

**Estado del arte de acerca de modelos analíticos para predecir el comportamiento  
dinámico del fenómeno de remoción de masas**

**David Santiago Gómez Díaz, Edwar Andrés Merchán Orostegui**

**Trabajo de grado para optar al título de ingeniero civil**

**Director**

**Gustavo Chio Cho**

**Ingeniero Civil M.Sc. Ph.D.**

**Co-director**

**Daniel Camilo Román**

**Ingeniero Civil**

**Universidad Industrial de Santander**

**Facultad de Físico Mecánica**

**Escuela de Ingeniería Civil**

**Bucaramanga**

**2017**

### **Dedicatoria**

Quiero dedicar esta tesis a mi madre Maritza y mi hermano Brayan por qué han dado razón a mi vida, por sus consejos, su apoyo incondicional y su paciencia, todo lo que soy es gracias a ellos.

A una de las personas más valiosas, que me sirvió de motivación para lograr mis metas, que estuvo conmigo incluso en los momentos más turbulentos, Mayra gracias por tu amor incondicional y a tu familia que me acogió y me guio como un integrante más de los tuyos.

A todos mis familiares que han estado presentes durante mi proceso como estudiante en la universidad son lo más valioso que Dios me ha dado.

**Edwar Andrés Merchán Orostegui**

Dedicar éste logro a Dios, seguido de mi madre Luz Myriam, mi padre Roque, Mi hermana Johanna y mi hermano Luis Carlos quienes me brindaron su apoyo incondicional digno de sus sublimes personalidades.

A todas las personas que influyeron e hicieron parte de mi proceso personal y académico en la universidad generando en mi una evolución integral para afrontar de una mejor manera ésta nueva etapa que emprendo.

**David Santiago Gómez Díaz**

**Tabla de contenido**

	Pág.
<b>Introducción.....</b>	<b>12</b>
<b>1. Objetivos.....</b>	<b>15</b>
1.1 Objetivo General .....	15
1.2 Objetivos Específicos .....	15
<b>2. Metodología.....</b>	<b>16</b>
2.1 Revisión bibliográfica .....	16
2.2 Clasificación de la bibliografía.....	16
2.3 Estudio de los modelos con enfoque analítico .....	17
<b>3. Modelos analíticos para el estudio cinemático del fenómeno de remoción de masas. 17</b>	
3.1 Modelos unidimensionales o de deslizamiento en bloque .....	19
3.1.1 Modelo con fricción de Coulomb únicamente. ....	19
3.1.2 Modelo con fricción de Coulomb y fricción-turbulenta.....	21
3.1.3 Modelo con fricción de Coulomb y pérdidas debidas a procesos de entrada y salida de material.....	23
3.1.4 Otros modelos matemáticos unidimensionales .....	26
3.2 Modelos de flujo bidimensional .....	30
3.3 Modelos de flujo tridimensional.....	46
3.4 Modelos de enfoque alternativo .....	50

3.4.1 Modelamientos discretos..... 50

3.4.2 Autómatas celulares ..... 54

**4. Conclusiones..... 55**

**Bibliografía ..... 58**

**Apéndice**

**Lista de Tablas**

Tabla 1. Tipos de Flujo de acuerdo a su reología..... 40

**Lista de Figuras**

Figura 1. Cuadro sinóptico de los métodos de análisis del problema cinemático del fenómeno de remoción de masas ..... 18

Figura 2 Derivación gráfica de las ecuaciones de deslizamiento dinámico del bloque. a) Vista de perfil de la caída del bloque; b) Relaciones geométricas de la pendiente; c) Diagrama de fuerzas. Fuente: (Román y Ruiz, 2015)..... 19

Figura 3. Avalancha en un canal largo e inclinado. Adaptado de (By y Mcclung, 1980) ..... 24

Figura 4 Esquema de la distribución de velocidad en un sistema biviscoso. Fuente: Adaptado de (Sousa y Voight, 1991)..... 32

Figura 5. Definición del dibujo de sistema de coordenadas y geometría de una masa finita de material granular moviéndose cuesta abajo sobre una cama curva rígida. Fuente:(Savage y Hutter, 1991) ..... 38

Figura 6. Diagrama de cuerpo libre del diferencial de flujo. Fuente: (Oldrich Hungr, 1995) 39

Figura 7. Aceleración teórica resultante por tres tipos de pérdida de fuerza. Fuente:(Oldrich Hungr, 2001) ..... 45

Figura 8. Interacción entre partículas discretas. Fuente: (Crosta et al., 2001) ..... 52

## RESUMEN

**TITULO:** ESTADO DEL ARTE ACERCA DE MODELOS ANALÍTICOS PARA PREDECIR EL COMPORTAMIENTO DINÁMICO DEL FENÓMENO DE REMOCIÓN DE MASAS.\*

**AUTORES:** DAVID SANTIAGO GÓMEZ DÍAZ \*\*

EDWAR ANDRÉS MERCHÁN OROSTEGUI \*\*

**PALABRAS CLAVE:** Deslizamiento de tierra, reología, parámetro de turbulencia, fricción, modelos analíticos, flujo tapon, estado del arte.

**DESCRIPCIÓN:** En el presente estudio se hace una revisión y análisis de los diferentes avances en cuanto al modelamiento matemático del comportamiento cinemático de los deslizamientos, cuyo objetivo es comparar y encontrar los diferentes parámetros que influyen en su movimiento, con el fin de mejorar el esquema de amenaza, vulnerabilidad y riesgo en zonas tropicales. Para ello se propone la reología que mejor se acople a la zona de estudio, ajustándose de una manera específica al fenómeno de flujo que se presenta, dónde su clasificación se define por modelos unidimensionales, bidimensionales, tridimensionales y modelos alternos, generando un ordenamiento en torno al avance del estudio específico de las variables que predicen el comportamiento dinámico de los deslizamientos a través de los años y a medida que los autores profundizaban el fenómeno, para la obtención de resultados más acertados a los ocurridos en campo. En la mayoría de los modelos el término fundamental de estudio es la fuerza resistiva que asume cada modelo. En este parámetro se presenta gran variabilidad en la modelación. Finalmente se elige un modelo que representa de una mejor manera el comportamiento del fenómeno de remoción de masas y se enfatizan los parámetros relevantes del fenómeno de remoción de masas.

\* Proyecto de Grado

\*\* Facultad de ingenierías fisicomecánicas . Escuela de ingeniería civil. Director Gustavo Chio Cho, Ingeniero Civil M.Sc Ph.D. Codirector Daniel Camilo Román, Ingeniero Civil.

## ABSTRACT

**TITLE:** STATE OF THE ART ABOUT ANALYTICAL MODELS TO PREDICT THE DYNAMIC BEHAVIOR OF THE PHENOMENON OF MASS REMOVAL.\*

**AUTHORS:** DAVID SANTIAGO GÓMEZ DÍAZ \*\*

EDWAR ANDRÉS MERCHÁN OROSTEGUI \*\*

**KEYWORDS:** Landslide, rheology, turbulence parameter, friction, analytical model, flow plug, state of the art.

**DESCRIPTION:** In the present study a review is made of the advances and analysis in mathematical modeling of the kinematic behavior of landslides, whose objective is to compare and find the different parameters that influence its movement, in order to improve the threat scheme, vulnerability and risk in tropical areas. To do this, the rheology best suited to the study area is proposed, adjusting in a more specific way to the flow phenomenon that is presented, where its classification is defined by one-dimensional, two-dimensional, three-dimensional models and alternative models, generating an ordering around the progress of the specific study of the variables that predict the dynamic behavior of the landslides through the years and as the authors deepened the phenomenon in order to obtain better results than those occurring in the field. In most models the fundamental term of study is the resistive force. This parameter presents great variability in the modeling. Finally, we choose a model that better represents the behavior of the mass removal phenomenon and emphasizes the relevant parameters of the phenomenon.

\* Bachelor thesis.

\*\* Physic-Mechanical Engineering Faculty. Civil Engineering School. Director . Escuela de ingeniería civil. Director. Gustavo Chio Cho, Ingeniero Civil M.Sc Ph.D. Co-director. Daniel Camilo Román, Ingeniero Civil.

## Introducción

En Colombia, debido a su ubicación y climatología cambiante, se presentan diversos riesgos ante fenómenos naturales, los cuales se han clasificado en más de 20 tipos capaces de producir desastres naturales; donde se declaran como los más importantes a los de tipo meteorológico (inundaciones) y geofísico (movimientos físicos, deslizamientos, avalanchas y derrumbes). Estos últimos han causado mayor desastre en el país. En el presente documento se abordará el estudio de los desastres de carácter geofísico.

Con base en estudios realizados por el análisis de la gestión del riesgo de desastres en Colombia, durante los últimos 40 años se han presentado desastres que han ocasionado pérdidas que alcanzan los 7.100 millones de dólares, Entre 1970 y el 2011 se han registrado más de 28.000 eventos desastrosos de los cuales cerca del 60% se han presentado a partir de 1990; teniendo en cuenta la distribución al nivel de exposición indica que en Colombia del 36% del territorio está en situación de amenaza sísmica alta, el 28% en alto potencial de inundación y el 8% en amenaza alta por movimientos de masa. Las cifras mencionadas anteriormente han aumentado de manera significativa debido al incremento en el desplazamiento de poblaciones de zonas rurales a centros urbanos. Estas poblaciones por lo general se sitúan en zonas desoladas, usualmente al lado de laderas o zonas comunes catalogadas en alto riesgo; La preocupación de los entes gubernamentales por lo mencionado anteriormente genera gran demanda sobre este estudio, pues se quiere predecir el comportamiento de dichos terrenos en zonas dónde sean muy susceptibles a un deslizamiento

para de esta manera tratar de garantizarle a los ciudadanos sus derechos fundamentales cómo lo son la vivienda y la vida.

Debido a que la importancia que se le da al estudio de riesgo ante desastres naturales en la actualidad es alta, en Colombia se presenta gran necesidad de profundizar en el estudio del movimiento de masa en suelos, por ejemplo deslizamientos de tierra; debido a la gran variedad de terrenos, montañas y climas que han formado suelos con diferentes características, no se pueden generalizar de una manera sencilla el comportamiento dinámico del suelo, pues se presentan diferentes variables dependiendo de una gran cantidad de factores que hacen que el estudio sea complejo y diferente en cada zona de investigación.

A lo largo del tiempo se han realizado diversas investigaciones alrededor del mundo, se han tenido en cuenta referencias de acontecimientos importantes, de lo cual se pueden concluir modelos analíticos, empíricos, experimentales, donde los autores han intentado plasmar aproximaciones del comportamiento de los movimientos en masa.

El estudio de los movimientos en masa pretende mitigar los problemas que pudiese derivar dicho fenómeno, es por esto que se inicia un plan de riesgos con el fin de tomar los datos de sucesos, evaluar razones por las que ocurren los deslizamientos, la predicción del movimiento dinámico con sus parámetros que influyen en su comportamiento hallando propiedades importantes de estudio (alcance, velocidad y profundidad de flujo) y generando un estudio de amenaza que se pueda utilizar por la entidad correspondiente en garantizar la solución de éstos problemas (Oldrich Hungr, Corominas, & Eberhardt, 2005).

El fenómeno de remoción de masas comprende una masa que se desliza sobre una superficie e interactúa con ella, estudiada desde mucho tiempo atrás que pretende entender el comportamiento siguiendo la lógica de estudios geológicos, reológicos y dinámicos del

movimiento (Oldrich Hungr et al., 2005). Una de las ramas que pretende predecirlos y caracterizarlos es utilizando modelos analíticos los cuales con propiedades físicas y características del material deslizante se formula una ecuación matemática cuya solución se hace frecuentemente con métodos de diferencias finitas.

Una modalidad de investigación como el estado del arte es importante en la medida que permite seguir la evolución del estudio del fenómeno de remoción de masa, pues nos permite establecer críticamente, basado en estudios anteriores, un modelo que se adapte a las condiciones tropicales dónde nos encontramos, y jerarquizándolos dependiendo su eficiencia y nuestra conveniencia, para seguir realizando un estudio más profundo.

