

**Modelo de conductividad hidráulica en suelos parcialmente saturados basado en la
distribución de tamaños de poros**

TRABAJO DE GRADO

**PASANTÍA DE INVESTIGACIÓN
GRUPOS GIREH (UN) – GPH (UIS)**

“MODELO DE CONDUCTIVIDAD HIDRÁULICA EN SUELOS PARCIALMENTE
SATURADOS BASADOS EN LA DISTRIBUCIÓN DE TAMAÑOS DE POROS”

CARLOS IVÁN BÁEZ RANGEL
JAIRO UBALDO RANGEL LOZADA

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO - MECÁNICAS
ESCUELA DE INGENIERÍA CIVIL
BUCARAMANGA

2009

Modelo de conductividad hidráulica en suelos parcialmente saturados basado en la distribución de tamaños de poros

TRABAJO DE GRADO

“MODELO DE CONDUCTIVIDAD HIDRÁULICA EN SUELOS PARCIALMENTE SATURADOS BASADOS EN LA DISTRIBUCIÓN DE TAMAÑOS DE POROS”

**PASANTÍA DE INVESTIGACIÓN
GRUPOS GIREH (UN) – GPH (UIS)**

CARLOS IVÁN BÁEZ RANGEL
JAIRO UBALDO RANGEL LOZADA

Trabajo de grado presentado como requisito para obtener el título de Ingeniero Civil

Director

LEONARDO DAVID DONADO GARZÓN
Profesor Universidad Nacional de Colombia

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO - MECÁNICAS
ESCUELA DE INGENIERÍA CIVIL
BUCARAMANGA

2009

Modelo de conductividad hidráulica en suelos parcialmente saturados basado en la distribución de tamaños de poros

TABLA DE CONTENIDO

LISTA DE FIGURAS	<i>viii</i>
LISTA DE TABLAS	<i>ix</i>
LISTA DE ANEXOS	<i>x</i>
RESUMEN	<i>xi</i>
ABSTRACT	<i>xii</i>
1. INTRODUCCIÓN	<i>1</i>
2. CONDUCTIVIDAD HIDRÁULICA	<i>5</i>
2.1 Conductividad hidráulica en suelos totalmente saturados	<i>6</i>
2.2 Conductividad hidráulica en suelos parcialmente saturados.	<i>6</i>
3. DESCRIPCIÓN DEL MODELO	<i>8</i>
3.1 Generalidades	<i>8</i>
3.2 Modelo de Childs & Collins George – Marshall	<i>10</i>
4. RESULTADOS Y DISCUSIÓN	<i>12</i>
4.1 COMPARACIÓN CON LOS MÉTODOS DE NIÑO-TOVAR Y BARRERA – MUÑOZ	<i>16</i>
5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	<i>18</i>
6. REFERENCIAS	<i>19</i>
ANEXOS	<i>22</i>
A-1. FENÓMENOS MOLECULARES EN LÍQUIDOS	<i>22</i>
A-1.1 Presión debida a la curvatura de la superficie libre.	<i>22</i>
A-1.2. Presión bajo la superficie curva de un líquido (cualquiera que sea su forma)	<i>25</i>

Modelo de conductividad hidráulica en suelos parcialmente saturados basado en la distribución de tamaños de poros

LISTA DE FIGURAS

<i>Fig. 4.1 Conductividad hidráulica en función de la PSD en una AFU para diferentes valores de factor de forma F</i>	<i>13</i>
<i>Fig. 4.2 Conductividad hidráulica en función de la PSD en una AMU para diferentes valores de factor de forma F</i>	<i>13</i>
<i>Fig. 4.3 Conductividad hidráulica en función de la PSD en una ADG para diferentes valores del factor de forma F</i>	<i>13</i>
<i>Fig. 4.4 Conductividad hidráulica en una AFU.....</i>	<i>14</i>
<i>Fig. 4.5 Conductividad hidráulica en una AMU.....</i>	<i>14</i>
<i>Fig. 4.6 Conductividad hidráulica en una ADG</i>	<i>14</i>
ANEXOS	22
<i>Fig.1. Acción de la curvatura de la superficie del líquido. (Tomado de Montenegro, 1990).....</i>	<i>23</i>
<i>Fig.2. Determinación de la sobrepresión que existe debajo de la superficie esférica del líquido. (Tomado de Montenegro, 1990)</i>	<i>24</i>
<i>Fig.3. Secciones normales de la superficie curva del líquido. (Tomado de Montenegro, 1990).....</i>	<i>26</i>
<i>Fig.4. Determinación de la sobrepresión existente debajo de la superficie curvada del líquido. (Tomado de Montenegro, 1990)</i>	<i>28</i>

Modelo de conductividad hidráulica en suelos parcialmente saturados basado en la distribución de tamaños de poros

LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Factor de forma del poro (Tomado de Cook & Hoover, 1993) 9

Tabla 1. Valores de conductividad hidráulica saturada para las tres arenas con diferentes valores del factor de forma (m/s) (Báez y Rangel) 15

Tabla 3. Valores de conductividad hidráulica saturada (m/s) obtenidos por los dos modelos empleados. (Tomado de Niño y Tovar, 2003) 15

Tabla 4. Conductividad hidráulica saturada (m/s). (Tomado de Barrera y Muñoz, 2003) 15

Modelo de conductividad hidráulica en suelos parcialmente saturados basado en la distribución de tamaños de poros

LISTA DE ANEXOS

<i>A-1. FENÓMENOS MOLECULARES EN LÍQUIDOS</i>	22
<i>A-1.1 Presión debida a la curvatura de la superficie libre</i>	22
<i>A-1.2. Presión bajo la superficie curva de un líquido (cualquiera que sea su forma) ...</i>	25

Modelo de conductividad hidráulica en suelos parcialmente saturados basado en la distribución de tamaños de poros

RESUMEN

TITULO: MODELO DE CONDUCTIVIDAD HIDRÁULICA EN SUELOS PARCIALMENTE SATURADOS BASADO EN LA DISTRIBUCIÓN DE TAMAÑOS POROS*

AUTORES: BÁEZ RANGEL, Carlos Iván

RANGEL LOZADA, Jairo Ubaldo**

PALABRAS CLAVES: Factor de forma, conductividad hidráulica, Distribución de tamaños de poros (PSD).

RESUMEN

La capacidad que presenta un suelo para permitir o no el flujo de agua a través de él, es un parámetro esencial que caracteriza en gran parte su funcionalidad y define varios de sus cualidades. Este parámetro denominado conductividad hidráulica es de difícil medición directa ya que presenta alta incertidumbre en las teorías aplicadas por los ensayos tradicionales, además que consume demasiado tiempo y recursos.

Se ha recomendado entonces solucionar dichos inconveniente mediante la inclusión de alguna caracterización de la fábrica del suelo, como la PSD (Distribución de tamaños de partículas). Se sigue en este trabajo de grado una solución a este problema mediante un método alternativo basado en modelos probabilísticos. Se buscó complementar el modelo diseñado por Donado (2004) incluyendo el factor de forma de los poros para analizar la influencia de este en los valores de conductividad hidráulica a la vez que se analizaba el comportamiento del suelo en estado de no saturación y comparar el resultado obtenido con estudios realizados por Barrera y Muñoz (2003) y Niño y Tovar (2003).

El análisis de la influencia del factor de forma se realizó sobre tres tipos de arenas diferentes que son una arena fina uniforme (AFU), arena media uniforme (AMU) y una arena de diferentes gradación (ADG), los resultados obtenidos lleva a concluir que si bien el factor de forma influye en el valor final de la conductividad hidráulica no es el principal responsable de los cambios que se aprecian en dichos valores al comparasen con los trabajos realizados por Barrera y Muñoz (2003) y el de Niño y Tovar (2003). Los anteriores trabajos se basan en ensayos con agua, y no caracterizan adecuadamente la fábrica de los suelos, debido a que el agua reacciona químicamente con el suelo, mientras el mercurio no moja la estructura del suelo.

