

MODELADO Y TRATAMIENTO DE SEÑALES SÍSMICAS
BASADO EN LA CONVOLUCIÓN FRACCIONARIA

DANIEL DAVID TORRES AMARIS

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS
ESCUELA DE FÍSICA
GRUPO DE ÓPTICA Y TRATAMIENTO DE SEÑALES
BUCARAMANGA
2017

MODELADO Y TRATAMIENTO DE SEÑALES SÍSMICAS BASADO EN LA CONVOLUCIÓN FRACCIONARIA

TRABAJO DE GRADO PARA OPTAR AL TÍTULO DE MAESTRÍA EN GEOFÍSICA

DANIEL DAVID TORRES AMARIS. FÍSICO

DIRECTOR: RAFAEL ÁNGEL TORRES AMARIS. DOCTOR EN FÍSICA

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS
ESCUELA DE FÍSICA
GRUPO DE ÓPTICA Y TRATAMIENTO DE SEÑALES
BUCARAMANGA
2017

Índice general

1	Introducción	9
2	Proposición del problema	13
2.1	Planteamiento del problema	13
2.2	Justificación del problema	15
2.3	Objetivo general	15
2.4	Objetivos específicos	15
2.5	Metodología	16
3	Marco teórico	17
3.1	Distribución de Wigner-Ville	17
3.2	Transformación de Fourier fraccionaria	18
3.3	Traslación fraccionaria	19
3.4	Convolución fraccionaria	19
4	Modelo de traza y Filtro	21
4.1	Modelo	21
4.2	Filtro no causal	22
4.3	Deconvolución fraccionaria	23
5	Algoritmos	25
5.1	Ondícula Ricker	25
5.2	Transformación de Fourier fraccionaria	25
5.3	Decimación de datos	27
5.4	Interpolación seno cardinal	27
5.5	Convolución fraccionaria	28
5.6	Filtro de Wiener	28
6	Análisis de datos sintéticos y datos de campo.	29
6.1	Tratamiento de datos sintéticos	29
6.1.1	Generación de traza sísmica con ondícula Ricker	29
6.1.2	Deconvolución no estacionaria de orden $a=0.9$	33
6.1.3	Generación y deconvolución de traza sísmica a partir de ondícula de fase mínima	35
6.2	Efectos del ruido sísmico	39

6.3	Dependencia del filtrado con respecto al número de cambios de impedancia	41
6.4	Tratamiento de datos reales	42
6.4.1	Datos libres USGS Central Alaska	42
6.4.2	Deconvolución no estacionaria	44
6.4.3	Filtrado de la sección sísmica completa	46
7	Recomendaciones	49
8	CONCLUSIONES	50
	REFERENCIAS	51
	ANEXOS	55

Índice de figuras

1.1	Ilustración de la diferencia entre el problema directo y el problema inverso. Se muestra el punto de partida y llegada para cada método. . .	10
1.2	Modelo convolucional del problema.	11
2.1	Convolución estándar de Fourier entre la ondícula y el modelo de reflectividad.	13
2.2	Soporte de la DWV de la traza resultante de la convolución estándar. .	13
2.3	Convolución fraccionaria al orden α	14
2.4	DWV de la traza resultante de la convolución fraccionaria de orden α . .	14
6.1	Impedancia.	30
6.2	Ondícula de Ricker.	30
6.3	Traza sísmica estacionaria sin ruido.	30
6.4	Espectro tiempo frecuencia de la traza sísmica estacionaria.	30
6.5	Traza sísmica no estacionaria sin ruido.	31
6.6	Espectro tiempo frecuencia de la traza sísmica no estacionaria sin ruido. .	31
6.7	Traza sísmica con ruido no estacionario aditivo.	31
6.8	Espectro tiempo frecuencia de la traza sísmica con ruido.	31
6.9	Convolución de orden $a = 0,6$ sin ruido entre la ondícula de Ricker y la impedancia.	32
6.10	Espectro tiempo frecuencia de la convolución de orden $a = 0,6$ sin ruido entre la ondícula de Ricker y la impedancia.	32
6.11	Convolución de orden $a = 0,7$ sin ruido entre la ondícula de Ricker y la impedancia.	32
6.12	Espectro tiempo frecuencia de la convolución de orden $a = 0,7$ sin ruido entre la ondícula de Ricker y la impedancia.	32
6.13	Convolución de orden $a = 0,8$ sin ruido entre la ondícula de Ricker y la impedancia.	33
6.14	Espectro tiempo frecuencia de la convolución de orden $a = 0,8$ sin ruido entre la ondícula de Ricker y la impedancia.	33
6.15	Reflectividad a partir del filtrado en el dominio de Fourier fraccionario óptimo $a = 0,9$	34
6.16	Reflectividad a partir del filtrado en el dominio de Fourier.	34
6.17	Reflectividad a partir del filtrado en el dominio de Fourier fraccionario $a = 0,91$	35

6.18 Ondícula de fase mínima.	36
6.19 Impedancia sintética.	36
6.20 Traza sísmica resultante de la convolución fraccionaria de orden $a = 0,9$ entre la reflectividad sintética propuesta y la ondícula fase mínima más un ruido blanco aditivo.	36
6.21 Espectro no estacionario de la traza sísmica obtenida.	36
6.22 Impedancia estimada mediante el filtro de Wiener fraccionario de orden $a = 0,9$	37
6.23 Se muestra el área bajo la curva obtenida de la resta de los valores absolutos de los datos pertenecientes a la impedancia estimada y la impedancia original (en el eje horizontal, cero corresponde al orden fraccionario $a = 0,8$ y 100 corresponde al orden fraccionario $a = 0,9$).	37
6.24 Se muestra la correlación entre los datos pertenecientes a la impedancia estimada y la impedancia original (en el eje horizontal, cero corresponde al orden fraccionario $a = 0,001$ y 1000 corresponde al orden fraccionario $a = 1,0$).	38
6.25 Se muestra la correlación entre los datos pertenecientes a la impedancia estimada y la impedancia original para una traza sísmica de orden fraccionario $a = 0,7$ (en el eje horizontal, cero corresponde al orden fraccionario $a = 0,001$ y 1000 corresponde al orden fraccionario $a = 1,0$).	39
6.26 Filtrado para una razón señal ruido de $4,6 \times 10^{10}$	40
6.27 Filtrado para una razón señal ruido de $4,6 \times 10^4$	40
6.28 Filtrado para una razón señal ruido de 0,18	40
6.29 Razón señal ruido vs correlación de la impedancia estimada respecto de la impedancia original.	40
6.30 Razón señal ruido vs correlación de la impedancia estimada respecto de la impedancia original.	41
6.31 Razón señal ruido vs correlación de la impedancia estimada respecto de la impedancia original.	41
6.32 Imagen sísmica de los datos sin filtrar.	42
6.33 Imagen sísmica interpretada.	42
6.34 Ondícula sísmica extraída de los datos mediante OpendTect.	43
6.35 Traza sísmica extraída de datos reales tomados en campo USGS Central Alaska. CDP número 50.	43
6.36 Espectro tiempo frecuencia de la traza sísmica de los datos reales.	43
6.37 Deconvolución al orden $a=0.993$ del CDP número 50.	44
6.38 Deconvolución al orden $a=1$	45
6.39 CDP número 100.	46
6.40 Filtrado fraccionario del CDP número 100.	46
6.41 Impedancia estimada por deconvolución fraccionaria.	47
6.42 Sección sísmica filtrada al orden $a = 0,993$	47

LISTA DE ANEXOS

Anexo A. Transformación de Fourier fraccionaria	55
Anexo B. Interpolación seno cardinal	58
Anexo C. Convolución Fraccionaria	59
Anexo D. Filtro de Wiener fraccionario	60

RESUMEN

TÍTULO: MODELADO Y TRATAMIENTO DE SEÑALES SÍSMICAS BASADO EN LA CONVOLUCIÓN FRACCIONARIA*.

AUTOR: DANIEL DAVID TORRES AMARIS**

PALABRAS CLAVE: Problema inverso, deconvolución, señales no estacionarias, filtro de Wiener, convolución fraccionaria.

DESCRIPCIÓN:

Existen una gran variedad de soluciones al problema inverso de recuperar una señal previamente convolucionada con otra y en general mezclada con algún ruido aleatorio. Uno de los referentes numéricos es el filtro de Wiener el cual ha probado ser una herramienta eficaz y de costo computacional admisible para llevar a cabo la tarea de deconvolucionar y filtrar una señal. No obstante, el filtro de Wiener es un filtro estacionario y esto lo convierte en una herramienta diseñada para señales estacionarias. Es bien sabido que una buena parte de las señales de interés para la ciencia y en general para aplicaciones industriales, son no estacionarias debido a que al propagarse se ven modificadas por diversos fenómenos como la respuesta del medio de propagación, señales aleatorias externas y dispersión entre otros. Las señales sísmicas no son la excepción, por este motivo el presente trabajo propone una herramienta para deconvolución no estacionaria para resolver el problema inverso a través de la convolución fraccionaria y el filtro de Wiener fraccionario. El procedimiento fue aplicado a una traza sísmica perteneciente a la línea 31 de los datos libres USGS Central Alaska, la cual tiene un espectro tiempo frecuencia no estacionario, resultado de un proceso no estacionario entre una ondícula sísmica y la respuesta del subsuelo. El tratamiento de los datos permitió concluir que la no estacionariedad presente en ellos, aunque pequeña, debe ser incluida para un correcto filtrado de las señales sísmicas.

*Tesis de Maestría

**Facultad de Ciencias. Escuela de Física. Director Rafael Ángel Torres Amaris, Doctor en Física.

ABSTRACT

TITLE: MODELLING AND PROCESSING OF SEISMICS SIGNALS BASED IN THE FRACTIONAL CONVOLUTION*.

AUTHOR: DANIEL DAVID TORRES AMARIS**

KEYWORDS: Inverse problem, deconvolution, non-stationary signals, Wiener filter, fractional convolution.

DESCRIPTION:

There are a variety of solutions to the inverse problem of recovering a previously convolved signal with another and generally mixed with some random noise. One of the numerical references is the Wiener filter, which has proved to be an efficient and computationally acceptable tool for carrying out the task of deconvolving and filtering a signal. However, the Wiener filter is a stationary filter and this makes it a tool designed for stationary systems. It is well known that a large part of the signals that concerns to the science and in general for industrial applications are non-stationary because they are modified by different phenomena such as the response of the medium of propagation, external randomization and dispersion among others. Seismic signals are not the exception, so the present work proposes a tool for non-stationary deconvolution to solve the inverse problem through fractional convolution and the fractional Wiener filter. The procedure was applied to a seismic trace belonging to line 31 of the free USGS Central Alaska data, which has a non-stationary time-frequency spectrum, the result of a non-stationary process between a wave and the response of the subsurface of the Earth. The treatment of the data allows to conclude that the non-stationarity present in them, although small, must be included for a correct filtering of the seismic signals.

*Master Thesis

**Science Faculty. School of Physics. Advisor Rafael Ángel Torres Amaris, Doctor in Physics

Agradecimientos

Agradezco a mis padres Rafael y Olga quienes depositaron en mi la confianza que he podido transformar en este logro.

Este trabajo se lo dedico especialmente a mi esposa Cinthia y a mi hijo Bastián.

Capítulo 1

Introducción

El objetivo principal de la Geofísica de Exploración es la extracción de información geológica importante del subsuelo a partir de datos conocidos como trazas sísmicas, en las cuales se encuentran mezclados la impedancia del subsuelo y otra información como ruido y la ondícula sísmica implicada. El proceso de recuperación de la serie de impedancias, que es lo que se busca en la mayoría de los casos¹, puede llevarse a cabo a través de dos caminos: el *método directo* [1] o el *método inverso* [2].

En el método directo se propone un modelo el cual es puesto a prueba mediante simulación computacional de propagación de ondas mecánicas (extraídas de los datos de campo) para obtener datos sísmicos (trazas) (fig. 1.1). Los datos obtenidos son comparados con los datos reales obtenidos en campo. Si la correlación entre los datos generados y los datos de campo no supera un límite establecido, se modifica el modelo y se vuelve a simular para obtener nuevos datos. Este procedimiento se repite hasta encontrar un modelo cuyos datos resultantes superen el valor establecido de correlación respecto de los datos reales.

¹En ocasiones se desea recuperar la ondícula sísmica, lo cual se puede realizar mediante un proceso similar al propuesto en este trabajo para la recuperación de la impedancia.

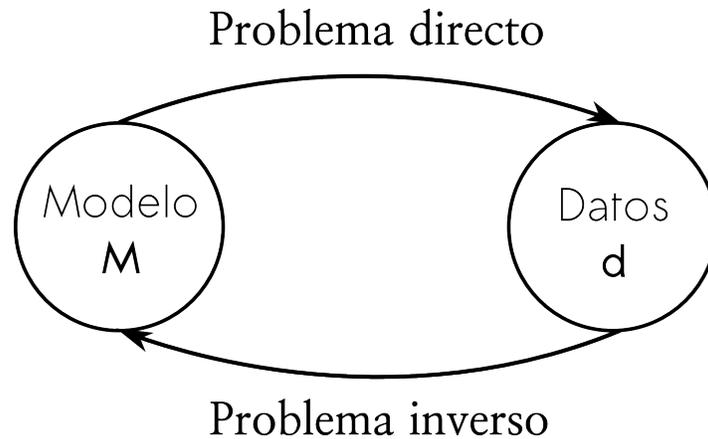


Figura 1.1: Ilustración de la diferencia entre el problema directo y el problema inverso. Se muestra el punto de partida y llegada para cada método.

El método inverso, por otra parte, produce un modelo a partir de los datos de campo (fig. 1.1), mediante la solución del problema inverso de separar las señales mezcladas de acuerdo con el modelo de traza escogido. Este modelo es también puesto a prueba mediante simulación como se hace en el método directo.

La diferencia entre las metodologías mencionadas radica en que, en el problema directo, el modelo es estimado solamente por el intérprete (que usualmente es un geólogo o geofísico) mientras que, en el método inverso, el modelo del subsuelo es producido por una computadora a través de metodologías de filtrado y técnicas de minimización.

El modelo de traza sísmica más aceptado actualmente es el modelo convolucional, propuesto por E. Robinson en su tesis doctoral [3] y que fue definido más claramente en un artículo posterior [4] como

$$x_n = b_n * c_n, \quad (1.1)$$

en donde la operación “*” es la convolución; x_n es la traza sísmica; b_n es la ondícula sísmica y c_n es la impedancia. Robinson menciona que de haber un ruido, este podría modelarse como un ruido blanco aditivo (fig. 1.2). La recuperación de la impedancia del subsuelo a partir de trazas modeladas de esta forma, se debe hacer a través de la operación inversa, es decir, la deconvolución. Esta operación permite encontrar una de las señales convolucionadas siempre que se conozca la otra.

Existen diversas formas de hacer deconvolución. Uno de los referentes principales es la deconvolución de Wiener [5] definida a través del filtro de Wiener [6] y éste último definido haciendo uso de la transformación de Fourier estándar. El hecho de que este filtro se base en la transformación de Fourier hace que el filtro de Wiener se encuentre

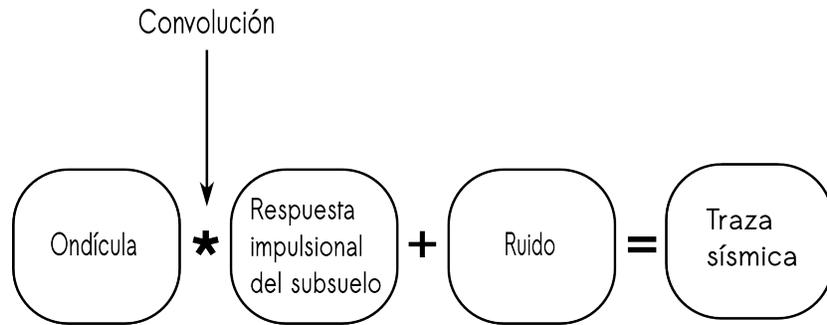


Figura 1.2: Modelo convolucional del problema.

restringido al tratamiento de la señal ya sea en el eje temporal o el frecuencial pero no en ambos. Dicho de otra forma, señales cuyo contenido frecuencial se mantenga invariante en el tiempo. Las señales del tipo mencionado, también llamadas señales estacionarias, no son las más apropiadas para representar al conjunto de las señales de la sísmica, puesto que dichas señales son no estacionarias [7,8] por excelencia y la acción de modelarlas como estacionarias conlleva a resultados incorrectos en el momento de la deconvolución. El modelo de la fig. 1.2 propuesto por Robinson está restringido a señales estacionarias debido a su relación con la transformación de Fourier y no parece ser el más adecuado para representar el fenómeno de la no estacionariedad de las trazas sísmicas.