La clasificación se hace compleja debido que cada terreno se comporta de manera diferente, así que se clasificaran el tipo de modelo con sus diferentes características y se definirá el más adecuado a la necesidad o la importancia de nuestra zona, identificando cada parámetro de influencia que permita una buena aproximación a lo buscado en el proyecto.

## **1. Objetivos**

### **1.1 Objetivo General**

Encontrar el mejor método analítico teniendo en cuenta cada una de sus características dándole un enfoque a regiones tropicales

### **1.2 Objetivos Específicos**

- Hacer una revisión de los diferentes métodos analíticos que se han desarrollado hasta el momento.
- Encontrar la/las variables más relevantes en los deslizamientos.

## 2. Metodología

La metodología que se llevará a cabo viene dada por una serie de actividades a través de las cuales se llevará a cabo el cumplimiento de los objetivos planteados anteriormente, llevando un orden con el cual se facilite los recursos y/o herramientas de dichas consultas y el entendimiento del tema a desarrollar.

### 2.1 Revisión bibliográfica

Se inició la recolección de la información tomando como base el tema de deslizamientos con palabras claves (debris, flows, landslide, large slide flows) para empezar a realizar una base de datos, dicha recolección se hizo en la biblioteca virtual de la Universidad Industrial de Santander, y a medida que se encontraban artículos publicados disponibles, describían referencias bibliográficas que se acomodaban a las características de la revisión solicitada, si no se encontraba el artículo que no se encontraba en los disponibles por la universidad se procedía a la compra con autorización del director de proyecto quien definía si era pertinente su compra.

### 2.2 Clasificación de la bibliografía

Obtenidos los artículos relacionados al fenómeno de deslizamientos, se realiza una hoja de Excel, en la cual se organiza la base de datos que se manejara para el estudio del estado del arte, donde se clasificará según la información de cada artículo utilizando los siguientes criterios:

- Título

- Autor(es)
- Año de publicación
- Fuente bibliográfica
- Contenido: Breve explicación del resumen del artículo
- Tema: Para la clasificación del tema se tuvo en cuenta la lectura del resumen de cada artículo ya que se derivaban en cuatro ramas
  - ❖ Modelos analíticos
  - ❖ Modelos experimentales.
  - ❖ Modelos empíricos.
  - ❖ Modelos compuestos.

### 2.3 Estudio de los modelos con enfoque analítico

Una vez clasificada y organizada la información se procedió al análisis de los artículos enfocado a los modelos analíticos, los cuales fueron revisados individualmente bajo características como modelos precedentes, autores influyentes, características del deslizamiento, parámetros reológicos, ecuaciones dinámicas gobernantes, métodos numéricos de solución a las ecuaciones gobernantes, pruebas experimentales para comparación de resultados. Terminado este análisis se generó un documento que abarcará los siguientes criterios de información de cada artículo.

## 3. Modelos analíticos para el estudio cinemático del fenómeno de remoción de masas

El estudio del fenómeno de remoción de masas, y puntualmente el estudio de los mecanismos de movimiento y las variables cinemáticas de una masa típica del fenómeno, como por ejemplo un flujo de

escombros (Ghilardi, Natale, y Savi, 2001), tiene diversas ramificaciones. Algunos métodos empíricos se basan en la experiencia recogida de eventos reales o de simulaciones de laboratorio para que, con técnicas estadísticas se puedan proponer relaciones empíricas para la estimación de zonas de afectación del fenómeno. Dichos métodos se caracterizan por basarse en parámetros como el volumen o el ángulo de alcance. Por otra parte, están los modelos analíticos, los cuales se basan en las leyes de la física para dar explicación teórica y cuantitativa a los mecanismos de movimiento del fenómeno de remoción en masa. Los modelos matemáticos existentes en la literatura son muy variados, abundantes y se encuentran planteados en una, dos y tres dimensiones (Oldrich Hungr et al., 2005).

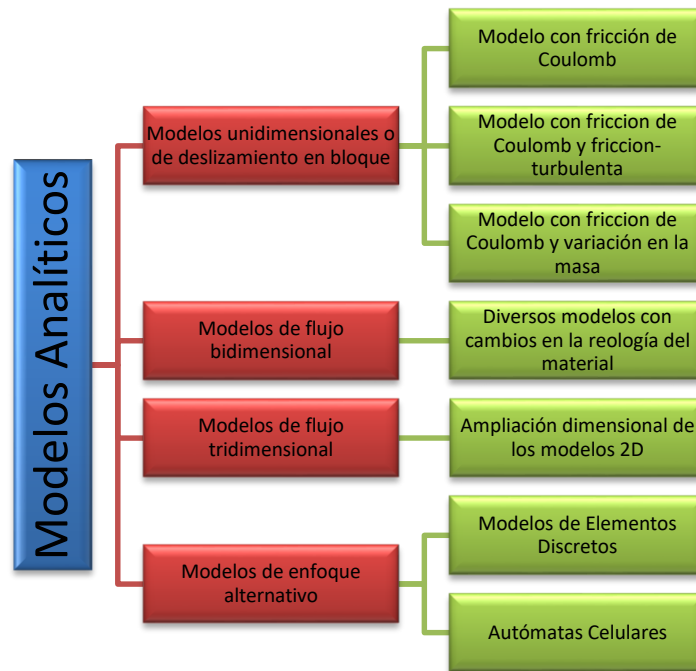


Figura 1. Cuadro sinóptico de los métodos de análisis del problema cinemático del fenómeno de remoción de masas

3.1 Modelos unidimensionales o de deslizamiento en bloque

Los modelos de bloque o de masa concentrada son las primeras aproximaciones a la explicación del fenómeno. Son modelos físicos que consideran a los deslizamientos de tierra como cuerpos rígidos cuya masa se concentra en el centro de masa. Se basan en la conservación de momento derivada de la mecánica clásica para idealizar el fenómeno como un bloque que se desliza a lo largo de una ruta generalmente definida como un plano inclinado (aunque en rigor, el plano de deslizamiento puede tomar cualquier forma).

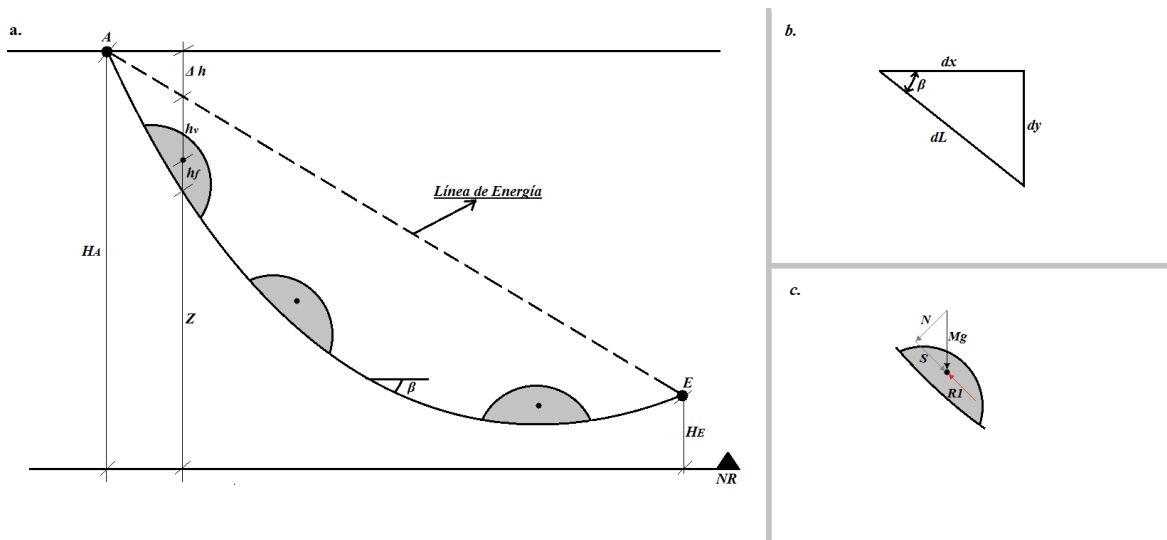


Figura 2. Derivación gráfica de las ecuaciones de deslizamiento dinámico del bloque. a) Vista de perfil de la caída del bloque; b) Relaciones geométricas de la pendiente; c) Diagrama de fuerzas. Fuente: (Román y Ruiz, 2015).

**3.1.1 Modelo con fricción de Coulomb únicamente.** Éste modelo es el resultado de uno de los primeros raciocinios formales que se propusieron para predecir el comportamiento cinemático de las avalanchas (Román y Ruiz, 2015). Los pioneros fueron los físicos Müller-Bernet en asociación con Albert Heim, quienes se basaron en el teorema de trabajo y energía cinética, utilizando un bloque de

masa conocida (denotada mediante la letra  $M$  en la ecuación 1) que se desliza sobre una trayectoria curva, con cierto y determinado ángulo de pendiente (comúnmente denotado por la letra  $\beta$ ) y con fricción de Coulomb constante cuyo ángulo se denota con la letra  $\phi$ , para describir el comportamiento cinemático de los deslizamientos (Oldrich Hungr et al., 2005).

La ecuación (1) enuncia en términos infinitesimales, el teorema de trabajo y energía cinética. Con base en ello se deduce la ecuación diferencial que gobierna el movimiento del bloque.

$$d\left(\frac{Mv^2}{2}\right) = FdL \quad (1)$$

Donde  $v^2$  es la velocidad cuadrática en la dirección del flujo y  $F$  es la fuerza neta que actúa sobre la masa, la cual ejerce trabajo sobre ella. De la figura 2c se puede apreciar el diagrama de fuerzas y dado que teóricamente las únicas fuerzas que generan trabajo son aquellas que se encuentran en dirección paralela al desplazamiento, la ecuación que modela el cambio de energía cinética por unidad de longitud se expresa mediante la ecuación (2).

$$d\left(\frac{Mv^2}{2}\right) = Mg(\sin \beta - \cos \beta \tan \phi)dL \quad (2)$$

Donde  $M$  es la masa del bloque,  $g$  es la aceleración de la gravedad,  $\beta$  es la inclinación del plano de flujo,  $\phi$  es el ángulo de fricción entre el bloque y el plano de deslizamiento y  $dL$  es el elemento diferencial de longitud de la ruta de deslizamiento (Oldrich Hungr et al., 2005).

Según Pirulli (2005), con este tipo de modelos, se pueden modelar fenómenos de remoción en los que el bloque se conforma por granos del mismo tamaño (Pirulli, 2005), sin embargo debido a la simplicidad del modelo ha sido duramente criticado al punto de proponer que el modelo debería abandonarse

(Oldrich Hungr et al., 2005). Dado que en realidad los granos son de diferentes tamaños; un bloque de masa  $M$  con dimensiones constantes simplifica el efecto de la propagación lateral y longitudinal del deslizamiento, y no toma en cuenta los cambios en la profundidad del flujo. La ventaja del modelo es que requiere únicamente un ángulo de fricción aparente de los escombros a lo largo del plano de deslizamiento. Para Körner (1976) éste método, también conocido como modelo de trineo, es aplicable, en teoría, exclusivamente para desprendimientos de rocas a pequeña escala, las cuales no se desintegran durante el movimiento (Körner, 1976).

El modelo presenta cierta utilidad práctica dada su sencillez. Por ejemplo en la guía metodológica para estudios de amenaza, vulnerabilidad y riesgo por movimientos en masa, del Servicio Geológico Colombiano, en el apartado del cálculo de la intensidad de los movimientos en masa, emplean el modelo de trineo considerando que el deslizamiento discurre a lo largo de un plano inclinado (Ávila Álvarez et al., 2015). Emplean una solución derivada de la ecuación 2 para el cálculo de la velocidad de flujo y la distancia de viaje. Sin embargo, es evidente la gran cantidad de simplificaciones que asume el modelo, y naturalmente aún está en cuestión su aplicabilidad en eventos catastróficos.

**3.1.2 Modelo con fricción de Coulomb y fricción-turbulenta.** Posteriormente a los estudios de Albert Heim (1932) y Voellmy (1955), se presenta un estudio en el que propone la aparición de una fuerza resistiva adicional a la fricción de Coulomb. Se puede decir que los valores de alcance y velocidad que se pueden encontrar con el modelo de fricción de Coulomb durante deslizamientos y avalanchas son en teoría mucho más altos que los que en realidad ocurren (Körner, 1976), esto se debe a la simplicidad del modelo.

