

SIMULACIÓN DE EFECTOS DE BIFURCACIÓN EN SISTEMAS ELÉCTRICOS DE
POTENCIA

FABIÁN LEONARDO FORERO ORDÓÑEZ

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICOMECÁNICAS
ESCUELA DE INGENIERÍAS
ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA Y DE TELECOMUNICACIONES
BUCARAMANGA
2018

SIMULACIÓN DE EFECTOS DE BIFURCACIÓN EN SISTEMAS ELÉCTRICOS DE
POTENCIA

FABIÁN LEONARDO FORERO ORDÓÑEZ

Trabajo de Grado para optar al título de
Ingeniero Electricista

Director

Ricardo Alzate Castaño

Doctorado en Ingeniería Informática y Automática

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICOMECAÑICAS
ESCUELA DE INGENIERÍAS
ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA Y DE TELECOMUNICACIONES
BUCARAMANGA

2018

DEDICATORIA

Este trabajo viene dedicado primeramente a Dios por darme fortaleza, a mi familia y a todas aquellas personas que hicieron parte de este proceso sin importar la distancia.

AGRADECIMIENTOS

Agradezco a mi familia por su apoyo moral y económico. También agradezco a todas las personas que hicieron parte de este proceso de formación.

Un reconocimiento y agradecimiento a mi director de trabajo de grado, por su apoyo, su tiempo y compartir su conocimiento para la realización de este proyecto.

CONTENIDO

	pág.
INTRODUCCIÓN	15
1. OBJETIVOS	24
1.1. OBJETIVO GENERAL	24
1.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS	24
2. MODELO DE BASE PARA ANÁLISIS	25
2.1. MODELO MATEMÁTICO PARA UN GENERADOR SÍNCRONO	25
2.1.1. Normalización de variables a sistema en por unidad	29
2.1.2. Generador conectado a una barra infinita	31
2.1.3. Validación numérica del modelo del sistema	33
3. BIFURCACIÓN SILLA-NODO EN SEP	37
3.1. BIFURCACIONES DINÁMICAS	37
3.1.1. Definición y clasificación para equilibrios dinámicos	38
3.1.2. Bifurcación silla-nodo	41
3.2. COLAPSO DE TENSIÓN COMO BIFURCACIÓN SILLA-NODO	41
3.2.1. Análisis de simulación	43
3.3. DETERMINACIÓN ANALÍTICA DEL PARÁMETRO DE BIFURCACIÓN	46
3.3.1. Equilibrios del SMIB	46
3.3.2. Clasificación para equilibrios del SMIB	50
4. BIFURCACIÓN SILLA-NODO EN MICRORREDES	53
4.1. LA MICRORRED	53
4.1.1. Modelado de la microrred	54

4.2. MODELADO MATEMÁTICO PARA LA DINÁMICA DE LA MICRORRED	57
4.2.1. Consideraciones para fuente y carga de potencias constantes	57
4.3. BIFURCACIÓN SILLA-NODO	59
5. RECOMENDACIONES	64
6. TRABAJO FUTURO	65
7. CONCLUSIONES	66
BIBLIOGRAFÍA	68

LISTA DE FIGURAS

		pág.
Figura 1.	Sistema generador-motor	16
Figura 2.	Transferencia de potencia como función de δ	17
Figura 3.	Circuito generador, línea con carga variable	17
Figura 4.	Tensiones para valores diferentes de carga	18
Figura 5.	Diagrama estroboscópico para una bifurcación del tipo silla-nodo	20
Figura 6.	Diagrama de fuerzas del rotor de una máquina síncrona	25
Figura 7.	Generador trifásico elemental de dos polos, vista terminal	26
Figura 8.	Esquema circuital para calcular P_e	32
Figura 9.	Diagrama de bloques <i>Simulink</i> para simulación de SMIB	35
Figura 10.	Comparación respuesta dinámica para modelo de máquina síncrona	36
Figura 11.	Topología de equilibrios para dinámica en dos dimensiones	40
Figura 12.	Diagrama estroboscópico como función de μ (<i>SimPowerSystems</i>)	44
Figura 13.	Series del tiempo ante distintos parámetros (<i>SimPowerSystems</i>)	45
Figura 14.	Diagrama estroboscópico como función de μ (<i>modelo</i>)	47
Figura 15.	Series del tiempo ante distintos parámetros (<i>modelo</i>)	48
Figura 16.	Microrred empleada como caso de estudio	54
Figura 17.	Esquema circuital funcional para caso de estudio	55
Figura 18.	Esquema circuital equivalente para caso de estudio	56
Figura 19.	Relación v_o vs. corriente para CPS y CPL	58
Figura 20.	Superposición de corrientes i_{clp} e i_{cps}	60
Figura 21.	Diagrama estroboscópico para \bar{v}_o ante variaciones de P_{cpl}	61
Figura 22.	Análisis de respuesta temporal ante bifurcación <i>silla-nodo</i>	62

LISTA DE TABLAS

	pág.
Tabla 1. Valores configurados para la máquina síncrona en <i>SymPowerSystems</i>	34

GLOSARIO

BIFURCACIÓN es el fenómeno que se presenta al realizar una variación cuantitativa genera un cambio cualitativo en la dinámica de un sistema.

COLAPSO DE TENSIÓN es un fenómeno asociado con la incapacidad del sistema en conservar en sus valores nominales de operación, debido a una gran variación en la carga del mismo.

MICRORRED corresponde con un sistema de baja tensión con fuentes de energía distribuidas, en su mayoría provenientes de energías renovables, puede operar con o sin conexión a la red principal.

MÁQUINA SÍNCRONICA es una máquina eléctrica rotativa cuya finalidad consiste en transformar la potencia mecánica a potencia eléctrica.

DIAGRAMA ESTROBOSCÓPICO es la relación entre los valores de estado estable de un sistema respecto a la variación del parámetro de bifurcación.

RESUMEN

TÍTULO: SIMULACIÓN DE EFECTOS DE BIFURCACIÓN EN SISTEMAS ELÉCTRICOS DE POTENCIA *

AUTOR: FABIÁN LEONARDO FORERO ORDÓÑEZ **

PALABRAS CLAVE: BIFURCACIÓN SILLA-NODO, COLAPSO DE TENSIÓN, ESTABILIDAD DINÁMICA, GENERADOR BARRA INFINITA, MICRORREDES ELÉCTRICAS.

DESCRIPCIÓN:

El presente proyecto de grado presenta el análisis dinámico para un sistema eléctrico de potencia modelado a partir de una configuración constituida por un generador síncrono, conectado a una barra infinita que representa la red de distribución y para el cual se considera el fenómeno de colapso de tensión ante la variación de un parámetro correspondiente con la potencia mecánica en estado estacionario. Inicialmente se desarrolla el análisis de las ecuaciones del movimiento de la máquina, siendo complementadas por consideraciones eléctricas para determinar el modelo del sistema generador conectado a una barra infinita. Tomando como base parámetros sugeridos en un ejemplo tutorial de la caja de herramientas SimPowerSystems de MATLAB, se realiza simulación tanto de las ecuaciones diferenciales para el modelo teórico del sistema como de los bloques funcionales correspondientes en el entorno Simulink, permitiendo verificar una reproducción satisfactoria de las características para el comportamiento dinámico de las variables principales del sistema. Posteriormente, se introduce el concepto de bifurcación dinámica y se calcula y analiza la estabilidad para los equilibrios dinámicos del modelo matemático del sistema permitiendo predecir analíticamente el valor del parámetro para el cual se experimenta una bifurcación del tipo silla-nodo y, a partir de ello, un colapso de tensión. Lo anterior es validado empleando simulación de los bloques funcionales equivalentes en SimPowerSystems de MATLAB. Finalmente, se introduce un problema de aplicación reportado en la literatura para el cual una microrred que emplea fuentes renovables manifiesta el fenómeno de colapso de tensión a partir de una bifurcación silla-nodo, tras considerar una carga de

* Trabajo de grado

** Facultad de Ingenierías Físico-Mecánicas. Escuela de Ingenierías Eléctrica, Electrónica y telecomunicaciones. Director: Ricardo Alzate Castaño, Doctorado en Ingeniería Informática y Automática.

potencia constante. Trabajo futuro incluye el análisis para otros tipos de bifurcación y la verificación por simulación de fenómenos de bifurcación en microrredes.

ABSTRACT

TÍTULO: SIMULATION OF BIFURCATION EFFECTS IN ELECTRIC POWER SYSTEMS *

AUTHOR: FABIÁN LEONARDO FORERO ORDÓÑEZ **

KEYWORDS: DYNAMICAL STABILITY, ELECTRICAL MICROGRID, SADDLE-NODE BIFURCATION, SINGLE MACHINE INFINITE BUS, VOLTAGE COLLAPSE.

DESCRIPTION:

In this work the dynamical analysis for an electric power system modelled as a synchronous machine tied to an infinite bus representing the distribution network, is presented for the special case of a voltage collapse occurring under variation of the mechanical power (acting as parameter) by means of a saddle-node bifurcation phenomenon. First of all, dynamical equations describing time evolution of mechanical parts of a synchronous machine are revisited and complemented by electrical considerations that allow the formulation of a model for a single machine infinite bus system. Further analysis is performed by numerical simulations of an scenario suggested by a tutorial example of the SimPowerSystems toolbox of MATLAB, replicating dynamical features of system variables in both: the theoretical model given by system equations and the functional blocks of the simulation package. In accordance, analytical calculations were performed on the mathematical model of system to determine and to analyze the stability of their equilibria, showing the value for the which a saddle-node bifurcation occurs. The latter was validated by means of stroboscopic diagrams and time series analysis performed on numerical simulations. Finally, a case of study reported in the literature was analyzed to demonstrate the existence of voltage collapse and saddle-node bifurcation phenomena in microgrids. Ongoing work includes the analysis for other type of bifurcation phenomena presented in electric power systems as well as simulation verification of further bifurcation phenomena in microgrids.

* Bachelor Thesis

** Facultad de Ingenierías Físico-Mecánicas. Escuela de Ingenierías Eléctrica, Electrónica y telecomunicaciones. Director: Ricardo Alzate Castaño, Doctorado en Ingeniería Informática y Automática.

INTRODUCCIÓN

La función de un sistema eléctrico de potencia, es convertir la energía de una fuente natural disponible a energía eléctrica y su transporte a los puntos de consumo ¹.

La operación actual de los sistemas eléctricos de potencia se lleva a niveles críticos, debido a la necesidad de alimentar grandes cargas, al igual que a la entrada y salida de generadores en sistemas distribuidos, lo cual aumenta el riesgo de fallos ². Debido a esto, se realizan esfuerzos por parte de la comunidad académica dedicada al estudio de los sistemas de potencia para acondicionar las teorías clásicas de análisis y diseño para esta clase de sistemas ante las nuevas tendencias y necesidades requeridas por la sociedad actual, haciendo posible la aparición de nuevos paradigmas como por ejemplo el “smart-grid” o red inteligente ³.

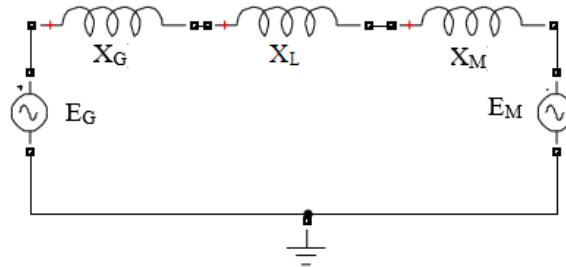
De particular importancia es el estudio del colapso de tensión ¹, el cual se fundamenta en los principios enunciados a continuación. Considere el sistema de la Fig. 1, constituido por un generador (representado por una tensión E_G con impedancia X_G) seguido de una línea de transmisión representada por una impedancia X_L y un motor (representado por una tensión E_M con impedancia X_M).

¹ P. KUNDUR. *Power System Stability and Control*. Mc-Graw Hill, 1993.

² Sandra Milena HERNÁNDEZ MANTILLA. *Estabilidad transitoria en sistemas de potencia: Algoritmos de solución*. Trabajo de Grado (Ingeniero Electricista). Colombia: Universidad Industrial de Santander, 2000.

³ E. LENZ. “Modelagem e análise da dinâmica de microrredes de distribuição de energia elétrica”. Tesis doct. Brasil: Universidade Federal de Santa Catarina, 2017.

Figura 1. Sistema generador-motor



Para este sistema se puede obtener la siguiente ecuación de transferencia de potencia de generador a motor:

$$P = \frac{E_G E_M}{X_T} \sin \delta, \quad (1)$$

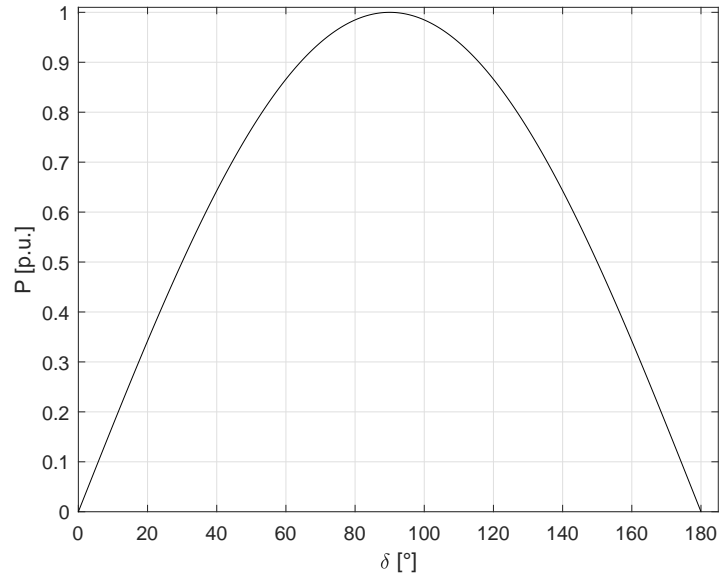
donde:

$$\begin{aligned} X_T &= X_G + X_L; \\ \delta &= \delta_G + \delta_L + \delta_M, \end{aligned}$$

siendo X_T la reactancia total, δ el ángulo de desfase entre el rotor de las dos máquinas, δ_G el ángulo interno del generador, δ_L el ángulo de desfase entre la tensión del motor y el generador y δ_M el ángulo interno del motor. En la Fig. 2 se representa la relación sinusoidal entre δ y la potencia P dada en (1), de lo cual es claro que la máxima transferencia ocurre para $\delta = 90^\circ$.

De manera más puntual, considere el circuito ilustrado en la Fig. 3 y las simulaciones para el mismo presentadas en la Fig. 4. Para este caso, se analiza la variación de la relación $\frac{Z_{LN}}{Z_{LD}}$, permitiendo observar la manera en que la tensión en la carga se maximiza para valores de impedancia de carga mayores a los de línea ($\frac{Z_{LN}}{Z_{LD}} = 10$, trazo punteado), con una máxima transferencia de potencia y ampli-

Figura 2. Transferencia de potencia como función de δ



tud de tensión media ante impedancias iguales ($\frac{Z_{LN}}{Z_{LD}} = 1$, trazo continuo), lo cual contrasta con el hecho de que a partir de este mismo valor, una reducción en la impedancia de carga Z_{LD} ocasiona una reducción en los niveles de tensión, más conocida como *colapso de tensión* y que se relaciona con la incapacidad del sistema para suplir la potencia reactiva de la carga ($\frac{Z_{LN}}{Z_{LD}} = 0.1$, trazo con círculos).

