

Análisis de la estructura temporal de los tipos de interés (ETTI) en los principales mercados de
renta fija de Latinoamérica

Mario Alberto Flórez Porras

Trabajo de Grado para Optar el título de Ingeniero Industrial

Director

Juan Benjamín Duarte Duarte

Doctor en finanzas de empresas

Universidad Industrial de Santander

Facultad de Ingenierías Fisicomecánicas

Escuela de Estudios Industriales y Empresariales

Bucaramanga

2018

A mis padres, por su perseverancia, y por animarme a ser mejor persona cada día

A mi hermana María, que con su apoyo incondicional hizo posible este logro

A Sebastián, más que un hermano es un amigo

A Maximiliano, compañero de aventuras y el más fiel de los amigos

Agradecimientos

A mis amigos, cada día con ellos es un aprendizaje.

Al profesor Juan Benjamín Duarte, por apoyarme durante cada etapa de este proyecto.

A mi familia que de una u otra forma colaboraron durante este proceso.

Tabla de contenido

Introducción	18
1. Objetivos	21
1.1 Objetivo general	21
1.2 Objetivos específicos.....	21
2. Planteamiento del problema.....	21
3. Revisión de la literatura.....	23
4. Marco teórico	33
4.1 Bono	33
4.1.1 Bonos de deuda pública.....	33
4.1.2 Bonos de tasa flotante (Floating rate).	34
4.1.3 Bonos indexados (Index-linked).	34
4.2 Precio sucio y precio limpio.....	34
4.3 Tasa spot.....	35
4.4 Tasa forward.....	36
4.5 Curva de rendimientos	36
4.5.1 Curva de rendimientos al vencimiento (YTM).	36
4.5.2 Curva de rendimientos cupón.....	37
4.5.3 Curva de rendimientos par.	37
4.5.4 Curva de rendimientos cupón cero (curva spot).....	37
4.6 Estructura temporal de los tipos de interés.....	38

4.7	Evolución diferencial	38
4.8	Algoritmo de Newton-Raphson	40
4.9	Normalidad.....	40
4.10	Datos atípicos	41
4.10.1	Detección de atípicos cuando no se cumple criterio de normalidad.	41
4.11	Método de máxima verosimilitud	42
4.12	Criterio de información de Akaike.....	42
5.	Datos.....	43
5.1	Descripción de los principales mercados de renta fija de Latinoamérica	43
5.1.1	Brasil.	44
5.1.2	Chile.	45
5.1.3	Colombia.....	48
5.1.4	Perú.....	49
5.2	Descripción de los datos de entrada	51
5.3	Tratamiento de los datos	54
5.4	Análisis estadístico preliminar de los datos	56
5.5	Selección y eliminación de datos atípicos.....	58
6.	Metodología	60
6.1	Selección de fechas.	62
6.2	Algoritmo para la estimación de los parámetros de la curva.	62
6.2.1	Matriz de cupones y vencimientos.....	63
6.2.2	Generación de valores aleatorios.....	63
6.2.3	Evaluación de la tasa spot	63

6.2.4	Calcular la función de descuento	64
6.2.5	Cálculo del valor presente	64
6.2.6	Estimación de la YTM	64
6.2.7	Máxima verosimilitud.	65
6.2.8	Optimización de la función objetivo mediante la heurística evolución diferencial	65
6.2.9	Tasa forward.....	66
6.2.10	Modelo para la tasa spot de Nelson y Siegel.....	66
6.3	Análisis de la estructura temporal de los tipos de interés	66
7.	Calibración de parámetros del algoritmo de Evolución Diferencial	67
7.1	Análisis factorial para Brasil.....	69
7.2	Análisis factorial para Chile.....	73
7.3	Análisis factorial para Colombia.....	76
7.4	Análisis factorial Perú	79
7.5	Resumen de los valores hallados para los parámetros	82
8.	Resultados	83
8.1	Brasil	84
8.2	Chile	89
8.3	Colombia	95
8.4	Perú.....	100
8.5	Series spot en Brasil, Chile, Colombia y Perú	105
8.6	Comparación del modelo de Svensson y el modelo de Nelson y Siegel.....	106
9.	Conclusiones	108
10.	Recomendaciones.....	110

Referencias Bibliográficas 112

Lista de tablas

Tabla 1. Cumplimiento de objetivos del proyecto	20
Tabla 2. Principales características de los títulos emitidos por el tesoro nacional de Brasil.....	45
Tabla 3. Principales características de los títulos emitidos por el banco central y el tesoro nacional de Chile.....	46
Tabla 4. Principales características de los títulos emitidos por el banco central de Colombia	49
Tabla 5. Principales características de los títulos emitidos por el Banco Central de Reserva del Perú y el Ministerio de economía y finanzas	51
Tabla 6. Principales mercados de renta fija en Latinoamérica.	52
Tabla 7. Resumen estadístico preliminar de los datos utilizados en el presente estudio	56
Tabla 8. Pruebas de normalidad.....	57
Tabla 9. Número de datos atípicos en los países estudio.....	59
Tabla 10. Factores y niveles del diseño experimental 3^k de 4 factores	68
Tabla 11. Resultados de la prueba de Levene para los países en estudio	69
Tabla 12. Prueba de Kruskal Wallis para Brasil.....	70
Tabla 13. Prueba de Mann Whitney entre niveles de los tratamientos para Brasil	72
Tabla 14. Prueba de Kruskal Wallis para Chile.....	74
Tabla 15. Prueba de Mann Whitney entre niveles de los tratamientos para Chile	75
Tabla 16. Prueba de Kruskal Wallis para Colombia.....	77
Tabla 17. Prueba de Mann Whitney entre niveles de los tratamientos para Colombia	78
Tabla 18. Prueba de Kruskal Wallis para Perú	80

Tabla 19. Prueba de Mann Whitney entre niveles de los tratamientos para Perú.....	81
Tabla 20. Valores establecidos para los parámetros en cada país	82

Lista de figuras

Figura 1. Pseudocódigo para evolución diferencial.....	39
Figura 2. Histograma de los países estudio.....	58
Figura 3. Ajuste de distribución mediante software @RISK para los datos de Brasil antes y después de la eliminación de datos atípicos.....	60
Figura 4. Metodologías para estimar la ETTI.....	60
Figura 5. Metodología de la investigación.....	61
Figura 6. Ejemplo de matriz de cupones y vencimientos.	63
Figura 7. Gráfico de probabilidad normal y residuos vs orden para Brasil	70
Figura 8. Gráfico de efectos principales para Máxima Verosimilitud en Brasil	73
Figura 9. Gráfico de efectos principales para el tiempo de ejecución en Brasil.....	73
Figura 10. Gráfico de probabilidad normal y residuos vs orden para Chile	74
Figura 11. Gráfico de efectos principales para Máxima Verosimilitud en Chile	76
Figura 12. Gráfico de efectos principales para el tiempo de ejecución en Chile.....	76
Figura 13. Gráfico de probabilidad normal y residuos vs orden para Colombia.....	77
Figura 14. Gráfico de efectos principales para Máxima Verosimilitud en Colombia	79
Figura 15. Gráfico de efectos principales para el tiempo de ejecución en Colombia.....	79
Figura 16. Gráfico de probabilidad normal y residuos vs orden para Perú	80
Figura 17. Gráfico de efectos principales para Máxima Verosimilitud en Perú.....	82
Figura 18. Gráfico de efectos principales para el tiempo de ejecución en Perú	82
Figura 19. ETTI en Brasil de 1999 a 2017.....	84

Figura 20. Curva spot para los meses de julio, agosto, octubre y diciembre de 2008 en Brasil...	85
Figura 21. Curva Spot para los meses de diciembre de 2008; febrero, abril, junio y diciembre de 2009; y junio de 2010 en Brasil	86
Figura 22. Series temporales de la tasa forward instantánea y la tasa de política monetaria en Brasil.....	87
Figura 23. ETTI en Chile de 2001 a 2017	89
Figura 24. Curva spot para los meses de julio, agosto, octubre y diciembre de 2008 en Chile....	91
Figura 25. Curva Spot para los meses de diciembre de 2008; febrero, abril, junio y diciembre de 2009; y junio de 2010 en Chile.....	92
Figura 26. Series temporales de la tasa forward instantánea y la tasa de política monetaria en Chile.....	93
Figura 27. ETTI en Colombia de 2001 a 2017	95
Figura 28. Curva spot para los meses de julio, agosto, octubre y diciembre de 2008 en Colombia	96
Figura 29. Curva Spot para los meses de diciembre de 2008; febrero, abril, junio y diciembre de 2009; y junio de 2010 en Colombia.....	97
Figura 30. Series temporales de la tasa forward instantánea y la tasa de política monetaria en Colombia.....	98
Figura 31. ETTI en Perú de 2001 a 2017	100
Figura 32. Curva spot para los meses de julio, agosto, octubre y diciembre de 2008 en Perú...	101
Figura 33. Curva Spot para los meses de diciembre de 2008; febrero, abril, junio y diciembre de 2009; y junio de 2010 en Perú	102

Figura 34. Series temporales de la tasa forward instantánea y la tasa de política monetaria en Perú	103
Figura 35. Series temporales de la tasa spot en Brasil, Chile, Colombia y Perú	105

Lista de apéndices

Los siguientes apéndices se encuentran en la carpeta adjunta:

Apéndice A. Datos Brasil

Apéndice B. Datos Chile

Apéndice C. Datos Colombia

Apéndice D. Datos Perú

Apéndice E. Código en R para crear matrices de cupones y vencimientos

Apéndice F. Código en R para la estimación de los parámetros

Apéndice G. Código en R de evolución diferencial

Apéndice H. Resultados de la estimación de los parámetros mediante Evolución Diferencial para
Brasil

Apéndice I. Resultados de la estimación de los parámetros mediante Evolución Diferencial para
Chile

Apéndice J. Resultados de la estimación de los parámetros mediante Evolución Diferencial para
Colombia

Apéndice K. Resultados de la estimación de los parámetros mediante Evolución Diferencial para
Perú

Apéndice L. Comparación de uso de base 365 días y 252 días

Apéndice M. Artículo publicable

RESUMEN

TÍTULO: “ANÁLISIS DE LA ESTRUCTURA TEMPORAL DE LOS TIPOS DE INTERÉS (ETTI) EN LOS PRINCIPALES MERCADOS DE RENTA FIJA DE LATINOAMÉRICA”¹

AUTOR:

FLÓREZ PORRAS, Mario Alberto²

PALABRAS CLAVE:

Estructura temporal de los tipos de interés, curva *spot*, curva *forward*, Svensson, evolución diferencial, política monetaria

DESCRIPCIÓN:

La Estructura Temporal de los Tipos de Interés (ETTI) tiene múltiples aplicaciones en una economía determinada, de hecho, son la base de los sistemas de calificación de riesgo, así mismo, es utilizada para diseñar estrategias de cobertura o para la valoración de instrumentos financieros, además, permite comprender el impacto de la política monetaria en una economía (Abad y Robles, 2003; Julio, Mera, y Revéiz, 2002). El presente trabajo busca estimar la ETTI en Brasil, Chile, Colombia y Perú tomando como base los datos de negociación diaria de los bonos del estado en el periodo comprendido entre 2000 y 2017, y para los meses anteriores y posteriores a la crisis de la subprime, siguiendo la metodología de Svensson (1994), esto último con el fin de analizar los efectos de la crisis económica mundial del 2008 en el mercado de deuda pública del respectivo país.

Se depuraron las series de bonos dejando solo los bonos de tipo tasa fija y quitando los datos atípicos mediante la prueba para datos asimétricos y multivariados propuesta por Hubert y Van der Veeken (2008).

El modelo de Svensson se implementó en R, el valor de la función objetivo se maximizó mediante la metaheurística de Evolución diferencial (DE). Para calibrar los parámetros de DE se utilizó un diseño experimental 3^k para cuatro parámetros con tres corridas. De la calibración del algoritmo se infiere que los mejores resultados de MV se obtienen con un tamaño de paso pequeño, una probabilidad de cruce alta, un tamaño de población de medio a alto y un número de generaciones alto.

Finalmente, se encuentra que la crisis económica subprime tiene un alto impacto sobre la ETTI, así mismo la disminución de los precios del petróleo tiene repercusión en la estructura temporal, pero su impacto varía dependiendo de cada país.

¹ Proyecto de Grado

² Facultad de Ingenierías Físico-mecánicas. Escuela de Estudios Industriales y Empresariales. Programa de Ingeniería Industrial. Director: Juan Benjamín Duarte Duarte

ABSTRACT

TITLE: “ANALYSIS OF TERM STRUCTURE OF INTEREST RATES (TSIR) IN THE MAIN LATIN AMERICAN FIXED INCOME MARKETS”¹

AUTHORS:

FLÓREZ PORRAS, Mario Alberto²

KEYWORDS:

Term structure of interest rates, *spot* curve, *forward* curve, Svensson, differential evolution, monetary policy

DESCRIPTION:

Term Structure of Interest Rates (ETTI) has multiple applications in a given economy, in fact, it's the basis of risk rating systems, likewise, it's used to design hedging strategies or for the valuation of financial instruments. It also allows us to understand the impact of monetary policy in an economy (Abad y Robles, 2003; Julio, Mera, y Revéiz, 2002). This paper seeks to estimate the ETTI in Brazil, Chile, Colombia and Peru based on daily negotiation data of government bonds for the period between 2000 and 2017, and for months before and after the subprime crisis, following Svensson methodology (1994), the latter in order to analyze the effects of the 2008 global economic crisis in the public debt market of the respective country.

The bond series were debugged, leaving only the fixed-rate bonds and removing the atypical data through the test for asymmetric and multivariate data proposed by Hubert and Van der Veen (2008).

The Svensson model was implemented in R, the value of the objective function was maximized by metaheuristic of Differential Evolution (DE). To calibrate the DE parameters, a 3^k experimental design was used for four parameters with three runs. From the algorithm calibration, I can infer the best MV results are achieved with a small step size, a high crossing probability, a medium to high population size and a high number of generations.

Last, I find that the subprime economic crisis has a high impact on the ETTI, likewise the decrease in oil prices has an impact on the term structure, but its impact varies depending on each country.

¹ Bachelor Thesis

² Facultad de Ingenierías Físico-mecánicas. Escuela de Estudios Industriales y Empresariales. Programa de Ingeniería Industrial. Director: Juan Benjamín Duarte Duarte

Introducción

En la actualidad la Estructura Temporal de los Tipos de Interés es una herramienta utilizada por los bancos centrales para identificar el impacto de la política monetaria y de factores como las tasas de cambio de referencia, el crecimiento económico del país, la inflación, entre otros. Además, es usada por inversores para pronosticar las tasas de interés futuras y por empresas para valorar los instrumentos financieros del mercado corporativo.

La estructura temporal de los tipos de interés ha sido objeto de estudio desde el pionero trabajo de David Durand en 1942, en el cual halla una curva de rendimiento de los bonos corporativos que denomina *basic yields* y la compara con los bonos del estado. A partir de este estudio, diferentes autores han propuesto diversas metodologías para estimar la ETTI, a destacar: la propuesta por Chambers, Carleton y Waldman en 1984 a partir de polinomios, la forma funcional de Nelson y Siegel descrita en su artículo de 1987 y la expuesta por Svensson en 1994 diseñada como una ampliación de la anterior.

En cuanto a los trabajos empíricos, en el caso europeo, es digno de mencionar el trabajo de Svensson en 1994 que estudia la estructura temporal para el mercado de Suecia, Alemania, Francia, Gran Bretaña y Estados Unidos durante el período en que la moneda oficial sueca cambia de tener una tasa de cambio fija a variable. Entre los trabajos recientes se encuentra el de Aljinović, Poklepović y Katalinić para el mercado de Croacia, en el cual compara las metodologías de Svensson y de Nelson y Siegel, encontrando que la de Svensson consigue un mejor ajuste en este mercado. En el caso de Asia, Kanjilal (2013) estudia la estructura temporal de tipos de interés en

India luego de la desregulación del mercado de deuda fija con los modelos de Nelson y Siegel y de Svensson, concluye, que a partir del Análisis de Componentes Principales el modelo de Nelson y Siegel sería el recomendado.

En la región latinoamericana, el Instituto Argentino de Mercado de Capitales modela la curva cupón cero para el mercado argentino en 2006 mediante la metodología de bootstrapping, del mismo modo Pereda en 2010 estima la curva cupón cero para los bonos gubernamentales de Perú mediante la forma funcional de Nelson y Siegel y de Svensson, por otro lado, Pagagua y Villanueva en 2013 analizan la curva de rendimientos en Honduras ante la ausencia de este indicador financiero en ese país. En el caso colombiano, Julio (2007) estima la curva *spot* mensualmente, utilizando para este propósito la forma funcional de Nelson y Siegel, además, prueba la teoría de las expectativas comparando las tasas *forward* implícitas con las tasas observadas *ex post*.

Ante la ausencia de un estudio que construya de manera conjunta las estructuras temporales en los principales mercados de Latinoamérica, se plantea este trabajo que busca estimar y analizar la estructura temporal de los tipos de interés en los principales mercados latinoamericanos, en este caso Brasil, Chile, Colombia y Perú, durante el período 2000-2017, con especial énfasis en el comportamiento de la curva durante la crisis económica subprime de 2008. Se utiliza la metodología de Svensson para la construcción de la curva cupón cero y se estiman sus parámetros mediante el algoritmo de evolución diferencial.

El contenido del presente libro, está organizado de la siguiente manera: los primeros dos capítulos presentan los objetivos que se desean alcanzar y el planteamiento del problema que se desea estudiar, el capítulo 3 agrupa los estudios más relevantes en el área de la estimación y análisis de la ETTI, el capítulo 4 presenta los principales conceptos utilizados en el presente trabajo, en el

capítulo 5 se evidencia como se realiza la recopilación y depuración de los datos de negociación de los bonos de deuda pública, en el capítulo 6 se presenta la metodología que se utiliza para la realización del presente estudio, en el capítulo 7 se describe la calibración realizada para el algoritmo de Evolución Diferencial, en el capítulo 8 se presentan los resultados y el análisis de la ETTI en cada país, finalmente, en el capítulo 9 y 10 se presentan las conclusiones y recomendaciones que se obtienen de la investigación.

Tabla 1

Cumplimiento de objetivos del proyecto

Objetivos específicos	Cumplimiento
<ul style="list-style-type: none"> Revisar la literatura científica publicada sobre la Estructura Temporal de los Tipos de Interés, con el fin de identificar la metodología a utilizar para la estimación de la ETTI y tener un punto de referencia para evaluar los resultados de la presente investigación. 	Capítulo 3
<ul style="list-style-type: none"> Construir la base de datos diaria de negociaciones de bonos por país objeto de estudio en el período de 2000 a 2017. 	Capítulo 5
<ul style="list-style-type: none"> Estimar la Estructura Temporal de los Tipos de Interés en los principales mercados de renta fija de Latinoamérica, aplicando la metodología identificada. 	Capítulo 8
<ul style="list-style-type: none"> Elaborar un artículo de carácter publicable a partir de los resultados de la investigación. 	Apéndice M

1. Objetivos

1.1 Objetivo general

Estimar y analizar la estructura temporal de los tipos de interés en los principales mercados de Latinoamérica para el período de 2000 a 2017.

1.2 Objetivos específicos

- Revisar la literatura científica publicada sobre la Estructura Temporal de los Tipos de Interés, con el fin de identificar la metodología a utilizar para la estimación de la ETTI y tener un punto de referencia para evaluar los resultados de la presente investigación.
- Construir la base de datos diaria de negociaciones de bonos por país objeto de estudio en el período de 2000 a 2017.
- Estimar la Estructura Temporal de los Tipos de Interés en los principales mercados de renta fija de Latinoamérica, aplicando la metodología identificada.
- Elaborar un artículo de carácter publicable a partir de los resultados de la investigación.

2. Planteamiento del problema

La estructura temporal de las tasas de interés es un indicador financiero importante en todos los países ya que constituye el contenedor de las tasas libre de riesgo, por lo tanto, es utilizado para

diversos propósitos entre ellos: estudiar el impacto de la política monetaria, como referencia para crear instrumentos financieros por parte de bancos privados y analizar políticas de inversión. Además, como se observa en el trabajo de Svensson (1994), durante períodos de cambio o de crisis la ETTI se ve afectada y fluctúa, por lo tanto, ha suscitado gran interés por parte de los investigadores en todo el mundo que se interesan en su análisis empírico y en su estimación.

De acuerdo a la revisión de la literatura consultada no se encuentra un trabajo en el cual se haya estimado y analizado la ETTI conjuntamente en los países de Brasil, Chile, Colombia y Perú para el período de pre y poscrisis de 2008. El propósito de este trabajo será estimar la estructura temporal de los tipos de interés (curva *spot*) siguiendo la metodología de Svensson (1994) así como la curva *forward* instantánea implícita y realizar un análisis empírico de las curvas de cada país, su forma, su nivel y como han evolucionado anualmente desde el año 2000 hasta el 2017, teniendo en cuenta que durante este periodo se presentó la crisis *subprime* en Estados Unidos, por tal razón en el presente trabajo se analizará el impacto la crisis en los mercados latinoamericanos. Adicionalmente a los gobiernos de los países objeto de estudio, el resultado del presente trabajo podría servirles para evaluar cómo sus políticas monetarias han impactado en el rendimiento de los bonos, cómo se comportan sus activos libres de riesgo respecto a los de otros países latinoamericanos y además saber que tan efectivas han sido las medidas tomadas para mitigar los efectos de la crisis.

3. Revisión de la literatura

Durand (1942), a partir de una recopilación de datos estadísticos de bonos corporativos de 1900 a 1938 de Estados Unidos, diseñó un método para obtener una curva de rendimientos con los bonos de más alto grado (de menor riesgo), a estas estimaciones de rendimientos las llamó *basic yields*, encontró que las curvas en general tenían 3 formas básicas: una línea recta horizontal, una curva suave cayendo a una tasa decreciente hasta que se acerca a una línea horizontal o una curva suave creciendo a una tasa decreciente hasta que se acerca a una línea horizontal.

Durand comparó los *basic yields* con los bonos del estado y encontró que los bonos del estado tenían un rendimiento menor que los *basic yields*. Concluyó que esto podría ser debido al descuento en la tasa de impuestos o a una mayor calidad de los bonos.

En el estudio de Chambers, Carleton y Waldman (1984) se utilizaron los bonos y notas del tesoro con madurez de 10 años o menos, en el periodo de noviembre 15 de 1976 a agosto 15 de 1980 para el mercado de Estados Unidos. Los autores ajustan la curva de rendimientos a un polinomio de grado n , estimado mediante minimización de la suma de cuadrado de los residuos, realizando una regresión para cada grado del polinomio de uno a 5 grados. Hallan que un polinomio de grado 3 o 4 es adecuado para aproximar la estructura temporal durante el período de estudio, además, observan que el polinomio tiene tendencia a ignorar las formas en el corto plazo.

Para resolver los problemas con los datos, reducen la muestra quitando los bonos del tesoro que presentan poca liquidez, a continuación, realizan la estimación de los polinomios con el método de máxima verosimilitud para sortear los anteriores problemas, encontrando que un polinomio de

grado 6 es el que mejor se ajusta a los datos. Concluyen que la ecuación de valor presente del bono no provee un ajuste aceptable usando regresión de mínimos cuadrados, por el contrario, sugieren realizar el ajuste por máxima verosimilitud, aunque argumentan que su cálculo tiene mayor dificultad computacional y de implementación.

Nelson y Siegel en el año 1987 diseñaron una metodología para modelar la curva de rendimientos, usando una regresión que relaciona el rendimiento con la madurez del bono usando tres términos con sus respectivos coeficientes ($\beta_0, \beta_1, \beta_2$) que dependen de un parámetro de forma (τ), entre menor sea el valor de τ mayor será la curvatura en el corto plazo y viceversa. Para calcular el valor de los parámetros del modelo fijan el valor de τ y calculan los β 's con mínimos cuadrados. Este modelo fue testeado usando los bonos del tesoro de Estados Unidos, encontrando una alta correlación entre el valor presente de los bonos de largo plazo con el ajuste de la curva y el precio actual del bono.

Posteriormente en el año 1994, Svensson usando la metodología propuesta por Nelson y Siegel, planteó un nuevo modelo en el cual se agregaban dos nuevos parámetros de regresión para mejorar el ajuste de la curva cuando la versión de Nelson y Siegel es insuficiente. Este modelo fue probado para los bonos del estado de Suecia en el periodo de 1992 a 1994, durante el cual la *krona* (moneda sueca) cambio de tener una tasa de cambio fija a una tasa variable o flotante en noviembre de 1992. A partir de la curva de rendimientos *forward*, Svensson analiza que durante la crisis de septiembre y noviembre de 1992, las tasas *forward* tuvieron una alta fluctuación, además, la tasa interbancaria mostró picos durante este período. Se compara las tasas *forward* y la tasa de cambio *krona/deutsche* (moneda alemana) para el período posterior al establecimiento de tasa de cambio variable, durante el cual la *krona* se ha depreciado un 35 por ciento y las tasas *forward* a corto

plazo muestran una tendencia a la baja consistente. Además, Svensson compara las tasas *spot* y *forward* en Suecia, Alemania, Francia, Gran Bretaña y Estados Unidos, observa que las tasas *forward* de Suecia están un 2 por ciento encima de Estados Unidos, Alemania y Francia en junio de 1993, mientras que Gran Bretaña está un poco por debajo de la de Suecia. Para diciembre de 1993 las tasas *forward* del resto de países continúan convergiendo mientras que la de Suecia se mantiene un 1.5 por ciento por encima.

Svensson concluye que, aunque ambas tasas, *spot* y *forward*, contienen la misma información, a partir de la tasa *forward* es más sencillo inferir tasas futuras y su comportamiento esperado, además, permite hacer un análisis empírico de las primas por plazo, primas por inflación, y de la variabilidad de la tasa de inflación. Así mismo, el nuevo modelo propuesto por Svensson realiza un muy buen ajuste en aquellos relativamente pocos escenarios en donde la original forma de Nelson y Siegel no es suficiente.

Lefort y Walker (2000) estiman la estructura de tasas de interés en Chile cada 15 días para el período de 1992 a 1998 mediante la metodología de Nelson y Siegel (1987). Se seleccionaron los días en que el banco central realiza licitaciones de bonos más cercanos a la quincena en cada mes, la muestra elegida fue de 161 días. Al igual que Nelson y Siegel en 1987, se fijan los valores del parámetro τ para simplificar la estimación y facilitar la convergencia. La estructura durante el período analizado presenta una pendiente ligeramente negativa lo cual es consistente con otros trabajos realizados en Chile y puede deberse a una política monetaria restrictiva implementada por el banco central durante la mayor parte del período de estudio. Adicionalmente, en este estudio se analizan tres eventos principales que pudieron afectar la estructura de tasas. El primero de estos eventos es la crisis de México debido a la devaluación de la moneda el 19 de diciembre de 1994,

se observa que el día en que se devaluó la moneda hay un alza generalizado en las tasas de interés, mientras que entre días anteriores y posteriores no hubo gran diferencia. El segundo evento es la devaluación del Baht, durante el cual la tasa a largo plazo tuvo una tendencia a elevarse, mientras que una semana después del día del evento la tasa a largo plazo disminuyó. El último evento es la subida de la tasa interbancaria por parte del banco central de Chile para restringir la liquidez, en un principio solo subió la tasa a corto plazo mientras la tasa a largo plazo se mantuvo estable, luego se dio una subida generalizada de las tasas, finalmente la estructura temporal vuelve a la forma que tenía al principio del evento.

En 2008, Choudhry realiza un análisis histórico de la literatura, específicamente de las teorías que podrían explicar la forma de las curvas de rendimientos, que pueden ser normal o convencional, creciente o positiva, decreciente o negativa, y con joroba. Entre las teorías analizadas se tienen: la teoría de expectativas, la teoría de la preferencia por liquidez, la teoría de la moneda sustituta y la teoría de los mercados segmentados. La teoría de expectativas explica que la pendiente de la curva de rendimientos refleja las expectativas del mercado acerca de las tasas futuras de interés. La teoría de preferencia por liquidez interpreta que en el largo plazo los inversionistas corren mayor riesgo de perder su dinero, por lo tanto, esperan tasas de rendimiento más altas, dado que sacrifican liquidez, este suceso no es explicado por la primera teoría. La teoría de moneda sustituta explica que los inversionistas ven los bonos de corto plazo como un sustituto del dinero efectivo y por lo tanto consideran estas inversiones de bajo o ningún riesgo, como resultado los instrumentos de corto plazo bajan debido al aumento de la demanda y se encuentran por debajo de los instrumentos de largo plazo. Por último, la teoría de segmentación explica que existen diferentes tipos de inversionistas en el mercado, de los cuales algunos prefieren negociar en el corto plazo y otros en el largo plazo, lo que ocasiona que no exista interrelación entre estas

partes del mercado, causando diferencias entre oferta y demanda y resultando en jorobas en la curva de rendimientos. El autor afirma que ninguna de estas teorías puede explicar adecuadamente cada cosa acerca de las curvas y su forma, en consecuencia, los economistas tratan de explicar curvas específicas usando una combinación de teorías.