El fenómeno de los deslizamientos de tierra se comporta inicialmente como una masa que se mueve en bloque durante un instante, posteriormente se presenta un fenómeno de fractura y disgregación rápida bajo el efecto de sus propias fuerzas motrices y según Albert Heim (1932), en deslizamientos de a lo

menos 10000 m<sup>3</sup> los escombros de rocas se chocan entre sí por lo que existe un movimiento aparentemente aleatorio entre las partículas, sin embargo existe una cantidad de movimiento uniforme y un flujo común de toda la masa (Oldrich Hungr et al., 2005). La mezcla de las fases (sólida, líquida y gases) se da por el tipo de movimiento. Dicho movimiento se denomina ‘*turbulencia*’ cuyo requisito único para existir es que haya libertad de movimiento entre las partículas involucradas (Voellmy, 1955), es decir, un régimen colisional.

Voellmy (1955) propuso dos fuerzas resistivas no conservativas para el modelo de deslizamiento en bloque; en primer lugar, la fuerza de fricción de Coulomb, y en segundo lugar el esfuerzo basal entre la masa deslizante dependiente directamente del cuadrado de la velocidad. Körner tuvo en cuenta la fricción de Coulomb e introdujo un parámetro de fricción turbulenta propuesto por Voellmy (1955) para avalanchas. Körner (1976) demostró que la línea de energía de Voellmy es curva y cóncava, además observó que el modelo que no tiene en cuenta la turbulencia, sino únicamente pérdidas de energía por fricción, sobreestima la velocidad en deslizamientos de nieve (Voellmy, 1955). El término  $\xi$ , que es el parámetro de turbulencia introducido por Voellmy, aparece comúnmente en presencia de presión de poros, por lo que aplicando el principio de esfuerzo efectivo se obtiene el ángulo de fricción modificado  $\phi_b$  de la siguiente expresión:  $\tan \phi_b = (1 - r_u) \tan \phi$  (Oldrich Hungr et al., 2005), donde  $r_u$  es el coeficiente de presión de poros usado en la mecánica de suelos. Dicho parámetro de turbulencia es una medida directa de Finalmente, sumando la componente de la fuerza de la gravedad paralela al deslizamiento e introduciendo la reología de Voellmy, la ecuación diferencial modela el cambio de energía cinética por unidad de longitud se muestra en la ecuación (3)

$$d\left(\frac{Mv^2}{2}\right) = Mg\left(\sin \beta - \tan \phi_b - \frac{v^2}{h\xi}\right)dL \quad (3)$$

Donde  $M$  es la masa del deslizamiento,  $v$  es la magnitud de la velocidad,  $g$  es la aceleración de la gravedad,  $\beta$  es la inclinación del plano de flujo,  $\phi_b$  es el ángulo de fricción,  $h$  es la profundidad del flujo y  $\xi$  es el parámetro de turbulencia.

**3.1.3 Modelo con fricción de Coulomb y pérdidas debidas a procesos de entrada y salida de material.** El modelo de Voellmy (1955) propuesto para el cálculo de la distancia de salida de una avalancha de nieve, este usa la pendiente promedio para calcular donde empieza a desacelerar el movimiento de la masa, el método es basado en la teoría hidráulica, especialmente en la teoría de flujo de un canal abierto. La avalancha se modela como un fluido que acelera rápidamente terminando en un canal largo e inclinado (By & Mcclung, 1980). Del modelo de Voellmy (1955) se deriva una ecuación diferencial teniendo en cuenta la posición inicial de la avalancha. Las soluciones fueron basadas en dos parámetros importantes: coeficiente de fricción  $\mu$ , la relación entre la masa y la fricción de la avalancha  $M/D$ . Si la avalancha acelera a una velocidad terminal  $Vt$  utilizando coordenadas *Eulerian* fijas al canal, entonces a lo largo del centro del canal ( $\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} = 0$ ), la tensión cortante y la tensión gravitacional se equilibran según la ecuación (4).

$$\frac{dt_{xz}}{dz} + \rho g \sin \theta = 0 \tag{4}$$

Donde  $\rho$  es la densidad del fluido de avalancha y  $\theta$  es la inclinación del canal

La fórmula para la velocidad terminal de Voellmy la podemos observar en la ecuación (5)

$$V_t = [\xi H(\sin \theta - \mu \cos \theta)]^{\frac{1}{2}} \tag{5}$$

Donde los coeficientes de densidad, H y resistencia se agrupan en la constante  $\xi$ . Para el cálculo de la distancia de salida S requerida para desacelerar desde  $V_t$  hasta el reposo planteada por Voellmy.

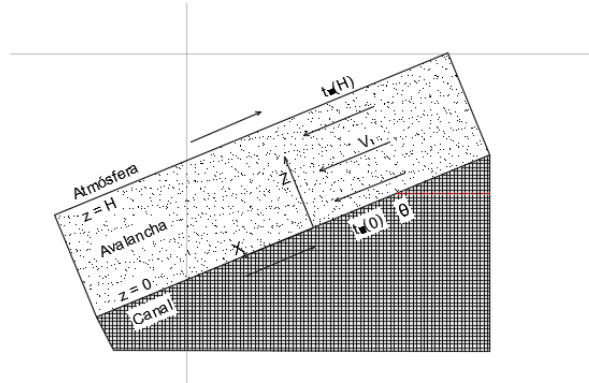


Figura 3. Avalancha en un canal largo e inclinado. Adaptado de (By & Mcclung, 1980)

$$S = V_t^2 / [2g(\mu \cos \theta - \sin \theta) + V_t^2 g / \xi H_D]^{\frac{1}{2}} \tag{6}$$

Donde  $H_D$  es la profundidad media de deposición y se introduce para tener en cuenta la pérdida de energía debido a la acumulación de escombros.

Se busca una forma de mejorar y simplificar el modelo de Voellmy (1955), para ello se implementa el modelo de centro de masa. El movimiento del centro de masa se describe por la ley de Newton que relaciona en cambio de momento con la suma de las fuerzas aplicadas descrito en la ecuación (7). Se asume límites finitos en cualquier posición al igual que la masa de la avalancha.

$$\frac{dy}{dx}(Mv) = \sum F \quad (7)$$

$$\frac{1}{2} \frac{dv^2}{ds} = g(\sin \theta - \mu \cos \theta) - \frac{D}{M} v^2 \quad (8)$$

Para llegar a la ecuación (8), se tiene en cuenta una fuerza resistiva tangencial R la cual es la suma de fuerzas de arrastre fricción y de arar. Este factor R depende de la velocidad de las avalanchas, la forma, distribución de masa, propiedades de la masa, rugosidad y propiedades de la nieve.

Se opta por una solución iterativa similar a la Körner, (1976) la cual trata de dividirla pendiente en segmentos suficientemente pequeños considerando constantes en toda la longitud del segmento. A cada segmento se le asigna un ángulo, longitud, fricción y un valor de masa de arrastre.

Los valores de  $\mu$  y  $M/D$  se pueden estimar aproximadamente a partir de datos existentes. Bovis y Mears (1976) encontraron que el ángulo de pendiente promedio en grandes avalanchas excede  $10^\circ$  lo cual  $\mu > 0.18$  como límite inferior. Para Perla el límite superior en pendientes mayores a  $25^\circ$  el  $\mu$  es aproximadamente 0.5 (By & Mcclung, 1980). En cuanto al factor de masa de arrastre (M/D) se estima a partir de velocidades de avalancha usando la ecuación (9).

$$v_t = \left[ \frac{Mg}{D} (\sin \theta - \mu \cos \theta) \right]^{1/2} \quad (9)$$

Para llegar a velocidades grandes del orden de los 50 m/s el valor de (M/D) deberá superar  $10^3 m$  esto en avalanchas secas, para velocidades más lentas del orden de los 10 m/s, presentes en avalanchas húmedas, (M/D) ronda por los  $10^2 m$ .

**3.1.4 Otros modelos matemáticos unidimensionales.** Varios autores han propuesto modelos alternativos que se basan en la conservación de la energía para explicar las características cinemáticas del fenómeno de remoción de masas. Hutchinson (1988), propuso un modelo de deslizamiento en bloque asumiendo que se genera una gran presión de poros durante la falla en el área de contacto como resultado de licuefacción o material en condición no drenada; en tanto el bloque se desliza por el tramo, el exceso de presión de poros se disipa mediante un proceso de consolidación.

Para Trujillo y Ramos (2010) los movimientos de masa se pueden clasificar dependiendo de la velocidad del flujo, por su contenido de humedad, por el tipo de material transportado, de su tamaño y la inclinación de la pendiente de trayectoria. Dentro de estos pueden clasificarse como flujos de roca, flujos de detritos, flujos de suelos y flujos de lodos. Llamando estos tres últimos como flujos de material desagregado (FMD), debido a que se componen de dos fases, fase sólida y fase líquida (Trujillo & Ramos, 2012).

Existen diferentes métodos de estudio para su comportamiento, aproximaciones como la heurística y basadas en la física como el equilibrio límite, son usadas para establecer la estabilidad de un talud. Pero en estudios donde el interés sea las características mecánicas como velocidad, distancia. Dado es este motivo es necesario trabajar los flujos de material desagregado, desde una perspectiva alternativa (mecánica de medios continuos). Por este motivo Trujillo y Ramos (2010) se basan en el procedimiento desarrollado por Iverson y Denlinger (2001), este permite obtener soluciones analíticas para algunos casos bajo condiciones de contorno especiales. Este método describe el comportamiento del FMD desde el inicio hasta la deposición, y requiere como parámetros de entrada, las condiciones iniciales de velocidad y desplazamiento, topografía de la trayectoria, ángulo de fricción del lecho, viscosidad del fluido, densidad de mezcla y la fracción de presión de poros (Denlinger & Iverson, 2001).

El modelo analítico propuesto por Trujillo y Ramos (2010) transforma en modelo tridimensional descrito por Iverson y Delinger (2001), la ecuación (10) simplifica este modelo tridimensional para modelarlo como unidimensional, teniendo en cuenta que se desprecia el esfuerzo lateral que puede ser insignificante, manteniendo la mezcla uniforme de su altura.

$$\bar{v}_x = \frac{\rho g_z H^2}{3n_f \mu} \theta \left[ 1 - e^{-t / \frac{\rho H^2}{3n_f \mu}} \right] + \bar{v}_x e^{-t / \frac{\rho H^2}{3n_f \mu}} \quad (10)$$

Sassa (1988) implementó otro modelo de bloque que muestra la influencia del cambio de la presión de poros durante el deslizamiento. La presión de poros varía por la carga no drenada del suelo, esto puede presentar un aumento de la presión de poros en el pie del talud. El modelo de Sassa puede simular buenas velocidades de los deslizamientos de tierra, siempre y cuando se escojan valores apropiados para  $ru$  (coeficiente de presión de poros) (Sassa, 1988).

Aguirre-pe , Moncada, Guatarasma y Suárez (2005), analizan el flujo de mezclas homogéneas de arena y arcilla, saturadas en agua. Los flujos de barros y escombros pueden describirse de tipo laminar, transporte de partículas o como un fluido newtoniano (Aguirre-pe, Moncada, Guatarasma, & Suárez, 2005). Los esfuerzos predominantes pueden estar determinados por colisiones entre partículas; Bagnold introdujo los parámetros  $D_v^*$  y  $G^*$  para describir los esfuerzos cortantes en función de la tasa de deformación en un volumen de control que contiene una mezcla saturada de partículas sólidas. El primero relaciona esfuerzos inerciales y viscosos, el segundo el esfuerzo cortante promedio y el inercial. Julien y Lan (1991) propusieron un modelo reológico cuadrático para flujos hiperconcentrado (Julien & Lan, 1991). Incluye cuatro componentes de resistencia:

- La cohesión entre partículas

- La fricción viscosa entre fluido y sedimentos
- Impacto de las partículas
- La turbulencia

El modelo cuadrático se define en la ecuación (11)

$$\tau = \tau_y + \mu \frac{du}{dy} + \eta \left( \frac{du}{dy} \right)^2 \quad (11)$$

Donde  $\tau$  es el esfuerzo cortante,  $\tau_y$  es el esfuerzo de cedencia,  $\mu$  viscosidad dinámica, es una propiedad del material,  $\eta$  parámetro turbulento dispersivo,  $du/dy$  gradiente de velocidades normal a la dirección del flujo.