Varias metodologías han surgido por la necesidad de la adaptación de este método de naturaleza estacionaria a los problemas no estacionarios de la sísmica. Un claro ejemplo de ese tipo de adaptación es la deconvolución de Gabor [9,10], metodología que tiene en cuenta la atenuación de la ondícula mediante una aproximación lineal y es uno de los métodos más usados en el campo de la deconvolución de datos sísmicos cuando el problema requiere que la no estacionariedad sea tenida en cuenta [11]. Otro tipo de deconvolución aplicada en la sísmica es la llamada *Blind Deconvolution* [12,13] (traducida al español “Deconvolución Ciega”) la cual ataca el problema de la obtención de la impedancia sin la necesidad de un conocimiento previo de la ondícula o el ruido. Existen otras variantes como la deconvolución variable en el tiempo [14], la deconvolución mediante *curvelets* [15], la deconvolución predictiva [16,17], la deconvolución con la norma l_1 , la deconvolución homomórfica [18] y la aproximación mixta, usando ondículas y *curvelets* [19], entre otras. Aunque estas metodologías producen buenos resultados, al tener como punto de partida la convolución, requieren de modificaciones para resolver la falencia de ignorar la no estacionariedad de los datos y esto las hace bastante complejas. Estas dificultades podrían evitarse al cambiar el modelo de traza por un modelo no estacionario y así reformular el problema de tal manera que desde el inicio contenga dicha característica.

Al intentar recuperar el modelo de reflectividad a través de la deconvolución estándar no se estaría usando un método adecuado para la resolución del problema pues las trazas

registradas no provienen de un evento modelable adecuadamente mediante convolución estándar (figs. 2.1 y 2.2) sino, más convenientemente modelable mediante convolución fraccionaria [20] (figs. 2.3 y 2.4). Al interior del Grupo de Óptica y Tratamiento de Señales, se ha propuesto un método alternativo para el tratamiento de señales, llamado *deconvolución fraccionaria* [21], el cual tiene su base en la Transformación de Fourier Fraccionaria (TFFr). La TFFr ha mostrado ser una herramienta idónea para el tratamiento de señales no estacionarias [22], por lo que se espera que el método aquí propuesto sea adecuado para el tratamiento de este tipo de señales.

El filtrado en dominios mixtos ha ido ganando cada vez más terreno en el área de la Geofísica y el tratamiento de señales en general, en la referencia [14] se encuentran filtros lineales no estacionarios y filtros en dominios fraccionarios. Igualmente en [23] se realiza una revisión de la transformación de Fourier Fraccionaria, la distribución de Wigner-Ville y los filtros para señales estacionarias y no estacionarias. En [24] se hace uso de lo propuesto por [14] para la implementación de un filtro variante en el tiempo sobre señales sísmicas no estacionarias. En [25] se realiza parametrización y filtrado a través de la transformación de Fourier fraccionaria. En [26] se encuentran filtros variantes en el tiempo aplicados sobre representaciones de la señal en dominios mixtos (tiempo-frecuencia). El tratamiento fraccionario de señales es una formulación más general que el tratamiento de Fourier, puesto que tiene la posibilidad de realizar procesamiento sobre señales no estacionarias. Además, en [27] se prueba que el tratamiento de Fourier estándar es un caso límite del tratamiento de Fourier fraccionario, para un orden α específico. La transformación de Fourier fraccionaria se convierte en la versión estándar de la transformación, obteniendo así, la ventaja de poder realizar los mismos tratamientos de la transformación estándar, además de tratamientos propios de los órdenes fraccionarios. Gracias a esta propiedad, ya no se necesita una herramienta para el caso estacionario y otra para el caso de señales no estacionarias, sino que una única formulación resuelve ambos problemas. Por esta razón, en este trabajo nos hemos inclinado por el tratamiento de Fourier fraccionario como respuesta a la necesidad de metodologías no estacionarias en la sísmica.

Este trabajo propone la introducción de un nuevo modelo convolucional para trazas sísmicas con base en la teoría encontrada en los trabajos [20, 27] y busca implementar un tratamiento de señales en dominios fraccionarios para problemas académicos y trazas sísmicas sintéticas. Como una primera aproximación al problema, se realizó la deconvolución de datos sísmicos reales y se encontraron resultados prometedores. La correspondencia entre los resultados obtenidos por deconvolución y lo esperado fue satisfactoria. Como resultado principal queda que el modelo convolucional no estacionario es el más indicado para representar el fenómeno y que efectivamente, es la deconvolución no estacionaria en dominios de Fourier fraccionario, la herramienta adecuada para resolver el problema inverso de la recuperación de la señal deseada. Además, con el refinamiento adecuado de la metodología aquí presentada puede llevarse al ámbito industrial.

Capítulo 2

Proposición del problema

2.1. Planteamiento del problema

Los métodos usados actualmente para hacer deconvolución, al basarse en el tratamiento de Fourier estándar, asumen que la distribución de Wigner-Ville (DWV) de la señal es una función independiente del tiempo $W(\nu, t) = W(\nu)$, es decir, que la señal (traza) proviene de un evento como el mostrado en la fig. 2.1. Por el contrario, las señales a tratar en la sísmica tienen DWVs que dependen del tiempo en diversas formas, siendo la más simple de ellas, la α -estacionaria [22] (fig. 2.4 en la página siguiente), la cual proviene de un evento modelable mediante una convolución como la mostrada en la fig. 2.3.

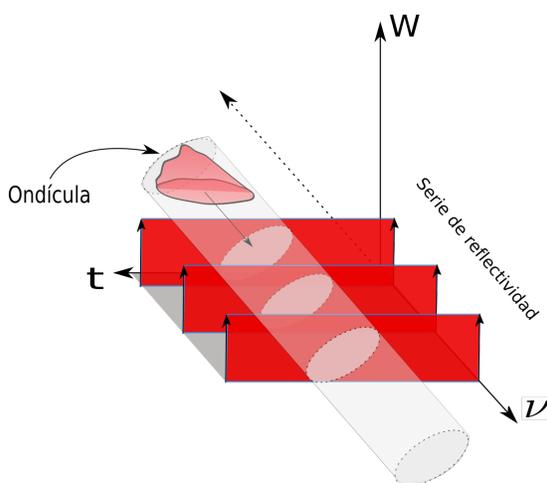


Figura 2.1: Convolución estándar de Fourier entre la ondícula y el modelo de reflectividad.

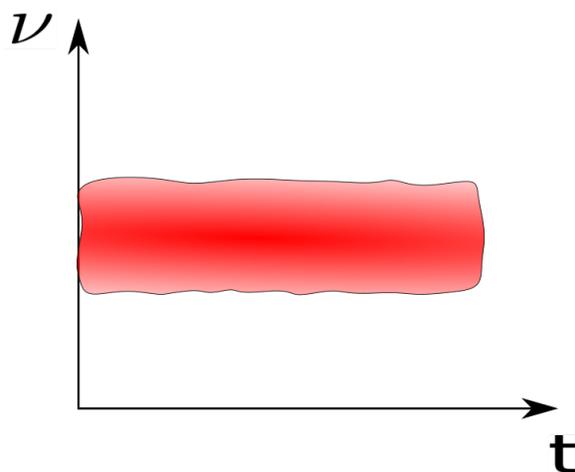


Figura 2.2: Soporte de la DWV de la traza resultante de la convolución estándar.

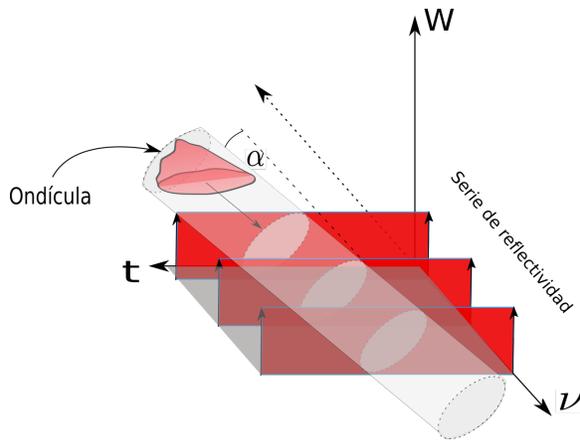


Figura 2.3: Convolución fraccionaria al orden α .

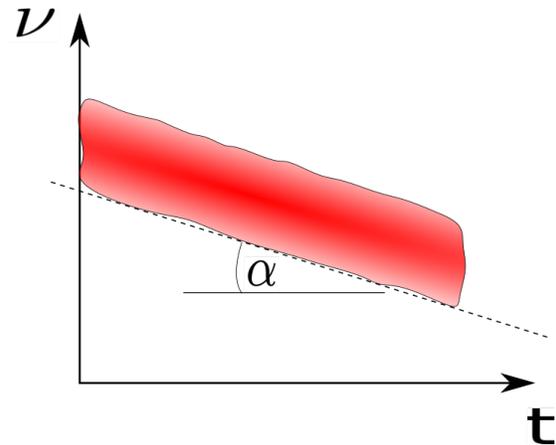


Figura 2.4: DWV de la traza resultante de la convolución fraccionaria de orden α .

La α -estacionariedad se da cuando la DWV es invariante a lo largo de un eje oblicuo cuyo ángulo con respecto al eje temporal es α . Lo anterior hace pensar que el modelo convolucional propuesto por Robinson no es el más adecuado y que hay la necesidad de proponer un modelo diferente para las trazas sísmicas que tenga en cuenta la no estacionariedad. Por lo anterior, en este trabajo nos inclinamos por un modelo de la forma

$$Y = X *_{\alpha} W + N \quad (2.1)$$

donde “ $*_{\alpha}$ ” es la convolución fraccionaria de orden α , Y es la traza sísmica, X es la impedancia del subsuelo, W es la ondícula y N es un ruido blanco aditivo [3].

El hecho de que el modelo (ec. 2.1) se base en la convolución fraccionaria, operación de naturaleza no estacionaria, advierte que el tratamiento pertinente para la inversión y obtención de la impedancia X , debe ser no estacionario.

El tratamiento de Fourier estándar fue pensado para señales con distribuciones como la mostrada en la fig. 2.2 en la página anterior, por esto, para un correcto tratamiento de señales modelables según la expresión (ec. 2.1) y con distribuciones como la mostrada en la fig. 2.4, se requiere del TFrS (siglas para Tratamiento Fraccionario de Señales), el cual se ajusta a este tipo de señales mediante un parámetro α que aparece en la TFFr y la convolución fraccionaria.

2.2. Justificación del problema

Actualmente en el ámbito de tratamiento de señales existe una división. Cuando la DWV del problema tiene carácter estacionario, o se puede aproximar como tal, debido a la relación que establece el teorema de Wiener-Khinchine entre la función de autocorrelación y la densidad espectral de potencia como un par de Fourier, se usa el tratamiento de Fourier estándar. Por otro lado, si el problema no cumple las condiciones para considerarse estacionario, se debe usar un método diferente para su tratamiento. Algunos de estos métodos son nombrados en el **Capítulo 1**. El tratamiento de Fourier fraccionario, por su parte, evita esta división ya que contempla ambos problemas. El tratamiento se ajusta al caso estacionario mediante el parámetro $\alpha = \frac{\pi}{2}$, a través del cual la TFFr se convierte en la transformación de Fourier estándar. Para los demás casos el TFrS se adaptaría a través de otros valores de $\alpha = \frac{\pi}{2}a$ (con a tomando cualquier valor en los reales). Todo esto posible, debido a que el concepto de α -estacionariedad permite una relación entre la función de correlación fraccionaria y la densidad espectral de potencia fraccionaria [22].

Existen métodos de inversión tales como FWI [28] (por sus siglas en inglés, *Full Waveform Inversion*) que resuelven también este problema, pero su aplicación está restringida debido la gran capacidad de cálculo computacional requerida para su implementación. Apenas en estos tiempos se ha hecho posible llevar este método a la práctica. El TFrS en cambio, es bastante rápido; en ocasiones es tan rápido como el tratamiento de Fourier estándar.

Por estas ventajas, se cree que el TFrS es valioso, ya que brinda la posibilidad de lidiar con dos problemas mediante una sola metodología, manteniendo las ventajas de la sencillez y rapidez.

2.3. Objetivo general

- Introducir un modelo convolucional no estacionario para las trazas sísmicas y desarrollar una herramienta computacional para deconvolución basada en el análisis de Fourier fraccionario, que aplicada a datos sísmicos reales nos permita obtener la impedancia del subsuelo.

2.4. Objetivos específicos

- Proponer un modelo de trazas sísmicas basado en la convolución de Fourier fraccionaria.

- Seleccionar un programa de computadora reconocido para realizar la estimación de ondículas de manera estadística.
- Diseñar y discretizar el filtro de Wiener fraccionario.
- Realizar la deconvolución de las trazas sísmicas encontrando el orden α que permita obtener resultados que evidencien la importancia de la escogencia del mismo.

2.5. Metodología

Para llevar a cabo el objetivo general de este trabajo, primero se definirá un modelo convolucional de traza sísmica que tenga en cuenta la no estacionariedad del problema, luego se escogerá un software para la estimación de la ondícula sísmica y una determinación de cuál sería el más apropiado en este caso. Ya conociendo la ondícula, se procederá a la construcción del filtro de Wiener fraccionario discretizado. Por último, se aplicará el TFrS para hacer filtrado y deconvolución de la señal sísmica para obtener la impedancia del subsuelo. A continuación, un desglose de los pasos a seguir en la metodología:

- Debido a que en el proceso de generación de una traza sísmica participan fenómenos como la dispersión y la atenuación, los cuales introducen rotaciones en su distribución tiempo frecuencia, se introducirá un modelo de traza basado en una operación no estacionaria como lo es la convolución fraccionaria.
- Los programas de computadora para tratamiento de datos sísmicos incluyen algoritmos eficientes para la extracción estadística de ondículas acertadas. Se hará uso de alguno de ellos para extraer la ondícula perteneciente a nuestros datos.
- Una vez estimada la ondícula, se procederá a la construcción del filtro de Wiener fraccionario discreto haciendo uso de la técnica descrita en la tesis doctoral [27].
- El filtro permitirá eliminar el ruido y realizar la deconvolución de la reflectividad y la ondícula. Este proceso se realizará en diferentes órdenes fraccionarios hasta encontrar un orden que logre definir de la mejor manera los picos relacionados con los cambios de impedancia asociados a cambios de litología en el subsuelo.

Capítulo 3

Marco teórico

3.1. Distribución de Wigner-Ville

En [20] se encuentra la definición de la DWV de la función unidimensional F , como sigue:

$$W_F(x, x') = \int_{-\infty}^{\infty} \Gamma_F\left(x + \frac{u}{2}, x - \frac{u}{2}\right) e^{-2i\pi ux'} du \quad (3.1)$$

en donde Γ_F es la función de correlación que depende de x_1 y x_2 y viene determinada por el valor esperado de la realización ${}^w f(x)$

$$\Gamma_F(x_1, x_2) = E\{{}^w f(x_1) \overline{{}^w f(x_2)}\} \quad (3.2)$$

De manera análoga, se tiene a la DWV- α

$$W_F^\alpha(x, x') = \int_{-\infty}^{\infty} \Gamma_F^\alpha\left(x + \frac{u}{2}, x - \frac{u}{2}\right) e^{i\pi u^2 \cot \alpha} e^{\frac{-2i\pi ux'}{\sin \alpha}} du, \quad (3.3)$$

y su respectiva función de correlación fraccionaria

$$\Gamma_F^\alpha(x_1, x_2) = C_\alpha \overline{C_\alpha} E\{{}^w f(x_1) \overline{{}^w f(x_2)} e^{2i\pi(x_1-x_2)x_2 \cot \alpha}\}. \quad (3.4)$$

La DWV- α , se reduce a la DWV cuando el parámetro $\alpha = \frac{\pi}{2}$.

Una ventaja clara de la DWV es la posibilidad de realizar análisis en representaciones tiempo frecuencia de las funciones. En cuanto a la DWV- α , se tiene la misma posibilidad que con la DWV pero adicionalmente, se puede hacer análisis del espectro de la función en una representación de ejes oblicuos.

