

PARADOJA DE BURALI-FORTI EN LA TERCERA Y CUARTA MEDITACIÓN
CARTESIANA: SOBRE LA PERFECCIÓN DE DIOS Y LA PROCEDENCIA DE
LOS ERRORES

Autor:

HENRY SEBASTIÁN RANGEL QUIÑONEZ

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER

FACULTAD DE CIENCIAS HUMANAS

ESCUELA DE FILOSOFÍA

BUCARAMANGA

2014

PARADOJA DE BURALI-FORTI EN LA TERCERA Y CUARTA MEDITACIÓN
CARTESIANA: SOBRE LA PERFECCIÓN DE DIOS Y LA PROCEDENCIA DE
LOS ERRORES

Autor:

HENRY SEBASTIÁN RANGEL QUIÑONEZ

Proyecto:

TRABAJO DE INVESTIGACIÓN COMO MODALIDAD DE GRADO PARA
OBTENER EL TÍTULO DE FILÓSOFO

Director del proyecto:

Javier Orlando Aguirre Román

PhD. Filosofía. Universidad de Stony Brook

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER

FACULTAD DE CIENCIAS HUMANAS

ESCUELA DE FILOSOFÍA

BUCARAMANGA

2014

Dedicatoria

A mi padre, **Henry Rangel Rueda**, que impulsa en mí el gusto por el conocimiento.

A la memoria de **Geovanny Martelo Hernández Quiñonez**.

Agradecimientos

A **Javier Orlando Aguirre** por su lectura y corrección de este texto, así como su confianza para el desarrollo del mismo.

A mis amigos que permanecen pese al tiempo y la distancia. Una buena muestra de la esencia de la amistad.

Contenido

INTRODUCCIÓN.....	12
1. UTILIDAD DEL USO DE LAS MATEMÁTICAS EN LA FILOSOFÍA, PRINCIPIOS DE TEORÍA DE CONJUNTOS Y DE LAS PARADOJAS	13
1.1 La filosofía y la matemática	13
1.2 El número y la teoría de conjuntos	18
1.3 Las paradojas: la ruptura del principio de no contradicción.....	20
2 LA PARADOJA DE LA PERFECCIÓN DE DIOS Y LA PROCEDENCIA DE LOS ERRORES	21
2.1 El concepto de Dios en Descartes	21
2.2 El concepto de error en Descartes.....	23
2.3 El hombre como subconjunto de la creación y contenedor del error	23
2.4 La creación de Dios y los errores del hombre	24
2.5 Paradoja de Burali-Forti en la definición de Dios y de error en Descartes	25
2.6 Posible refutación a la paradoja	26
2.7 Implicaciones de la paradoja en la teoría cartesiana.....	26
CONCLUSIONES.....	28
BIBLIOGRAFÍA.....	29

Tabla de ilustraciones

Tabla 1 Representación extensiva del conjunto de Dios	22
Tabla 2 Representación extensiva del hombre	24
Tabla 3 Representación extensiva del conjunto de la creación de Dios	25

Resumen

Título: PARADOJA DE BURALI-FORTI EN LA TERCERA Y CUARTA MEDITACIÓN CARTESIANA: SOBRE LA PERFECCIÓN DE DIOS Y LA PROCEDENCIA DE LOS ERRORES*

Autor: HENRY SEBASTIÁN RANGEL QUIÑONEZ**

Palabras claves: Paradoja, Error, Dios, Descartes y Filosofía matemática.

El presente trabajo de grado busca señalar en los argumentos cartesianos de Dios, error y su creación la existencia una paradoja conocida como Burali-Forti. Para lograrlo, se documentan los rasgos principales de la relación entre la filosofía y las matemáticas, lo cual ayuda a entender el motivo por el cual se ha optado por el uso de la teoría de conjuntos y de la formalización matemática al momento de analizar los argumentos cartesianos. Luego se darán algunos conceptos claves de la teoría de conjuntos, principalmente la definición de número y de serie. Lo que permite presentar un esbozo de la teoría de las paradojas y ejemplificar las más populares, entre estas la aquí trabajada. Posterior a ello, se presentan las posturas cartesianas de Dios y error dadas en la tercera y cuarta meditación del libro *Las meditaciones de la filosofía primera* y, para finalizar, se plantea la paradoja encontrada, causas, posibles refutaciones e implicaciones en la teoría de Descartes.

De esta paradoja desprende la imposibilidad de definir a Dios como un conjunto infinito y perfecto o que rechace la existencia de los errores. Lo que conlleva, por un lado, a la pérdida del sustento de partida de la certeza, el cual es asumido a partir de la perfección de Dios o, en segunda medida, a la consideración de un mundo perfecto, sin errores en el que lo falso sería indigno de estudio.

* Proyecto de grado.

** Facultad de Ciencias Humanas. Escuela de Filosofía. Director Javier Orlando Aguirre Román.

Summary

Title: BURALI – FORTI PARADOX IN THE THIRD AND FOURTH CARTESIAN MEDITATION: ABOUTH THE PERFECTION OF GOD AND THE ORIGIN OF ERRORS*

Author : HENRY SEBASTIÁN RANGEL QUIÑONEZ **

Keywords : Paradox , Error, God , Descartes, philosophy and mathematics .