Figura 3. Circuito generador, línea con carga variable

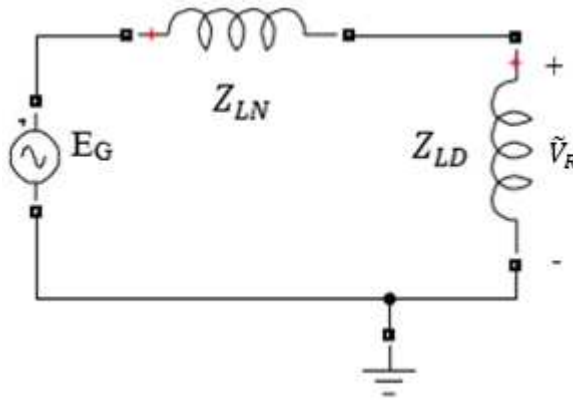
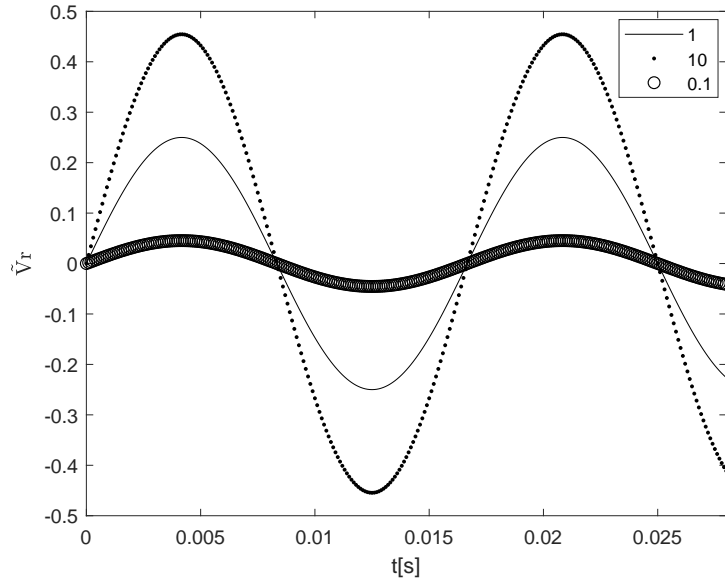


Figura 4. Tensiones para valores diferentes de carga



De otro lado, desde un punto de vista dinámico el colapso de tensión es un fenómeno relacionado con la desestabilización de un punto de equilibrio a través de un fenómeno de *bifurcación*. Una bifurcación dinámica se define como una variación cualitativa del sistema que se da como consecuencia de un cambio cuantitativo en los parámetros del mismo ⁴. Un tipo simple de bifurcación es la denominada *silla-nodo* (saddle-node en inglés ⁵). Para comprender sus orígenes considere un sistema descrito en su dinámica a través de la siguiente ecuación diferencial:

$$\dot{x} = r + x^2, \quad (2)$$

⁴ J. HUNTER. *Introduction to Dynamical Systems*. Department of Mathematics, University of California at Davis, 2011.

⁵ Jesús Felipe GALVIS CARDONA. *Aplicación de la teoría de bifurcaciones al análisis de estabilidad de un sistema de potencia*. Trabajo de Grado (Ingeniero Electricista). Colombia: Universidad Tecnológica de Pereira, 2010.

siendo r un parámetro constante, del cual se asume variación en un cierto rango de valores, al tiempo que $x(t)$ representa el estado del sistema. En la Fig. 5, se presenta un diagrama estroboscópico que muestra en su eje vertical los valores de equilibrio o de estado estacionario para $x(t)$ en la expresión (2) como una función de los valores del parámetro r en el rango $[-9, 0]$. Como se observa, el equilibrio posee una tendencia decreciente en la medida que r decrece. Si r se hace positivo, no existen equilibrios. Más interesante aún, durante el intervalo de análisis; es decir para $r \in [-9, 0]$, existe una rama simétrica a la visualizada pero de equilibrios inestables que no se pueden visualizar.

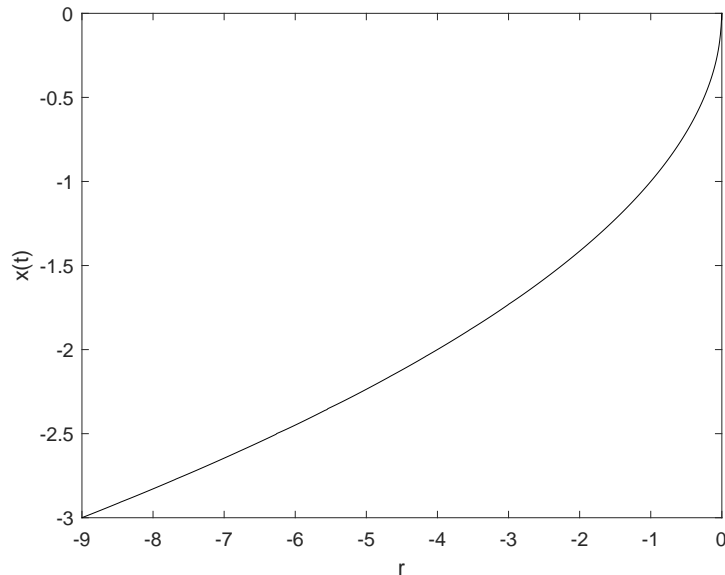
Lo anterior, muestra la riqueza de información que brinda la teoría de bifurcaciones en el análisis de estabilidad al respecto del comportamiento de los equilibrios de un sistema y que eventualmente puede emplearse para explicar comportamientos como el colapso de tensión en sistemas eléctricos de potencia ⁶.

La confiabilidad de un sistema de potencia, o su capacidad para suministrar energía de manera permanente ¹⁷, implica comprender y superar fenómenos como el anteriormente ilustrado para garantizar una continuidad del servicio aún ante eventualidades. Al respecto se destacan trabajos como: ⁵ en la Universidad Tecnológica de Pereira donde se estudiaron efectos dinámicos de bifurcaciones del tipo silla-nodo y *Hopf* en sistemas eléctricos de potencia, bajo la influencia de reguladores automáticos de tensión (AVR), estabilizadores de sistemas de potencia (PSS) y compensa-

⁶ G VALENCIA TORRES. "Análisis de estabilidad de tensión de un modelo básico de un sistema de potencia utilizando teoría de bifurcaciones". Tesis de Maestría (Magister en Ingeniería Eléctrica). Universidad Nacional de Colombia, 2009.

⁷ Adriano LIMA ABRANTES. *Análise estática de estabilidade de tensão em sistemas elétricos de potência via nomogramas e computação paralela*. Trabalho de Conclusão de Curso (Engenheiro Eletricista). Brasil: Universidade de São Paulo, 2015.

Figura 5. Diagrama estroboscópico para una bifurcación del tipo silla-nodo



dores estáticos de Vares (SVC);⁸ en la Universidad Nacional de Colombia en el cual el análisis de bifurcaciones correspondió con un sistema de potencia multi-máquina abordado desde una perspectiva hamiltoniana.

Asimismo, en la Universidad Industrial de Santander se han realizado trabajos relacionados con el tema como lo son:² analizando la estabilidad transitoria en sistemas de potencia mediante métodos numéricos;⁹ desarrollando análisis de estabilidad de tensión en sistemas de potencia sometidos a grandes perturbaciones mediante he-

⁸ F VALENCIA ARROYAVE. "Efecto de la carga dinámica en la estabilidad de tensión". Tesis de Maestría (Magister en Ingeniería de Automatización Industrial). Universidad Nacional de Colombia, 2008.

⁹ Lizette Paola MEJÍA HURTADO. *Herramienta software para el modelado y simulación de sistemas eléctricos de potencia para estudio de estabilidad de tensión ante grandes perturbaciones. Diseño y elaboración*. Trabajo de Grado (Ingeniero Electricista). Colombia: Universidad Industrial de Santander, 2005.

ramientas de simulación; ¹⁰ empleando máquinas de soporte vectorial para evaluar la estabilidad de tensión en sistemas de potencia.

A nivel mundial, se destaca el trabajo realizado por el Profesor Luís Fernando Costa Alberto en la Escuela de Ingeniería de São Carlos de la Universidad de São Paulo en Brasil, entre los cuales se pueden mencionar: ¹¹ desarrollando nomogramas (diagrama bidimensional que permite el cómputo gráfico y aproximado de una función de cualquier número de variables) para representar de manera sencilla e intuitiva los límites de estabilidad del sistema de potencia; ⁷ donde se evalúa la distancia con la frontera de operación segura desde el punto de vista de la estabilidad estática de tensión.

Adicionalmente, debido a la necesidad de propiciar sistemas de generación distribuida y más precisamente *microrredes*, el estudio de la estabilidad de tensión para este tipo de sistemas ha encontrado una reactivación en el tema por parte de la comunidad científica en el área ¹²¹³¹⁴¹⁵. Consecuencia directa de ello son trabajos

¹⁰ A GÓMES RUIZ. “Metodología para la evaluación de la estabilidad de tensión mediante la aplicación de inteligencia artificial”. Tesis de Maestría (Magister en Ingeniería Eléctrica). Colombia: Universidad Industrial de Santander, 2010.

¹¹ Marcelo Elias BRASILEIRO DO CARMO. *Uso de nomogramas para análise dos limites de estabilidade de tensão de sistemas elétricos de potência*. Trabalho de Conclusão de Curso (Engenheiro Eletricista). Brasil: Universidade de São Paulo, 2015.

¹² A. P. NÓBREGA y col. “Modeling and stability analysis of islanded dc microgrids under droop control”. En: *IEEE transactions on power electronics* 30 (2015), págs. 4597 -4607.

¹³ Y. J. JABRI y col. “Voltage stability assessment of a microgrid”. En: *8th IEEE GCC Conference and Exhibition*. 2015, págs. 1-6.

¹⁴ J. W. SIMPSON-PORCO, F. DORFLER y F. BULLO. “Voltage collapse in complex power grids”. En: *Nature Communications* 7 (2016), págs. 1 -8.

¹⁵ Z. WANG, H. SUN y D. NIKOVSKI. “Static voltage stability detection using local measurement for

recientes que analizan fenómenos de bifurcación nunca antes vistos en sistemas de gestión y producción de energía ¹⁶¹⁷¹⁸.

Por tanto, el presente trabajo de grado busca retomar el análisis de la estabilidad de los sistemas de potencia desde una perspectiva del estudio de bifurcaciones dinámicas, con potencial orientación al estudio de microrredes y demás sistemas de generación distribuida.

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Los sistemas eléctricos de potencia se enfrentan a una nueva tendencia en cuanto a generación y distribución de energía se refiere, debido a un modelo de demanda fuertemente creciente y con características de volatilidad debidas a limitaciones ambientales, climáticas e incluso económicas, que afectan las fuentes primarias tradicionales y motivan la aparición de fuentes alternativas de energía en sistemas descentralizados.

Ante este escenario, los estudios tradicionales al respecto de la operación y gestión de los sistemas de potencia, principalmente en cuanto refiere a su estabilidad, de-

microgrids in a power distribution network”. En: *54th IEEE Conference on Decision and Control (CDC)*. 2015, págs. 3254-3259.

¹⁶ Z. SHUAI y col. “Dynamic stability analysis of synchronverter-dominated microgrid based on bifurcation theory”. En: *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 64 (2017), págs. 7467 -7477.

¹⁷ E. LENZ, D. J. PAGANO y A. P. TAHIM. “Codimension-two bifurcation analysis in dc microgrids under droop control”. En: *International journal of bifurcation and chaos* 26 (2015), págs. 1650028-1 -1650028-22.

¹⁸ T. S. SREERAM y col. “Hopf bifurcation analysis in droop controlled islanded microgrids”. En: *International journal of electrical power & energy systems* 90 (2017), págs. 208 -224.

mandan nuevos casos de estudio debido a una operación cercana a valores límite, a nuevos tipos de carga y a una reducción en las inercias debido al tamaño reducido de los sistemas de micro generación.

La teoría de bifurcaciones y las herramientas tecnológicas de computación y de captura de datos en un sistema real, permiten abordar esta clase de estudios en el contexto de una temática que más allá de su importancia no pierde vigencia.

Alrededor de estos aspectos pueden plantearse las inquietudes siguientes: ¿Cómo se afecta la estabilidad de un sistema de potencia a partir de variaciones paramétricas? ¿Cuáles son los parámetros de un sistema de potencia que revisten mayor sensibilidad desde el punto de vista de la estabilidad dinámica? ¿Cuáles son los tipos de bifurcación que puede manifestar un sistema eléctrico de potencia? ¿Cuáles de estos efectos dinámicos son verificables a nivel de microrredes y sistemas de generación distribuida?

El presente trabajo de grado orienta sus esfuerzos a responder estas inquietudes, buscando proveer insumos para el fortalecimiento de la línea de investigación en operación, control e instalación de sistemas de energía eléctrica del grupo de investigación GISEL de la E3T-UIS.

1. OBJETIVOS

1.1. OBJETIVO GENERAL

- Analizar los efectos de bifurcaciones para puntos de equilibrio en la estabilidad de los sistemas eléctricos de potencia.

1.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Analizar el modelo dinámico de un generador conectado a una barra infinita como representación de un sistema eléctrico de potencia;
- Utilizar el modelo anterior para explicar el problema de estabilidad de tensión en sistemas eléctricos de potencia empleando la teoría de bifurcaciones;
- Identificar e ilustrar un caso práctico en microrredes donde la estabilidad de tensión pueda estudiarse a través de bifurcaciones.

2. MODELO DE BASE PARA ANÁLISIS

En el presente *capítulo* se aborda la formulación para el modelo matemático que aproxima un generador síncrono conectado a una barra infinita, como sistema clásico para el estudio de fenómenos de bifurcación ligados a colapsos de tensión en sistemas eléctricos de potencia. Esta situación ideal deberá ser posteriormente adecuada a escenarios más realistas para comprender las implicaciones prácticas del fenómeno.