3.2. Transformación de Fourier fraccionaria

La TFFr fue definida por Victor Namias [29] cómo una herramienta para la mecánica cuántica y tiene la propiedad de llevar funciones a representaciones mixtas; por ejemplo, llevar una función del tiempo hacia una representación mixta tiempo-frecuencia [30] donde la variable no es ni el tiempo ni la frecuencia sino una mezcla de ambas.

La definición de la transformación de Namias no gozó de gran aceptación debido a ciertas inconsistencias. La correcta redefinición de la TFFr viene dada por McBride y Kerr [31], la cual se escribe en su forma integral como,

$$\mathcal{F}_\alpha[f](\nu) = C_\alpha e^{-i\pi\nu^2 \cot \alpha} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-i\pi x^2 \cot \alpha} e^{2\pi i x \nu / \sin \alpha} dx, \quad (3.5)$$

y exhibe las propiedades de:

1. **Linealidad**

$$\mathcal{F}_\alpha[af(x) + bg(x)](\nu) = a\mathcal{F}_\alpha[f](\nu) + b\mathcal{F}_\alpha[g](\nu).$$

2. **Traslación**

$$\mathcal{F}_\alpha[f(x - \tau)](\nu) = \mathcal{F}_\alpha[f](\nu - \tau \cos \alpha) e^{i\pi \sin \alpha (\tau^2 \cos \alpha - 2\nu\tau)}.$$

3. **Teorema de Parseval**

$$\int_{\mathbb{R}} f(x) \overline{g(x)} dx = \int_{\mathbb{R}} \mathcal{F}_\alpha[f](\nu) \overline{\mathcal{F}_\alpha[g](\nu)} d\nu.$$

4. **Teorema de la modulación**

$$\mathcal{F}_\alpha[f(x) e^{2\pi i x \tau}](\nu) = \mathcal{F}_\alpha[f](\nu - \tau \sin \alpha) e^{-i\pi \cos \alpha (\tau^2 \sin \alpha - 2\nu\tau)}.$$

donde $C_\alpha = \frac{e^{i(\mathbb{S}(\sin \alpha) \frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2})}}{\sqrt{|\sin \alpha|}}$ ¹ [31]. Se puede probar fácilmente como al reemplazar $\alpha = \frac{\pi}{2}$ se obtiene la transformación de Fourier como un caso especial de la TFFr. Una propiedad muy importante de la transformación de Fourier fraccionaria es que al aplicarse sobre una señal, su representación tiempo-frecuencia queda rotado al ángulo α , lo cual le permite representar fenómenos que introduzcan este tipo de modificaciones en la señal. Esto es ideal para el caso en cuestión, pues se sabe que al calcular el espectro de una señal de traza sísmica, este se encuentra rotado.

¹Aquí, \mathbb{S} es la función signo

3.3. Traslación fraccionaria

El operador de translación fraccionaria como se define en [21], viene dado como

$$\mathcal{T}_{a;\alpha}[f](x) = f(x - a)e^{-2i\pi a(x-a/2)\cot\alpha}, \quad (3.6)$$

el cual corresponde a un cambio en tiempo-frecuencia en la dirección de un ángulo dado α y con la propiedad $\mathcal{T}_{a;\frac{\pi}{2}} = \mathcal{T}_a$ (se convierte en el operador de translación convencional para $\alpha = \frac{\pi}{2}$) de tal manera que $\mathcal{T}_a[f](x) = f(x - a)$. Esta definición de translación va a ser muy importante en el presente trabajo, pues lo que hace, visto en el espacio tiempo frecuencia, es desplazar el espectro sobre una recta imaginaria que yace al ángulo α , permitiendo que la convolución fraccionaria realice la mezcla del espectro de dos señales a lo largo de ejes diferentes a los ejes perpendiculares.

3.4. Convolución fraccionaria

El modelo de traza sísmica debe basarse en una operación que mezcle la ondícula y la impedancia, para este efecto, la convolución es ideal, sin embargo, como ha declarado en este trabajo, la forma más adecuada de convolución no es a lo largo de ejes paralelos al tiempo o la frecuencia, sino en ejes oblicuos. Haciendo uso de la TFFr se puede definir una convolución fraccionaria entre dos funciones f y g que cumpla con:

$$[f *_{\alpha} g](x) = C_{\alpha}^2 \mathcal{F}_{-\alpha}[\mathcal{F}_{\alpha}[f](\nu)\mathcal{F}_{\alpha}[g](\nu)e^{i\pi\nu^2\cot\alpha}](x), \quad (3.7)$$

Siendo su forma integral [27]

$$[f *_{\alpha} g](x) = C_{\alpha} \int_{-\infty}^{\infty} f(u)g(x - u)e^{2\pi u(x-u)\cot\alpha} du. \quad (3.8)$$

Como era de esperarse, la expresión (ec. 3.8) se convierte en la convolución estándar para $\alpha = \frac{\pi}{2}$. Para $\alpha \neq \frac{\pi}{2}$ se obtiene una convolución entre las funciones f y g a lo largo de un eje oblicuo al ángulo α respecto al eje temporal [20]. Sea $f = h *_{\alpha} g$, cuya DWV viene dada por

$$W_f(x, x') = \int_{\mathbb{R}} W_{\mathcal{T}_{u;\alpha}[h]}(x, x')W_{\mathcal{T}_{x-u;\alpha}[g]}(x, x') du, \quad (3.9)$$

la cual es una convolución bidimensional de las correspondientes DWV de cada función a lo largo de un eje oblicuo. En [20] se encuentra la prueba de que la DWV- α (Distribución de Wigner-Ville de ángulo α) de una translación fraccionaria de la función f equivale a la translación a lo largo del eje oblicuo x de la distribución

$$W_{\mathcal{F}_{\tau;\alpha}[f]}^\alpha(x, x') = W_f^\alpha(x - \tau, x') \quad (3.10)$$

y que la DWV- α de la función f viene como

$$W_f^\alpha(x, x') = \int_{\mathbb{R}} W_h^\alpha(x - u, x') W_g^\alpha(u, x') du. \quad (3.11)$$

Usando (3.10) se puede reescribir (3.11) como

$$W_f^\alpha(x, x') = \int_{\mathbb{R}} W_{\mathcal{F}_{u;\alpha}[h]}^\alpha(x, x') W_{\mathcal{F}_{x-u;\alpha}[g]}^\alpha(x, x') du. \quad (3.12)$$

La expresión (ec. 3.12) es prueba de que la convolución fraccionaria es una convolución a lo largo de ejes oblicuos al ángulo α . Se puede ver, como en el dominio tiempo-frecuencia el espectro de una de las señales se mantiene estático, mientras que el espectro de la otra se traslada recorriendo la recta que se encuentra al ángulo α , de manera que el espectro de la señal resultante queda con un contenido de frecuencias variable en el tiempo. Esta propiedad de la convolución fraccionaria permitiría definir un nuevo modelo para las trazas sísmicas que no mezcle las señales de la ondícula y la impedancia a lo largo de los ejes perpendiculares de la frecuencia o el tiempo, sino que también se puedan construir trazas que resulten de la convolución en un espacio mixto.

Capítulo 4

Modelo de traza y Filtro

4.1. Modelo

Tomando como punto de partida el modelo de traza sísmica propuesto por E. Robinson, (ec. 1.1) e identificando que su falencia es la imposibilidad de incorporar la no estacionariedad de los datos sísmicos, se propone un modelo de traza sísmica para señales no estacionarias en la forma

$$X = Y *_{\alpha} W + N, \quad (4.1)$$

donde Y es la señal de interés (impedancia), es decir, la señal que se quiere recuperar; W es la ondícula sísmica (dato extraído de sísmica *in situ* o extraíble de los datos mediante procesos estadísticos [32–34]). N es un ruido blanco aditivo a eliminar contenido dentro del rango de $0 - 1Hz$ [35] y se caracteriza como blanco por la homogeneidad de su contenido frecuencial que es producto de la superposición de una amplia variedad de fenómenos como las mareas, pisadas de animales o microsismos. También influyen en el ruido sísmico la vibraciones introducidas en la tierra debido a actividades humanas como las fábricas, automóviles, etc. A diferencia del modelo de E. Robinson (ec. 1.1), el modelo propuesto en la ec. 4.1 ha reemplazado la operación de convolución por una más general como lo es la convolución fraccionaria (ver ec. 3.8) con el fin de extender el modelo para incluir problemas no estacionarios. En las secciones siguientes el enfoque estará sobre la construcción del filtro de Wiener fraccionario y el subsecuente filtrado sobre la base del modelo de la ec. 4.1.

4.2. Filtro no causal

Sobre la base del modelo propuesto, se puede construir un filtro de respuesta percusional $h(t)$ que minimice el error cuadrático medio entre la convolución fraccionaria al orden α , $[X *_{\alpha} h]$ y Y que es la señal a estimar,

$$z^2 = E\{|[X *_{\alpha} h](t) - Y(t)|^2\}, \quad (4.2)$$

luego de una serie de pasos mostrados en detalle en la tesis doctoral [27] se obtiene la condición que minimiza la diferencia en la ec. 4.2, como

$$\Gamma_{Y,X}^{\alpha}(\sigma) = \int_{t_i}^{t_f} h(\theta) \mathcal{T}_{\theta;\alpha} \Gamma_X^{\alpha}(\sigma) e^{-i\pi\theta^2 \cot \alpha} d\theta, \quad (4.3)$$

que es la correlación fraccionaria entre la señal estimada y la traza, en donde $\mathcal{T}_{\theta;\alpha}$ es una traslación fraccionaria [27].

La aplicación de la transformación de Fourier fraccionaria a la ec. 4.3, resulta en

$$S_{YX}^{\alpha}(\nu) e^{-i\pi\nu^2 \cot \alpha} = H^{\alpha}(\nu) S_X^{\alpha}(\nu), \quad (4.4)$$

con S_{YX} y S_X como las densidades espectrales de potencia. De 4.4 se obtiene el filtro de Wiener fraccionario

$$H^{\alpha}(\nu) = \frac{S_{YX}^{\alpha}(\nu)}{S_X^{\alpha}(\nu)} e^{-i\pi\nu^2 \cot \alpha}. \quad (4.5)$$

El filtro de la ec. 4.5 es adaptativo e ideal para aplicarse a problemas no estacionarios debido a su dependencia del orden α .

En nuestro caso, la señal está expresada como la convolución fraccionaria entre la impedancia y la ondícula sísmica, más un ruido aditivo 4.1, de esta manera, el filtro de la ec. 4.5 queda como

$$H^{\alpha}(\nu) = \frac{S_{YX}^{\alpha}(\nu)}{S_Y S_W^{\alpha}(\nu) + S_N^{\alpha}(\nu)} e^{-i\pi\nu^2 \cot \alpha}. \quad (4.6)$$

Su transformación de Fourier fraccionaria inversa (orden $-\alpha$) es el filtro óptimo no causal para el problema en cuestión, de respuesta percusional

$$h_{\alpha}(t) = \mathcal{F}_{-\alpha}[H^{\alpha}](t). \quad (4.7)$$

Para el alcance de este trabajo, que busca establecer la aplicabilidad del tratamiento fraccionario en la sísmica, por lo tanto el filtro no causal 4.6 es suficiente y será el eje

central. La construcción de un filtro causal conllevaría un esfuerzo adicional ya que agregaría la necesidad de caracterizar los ceros y polos de la función de transferencia $H(\nu)$ para que cumplan con la condición de Paley-Wiener [36],

$$\int_{\mathbb{R}} \frac{|\text{Log}|H(\nu)||}{1 - \nu^2} d\nu < \infty \quad (4.8)$$

y el filtro sea físicamente realizable. Para los objetivos del presente trabajo que busca establecer la aplicabilidad del filtro de Wiener fraccionario en la sismica esto no es un punto crítico. Llegado el momento, cuando se logre un algoritmo rápido para la transformación de Fourier fraccionaria y la aplicación del filtro se implemente a nivel industrial la causalidad pasaría a ser un factor determinante. Por ahora la causalidad queda para trabajos posteriores de refinamiento de la metodología propuesta.

4.3. Deconvolución fraccionaria

Las señales (ondículas) que han sido modificadas por un fenómeno físico (la impedancia de subsuelo en nuestro caso particular) pueden expresarse como una convolución entre el fenómeno y la señal original. La recuperación de la impedancia que se encuentra mezclada con la ondícula puede hacerse mediante la operación inversa a la convolución, es decir la deconvolución.

Tomando como punto de partida el modelo de traza sísmica ec. 4.1 y calculando su correspondiente ecuación de la densidad espectral de potencia, sería

$$S_X^\alpha(\nu)e^{-i\pi\nu^2 \cot \alpha} = \mathcal{F}_\alpha \Gamma_X^\alpha(\nu) \quad (4.9)$$

$$= \mathcal{F}_\alpha \Gamma_S^\alpha(\nu) + \mathcal{F}_\alpha \Gamma_N^\alpha(\nu) \quad (4.10)$$

$$= \mathcal{F}_\alpha[Y](\nu) \overline{\mathcal{F}_\alpha[Y](\nu)} \mathcal{F}_\alpha[W](\nu) \overline{\mathcal{F}_\alpha[W](\nu)} e^{-i\pi\nu^2 \cot \alpha} \quad (4.11)$$

$$+ \mathcal{F}_\alpha[N](\nu) \overline{\mathcal{F}_\alpha[N](\nu)} e^{-i\pi\nu^2 \cot \alpha}. \quad (4.12)$$

Al simplificar la anterior expresión, se tiene

$$S_X^\alpha(\nu) = S_Y^\alpha(\nu) S_W^\alpha(\nu) + S_N^\alpha(\nu). \quad (4.13)$$

De manera análoga, para $S_{YX}^\alpha(\nu)$

$$S_{YX}^\alpha(\nu) = S_Y^\alpha(\nu) \overline{\mathcal{F}_\alpha[W](\nu)} e^{-i\pi\nu^2 \cot \alpha}. \quad (4.14)$$

Reemplazando estas expresiones en la ec. 4.6 en la página anterior, se obtiene [27]

$$H^\alpha(\nu) = \frac{S_Y^\alpha(\nu) \overline{\mathcal{F}_\alpha[W](\nu)}}{S_Y^\alpha(\nu) S_W^\alpha(\nu) + S_N^\alpha(\nu)}. \quad (4.15)$$

La transformación fraccionaria de 4.15 en la página anterior retorna el filtro de respuesta percusional $h(t)$

$$h(t) = \mathcal{F}_{-\alpha}[H](t), \quad (4.16)$$

que aplicado sobre la señal registrada, da como resultado la estimación de la señal

$$Y_e(t) = [X *_{\alpha} h](t). \quad (4.17)$$

Aquí, la señal estimada Y_e es, teóricamente, la mejor estimación posible ya que el filtro de Wiener es el filtro óptimo diseñado para la separación de las señales mezcladas. Sin embargo, el problema de la deconvolución es un problema complejo, y las señales recuperadas nunca logran ser exactamente las originales. No obstante, el filtrado nos permite obtener una buena estimación que puede ser mejorada usando el conocimiento previo que se tenga del problema.

Capítulo 5

Algoritmos

5.1. Ondícula Ricker

Para la generación de la traza sintética, se usó una ondícula Ricker calculada usando la expresión

$$y = (1 - 2\pi^2)f^2t^2e^{-\pi^2f^2t^2} \quad (5.1)$$

en donde f es la frecuencia pico de la ondícula y t es el tiempo.

La secuencia usada dentro de la función fue:

- Generación de un vector de tiempo desde $-T/2$ hasta $T/2$ con periodo de muestreo dt .
- Cálculo de y para cada t en el vector de tiempos.

5.2. Transformación de Fourier fraccionaria

El cálculo de la transformación de Fourier fraccionaria se realizó a través del uso directo de la fórmula 3.5 que produce buenos resultados cuando el orden fraccionario se encuentra dentro de los rangos $-1,5 \leq a \leq -0,5$ y $0,5 \leq a \leq 1,5$. Además, antes de aplicarla, los N datos a transformar se interpolaron para duplicarlos y se les agregaron N ceros a cada lado. Esto con el fin de disminuir los efectos de interferencia producida por la periodicidad del algoritmo discreto que hace que aparezcan réplicas del espectro fraccionario obtenido a lado y lado de éste. Al aumentar la tasa de muestreo a través del incremento por interpolación y la adición de ceros, se logra que estas réplicas se

alejen entre sí evitando superposición entre ellas, permitiendo que en el resultado final se observe sólo el espectro fraccionario de la correspondiente señal de entrada.

Debido a que los datos a transformar son ahora de tamaño $4N$ (4 veces la cantidad de datos originales), fue necesario tener en cuenta el escalamiento, así que se aplicó una transformación de Fourier escalada α para que el resultado correspondiera con el orden fraccionario deseado.