* Proyecto de Grado

** Facultad de Ingenierías Físico-Mecánicas. Escuela de Ingeniería Civil. Director: Leonardo David Donado Garzón

Modelo de conductividad hidráulica en suelos parcialmente saturados basado en la distribución de tamaños de poros

ABSTRACT

TITLE: MODEL OF HYDRAULIC CONDUCTIVITY IN PARTIALLY SATURATED SOILS BASED ON THE PORE SIZE DISTRIBUTION*

AUTHORS: BÁEZ RANGEL, Carlos Iván

RANGEL LOZADA, Jairo Ubaldo**

KEYWORDS: Shape factor, Hydraulic conductivity, Pore size distribution (PSD),

ABSTRACT

The capability of a soil for allowing the water flow through itself is the hydraulic conductivity. It is an essential parameter that characterizes much of their functionality and defines a lot of its characteristics. This parameter is difficult to measure directly because it presents high uncertainty in the applied theories by the tests that also consume too much time and resources.

It has been recommended to solve these problems, an inclusion of a characterization of the soil fabric, such as the PSD (particle size distribution). This work follows a solution based on probabilistic models. We tried to fulfill the designed model by Donado (2004) including shape factor of the pores to analyze the influence of the values of hydraulic conductivity and also characterize the behavior of soil in a state of saturation and try to compare the results with studies by Barrera and Munoz (2003) and Niño and Tovar (2003).

The analysis of the influence of the shape factor was performed on three different types of sand that are a uniform fine sand (AFU), uniform coarse sand (AMU) and a graded sand (ADG), the results lead us to conclude that while the shape factor influencing the final value of the hydraulic conductivity is not primarily responsible for the changes in the values when is compared with the work done by Barrera and Munoz (2003) and the Niño and Tovar (2003). These works are based on water tests and for this reason not characterize the fabric of the soil, while the mercury does not wet the soil.

* Undergraduate Final Project

** Faculty of Physical-Mechanical Engineering, School of Civil Engineering. Adviser: Leonardo David Donado Garzón

Modelo de conductividad hidráulica en suelos parcialmente saturados basado en la distribución de tamaños de poros

1. INTRODUCCIÓN

La medición de la conductividad hidráulica -parámetro esencial para determinar la capacidad de un medio poroso a dejar fluir agua- es muy difícil de realizar de forma directa debido a que se consume mucho tiempo en la realización de los ensayos y se requieren de condiciones ideales (controladas) para su obtención. Para solucionar dichos inconvenientes se han creado modelos teóricos que han sido la base de modelos semiempíricos todo esto con el fin de determinar de forma indirecta dicho parámetro. Muchos de los modelos formulados hasta el momento se basan en teorías probabilísticas, convirtiendo el problema en uno de carácter estocástico (Chow y Maidment, 1994); a los problemas de tiempo y de condiciones ideales se suma la heterogeneidad propia de los procesos de depositación del medio. Las soluciones y teorías que se han planteando hasta el momento asumen muchas condiciones controladas, lo cual agrega mayor incertidumbre a los métodos para determinar la conductividad hidráulica en suelos granulares. Se ha venido desarrollando por parte de algunos autores una solución que consiste en la inclusión de una caracterización estadística de la matriz, como por ejemplo, la distribución de tamaño de partículas (Barrera y Muñoz, 2003) o de poros (Donado, 2004).

La conductividad hidráulica es un parámetro muy importante que influye en diversas ramas de la ciencia y la ingeniería, de igual forma afecta un sin número de estudios, proyecciones y diseños de tipo hidráulico, hidrológico, ambiental, ecológico, geológico y geotécnico razones que nos indican la importancia del presente trabajo.

Desde la perspectiva de la utilización de modelos probabilísticos, la manera como se ha tratado y solucionado el problema del cálculo de la conductividad hidráulica se dio en primer lugar con el estudio realizado por Childs en 1950 (Juang y Holtz, 1986). En nuestro país se han realizado varios aportes para la determinación de la conductividad hidráulica, esfuerzos que se han dirigido principalmente en la Universidad Nacional de Colombia desde 1997, trabajos y estudios experimentales de los cuales se concluyó y se recomendó buscar un método alternativo (basado en modelos probabilísticos) debido al alto costo y

Modelo de conductividad hidráulica en suelos parcialmente saturados basado en la distribución de tamaños de poros

duración del trabajo empírico. En el estudio realizado por Pulido (1997) se hallaron inconvenientes con los métodos tradicionales, posteriormente se ha venido realizando diversos trabajos atendiendo esta recomendación, con lo cual se llegó a estudio como los realizados por Niño y Tovar (2003), Barrera y Muñoz (2003) y Donado (2004).

El análisis y estudio de la conductividad hidráulica que se sigue en el presente trabajo está basado principalmente en investigaciones que hacen parte de un proyecto de modelación física de la conductividad hidráulica para tres tipos diferentes de arenas, una fina (AFU), otra media (AMU) y una gradada (ADG); conforman dicho proyecto entre otros los trabajos desarrollados por Donado (2004), Niño y Tovar (2003), y Barrera y Muñoz (2003 a), los cuales han analizado la influencia de la distribución de los tamaños de poros (PSD), la dimensión fractal y la distribución de tamaños de partículas, respectivamente. Estos son la base del trabajo de grado que acá se sigue, el cual busca ampliar el modelo planteado por Donado (2004). Con el fin de mejorar dicho modelo se optó por variar el factor de forma de los poros a la vez que se analiza el comportamiento de los suelos durante su proceso de saturación, esto con el fin de analizar la influencia que tiene dicho factor en el comportamiento de la conductividad hidráulica, para finalmente comparar con los resultados obtenidos por Niño y Tovar (2003), y Barrera y Muñoz (2003) definiendo así que factor de forma representa mejor la conductividad hidráulica tomando con referencia lo obtenido en estos modelos. En vista de la dificultad que existe para representar matemáticamente las formas de los poros se optó por usar el factor de forma como parámetro para modelar esta situación.

Niño y Tovar (2003) plantearon un modelo de tubos capilares modificado, en el cual se tiene como principal objetivo analizar la influencia de la rugosidad de las paredes de los poros mediante la dimensión fractal y la relación existente entre el perímetro mojado y el área hidráulica de cada poro analizado; la ecuación que regula el cálculo de la dimensión fractal es la ecuación de Poiseuille para conductos circulares, la cual fue modificada por Korvin (1992) en función de la dimensión fractal. Del trabajo de Niño y Tovar (2003) se pudo establecer entonces la gran influencia que tiene la dimensión fractal en el cálculo de la conductividad hidráulica y la creciente importancia que ésta toma a medida que el suelo se acerca a la saturación, pues se observó que la conductividad hidráulica obtenida por el

Modelo de conductividad hidráulica en suelos parcialmente saturados basado en la distribución de tamaños de poros

modelo fractal disminuye a medida que el contenido volumétrico de humedad aumenta en comparación con la obtenida por el método de tubos capilares (Jury, et al., 1991).

Por su parte, Barrera y Muñoz (2003) estudiaron la influencia de la distribución de tamaños de partículas en la conductividad hidráulica de arenas limpias. El análisis se realizó a partir de las curvas de retención de agua (CRA), con las cuales se obtuvieron las distribuciones de tamaño de poros (PSD) y se determinó de esta forma la conductividad hidráulica saturada. El planteamiento buscó determinar la posible existencia de una relación entre la distribución de tamaño de poros y la distribución de tamaño de partículas o granulometría. Del trabajo realizado por Barrera y Muñoz (2003) se puede concluir que existe una alta correspondencia entre la PSD y la granulometría de una arena limpia, puesto que para las dos arenas uniformes se observó que poseen una PSD uniforme con tendencia hacia un tamaño predominante, mientras en la ADG la PSD es amplia, al igual que su granulometría.