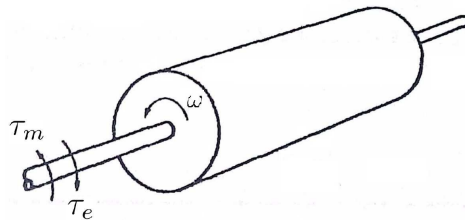
2.1. MODELO MATEMÁTICO PARA UN GENERADOR SÍNCRONO

En el movimiento rotacional de un generador eléctrico o alternador, el rotor (o parte rotativa de la máquina) se verá sometido a pares mecánico τ_m y eléctrico τ_e en la forma ilustrada en la Fig. 6. De esta manera, el equilibrio de fuerzas corresponde con el denominado *par de aceleración* τ_a , siendo expresado como (ecuación de penduleo o *swing equation* ¹⁾):

$$\tau_a = \tau_m - \tau_e. \quad (3)$$

A partir de la *segunda ley de Newton de rotación* puede escribirse:

Figura 6. Diagrama de fuerzas del rotor de una máquina síncrona (tomada de ¹⁹⁾)



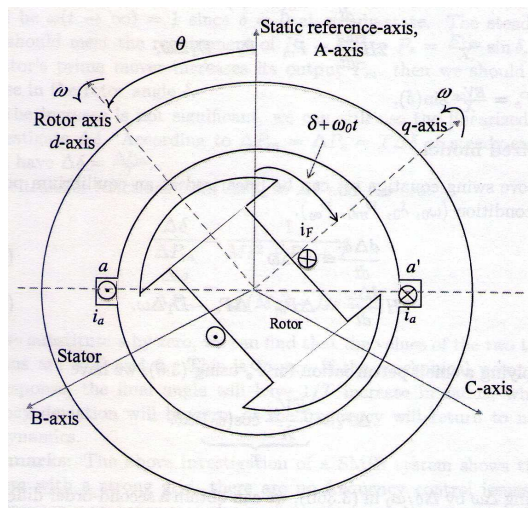
$$\tau_a = J\dot{\omega},$$

con ω representando la velocidad mecánica o angular del rotor y J el momento de inercia de las partes rotativas de la máquina. Por tanto, reemplazando en (3) se obtiene:

$$J\dot{\omega} = \tau_m - \tau_e. \quad (4)$$

La Fig. 7 ilustra gráficamente la relación entre la posición angular θ del rotor del generador, su velocidad ω y el desfase δ . De esta manera se observa como δ corresponde con el ángulo entre el vector espacial interno de voltaje (estático A-B-C) y el marco de referencia síncrona (rotante d-q). De esta manera, δ y θ se relacionan

Figura 7. Generador trifásico elemental de dos polos, vista terminal (tomado de ²⁰)



a través de la expresión ²¹:

$$\begin{aligned} \theta &= \omega t + \theta_0 \\ &= \omega_0 t + \delta + \frac{\pi}{2} \implies \\ \delta &= \theta - \frac{\pi}{2} - \omega_0 t, \end{aligned} \quad (5)$$

²¹ L. FAN. *Control and dynamics in power systems and microgrids*. CRC Press, 2017.

siendo θ_0 y ω_0 el ángulo y la velocidad de rotor para $t = 0$. Adicionalmente, ω_0 se conoce como *velocidad síncrona* de la máquina. Derivando (5) se puede obtener una expresión para la dinámica de δ dada por:

$$\begin{aligned}\dot{\delta} &= \omega - \omega_0 \\ &= \Delta\omega.\end{aligned}\tag{6}$$

Ahora bien, para obtener un modelo más realista para la dinámica de la velocidad es posible considerar un torque de amortiguamiento τ_D que representa las pérdidas mecánicas debidas a ω y que ante condiciones típicas de operación puede modelarse en términos de una constante k de magnitud conocida ²², a partir de lo cual:

$$\begin{aligned}J\dot{\omega} &= \tau_m - \tau_e - \tau_D \\ &= \tau_m - \tau_e - k\omega.\end{aligned}\tag{7}$$

En SEP se prefiere expresar cantidades en magnitudes de potencia más que en torques. Así entonces, la expresión anterior puede ser reescrita en términos de la potencia mecánica $P_m = \tau_m\omega$ y la potencia eléctrica $P_e = \tau_e \frac{2}{p}\omega_e$ generada por el campo electromagnético. En la expresión para P_e la cantidad p representa el número de polos de la máquina y ω_e la frecuencia eléctrica del circuito de estator. De la teoría de máquinas eléctricas ²¹, se sabe que en un generador síncrono de dos polos ($p = 2$) la velocidad mecánica ω iguala a la frecuencia eléctrica del circuito de

²² P. LEDESMA. *Notas del curso: Operación y Control de Sistemas Eléctricos*. Universidad Carlos III, Madrid. España. 2008.

estator y por tanto $P_e = \tau_e \omega$, permitiendo escribir (7) en el modo siguiente:

$$\begin{aligned} J\dot{\omega} &= \frac{P_m}{\omega} - \frac{P_e}{\omega} - \tau_D \implies \\ \omega J\dot{\omega} &= P_m - P_e - k\omega^2. \end{aligned} \quad (8)$$

La ecuación (8) es no lineal en dos de sus términos. Por tanto, considerando una operación para ω en estado estacionario de valor síncrono ω_0 y ligeras variaciones $\Delta\omega$ alrededor de ella; es decir. $\omega = \omega_0 + \Delta\omega$, el término $\omega\dot{\omega}$ puede aproximarse a lo siguiente ²¹:

$$\begin{aligned} \omega\dot{\omega} &= (\omega_0 + \Delta\omega) \left(\overset{0}{\cancel{\frac{d}{dt}\omega_0}} + \overset{0}{\frac{d}{dt}\Delta\omega} \right) \\ &= \omega_0 \overset{0}{\frac{d}{dt}\Delta\omega} + \cancel{\Delta\omega \overset{0}{\frac{d}{dt}\Delta\omega}}, \end{aligned} \quad (9)$$

considerando que ω_0 es constante y $\Delta\omega$ una variación pequeña, por tanto podemos considerar que $\frac{d}{dt}\omega_0 = 0$ y $\Delta\omega \frac{d}{dt}\Delta\omega = 0$. Asimismo, el término $k\omega^2$ se puede operar alrededor de ω_0 a partir de la serie de *Taylor* truncada al término de primer orden ²³, como sigue:

$$\begin{aligned} k\omega^2 &\approx k\omega_0^2 + \left. \frac{d}{d\omega} (k\omega^2) \right|_{\omega_0} \Delta\omega \\ &\approx k\omega_0^2 + 2k\omega_0\Delta\omega. \end{aligned} \quad (10)$$

²³ K. OGATA. *Ingeniería de control Moderna*. Pearson Education, 2010.

A partir de lo anterior, (8) asume el siguiente equivalente cuando la máquina opera en una vecindad de la velocidad de sincronismo ω_0 :

$$\begin{aligned}
 J\omega_0 \frac{d}{dt} \Delta\omega &= P_m - P_e - k\omega_0^2 - 2k\omega_0 \Delta\omega \\
 &= (P_m - k\omega_0^2) - P_e - 2k\omega_0 \Delta\omega \\
 &= P_{mD} - P_e - 2k\omega_0 \Delta\omega,
 \end{aligned} \tag{11}$$

siendo P_{mD} un término que expresa la superposición entre la potencia mecánica aplicada en la entrada de la máquina y las pérdidas mecánicas a la velocidad síncrona ω_0 ²¹.

2.1.1. Normalización de variables a sistema en por unidad El sistema por unidad (*p.u.*) consiste en expresar una cantidad dada respecto a un valor de base escogido, eliminando sus unidades ²⁴. El valor en *p.u.* de una magnitud Γ se calcula en el modo siguiente:

$$\bar{\Gamma} = \frac{\Gamma}{\Gamma_{base}}. \tag{12}$$

El principal efecto de un sistema en *p.u.* es la normalización de la magnitud de sus variables, las cuales se expresan en un modo relativo porcentual.

Dado un sistema físico, la *normalización* se realiza en cada variable física de interés.

Así entonces, en sistemas electromecánicos como una máquina síncrona es común encontrar normalizaciones respecto a la potencia de base del sistema S_{base} , con lo

²⁴ B. S. GURU y H. R. HIZIROGLU. *Máquinas eléctricas y transformadores*. Alfaomega, 2006.

cual la forma normalizada para (11) corresponde con:

$$\begin{aligned}\frac{J\omega_0 \frac{d}{dt} \Delta\omega}{S_{base}} &= \frac{P_{mD} - P_e - 2k\omega_0 \Delta\omega}{S_{base}} \\ \frac{J\omega_0}{S_{base}} \frac{d}{dt} \Delta\omega &= \frac{P_{mD}}{S_{base}} - \frac{P_e}{S_{base}} - \frac{2k\omega_0 \Delta\omega}{S_{base}} \\ \frac{J\omega_0}{S_{base}} \frac{d}{dt} \Delta\omega &= \bar{P}_{mD} - \bar{P}_e - \frac{2k\omega_0}{S_{base}} \Delta\omega.\end{aligned}$$

Ahora bien, considerando adicionalmente normalización de las velocidades respecto a ω_0 se tiene:

$$\begin{aligned}\frac{J\omega_0}{S_{base}} \frac{\omega_0}{\omega_0} \frac{d}{dt} \Delta\omega &= \bar{P}_{mD} - \bar{P}_e - \frac{2k\omega_0}{S_{base}} \frac{\omega_0}{\omega_0} \Delta\omega \\ \frac{J\omega_0^2}{S_{base}} \frac{d}{dt} \frac{\Delta\omega}{\omega_0} &= \bar{P}_{mD} - \bar{P}_e + \frac{2k\omega_0^2}{S_{base}} \frac{\Delta\omega}{\omega_0} \\ \frac{J\omega_0^2}{S_{base}} \frac{d}{dt} \Delta\bar{\omega} &= \bar{P}_{mD} - \bar{P}_e - \frac{2k\omega_0^2}{S_{base}} \Delta\bar{\omega},\end{aligned}\tag{13}$$

y para (6)

$$\begin{aligned}\dot{\delta} &= \frac{\omega_0}{\omega_0} (\omega - \omega_0) \\ &= \omega_0 \frac{\Delta\omega}{\omega_0} \\ &= \omega_0 \Delta\bar{\omega}.\end{aligned}\tag{14}$$

En la práctica J es un parámetro difícil de calcular o simplemente no es suministrado por el fabricante. Por tanto, se acude a una cantidad relacionada denominada *constante de inercia* H , definida como la energía cinética almacenada en el rotor cuando este gira a la velocidad síncrona, dividida por la potencia de base del sistema S_{base} ; es decir ¹:

$$H = \frac{1}{2} \frac{J\omega_0^2}{S_{base}}.\tag{15}$$

Empleando este último resultado, la expresión (13) puede escribirse como:

$$\begin{aligned} 2H\Delta\dot{\omega} &= \bar{P}_{m_D} - \bar{P}_e - K_D\Delta\bar{\omega} \implies \\ \Delta\dot{\omega} &= \frac{1}{2H} (\bar{P}_{m_D} - \bar{P}_e - K_D\Delta\bar{\omega}), \end{aligned} \quad (16)$$

donde adicionalmente se define la constante $K_D = \frac{2k\omega_0^2}{S_{base}}$.

De esta manera, el modelo normalizado para la dinámica de la velocidad y el ángulo de desfase en el generador síncrono, viene dado por el conjunto de ecuaciones (16)-(14); es decir:

$$\begin{aligned} \dot{\delta} &= \omega_0\Delta\bar{\omega} \\ \Delta\dot{\omega} &= \frac{1}{2H} (\bar{P}_{m_D} - \bar{P}_e - K_D\Delta\bar{\omega}). \end{aligned} \quad (17)$$

2.1.2. Generador conectado a una barra infinita Para estudios de estabilidad y de colapso de tensión se constituye una configuración denominada sistema generador - barra infinita (SMIB, *single machine infinite bus*¹), en la cual el generador síncrono se conecta a la red de distribución (simbolizada por una barra infinita) mediante una línea de transmisión de impedancia reactiva pura jX .

El SMIB representa un sistema con alta inercia y por tanto los cambios de carga producen efectos despreciables respecto a los valores de frecuencia nominal. La barra infinita se simboliza mediante una fuente de tensión en ángulo cero ($V\angle 0$) y el generador síncrono mediante una fuente de tensión con ángulo de desfase δ ($E\angle\delta$).

Así entonces, considere en el esquema de la Fig. 8 el flujo de potencia que va desde el generador (barra *slack*) hacia la carga (representando la barra infinita), mediante una línea de transmisión de impedancia conocida jX . Para este caso la corriente

Figura 8. Esquema circuital para calcular P_e



que circula a través de la línea de transmisión puede calcularse como sigue:

$$\begin{aligned}
 I &= \frac{E\angle\delta - V\angle 0}{jX} \\
 &= \frac{E(\cos\delta + j\sin\delta) - V}{jX} \\
 &= \frac{E\cos\delta - V + jE\sin\delta}{jX}.
 \end{aligned}$$

Al separar las componentes real e imaginaria en la expresión anterior, tenemos:

$$\begin{aligned}
 I &= \frac{E\cos\delta - V}{jX} + \frac{jE\sin\delta}{jX} \\
 &= \frac{E\sin\delta}{X} + \frac{j}{j} \left(\frac{E\cos\delta - V}{jX} \right) \\
 &= \frac{E\sin\delta}{X} - j \left(\frac{E\cos\delta - V}{X} \right).
 \end{aligned}$$

Ahora bien, la potencia neta aplicada en la carga se define mediante:

$$S = VI^* = P + jQ, \quad (18)$$

siendo V la tensión en los terminales de la carga (barra infinita), I^* el conjugado de la corriente que fluye a través de sus bornes, P la potencia activa en la carga y Q su

potencia reactiva. Por tanto, para el caso particular analizado se tiene:

$$\begin{aligned} S &= VI^* \\ &= \frac{VE \sin \delta}{X} + jV \left(\frac{E \cos \delta - V}{X} \right) \\ &= P + jQ. \end{aligned}$$

De esta manera, asumiendo que no existen pérdidas de energía en la línea de transmisión, se tiene que la potencia eléctrica generada corresponde con la potencia activa de la carga ²⁴ y así:

$$\begin{aligned} P_e &= P \\ &= \frac{VE \sin \delta}{X}. \end{aligned} \tag{19}$$

Este resultado puede reemplazarse en (17), entendiendo que $\bar{P}_e = \frac{P_e}{S_{base}}$.

2.1.3. Validación numérica del modelo del sistema Para validar el modelo dinámico de la máquina síncrona dado por el conjunto de ecuaciones (17) y (19), se realizaron simulaciones en el entorno *Simulink* de *MATLAB* (R2015a) utilizando librerías de la caja de herramientas *SimPowerSystems*. En particular, se hizo uso del bloque denominado *Simplified Synchronous Machine*, configurado tomando como base los parámetros sugeridos en el ejemplo tutorial `power_simplealt` ²⁵ y que se muestran en detalle en la Tabla 1.

De este ejemplo se destaca que la salida de generación de la máquina síncrona se conecta a un bloque del tipo *Three-Phase Programmable Voltage Source*, con-

²⁵ THE MATHWORKS INC. *SimPowerSystems for use with Simulink: User's guide. V3*. Hydro-Québec TransÉnergie Technologies. pp 5.225-228. 2003.

Tabla 1. Valores configurados para la máquina síncrona en *SymPowerSystems*

Parámetro	Valor
H	3 s
ω_0	$2\pi \times 60 = 377 \text{ rad/s}$
K_D	64.3 k Ω
p	2 polos
V	$V \angle 0$
P_m	1000 MW
E	315 kV
\bar{E}	1.0149 p.u.

figurado con tensión de secuencia positiva correspondiente con E en la Tabla 1, frecuencia de 60 Hz, desfase de 0° y flujo de carga de tipo penduleo (swing), con el objetivo de simular una barra infinita. La anterior aclaración se realiza dada la poca información encontrada en la literatura para simular dicha configuración. La Fig. 9 ilustra en detalle la implementación en *Simulink* para el *SMIB*.