Los rangos $-1,5 \leq a \leq -0,5$ o $0,5 \leq a \leq 1,5$ (de ahora en adelante: *rango de validez*), son escogidos en función de la tasa de muestreo para la funciones chirp dentro y fuera de la integral. Existe una tasa de muestreo óptima para que las funciones Chirp discretas queden bien construidas y representen de la mejor manera a las funciones Chirp continuas y en nuestro caso, dicha tasa de muestreo óptima se da sólo dentro de los rangos mencionados.

El flujo de proceso para calcular la transformación de Fourier fraccionaria es el siguiente:

- Se calcula la constante de normalización C_α
- Se calcula el exponencial de la frecuencia $e^{-i\pi\nu^2 \cot \alpha}$
- Se calcula el exponencial de la variable en el dominio directo $e^{-i\pi x^2 \cot \alpha}$
- Se calcula la transformación de Fourier discreta escalada por $\sin \alpha$.
- Se calcula el exponencial mixto $e^{2\pi i x \nu / \sin \alpha}$
- El resultado final se obtiene realizando el producto término a término entre las cantidades previamente calculadas de los exponenciales y el escalamiento.

Ya con la transformación de Fourier fraccionaria bien definida dentro del rango de validez, extenderla hacia un rango más amplio de valores del orden fraccionario se puede llevar a cabo aprovechando la propiedad de la aditividad de la transformación que, para $\alpha = \beta + \gamma$ la transformación de Fourier fraccionaria de una función $f(x)$, cumple con:

$$\mathcal{F}_\alpha f(x) = \mathcal{F}_\beta \mathcal{F}_\gamma f(x). \quad (5.2)$$

Así, si se quiere por ejemplo calcular la transformada de orden $a = 0,3$ de $f(x)$, se podría hacer en la forma $\mathcal{F}_{-1,0}(\mathcal{F}_{1,3}f(x))$, en donde se ha utilizado la aditividad para formar el orden 0,3 a partir de la suma $1,3 - 1,0$. Ver en el **Anexo A** el código en Python para la transformación de Fourier fraccionaria.

5.3. Decimación de datos

Esta función se hizo con el fin de decimar los datos que previamente habían sido interpolados y extendidos para llegar a un tamaño de 4 veces el tamaño inicial para reducir los efectos de interferencia producto de la periodicidad del algoritmo discreto. En ocasiones el algoritmo funcionaba mejor al conservar los datos de índice par y en otras, funcionaba mejor al conservar los datos de índice impar. La razón de tal comportamiento está relacionada con efectos numéricos de borde que en unos casos se disminuían con las listas de índice par o impar.

5.4. Interpolación seno cardinal

Antes de poder aplicar el algoritmo de la transformación de Fourier fraccionaria es necesario hacer una interpolación para evitar los efectos de la superposición. Se escogió la interpolación seno cardinal que es la interpolación perfecta sin pérdida de información, pues al llevar la señal de N datos al dominio de Fourier y agregarle N ceros y luego regresar al dominio directo se obtienen los mismos datos de entrada pero ahora entre ellos aparecen nuevos datos correspondientes a la interpolación seno cardinal, los cuales pueden en cualquier momento ser eliminados y así obtener de nuevo los datos originales sin ninguna modificación. Además el espectro de la función interpolada sigue siendo el mismo que el de la función sin interpolación.

El flujo para el cálculo de la interpolación seno cardinal de una señal d de N datos es el siguiente:

- Se separan la parte imaginaria y real de la señal d .
- Se aplica la transformación de Fourier a ambas partes.
- Se genera un nuevo vector de datos $D = [d(0, N/2), \text{ceros}(N), d(N/2 + 1, N)]$
- Se aplica la transformación de Fourier inversa a los datos D cuyo resultado son los datos originales ya interpolados mediante una base de senos cardinales.

Ver en el **Anexo B** el código en Python correspondiente a la interpolación seno cardinal.

5.5. Convolución fraccionaria

El cálculo de la convolución fraccionaria, se hizo a través del teorema de la convolución ec. 3.7. La transformación inversa del producto de las transformaciones de orden α de las dos señales a convolucionar.

Ver en el **Anexo C** el código en Python para la convolución fraccionaria.

5.6. Filtro de Wiener

El filtro de Wiener fue calculado mediante la ec. 4.6. Primero se calculó el espectro fraccionario de cada una de las señales: ondícula, reflectividad y ruido. Luego, se verificó que el tamaño de los tres vectores de datos fuera el mismo y con estos datos, se realizó la operación descrita en la ec. 4.6 Finalmente el filtro de respuesta impulsional quedó determinado por su transformación inversa.

Ver en el **Anexo D** el código en Python del filtro de Wiener.

Capítulo 6

Análisis de datos sintéticos y datos de campo.

6.1. Tratamiento de datos sintéticos

Para poner a prueba los algoritmos y poner a punto el tratamiento aquí propuesto, se generaron uno datos sintéticos de los cuales, a priori, toda su información era conocida y así poder validar los resultados de manera directa. Primero, se muestra que a partir de la ondícula e impedancia propuestas, usando la operación de convolución convencional, la señal generada no muestra el comportamiento no estacionario deseado. Luego se genera una señal mediante la convolución fraccionaria la cual muestra el comportamiento deseado y de ahí en adelante, se contrasta la diferencia entre la separación de las señales convolucionadas, por un lado, a través de filtro de Wiener y por otro lado, a través del filtro de Wiener fraccionario.

6.1.1. Generación de traza sísmica con ondícula Ricker

La generación de una traza sísmica usando la impedancia mostrada en la fig. 6.1 y la ondícula Ricker mostrada en la fig. 6.2, mediante el modelo actual (eq. 1.1) producen como resultado una traza estacionaria como la mostrada en la fig. 6.3 cuyo espectro (fig. 6.4) se mantiene invariante en el tiempo conservando siempre el mismo contenido de frecuencias¹, representadas por la banda de color rojo.

¹El cambio de color presente en las bandas laterales es producto de efectos de borde del algoritmo que calcula el espectro.

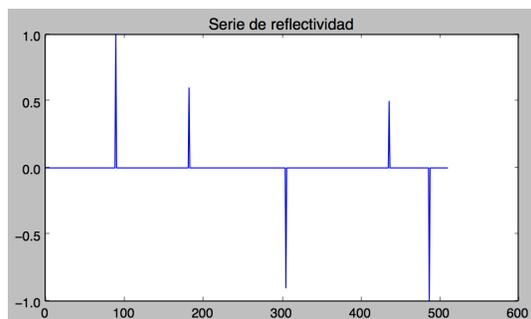


Figura 6.1: Impedancia.

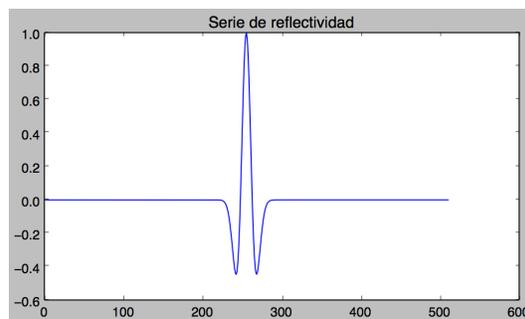


Figura 6.2: Ondícula de Ricker.

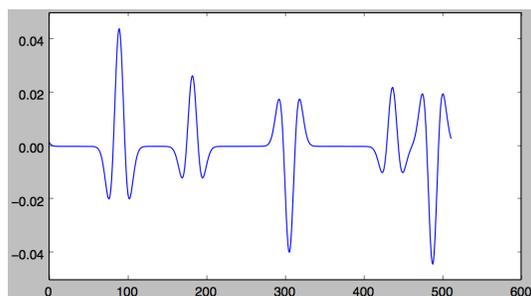


Figura 6.3: Traza sísmica estacionaria sin ruido.

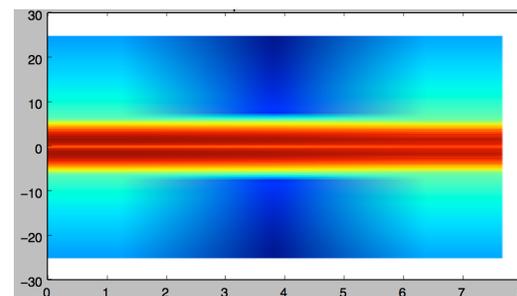


Figura 6.4: Espectro tiempo frecuencia de la traza sísmica estacionaria.

Para poner a prueba el método de filtrado y deconvolución no estacionaria en dominios fraccionarios, se generaron unos datos de traza sísmica (fig. 6.7) a partir de la convolución fraccionaria de orden $a = 0,9$ entre una impedancia (modelo impedancia, fig. 6.1) y una ondícula Ricker (fig. 6.2), ambos diseñados para este propósito. Al resultado de la convolución se le agregó un ruido blanco.

La impedancia (fig. 6.1) fue diseñada para asemejarse a una impedancia como las encontradas en la sísmica al estudiar los cambios de litología en el subsuelo.

La ondícula (fig. 6.2) se generó como una Ricker con frecuencia pico $f = 100Hz$, valor frecuente en la sísmica. Este valor permite obtener un buen detalle de la litología.

Luego de hacer la convolución al orden $a = 0,9$ según la ec. 3.8, se obtuvo una traza sísmica (fig. 6.5) de espectro no estacionario (fig. 6.6) en donde se puede observar como algunas frecuencias altas van desapareciendo mientras que otras frecuencias bajas que no se encontraban en la señal, aparecen con el transcurso del tiempo. Esto ocurre en la propagación de ondas sísmicas, ya que debido al fenómeno de atenuación por lo regular las frecuencias altas tienden a desaparecer por el rozamiento entre las moléculas y los fragmentos de roca presentes en el medio que atenúan las oscilaciones de alta frecuencia rápidamente, convirtiendo su energía en calor. En cuanto a la aparición de bajas frecuencias, este es un fenómeno que se puede atribuir a la dispersión, el cual

también da cuenta de la desaparición de altas frecuencias.

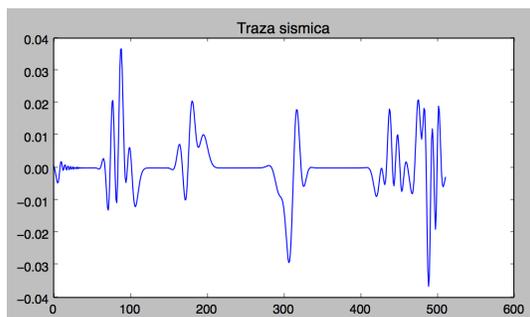


Figura 6.5: Traza sísmica no estacionaria sin ruido.

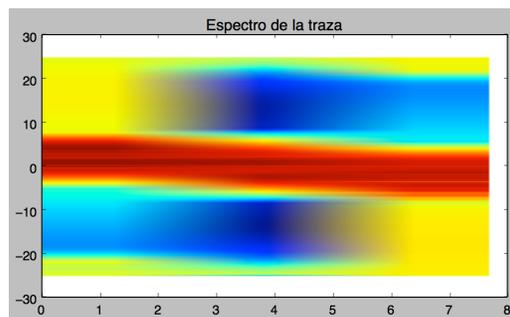


Figura 6.6: Espectro tiempo frecuencia de la traza sísmica no estacionaria sin ruido.

Por último, a los datos se les agregó un ruido blanco aditivo no estacionario quedando finalmente el resultado mostrado en la fig. 6.7. El resultado fue una traza sísmica sintética de espectro no estacionario (fig. 6.8) y más parecido al encontrado en datos de campo que el espectro generado al orden $a = 1$, también llamado orden estacionario.

El hecho de que para fabricar unos datos sintéticos cuyo espectro se asemeje al espectro de los datos reales se necesite la operación de convolución fraccionaria, indica que esta convolución podría ser un candidato ideal para modelar este fenómeno. La convolución estándar, por otro lado, no puede producir este tipo de espectros, lo que impide que dicha operación modele el fenómeno de traza sísmica de la forma más adecuada.

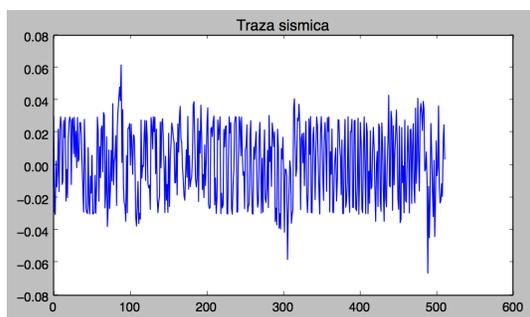


Figura 6.7: Traza sísmica con ruido no estacionario aditivo.

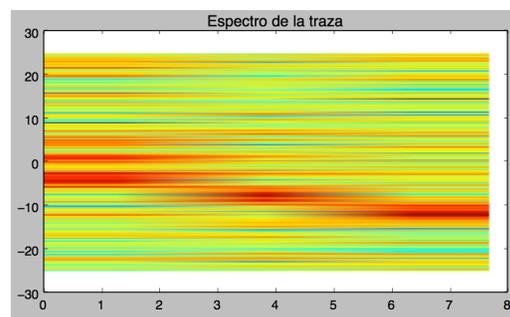


Figura 6.8: Espectro tiempo frecuencia de la traza sísmica con ruido.

En la fig. 6.8 se puede observar cómo en el espectro de la traza sísmica con ruido con el transcurso del tiempo algunas frecuencias desaparecen mientras que otras, antes ausentes, aparecen en la señal. Es en este caso que el tratamiento fraccionario se muestra importante ya que tiene la posibilidad de incluir esta variación del espectro tiempo frecuencia.

En lo subsecuente de este trabajo, en la sección de tratamiento de datos sintéticos, se usará la traza mostrada en la fig. 6.7. No obstante, es interesante ver también cómo los diferentes órdenes de la convolución fraccionaria producen trazas con una no estacionariedad, más o menos pronunciada, según sea la cercanía del orden fraccionario al orden estacionario.

En las figs. 6.9, 6.10, 6.11, 6.12, 6.13 y 6.14, se puede ver el resultado de la convolución a otros órdenes diferentes de $a = 0,9$. Se observa cómo con la disminución del orden, la no estacionariedad se acentúa y también, cómo las trazas (sin ruido) van cambiando al punto de que de un orden a otro son totalmente diferentes y no se podría determinar a simple vista que provienen del mismo par de señales convolucionadas (ondícula e impedancia). Estas variaciones también se evidencian cuando el cambio en el orden fraccionario es aún más pequeño,

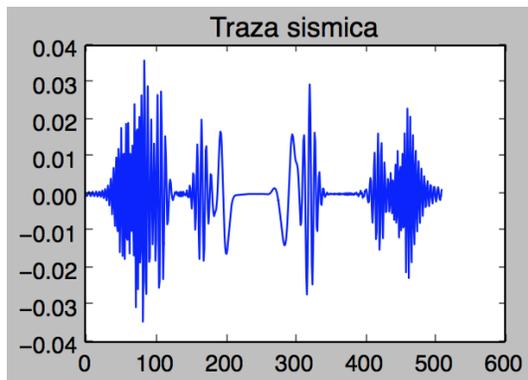


Figura 6.9: Convolución de orden $a = 0,6$ sin ruido entre la ondícula de Ricker y la impedancia.

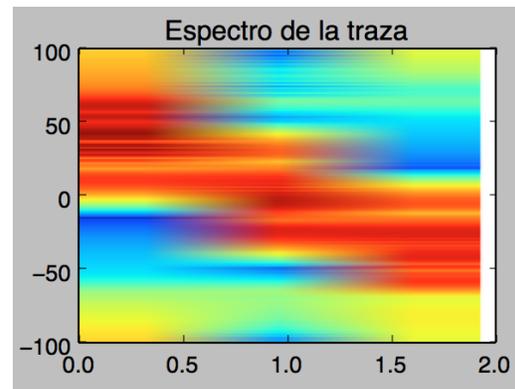


Figura 6.10: Espectro tiempo frecuencia de la convolución de orden $a = 0,6$ sin ruido entre la ondícula de Ricker y la impedancia.

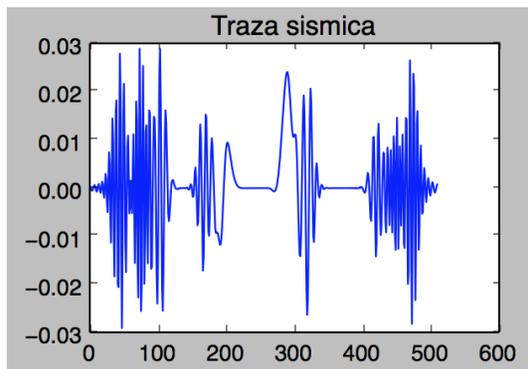


Figura 6.11: Convolución de orden $a = 0,7$ sin ruido entre la ondícula de Ricker y la impedancia.