Aunque la teoría existente para el cálculo de la conductividad hidráulica es aplicable tanto para suelos saturados como para suelos parcialmente saturados, el modelo teórico-experimental que se pretende seguir y analizar en el presente trabajo de grado se ha desarrollado para determinar la conductividad hidráulica bajo la condición de saturación del suelo, condición que si bien se presenta en la naturaleza, no es la condición permanente de los suelos. Es necesario entonces analizar si existe variabilidad de la conductividad hidráulica hallada en función de la PSD a la vez que varía su condición de saturación. Por tal motivo, se propuso complementar el modelo para determinar la conductividad hidráulica de arenas limpias propuesto por Donado (2004), variando la condición de saturación, el cual se basa en mediciones de las PSD (Juang and Holtz, 1979) de tres tipos de suelos granulares; de igual forma se determinó el comportamiento de la conductividad hidráulica en las tres arenas en función del factor forma del poro (Cook y Hoover, 1986), ya que el estudio hasta el momento se ha hecho asumiendo tubos capilares circulares con un factor de forma definido y único, lo cual no es cierto en la realidad.

Al determinar el comportamiento de la conductividad hidráulica basada en la PSD variando su condición de saturación junto con el factor de forma, se correlacionaron y compararon

Modelo de conductividad hidráulica en suelos parcialmente saturados basado en la distribución de tamaños de poros

con los resultados obtenidos por el modelo de tubos capilares modificado en función de la dimensión fractal propuesto por Niño y Tovar (2003).

La estructura particular del documento está dividida en cuatro numerales, aparte de la introducción o numeral uno. La organización de estos numerales es la siguiente.

En el numeral dos se realiza una definición general de la conductividad hidráulica. El tercer numeral, hace una descripción del modelo matemático sobre el cual se realizará el presente trabajo de grado, describe generalidades y se hace énfasis en el modelo de Childs and Collins George – Marshall, dado que es este el modelo con el cual se encontró una mejor concordancia con los resultados obtenidos en la parte experimental en los trabajos realizados por Donado (2004). Es este modelo la herramienta fundamental, ya que en base a su ecuación se realiza el trabajo para obtener la PSP mediante un algoritmo programado en GNU Octave. El cuarto numeral muestra resultados que se sintetizan mediante gráficos discutidos en el mismo, se presenta además la comparación de los resultados obtenidos en el presente trabajo con los obtenidos por Niño y Tovar (2003) y Barrera y Muñoz (2003), comparaciones mediante las cuales se cumple con uno de los objetivos específicos trazados. El numeral cinco presenta las conclusiones y se busca implementar todas las herramientas de análisis necesarias para el cumplimiento de los objetivos del trabajo de grado.

Modelo de conductividad hidráulica en suelos parcialmente saturados basado en la distribución de tamaños de poros

2. CONDUCTIVIDAD HIDRÁULICA

El pionero de la teoría de la conductividad hidráulica Henry Darcy, en medio de trabajos a cerca de la red de distribución de la ciudad de Dijon en Francia se interesó por los factores que influían en el flujo del agua a través de materiales arenosos y presentó el resultado de su investigación como un apéndice a su informe de la red de distribución, comenzando de esta forma los estudios sobre lo que conocemos hoy como conductividad hidráulica (Poblete, 2006).

Para su estudio Darcy utilizó un permeámetro (aparato que sirve para medir la permeabilidad de los materiales ante el paso de fluidos a través de ellos) y encontró que al variar el caudal en el aparato, este era linealmente proporcional a la sección y al gradiente hidráulico.

Se realizaron diferentes pruebas cambiando todas las variables y se concluyó que siempre que se utilice la misma arena, se cumple que:

$$Q = K \cdot A \frac{\Delta h}{\Delta l}; \quad K = \text{Constante}$$

Si se utiliza otra tipo de arena y se cambian las variables, se vuelve a cumplir la ecuación anterior, pero la constante de proporcionalidad lineal si cambia. Entonces se llego a la conclusión que dicha constante es propia de cada arena. Donde K es la conductividad hidráulica. (Poblete, 2006).

Como el caudal Q está en L^3/T , la sección es L^2 , Δh y Δl son longitudes, se comprueba que las unidades de la conductividad hidráulica (K) son las de una velocidad (L/T).

Modelo de conductividad hidráulica en suelos parcialmente saturados basado en la distribución de tamaños de poros

Actualmente, la Ley de Darcy se expresa de esta forma:

$$q = -K \left(\frac{dh}{dl} \right)$$

donde: $q = Q$ /sección (es decir: caudal que circula por m^2 de sección); K = Conductividad Hidráulica, dh/dl = gradiente hidráulico expresado en incrementos infinitesimales. El signo menos se debe a que el caudal es una magnitud vectorial, cuya dirección es hacia los Δh decreciente; es decir, que Δh o dh es negativo y, por tanto, el caudal será positivo

La conductividad hidráulica representa entonces la mayor o menor facilidad con que el medio deja pasar el agua a través de él por unidad de área transversal a la dirección del flujo y tiene las dimensiones de una velocidad (L/T). (Poblete, 2006).

Dado que el estado de un suelo puede ser cambiante debido a la dinámica propia de la naturaleza (lluvias & sequías), es muy importante conocer la relación existente entre la conductividad hidráulica y los estados de saturación o saturación parcial de un suelo.

2.1 Conductividad hidráulica en suelos totalmente saturados.

El movimiento del agua en el suelo se controla por dos factores: la resistencia de la matriz del suelo para fluir agua y las fuerzas que actúan en cada elemento o unidad de agua del suelo. La ley de Darcy, la ecuación fundamental que describe el movimiento de agua en el suelo, relaciona la proporción de flujo con estos dos factores. El flujo saturado ocurre cuando la presión del agua de poros es positiva, es decir, cuando el potencial matricial del suelo es el cero. En la mayoría de suelos esta situación tiene lugar cuando aproximadamente el 95% del espacio del poro total está lleno con agua. El restante 5% está lleno con el aire atrapado (Donado 2004).

2.2 Conductividad hidráulica en suelos parcialmente saturados.

La ley de Darcy es válida para flujo de agua en medios parcialmente saturados siempre y cuando se tenga en cuenta la dependencia de la conductividad hidráulica con el contenido de humedad. Algunos científicos como Childs y Collis – George (Juang & Holtz, 1986)

Modelo de conductividad hidráulica en suelos parcialmente saturados basado en la distribución de tamaños de poros

encontraron experimentalmente que el valor de K es función de la humedad volumétrica del suelo, θ . La validez de esta teoría radica en la suposición que el arrastre de fluido en la interfase aire – agua es despreciable, (Donado 2004).

El comportamiento general de la función $K(\theta)$ está bien establecido, gracias a investigaciones de Richards, Moore, Childs y Collis-George (Juang & Holtz, 1986) entre otros investigadores en el área de la hidráulica de suelos y extracción de petróleo. Se ha encontrado que K decrece muy rápidamente a medida que el contenido de humedad disminuye respecto al valor de saturación. Algunas de las razones para este comportamiento son las siguientes:

La sección transversal disponible para el flujo decrece con θ .

Los poros de mayor tamaño son los primeros que se desocupan al disminuir la humedad. El cambio de la conductividad hidráulica de un medio poroso es directamente proporcional al cuadrado del radio de los poros, mientras que la humedad es proporcional a la primera potencia de dicho radio, por lo que se puede esperar que K decrezca mucho más rápidamente que θ .

A medida que θ decrece, se incrementa la posibilidad de que parte del agua quede atrapada en poros y cuñas aisladas de la red tridimensional general de agua. Una vez la continuidad ha sido rota, no puede haber flujo en fase líquida.

Modelo de conductividad hidráulica en suelos parcialmente saturados basado en la distribución de tamaños de poros

3. DESCRIPCIÓN DEL MODELO

3.1 Generalidades

El modelo matemático al cual se le realizaran las modificaciones y complementos indicados anteriormente los cuales consisten en variar la condición de saturación y utilizar diferentes valores para el factor de forma, está basado en características geométricas de muestras experimentales. Es un modelo de tipo indirecto, debido a que se calculó la conductividad hidráulica (un parámetro de flujo difícil de medir) a partir de una propiedad de obtención más sencilla, como lo es la distribución de tamaños de poros (PSD), es decir que el problema deduce la información de la solución de valores de frontera o iniciales que son comparables experimentalmente.