Asimismo, la Fig. 10 presenta el contraste entre la respuesta dinámica obtenida para las variables del modelo de la máquina síncrona empleando simulaciones en *Simulink* (línea punteada) con respecto a la aproximación analítica obtenida a partir del conjunto de ecuaciones (17)-(19) (en línea continua), simulada a través de *ODE45*. De estos resultados es clara la manera en la cual el modelo analítico captura la información relevante de la dinámica del sistema con muy buen grado de aproximación (teniendo en cuenta la complejidad y no linealidad del sistema original), justificando la validez del mismo para los estudios posteriores.

Figura 9. Diagrama de bloques *Simulink* para simulación de SMIB

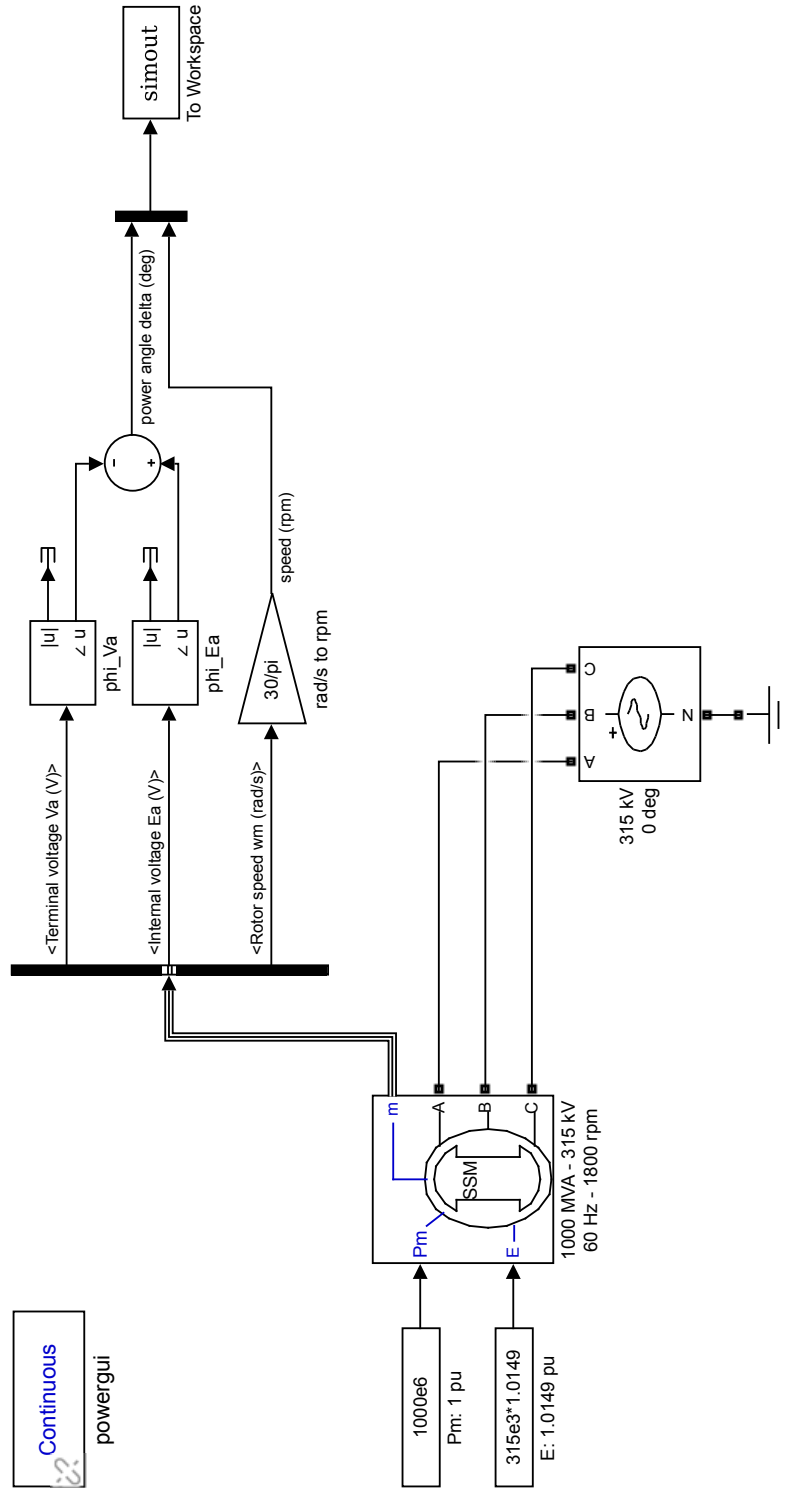
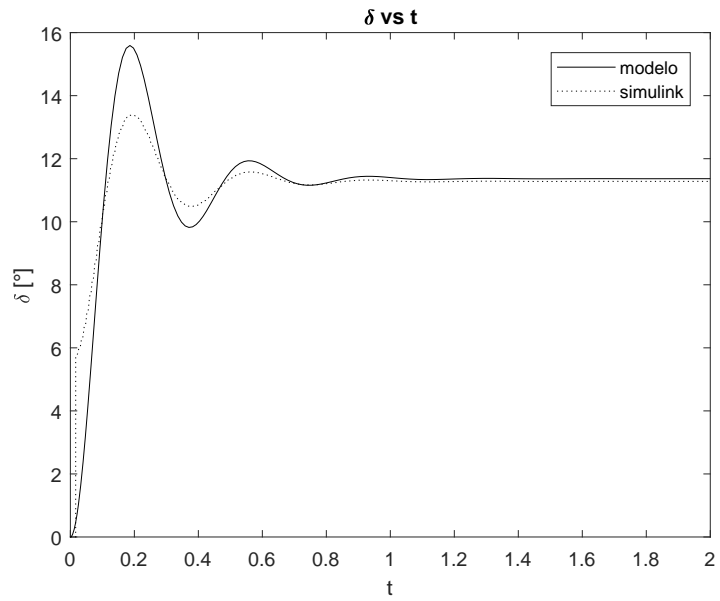
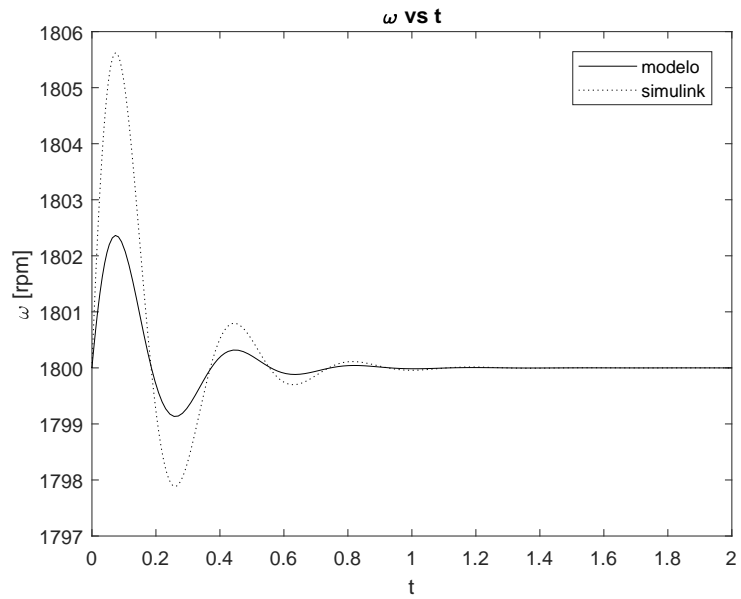


Figura 10. Comparación respuesta dinámica para variables de modelo de máquina síncrona calculadas por *Simulink* y el conjunto de ecuaciones (17)-(19): (a) δ [°] y (b) ω [rpm]



(a)



(b)

3. BIFURCACIÓN SILLA-NODO EN SEP

El comportamiento dinámico de un SEP define características importantes de su operación, principalmente ante fenómenos inesperados como contingencias. El estado estacionario para esta clase de sistemas es una condición de operación ideal que supone ante todo su *estabilidad*. La estabilidad en un SEP puede definirse de diferentes formas ¹. Sin embargo, en todos los casos se asume que bajo un régimen de estabilidad un SEP manifestará comportamientos apropiados y esperados ante cambios de su entorno. El *colapso de tensión* es una situación indeseada que afecta la estabilidad y por ende la dinámica del SEP. Dicho fenómeno puede ser estudiado y explicado a partir de la *teoría de bifurcaciones*. El presente *Capítulo* realiza un enfoque orientado a dicho fin.

3.1. BIFURCACIONES DINÁMICAS

Una *bifurcación dinámica* puede definirse de manera simple como un cambio cuantitativo que afecta cualitativamente la dinámica del sistema ²⁶. En términos más generales, considere un sistema descrito en su dinámica por la ecuación de estado:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mu), \quad (20)$$

siendo \mathbf{x} el vector de estado del sistema, \mathbf{u} el vector de entradas y μ un parámetro variante. La bifurcación dinámica del sistema (20) se da cuando sus *estados de equilibrio* modifican su *topología*.

²⁶ S. STROGATZ. *Nonlinear dynamics and chaos: with applications to physics, biology, chemistry and engineering*. CRC Press, 2000.

3.1.1. Definición y clasificación para equilibrios dinámicos En la ecuación (20) se definen los *equilibrios dinámicos* como todos aquellos valores \bar{x} de x y \bar{u} de u , que satisfacen ²⁷:

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mu)|_{\bar{x}, \bar{u}} = \dot{\bar{x}} = 0.$$

Así entonces, ante una forzante de entrada de valor conocido constante \bar{u} , la dinámica del estado terminará en un valor constante \bar{x} , posterior al desvanecimiento de todos sus transitorios y ante condiciones de estabilidad en la operación del sistema.

Los equilibrios dinámicos pueden ser clasificados como *estables* o *inestables*, dependiendo de su capacidad de atractividad sobre las trayectorias en el espacio de estado del sistema.

Suponga por ejemplo que un sistema se encuentra operando en su condición de equilibrio. Si se realiza una perturbación y el sistema retorna a la condición de equilibrio cuando la perturbación desaparece, entonces el estado de equilibrio se considera estable. Si por el contrario, el sistema no puede retornar a la condición de equilibrio, se hablará de un punto de equilibrio inestable.

Matemáticamente, la estabilidad de un equilibrio puede verificarse a partir del comportamiento de los valores propios de la matriz del sistema (20) en su versión linealizada alrededor de sus valores de equilibrio (\bar{x}, \bar{u}) , dada por:

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mu) \approx \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u},$$

²⁷ JEAN E. y WEIPING LI. *Applied nonlinear control*. Prentice Hall Inc., 1991.

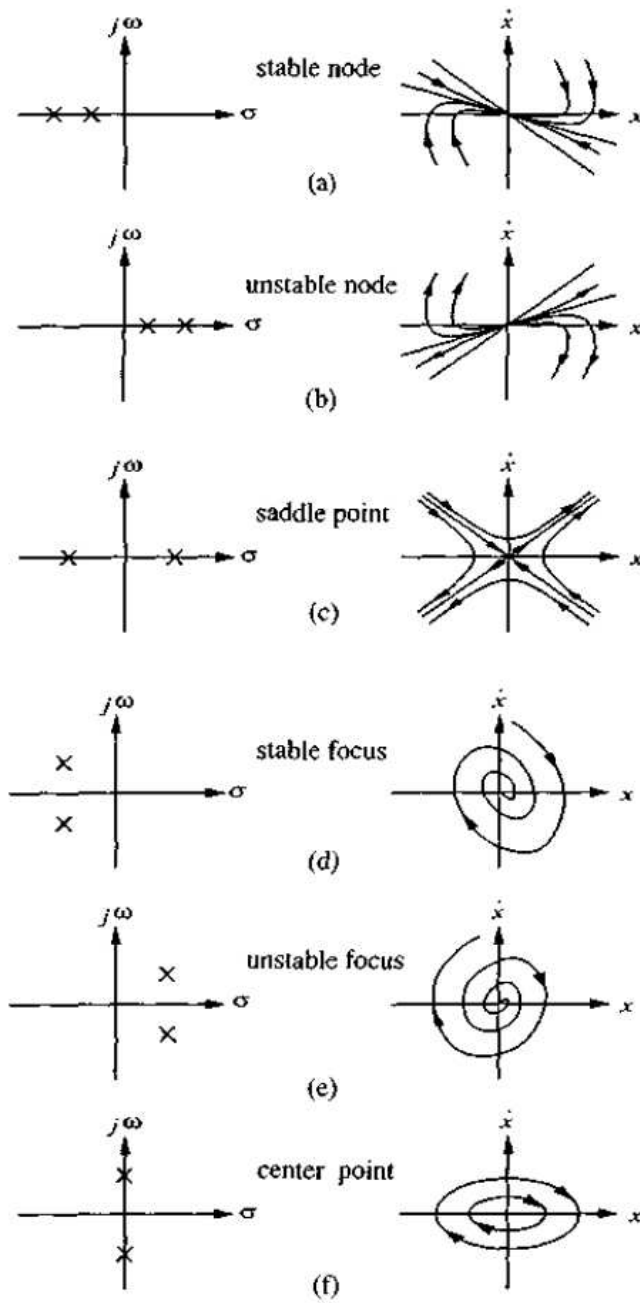
siendo A y B aproximaciones derivadas de la expansión en serie de *Taylor* truncada al término de primer orden para el sistema ²⁶. Por tanto, los valores propios de la matriz A (denominada *Jacobiano* del sistema) determinarán la evolución de las variables de estado (elementos del vector x) en una vecindad del equilibrio (\bar{x}, \bar{u}) . Por ejemplo, si los valores propios son reales y negativos, el equilibrio será un nodo estable. Asimismo, si los valores propios de A contienen raíces imaginarias puras, entonces la estabilidad del equilibrio será condicional (o marginal) y así se establecerán órbitas periódicas en el espacio de estado denominadas *ciclos límite* ²⁷.

La Fig. 11 ilustra la clasificación general de equilibrios desde un punto de vista *topológico* para un sistema de orden dos en el espacio de estados (i.e. para dos variables de estado). Por *topológico* entiéndase la forma que toman las trayectorias en el plano (x_1, x_2) , las cuales definen regiones (o topologías) particulares para el comportamiento del vector de estado del sistema en el tiempo ²⁶.

De estos patrones se destacan las clasificaciones siguientes:

- *Nodos*: valores propios reales, será estable o inestable dependiendo del lado del plano donde se encuentren. La trayectoria en el plano es convergente (o divergente) a un punto;
- *Focos*: valores propios complejos conjugados, será estable o inestable dependiendo del lado del plano donde se encuentren. La trayectoria en el plano es una espiral convergente (o divergente) a un punto;
- *Centro*: valores propios imaginarios conjugados, será estable marginalmente. La trayectoria en el plano es un ciclo límite;
- *Punto de Silla* (o *saddle* en inglés): valores propios reales, con estabilidad compartida; es decir: uno a la derecha y otro a la izquierda del plano s . La

Figura 11. Topología de equilibrios para dinámica en dos dimensiones (tomado de 28)



trayectoria en el plano depende de la condición inicial. Se crean corrientes de flujo (similares a las de un río) denominadas variedad (o *manifold* en inglés). Dependiendo de la corriente a través de la cual evolucione la trayectoria, esta puede ser convergente o divergente.