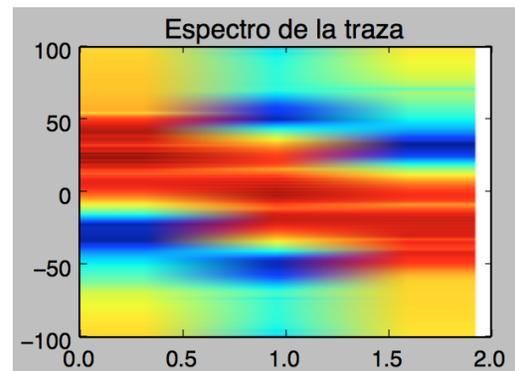


Figura 6.12: Espectro tiempo frecuencia de la convolución de orden $a = 0,7$ sin ruido entre la ondícula de Ricker y la impedancia.

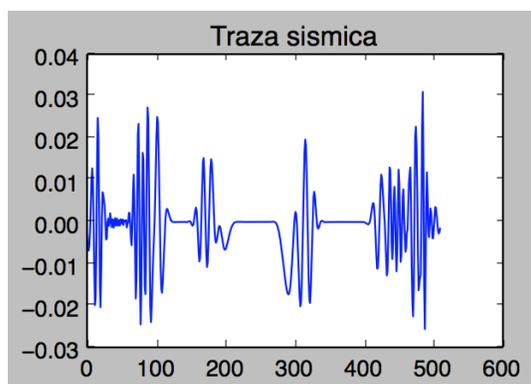


Figura 6.13: Convolución de orden $a = 0,8$ sin ruido entre la ondícula de Ricker y la impedancia.

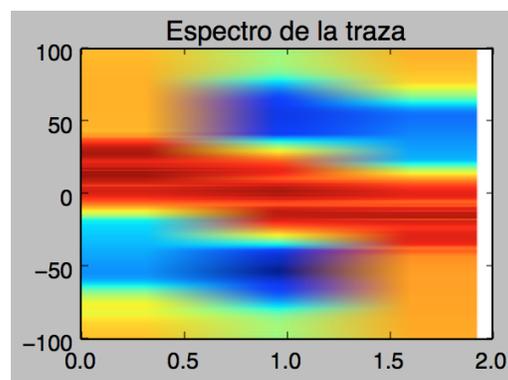


Figura 6.14: Espectro tiempo frecuencia de la convolución de orden $a = 0,8$ sin ruido entre la ondícula de Ricker y la impedancia.

Por esta razón, aunque la no estacionariedad sea muy pequeña, debe ser tenida en cuenta, ya que despreciarla, seguramente llevará a resultados que aunque útiles, tienen algo de falsedad en ellos. Sí bien, las metodologías actuales logran estimar con buena precisión la impedancia, para hacerlo se basan en metodologías de alta complejidad, las cuales se podrían evitar con el ajuste propuesto en este trabajo.

La razón por la que se tomó el orden $a = 0,9$ y no los órdenes más bajos para generar las trazas sísmicas fue que, como es conocido, la no estacionariedad de los datos sísmicos es bastante pequeña, a tal punto que la mayoría de los autores eligen despreciarla ya que resulta muy difícil incluir este término. La dificultad radica en la forma en que está construido el modelo convolucional de traza que lo inhabilita para contemplar efectos no estacionarios desde el comienzo, haciendo que adicionarlos mediante posteriores modificaciones sea una tarea difícil de llevar a cabo. Se buscó generar una traza sintética que fuese la más parecida a una traza como las encontradas en los datos reales de campo y se obtuvo que los órdenes $a = 0,9$ y superiores mostraban el comportamiento deseado.

6.1.2. Deconvolución no estacionaria de orden $a=0.9$

Como se ha mencionado antes en este trabajo, se busca implementar la deconvolución no estacionaria como un método efectivo de solución al problema de separar las señales mezcladas, de la ondícula y la impedancia. Ya en el capítulo anterior, se vio como la convolución fraccionaria es la operación ideal para modelar el fenómeno de la mezcla entre las dos señales, así que ahora se procederá a resolver el problema inverso de deconvolucionarlas mediante la metodología no estacionaria propuesta en este trabajo, el filtro de Wiener fraccionario.

A continuación (en la fig. 6.15), se observa la señal recuperada mediante deconvolución a través del filtro de Wiener fraccionario (eq. 4.17) en donde se ve como se revelan varios picos que, en nuestro caso, corresponden a cambios de impedancia o en otras palabras, corresponden a la serie estimada de impedancias. Al comparar la impedancia original (fig. 6.1) y la estimada, se encuentra una muy buena correspondencia de los picos y también, se puede apreciar que el ruido se logró eliminar de forma satisfactoria,

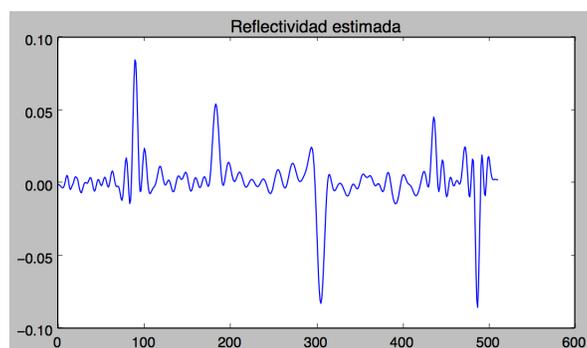


Figura 6.15: Reflectividad a partir del filtrado en el dominio de Fourier fraccionario óptimo $a = 0,9$.

sin embargo, es claro que para poder realizar el filtrado del ruido, es necesario conocer a priori la estadística correcta del ruido o haber realizado adquisición del ruido durante la toma de datos de campo. En caso que el ruido no sea un dato conocido, la única forma eficaz de eliminarlo, sería aplicando un *mute* a los datos en el dominio de Fourier borrando toda la información codificada en la banda $0Hz \leq f \leq 10Hz$. La aplicación de dicho mute en efecto eliminaría el ruido aleatorio de la señal, pero también produciría pérdida de información mientras que el filtrado fraccionario contemplando el ruido recuperaría la información contenida en esa banda.

Por otro lado, al intentar filtrar nuestra señal creada en un dominio fraccionario mediante el filtro de Wiener convencional (estacionario), el resultado difiere bastante del deseado (fig. 6.16).

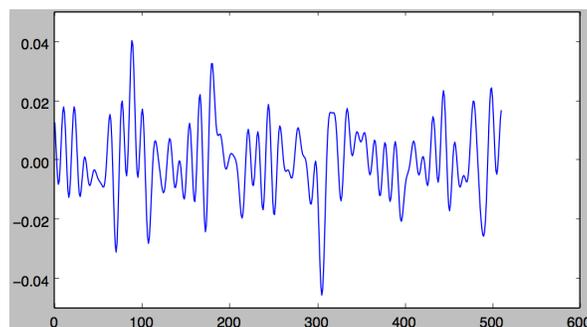


Figura 6.16: Reflectividad a partir del filtrado en el dominio de Fourier.

Esto era de esperarse, pues el filtro de Wiener convencional sólo puede realizar filtros sobre señales cuya banda de frecuencias se encuentre horizontal y precisamente, nuestra señal fue generada para no cumplir con tal condición. Aquí se ve como la señal recuperada, aunque guarda cierta relación con el resultado esperado, no se acerca a la calidad de la señal recuperada por medio del filtrado en el orden correcto.

Incluso el intento de realizar la deconvolución en un dominio fraccionario cercano al óptimo pero ligeramente diferente, como sería el caso del dominio $a = 0,91$ produjo resultados que tienden a alejarse de la señal deseada (fig. 6.17). En este caso, el resultado de la deconvolución fue aceptable pero, de nuevo, los resultados han perdido calidad e incluso han aparecido eventos que no existen en la señal original de la serie de reflectividad y podrían confundir al intérprete en el caso de tratar con datos reales.

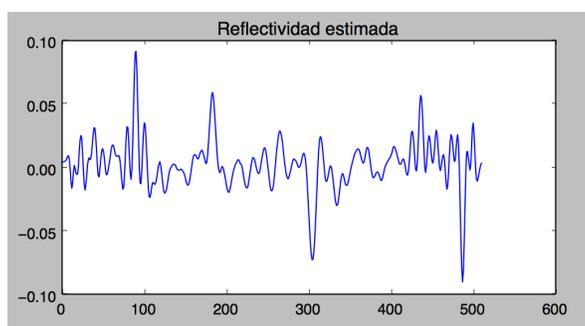


Figura 6.17: Reflectividad a partir del filtrado en el dominio de Fourier fraccionario $a = 0,91$.

El resultado de la fig. 6.17 es una muestra preliminar de cómo la deconvolución es sensible incluso a variaciones de orden de $\Delta a \sim 10^{-2}$, dejando claro que, incluso si la no estacionariedad de los datos fuese bastante pequeña y el orden óptimo para la deconvolución se encontrara muy cercano al dominio de Fourier $a = 1$, el mejor método para separar las señales seguiría siendo la deconvolución no estacionaria en dominios de Fourier fraccionarios con una escogencia del orden fraccionario tan precisa como sea posible.

6.1.3. Generación y deconvolución de traza sísmica a partir de ondícula de fase mínima

De manera similar al procedimiento realizado para construir una traza sísmica sintética usando una ondícula Ricker, se construyó una traza sísmica a partir de una ondícula de fase mínima (fig. 6.18) usando la impedancia mostrada en la fig. 6.19. El resultado de la convolución fraccionaria de orden fraccionario $a = 0,9$ entre las señales mencionadas se muestra en la fig. 6.20.

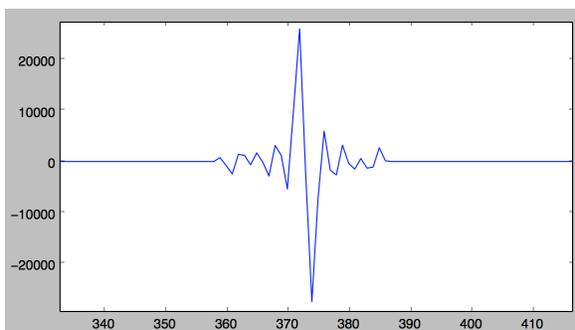


Figura 6.18: Ondícula de fase mínima.

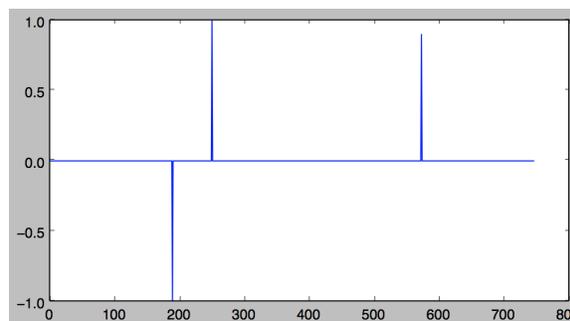


Figura 6.19: Impedancia sintética.

La traza sísmica obtenida tiene una apariencia similar a las trazas reales en las que en cada cambio de impedancia se identifica como un incremento importante en la amplitud. También en este caso, se puede evidenciar cómo el espectro de la señal generada se encuentra inclinado (fig. 6.21) como característica de su no estacionariedad.

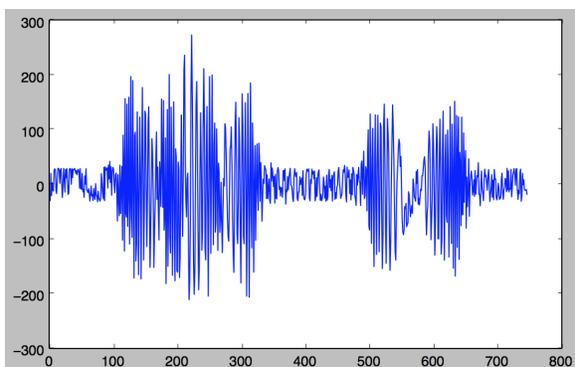


Figura 6.20: Traza sísmica resultante de la convolución fraccionaria de orden $a = 0,9$ entre la reflectividad sintética propuesta y la ondícula fase mínima más un ruido blanco aditivo.

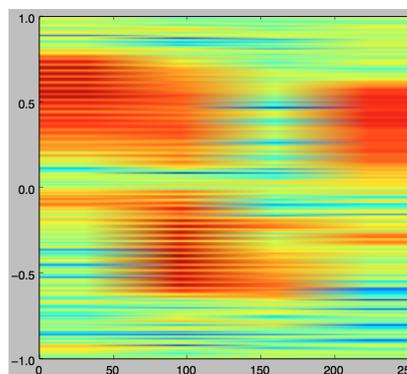


Figura 6.21: Espectro no estacionario de la traza sísmica obtenida.

La aplicación del filtro de Wiener fraccionario en el mismo orden en que se generó la traza dio el resultado mostrado en la fig. 6.22. Se evidencia una muy buena estimación de la impedancia, cuya correlación con la impedancia usada para generar la traza fue $r = 0,8466$.

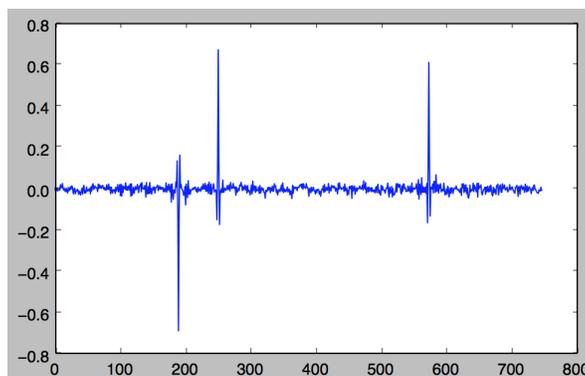


Figura 6.22: Impedancia estimada mediante el filtro de Wiener fraccionario de orden $a = 0,9$

A continuación se muestra un gráfico en la fig. 6.33 en donde cada punto muestra la integral del área bajo la curva producto de la diferencia entre los valores absolutos de la impedancia estimada y la impedancia original. Se esperaba que el área mínima concordara con el orden fraccionario $a = 0,9$; valores que concordaron de forma satisfactoria.

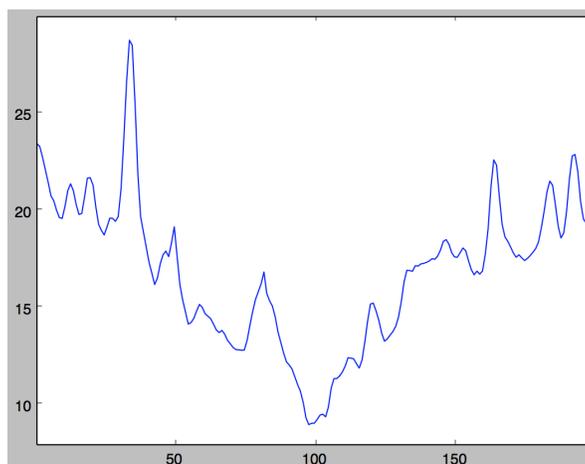


Figura 6.23: Se muestra el área bajo la curva obtenida de la resta de los valores absolutos de los datos pertenecientes a la impedancia estimada y la impedancia original (en el eje horizontal, cero corresponde al orden fraccionario $a = 0,8$ y 100 corresponde al orden fraccionario $a = 0,9$).

Este podría tomarse como un criterio de búsqueda del orden fraccionario óptimo como el mínimo de la función. Aquí se puede observar cómo las variaciones de milésimas en el orden fraccionario producen resultados cada vez más distantes de los deseados.

El criterio del área bajo la curva de la diferencia de los datos, sin embargo, no ilustra cuán diferentes son los resultados obtenido para cada orden fraccionario. Por esto, a

continuación en la fig. 6.24 se muestra otro criterio de búsqueda del orden óptimo a través de la correlación entre las señales de la impedancia estimada y la impedancia original.