Para llegar a este modelo fue necesario hacer una evaluación y análisis de varios modelos como el de tubos capilares, radio hidráulico, Garcia-Bengochea entre otros, utilizados para la determinación de la conductividad hidráulica saturada y la evaluación de las CRA ajustadas de datos experimentales y extrapoladas a partir de la PSD medida por MIP (Porosimetría por intrusión de mercurio), trabajo realizado por Donado (2004).

En este caso la representación de los medios porosos está basada en modelos abstractos o teóricos. Dado que el medio poroso es muy desordenado resulta difícil usar modelos determinísticos, conviene más la utilización de modelos estocásticos, los cuales se basan en conceptos probabilísticos que van a representar la aleatoriedad del suelo. La caracterización estadística que se introduce es la distribución de tamaño de poros (PSD), la cual se obtuvo a partir de la MIP.

En términos generales un medio estocástico es definido con base en una distribución de probabilidad de espacio de geometrías o configuraciones. La definición de la distribución de tamaños de poros se hizo mediante la determinación del diámetro del poro (x), el cual se define como el diámetro de la esfera más grande que sea contenida en un punto dentro del espacio de poros del medio poroso. Entonces, asignando un diámetro de poro a cada punto del espacio poroso, una PSD puede ser definida por determinación de una fracción f del

Modelo de conductividad hidráulica en suelos parcialmente saturados basado en la distribución de tamaños de poros

volumen total de vacíos V_v que tiene un diámetro de poros entre x y $x + dx$ (Scheidegger, 1960). Para esta distribución:

$$\int_0^{\infty} f(x) dx = 1 \quad [2.1]$$

Para determinar el diámetro de los poros (x) de las arenas estudiadas se utilizó la ecuación de Washburn, (Washburn, 1921):








$$x = \frac{FT \cos \theta}{p_c} \quad [2.2]$$

Donde F es el factor de forma del poro, el cual se define en la Tabla 1, T es la tensión superficial del líquido que no moja los granos de suelo, θ es el ángulo de contacto entre el líquido que no moja y las paredes del poro (en la experiencia se utilizó mercurio con $\theta = 140^\circ$) y la tensión superficial del mercurio es de $0,48 \text{ J/m}^2$. p_c es la presión capilar que se define mediante la siguiente fórmula:

$$p_c = (\gamma_w - \gamma_{nw})h \quad [2.3]$$

donde γ_w es el peso específico del fluido que moja el esqueleto del medio poroso, γ_{nw} es el peso específico del fluido que no moja y h la carga de presión generada.

Tabla 1. Factor de forma del poro (Tomado de Cook & Hoover, 1993)

RELACIÓN H:V	FORMA	FACTOR DE FORMA
1:1		4.00
1.5:1		3.37
2:1		3.08
4:1		2.73
8:1		2.61
16:1		2.56
Paralelo		2.00

Modelo de conductividad hidráulica en suelos parcialmente saturados basado en la distribución de tamaños de poros

Los intentos de derivar las ecuaciones de movimiento en medios porosos a partir de principios básicos de la teoría de la hidrodinámica han sido muchos. Se presenta a continuación la derivación basada en la Ley de Darcy en flujo saturados usando el modelo conceptual de Childs and Collins Goerge- Marshall. Si bien en el trabajo realizado por Donado (2004) se usaron varios modelos, (Modelos basados en la teoría de los tubos capilares, tubos capilares tortuoso, capilaridad equivalente, radio hidráulico, García-Bengochea, Juang and Holtz) este es el modelo con el cual se encontró un mejor ajuste o concordancia con los resultados obtenidos en la parte experimental (Donado, 2004), por tal motivo se realizaran los cálculos de la PSP (García-Bengochea et al., 1979) para el trabajo presente bajo este modelo.

3.2 Modelo de Childs & Collins George – Marshall

Aplicando el modelo del tubo capilar y con base en la distribución de tamaños de poros determinada por cualquier método, el modelo considera dos secciones transversales del medio poroso, colocadas de manera conjunta, de tal manera que los poros de una superficie estén aleatoriamente conectados con los de la otra superficie. Cada una de las secciones transversales contiene poros cilíndricos de radio variable. La distribución de tamaños de poros se asume idéntica para las dos secciones, y se representa así:

$$\sum_i f(x_i) = n \quad [2.4]$$

en la cual $f(x_i)$ es la frecuencia volumétrica de ocurrencia del poro x_i , y n es la porosidad.

La tasa de flujo a través de los capilares conectados x_i y x_j se representa por:

$$q_{x_i \rightarrow x_j} = \frac{\rho g}{32\mu} \nabla h \tilde{x}^2 f(x_i) f(x_j) \quad [2.6]$$

en la cual, ∇h es el gradiente hidráulico y \tilde{x} , representa el poro más pequeño de los dos tamaños de poro, x_i y x_j . La cantidad de flujo a través del volumen unitario de medio poroso es:

Modelo de conductividad hidráulica en suelos parcialmente saturados basado en la distribución de tamaños de poros

$$q = \frac{\rho g}{32\mu} \nabla h \sum_i^n \sum_j^n \tilde{x}^2 f(x_i) f(x_j) \quad [2.7]$$

Al aplicar la Ley de Darcy para tubos capilares, se produce:

$$K = C_s \frac{\rho g}{\mu} \hat{x}^2 \quad [2.8]$$

$$PSP = \hat{x}^2 = \sum_i^n \sum_j^n \tilde{x}^2 f(x_i) f(x_j) \quad [2.9]$$

en la cual el término \tilde{x}^2 , es el diámetro más pequeño entre las secciones i y j . El factor que multiplica a C_s en la [2.8] se conoce como el parámetro de Marshall.

La PSP se calculó mediante un algoritmo programado en GNU Octave, esta presenta unidades de $[L^2]$, que en el sistema internacional son m^2 .

Modelo de conductividad hidráulica en suelos parcialmente saturados basado en la distribución de tamaños de poros

4. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En el presente trabajo se hizo una ampliación al modelo de Donado (2004) para suelos parcialmente saturados. Con el fin de mejorar esta investigación se optó por variar el factor de forma de los poros, para de esta manera analizar el comportamiento de la conductividad hidráulica.

Dada la dificultad para determinar de manera directa las formas reales de los poros en un suelo, y aún más, la dificultad que conllevaría representarlas matemáticamente mediante un parámetro como el factor de forma (factor asociado a relaciones de dimensiones en formas conocidas) se hace esta variación con el fin de analizar los posibles cambios en el comportamiento del suelo. Si bien es cierto que las formas de poros que se toman para realizar los respectivos cálculos son también ideales y están lejos de las formas irregulares de los poros, nos permitirá ampliar el estudio y mirar si existe alguna variación significativa de la conductividad hidráulica al variar este parámetro.

A continuación se muestran las curvas que representan la variación de la conductividad hidráulica en función del factor de forma para cada tipo de arena estudiado y se hace la comparación con los resultados obtenidos por Barrera y Muñoz (2003) y Niño y Tovar (2003).