La suma de los dos primeros términos corresponde a la ecuación de fluidos de Bingham y el último termino expresa los efectos de la turbulencia y el esfuerzo dispersivo inducido por las colisiones.

$$\tau^* = 1 + (1 + T_D^*) a_1 D_V^* \quad (12)$$

$a_1$  Es una constante empírica introducida por Bagnold,  $D_V^*$  es la relación dispersiva-viscosa y  $T_D^*$  es la relación turbulenta-dispersiva.

$$D_V^* = \frac{\rho_s \lambda^2 D_s^2}{\mu} \left( \frac{du}{dy} \right) \quad (13)$$

$\rho_s$  Es la densidad de los sólidos,  $\lambda$  coeficiente de concentración,  $C_v$  concentración volumétrica de sedimentos y  $C^*$  máxima concentración y  $D_s$  diámetro de las partículas de sedimento

$$T_D^* = \frac{\rho_m l_m^2}{\alpha_1 \rho_s \lambda^2 D_s^2} \quad (14)$$

$\rho_m = \rho(1 - C_V) + \rho_s C_V$  Es la densidad media de la mezcla, donde  $\rho$  es la densidad del fluido y  $l_m$  es la longitud de mezcla turbulenta de agua y sedimentos.

Se analiza el flujo unidimensional el cual está regido por un sistema de ecuaciones no lineales, hiperbólicas, en derivadas parciales obtenidas de la simplificación de las ecuaciones bidimensionales de Navier-Stokes. Esto permite la reducción de términos según su orden de magnitud. Así se tienen las conocidas ecuaciones (15) y (16) de Saint Venant

$$\frac{\partial(hU)}{\partial t} + \frac{\partial(\beta hU^2)}{\partial x} = gh \sin \theta - gh \cos \theta \frac{\partial h}{\partial x} - \frac{\tau_0}{\rho_m} \quad (15)$$

$$\frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial(hU)}{\partial x} = 0 \quad (16)$$

Donde  $x$  es la coordenada longitudinal en la dirección del canal con un Angulo  $\theta$  respecto a la horizontal,  $g$  es la aceleración de la gravedad,  $\rho_m$  densidad media de la mezcla,  $U$  es el valor medio de la componente de la velocidad en  $x$ ,  $h$  es la profundidad,  $\tau_0$  esfuerzo cortante en el lecho,  $t$  es el tiempo y  $\beta$  coeficiente de corrección de cantidad de movimiento.

Las ecuaciones de Navier Stokes no son fácilmente integrables en este flujo de esfuerzos complejos, a excepción de los casos particulares en los que predomina un tipo de esfuerzo.

En el artículo de Aguirre-pe et al (2005), se hicieron experimentos para determinar la viscosidad, el esfuerzo cortante y la velocidad de deformación, en mezclas de agua, arcilla y arena mediante un viscosímetro rotacional marca Rheomat, modelo 30, de tipo Couette, al cual se imponen velocidades de rotación constantes, en secuencias variadas, y se obtienen las curvas que presentan la viscosidad y el esfuerzo cortante contra la tasa de deformación (Aguirre-pe et al., 2005).

### **3.2 Modelos de flujo bidimensional**

Otro tipo de modelos que se pueden apreciar en la literatura científica son aquellos que consideran el flujo en dos dimensiones. El hecho de considerar el flujo bidimensional hace que la descripción del movimiento se haga de una manera más profunda. Se puede decir que este tipo de modelos para el fenómeno de remoción en masa se ha desarrollado de maneras muy diversas, abarcando desde marcos de referencia eulerianos y hasta marcos de 3 lagrangianos; dónde se representa un volumen de control y una masa continua en su posición respectivamente. De aquí se destacan modelos en donde se usa la reología de Bingham; la cual tiene su particularidad en que la fuerza resistente es dependiente a la altura del flujo, un límite de elasticidad constante y un término lineal de viscosidad. También se encuentra la reología de Voellmy como un gran representante de los modelos bidimensionales quien incluye un término de turbulencia dónde teóricamente se genera entre las partículas del flujo y la cama del deslizamiento.

El modelo presentado por Sousa y Voight (1991), analiza los diferentes modelos que comprenden el comportamiento coeficientes importantes para fallas rápidas de pendiente a velocidades altas, comprendiendo la reología de Bingham (Sousa & Voight, 1991). Ellos asumen un flujo transitorio bidimensional de un fluido viscoso incompresible de superficie libre y se asumen dos coeficientes de viscosidad y un término de límite de elasticidad, con lo que se aproximan a la reología de Bingham.

Este modelo se ha utilizado previamente en análisis de avalanchas de nieve y en deslizamientos de rocas. Estos últimos se enfocaron en explorar y probar el enfoque de modelado frente a fenómenos naturales y establecer una gama de parámetros reológicos apropiados para algún tipo de flujo, insertando una geometría de fuente específica (Trunk, Dent, & Lang, 1986). Los flujos rápidos, que son producto de altas pendientes, constan principalmente de sólidos granulares interactivos que se mueven a altas velocidades. Dado a que los modelos detallados reconocen la naturaleza granular de los escombros, se presentan problemas computacionales asociados a sistemas de modelado de partículas discretas. Por esto un modelo más simplificado podría solucionar estos inconvenientes de la dinámica de avalanchas (Sousa & Voight, 1991).

La relación de Bingham para el flujo paralelo bidimensional se presenta en las ecuaciones (17) y (18).

$$\frac{\partial u}{\partial y} = 0, \quad \tau \leq k \tag{17}$$

$$\frac{\tau}{\rho} = \gamma + v_b \frac{\partial u}{\partial y}, \quad \tau > k \tag{18}$$

Donde  $u$  es la velocidad en dirección del flujo  $x$ ,  $y$  es la coordenada normal a la dirección del flujo,  $\partial u / \partial y$  es la velocidad de deformación,  $\tau$  el esfuerzo cortante,  $\rho$  es la densidad,  $k$  resistencia a la deformación,  $v_b$  es la viscosidad cinemática de Bingham,  $\gamma = k / \rho$  es un parámetro de resistencia al corte.

El modelo considera dos fases con diferentes viscosidades, en la figura 6 se puede observar una ilustración del modelo físico considerado.

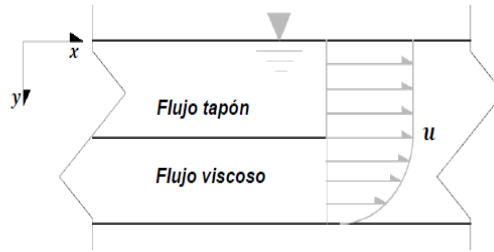


Figura 4. Esquema de la distribución de velocidad en un sistema biviscoso. Fuente: Adaptado de (Sousa y Voight, 1991)

Sousa y Voight (1991) enuncia que la capa superior (o la que tiene la superficie libre) es una capa que posee una alta viscosidad pero una baja tasa de deformación, mientras que la capa subyacente presenta una baja viscosidad pero una alta tasa de deformación, lo cual presenta una aproximación al modelo de Bingham. Donde por encima de la superficie crítica se comporta como un tapón rígido (ecuación (17)). Debajo de la superficie crítica se comporta como un material que fluye viscosamente (18).

A través del método numérico continuo SMAC de Amsden y Harlow (1970) para flujos de superficies libre incompresibles, modificado por Dent (1982), la relación de ecuaciones constitutivas biviscosa (19) y (20).

$$\frac{\tau}{\rho} = \nu' \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right), \quad \tau \leq \gamma \tag{19}$$

$$\frac{\tau}{\rho} = \gamma + \nu_b \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) - \frac{\gamma}{\nu'} \right], \quad \tau > \gamma \tag{20}$$

Donde  $u$  y  $v$  son componentes de velocidad en dirección  $x$  y  $y$  respectivamente,  $\nu'$  es una viscosidad cinemática mayor a  $\nu_b$ , de baja deformación. Este modelo se aproxima al de Bingham, cambiando el

comportamiento de la capa superior como una deformación finita y no como una capa rígida como lo asumía Bingham.

Por otra parte, Sousa y Voight (1991) trabajaron otro modelo matemático continuo, en el que las ecuaciones de interés son la ecuación de continuidad incompresible y las ecuaciones de Navier-Stokes para flujo viscoso lineal (White, 1974, Amsden y Harlow, 1970).

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0 \quad (21)$$

$$\frac{D\mathbf{V}}{Dt} = \mathbf{g} + \nabla \frac{p}{\rho} + \nu \nabla^2 \mathbf{V} \quad (22)$$

Donde  $\mathbf{V}$  es el vector de velocidad,  $t$  es el tiempo,  $\mathbf{g}$  es la aceleración vectorial de la gravedad,  $p$  es la presión,  $\nu$  es la viscosidad cinemática,  $\nabla$  es el operador diferencial y  $\frac{D\mathbf{V}}{Dt} = \mathbf{g} + \nabla \frac{p}{\rho} + \nu \nabla^2 \mathbf{V}$  es la derivada sustancial. Estas ecuaciones proporcionan el modelo matemático completo para el flujo bidimensional de un fluido lineal viscoso incompresible.

El modelo de Bingham es capaz de explicar varias características comúnmente observadas en depósitos de avalanchas y deslizamientos. Se pueden explicar comportamientos de fenómenos como. Bloques grandes fracturados relativamente intactos transportados lejos de su fuente, depósitos gruesos en pendientes.

En el estudio realizado para el modelado de un flujo de escombros, se le da un enfoque de mezcla en dos fases comúnmente usado para flujos de desechos granúlales o arcillas (Richard M Iverson, 1997), (R. M. Iverson & Vallance, 2001), (Denlinger & Iverson, 2001). En las cuencas de arcilla-shale, la matriz

de derrames se caracteriza por un alto contenido de finos. Por este motivo, este trabajo utiliza un modelo unidimensional de un lodo viscoplástico que incluye un límite de elasticidad debido a la fracción coloidal descrito por (Remaître, Malet, Maquaire, Ancey, & Locat, 2005).

Se usa un modelo de drenaje unidimensional BING, desarrollado por Imran, Harff, y Parker (2001), el modelo numérico soluciona las ecuaciones de conservación de la masa y momento que se integran sobre el espesor de una capa viscosa y el tapón (capa que está por encima de la viscosa la cual permanece más rígida y con poca deformación), se genera una tensión de (fluencia) de corte en la interfase de estas dos capas, generando una deformación en el material si se presenta un exceso en la tensión (Imran, Harff, & Parker, 2001). El modelo se basa en el esquema numérico de Jiang y LeBlond de 1993. Se resuelve usando un esquema explícito de diferencias finitas en un marco de referencia lagrangiano (Jiang & Le Blond, 1993). El modelo de Imran et al. (2001) impone una condición de no deslizamiento en la cama, desprecian la erosión, la deposición y el arrastre de agua y sedimento. Para trabajar como un modelo unidimensional se toma el volumen como una unidad de ancho, requiriendo entonces la longitud  $L$  y el grosor  $H$  del sedimento fallido.

Dado que el estudio realizado por A. Remaître et al. Utilizaron datos experimentales o de campo, algunos parámetros se entrada para el modelo se realizan a partir de trabajos previos en el área de estudio, el perfil longitudinal, el volumen de falla y la geometría y las propiedades del sedimento. Los parámetros requeridos son la densidad aparente del sedimento, el límite de elasticidad y la viscosidad dinámica. Para la calibración del modelo se evaluó la reología de Herschel-Bulkley y el código de BING replicando con ellos observaciones de campo (espesor del depósito, velocidades) (Remaître et al., 2005).