This paper seeks grade point in the Cartesian arguments of God, creation error and its existence is a paradox known as Burali -Forti. To achieve this, the main features of the relationship between philosophy and mathematics are documented, which helps to understand why we have opted for the use of set theory and mathematical formalism when analyzing the arguments Cartesian. Some key concepts of set theory, namely the definition of the serial number and then give. Allowing present an outline of the theory of the paradoxes and exemplify the most popular among these worked here. Following this, the Cartesian positions of God and the error given in the third and fourth meditation book Meditations of first philosophy are presented and, finally, found the paradox, causes, implications and possible refutations arises in the theory of Descartes.

This paradox will impossible to define God as an infinite and perfect set or deny the existence of errors. Which leads, first, to the loss of livelihood of departure of certainty, which is taken from the perfection of God or, in a second step, the consideration of a perfect world, no errors in it false would be unworthy of study.

* Degree project.

** Faculty of Human Sciencie, Shool of Philosophy, Director: Javier Orlando Aguirre Román.

El abate Terrasson dice que si se mide un libro, no por el número de páginas sino por el tiempo necesario para entenderlo, podría afirmarse que algunos libros *serían mucho más cortos si no fueran tan cortos*. Pero, por otro lado, cuando nuestra intención apunta a la comprensibilidad de un todo de conocimiento especulativo que, aun siendo vasto, se halla interrelacionado con un principio, podemos decir con la misma razón: *algunos libros serían mucho más claros si no hubiesen pretendido ser tan claros*”

Immanuel Kant (Crítica de la razón pura)

INTRODUCCIÓN

Las paradojas son una serie de enunciados que conforman una implicación lógica contradictoria, pueden ser diseñadas con el objetivo de controvertir un argumento o simplemente de presentar un dilema que no es fácilmente resuelto. En el campo de las matemáticas han sido usadas para refutar la teoría de conjunto, en especial, la definición de números transinfinitos elaborada por George Cantor y criticada por Bertrand Russell.

De forma similar, el presente trabajo de grado busca señalar en los argumentos cartesianos de Dios, error y su creación la existencia una paradoja conocida como Burali-Forti. Para lograrlo, se documentan los rasgos principales de la relación entre la filosofía y las matemáticas, lo cual ayuda a entender el motivo por el cual se ha optado por el uso de la teoría de conjuntos y de la formalización matemática al momento de analizar los argumentos cartesianos. Luego se darán algunos conceptos claves de la teoría de conjuntos, principalmente la definición de número y de serie. Lo que permite presentar un esbozo de la teoría de las paradojas y ejemplificar las más populares, entre estas, la aquí trabajada. Posterior a ello, se presentan las posturas cartesianas de Dios y error dadas en la tercera y cuarta meditación del libro *Las meditaciones de la filosofía primera* y, para finalizar, se plantea la paradoja encontrada, causas, posibles refutaciones e implicaciones en la teoría de Descartes.

1. UTILIDAD DEL USO DE LAS MATEMÁTICAS EN LA FILOSOFÍA, PRINCIPIOS DE TEORÍA DE CONJUNTOS Y DE LAS PARADOJAS

En la academia actual hay una escisión entre las ciencias humanas, (filosofía, historia, sociología, antropología, literatura, entre otras) y las ciencias exactas (matemáticas, física, química, geometría, etc.). Las primeras, dirigen su actuar por medio de las palabras y tienen como premisa, la mayoría de las veces, el indeterminismo de los fenómenos humanos. Las segundas, usan como principal herramienta las matemáticas y asumen una realidad determinística factible de predicción. Para ilustrar mejor estos puntos se presenta a continuación un breve recorrido de la relación filosofía y matemática.

1.1 La filosofía y la matemática

En la filosofía griega, en múltiples partes de su obra, Platón exalta el conocimiento matemático alejado de lo material. Podemos recordar en el famoso libro VII de *La República* los pasajes que exaltan a la matemática gracias a su cercanía con el alma y su carácter suprasensible: “Ahora bien, toda la logística y aritmética tienen por objeto el número... Y así resultan aptas para conducir a la verdad” (525b)², lo que ubica a la matemática en el segundo escalón en la idea del bien precedido, exclusivamente, por la dialéctica³. Continuando en la época clásica, encontramos a Aristóteles y su libro *Las categorías*⁴ en el cual se encuentra una primera reflexión de la teoría de conjuntos, sumamente valiosa para el desarrollo de los planteamientos tomasinos sobre el problema de los universales.

Siguiendo en la línea de tiempo encontraremos a Leibniz y su exaltación a las matemáticas al ser consideradas ideas innatas y puras de similar naturaleza a

²PLATÓN. *La República*. Trad. José Manuel Pabón y Manuel Fernández- Galiano. Madrid: Altaya, 1993.,p. 340.

³ Cfr. *Ibid.*, 355-357.