3.1.2. Bifurcación silla-nodo Como ya manifestado al inicio de la presente *Sección*, la bifurcación dinámica se presenta cuando en el sistema ocurre un cambio en la topología de sus equilibrios. En particular, considere el sistema (20) ante variaciones del parámetro μ . Si existe un valor para μ ante el cual los valores de equilibrio \bar{x} modifican su condición topológica (es decir, cambios entre: nodo, foco, centro o punto de silla), entonces se asume la ocurrencia de una bifurcación.

En el caso especial en que este cambio topológico se da para un equilibrio que pasa de ser un nodo a un punto de silla, se habla de una bifurcación silla-nodo (o *saddle-node* en inglés). Los sistemas dinámicos que presentan esta condición, asumen la estructura *canónica* presentada previamente en la ecuación (2) del *Capítulo* introductorio.

3.2. COLAPSO DE TENSIÓN COMO BIFURCACIÓN SILLA-NODO

En el *Capítulo de Introducción* se realizó una breve introducción al problema de *colapso de tensión* para un generador conectado a una carga mediante una línea de transmisión con impedancia conocida. Para dicho caso, se concluyó que el generador posee una máxima transferencia de energía hacia la carga cuando el ángulo de desfase es $\delta = 90^\circ$. Posterior a este valor, un incremento de carga significará la imposibilidad para mantener la tensión en sus terminales debido al límite físico de potencia en el generador. En el caso de un SEP esta situación se puede analizar a través de la curva *P-V* que relaciona la potencia en la carga con respecto a su

tensión en terminales ¹.

Tomando en cuenta la topología de un SMIB, el voltaje en terminales es constante y la carga infinita. Por tanto, para estudiar el *colapso de tensión* en este caso se requiere modificar la topología agregando una carga y por consiguiente una dinámica para la tensión en terminales, o encontrar una forma alternativa de estudio. En el primer escenario, la dinámica de la tensión V en terminales de la carga deberá presentar una relación explícita con la potencia generada y por tanto, el modelo dinámico dado por las ecuaciones (17) agregará a V como una tercera variable de estado. Más aún, la relación entre P y V deberá seguir un patrón que respete la estructura canónica dada por la ecuación (2) del *Capítulo* introductorio, para la bifurcación silla-nodo a través de la cual se verifique el colapso de tensión. Dicha relación entre potencia y tensión depende ampliamente del tipo de carga analizado. Se sugiere al lector interesado en este método de solución consultar el trabajo de Cañizares en ²⁹, para un tratamiento analítico del problema. Otra opción de análisis interesante es presentada por Kundur en el *Capítulo* 14 (más específicamente en su sección 14.2) de su libro clásico ¹, empleando análisis numérico para flujos de carga en SEP para determinar curvas de relación entre potencias y tensiones que permiten predecir colapsos de tensión.

De esta manera, aprovechando la simplicidad del modelo SMIB presentado, se realizará un análisis alternativo para el colapso de tensión a partir del modelo dinámico suministrado por las ecuaciones (17), estudiando los cambios topológicos de sus valores de equilibrio ante la variación de la potencia mecánica \bar{P}_{mD} considerada como parámetro. Es conveniente aclarar que la variación de dicha potencia de entrada

²⁹ C. A. CANIZARES. "On bifurcations, voltage collapse and load modeling". En: *IEEE Transactions on Power Systems* 10 (1995), págs. 512 -522.

manteniendo inalterados los demás parámetros del sistema produce un efecto equivalente a las variaciones de carga (tomando en cuenta que en estado estacionario las potencias mecánica y eléctrica deben coincidir). Así entonces, una reducción de carga representa un incremento de potencia ante voltaje constante ¹.

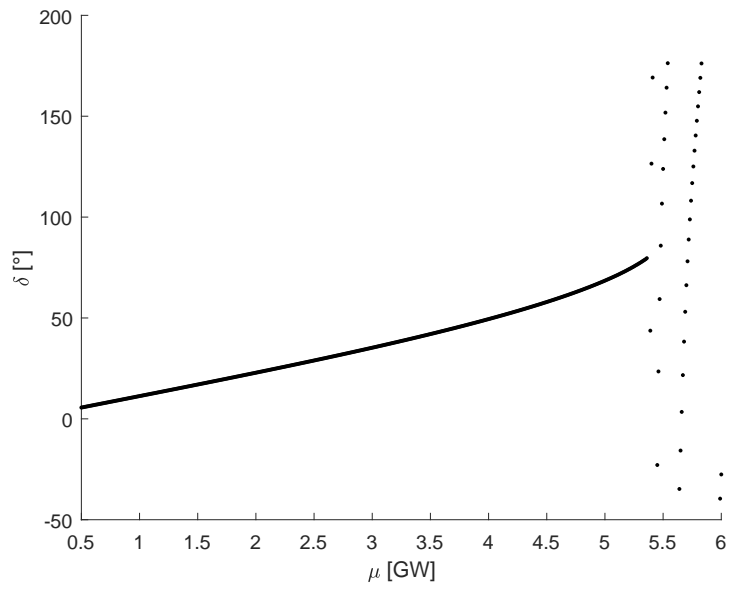
3.2.1. Análisis de simulación El modelo en *simulink* para el SMIB simulado en la *Sección 2.1.3*, se presenta nuevamente en el presente apartado considerando un *diagrama estroboscópico* para la relación entre los valores de estado estacionario para δ y ω , respecto al rango de variación del parámetro \bar{P}_{mD} alrededor de su valor nominal de 1 *p.u.*

Como consecuencia de ello, la Fig. 12(a) presenta los valores de estado estacionario para δ como función del parámetro $\mu \equiv \bar{P}_{mD}$, a partir de lo cual se observa cómo el valor del ángulo se incrementa de manera uniforme hasta alcanzar un comportamiento errático en la vecindad de $\delta = 90^\circ$ cuando $\mu \approx 5.370 [GW] \equiv 5.37 p.u.$ El mismo fenómeno se observa en la Fig. 12(b), donde la frecuencia permanece estática en su valor nominal de 1800 *rpm* hasta caer en un régimen variante a partir del valor de parámetro donde ocurre la bifurcación.

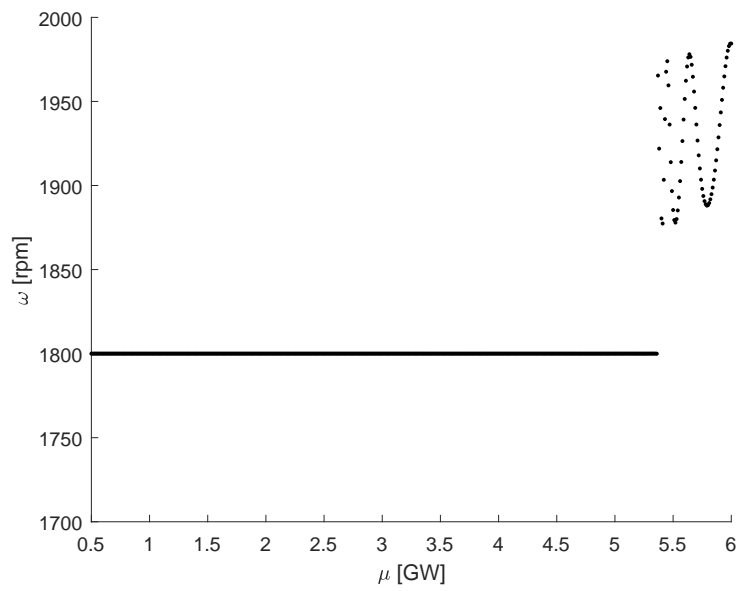
En complemento a lo anterior, la Fig. 13 muestra las series del tiempo para valores de parámetro antes, durante y después de la bifurcación. Como se observa, la bifurcación es un cambio cuantitativo (paramétrico) que afecta cualitativamente (topológicamente) el desempeño dinámico del sistema.

De manera similar, se realizaron simulaciones equivalentes empleando el modelo dinámico para el SMIB dado por las ecuaciones (17). Los resultados para dichas simulaciones se presentan en la Fig. 14 para los diagramas estroboscópicos correspondientes. Se observa un comportamiento muy similar al previamente presentado

Figura 12. Diagrama estroboscópico para valores de estado estable como función del parámetro μ (*SimPowerSystems*) para: (a) δ y (b) ω

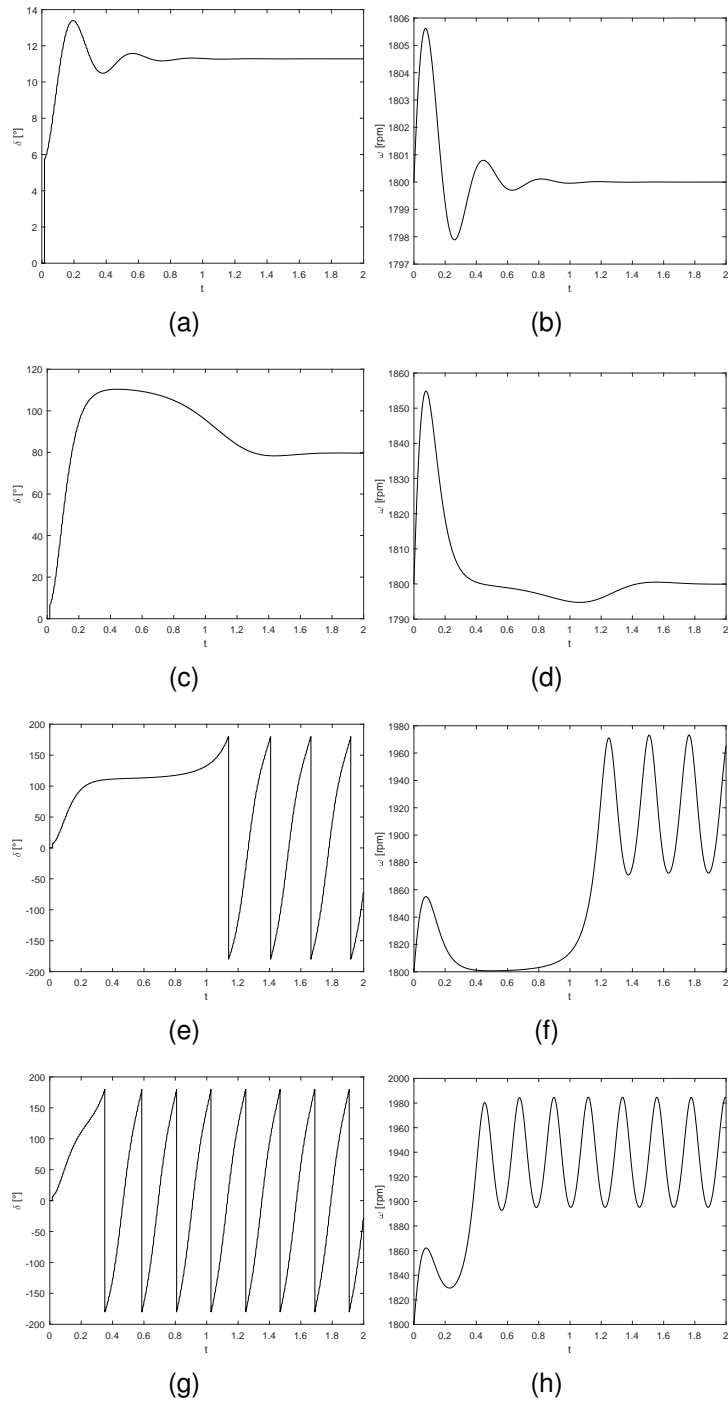


(a)



(b)

Figura 13. Comportamiento para series del tiempo ante distintos valores del parámetro (*SimPowerSystems*): (a)-(b) condición nominal $\mu = 1 p.u.$; (c)-(d) condición previa bifurcación $\mu = 5.36 p.u.$; (e)-(f) valor de bifurcación $\mu = 5.37 p.u.$; (g)-(h) condición posterior a bifurcación $\mu = 6 p.u.$



para el sistema simulado en *SimPowerSystems* de la Fig. 12, con leves cambios de escala. En particular se verifica el efecto de bifurcación en $\mu \approx 4.9 [GW] \equiv 4.9 p.u.$

Con respecto a las series del tiempo, la contraparte para la Fig. 13 se presenta en la Fig. 15 con un escenario dinámico que replica en alta medida, para el modelo dado por las ecuaciones (17), las características obtenidas por el sistema simulado en *SimPowerSystems*.

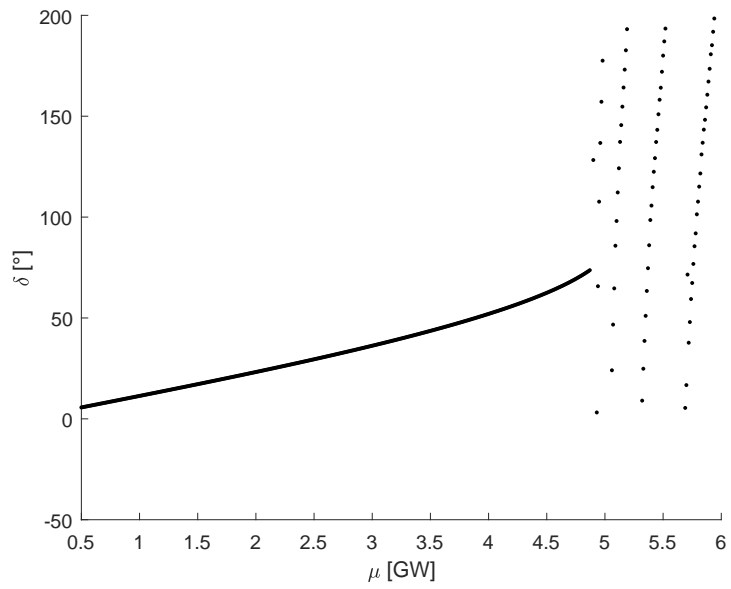
3.3. DETERMINACIÓN ANALÍTICA DEL PARÁMETRO DE BIFURCACIÓN

En las Secciones anteriores se verificó mediante pruebas de simulación que para un valor cercano a $5 p.u.$ en el parámetro $\mu = \bar{P}_{mD}$, las características operativas del sistema en estado estacionario cambian de manera drástica a través de un fenómeno de bifurcación dinámica. Es bien sabido de la teoría de SEP que lo anterior (*colapso de tensión*) puede ser explicado analíticamente a través de una bifurcación del tipo silla-nodo ²⁹.