Las ecuaciones de conservación de masa y el impulso o conservación del momento lineal, descritas por Imran et al. (2001) se describen en las ecuaciones (23) y (24) respectivamente.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (23)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = - \left(1 - \frac{\rho_a}{\rho_d}\right) g \frac{\partial D}{\partial x} + \left(1 - \frac{\rho_a}{\rho_d}\right) g S \frac{1}{\rho_d} + \frac{\partial \tau}{\partial y} \quad (24)$$

Donde  $x$  denota la longitud del arco, y la dirección hacia arriba o normal al lecho,  $u$  y  $v$  velocidades de flujo,  $D$  es el espesor de flujo,  $\rho_d$  y  $\rho_a$  densidad de residuos y el fluido ambiente,  $S$  es el gradiente de pendiente y  $g$  la aceleración debido a la gravedad.

En las reologías propuestas por Bingham y Herschel-Bulkley se considera que el fluido consta de una capa de corte distinta y una de tapón. Siendo el esfuerzo cortante entre ellas la tensión de fluencia. El material se deforma si excede su resistencia elástica enunciada en la ecuación (25).

$$\tau = \tau_0 + \kappa(\gamma)^n \quad (25)$$

Dónde  $\tau$  es la tensión de corte,  $\tau_0$  la tensión de fluencia,  $\kappa$  la consistencia,  $\gamma$  la tasa de cizallamiento,  $n$  el exponente de la ley de potencia. El comportamiento es del tipo de Bingham cuando  $n = 1$  y del tipo de Herschel-Bulkley cuando  $n = 1/3$ .

La ecuación (26) expresa un modelo bilineal (Locat, 1997) el cual permite que el material se comporte como un fluido de Bingham a alto esfuerzo y como un fluido Newtoniano más viscoso a una tensión de cizalla más baja (reología bilineal).

$$\tau = \tau_{ya} + \mu_{dh}\gamma + \left\{ \frac{\tau_{ya}\tau_0}{\gamma + \gamma_0} \right\} \quad (26)$$

Donde  $\tau_{ya}$  es la resistencia elástica,  $\mu_{dh}$  es la viscosidad,  $\gamma$  es la velocidad de cizallamiento,  $\gamma_0$  es la velocidad de cizallamiento en transición de comportamiento Newtoniano a un comportamiento de Bingham.

En los modelos revisados hasta el momento, en la distancia de escorrentía influyen diversos parámetros reológicos, pero se hace necesario el desarrollo de herramientas donde se incorpore el arrastre de partículas sueltas, para construir escenarios confiables para cuencas hidrográficas caracterizadas por un alto potencial de erosión e inestabilidades de pendientes (Remaître et al., 2005).

El modelo de Savage y Hutter está guiado por los pioneros en el tema de deslizamientos en avalanchas cómo lo fue (Voellmy, 1955), Perla and Martinelli (1978), B. Salm (Salm, 1967), Perla, Cheng and McClung (1980) que después de éstos se dividió la investigación poniendo en discusión si el análisis se debería hacer como partículas sólidas únicamente o como una unión entre sólido y líquido, es decir entre múltiples fases.

Savage y Hutter (1991), presentan un modelo del flujo de material granular, sin cohesión e incompresible que se transporta sobre una superficie rugosa. El material constitutivo asume que se describe por un criterio Mohr-Coulomb, mientras que la cama de deslizamiento es tratada como una ley de fricción basal tipo Coulomb. Las ecuaciones que gobiernan el movimiento se desarrollan a partir de las leyes de conservación de la masa y momento lineal (Savage & Hutter, 1991).

Las ecuaciones finales bidimensionales que se describen para  $h$  (altura) y  $u$  (velocidad promedio) son discretizadas de forma lagrangiana y resueltas por medio de diferencias finitas. Así el material se componga en partículas, como en realidad ocurre, para el análisis se tomará como un continuo, esto significa e implica que la profundidad y la longitud del flujo de masa es mucho mayor en comparación a de una partícula tipo.

La densidad de flujo amontonada se puede dar por el hecho del choque entre las partículas aleatoriamente. Si la pendiente de la cama de deslizamiento es alta y prolongada ésta variación será muy pequeña, pero si la pendiente de la cama se acerca al ángulo de reposo del material el cambio será notorio, en este trabajo de Savage y Hutter (1991) se usó la ecuación de profundidad promedio del movimiento así que el cambio en la densidad de flujo amontonado tendría un efecto muy pequeño o tendría una baja consecuencia en las ecuaciones finales que gobiernan el modelo del movimiento, de hecho la densidad se toma como constante.

Teniendo en cuenta las asunciones anteriores se hace uso de las ecuaciones de conservación de la masa y momento lineal para un material incompresible y continuo que describen el movimiento de masas de avalancha:

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \tag{27}$$

$$a \rho g \frac{d\mathbf{u}}{dt} = -\nabla \cdot \mathbf{p} + a \mathbf{g} \tag{28}$$

Donde  $\mathbf{u}$  es la velocidad de la densidad de flujo amontonada,  $a$  es la densidad del flujo amontonado,  $\mathbf{p}$  es el tensor de esfuerzos y  $\mathbf{g}$  es la fuerza gravitacional. Partiendo de allí, bajo simplificaciones con coordenadas curvilíneas y agregando otros parámetros adimensionales que facilitan el desarrollo matemático introduciendo tres características de escala de longitud para usar en la ecuación adimensional que gobierna el movimiento.

Se toma a  $L$  para el esparsimiento longitudinal de la pila de flujo,  $H$  para la profundidad y  $R$  para el radio típico de curvatura del perfil de la cama; El radio aparente  $\varepsilon = \frac{H}{L}$  y curvatura adimensional  $\lambda = \frac{L}{R}$

se llega a un sistema de ecuaciones diferenciales que tienen como objetivo encontrar la profundidad y velocidad promedio del flujo.

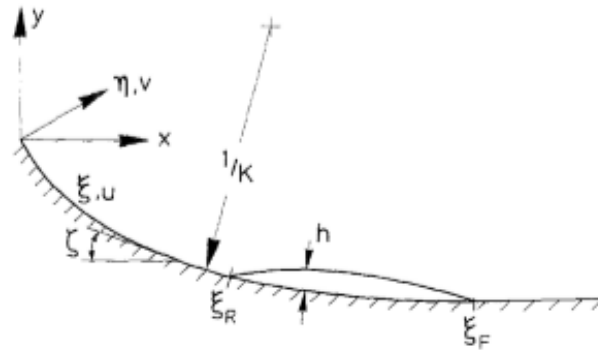


Figura 5. Definición del dibujo de sistema de coordenadas y geometría de una masa finita de material granular moviéndose cuesta abajo sobre una cama curva rígida. Fuente:(Savage y Hutter, 1991)

$$\frac{\delta h}{\delta t} + \frac{\delta(h\bar{u})}{\delta \xi} = 0 \tag{29}$$

$$\frac{d\bar{u}}{dt} = \frac{\delta\bar{u}}{\delta t} + \bar{u} \frac{\delta\bar{u}}{\delta \xi} = \sin \zeta - \tan \delta \operatorname{sgn}(\bar{u})(\cos \zeta - \lambda x \bar{u}^2) - \epsilon k_{actpass} \cos \zeta \frac{\delta h}{\delta \xi} \tag{30}$$

Dónde **h** es la altura del flujo, **ū** es la velocidad promedio del flujo, **t** es el tiempo, **ξ** es el desplazamiento en coordenadas curvilíneas, **ζ** es la pendiente local de la cama en coordenadas curvilíneas, **ε** es el radio aparente, **δ** es el ángulo de fricción de la cama, **λ** es la característica curvatura adimensional, **x** es el vector posición y **k<sub>actpass</sub>** es el coeficiente de presión de la tierra (activo o pasivo, según la velocidad)

Hungr (1995) idealizó un modelo continuo, el cual se desarrolla para simular las características del fenómeno de deslizamientos. Hacen énfasis en el desarrollo del deslizamiento por medio del método

lagrangiano usando las ecuaciones del movimiento y asumiendo variedad en las características reológicas del material que cambia en torno a la fuerza de fricción presentada en la capa de deslizamiento o interno del material (Oldrich Hungr, 1995). Savage y Hutter (1989) usaron un modelo de fricción Lagrangiano bidimensional para simular el flujo de arena seca. El suyo es el único algoritmo existente capaz de simular estados de tensión interna no hidrostática apropiados para el flujo de un material granular, en oposición a un fluido (Savage & Hutter, 1991).

El estudio de Oldrich Hungr (1995) habla de flujos no estacionarios o no constantes, Se basan en la ley de newton dónde toman un diferencial del flujo como un diagrama de cuerpo libre e incluyen las fuerzas que actúan en dicho cuerpo Para su análisis. En cada bloque diferencial actúa una fuerza neta que consiste en una componente tangencial del peso, la fuerza de fricción basal y la resultante y tangencial presión interna quedando:

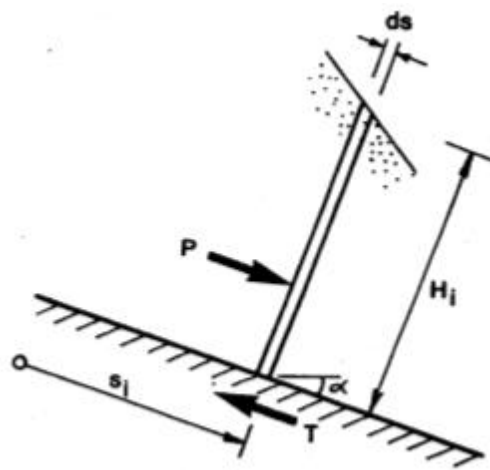


Figura 6. Diagrama de cuerpo libre del diferencial de flujo. Fuente: (Oldrich Hungr, 1995)

$$F = \gamma B_i H_i ds \sin \alpha + P + T \quad (31)$$

Como lo señalado anteriormente, la ecuación contiene un término de resistencia ‘T’ el cual, dependiendo del tipo de flujo o modelo que se utilice según su reología, puede ser o no usado. En la figura 7 se resumen los tipos de flujo según su reología.

Dónde  $c$  es la constante de fuerza cortante,  $A_i B_i \cdot ds$  es el área del bloque de frontera,  $B_i$  es el ancho de los bloques (perpendicular a la dirección del flujo),  $a_c = \frac{v_i^2}{R}$  es aceleración centrífuga,  $R$  es el radio de curvatura vertical del camino,  $r_u$  es el coeficiente de presión de poros,  $\Phi$  es el ángulo de fricción,  $g$  es la aceleración de la gravedad,  $\gamma$  es el peso unitario bruto del bloque de contorno,  $H_i$  es la altura de los bloques de frontera,  $\alpha$  es la pendiente de la cama de deslizamiento,  $v$  es la velocidad,  $\mu$  es la viscosidad dinámica,  $n$  es el coeficiente de rugosidad de manning,  $\tau$  es el esfuerzo de fluencia constante y  $\xi$  es el parámetro de turbulencia.

**Tabla 1.**  
*Tipos de Flujo de acuerdo a su reología.*

Reologías de O. Hungr (1995)	
Tipo	Formula
Flujo Plástico	$T = cA_i$
Flujo de Fricción	$T = A_i \gamma H_i (\cos \alpha + \frac{a_c}{a})(1-r_u) \tan \Phi$
Flujo laminar de Newton	$T = \frac{3A_j v_j \mu}{H_i}$
Flujo Turbulento	$T = A_i \gamma v_i^2 n^2 H_i^{(-\frac{1}{3})}$
Flujo de Bingham	$v_i = \frac{H_i}{6\mu} (\frac{2T}{A_i} - 3\tau + \frac{\tau^3 A_i^2}{T^2})$
Flujo viscoso de Coulomb	$\tau = \gamma H_i (\cos \alpha + \frac{a_c}{a})(1-r_u) \tan \Phi$
Flujo de Voellmy	$T = A_i [\gamma H_i (\cos \alpha + \frac{a_c}{a}) \tan \Phi + \gamma \frac{v_i^2}{\xi}]$

Fuente: Adaptado de O. Hungr (1995).

