company solvency and performance using a statistical model: a comparative UK-based study", *Accounting and Business Research*, Vol. 15, No. 52, 1983. pp. 295-307.

TAM, Kar Yan y KIANG, Melody. Predicting bank failures: A neural network approach. *Decision Sciences*, 23, 1992. pp. 926–947.

VARGAS CHARPENTIER, José Alonso. Modelos de Beaver, Ohlson y Altman: ¿Son realmente capaces de predecir la bancarrota en el sector empresarial costarricense? *Tec. Empresarial*, Vol 8 (3), 2014. 29-40. Recuperado el 2 de julio de 2019

VELASCO, J. D. (2010). Resultados del sector construcción de obras civiles años 2006 a 2009. Bogotá: Supersociedades.

WANG, Franco., DYCKMAN, Thomas., HANLON, Michelle., MAGEE, Robert., & PFEIFFER, Glenn. *Financial accounting using IFRS*. 2 ed. Westmont, Ill. Cambridge Business Publishers. 2017, 241 p. ISBN: 9781618531964

ZAMUDIO GÓMEZ, Nancy Eugenia. Determinantes de la probabilidad de incumplimiento de las empresas colombianas. Borradores de Economía, Banco de la República vol. 466. 2007. Recuperado el 14 de julio de 2019 de <http://www.banrep.gov.co/sites/default/files/publicaciones/pdfs/borra466.pdf>

ZAVGREN, Christine V. Assessing the vulnerability to failure of American industrial firms: a logistic analysis. *Journal of Business Finance & Accounting*, 12: 1985. pp. 19-45. doi:10.1111/j.1468-5957. 1985. tb00077.