⁴ ARISTÓTELES. *LAS CATEGORÍAS*. Trad. Humberto Giannini y María Isabel Flisfisch. Chile: Editorial Universitaria,1988.

la idea de Dios. De esta forma, las matemáticas son el medio por el cual debe conducirse el conocimiento, pues:

Lo que más ha contribuido a impedirnos encontrar la adecuación o inadecuación entre las ideas es el mal uso de las palabras; y los matemáticos, los cuales forman sus pensamientos independientemente de los nombres y tienen la costumbre de tener ante su espíritu las *ideas mismas*, en lugar de los sonidos, han evitado en gran parte esa dificultad⁵

Es claro el valor de la matemática para la filosofía de Leibniz⁶ pero, lo realmente importante es su carácter crítico y reflexivo de su uso, tal como lo deja expreso en el primer libro de *Los nuevos ensayos sobre el entendimiento humano* donde acepta como regla buscar la demostración incluso de los axiomas⁷, retirando el dogmatismo del campo numérico.

Con un pensamiento afín a Leibniz, encontramos, antes, a Descartes con su teoría de las ideas innatas, equiparadas a la idea de Dios

(...) percibo innumerables cosas particulares respecto a las figuras, el número, el movimiento y otras cosas semejantes, cuya verdad es tan evidente y tan acorde con mi naturaleza, que cuando las detecto, por primera vez, no me parece tanto que estoy aprendiendo algo nuevo, sino que recuerdo lo que ya antes sabía, o que me doy cuenta por vez primera de lo que ya hace tiempo estaba en mí, aunque no había dirigido antes hacia ello la atención de mi mente.⁸

En este punto, se evidencia una cercanía al pensamiento Platónico de la matemática como reminiscencia e idea pura, que dista del pensamiento Leibziano por su ausencia crítica a los axiomas matemáticos. Aquí, se ha dado una bifurcación iniciada con Platón y afianzada en Descartes, que ha hecho pasar a la matemática de herramienta a ente creador y contenedor de verdad.

⁵ LEIBNIZ, G.W. *Nuevos ensayos sobre el entendimiento humano*. Edit. J. Echeverría Ezponda. Madrid: Editora Nacional, 1983.,p. 466.

⁶ Recuerdese que es a este filósofo a quien se le atribuye la invención del cálculo infinitesimal de constante uso en las ciencias modernas.

⁷ *Ibid.*, p.114

⁸ DESCARTES, René. *MEDITACIONES ACERCA DE LA FILOSOFÍA PRIMERA: EN LA CUAL SE DEMUESTRA LA EXISTENCIA DE DIOS Y LA INMORTALIDAD DEL ALMA*. Trad. Jorge Aurelio Díaz. Bogotá: Universidad Nacional de Colombia, 2009., p. 150-151

De tal forma que, para Descartes, la matemática goza de un grado máximo de simplicidad que está íntimamente relacionado con el hombre. Es así que vuelve a la matemática y la geometría parte indispensable del método de conocimiento, tal como es enunciado en *El Discurso sobre el Método*⁹ y es reafirmado en *Reglas para la Dirección del Espíritu*¹⁰. El primer paso para esto fue encumbrar a las matemáticas como único conocimiento irrefutable y rechazar todos los demás conocimientos por ser probables y susceptibles de duda. Su principal argumento a favor de la matemática es la composición de partes simples y claras como: los números y las operaciones (suma, resta, multiplicación y división). En palabras de Descartes:

En efecto, todo error en que pueden caer los hombres (...) no proviene jamás de una mala inferencia, sino sólo de que se dan por supuestas ciertas experiencias poco comprendidas, porque se establecen juicios a la ligera sin fundamento.

De lo cual se colige evidentemente por qué la aritmética y la geometría son mucho más ciertas que las demás disciplinas, a saber: porque solo ellas versan de un objeto tan puro y simple que no hace falta admitir absolutamente nada que la experiencia haya hecho incierto, sino que consisten totalmente en un conjunto de consecuencias que son deducidas por razonamiento¹¹

Con la anterior definición, Descartes, establece el sendero para que las matemáticas sean el camino que, conjunto con la *Intuición*, lleve al espíritu de forma adecuada en la búsqueda del conocimiento. La *deducción* es, según Descartes, “(...) todo aquello que se sigue necesariamente de otras cosas conocidas con certeza.” Y, como se acaba de mencionar, las matemáticas es lo único conocido con certeza y por ende es el fundamento de la deducción y de la búsqueda del conocimiento. Pero ¿qué entiende Descartes por matemática? La matemática, en Descartes, tiene un carácter universal en tanto que elude los

⁹ DESCARTES, René. *Discurso del método, Diótrica, Meteros y Geometría*. Trad. Guillermo Quintás Alonso. Madrid:Alfaguara, 1981., p. 15-16.

¹⁰ DESCARTES, René . *REGLAS PARA LA DIRECCIÓN DEL ESPÍRITU*. Trad. Luis Villoro. Madrid: Gredos, 2011., p. 6.