Modelo de conductividad hidráulica en suelos parcialmente saturados basado en la distribución de tamaños de poros

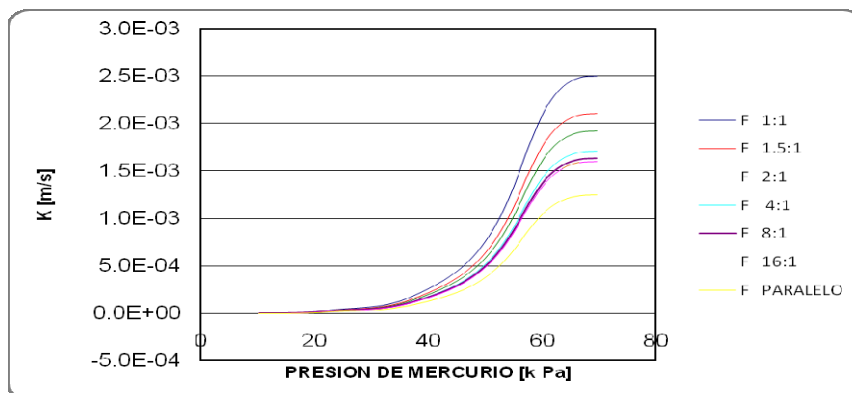


Fig. 4.1 Conductividad hidráulica en función de la PSD en una AFU para diferentes valores de factor de forma F

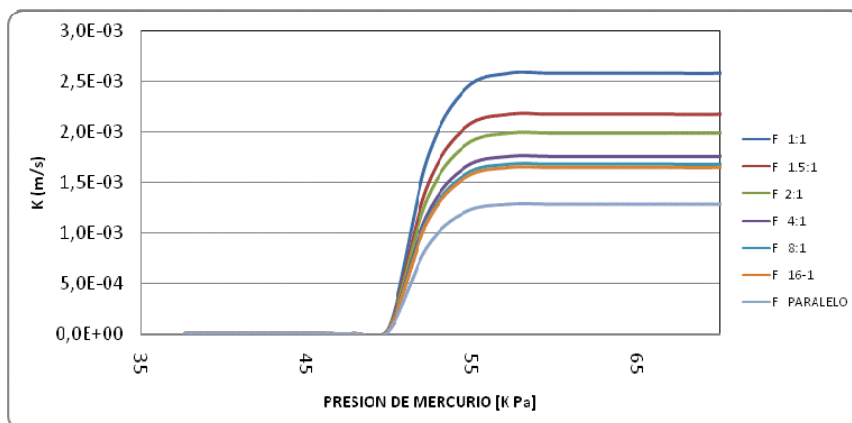


Fig. 4.2 Conductividad hidráulica en función de la PSD en una AMU para diferentes valores de factor de forma F

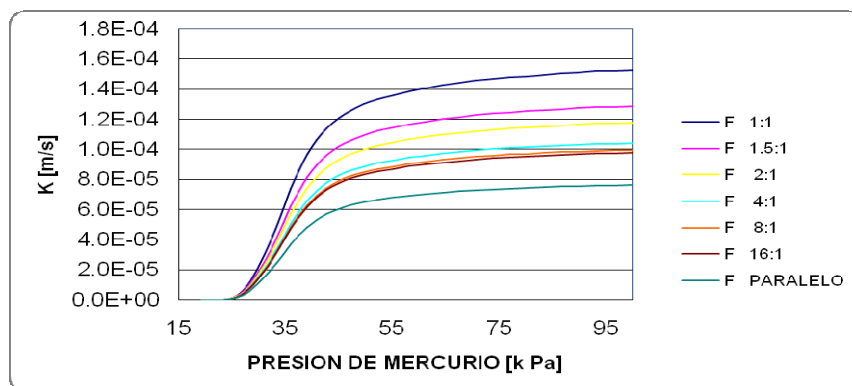


Fig. 4.3 Conductividad hidráulica en función de la PSD en una ADG para diferentes valores del factor de forma F

Modelo de conductividad hidráulica en suelos parcialmente saturados basado en la distribución de tamaños de poros

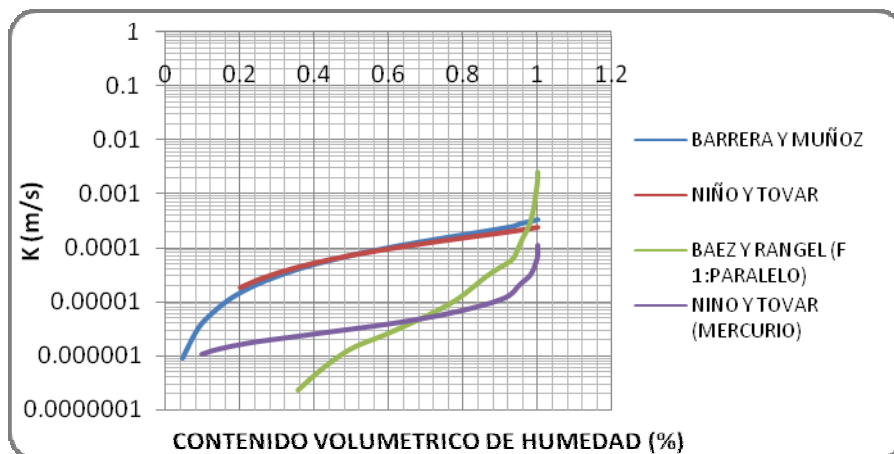


Fig. 4.4 Conductividad hidráulica en una AFU

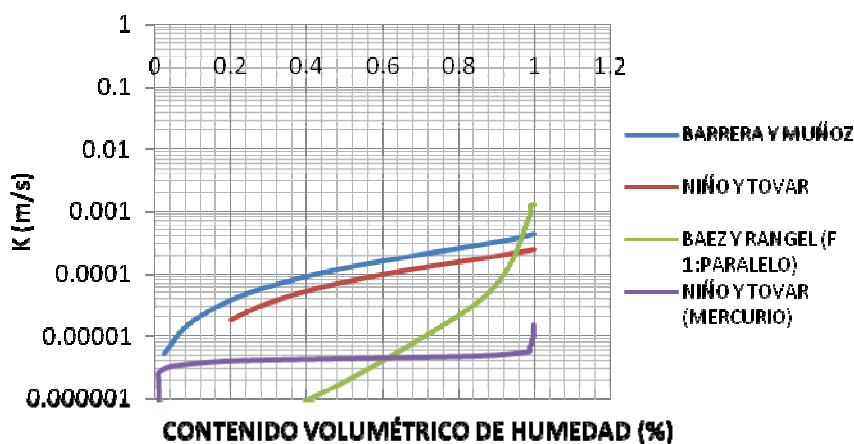


Fig. 4.5 Conductividad hidráulica en una AMU

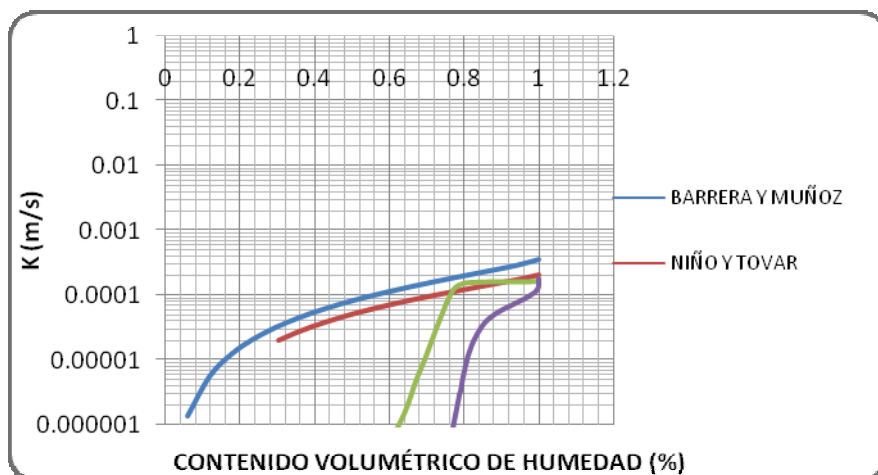


Fig. 4.6 Conductividad hidráulica en una ADG

Modelo de conductividad hidráulica en suelos parcialmente saturados basado en la distribución de tamaños de poros

Tipo de arena	Relación H:V						
	1:1	1.5:1	2:1	4:1	8:1	16:1	Paralelo:1
AFU	0,00249	0,00209	0,00191	0,00169	0,00163	0,00159	0,00124
AMU	0,0026	0,00219	0,002	0,00178	0,0017	0,00167	0,0013
ADG	0,000161	0,000136	0,000124	0,00011	0,000105	0,000103	0,0000807

Tabla 1. Valores de conductividad hidráulica saturada para las tres arenas con diferentes valores del factor de forma (m/s) (Báez y Rangel)

Modelo	AFU	AMU	ADG
Modelo Fractal	0,000210	0,000246	0,000217

Tabla 3. Valores de conductividad hidráulica saturada (m/s) obtenidos por los dos modelos empleados. (Tomado de Niño y Tovar, 2003)

Modelo	AFU	AMU	ADG
(Modelo de Tubos capilares)	0.0003	0.00041	0.00038

Tabla 4. Conductividad hidráulica saturada (m/s). (Tomado de Barrera y Muñoz, 2003)

Lo primero, es señalar que los valores obtenidos mediante los cálculos para las tres arenas estudiadas se encuentran dentro del intervalo normal para este tipo de suelos; según Freeze 1979, este intervalo debe oscilar entre 10^{-6} y 10^{-2} [m/s], valores que se observan en la tabla 2. Esto es muy importante pues nos permite ver que los trabajos realizados sobre el modelo en estudio están encaminados correctamente.