En 2006, el Instituto Argentino de Mercado de Capitales, modeló una curva de rendimientos cupón cero con datos de los bonos soberanos indexados al CER, lo que resulta en una curva de intereses reales, para el cálculo de la curva se utilizó la metodología de *bootstrapping*. Luego se comparan los precios estimados con los observados en el mercado y se calcula que la curva se ajusta con una diferencia promedio inferior al 1%, concluyendo que la metodología utilizada brinda un ajuste adecuado para el mercado argentino.

Julio (2007) estima la curva *spot* mensualmente para Colombia durante el período de 1999 a 2006. Para la estimación utiliza la forma funcional de Nelson y Siegel minimizando la suma del error cuadrado de los rendimientos al vencimiento. El autor prueba la teoría de las expectativas para el caso colombiano a partir de las tasas *forward* y las tasas de interés observadas ex post. Observa que la curva *spot* contiene información del comportamiento futuro solo para horizontes de tiempo muy cortos y que la prima a plazo varía en el tiempo. Concluye que la tasa interbancaria determina el nivel de la curva y el EMBI determina las desviaciones desde ese nivel.

Carvalho (2008) compara el ajuste de la estructura temporal de los tipos de interés para el mercado de Brasil de enero de 2005 hasta el 3 de octubre de 2007. Se estima la ETTI para los títulos con tasa cupón fija, para los títulos con tasa indexada al IGPM y para los títulos indexados al IPCA, además, se toma la tasa SELIC como tasa a corto plazo debido a la ausencia de títulos para este plazo a vencimiento. Para realizar la comparación del ajuste se aplican los métodos de

estimación por spline de McCulloch, spline exponencial de Merrill Lynch, spline de puntos fijos y la metodología de Svensson con τ fijo. Posteriormente se calcula el error cuadrado medio encontrando que spline de McCulloch tiene el menor error, luego sigue los spline exponenciales, spline de puntos fijos y por último la metodología de Svensson. El autor argumenta que los modelos más parametrizados tienen ventaja sobre los demás en el error cuadrado medio, lo cual no quiere decir que estos modelos sean mejores ya que incorporan errores cometidos en la fijación de un determinado título debido a la falta de liquidez del instrumento. Posteriormente, se realiza una prueba fuera de muestra en donde se observa que los menores errores son los presentados por los métodos exponenciales (Svensson y spline exponencial), en los títulos de tasa fija la metodología de Svensson consigue menores errores en todos los casos mientras que en los títulos indexados al IPCA el error es menor para el método de spline exponencial en 2006 y 2007 y son muy parecidos en 2005. Finalmente se encontró autocorrelación y heteroscedasticidad en los errores, según el autor esto puede deberse a variables omitidas tales como diferencias de liquidez de los títulos, diferencia de tributación y variables económicas.

M. Gilli, Große y Schumann (2010) analizan los métodos de estimación de los parámetros de los modelos de Nelson y Siegel y Svensson, exponen que varios autores han reportado dificultades numéricas trabajando con estos modelos y que los métodos de solución basados en la derivada de la función objetivo no son apropiados para obtener los valores de los parámetros. Para examinar esta afirmación, los autores realizan una prueba tomando los parámetros calculados para el modelo de Svensson por el banco central de Alemania y calculando el rendimiento para diferentes vencimientos, luego, estiman los parámetros con tres diferentes algoritmos basados en gradientes, encuentran que los parámetros varían significativamente de los calculados por el banco a pesar de que se podría lograr la estimación exacta. Según los autores hay dos razones para las dificultades

en la estimación, en primer lugar, la función objetivo es no convexa y tiene muchos mínimos locales, un segundo problema es la colinealidad de los parámetros de la función. A continuación, se comparan el ajuste de un método basado en gradiente y el método de evolución diferencial para una base de datos de 372 días de negociación, cada algoritmo se corre diez veces variando los valores iniciales de los parámetros. Los dos métodos obtienen un buen ajuste, la mediana del error sobre el grupo total de 372 días es de 5.4 puntos básicos para evolución diferencial y 8.1 puntos básicos para la búsqueda por gradiente, pero el método basado en gradiente tiene gran variabilidad en la estimación dentro de cada fecha lo que quiere decir que se requieren varios reinicios para hallar el mejor valor. Concluyen que evolución diferencial es mejor y más confiable que la búsqueda por gradiente.

Pereda (2010) estima la curva de rendimiento cupón cero a partir de los datos de bonos nominales del gobierno peruano y certificados de depósito del banco central con vencimientos mayores que un año, como punto inicial de la curva se utiliza la tasa interbancaria. A partir de estos datos se estima la curva de rendimiento *spot* y *forward* con la metodología de Nelson y Siegel y de Svensson. Se encontró que los errores del modelo Svensson son menores que los de Nelson y Siegel, pero en términos de facilidad de estimación se concluye que el modelo de Nelson y Siegel converge más rápido, mientras que el modelo de Svensson para casos en los que hay poca disponibilidad de datos el cálculo de los parámetros se vuelve muy inestable. Además, se estima la prima por plazo a partir de la tasa *forward* estimadas y la tasa observada con datos obtenidos entre 2005 y 2007, para periodos de tres años se observa una prima de 0-200 puntos básicos, y para periodos de un año de 0-80 puntos básicos.

Paguaga y Villanueva (2013) analizan la curva de rendimientos en Honduras durante el periodo

comprendido entre diciembre de 2009 y octubre de 2011. Ante la ausencia de este indicador financiero, el objetivo principal es modelar la curva de rendimientos para el mercado de bonos públicos de Honduras. Utilizan para este objetivo las letras del Banco Central de Honduras, debido a la poca liquidez de los bonos del gobierno. Se realiza la estimación siguiendo el modelo de Nelson y Siegel generando 95 curvas diferentes. Los autores observaron un alza en 2011 en el nivel de las tasas de interés para todos los vencimientos respecto a las de 2010, concluyendo que fue debido a un aumento en la tasa de política monetaria para el mes de septiembre de 2011 lo que causo un incremento en el nivel de la curva para los días de negociación en los meses finales de 2011. Así mismo, analizando el comportamiento de los inversionistas, concluyeron que, debido a un achatamiento de la curva a finales de 2011, se aumentó la demanda de bonos a corto plazo para este periodo.

Por otro lado, los autores observaron que, a pesar de los pocos datos encontrados en el mercado de renta fija de Honduras, en el que, para las letras del banco central se tienen vencimientos máximos de un año, el modelo de Nelson y Siegel logra un buen ajuste. Además, se observa buena estabilidad en la curva excepto para los días 23 de marzo de 2010 y 12 de abril de 2011 en donde se muestran tasas negativas al inicio de la curva.

Kanjilal (2013) estima la estructura temporal para el mercado hindú desde julio de 1997 hasta febrero de 2004, con el fin de encontrar los factores que causan los movimientos de la curva de rendimientos en India. Para esto utiliza los métodos de Nelson-Siegel y de Svensson con datos obtenidos del *Reserve Bank of India*, tomando el último día de negociación de cada mes o en su defecto, en caso de que se encuentren pocos datos, la última semana. En el análisis de la estructura temporal, observa que el nivel de la curva baja a medida que avanzan los años en forma paralela

una curva respecto a la otra, además analiza que no hay una gran volatilidad de las tasas de interés a lo largo del año, ya que la desviación de las tasas de interés respecto al tiempo a vencimiento es baja excepto para las tasas a corto plazo durante el año de 1998.

Para extraer los factores latentes detrás de los movimientos el autor aplica Análisis de Componentes Principales (ACP) mes a mes de YTM's de 1, 2, 3, ..., 15 años. Kanjilal halla que los primeros 4 factores contienen casi el 100% de la variabilidad de los movimientos en la estructura temporal: el primer factor representa el 92% del total de la variación, el segundo factor el 6,2%, el tercer factor el 1,2% y el cuarto el 0,3%. Ya que el primer factor tiene igual efecto para todos los vencimientos, este es un factor a largo plazo llamado "nivel", el segundo factor es llamado "inclinación" ya que un choque positivo para este factor baja las tasas a corto plazo mientras sube las de largo plazo, es un factor a corto plazo, al tercer factor lo llama "curvatura" un choque positivo puede bajar la tasa a mediano plazo mientras incrementa la tasa a corto y largo plazo creando un efecto de joroba. El factor 4 es ignorado por su bajo impacto en la curva de rendimientos. Kanjilal concluye que, aunque el modelo de Svensson estadísticamente obtiene un mejor ajuste, 3 factores son suficientes para capturar todas las formas de la estructura temporal en India según el Análisis de componentes principales, recomendando el uso del modelo de Nelson y Siegel.

El autor extiende el análisis de componentes principales para el período de marzo de 2004 a diciembre de 2011 y encuentra que los resultados son similares al período anterior, lo que sugiere que el número y composición de los factores no observados que capturan los cambios de la curva de rendimientos son los mismos. Kanjilal concluye que el movimiento paralelo de la curva de rendimientos está relacionado con el primer factor y además con la tasa de interés de política

monetaria, de esto se deriva que la inflación tiene un impacto en la curva de rendimientos a través de los cambios en la tasa de interés de política monetaria.

Aljinović, Poklepović y Katalinić (2012) con el objetivo de estudiar qué modelo consigue un mejor ajuste, construyen la curva de rendimientos para el mercado de Croacia, utilizando para este propósito los modelos de Nelson y Siegel, y de Svensson. La curva de rendimientos se calcula semanalmente del 7 de octubre de 2011 al 24 de agosto de 2012 utilizando ambos métodos. Los autores observan que la curva modelada utilizando la forma funcional de Svensson muestra una joroba adicional que en la mayoría de los casos no se observa al utilizar el modelo de Nelson y Siegel. Además, analizan que el modelo de Svensson consigue un mejor ajuste ya que captura un 93,36% de la variación total, mientras que el modelo de Nelson y Siegel captura solo el 88,94%. Se concluye que el modelo de Svensson consigue un mejor ajuste a los datos al contrario de lo que se esperaría, ya que el mercado financiero de Croacia está caracterizado por poco volumen, iliquidez y poco número de valores negociados, situación que favorecería un modelo como el de Nelson y Siegel con menos cantidad de parámetros.

De las metodologías generalmente utilizadas para la estimación de la estructura temporal de los tipos de interés de los bonos públicos se utiliza en este trabajo la de Svensson (1994), teniendo en cuenta que según varios estudios (Kanjilal, 2013; Aljinović et al., 2012; Pereda C., 2010; Svensson, 1994) consigue un mejor ajuste.

4. Marco teórico

El objetivo de este marco teórico es reunir las principales temáticas que sirven como base para la presente investigación. Con este fin, a continuación, se presentan los conceptos de bono y los tipos de bonos existentes; el precio sucio y el precio limpio; la tasa *spot* y la tasa *forward*; la curva de rendimientos y sus tipos; la estructura temporal de los tipos de interés; la metaheurística de evolución diferencial; el algoritmo de Newton-Raphson; los datos atípicos; el método de máxima verosimilitud y el criterio de información de Akaike.

4.1 Bono

Un bono es un instrumento financiero de deuda emitido por un prestatario, que está obligado a devolver al prestamista un valor acordado en el momento de la emisión más los intereses durante un período de tiempo determinado. Los bonos constituyen el principal instrumento dentro del mercado de renta fija. Hay diferentes tipos de bonos en el mercado, el más usual es el bono convencional que paga una tasa de interés fija (tasa cupón) anual o semianualmente sobre un período fijo con el pago del principal (*face value*, valor par o nominal) en la fecha de vencimiento.

4.1.1 Bonos de deuda pública. Son bonos emitidos por el gobierno de cada país con el fin de suplir las necesidades de financiamiento del estado. Los bonos de deuda pública o bonos soberanos son emitidos usualmente por el ministerio financiero o por el banco central de cada país. Estos bonos son de suma importancia ya que su característica principal es un riesgo de impago nulo (*risk-free*), es decir, no se espera que el emisor de la deuda recurra en impago de sus obligaciones en cuanto a los cupones y el principal con el prestamista, por lo tanto, son tomados como referencia

para la emisión de bonos de empresas privadas, para el establecimiento de créditos y como un indicador del comportamiento de la economía.

4.1.2 Bonos de tasa flotante (Floating rate). Son bonos en los que la tasa cupón está vinculada a un índice específico y cambia periódicamente cuando el índice cambia. Generalmente estos bonos pagan un margen fijo sobre un índice de referencia; por ejemplo, en Colombia existen los TES de tasa variable (TBV) en los que su pago de cupón es la variación anual del IPC más un margen establecido durante la colocación del bono. No es posible calcular el rendimiento al vencimiento para este tipo de bonos de forma directa, pues el valor del índice de referencia en el futuro no es conocido.

4.1.3 Bonos indexados (Index-linked). Son bonos que tienen el cupón, el principal o ambos ligados a un índice de precios como el UVR en Colombia, el CER en Argentina o la tasa Selic en Brasil. En la práctica los bonos pueden ser indexados a cualquier variable, incluyendo índices de precios, ingresos, egresos, productos específicos o monedas extranjeras. Estos bonos a diferencia de los bonos de tasa flotante no pagan un margen sobre la tasa cupón, por el contrario, tienen una tasa cupón fija la cual está denominada o ligada al respectivo índice. Por ejemplo, un bono denominado en UVR paga una tasa cupón de 10% es decir que anualmente recibe 10 UVRs, en el momento del pago del cupón se multiplica 10 por el valor del UVR en ese momento.

4.2 Precio sucio y precio limpio

Todos los bonos excepto los bonos cupón cero acumulan interés diariamente y este es pagado en la siguiente fecha de pago de cupón. La ecuación (1) muestra el cupón acumulado.

$$CI = C \times \frac{\text{Días desde el último cupón}}{\text{Días entre fechas de cupón}} \quad (1)$$

El precio limpio es el valor presente de los flujos de efectivo del bono, quitando el cupón que

se ha acumulado desde la última fecha de pago de cupón. En la mayoría de mercados el precio es cotizado como precio limpio.

Precio limpio = Precio sucio – Cupón acumulado

El precio sucio o precio bruto es el precio que se paga realmente por un bono en el mercado (ver ecuación (2)), se calcula como el valor presente de los flujos de efectivo del bono, es decir, el valor presente de los cupones que quedan por pagar y del principal.

$$P_s = \sum_{n=1}^N \frac{C}{(1+y)^{n-1+w}} + \frac{M}{(1+y)^{n-1+w}} \quad (2)$$

En donde: $w = \frac{\text{Número de días entre la fecha de liquidación y la fecha del próximo pago de cupón}}{\text{Número de días entre fechas de pago de cupón}}$, y es

el rendimiento a vencimiento, N es el número de pagos de cupón que quedan por redimir y M es el valor principal del bono (generalmente 100 unidades de valor monetario).

4.3 Tasa spot

La tasa *spot* es la tasa de retorno en una inversión con un solo pago o flujo de efectivo, dicha tasa puede calcularse a partir de bonos cupón cero. Si existe un mercado suficientemente líquido de bonos cupón cero se puede construir una curva de rendimientos, sin embargo, en la mayoría de mercados de renta fija solo se encuentran bonos cupón cero para vencimientos inferiores a un año, a pesar de ello se puede estimar una curva de rendimientos cupón cero a partir de bonos con cupones.

4.4 Tasa forward

Un contrato *forward* es un tipo de instrumento financiero derivado en el que se acuerda realizar una transacción de un título financiero en una fecha futura (fecha de liquidación) a cambio de dinero, pero a un precio acordado hoy, la tasa de rendimiento derivada de esta transacción se denomina tasa *forward* o a futuro. Las tasas *forward* pueden ser derivadas a partir de la tasa *spot*, esta tasa es conocida como tasa *forward* implícita, porque están implícitas en las tasas *spot* actuales.

4.5 Curva de rendimientos

Describe la relación que existe entre rendimiento y tiempo al vencimiento en bonos de la misma clase. “Es muy importante que solo bonos de la misma clase de emisor o con el mismo grado de liquidez sean usados cuando se grafica la curva de rendimientos”(Choudhry, 2001). De este concepto se derivan diversas clases de curvas de rendimientos dependiendo del propósito para el que se construye y del rendimiento que se use.

4.5.1 Curva de rendimientos al vencimiento (YTM). Esta es la curva más utilizada porque el rendimiento al vencimiento es la medida usual del retorno en bonos. Para su cálculo se usa la ecuación (3) en donde C es la tasa cupón, F el pago final del bono (*face value*) y YTM el rendimiento al vencimiento, como se observa el YTM es igual para todas las fechas de pagos de cupones, por lo tanto, la curva obtenida no toma en cuenta las diversas configuraciones de bonos (bonos con variedad de valor de cupón) y descuenta cada pago al mismo rendimiento lo que para algunos propósitos la hace inadecuada.

$$P = \sum_{n=1}^N \frac{C}{(1 + YTM)^n} + \frac{F}{(1 + YTM)^n} \quad (3)$$

4.5.2 Curva de rendimientos cupón. Al igual que la anterior, aplica el rendimiento al vencimiento, pero esta vez en bonos con la misma configuración de cupones (igual valor de cupón e igual tiempo entre cupones) lo que permite quitar algunos problemas de la anterior curva, pero del mismo modo descuenta el cupón a uno y cinco años a la misma tasa y no toma en cuenta que generalmente la tasa de rendimiento de mercado varía para diferentes vencimientos debido al riesgo a plazo (*term risk*). Sumado a esto, según Choudhry (2001) no es usual encontrar bonos con la misma configuración de cupones para todos los vencimientos lo que hace a esta curva relativamente rara.

4.5.3 Curva de rendimientos par. En ocasiones en el mercado primario las nuevas emisiones se comercian a un valor par, igual valor o un poco por debajo del principal del bono, a partir de ellas se puede calcular una curva de rendimientos en donde el rendimiento al vencimiento sería igual a la tasa cupón.

4.5.4 Curva de rendimientos cupón cero (curva spot). Es la curva construida a partir de bonos sin cupones (cupón cero). Si se tiene un mercado líquido y amplio de bonos cupón cero se puede graficar los rendimientos de los bonos para construirla, sin embargo, en algunos casos los mercados no contienen suficiente cantidad de este tipo de bonos para todos los vencimientos, generalmente solo se emiten para vencimientos menores a un año. No obstante, se puede calcular una curva cero cupón hipotética a partir de los rendimientos al vencimiento de bonos con cupones calculando una función de descuento lo cual se explicará en la sección de la metodología.

4.6 Estructura temporal de los tipos de interés

La Estructura Temporal de los Tipos de Interés (ETTI) relaciona la tasa de rendimiento con el plazo de vencimiento de los bonos emitidos por el estado, también llamados bonos públicos, es decir, los bonos comercializados por el ministerio financiero o por el banco central de cada país. Desde el punto de vista de las finanzas el análisis de la ETTI permite la valoración de gran cantidad de activos financieros y la evaluación del riesgo debido a que carecen de riesgo de insolvencia y no tienen problemas de liquidez pues el mercado de estos instrumentos del estado es el más activo de cualquier país (Mascareñas, 2013). Aunque en ocasiones se refiere a la curva de rendimientos al vencimiento (YTM) en el mismo sentido que la estructura temporal de los tipos de interés esto no es correcto ya que el término ETTI debe ser reservado para la curva de rendimientos cero cupón o curva *spot* (Choudhry, 2001).

4.7 Evolución diferencial

Evolución diferencial (DE por sus siglas en inglés) es una heurística de búsqueda introducida por Storn y Price (1997), el algoritmo usa operaciones basadas en biología como la mutación, el cruce y la selección en una población para buscar el mínimo de una función durante una serie de generaciones.

En la figura 1 se muestran los pasos requeridos para el algoritmo de evolución diferencial, en primer lugar, el algoritmo crea np soluciones iniciales aleatorias $P_{j,i}^{(1)}$. Luego, en cada generación, produce np vectores de soluciones candidatas $P_{j,i}^{(0)}$ de longitud d (parámetros), esta población puede ser vista como una matriz de $np \times d$. Estas soluciones se computan para crear una nueva $P_{j,i}^{(v)}$ añadiendo a la primera solución P_{r_1} la diferencia, ponderada por el parámetro F , de otras dos

soluciones $P_{.,r_2}$ y $P_{.,r_3}$, todas escogidas aleatoriamente (r_1, r_2 y r_3). A continuación, se lleva a cabo un cruce con probabilidad CR entre la solución candidata $P_{.,i}^v$ y la solución existente $P_{.,i}^{(0)}$ para cada parámetro de la solución. Como paso final se evalúa si la solución $P_{.,i}^{(u)}$ es mejor que la solución $P_{.,i}^{(0)}$, de ser así, esta reemplaza a la otra; de lo contrario, la solución vieja se mantiene.

Pseudocódigo para evolución diferencial

```

1: Inicializar parámetros  $np, nG, F$  y  $CR$ 

2: Inicializar población  $P_{j,i}^{(1)}, j = 1, \dots, d, i = 1, \dots, np$ 

3: for  $k = 1$  to  $nG$  do

4:    $P^{(0)} = P^{(1)}$ 

5:   for  $i = 1$  to  $np$  do

6:     Generar  $r1, r2, r3 \in [1, \dots, np], r1 \neq r2 \neq r3 \neq i$ 

7:     Computar  $P_{.,i}^{(v)} = P_{.,r1}^{(0)} + F(P_{.,r2}^{(0)} - P_{.,r3}^{(0)})$ 

8:     for  $j = 1$  to  $np$  do

9:       if  $\omega < CR$  then  $P_{j,i}^{(u)} = P_{j,i}^{(v)}$  else  $P_{j,i}^{(u)} = P_{j,i}^{(0)}$ 

10:    end for

11:    if  $f(P_{.,i}^{(u)}) < f(P_{.,i}^{(0)})$  then  $P_{.,i}^{(1)} = P_{.,i}^{(u)}$  else  $P_{.,i}^{(1)} = P_{.,i}^{(0)}$ 

12:  end for

13: end for

```

Figura 1. Pseudocódigo para evolución diferencial. Algoritmo básico para el método de evolución diferencial. Adaptado de Gilli, M., & Schumann, E. (2012). Heuristic optimisation in financial modelling. *Annals of Operations Research*, 193(1), 129–158. <https://doi.org/10.1007/s10479-011-0862-y>.

4.8 Algoritmo de Newton-Raphson

A partir de un valor inicial x_0 este método de resolución numérica busca un cero en la función $f(x)$. En la ecuación (4) se presenta el algoritmo de Newton-Raphson, el valor sucesivo x_{n+1} es el punto en que la tangente a $f(x)$ corta el eje x. Para poder aplicar el método la función $f(x)$ debe ser derivable. Este algoritmo se utiliza para hallar el valor de los rendimientos al vencimiento estimados a partir del precio estimado con la tasa *spot*, con el fin de compararlos con los rendimientos teóricos, este cálculo se evidencia en el numeral 6.2.6.

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} \quad (4)$$

4.9 Normalidad

Este tipo de pruebas es importante para comprobar los supuestos de la ANOVA y de los tests de datos atípicos. Para comprobar si los datos se ajustan a una distribución normal existen distintos criterios, uno de ellos es la prueba de Jarque-Bera que contrasta la relación entre el valor de la asimetría S y la curtosis K (ver ecuación (5)) para un número de datos n , la hipótesis nula afirma que los datos están normalmente distribuidos. Si el p-valor del estadístico JB es mayor que 5% no es posible rechazar la hipótesis nula.

$$JB = \frac{n}{6} \left(S^2 + \frac{(K - 3)^2}{24} \right) \quad (5)$$

La prueba propuesta por Mardia está basada en la extensión de medidas de asimetría $\gamma_{1,p}$ y curtosis $\gamma_{2,p}$ para datos multivariados mostradas en la ecuación (6), en donde $m_{ij} = (x_i - \bar{x})' S^{-1} (x_j - \bar{x})$. El estadístico para simetría es $(n/6)\hat{\gamma}_{1,p}$ y el estadístico para curtosis es

$\hat{\gamma}_{2,p}$. Si el p-valor del estadístico es mayor que 5% no es posible rechazar la hipótesis nula de que los datos están distribuidos normalmente en el caso multivariado.

$$\hat{\gamma}_{1,p} = \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n m_{ij}^3 \quad y \quad \hat{\gamma}_{2,p} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n m_{ii}^2 \quad (6)$$

4.10 Datos atípicos

Para efectos del presente trabajo es importante determinar los datos atípicos, ya que este tipo de datos podrían dar lugar a curvas que no son representativas del mercado de renta fija, con formas inusuales y extremas. Un valor atípico es una observación que se desvía marcadamente del resto de datos de la muestra, pueden tener un efecto en medidas estadísticas como la media y en análisis de datos como la regresión. Con el fin de eliminarlos, existen diferentes métodos de los cuales “casi todos los criterios para atípicos están basados en una asumida subyacente población o distribución normal (Gaussiana)” (ASTM International, 2016, p. 2).

4.10.1 Detección de atípicos cuando no se cumple criterio de normalidad. Hubert y Van Der Veen (2008) proponen un método para identificar valores atípicos en datos asimétricos (no normales) y multivariados. En primer lugar, se calcula el valor de los bigotes para un gráfico de caja ajustado por asimetría (ver ecuación (7)),

$$[Q_1 - 1.5e^{-4MC} IQR, Q_3 + 1.5e^{3MC} IQR] \quad \text{if } MC > 0$$

$$[Q_1 - 1.5e^{-3MC} IQR, Q_3 + 1.5e^{4MC} IQR] \quad \text{if } MC < 0 \quad (7)$$

En donde MC significa *medcouple* que es una medida robusta de asimetría. Luego, modifican el criterio de Stahel y Donoho para aplicarlo en los casos en que la distribución de los datos es

asimétrica, este valor se calcula mediante la ecuación (8),

$$AO_i = AO^{(1)}(x_i, X_n) = \begin{cases} \frac{x_i - med(X_n)}{\omega_2 - med(X_n)} & \text{if } x_i > med(X_n) \\ \frac{med(X_n) - x_i}{med(X_n) - \omega_2} & \text{if } x_i < med(X_n) \end{cases} \quad (8)$$

En donde, ω_1 y ω_2 son los bigotes inferior y superior del diagrama de caja ajustado y AO_i se refiere a *adjusted outlyingness* (o atipicidad ajustada). Luego se evalúa este valor en diferentes direcciones aleatorias univariadas, las cuales son generadas como la dirección perpendicular al subespacio abarcado por p observaciones extraído al azar del conjunto de datos (Hubert y Van Der Veeken, 2008), finalmente el máximo valor encontrado en alguna de esas direcciones para el dato se toma como referencia para identificar si es un valor atípico o no.

4.11 Método de máxima verosimilitud

Bajo el supuesto de normalidad de las x del modelo, el método consiste en estimar los parámetros desconocidos de manera que la probabilidad de observar las “ x teóricas” sea la más alta (máxima) posible. Por consiguiente, se tiene que encontrar el máximo de la ecuación (9).

$$L(\mu, \sigma) = -\frac{n}{2} \log(2\pi\sigma^2) - \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2 \quad (9)$$

4.12 Criterio de información de Akaike

El método de máxima verosimilitud permite comparar dos modelos mediante la calidad del ajuste, pero no tiene en cuenta la complejidad de los modelos, el criterio de información de Akaike

sí tiene en cuenta este aspecto. Esta medida de contraste combina la teoría de máxima verosimilitud, información teórica y la entropía de la información, la ecuación (10) presenta el criterio de información de Akaike (AIC, por sus siglas en inglés), en donde K es el número de parámetros y $L(\mu, \sigma)$ es la máxima verosimilitud del modelo.

$$AIC = -2L(\mu, \sigma) + 2K \quad (10)$$

Este criterio tiene en cuenta la bondad de ajuste y las diferencias en el número de parámetros entre modelos. El mejor modelo es aquel con menor valor de AIC.

5. Datos

En este capítulo se especifica cómo se realizó la obtención, depuración y tratamiento de los datos de bonos de los países en estudio. En primer lugar, se realiza la descripción de los mercados de renta fija, luego se especifica cómo se obtuvieron los datos brutos, a continuación, se realiza una depuración de los datos y por último se eliminan los datos atípicos encontrados en las series de datos.

5.1 Descripción de los principales mercados de renta fija de Latinoamérica

Con el fin de realizar el tratamiento de los datos es importante conocer los mercados de renta fija, sus características y los tipos de instrumentos que se manejan. A continuación, se realiza una descripción de los mercados de renta fija de Brasil, Chile, Colombia y Perú.

5.1.1 Brasil. El Tesoro Nacional es el emisor de títulos públicos en Brasil en el mercado primario, a través de ofertas públicas competitivas en modalidad de subasta. Una vez emitidos los títulos pueden ser libremente negociados entre las partes, formando así el mercado secundario de títulos públicos, además, también posee tres sistemas de negociación electrónica, que son: el SISBEX (BMF y Bovespa), el Cetipnet (Cetip) y el E-Bond (Bloomberg), adicionalmente, el tesoro nacional tiene disponible un programa de venta de títulos a personas físicas llamado Tesouro Direto que permite a cualquier individuo adquirir y negociar títulos de deuda pública sin necesidad de acercarse a un banco de inversión u otros corredores de bolsa. Teniendo en cuenta los beneficios presentados por las plataformas electrónicas para el mercado de renta fija, como: mayor liquidez, transparencia, mejor fijación de precios, el banco central y el tesoro nacional incentivan la actuación en los mercados electrónicos presentando metas de negociación como requisito previo para la participación en operaciones especiales.