¹¹ *Ibid.*, p.7

problemas del lenguaje y se centran en la medición y orden de las entidades simples y objetivas¹². Así es consignado por el mismo Descartes:

(...) se nota al fin que sólo aquellas cosas en que se estudia el orden y la medida se refiere a la matemática, no importa que tal medida se haya de buscar en números, figuras, astros, sonidos o cualquier otro objeto (...) ¹³

Hasta aquí es clara la relación de la matemática universal en el método cartesiano. El primer lugar la **evidencia** del método es saciada por las matemáticas al partir de sus bases sólidas e indudables; el **análisis**, como división de las dificultades, hace uso de las matemáticas, al propiciar un constructo simbólico práctico para la división y enumeración de los problemas; la **síntesis**, comprendida en el recorrido deductivo, desde las bases hacia los diversos problemas compuestos, es parte del proceso de abstracción matemática ¹⁴ y la **comprobación**, que implica una reevaluación de la deducción, es plausible gracias al continuo de pasos matemáticos (división, enumeración y abstracción)¹⁵.

Posteriormente, enraizada en la modernidad encontramos la Ilustración y en ella a Immanuel Kant, tal vez el filósofo más representativo de esa era. En Kant se vislumbra la desmitificación de la matemática, evidenciada en un desligue ontológico con la idea de Dios, unida desde Platón hasta Descartes. En este punto las matemáticas se afianzan como *juicios sintético a priori* que tienen la característica de generar realidad:

¹² Sobre este tema se discute en la XVI regla tal como se evidencia a continuación: “Y con este ardid [las matemáticas], no sólo economizaremos un gran número de palabras, sino, lo que es más importante, presentaremos los términos de la dificultad tan puros y desnudos que, sin omitir nada útil, no se encontrará nunca en ellos nada superfluo y que ocupe inútilmente la capacidad del espíritu, mientras la mente tenga que abarcar varias cosas a la vez.” Ibid., p. 62.

¹³ Ibid., p. 14

¹⁴ Descartes enfatiza en la abstracción del problema y en la correcta delimitación de este, para lo cual propone su regla XII “Si comprendemos perfectamente una cuestión, debe ser abstraída de todo concepto superfluo, reducido a la mayor simplicidad, y dividida, mediante una enumeración, en partes tan pequeñas como sea posible” Ibid., p. 47.

¹⁵ Es importante enfatizar que la presente monografía no tiene como objetivo principal el estudio de las matemáticas en Descartes, aquí sólo son enunciadas a manera de contextualización del uso de las matemáticas en temas filosóficos.

Se podría pensar, de entrada, que la proposición $7+5=12$ es una simple proposición analítica, que se sigue, de acuerdo con el principio de contradicción, del concepto de suma de siete y cinco. Pero, si se observa más de cerca, se advierte que el concepto de suma de siete y cinco no contiene otra cosa que la unión de ambos números en uno solo, con lo cual no se piensa en absoluto cuál sea ese número único que sintetiza los dos. El concepto de doce no está todavía pensado en modo alguno al pensar simplemente dicha unión de siete y cinco. Puedo analizar mi concepto de esa posible suma el tiempo que quiera, pero no encontraré en tal concepto el doce¹⁶

Por otro lado, Dios es desterrado del mundo matemático trascendental y enviado al mundo trascendente, que traspasa los límites de la razón. Así pues, las matemáticas gozan de ser verdades autoevidentes que no provienen de la experiencia misma y, lo más cuestionado, creadoras de realidad y conocimiento.

No sería justo terminar este recorrido sin mencionar a la filosofía Heideggeriana y su crítica a la permeabilización de la matemática en los proyectos científicos y filosóficos. Para Heidegger las matemáticas es un mero representar mimético, tal como lo serían la poesía en Platón, que no alcanza a concebir la verdad en su totalidad, sino algunos accidentes de ella. Para ejemplificar este punto recordemos un ejemplo dado en *La pregunta por la cosa* sobre la verdad por correspondencia:

(...) tomamos un papelito y anotamos la verdad: "Aquí está la tiza." Colocamos esta verdad escrita junto a la cosa cuya verdad es. Terminada la clase se abre las dos puertas, se ventila el aula, hay corrientes de aire y –supongamos- el papelito se vuela al pasillo. Un estudiante lo encuentra en su camino al corredor, y lee la frase: "aquí está la tiza.", y constata que eso es completamente falso. Por la corriente de aire la verdad se ha transformado en falsedad¹⁷

¹⁶ KANT, I. *Crítica de la razón pura*. Trad. Pedro Ribas. España: Alfaguara, 1998., p. 51-52.

¹⁷ Heidegger, Martin. *La pregunta por la cosa*, Barcelona, Ediciones Orbis S.A., Trad. Eduardo García Belsunce y Zoltan Szankay, 1985. , p. 30

En tal forma que la matemática para Heidegger no es más que una herramienta que no puede generar algo nuevo ya existente:

Las *μαθηματα*, lo matemático, es aquello “de” las cosas, que en verdad ya conocemos; por consiguiente no es algo que extraemos de las cosas sino que, en cierto modo, llevamos con nosotros mismos¹⁸

Lo que va en oposición a la teoría Kantiana y vuelve a ubicar a la matemática como una forma de conocimiento del ser y no como el único y perfecto camino para llegar a la verdad.