O. Hungr(1995) habla del comienzo de los estudios de los deslizamientos avalanchas y caídas de escombros, por lo que se guía de Evans et al. (1994) para iniciar su estudio con una visión lagrangiana del fenómeno a predecir. Después nombra varios autores de los cuales tienen trabajos acerca de los parámetros reológicos utilizados en sus ecuaciones analíticas, pues hay muchos autores que han enfatizado en factores que pueden tener relevancia al momento de modelar la fuerza friccional en la base de acuerdo al tipo de movimiento que se resume en la Figura 7. O. Hungr destaca un factor en la presión que se ejerce como fuerza que fomenta al deslizamiento, y debido a los estudios realizados por Sassa procede a utilizar su método.

Tai, Gray y Hunter (1999), hacen referencia a las avalanchas de nieve y su comportamiento, diciendo que se comportan como nieve seca. Llevan a cabo experimentos utilizando las ecuaciones ya mencionadas, donde se pueda hacer una comparación con datos tomados mediante varios sistemas que consta de toboganes con 10 cm de ancho y entre 2 y 3 metros de largo con una masa granular finita que se deja caer detrás de una puerta que se abre automáticamente y pendientes de aproximadamente 1 metro de ancho y de 2 a 3 metros de longitud (Tai, Wang, Gray, & Hutter, 1999). Para los experimentos también tienen en cuenta los cambios que pudiesen ocurrir al generar unos obstáculos en el recorrido del material.

En el artículo de Yih-Chin Tai (1999) se hace énfasis en que el comportamiento puede ser descrito por las ecuaciones de Savage y Hutter (1989), modelo que se adapta adecuadamente a lo anteriormente dicho. Se revisan las ecuaciones para las cuales se han probado en experimentos de laboratorio que podrían ser usados en flujos reales. En las ecuaciones de Savage y Hutter (1989), se encuentran dos clasificaciones de flujo las cuales se clasifican: La densidad de flujo guiada por la gravedad de la avalancha, con polvo de aire de nieve, que contienen capas límites turbulentas de una mezcla de partículas sólidas suspendidas y aire (Savage & Hutter, 1989).

Para este estudio (Tai, Wang, Gray, & Hutter, 1999), solo se hablará de la densidad de flujo guiada por la gravedad ya que es la más frecuente que se encuentra. Basándose en que algunas comparaciones con las soluciones numéricas de las ecuaciones Savage y Hutter se adecuan al flujo de materiales granulares donde aun siendo de gran magnitud en la naturaleza ofrecen una respuesta confiable deduciendo que las ecuaciones son invariantes a escala.

P. Ghilardi, L. Natale, F.Savi (2001) (Ghilardi et al., 2001) aplica un modelo que considera una mezcla de dos fases de sedimentos gruesos y fluido intersticial. Es un modelo matemático que sirve para simular flujos de desechos o escombros. Este modelo fue pensado para transporte de sedimentos producto de lluvias intensas y localizadas en terrenos montañosos, en donde la descarga de sedimentos puede aumentar en forma que la concentración volumétrica puede exceder el 40%, siendo depositados en abanicos aluviales.

En el estudio de P. Ghilardi, L. Natale, F.Savi (2001) indican que hasta el momento se han mostrado diferentes modelos matemáticos para representar un flujo de escombros basados en la conservación de la masa y el momento. En el modelo que aplica P. Ghilardi, L. Natale, F.Savi (2001) incluye el proceso de erosión/deposición y el comportamiento de la mezcla de diferentes tipos de sedimentos. El flujo de mezcla se describe con un modelo de profundidad bidimensional con una ecuación de momentum 2D, las tasas de erosión y deposición las calculan con una relación mejorada por Egashira-Ashida 1987.

La ecuación (32) describe el movimiento de la fase solida a la misma velocidad que la fase liquida:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho h U) + \nabla \cdot (\rho h U U) + \nabla(\rho g \frac{h^2}{2} \cos \vartheta) - \rho g h(\nabla_z - J) = 0 \quad (32)$$

Donde  $\mathbf{U}$  es la velocidad del flujo,  $\rho$  la densidad de la mezcla,  $h$  la profundidad del flujo,  $g$  aceleración debido a la gravedad,  $z$  la elevación del lecho,  $\mathbf{J}$  la fricción de pendiente,  $\vartheta$  el ángulo entre el lecho y el plano horizontal.

Las ecuaciones de continuidad para la mezcla total y la fase solida son las (33) y (34).

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{U}h) = i \quad (33)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(ch) + \nabla \cdot (c\mathbf{U}h) = ic_v \quad (34)$$

Donde  $i$  es la tasa de erosión del lecho,  $c$  la concentración del sedimento y  $c_v$  se define dependiente del límite  $i$ , si  $i$  es mayor o igual a 0, concentraciones de sólidos en lecho estático  $c^*$ ; si  $i$  es menor a 0, será el máximo entre la concentración de sólidos en el lecho estática o justo después de la deposición. La erosión y la deposición se evalúan mediante versiones modificadas de las fórmulas (34) (35) (36) dadas por Egashira-Ashida (1987).

$$\frac{i}{U} = K \tan(\vartheta_f - \vartheta_e) \quad (35)$$

Donde:

$$\vartheta_f = \tan^{-1} \left( \frac{|\mathbf{J}|}{\cos \vartheta_U} \right), \vartheta_U = \sin^{-1} \left( \frac{U \cdot \nabla_z}{|\mathbf{U}|} \right), \quad (36)$$

$$\vartheta_e = \tan^{-1} \left( \frac{c(\rho_s - \rho_i)}{c(\rho_s - \rho_i) + \rho_i} \tan \phi \right). \quad (37)$$

Donde  $\rho_s$  densidad del grano grueso,  $\rho$  densidad del flujo intersticial,  $\phi$  ángulo de fricción interno, los subíndices  $f$ ,  $U$  y  $e$ , representan la fricción, la velocidad y el equilibrio. La constante  $K$  será 0.1 siguiendo el trabajo de (Brufau et al., 1999).

El comportamiento de este tipo de flujo se puede considerar como un fluido de densidad constante de una fase o densidad variable de dos fases compuesta por un material granular sumergido en un fluido intersticial. Se debe tener en cuenta que este fluido se comporta como una fase sólida y una líquida que viajan a la misma velocidad.

Los resultados obtenidos por el modelo de los autores Yih-Chin Tai et al (1999) reprodujeron tanto la zona interesada del flujo de escombros como la distribución espacial de los sedimentos. Se deduce con los resultados, que los detalles geométricos del terreno influyen de manera importante en los flujos de escombros. Concluyeron que los volúmenes de flujo de escombros y las descargas son mayores que los valores usados para el diseño de estructuras hidráulicas. También obtuvieron que dado a la densidad de la mezcla que es dos veces mayor que la densidad de flujo líquido incrementa las fuerzas hidrostáticas. Los resultados de la simulación comparados gráficamente con los observados en el deslizamiento real fueron satisfactorios (Tai et al., 1999).

El estudio de Hungr (2001) pretende expresar las causas de los deslizamientos con mayores consecuencias negativas que se encuentran describiendo cada una de las situaciones presentadas, como lo es la pérdida de cohesión, decremento en el ángulo de fricción y el incremento en la presión de poros, destacando la aceleración que podrían presentar en cada caso dada la mecánica analítica de éstos fenómenos (Oldrich Hungr, 2001), para ello involucran tres tipologías de deslizamientos que generan

más daño dentro de los suelos granulares, el deslizamiento de escombros, deslizamientos que se dan en canales y barrancos, y deslizamientos efectuados por licuefacción o terremotos.

Se incorporan mecanismos básicos de iniciación donde principalmente se evalúa el fenómeno de la falla, se conceptualiza en una fuerza guiada  $F_d$  y una de resistencia  $F_r$  actuando sobre la masa que falla,  $F_d$  es guiada por la gravedad, la inclinación y la velocidad, la fuerza de resistencia debe ser igual al momento de la falla y va decreciendo como resultado de la fragilidad.

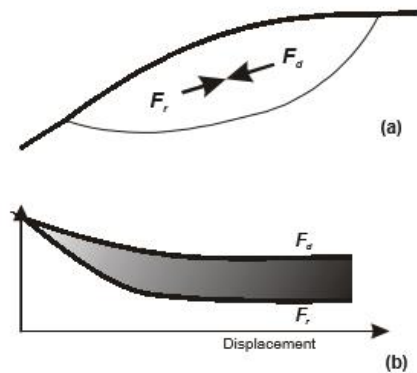


Figura 7. Aceleración teórica resultante por tres tipos de pérdida de fuerza. Fuente:(Oldrich Hungr, 2001)

De aquí parte el estudio entre la fuerza resistiva del movimiento y la guiada por la gravedad, es por ese motivo que se mencionan procesos dinámicos generadores de deslizamientos rápidos, su aceleración, y en el contexto Mohr Coulomb puede incurrir por tres procesos, pérdida de cohesión, decrecimiento en el ángulo de fricción y el incremento de la presión de poros.

El artículo de O. Hungr(1995) expone las consecuencias dinámicas de la pérdida repentina de fuerza cuando se cuantifica con un modelo simple de estabilidad dado por Morgestern y Sangrey (1978). En un caso se asume que en la pendiente existe una condición seca soportada por la fuerza del suelo con componentes friccional y cohesivo. En otro caso la cohesión no existe, decrece el ángulo de fricción y

el incremento en la presión de poros da un aumento en la aceleración dado por la siguiente gráfica y por último muestra el caso Se habla en torno a la licuefacción y a la carga no drenada de un suelo que puede moverse y su problemática con respecto a la generación de deslizamiento.

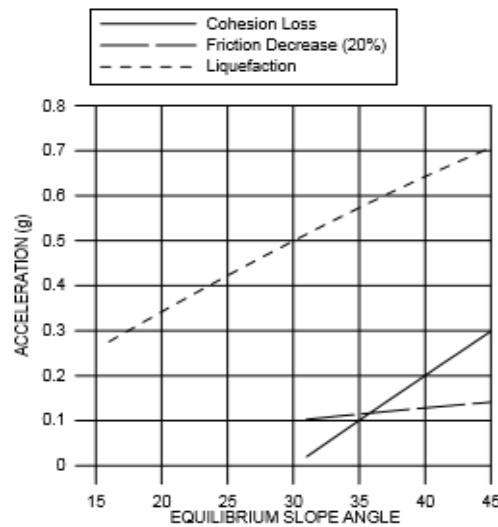


Figura 9. Aceleración teórica resultante por tres tipos de pérdida de fuerza. Fuente:(Oldrich Hungr, 2001)

### 3.3 Modelos de flujo tridimensional

El desarrollo de nuevos modelos a lo largo de la historia ha venido evolucionando de la mano de los adelantos tecnológicos. Los modelos tridimensionales han sido empleados para el desarrollo de modelos y/o metodologías de análisis más complejas; en donde se puede tener en cuenta la interacción de varios parámetros y el tiempo, simulaciones de movimiento en terrenos complejos, como superficies topográficas etc. y obteniendo resultados más aproximados o realistas. Los modelos tridimensionales son desarrollados utilizando tanto formas Eulerianas como Lagrangianas, dependiendo del tipo de flujo al cual mejor se acople teniendo en cuenta el método numérico o matemático con el cual será desarrollada la solución.

En primer lugar, Chen y Lee (2003) toma un modelo casi tridimensional, usando un esquema de referencia lagrangiano de diferencias finitas para simular el comportamiento dinámico del fenómeno de deslizamiento (Chen & Lee, 2003), dónde uno de los casos de estudio es el inducido por lluvias que ocurrió en 1993, la reología de voellmy es adoptada.

Chen, et.al (2003) estudia el efecto del comportamiento de un terreno después de una caída intensa o un gran periodo de lluvia, debido a que el modelo bidimensional reduce la descripción del movimiento ya que solo describe el impulso longitudinal, no toma en cuenta el esparcimiento lateral que con el modelo LFEM (Lagrangian Finite Element Method) se podría obtener (Chen & Lee, 2003).