El depósito central de los títulos emitidos por el tesoro nacional es el SELIC (Sistema Especial de Liquidação e Custódia) gestionado por el Banco Central de Brasil y operado en conjunto con la ANBIMA (Associação Brasileira das Entidades dos Mercados Financeiro e de Capitais). El SELIC está encargado de la emisión, pago de cupones, rescate y custodia de los títulos públicos. Cabe señalar que todos los títulos son electrónicos, es decir, no se emiten físicamente.

En la tabla 2 se presentan los bonos públicos emitidos por el Tesoro Nacional de Brasil, los instrumentos NTN-F y LTN son bonos no indexados, el primero con cupones semestrales y el segundo de tipo cero cupón. Los títulos NTN-B son bonos públicos indexados al IPCA, índice de inflación calculado por IBGE (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística). El título LFT es indexado a la tasa Selic. Cabe señalar que, a diferencia de la mayoría de mercados internacionales,

en el mercado brasileño se utilizan días hábiles para la fijación de precios, por lo tanto, se toman años de 252 días.

Tabla 2

Principales características de los títulos emitidos por el tesoro nacional de Brasil

Título	Emisor	Indexador	Plazo de emisión	Pago del principal	Cupón	Tipo
LTN	Tesoro nacional	No hay	Hasta 4 años	Valor nominal	No tiene	Cupón cero
NTN - B	Tesoro nacional	IPCA	Hasta 40 años	Valor nominal por la variación del IPCA	6% anual, pagados semestralmente, por la variación del IPCA	Index-linked
NTN - F	Tesoro nacional	No hay	Hasta 10 años	Valor nominal	10% anual, pagados semestralmente	Tasa fija
LFT	Tesoro nacional	Selic	Hasta 5 años	Valor nominal por la variación del Selic	No tiene	Cero cupón, Index-linked
NTN - C	Tesoro nacional	IGP-M	Ya no se emiten en subastas regulares	Valor nominal por la variación del IGP-M	6% anual, pagados semestralmente	Index-linked

Nota. El IGP-M e IPCA son índices de precios al consumidor calculados por dos instituciones diferentes. La tasa Selic es calculada como la media ajustada de las operaciones a un día realizadas para títulos del estado. Adaptado de Tesouro Nacional. (2018). Títulos da Dívida Interna. Recuperado el 10 de abril de 2018, a partir de <http://www.tesouro.fazenda.gov.br/web/stn/titulos-da-divida-interna>.

5.1.2 Chile. Los bonos soberanos son emitidos por el Banco Central de Chile y la Tesorería de Chile a través de licitaciones públicas. El Banco Central actúa como agente fiscal, representando al estado en la colocación y administración de los bonos. La Bolsa de Santiago representa casi el 100% de participación en el mercado secundario (Bolsa de Comercio de Santiago, 2016), en el cual se distinguen diferentes modalidades de negociación: en el mercado bursátil a través de sistemas de remate electrónico y telerenta, y en el mercado extrabursátil mediante los mecanismos de OTC Tasas, Mercado de Puntas y Brokers los cuales se llevan a cabo directamente entre parte vendedora y compradora, en este tipo de transacciones la Bolsa de Santiago entrega la plataforma,

pero no tiene ninguna influencia en la forma como son estructuradas. Del mercado bursátil, la Bolsa de Santiago realiza diariamente ocho remates electrónicos, mayoritariamente en la mañana, cada remate dura 10 minutos. La telerenta es una plataforma en donde se negocian los títulos con poca liquidez, en ella se demandan y ofrecen posiciones específicas y continuas. En estos mercados operan los inversionistas institucionales como las AFP, compañías de seguro y fondos mutuos, y los bancos privados.

En la tabla 3 se presentan los bonos públicos de Chile, de los cuales el banco central emite los BCU, BCP, PRC y CERO y la Tesorería de Chile emite los BTU y BTP, aunque sean diferentes instituciones emisoras, representan al estado, por lo tanto teóricamente el riesgo de impago es nulo. Estos instrumentos corresponden a papeles físicos con vencimientos y montos específicos para cada una de la emisiones (D'Acuña, Godoy y Malandre, 2009).

Tabla 3

Principales características de los títulos emitidos por el banco central y el tesoro nacional de Chile

Título	Emisor	Indexador	Plazo de emisión	Pago del Principal	Cupón	Tipo de bono
PDBC	Banco Central de Chile	No hay	Hasta 5 años	Valor nominal	No tiene	Cupón cero
PRBC	Banco Central de Chile	Unidad de fomento	Hasta 5 años	Valor nominal por el valor de la UF	No tiene	Cupón cero, Index-linked
PTF	Banco Central de Chile	Unidad de fomento	De 1 a 15 años	Valor nominal	Semestralmente, un porcentaje fijo de la tasa TIP* quincenal 90 a 365 días	Tasa flotante
PRC	Banco Central de Chile	Unidad de fomento	De 4 a 20 años	Valor nominal multiplicado por el valor de la UF	Semestralmente en UFs, tasa anual fija	Index-linked

Título	Emisor	Indexador	Plazo de emisión	Pago del Principal	Cupón	Tipo de bono
PRD	Banco Central de Chile	Dólar de los EEUU	Mínimo 2 años	Valor nominal por el valor del dólar	Semestralmente en dólares, tasa anual fija	Index-linked
CERO**	Banco Central de Chile	Unidad de fomento, dólares	De 4 a 20 años, mínimo 2 años	Valor nominal por el valor de la UF o el dólar	No tiene	Cupón cero, Index-linked
BCP	Banco Central de Chile	No hay – título prefijado	Mínimo 1 año	Valor nominal	Semestralmente, tasa anual fija	Título prefijado
BCU	Banco Central de Chile	Unidad de fomento	Mínimo 1 año	Valor nominal por el valor de la UF	Semestralmente en UFs, tasa anual fija	Index-linked
BCD	Banco Central de Chile	Dólar de los EEUU	Mínimo 1 año	Valor nominal por el valor del dólar	Semestralmente, tasa anual fija	Index-linked
PRT	Tesorería General de la República de Chile	Unidad de fomento	No limitado	Valor nominal por el valor de la UF	Puede o no tener cupones dependiendo de los decretos de cada emisión	Index-linked
BTU	Tesorería General de la República de Chile	Unidad de fomento	10 y 20 años	Valor nominal por el valor de la UF	Semestralmente en UFs, 4.5% o 3% anual vencido	Index-linked
BTP	Tesorería General de la República de Chile	No hay	10 y 20 años	Valor nominal	Semestralmente, 6% o 3% anual vencido	Tasa fija

Nota. La unidad de fomento es un valor que se reajusta con la inflación, tiene el mismo uso que el UVR en Colombia. *TIP: Tasa de interés promedio mensual de las captaciones del sistema financiero entre 90 días y un año. **Bonos cupón cero, resultado de la disociación (*stripping*) de los pagos en los bonos PRC Y PRD. Adaptado con información extraída de Laval Zaldívar, J. S. (2005). *Características de los Instrumentos del Mercado Financiero Nacional*. Santiago, Chile: Banco Central de Chile.

5.1.3 Colombia. Los bonos de deuda pública son emitidos por el Ministerio de Hacienda y Crédito público y son administrados por el Banco de la república, en el mercado primario se colocan mediante subasta holandesa, en la cual el gobierno nacional define una tasa de corte y adjudica todas las ofertas cuya tasa sea menor o igual a esta. El mercado de deuda pública se implementó a partir de la constitución de 1991, que prohibía la financiación directa del estado a través del Banco de la República. En la actualidad, el mercado está constituido por los títulos de tesorería (TES) los cuales se emiten con el propósito de obtener recursos para el financiamiento del gasto público.

El mercado secundario está constituido por dos plataformas electrónicas: el Sistema Electrónico de Negociación (SEN) administrado por el Banco de la República y el Mercado Electrónico de Negociación (MEC) administrado por la Bolsa de Valores de Colombia. Adicionalmente, existe el mercado mostrador u Over the Counter (OTC) en donde generalmente se negocian los bonos de menor liquidez. Para acceder al mercado secundario se puede hacer de dos maneras: individualmente a través de un intermediario financiero autorizado por la Superintendencia Financiera de Colombia o colectivamente a través de fondos de inversión y fondos de pensiones voluntarias.

En 1997 fue implementado el programa creadores de mercado, inicialmente buscaba impulsar la negociación en el mercado primario, luego en 2003 el Ministerio de Hacienda y Crédito público modificó el programa para impulsar la liquidez de los títulos en el mercado secundario. Los creadores de mercado son agentes que se comprometen a realizar ofertas en las subastas primarias y a asegurar un mercado secundario ordenado, como contraprestación reciben ciertos privilegios como participar en subastas no competitivas, acceso a sistemas de negociación exclusivos,

designación como contraparte del banco central en operaciones de mercado abierto, y acceso a la realización de operaciones repo y operaciones de préstamos de valores con el banco central (Valderrama, Martínez, González y Ramírez, 2012).

En la tabla 4 se presentan los bonos públicos TES emitidos por el Ministerio de Hacienda y Tesoro Público y administrados por el Banco de la República.

Tabla 4

Principales características de los títulos emitidos por el banco central de Colombia

Título	Indexador	Plazo de emisión	Pago del principal	Cupón	Tipo de bono
TCO	No hay	Hasta 365 días	Valor nominal	No tiene	Cupón cero
TFI	No hay	De 1 a 16 años	Valor nominal	Anual, tasa convenida en la emisión	Tasa fija
TUV	Unidad de Valor Real (UVR)	De 2 a 20 años	Valor nominal por el valor de UVR vigente	Anual en UVRs, 3.30%, 3.75% o 4.75%	Index-linked
TDO	Dólar de los EEUU	Determinada en la emisión	Valor nominal por el valor de dólar vigente	Anualmente en dólares	Index-linked
TBV	Tasa variable IPC + %. Indexados al IPC	7, 10 y 15 años	Valor nominal	Anual, tasa variable IPC + %	Variable

Nota. El UVR es un valor reajutable por la inflación. Los cupones y el principal de los TES a tasa fija se pueden negociar en forma separada (*stripping*). Adaptado con información extraída de Banco de la República - Colombia. (2003). *Historia de cambios de mnemotécnicos en el SEN*. Bogotá, Colombia. Recuperado a partir de <http://www.banrep.gov.co/es/historia-cambios-sen> y Autoregulador del Mercado de Valores de Colombia. (2014). Todo lo que un inversionista debe saber sobre bonos. *Educación Financiera para Todos*, 5(6), 24.

5.1.4 Perú. El Ministerio de Economía y Finanzas (MEF) emite bonos públicos, en representación de la República de Perú, a través de la Dirección General de Endeudamiento y Tesoro Público (DGETP), además, el Banco Central de Reserva del Perú también emite bonos públicos llamados Certificados de Depósito (CD). La negociación en el mercado secundario se

realiza a través de 3 mecanismos centralizados de negociación: el Datatec, la Bolsa de Valores de Lima, y el GFI, asimismo, se realizan negociaciones a través del mercado Over The Counter (OTC). El mercado tiene a disposición un sistema electrónico de registro de valores administrado por CAVALI en él se custodian los instrumentos de deuda, además, se registran los portadores y las liquidaciones de negociaciones realizadas.

En 2003 mediante el decreto supremo N° 037-2003-EF (Presidencia de la República de Perú, 2003) se instauro el programa creadores de mercado que busca promover el desarrollo del mercado doméstico de deuda pública, en ella pueden participar empresas locales como: empresas de operaciones múltiple del sistema financiero, sociedades agentes de bolsa y banco de inversión; y empresas extranjeras como: bancos de primera categoría, incluidos en la lista que publica el Banco Central de Reserva del Perú y sociedades agentes de bolsa, o instituciones que realicen función similar.

En la tabla 5 se presentan los bonos públicos de Perú, de los cuales el Ministerio de Economía y finanzas emite los LTP y BTP, y el Banco Central de Reserva los CD, CDNR, CDV, CDR, CDLD-F y CDLD-V.

Tabla 5

Principales características de los títulos emitidos por el Banco Central de Reserva del Perú y el Ministerio de economía y finanzas

Título	Emisor	Indexador	Plazo de emisión	Reajustabilidad	Cupón	Tipo de bono
BTP	Ministerio de economía y finanzas	Título prefijado o indexado a la inflación (VAC)	A partir de 1 año	Valor nominal o valor nominal por el valor del VAC	Semestrales tasa convenida en la emisión	Tasa fija o index-linked
LTP	Ministerio de economía y finanzas	No hay	3, 6, 9 y 12 meses	Valor nominal	No tiene	Cupón cero
CD, CDNR	Banco Central de Reserva del Perú	No hay	Hasta 36 meses	Valor nominal	No tiene	Cupón cero
CDV	Banco Central de Reserva del Perú	TPM*	Hasta 36 meses	Valor nominal por la variación del TPM	No tiene	Cupón cero, Index-linked
CDR	Banco Central de Reserva del Perú	TC	Hasta 36 meses	Valor nominal por la variación del tipo de cambio promedio (TC)	No tiene	Cupón cero, Index-linked
CDLD-F	Banco Central de Reserva del Perú	Denominado en dólares	Hasta 36 meses	Valor nominal en dólares	No tiene	Cupón cero
CDLD-V	Banco Central de Reserva del Perú	Denominado en dólares a tasa variable	Hasta 36 meses	Valor nominal reajustado expresado en dólares	No tiene	Cero Cupón, Index-linked

Nota. EL VAC es un valor reajutable por la inflación. *Tasa de Política monetaria. Adaptado con información extraída Cerna, J. (2015). *Nota metodológica instrumentos del BCRP*. Perú: Banco Central de Reserva del Perú. Recuperado a partir de <http://www.bcrp.gob.pe/docs/Transparencia/Normas-Legales/Circulares/2015/nota-metodologica.pdf> y Ministerio de Economía y Finanzas. (s/f). Títulos del tesoro. Recuperado el 10 de abril de 2018, a partir de <https://www.mef.gob.pe/es/titulos-del-tesoro>

5.2 Descripción de los datos de entrada

En la presente investigación se utilizan como datos de entrada los correspondientes a los cierres

diarios de transacciones de bonos del estado en los principales mercados de Latinoamérica descritos anteriormente, durante el período comprendido entre 1999 y 2017, este período varía para cada país según la disponibilidad de los datos. En la tabla 6 se encuentran los países objeto de estudio, el período de datos disponible y las fuentes de información en donde se obtuvieron los datos. Para la aplicación de la metodología seleccionada, el cierre diario debe contener: rendimiento, fecha de vencimiento y la configuración de los cupones de cada uno de los bonos transados en el mercado secundario. En los apéndices A, B, C y D se encuentran los datos iniciales de Brasil, Chile, Colombia y Perú respectivamente.

Tabla 6

Principales mercados de renta fija en Latinoamérica.

País	Mercados de renta fija	Fuentes de información	Período de estudio
Brasil	Bolsa de valores de Sao Paulo (BM&FBOVESPA) Sistema especial de liquidación y custodia (Selic)	Selic – Banco central de Brasil	1999-2017
Chile	Bolsa de comercio de Santiago (BCS)	Bolsa de comercio de Santiago y Superintendencia de Pensiones de Chile	2001-2017
Colombia	Sistema electrónico de negociación (SEN)	SEN – Banco central de la república de Colombia (BCRP)	2002-2017
Perú	Bolsa de valores de Lima (BVL)	Superintendencia de Banca, Seguros y AFP República del Perú	2006-2017

Nota. La tabla contiene: los países que se estudian en este trabajo, los respectivos mercados en donde se negocian instrumentos de renta fija, las fuentes de información en donde se obtuvieron los datos necesarios para el estudio, y el intervalo de tiempo en el que se encontraron datos. Cabe señalar que en los países no se guardan los datos en una misma entidad, por ejemplo, el banco central de cada uno.

Con el fin de determinar la serie de bonos que se van a utilizar para la realización de este estudio, se tuvieron en cuenta los siguientes criterios:

1. Se omiten los bonos de tipo variable e indexado a la inflación o a cualquier otro índice.
2. Se omiten los bonos denominados en otra divisa que no fuera la del país estudio.
3. Se omiten los bonos que sufrieron una separación de cupones o *stripping*, cuyos cupones y principal se comercializan como bonos individuales.
4. En Chile y Perú se omiten los bonos que no tienen valor de mercado en el respectivo día de negociación, es decir, los bonos que no tienen operaciones de compra/venta ese día, cuyo rendimiento es calculado por la entidad encargada a partir del rendimiento del mismo bono en días anteriores.
5. En Chile para los bonos PDBC se convierte la tasa de interés simple mensual a tasa compuesta anualizada.

En donde del numeral 1 al 3 se pueden aplicar de forma simultánea a cada una de las series con el fin de depurar los datos, mientras que los demás criterios se aplican de forma separada luego de aplicar los anteriores criterios.

Con respecto a las economías de México y Argentina no se realiza el trabajo debido a la dificultad de acceso a los datos necesarios, y además en el caso de Argentina, presenta problemas económicos serios (*default 2001*) durante el período de estudio por lo que en ese año y en los siguientes el mercado de bonos públicos fue caótico, con pocos instrumentos negociados y con rendimientos fuera de lo común.

En el siguiente ítem se presentan detalladamente la forma en que se aplicaron los anteriores criterios.

5.3 Tratamiento de los datos

Con el fin de preparar los datos brutos obtenidos de las bases de datos para aplicar la metodología de Svensson, estos deben ser tratados país por país, tal como se describe a continuación.

En Brasil y Colombia, los datos inicialmente se presentan en un libro de Excel para cada día. Mediante macros de Excel todos los datos diarios se adicionan a un solo libro y se eliminan los registros de los bonos que no son adecuados para el estudio basados en los criterios enumerados anteriormente, luego, se compilan todos los datos en una hoja de cálculo con el fin de realizar las estimaciones exigidas por la metodología (Svensson, 1994). En el caso de Brasil se tienen los datos del precio, sin embargo, para el estudio es necesario obtener el valor del rendimiento que se estima de acuerdo a la ecuación (11), en consecuencia, con la función “buscar objetivo” de Excel y programación mediante macros se calcula el rendimiento al vencimiento de cada bono (TIR), el cual toma años de 252 días hábiles (estándar en Brasil) con el fin de traer a valor presente los flujos de caja de cada bono.

$$P = \sum_{i=1}^n \frac{C}{(1 + TIR)^{\frac{D_i}{252}}} + \frac{M}{(1 + TIR)^{\frac{D_n}{252}}} \quad (11)$$

En donde:

D_i =Días laborales entre la fecha de liquidación (incluida) y la fecha del flujo de caja (excluida)

$C = 1000 * (1,1^{0,5} - 1)$, en Brasil todos los bonos de tasa fija tienen el mismo cupón que se paga semestralmente

$M = 1000$, Valor final del bono

Por otro lado en Chile, los datos se encuentran en archivos PDF³, por esta razón, se convierte el archivo a Excel mediante un software de reconocimiento óptico de caracteres (OCR-Nuance Power PDF Advanced), para a continuación seguir con el mismo procedimiento descrito anteriormente para Brasil y Colombia. Debido a que los bonos a corto plazo (intermediación financiera) obtenidos para Chile no están anualizados (mensual simple), se convierten a compuesta anual a través de la ecuación (12), en donde D es el tiempo al vencimiento del bono.

$$TIR_{anual} = \left(1 + \left(\frac{TIR_{men_simple}}{30} \right) * D \right)^{\frac{365}{D}} - 1 \quad (12)$$

Por último, para el caso de Perú, se descargan los datos de la Superintendencia de Banca, Seguros y AFP de esta economía referencia bibliográfica fuente internet, en donde la compilación de los datos no registra mayores inconvenientes, ya que las series se pueden descargar en formato de Excel y período semestral, con el dato del rendimiento por día. A continuación, se aplican los mismos criterios utilizados en Brasil, Chile y Colombia.

En la tabla 7 se observan las características de las series de datos recopiladas para este trabajo. Se destaca de estas series, la gran cantidad de datos que se manejan que van desde 127,050 para Colombia hasta 731,773 para Perú, además de la variabilidad de los mercados en cuanto a madurez

³ Chile es el único país que presenta información pública en la página de la bolsa de valores de este país en formato PDF, lo cual genera problemas y fuentes de error al momento de migrar los datos a hojas de cálculo para ser procesados.

de los bonos y cantidad de bonos negociados por día. Existen contrastes, por ejemplo, en Chile hay un promedio de 17.22 bonos negociados por día, pero la madurez máxima promedio de los bonos es de apenas 11.54 años, en tanto que en Colombia y Perú con un promedio de 9.75 y 10.13 bonos por día respectivamente, tienen una madurez máxima de 12.72 y 30.60 años. Cabe señalar que Brasil tiene un bajo promedio de madurez máxima con 6.43 años. La diferencia en la madurez en los bonos se debe a las particularidades financieras de cada país y también a las configuraciones de los bonos, ya que en algunos casos los bonos de mayor madurez en años, son variables o indexados.

Tabla 7

Resumen estadístico preliminar de los datos utilizados en el presente estudio

País	Número de datos	Número de datos excluidos	Datos depurados	Datos promedio por día	Cantidad de títulos negociados	Madurez máxima promedio por día
Brasil	281,456	227,528	53,928	11.82	153	6.43 años
Chile	301,629	228,871	72,758	17.22	2,078	11.54 años
Colombia	127,050	89,076	37,974	9.75	228	12.72 años
Perú	731,773	705,030	26,743	10.13	856	30.60 años
Total	1,441,908	1,250,504	191,404	12.23*	3,315	15.32* años

Nota. *Datos promedio. El número de datos se refiere al total de datos en el período de tiempo de estudio para el respectivo país, el número de datos excluidos son los datos que se eliminaron de la serie por no ser adecuados para la investigación (bonos variables, indexados, repos); los datos por día son el promedio de bonos negociados por día, luego, la cantidad de títulos negociados representa el total de títulos diferentes que se negociaron en el período y la última columna es el promedio de los bonos de mayor vencimiento de cada día. Estos datos estadísticos se calcularon antes de quitar los datos erróneos (datos con rendimientos muy superiores).

5.4 Análisis estadístico preliminar de los datos

La tabla 8 muestra los resultados de aplicar las pruebas de normalidad univariada y multivariada a los datos recolectados de cada país, lo cual se realiza con el fin de evaluar la pertinencia de aplicar pruebas para datos atípicos que toman como supuesto la normalidad de los datos. En esta tabla la curtosis y el sesgo es alto en el caso de Brasil, Chile y Colombia, ya que para el caso de

una distribución normal estos valores deberían ser cercanos a 3 y 0 respectivamente lo que hace suponer que en estos casos existen valores atípicos, comportamientos que ratifican los resultados de los test de Jarque-Bera y Mardia.

Como se observa, con los resultados del p-valor de la prueba Jarque Bera se rechaza la hipótesis nula de que los datos de rendimiento (univariado) estén normalmente distribuidos e igual resultado se obtiene en el caso del p-valor mediante la prueba de Mardia para las series en donde se involucra tiempo al vencimiento, fecha de negociación y rendimiento (multivariado), por lo tanto, se concluye que los datos no se ajustan a una distribución normal ni en el caso univariado ni en el caso multivariado y por lo tanto se depuran las series tal como se describe en el numeral 5.5.

Tabla 8

Pruebas de normalidad

País	Sesgo	Curtosis	Estadístico de Jarque-Bera	Valor p	Valor P Prueba de Mardia
Brasil	222.41	50,782.45	5.79e+12	0%	0%
Chile	3.15	135.54	53,376,000	0%	0%
Colombia	1.11	11.77	129,400	0%	0%
Perú	-0.50	3.28	1,198.1	0%	0%

Nota. La prueba univariada (Jarque Bera) se aplica para el dato del rendimiento. La prueba multivariada se aplica para las variables de fecha de negociación, tiempo al vencimiento y rendimiento.

En la figura 2 se observa que los datos en todos los casos se aglomeran alrededor de la media, pero una de las colas tiene mayor concentración y es más alargada que la otra, en el caso de Brasil y Colombia es la derecha, y en el de Chile y Perú es la izquierda, esto puede ser debido a un mercado con mayor cantidad de emisiones a corto plazo (bajo rendimiento) en el caso de Chile y Perú y en el largo plazo (alto rendimiento) en el caso de Brasil y Colombia. También se puede analizar que los datos con menor curtosis y sesgo son los de Perú, el cual no tiene valores extremos tan alejados de la media como los otros casos.

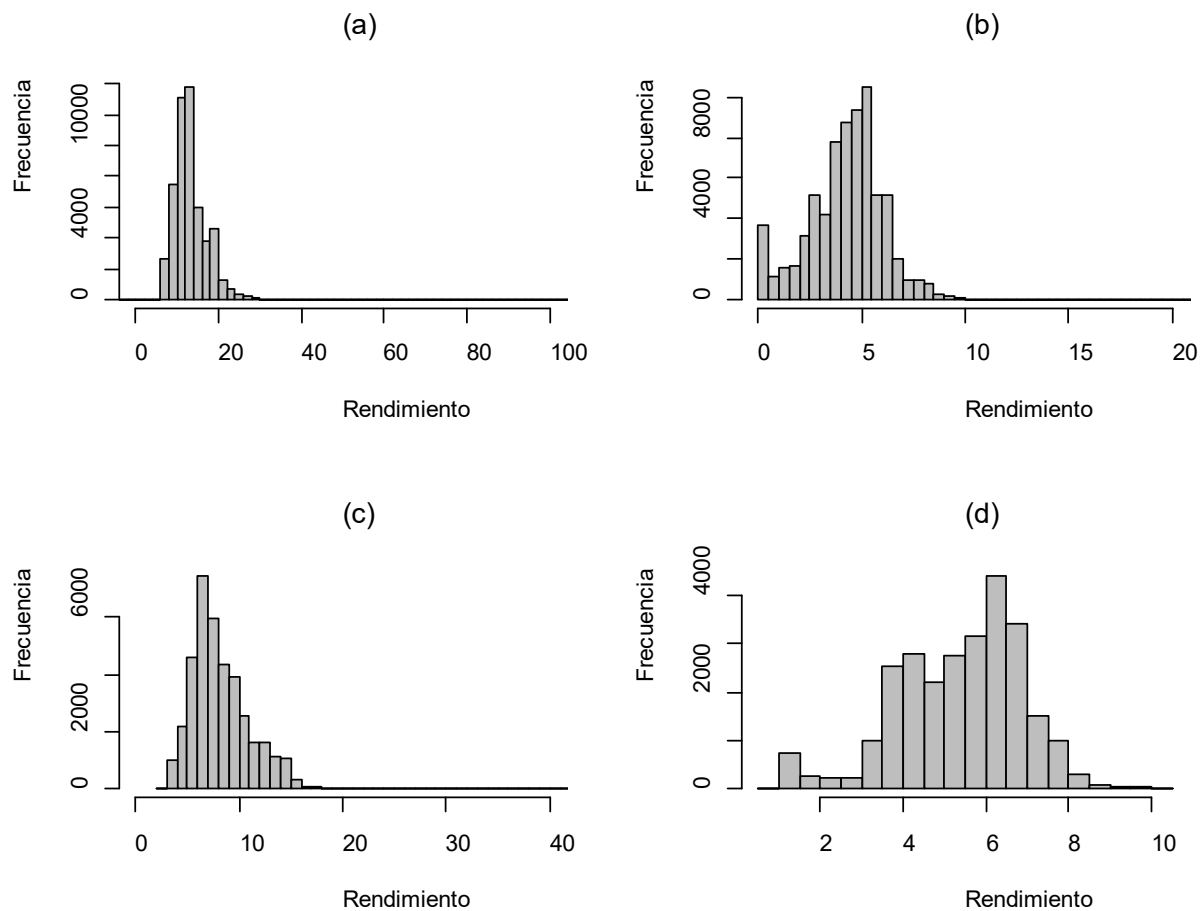


Figura 2. Histograma de los países estudio. (a) Brasil, (b) Chile, (c) Colombia y (d) Perú. En el caso de (a), (b) y (c) se cortó la gráfica en el lado derecho del eje x por los valores extremos positivos que están muy alejados del centro del histograma lo que distorsionaba la gráfica.

5.5 Selección y eliminación de datos atípicos

Como se demuestra en los anteriores test y gráficos, los datos no siguen una distribución normal por lo que la mayoría de pruebas para extraer datos atípicos univariados y multivariados no deben ser aplicadas. Por consiguiente, en este estudio se aplica la prueba para datos asimétricos y multivariados propuesta por Hubert y Van der Veen (2008). En la tabla 9 se presentan los resultados para los diferentes países, el porcentaje de corte se seleccionó variando su valor y analizando qué datos etiquetaba el método como atípicos, luego se comparan los datos en general

para discernir si tal valor era atípico en realidad o “simplemente era una manifestación extrema de la variabilidad inherente de los datos” (ASTM International, 2016). Brasil es el país con mayor cantidad de datos atípicos (39), observando de cerca estos registros, se puede notar que pareciera existir un problema de tratamiento de la información por parte del ente que se encarga del registro de estos datos, en muchos casos la causa del error se debe a un signo de puntuación erróneo (coma) hacia la izquierda o derecha, o también a que los datos de rendimiento mínimo, medio, máximo y último están intercambiados.

Tabla 9

Número de datos atípicos en los países estudio

País	Porcentaje de corte	Datos atípicos	Sesgo	Curtosis	P valor Jarque-Bera
Brasil	0.81	39	0.97	4.06	0%
Chile	0.97	28**	-0.32	3.15	0%
Colombia	0.86	1	0.77	3.13	0%
Perú	0.85	0	-0.50	3.28	0%

Nota. * Este valor es igual al anterior porque no se encontraron datos atípicos para el caso de Perú.