Todo lo anterior, sirve de preámbulo para la presente monografía, con el fin de situar al lector en las ventajas y desventajas del uso de las formalizaciones matemáticas en temas filosóficos. En tal sentido dejo explícito que la matemática en este escrito es considerada como una herramienta que, como dijo Leibniz, tiene ventaja sobre el lenguaje al eludir ambigüedades y problemas de interpretación propios de los idiomas, pero que debe ser usada con cuidado ya que un proceso de abstracción mal hecho puede sesgar el resultado de la investigación.

1.2 El número y la teoría de conjuntos

Es asombroso el olvido de los fundamentos matemáticos por parte de las ciencias en la actualidad, sobre todo por las que se basan en las matemáticas, tal como la física, la estadística, la geología, las ingenierías, la economía y la sociología, entre otras. Para estas ciencias es fácil medir, describir, predecir, simular y desarrollar su arquetipo de teorías fundamentadas en una matemática dogmática, cuyos fundamentos son de poco interés. La pregunta ¿Qué es un número? Debería ser fácilmente resuelta por estas ciencias ya que la matemática está conformada por números, al igual que los procesos del cálculo, trigonometría y geometría. Pero, lamentablemente, se observa una ignorancia, casi generalizada, en estos temas.

¹⁸ Ibid.,p. 63.

Antes de proporcionar una definición de número hay que empezar por la de serie y, para ello, habrá que nombrar las cinco proposiciones primitivas de Peano, a saber:

- 1) 0 es un número
- 2) El sucesor de cualquier número es un número
- 3) Dos números distintos no tienen nunca el mismo sucesor
- 4) 0 no es sucesor de ningún número
- 5) Toda propiedad perteneciente al 0, así como al sucesor de todo número que posea esa propiedad, pertenecerá igualmente a todos los demás número¹⁹

La anterior definición puede extenderse más allá de los números naturales y tener variaciones en tanto al origen de la serie. Por ejemplo: pensar en los número fraccionarios y en un comienzo de serie de $\frac{1}{2}$. Lo realmente importante es notar que el conjunto de las cinco propiedades forman el concepto de inducción matemática, el cual genera series infinitas bien ordenadas.

Ahora bien, luego de tener claro el concepto de serie bien ordenada, podemos proporcionar una definición de número. Un número es entendido aquí como un conjunto conformado por una clase, en palabras de Russell “El número de una clase es la clase de todas las clases similares a ella.”²⁰ En este sentido los números son representaciones de una clase, por ejemplo: ser filósofo, alto, rico, ser humano, etc. Así que el número²¹ es una abstracción de una clase o categoría de un ente y de su posición al respecto de los otros entes. La anterior definición de número deja ver la relación entre este y la teoría de conjuntos, pues el número no es más que la representación de un conjunto. Daré la definición de Cantor acerca de un conjunto para entender mejor este aspecto

¹⁹ RUSSELL. B. *INTRODUCCIÓN A LA FILOSOFÍA MATEMÁTICA*. España: Paidós, 1988.,p 14.

²⁰ Ibid., p. 24

²¹ Hago referencia a los números cardinales, al respecto del número ordinal se hablaría de una segunda abstracción del peso de cada número, resultando un mero ordenamiento de las clases.

By an “aggregate” (*Menge*) we are to understand any collection into a whole (...) of definite and separate objects m of our intuition or our thought. These objects are called the “elements” of M ... We will call by the name of “part” or “partial aggregate” of aggregate M any other aggregate M_1 whose elements are also elements of M .²²

Así pues, los números y los conjuntos están ligados, ya que los primeros dependen de los segundos y estos últimos ven su aplicación a través de los primeros. Lo hasta aquí comentado resultará de gran importancia al momento de formalizar la paradoja encontrada en Descartes.

1.3 Las paradojas: la ruptura del principio de no contradicción

Las paradojas pueden ser definidas como una contradicción lógica, del tipo $(x \wedge \neg x)$, originadas esencialmente por la reflexividad de las clases, o sea por los conjuntos que se contienen a sí mismos. El filósofo inglés Bertrand Russell analizó estos problemas de la teoría de conjuntos y propuso su teoría de los tipos lógicos que tiene como finalidad evitar dichas antinomias. Las paradojas analizadas por Russell son: la paradoja de Cantor, la paradoja de Burali-forti, la paradoja de las clases, la paradoja de las relaciones, la paradoja de las propiedades, la paradoja de Richard, la paradoja de König, la paradoja de Berry y la paradoja de Eubúlides²³. Con este análisis Russell pudo identificar a la *autorreferencia* y al círculo vicioso como una constante en las paradojas analizadas. Sobre esto dice Russell: “Cualquier colección que involucre al todo no debe ser parte de esta colección”²⁴.