En el procedimiento matemático se toma una masa finita en movimiento representadas por columnas una tras otra cuya deformación es libre, para deslizamientos de gran calibre es predominante el esparcimiento que la altura en escala. Así las ecuaciones gobernantes en el plano x-y se pueden escribir cómo lo muestra la ecuación (37).

$$\rho \frac{d(\mathbf{U}_0 h)}{dt} = (\mathbf{W}_0 + \mathbf{P}_0 + \mathbf{T}_0) h \quad (38)$$

Dónde  $d/dt$  es la derivada del material,  $h_{(x,y)}$  es la profundidad del deslizamiento,  $\rho$  la densidad acumulada,  $\mathbf{U}_{(u,v,w)}$  velocidad,  $\mathbf{W}_0$  es la fuerza del peso,  $\mathbf{P}_0$  Fuerza columnas internas,  $\mathbf{T}_0$  Fuerza cortante basal. Los subíndices 0 indican el valor promedio a lo largo de la profundidad en el sentido de:

$$\Phi_0 = \frac{1}{h} \int_0^h \Phi dz, \quad (39)$$

$$\Phi = \{U; W, P, T\}$$

Para la Fuerza basal se basaron en la reología de Voellmy como se indica anteriormente despreciando el término viscoso.

$$\tau = \mu\sigma + \gamma \frac{U^2}{\zeta h} \quad (40)$$

Dónde  $\tau$  es el esfuerzo cortante basal,  $\sigma$  Esfuerzo normal basal,  $\gamma = \rho g$  es la unidad de peso acumulado,  $U$  la velocidad de movimiento paralela a la base,  $D = \zeta h$  el cuál es el parámetro de resistencia dinámica que cubre el efecto de turbulencia

Para la presión interna de las columnas el modelo toma la diferencia entre la presión lateral de la tierra actuando en los dos lados de la columna por el método de Janbu en el análisis de la estabilidad se expresa como:

$$P = -k\nabla(\rho gh) \quad (41)$$

Dónde  $\nabla = (\partial/\partial x, \partial/\partial y)$  es el operador gradiente,  $k = k_x, k_y$  son la serie anisotrópica del radio de la presión de poros; dadas por las ecuaciones (41) y (42).

$$k_x = \begin{cases} k_{act} \left( \frac{\partial u}{\partial x} > 0 \right) \\ 1.0 \left( \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \right) \\ k_{pas} \left( \frac{\partial u}{\partial x} < 0 \right) \end{cases} \quad (42)$$

$$k_y = \begin{cases} k_{act} \left( \frac{\partial v}{\partial y} > 0 \right) \\ 1.0 \left( \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \right) \\ k_{pas} \left( \frac{\partial v}{\partial y} < 0 \right) \end{cases} \quad (43)$$

$$\frac{2}{\cos \Phi} \left[ 1 \mp \sqrt{1 - (1 + (\tan^2 \delta)(\cos^2 \delta))} \right] = \begin{cases} k_x \\ k_y \end{cases} \quad (44)$$

En conclusión, se puede decir que el estudio pretende proponer un modelo guiado a deslizamientos generados por la lluvia, dónde utiliza diferentes parámetros que simulan dinámicamente lo ocurrido en un deslizamiento real de estas características y proponiendo un modelo tridimensional que pueda encontrar el esparcimiento lateral que con los modelos bidimensionales y unidimensionales no pueden generar. Se utiliza un modelo lagrangiano de diferencias finitas para su solución y se compara con un deslizamiento real en Hong Kong para observar que tan acertada es la aproximación de dicho fenómeno en términos numéricos.

Al principio del artículo se habla de la importancia de introducir parámetros importantes a la hora de predecir un deslizamiento de cualquier tipo, en él descrito anteriormente se inició con las Ecuaciones de Hungr de conservación de la masa para proceder a incluir parámetros reológicos planteados por Voellmy y una fuerza de presión descrito por Sassa.

Con estos parámetros del deslizamiento se procedió a incluirlos en el modelo de solución lagrangeano LFEM tridimensional para calcular otro valor importante en estos fenómenos como lo es el esparcimiento lateral.

Un tiempo más tarde Iverson y Denlinger fueron importantes en el estudio de modelos tridimensionales para avalanchas granulares dónde la presencia de agua era despreciable. Las superficies límite tridimensionales (3-D) influyen fuertemente en la dinámica de flujo debido a que el choque transversal y el transporte de momento transversal se producen cuando la topografía obstruye o dirige el movimiento. Ellos trataron de establecer estas ecuaciones y se encontraron con dos problemas el primero fue la formulación de la ecuación gobernante del movimiento y el segundo fue su solución que en el 2001 fue descrito en un estudio realizado por ellos (Denlinger y Iverson, 2001).

Chen y Lee utilizaron un método de solución por Riemman para un modelo que desarrollaron, el cual se ajustó muy bien a micro experimentos que realizaron en su propuesta argumentando que estos métodos predecían de una manera más específica, ya que de acuerdo con la topografía del suelo el flujo se iba a comportar de manera diferente.

### **3.4 Modelos de enfoque alternativo**

Con la llegada de sistemas computacionales se produce una gran cantidad de programas numéricos basados en ecuaciones diferenciales descritas por los métodos analíticos planteados anteriormente cuya finalidad es analizar el problema de modo macro y en partículas totalmente separadas con condiciones para cada una de ellas que interactúan y producen una mejor aproximación al fenómeno de remoción de masas en ellos encontramos los modelos con autómatas celulares y los modelamientos discretos

**3.4.1 Modelamientos discretos.** Esta clasificación de modelamiento consiste en partículas individuales que interactúan con su entorno, dichas partículas tienen un comportamiento definido desde el principio que dependiendo el programa y su grado de especificación se caracteriza su comportamiento físico, interactivo y dinámico.

Los flujos guiados por la gravedad cuya mezcla de fluido y granos son procesos generalmente geomorfológicos. Estos procesos incluyen varias características como la expansión, fricción interna, colisión de partículas, segregación de tamaño de partículas, presión de poros variable, etc. Dónde dependiendo la cantidad, presencia o abundancia de cada fase (sólida, aire y agua) se determina el tipo de deslizamiento o caída y su diferente manera de representarlo.

El estudio realizado Crosta et al. (2001), hace uso de contribuciones publicados de investigadores que han estado involucrados recientemente en esta materia.

El estudio se basa principalmente en los flujos granulares por ende la comprensión de los materiales granulares se hace importante, sus características son el gran número de componentes sólidas discretas dispersas en uno o más fluidos. La gran variedad en los comportamientos de los flujos granulares dependen de muchas de las características presentes en su dinámica de caída condensados en tres modelos de fluido simple que explican el diferente comportamiento llamados: Flujo newtoniano laminar o turbulento, flujo de Bingham y Herschel, y flujo dilatante cortante.

Se hace énfasis en los estudios experimentales realizados desde Savage y Hutter, e Iverson en adelante, mostrando que estos experimentos se han generado en gran escala y con la intervención de agua cuya escogencia del material granular se hace crítica. Estos estudios consisten en un canal con una pendiente con cama rugosa que puede variar y un codo que cambia su dirección hacia otra sección del canal horizontal para generarse el depósito.

Presentan un modelo numérico de 2D DEM cuyos parámetros de densidad son los parámetros numéricos definidos por la densidad de los elementos, rigidez y fricción (Propiedades mecánicas). Los parámetros de contacto definen que el modelo establece la representación del contacto de acuerdo con un sistema elástico de resortes: Se presenta dos tipos de interacción, Una normal  $K_N$  y una tangencial  $K_S$  guiada por Coulomb.



Figura 8. Interacción entre partículas discretas. Fuente: (Crosta et al., 2001)

$$F_N = U_N K_N$$

$$F_T = F_N \tan \varphi \quad (45)$$

Dónde  $F_N$  es la fuerza normal y  $F_T$  la fuerza Tangencial.

En el modelo teórico de Crosta et al (2001) propone el termino de amortiguamiento numérico dónde supone un amortiguamiento ya que los discos solidos con los que se representa el modelo y los resortes elásticos cuya fuente es el contacto de deslizamiento no es suficiente para disipar las oscilaciones alrededor del estado de equilibrio.

Se muestra la importancia de la cinemática en el comportamiento de los deslizamientos. Se incorpora un DDA (análisis de deformación Discontinua) como medio de análisis de deformaciones, dinámica y cinemática de un gran número de bloques deformables ya que se ha utilizado métodos en los cuales se considera solo el equilibrio de fuerza y momento. Se compara la solución analítica de un bloque deslizante en una superficie inclinada y se observa que el método DDA se encuentra entre un 1% del valor teórico (Crosta et al., 2001).

Para una buena aproximación se debe establecer el método de falla más correcto, por eso menciona dos tipos de fallas ocurridas en torno a la comparación y a la importancia de la cinemática definidas como: superficie de falla coplanar y una superficie de falla circular.

Sitar y MacLaughlin (1997) quiere incorporar un modelo (DDA) el cual para la época era novedoso y permite la observación de los desplazamientos y velocidades que no son fáciles obtenidas con los métodos tradicionales.

Cuando ocurre un deslizamiento de rocas la desintegración y fragmentación hace que ocurra una avalancha donde el volumen inicial aumenta. Durante o después de la fragmentación se produce el aumento del volumen debido al arrastre del material (O. Hungr y Evans, 2004).

Para cuantificar el proceso de arrastre, se puede definir una Relación de Entrenamiento (ER) como la relación entre el volumen de escombros arrastrados de la trayectoria y el volumen expandido de fragmentos de roca producidos por la falla de roca inicia

$$ER = \frac{V_{Arrastre}}{V_{fragmentada}} = \frac{V_A}{V_R(1 + F_F)} \quad (46)$$

Dónde  $V_A$  es el volumen del material de arrastre,  $V_R$  el volumen del deslizamiento de rocas inicial,  $F_F$  la cantidad de expansión de volumen dada por la fragmentación (0.25). El comportamiento dinámico de éste fenómeno incluye el intercambio de momento, entre la caída de las rocas y el material arrastrado a lo largo del camino. El modelo numérico DAN descrito por Hungr (1995) puede ser usado para simular el escenario planteado. También por comparaciones descritas por Chenn y Lee (2000) produce el método aproximaciones razonables para flujo tridimensional y permite el arrastre del material a lo largo

de la trayectoria de deslizamiento dónde el volumen de arrastre se controla con la tasa de rendimiento de residuos, donde se especifica para cada segmento del camino una variable de entrada. La reología la toman biparamétrica de Voellmy donde incluyen el coeficiente friccional y una turbulencia dependiente de la velocidad.

Se pretende encontrar una relación entre la interacción de la avalancha de rocas con un substrato saturado ya que empezando el fenómeno se encuentra menos volumen del que queda depositado al final, se demuestra con dos avalanchas diferentes, pero con los mismos parámetros de estudio en el modelo de elementos finitos DAN.

La simulación de los sismos se hace importante a la hora de interpretar los comportamientos de los suelos antes cargas dinámicas generadas por los movimientos telúricos, (Hatzor y Feintuch, 2001) quisieron comparar las soluciones de los métodos numéricos de un deslizamiento en bloque dado por el movimiento de la tierra, la validez de estos métodos son hechas por medio del método (DDA). El método DDA fue desarrollado inicialmente para un sistema de uno o más bloques sujetos a la carga gravitacional. En el presente artículo se pretende validar con una carga dinámica, introduciendo el tiempo dependiente de la aceleración (Hatzor & Feintuch, 2001). Goodman y Seed estudiaron experimentalmente la resistencia cortante de la arena. Para una carga cíclica donde sugirieron una expresión de la degradación de la fuerza cortante en función del desplazamiento, utilizaron integración numérica para hallar la velocidad y desplazamiento de un bloque en un plano inclinado sujeto a una aceleración sinusoidal (Goodman & Seed, 1966).

**3.4.2 Autómatas celulares.** Los modelos guiados por autómatas celulares presentan características muy relevantes en las que se incluyen atributos a una partícula para que interactúe con las partículas adyacentes determinando si su interacción se presenta plásticamente o elástica, si las fricciones con las

partículas adyacentes se guían por comportamientos de acuerdo con su reología y el choque entre las mismas aleatoriamente.

Iovine, D'Ambrosio y Di Gregorio (2005) incurren en un sistema novedoso que representa muy bien la interacción de partículas con su entorno. Un Autómata celular es un sistema dinámico en cual envuelve las interacciones locales dónde deslizamiento y caída de escombros se adaptan satisfactoriamente.