**Estudiando de cerca los datos atípicos de Chile se observó que en un día los datos provenientes de la Superintendencia de Pensiones y AFP se repite un rendimiento para un bono que sólo varía la fecha de vencimiento, el método detecta a 22 de estos datos como valores atípicos pero los otros se camuflan en la serie de datos, por lo tanto, estos datos se eliminan, en total se eliminan 27 datos adicionales a los 28 detectados.

Luego de eliminar los datos atípicos, los valores de curtosis y sesgo se acercan a los de una distribución normal, pero a pesar de ello según el p-valor de la prueba de Jarque Bera se rechaza la hipótesis nula de que las series se distribuyen normalmente para todos los casos. Sin embargo, tal como se aprecia en la figura 3, en donde se presentan las gráficas de los datos antes y después de la depuración para el caso de Brasil, de no haberse hecho la eliminación de los atípicos, se generarían ETTIs con formas inusuales y/o extremas. Resultados similares se encuentran para las economías de Chile y Colombia.

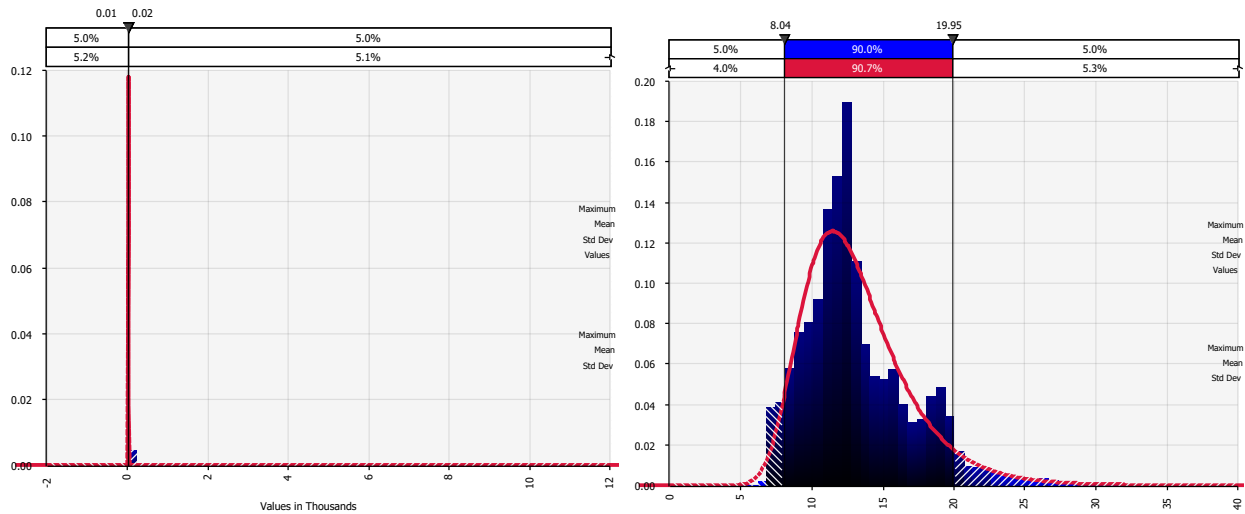


Figura 3. Ajuste de distribución mediante software @RISK para los datos de Brasil antes y después de la eliminación de datos atípicos

6. Metodología

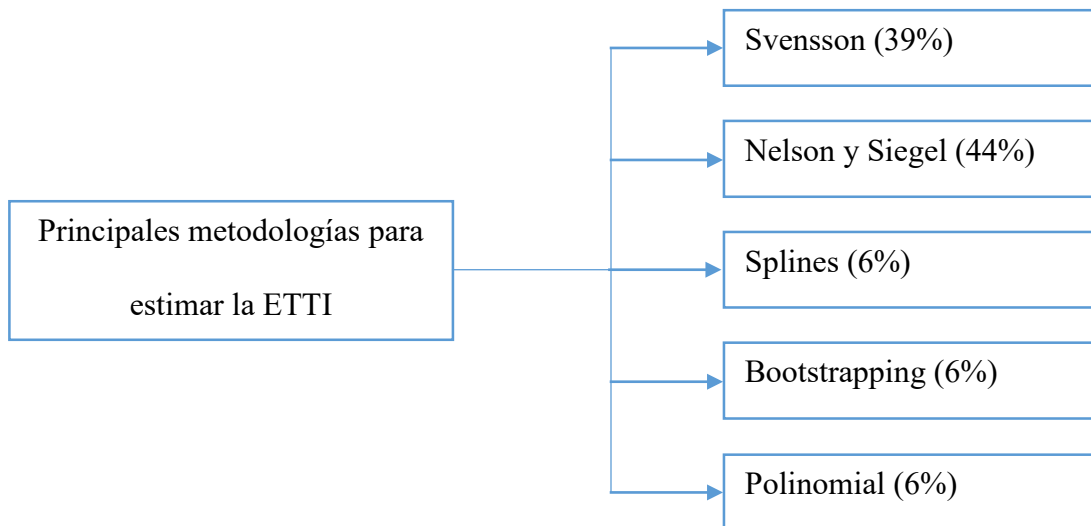


Figura 4. Metodologías para estimar la ETTI.

Según la revisión de la literatura desarrollada anteriormente, de las metodologías generalmente

utilizadas para la estimación de la estructura temporal de los tipos de interés de los bonos públicos, las que con mayor frecuencia se usan son las formas funcionales propuestas por Nelson y Siegel (1987) y Svensson (1994) con un 39% y 44% respectivamente (ver figura 4). En este trabajo de investigación se utiliza la propuesta por Svensson, teniendo en cuenta que según varios estudios (Kanjilal, 2013; Aljinović, Poklepović, y Katalinić, 2012; Pereda C., 2010; Svensson, 1994) consigue un mejor ajuste.

La metodología se basa en modelar una función de descuento (ver ecuación (15)) para cada fecha de negociación de los títulos públicos. En la figura 5 se describe mediante un diagrama de bloques las diferentes etapas que se siguen para estimar la curva de rendimientos mediante la metodología seleccionada.

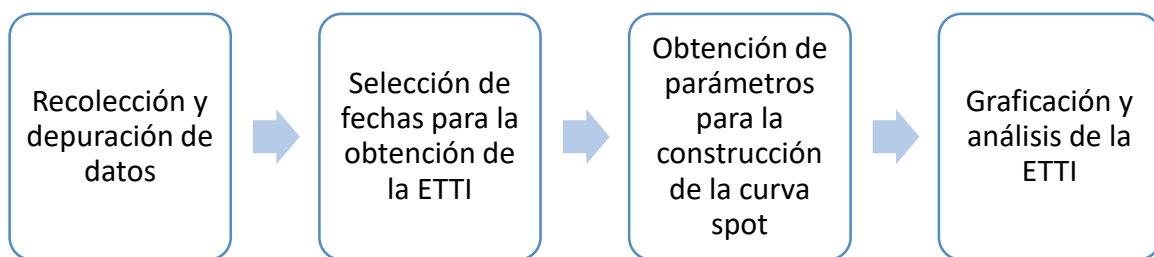


Figura 5. Metodología de la investigación.

La curva *spot* es ideal para evaluar diferentes mercados de bonos, ya que, si se comparan a través de la curva de rendimientos al vencimiento, se cometería un error debido a las diversas configuraciones de bonos con cupones existentes en los países. Según Schaefer (1977), la curva de rendimientos que muestra la YTM en bonos con cupón para diferentes vencimientos, son una estimación imprecisa de la estructura a plazos de los tipos de interés, ya que subestiman su verdadera pendiente. Este tipo de problema es evidenciado también por Chambers et al. (1984).

6.1 Selección de fechas.

A partir de los datos compilados, se selecciona un día por mes para cada país de 2000 a 2017 a partir de una ponderación de la cantidad de bonos negociada y el intervalo de vencimientos del respectivo día, a cada valor se le da un peso del 40% y 60% respectivamente, para su cálculo se toma el valor del día y se divide en el mayor valor encontrado de ese parámetro en el respectivo mes (ver ecuación (13)). La cantidad de bonos y el intervalo de vencimientos son parámetros importantes para que la curva de rendimientos sea una buena representación del mercado de renta fija de cada país. Finalmente, el día con mayor valor ponderado se toma como representación del respectivo mes.

$$n_{pond} = \frac{n_{día}}{n_{max.mes}} \quad IV_{pond} = \frac{IV_{día}}{IV_{max.mes}} \quad (13)$$

$$Pond = 0,6 * n_{pond} + 0,4 * IV_{pond}$$

Si se obtiene la misma valoración para diferentes fechas de negociación en el mes se toma el más cercano al día quince con el objetivo de que estén equidistantes y no queden días muy cercanos en meses contiguos.

6.2 Algoritmo para la estimación de los parámetros de la curva. En la codificación del algoritmo para la estimación de los parámetros y la construcción de las curvas se recurre a R el cual es un lenguaje de programación muy potente que se utiliza principalmente para la estadística computacional y la generación de gráficas (R Core Team, 2017). El presente algoritmo tiene

como datos de entrada para cada fecha de negociación los vencimientos, los cupones y el rendimiento al vencimiento de cada uno de los bonos transados en esa fecha.

6.2.1 Matriz de cupones y vencimientos. En primer lugar, el algoritmo construye una matriz de cupones, cuyo número de filas es igual a la cantidad de bonos y el número de columnas es igual a la cantidad de cupones del bono con mayor vencimiento, cada fila contiene todos los pagos de cupón que le hacen falta al bono, incluyendo el último cupón sumado con el valor principal, para cada bono negociado y una segunda matriz de vencimientos con las mismas dimensiones que la anterior con los tiempos al vencimiento para cada fecha de pago de cupón (ver figura 6). En el apéndice E se presenta el código en R utilizado para construir la matriz de cupones y vencimientos.

100	0	0	0	0	0	0.538	99.99	99.99	99.99	99.99	99.99
100	0	0	0	0	0	0.963	99.99	99.99	99.99	99.99	99.99
11	11	111	0	0	0	0.630	1.630	2.630	99.99	99.99	99.99
10.25	10.25	10.25	110.25	0	0	0.919	1.919	2.919	3.919	99.99	99.99
13	13	13	13	13	113	0.030	1.030	2.030	3.030	4.030	5.030

Figura 6. Ejemplo de matriz de cupones y vencimientos.

6.2.2 Generación de valores aleatorios. El algoritmo de evolución diferencial genera como población inicial una familia de valores aleatorios acotados entre un valor mínimo de (0, -15, -30, 0, -30, 2.5) y máximo de (15, 30, 30, 2.5, 30, 5) definidos por M. Gilli, Große y Schumann (2010) para el conjunto de parámetros $b(\beta_0, \beta_1, \beta_2, \tau_1, \beta_3, \tau_2)$.

6.2.3 Evaluación de la tasa spot. Para cada conjunto de valores aleatorios b generados se calcula la tasa *spot* tomando la forma funcional propuesta por Svensson (1994) presente en la ecuación (14), en donde m es la matriz de vencimientos del numeral 6.2.1.

$$\begin{aligned}
 i(m; b) = & \beta_0 + \beta_1 \left(\frac{1 - e^{-\frac{m}{\tau_1}}}{\frac{m}{\tau_1}} \right) + \beta_2 \left(\frac{1 - e^{-\frac{m}{\tau_1}}}{\frac{m}{\tau_1}} - e^{-\frac{m}{\tau_1}} \right) \\
 & + \beta_3 \left(\frac{1 - e^{-\frac{m}{\tau_2}}}{\frac{m}{\tau_2}} - e^{-\frac{m}{\tau_2}} \right)
 \end{aligned} \tag{14}$$

6.2.4 Calcular la función de descuento. Se calcula así mismo la función de descuento $d(m; b)$ mostrada en la ecuación (15), a partir de las tasas *spot* halladas. La función de descuento es el precio de un bono cupón cero que paga una unidad de valor monetario (pesos, reales, etc.) en el tiempo al vencimiento m .

$$d(m; b) = e^{-\frac{i(m; b)}{100}m} \tag{15}$$

6.2.5 Cálculo del valor presente. Luego, se calcula el valor presente estimado (P_{est}) presentado en la ecuación (16) con la función de descuento para un conjunto de parámetros b dados.

$$P_{est}(t, t + m) = \sum_{k=1}^m cd(t, t + k) + 100d(t, t + m) \tag{16}$$

6.2.6 Estimación de la YTM. A partir de los precios $P_{est}(t, t + m)$ hallados anteriormente se calcula el rendimiento al vencimiento (YTM) $y_{est}(t, t + m)$ para cada tiempo al vencimiento con la ecuación (17), utilizando para este propósito el algoritmo iterativo de Newton-Raphson mostrado en la ecuación (18), en donde p_{obs} es el precio calculado con los rendimientos de los bonos negociados el respectivo día (y_{obs}).

$$P_{est}(t, t + m) = \sum_{k=1}^m \frac{c}{\left(1 + \frac{y_{est}(t, t + m)}{100}\right)^k} + \frac{100}{\left(1 + \frac{y_{est}(t, t + m)}{100}\right)^m} \quad (17)$$

$$y_{n+1} = y_n + \frac{p_{est} - p_{obs}}{\frac{d(p_{est} - p_{obs})}{dy}} \quad (18)$$

6.2.7 Máxima verosimilitud. Luego se calcula la verosimilitud logarítmica de la YTM estimada en el punto anterior como se presenta en la ecuación (9), en donde n es igual a 1, $\mu = y_{obs}$ es el rendimiento al vencimiento de los bonos extraída de los datos de negociación y $x_i = y_{est}$ es la YTM calculada en el numeral 6.2.6.

Este valor se calcula para cada uno de los rendimientos de los bonos negociados en el respectivo día. El valor a minimizar con el algoritmo de evolución diferencial es el negativo de la suma de los valores de la función de verosimilitud para cada y_{est} . En el apéndice F se describe el código en R utilizado para la estimación de la tasa *spot*, la función de descuento, los precios teóricos y estimados, y la máxima verosimilitud de la estimación.

6.2.8 Optimización de la función objetivo mediante la heurística evolución diferencial. La función objetivo es minimizada con la heurística evolución diferencial. “Evolución diferencial (DE) es una heurística de optimización basada en población propuesta por Storn y Price (1997)” (Schumann, 2017a). Esta heurística genera inicialmente de forma aleatoria np vectores de longitud 6 (individuos). En cada generación nuevas soluciones son creadas y evaluadas, las mejores soluciones reemplazan a las anteriores, se combinan y mutan con el objetivo de alcanzar la mejor solución posible. Como lo evidencian Gilli, Große, y Schumann (2010), este método de solución es adecuado para la forma funcional de Svensson, puesto que la cantidad de parámetros generan

una superficie de solución que no es convexa y con múltiples óptimos locales. En el trabajo de Svensson la solución se halla mediante el método de máxima verosimilitud, el cual, requiere unos valores iniciales aproximados a la solución que permita al algoritmo converger. En este trabajo se utilizará una combinación de ambos mediante el uso del algoritmo de evolución diferencial para generar y probar la población, pero cuya función a minimizar será el negativo de la función de verosimilitud expuesta anteriormente. El código en R utilizado para el algoritmo de evolución diferencial se presenta en el apéndice G.

6.2.9 Tasa forward. La tasa *forward* instantánea implícita es la derivada de la tasa *spot*, en la ecuación (19) m denota la fecha de liquidación del contrato *forward*.

$$f(m; b) = \beta_0 + \beta_1 e^{-\frac{m}{\tau_1}} + \beta_2 \frac{m}{\tau_1} e^{-\frac{m}{\tau_1}} + \beta_3 \frac{m}{\tau_2} e^{-\frac{m}{\tau_2}} \quad (19)$$

6.2.10 Modelo para la tasa spot de Nelson y Siegel. Con el fin de comparar las estimaciones realizadas mediante la forma funcional de Svensson y la forma funcional de Nelson y Siegel, en la ecuación (20) se presenta la función propuesta por este último para la tasa spot; se observa que tiene cuatro parámetros $b(\beta_0, \beta_1, \beta_2, \tau_1)$, es decir dos menos que la forma funcional propuesta por Svensson.

$$i(m; b) = \beta_0 + \beta_1 \left(\frac{1 - e^{-\frac{m}{\tau_1}}}{\frac{m}{\tau_1}} \right) + \beta_2 \left(\frac{1 - e^{-\frac{m}{\tau_1}}}{\frac{m}{\tau_1}} - e^{-\frac{m}{\tau_1}} \right) \quad (20)$$

6.3 Análisis de la estructura temporal de los tipos de interés

Con el fin de observar el comportamiento de la ETTI a través del período total de estudio, se calcula para cada día seleccionado los parámetros $b(\beta_0, \beta_1, \beta_2, \tau_1, \beta_3, \tau_2)$ que minimizan el

negativos de la función de verosimilitud (ecuación (9)) mediante la metaheurística de evolución diferencial. A partir de la ecuación (14) se genera una gráfica 3D para cada país con los datos de mes/año de negociación en el eje x, tiempo al vencimiento en el eje y, y tasa *spot* en el eje z. Posteriormente se realiza un análisis empírico preliminar de la forma y nivel de la curva en 3D para cada país y su evolución en el tiempo.

Con el fin de analizar el efecto que tiene la crisis de octubre de 2008 (Pérez, 2008), se grafica la curva *spot* para el período de precrisis escogiendo los meses de julio, agosto, octubre y diciembre de 2008 y luego se grafica el período de postcrisis en las fechas de diciembre de 2008, febrero de 2009, abril de 2009, junio de 2009, diciembre de 2009 y junio de 2010.

Luego se estudia cómo la política monetaria afecta a la estructura temporal graficando para cada país las series temporales de las tasas *forward* instantánea para liquidación a 6 meses, 1 año, 2 años, 5 años y 10 años y la tasa de política monetaria, además se grafica la tasa de cambio respecto al dólar para observar cómo influyó la caída de los precios del petróleo.

Para comparar los mercados de renta fija se grafican las series de tasas *spot* con liquidación y vencimientos de 2, 5 y 10 años de los diferentes países durante el período de 2000 a 2017.

7. Calibración de parámetros del algoritmo de Evolución Diferencial

Se lleva a cabo un proceso de calibración del modelo de Evolución Diferencial con el objetivo de obtener mejores resultados, en este proceso se estudian los parámetros que tienen un efecto

significativo y la combinación de niveles de los factores con que se obtiene el mejor resultado en la salida de la función objetivo. Los parámetros del algoritmo estudiados son: la probabilidad de cruce (CR), el tamaño del paso (F), el tamaño de la población (nP) y el número de generaciones (nG).

Para este fin se crea un diseño factorial 3^k de 4 factores con 3 réplicas para cada tratamiento, lo cual representa 243 corridas. El diseño se aplica a cada uno de los cuatro países en estudio para lograr el mejor resultado de máxima verosimilitud y por lo tanto el mejor ajuste en la estructura temporal para el modelo aplicado en cada caso.

Para determinar los niveles de los factores se toman como referencia los utilizados por Schumann (2017b) quien tomó valores de: CR = 0.99, F = 0.5, nP = 100 y nG = 500. Los niveles establecidos se observan en la tabla 10, se toma el valor de CR = 0.99 como nivel máximo, 0.7 como intermedio y 0.5 como bajo; en el caso de F, se toma el valor de 0.5 como nivel intermedio, 0.7 como nivel alto y 0.3 como nivel bajo; por último, en los casos de nP y nG se establece 100 como nivel bajo, 500 como nivel intermedio y 1000 como nivel alto.

Tabla 10
Factores y niveles del diseño experimental 3^k de 4 factores

Factor	Nivel bajo	Nivel intermedio	Nivel alto
nP	100	500	1000
nG	100	500	1000
F	0.3	0.5	0.7
CR	0.5	0.7	0.99

El análisis de varianza ANOVA requiere que los residuos estén normalmente distribuidos, que halla independencia y que se cumpla la igualdad de varianzas (homoscedasticidad) en los datos. Se lleva a cabo la prueba de Levene de igualdad de varianzas para comprobar el supuesto de homoscedasticidad en los datos. Las hipótesis que se analizan con esta prueba son:

$$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \dots = \sigma_k^2$$

H_1 : existe al menos una varianza diferente

Tabla 11

Resultados de la prueba de Levene para los países en estudio

	Estadístico de prueba	Valor p
Brasil	1.14	0.239
Chile	0.74	0.936
Colombia	1.06	0.370
Perú	0.78	0,891

En la tabla 11 se presentan los resultados de la prueba de Levene para cada uno de los países estudio. Se observa que para todos los países el valor p es mayor que el valor de significancia de 5%, por lo tanto, no hay suficiente evidencia para rechazar la hipótesis nula y se infiere que se cumple el supuesto de igualdad de varianzas.

A continuación, se presenta el análisis factorial para cada país objeto de estudio.

7.1 Análisis factorial para Brasil

En la figura 7 se muestra el gráfico de probabilidad normal de los residuos resultantes de la regresión de la ANOVA, que muestra como resultado un comportamiento no gaussiano de los datos, ya que varios puntos están alejados de la línea de tendencia (línea roja). Mediante la prueba de Anderson Darling se obtiene un p-valor menor que el nivel de significancia de 5%, por lo tanto, se rechaza la hipótesis nula de normalidad de los residuos. El proceso de estimación mediante el algoritmo de evolución diferencial garantiza la independencia de los datos porque se parte de una población de soluciones iniciales aleatorias, además, no se perciben tendencias ni patrones en el gráfico de residuos vs orden (ver figura 7). Como los residuos no se distribuyen normalmente, no es aconsejable utilizar la ANOVA para realizar el análisis factorial que busca determinar los niveles de los parámetros con los que se obtienen mejores resultados, por lo cual, se utiliza la

prueba no paramétrica de Kruskal Wallis para igualdad de medianas.

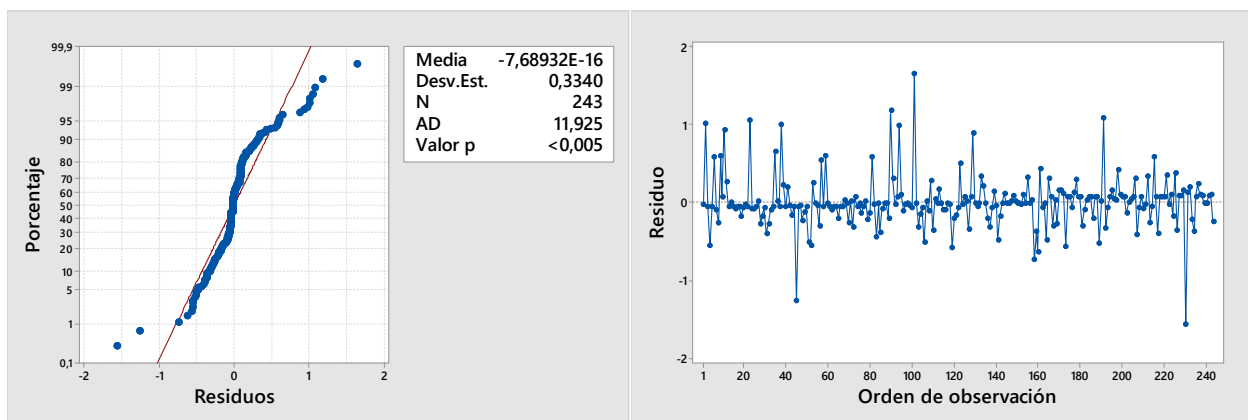


Figura 7. Gráfico de probabilidad normal y residuos vs orden para Brasil

Al no cumplirse el supuesto de normalidad en los residuos no se puede utilizar el promedio como medida de tendencia central, por lo tanto, se requiere un estimador más robusto para esta medida, en el caso de la prueba de Kruskal Wallis se utiliza la mediana como medida de tendencia central. Las hipótesis que presenta esta prueba son las siguientes:

$$H_0: \text{Todas las medianas son iguales}$$

$$H_1: \text{Al menos una de las medianas es diferente}$$

La tabla 12 presenta los resultados de la prueba de Kruskal Wallis para cada tratamiento, se observa que los cuatro parámetros tienen un p-valor menor al nivel de significancia de 5%, por lo tanto se rechaza la hipótesis nula de que las medianas de los niveles en cada tratamiento son iguales.

Tabla 12

Prueba de Kruskal Wallis para Brasil

Parámetro	Grados de libertad	Estadístico H	Valor p
nP	2	8.43	0.015
nG	2	75,6	0

F	2	38.33	0
CR	2	21.62	0

La prueba no paramétrica de Kruskal Wallis no muestra entre qué niveles de los tratamientos hay diferencia significativa, para este propósito se aplica a posteriori la prueba de Mann Whitney para realizar comparaciones múltiples entre los niveles de los factores. Cada vez que se realiza una comparación entre dos niveles existe la posibilidad de cometer el error tipo I, es decir, rechazar la hipótesis nula cuando es verdadera. A medida que aumenta el número de comparaciones también lo hace la probabilidad de rechazar la hipótesis nula en alguno de los grupos, aunque no existan diferencias reales. Con el fin de afrontar este problema, Bonferroni plantea una adaptación del nivel de significancia para comparaciones múltiples, este valor debe ser igual al nivel de significancia seleccionado por familia dividido entre el número total de comparaciones a realizar $\alpha = \alpha/nc$, así mismo el número de comparaciones se halla con la ecuación (21), en donde k es el número de niveles en cada tratamiento, por lo tanto: $k = 3$ y $nc = 3$.

$$nc = \frac{k(k - 1)}{2} \quad (21)$$

En la tabla 13, se observan las comparaciones múltiples mediante la prueba de Mann Whitney. Cuando el estadístico W tiene un valor p menor al nivel de significancia de 0.0167 se rechaza la hipótesis nula de igualdad de medianas, por lo tanto el α de Bonferroni provee una exigencia mayor para rechazar la hipótesis nula. Se observa que en el caso del parámetro nP solo la mediana del nivel bajo (100) y alto (1,000) son significativamente diferentes, en el caso de nG hay diferencias significativas entre el nivel bajo (100) y los niveles: intermedio (500) y alto (1,000), para F hay diferencias entre el nivel alto (0.7) y los niveles: intermedio (0.5) y bajo (0.3), por último, en el caso del parámetro CR , hay diferencias significativas entre el nivel alto (0.99) y los

niveles: intermedio (0.7) y bajo (0.5).

Teniendo en cuenta que el objetivo del algoritmo de Evolución Diferencial es obtener el valor de Máxima Verosimilitud (MV) y observando la figura 8 y la figura 9, se puede concluir que en el caso del parámetro nP se debe establecer en 1,000 porque es significativamente diferente a el valor obtenido de MV con nP = 100, para nG el valor se debe establecer en 1,000 teniendo en cuenta que aunque el valor de MV de 500 también es significativamente diferente a 100 este produce un mayor tiempo para correr el algoritmo, en el caso del parámetro F según la prueba de Mann Whitney es indiferente elegir entre el valor de 0.3 y de 0.5 pero el valor de 0.3 produce un menor tiempo de ejecución por lo tanto es el elegido, para el caso de CR, se establece 0.99 ya que produce un mayor valor de máxima verosimilitud y es significativamente diferente que 0.5 y 0.7, además, produce un menor tiempo de ejecución.

Tabla 13

Prueba de Mann Whitney entre niveles de los tratamientos para Brasil

Tratamiento	Comparación	W	Diferencia de medianas	Intervalo de confianza		Valor P
				Límite inferior	Límite superior	
nP	100 vs 500	6,001	-0.0345	-0.1263	0.004	0.044
	100 vs 1,000	5,760	-0.0505	-0.1412	-0.0026	0.005*
	500 vs 1,000	6,364	-0,0056	-0,0937	0,0383	0.427
nG	100 vs 500	4,700	-0.6436	-0.8452	-0.2897	0*
	100 vs 1,000	4,152	-0.7503	-0.9235	-0.5497	0*
	500 vs 1,000	5,907	-0.0213	-0.1096	0.0003	0.02
F	0.3 vs 0.5	6,730	0.0029	-0.0082	0.0756	0.668
	0.3 vs 0.7	8,424	0.4253	0.1263	0.7727	0*
	0.5 vs 0.7	7,949	0.2633	0.1035	0.5733	0*
CR	0.5 vs 0.7	6,131	-0.0458	-0.1658	0.0548	0.115
	0.5 vs 0.99	5,320	-0.1072	-0.2921	-0.0463	0*
	0.7 vs 0.99	5,584	-0.0296	-0.1182	-0.0038	0.001*

Nota. *Valor menor que el nivel de significancia de 0.0167.