De ese modo, el origen de las paradojas está íntimamente ligado a la incorrecta definición de límite de la clase problemática. Veamos un ejemplo: La paradoja de Burali-Forti define Ω como la serie de todos los ordinales bien ordenados,

²² CANTOR, G. CONTRIBUTION OF THE FOUNDING OF THE THEORY OF TRANSFINITE NUMBERS. New York: Dover publication. Traducción al inglés por Philip E. B. Jourdain, 1915., p. 85

²³ Para una descripción detallada de cada una de estas paradojas en español consúltese: RENGIFO, M. Categorías una interpretación de la filosofía analítica. Bogotá: Universidad Externado de Colombia. 2004., p. 48-59. O pueden remitirse al texto original. WHITEHEAD y RUSSELL, B. *Principia Mathematica*. London: Cambridge University, 1963.,p. 60-65

²⁴ *Ibid.*,p 37. Traducción propia.

pero $\Omega + 1$ debe ser predecesor de la serie Ω , en caso contrario, este último no sería la serie de todos los ordinales bien ordenados. Pero, al mismo tiempo se sabe, por los principios de Peano, que todo número más la unidad produce un número sucesor y que nunca puede existir un mismo sucesor para dos números diferentes. De tal forma que $\Omega + 1$ debe ser sucesor y predecesor de Ω al mismo tiempo, resultado contradictorio. Otras versiones de esta paradoja son la paradoja del barbero²⁵, el bibliotecario, el cocodrilo y el puente de los ahorcados.

2 LA PARADOJA DE LA PERFECCIÓN DE DIOS Y LA PROCEDENCIA DE LOS ERRORES

2.1 El concepto de Dios en Descartes

El concepto de Dios en *Las Meditaciones* cartesianas está de forma explícita en la siguiente frase: “Con el nombre de Dios entiendo cierta sustancia infinita, independiente, supremamente inteligente, supremamente poderosa, por quien, tanto yo mismo, como todo lo demás que existe, si algo más existe, hemos sido creados”²⁶. De tal manera, que Dios para Descartes es un ser al que le es propio, en acto y no en potencia²⁷, todas las características que gozan de realidad y de existencia en este mundo, ya que de él proviene toda la existencia y realidad de los entes²⁸.

Ahora bien, el Dios cartesiano es omnipotente y por tanto es capaz de ser imperfecto, si así lo desea²⁹, podría por ejemplo: ser engañador, ser finito, ser contenedor de errores y hasta crear una piedra tan pesada que ni él pueda cargarla. Pero, tal definición en potencia es contradictoria con el Dios en acto

²⁵ La paradoja del barbero es así: El barbero es la persona que no se afeita a sí misma. Así que la pregunta es ¿el barbero debe afeitarse? Si la respuesta es sí, el contra argumento es que no debería. Por otro lado, si la respuesta es negativa, se le refutaría que sí debía afeitarse, ya que el barbero afeita a todos lo que no se afeitan a sí mismos.

²⁶ DESCARTES. 2009. Op. Cit. p. 117

²⁷ Cfr. Ibid., p. 119.

²⁸ Cfr. Ibid., p. 125

²⁹ Cfr. Ibid., p. 101

perfecto descrito por Descartes, ¿cómo es esto posible? La respuesta puede estar en el atributo de “soberanamente perfecto, al que le resulta contradictorio ser falaz”³⁰, lo que provoca que Dios junto con su infinitud, benevolencia y perfección excluya de la dimensión divina a todas las características negativas que en acto o en potencia a él se refieran.

Con lo anterior podríamos definir a Dios como a una unidad³¹ que, pese a ser indivisible contiene múltiples características. (Véase la Tabla 1 una representación extensiva del concepto de Dios).

Tabla 1 Representación extensiva del conjunto de Dios	
Dios de Descartes	Perfecto Suma inteligencia Suma fuerza Verdad Benévolo $3 + 2 = 5$ $3 > 2$...

Fuente: Elaboración propia

Así pues, el concepto de Dios en Descartes podría representarse por medio de un conjunto que contenga a todas sus características. Asumamos a Ω_1 como dicha representación, donde:

$$\Omega_1 = (Perfecto, summa inteligencia, \dots, \infty]$$

Luego de definir a Dios como un conjunto representado como Ω_1 es necesario definir al error y a la creación de Dios, de tal forma que se logre dividir en

³⁰ *Ibíd.*, p. 147

³¹ Descartes define a Dios como la unidad, simple e inseparable, puesto que cualquier división representa imperfección. *Ibíd.*, p. 125

partes pequeñas todo el objeto de estudio, para luego ser organizado de forma coherente para su posterior comprobación.

2.2 El concepto de error en Descartes

El error para Descartes proviene del hombre y no de Dios, ya que Dios es benévolo ³² y perfecto. Por ello no duda en decir: “(...) mientras pienso únicamente en Dios y me vuelvo por completo hacia él, no encuentro ninguna causa de error o de falsedad”³³. Por consiguiente, explica Descartes, el error es causa del intelecto y de la voluntad³⁴ que se juntan para producir juicios de valor. En palabras de Descartes:

(...)¿De dónde nacen mis errores? Pues únicamente de que, como la voluntad es más amplia que el intelecto, no la contengo dentro de los mismos límites, sino que la extiendo también a las cosas que no entiendo, al ser indiferente a ellas, con facilidad se desvía de lo verdadero y de lo bueno, y así me equivoco y pecco.³⁵

En este sentido el error es producto y causa del hombre y no tiene ninguna relación con Dios.