Para los propósitos de los autómatas celulares los deslizamientos se ven como un sistema dinámico que se divide en partes elementarías (se constituyen en células hexagonales) las cuales interactúan en consecuencia a su alrededor entre el espacio y el tiempo discreto. Los atributos que tenga cada célula describirán las características físicas. Algunos atributos que se mencionan en torno al desarrollo del modelo son: Altitud, grosor, energía del deslizamiento, profundidad del suelo erosionable, salidas de escombros.

Los procesos elementales considerados son: activación y efecto de la movilización (T1), flujo de salida de escombros (I1), actualización del espesor de los derrumbes y energía (I2) y pérdida de energía (T2).

#### **4. Conclusiones**

Al realizar la revisión de la bibliografía referente al modelamiento matemático del fenómeno de remoción de masas, se encuentra gran variedad de ecuaciones y filosofías diferentes que pretenden modelar el comportamiento dinámico del fenómeno de remoción de masa, a causa de la variedad de tipos de flujo que se pueden presentar.

En los modelos unidimensionales se plantea el deslizamiento en bloque cómo el modelo genérico, el cual mantiene una altura de flujo constante por lo cual se limitan a analizar y determinar el alcance y la velocidad del material sobre su centro de masa. Sus parámetros relevantes se centran en aquellos que

afecta directamente la aceleración de la gravedad, como el ángulo de fricción del material deslizante, el ángulo de inclinación del talud, la densidad del material y presión de poros.

Se determina la similitud en los modelos bidimensionales encontrando que se centran en extender el conocimiento de las características de los deslizamientos y generando una atención adicional en la altura del flujo. La extensión de este conocimiento trae como consecuencia la adición de más parámetros importantes en los cuales la reología del deslizamiento estudiado tiene una mayor importancia. Parámetros indispensables aparecen tales como la turbulencia, viscosidad, aumento en la temperatura generando presiones entre los vacíos de materiales granulares, mezcla de fases (granular o sólida y líquida), interacción del material con la cama de deslizamiento generando capas lubricantes que aceleran el movimiento o fricción entre partículas que lo detienen.

Los modelos tridimensionales pretenden tener un modelo el cual pueda predecir además de las características de desplazamiento, velocidad y altura de flujo el esparcimiento de dicho material generando ecuaciones analíticas más complejas, pero de la misma forma que los bidimensionales agregando otra coordenada en el espacio al igual que sus parámetros más relevantes.

Las ayudas computacionales suponen una gran ventaja para la predicción de los deslizamientos, pues basados en modelos analíticos se programan sistemas numéricos computacionales cuyo objeto es adjudicar parámetros básicos (elementos discretos) al programa o atributos a partículas simuladas para que interactúen con ellas mismas y generando respuestas razonables.

Se determina que uno de los factores más influyentes en torno al conocimiento del comportamiento dinámico del problema de remoción de masas es el factor de resistencia que tiene el flujo con la superficie de deslizamiento, del cual, dependiendo el tipo de reología del deslizamiento y características del mismo se derivan varios métodos estudiados a lo largo del tiempo por diferentes autores resumidos por O. Hungr

como son el flujo Newtoniano, flujo de Bingham, flujo de Voellmy, etc. Para cada una de las ecuaciones derivadas del tipo de flujo existen parámetros relevantes para sus casos específicos como lo son la turbulencia, la biviscosidad de bingham, el coeficiente de presión de poros etc.

Con este estudio y la revisión de diversos artículos con modelamiento analítico se presenta una alternativa de cambio en cuanto al mejoramiento en la evaluación y mitigación de riesgos en las zonas tropicales, presentando una propuesta alternativa al modelo actual SGC de un modelo en bloque muy general, a otro modelo un poco más específico y adecuado para las características de las zonas tropicales dónde se pueda predecir de una manera más precisa el comportamiento ocurrido en campo con el modelamiento analítico utilizado. Iverson y Denlinger (2001) plantean una ecuación tridimensional, en la cual especifican varios parámetros de la dinámica de flujos de escombros, Trujillo y Ramos (2012) propusieron una ecuación unidimensional simplificando el modelo de Iverson y Denlinger (2001) cuya modificación hace más fácil su manejo sin dejar atrás los parámetros que pudiesen ser relevantes a la hora de su correcto modelamiento y resultados (Trujillo y Ramos, 2012).

Para una evaluación de riesgos exitosa se debería sectorizar el país de modo que se identifiquen los diferentes tipos de flujo en todo el territorio nacional y para cada uno de los tipos escoger el mejor modelo analítico para el fenómeno de remoción de masas estudiado, así las aproximaciones serían más razonables y se podría generar una buena predicción evitando pérdidas de vidas humanas y materiales.

**Bibliografía**

- Amsden, A. A. y Harlow, F. H. (1970). *The SMAC method. a numerical technique for calculating incompressible fluid flows*. Los Alamos: Los Alamos Scientific Laboratory, Report LA-4370.
- Aguirre-pe, J., Moncada, A. T., Guatarasma, L., & Suárez, A. (2005). Reología y mecánica de barros y lodos, *9*(1), 39–50.
- Ávila Álvarez, G. E., Cubillos Peña, C. E., Granados Becerra, A. E., Bello Medina, E., Rodríguez Castiblanco, É. A., Rodríguez Pineda, C. E., & Ruiz Peña, G. L. (2015). *Guía metodológica para estudios de amenaza, vulnerabilidad y riesgo por movimientos en masa*.
- Bovis, M., & Mears, A. (1976). The Regents of the University of Colorado , a body corporate , contracting on behalf of the University of Colorado at Boulder for the benefit of INSTAAR Downslope Soil Movement in a Colorado Alpine Region : Rates , Processes , and Climatic Significance DO. *Artic and Alpine Research*, *8*(1), 115–120. [https://doi.org/10.1657/1523-0430\(06-036\)](https://doi.org/10.1657/1523-0430(06-036))
- Chen, H., & Lee, C. F. (2000). Numerical simulation of debris flows. *Canadian Geotechnical Journal*, *37*(1), 146–160. <https://doi.org/10.1139/t99-089>
- Chen, H., & Lee, C. F. (2003). A dynamic model for rainfall-induced landslides on natural slopes. *Geomorphology*, *51*(4), 269–288. [https://doi.org/10.1016/S0169-555X\(02\)00224-6](https://doi.org/10.1016/S0169-555X(02)00224-6)
- Crosta, G. B., Calvetti, F., Imposimato, S., Roddeman, D., Frattini, P., & Agliardi, F. (2001). Granular Flows and Numerical Modelling of Landslides, (August), 1–71.
- Denlinger, R. P., & Iverson, R. M. (2001). Flow of variably fluidized granular masses across three-dimensional terrain: 2. Numerical predictions and experimental tests. *Journal of Geophysical Research*, *106*(B1), 553. <https://doi.org/10.1029/2000JB900330>
- Ghilardi, P., Natale, L., & Savi, F. (2001). Modeling debris flow propagation and deposition. *Physics and Chemistry of the Earth, Part C: Solar, Terrestrial and Planetary Science*, *26*(9), 651–656. [https://doi.org/10.1016/S1464-1917\(01\)00063-0](https://doi.org/10.1016/S1464-1917(01)00063-0)
- Hungr, O. (1995). A model for the runout analysis of rapid flow slides, debris flows, and avalanches. *Canadian Geotechnical Journal*. <https://doi.org/10.1139/t95-063>

- Hungr, O. (2001). Flow slides and flows in granular soils, 1–9.
- Hungr, O., Corominas, J., & Eberhardt, E. (2005). Estimating landslide motion mechanism, travel distance and velocity. *Landslide Risk Management*, 99–128.
- Hungr, O., & Evans, S. G. (2004). Entrainment of debris in rock avalanches: An analysis of a long run-out mechanism. *Bulletin of the Geological Society of America*, 116(9–10), 1240–1252. <https://doi.org/10.1130/B25362.1>
- Imran, J., Harff, P., & Parker, G. (2001). A numerical model of submarine debris flow with graphical user interface. *Computers & Geosciences*, 27(6), 717–729. [https://doi.org/10.1016/S0098-3004\(00\)00124-2](https://doi.org/10.1016/S0098-3004(00)00124-2)
- Iovine, G., D'Ambrosio, D., & Di Gregorio, S. (2005). Applying genetic algorithms for calibrating a hexagonal cellular automata model for the simulation of debris flows characterised by strong inertial effects. *Geomorphology*, 66(1–4 SPEC. ISS.), 287–303. <https://doi.org/10.1016/j.geomorph.2004.09.017>
- Iverson, R. M. (1997). The physics of debris flows. *American Geophysical Union*, (97), 245–296.
- Iverson, R. M., & Vallance, J. W. (2001). New views of granular mass flows. *Geology*, 29(2), 115–118. [https://doi.org/10.1130/0091-7613\(2001\)029<0115:NVOGMF>2.0.CO](https://doi.org/10.1130/0091-7613(2001)029<0115:NVOGMF>2.0.CO)
- Jiang, L., & Le Blond, P. H. (1993). Numerical Modelling of an Underwater Bingham Plastic Mud Slide and the Waves which it Generates. *Journal of Geophysical Research*, 98(C6), 10303–10317.
- Julien, P. Y., & Lan, Y. (1991). Rheology of Hyperconcentrations. *Journal of Hydraulic Engineering*, 117(3), 346–353. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9429\(1991\)117:3\(346\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9429(1991)117:3(346))
- Körner, H. J. (1976). Reichweite und Geschwindigkeit von Bergstürzen und Fliefschneelawinen. *Rock Mechanics*, 8, 225–256.
- Perla, R., Cheng, T., & McClung, D. (1980). A two-parameter model of snow-avalanche motion. *Journal of Glaciology*, 26(94).
- Pirulli, M. (2005). *Numerical Modelling of Landslides RunOut*. PhD thesis. Politecnico Di Torino, Italy.
- Remaître, A., Malet, J. P., Maquaire, O., Ancey, C., & Locat, J. (2005). Flow behaviour and runout modelling of a complex debris flow in a clay-shale basin. *Earth Surface Processes and Landforms*,

30(4), 479–488. <https://doi.org/10.1002/esp.1162>

- Román, D. C., & Ruiz, I. T. (2015). *Modelamiento del fenómeno de remoción de masas mediante la implementación de un modelo de deslizamiento en bloque*. Universidad Industrial de Santander, Colombia.
- Salm, B. (1967). On nonuniform, steady flow of avalanching snow. *{A}ssemblée Générale de {B}erne, Publicatio*, 19–29.
- Savage, S. B., & Hutter, K. (1989). The motion of a finite mass of granular material down a rough incline. *J. Fluid Mech.*, 199(1), 177. <https://doi.org/10.1017/s0022112089000340>
- Savage, S. B., & Hutter, K. (1991). The Dynamics of Avalanches of Antigranulocytes Materials from Initiation to Runout .1. Analysis. *Acta Mechanica*, 86(1–4), 201–223. <https://doi.org/10.1007/BF01175958>
- Sitar, N., & MacLaughlin, M. M. (1997). Kinematics and Discontinuous Deformation Analysis of Landslide Movement. In *II Panamerican Symposium on Landslides* (p. 9).
- Sousa, J., & Voight, B. (1991). Continuum Simulation of Flow Failures. *Geotechnique*, 41(4), 515–538. <https://doi.org/10.1680/geot.1991.41.4.515>
- Tai, Y.-C., Wang, Y. Q., Gray, J. M. N. T., & Hutter, K. (1999). Methods of similitude in granular avalanche flows. In K. Hutter, Y. Q. Wang, & H. Beer (Eds.), *In Advances In Cold-Region Thermal Engineering And Sciences: Technological, Environmental and Climatological Impact, Lecture Notes in Physics* (Vol. 533, p. 415–428. Springer).
- Trujillo, M. G., & Ramos, A. M. (2012). Modelo para simulación de procesos de remoción en masa desagregados. comparación con el método de talud infinito. *Ciencia E Ingeniería Neogranadina*, 22(2), 25–37.
- Trunk, F. J., Dent, J. D., & Lang, T. E. (1986). Computer Modelling of Large Rock Slides. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 112(3), 348–360.
- Voellmy, A. (1955). Über die Zerstörungskraft von Lawinen. *Schweizerische Bauzeitung*, 73(12), 159–165.