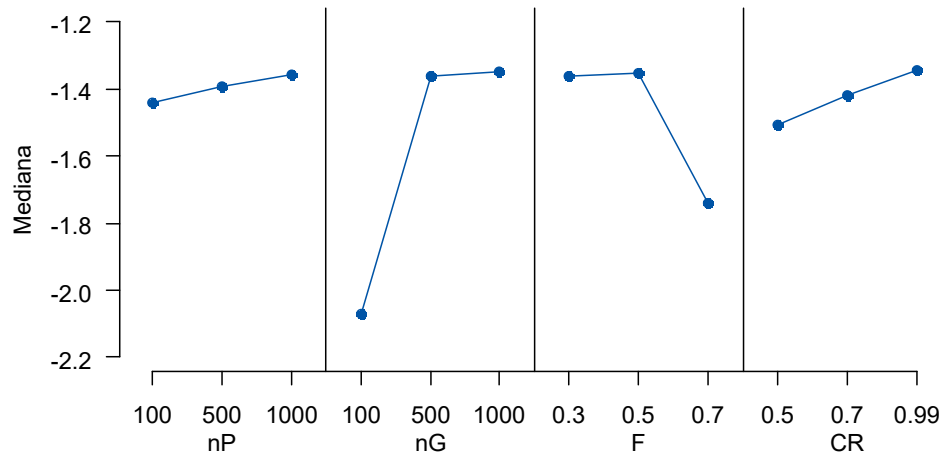


Figura 8. Gráfico de efectos principales para Máxima Verosimilitud en Brasil

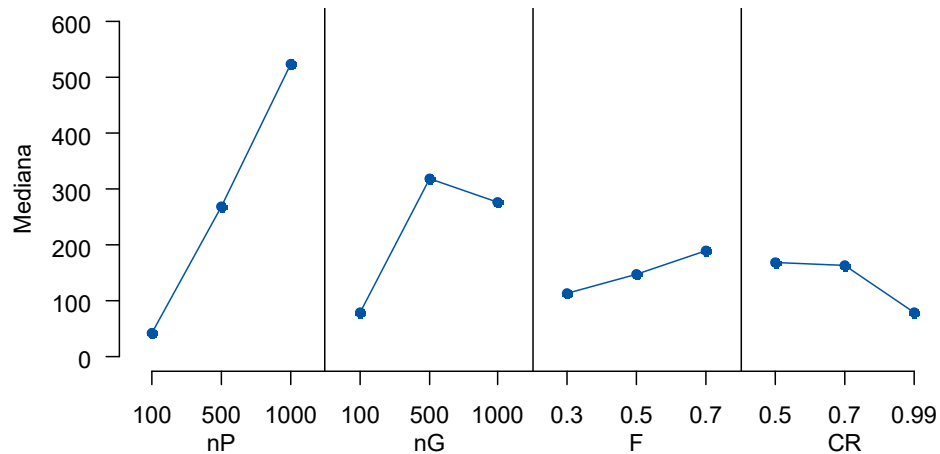


Figura 9. Gráfico de efectos principales para el tiempo de ejecución en Brasil

7.2 Análisis factorial para Chile

En la figura 10 el gráfico de probabilidad normal nuevamente muestra un comportamiento que se comprueba con la prueba de Anderson Darling, en donde se obtiene un valor p menor que el nivel de significancia de 5%, por lo tanto se rechaza la hipótesis nula de normalidad de los residuos, además no se observan tendencias ni patrones en la gráfica de residuos vs orden.

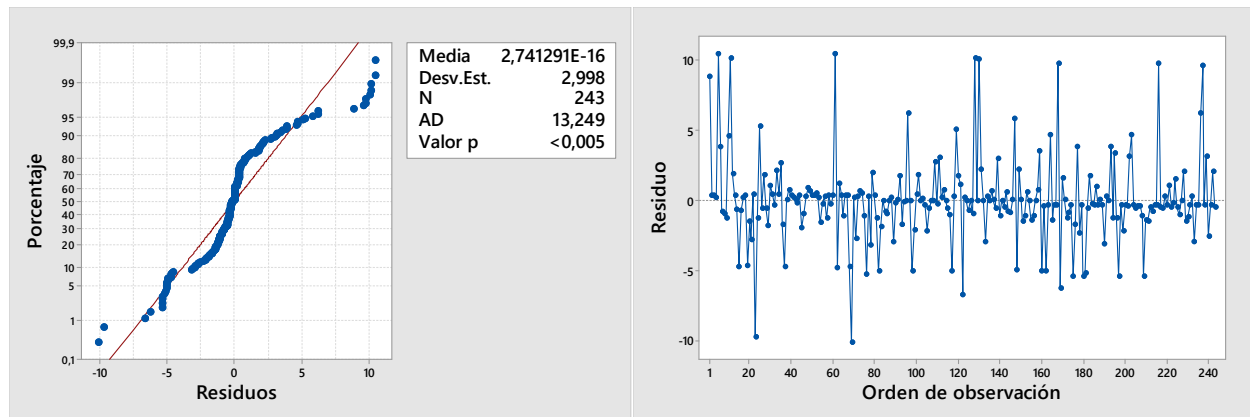


Figura 10. Gráfico de probabilidad normal y residuos vs orden para Chile

Al no cumplirse el supuesto de normalidad se realiza la prueba de Kruskal Wallis para comprobar si hay diferencia entre las medianas de los datos. En la tabla 14 se presentan los resultados de esta prueba para cada tratamiento, se observa que los parámetros nP, nG y F presentan un valor p menor al nivel de significancia de 5%, mientras que el parámetro CR presenta un valor p mayor que este, por lo tanto se rechaza la hipótesis nula de que las medianas de los niveles son iguales para los parámetros nP, nG y F, y para el parámetro CR no hay evidencia suficiente para rechazar la hipótesis nula de igualdad de medianas.

Tabla 14

Prueba de Kruskal Wallis para Chile

Parámetro	Grados de libertad	Estadístico H	Valor p
nP	2	38.72	0
nG	2	68.78	0
F	2	29.98	0
CR	2	3.89	0.143

Se aplica la prueba de Mann Whitney para realizar comparaciones múltiples entre los niveles de los parámetros nP, nG y F con un nivel de significancia de Bonferroni de 0.0167. De la tabla 15 se infiere que en el caso del parámetro nP todas las medianas son significativamente diferentes, en el caso de nG hay diferencias significativas entre el nivel bajo (100) y los niveles: intermedio (500) y alto (1,000), para F hay diferencias entre el nivel alto (0.7) y los niveles: intermedio (0.5)

y bajo (0.3).

Tabla 15

Prueba de Mann Whitney entre niveles de los tratamientos para Chile

Tratamiento	Comparación	W	Diferencia de medianas	Intervalo de confianza		Valor P
				Límite inferior	Límite superior	
nP	100 vs 500	5355	-0.5142	-1.3505	-0.0229	0*
	100 vs 1,000	4868	-2.6628	-5.2439	-0.9499	0*
	500 vs 1,000	5802	-0.9545	-3.2893	-0.0003	0.007*
nG	100 vs 500	4600	-1.6694	-3.3765	-0.9108	0*
	100 vs 1,000	4361	-2.8421	-5.9586	-1.3673	0*
	500 vs 1,000	6203	-0.0954	-1.2741	0.0271	0.182
F	0.3 vs 0.5	7238	0.3632	-0.0003	1.9358	0.033
	0.3 vs 0.7	8214	1.4947	0.5873	3.7026	0*
	0.5 vs 0.7	7599	0.6468	0.0962	1.3893	0.001*

Nota. *Valor menor que el nivel de significancia de 0.0167.

Teniendo en cuenta que el objetivo del algoritmo de Evolución Diferencial es obtener el valor de Máxima Verosimilitud (MV) y observando la figura 11 y figura 12, se puede concluir que en el caso del parámetro nP todas las medianas son significativamente diferentes por lo tanto se establece nP en 1,000 que obtiene un mayor valor de MV, para nG el valor se debe establecer en 1,000 teniendo en cuenta que aunque el valor de MV de 500 también es significativamente diferente a 100, este produce un mayor tiempo para correr el algoritmo, en el caso del parámetro F se elige el valor de 0.3 que es significativamente diferente a 0.7 y produce un menor tiempo de ejecución que 0.5, para el caso de CR la prueba de Kruskal Wallis no muestra evidencia suficiente para rechazar la hipótesis de igualdad de medianas entre los niveles de los parámetros, pero en la figura 12 se observa que el valor de 0.99 obtiene un menor valor de tiempo de ejecución.

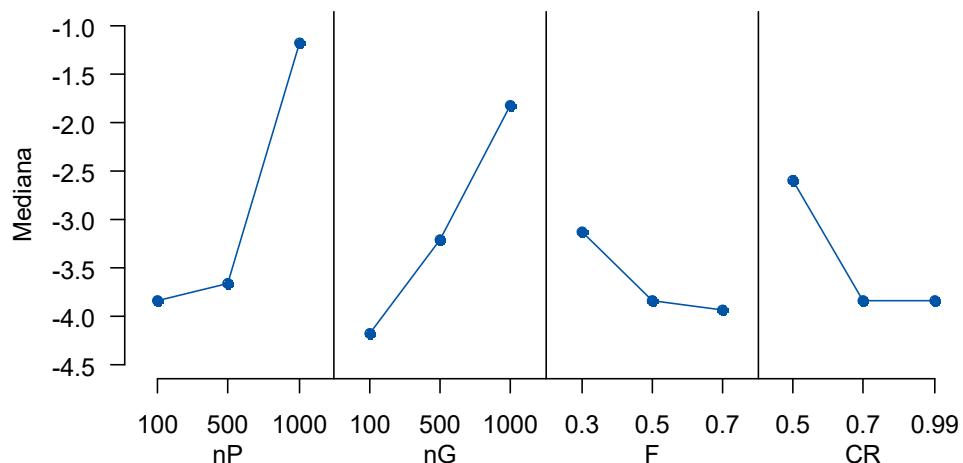


Figura 11. Gráfico de efectos principales para Máxima Verosimilitud en Chile

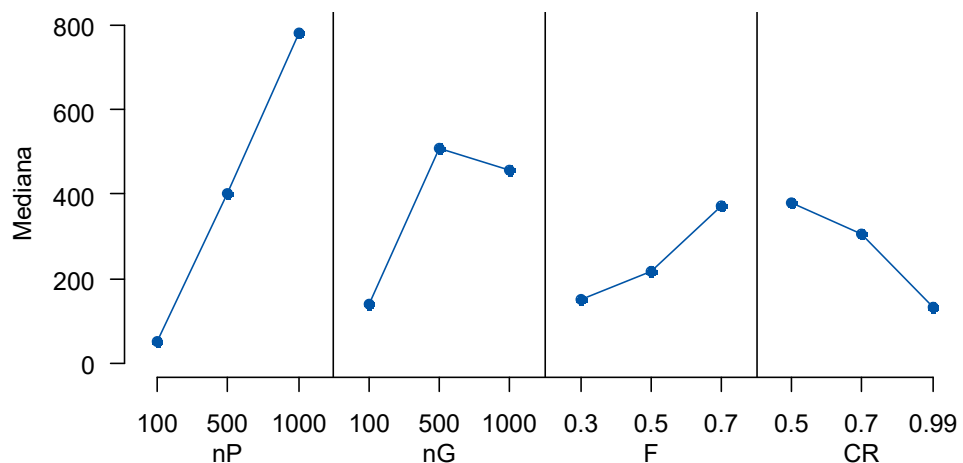


Figura 12. Gráfico de efectos principales para el tiempo de ejecución en Chile

7.3 Análisis factorial para Colombia

En la figura 13 el gráfico de probabilidad normal nuevamente muestra un comportamiento que se comprueba con la prueba de Anderson Darling, en donde se obtiene un valor p menor que el nivel de significancia de 5%, por lo tanto se rechaza la hipótesis nula de normalidad de los residuos, además no se observan tendencias ni patrones en la gráfica de residuos vs orden.

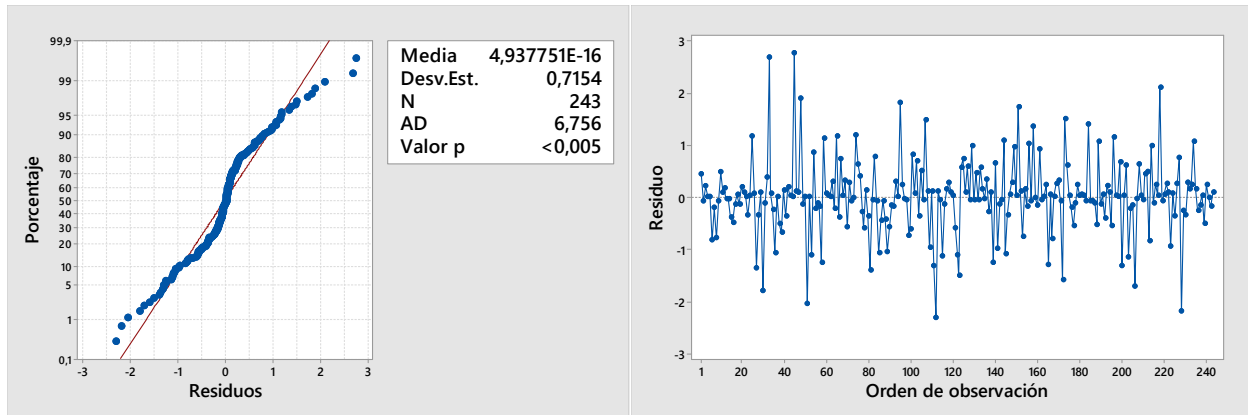


Figura 13. Gráfico de probabilidad normal y residuos vs orden para Colombia

Al no cumplirse el supuesto de normalidad se realiza nuevamente la prueba de Kruskal Wallis para comprobar si hay diferencia en las medianas de los datos. En la tabla 16 se presentan los resultados de esta prueba para cada tratamiento, se observa que los cuatro parámetros presentan un valor p menor al nivel de significancia de 5%, por lo tanto, se rechaza la hipótesis nula de que las medianas de los niveles en cada tratamiento son iguales.

Tabla 16

Prueba de Kruskal Wallis para Colombia

Parámetro	Grados de libertad	Estadístico H	Valor p
nP	2	11.49	0.003
nG	2	101.08	0
F	2	17.36	0
CR	2	29.57	0

Se aplica la prueba de Mann Whitney para realizar comparaciones múltiples entre los niveles de los parámetros nP, nG, F y CR con un nivel de significancia de Bonferroni de 0.0167. En la tabla 17 se observa que en el caso del parámetro nP hay diferencias significativas entre el nivel bajo (100) y los niveles intermedio (500) y alto (1,000), en el caso de nG hay diferencias significativas entre todos los niveles, para F hay diferencias entre el nivel alto (0.7) y los niveles: intermedio (0.5) y bajo (0.3), por último, en el caso del parámetro CR, hay diferencias significativas entre el nivel alto (0.99) y los niveles: intermedio (0.7) y bajo (0.5).

Tabla 17

Prueba de Mann Whitney entre niveles de los tratamientos para Colombia

Tratamiento	Comparación	W	Diferencia de medianas	Intervalo de confianza		Valor P
				Límite inferior	Límite superior	
nP	100 vs 500	5873	-0.6832	-1.5354	-0.0008	0.015*
	100 vs 1,000	5644	-0.8723	-1.9835	-0.1492	0.001*
	500 vs 1,000	6306	-0.0773	-0.7654	0.1606	0.323
nG	100 vs 500	4263	-3.4055	-4.1796	-2.5002	0*
	100 vs 1,000	3896	-4.3645	-4.8393	-3.7304	0*
	500 vs 1,000	5715	-0.5081	-1.2041	-0.017	0.003*
F	0.3 vs 0.5	6685	0.0245	-0.4291	0.5642	0.781
	0.3 vs 0.7	7618	1.0849	0.1923	2.0002	0.001*
	0.5 vs 0.7	7737	1.3045	0.4003	2.2992	0*
CR	0.5 vs 0.7	5897	-0.8194	-1.5665	0.0182	0.018
	0.5 vs 0.99	5017	-1.5983	-2.4985	-1.0963	0*
	0.7 vs 0.99	5632	-0.6164	-1.3317	-0.0522	0.001*

Nota. *Valor menor que el nivel de significancia de 0.0167.

Observando la figura 14 y la figura 15, se puede concluir que en el caso del parámetro nP se debe establecer en 500 ya que es significativamente diferente al valor obtenido de MV con nP = 100 y obtiene un menor tiempo de ejecución que nP = 1,000, para nG todas las medianas son significativamente diferentes por lo tanto se escoge nG = 1,000 que produce un mayor valor de MV, en el caso del parámetro F es indiferente escoger entre 0.3 y 0.5, pero 0.3 produce un tiempo de ejecución ligeramente menor, para el caso de CR, se establece en 0.99 ya que es significativamente diferente a 0.5 y 0.7 y además produce un menor tiempo de ejecución.

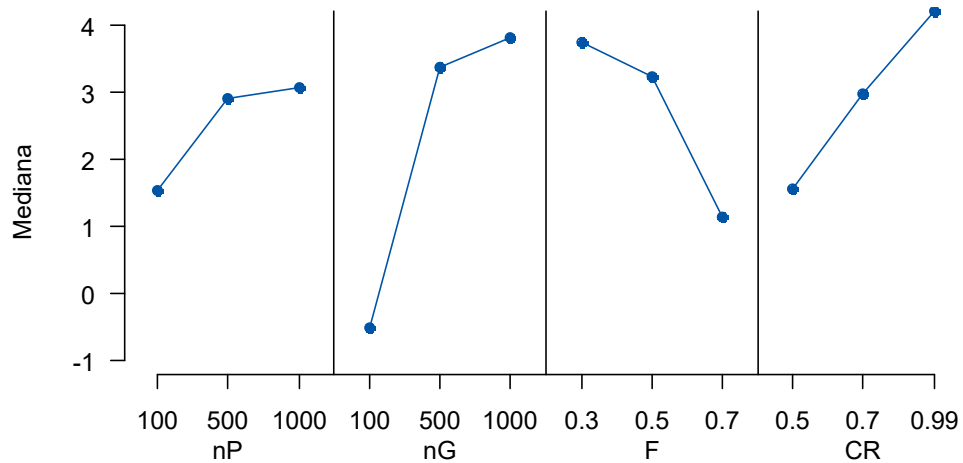


Figura 14. Gráfico de efectos principales para Máxima Verosimilitud en Colombia

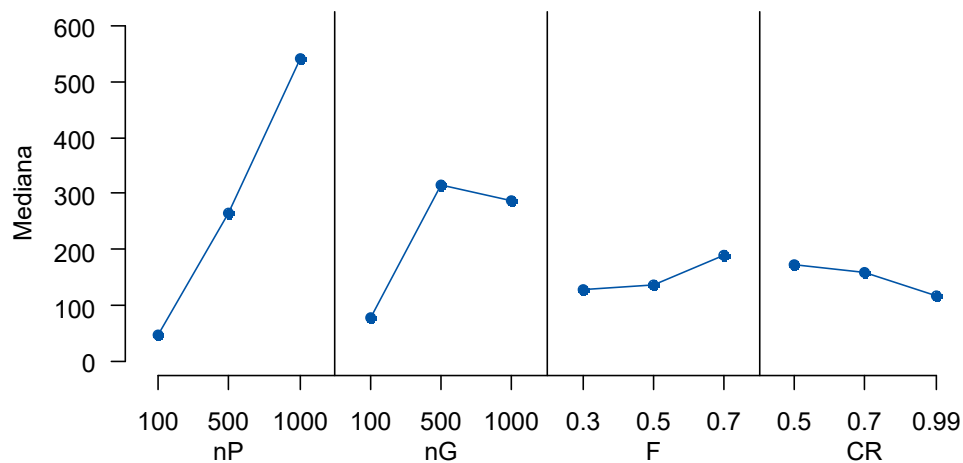


Figura 15. Gráfico de efectos principales para el tiempo de ejecución en Colombia

7.4 Análisis factorial Perú

En la figura 16 el gráfico de probabilidad normal de nuevo muestra un comportamiento que se comprueba con la prueba de Anderson Darling, en donde se obtiene un valor p menor que el nivel de significancia de 5%, por lo tanto se rechaza la hipótesis nula de normalidad de los residuos, además no se observan tendencias ni patrones en la gráfica de residuos vs orden.

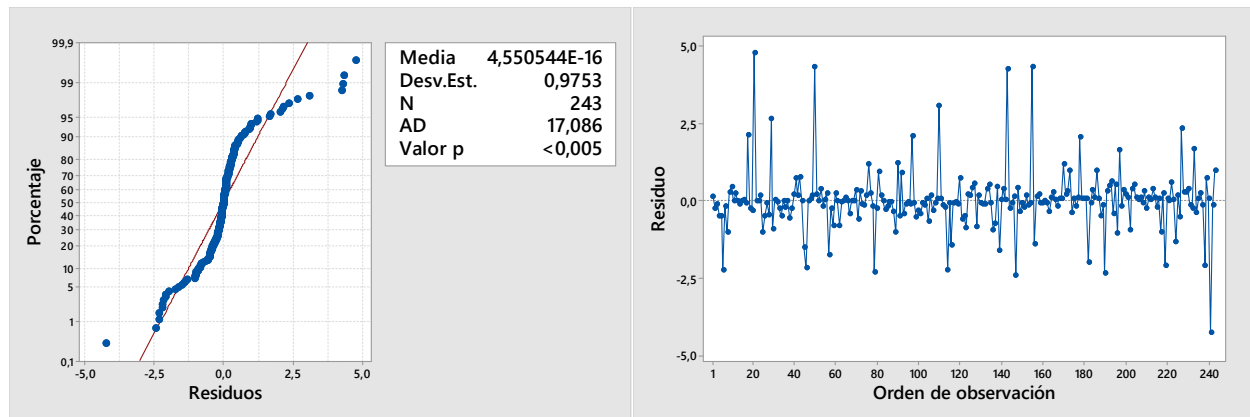


Figura 16. Gráfico de probabilidad normal y residuos vs orden para Perú

Al no cumplirse el supuesto de normalidad se realiza nuevamente la prueba de Kruskal Wallis para comprobar si hay diferencia en las medianas de los datos. En la tabla 18 se presentan los resultados de esta prueba para cada tratamiento, se observa que los cuatro parámetros presentan un valor p menor al nivel de significancia de 5%, por lo tanto se rechaza la hipótesis nula de que las medianas de los niveles en cada tratamiento son iguales.

Tabla 18

Prueba de Kruskal Wallis para Perú

Parámetro	Grados de libertad	Estadístico H	Valor p
nP	2	26.03	0
nG	2	73.88	0
F	2	28.50	0
CR	2	7.78	0.02

Se aplica la prueba de Mann Whitney para realizar comparaciones múltiples entre los niveles de los parámetros nP, nG, F y CR con un nivel de significancia de Bonferroni de 0.0167. En la tabla 19 se observa que para el caso del parámetro nP hay diferencias significativas entre el nivel bajo (100) y los niveles intermedio (500) y alto (1,000), en el caso de nG hay diferencias significativas entre el nivel bajo (100) y los niveles intermedio (500) y alto (1,000), para F hay diferencias entre el nivel alto (0.7) y los niveles: intermedio (0.5) y bajo (0.3), por último, en el caso del parámetro CR, hay diferencias significativas entre el nivel alto (0.99) y los niveles:

intermedio (0.7) y bajo (0.5).

Tabla 19

Prueba de Mann Whitney entre niveles de los tratamientos para Perú

Tratamiento	Comparación	W	Diferencia de medianas	Intervalo de confianza		Valor P
				Límite inferior	Límite superior	
nP	100 vs 500	5542	-0.4559	-0.7000	-0.0731	0*
	100 vs 1,000	5140	-0.6927	-0.0914	-0.3295	0*
	500 vs 1,000	6137	-0.1300	-0.6156	0.0127	0.12
nG	100 vs 500	4616	-0.9556	-1.4111	-0.6194	0*
	100 vs 1,000	4255	-1.2879	-1.8135	-0.8636	0*
	500 vs 1,000	5940	-0.1515	-0.4914	0.0003	0.027
F	0.3 vs 0.5	7279	0.2583	-0.0003	0.6716	0.023
	0.3 vs 0.7	8136	0.8359	0.4795	1.4316	0*
	0.5 vs 0.7	7599	0.5273	0.0955	0.9754	0.001*
CR	0.5 vs 0.7	6503	-0.0432	-0.4288	0.4276	0.743
	0.5 vs 0.99	6045	-0.3332	-0.6883	0.1132	0.063
	0.7 vs 0.99	5719	-0.2018	-0.5118	-0.0017	0.003*

Nota. *Valor menor que el nivel de significancia de 0.0167.

Observando la figura 17 y figura 18, se puede concluir que en el caso del parámetro nP se debe establecer en 500 ya que es significativamente diferente a el valor obtenido de MV con nP = 100 y obtiene un menor tiempo de ejecución que nP = 1,000 , para nG el valor se debe establecer en 1,000 teniendo en cuenta que es significativamente diferente a nG = 100 y además produce un menor tiempo de ejecución que nG = 500, en el caso del parámetro F se debe establecer en 0.3 porque es significativamente diferente de F = 0.7 y registra un menor tiempo de ejecución que F = 0.5, para el caso de CR, se establece en 0.99 ya que es significativamente diferente a 0.7 y además produce un menor tiempo de ejecución.

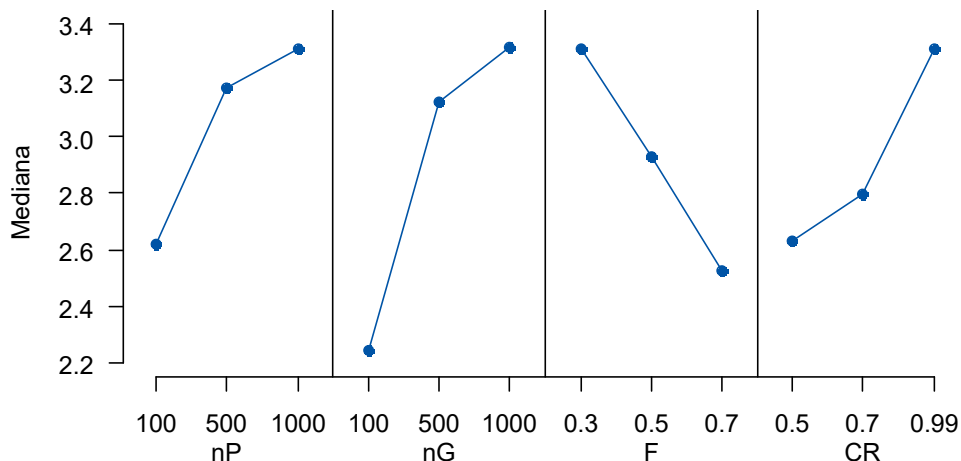


Figura 17. Gráfico de efectos principales para Máxima Verosimilitud en Perú

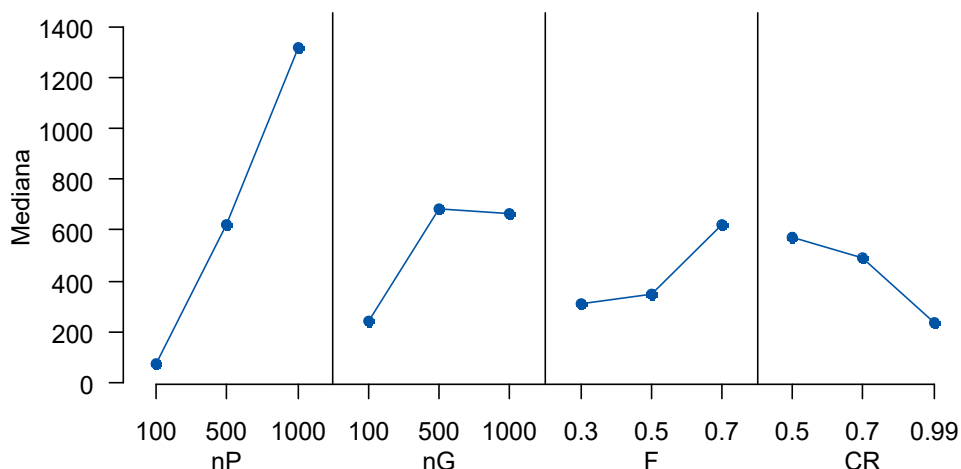


Figura 18. Gráfico de efectos principales para el tiempo de ejecución en Perú

7.5 Resumen de los valores hallados para los parámetros

Los parámetros establecidos para correr el algoritmo de evolución diferencial se encuentran en la tabla 20, se observa que para los parámetros nG, F y CR se obtienen los mismos valores para todos los países, en el caso del parámetro nP en Brasil y Chile se obtiene un valor de 1,000 y en Colombia y Perú, un valor de 500.

Tabla 20
Valores establecidos para los parámetros en cada país

	nP	nG	F	CR
Brasil	1,000	1,000	0.3	0.99
Chile	1,000	1,000	0.3	0.99

Colombia	500	1,000	0.3	0.99
Perú	500	1,000	0.3	0.99

8. Resultados

En los apéndices H, I, J y K se presentan para Brasil, Chile, Colombia y Perú respectivamente: las fechas escogidas en cada mes para la estimación de la ETTI; el número de iteraciones y los resultados de los parámetros β de la curva *spot*, estimados mediante el algoritmo de evolución diferencial; el valor de Máxima Verosimilitud para cada día; y finalmente, los tiempos de ejecución del algoritmo. La convención en Brasil para calcular los precios de los bonos es tomar como base $\frac{\text{días hábiles}}{252}$ (TesouroDireto, s/f), sin embargo en este trabajo para generar los parámetros $b(\beta_0, \beta_1, \beta_2, \tau_1, \beta_3, \tau_2)$ se utiliza una base de $\frac{\text{días reales}}{365}$, la razón para tomar esta última es que la base de $\frac{\text{días hábiles}}{252}$ supondría un aumento innecesario en la complejidad del algoritmo⁴, además como se muestra en el apéndice L no hay gran diferencia entre tomar base $\frac{\text{días reales}}{365}$ o $\frac{\text{días hábiles}}{252}$.