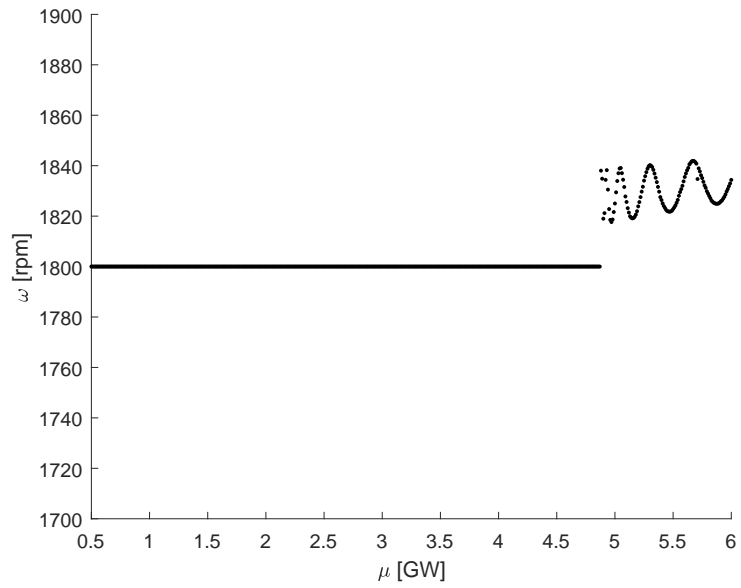
3.3.1. Equilibrios del SMIB Inicialmente se determinarán los puntos de equilibrio del SMIB. Para ello se propone la siguiente forma alternativa para (17)-(19):

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= \omega_0 x_2; \\ \dot{x}_2 &= \frac{1}{2H} \left(\mu - \frac{VE \sin x_1}{X} - K_D x_2 \right), \end{aligned} \quad (21)$$

Figura 14. Diagrama estroboscópico para valores de estado estable como función del parámetro μ (*modelo*) para: (a) δ y (b) ω

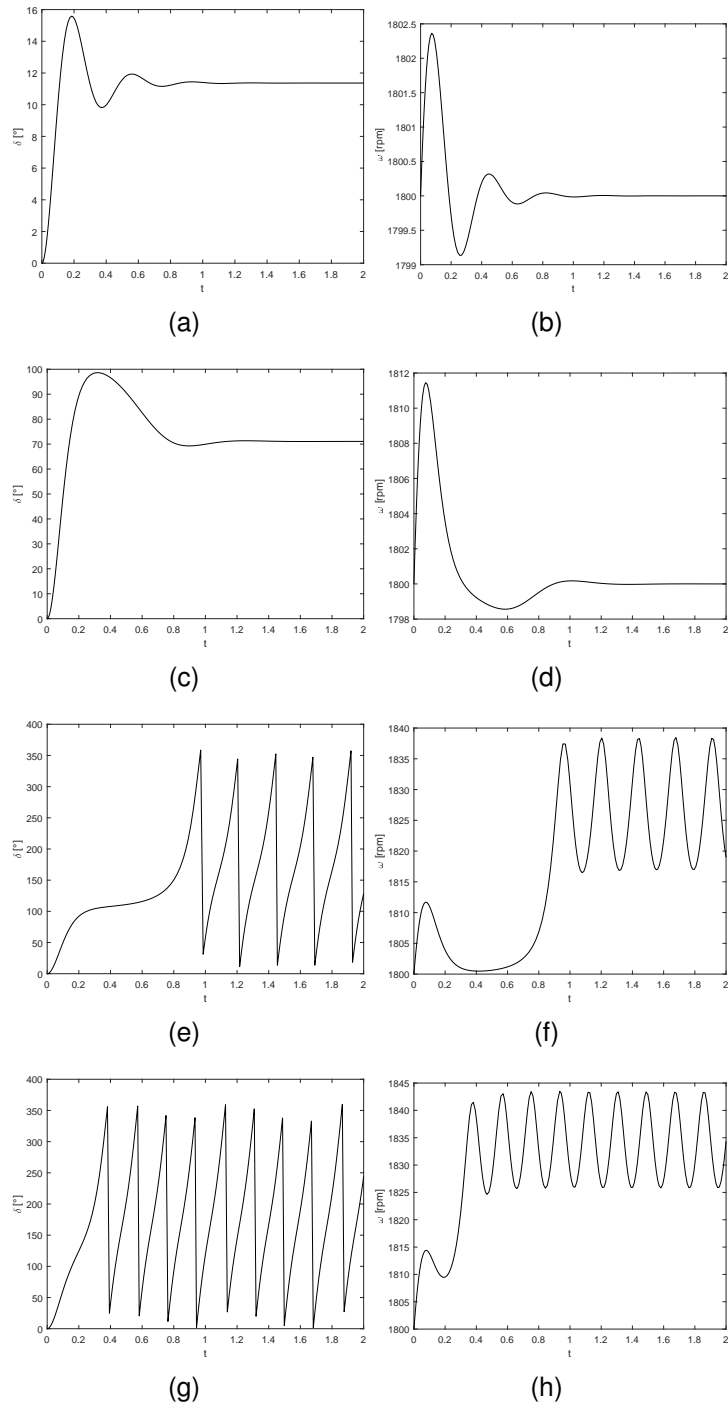


(a)



(b)

Figura 15. Comportamiento para series del tiempo ante distintos valores del parámetro (*modelo*): (a)-(b) condición nominal $\mu = 1 p.u.$; (c)-(d) condición previa bifurcación $\mu = 4.8 p.u.$; (e)-(f) valor de bifurcación $\mu = 4.9 p.u.$; (g)-(h) condición posterior a bifurcación $\mu = 6 p.u.$



siendo $x_1 = \delta$, $x_2 = \Delta\bar{\omega}$ y $\mu = \bar{P}_{mD}$. En forma matricial, se constituye una expresión del tipo (20) admitiendo un vector de entradas \mathbf{u} constante; es decir:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mu); \\ \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} f_1(x_2) \\ f_2(x_1, x_2, \mu) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \omega_0 x_2 \\ \frac{1}{2H} \left(\mu - \frac{VE \sin x_1}{X} - K_D x_2 \right) \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (22)$$

De esta manera los valores de equilibrio del sistema se obtienen resolviendo la ecuación en estado estacionario:

$$\begin{aligned} \mathbf{0} &= \mathbf{f}(\bar{\mathbf{x}}, \mu); \\ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \omega_0 \bar{x}_2 \\ \frac{1}{2H} \left(\mu - \frac{VE \sin \bar{x}_1}{X} - K_D \bar{x}_2 \right) \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

a partir de lo cual:

$$\begin{aligned} 0 &= \omega_0 \bar{x}_2 \implies \\ \bar{x}_2 &= 0, \end{aligned}$$

y de manera equivalente:

$$\begin{aligned}
 0 &= \frac{1}{2H} \left(\mu - \frac{VE \sin \bar{x}_1}{X} - \bar{x}_2 K_D \rightarrow 0 \right) \\
 &= \mu - \frac{VE \sin \bar{x}_1}{X} \implies \\
 \mu &= \frac{VE \sin \bar{x}_1}{X} \implies \\
 \sin \bar{x}_1 &= \frac{X\mu}{VE} \implies \\
 \bar{x}_1 &= \arcsin \frac{X\mu}{VE}. \tag{23}
 \end{aligned}$$

3.3.2. Clasificación para equilibrios del SMIB La linealización para el sistema (22) alrededor del punto (\bar{x}_1, \bar{x}_2) , se obtiene en el modo siguiente:

$$\begin{aligned}
 \dot{\mathbf{x}} &\approx \mathbf{A} (\mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}}) \\
 &\approx \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 - \bar{x}_1 \\ x_2 - \bar{x}_2 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 0 & \omega_0 \\ \frac{VE \cos \bar{x}_1}{2HX} & \frac{-K_D}{2H} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 - \bar{x}_1 \\ x_2 - \bar{x}_2 \end{bmatrix}.
 \end{aligned}$$

A partir de ello, la clasificación de los equilibrios puede realizarse analizando las raíces del polinomio característico del sistema, correspondiente con el determinante de la matriz:

$$\begin{aligned}
 s\mathbf{I} - \mathbf{A} &= \begin{bmatrix} s & 0 \\ 0 & s \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & \omega_0 \\ \frac{VE \cos \bar{x}_1}{2HX} & \frac{-K_D}{2H} \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} s & 0 \\ 0 & s \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & \omega_0 \\ -M & -N \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} s & -\omega_0 \\ M & s + N \end{bmatrix},
 \end{aligned}$$

(tras asumir $M = -\frac{VE \cos \bar{x}_1}{2HX}$ y $N = \frac{K_D}{2H}$) es decir, las raíces de:

$$\begin{aligned} T(s) &= \left| \begin{bmatrix} s & -\omega_0 \\ M & s + N \end{bmatrix} \right| \\ &= s(s + N) + \omega_0 M \\ &= s^2 + Ns + M\omega_0. \end{aligned}$$

Ahora bien, calculando las raíces para dicha ecuación cuadrática se tiene:

$$\begin{aligned} s_{1,2} &= \frac{-N \pm \sqrt{N^2 - 4M\omega_0}}{2} \\ &= \frac{-N}{2} \pm \sqrt{\frac{N^2}{4} - M\omega_0} \\ &= \frac{-K_D}{4H} \pm \sqrt{\frac{K_D^2}{16H^2} + \frac{VE\omega_0 \cos \bar{x}_1}{2HX}}. \end{aligned}$$

Por tanto, una *topología tipo nodo* en los valores de equilibrio implica valores para s_1 y s_2 , reales y de igual signo (si son negativos el nodo será estable e inestable en caso contrario). Asimismo, una *topología tipo silla* en los valores de equilibrio implica valores para s_1 y s_2 reales y de signos distintos. Así entonces, el paso de un nodo hacia una silla ocurre cuando una de las raíces cambia de signo, es decir cuando $s_{1,2}$ cruza por cero. Lo anterior implica:

$$\begin{aligned} \frac{K_D}{4H} &= \sqrt{\frac{K_D^2}{16H^2} + \frac{VE\omega_0 \cos \bar{x}_1}{2HX}} \implies \\ \frac{K_D^2}{16H^2} &= \frac{K_D^2}{16H^2} + \frac{VE\omega_0 \cos \bar{x}_1}{2HX} \implies \\ \frac{VE\omega_0 \cos \bar{x}_1}{2HX} &= 0 \implies \\ \cos \bar{x}_1 &= 0 \implies \\ \bar{x}_1 &= n\frac{\pi}{2} \quad \forall n = 1, 3, 5, \dots \end{aligned}$$

De esta manera, tomando en cuenta (23) y los valores de la Tabla 1:

$$\begin{aligned}n\frac{\pi}{2} &= \arcsin \frac{X\mu}{VE} \implies \\ \frac{X\mu}{VE} &= 1 \implies \\ \mu &= \frac{VE}{X} \\ &= \frac{1 \times 1.0149}{0.2} \\ &= 5.074,\end{aligned}$$

determina el valor del parámetro μ que predice analíticamente la ocurrencia de una bifurcación silla-nodo en el sistema.

Este resultado es sorprendentemente cercano al valor de parámetro para el cual se experimentaron cambios significativos en la dinámica del sistema en estado estacionario, tanto para el caso del modelo simulado en *SimPowerSystems* como para la predicción teórica dada por las ecuaciones (17).

4. BIFURCACIÓN SILLA-NODO EN MICRORREDES

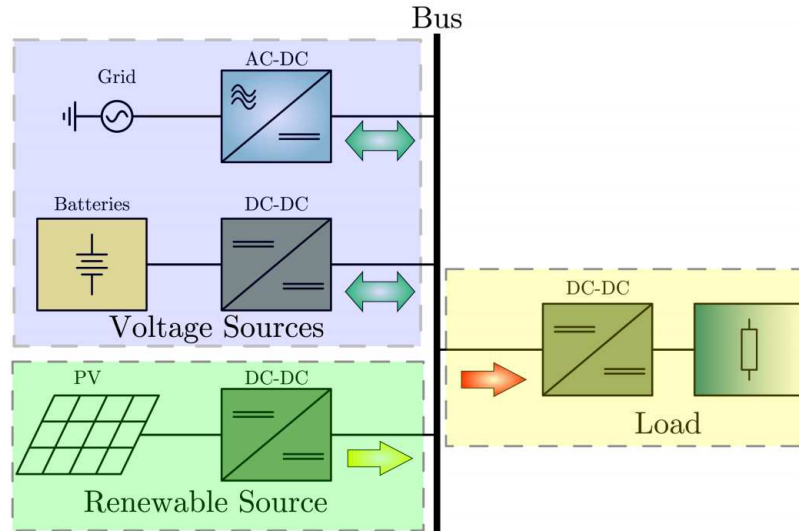
Análisis de estabilidad para SEP de *gran porte* han sido suficientemente estudiados en la literatura ¹. Sin embargo, es apenas reciente el estudio de fenómenos dinámicos asociados a sistemas de *generación distribuida* y *microrredes* en los cuales la volatilidad de las fuentes renovables y la poca inercia presente propician comportamientos caracterizados por regímenes de inestabilidad, representando un reto tecnológico interesante tomando en cuenta que esta clase de sistemas constituyen la tendencia actual y futura de los sistemas eléctricos ²¹.

Con base en lo anterior, el presente *Capítulo* realizará una introducción al *colapso de tensión mediante bifurcaciones silla-nodo en microrredes eléctricas*, como una manera de extender a este caso los fenómenos explorados de manera general en apartados anteriores del texto. Para ello, se hará una exposición de los principales resultados reportados por *Lenz, Pagano y Tahim* ¹⁷, basados a su vez en la tesis doctoral ³.

4.1. LA MICRORRED

Una *microrred* eléctrica, se define como un sistema de distribución de baja tensión con recursos distribuidos de energía, junto con dispositivos de almacenamiento (volantes de inercia, capacitores y baterías) y cargas flexibles, operados con conexión a la red o de manera autónoma si no dependen de la red principal ²¹. La Fig. 16 presenta la *microrred* empleada como caso de estudio, la cual se constituye de una barra en DC alimentada por tres generadores: 1) la *red de distribución* (de tipo bidireccional; es decir, alimenta y es alimentada por el sistema); 2) un *arreglo de baterías* (también de tipo bidireccional) y 3) un *sistema fotovoltaico* (unidireccional;

Figura 16. Microrred empleada como caso de estudio (tomada de ³⁰)

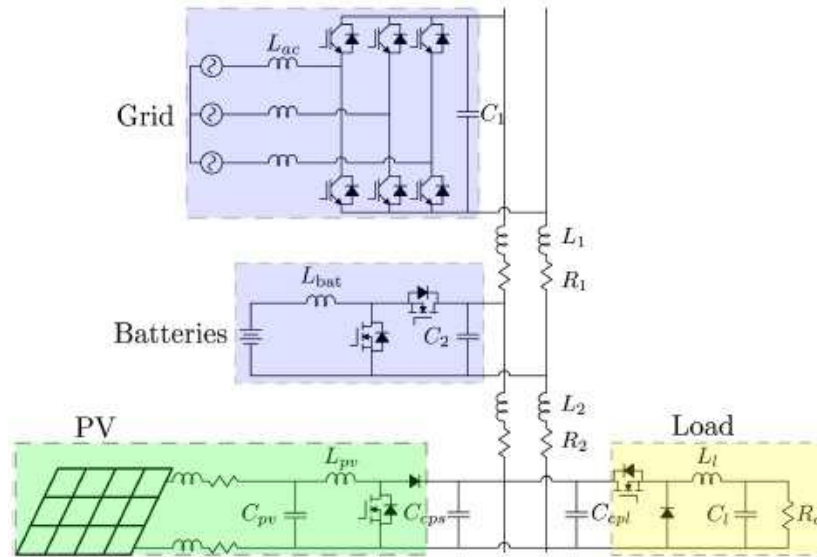


es decir, que sólo alimenta al sistema).