2.3 El hombre como subconjunto de la creación y contenedor del error

El hombre hace parte de la creación de Dios en su totalidad y éste, gracias al libre albedrío, produce los errores³⁶. Por lo cual podemos describir al hombre como un subconjunto de la creación de Dios que contiene los errores, junto con otras características provenientes de Dios. En forma extensiva el hombre estaría conformado por:

³² “ (...) porque en todo engaño o fraude se encuentra algo de imperfección; y, aunque poder engañar parezca un poco una demostración de inteligencia o de poder, no cabe duda de que querer engañar testifica malicia o debilidad, y que por lo tanto no le corresponde a Dios” *Ibíd.*, p. 133

³³ *Ibíd.*, p. 133

³⁴ *Ibíd.*, p. 137

³⁵ *Ibíd.*, p. 141

³⁶ *Cfr. Ibíd.*, p. 143

Tabla 2 Representación extensiva del hombre

Hombre	Sustancia
	Razón
	Error
	$3 + 2 = 5$
	$3 > 2$
	...

Fuente: Elaboración propia

La Tabla 2 presenta al hombre con todas las cualidades dadas por Dios más los errores producto de su mal juicio. Hay que recordar que el hombre no es perfecto, como lo es la creación en su totalidad, así que habrá que entender relación hombre-creación para comprender la paradoja aquí propuesta.

2.4 La creación de Dios y los errores del hombre

El Dios de Descartes es un dios creador y benévolo que ha dado a su creación todos los atributos que él posee, pues Dios no puede haber privado a su creación de alguna facultad que “en su género no sea perfecta”³⁷. Sobre esto Descartes dice:

Se me ocurre también que, siempre que preguntamos si las obras de Dios son perfectas, no hay que considerar una criatura cualquiera por separado, sino toda la universalidad de las cosas; porque aquello que tal vez no sin razón parecería muy imperfecto si estuviese solo, es perfectísimo en cuanto tiene en el mundo carácter de parte (...) ³⁸

Con lo anterior, Descartes deja en claro que la creación de Dios es perfecta si se mira en su totalidad, tal como un reloj mecánico perfecto en conjunto pero imperfecto e inútil si es pensado sólo como un engrane.

De aquí que la creación de Dios tenga las mismas facultades de Dios pero, el hombre, que hace parte de la creación de Dios, tiene la facultad creadora de

³⁷ *Ibíd.*, p. 135

³⁸ *Ibíd.*, p. 135

errar, por consiguiente la creación contiene, también, los errores producto del hombre. Por ello se puede describir al conjunto de la creación de Dios como:

Tabla 3 Representación extensiva del conjunto de la creación de Dios	
Creación de Dios "Universo"	Perfecto Suma inteligencia Benévolo 3 + 2 = 5 Error ...

Fuente: Elaboración propia

La Tabla 3 puede representarse en forma simbólica como:

$$\Omega_2 = \Omega_1 + \varepsilon; \varepsilon > 0$$

Donde Ω_2 representan la creación que tiene similares atributos a Dios más ε "los errores" producto del hombre³⁹, con todo esto se puede formular la siguiente paradoja.

2.5 Paradoja de Burali-Forti en la definición de Dios y de error en Descartes

Con todo lo anterior, es posible entender la paradoja aquí propuesta de los argumentos cartesianos. El primer argumento que hay que traer es la definición de Dios y de su creación.

$$\text{Ecuación 1, } \Omega_1 = [\textit{Perfecto, summa inteligencia, ...}, \infty)$$

$$\text{Ecuación 2, } \Omega_2 = [\textit{Perfecto, summa inteligencia, error, ...}, \infty)$$

Igualando la ecuación 1 y la 2, tenemos:

$$\text{Ecuación 3, } [\textit{Perfecto, summa inteligencia, ...}, \infty) = [\textit{Perfecto, summa inteligencia, error, ...}, \infty)$$

³⁹ Hay que aclarar que el concepto de error no es erróneo por sí mismo, o sea no es un término reflexivo. De tal forma, que el error solo es un referente a todos los juicios equívocos que el hombre lleva, que como el mismo Descartes acepta: "la vida humana está sometida con frecuentes errores en cuestiones particulares, y hay que reconocer la debilidad de nuestra naturaleza" *Ibíd.*, p. 195.