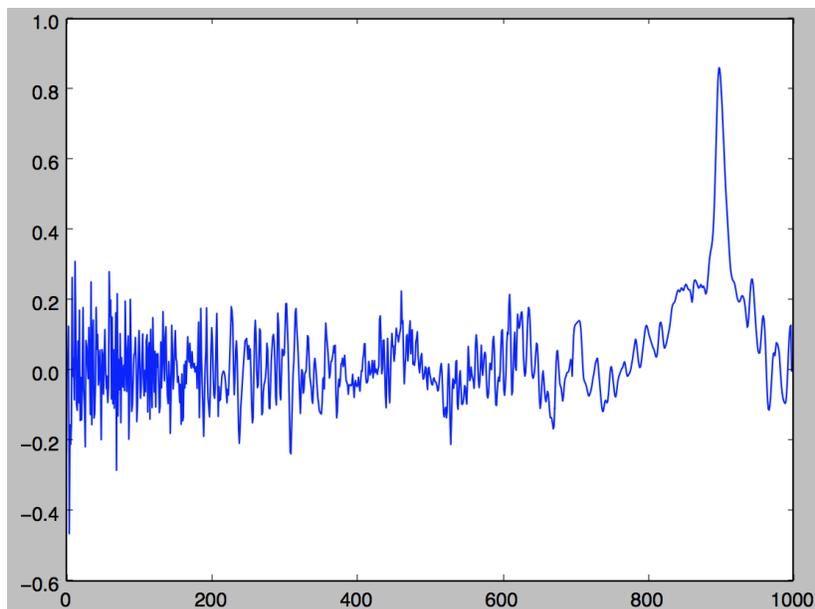


Figura 6.24: Se muestra la correlación entre los datos pertenecientes a la impedancia estimada y la impedancia original (en el eje horizontal, cero corresponde al orden fraccionario $a = 0,001$ y 1000 corresponde al orden fraccionario $a = 1,0$).

En la fig. 6.24 se puede ver con absoluta claridad que el orden óptimo es $a = 0,9$. Además, la evidencia es contundente en cuanto a la rápida pérdida de correlación entre la estimación de la impedancia y la impedancia original cuando el orden de la deconvolución se aleja del valor óptimo. Aquí se confirma que la determinación del orden óptimo es clave y ni siquiera variaciones tan pequeñas como $\Delta a \sim 10^{-3}$ son permitidas sin alterar considerablemente el resultado.

Adicionalmente, se realizó otra traza sísmica de orden fraccionario $a = 0,7$ y de manera análoga, se efectuó el filtrado en los mismos mil órdenes entre 0 y 1 espaciados $\Delta a = 0,001$ y se obtuvo la siguiente curva (fig. 6.25) para la correlación en función del orden fraccionario.

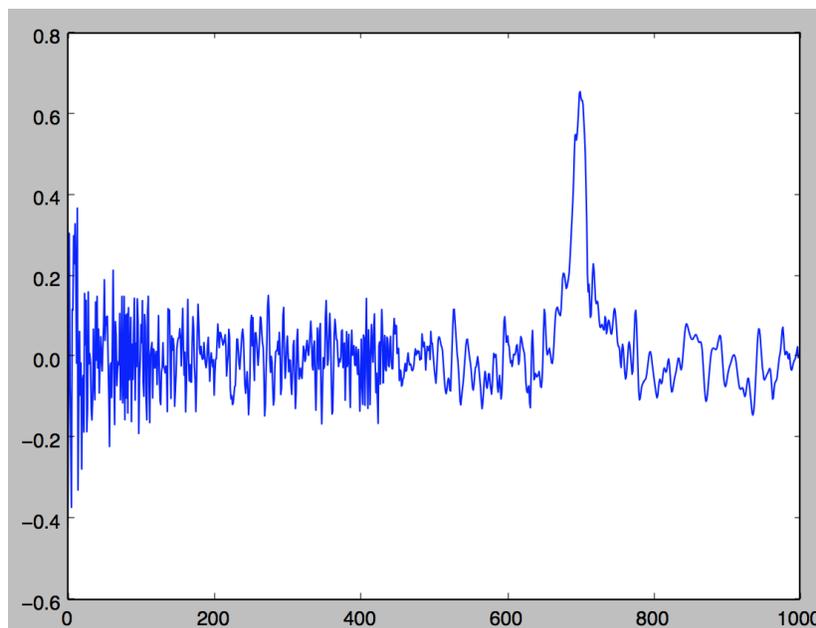


Figura 6.25: Se muestra la correlación entre los datos pertenecientes a la impedancia estimada y la impedancia original para una traza sísmica de orden fraccionario $a = 0,7$ (en el eje horizontal, cero corresponde al orden fraccionario $a = 0,001$ y 1000 corresponde al orden fraccionario $a = 1,0$).

De nuevo el orden que muestra la mejor correlación es el orden en que se generó la traza sísmica mientras que los demás mostraron correlaciones bastante bajas en comparación. Es interesante ver que cuando el orden en que se genera la traza es menor, la correlación correspondiente al orden óptimo se ve disminuida.

La sensibilidad del filtrado a las variaciones del orden fraccionario requiere de un estudio exhaustivo, para determinar la variación permitida, o rango permisible de variación del orden sin afectar demasiado el resultado. También, es necesario realizar una búsqueda de la banda correcta de órdenes en los cuales se de la convolución de las señales sísmicas reales, pues una vez caracterizado este rango y su sensibilidad, la búsqueda del orden adecuado para el filtrado sería más directa, permitiendo un ahorro de tiempo, factor determinante en la prospección sísmica.

6.2. Efectos del ruido sísmico

A continuación se muestra un análisis del ruido sísmico y su efecto sobre la correlación de la impedancia estimada con la impedancia original en función de la amplitud del ruido. Como una muestra, en la fig. 6.26 se puede ver el filtrado para una razón señal

ruido entre sus amplitudes cuadráticas medias de $4,6 \times 10^{10}$ en donde se evidencia una buena recuperación de la impedancia con una correlación de $r = 0,86$,

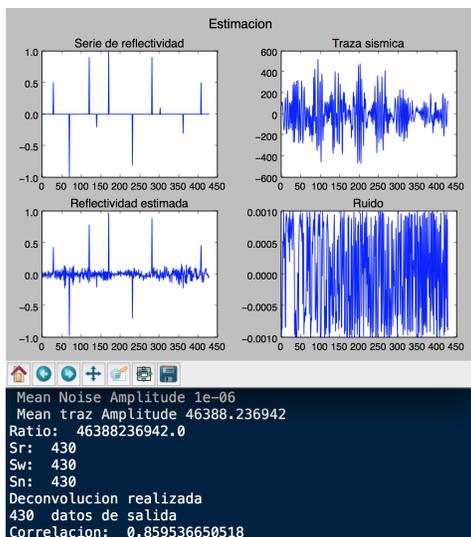


Figura 6.26: Filtrado para una razón señal ruido de $4,6 \times 10^{10}$.

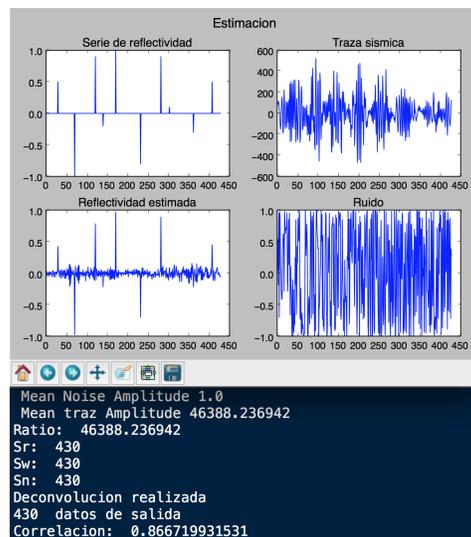


Figura 6.27: Filtrado para una razón señal ruido de $4,6 \times 10^4$.

Disminuyendo esta razón señal ruido en seis órdenes de magnitud, se encuentra aún una buena correlación que se mantiene en $r = 0,86$ (fig. 6.27),

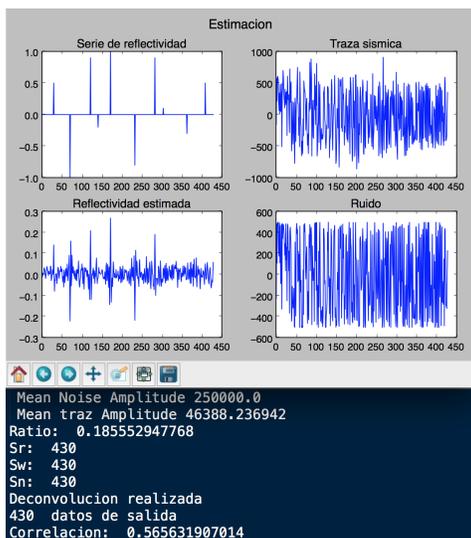


Figura 6.28: Filtrado para una razón señal ruido de 0,18.

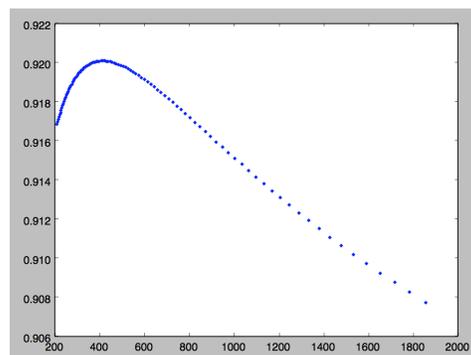


Figura 6.29: Razón señal ruido vs correlación de la impedancia estimada respecto de la impedancia original.

Como un caso extremo, se disminuyó más la razón señal ruido hasta el valor 0,18 (fig. 6.28) en donde se evidencia disminución de la correlación hasta el valor de $r = 0,56$.

Aquí ya la metodología de filtrado fraccionario empieza a mostrar fallos, sin embargo era de esperarse, debido a que el ruido supera a la señal en amplitud.

Para una revisión más detallada del efecto de la amplitud del ruido sísmico sobre el filtrado, se realizó el procedimiento para razones señal ruido desde 200 hasta 1900, obteniendo el resultado mostrado en la fig. 6.29, en donde se evidencia que el mejor filtrado se da cuando la razón señal ruido está al rededor de 400. Hacia la derecha, el gráfico muestra disminución de la correlación a la vez que disminuye el ruido pero el valor de correlación se estabiliza en un valor cercano a $r = 0,85$. Hacia la izquierda, el valor de la correlación decae constantemente con el aumento del ruido. Es interesante el resultado de que el mejor filtrado no se da para la menor amplitud media cuadrática del ruido sino que se da para un valor determinado de 400, pues esto quiere decir que hay una relación señal ruido para la cual el filtrado funciona con mayor efectividad. Sin embargo, en el caso de datos reales no es un factor manipulable, ya que el ruido sísmico tiene una estadística y amplitud media bien determinadas.

6.3. Dependencia del filtrado con respecto al número de cambios de impedancia

Se muestran a continuación los resultados obtenidos para 5 cambios de impedancia en la fig. 6.30 y para 10 cambios de impedancia en a fig. 6.31

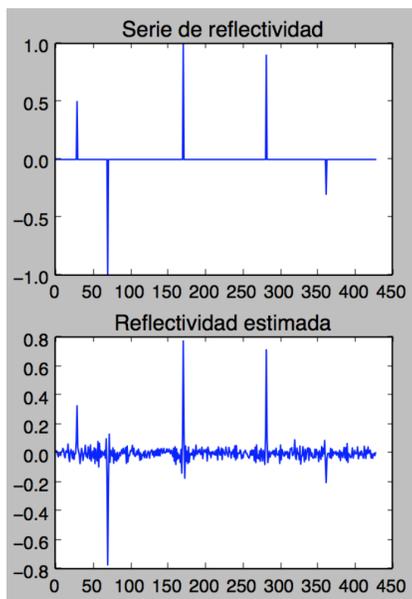


Figura 6.30: Razón señal ruido vs correlación de la impedancia estimada respecto de la impedancia original.

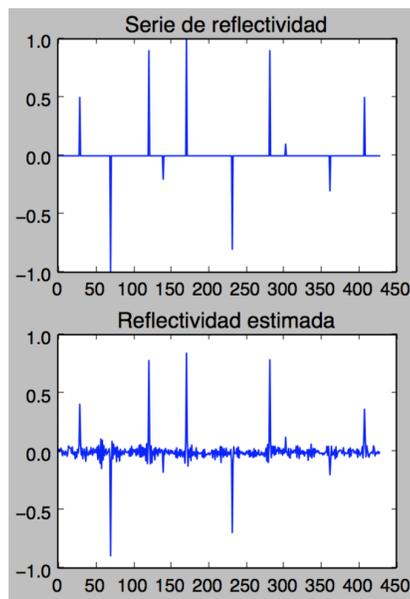


Figura 6.31: Razón señal ruido vs correlación de la impedancia estimada respecto de la impedancia original.

En filtrado se realizó para una cantidad menor a 5, superior a 10 y también para un número intermedio de cambios de impedancia entre estos valores y no se encontró ninguna relación entre el número de cambios de impedancia y la calidad de la señal recuperada. Los resultados mostraron que siempre se recuperan los cambios de impedancia y sólo se ocultan cuando la amplitud de dichos picos es muy pequeña en comparación con el ruido.

6.4. Tratamiento de datos reales

Con el fin de poner por primera vez a prueba la metodología de filtrado en dominios no estacionarios, se aplicó sobre datos reales tomados en campo en la zona central de Alaska. Para efectos de ilustración del resultado de la aplicación, se tomó una pequeña sección de alrededor de 500 CDPs (trazas agrupadas por tener el mismo punto común en profundidad: common deep point). Primero se aplicó el filtrado sólo a una traza para buscar de forma manual el orden fraccionario adecuado que lograra corresponder los resultados de la deconvolución con una interpretación geofísica y luego, con la estimación obtenida de la impedancia y el orden fraccionario óptimo, se llevó a cabo un filtrado sobre todos CDPs.

6.4.1. Datos libres USGS Central Alaska

Se usaron datos de campo libres de la zona Central de Alaska [37] mostrados en la fig 6.32, cuya interpretación fue realizada por el Geólogo Jorge Leonardo Camargo Daza² (fig. 6.33). En dicha interpretación se encuentran 9 cambios de litología o dicho de otra forma 9 reflectores, los cuales son traducibles en una impedancia de nueve deltas a caracterizar para toda la sección sísmica

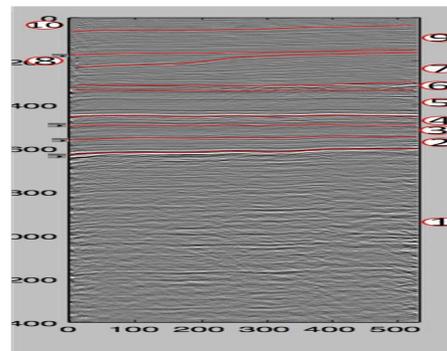
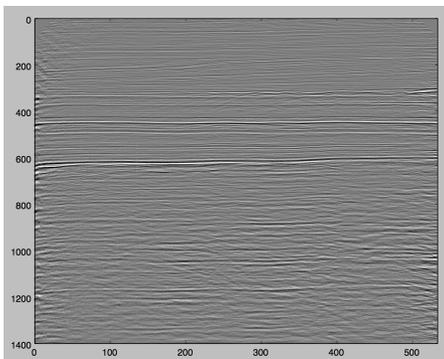


Figura 6.32: Imagen sísmica de los datos sin filtrar. Figura 6.33: Imagen sísmica interpretada.

²Geólogo de Universidad Industrial de Santander, estudiante de la Maestría en Geofísica

Haciendo uso del software de procesamiento sísmico OpendTect, se extrajo la ondícula sísmica (fig. 6.34) de los datos, como una ondícula de fase mínima la cual, mediante métodos estadísticos, el software estima que es la más parecida a las que se produjeron en el momento de la toma de datos.

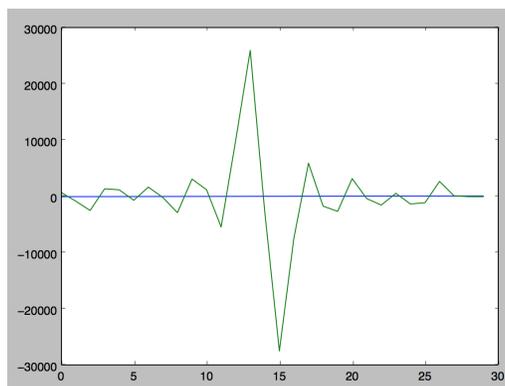


Figura 6.34: Ondícula sísmica extraída de los datos mediante OpendTect.

La deconvolución se debe realizar mediante el filtro de Wiener fraccionario porque las trazas reales (fig. 6.35 traza numero 50, extraída de los datos libres del USGS central Alaska línea 31 fig. 6.32) muestran espectros tiempo frecuencia (fig. 6.36) que son muy similares a los producidos mediante una convolución fraccionaria (fig. 6.8). La banda de frecuencias se encuentra con cierta inclinación, característica de las señales no estacionarias.