A continuación, se muestran los resultados de las estimaciones realizadas mediante la metodología propuesta por Svensson (1994) y la metaheurística de evolución diferencial para cada país objeto de estudio, además se realiza un análisis empírico de las curvas *spot* y de las series

⁴ La programación en R, implicaría adjuntar un archivo en el cual se tienen los días no hábiles del año con el fin de hallar el tiempo al vencimiento de cada uno de los bonos.

temporales *forward*.

8.1 Brasil

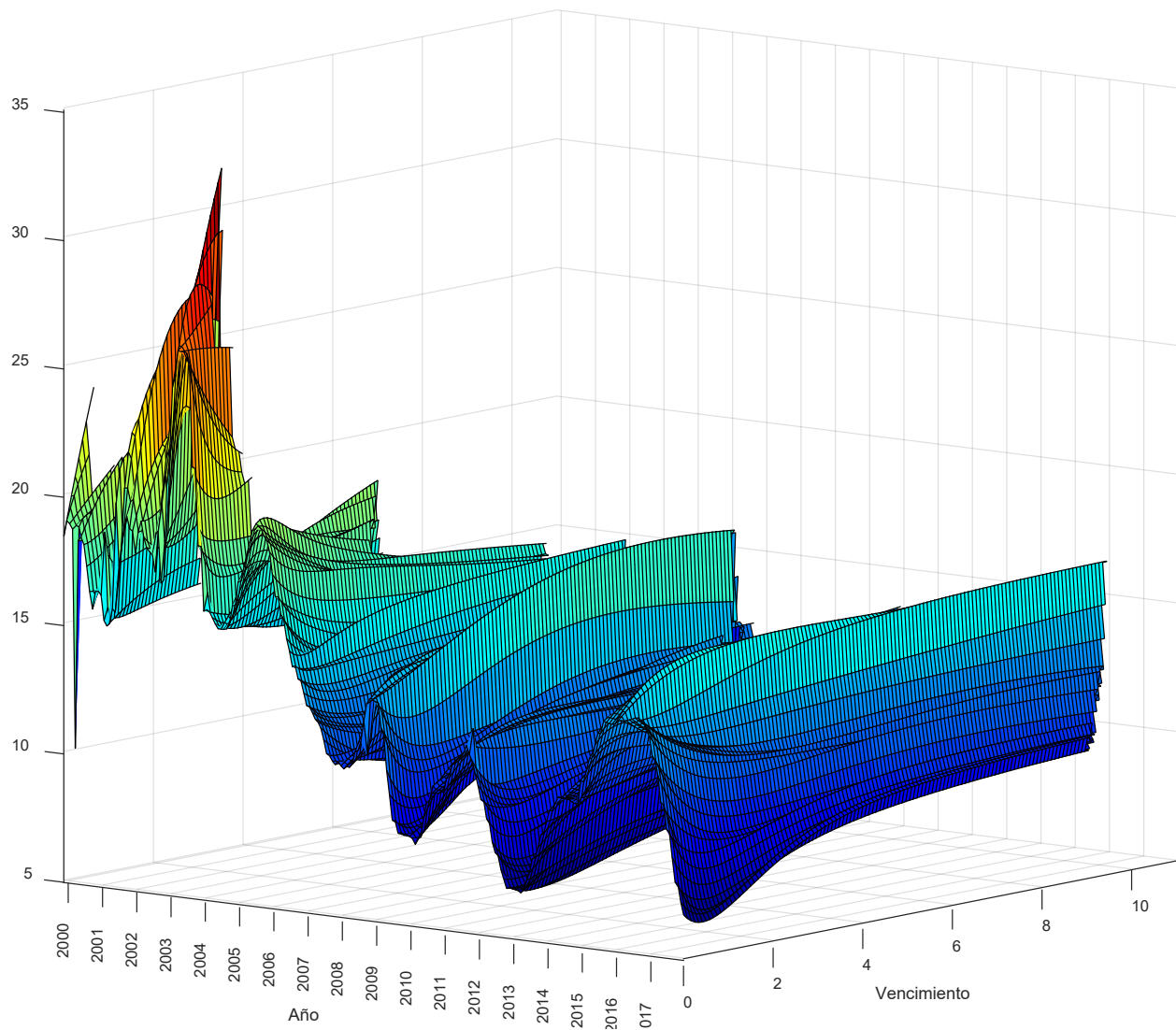


Figura 19. ETTI en Brasil de 1999 a 2017

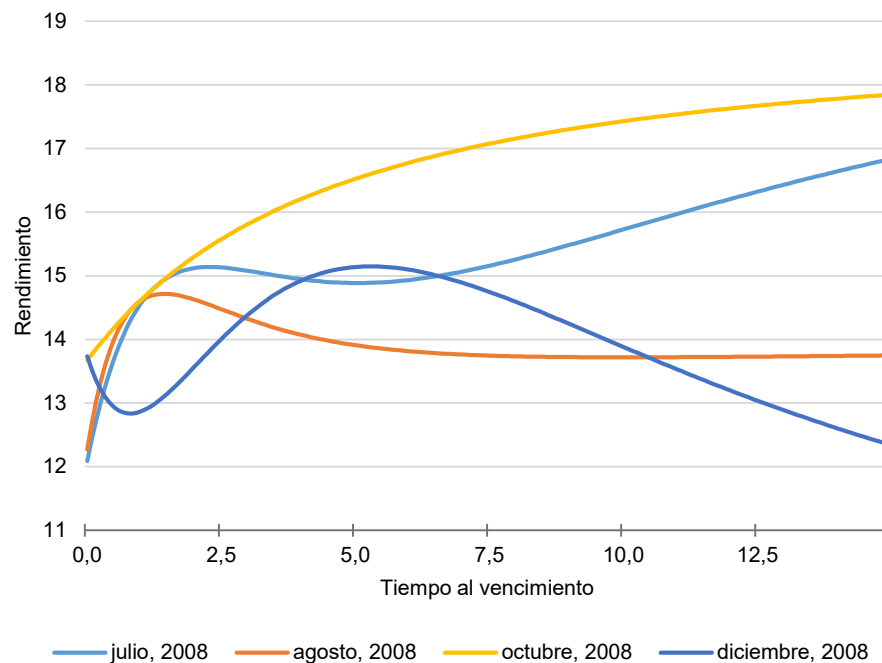


Figura 20. Curva *spot* para los meses de julio, agosto, octubre y diciembre de 2008 en Brasil

En la figura 20 se grafican las curvas *spot* para los meses de julio, agosto, octubre y diciembre de 2008, durante el período de pre crisis de las subprime. La curva *spot* en el mes de julio presenta una joroba en el plazo de dos años. En el mes de agosto la forma es similar a la de julio, pero las tasas a mediano y largo plazo bajan en promedio 1.76%. En octubre la curva presenta una forma de pendiente positiva, mientras que las tasas suben en promedio 2.79% y la tasa *overnight* pasa de 12.27% a 13.67% subiendo 1,5%. Posteriormente, en diciembre, la curva tiene dos jorobas y pendiente negativa en el largo plazo, además las tasas bajan un promedio de 2.78% respecto a la curva de octubre mientras que la tasa *overnight* no sufre cambios significativos.

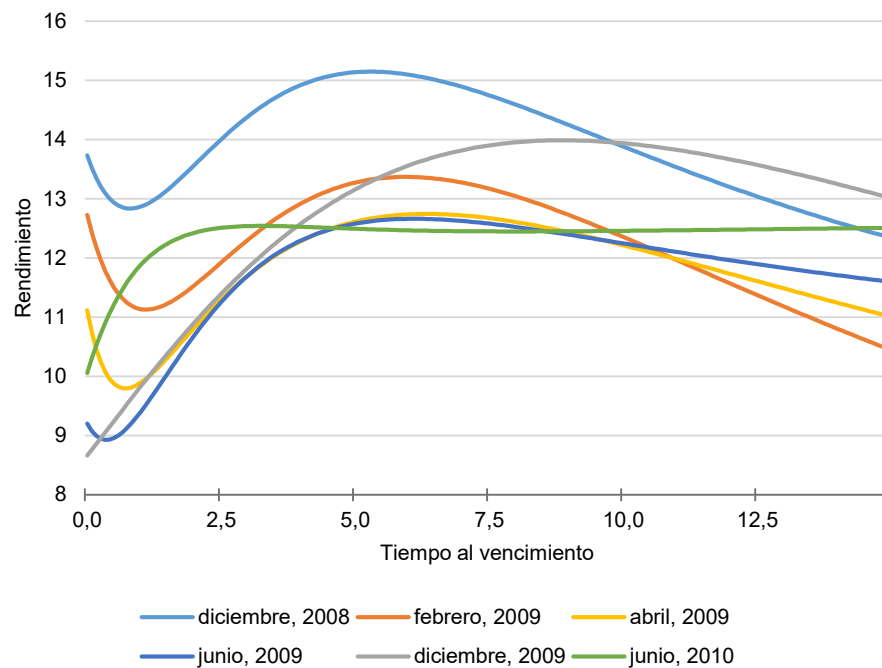


Figura 21. Curva *Spot* para los meses de diciembre de 2008; febrero, abril, junio y diciembre de 2009; y junio de 2010 en Brasil

En la figura 21 se presentan las curvas *spot* para el período de poscrisis de la subprime, los meses elegidos son: diciembre de 2008; febrero, abril, junio y diciembre de 2009; y junio de 2010. Se observa que la curva de diciembre de 2008 es la de más alto nivel. En febrero de 2009 la curva tiene la misma forma que la de diciembre de 2008 pero con un menor nivel de tasas *spot*, de hecho, baja paralelamente un promedio de 1.72%. En abril de 2009 la curva mantiene su forma, pero baja un promedio de 0.38% y en el largo plazo supera a la curva de febrero. En junio de 2009 la curva es similar en forma y en nivel a la de abril de 2009 pero la tasa *overnight* baja 1.92%. La curva de diciembre de 2009 no tiene jorobas como el resto del período poscrisis y el *spread* aumentó, pasó de ser 3% en junio a 5.28% en diciembre. La curva de junio de 2010 tiene forma de pendiente positiva y se vuelve asintótica a partir del tiempo a vencimiento de 2,5 años.

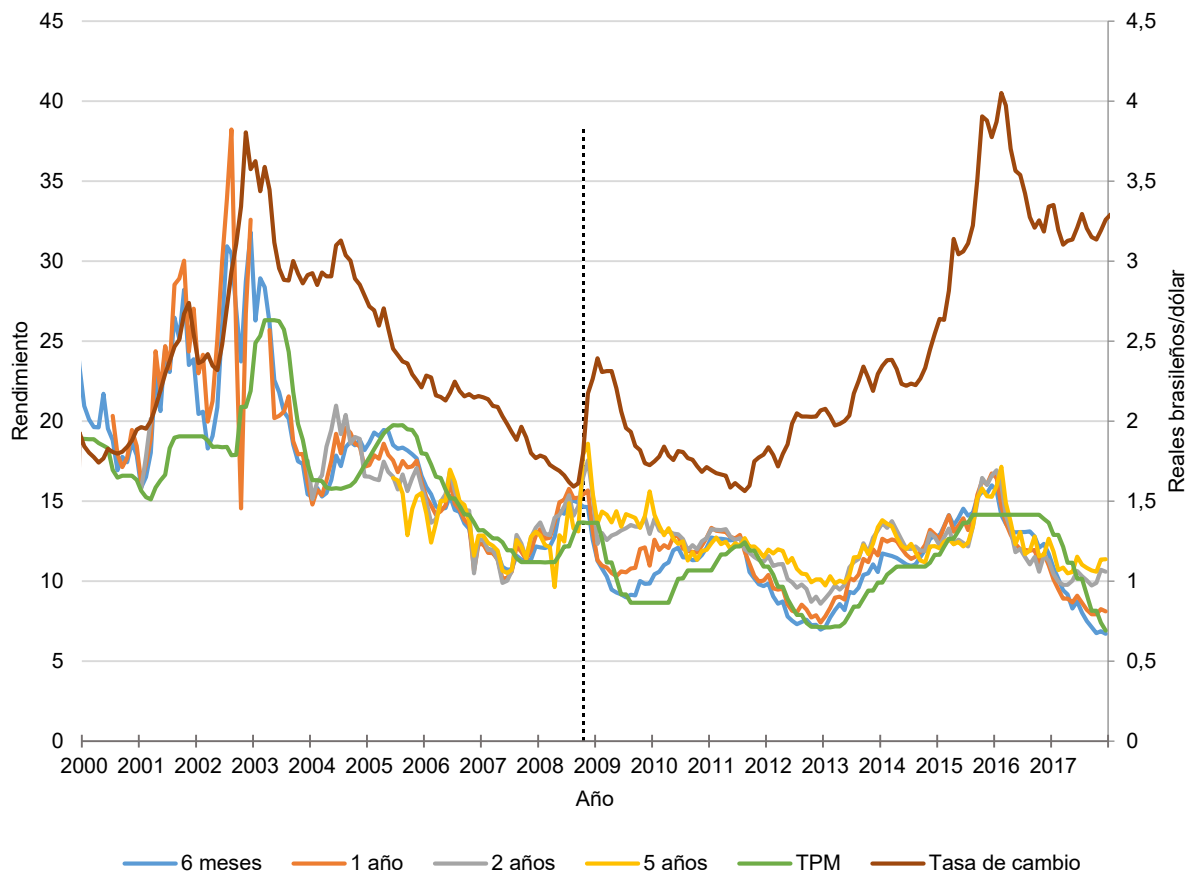


Figura 22. Series temporales de la tasa *forward* instantánea y la tasa de política monetaria en Brasil

En la figura 22 se muestran las series temporales de la tasa *forward* instantánea para 6 meses, 1 año, 2 años y 5 años, y la tasa Selic de Brasil entre enero de 2000 y diciembre de 2017. Se observa que en el mes de septiembre de 2008 las tasas *forward* bajan y en los meses de octubre y noviembre de 2008 las tasas *forward* a largo plazo aumentan significativamente respecto a los meses anteriores para luego bajar en los meses posteriores, en cambio, la tasa Selic se mantiene casi constante de septiembre de 2008 a enero de 2009, el aumento en las tasas *forward* de largo plazo se debe a un aumento en el spread entre tasas *spot* a corto plazo y a largo plazo que ocurre en octubre y noviembre, esto se evidencia en la figura 20. En febrero de 2009 la COPOM (Comité de Política Monetaria) comienza a bajar la tasa Selic para impulsar la economía brasileña, se observa que mientras en meses anteriores a la crisis las tasas *forward* seguían el mismo trayecto

de la tasa Selic luego de la crisis las tasas *forward* de mediano y largo plazo no bajan al mismo ritmo que lo hace la tasa Selic y se mantienen en un nivel alto. Luego de la crisis económica subprime de octubre de 2008, las tasas *forward* descienden en promedio 3.91% hasta agosto de 2009, en el corto y mediano plazo bajan 3.90% y en el largo plazo 3.92%. Las tasas *forward* recuperan un nivel similar al mostrado un año antes de la crisis en septiembre de 2011 con una diferencia de 0.48% en promedio.

Por otra parte, a partir de julio de 2014 la tasa de cambio del dólar respecto al real brasileño aumenta constantemente hasta enero de 2016, en donde las tasas *forward* alcanzan un pico, durante este período las tasas aumentan en promedio 4.16%, las de corto y mediano plazo bajan 4.73% y las de largo plazo 3.92%. Luego de este máximo, las tasas *forward* comienzan a descender y están por debajo de la tasa Selic entre mayo de 2016 y mayo de 2017 lo que explica la forma invertida que se evidencia en la figura 19, luego a partir de marzo de 2017 las tasas *forward* a 2 y 5 años se mantienen constantes mientras que la tasa Selic sigue bajando hasta llegar al nivel más bajo que ha tenido durante el período de estudio de 6.9% en diciembre de 2017.

En Brasil se pudo observar una mayor reactividad a los distintos acontecimientos financieros, además la curva tuvo un cambio significativo a la caída de los precios del petróleo, siendo incluso mayor al que tuvo cuando sucedió la crisis de las subprime de 2008.

8.2 Chile

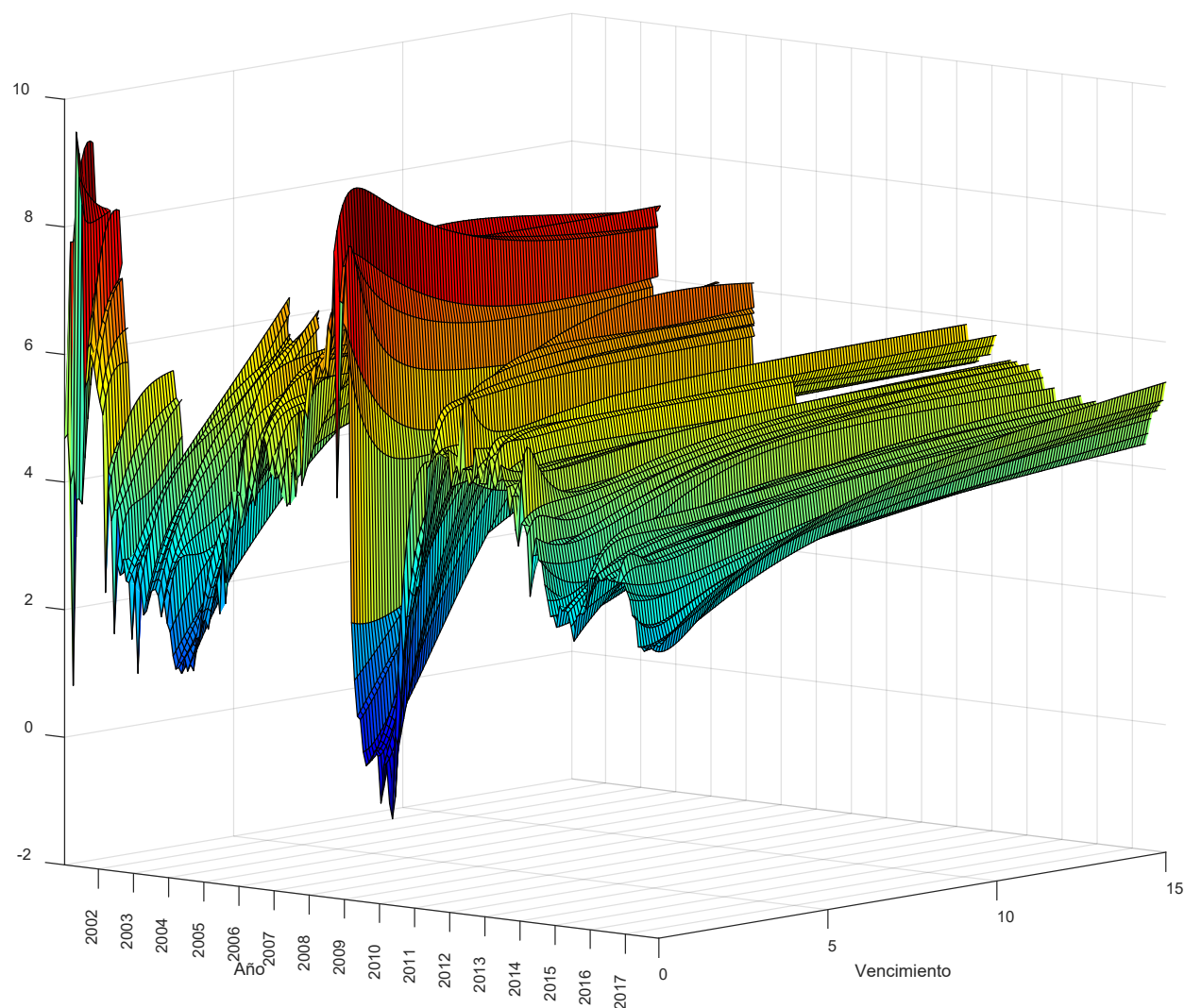


Figura 23. ETTI en Chile de 2001 a 2017

En la figura 23 se grafica la ETTI para Chile de enero de 2001 a diciembre de 2017. Hasta junio de 2006 solo se tienen vencimientos máximos de 4.92 años. Durante 2001 se observa alta variabilidad en la curva *spot*, cambiando su nivel y su forma, luego comienza a descender el nivel de la curva llegando a un mínimo en marzo de 2002. A partir de esta fecha la curva se mantiene relativamente constante hasta septiembre de 2003, luego comienza de nuevo a descender hasta marzo de 2004, nivel que se mantiene hasta mayo, a partir de allí la ETTI comienza un ascenso

casi constante con un pequeño estancamiento entre septiembre de 2006 y septiembre de 2007. La curva llega a un máximo en septiembre de 2008, seguido de un descenso rápido entre octubre de 2008 y febrero de 2010, se observa que toma una forma invertida entre octubre de 2008 y febrero de 2009. La ETTI muestra una diferencia promedio en el corto plazo (menos de un año) entre septiembre de 2008 y febrero de 2010 de 7.81%, sin embargo, estas diferencias no se traducen en el mediano y largo plazo, asimismo, la curva *spot* estimada toma valores negativos en el plazo más corto en enero, abril, mayo y junio de 2010, lo cual se debe a las fluctuaciones y la cercanía a cero del rendimiento de los bonos en el corto plazo. Después de mayo de 2010 la ETTI comienza una recuperación en su nivel llegando en julio de 2011 a unas tasas similares a las mostradas en diciembre de 2008 con una diferencia promedio de 0.13%. Seguidamente el nivel de la ETTI se mantiene constante con un pequeño bajón entre diciembre de 2013 y febrero de 2015, mostrando durante este período una forma invertida, luego el nivel de la curva sube hasta septiembre de 2016 para luego bajar nuevamente hasta el final del período de estudio.

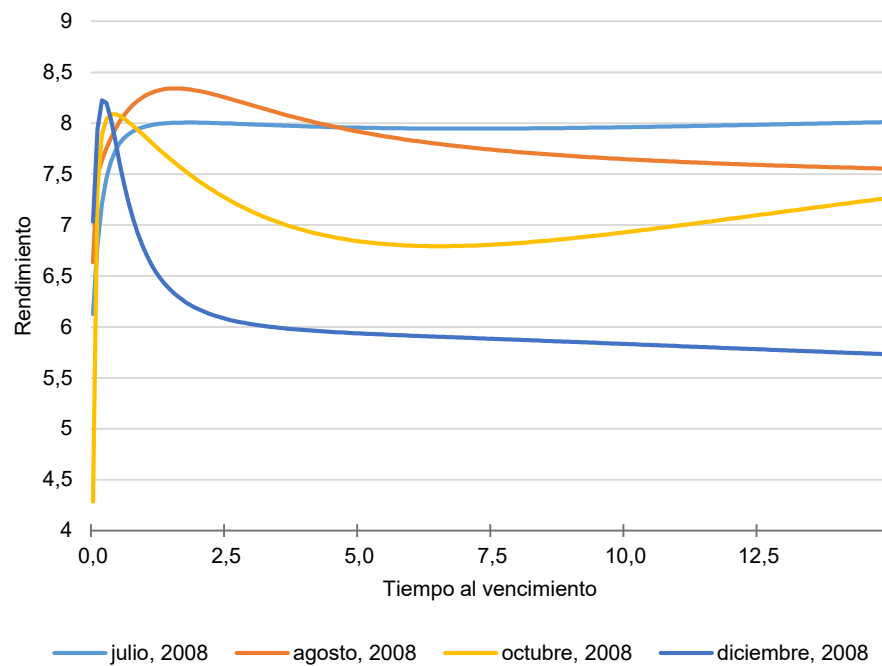


Figura 24. Curva *spot* para los meses de julio, agosto, octubre y diciembre de 2008 en Chile

En la figura 24 se muestran las curvas *spot* para los meses de julio, agosto, octubre y diciembre de 2008, durante el período precrisis de la subprime. La curva de julio muestra una forma típica de pendiente positiva que se vuelve asintótica en el valor de rendimiento de 8% a los 1.5 años, la curva de agosto tiene una joroba a los 1.5 años y luego baja hasta el rendimiento de 7.5%. La de octubre de 2008 tiene una tasa *overnight* un 2.35% menor, y las tasas de mediano y largo plazo son 0.98% menores que las de agosto, asimismo presenta una joroba. En diciembre de 2008 la ETTI sigue bajando y presenta una diferencia promedio en el mediano y largo plazo de 0.96% y 1.95% con los meses de octubre y agosto respectivamente.

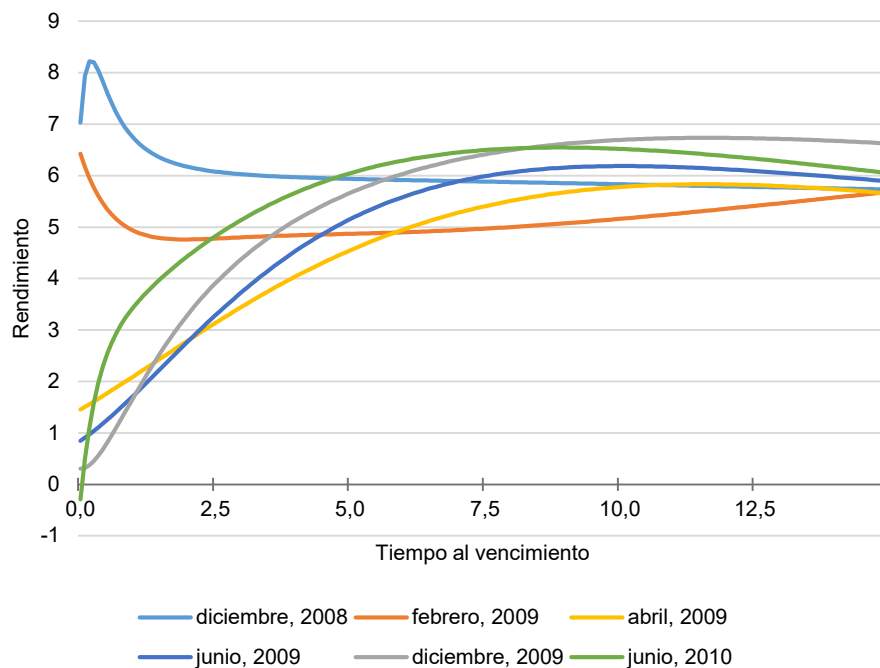


Figura 25. Curva *Spot* para los meses de diciembre de 2008; febrero, abril, junio y diciembre de 2009; y junio de 2010 en Chile

En la figura 25 se presentan las curvas *spot* para el período de poscrisis de la subprime, los meses elegidos son: diciembre de 2008; febrero, abril, junio y diciembre de 2009; y junio de 2010. Se observa que la curva de diciembre de 2008 tiene la mayor tasa *overnight* del período, además presenta una forma con joroba en el corto plazo. La curva de febrero de 2009 tiene forma invertida y un nivel menor con una diferencia promedio de 1.21% respecto a la de diciembre, aunque la tasa a largo plazo no varía. La ETTI de abril de 2009 tiene un spread entre tasas a corto plazo y largo plazo significativamente mayor que el de febrero de 2009 y diciembre de 2008, siendo 4.33%, -1.26% y -1.20% respectivamente. Entre abril, junio y diciembre de 2009; y junio de 2010, se mantiene una forma de pendiente positiva con un spread amplio entre tasas a corto plazo y largo plazo, la tasa *overnight* baja poco a poco, siendo 1.45%, 0.85%, 0.31% y -0.29% respectivamente, y la tasa a largo plazo aumenta también, excepto para junio de 2010, siendo para 10 años: 5.78%, 6.19%, 6.69% y 6.52% respectivamente.