En las figuras 4.1, 4.2 y 4.3 que representan los tres tipos de arena estudiados se observa como las curvas de conductividad presentan un comportamiento ordenado para los diferentes valores del factor de forma, es claro el orden que las curvas mantienen en las

Modelo de conductividad hidráulica en suelos parcialmente saturados basado en la distribución de tamaños de poros

arenas en concordancia con la variación del factor de forma, o por decirlo de otra manera con la variación de la relación H:V, siendo la conductividad hidráulica menor cada vez que la relación aumenta, comportamiento que nos indica que la forma del poro que mas facilita el flujo del agua en un suelo granular es la que tenga relación 1:1, o sea la forma del poro circular.

Al comparar las curvas de las figuras 4.1, 4.2 y 4.3 se observa cómo la variación de la conductividad hidráulica es más suave en la AFU, mientras que en la AMU y la ADG se presenta un comportamiento más brusco, alcanzando rápidamente un valor alto (cercano a la saturación) a partir del cual la variación de la conductividad es muy baja, tendiendo a ser nula. El por qué de este comportamiento no está claro, pero se considera posible que la similitud en la AMU y ADG se deba a que las PSD medidas para dichas arenas las cuales se muestran en el trabajo de Donado 2004 presentan una alta concordancia en su forma.

4.1 COMPARACIÓN CON LOS MÉTODOS DE NIÑO-TOVAR Y BARRERA – MUÑOZ

Antes de discutir las diferencias halladas entre los modelos cabe recordar cuál fue el usado por cada autor; para el presente trabajo se uso el modelo de Childs & Collins George-Marshall variando la relación H:V del poro, Barrera y Muñoz usó el modelo de tubos capilares y Niño y Tovar el modelo fractal.

Las tablas 2, 3 y 4 presentan los valores de conductividad hidráulica obtenidos por los tres métodos para las arenas analizadas, se aprecia claramente la diferencia de magnitud de los modelos a comparar y el nuestro, como característica particular tenemos que en las arenas uniformes se obtuvieron valores mayores con las curvas realizadas en el presente trabajo, mientras que en la arena de diferentes gradaciones ocurrió lo contrario, los valores mayores son para los modelos de tubos capilares y el modelo fractal, dicho comportamiento puede deberse a problemas generados por el efecto de cuello de botella (efecto que hace referencia a la imposibilidad de poder generar siempre la presión necesaria en cada poro, para obtener

Modelo de conductividad hidráulica en suelos parcialmente saturados basado en la distribución de tamaños de poros

el vaciado completo de los poros) el cual se puede presentar con mayor frecuencia en las arenas con diferente gradación dada la existencia de diámetros más diversos.

Otra posible causa en la diferencia de valores de conductividad entre los diferentes modelos es debida a las propiedades del fluido, pues en el caso de Niño y Tovar(2003) y Barrera y Muñoz (2003) se uso agua- fluido que moja- mientras Donado (2004) uso mercurio ocasionado en el primer caso que los valores sean menores ya que no existe flujo en la microfábrica, pero sí se genera allí una absorción del fluido el cual reacciona con el agua propia del suelo (agua hidrocópica), líquido difícil de extraer, problema que se elimina al usarse mercurio pues este no interactúa con la microfábrica del suelo.

La diferencia de las formas entre las gráficas contra las cuales comparamos los resultados obtenidos puede corresponder a varias razones, entre las cuales se consideran problemas generados por la falta de instrumentos apropiados que puedan medir todos los intervalos de forma correcta, es decir que el intervalo de medición de diámetro de la máquina no cubre todos los intervalos existentes en el suelo, entonces al hacer correcciones pueden inducirse errores. A esto se suma el hecho de no poder realizar las pruebas sobre un suelo que mantenga siempre las mismas características dado que la preparación de las muestras en cada caso no es la misma.

Modelo de conductividad hidráulica en suelos parcialmente saturados basado en la distribución de tamaños de poros

5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

El material que se utilice como fluido para realizar los ensayos juega un papel importante, pues dependiendo de este interviene con mayor o menor importancia la fabrica del suelo.

No es el factor de forma como tal el que influye en la variación de los valores de conductividad si no el tamaño del poro, producto de la variación en la relación H:V.

Para cada relación H:V los valores de conductividad en las arenas uniformes son muy parecidos y a la vez son mayores que en la arena con diferentes gradaciones. Estas observaciones nos llevan a pensar entonces que la uniformidad de un suelo está asociada directamente a la conductividad del mismo de manera favorable, puesto que si dejamos a un lado la injerencia del tamaño del poro y hacemos la observación basados únicamente en la distribución de las partículas vemos que la conductividad es mayor en un suelo uniforme que en un suelo gradado, es decir que cuando un suelo presenta una granulometría uniforme facilita el viaje del agua a través del mismo, este fenómeno se deduce al comparar las curvas de las figuras 4.1, 4.2 y 4.3 .

Generalmente en las modelaciones se asumen suposiciones con el fin de facilitar los cálculos, dejando de lado propiedades y características importantes del objeto en estudio, en el caso de los suelos se excluyen algunas inherentes a las partículas y a los poros tales como la rugosidad e irregularidad de las formas, con lo cual se afectan los resultados obtenidos, por tal motivo es conveniente continuar el mejoramiento de los modelos, y de ser posible, combinarlos para obtener un modelo que tome en cuenta el mayor número de características o parámetros, con el fin de aproximar los resultados a la realidad.

Los resultados obtenidos en este análisis muestran que la conductividad hidráulica para AMU es mayor que para AFU, lo que concuerda con lo esperado, así como en el modelo de la dimensión fractal y la distribución de tamaños de partículas.

Modelo de conductividad hidráulica en suelos parcialmente saturados basado en la distribución de tamaños de poros

6. REFERENCIAS

Barrera, N. E. y Muñoz, J. A. “Análisis de la influencia de la distribución de tamaño de partículas en la conductividad hidráulica de arenas limpias”, XI Jornadas Geotécnicas de la ingeniería en Colombia y V Foro de Geotecnia de la sabana de Bogotá. Bogotá, Octubre, 2003.b

Barrera, N. E., Muñoz, J. A., Colmenares, J. E. y Donado, L. D. “Análisis de la influencia de la distribución de tamaño de partículas en la conductividad hidráulica de arenas limpias”, Trabajo de grado de Ingeniería Civil. Universidad Nacional de Colombia. Bogotá D.C., Colombia, 2003.a

Bear, J. “Dynamics of fluids in porous media”. Dover Publications, Inc. New York, USA, 1972.

Chow, V. T., Maidment, D. R. y L. W. “Hidrología Aplicada”, McGraw Hill, Santa fe de Bogotá, Colombia, 1994.

Cook, R. A. and Hover, K. C. “Mercury porosimetry of cement-based materials and associated correction factors”. ACI Materials Journal. 90:2: 152-161, 1993.

Donado, L. D. “Modelo de conductividad hidráulica en suelos”. Tesis de Maestría en Ingeniería – Recursos Hidráulicos. Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia, 2004.

Freeze, R. A.; Cherry, J. A.; Groundwater. Prentice Hall, Inc. N.J., USA, p. 29, 1979.