Lo cual representa la similitud en características de Dios y la Creación. Ahora bien, el error hace parte de las características del hombre y este hace parte de la creación. Lo cual produce, por transitividad, que las características del hombre también estén presentes en la Creación. Remplazando Ω_1 en la ecuación 3 se tiene:

$$\text{Ecuación 4, } \Omega_1 = \Omega_1 + \varepsilon$$

La Ecuación 4 es contradictoria pues Ω_1 es definido como el conjunto supremo y absoluto, por lo cual debe ser mayor a $\Omega_1 + \varepsilon$, pero tal como lo definió Peano todo número más la unidad corresponde a un número superior, así que necesariamente Ω_1 es menor a $\Omega_1 + \varepsilon$. Lo que se representa como:

$$\Omega_1 > \Omega_1 + \varepsilon; \text{ según la teoría cartesiana}$$

$$\Omega_1 < \Omega_1 + \varepsilon; \text{ según la teoría de conjuntos}$$

De ello, se puede aseverar que de la definición de Dios y de error se desprende una contradicción, similar a la planteada por Burali-forti a los números transinfinitos de Cantor.

2.6 Posible refutación a la paradoja

La anterior paradoja carecería de sentido si los errores son iguales a cero o negativos ($\varepsilon \leq 0$) pues el conjunto de Dios sería igual al de la creación o mayor. Pero, ¿será que los errores pueden ser cero o negativos realmente? La respuesta es “no” en tanto que el hombre exista; pues es indudable que el hombre trasciende sus pensamientos a juicios, que la mayor parte de las veces están errados. No basta con pensar en una quimera para crear un error pero basta con atribuirle a ella una causa para originar una imperfección y añadirle (no restarle) un accidente a la creación.

2.7 Implicaciones de la paradoja en la teoría cartesiana

La paradoja aquí señalada pone en duda la armonía de la teoría cartesiana de la idea de Dios, benevolencia, libre albedrío y error. Lo cual implicaría que

Descartes defina a Dios contenedor de error y pierda el estatus de perfección, provocando que todo nuestro conocimiento quede infundado, ya que se destruye sus bases de certeza que emanan de la existencia de Dios como ser perfecto, lo que llevaría a la duda y al relativismo en el saber o, por otro lado, produciría el rechazo a la existencia de los errores en su creación, asumiendo un mundo perfecto.

CONCLUSIONES

De esta monografía se concluye que las matemáticas han sido consideradas como un medio para llegar al conocimiento que elude los problemas del lenguaje oral y escrito, debido a su simplicidad y objetividad en los elementos que la conforman, pero deben ser usadas con cautela dado su alto grado de abstracción y su propensión a omitir características importante en los problemas planteados.

De esta forma, se pudo demostrar que el método matemático es útil para entender temas complejos como la definición de Dios y la procedencia de los errores en la teoría cartesiana. Todo lo anterior facilitó el diseño de una paradoja formalizada que señala límites difusos para el conjunto de la creación, unas veces mayor al conjunto de Dios y otras no.

Lo anterior implica que la teoría cartesiana se vea imposibilitada en definir a Dios como un conjunto infinito y perfecto o que rechace la existencia de los errores. Lo que conlleva, por un lado, a la pérdida del sustento de partida de la certeza, el cual es asumido a partir de la perfección de Dios o, en segunda medida, a la consideración de un mundo perfecto, sin errores en el que lo falso sería indigno de estudio.

BIBLIOGRAFÍA

ARISTÓTELES. *LAS CATEGORÍAS*. Trad. Humberto Giannini y Maria Isabel Flisfisch. Chile: Editorial Universitaria, 1988.

CANTOR, G. CONTRIBUTION OF THE FOUNDING OF THE THEORY OF TRANSFINITE NUMBERS. New York: Dover publication. Traducción al inglés por Philip E. B. Jourdain, 1915.

DESCARTES, René. *REGLAS PARA LA DIRECCIÓN DEL ESPÍRITU*. Trad. Luis Villoro. Madrid: Gredos, 2011.

_____. *MEDITACIONES ACERCA DE LA FILOSOFÍA PRIMERA: EN LA CUAL SE DEMUESTRA LA EXISTENCIA DE DIOS Y LA INMORTALIDAD DEL ALMA*. Trad. Jorge Aurelio Díaz. Bogotá: Universidad Nacional de Colombia, 2009.

_____. *Discurso del método, Dióptrica, Meteoros y Geometría*. Trad. Guillermo Quintás Alonso. Madrid: Alfaguara, 1981.

HEIDEGGER, MARTIN. *La pregunta por la cosa*. Trad. Eduardo García Belsunce y Zoltan Szankay. Barcelona: Ediciones Orbis S.A., 1985.

KANT, I. *Crítica de la razón pura*. Trad. Pedro Ribas. España: Alfaguara, 1998.

LEIBNIZ, G.W. *Nuevos ensayos sobre el entendimiento humano*. Edit. J. Echeverría Ezponda. Madrid: Editora Nacional, 1983.

PLATÓN. *La República*. Trad. José Manuel Pabón y Manuel Fernández-Galiano. Madrid: Altaya, 1993

RENGIFO, M. *Categorías una interpretación de la filosofía analítica*. Bogotá: Universidad Externado de Colombia, 2004

RUSSELL. B. *INTRODUCCIÓN A LA FILOSOFÍA MATEMÁTICA*. Trad. Mireia Vivas. España: Paidós, 1988

WHITEHEAD y RUSSELL, B. *Principia Mathematica*. London: Cambridge University, 1963