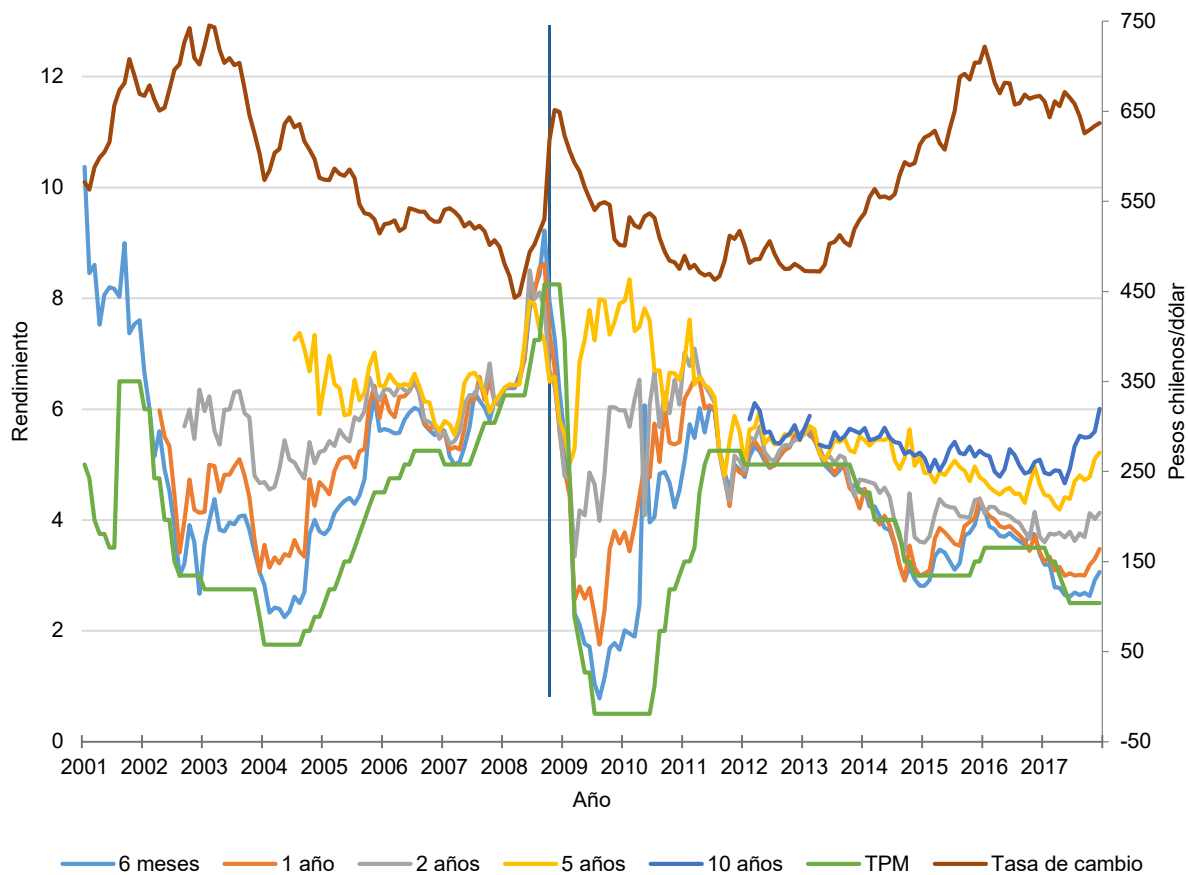


Figura 26. Series temporales de la tasa *forward* instantánea y la tasa de política monetaria en Chile

La figura 26 muestra las series temporales de la tasa *forward* instantánea a 6 meses, 1 año, 2 años, 5 años y 10 años; y la Tasa de Política Monetaria de Chile entre enero de 2001 y diciembre de 2017. Mientras que entre septiembre y diciembre de 2008 la tasa TPM se mantiene, en octubre de 2008 las tasas *forward* de todos los plazos bajan, las series siguen la trayectoria de la tasa TPM hasta marzo de 2009, en donde las tasas crecen y se alejan del nivel de la TPM, la única que sigue en cierta medida la trayectoria de la TPM es la tasa *forward* a 6 meses. El aumento en el spread entre tasas *spot* a corto y largo plazo observado en la figura 25 se evidencia en la figura 26 con un aumento en las tasas *forward* instantáneas a mediano y largo plazo. Entre octubre de 2008 y agosto de 2009 las tasas *forward* bajan en promedio 0.89%, las de corto y mediano plazo bajan 4.15% (1 día y 3 años) y las de largo plazo suben 0.88%. Las tasas *forward* recuperan un nivel

similar al mostrado un año antes de la crisis en marzo de 2011 con una diferencia promedio de 0.36%.

En abril de 2013 la tasa de cambio del dólar respecto al peso chileno comienza a subir, mientras que la TPM empieza a bajar en noviembre de 2013 y continúa hasta noviembre de 2014, la tasa de cambio mantiene su tendencia al alza hasta enero de 2016. Durante este período las tasas *forward* tienen una disminución promedio de 0.47%, las de corto y mediano plazo disminuyen 1.10% y las de largo plazo 0.31%. Las tasas *forward* a corto y mediano plazo siguen la tendencia de la tasa TPM mientras que las tasas a largo plazo permanecen casi constantes, luego a partir de mayo de 2017 hay un alza en todos los plazos de la tasa *forward*.

La ETTI de Chile tiene un cambio significativo durante el período de pre y poscrisis de la subprime de 2008, luego de ella las tasas *forward* de corto plazo y la TPM llegan a un nivel cercano a cero. En cambio, durante el período de caída de los precios del petróleo, a pesar de que la tasa de cambio sube, las tasas *forward* bajan durante un período y luego suben un pequeño porcentaje mostrando un comportamiento contrario al demostrado por Brasil durante estos años.

8.3 Colombia

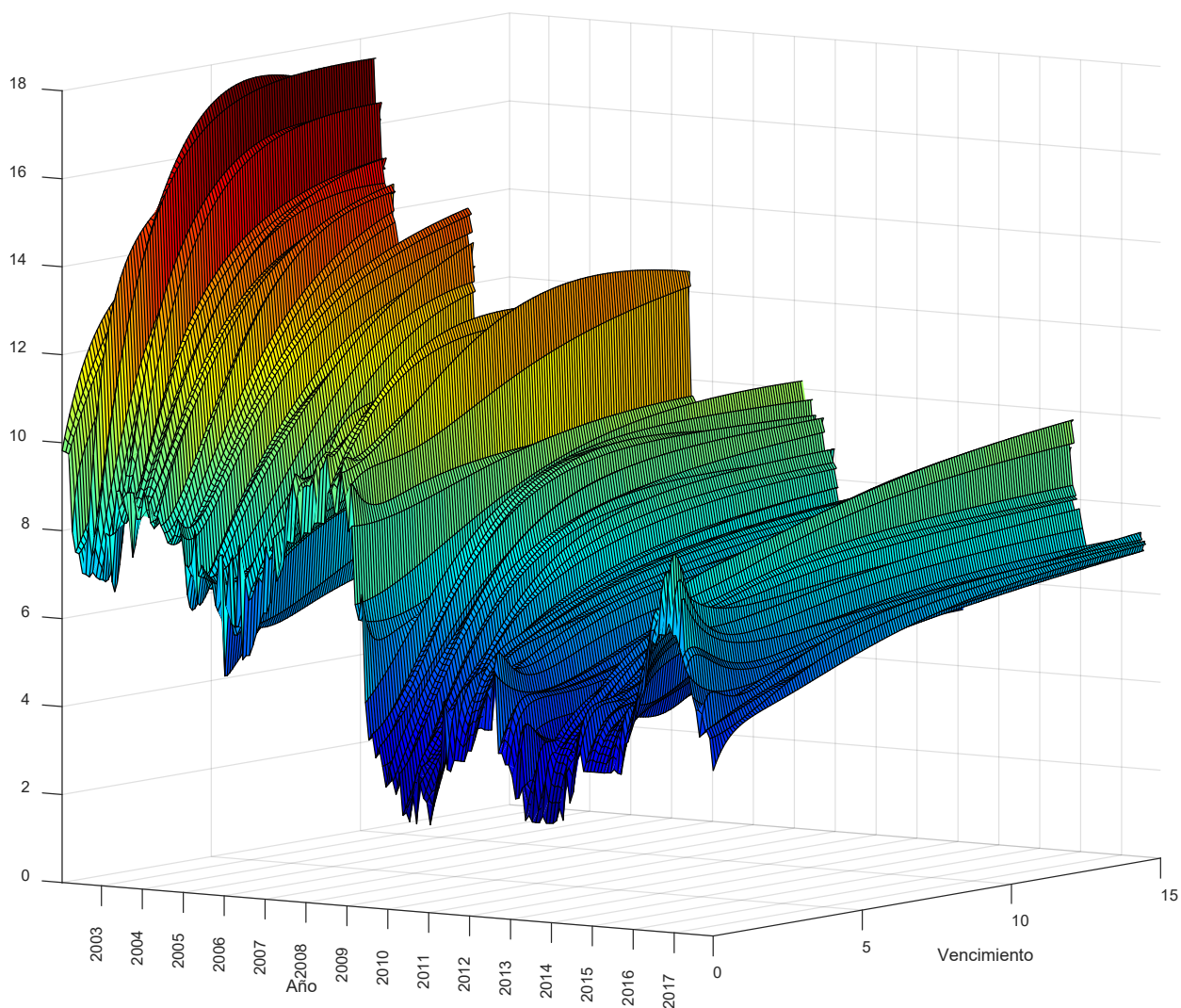


Figura 27. ETTI en Colombia de 2001 a 2017

En la figura 27 se muestra la curva *spot* para Colombia entre enero de 2002 y diciembre de 2017. Como se puede observar al inicio del período de estudio, entre 2002 y 2004, se identifica una curva de pendiente positiva con una marcada diferencia entre las tasas de corto y largo plazo, después, a partir del 2004 comienza a bajar el nivel de la curva y a aplanarse lo que significa una caída general de las tasas de interés y un emparejamiento de las tasas en todos los plazos. Entre enero de 2006 y diciembre de 2008 el nivel de las tasas de interés aumenta un promedio de 3.9%

y durante el año 2009, inmediatamente después de que tuvo lugar la crisis económica de las subprime, la curva tiene una abrupta caída del 4.6% entre diciembre de 2008 y diciembre de 2009. Entre los años 2010 y 2015 la curva tiene poca variación en su nivel y en su forma, luego, entre diciembre de 2015 y junio de 2016 se destaca un aumento en el nivel de las tasas a corto plazo de 2% y una disminución de las tasas a largo plazo de 1%, lo cual posiblemente se debe al aumento de la tasa de cambio del peso colombiano frente al dólar generada por la caída de los precios del petróleo, por último, a partir de 2016 la ETTI toma la forma de pendiente negativa o invertida.

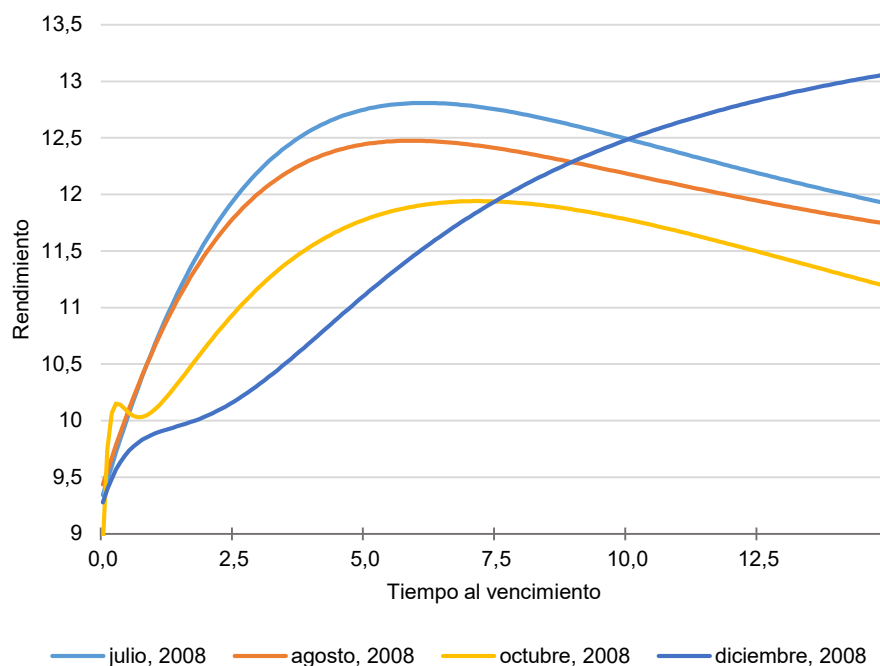


Figura 28. Curva *spot* para los meses de julio, agosto, octubre y diciembre de 2008 en Colombia

Por otro lado, en la figura 28 se grafican las curvas *spot* precrisis del 2008 para los meses de julio, agosto, octubre y diciembre de ese año. Se observa que las gráficas de julio y agosto tienen la misma forma, pero se detectan diferencias del 0.25% en las tasas de mediano y largo plazo, mientras que en el mes de octubre la tasa a corto plazo baja 0.5%, pasa del 9.4% al 8.9% efectivo anual respecto a las de agosto. Entre la curva de agosto y octubre se identifica una diferencia de

0,5% en el mediano y largo plazo; en el caso de diciembre las tasas a corto plazo bajan de nuevo respecto a las de octubre, lo cual puede deberse a que en diciembre de 2008 la tasa de política monetaria bajó un 0,5% lo que afectó las tasas *spot* a corto plazo, pero las de largo plazo aumentan, una de las causas puede ser que los inversores aumenten la prima a plazo por el riesgo de variación de la inflación debido a la crisis económica mundial que tuvo lugar un mes atrás.

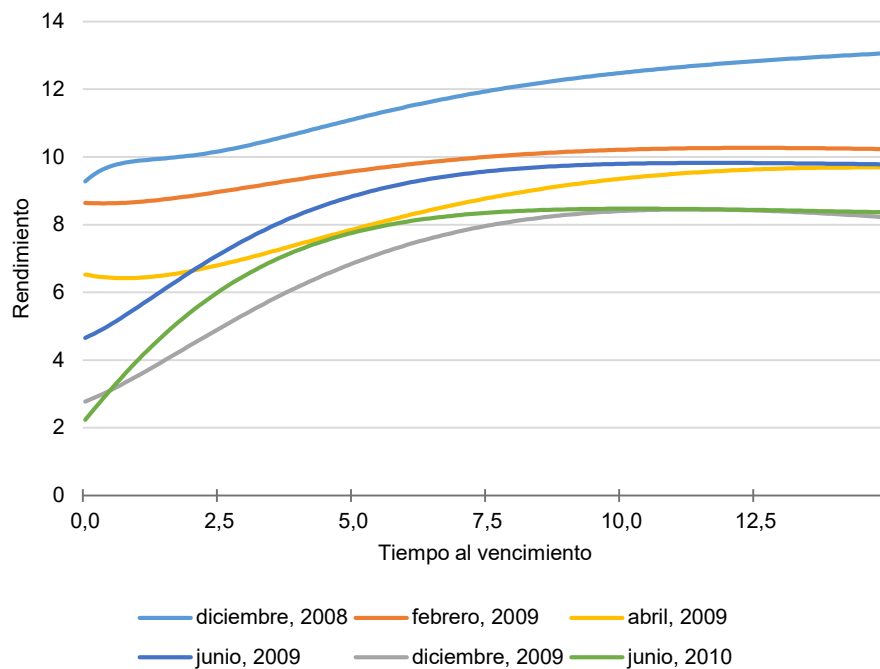


Figura 29. Curva *Spot* para los meses de diciembre de 2008; febrero, abril, junio y diciembre de 2009; y junio de 2010 en Colombia

En la figura 29 se observan los meses del período poscrisis. En esta gráfica la curva de diciembre de 2008 parece más plana que en la figura 28 esto se debe a que el spread entre corto y largo plazo aumentó considerablemente en los meses de poscrisis. En diciembre de 2008, febrero y abril de 2009 el spread se encuentra entre 2% y 3.5% mientras que en junio y diciembre de 2009; y junio de 2010 el spread es de 8%, 5% y 5% respectivamente. El nivel de la curva ha bajado de diciembre de 2008 a abril de 2009, en junio de 2009 sube de nuevo, pero comienza a bajar hasta junio de 2010. El cambio en el spread se debe a que de diciembre de 2008 a junio de 2010 el banco

central de Colombia bajó la tasa de política monetaria de 9.5% a 3% con el fin de impulsar la economía luego de la crisis de octubre de 2008, lo cual influyó en las tasas a corto plazo, mientras que las tasas de largo plazo bajaron, pero no al mismo nivel.

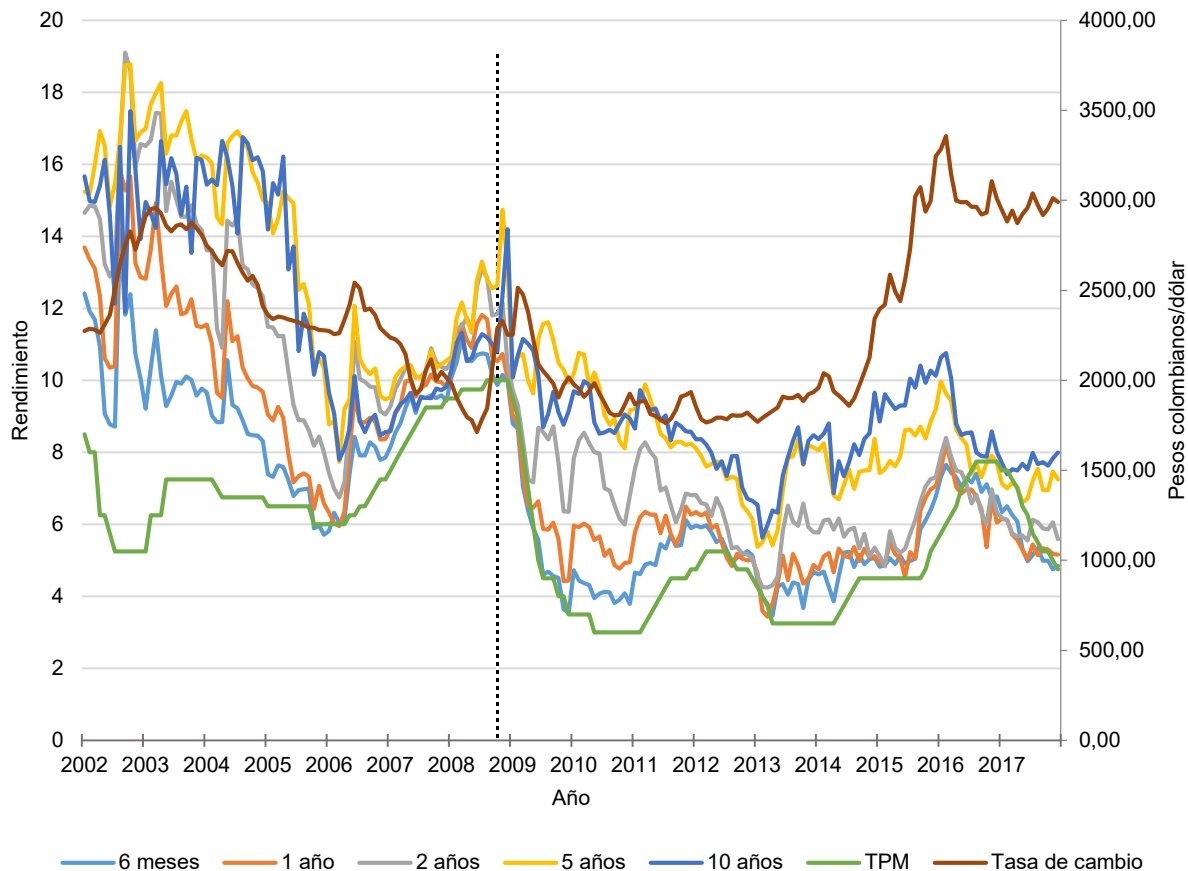


Figura 30. Series temporales de la tasa *forward* instantánea y la tasa de política monetaria en Colombia

La figura 30 muestra las series temporales de la tasa *forward* instantánea a 6 meses, 1 año, 2 años, 5 años y 10 años; y la Tasa de Política Monetaria de Colombia entre enero de 2002 y diciembre de 2017. Se observa que en el mes de octubre de 2008 las tasas *forward* bajan generalizadamente, mientras que en los meses de noviembre y diciembre del mismo año las tasas *forward* aumentan, en contraste la tasa de política monetaria se mantiene constante. El aumento de las tasas *forward* en diciembre se debe a un aumento en el spread de tasas *spot* que se observa

en la figura 28. A partir de enero de 2009 el Banco Central comienza a bajar la Tasa de Política Monetaria, mientras que las tasas *forward* a 6 meses y 1 año bajan al mismo nivel que la T'PM, las tasas *forward* a mediano y largo plazo no lo hacen. Entre octubre de 2008 y diciembre de 2009 la tasa *forward* disminuyó en promedio 3.13%, la tasa a corto y mediano plazo disminuyó 5.78% y la de largo plazo 2.19%. Colombia no vuelve a recuperar un nivel similar de tasas *forward* al mostrado antes de la crisis de 2008 en lo transcurrido del período de estudio.

Por otro lado, en julio de 2014 la tasa de cambio del dólar respecto al peso colombiano comienza un alza que se mantiene hasta febrero de 2016, durante este período la tasa *forward* tuvo un alza promedio de 2.65%, mientras que las de corto y mediano plazo crecen un 2.50% las de corto plazo lo hacen un 2.70%. En la figura 30 se observa que la tasa *forward* a largo plazo comienza a subir en junio de 2013, lo que deja entender que el mercado se anticipó (preveía) a un cambio en la situación macroeconómica del país a futuro. A partir del aumento del precio del dólar, el banco central aumenta así mismo la tasa de política monetaria; en agosto de 2016 la tasa de política monetaria llega a su máximo durante ese período de tiempo y sobrepasa las tasas *forward* a 2 y 5 años, lo cual explica la forma negativa de la curva *spot* vista en la figura 27, posteriormente de agosto de 2016 hasta el final del período de estudio las tasas *forward* se mantienen relativamente constantes al igual que la tasa de cambio, mientras que la tasa de política monetaria baja, volviendo al nivel de octubre de 2015 en diciembre de 2017.

Colombia sufre un impacto significativo durante el período de crisis de la subprime de 2008 en su curva *spot* y en las tasas *forward*, después de la crisis las tasas de interés se mantienen en un nivel bajo. La caída de los precios del petróleo también tiene una repercusión sobre las tasas *forward* de Colombia al igual que sucedió en Brasil, pero en este caso no es tan significativo como

el presentado durante la crisis de las subprime.

8.4 Perú

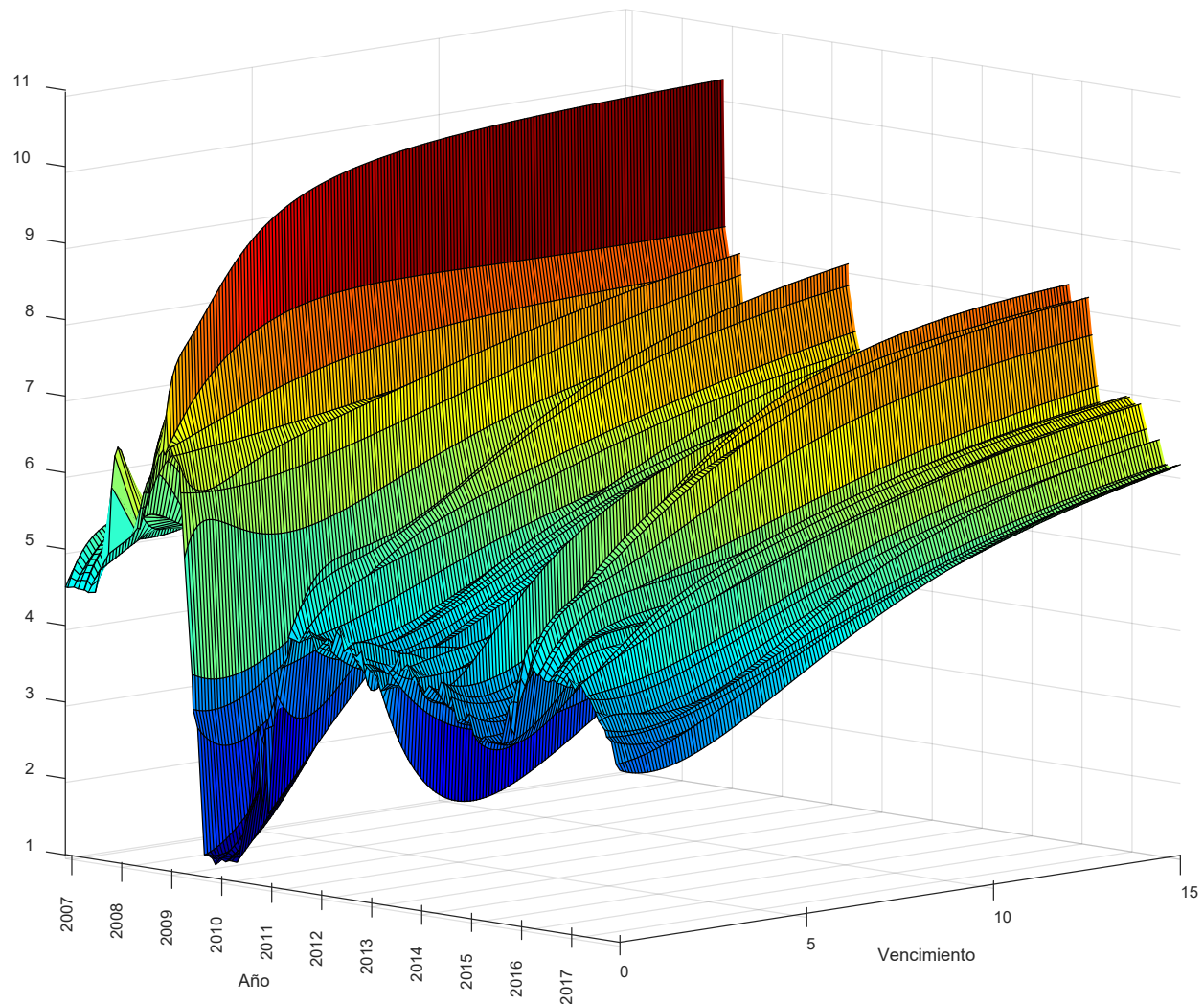


Figura 31. ETTI en Perú de 2001 a 2017

En la figura 31 se grafica la ETTI para Perú entre noviembre de 2006 y diciembre de 2017. Entre noviembre de 2006 y octubre de 2008 la curva sigue una tendencia al alza, luego del mes de octubre, la ETTI comienza a descender su nivel llegando a un mínimo en agosto de 2009, período durante el cual se presentan algunas curvas de pendiente negativa. Entre octubre de 2008 y agosto de 2009 hay una diferencia promedio de 4.86%. La curva de agosto de 2009 se mantiene con pocas

fluctuaciones hasta mayo de 2010, a partir de allí la ETTI comienza a aumentar su nivel culminando en abril de 2011, luego baja 1.02%, y se mantiene con pocas variaciones durante el período entre septiembre de 2011 marzo de 2015. A partir de esta fecha el nivel de la curva comienza a subir llegando a un máximo en enero de 2016, luego comienza a descender hasta el final del período de estudio.

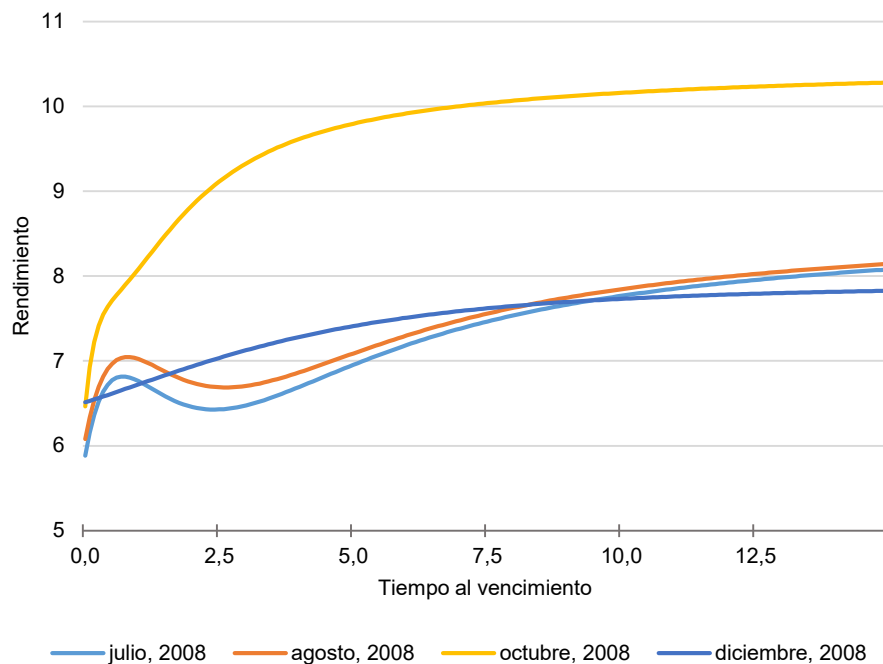


Figura 32. Curva *spot* para los meses de julio, agosto, octubre y diciembre de 2008 en Perú

En la figura 32 se presentan las gráficas durante el período de precrisis, los meses que se presentan son: julio, agosto octubre y diciembre de 2008. Entre julio y agosto no hay muchas diferencias en la forma, salvo un pequeño aumento en las tasas de mediano plazo, concretamente un promedio del 0.22% para plazos entre uno y cinco años, ambas curvas muestran una forma con joroba en el corto plazo. En octubre las tasas aumentan significativamente para todos los plazos, en promedio un 2.24% respecto a las de agosto, también aumenta el spread entre tasas de corto y largo plazo pasando de 1.77% a 3.69% y presenta una forma de pendiente positiva. En diciembre

la curva baja un promedio de 2.23% su nivel respecto a la de octubre y se aplana con un spread de 1.21%.