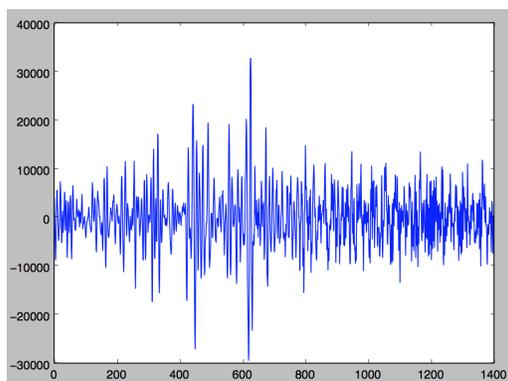


Figura 6.35: Traza sísmica extraída de datos reales tomados en campo USGS Central Alaska. CDP número 50.

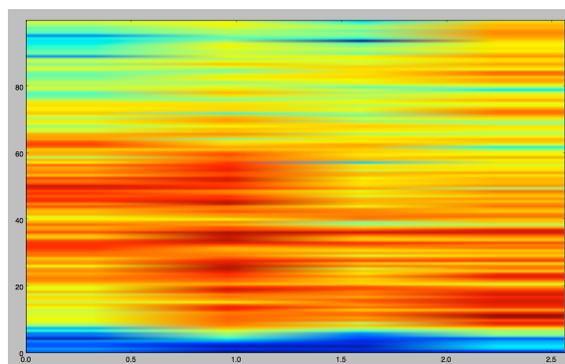


Figura 6.36: Espectro tiempo frecuencia de la traza sísmica de los datos reales.

En la traza sísmica mostrada en la fig. 6.35, se pueden apreciar los cambios de impedancia como notables incrementos de amplitud, pero no se puede saber si son positivos o negativos, además se presentan algunos picos que podrían confundirse con cambios de

impedancias pero que en realidad son efectos del ruido sísmico o en otras ocasiones, reflexiones múltiples, estos eventos se eliminan una vez la señal queda filtrada en el dominio apropiado.

6.4.2. Deconvolución no estacionaria

Luego de un barrido filtrando en diferentes órdenes fraccionarios entre 0,8 y 1,0 aumentando a en una cantidad $\Delta a = 0,001$, se obtuvo a través de revisión visual que el orden apropiado para la deconvolución era $a = 0,993$, ya que la impedancia resultante correspondía notablemente con la interpretación del geólogo. Algunos órdenes más bajos fueron posibles candidatos, pero se desecharon debido a que introducían oscilaciones abruptas hacia el principio y final de la señal. Este valor muy cercano a 1, concuerda con la literatura en que la no estacionariedad es muy pequeña, así que fue un indicio de que el camino tomado era el correcto.

El filtrado no estacionario en el dominio de Fourier fraccionario $a = 0,993$ aplicado sobre la traza real 6.35 dio el resultado mostrado en la fig. 6.37,

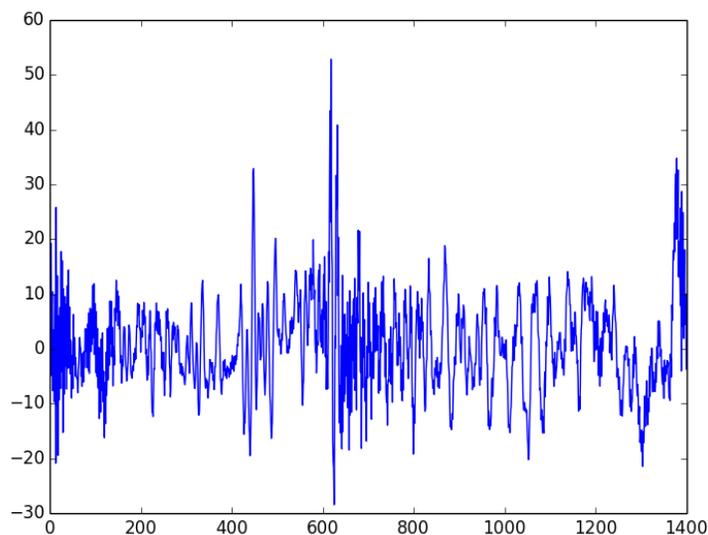


Figura 6.37: Deconvolución al orden $a=0.993$ del CDP número 50.

en donde se observan más claramente los cambios de impedancia marcados en la interpretación geofísica de la sección sísmica fig. 6.33 así mismo, se marca de manera más clara la dirección de dichos picos (cambios de impedancia) lo cual es muy importante a la hora de validar la interpretación mediante propagación de ondas (algo que no se

hizo en este trabajo pues los resultados se compararon directamente con una interpretación realizada por un experto) en el modelo del subsuelo. Al comparar el resultado de la deconvolución no estacionaria fig. 6.37 con la sección sísmica interpretada 6.33, se podría aproximar una impedancia (fig. 6.41) cuya amplitud, por ahora, se estima de manera cualitativa. Para llegar al orden a adecuado, se realizó un barrido cubriendo $0,8 \leq a \leq 1,0$ con variaciones de $\Delta a = 0,001$ para cada cálculo. Se encuentra una buena coherencia entre la interpretación y los picos obtenidos en la traza ya filtrada, los dos reflectores principales que en la imagen sísmica son los más visibles se definen más aún, su ancho es menor en la imagen filtrada que en la imagen sin procesar, esto le representaría una ventaja al intérprete, ya que estas imágenes son representaciones en tiempo correspondientes a secciones de profundidades de miles de metros y una mejor definición en el ancho de los reflectores representaría una mejora en precisión.

Por otro lado, si observamos el resultado del filtrado para el orden estándar $a = 1$, se obtiene (fig. 6.38)

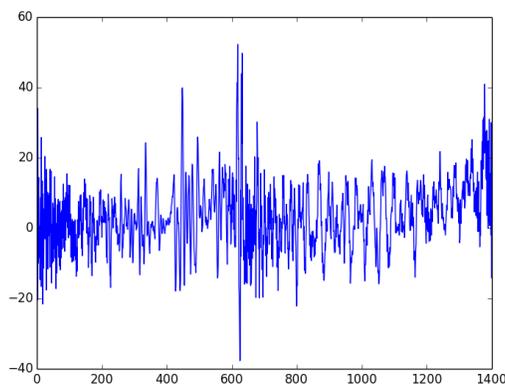


Figura 6.38: Deconvolución al orden $a=1$.

se evidencia una variación significativa en el segundo pico de izquierda a derecha. Mientras que en el resultado del filtrado en el dominio de Fourier fraccionario es claro que el cambio de impedancia es positivo, en el resultado del filtrado al orden estándar existe la duda de la verdadera dirección del pico. Esto era de esperarse, ya que la deconvolución estacionaria no puede adaptarse bien al cambio del contenido frecuencial y por ende, elimina cierta información de los datos al filtrar o agrega información inexistente. Para evitar esto, el filtrado basado en la transformación de Fourier estándar debe modificarse y convertirse en otras metodologías como la deconvolución de Gabor en donde se introduce la no estacionariedad en el filtro manualmente. Dicha deficiencia no está presente en el filtrado basado en la transformación de Fourier fraccionaria, pues la correcta escogencia del parámetro a introduce estos cambios de frecuencia.

Adicionalmente, se realizó el filtrado de otra traza sísmica (CDP número 100) de la

misma sección que la anterior (fig. 6.39). Para este caso, se utilizó la misma reflectividad estimada y orden fraccionario,

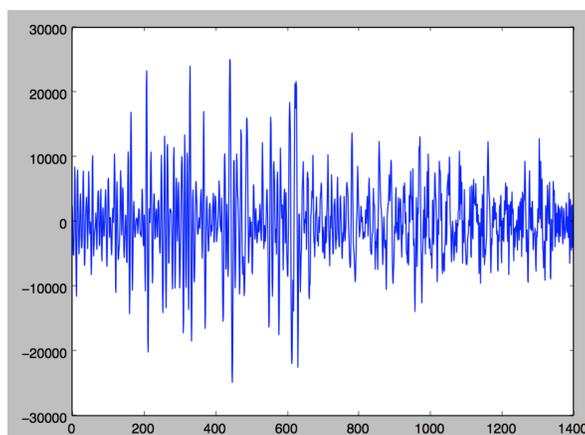


Figura 6.39: CDP número 100.

debido a que el filtro de Wiener permite pequeñas variaciones de la impedancia usada para estimar el verdadero valor de ésta. En la fig. 6.40 se observa el resultado del filtrado fraccionario en donde se puede ver la coincidencia de algunos picos.

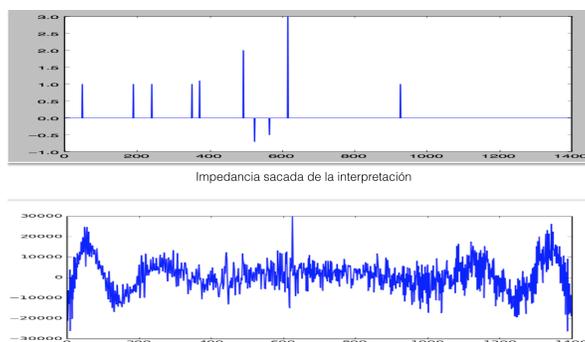


Figura 6.40: Filtrado fraccionario del CDP número 100.

Sin embargo, es difícil observar en una sola traza, por lo que se hace necesario filtrar la sección completa para evidenciar la calidad del resultado en la imagen sísmica.

6.4.3. Filtrado de la sección sísmica completa

Usando el resultado de la impedancia estimada fig. 6.41 se realizó un filtrado de la sección sísmica completa. Para poner a prueba el filtro de Wiener fraccionario y la posibilidad que ofrece de filtrar a partir de una estimación de la impedancia (y no su

valor exacto). En la fig. 6.33 se observa claramente, que la impedancia estimada fig. 6.41, de la traza 50 de la sección sísmica no concuerda con la imagen a lo largo de toda la sección, sino que la diferencia entre este resultado y la sección interpretada presenta variaciones,

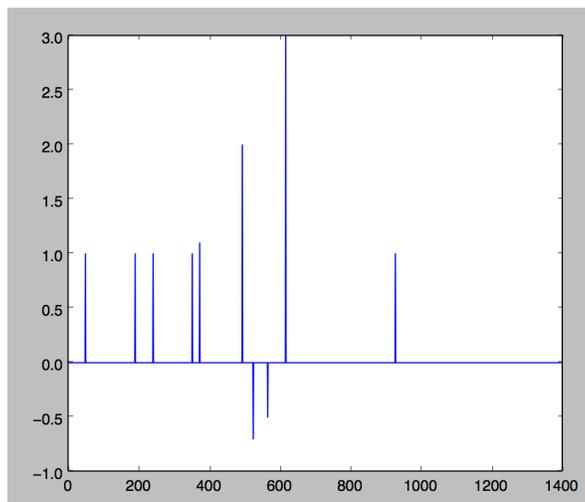


Figura 6.41: Impedancia estimada por deconvolución fraccionaria.

no obstante, se usó esta reflectividad para filtrar toda la sección sísmica, apelando al hecho de que el filtro de Wiener requiere una estimación de la impedancia y no la impedancia precisa. Los resultados obtenidos son mostrados en la fig. 6.42

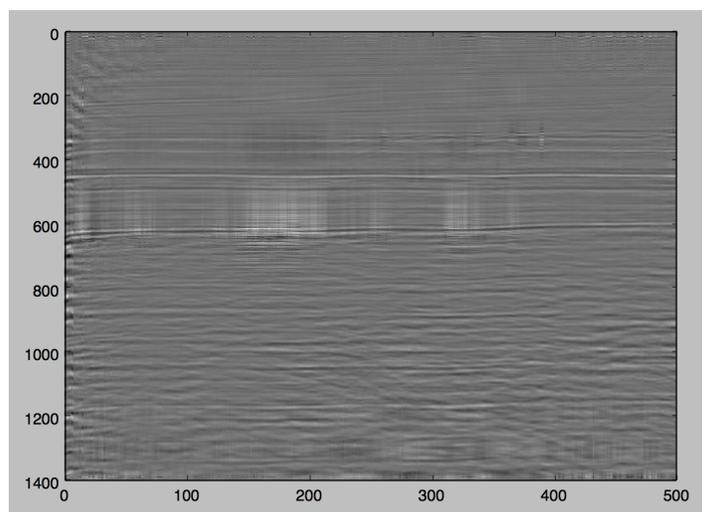


Figura 6.42: Sección sísmica filtrada al orden $a = 0,993$.

en donde se observa una mejora en la definición de los horizontes y como algunos eventos antes presentes en la señal que parecían horizontes desaparecieron dando a la imagen

sísmica una buena concordancia con la interpretación del geólogo. Sin embargo, aún falta pulir estos algoritmos para obtener mejores resultados y corregir efectos como los observados alrededor del CDP 150 y tiempo 600 por ejemplo, el cual es claro que no pertenece a la señal sino que es una distorsión que aparece producto del filtrado.

Vale aclarar que la imagen resultante del filtrado, ha perdido amplitud, esto podría corregirse con un realzado, dándole una ganancia en amplitud. Sin embargo, no se hizo pues con este resultado se logra objetivo principal de establecer la factibilidad del tratamiento de Fourier fraccionario en la sísmica y la introducción de un nuevo modelo de traza sísmica los resultados son satisfactorios.

Capítulo 7

Recomendaciones

Como trabajo por realizar, queda la aplicación de esta metodología en diferentes órdenes y la caracterización de las posibilidades propias de cada uno de ellos. Trabajo para alguien con la formación adecuada y conocimiento más profundo en materia de interpretación de imágenes sísmicas, ya que desde mi perspectiva no me es posible ir mas allá en ese ámbito. La revisión de cada orden, debe ser exhaustiva, no del orden de milésimas, sino utilizando subdivisiones del dominio fraccionario cada vez más finas hasta que su contribución sea insignificante.

También vale la pena aclarar que aunque al nivel actual el método es aplicable, se requiere aún del desarrollo de algoritmos para el cálculo de la transformación de Fourier fraccionaria optimizados, pues los actuales no alcanzan aún una velocidad de cálculo que permita su implementación a gran escala.

Así como esta metodología permite calcular la impedancia a partir de una estimación de ésta y el conocimiento de la ondícula, también se puede estimar la ondícula a partir del conocimiento de la impedancia y una ondícula genérica usando el mismo filtro. Esto es un trabajo por hacer y uno de suma importancia ya que la estimación de ondículas es vital tanto para la deconvolución como para la validación del modelo obtenido del subsuelo a través de simulación de la propagación de ondas sísmicas.

Capítulo 8

CONCLUSIONES

* El filtro de Wiener fraccionario probó ser el indicado para el tratamiento de señales no estacionarias debido a su adaptabilidad. El parámetro α le permite al filtro fraccionario la posibilidad de ajustarse a diferentes situaciones no estacionarias y también a las estacionarias de manera muy simple, logrando resolver ambas problemáticas mediante una única metodología.

* El modelo propuesto para trazas sísmicas como una convolución fraccionaria entre la reflectividad y la ondícula resultó ser acertado y permitió una adecuada recuperación de la reflectividad. Lo anterior era de esperarse puesto que es conocido que la ondícula sísmica sufre modificaciones al propagarse por el medio y estas modificaciones se observan en el espectro tiempo frecuencia con la desaparición de altas frecuencias y la aparición de bajas que antes no estaban en la señal. El resultado de este cambio sufrido por la onda hace que su espectro tiempo frecuencia, en el caso más simple se vea como si la banda de frecuencias iniciales hubiese rotado.

* El espectro tiempo frecuencia de los datos de trazas sísmicas tomados en campo (datos reales antes de cualquier procesamiento), muestran una distribución de las frecuencias más parecida a la mostrada en la fig. 6.8. Debido a esto, las metodologías actuales que intentan realizar la recuperación de la señal en el dominio de Fourier encuentran complicaciones que deben resolverse por métodos alternativos. El TFrS por otro lado, tiene la posibilidad de realizar filtrado tanto en el dominio de Fourier como en dominios intermedios. Esto le permite realizar filtrados directamente sin necesidad de metodologías alternativas. De esta forma se resuelven dos problemas mediante un mismo esquema, el tratamiento de señales estacionarias y el tratamiento de señales no estacionarias.