Modelo de conductividad hidráulica en suelos parcialmente saturados basado en la distribución de tamaños de poros

García-Bengochea, I.; Lovell, C. W.; Altschaeffl, A. G. (1979). Pore distribution and permeability of silty caliz.

Juang, C. H. and Holtz, R. D. “A probabilistic permeability model and the pore size density function”, International journal for numerical and analytical methods in geomechanics. Vol. 10, p.543-553, 1986.

Juang, C. H. and Holtz, R. D. “Fabric, pore size distribution, and permeability of sandy soils”. Journal of the geotechnical engineering division. ASCE. Vol. 112, No. 9:855-868, 1979.

Jury, W. A., Zhang, R. and Gardner, W. H. “Soil Physics”. 5 Editions. New York: John Wiley and Sons Inc., 1991.

Korvin, G. (1992) Fractal Models in the Earth Sciences. Elsevier Science Publishers. Amsterdam, NL.

Montenegro, H.; Malagón, D. (1990) Propiedades físicas de los suelos. Subdirección de Agrología, Instituto Geográfico “Agustín Codazzi”. Ediciones IGAC. Bogotá, Colombia.

Niño, C. J., Tovar, R. D. y Colmenares, J. E. “Modelo de tubos capilares modificado en función de la dimensión fractal, para el cálculo de la conductividad hidráulica en arenas

Modelo de conductividad hidráulica en suelos parcialmente saturados basado en la distribución de tamaños de poros

limpias”, XI Jornadas Geotécnicas de la ingeniería en Colombia y V Foro de Geotecnia de la sabana de Bogotá. Bogotá, Octubre, 2003.

Perez Franco, D.: "A new parameter for nonlinear flow in porous media". Journal of Hydrological Sciences (Poland) Vol. 5, No. 2, pp.127-131, 1978.

Pérez Franco, D.: Hidráulica subterránea. Editorial científico-técnica, Ciudad de La Habana, 1982.

Sánchez, F. J, Dpto. Geología--Univ. Salamanca (España), <http://web.usal.es/javisan/hidro>

Scheidegger, A. E. (1960) the physics of flow through porous media. 2nd. Edition. University of Toronto Press. Toronto.

Scheidegger, A. E.: The physic of flow through porous media, The Mac Millan Company, New York, 1957

Modelo de conductividad hidráulica en suelos parcialmente saturados basado en la distribución de tamaños de poros

ANEXOS

A-1. FENÓMENOS MOLECULARES EN LÍQUIDOS

Debido a que los datos que sirven como base para el presente trabajo fueron producto de análisis y cálculos en los cuales se asumió una forma de poro circular, la cual conlleva a una superficie de líquido esférica, para la cual tenemos una teoría de presión de poros demostrada y representada de manera óptima matemáticamente, se demuestra a continuación como esta teoría puede seguir siendo aplicada independientemente de la forma que tenga el poro y por consiguiente independiente de la forma que tenga la superficie del líquido que generara la presión.

Al variar la forma del poro y por consiguiente el factor de forma de este, no se afectan de ninguna forma las teorías de presión para poro circular aplicadas en el modelo estudiado en el presente trabajo, por tal motivo las ecuaciones allí descritas son aplicables independientemente de la forma del poro que se use en el cálculo de la conductividad hidráulica, a continuación se demuestra dicha afirmación.

A-1.1 Presión debida a la curvatura de la superficie libre.

Como es sabido, la película superficial de los líquidos tiene propiedades semejantes a las de una membrana elástica estirada. Si la película está limitada por un contorno plano, ella misma tiende a adoptar la forma plana. Por consiguiente, si la película es convexa, al tender a ponerse plana, presiona sobre las capas líquidas que se encuentran debajo de ella, mientras que si es cóncava, tira de ellas (fig. 198, *a* y *b*). En otras palabras: toda película superficial curva ejerce sobre el líquido una presión complementaria, en comparación con aquella que experimenta dicho líquido cuando la película superficial es plana; si la superficie es convexa, la presión complementaria es positiva (sobrepresión); si es cóncava, es negativa (depresión).

Modelo de conductividad hidráulica en suelos parcialmente saturados basado en la distribución de tamaños de poros



Fig.1. Acción de la curvatura de la superficie del líquido. (Tomado de Montenegro, 1990)

Entonces si la superficie del líquido es esférica y suponiendo, que el radio de la esfera correspondiente es R y aislando en la superficie un pequeño casquete esférico ΔS (fig. 2). Las fuerzas de tensión superficial aplicadas al contorno de este casquete son tangentes a la superficie esférica. Examinemos la fuerza Δf , aplicada al elemento Δl de dicho contorno. Esta fuerza es

$$\Delta f = \alpha \cdot \Delta l \quad [2.12]$$

Donde α es el coeficiente de tensión superficial del líquido. Como esta fuerza es tangente a la superficie esférica, forma cierto ángulo con el radio OC . Por lo tanto, la componente de esta fuerza Δf_1 , paralela al radio OC , no será igual a cero. Si la superficie del líquido es convexa, el centro C se hallará dentro de la masa del líquido y, en este caso, la fuerza Δf_1 comprimirá al líquido que se encuentra debajo del casquete ΔS , es decir, producirá una presión positiva (sobrepresión); si, por el contrario, la superficie es cóncava el centro C estará situado fuera del líquido y la fuerza Δf_1 tirará de éste, es decir, producirá una presión negativa (depresión). Por el dibujo vemos que

$$\Delta f_1 = \Delta f \cdot \text{sen} \varphi \quad [2.13]$$

De donde por [2.12]

$$\Delta f_1 = \alpha \cdot \Delta l \cdot \text{sen} \varphi \quad [2.14]$$

Modelo de conductividad hidráulica en suelos parcialmente saturados basado en la distribución de tamaños de poros

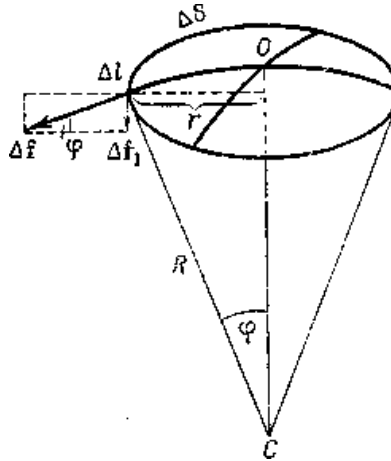


Fig.2. Determinación de la sobrepresión que existe debajo de la superficie esférica del líquido. (Tomado de Montenegro, 1990)

Esta fuerza Δf_1 está aplicada al elemento Δl del contorno. Otras fuerzas idénticas están aplicadas a cada uno de los demás elementos de dicho contorno. Por lo tanto, a todo el casquete esférico ΔS habrá aplicada una fuerza paralela al radio OC

$$f_1 = \sum \Delta f_1 = \alpha \cdot \text{sen} \varphi \cdot \sum \Delta l \quad [2.15]$$

La suma $\sum \Delta l$ es la longitud del contorno que limita al casquete esférico ΔS . Este contorno es una circunferencia; llamando r al radio de esta circunferencia, tendremos que $\sum \Delta l = 2\pi r$, de donde

$$f_1 = \alpha \cdot 2\pi r \cdot \text{sen} \varphi \quad . [2.16]$$

En la fig. 2 vemos que

$$\text{sen} \varphi = \frac{r}{R} \quad [2.17]$$

Poniendo este valor de $\text{sen} \varphi$ en [2.16] hallamos

$$f_1 = \frac{\alpha \cdot 2 \pi r^2}{R} \quad [2.18]$$

Modelo de conductividad hidráulica en suelos parcialmente saturados basado en la distribución de tamaños de poros

La presión p podemos obtenerla dividiendo el valor de esta fuerza por el área del plano limitado por el contorno del casquete, es decir, por el área del círculo cuyo radio es r , de donde

$$p = \frac{\alpha 2 \pi r^2}{R \pi r^2} \quad [2.19]$$

Es decir,

$$p = \frac{2 \alpha}{R} \quad [2.20]$$

Esta fórmula nos da el valor de la presión complementaria p que ejerce la película esférica superficial sobre el líquido.