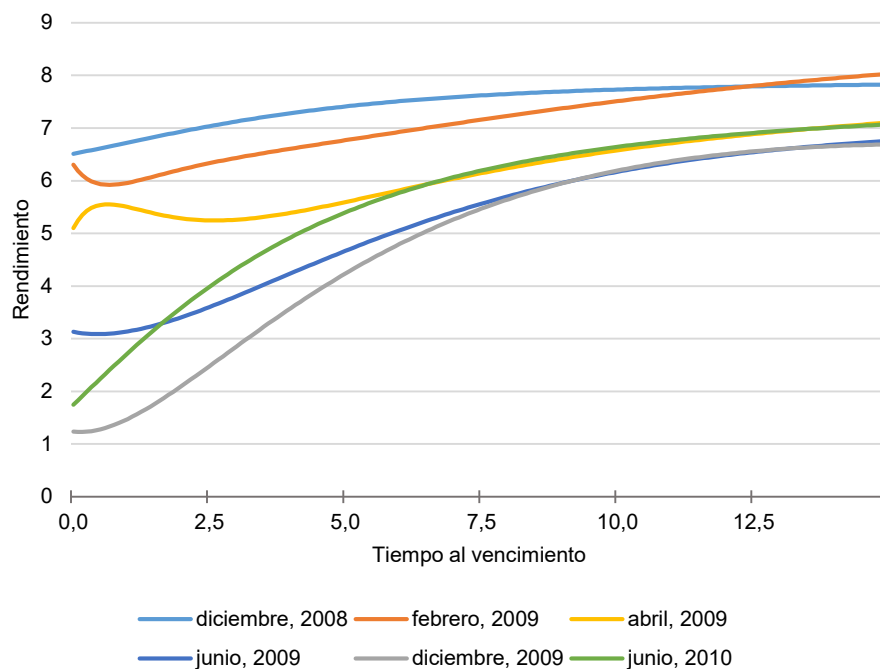


Figura 33. Curva Spot para los meses de diciembre de 2008; febrero, abril, junio y diciembre de 2009; y junio de 2010 en Perú

En la figura 33 se grafica el período poscrisis de la subprime, los meses que se presentan son: diciembre de 2008, febrero, abril, junio y diciembre de 2009; y junio de 2010. Se observa que los meses de diciembre de 2008 y febrero de 2009 tienen las tasas más altas de este período, la curva de febrero solo varía un poco respecto a la de diciembre. La curva de abril de 2009 baja 0.97% y 1.34% respecto a las de febrero de 2008 y diciembre de 2009 respectivamente. La ETTI sigue bajando de nivel en junio y diciembre de 2009, especialmente en el corto y mediano plazo, y el spread aumenta, pasa de ser 1.48% en abril a 3.04% y 4.96% respectivamente. Para junio de 2010 se observa una recuperación en el nivel de la curva, aumenta 0.81% respecto a diciembre de 2009, mientras que el spread sigue siendo alto, en este caso de 4.90%.

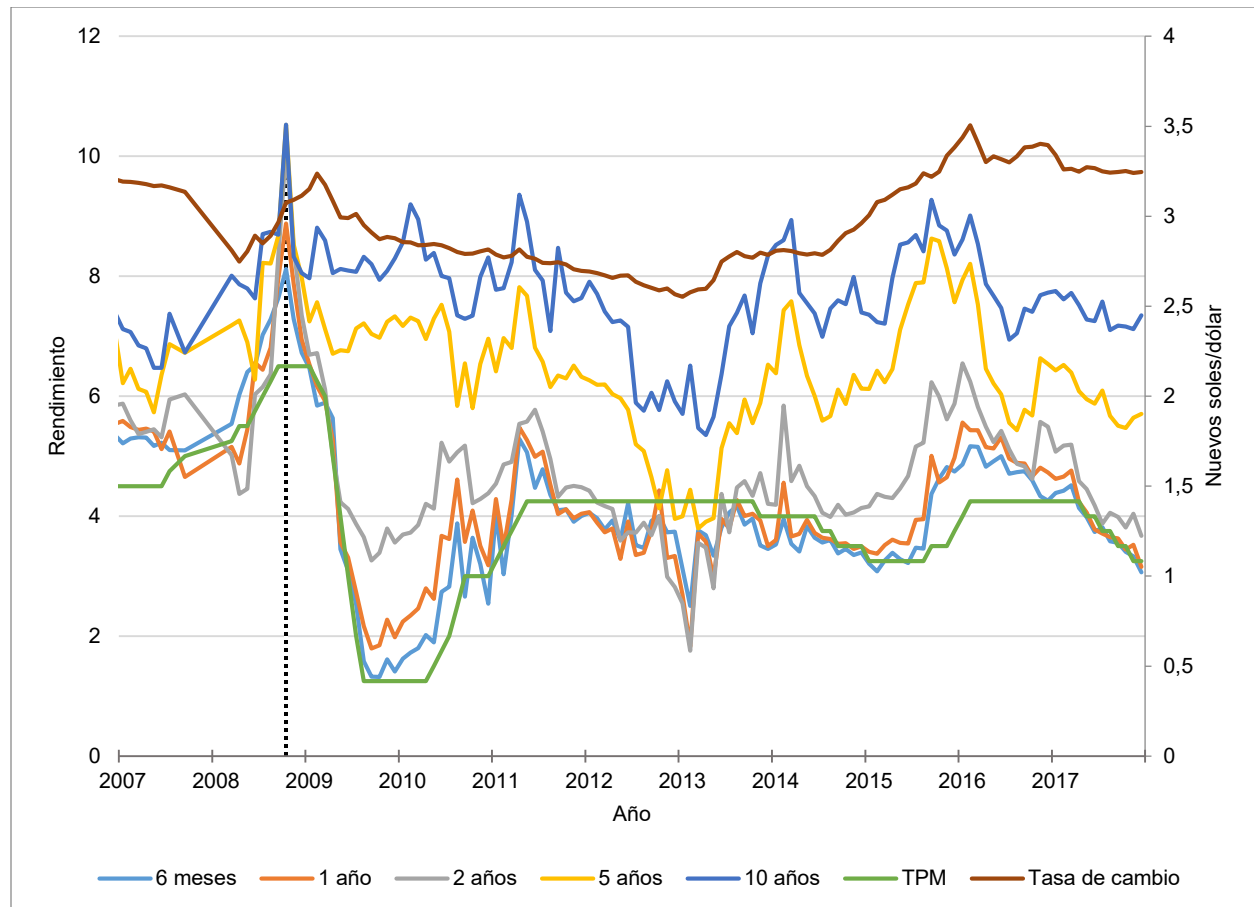


Figura 34. Series temporales de la tasa *forward* instantánea y la tasa de política monetaria en Perú

En la figura 34 se grafican las series temporales de las tasas *forward* instantáneas para vencimientos a 6 meses, 1 año, 2 años, 5 años y 10 años y la Tasa de Política Monetaria (TPM) entre noviembre de 2006 y diciembre de 2017. Se observa que en octubre de 2008 las tasas *forward* de todos los plazos aumentan, lo cual se evidencia en un aumento en el spread de la curva *spot* que se observa en la figura 32. Después de este mes, las tasas a 6 meses, 1 año y 2 años caen rápidamente siguiendo la tendencia de la TPM hasta mayo de 2009, mientras que las tasas *forward* a 5 y 10 años no siguen esta tendencia y se mantienen altas durante el período. Entre octubre de 2008 y septiembre de 2009 la tasa *forward* disminuye un 3.67%, las de corto y mediano plazo disminuyen un 6.65% y las de largo plazo disminuyen 2.90%. Las tasas *forward* a 6 meses, 1 año y 2 años solo alcanzan el nivel mostrado en septiembre de 2007 hasta agosto de 2011 con una

diferencia promedio de 0.55%.

Por otro lado, la tasa de cambio del dólar respecto al nuevo sol peruano comienza a aumentar en julio de 2014, en un principio se observa que las tasas *forward* no tienen ningún cambio representativo a causa de este suceso, pero en junio de 2015 comienza un ascenso de las tasas *forward* en todos los plazos que se mantiene hasta enero de 2016, en febrero del mismo año la tasa de cambio alcanza un máximo y luego comienza a descender, mientras que la TPM se mantiene constante hasta abril de 2017, luego de esta fecha las tasas *forward* comienzan a descender al igual que la TPM mientras que la tasa de cambio se mantiene constante. Durante el período de alza de la tasa de cambio las tasas *forward* subieron en promedio un 1.84%, las de corto y mediano plazo 2.01% y las de largo plazo 1.80%.

En Perú al igual que en el resto de economías, la crisis de las subprime tiene un impacto significativo sobre la ETTI, mientras que en este caso la crisis por la caída de los precios del petróleo tuvo un impacto, pero no al nivel de lo presentado en Brasil y Colombia durante este período.

8.5 Series spot en Brasil, Chile, Colombia y Perú

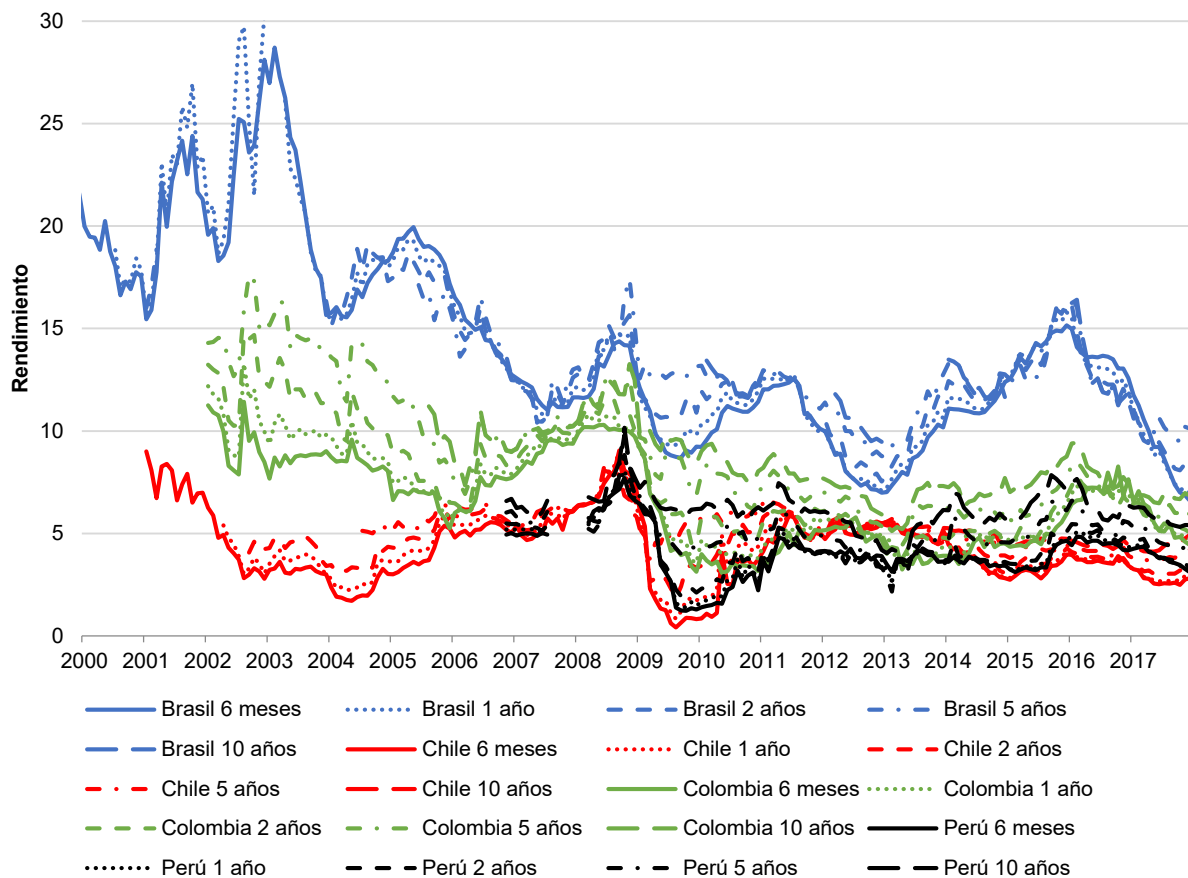


Figura 35. Series temporales de la tasa spot en Brasil, Chile, Colombia y Perú

En la figura 35 se presentan las series spot a 6 meses; 1, 2, 5 y 10 años para Brasil, Chile, Colombia y Perú. Se observa que las tasas spot de Chile y Perú son similares en valor durante todo el periodo. Las tasas de Colombia, inicialmente más altas que las de Chile y Perú, luego de la crisis de las subprime 2008 se acercan a estas. Por otro lado, las tasas de Brasil se mantienen altas respecto a las otras economías durante todo el período de estudio, especialmente en el período de 2000 a 2003. La figura 35 muestra que, durante la crisis de las subprime de 2008, las economías reaccionan de forma similar, pero se puede observar que las tasas spot cortas de Brasil tuvieron una variación menor a las de las otras economías, ya que las tasas spot de Brasil a 6 meses y un

año bajaron en promedio 4.85%, mientras que para las economías de Chile, Colombia y Perú bajaron 6.66%, 5.78% y 6.60% respectivamente de octubre de 2008 a octubre de 2009.

Adicionalmente, se muestra que, en Brasil, como se había analizado anteriormente, entre agosto de 2009 y diciembre de 2012 las tasas spot tienen una variación significativa, ya que suben 2.21% hasta julio de 2011 y bajan 5.05% hasta diciembre de 2012, lo cual no ocurre en el resto de economías estudiadas, las cuales se mantienen estables durante este período. Además, la caída de los precios del petróleo afecta las tasas spot de Brasil en mayor medida que a las otras economías, ya que entre diciembre de 2012 y diciembre de 2015 las tasas de Brasil suben en promedio 8.21%, mientras que las de Chile, Colombia y Perú cambian -1.16%, 1.97% y 1.85% respectivamente y entre diciembre de 2015 y diciembre de 2017 las de Brasil bajan -7.83% y las de las otras economías bajan 0.62%, 1.75% y 1.75% respectivamente.

8.6 Comparación del modelo de Svensson y el modelo de Nelson y Siegel

En este capítulo, se presentan los resultados del ajuste mediante la forma funcional propuesta por Svensson y la propuesta por Nelson y Siegel, seguido de la aplicación del criterio de Akaike para los dos modelos, esto con el fin de identificar cuál modelo logra un mejor ajuste y si el modelo de Svensson tiene un mejor ajuste suficiente para justificar el aumento de complejidad del modelo (2 parámetros adicionales).

La tabla 21 muestra las raíces del error cuadrático medio (RMSE) y el máximo error para los rendimientos al vencimiento y el precio calculados a partir de la ETTI estimada mediante la forma funcional propuesta por Svensson. El RMSE en el rendimiento varía entre 0.109 para Perú y 0.148 para Colombia, mientras que en el precio varía entre 0.141 para Brasil y 0.481 para Perú. En cuanto

al máximo error en los rendimientos, varía entre 0.263 para Perú y 0.410 para Chile, mientras que el máximo error en los precios varía entre 0.385 para Brasil y 1.191 para Perú. Como se puede observar el RMSE y el máximo error son mayores para los precios debido a que el modelo se ajusta para los rendimientos al vencimiento y no para los precios, esto con el fin de tener una curva de rendimientos (ETTI) con el mejor ajuste; si se quisiera realizar una valoración de los precios de los bonos se podría realizar un ajuste para los precios.

Tabla 21

Estadísticas de la estimación mediante la forma funcional propuesta por Svensson

	RMSE de los rendimientos	Máximo error en los rendimientos	RMSE de los precios	Máximo error en los precios
Brasil	0.146	0.356	0.141	0.385
Chile	0.141	0.410	0.151	0.485
Colombia	0.148	0.339	0.404	0.970
Perú	0.109	0.263	0.481	1.191

Nota. Los RMSE al igual que el máximo error son el promedio de todos los días estimados.

En la tabla 22 se presentan las estimaciones de RMSE y máximo error para los rendimientos y los precios calculados a partir de la ETTI estimada mediante la forma funcional propuesta por Nelson y Siegel. Se concluye que los errores RMSE y máximo son más altos para el caso de Nelson y Siegel, lo que quiere decir que el modelo de Svensson obtiene un mejor ajuste en los rendimientos y también en los precios para todos los países.

Tabla 22

Estadísticas de la estimación mediante la forma funcional propuesta por Nelson y Siegel

	RMSE de los rendimientos	Máximo error en los rendimientos	RMSE de los precios	Máximo error en los precios
Brasil	0.173	0.415	0.185	0.514
Chile	0.160	0.462	0.241	0.805
Colombia	0.228	0.547	0.504	1.198
Perú	0.134	0.320	0.580	1.450

Nota. Los RMSE al igual que el máximo error son el promedio de todos los días estimados.

La tabla 23 presenta el número de veces que el criterio de información de Akaike es menor

cuando se aplica el modelo de Svensson, se observa que el modelo de Nelson y Siegel (NS) se escoge un mayor número de veces respecto al modelo propuesto por Svensson (SV) según el criterio de Akaike, excepto en el caso de Colombia en donde el valor AIC es menor 127 veces en 192 ocasiones. Además, la diferencia absoluta promedio de máxima verosimilitud es mayor cuando se escoge el modelo de Svensson sobre el modelo de Nelson y Siegel, por lo tanto se identifica que hay casos en los que el modelo NS es insuficiente para representar todos los movimientos de la curva, por lo tanto, se concluye que el modelo de Svensson, el cual parte del modelo de Nelson y Siegel y añade dos parámetros adicionales, logra un mejor ajuste en aquellos casos en que el modelo de Nelson y Siegel no es suficiente para representar los movimientos de la curva spot.

Tabla 23

Criterio de información de Akaike en los países de estudio

	Veces en que AIC de Svensson es menor	Número de días de estimación	Diferencia absoluta promedio en MV cuando AIC de SV es menor	Diferencia absoluta promedio en MV cuando AIC de NS es menor
Brasil	83	218	6.602	0.714
Chile	86	204	7.286	0.566
Colombia	127	192	9,95	0,456
Perú	56	128	7.102	0.52
Total	352	742		

Nota. AIC son las siglas de Criterio de Información de Akaike en inglés. MV son las siglas de Máxima Verosimilitud. SV es la abreviación del modelo de Svensson. NS es la abreviación del modelo de Nelson y Siegel.

9. Conclusiones

Al analizar los resultados se observa que la Estructura Temporal de los Tipos de Interés (ETTI)

sufre cambios significativos en todos los países en su nivel y en el spread entre tasas a corto y largo plazo debido a la crisis económica subprime. Además, se evidencia que la tasa de política monetaria, mecanismo de control de los bancos centrales de cada país, tiene influencia en las tasas de corto y mediano plazo de la estructura temporal (curva *spot*), así como en las tasas *forward* instantáneas a corto plazo y mediano plazo, pero tiene una significativamente menor influencia en las tasas a largo plazo.

Por otro lado, al evaluar el comportamiento de las tasas *spot* pre y poscrisis se puede ver que antes de octubre de 2008 las tasas de interés tenían un comportamiento alcista, mientras que después de este mes, baja el nivel de las tasas de interés. Además, las tasas *forward* recuperan un nivel similar al mostrado un año antes de la crisis económica subprime en septiembre de 2011 en el caso de Brasil, marzo de 2011 en Chile y agosto de 2011 en Perú, mientras que, en el caso de Colombia, las tasas no vuelven a recuperar el nivel mostrado.

La crisis debido a la caída del precio del petróleo tuvo un comportamiento similar al que tuvo la crisis económica subprime de 2008 con un aumento de las tasas *forward* y *spot*, llegando a un máximo entre enero y febrero de 2016 seguido de una disminución de las tasas que llega hasta el final del período de estudio, esto ocurrió para todos los países excepto para Chile que tuvo una disminución tanto de las tasas *forward* como de las tasas *spot* durante este período a pesar de que la tasa de cambio aumentó.

Se observa que la crisis de las subprime tiene un impacto significativo sobre todas las economías, mientras que la crisis por la disminución del precio del petróleo afecta en diferente medida a cada economía. En Brasil, la crisis del petróleo tuvo mayor repercusión que la crisis económica subprime, en la primera las tasas *forward* subieron 4.16% mientras que en la segunda

las tasas bajaron 3.91%. En Chile, la crisis subprime repercute en las tasas *forward* a corto y mediano plazo ya que disminuyen 4.15% mientras que disminuyen 0.47% por la crisis del petróleo. En Colombia, la crisis de la subprime hace que las tasas *forward* disminuyan 3.13% y con la crisis del petróleo aumentan 2.65%. En Perú, las tasas *forward* disminuyen 3.67% por la crisis de la subprime mientras que la crisis del petróleo hace que aumenten 1.84%. Lo cual, demuestra que la crisis del petróleo tuvo mayor repercusión en las economías de Brasil y Colombia que en las de Chile y Perú. Esto puede deberse a que en Brasil y Colombia las economías son más sensibles a la variación del precio del petróleo ya que son exportadores de este *commodity*.

La ETTI de Brasil es más reactiva a los diferentes sucesos macroeconómicos a nivel mundial, ya que se evidencian tres períodos consecutivos de movimientos significativos en la curva *spot* que se deben posiblemente a tres eventos: la crisis subprime (2008), la crisis europea (2012) y la crisis del petróleo (2016).

10. Recomendaciones

Se observa que los datos en Colombia y Perú se encuentran mucho más limpios respecto a Chile y Brasil, según la teoría de la eficiencia de los mercados la información debe estar presente en forma pública, gratis y de una manera correcta. Por lo tanto, tomar medidas para resolver los problemas de manejo de la información en estos mercados daría mejores herramientas para los analistas financieros, inversores, bancos, etc.

El modelo propuesto por Svensson requiere una tasa *overnight* para que en el corto plazo la curva no tome formas exageradas, por lo cual se podría adaptar el algoritmo para solucionar este problema tomando una forma predefinida con anterioridad.

Así, mismo si no se tienen datos en el largo plazo la curva, de igual manera, puede tomar formas inusuales, teniendo en cuenta esto, se podría desarrollar una restricción para que la curva tome forma asintótica en el largo plazo.

Para futuras investigaciones se recomienda estudiar las formas de predecir el comportamiento futuro de la ETTI en los mercados latinoamericanos.

También se recomienda estudiar la teoría de las expectativas, de la preferencia por liquidez y del hábitat preferido en la ETTI en los mercados latinoamericanos.

Referencias Bibliográficas

Aljinović, Z., Pokleповić, T., & Katalinić, K. (2012). Best fit model for yield curve estimation.

Croatian Operational Research Review (CRORR), 3(1), 28–40. Recuperado a partir de

<http://hrcak.srce.hr/96702>

ASTM International. Standard Practice for Dealing With Outlying Observations (2016).

<https://doi.org/10.1520/E0178-08>. Copyright

Autoregulador del Mercado de Valores de Colombia. (2014). Todo lo que un inversionista debe

saber sobre bonos. *Educación Financiera para Todos*, 5(6), 24.

Banco de la República - Colombia. (2003). *Historia de cambios de mnemotécnicos en el SEN*.

Bogotá, Colombia. Recuperado a partir de <http://www.banrep.gov.co/es/historia-cambios-sen>

Bolsa de Comercio de Santiago. (2016). Guía del mercado de deuda bursátil.

Carvalho, P. C. (2008). *Comparação de metodologias para a construção da estrutura a termo de*

taxas de juros (ETTJ) dos títulos públicos brasileiros. Fundación Getúlio Vargas.

Recuperado a partir de <http://bibliotecadigital.fgv.br/dspace/handle/10438/1618>

Cerna, J. (2015). *Nota metodológica instrumentos del BCRP*. Perú: Banco Central de Reserva del

Perú. Recuperado a partir de [http://www.bcrp.gob.pe/docs/Transparencia/Normas-](http://www.bcrp.gob.pe/docs/Transparencia/Normas-Legales/Circulares/2015/nota-metodologica.pdf)

[Legales/Circulares/2015/nota-metodologica.pdf](http://www.bcrp.gob.pe/docs/Transparencia/Normas-Legales/Circulares/2015/nota-metodologica.pdf)

- Chambers, D. R., Carleton, W. T., & Waldman, D. W. (1984). A new approach to estimation of the term structure of interest rates. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 19(3), 233–252. <https://doi.org/10.2307/2331088>
- Choudhry, M. (2001). *The bond and money markets: strategy, trading, analysis*. Oxford: Butterworth-Heinemann. <https://doi.org/10.1016/B978-0-7506-4677-2.50086-3>
- Choudhry, M. (2008). Analyzing and Interpreting the Yield Curve. En F. J. Fabozzi (Ed.), *Handbook of Finance* (2a ed., Vol. 3, pp. 455–462). John Wiley & Sons. <https://doi.org/10.1002/9780470404324.hof002046>
- D'Acuña, S., Godoy, S., & Malandre, N. (2009). *Descripción del funcionamiento del mercado secundario de bonos soberanos locales en Chile* (Estudios económicos estadísticos No. 72).
- Durand, D. (1942). *Basic yields of corporate bonds, 1900-1942*. NBER's Technical Paper. New York: NBER. Recuperado a partir de <http://www.nber.org/chapters/c9268.pdf>
- Gilli, M., Große, S., & Schumann, E. (2010). Calibrating the Nelson Siegel Svensson model. *Comisef Working Papers Series*, (March), 1–22. Recuperado a partir de comisef.eu/files/wps031.pdf
- Gilli, M., & Schumann, E. (2012). Heuristic optimisation in financial modelling. *Annals of Operations Research*, 193(1), 129–158. <https://doi.org/10.1007/s10479-011-0862-y>
- Hubert, M., & Van Der Veeken, S. (2008). Outlier detection for skewed data. *Journal of Chemometrics*, 22(3–4), 235–246. <https://doi.org/10.1002/cem.1123>

Instituto Argentino de Mercado de Capitales. (2006, abril). Construcción de una curva cupón cero para el mercado doméstico de títulos públicos. Instituto Argentino de Mercado de Capitales. Recuperado a partir de <http://www.usal.edu.ar/archivos/academiadecapitales/otros/curva.pdf>

Julio Román, J. M. (2007). *Does the Spot Curve Contain Information on Future Monetary Policy in Colombia?* (Borradores de economía). Banco de la República. Recuperado a partir de <https://www.banrep.gov.co/en/borrador-463>

Kanjilal, K. (2013). Factors causing movements of yield curve in India. *Economic Modelling*, 31(1), 739–751. <https://doi.org/10.1016/j.econmod.2013.01.018>

Laval Zaldívar, J. S. (2005). *Características de los Instrumentos del Mercado Financiero Nacional*. Santiago, Chile: Banco Central de Chile.

Lefort, F., & Walker, E. (2000). Caracterización de la Estructura de Tasas de Interés Reales en Chile. *Economía chilena*, 3(2), 31–52.

Mascareñas, J. (2013). La estructura temporal de los tipos de interés. *Monografías de Juan Mascareña sobre Finanzas Corporativas*, 1–29.

Ministerio de Economía y Finanzas. (s/f). Títulos del tesoro. Recuperado el 10 de abril de 2018, a partir de <https://www.mef.gob.pe/es/titulos-del-tesoro>

Nelson, C. R., & Siegel, A. F. (1987). Parsimonious Modeling of Yield Curves. *The Journal of Business*, 60(4), 473–489. <https://doi.org/10.1086/296409>

- Paguaga Morales, E. G., & Villanueva Rodas, D. P. (2013). Curva de rendimientos para las letras del banco central de honduras. *Innovare*, 2(1), 42–58. Recuperado a partir de <http://www.unitec.edu/innovare/?p=213>
- Pereda C., J. (2010). Estimación de la curva de rendimiento cupón cero para el Perú y su uso para el análisis monetario. *Economía*, 33(65), 103–132. Recuperado a partir de <http://revistas.pucp.edu.pe/index.php/economia/article/view/583>
- Pérez, C. (2008). El “crash” de octubre de 2008. Recuperado el 19 de febrero de 2018, a partir de https://elpais.com/diario/2008/10/11/economia/1223676001_850215.html
- Presidencia de la República de Perú. Aprueban el Reglamento del Programa de Creadores de Mercado, Pub. L. No. N° 037-2003-EF, 12 (2003). Perú.
- R Core Team. (2017). R: A Language and Environment for Statistical Computing. Vienna, Austria. Recuperado a partir de <https://www.r-project.org>
- Schaefer, S. M. (1977). The Problem with Redemption Yields. *Financial Analysts Journal*, 33(4), 59–67. Recuperado a partir de <http://www.jstor.org/stable/4478054>
- Schumann, E. (2017a). *Financial Optimisation with R* (0.99-0). Recuperado a partir de <http://enricoschumann.net/files/NMOFman.pdf>
- Schumann, E. (2017b). *Fitting the Nelson – Siegel – Svensson model with Differential Evolution*. Recuperado a partir de <http://cran.r-project.org/web/packages/NMOF/vignettes/DEnss.pdf>
- Storn, R., & Price, K. (1997). Differential Evolution – A Simple and Efficient Heuristic for

global Optimization over Continuous Spaces. *Journal of Global Optimization*, 11(4), 341–359. <https://doi.org/10.1023/A:1008202821328>

Svensson, L. E. O. (1994). Estimating and interpreting forward interest rates: Sweden 1992-1994, (4871), 1–49. <https://doi.org/10.3386/w4871>

Tesouro Nacional. (2018). Títulos da Dívida Interna. Recuperado el 10 de abril de 2018, a partir de <http://www.tesouro.fazenda.gov.br/web/stn/titulos-da-divida-interna>

TesouroDireto. (s/f). *Cálculo da Rentabilidade dos Títulos Públicos ofertados no Tesouro Direto*. Brasil. Recuperado a partir de http://www.tesouro.fazenda.gov.br/documents/10180/410323/NTN-F_novidades.pdf

Valderrama, Á., Martínez, A., González, C., & Ramírez, N. (2012). *Mercado de renta fija colombiano evolución y diagnóstico. Estudios técnicos BVC*. Recuperado a partir de http://www.bvc.com.co/pps/tibco/portalebvc/Home/IE/Estudio_Diagnostico?com.tibco.ps.pagesvc.action=updateRenderState&rp.currentDocumentID=-8972d57_13cd3361e21_19f40a0a600b&rp.attachmentPropertyName=Attachment&com.tibco.ps.pagesvc.targetPage=1f9a1c33_132040