* La deconvolución no estacionaria en dominios de Fourier fraccionarios es una alternativa a tener en cuenta para la extracción de información de la sísmica mediante la elección del parámetro α adecuado. El orden fraccionario α se encuentra muy cercano

a 1, esto concuerda con el hecho que la no estacionariedad de los datos sísmicos no es muy pronunciada. Sin embargo, su adecuada escogencia es crucial para la correcta separación de la ondícula y la impedancia. Esto demuestra la importancia de incluir este efecto a la hora de realizar los cálculos.

* Se observó que una vez establecido el orden a óptimo, las pequeñas variaciones en éste, conllevaban a resultados indeseados como disminución en la amplitud y ensanchamiento de los picos. Lo anterior prueba que aunque la no estacionariedad de los datos sea pequeña y que el orden óptimo resulte muy cercano a 1, debe ser tomada en cuenta ya que el resultado es sensible incluso a variaciones de centésimas en el orden a .

* El análisis del filtrado para cada razón señal ruido mostró que el filtrado sigue siendo efectivo incluso cuando dicha razón se encuentra por debajo de 1. En la sísmica, la razón señal ruido se mantiene por encima de 1 lo que garantiza que el filtro fraccionario se puede desenvolver muy bien en el ámbito de la sísmica.

REFERENCIAS

- [1] H Tal-Ezer, D Kosloff, and Z Koren. An accurate scheme for seismic forward modelling. *Geophysical Prospecting*, 35(5):479–490, 1987.
- [2] Vijay Dimri. *Deconvolution and inverse theory: application to geophysical problems*, volume 29. Elsevier, 2013.
- [3] Enders A Robinson. *Predictive decomposition of time series with application to seismic exploration*. PhD thesis, M.I.T.: Re- printed in *Geophysics*, 1954.
- [4] Enders A Robinson. Seismic time-invariant convolutional model. *Geophysics*, 50(12):2742–2751, 1985.
- [5] Jakob BU Haldorsen, Douglas E Miller, and John J Walsh. Multichannel Wiener deconvolution of vertical seismic profiles. *Geophysics*, 59(10):1500–1511, 1994.
- [6] Enders A Robinson and Sven Treitel. Principles of digital Wiener filtering. *Geophysical Prospecting*, 15(3):311–332, 1967.
- [7] Mohammad Radad, Ali Gholami, and Hamid Reza Siahkoochi. S-transform with maximum energy concentration: Application to non-stationary seismic deconvolution. *Journal of Applied Geophysics*, 118:155–166, 2015.
- [8] Peng Zhang, Yongshou Dai, Manman Zhang, and Rongrong Wang. Research on the influence law and suppression methods of seismic wavelet time-varying nature on seismic data processing. 2015.
- [9] GF Margrave, Linping Dong, Peter Gibson, JP Grossman, Dave Henley, and Michael Lamoureux. Gabor deconvolution: extending Wiener’s method to nonstationarity. *Recorder*, 28:5–12, 2003.
- [10] Zengbao Chen, Yanghua Wang, Xiaohong Chen, and Jingye Li. High-resolution seismic processing by gabor deconvolution. *Journal of Geophysics and Engineering*, 10(6):065002, 2013.
- [11] Gary F Margrave, Michael P Lamoureux, and David C Henley. Gabor deconvolution: Estimating reflectivity by nonstationary deconvolution of seismic data. *Geophysics*, 76(3):W15–W30, 2011.

- [12] Thomas G Stockham Jr, Thomas M Cannon, and Robert B Ingebretsen. Blind deconvolution through digital signal processing. *Proceedings of the IEEE*, 63(4):678–692, 1975.
- [13] Benayad Nsiri, Thierry Chonavel, J-M Boucher, and Herve Nouze. Blind submarine seismic deconvolution for long source wavelets. *Oceanic Engineering, IEEE Journal of*, 32(3):729–743, 2007.
- [14] Gary F Margrave. Theory of nonstationary linear filtering in the Fourier domain with application to time-variant filtering. *Geophysics*, 63(1):244–259, 1998.
- [15] J Starck, Mai K Nguyen, and Fionn Murtagh. Deconvolution based on the curvelet transform. In *Image Processing, 2003. ICIP 2003. Proceedings. 2003 International Conference on*, volume 2, pages II–993. IEEE, 2003.
- [16] KL Peacock and Sven Treitel. Predictive deconvolution: Theory and practice. *Geophysics*, 34(2):155–169, 1969.
- [17] Xingxiang Jian and Sixin Zhu. Predictive deconvolution for attenuation of multiple reflections in marine seismic data processing. *Journal of Coastal Research*, 73(sp1):310–314, 2015.
- [18] TJ Ulrych. Application of homomorphic deconvolution to seismology. *Geophysics*, 36(4):650–660, 1971.
- [19] Jean-Luc Starck, Mai K Nguyen, and Fionn Murtagh. Wavelets and curvelets for image deconvolution: a combined approach. *Signal Processing*, 83(10):2279–2283, 2003.
- [20] Lenin Chinchilla, Daniel Sierra, and Rafael Torres. A time-variant filtering approach for non-stationary random signals based on the fractional convolution. *Signal Processing, IEEE Transactions on*, 61(6), 2015.
- [21] Rafael Torres, Pierre Pellat-Finet, and Yezid Torres. Fractional convolution, fractional correlation and their translation invariance properties. *Signal Processing*, 90:1976 – 1984, June 2010.
- [22] Rafael Torres and Edmanuel Torres. Fractional Fourier analysis of random signals and the notion of α -stationarity of the Wigner-Ville distribution. *Signal Processing, IEEE Transactions on*, 61(6):1555–1560, 2013.
- [23] Soo-Chang Pei and Jian-Jiun Ding. Fractional Fourier transform, Wigner distribution, and filter design for stationary and nonstationary random processes. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 58(8):4079–4092, 2010.
- [24] Gabriel Alvarez. Implementing non-stationary filtering in time and in Fourier domain. *Stanford Exploration Project, Report*, 111:347–361, 2008.

-
- [25] Khalid H Miah and David K Potter. Geophysical signal parameterization and filtering using the fractional Fourier transform. *IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing*, 7(3):845–852, 2014.
- [26] B Saleh and N Subotic. Time-variant filtering of signals in the mixed time frequency domain. *IEEE transactions on acoustics, speech, and signal processing*, 33(6):1479–1485, 1985.
- [27] Rafael Torres. *Tratamiento de señales por transformación de Fourier Fraccionaria. Aplicaciones a la holografía sintética y al filtrado óptico*. PhD thesis, Escuela de Física, Universidad Industrial de Santander, 2008.
- [28] Jean Virieux and Stéphane Operto. An overview of full-waveform inversion in exploration geophysics. *Geophysics*, 74(6):WCC1–WCC26, 2009.
- [29] Victor Namias. The fractional order Fourier transform and its application to quantum mechanics. *IMA Journal of Applied Mathematics*, 25(3):241–265, 1980.
- [30] Luis B Almeida. The fractional Fourier transform and time-frequency representations. *Signal Processing, IEEE Transactions on*, 42(11):3084–3091, 1994.
- [31] AC McBride and FH Kerr. On namias’s fractional Fourier transforms. *IMA Journal of applied mathematics*, 39(2):159–175, 1987.
- [32] Gregory D Lazear. Mixed-phase wavelet estimation using fourth-order cumulants. *Geophysics*, 58(7):1042–1051, 1993.
- [33] Danilo R Velis and Tadeusz J Ulrych. Simulated annealing wavelet estimation via fourth-order cumulant matching. *Geophysics*, 61(6):1939–1948, 1996.
- [34] Jonathan A Edgar and Mirko van der Baan. How reliable is statistical wavelet estimation? *Geophysics*, 76(4):V59–V68, 2011.
- [35] Sylvette Bonnefoy-Claudet, Fabrice Cotton, and Pierre-Yves Bard. The nature of noise wavefield and its applications for site effects studies: A literature review. *Earth-Science Reviews*, 79(3):205–227, 2006.
- [36] H Poor. On robust Wiener filtering. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 25(3):531–536, 1980.
- [37] USGS. National petroleum reserve-alaska data archive, 1975.

ANEXOS

Anexo A. Transformación de Fourier fraccionaria

```

def TFFr(g, a, tau):
    N = g.shape[0]
    alpha = (a * np.pi) / 2
    ctg = 1.0 / np.tan(alpha)
    temp1 = (np.pi * np.sign(np.sin(alpha))) / 4
    temp2 = alpha / 2
    c1 = np.exp(1j * (temp1 - temp2))
    c2 = np.sqrt(np.abs(np.sin(alpha)))
    C = c1 / c2
    C = np.array(C)
    D = np.double(np.sqrt(N) / N)
    D2 = D * D
    K = np.linspace(-N / 2, N / 2 - 1, N)
    k = np.array(K)
    k2 = np.square(k)
    arg = np.pi * k2 * D2 * ctg
    ch = np.exp(-1j * arg)
    sh = 2 * np.pi * tau * (k - tau / 2.0)
    sh = np.array(sh)
    shift = np.exp(1j * sh * D2 * ctg)
    argg = np.pi * k2 * D2 * ctg
    t2 = np.exp(1j * argg)
    t1 = shift * t2
    tt = g * t1
    t = TFdalpha(tt, a)
    temp3 = 2.0 * np.pi * tau * k * D2
    Me = np.exp(1j * temp3 / np.sin(alpha))
    salida = C * ch.conjugate()
    salida = salida * t

```

```

salida = salida * Me.conjugate()
return salida

```

Para la Ampliación del rango del orden α , se usó el siguiente código

```

def DFR(f, a, t):
    flag = 0
    A = a
    s = np.sign(a)
    N1 = f.shape[0]
    N = 4 * N1
    g = np.concatenate((np.zeros(N1), interpol(f), np.zeros(N1)), axis=0)
    g = np.asarray(g)
    t = t * 2
    a = a - np.fix(a / 4) * 4
    if s == -1:
        xi = np.sqrt(N)
        Dx = np.double(xi / N)
        n = np.linspace(-N / 2, N / 2 - 1, N)
        n = np.asarray(n)
        g = g * np.conjugate(
            np.exp(-2j * np.pi * t * (n + t * np.cos(a * np.pi / 2) / 2) * (Dx * Dx) *
        t = -1 * t * np.cos(a * np.pi / 2)
        flag = 1

    if (a > 0) & (a < 0.5):
        flag = 2
        a = a - 1
    elif (a > -0.5) & (a < 0):
        flag = 3
        a = a + 1
    elif (a > 1.5) & (a < 2):
        flag = 4
        a = a - 1
    elif (a > -2) & (a < -1.5):
        flag = 5
        a = a + 1
    elif (a > 3.5) & (a < 4):
        flag = 6
        a = a - 3

    if a == 0:
        tf = g

```

```

elif (a == 2):
    tf = np.fliplr([g])[0]
    tf = tf[N1 + 1:3 * N1 + 1]
    flag = 10
    index = decimarp(tf)
elif (a == -2):
    tf = np.fliplr([g])[0]
    tf = tf[N1:3 * N1]
    flag = 10
    index = decimarm(tf)
else:
    tf = TFFr(g, a, t) #transformada a+-1

if A > 0:
    if flag == 0:
        tf = tf[N1 - 1:3 * N1 - 1]
        index = decimarm(tf)
    elif flag == 1:
        tf = tf[N1 - 3:3 * N1 - 3]
        index = decimarp(tf)
    elif flag == 2:
        tf = TFFr(tf, 1.0, 0)
        tf = tf[N1 - 1:3 * N1 - 1]
        index = decimarm(tf)
    elif flag == 3:
        tf = TFFr(tf, 1, 0)
        tf = tf[N1 - 2:3 * N1 - 2]
        index = decimarp(tf)
    elif flag == 4:
        tf = TFFr(tf, 1, 0)
        tf = tf[N1 - 1:3 * N1 - 1]
        index = decimarm(tf)
    elif flag == 5:
        tf = TFFr(tf, 1, 0)
        tf = tf[N1:3 * N1]
        index = decimarp(tf)
    elif flag == 6:
        tf = TFFr(tf, 1, 0)
        tf = tf[N1:3 * N1]
        index = decimarp(tf)
    elif flag == 4:
        tf = tf[N1 - 1:3 * N1 - 1]
        index = decimarp(tf)
elif A < 0:

```

```

if flag == 0:
    tf = tf[N1:3 * N1]
    index = decimarm(tf)
elif flag == 1:
    tf = tf[N1 - 1:3 * N1 - 1]
    index = decimarm(tf)
elif flag == 2:
    tf = TFFr(tf, -1, 0)
    tf = tf[N1:3 * N1]
    index = decimarm(tf)
elif flag == 3:
    tf = TFFr(tf, -1, 0)
    tf = tf[N1 - 1:3 * N1 - 1]
    index = decimarm(tf)
elif flag == 4:
    tf = TFFr(tf, -1, 0)
    tf = tf[N1:3 * N1]
    index = decimarm(tf)
elif flag == 5:
    tf = TFFr(tf, -1, 0)
    tf = tf[N1 - 1:3 * N1 - 1]
    index = decimarm(tf)
elif flag == 6:
    tf = TFFr(tf, 1, 0)
    tf = tf[N1:3 * N1]
    index = decimarm(tf)
elif flag == 4:
    tf = tf[N1 - 1:3 * N1 - 1]
    index = decimarm(tf)

return index

```

Anexo B. Interpolación seno cardinal

```

def interpol(x):
    x = np.asarray(x, dtype=complex)
    N = np.shape(x)
    N = N[0]
    im = 0
    xmint = 0

```

```

if np.sum(np.absolute(x.imag)) > 0:
    im = 1
    imx = x.imag

r = x.real
rf = np.fft.fft(r)
N1 = round(N / 2)
if N / 2 - N1 != 0:
    N1 = N1 + 1

xint = np.concatenate([rf[:N1], np.zeros(N, dtype=np.float), rf[N1:]]
xint = 2 * np.real(np.fft.ifft(xint))

if im == 1:
    rf = np.fft.fft(imx)
    xmint = np.concatenate([rf[:N1], np.zeros(N), rf[N1:]]
    xmint = 2 * np.real(np.fft.ifft(xmint))
    xmint = np.array(xmint, dtype=complex)
    xmint.imag = xmint.real
    xmint.real = 0

res = xint + xmint

return res

```

Anexo C. Convolución Fraccionaria

```

def convt(f, g, a):
    #Convolucion mediante el teorema de la convolucion
    deltax = np.sqrt(f.shape[0])
    alpha = a*np.pi/2
    N = np.fix(f.shape[0])
    x = range(-int(np.ceil(N/2)),int(np.fix(N/2)))/deltax
    c = np.exp(-1j*(np.pi*np.sign(np.sin(alpha))/4-alpha/2))/np.sqrt(np.abs(np.sin(alpha)))
    prod = DFR(f,a,0.0)*DFR(g,a,0.0)*np.exp(1j*np.pi*x*x*my_Cot(alpha))
    y=c*DFR(prod,-a,0.0)

    return y

```

Anexo D. Filtro de Wiener fraccionario

```

def wigfnn(a,rt,w,y):
    tau=0.5
    # Intervalo de operacion: -1<= a <= 1 //rt  Sennal a estimar
    # w - Ondicula
    # n - Ruido
    # y - senal Registrada

    # Calculo de densidades espectrales de potencia
    #Nr = np.fix((y.shape[0]-w.shape[0])/2)
    #rtp = np.concatenate((np.zeros(Nr),rt,np.zeros(Nr)))
    #rtp=interpol(rt)
    R = DFR(rt,a,tau) #
    Rc = np.conjugate(R) # Senal a estimar
    Sr = R*Rc #
    print "Sr: ",Sr.shape[0]

    W = DFR(w,a,tau) #
    Wc = np.conjugate(W) #Ondicula
    Sw = W*Wc #
    print "Sw: ",Sw.shape[0]

    if Sr.shape[0]==Sw.shape[0]:
        #Filtro de Wiener No causal
        deltax = np.sqrt(y.shape[0])
        N = np.fix(y.shape[0])
        x = range(-int(np.ceil(N/2)),int(np.fix(N/2)))/deltax
        H =(Sr*Wc*np.exp(-2j*np.pi*x*x*my_Cot(a*np.pi/2)))/((Sr*Sw)) #Deconvolucion
        h = DFR(H,-a,tau)

        #Senal Estimada
        se = convt(h,y,a)
        print "Deconvolucion realizada"
        print se.shape[0]," datos de salida"
        return(se)
    else:
        print "#####*ERROR*#####"
        print "## Tamannos incoherentes para Ondicula, Reflectividad y Ruido. ##"
        print "#####*ERROR*#####"

```