Como puede verse, es directamente proporcional al coeficiente de tensión superficial α e inversamente proporcional al radio R de la superficie. Cuanto mayor es la curvatura de dicha superficie menor es su radio R y, por consiguiente, mayor es la presión complementaria p .

A-1.2. Presión bajo la superficie curva de un líquido (cualquiera que sea su forma)

La descripción y demostración que se describe a continuación, respalda la afirmación que se hizo respecto a que al variar la forma del poro o tubo capilar, es posible aplicar el mismo principio y teoría para calcular la presión complementaria.

La expresión obtenida, que se muestra en la ecuación 2.20 de la presión complementaria p , para el caso en que la superficie libre tenga forma de casquete esférico, puede hacerse extensiva a una superficie curva cualquiera. Para esto hay que introducir el concepto de curvatura de una superficie en general.

Modelo de conductividad hidráulica en suelos parcialmente saturados basado en la distribución de tamaños de poros

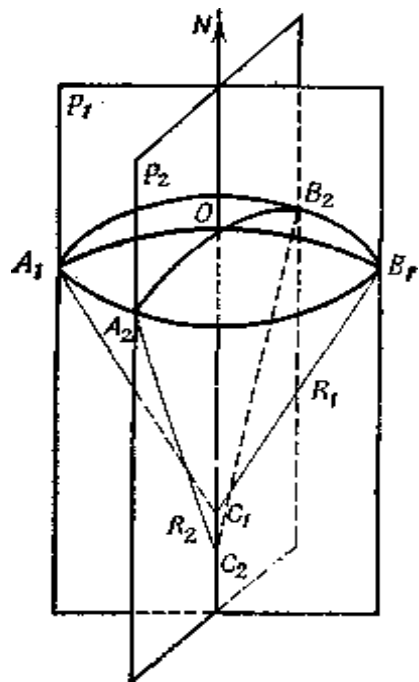


Fig.3. Secciones normales de la superficie curva del líquido. (Tomado de Montenegro, 1990)

Teniendo una superficie curva cualquiera y si levantemos en el punto O una perpendicular ON a esta superficie. Hacemos pasar por la normal ON un plano P_1 . La línea de intersección de este plano con la superficie se llama sección normal.

En la esfera, cualquier sección normal es un arco de circunferencia A_1B_1 (fig. 3), cuyo radio R coincide con el de aquélla. La magnitud

$$C = \frac{1}{R} \quad [2.21]$$

Nos da la curvatura de la esfera.

En una superficie curva cualquiera, diferentes secciones normales trazadas por un mismo punto O nos darán diferentes curvas geométricas y, por consiguiente, distinta curvatura. En la fig. 3 se indican dos secciones normales diferentes, trazadas por un mismo punto O . Una

Modelo de conductividad hidráulica en suelos parcialmente saturados basado en la distribución de tamaños de poros

de estas secciones nos da el arco A_1B_1 cuyo radio de curvatura es $OC_1 = R_1$ y la otra el arco A_2B_2 con radio de curvatura $OC_2 = R_2$

En la Geometría se demuestra que si por un punto O de una superficie curva cualquiera se trazan dos *secciones normales perpendiculares entre sí* A_1B_1 y A_2B_2 , cuyos radios de curvatura respectivos sean R_1 y R_2 la magnitud

$$C = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad [2.22]$$

Tendrá el mismo valor para cualquier otro par de secciones normales que pasen por dicho punto y sean perpendiculares entre sí, Esta magnitud C recibe el nombre de curvatura media de la superficie en el punto O .

Si elegimos ahora en la superficie curva del líquido (cualquiera que sea su forma) un punto O y trazamos por él dos secciones normales A_1B_1 y A_2B_2 perpendiculares entre sí cuyos radios sean respectivamente R_1 y R_2 (fig. 4). Aislando en torno al punto O un pequeño cuadrilátero curvilíneo $DEFG$. Llamando A_1 a la longitud del arco $DE = FG$ y A_2 a la del arco $DG = EF$, tendremos que el área de dicho cuadrilátero será $AS = A_1A_2$.

Los demás razonamientos serán idénticos a los que hicimos para el caso de la superficie esférica. La fuerza de la tensión superficial Δf_1 , aplicada al borde DE , será

$$\Delta f_1 = \alpha \Delta l_1 \quad [2.23]$$

Para calcular la presión que actúa sobre el líquido por parte de la superficie curva hay que tener en cuenta la componente de la fuerza $\Delta f'_1$, cuya dirección es paralela al radio OC_1 . Por la fig. 4 tenemos que

$$\Delta f'_1 = \Delta f_1 \cdot \text{sen} \varphi_1 \quad [2.24]$$

Pero, aproximadamente,

$$\text{sen} \varphi_1 \cong \varphi_1 = \frac{OA_1}{OC_1} \quad [2.25]$$

Modelo de conductividad hidráulica en suelos parcialmente saturados basado en la distribución de tamaños de poros

El arco $OA_1 = Al_2/2$ y el segmento OC_1 es igual al radio R_1 de la sección normal A_1B_1 , entonces

$$\text{sen } \varphi_1 \cong \frac{Al_2}{2R_1} \quad [2.26]$$

Poniendo este valor de $\text{sen } \varphi$ [2.22] y aplicando [2.21], obtenemos

$$\Delta f'_1 = \alpha \Delta l_1 \Delta l_2 \frac{1}{2R_1} \quad [2.27]$$

Teniendo en cuenta que $\Delta l_1 \Delta l_2 = \Delta S$, hallamos que

$$\Delta f'_1 = \alpha \Delta S \frac{1}{2R_1} \quad [2.28]$$

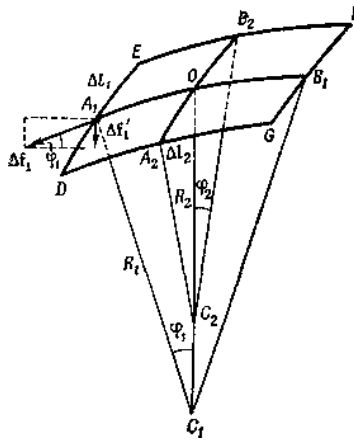


Fig.4. Determinación de la sobrepresión existente debajo de la superficie curvada del líquido. (Tomado de Montenegro, 1990)

En el borde FG . Actúa una componente igual que Af'_1 . De la misma manera hallamos que al borde DG está aplicada otra fuerza componente paralela al radio OC_1 , Otra componente igual Af'_2 . Tendremos en el borde EF . Todas estas fuerzas componentes que actúan por los cuatro lados del cuadrilátero curvilíneo $DEFG$ dan una resultante paralela al radio OC_1

Modelo de conductividad hidráulica en suelos parcialmente saturados basado en la distribución de tamaños de poros

$$\Delta f' = \Delta f'_1 + \Delta f'_1 + \Delta f'_1 + \Delta f'_1 = 2\alpha\Delta S \frac{1}{2R_1} + 2\alpha\Delta S \frac{1}{2R_1} \quad [2.29]$$

de donde,

$$\Delta f' = \alpha\Delta S \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) [2.30]$$

La magnitud encerrada en este paréntesis es la curvatura media de la superficie en el punto O y no depende, como dijimos antes, de las secciones normales A_1B_1 y A_2B_2 , perpendiculares entre sí, que se elijan.

La presión p , debida a la curvatura de la superficie libre del líquido, podemos hallarla dividiendo el valor de la fuerza Af' por el área ΔS , de donde

$$p = \alpha \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \quad [2.31]$$

Esta *fórmula*, que lleva el nombre *de Laplace*, da el valor de la presión complementaria p , debida a la curvatura de la superficie del líquido, cualquiera que sea su forma.

Si la forma es esférica, $R_1 = R_2 = R$, donde R es el radio de la esfera. De aquí que la presión complementaria p que se produce debajo de una superficie en forma de casquete esférico, según [2.31], sea:

$$p = \frac{2\alpha}{R}$$

Que coincide con la fórmula [2.20].