4.1.1. Modelado de la microrred Desde un punto de vista funcional, los bloques del sistema ilustrado en la Fig. 16 pueden ser aproximados circuitalmente a través de las representaciones incluidas con mayor nivel de detalle en la Fig. 17. A partir de ello, se observan las siguientes particularidades:

- Las conexiones entre el terminal positivo de la salida (rectificada) del bloque correspondiente a la *red de distribución* y el terminal positivo de la salida del bloque correspondiente al *banco de baterías*, se asumen como una *línea de transmisión RL*;
- Lo anterior se asume también para la conexión entre el terminal positivo de la salida del bloque correspondiente al *banco de baterías* y el terminal positivo de la salida del bloque correspondiente al *sistema fotovoltaico*, que a su vez corresponde con el punto positivo de conexión para la carga;

Figura 17. Esquema circuital funcional para caso de estudio (tomado de ³¹)



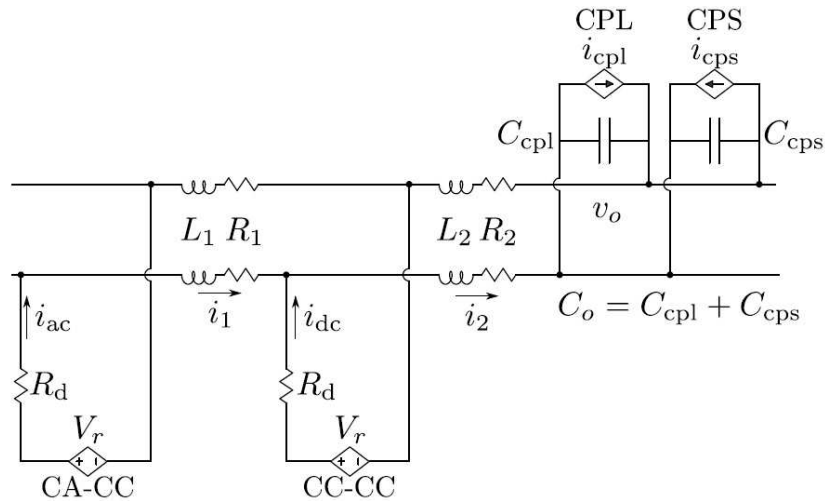
- De manera similar, se asumen *líneas de transmisión RL* para modelar conexiones en los terminales negativos de las conexiones mencionadas;
- La *red de distribución* proporciona a la barra una tensión DC regulada mediante un rectificador controlado, y por tanto puede modelarse equivalentemente por una fuente DC;
- El *arreglo de baterías* proporciona a la barra una tensión DC regulada mediante un circuito convertidor de potencia bidireccional (i.e. *buck-boost*), y por tanto puede modelarse equivalentemente por una fuente DC;
- El *sistema fotovoltaico* típicamente proporciona una potencia constante a la carga a pesar de las variaciones de la irradiancia solar, a través de esquemas de control como por ejemplo el de seguimiento al punto de máxima potencia (MPPT - *maximum power point tracking* ²¹), y por tanto puede modelarse equivalentemente por una fuente de potencia constante (CPS - *constant power*

source³²);

- La carga conectada a la barra DC se considera como una impedancia (resistencia, por tratarse de corriente continua) no lineal, en la cual un circuito convertidor de potencia reductor regula la potencia aplicada en sus terminales, y por tanto puede modelarse equivalentemente por una carga de potencia constante (CPL - *constant power load*³²).

A partir de lo anterior, se constituye el diagrama circuital equivalente para la microred que se muestra en la Fig. 18, mostrando una representación compacta que se puede describir matemáticamente empleando las leyes fundamentales de los circuitos eléctricos.

Figura 18. Esquema circuital equivalente para caso de estudio (tomado de³³)



³² Vinicius STRAMOSK. "Controle não-linear de conversores de eletrônica de potência interconectados em microrredes de corrente contínua". Programa de pós-graduação em engenharia de automação e sistemas. Brasil: Universidade Federal de Santa Catarina, 2014.

4.2. MODELADO MATEMÁTICO PARA LA DINÁMICA DE LA MICRORRED

De la representación circuital simplificada dada en la Fig. 18, se observa que el sistema posee tres elementos acumuladores de energía (o equivalentemente, tres variables de estado) representados por las dos inductancias de línea y el capacitor C_o (paralelo entre C_{cps} y C_{cpl}). Por tanto, las variables de estado del sistema pueden seleccionarse como las corrientes i_1 e i_2 y el voltaje de la barra DC denominado en adelante v_o .

Así entonces, empleando leyes de *Kirchhoff* se obtiene el siguiente conjunto de ecuaciones para describir la dinámica del vector de estados del sistema:

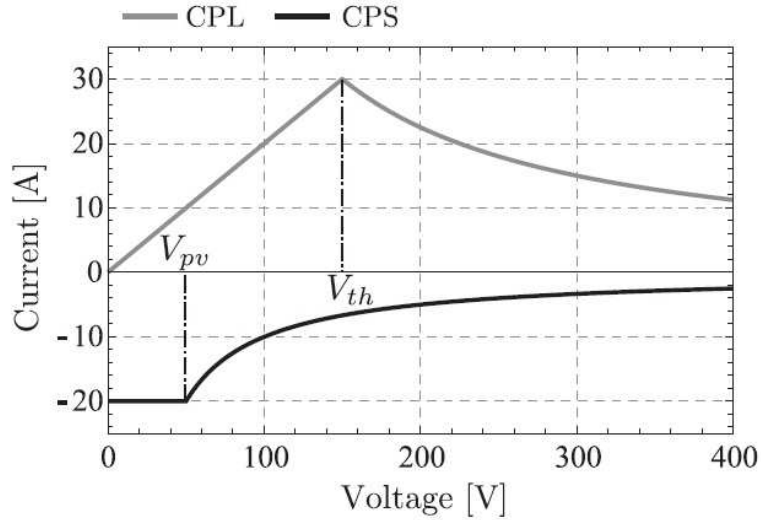
$$\begin{aligned} L_1 \frac{di_1}{dt} &= -(R_1 + 2R_d)i_1 + R_d i_2 \\ L_2 \frac{di_2}{dt} &= R_d i_1 - (R_2 + R_d)i_2 - v_o + V_s \\ C_o \frac{dv_o}{dt} &= i_2 - (i_{cpl} + i_{cps}). \end{aligned} \quad (24)$$

Un análisis para la ecuación dinámica de v_o permite entender que el comportamiento temporal del sistema queda descrito a partir de las consideraciones realizadas sobre las corrientes de carga i_{cpl} y del sistema fotovoltaico i_{cps} .

4.2.1. Consideraciones para fuente y carga de potencias constantes La Fig. 19 ilustra la relación v_o vs. *corriente* considerada en ³ tanto para el caso de la fuente de potencia constante *CPS* como para la carga de potencia constante *CPL*.

A partir de ello, el comportamiento del sistema fotovoltaico (*CPS*) muestra una corriente negativa tomando en cuenta que inyecta potencia al sistema. Contrario a esto, la carga (*CPL*) absorbe potencia a manera de una corriente positiva.

Figura 19. Relación v_o vs. corriente para *CPS* y *CPL* (tomada de ³⁴)



Asimismo se observa para la fuente *CPS* un comportamiento uniforme hasta el punto denotado V_{pv} , donde se obtienen las condiciones nominales de su máxima transferencia de potencia $P_{cps} = I_{max} \times V_{pv}$. A partir de este valor, incrementos de voltaje vienen acompañados por incrementos de corriente en forma exponencial, descritos por la ecuación:

$$i_{cps} = \begin{cases} -I_{max}; & v_o < V_{pv} \\ -\frac{P_{cps}}{V_o}; & v_o \geq V_{pv}. \end{cases} \quad (25)$$

Este comportamiento se explica de manera simple, entendiendo que para voltajes inferiores a la condición nominal el sistema fotovoltaico no podrá entregar una potencia nominal y por tanto se limitará a mantener su valor de corriente máxima. Por el contrario, valores superiores de voltaje implicarán reducción en los niveles de corriente correspondiente para conservar su *potencia nominal*.

De manera similar, la corriente en la carga *CPL* experimenta un comportamiento lineal con factor de proporcionalidad $\frac{1}{R_{th}}$ hasta el punto denotado V_{th} , a partir del

cual se describe mediante la expresión:

$$i_{cpl} = \begin{cases} \frac{v_o}{R_{th}}; & v_o < V_{th} \\ \frac{P_{cpl}}{V_o}; & v_o \geq V_{th}. \end{cases} \quad (26)$$

Este comportamiento se explica de manera simple entendiendo que para voltajes inferiores a la condición nominal, el convertidor reductor entrega en su salida el voltaje de entrada. Por el contrario, valores superiores de voltaje implicarán una acción regulatoria por parte del convertidor para mantener en la carga la *potencia nominal*. El modelo (26) junto con su validación experimental, se presentan en detalle en la referencia ³².

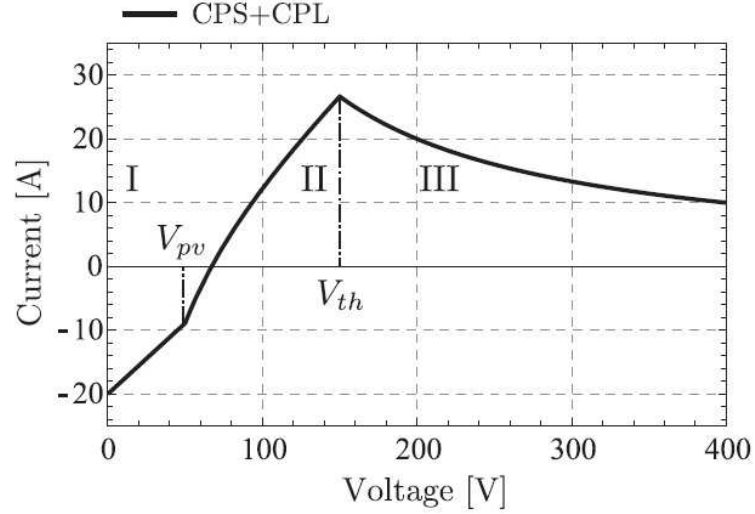
La superposición de los comportamientos anteriores se presenta en la Fig. 20 donde se observa la manera cómo la corriente $i_o = i_{cpl} + i_{cps}$ define tres escenarios de operación muy bien delimitados: *I*) es lineal y comprende $v_o \in (0, V_{pv}]$, *II*) es aproximadamente lineal y comprende $v_o \in (V_{pv}, V_{th}]$ y finalmente *III*) es no lineal y se presenta para $v_o > V_{th}$.

4.3. BIFURCACIÓN SILLA-NODO

Las *bifurcaciones* son fenómenos dinámicos exclusivos de sistemas no lineales ²⁶. Por tanto, para el análisis de bifurcaciones nos interesa el escenario no lineal de la Fig. 20; es decir, el denotado como escenario *III*.

Ante esta situación es claro que $v_o > V_{th} > V_{pv}$ y entonces, es posible emplear los procedimientos propuestos en la *Sección 3.3* para determinar como puntos de

Figura 20. Superposición de corrientes i_{cpl} e i_{cps} (tomado de ³⁵)



equilibrio del sistema (24) a los siguientes:

$$\begin{aligned}\bar{i}_2 &= \frac{V_s - \bar{v}_o}{R_{eq}}, \\ \bar{i}_1 &= \frac{R_d}{R_1 + 2R_d} \bar{i}_2, \\ \bar{v}_o &= \frac{V_s}{2} \pm \sqrt{\frac{V_s^2}{4} - R_{eq}P_o},\end{aligned}\quad (27)$$

siendo:

$$\begin{aligned}P_o &= P_{cpl} - P_{cps}; \\ R_{eq} &= \frac{R_1R_2 + R_1R_d + 2R_2R_d + R_d^2}{R_1 + 2R_d}.\end{aligned}$$

A partir de ello, se observa que mientras exista \bar{v}_o existirán \bar{i}_1 e \bar{i}_2 y por ende puntos de equilibrio $(\bar{i}_1, \bar{i}_2, \bar{v}_o)$. Así entonces, para que \bar{v}_o sea un número real se requiere que:

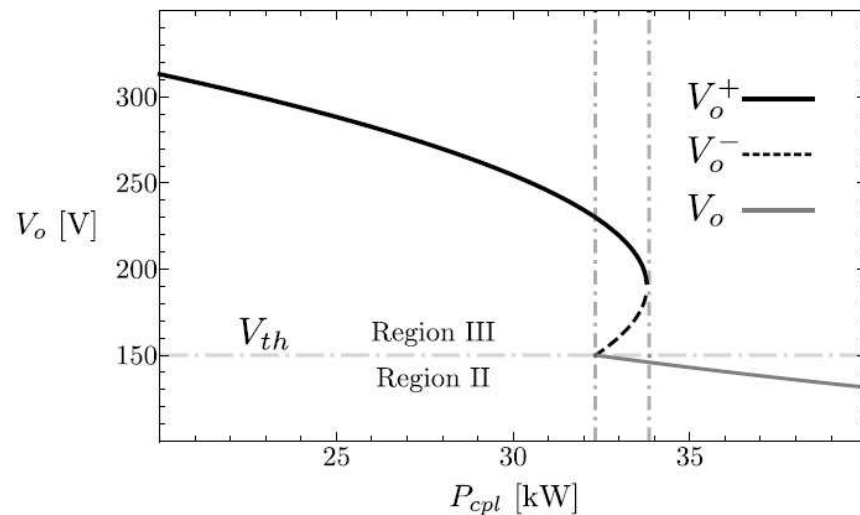
$$P_o < \frac{V_s^2}{4R_{eq}},$$

y por tanto, en el valor límite $P_o = P_{max} = \frac{V_s^2}{4R_{eq}}$ se tendrá la desaparición de un equi-

librio. Asimismo para valores de P_o inferiores se puede mostrar que se tendrán dos puntos de equilibrio uno de ellos inestable.

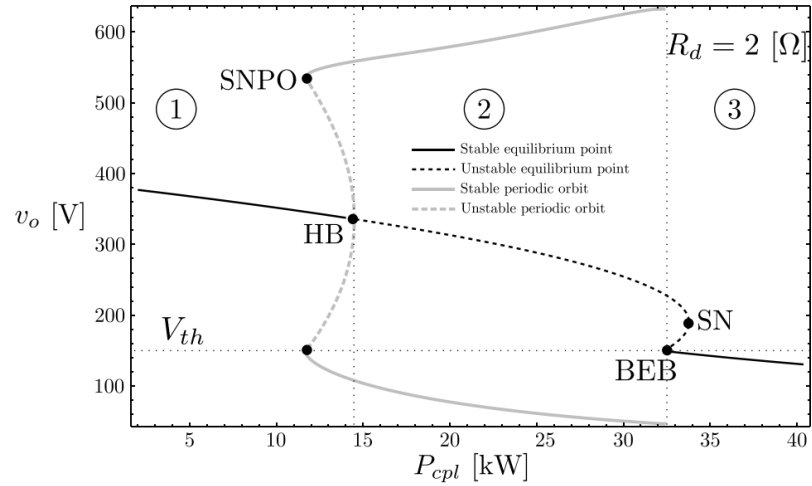
Lo anterior sugiere que la variación de P_o a manera de parámetro (cambio cuantitativo), genera cambios cualitativos en la dinámica del sistema a manera de fenómeno de bifurcación. Particularmente en la región *III* se pasa de tener dos ramas de equilibrios (una estable y otra inestable) a no tenerlos, lo cual coincide con la descripción de una bifurcación *silla-nodo*.

Figura 21. Diagrama estroboscópico para \bar{v}_o ante variaciones de P_{cpl} (tomado de ³⁶)

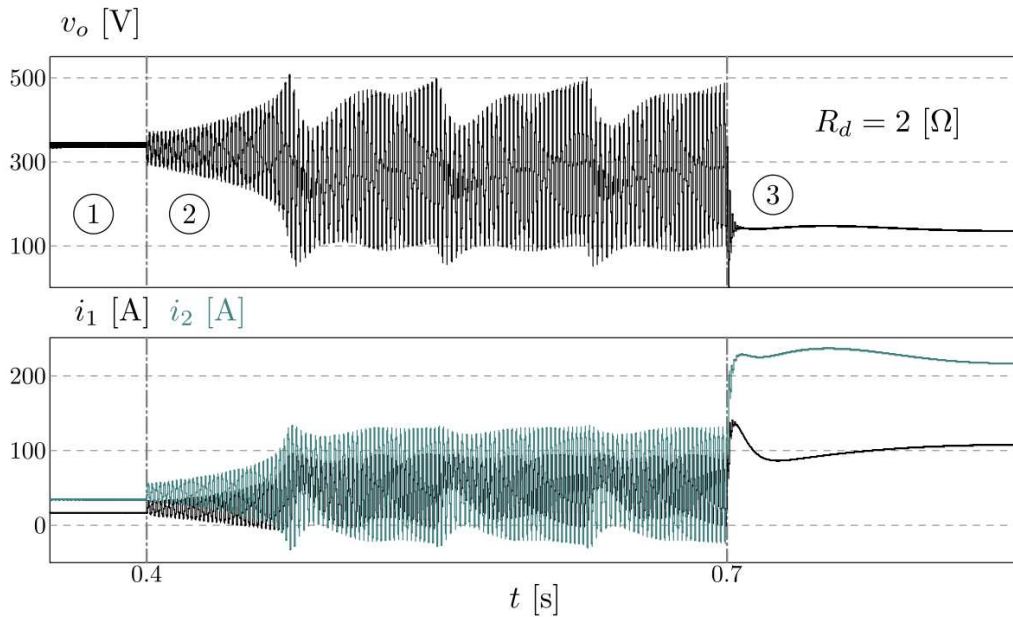


La Fig. 21 muestra el diagrama estroboscópico (o diagrama de bifurcación) para valores de tensión \bar{v}_o ante variaciones de P_{cpl} manteniendo fijo el valor de P_{cps} (lo cual equivale a variar P_o). Del diagrama se observa la manera en la cual para valores $\bar{v}_0 > V_{th}$ el sistema posee dos equilibrios, uno de ellos inestable. Al incrementar el valor del parámetro por encima de cierto límite se produce una desaparición del equilibrio mediante una bifurcación *silla-nodo*.

Figura 22. Análisis de respuesta temporal ante bifurcación *silla-nodo* (tomado de ³⁷): (a) diagrama estroboscópico detallado; (b) serie de tiempo mostrando colapso de tensión



(a)



(b)

La Fig. 22(a) presenta un diagrama de bifurcaciones en mayor nivel de detalle, donde se demuestra incluso la existencia de otros fenómenos de bifurcación para el mismo rango de parámetros. Sin embargo, concentrando la atención en el escenario de la bifurcación *silla-nodo* (SN) se puede apreciar con el número “3” la zona de la respuesta temporal presentada en la Fig. 22(b) donde se observa que el *cambio cualitativo* de la respuesta corresponde con un descenso significativo en los niveles de tensión para v_o en el punto de bifurcación; es decir, ejemplificando para el caso de *microrredes eléctricas* un *colapso de tensión* a partir de una *bifurcación silla-nodo*.

5. RECOMENDACIONES

El modelo dinámico para el generador síncrono dado por las ecuaciones (17)-(19) es simplificado. Por tal razón, se recomienda emplear en simulaciones el bloque correspondiente en el *SimPowerSystems* de MATLAB, denominado: *Simplified Synchronous Machine*. En caso contrario, el bloque que simula la funcionalidad de la máquina síncrona requerirá parámetros específicos, no modelados en la simplificación y que alterarán los resultados comparativos presentados en este trabajo.

6. TRABAJO FUTURO

Actividades complementarias a los desarrollos presentados, incluyen el análisis del *colapso de tensión* para configuraciones no ideales (es decir, admitiendo una dinámica para la tensión en terminales de carga del generador), al igual que otros tipos de bifurcación documentados en sistemas eléctricos de potencia como la de tipo *Hopf*.

Asimismo es importante realizar validaciones experimentales mediante simulación de topologías de *microrred*, para fenómenos de bifurcación como el sugerido en el *Capítulo* final del presente documento.

7. CONCLUSIONES

A partir de los desarrollos presentados y los resultados obtenidos en el presente trabajo de grado, es posible enunciar la siguiente conclusión general:

- Se realizó la determinación *analítica* mediante modelos dinámicos y *experimental* mediante simulación en *SimPowerSystems* de MATLAB, para el valor de potencia mecánica que, a manera de parámetro, permite verificar un *colapso de tensión* mediante una *bifurcación silla-nodo* sobre un sistema de potencia configurado en la forma de un generador síncrono conectado a una barra infinita (SMIB). Con base en lo anterior, fue posible introducir un caso de aplicación en sistemas de generación distribuida (*microrredes*) experimentando el mismo tipo de fenómeno.

De manera más puntual:

- Se analizó el modelo dinámico de un generador conectado a una barra infinita como representación de un sistema eléctrico de potencia. Tal y como fue abordado en el *Capítulo 2*, se ilustró la formulación para el conjunto de ecuaciones que describen la dinámica de un *generador síncrono*. A partir de ello, se realizaron consideraciones eléctricas para modelar y simular la situación en la cual el generador se conecta a una barra infinita (SMIB) representando la *red de distribución*. Considerando valores de parámetro sugeridos a partir de un ejemplo tutorial de la caja de herramientas *SimPowerSystems* de MATLAB (R2015a), fue posible validar numéricamente la reproducción de las características de comportamiento dinámico del sistema a partir del contraste entre

el *modelo teórico* (dado por las ecuaciones (17)-(19)) y el *bloque funcional comercial*, según reportado en la Fig. 10.

- Se utilizó el modelo anterior para explicar el problema de estabilidad de tensión en sistemas eléctricos de potencia empleando la teoría de bifurcaciones. En particular, en el *Capítulo 3* se realizó una introducción del concepto de *bifurcación dinámica* y clasificación para *estabilidad de equilibrios dinámicos*, que posteriormente se empleó para determinar analíticamente el parámetro de bifurcación, en el caso *silla-nodo*, para el modelo del SMIB dado por las ecuaciones (17)-(19). A partir de ello, se construyeron *diagramas estroboscópicos* que permitieron verificar el fenómeno dinámico de la *bifurcación silla-nodo* con amplia coincidencia según se muestra a partir de los resultados visualizados en las Figs. 12 y 14. Adicionalmente, fue posible explorar cambios cualitativos en la dinámica del sistema con un correspondiente *colapso de tensión* evidenciado en las Figs. 13 y 15.
- Se identificó e ilustró un caso práctico en microrredes donde la estabilidad de tensión pudo estudiarse a través de bifurcaciones. Así en el *Capítulo 4*, se describieron los resultados más importantes desarrollados por *Lenz, Pagano y Tahim* en LENZ, PAGANO y TAHIM, “Codimension-two bifurcation analysis in dc microgrids under droop control” para explicar fenómenos dinámicos asociados a una *microrred* empleando fuentes de energía renovable. Se pudo mostrar cómo para el caso en el cual los generadores considerados son: la *red de distribución*, un *arreglo de baterías* y un *sistema fotovoltaico*, una carga no lineal representada por un convertidor DC/DC conectado a una impedancia resistiva, permite verificar una *bifurcación silla-nodo* con un correspondiente *colapso de tensión*, debido a las no linealidades que resultan tras considerar una carga de potencia constante (CPL - *constant power load*). Las Figs. 21 y 22 permitieron ilustrar lo anterior.

BIBLIOGRAFÍA

- BRASILEIRO DO CARMO, Marcelo Elias. *Uso de nomogramas para análise dos limites de estabilidade de tensão de sistemas elétricos de potência*. Trabalho de Conclusão de Curso (Engenheiro Eletricista). Brasil: Universidade de São Paulo, 2015 (vid. pág. 21).
- CANIZARES, C. A. "On bifurcations, voltage collapse and load modeling". En: *IEEE Transactions on Power Systems* 10 (1995), págs. 512 -522 (vid. págs. 42, 46).
- E., JEAN y WEIPING LI. *Applied nonlinear control*. Prentice Hall Inc., 1991 (vid. págs. 38-40).
- FAN, L. *Control and dynamics in power systems and microgrids*. CRC Press, 2017 (vid. págs. 26-29, 53, 55).
- GALVIS CARDONA, Jesús Felipe. *Aplicación de la teoría de bifurcaciones al análisis de estabilidad de un sistema de potencia*. Trabajo de Grado (Ingeniero Electricista). Colombia: Universidad Tecnológica de Pereira, 2010 (vid. págs. 18, 19).
- GÓMES RUIZ, A. "Metodología para la evaluación de la estabilidad de tensión mediante la aplicación de inteligencia artificial". Tesis de Maestría (Magister en Ingeniería Eléctrica). Colombia: Universidad Industrial de Santander, 2010 (vid. pág. 21).
- GRAINGER J. y STEVENSON, W. *Análisis de sistemas de potencia*. Mc-Graw Hill, 2006 (vid. pág. 25).

- GURU, B. S. y H. R. HIZIROGLU. *Máquinas eléctricas y transformadores*. Alfaomega, 2006 (vid. págs. 29, 33).
- HERNÁNDEZ MANTILLA, Sandra Milena. *Estabilidad transitoria en sistemas de potencia: Algoritmos de solución*. Trabajo de Grado (Ingeniero Electricista). Colombia: Universidad Industrial de Santander, 2000 (vid. págs. 15, 20).
- HUNTER, J. *Introduction to Dynamical Systems*. Department of Mathematics, University of California at Davis, 2011 (vid. pág. 18).
- INC., THE MATHWORKS. *SimPowerSystems for use with Simulink: User's guide*. V3. Hydro-Québec TransÉnergie Technologies. pp 5.225-228. 2003 (vid. pág. 33).
- JABRI, Y. J. y col. "Voltage stability assessment of a microgrid". En: *8th IEEE GCC Conference and Exhibition*. 2015, págs. 1-6 (vid. pág. 21).
- KUNDUR, P. *Power System Stability and Control*. Mc-Graw Hill, 1993 (vid. págs. 15, 19, 25, 30, 31, 37, 42, 43, 53).
- LEDESMA, P. *Notas del curso: Operación y Control de Sistemas Eléctricos*. Universidad Carlos III, Madrid. España. 2008 (vid. pág. 27).
- LENZ, E. "Modelagem e análise da dinâmica de microrredes de distribuição de energia elétrica". Tesis doct. Brasil: Universidade Federal de Santa Catarina, 2017 (vid. págs. 15, 53, 57).
- LENZ, E., D. J. PAGANO y A. P. TAHIM. "Codimension-two bifurcation analysis in dc microgrids under droop control". En: *International journal of bifurcation and chaos* 26 (2015), págs. 1650028-1 -1650028-22 (vid. págs. 22, 53-56, 58, 60-62, 67).

- LIMA ABRANTES, Adriano. *Análise estática de estabilidade de tensão em sistemas elétricos de potência via nomogramas e computação paralela*. Trabalho de Conclusão de Curso (Engenheiro Eletricista). Brasil: Universidade de São Paulo, 2015 (vid. págs. 19, 21).
- MEJÍA HURTADO, Lizette Paola. *Herramienta software para el modelado y simulación de sistemas eléctricos de potencia para estudio de estabilidad de tensión ante grandes perturbaciones. Diseño y elaboración*. Trabajo de Grado (Ingeniero Electricista). Colombia: Universidad Industrial de Santander, 2005 (vid. pág. 20).
- NÓBREGA, A. P. y col. "Modeling and stability analysis of islanded dc microgrids under droop control". En: *IEEE transactions on power electronics* 30 (2015), págs. 4597 -4607 (vid. pág. 21).
- OGATA, K. *Ingeniería de control Moderna*. Pearson Education, 2010 (vid. pág. 28).
- SHUAI, Z. y col. "Dynamic stability analysis of synchronverter-dominated microgrid based on bifurcation theory". En: *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 64 (2017), págs. 7467 -7477 (vid. pág. 22).
- SIMPSON-PORCO, J. W., F. DORFLER y F. BULLO. "Voltage collapse in complex power grids". En: *Nature Communications* 7 (2016), págs. 1 -8 (vid. pág. 21).
- SREERAM, T. S. y col. "Hopf bifurcation analysis in droop controlled islanded microgrids". En: *International journal of electrical power & energy systems* 90 (2017), págs. 208 -224 (vid. pág. 22).
- STRAMOSK, Vinicius. "Controle não-linear de conversores de eletrônica de potência interconectados em microrredes de corrente contínua". Programa de pós-

graduação em engenharia de automação e sistemas. Brasil: Universidade Federal de Santa Catarina, 2014 (vid. págs. 56, 59).

STROGATZ, S. *Nonlinear dynamics and chaos: with applications to physics, biology, chemistry and engineering*. CRC Press, 2000 (vid. págs. 37, 39, 59).

VALENCIA ARROYAVE, F. “Efecto de la carga dinámica en la estabilidad de tensión”. Tesis de Maestría (Magister en Ingeniería de Automatización Industrial). Universidad Nacional de Colombia, 2008 (vid. pág. 20).

VALENCIA TORRES, G. “Análisis de estabilidad de tensión de un modelo básico de un sistema de potencia utilizando teoría de bifurcaciones”. Tesis de Maestría (Magister en Ingeniería Eléctrica). Universidad Nacional de Colombia, 2009 (vid. pág. 19).

WANG, Z., H. SUN y D. NIKOVSKI. “Static voltage stability detection using local measurement for microgrids in a power distribution network”. En: *54th IEEE Conference on Decision and Control (CDC)*. 2015, págs. 3254-3259 (vid. pág. 21).